

15  
2 ej



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

---

---

**FLUJO TIPO BACHE  
EN TUBERIAS HORIZONTALES**

**T E S I S**

PRESENTADA PARA OBTENER EL TITULO DE:  
INGENIERO PETROLERO  
REALIZADA POR:  
HERNANDEZ CAPISTRAN FIDENCIO  
OCAMPO MIRAZO LUIS

MEXICO, D. F.

**FALLA DE ORIGEN**

1991



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

INDICE DE FIGURAS.....	IV
LISTA DE TABLAS.....	V
RESUMEN.....	VI
INTRODUCCION.....	VIII

### CAPITULO I GENERALIDADES

PATRONES DE FLUJO.....	1
PATRON DE FLUJO TIPO BACHE.....	11
MECANISMOS DE FORMACION DEL BACHE.....	12
CRECIMIENTO DE UN BACHE.....	20
- FORMACION.....	20
- DESARROLLO DEL BACHE.....	21
- CRECIMIENTO A DISTANCIA.....	23

### CAPITULO II REVISION DE LA LITERATURA

DESARROLLO HISTORICO.....	28
MECANISMOS DE FORMACION DEL BACHE.....	31
VELOCIDAD DEL BACHE.....	32
VELOCIDAD DE ARRABTRE DE LA BURBUJA.....	34
COMPORTAMIENTO DE LA PELICULA DE LIQUIDO.....	37
LONGITUD DEL BACHE Y DE LA BURBUJA DE GAS.....	41
- METODOS DE PREDICION PARA DIAMETROS PEQUEÑOS.....	41
- CORRELACIONES PARA TUBERIAS DE DIAMETRO GRANDE.....	43
LONGITUD DE LA BURBUJA.....	45
COLOCAMIENTO EN EL BACHE.....	45
- CORRELACION DE GREGORY Y COLLABORADORES.....	46
- MODELO DE BARNER Y BRAUNER.....	47
CAIDAS DE PRESION.....	50

**CAPITULO III  
PLANTEAMIENTO DEL MODELO**

MODELO QUE DESCRIBE LA FORMACION DEL BACHE.....	52
CARACTERISTICAS DEL BACHE.....	56
COLGAMIENTOS.....	61
VOLUMEN DE LIQUIDO DEL BACHE.....	62
FRECUENCIA DE LOS BACHES.....	63
LONGITUD DEL BACHE DE LIQUIDO.....	64
LONGITUD DE LA BURBUJA DE GAS.....	64
CAIDAS DE PRESION.....	65
CAIDAS DE PRESION. METODOS PARA SU EVALUACION...	66
CORRELACION DE BEGGS Y BRILL.....	67
METODO MODIFICADO DE DUKLER.....	69
METODO DE S.L. SCOTT.....	71
- DESARROLLO DEL BACHE.....	71
- CRECIMIENTO DEL BACHE A DISTANCIA.....	75

**CAPITULO IV  
APLICACION DEL MODELO**

REQUERIMIENTOS DEL MODELO.....	80
I) DATOS.....	80
II) PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS.....	80
III) PATRONES DE FLUJO.....	82
IV ) CARACTERISTICAS DEL BACHE.....	82
V) CAIDAS DE PRESION.....	82
PROCEDIMIENTO PARA EVALUAR LAS CAIDAS DE PRESION..	83
METODO DE BEGGS Y BRILL.....	83
METODO MODIFICADO DE DUKLER.....	84
DIAGRAMA DE FLUJO.....	86
CARACTERISTICAS DEL PROGRAMA DE COMPUTO.....	89
EJEMPLO DE APLICACION.....	91

DISCUSION DE RESULTADOS.....	92
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	94
PROGRAMA DE COMPUTO.....	98
BIBLIOGRAFIA.....	107
REFERENCIAS.....	108
NOMENCLATURA.....	115

## INDICE DE FIGURAS

1.- MAPA DE PATRONES DE FLUJO DE CHARLES, GOVIER Y HODGSON...	3
2.- MAPA DE PATRONES DE FLUJO DE RUSSELL, HODGSON Y GOVIER...	5
3.- MAPA DE PATRONES DE FLUJO DE GOVIER Y OMER.....	7
4 A.- PATRONES DE FLUJO OBSERVADOS POR BEGGS EN FLUJO HORIZONTAL.....	9
4 B.- MAPA DE PATRONES DE FLUJO DE BEGGS Y BRILL.....	9
5.- PROCESO DE FORMACION DEL BACHE.....	13
6.- MODELO DE HUBBARD Y DUKLER.....	16
7.- CARACTERIZACION DEL CRECIMIENTO DEL BACHE.....	19
8.- EJEMPLO DE LECTURAS DEL DENSITOMETRO A ALTAS VELOCIDADES SUPERFICIALES DEL GAS.....	22
9.- CRECIMIENTO DEL BACHE. PRUEBAS A ALTA VELOCIDAD SUPERFICIAL DEL GAS.....	24
10.- EJEMPLO DE LECTURAS DEL DENSITOMETRO A BAJAS VELOCIDADES SUPERFICIALES DEL GAS.....	25
11.- CRECIMIENTO DEL BACHE PRUEBAS A BAJA VELOCIDAD SUPERFICIAL DEL GAS.....	26
12.- MODELO PROPUESTO POR E. KORDYBAN.....	30
13.- ILUSTRACION DE LAS VARIABLES GEOMETRICAS.....	38
14.- COMPARACION DE LAS VARIABLES PARA DETERMINAR EL COLGAMIENTO.....	48
15.- MAPA DE PATRONES DE FLUJO PARA EJEMPLIFICAR UN BACHE.....	54
16.- MECANISMO DE FORMACION DEL BACHE.....	55
17.- ESQUEMA IDEALIZADO DE UN BACHE PROPUESTO POR BRILL Y COLABORADORES.....	58
18.- DIAGRAMA DE FLUJO PARA EL " DESARROLLO DEL BACHE " .....	73
19.- RESULTADOS QUE EJEMPLIFICAN LOS MECANISMOS DE FORMACION.....	74
20.- DISCRETIZACION PARA EL " CRECIMIENTO A DISTANCIA ".....	77
21.- DIAGRAMA DE FLUJO PARA EL " CRECIMIENTO A DISTANCIA " .....	78
22.- DIAGRAMA DE BLOQUES DEL MODELO PARA EL FLUJO BACHE ....	86

## LISTA DE TABLAS

- 1.- Tabla que describe las características del Mapa de Patrones de flujo de Charles, Govier y Hodgson..... 3
- 2.- Tabla que describe las características del Mapa de Patrones de flujo de Russell, Hodgson y Govier..... 5
- 3.- Tabla que describe las características del Mapa de Patrones de flujo de Govier y Omer..... 7

## RESUMEN

Durante las tres últimas décadas se han desarrollado diversos trabajos y se han llevado a cabo numerosas investigaciones con el propósito de describir y modelar el comportamiento del flujo tipo bache en tuberías horizontales o tuberías con pocos grados de inclinación. La mayoría de ellas fueron desarrolladas para diámetros pequeños, bajo condiciones experimentales de laboratorio; sin embargo, cuando éstos modelos fueron aplicados a los datos obtenidos de tuberías de diámetro grande, proporcionaron resultados diferentes a los medidos, por lo que se llegó a la conclusión de que debía desarrollarse un modelo que fuera aplicable para ambos diámetros de tubería.

Estudios recientes han demostrado que el bache crece en su longitud conforme avanza corriente abajo de la tubería, lo cual hace obsoletas las correlaciones y modelos que consideran a la longitud del bache constante, por lo que ésta consideración debe de tomarse en cuenta cuando se desarrollen nuevos modelos.

Asimismo, se han observado que existen dos etapas en el crecimiento de un bache, una que se ha denominado como " desarrollo del bache " y la otra como " crecimiento del bache a distancia ", las cuales ocurren en puntos específicos de la tubería, etapas que deben considerarse al desarrollar el modelo matemático.

Debido a que los patrones de flujo están íntimamente ligados a las caídas de presión, se utilizan los mapas de patrones de Beggs y Brill y de Govier y Omer para la determinación del tipo de flujo que se tiene en la tubería, utilizándose el modelo de Beggs y Brill y el modelo de Dukler modificado para describir el comportamiento, las características



del bache y las caídas de presión que ocurren cuando se tiene flujo tipo bache.

En base a estos modelos se desarrolló un programa de cómputo para hacer menos onerosos los cálculos en la determinación de las caídas de presión, en las características del bache, y para eliminar los posibles errores inherentes al factor humano.

## INTRODUCCION

Es un fenómeno muy común que los sistemas de producción de hidrocarburos implementados en la industria petrolera generalmente transporten líquido y gas en forma simultánea, y que en gran número de situaciones sea económicamente ventajoso, por ejemplo en las tuberías que provienen de las plataformas costafuera y en los sistemas de unión y recolección de la producción. Sin embargo, cuando dos o más fases fluyen en la misma tubería, se presenta una cierta dificultad para caracterizar el tipo de flujo con el que se está produciendo, principalmente porque las fases pueden distribuirse de diferentes maneras. La distribución de las fases afecta tanto a los gastos de salida como a los gradientes de presión, siendo necesario evaluar dichos efectos para diseñar adecuadamente las instalaciones de producción y las líneas de conducción de los fluidos.

A la distribución de las fases dentro de una tubería se le denomina patrón de flujo, habiéndose desarrollado numerosas investigaciones para su estudio; pero no ha sido sino hasta muy recientemente cuando se han elaborado modelos de laboratorio muy complejos con vías a clasificar los diferentes patrones de flujo, pudiéndose cuantificar los colgamientos, las velocidades y los gradientes de presión, con lo cual se ha incrementado el conocimiento respecto al comportamiento del flujo multifásico.

De los patrones de flujo para dos fases, normalmente encontrados durante el transporte de los fluidos, el tipo bache es uno de los más comunes, el cual se caracteriza por la alternancia de bolsas de gas con baches de líquido. La distribución de las fases generada en este patrón de flujo es -

difícil de analizar debido a los diversos fenómenos que se presentan, como es el arrastre de líquido por el gas, la transferencia de masa entre ambas fases, etc.

Los problemas generados por el flujo bache son diversos : las baterías de separación suelen operar con bajas eficiencias, las corrientes de gas llegan a arrastrar cantidades significativas de líquido, lo cual afecta al equipo de compresión, y en ocasiones estos líquidos se pierden cuando existe la necesidad de enviar la corriente de gas a los quemadores.

Como se puede observar, cuando se presenta flujo tipo bache se hace imperante conocerlo y controlarlo para minimizar los problemas, por tal motivo, el objetivo del presente trabajo es conocer y evaluar las características del bache, así como proponer posibles alternativas de solución para su eliminación dentro de una tubería horizontal.

Por lo anterior se realizó una extensiva revisión de la literatura referente al tema, recopilándose información que engloba modelos de análisis del flujo bache, tanto para tuberías horizontales de diámetro pequeño como para aquellas de gran diámetro, ya que para estas últimas no ha sido hasta la década de los setentas cuando se iniciaron los experimentos, encontrándose que los resultados obtenidos mediante estas correlaciones difieren respecto de las que se conocían para diámetros pequeños, aspectos como la predicción de la longitud del bache, velocidad del mismo, punto dentro de la tubería donde se forman, etc.

Asimismo, se propone un programa de cómputo, elaborado en

lenguaje Basic, el cual consta de una subrutina para la evaluación de las propiedades de los fluidos y, dependiendo de los datos calculados, determina si se genera flujo tipo bache; en caso afirmativo el programa determina las características del bache, así como las caídas de presión causadas por este tipo de flujo, en caso contrario, el programa se detiene y nos envía al final del mismo.

Con el propósito de evaluar este programa de cómputo, se realizó una corrida de prueba utilizando una computadora personal, para lo cual se eligieron datos de producción reales proporcionados por el Instituto Mexicano del Petróleo.

Como parte final de la tesis, se presenta una serie de comentarios y sugerencias que deberán tomarse en cuenta al realizar nuevas correlaciones para este tipo de flujo, para que éste sea más preciso y pueda predecir con menor margen de error las características del bache y las caídas de presión a lo largo de una tubería horizontal.

# CAPITULO I

## GENERALIDADES

El transporte de fluidos en tuberías horizontales o con pocos grados de inclinación, es un fenómeno muy común, particularmente en la industria petrolera, donde por diversas razones se manejan en forma conjunta los hidrocarburos líquidos y gaseosos. En estos casos, el transporte de dos fases permite que los procesos de tratamiento del gas y del aceite crudo se concentren en un solo lugar, y, en consecuencia, se logra un ahorro sustancial en la construcción del equipo superficial de tuberías, en la conservación del equipo, y en el aspecto económico del proceso.

Cuando fluyen dos fases en una misma tubería, lo hacen en formas diversas, constituyendo cada una un patrón de flujo, el cual se define como la distribución relativa de una fase con respecto a la otra. En los últimos años, diversos investigadores tales como Govier, Beggs y Brill, Duns y Ross, Chierici, Mandhane, Aziz, etc., han realizado trabajos experimentales tendientes a clasificar los diferentes patrones de flujo que se presentan en las tuberías horizontales y verticales. A continuación se describen los patrones de flujo definidos por algunos investigadores en tuberías horizontales, tanto para el flujo simultáneo de las fases líquida-líquida, como para las fases gaseosa-líquida.

### PATRONES DE FLUJO

En 1961, Charles, Govier y Hodgson [12], llevaron a cabo un experimento en una tubería de una pulgada de diámetro, empleando para ello dos líquidos inmiscibles de igual densidad y diferente viscosidad, uno de los cuales era agua y el otro

aceite con viscosidad variable entre 6.29 y 6.5 cp. La densidad del aceite se incrementó mediante la adición de tetracloruro de carbono para hacerla igual a la del agua. Estos investigadores observaron los mismos patrones de flujo para todas las viscosidades bajo similares condiciones de operación. Dichos patrones se observan en la figura 1 y se discuten más ampliamente en la tabla 1. Los dibujos individuales mostrados en la figura están basados en fotografías tomadas en la tubería que transporta los fluidos inmiscibles.

Con referencia a la figura 1 se observa lo siguiente: para una velocidad superficial del agua relativamente baja (0.1 pies/s), la adición de pequeñas cantidades de aceite dan como resultado un flujo tipo burbuja, simétricamente disperso, con burbujas de aceite casi esféricas y bastante separadas unas de otras. Conforme se incrementa la velocidad superficial del aceite, las burbujas de aceite se unen y ocurre una aglomeración de las mismas, dando como resultado que las burbujas adquieran una forma simétrica, ligeramente elongada, de diámetro similar al diámetro interno de la tubería y formando básicamente un núcleo de aceite fluyendo dentro de una película de agua (flujo tipo bache). Este patrón de flujo es inestable y tiende a romperse para formar otro patrón donde las fases están burdamente mezcladas.

Una mayor velocidad superficial del aceite, ocasiona un adelgazamiento y, finalmente, la destrucción de la película de agua, la cual queda formando pequeñas gotas dentro de la fase continua de aceite. Este patrón es opuesto al inicialmente descrito y se denomina tipo niebla. Las gotas tenderán a ser pequeñas si su formación es consecuencia del incremento gradual del gasto de aceite.

Un fenómeno similar se observa a gastos de agua intermedios.

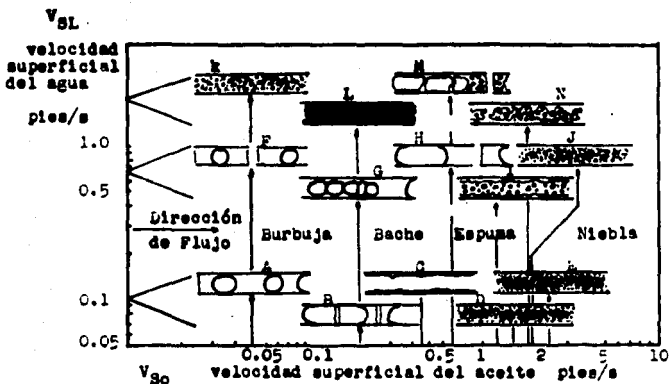


FIGURA 1A MAPA DE PATRONES DE FLUJO DE CHARLES, GOVIER Y HODGSON.

TABLA 1 B

Detalles del patrón de flujo para una viscosidad de 16.8 cp y densidad relativa del aceite de 0.998 en una tubería horizontal de 1.04 pg .

Letra	Patrón	fase continua	$V_{SL}$ (pies/s)	$V_{So}$ (pies/s)
A	Burbuja	agua	0.1	0.05
B	Bache	agua	0.1	0.2
C	Acetite*	ambos	0.1	0.45
D	Niebla	acetite	0.1	1.36
E	Niebla	acetite	0.1	2.27
F	Burbuja	agua	0.68	0.05
G	Burbuja	agua	0.68	0.20
H	Bache	agua	0.68	0.68
I	Espuma	ninguna	0.68	1.11
J	Niebla	acetite	0.68	1.95
K	Burbuja	agua	2.04	0.05
L	Burbuja	agua	2.04	0.20
M	Burbuja	agua	2.04	0.68
N	Espuma	ninguna	2.04	1.82

\* Aceite en película. Corresponde a flujo espuma en fluidos de diferente densidad.

y altos, excepto que, para cualquier velocidad superficial del aceite, gastos mayores de agua dan como resultado un volumen más pequeño de aceite " in situ ", es decir, este se encontrará totalmente disperso en el flujo. Adicionalmente, mayores gastos de agua causan una distorsión en la forma de las burbujas de aceite y en la interfase agua-aceite.

Los patrones de flujo observados por Russell, Hodgson y Govier [45], en una tubería de una pulgada de diámetro, utilizando agua y aceite con una densidad relativa de 0.834 y una viscosidad de 18 cp se observan en la figura 2 y la tabla 2. Como en el caso anterior, los dibujos están basados en fotografías y en mediciones de colgamiento. Los patrones de flujo observados son similares a aquellos observados en el sistema de fluidos de igual densidad mencionado anteriormente, con la distorsión y excentricidad esperada debido a la diferencia de densidades.

Hasson, Mann y Nir [28], estudiaron el flujo de mezclas de agua y líquidos de origen orgánico con densidad relativa igual a 1.02, y viscosidad de 1 cp en una tubería horizontal de 12.6 mm de diámetro interior. Aunque su objetivo principal era observar el patrón de flujo anular, también observaron otros patrones y confirmaron la descripción general dada anteriormente.

En la figura 3 y la tabla 3 se resumen los resultados de las observaciones fotográficas y visuales llevadas a cabo por Govier y Omer [23], para un sistema agua-aire. Los patrones de flujo observados entre estos dos fluidos de diferente densidad y aquellos observados para fluidos de igual densidad son bastante diferentes. Con referencia a la figura se observa lo siguiente : cuando se tiene el gasto de agua más bajo se pueden distinguir cuatro patrones de flujo : estratificado (con interfase lisa),



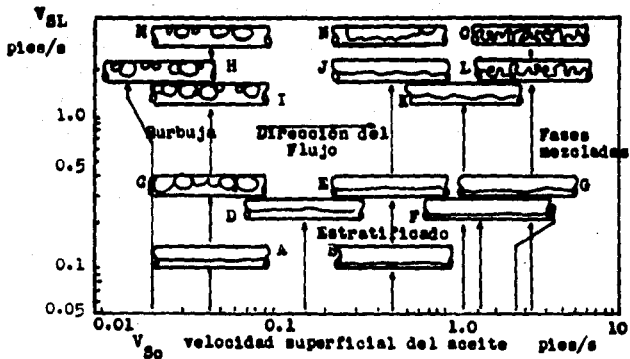


FIGURA 2 A MAPA DE PATRONES DE FLUJO DE RUSSELL, HODGSON Y GOVIER.

TABLA 2B

Detalles del patrón de flujo para una viscosidad de 18 cp y densidad relativa del aceite de 0.834 en una tubería horizontal de 0.806 pg .

Letra	Patrón	fase continua	$V_{SL}$ (pies/s)	$V_{So}$ (pies/s)
A	Estratificado	ambas	0.116	0.043
B	Estratificado	ambas	0.116	0.49
C	Burbuja	agua	0.287	0.043
D	Estratificado	ambas	0.287	0.15
E	Estratificado	ambas	0.287	0.49
F	Estratificado	ambas	0.287	1.63
G	Estratificado	ambas	0.287	2.61
H	Burbuja	agua	1.79	0.02
I	Burbuja	agua	1.79	0.043
J	Estratificado	ambas	1.79	0.48
K	Estratificado	ambas	1.79	1.29
L	Fases mezcladas	ninguna	1.79	3.26
M	Burbuja	agua	3.55	0.043
N	Baño	agua	3.55	0.50
O	Fases mezcladas	ninguna	3.55	3.27

estratificado (con interfase ondulada ), ondulado y anular-niebla, los cuales ocurren sucesivamente conforme se incrementa la velocidad superficial de la fase gaseosa (figuras 3A, 3B, 3C, 3D y 3E) . A bajos gastos de aire ocurre la estratificación completa de los fluidos ; el gas ocupa la parte superior de la tubería sobre una suave interfase gas-líquido, dando lugar al patrón de flujo estratificado con interfase lisa. Si se incrementa el gasto de gas, éste producirá pequeñas ondulaciones en la interfase gas-líquido, produciendo así el patrón de flujo estratificado con interfase ondulada. Un mayor gasto de gas da como resultado la formación de ondulaciones en la interfase gas-líquido, estableciendo de esta manera el patrón de flujo ondulado. Si se continúa aumentando el gasto de gas, la ondulación persiste y las olas son cada vez mayores, y, como consecuencia, el líquido es esparcido alrededor de las paredes de la tubería, formando un núcleo de gas con pequeñas gotas de líquido dispersas en él. El patrón así generado se denomina anular cuando casi no existe líquido disperso en el núcleo de gas, y anular-niebla cuando el líquido existe tanto en la película como en el núcleo de gas. Muy altas velocidades de la fase gaseosa ocasionan que la película se rompa y quede dispersa en la corriente de gas, originándose así el flujo tipo niebla.

Cuando se tienen gastos de agua intermedios, los patrones de flujo estratificado y ondulado son reemplazados por los patrones burbuja y tipo bache. A bajas velocidades del gas, pequeñas burbujas de gas de forma elongada se colocan en la parte superior de la tubería. A velocidades del gas moderadas, éstas se aglomeran para formar el equivalente a las burbujas elongadas observadas en el sistema de igual densidad, formándose así el patrón de flujo denominado burbuja-alargado (figura 3L). Con un mayor incremento en la velocidad del gas, las burbujas alargadas aumentan de tamaño, ocupando una mayor porción del

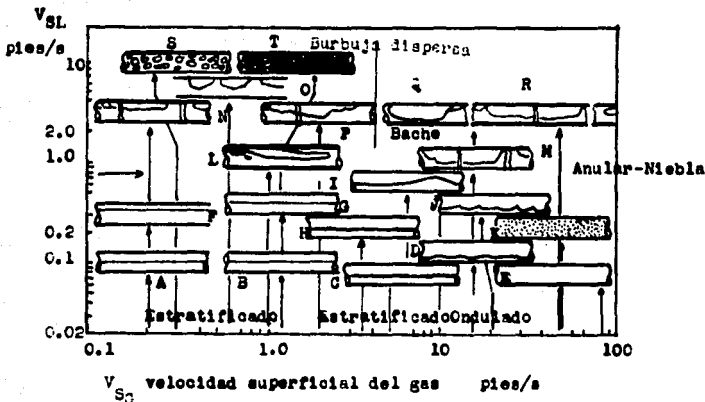


FIGURA 3 A MAPA DE PATRONES DE FLUJO DE GOVIER Y OMER (1962)

TABLA 3 B

Detalles del patrón de flujo para una mezcla aire-agua fluyendo en una tubería horizontal de 1.026 pg de diámetro.

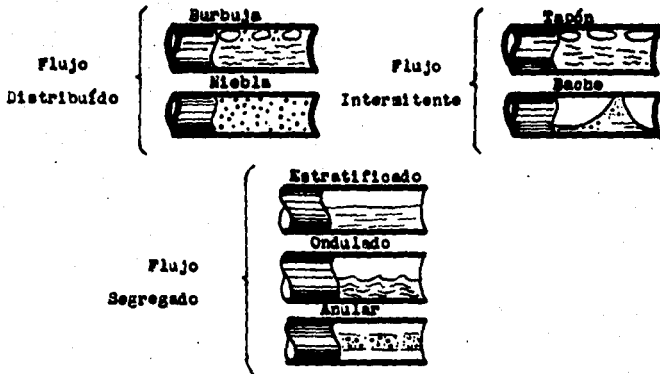
Letra	Patrón	fase continua	$V_{SL}$ (pies/s)	$V_{Sg}$ (pies/s)
A	Estratificado	ambas	0.1	0.21
B	Estratificado	ambas	0.1	1.2
C	Estratificado	ambas	0.1	5.0
D	Ondulado	ambas	0.1	15.9
E	Anular-Niebla	agua	0.1	90
F	Estratificado	ambas	0.3	0.21
G	Estratificado	ambas	0.3	1.2
H	Estratificado	ambas	0.3	3.5
I	Ondulado	ambas	0.4	6.5
J	Ondulado	ambas	0.3	
K	Anular-Niebla	aire	0.3	52.2
L	Burbuja-alargada	agua	1.1	1.0
M	Bache	agua	1.1	15.9
N	Burbuja-alargada	agua	3.02	0.21
O	Burbuja-alargada	agua	5.0	0.6
P	Bache	agua	3.02	2.0
Q	Bache	agua	3.02	10
R	Bache	agua	3.02	50
S	Burbuja	agua	10	0.3
T	Burbuja	agua	10	1.2

Área transversal de la tubería y sufriendo una mayor distorsión. Estas se encuentran separadas por baches de líquido, los cuales contienen pequeñas cantidades de gas en forma de burbujas. A este tipo de flujo se le llama bache, patrón de flujo que será nuestro centro de atención a lo largo de este trabajo, (figuras 3P, 3Q y 3R). A mayores gastos de líquido y gastos bajos de gas, las burbujas se encuentran más o menos dispersas en forma uniforme dentro del líquido, siendo este el patrón de flujo tipo burbuja, (figuras 3S y 3T).

En 1973 Seggs y Brill [9], realizaron una serie de experimentos en tuberías de acrílico de 1 y 1 1/2 pulgadas de diámetro, de 90 pies de longitud, las cuales se podían inclinar a cualquier ángulo, utilizando aire y agua como fluidos de prueba. Las tuberías transparentes utilizadas por estos dos investigadores permitieron observar y clasificar varios patrones de flujo en función del colgamiento sin resbalamiento,  $\lambda_L$ , y del Número de Froude,  $N_{Fr}$ , (figura 4A). El patrón de flujo para cualquier condición se puede determinar mediante el mapa de patrones de flujo de la figura 4B, o bien, de la tabla siguiente

1

PATRON DE FLUJO	CONDICIONES
Segregado	$\lambda_L < 0.01$ y $N_{Fr} < L_1$ ó $\lambda_L > 0.01$ y $N_{Fr} < L_2$
Transición	$\lambda_L > 0.01$ y $L_2 < N_{Fr} < L_3$
Intermitente	$0.01 < \lambda_L < 0.4$ y $L_3 < N_{Fr} < L_4$
	ó $\lambda_L > 0.4$ y $L_3 < N_{Fr} < L_4$
Distribuido	$\lambda_L < 0.4$ y $N_{Fr} > L_4$
	ó



4 A

PATRONES DE FLUJO OBSERVADOS POR BEGGS EN FLUJO HORIZONTAL

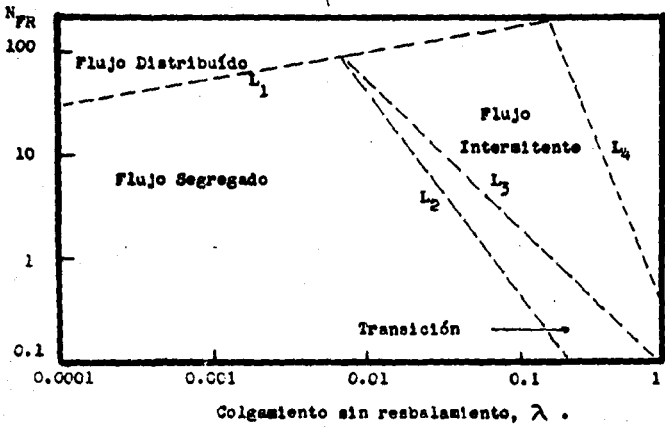


FIGURA 4 B MAPA DE PATRONES DE FLUJO DE BEGGS Y BRILL.

$$\lambda_L > 0.4 \quad \text{y} \quad N_{FB} > L_s$$

o

$$\lambda_L > 0.4 \quad \text{y} \quad N_{FB} > L_o$$

En donde :

$$N_{FB} = 7735 \frac{w_B^3}{\rho_{FB}^2 d^5}$$

y

$$L_s = 316 \lambda_L^{0.803}$$

$$L_s = 0.0009552 \lambda_L^{-2.4694}$$

$$L_o = 0.1 \lambda_L^{-1.4694}$$

$$L_o = 0.5 \lambda_L^{-0.789}$$

El Número de Froude,  $N_{FB}$ , representa la relación entre las fuerzas de inercia y las de gravedad. Puede ser usado para caracterizar el flujo dondequiera que las fuerzas de gravedad influyan en el flujo de fluidos.

De sus experimentos, Beggs y Brill concluyeron que el factor de fricción para dos fases normalizado,  $f_n$ , estaba en función del colgamiento de líquido, con y sin resbalamiento,  $H_L$  y  $\lambda_L$ , respectivamente, teniendo como base el factor de fricción para tuberías lisas propuesta por Drew, Koo y McAdams.

Otros investigadores han realizado trabajos similares a los anteriores para poder clasificar los diferentes patrones de flujo que tienen lugar en las tuberías horizontales, sin embargo no se tratarán todos ellos, basta decir que todos han aportado nuevos y vastos conocimientos en cuanto a los patrones de flujo se refiere. El propósito de describir los patrones de flujo anteriores fué dar a conocer que, entre las diversas investigaciones realizadas, se encontró un patrón muy común, llamado flujo bache, para el cual se desarrolla el modelo, tema del presente trabajo.

## PATRON DE FLUJO TIPO BACHE

Es de suma importancia conocer y predecir las condiciones bajo las cuales ocurre la formación de baches dentro de la tubería, con el fin de diseñar adecuadamente el sistema. Es por esto que a continuación se describen los mecanismos de formación de los baches en las tuberías horizontales.

Como ya se mencionó anteriormente, el patrón de flujo tipo bache observado en el transporte de las mezclas gas-líquido, se caracteriza por tener grandes burbujas de gas que llenan casi toda el área transversal de la tubería y están separadas por baches de líquido que ocupan totalmente el área transversal de la misma. El tamaño de las burbujas de gas puede variar, dependiendo del diámetro de la tubería donde se forman, siendo los baches de líquido de menor tamaño que el de las burbujas de gas. La longitud de estas últimas depende de los gastos y de las propiedades de los fluidos, y, para ciertos valores de éstos, también podrían depender de la manera en que los fluidos entran a la tubería. Sin embargo, si la tubería es lo suficientemente larga, se puede presentar un estado semi-estacionario en un determinado punto corriente abajo, sin que importe la forma en que se introducen los fluidos a la tubería. Adicionalmente, la longitud de las burbujas de gas es influenciada por la presión del sistema, incrementando su tamaño conforme ésta disminuye en dirección del flujo.

Desde que se iniciaron las investigaciones para analizar el comportamiento del flujo multifásico en tuberías, se observó la existencia del flujo tipo bache. En 1954 Baker determinó empíricamente las condiciones a las cuales se presenta el flujo bache; más recientemente Kordyban y Renov [31], y Kordyban

[32], sugirieron que los baches se desarrollaban debido a la inestabilidad denominada Kelvin-Helmholtz<sup>5</sup> en las olas, favorecidas por las paredes altas del canal donde fluían las fases; Taitel y Dukler [53], llegaron a la misma conclusión. Las observaciones de estos investigadores indican que cuando existe flujo tipo bache generalmente el flujo es estratificado a la entrada de la tubería, asimismo describen el fenómeno de formación de baches de la siguiente manera:

#### MECANISMOS DE FORMACION DEL BACHE

Inicialmente, el líquido y el gas entran a la tubería en forma estratificada, y conforme fluyen a lo largo de la misma, cambian la forma en que lo hacen: la figura 5A muestra el momento justo después de que pasa un bache; la fase líquida se desacelera y su nivel aumenta gradualmente hasta que alcanza un nivel de equilibrio, el cual está determinado por las fuerzas interfaciales y por las fuerzas producidas en las paredes de la tubería que rodea a las dos fases. Esta superficie de equilibrio es inestable, por lo que se llegan a formar pequeñas olas, como lo muestra la misma figura 5A. Llega a determinado momento en que una de estas olas bloquea totalmente el área transversal de la tubería, formando un "puente", como se muestra en la figura 5B. Tan pronto como se forma este "puente", el líquido es acelerado por el gas que le antecede, formando de esta manera un bache, como se muestra en la figura 5C. Como resultado, justo abajo del punto donde la fase líquida ha bloqueado la tubería, el nivel baja, siendo menor que el nivel de equilibrio.

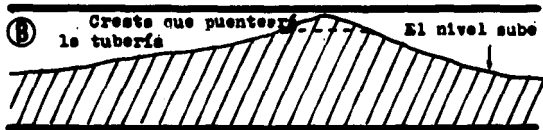
<sup>5</sup> La inestabilidad Kelvin-Helmholtz se interpreta físicamente como la inestabilidad que ocurre en una ola cuando la baja presión en la cresta ocasionada de la alta velocidad del gas, supera el efecto estabilizador de la gravedad, es decir, el efecto que tiende a mantener la horizontalidad del líquido.



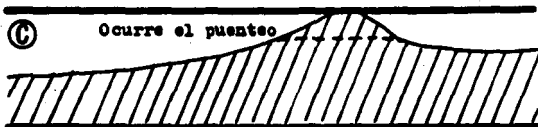
Momento en que pasa  
el bache



Momento en el cual un bache ha pasado. El nivel de líquido baja.



El nivel de líquido sube y la ola casi alcanza la parte superior de la tubería.



Tubería bloqueada por el líquido. Formación del bache.



El bache barre al líquido. El nivel cae.

FIGURA 5

PROCESO DE FORMACION DEL BACHE.

Posteriormente, las fuerzas hidrostáticas debidas a esta diferencia de presión ocasionan un flujo dentro de la película de líquido, regresando de esta manera a su nivel original, empezando de esta manera un nuevo ciclo, (figura 5A).

En 1977, Eugene Kordyban [32], llevó a cabo un experimento para determinar la forma en que se desarrollan los baches en tuberías horizontales, llegando a la conclusión de que estos se originan como consecuencia de la inestabilidad Kelvin-Helmholtz en la parte superior de cada ola, lo que es razonable de acuerdo a los resultados obtenidos por otros investigadores.

Basado en las observaciones de su trabajo, sugirió las siguientes modificaciones al mecanismo de formación de baches: El movimiento rápido de la fase gaseosa genera las olas iniciales sobre la suave superficie de la interfase, las cuales tienen un crecimiento relativamente lento, pero conforme se agrandan bloquean una porción significativa del área transversal de la tubería, produciendo grandes variaciones de presión, acercándose a la inestabilidad Kelvin-Helmholtz. Antes de que se genere la inestabilidad de la ola, ocurre una inestabilidad local en la cresta, debido particularmente al alto gradiente de presión y a que la ola todavía no posee una forma totalmente definida. Como resultado de esta inestabilidad, se forman pequeñas olas sobre la cresta de la ola mayor. Comúnmente estas pequeñas olas viajan aparentemente en sentido contrario a la dirección del flujo, es decir, hacia atrás, pero en realidad éstas se mueven circularmente a la misma velocidad que la ola principal.

Debido a que el movimiento de las partículas de líquido es casi horizontal en la cresta de la ola principal y de la misma velocidad que ésta, las longitudes de las olas pequeñas pueden ser consideradas como estacionarias con respecto a la corriente de agua como se requiere en la inestabilidad Kelvin-Helmholtz, y

cuando éstas últimas se vuelven inestables, continúan creciendo hasta que alcanzan la parte superior de la tubería, (excepto cuando dicha formación de líquido es barrida por el gas que le antecede). Se ha observado en algunos casos que las olas regresan a su posición de estabilidad y que nunca se forman baches en tuberías de diámetros grandes.

Una vez que la ola de líquido ha bloqueado totalmente la tubería, el gas que viene después empuja la ola, formándose de esta manera el bache.

Hubbard [29], y Hubbard - Dukler [16], presentaron otro modelo para explicar los mecanismos de formación del bache, basados en sus observaciones y estudios cualitativos. Este modelo se ilustra en la figura 6. Utilizando prácticamente sus mismas palabras, describiremos la secuencia de eventos :

- 1.- Cuando el flujo de líquido y gas entra a la tubería lo hace en forma estratificada, con la fase gaseosa fluyendo por encima de la fase líquida, a una velocidad mayor que la de ésta. A las velocidades en que ocurre la formación del bache, la velocidad del gas es suficiente como para generar olas en la superficie del líquido. Estas olas crecen en su amplitud conforme viajan a través de la tubería, y en una distancia corta, la puentean, bloqueando el flujo de gas.
- 2.- Tan pronto como ocurre el puenteo, el líquido que se encuentra en el bache es acelerado a la velocidad del gas. Aparentemente el líquido es acelerado en forma uniforme, con lo cual actúa como "cuchara", recogiendo todo el líquido que se mueve lentamente en la película, en la parte delantera del bache y acelerándolo hasta la velocidad del mismo. Mediante

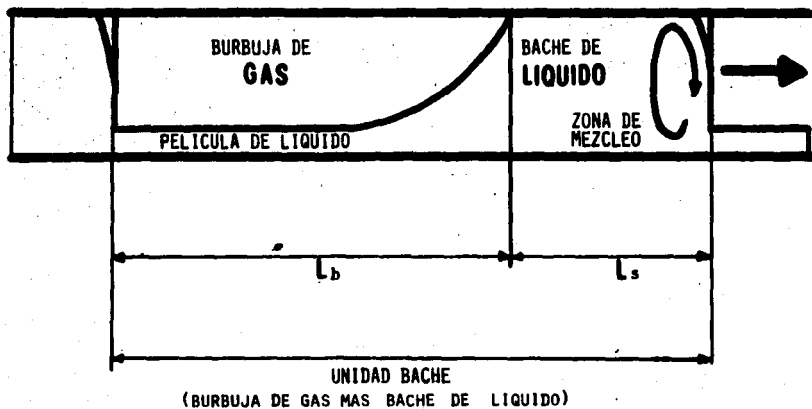


FIG. 6 MODELO DE HUBBARD Y DUKLER

este mecanismo la ola crece y se convierte en un bache de líquido.

- 3.- Conforme se forma el bache y se mueve corriente abajo de la tubería, el líquido es esparcido y cae bajo la influencia de la gravedad a la parte baja, reforzando la película de líquido.
- 4.- Poco después de que el bache se ha formado, éste barre todo el exceso de líquido que ha entrado a la tubería después de la formación del último bache. En este momento, la película de líquido que está a punto de ser recogida por el bache, es únicamente el líquido que ha sido esparcido por el bache anterior. Debido a que el bache está recogiendo líquido en la misma cantidad en que está esparciéndolo, la longitud del bache permanece constante.
- 5.- Debido a que el bache posee una energía cinética mayor que la película de líquido, ésta penetra una cierta distancia dentro del bache antes de que sea finalmente acelerado a la velocidad del mismo. Este fenómeno de arrastre crea un remolino en el frente del bache, que es esencialmente una zona de mezcla y consecuentemente, existe sin un gradiente de presión. La distancia de penetración constituye la longitud de la zona de mezcla. El gas es atrapado en esta zona, el cual viaja a la parte superior de la tubería debido a la fuerza de gravedad y que es subsiguientemente arrastrado a la parte posterior del bache.
- 6.- Conforme se incrementa el gasto de gas, y como consecuencia, la velocidad del bache, el grado de aeración de éste se incrementa. Finalmente, el gas forma una fase continua en la parte superior del

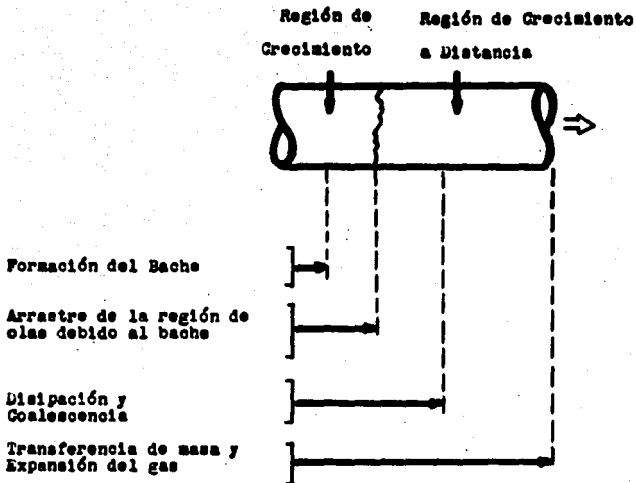
bache, mismo que deja pasar una cierta cantidad de gas a través de él.

En este punto el bache no puede mantener por más tiempo el bloqueo del flujo de gas, por lo que la naturaleza del flujo cambia. Este punto es conocido como el inicio del "break-through". En este régimen la velocidad del bache empieza a disminuir por debajo de la del gas debido al paso de éste a través del bache.

Conforme el "break-through" se hace más pronunciado debido al incremento del gasto de gas, el bache empieza a disiparse debido al esparcimiento del líquido en la fase gaseosa. Este proceso da lugar al comienzo de la transición a flujo anular-niebla.

Las diferencias significativas entre los modelos presentados por Kordyban y por Hubbard-Dukler para el flujo tipo bache son : primero, que Hubbard supone que el bache de líquido se mueve a alta velocidad y se extiende en toda el área transversal de la tubería, recogiendo y esparciendo el líquido de y hacia la película y, segundo, que Hubbard considera que existe una saturación de gas en el cuerpo del bache de líquido.

Más recientemente, Stuart L. Scott [48,49], utilizó datos obtenidos de una serie de pruebas llevadas a cabo en tuberías de 40 y 59 cm de diámetro en la Bahía de Prudhoe, en Alaska, para formular sus propias conclusiones acerca de la formación y crecimiento de un bache. Menciona que existen básicamente dos etapas en el crecimiento de un bache. La primera se caracteriza por un rápido crecimiento, con presencia de olas en la película de líquido que precede al bache, llamándosele a éste " desarrollo del bache ". El segundo tipo se caracteriza por un crecimiento lento, a gran distancia de la entrada de la



**FIGURA 7 CARACTERIZACION DEL CRECIMIENTO DEL BACHE**

tubería, sin presencia de olas entre los baches. A este tipo se le conoce como " crecimiento a distancia ". En la siguiente sección se describirán los mecanismos y características del crecimiento de los baches por considerarlo de suma importancia para la correcta comprensión del fenómeno, basados en los resultados y conclusiones encontradas por S. L. Scott.

#### **CRECIMIENTO DE UN BACHE**

La figura 7, muestra las dos etapas consideradas en el crecimiento de un bache, y los mecanismos hipotéticos que operan durante cada etapa del crecimiento. Nótese que los mecanismos que actúan en la formación del bache " a distancia " actúan también durante el " desarrollo del bache ", pero las magnitudes de estos mecanismos son mucho menores que aquellas que se llevan a cabo cuando las olas son empujadas por las burbujas de gas. El predecir la transición entre una forma de crecimiento y la otra es de suma importancia, ya que ésta ocurre donde todas las olas que preceden al bache se han consumido, es decir, donde ya han desaparecido. A continuación se da una explicación más detallada acerca de la formación de los baches y sus mecanismos de crecimiento.

#### **FORMACION**

En tuberías horizontales de diámetro pequeño, la región donde se empiezan a desarrollar las olas se encuentra en el punto donde éstas son lo suficientemente grandes como para bloquear la tubería, formándose todos los baches cerca de este punto, más allá de donde ya no se observan más olas. En tuberías de diámetro grande, la región donde se empiezan a desarrollar las olas se puede extender a grandes distancias debido a la dificultad que éstas tienen para bloquear la tubería. En esta



región se lleva a cabo la formación de los baches debido a la inestabilidad Kelvin-Helmholtz.

Una vez que la tubería se ha bloqueado, el nivel de líquido que se encuentra atrás del bache baja y cuando vuelve a su nivel original, en lugar de formarse un nuevo bache, las olas continúan pasando hasta que en otro tiempo y lugar de la tubería el nivel del líquido vuelve a elevarse, y una nueva ola vuelve a bloquearla.

La formación de baches descrita anteriormente, ocurre generalmente cuando el flujo se encuentra entre la transición de estratificado-ondulado a tipo bache. Para tuberías de diámetro grande, la región donde ocurre el patrón de flujo estratificado-ondulado en un mapa de patrones de flujo es mucho más grande que para tuberías de diámetros pequeños. Estas diferencias de diámetro que afectan la formación de un bache, ocasiona un comportamiento dinámico en el crecimiento del mismo, como se describe a continuación.

#### DESARROLLO DEL BACHE

Se han observado dos etapas diferentes en el crecimiento del bache. La primera se denomina "desarrollo del bache", la cual está relacionada con el bache y la zona de olas que lo precede .

La figura 8 muestra unas lecturas tomadas por el "densitómetro" en dos puntos diferentes, (L/d 3290 y 7700 respectivamente ) a lo largo de una tubería de 59 cm de diámetro y 4.5 Km de longitud en el campo Prudhoe Bay, en Alaska. La tubería era prácticamente horizontal y en ella fluyen aceite y gas del campo anteriormente citado. La gráfica obtenida por el aparato nos muestra la altura del líquido como una función del

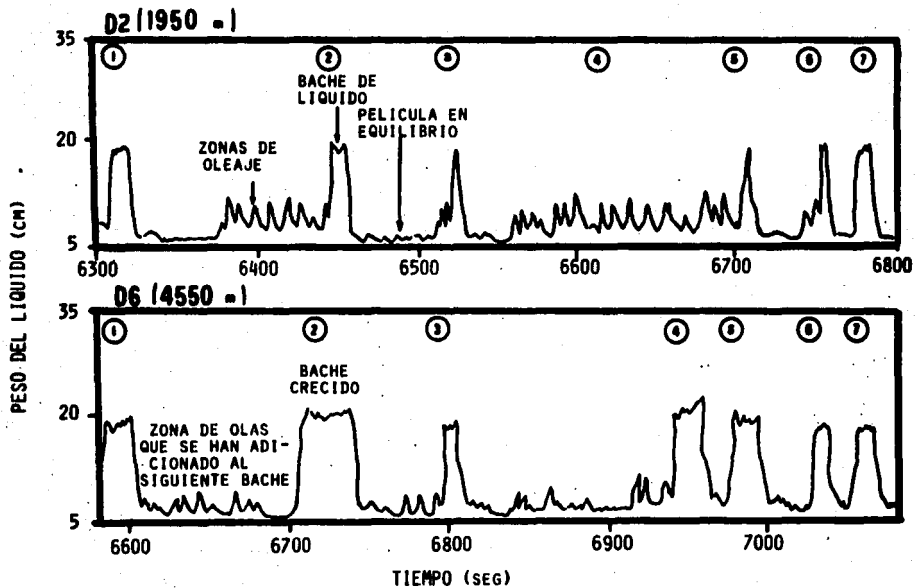


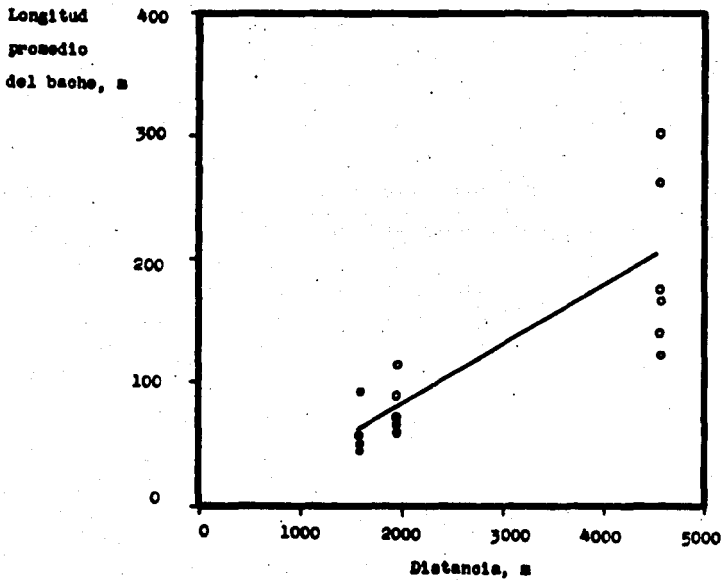
FIG. 8 LECTURAS TOMADAS CON UN DENSITOMETRO A ALTAS VELOCIDADES SUPERFICIALES DEL GAS

tiempo, siendo la dirección del flujo de derecha a izquierda. Las regiones con una mayor altura de líquido corresponden a baches con gran colgamiento. Se observa en la gráfica del densímetro D2, que una región de olas con alto colgamiento de líquido precede a cada bache y que después de éste se encuentra una región en donde se tiene una película en equilibrio con un bajo colgamiento de líquido.

El crecimiento del bache ocurre debido al empuje que éste ejerce sobre las olas que poseen un colgamiento relativamente alto de líquido. El fluido en la región de olas se mueve a una velocidad equivalente a aquella observada cuando se tiene flujo estratificado-ondulado, la cual es mucho menor que la velocidad del frente de traslación del bache, como lo demuestran las mediciones de velocidad hechas por los velocímetros de turbina colocados en la tubería. La zona de olas que posee una baja velocidad y un alto colgamiento de líquido se ve consumida por el bache que viene después, lo que da como resultado un rápido crecimiento del mismo. Por ejemplo, el bache 2 ha crecido sustancialmente en su longitud debido al desgaste de la zona de olas que le precedía. Nótese también que el bache 4 se ha formado entre las dos locaciones. La figura 9 muestra el crecimiento observado para las mismas condiciones que la figura 8. En la figura 9 se observa que el promedio de la longitud del bache es de aproximadamente el triple, de 75 a 200 m después de haber fluído durante 3 Km.

#### CRECIMIENTO DEL BACHE A DISTANCIA

Una vez que la región de olas ha sido consumida por el bache que viene justo después de ésta, ocurre la segunda etapa del crecimiento del bache, denominada "crecimiento del bache a distancia" y es controlada por la disipación de los baches,



**FIGURA 9** CRECIMIENTO DEL BACHE. PRUEBAS A ALTA VELOCIDAD SUPERFICIAL DEL GAS.

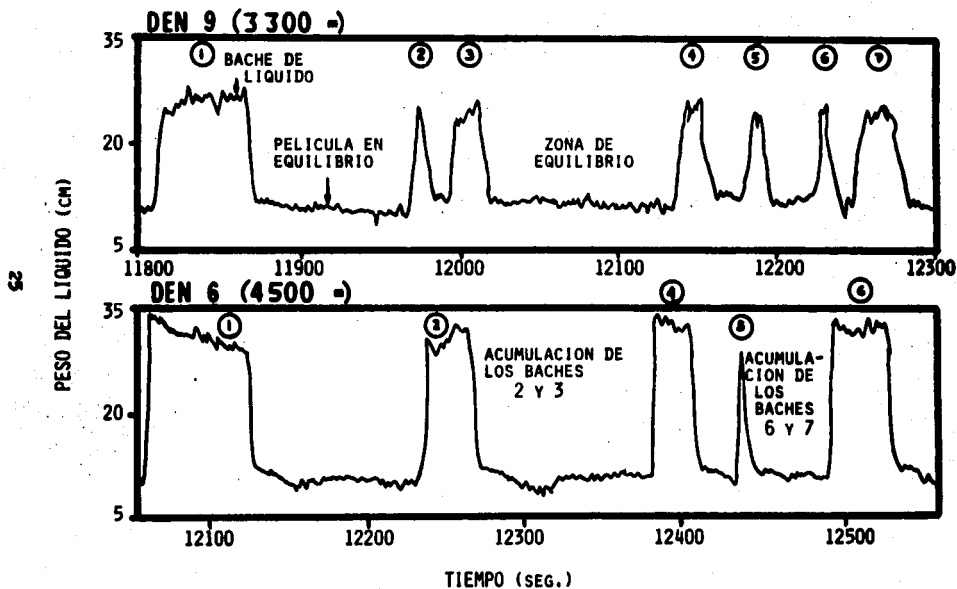
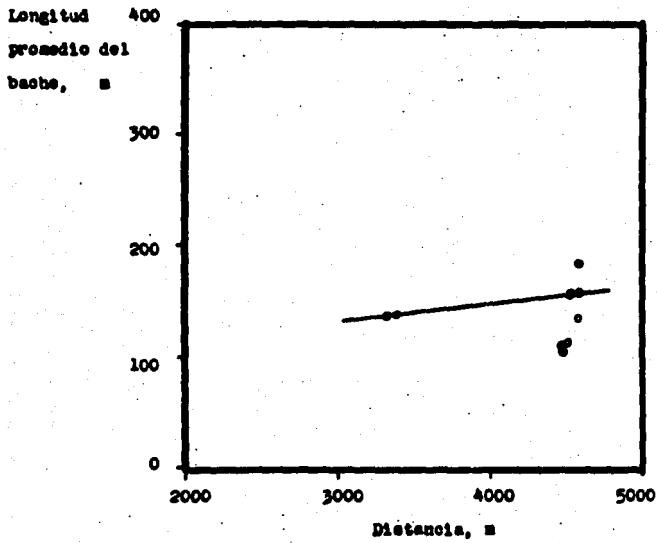


FIG. 10 LECTURAS TOMADAS CON UN DENSITOMETRO A BAJAS VELOCIDADES SUPERFICIALES DEL GAS.



**FIGURA 11** CRECIMIENTO DEL BACHE. PRUEBAS A BAJA VELOCIDAD SUPERFICIAL DEL GAS.

causada por las múltiples zonas de formación de baches.

Cuando los baches viajan a lo largo de la tubería, los que son inestables se disipan y su fluido se acumula en el bache siguiente. Se cree que la disipación de un bache se debe a que no puede desarrollar un perfil de velocidad adecuado en su parte trasera (cola). Adicionalmente al mecanismo anterior, la proximidad de un bache con respecto al que lo precede también determina su estabilidad. La figura 10 muestra las lecturas de un densitómetro tomadas en una tubería de 40 cm de diámetro colocada en forma paralela a la tubería de 59 cm descrita anteriormente. Las dos lecturas fueron tomadas corriente abajo, (L/d 8330 y 11290 respectivamente), a diferentes velocidades superficiales. Como se puede observar, la región de olas ya no está presente, ya que las lecturas fueron hechas más allá de la región donde éstas se desarrollan. La disipación de lo que normalmente serían baches estables puede observarse en la figura 10, donde los baches 2, ( $L_b=140$  d), y 6, ( $L_b=100$  d), han desaparecido entre los densitómetros DEN9 y DEN6. Su líquido se ha acumulado en los baches siguientes, 3 y 7 respectivamente, lo cual tiene una tendencia a producir baches más largos y de frecuencia constante. El crecimiento observado durante las condiciones mostradas en la figura 10 se muestran en la figura 11. Obsérvese que este crecimiento es menos pronunciado que el descrito en la figura 10.

El segundo mecanismo produce un crecimiento debido a la expansión de la fase gaseosa a lo largo de la tubería. La expansión del gas se debe a la disminución de presión causada por las pérdidas de presión por fricción a lo largo de la tubería, así como por la transferencia de masa de la fase líquida debida a la misma disminución de presión.

## CAPITULO II

### REVISION DE LA LITERATURA

Durante las últimas tres décadas se han desarrollado numerosos estudios del flujo tipo bache en tuberías horizontales, la mayoría de los cuales fueron realizados para diámetros de tubería pequeños, bajo condiciones experimentales de laboratorio.

En este capítulo se presenta una breve reseña histórica de los modelos matemáticos relacionados con este patrón de flujo. El modelo matemático de Hubbard-Dukler [16], se menciona a lo largo de la siguiente sección y sirve de base, junto con el modelo de Beggs y Brill [9], para elaborar el modelo que describe el comportamiento del patrón de flujo tipo bache. Se presentan también los métodos para predecir la formación del mismo, sus características, las caídas de presión relacionadas con este tipo de flujo y el comportamiento de la región donde se encuentra la película de líquido ya mencionada.

#### DESARROLLO HISTORICO

Los primeros investigadores en el área de flujo multifásico en tuberías ignoraron el efecto que tienen los patrones de flujo en sus correlaciones. Conforme empezaron a comprender la importancia de éstos en la determinación de las caídas de presión y del colgamiento del líquido, empezaron a aparecer un gran número de correlaciones desarrolladas específicamente para el flujo tipo bache.

Estos métodos, aún cuando describían en forma bastante razonable los gradientes de presión y el colgamiento, no proveían la información suficiente acerca de las características del bache, tales como longitud, velocidad, etc.



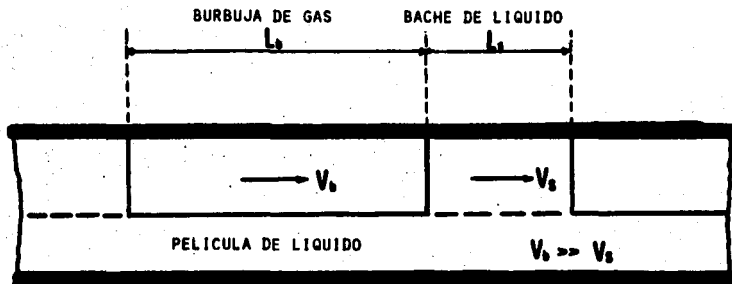
E. Kordyban [30] fué el primero en proponer un modelo para el flujo tipo bache en tuberías horizontales, el cual se muestra en la figura 12. Supuso que parte del líquido fluye en la parte baja de la tubería obedeciendo a las leyes que rigen el flujo en canales abiertos, mientras que el resto fluye en forma de baches truncados en forma de disco, los cuales alternan con bolitas de gas en la parte superior de la tubería. En este modelo, el bache de líquido se debe mover a la velocidad promedio de la burbuja de gas y "patinar" sobre la parte superior del líquido que se mueve más lentamente debajo de ésta. Basado en estos conceptos, desarrolló una expresión para calcular las caídas de presión, la cual contenía un término de pérdidas de presión por fricción y otro de pérdidas de presión por aceleración. El término que representa las pérdidas de presión por fricción resulta ser menos efectivo que el calculado mediante la correlación empírica de Lockhart-Martinelli.

En un trabajo posterior, Kordyban y Ranov [31], presentaron datos nuevos para el flujo tipo bache e indicaron que el modelo anterior de Kordyban es sumamente simple e inadecuado.

Vermeulen y Ryan [50], fueron los primeros en reconocer la importancia que tiene el considerar la interacción entre la película de líquido y el bache, es decir, consideran que existe un intercambio de masa entre ambos. Su modelo predecía con mayor exactitud las caídas de presión y la velocidad para el patrón de flujo tipo bache.

Hubbard y Dukler [16], presentaron el primer modelo representativo para el flujo tipo bache, como lo muestra la figura 6. Se definió a la unidad-bache como " una zona donde existe una película de líquido y una burbuja de gas, donde el bache incluye tanto al cuerpo de líquido como a la zona de

8



CARACTERIZACION GEOMETRICA PARA LAS VELOCIDADES DEL BACHE DE LIQUIDO Y LA BURBUJA DE GAS.

FIG. 12 MODELO DE B. KORDYBAN

mezcleo ". El líquido forma una cavidad delante del bache y es acelerado a una velocidad  $v$ , siendo incorporada a la película de líquido que se encuentra en la parte posterior de éste . El modelo asume un régimen permanente en el bache, es decir, que la cantidad de líquido incorporado a la parte posterior del bache es igual a la cantidad de líquido que se pierde de la parte frontal del mismo, sin crecimiento del bache.

El modelo no solo requiere de las propiedades de los fluidos, el diámetro de la tubería y el gasto de flujo como datos, sino también el colgamiento de líquido en el cuerpo del bache y la frecuencia con que ocurren los mismos. Los valores de estos últimos parámetros se obtenían normalmente de correlaciones, lo cual tenía como consecuencia el afectar significativamente los resultados obtenidos con el modelo.

Nicholson y colaboradores [42], propusieron ligeras modificaciones al modelo de Hubbard-Dukler. Ellos notaron la presencia de una velocidad de arrastre de la burbuja de gas en el flujo horizontal, la cual había sido olvidada por los investigadores antes mencionados.

Trabajos recientes elaborados por Maron y colaboradores [39], y por Dukler y colaboradores [15], ofrecen mejoras importantes e intentan desechar por completo el trabajo elaborado por Hubbard-Dukler ; sin embargo, no hay que olvidar que fueron ellos quienes plantearon las bases del estudio para el flujo tipo bache. Todos los modelos existentes para este tipo de flujo consideran una longitud del bache constante (régimen permanente), que ni crece ni desaparece.

#### **MECANISMOS DE FORMACION DEL BACHE**

Un buen número de trabajos experimentales se han usado con el fin de desarrollar un modelo que explique los mecanismos

físicos que intervienen en la formación del bache. Kordyban y Ranov [31], propusieron que la transición al patrón de flujo bache era debido a la inestabilidad Kelvin-Helmholtz. Wallis y Dobson [59], Taitel y Dukler [53], Kordyban [32] y Gardner [19], presentaron modelos que trataban de explicar el inicio de este tipo de flujo. Mishima e Ishii [41], consideraron el concepto de "la ola más peligrosa" en su análisis de estabilidad y Kordyban [32] consideró el crecimiento en la cresta de la ola en lugar de considerar la inestabilidad de la ola completa. En un trabajo reciente, Lin y Manratty [37], intentaron ampliar el concepto de la inestabilidad Kelvin-Helmholtz, incluyendo para ello los términos de viscosidad e inercia.

En uno de los primeros trabajos, Vermeulen y Ryan [58], observaron que la salida de los baches al final de su tubería de prueba podía ser el mecanismo que propiciaba la formación del bache a la entrada .

Scott y colaboradores [49], propusieron un algoritmo que utiliza esta idea para explicar los mecanismos de formación del bache en tuberías de diámetro grande, cuando existen pocos baches a lo largo de la misma. Esta situación se presenta cuando se trabaja muy cerca de la frontera entre el flujo estratificado-ondulado y el flujo tipo bache, como se presenta a menudo en las tuberías de diámetro grande y en las líneas superficiales afectadas por la topografía del terreno.

#### **VELOCIDAD DEL BACHE**

En el flujo ondulado, la velocidad de propagación de la ola como unidad, es mayor que la velocidad que tiene el fluido que se encuentra formando parte de la misma. En forma similar, en el flujo tipo bache la velocidad a la que se mueve el bache es mayor que la velocidad del fluido en el mismo.

Hubbard y Dukler [16], sugirieron que la película de líquido que ha sido invadida por el bache es acelerada hasta alcanzar la velocidad del fluido en el bache,  $v_g$ . Desarrollaron un balance de materia entre el frente del mismo y un punto que se encuentra en el cuerpo del bache, justo en el lugar donde se supone que la película de líquido ha sido acelerada hasta la velocidad  $v_g$ , esto es :

$$H_g(v_{gf} - v_g) = H_f(v_{gf} - v_f) \dots \dots \dots (1)$$

Donde  $v_{gf}$  es la velocidad de traslación del frente del bache ;  $v_f$  es la velocidad de la película que le precede, y  $H_g$  y  $H_f$  son los espesores de líquido en el bache y en la región de la película, respectivamente. De otra forma :

$$v_{gf} = (1 + C) v_g \dots \dots \dots (2)$$

donde :

$$C = \frac{H_f}{H_g} \frac{(v_{gf} - v_f)}{v_g} \dots \dots \dots (3)$$

Se ha observado que el valor de  $(1 + C)$  está entre 1.2 y 1.35, [16,24,40]. Hubbard y Dukler presentaron una correlación para obtener el valor de C basados en el Número de Reynolds para baches. Dukler y colaboradores [15], han demostrado que el valor de  $(1 + C)$  es igual a 1.225, tanto en tuberías horizontales como en verticales. Más recientemente, Kouba [34], demostró experimentalmente que  $(1 + C)$  puede variar entre 1.2 y 1.5, dependiendo de las condiciones de flujo.

Para determinar la velocidad del fluido en el bache,  $v_g$ , Hubbard y Dukler desarrollaron el siguiente balance de materia entre la entrada de la línea de flujo y el punto donde se encuentra cualquier bache :

$$V_{SL} = \frac{L_s H_s + L_f H_f}{L_s + L_f} V_{SF} - H_f (V_{SF} - V_f) \dots\dots\dots (4)$$

$$V_{SO} = \frac{L_s (1 - H_s) + L_f (1 - H_f)}{L_s + L_f} V_{SF} - (1 - H_s) (V_{SF} - V_s) \dots\dots\dots (5)$$

El segundo término del lado derecho de la ecuación (4), representa la cantidad de película de líquido que ha sido invadida por el siguiente bache, mientras el bache de interés pasa a otro lugar específico. De igual manera, el segundo término del lado derecho de la ecuación (5), es la cantidad de gas que es empujado por el siguiente bache. Sumando las ecuaciones (4) y (5) y utilizando la ecuación (1), Hubbard y Dukler pudieron demostrar que :

$$V_s = V_m = V_{SL} + V_{SO} \dots\dots\dots (6)$$

La ecuación (6) es válida para cualquier bache, aún cuando éstos tengan diferente velocidad de traslación, o bien, si está ocurriendo el crecimiento del mismo. Únicamente la aceleración o desaceleración de los baches causada por la inclinación de las tuberías, gastos transitorios o presiones transitorias pueden ocasionar que la velocidad del bache difiera significativamente de  $V_m$ .

#### VELOCIDAD DE ARRASTRE DE LA BURBUJA

En tuberías verticales, se observa que las burbujas de Taylor incrementan su velocidad hasta alcanzar una velocidad de arrastre constante,  $V_s$ . Para gastos de líquido diferentes de cero, la velocidad de traslación de estas burbujas se obtiene mediante superposición. Esto nos da una ecuación de la forma :

$$V_T = (1 + C) V_m + V_D \dots\dots\dots(7)$$

Cuando las fuerzas de inercia dominan la viscosidad y las fuerzas de tensión superficial, Wallis [59] demostró que la velocidad de arrastre para tuberías verticales se puede expresar como :

$$V_D = 0.101 \text{ } g d \dots\dots\dots(8)$$

donde  $g$  es la aceleración debida a la gravedad y  $d$  es el diámetro interno de la tubería.

Nicholson y colaboradores [42], propusieron una ecuación similar a la ecuación (7) válida para flujo en tuberías horizontales. La aplicación de la superposición en este caso no resulta tan clara como en el caso de las tuberías verticales.

En uno de los primeros trabajos, Zukoski [62], realizó un estudio experimental acerca de la velocidad de arrastre de las burbujas, para ello utilizó varios fluidos de prueba e inclinó la tubería a diferentes ángulos, incluyendo la posición horizontal. Encontró una buena correlación en donde interviene el Número de Froude y algunos parámetros relacionados con la tensión superficial.

En otro trabajo respecto al flujo bache, Benjamin [6], encontró una solución para evaluar la velocidad de arrastre cuando las fuerzas de inercia son las dominantes, esto es :

$$V_D = 0.155 g d \dots\dots\dots(9)$$

Weber [60], encontró una buena correlación, en donde interviene tanto el Número de Froude,  $N_{Fr}$ , como el Número de Eotvos,  $N_{Eo}$ .

Esta se define como :

$$V_D = \frac{gd}{3.4641} N_{FR} \dots\dots\dots(10)$$

Para fluidos de baja viscosidad, Weber presentó la siguiente correlación :

$$N_{SD} = \frac{\rho g d^3}{143.99 \nu} \dots\dots\dots(11 A)$$

$$N_{FR} = 0.54 - 1.76(N_{SD})^{-0.85} \dots\dots\dots(11 B)$$

Utilizando la ecuación (11 B) Weber fué capaz de explicar porque los investigadores que utilizaban diámetros de tubería pequeños, menores a 5 cm, o fluidos viscosos al hacer sus experimentos no observaban el arrastre que tiene lugar en tuberías horizontales. Esto explica también el arrastre observado por Mattar y Gregory [40].

Bendixsen [5] presentó algunas fórmulas para calcular el Número de Froude, tanto para tuberías verticales como para horizontales :

$$N_{FR} = (N_{FR})_{HORIZONTAL} \cos \theta + (N_{FR})_{VERTICAL} \text{ SEN } \theta \dots(12)$$

donde  $(N_{FR})_{VERTICAL}$  puede obtenerse a partir de las ecuaciones presentadas por Wallis [59], Bendixsen [5] o por otros métodos.  $(N_{FR})_{HORIZONTAL}$  puede ser obtenido de las ecuaciones presentadas por Kouba [34], Bendixsen [5], o bien de la ecuación (11 B) para los fluidos más comunes.

Weber y colaboradores [61] correlacionaron a  $N_{FR}$  como una función del Número de Eotvos y del Número de Morton,  $M$ , donde :



$$M = \frac{g \mu^3}{4.9 \times 10^{12} \rho^2} \dots \dots \dots (13)$$

Ellos mejoraron la correlación de Bendiksen dada en la ecuación (12), ya que la modificaron para cuando los efectos viscosos y de tensión superficial son los dominantes. Nickens y Yannitell [43], ofrecieron una correlación más detallada para  $(N_{FR})_{VERTICAL}$ , la cual toma en cuenta la forma de la burbuja.

Recientemente, Kouba [34], amplió el trabajo presentado por Benjamin, tomando en cuenta la cantidad de gas atrapado en el bache de líquido que precede a la burbuja. Para tuberías horizontales, Kouba encontró que la velocidad de arrastre de las burbujas puede representarse con la siguiente ecuación :

$$V_D = \frac{g d}{3.464} \left[ \frac{N_F \cos \alpha + \frac{2 \sin^2 \alpha}{3} \frac{N_F}{N_{FR}}}{1 - \frac{2 \sin^2 \alpha}{3} \frac{N_F}{N_{FR}}} \right] - 1 \dots \dots (14)$$

donde el ángulo  $\alpha$  se define como se muestra en la figura 13. Utilizando la ecuación (14) para predecir la velocidad de arrastre, Kouba obtuvo mejores resultados en su modelo para flujo tipo bache, particularmente para gastos bajos.

### COMPORTAMIENTO DE LA PELÍCULA DE LÍQUIDO

El comportamiento de la película de líquido puede describirse desarrollando ecuaciones de balance de masa y de momentos en la fase líquida. Esto da como resultado que el colgamiento de la película,  $H_f$ , y la velocidad de la película,  $V_f$ , queden en función de la distancia que existe a partir de la

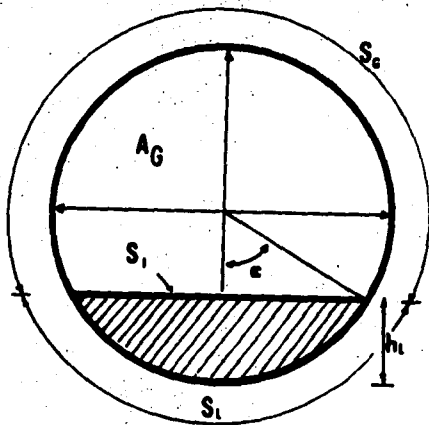
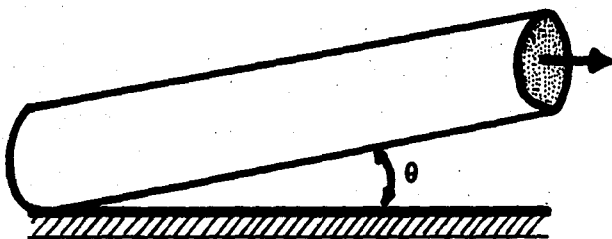


FIGURA 13 ILUSTRACION DE LAS VARIABLES GEOMETRICAS.

cola del bache. Lejos de esta zona se alcanzan ciertas condiciones de equilibrio en la película de líquido y  $H_f$  y  $V_f$  se vuelven constantes ( se acepta generalmente que las condiciones de equilibrio en la película se alcanzan antes del siguiente bache ). De esta manera los valores de  $H_f$  y de  $V_f$  a las condiciones de equilibrio, son los valores requeridos por el balance de materia dado en la ecuación (1).

Tradicionalmente, se utiliza un balance de momentos, incluyendo el esfuerzo cortante en las paredes de la tubería y la fuerza de gravedad para describir el comportamiento de equilibrio de la película de líquido, lo cual da una velocidad de equilibrio en la película igual a cero para las tuberías horizontales.

Más recientemente, Sharma [50] y Kouba [34] han incluido el esfuerzo de corte interfacial en el balance de momentos, lo cual lleva a :

$$\tau_{wL} S_{fo} - \tau_{iL} S_{io} = \rho_L g A_{fo} \sin \theta \dots\dots\dots(15)$$

donde las variables geométricas se observan en la figura 13. Las variables  $\tau_{wL}$  y  $\tau_i$ , son los esfuerzos cortantes en la pared e interfaciales, respectivamente, y están dados por :

$$\tau_{wL} = \frac{f_L \rho_L V_{fo}^2}{2} \quad \tau_i = \frac{f_i \rho_L (V_o - V_{fo})^2}{2} \dots\dots\dots(16)$$

Los factores de fricción se determinan utilizando una expresión basada en los diámetros hidráulicos de las fases, suponiendo que se tiene una tubería lisa y una interfase suave y lisa.

$$t_L = C_L \left[ \frac{D_L v_{co} \rho_L}{\mu_L} \right]^{-n} 124^{-m} \dots\dots\dots (17)$$

$$t_i = t_o = C_o \left[ \frac{D_o v_o \rho_o}{\mu_o} \right]^{-m} 124^{-m} \dots\dots\dots (18)$$

donde :

$$D_o = \frac{48 A_o}{s_{io} + s_o} \dots\dots\dots (19)$$

$$D_L = \frac{48 A_L}{s_{fo}} \dots\dots\dots (20)$$

Para el flujo laminar,  $C_L = C_o = 16$  y  $m = n = 1$ . Para flujo turbulento,  $C_L = C_o = 0.046$  y  $m = n = 0.2$ .

Nótese que en la ecuación (18) el término de caída de presión es cero, esto equivale a suponer que las fuerzas gravitacionales están balanceadas con las fuerzas cortantes, lo cual es una buena suposición, pero existe una ligera contradicción cuando se incluye el parámetro  $t_i$ ; la transferencia de momentos de la fase gaseosa a la fase líquida se ha incluido en los cálculos.

Un balance de materia en la fase líquida, desarrollado entre la cola del bache y un punto cualquiera dentro del cuerpo del bache, proporciona la siguiente expresión :

$$H_o (v_{sp} - v_o) = H_{fo} (v_{sp} - v_{fo}) \dots\dots\dots (21)$$

donde se hace la suposición de que  $v_{sp}$  es igual a  $v_{sp}$ , es

decir, no existe crecimiento del bache. Las ecuaciones (15) y (21) pueden ser resueltas iterativamente para  $H_{fo}$  y para  $v_{fo}$ .

### LONGITUD DEL BACHE Y DE LA BUBBLA DE GAS

Debido a que la mayoría del líquido se encuentra en los baches, es indispensable tener un conocimiento "a priori" acerca de la longitud promedio de los baches para poder diseñar apropiadamente las condiciones de operación del separador. La longitud del bache y su frecuencia,  $v_b$ , se definen de la siguiente manera :

$$L_b = \frac{v}{v_b} \dots \dots \dots (22)$$

Existen varios métodos para predecir la longitud de un bache, los cuales caen dentro de dos categorías : correlaciones y modelos matemáticos. La mayoría de las correlaciones han sido desarrolladas para diámetros de tubería pequeños, por lo cual predicen longitudes de los baches menores que aquellos observados para diámetros grandes.

Se han desarrollado dos tipos de correlaciones basadas en los datos del campo Prudhoe Bay [48, 49], las cuales describen el fenómeno en forma razonable, pero no consideran el crecimiento del bache. Los modelos matemáticos presentan cierta dificultad debido a que la física que gobierna la longitud y el crecimiento de los baches aún no ha sido totalmente comprendida.

#### 1.- MÉTODOS DE PREDICCIÓN PARA DIÁMETROS PEQUEÑOS

Gregory y Scott [24], presentaron una de las primeras correlaciones para determinar la frecuencia con que ocurren los baches, la cual se basó en experimentos realizados en una

tubería de 1.91 cm de diámetro, utilizando agua y dióxido de carbono como fluidos de prueba. También se emplearon los datos recopilados por Hubbard [29], en una tubería de 3.81 cm de diámetro. Estos dos grupos de datos fueron correlacionados utilizando el Número de Froude, como se muestra a continuación :

$$v_m = 0.0226 (N_{Fr})_m \dots\dots\dots (23)$$

donde :

$$(N_{Fr})_m = \frac{18 v_m}{gd} \left[ \frac{10.75}{v_m} + v_m \right] \dots\dots\dots (24)$$

Una correlación similar basada en el Número de Froude para mezclas ha sido presentada por Greskovich y Schrier [26], la cual estuvo basada en datos de experimentos llevados a cabo en una tubería de 3.81 cm de diámetro, utilizando también datos de una tubería de 15.24 cm de diámetro. Estas correlaciones describen adecuadamente el fenómeno para tuberías con diámetros pequeños.

Taitel y Dukler [55], presentaron un modelo para predecir la frecuencia de los baches basados en seis grupos dimensionales. Su análisis está basado en las condiciones requeridas para la formación del bache, el cual supone régimen permanente, donde ni crece ni disminuye su longitud, tratando a la formación del bache como un fenómeno estrictamente de entrada.

El modelo es bastante complicado y requiere de una solución numérica para obtener la frecuencia del bache.

Recientemente, Dukler y colaboradores [15], propusieron un modelo para determinar la mínima longitud estable de un bache, la cual se define como la mínima longitud requerida para obtener un perfil de velocidad en la cola del bache. Si un bache tiene

una longitud menor a ésta, dispersará mayor cantidad de líquido en la región de la película que la que quita del frente del bache, disipándose de esta manera. Ellos determinaron que un bache debe tener una longitud equivalente a dos longitudes estables como mínimo. Los resultados presentados apoyan las observaciones previas de que la longitud de un bache deberá de ser entre 12 y 30 veces el diámetro en tuberías de diámetro pequeño [3,39].

## 2.- CORRELACIONES PARA TUBERIAS DE DIAMETRO GRANDE.

Cuando los métodos de predicción de longitud y frecuencia del bache para diámetros pequeños fueron aplicados a los datos obtenidos del campo Prudhoe Bay, se encontró que las longitudes predichas eran mucho menores a las reales observadas en las tuberías de diámetro grande. En consecuencia, Brill y colaboradores [8], desarrollaron una correlación basada en cuatro grupos de datos. Sus pruebas hechas en tuberías de 30 y 40 cm de diámetro, aunadas a las realizadas por Brainerd y Hedquist [48], para tuberías de 10 y 18 cm de diámetro, fueron aplicadas a los datos del campo Prudhoe Bay. También se emplearon los datos obtenidos por Schaidt [47], en la Universidad de Tulsa, en tuberías de 5 cm de diámetro, y por Hubbard, en tuberías de 3.8 cm de diámetro.

Agrupando todos estos datos, Brill y colaboradores [8], encontraron una expresión que relaciona la longitud del bache con la velocidad de la mezcla y el diámetro de la tubería, como se muestra a continuación :

$$\ln(L_g) = -2.663 + 5.441 (\ln d)^{0.5} + 0.059 \ln v_g \dots (25)$$

Encontraron también una distribución normal logarítmica en las

longitudes de los baches.

Norris [44], realizó una modificación a la correlación de Brill y colaboradores, la cual contenía los datos del experimento en el campo Prudhoe Bay. Aunque la ecuación de Norris conserva la forma de la ecuación de Brill y col., excluye el término de velocidad de la mezcla,  $v_m$ , pues encontró que era despreciable, resultando:

$$\ln L_g = \frac{[-3.89] + [4.89] \ln (d/360 + 3.67)^{0.9}}{\ln 0.3048} \dots (26)$$

Se observó que esta correlación predice las longitudes de los baches en forma más precisa que la correlación de Brill y col. y está basada casi completamente en los datos recopilados del campo Prudhoe Bay.

Los métodos mencionados de predicción de la longitud del bache tienen ciertas limitaciones: las correlaciones y modelos que predicen la frecuencia del bache, [24,47], no son aplicables para diámetros grandes de tubería, mientras que las correlaciones para diámetros grandes, [8,44], aún cuando predicen mejor la longitud de los baches, únicamente utilizan un número limitado de los datos recopilados, es más, los datos empleados caen dentro de un pequeño rango de gastos, los cuales podrían limitar su aplicación a otros sistemas.

Lo que es más importante, ninguno de los métodos anteriores considera el crecimiento del bache. Los resultados obtenidos con datos del campo Prudhoe Bay muestran que, sin lugar a dudas, los baches crecen en su longitud conforme viajan a lo largo de la tubería, efecto que parece incrementarse conforme el diámetro de la tubería es mayor o bien, conforme las tuberías son más largas. Las correlaciones para diámetros grandes fueron desarrolladas utilizando a los baches más "crecidos", es decir, los baches



observados al final de la tubería.

Cuando el crecimiento ocurre, las correlaciones predecirán longitudes mayores a las que realmente ocurren en las tuberías de diámetro pequeño y, por el contrario, en tuberías de diámetro grande, los métodos predecirán longitudes más pequeñas.

### LONGITUD DE LA BURBUJA

La longitud de la burbuja,  $L_b$ , puede calcularse a partir de un balance de materia una vez que la longitud del bache ha sido predicha. Considere el siguiente balance de materia de líquido desarrollado en un bache :

$$A_p \rho_L v_{SL} = \frac{A_b \rho_L L_b H_b v_b}{L_o + L_f} + \frac{A_b \rho_L L_f H_{fo} v_{fo}}{L_o + L_f} \dots (27)$$

Por simplificación la ecuación anterior se reduce a :

$$\frac{L_b}{L_f} = \frac{H_{fo} v_{fo} - v_{SL}}{v_{SL} (1 - H_b) - H_b v_{fo}} \dots (28)$$

En consecuencia, si fluye más de un bache simultáneamente en la tubería, la determinación de la longitud de los mismos también permite la predicción de la longitud de las burbujas mediante el empleo de la ecuación (28).

### COLGAMIENTO EN EL BACHE DE LÍQUIDO.

Una de las variables primordiales requeridas en el modelo del flujo tipo bache es el colgamiento de líquido en el cuerpo del bache. Hubbard [29], ofreció una correlación para su evaluación, en combinación con el modelo de Hubbard y Dukler

[16] . Breakovich y Schrier [26], ofrecieron también una correlación, pero en forma gráfica. Más recientemente, Gregory [25], desarrolló una mejor correlación, y Barnea y Brauner [3], desarrollaron un modelo. Estos dos últimos métodos se discutirán a continuación más detalladamente .

#### CORRELACION DE GREGORY Y COLABORADORES

Gregory y colaboradores retomaron un estudio del colgamiento del líquido en el cuerpo del bache. Utilizando sensores de fracción de volumen de líquido, llevaron a cabo varios experimentos en tuberías horizontales de 2.58 y 5.12 cm de diámetro, utilizando aire y aceite como fluidos de prueba, a lo largo de aproximadamente 30 m de tubería.

Los datos dieron como resultado una buena correlación de colgamiento de líquido en donde interviene la velocidad de la mezcla,  $v_m$ . Como resultado, sugirieron la siguiente expresión :

$$H_g = \frac{1}{1 + \left[ \frac{v_m}{20.61} \right]^{1.89}} \dots\dots\dots(29)$$

Esta ecuación se obtuvo utilizando una serie de datos escogidos, sin tomar en cuenta aquellos puntos cuya velocidad de la mezcla fuera mayor a 10 m/s, ya que a partir de ésta se observaba una dispersión de los puntos, causada probablemente por la entrada a la región de transición entre los flujos tipo bache y anular.

Asimismo, observaron que el diámetro de la tubería tenía un ligero efecto sobre sus experimentos y que existía la posibilidad de que las propiedades de los fluidos tuvieran un

cierto efecto también, hechos que observaron al comparar su correlación con los datos para aire-agua obtenidos por Hubbard . En un extenso programa experimental llevado a cabo por Kouba [34], en una tubería de 7.62 cm de diámetro, se encontró que Gregory y colaboradores se ajustaba razonablemente bien, como se puede apreciar en la figura 14.

Modelo de Barnea y Brauner.

A menudo se utiliza el flujo disperso tipo burbuja para describir la distribución de las fases dentro del cuerpo del bache de líquido. Barnea y Brauner [3], propusieron que el colgamiento del líquido en el cuerpo del bache era similar al colgamiento de líquido observado en el flujo disperso tipo burbuja, en el mismo nivel de turbulencia. Para el flujo homogéneo, sin resbalamiento, el colgamiento está dado simplemente por :

$$H_B = \frac{v_{SL}}{v_{SL} + v_{SS}} \dots\dots\dots(30)$$

Asimismo, sugirieron que para el flujo horizontal, el patrón de flujo propuesto por Taitel y Dukler [53], podría ser utilizado para predecir los límites de transición entre los patrones de flujo tipo burbuja-disperso y el tipo bache. Taitel y Dukler balancearon las fuerzas de turbulencia y las fuerzas de flotación para obtener :

$$v_L = \frac{4 A}{a_{L0}} \left[ \frac{g \cos \theta}{f_L} \left( 1 - \frac{\rho_g}{\rho_L} \right) \right]^{1/2} \dots\dots\dots(31)$$

Esta ecuación se utiliza iterativamente para determinar  $v_{SL}$  y

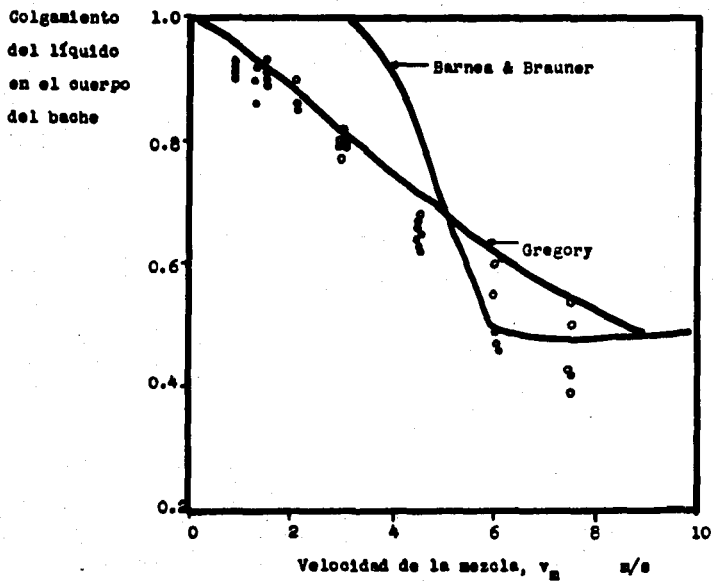


FIGURA 1.4 COMPARACION DE LOS METODOS PARA DETERMINAR EL COLGAMIENTO APLICADOS A LOS DATOS OBTENIDOS POR KOUBA.

$v_{00}$  en los límites entre ambos flujos, donde  $v_m$  en el límite es igual a  $v_m$  real en la región de flujo tipo bache. La ecuación (30) se utiliza para determinar el colgamiento de líquido en el bache.

Taitel y colaboradores [56], propusieron una modificación a los límites entre el flujo burbuja-disperso a flujo bache propuesto por Taitel y Dukler. En lugar de desarrollar un balance entre las fuerzas turbulentas y las fuerzas de flotación desarrollaron un balance entre las fuerzas turbulentas y las de tensión superficial. Barnea y colaboradores [4], modificaron la ecuación de transición tomando en cuenta el efecto del resbalamiento del gas, en el proceso de coalescencia y rompimiento de las burbujas, encontrándose que era aceptable también para cualquier tubería inclinada. Utilizando esta nueva ecuación para reemplazar la ecuación (31), Barnea obtuvo:

$$N_{00} = 1 - 0.058 \left[ \left( \frac{d_c}{4.4} \frac{2f_m}{d} v_m \right)^{2.75} \left( \frac{\rho_L}{\rho} \right)^{2.75} - 0.725 \right]^2 \dots (32)$$

donde  $d_c$  es el diámetro de las burbujas en la zona de transición y es más pequeño que  $d_{00}$  y  $d_{00}$ , donde:

$$d_{00} = 24 \left( \frac{0.46}{(\rho_L - \rho)g} \right)^{1/3} \dots (33)$$

y

$$d_{00} = \frac{30}{g} \left( \frac{\rho_L}{\rho_L - \rho} \right) \frac{f_m v_m^2}{\cos \theta} \dots (34)$$

Utilizando el modelo de Barnea y Brauner para un sistema en particular,  $N_{00}$  es únicamente función de  $v_m$ , como en el caso de

la correlación de Gregory y colaboradores ; sin embargo, el modelo de Barnea y Brauner es más general, debido a que incluye cierta dependencia del diámetro y de la inclinación de la tubería, así como de las propiedades de los fluidos.

La nueva forma del modelo de Barnea y Brauner se muestra con los datos de Kouba en la figura 14. Obsérvese que la correlación de Gregory y col. presentada anteriormente, representa mucho mejor los datos.

### CAIDAS DE PRESION

Aunque existen varias correlaciones que evalúan las caídas de presión para varios patrones de flujo con una aproximación bastante razonable, Kordyban [30], fue el primero en presentar un modelo que representa específicamente las caídas de presión en tuberías horizontales para flujo tipo bache ; sin embargo, este modelo negaba que las caídas de presión estuvieran asociadas con el cambio de velocidad de  $v_f$  a  $v_g$ , es decir, el cambio de velocidad de la película a la velocidad del fluido en el bache. Hubbard y Dukler [16], presentaron con éxito el primer modelo para determinar las caídas de presión a lo largo de un bache; sugirieron que :

$$\Delta P \text{ en el bache} = \Delta P \text{ aceleración} + \Delta P \text{ fricción} \dots\dots (35)$$

y también sugirieron que la caída de presión en la región burbuja-película podía ser despreciada. Desarrollando un balance de momentos en el bache, la caída de presión por aceleración está dada por :

$$(\Delta P)_{\text{aceleración}} = -\frac{\rho_L H_f}{144 g_0} (v_{gp} - v_f)(v_g - v_f) \dots\dots\dots (36)$$

Nótese que Hubbard y Dukler consideraron que no existía crecimiento del bache, por lo que  $v_{SP}$  es igual a  $v_{BP}$ . La caída de presión por fricción a través del cuerpo del bache de líquido se obtiene suponiendo condiciones homogéneas sin resbalamiento. Para este caso :

$$(\Delta P)_{\text{fricción}} = \frac{(L_B - L_m) \pi d}{1728 A_p q_o} \tau_o \dots\dots\dots (37)$$

donde :

$$\tau_o = \frac{f \rho_m v_m^2}{2} \dots\dots\dots (38)$$

y

$$\rho_m = \rho_L H_B + \rho_o (1 - H_B) \dots\dots\dots (39)$$

El factor de fricción,  $f_o$ , se obtiene de correlaciones, utilizando el Número de Reynolds para baches, definido como :

$$N_{Re} = \frac{d \rho_m v_m}{\mu_o} \dots\dots\dots (40)$$

donde :

$$\mu_o = \mu_L H_B + \mu_o (1 - H_B) \dots\dots\dots (41)$$

Hubbard y Dukler consideraron pérdidas por fricción únicamente en la longitud del bache después de la zona de mezcla. Nicholson y colaboradores [42], sugirieron que se obtenían mejores resultados si se tomaba a  $L_m$  como cero en los cálculos de caída de presión.

## CAPITULO III

### PLANTEAMIENTO DEL MODELO

Se requieren dos modelos matemáticos para describir el comportamiento de un bache: el primero, es un modelo que sea capaz de predecir los cambios que sufre el bache en su longitud conforme va recorriendo una cierta distancia. El segundo, es un modelo que prediga cuando y donde se forma un bache, además de predecir el momento en el cual la región de olas ha sido consumida por el bache, debido a que la formación de éste depende en gran medida de la longitud inicial de la región de olas. Como el primer modelo requiere de ecuaciones bastante complejas, así como de un método numérico para su solución [49], en esta sección consideraremos que la longitud del bache se mantiene constante conforme viaja a lo largo de la tubería, suposición que hicieron Hubbard y Dukier [16] al elaborar su modelo.

El crecimiento del bache se puede describir aplicando integralmente un balance de materia y de momentos en el cuerpo del mismo. Además es necesario conocer los métodos para determinar las velocidades de traslación de los frentes, tanto del bache como de la burbuja de gas, que servirán para describir el comportamiento observado por el bache durante su crecimiento. Adicionalmente, se requieren las expresiones que determinan el colgamiento y la velocidad de la película que precede a cada bache. Se presentará primero un modelo matemático que describe su formación y posteriormente el modelo que describe las características del mismo.

#### MODELO QUE DESCRIBE LA FORMACION DEL BACHE

Todas las pruebas llevadas a cabo en el campo Prudhoe Bay



para caracterizar el flujo tipo bache, se realizaron en la zona de transición entre el flujo tipo bache y el flujo estratificado-ondulado. Algunos de los experimentos se desarrollaron propiamente en un patrón de flujo tipo estratificado-ondulado [48]. Se cree que este tipo de flujo en el campo Prudhoe Bay es propio de las tuberías de diámetro grande, y, si se observa en un mapa de patrones de flujo, se observa que la zona de flujo estratificado se hace más grande, mientras que la región que ocupa el flujo bache se reduce.

Se observó que en cualquier momento, existían únicamente 3 o 4 baches a lo largo de toda la tubería de 4.5 Km de longitud y de 59 cm de diámetro. En consecuencia, la salida de uno de estos baches en el separador reduce la caída de presión total en la tubería. Sin embargo, como las presiones en el múltiple de recolección y en el separador permanecen prácticamente constantes, se requiere que los gastos de flujo en la línea se incrementen momentáneamente durante la salida de un bache en el separador. Esta perturbación en los gastos que tiene lugar en la entrada de la tubería, es suficiente para bloquearla cuando se tiene flujo tipo bache.

Considérese ahora el mapa de patrones de flujo de Taitel y Dukler mostrado en la figura 15. Conociendo la relación gas-aceite, (RGA), de los fluidos de entrada, se pueden determinar los gastos en la frontera entre los patrones de flujo tipo estratificado-ondulado y tipo bache.

La figura 16 (A-D) muestra esquemáticamente el mecanismo de formación de un bache [49]. Inicialmente se supone que existe flujo estratificado en toda la tubería horizontal, como se muestra en la figura 16 A. Después de registrarse una caída de

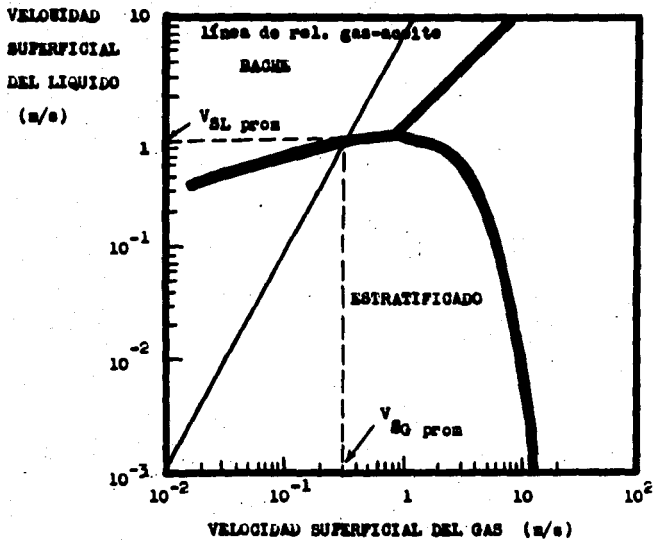


FIGURA 15 MAPA DE PATRONES DE FLUJO PARA EJEMPLIFICAR LA FORMACION DE UN BACHE.

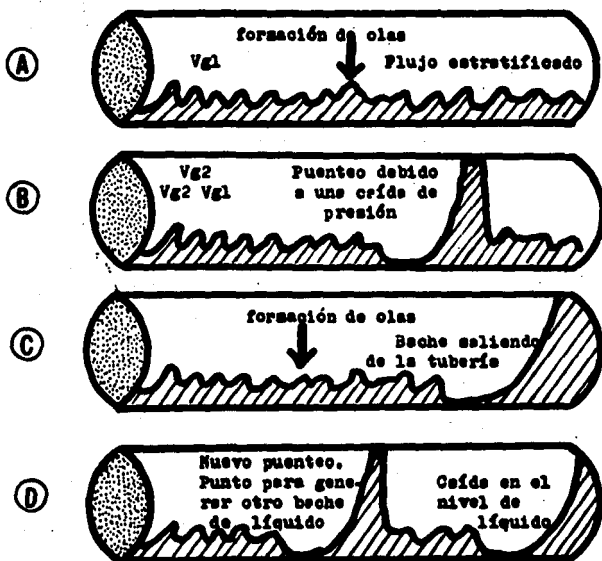


FIGURA 16

MECANISMO DE FORMACION DEL BACHE.

presión, un bache la bloquea en la parte media de la región estratificada-ondulada (hay que recordar que debido a que existe la misma probabilidad de que se forme un bache en cualquier parte de la región de olas, se toma arbitrariamente la parte media de esta región como el punto de formación de baches).

Este bache viaja a lo largo de la tubería y el modelo de crecimiento de baches se aplica para determinar las longitudes instantáneas del mismo y las caídas de presión, como se observa en la figura 16 B. Obsérvese que conforme el bache se mueve corriente abajo, la caída de presión se incrementa, causando un decremento en los gastos de entrada, manteniéndose así el flujo estratificado-ondulado a lo largo de la tubería horizontal. Conforme el bache sale de la tubería (figura 16 C), la caída de presión en la misma decrece por abajo del valor fijado, y como resultado, el bache bloquea la tubería en la parte media de la región ondulada (figura 16 D). Este procedimiento continúa hasta que se alcanza un flujo en régimen permanente con uno o más baches fluyendo dentro de la tubería.

#### CARACTERISTICAS DEL BACHE

El propósito de esta sección es describir las características del flujo tipo bache para las condiciones de régimen permanente. La figura 17 muestra el diagrama esquemático de un bache en una tubería horizontal (B). El modelo es similar al propuesto por Hubbard y Dukler [16], y está compuesto por una burbuja de gas y un bache de líquido, el cual contiene pequeñas burbujas de gas en su interior. El modelo se desarrolló tomando en cuenta las siguientes consideraciones:

- 1.- Las pequeñas burbujas de gas y el líquido en el bache viajan a la misma velocidad.
- 2.- La película de líquido no contiene

ninguna burbuja de gas.

3.- Existen cantidades despreciables de líquido en la burbuja de gas.

4.- El bache de líquido viaja a una velocidad  $v_g$ .

Para desarrollar una expresión que relacione las variables que intervienen en el fenómeno, se realizó un balance de materia para la fase líquida en la unidad-bache de longitud  $(L_b + L_g)$  como se muestra en la figura 17. La masa de líquido que fluye en la tubería durante un período de tiempo T, es la suma de la masa de líquido en el bache,  $m_{Lg}$ , y de la masa en la película de líquido,  $m_{Ll}$ . Sin embargo, conforme el bache fluye en la tubería con una velocidad  $v_g$ , la burbuja de gas que sigue al bache, arrastra una cierta cantidad de líquido,  $m_{Lb}$ , por lo que ésta no fluirá junto con el bache. De esta manera puede realizarse un balance de materia como se muestra :

$$m_{Ll} = m_{Lg} + m_{Ll} - m_{Lb} \quad \dots\dots\dots(42)$$

donde :

$$m_{Ll} = v_{gl} T A \rho_L \quad \dots\dots\dots(43)$$

$$m_{Lg} = v_{gp} T_g A H_{Lg} \rho_L \quad \dots\dots\dots(44)$$

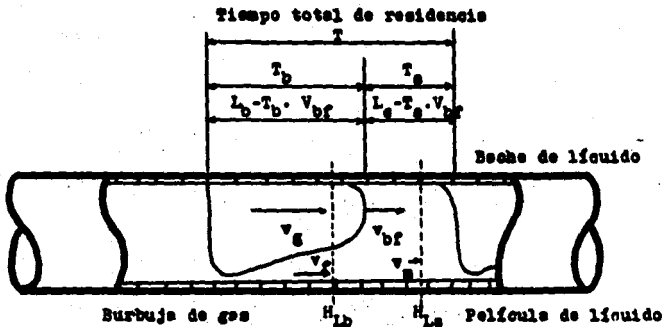
$$m_{Lb} = v_{gp} T_b A H_{Lb} \rho_L \quad \dots\dots\dots(45)$$

y

$$m_{Lb} = (v_{gp} - v_g) T A H_{Lb} \rho_L \quad \dots\dots\dots(46)$$

Substituyendo las ecuaciones (43), (44), (45) y (46) en la ecuación (42) y despejando a  $v_{gl}$ , tenemos :

$$v_{gl} = v_{gp} \frac{T_g}{T} H_{Lg} + v_{gp} \frac{T_b}{T} H_{Lb} - (v_{gp} - v_g) H_{Lb} \quad \dots\dots\dots(47)$$



**T** - Período

$T_s$  - Tiempo de residencia del bache de líquido

$T_b$  - Tiempo de residencia de la burbuja de gas

$L_s$  - Longitud del bache de líquido

$L_b$  - Longitud de la burbuja de gas

$v_g$  - Velocidad del gas

$v_f$  - Velocidad de la película de líquido

$v_{bf}$  - Velocidad del frente de la burbuja de gas

$v_m$  - Velocidad de la mezcla

$H_{Ls}$  - Colgamiento del líquido en el bache

$H_{Lb}$  - Colgamiento del líquido en la burbuja

**FIGURA 17** ESQUEMA IDEALIZADO DE UN BACHE PROPUESTO POR BRILL Y COLABORADORES.

Un desarrollo similar llevado a cabo sobre la fase gaseosa, nos proporciona las siguientes expresiones :

$$a_{gt} = a_{gb} + a_{go} - a_{g0} \quad \dots\dots\dots (48)$$

donde :

$$a_{gt} = v_{gt} T A \rho_g \quad \dots\dots\dots (49)$$

$$a_{gb} = v_{gf} T_b A (1 - H_{Lb}) \rho_g \quad \dots\dots\dots (50)$$

$$a_{go} = v_{gf} T_g A (1 - H_{Lg}) \rho_g \quad \dots\dots\dots (51)$$

y

$$a_{g0} = (v_{gf} - v_g) T A (1 - H_{Lg}) \rho_g \quad \dots\dots\dots (52)$$

Substituyendo las ecuaciones (49), (50), (51), (52) en la ecuación (48) y despejando  $v_{gt}$ , tenemos :

$$v_{gt} = v_{gf} \frac{T_b}{T} (1 - H_{Lb}) + v_{gf} \frac{T_g}{T} (1 - H_{Lg}) - (v_{gf} - v_g) (1 - H_{Lg}) \quad \dots\dots\dots (53)$$

despejando  $T_b$  de la ecuación (53) :

$$T_b = T C - H H T_g \quad \dots\dots\dots (54)$$

donde :

$$H H = \frac{1 - H_{Lg}}{1 - H_{Lb}} \quad C = \frac{v_{gf} + (v_{gf} - v_g) (1 - H_{Lg})}{v_{gf} (1 - H_{Lb})} \quad \dots\dots\dots (55)$$

Considerando un sistema de ejes coordenados que viaja en la tubería a la velocidad del frente de la burbuja de gas,  $v_{gf}$ , y realizando algunas consideraciones de continuidad sobre la fase gaseosa en el bache de líquido y en la burbuja de gas se tiene :

$$(v_{SP} - v_g) A (1 - H_{LG}) \rho_g = (v_{SP} - v_f) A (1 - H_{Lb}) \rho_g \quad (56)$$

despejando  $v_g$ , queda :

$$v_g = v_{SP} - (v_{SP} - v_f) \frac{1 - H_{LG}}{1 - H_{Lb}} \quad \dots\dots\dots (57)$$

Desarrollando las mismas consideraciones para la fase líquida, tenemos la siguiente ecuación :

$$(v_{SP} - v_g) A H_{LG} \rho_L = (v_{SP} - v_f) A H_{Lb} \rho_L \quad \dots\dots (58)$$

despejando la velocidad de la película :

$$v_f = (v_g - v_{SP}) \frac{H_{LG}}{H_{Lb}} + v_{SP} \quad \dots\dots\dots (59)$$

El colgamiento del líquido puede ser expresado en términos de los colgamientos y de los tiempos de residencia, tanto del bache como de la burbuja, de la siguiente manera :

$$H_L T = H_{LG} T_g + H_{Lb} T_b \quad \dots\dots\dots (60)$$

Combinando las ecuaciones (47) y (60) y despejando  $v_{SP}$ , tenemos :

$$v_{SP} = \frac{v_g T_b + v_f H_{LG}}{H_L - H_{LG}} \quad \dots\dots\dots (61)$$

Las variables  $v_g$ ,  $v_f$ , y  $v_{SP}$  están definidas exclusivamente mediante las ecuaciones (57), (59) y (61). Combinando las ecuaciones (47) y (60), tenemos la ecuación (61), la cual no contiene los términos  $T_b$  o  $T_g$ , que son los tiempos de residencia de la burbuja de gas y del bache de líquido, respectivamente. El tiempo necesario para que un bache completo,



formado por la burbuja de gas y un bache de líquido pase a través de una sección transversal de tubería dada, es llamado Tiempo de Residencia del bache. Es la suma del tiempo de residencia de la burbuja,  $T_b$ , y del tiempo de residencia del bache,  $T_g$ . La longitud del bache de líquido está dada a través del tiempo de residencia  $T_g$  mediante la siguiente ecuación :

$$L_g = v_{SP} T_g \quad \dots\dots\dots(62)$$

Las ecuaciones (53), (57), (59), (61) y (62) deben ser resueltas para obtener los valores de  $v_f$ ,  $v_g$ ,  $v_{SP}$ ,  $T_g$ , y  $T_b$ . Pero para poder resolver estas ecuaciones es necesario tener algunas correlaciones que nos den los valores de  $H_L$ ,  $H_{Lb}$  y  $H_{Lb}$ .

**COLGAMIENTOS**

A partir de pruebas experimentales llevadas a cabo en tuberías de 1.5 y 2 pulgadas de diámetro, en las cuales se utilizaron aire y kerosena como fluidos de prueba, se obtuvieron las correlaciones que determinan los colgamientos, (8). Los datos registrados incluyen 100 pruebas para determinar  $H_L$  y aproximadamente 50 pruebas para  $H_{Lb}$  y  $H_{Lb}$ .

Las siguientes correlaciones empíricas fueron desarrolladas utilizando  $v_{se}$  y  $v_{so}$  como variables independientes :

$$H_L = 1.0 - 0.01 \text{ EXP } [ a + b \ln v_{se} + c (\ln v_{so})^2 ] \quad \dots\dots(63)$$

donde :

Para  $H_{Lb}$  :

$$a = 4.47108 - 0.13491 v_{se}$$

$$b = - 0.05831 + 0.08070 v_{se}$$

$$c = 0.02124 - 0.01169 v_{se}$$

Para  $H_{LB}$  :

$$\begin{aligned} a &= -0.52728 + 0.43839 v_{SL} \\ b &= 2.01451 - 0.17878 v_{SL} \\ c &= -0.20271 + 0.01819 v_{SL} \end{aligned}$$

Para  $H_L$  :

$$\begin{aligned} a &= 4.27143 - 0.26173 v_{SL} \\ b &= 0.06495 + 0.12992 v_{SL} \\ c &= 0.00406 - 0.01826 v_{SL} \end{aligned}$$

Un trabajo reciente desarrollado por Gregory y colaboradores (25), muestra la siguiente correlación para encontrar  $H_{LB}$  :

$$H_{LB} = \frac{1}{1 + \left[ \frac{v_{SL}}{28.41} \right]^{1.99}} \dots \dots \dots (64)$$

**VOLUMEN DE LIQUIDO EN EL BACHE**

Durante la formación de un bache de liquido en la tubería horizontal, el bache y la película de liquido son arrastrados continuamente debido al movimiento de la burbuja de gas . El volumen total de liquido producido de una unidad-bache está dado por :

$$V_{LP} = v_{SL} T A \dots \dots \dots (65)$$

La distribución de esta cantidad de liquido no es uniforme a lo largo de la tubería, ya que parte de ésta proviene del bache y parte de la película de liquido que se encuentra bajo la burbuja de gas. La cantidad de liquido producido a partir del bache durante el tiempo t, está definido mediante :

$$V_{LBP} = v_{SL} T A H_{LB} \dots \dots \dots (66)$$

La cantidad de líquido producido a partir de la película durante el tiempo  $T_b$ , es la diferencia entre  $V_{LP}$  y  $V_{LSP}$  :

$$V_{LFP} = v_f T_b A H_{Lb} \dots\dots\dots(67)$$

El volumen de líquido en el bache, está dado por :

$$V_{LS} = v_{SP} T_b A H_{LS} \dots\dots\dots(68)$$

La diferencia entre  $V_{LS}$  y  $V_{LSP}$ , no será producida junto con el bache. El volumen total de líquido contenido en una unidad-bache (bache de líquido y burbuja de gas), mostrado en la figura 17, estará dado por :

$$V_{LT} = v_{SP} T_b A H_{Lb} + v_{SP} T_b A H_{LS} \dots\dots\dots(69)$$

Este volumen es mayor que  $V_{LP}$  debido al fenómeno de arrastre.

### FRECUENCIA DE LOS BACHES

La frecuencia indica cuantos baches pasan por un punto determinado en la unidad de tiempo. Se representa por una  $\nu$ . Gregory y Scott [24], propusieron la siguiente correlación, con base en experimentos realizados en una tubería horizontal de 0.75 cm de diámetro, utilizando un sistema agua-aire :

$$\nu = 0.0226 \left[ \frac{v_{SL}}{g d} \left( \frac{19.79}{v_{SP}} + v_{SP} \right) \right]^{1.8} \dots\dots(70)$$

donde todas las unidades están en metros y segundos.

Schmidt [47], observó en su modelo que, para un gasto dado, la frecuencia era la misma, tanto para tubería horizontal como para la vertical, estableciendo la expresión :

$$v = \frac{v_g}{L_g} \dots\dots\dots(71)$$

**LONGITUD DEL BACHE DE LIQUIDO**

Para calcular la longitud del bache de liquido, Schmidt [47] propuso inicialmente la siguiente expresion :

$$L_g = 0.0244 v_{SP}^{14.48} v_g^{-18.75} \dots\dots\dots(72)$$

Posteriormente, al estudiar un flujo aire-kerosena, encontro que la relacion que mejor define este parametro es :

$$L_g = T_g v_{SP} \dots\dots\dots(73)$$

Machado [38], analizo los datos obtenidos por Schmidt y determino que la longitud del bache de liquido se puede expresar como :

$$L_g = v_g T_g = v_g (T_g - T_g) \dots\dots\dots(74)$$

donde :

$$T_g = \frac{v_{SP} T_g (v_g - v_f^2)}{v_g (v_g - v_f^2)} \quad \text{y} \quad v_f^2 = \frac{0.3 v_{SP}}{H_L}$$

Brill y colaboradores [8], obtuvieron para tuberias horizontales de diametro, grande una expresion promedio :

$$L_g = \text{EXP} (-2.663 + 5.441 (\ln d)^{0.8} + 0.059 \ln v_g) \dots\dots(75)$$

**LONGITUD DE LA BURBUJA DE GAS**

Para encontrar la longitud de la burbuja de gas, Schmidt [47], utilizo en su primer modelo la expresion :

$$L_b = \frac{v_{MH}}{v_{SL}} L_g \quad \dots\dots\dots(76)$$

Posteriormente, al estudiar el flujo del sistema aire-kerosena, obtuvo :

$$L_b = T_b v_{SP} \quad \dots\dots\dots(77)$$

Wilson F. Giozza [21], utilizó las expresiones desarrolladas por Brill y colaboradores para obtener la longitud de la burbuja :

$$L_b = L_g \frac{C - MH}{1 - C} \quad \dots\dots\dots(78)$$

donde C está definida mediante la ecuación (53), y MH está dado por :

$$MH = \frac{1 - H_{LS}}{1 - H_{Lb}} \quad \dots\dots\dots(79)$$

**CALDAE DE PRESION**

La ecuación que expresa el gradiente de presión total en una tubería, puede escribirse de la siguiente forma :

donde :  $\left[ \frac{\Delta p}{\Delta L} \right]_T = \left[ \frac{\Delta p}{\Delta L} \right]_e + \left[ \frac{\Delta p}{\Delta L} \right]_{ac} + \left[ \frac{\Delta p}{\Delta L} \right]_f \quad \dots\dots(80)$

- $\left[ \frac{\Delta p}{\Delta L} \right]_T$  : es el gradiente de presión total.
- $\left[ \frac{\Delta p}{\Delta L} \right]_e$  : es el gradiente de presión por elevación.
- $\left[ \frac{\Delta p}{\Delta L} \right]_{ac}$  : es el gradiente de presión por aceleración.
- $\left[ \frac{\Delta p}{\Delta L} \right]_f$  : es el gradiente de presión por fricción.

Sin embargo, en una tubería horizontal el gradiente de presión debido al cambio de elevación es igual a cero, por lo que la ecuación anterior se reduce a :

$$\left[ \frac{-\Delta p}{\Delta L} \right]_T = \left[ \frac{-\Delta p}{\Delta L} \right]_f + \left[ \frac{-\Delta p}{\Delta L} \right]_{sc} \dots\dots\dots (81)$$

Generalmente se considera flujo isotérmico en el cálculo de las caídas de presión en tuberías horizontales, por lo cual las propiedades de los fluidos dependen exclusivamente de la presión. En este caso, la predicción consiste en suponer una caída de presión,  $\Delta p$ , y aplicar la ecuación (81) para determinar el incremento de longitud,  $\Delta L$ , correspondiente a la  $\Delta p$  supuesta, repitiéndose el procedimiento hasta alcanzar la longitud total. La exactitud aumenta cuanto más pequeño sea el  $\Delta p$  supuesto; aunque es necesario mayor tiempo para realizar los cálculos. Por esta razón debe considerarse que el incremento de presión debe ser pequeño a presiones bajas, en las que la velocidad varía más rápidamente con la presión, no así a presiones altas en las que la variación es menor. Una buena regla es usar incrementos de presión iguales o menores al 10 % del valor de la presión media. Cuando no se considera flujo isotérmico, el cálculo del gradiente de presión implica un proceso iterativo, ya que la temperatura es función de la distancia. Entonces, además de suponer una  $\Delta p$ , se tiene que suponer una  $\Delta L$  para determinar la temperatura media de flujo.

#### CAIDAS DE PRESION METODOS PARA SU EVALUACION

Existen diversos métodos para evaluar las caídas de presión, entre los cuales se encuentran :

- Correlación de Bertuzzi, Tek y Postman
- Correlación de Eaton, Andrews, Knowles y Brown

- Correlación de Beggs y Brill
- Método de Dukler

En el presente trabajo se usarán los dos últimos métodos, en vista de que los investigadores de flujo bache coinciden en que, por sus características, representan más fielmente el fenómeno.

### CORRELACION DE BEGGS Y BRILL

La correlación de Beggs y Brill [9], fué desarrollada a partir de datos de flujo obtenidos en tuberías de acrílico de 1 y 1 1/2 pulgadas de diámetro y de 90 pies de longitud. Las tuberías se podían inclinar a cualquier ángulo. Los fluidos utilizados fueron aire y agua. Sus características principales son :

- a) Considera los diferentes patrones de flujo.
- b) Considera las caídas de presión por aceleración.
- c) Su mapa de patrones de flujo está en función del colgamiento sin resbalamiento y del Número de Froude.

La siguiente expresión se emplea para calcular el gradiente de presión :

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} = 43.539 \left[ \frac{f_{no} W_m^2}{\rho_{no} d^5} \right] + 7.2537 \left[ \frac{\rho_m W_m^2}{\rho_{no} \rho_g d^4} \right] \frac{A_g}{\Delta L} \dots (82)$$

Si se definen las pérdidas de presión por aceleración como :

$$E_x = 7.2537 \frac{\rho_m W_m^2}{\rho_{no} \rho_g d^4} \dots (83)$$

la ecuación (82) se transforma a :

$$\frac{\Delta p}{\Delta L} = 43.539 \frac{f_{12} N_{Re}^2}{\rho_{m0} d^5 (1 - \epsilon_L)} \dots\dots\dots (84)$$

El factor de fricción se calcula de :

$$f_{12} = \left( \frac{f_{12}}{f_n} \right) f_n \dots\dots\dots (85)$$

Donde  $f_n$  es el factor de fricción del Diagrama de Moody para tuberías lisas. Beggs propone la siguiente expresión para su obtención :

$$f_n = \left[ 2 \log \left( \frac{N_{Re}}{4.5223 \log N_{Re} - 3.8215} \right) \right]^{-2} \dots\dots\dots (86)$$

en donde :

$$N_{Re} = \frac{124 d v \rho_{m0}}{\mu_{m0}} \dots\dots\dots (87)$$

y

$$\mu_{m0} = \mu_L \lambda_L + \mu_g (1 - \lambda_L) \dots\dots\dots (88)$$

El factor de fricción normalizado para dos fases ( $f_{12}/f_n$ ) se encontró ser función del colgamiento de líquido,  $\lambda_L$  y de  $\lambda_L$ , y se puede calcular de :

$$s = \frac{f_{12}}{f_n} \dots\dots\dots (89)$$

donde :

$$s = \frac{\ln y}{-0.0523 + 3.182 \ln y - 0.8725 (\ln y)^2 + 0.01853 (\ln y)^4}$$



Y

$$y = \frac{\lambda_L}{H_L^3}$$

### **METODO MODIFICADO DE DUKLIER**

La correlación de Duklier es recomendada en el manual de diseño publicado conjuntamente por el AGA y el API en 1970 y está basada en los experimentos realizados por A. E. Duklier en mayo de 1969. Esta correlación no considera los patrones de flujo para el cálculo de las caídas de presión, por lo que puede ser aplicada indistintamente para cualquier tipo de flujo. Mediante un análisis de similitud, se obtuvo la siguiente expresión para calcular el gradiente de presión :

$$\left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right) = \frac{f_{tp} \rho_L v_m^3}{288 g_o d} + \frac{1}{144 g_o \Delta L} \Delta \left[ \frac{\rho_m v_m^3}{1-H_L} + \frac{\rho_L v_m^3}{H_L} \right] \dots (90)$$

FRICCION

ACELERACION

En unidades de campo esta ecuación se reduce a :

$$\left( \frac{\Delta p}{\Delta L} \right) = 0.0001079 f_{tp} \frac{\rho_L v_m^3}{2 g_o d} + \frac{1}{4633 \Delta L} \Delta \left[ \frac{\rho_m v_m^3}{1-H_L} + \frac{\rho_L v_m^3}{H_L} \right] \dots (91)$$

donde :

$$\rho_h = \frac{\rho_L \lambda_L^3}{H_L} + \frac{\rho_m \lambda_m^3}{H_g} \dots (92)$$

El factor de fricción,  $f_{tp}$ , se define como :

$$f_{lp} = \left[ \frac{f_{lp}}{f_n} \right] f_n$$

donde :

$$f_n = 0.0054 + 0.5 N_{Bo}^{-0.82} \dots\dots\dots (93)$$

y

$$N_{Bo} = \frac{\rho_L v_m^2 d}{\mu_n}$$

$$\mu_n = \mu_L \lambda_L + \mu_g \lambda_g$$

En el método de Dukler el factor de fricción normalizado para dos fases está en función del colgamiento sin resbalamiento ( $\lambda$ ), por lo que para su obtención es necesario consultar una gráfica, lo cual implica una gran pérdida de tiempo al estar realizando los cálculos. Para evitar este problema introducimos la siguiente ecuación :

$$\frac{f_{lp}}{f_n} = 1 + \frac{y^2}{1.281 - 0.478 y^2 + 0.444 y^4 - 0.094 y^6 + 0.00843 y^8} \dots\dots\dots (94)$$

donde :

$$y^2 = - \ln (\lambda_L)$$

Si definimos :

$$E_n = \frac{1}{4633} \Delta \left[ \frac{\rho_g v_m^2}{1 - H_L} + \frac{\rho_L v_m^2}{H_L} \right] \dots\dots\dots (95)$$

entonces la ecuación (90) se reduce a :

$$\left( \frac{-\Delta p}{\Delta L} \right) = \frac{0.0001079}{d} \frac{f_{lp} \rho_L v_m^2}{(1 - E_n)} \dots\dots\dots (96)$$

Asimismo, es importante mencionar que esta correlación en su forma original, involucra un método iterativo para obtener el colgamiento  $H_L$ . Este método consiste en suponer un valor de  $H_L$ , con este calcular  $N_{BE}$  y  $\rho_K$ , y con estos valores obtener  $H_{LG}$  de una gráfica. De ser  $|H_{LG} - H_L|$  menor que una tolerancia,  $H_{LG}$  será el valor de colgamiento a utilizar. Como este procedimiento implica que el usuario esté leyendo los valores de  $H_{LG}$  de la gráfica para luego introducirlos a la computadora, se hace demasiado impráctico, por lo que en esta correlación utilizaremos el método de Brill y colaboradores para calcular el colgamiento  $H_L$ .

#### METODO DE S. L. SCOTT

En el capítulo I se mencionó que S. L. Scott [49], propone dos formas de crecimiento del bache, a las cuales llamó "desarrollo del bache" y "crecimiento a distancia". Para que este capítulo no quede inconcluso, se mencionará, a manera de comentario, lo que hizo este investigador para modelar estos dos tipos de crecimiento.

#### DESARROLLO DEL BACHE

El "desarrollo del bache" es dominado por el arrastre que efectúan los baches sobre la zona de olas, y la formación de éstos depende de factores tan importantes como lo es la longitud inicial de la zona de olas. El método de Scott, relaciona fuertemente a los mecanismos que originan la formación del bache y las expresiones de crecimiento desarrolladas. El modelo de "desarrollo del bache" es, en esencia, la mezcla de los métodos de Euler y Lagrange. Los balances de Euler son utilizados para obtener información acerca de las velocidades de los baches en un momento dado, misma que es usada para propagar

el bache una distancia  $\Delta x$  en el paso donde se utiliza Lagrange.

B. L. Scott desarrolló su modelo a partir de un proceso de discretización en espacio y tiempo a lo largo de la tubería horizontal, por lo que para obtener la longitud del bache hizo una integración entre las locaciones  $n$  y  $n + 1$  :

$$\int_n^{n+1} dL_B = \int_n^{n+1} \left( -\frac{v_{SP} - v_{BP}}{v_{SP}} \right) dx$$

obteniéndose :

$$L_B^{n+1} = L_B^n + \Delta x \left[ -\frac{v_{SP} - v_{BP}}{v_{SP}} \right]$$

donde se considera a  $v_{SP}$  y  $v_{BP}$  constantes.

En la figura 18 se muestra el diagrama de flujo que ilustra el modelo para el " desarrollo del bache " propuesto por Scott [49]. El modelo no pierde de vista las longitudes individuales de cada bache y las posiciones de los frentes del mismo y de la zona de olas. Para cada incremento en la distancia  $\Delta x$ , los baches se propagan a lo largo de la tubería horizontal, y después el criterio de la formación de los baches es aplicado para determinar si un nuevo bache se forma, es decir, si la pérdida de presión en la tubería ha caído por debajo del valor fijado.

Una vez que la zona de olas que precede a cada bache ha sido consumida el " desarrollo del bache " termina.

La figura 19 muestra la gráfica de la formación del bache, en donde se observa una relación típica entre la caída de presión fijada y la longitud del bache resultante. Un parámetro importante en esta relación es el punto donde ocurre el bloqueo de la tubería por el bache de líquido. Scott y colaboradores

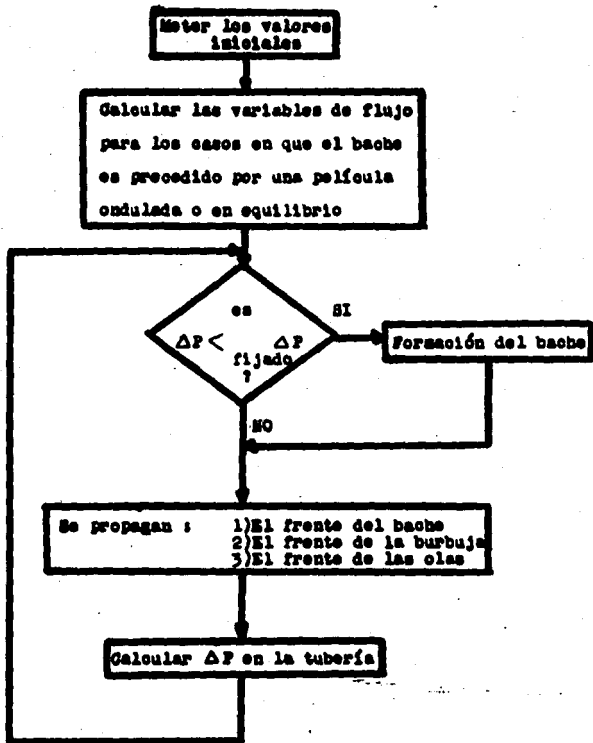


FIGURA 18 DIAGRAMA DE FLUJO DEL MODELO PARA EL DESARROLLO DE CRECIMIENTO DEL BACHE.

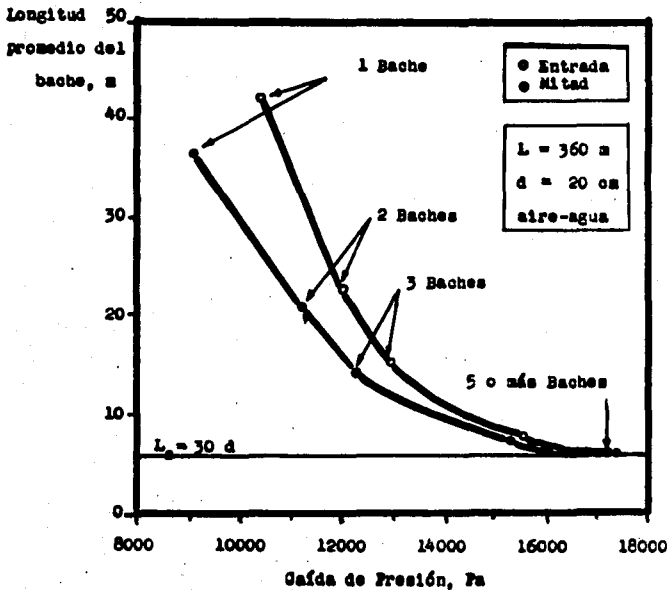


FIGURA 19 RESULTADOS QUE EJEMPLIFICAN LOS MECANISMOS DE FORMACION DE UN BACHE.

[49] utilizaron el punto medio de la región de olas como el lugar donde ocurre el puenteo, debido a que existe la misma probabilidad de que esto ocurra en cualquier parte de ésta región; sin embargo, de datos recientes tomados en la Asociación Británica de Investigación Hidromecánica, ( BHRA por sus siglas en inglés ) [18, 22], indican que el bloqueo ocurre a la entrada de la tubería, sobre todo en aquellas tuberías ligeramente afectadas por la topografía del terreno. Los datos tomados en la Bahía Prudhoe corroboran ésta tendencia. De ésta manera, la geometría real de la tubería marca la pauta en la selección del método que describa el bloqueo debido al bache.

Como se muestra en la figura 19, existe una caída de presión mínima por debajo de la cual no se forma el flujo tipo bache (en la figura éste punto corresponde al punto donde se tiene únicamente un solo bache). Conforme el gasto se va acercando a la región de flujo tipo bache, la caída de presión se incrementa y las longitudes del bache se mueven hacia abajo de la curva. Ya a cierta distancia dentro de la región de flujo bache, la longitud del bache se aproxima a la mínima longitud estable, equivalente a treinta veces el diámetro de la tubería.

#### CRECIMIENTO DEL BACHE A DISTANCIA

El " crecimiento del bache a distancia " es el resultado de dos mecanismos : la coalescencia del bache y la expansión del gas. El crecimiento del bache, resultado de la expansión del gas que se produce debido a la disminución de presión , fué descrito en el modelo propuesto recientemente por Taitel [57]. Este propone que debido a la expansión del gas la velocidad de la mezcla del bache precedente es mayor que aquella que posee el siguiente bache. Como resultado, el bache precedente esparrama más líquido que el bache siguiente; por lo tanto, éste forma una

cavidad delante de él, quitando el líquido esparcido por el bache precedente, creciendo de ésta manera el siguiente. Para este modelo se supuso que el gas se comportaba en forma ideal, que no se efectuaba ninguna transferencia de masa entre las fases y que la fase líquida era incompresible. Estas suposiciones son buenas cuando en la tubería fluyen agua y aire, pero cuando se tienen tuberías muy largas conteniendo hidrocarburos líquidos y gaseosos, estas suposiciones nos pueden conducir a un grave error, es por ello que Scott proporciona una versión modificada del modelo propuesto por Taitel.

El " crecimiento del bache a distancia ", debido a la transferencia de masa y a la expansión del gas, puede modelarse utilizando un balance de materia. Refiriéndose a la figura 20 y tomando en cuenta que la cantidad de materia desplazada del frente del bache  $n$ , es igual a la cantidad de materia esparcida por el bache  $(n + 1)$ , la ecuación de balance nos queda de la siguiente forma :

$$\frac{d}{dt} \left[ \rho_L H_g L_g \right]_n = \rho_L H_g (v_{sp} - v_g) \Big|_{n+1} - \rho_L H_g (v_{sp} - v_g) \Big|_n$$

esta expresión se reacomoda y se integra para obtener la longitud del bache en función de la distancia  $n$ . La integral anterior no puede ser evaluada directamente debido a que la función está en forma implícita, es decir, depende de los valores del bache  $(n + 1)$ . Sin embargo, la función puede evaluarse con la información del bache  $n$ , método que se conoce con el nombre de Método de Euler [11]. En esencia, las condiciones en la posición  $n$ , son utilizadas para determinar la longitud del bache en la posición  $(n + 1)$ .

El modelo del " crecimiento del bache a distancia " propuesto por Scott, incluye varias suposiciones adicionales al



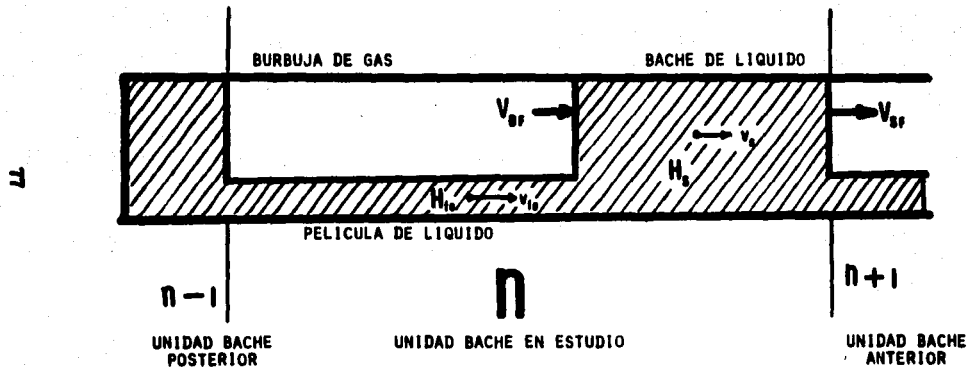
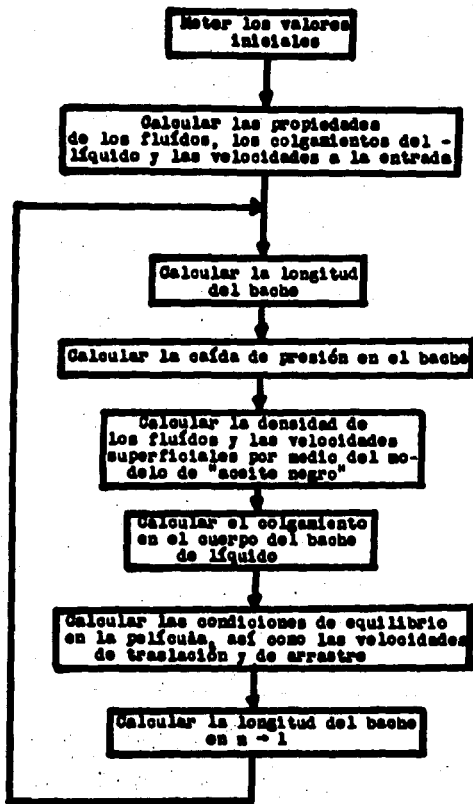


FIG. 20 DISCRETIZACION PARA EL CRECIMIENTO DEL BACHE A DISTANCIA, PROPUESTO POR S. L. SCOTT.



**FIGURA 21** DIAGRAMA DE FLUJO DEL MODELO DE CRECIMIENTO DEL BACHE A DISTANCIA.

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

modelo original de Taitel. Este modelo incluye :

- 1) Efectos de transferencia de materia, compresibilidad del líquido y comportamiento para gases reales.
- 2) Permite al colgamiento del líquido en el cuerpo del bache variar conforme va recorriendo una distancia.
- 3) Introduce una expresión mejorada para calcular las caídas de presión en el cuerpo del bache de líquido.
- 4) Introduce una expresión mejorada para describir el comportamiento de la película de líquido en equilibrio.
- 5) Considera una velocidad de arrastre de la burbuja diferente de cero.

La figura 21 muestra el diagrama de flujo del modelo del " crecimiento del bache a distancia " propuesto por S. L. Scott.

## CAPITULO IV

### APLICACION DEL MODELO

La siguiente sección describe el procedimiento para calcular las caídas de presión a lo largo de una tubería horizontal cuando se tiene flujo tipo bache, además se muestra un ejemplo de aplicación, mismo que será resuelto a través de un programa de cómputo para agilizar los cálculos y reducir la probabilidad de errores inherentes al factor humano.

#### REQUERIMIENTOS DEL MODELO

##### I) Datos

Los datos necesarios para poder hacer uso del modelo son los siguientes :

- § Gasto de aceite,  $q_o$ .
- § Gasto de agua,  $q_w$ , o bien la Relación agua-aceite, WOR.
- § Relación gas-aceite, R.
- § Densidad relativa del aceite,  $\gamma_o$ , o bien su Densidad API.
- § Densidad relativa del gas,  $\gamma_g$ .
- § Temperatura media de flujo,  $T$ .
- § Presión de Entrada o Salida,  $P_A$ .
- § Longitud total de la tubería,  $L_{tot}$ .
- § Diámetro interno de la tubería,  $d$ .

##### II) Propiedades de los fluidos

Las propiedades de los fluidos se calculan en base al tipo de aceite del que se trate, por ejemplo, si se trata de un aceite negro, se utiliza el método de Standing para calcular el

factor de volumen,  $B_o$ , o bien, si se trata de un aceite volátil se utiliza la correlación de Distain ; todo depende de las características del aceite y del gas. Se calculan en esta sección las siguientes propiedades :

- § Factor de volumen del aceite,  $B_o$ .
- § Factor de volumen del gas,  $B_g$ .
- § Relación de solubilidad,  $R_s$ .
- § Densidad del aceite,  $\rho_o$ .
- § Viscosidad del aceite,  $\mu_o$ .
- § Tensión superficial del aceite,  $\sigma_o$ .
- § Densidades relativas del gas disuelto y libre,  $\gamma_{gd}$  y  $\gamma_{gl}$ .
- § Densidad del gas,  $\rho_g$ .
- § Factor de compresibilidad del gas,  $z$ .
- § Viscosidad del agua,  $\mu_w$ .
- § Tensión superficial del agua,  $\sigma_w$ .
- § Factor de volumen del agua,  $B_w$ .

Además de las propiedades mencionadas, se calculan las siguientes :

- § Colgamiento sin resbalamiento,  $\lambda$ .
- § Velocidades superficiales del líquido y del gas,  $v_{sl}$  y  $v_{sg}$ .
- § Densidad de la mezcla de fluidos,  $\rho_m$ .
- § Densidad de la fase líquida,  $\rho_L$ .
- § Masa de la mezcla,  $M$ .
- § Volumen de la mezcla,  $v_m$ .
- § Gasto másico de cada fase,  $w_o$ ,  $w_g$  y  $w_w$ .
- § Densidad sin resbalamiento,  $\rho_{no}$ .
- § Viscosidad de la mezcla,  $\mu_m$ .
- § Viscosidad sin resbalamiento,  $\mu_{no}$ .
- § Viscosidad de la fase líquida,  $\mu_L$ .
- § Tensión superficial de la fase líquida,  $\sigma_L$ .
- § Entre otras.

### III) Patrones de flujo

De los patrones de flujo descritos en el capítulo I se utilizarán únicamente dos : El mapa de patrones de flujo de Beggs y Brill [9], cuando se seleccione su método para calcular las caídas de presión en la tubería, y el mapa de patrones de flujo de Govier y Omer [23], cuando se decida utilizar el método de Dukler. Estos fueron seleccionados porque en la evaluación que han hecho otros investigadores, con datos experimentales obtenidos de modelos físicos, los han aceptado como confiables para predecir los regímenes de flujo que se presentan en las tuberías (Vohra et al ).

### IV) Características del flujo

Estas se describieron en el capítulo III . Se utilizarán principalmente las ecuaciones dadas por Brill y colaboradores [8], para obtener estas características.

### V) Caídas de presión

Aún cuando los datos que tengamos caigan dentro de un rango que nos haga seleccionar un método para calcular las caídas de presión, siempre es conveniente probar primero cuál es el que mejor reproduce el comportamiento real del sistema. Para este estudio, y con fines de aplicación general, se seleccionaron los métodos de Dukler y de Beggs y Brill descritos anteriormente, los cuales son aplicables al tipo de hidrocarburos seleccionados para ejemplificar los modelos. También servirán para comparar los resultados cuando se toma en cuenta el patrón de flujo ( Beggs y Brill ) y cuando no se hace tal consideración ( Dukler ).

**PROCEDIMIENTO PARA EVALUAR LAS CAIDAS DE PRESION  
EN UNA LINEA HORIZONTAL**

A continuación se presenta el procedimiento de cálculo para el caso de flujo isotérmico. Los pasos intermedios dependen del método que se está aplicando para conocer el perfil de presión :

1.- Se inicia con una presión  $p_1$  a la entrada ( o a la salida, si se desea ir en sentido contrario al flujo ) de la tubería. A este punto le corresponde una longitud igual a cero,  $L=0$  .

2.- Se supone una caída de presión  $\Delta p$  y se calcula la presión media  $\bar{p}$  y la presión  $p_2$  .

$$\bar{p} = p_1 - \Delta p/2 \qquad p_2 = p_1 - \Delta p$$

3.- Se determinan las propiedades de los fluidos a las condiciones medias de escurrimiento.

4.- Se calculan las velocidades superficiales de las fases y los gastos másicos de los fluidos. Calcular también el colgamiento sin resbalamiento.

A partir de éste paso depende de que método se seleccione para determinar las caídas de presión :

**Método de Beggs y Brill**

5.- Se calcula el colgamiento de líquido con la ecuación (63) y la densidad de la mezcla,  $\rho_m$ .

6.- Se determina el valor de las pérdidas de presión por aceleración,  $E_M$ , con la ecuación (83). Este término será igual a

cero si estas pérdidas son despreciables.

7.- Con las ecuaciones (85) a (89) se determina el factor de fricción.

8.- Se obtiene el gradiente de presión total mediante la aplicación de la ecuación (84).

#### Método Modificado de Dutler

5.- Se calcula el colgamiento del líquido con la ecuación (63) y la densidad de la mezcla,  $\rho_m$ .

6.- Con la ecuación (93) se determina el factor de fricción.

7.- Se calcula el término de pérdidas de presión por aceleración,  $E_M$ , con la ecuación (95). Si este término es muy pequeño se hace  $E_M = 0$ .

8.- Se obtiene el gradiente de presión total mediante la ecuación (96) y se divide la  $\Delta p$  supuesta entre el gradiente para obtener la  $\Delta L$  correspondiente.

A continuación se presenta el paso 9, que se aplica indistintamente para ambos métodos :

9.- Se reemplaza  $L$  por  $(L + \Delta L)$  ; si este valor es menor que la longitud total, se hace  $p_a = p_b$  y se regresa al paso 2. Si  $L$  es igual o mayor que la longitud total, se termina el cálculo, obteniéndose la presión final por interpolación si es necesario.

A continuación se presenta el diagrama de bloques del programa de cómputo ( figura 22 ), que calcula las caídas de



presión en tuberías horizontales mediante los procedimientos anteriormente descritos.

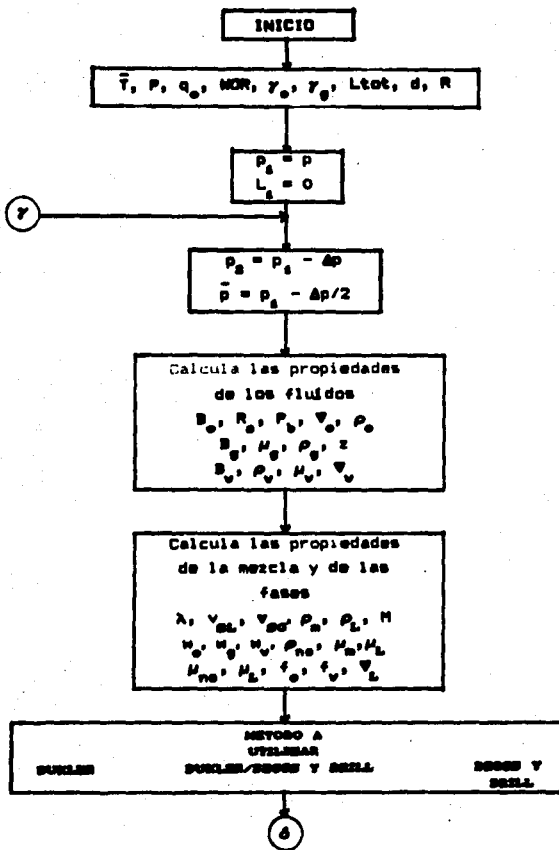
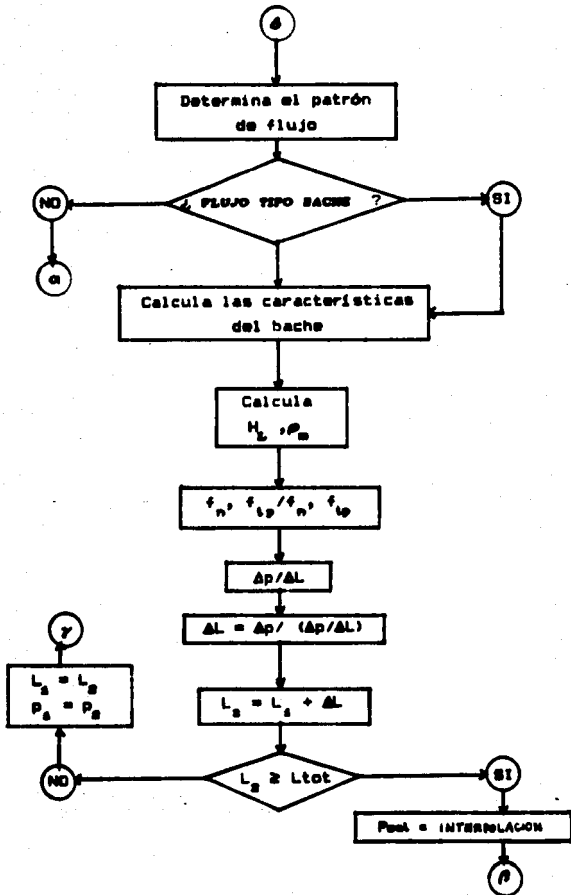
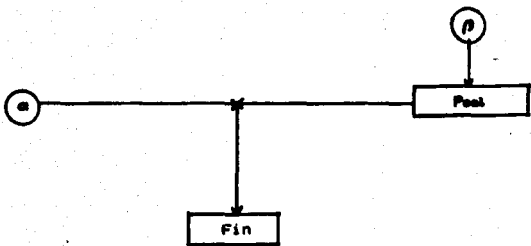


FIGURA 22.- DIAGRAMA DE BLOQUES DEL PROGRAMA DE COMPUTO





## CARACTERISTICAS DEL PROGRAMA DE COMPUTO

El programa está codificado en lenguaje Basic y ejecutado en una computadora personal (PC).

La estructuración lógica presenta las siguientes características :

- Las variables que se manejan son las propuestas por la Sociedad de Ingenieros Petroleros (SPE), por lo tanto, la estructuración presenta una forma consistente.
- Se registran las condiciones favorables para que el usuario tome las decisiones de acuerdo a sus necesidades, conforme se ejecuta el programa.
- El programa evalúa las caídas de presión a partir de una presión de entrada, tomando incrementos de longitud,  $\Delta L$ , hasta alcanzar la longitud total de la tubería. El proceso puede realizarse a la inversa, es decir, a partir de una presión de salida.
- Es necesario iniciar con una caída de presión supuesta,  $\Delta p$ , tan pequeña como el usuario lo crea conveniente ; generalmente la  $\Delta p$  se toma como el 10 % de la presión dato.
- Cuenta con una subrutina para calcular las propiedades de los fluidos. Para tal fin, y dependiendo del tipo de aceite, se registran

cuatro métodos de autores diferentes.

- El programa cuenta con dos métodos, (BEGGS/DUKLER), para evaluar las caídas de presión y las características del flujo bache a lo largo de la línea horizontal.
- Intrínsecamente, se supone que la longitud del bache permanece constante y que el proceso se realiza en flujo isotérmico.
- En caso de que los datos con que se ejecuta el programa no correspondan a flujo bache, el proceso termina, indicando el tipo de flujo que se registra, de acuerdo a los datos de entrada.

## EJEMPLO DE APLICACION

Para ilustrar el manejo del programa de cómputo anteriormente expuesto, se presenta a continuación un ejemplo con datos reales tomados de un estudio que se realizó en el área marina de Campeche. Como dicho trabajo tenía por objeto la optimización del sistema de producción y no el mostrarnos el patrón de flujo tipo bache, se infiere que los resultados no representan fielmente el comportamiento del sistema, pero permite mostrar el funcionamiento del programa.

### Datos generales del sistema

Densidad relativa del aceite.....	0.9294
Densidad relativa del gas.....	0.89
Presión de saturación.....	2133 psia
Temperatura de separación.....	96.8° F
Temperatura en la boca del pozo.....	129.2° F
Longitud del oleogasoducto.....	8528 pies
Diámetro del oleogasoducto.....	14 pg
Gasto de aceite del sistema.....	30474 bl/día
Presión en la cabeza.....	469.4 psia
Relación gas-aceite.....	449.17 pie <sup>3</sup> /bl
Relación agua-aceite.....	0

Este sistema de producción corresponde a la Plataforma Akal 1, el cual lleva el aceite y gas a través de una tubería de descarga hasta la Plataforma de Enlace Akal C. Los datos marcados con asterisco (\*) son los datos correspondientes al pozo 7-A.

## DISCUSION DE RESULTADOS

De los resultados obtenidos del programa de cómputo se aprecia que, utilizando el método de Beggs y Brill no se tiene un patrón de flujo tipo bache, sino patrón de flujo burbuja-alargado, por lo que en este caso el programa no calcula las características del flujo, sino que inmediatamente nos indica que para este caso el modelo planteado no es aplicable y nos envía al final del programa, preguntando si deseamos otro cálculo. En este otro paso, elegimos el método de Govier y Omer para determinar el tipo de flujo que existe, mismo que nos indica que tenemos flujo tipo bache dentro de la tubería horizontal. Una vez hecho esto, el programa calcula las características del bache en cada tramo de tubería correspondiente a la caída de presión supuesta al inicio del programa, proceso iterativo que se realiza hasta que se llega a la parte final de la tubería (8528 pies).

De estos resultados se aprecia que la velocidad superficial del líquido en la primera iteración es de 2.562 pies/s y la del gas es de 36.977 pies/s, manteniéndose prácticamente constante la velocidad del líquido en todas las iteraciones, mientras que la del gas tiene una tendencia a disminuir, por lo que, de tener la tubería una mayor longitud, llegaría el momento en que se produciría una transición de flujo bache a flujo burbuja-alargado.

Como esto no sucede, al llegar al final de la sección horizontal de la tubería, se tiene que la velocidad superficial de la fase líquida es de 2.493 pies/s y la del gas es de 13.314 pies/s; el colgamiento del líquido es de 64.0 % y la velocidad del frente de la burbuja de gas es de 20.64 pies/s, con una caída de presión total de 149.3 lb/pg<sup>2</sup>, lo cual nos da una



presión de 320.1 lb/pg<sup>2</sup> al final del tramo horizontal de la tubería.

Por lo anteriormente expuesto, se concluye que este tipo de flujo se debe tratar de evitar en lo posible, ya que representa una pérdida de presión muy grande en el sistema, que se manifiesta en la disminución de la energía de transporte de los hidrocarburos.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

De los diversos patrones de flujo que se pueden presentar en una tubería horizontal que transporta aceite y gas, se encuentra el flujo tipo bache, que se caracteriza por alternar baches de líquido con bolsas de gas, siendo éstas últimas de mayor longitud que los primeros. Debido a que este tipo de flujo presenta características especiales que deben tomarse en cuenta al diseñarse las tuberías y separadores, se ha desarrollado este trabajo, mismo que analiza dichas características y aplica un modelo para determinar las caídas de presión que ocurren en la tubería. Las conclusiones obtenidas en este trabajo, son las siguientes :

- Existe una diferencia notable en la aplicación de los conceptos cuando los baches se forman en una tubería de diámetro pequeño que cuando se forman en una de diámetro grande, ya que en éstas últimas se tiene una mayor dificultad para que las olas formadas lleguen a bloquear el área transversal. Además, la región donde ocurre este tipo de flujo, visto en un mapa de patrones de flujo, es diferente para cada tipo de tubería, siendo más grande la región cuando se tienen tuberías de diámetro grande que cuando éste es pequeño.

- Cuando se tiene flujo tipo bache, el flujo es estratificado a la entrada de la tubería.

- La formación del bache es producto de la alta velocidad que adquiere la fase gaseosa, misma que genera olas en la superficie del líquido, las cuales, conforme viajan a lo largo de la tubería, aumentan de tamaño hasta bloquearla completamente. Este

bache de líquido es acelerado a la velocidad del gas, recogiendo el líquido que se encuentra en la película delante de él, creciendo y formándose propiamente el bache.

- Es de suma importancia considerar los efectos que tienen los patrones de flujo en las correlaciones, ya que se deberán emplear específicamente aquellas que reproduzcan más fielmente el flujo bache, así como la determinación de parámetros tales como caídas de presión, colgamientos, etc.

- Se considera que la longitud del bache se mantiene constante a lo largo de la tubería, lo cual es falso, como lo demuestran las observaciones realizadas en el campo Prudhoe Bay. Para elaborar un modelo que represente lo más exacto posible a este tipo de flujo, se debe tener presente que el bache crece en su longitud conforme va desplazándose corriente abajo.

- Se han observado dos etapas en el crecimiento de un bache: el "desarrollo del bache" y el "crecimiento a distancia". El primero se caracteriza por el crecimiento del bache, como consecuencia de la incorporación del líquido proveniente de la zona de olas.

El segundo tipo se caracteriza porque se desarrolla después de la zona de olas, a una cierta distancia de la entrada de la tubería, siendo controlado por los mecanismos de disipación y coalescencia de los baches, y por la expansión de la fase gaseosa a lo largo de la tubería.

- Aunque se considera flujo isotérmico, la temperatura tiene efectos muy marcados, principalmente en la expansión del gas. Asimismo, debido a que el gas alcanza altas velocidades, es necesario incluir términos que involucren el intercambio de calor entre el fluido y las paredes de la tubería.

- A mayor temperatura es mayor la expansión de la bolsa de gas, y por lo tanto su crecimiento, lo cual debe influir de manera directa en la disipación y coalescencia del líquido del bache.

- Aunque la tubería se considera totalmente horizontal, bien se sabe que el terreno presenta sinuosidades, a veces muy marcadas, que influyen en las caídas de presión, principalmente donde se registra un cambio de pendiente.

### RECOMENDACIONES

Las recomendaciones para estudios posteriores son las siguientes :

- Se deben incluir los efectos de aceleración y desaceleración del bache, ya que de esta manera se simula el efecto que tiene la topografía del terreno sobre el comportamiento de este tipo de flujo.

- Se debe considerar que el bache crece en su longitud conforme va recorriendo la tubería.

- Es necesario llevar a cabo experimentos de flujo en un ambiente controlado para que los datos obtenidos corroboren o ayuden a mejorar el modelo y sus correlaciones.

- Se deben incluir los efectos de la temperatura sobre el flujo tipo bache.

- Se ha mencionado que éste tipo de flujo ocurre cuando se tiene flujo estratificado a la entrada de la tubería; sin embargo, debe hacerse un estudio más extensivo en este aspecto para determinar la posibilidad de que el flujo bache se lleve a cabo

aún si en la entrada de la tubería existe un diferente tipo de flujo.

#### POSIBLES SOLUCIONES PARA EL MANEJO DEL FLUJO TIPO SACHE

- Variar el diámetro de toda la tubería o de cierto tramo, antes de llegar al punto de interés.
- Inyectar, al inicio de la tubería o en un punto intermedio de la misma, un porcentaje de gas.
- Bifurcar o colocar dos o más tuberías en paralelo, en varios cientos de pies antes de llegar al punto de interés, ya sea del mismo o distinto diámetro al original.
- Colocar una válvula estranguladora cerca del extremo de salida del flujo.
- Cualquier combinación de las soluciones anteriores, por ejemplo, variar el diámetro de la tubería y estrangular el flujo.

Antes de aplicar alguna de las soluciones anteriores, es necesario realizar un estudio técnico-económico para verificar que sea costeable.

CLS

\*\*\*\*\*  
' PROGRAMA QUE CALCULA LAS CAIDAS DE PRESTON EN TUBERIAS HORIZONTALES  
' PARA FLUJO TIPO BACHE CONSIDERANDO FLUJO ISOTERMICO  
' \*\*\*\*\*

LONG1 = 0; SUM = 0; M1 = 0

150 INPUT " TEMPERATURA MEDIA ('F) ="; TEM  
INPUT " GASTO DE ACEITE @ C.S. EN BL/DIA ="; RTEO  
INPUT " GASTO DE AGUA @ C.S. EN BL/DIA ="; RTEW  
WOR = RTEW / RTEO

INPUT " DIAMETRO INTERIOR DE LA TUBERIA (PG) ="; DIAT  
INPUT " LONGITUD TOTAL DE LA TUBERIA (PIES) ="; LTOT  
INPUT " DENSIDAD RELATIVA DEL GAS PRODUCIDO ="; SPBG  
INPUT " DENSIDAD DEL ACEITE . GRADOS API (1) 0  
DENSIDAD RELATIVA (2)"; AS  
IF AS = "2" GOTO 270  
INPUT " DENSIDAD API DEL ACEITE ="; API  
SPGO = 141.5 / (131.5 + API)  
GOTO 290

270 INPUT " DENSIDAD RELATIVA DEL ACEITE ="; SPG0  
API = 141.5 / SPG0 - 131.5

290 SPG02 = SPG0 \$ 62.428

INPUT " RELACION GAS-ACEITE INSTANTANEA R (PIE^3/BL) ="; BOR  
INPUT " SALINIDAD DEL AGUA (% NACL) EN PORCENTAJE ="; NACL  
PRINT " \*\*\*\*\*"  
PRINT " \*\*\*\*\* DATOS \*\*\*\*\*"  
PRINT " \*\*\*\*\*"  
PRINT " \*\*\*\*\*"  
PRINT TAB(2); "\*\*\*\*\*"; TAB(9); "TEMPERATURA MEDIA DE FLUJO ('F) =";  
TAB(50); TEM; TAB(59); "\*\*\*\*\*"  
PRINT TAB(2); "\*\*\*\*\*"; TAB(9); "GASTO DE ACEITE @ C.S. (BL/DIA) =";  
TAB(50); RTEO; TAB(59); "\*\*\*\*\*"  
PRINT TAB(2); "\*\*\*\*\*"; TAB(9); "GASTO DE AGUA @ C.S. (BL/DIA) =";  
TAB(50); RTEW; TAB(59); "\*\*\*\*\*"  
PRINT TAB(2); "\*\*\*\*\*"; TAB(9); "DENSIDAD RELATIVA DEL GAS PRODUCIDO =";  
TAB(50); SPBG; TAB(59); "\*\*\*\*\*"  
PRINT TAB(2); "\*\*\*\*\*"; TAB(9); "DENSIDAD RELATIVA DEL ACEITE =";  
TAB(50); SPG0; TAB(59); "\*\*\*\*\*"  
PRINT TAB(2); "\*\*\*\*\*"; TAB(9); "RELACION GAS-ACEITE R (PIE^3/BL) =";  
TAB(48); BOR; TAB(59); "\*\*\*\*\*"  
PRINT TAB(2); "\*\*\*\*\*"; TAB(9); "SALINIDAD DEL AGUA (% NACL) =";  
TAB(50); NACL; TAB(59); "\*\*\*\*\*"  
PRINT TAB(2); "\*\*\*\*\*"; TAB(9); "DIAMETRO INTERIOR DE LA TUBERIA (PG) =";  
TAB(50); DIAT; TAB(59); "\*\*\*\*\*"  
PRINT TAB(2); "\*\*\*\*\*"; TAB(9); "LONGITUD TOTAL DE LA TUBERIA (PIES) =";  
TAB(50); LTOT; TAB(59); "\*\*\*\*\*"  
PRINT " \*\*\*\*\*"  
PRINT ; PRINT  
INPUT " SON CORRECTOS LOS DATOS ? (SI/NO) "; B0  
IF B0 = "NO" THEN GOTO 150  
PRINT " \*\*\*\*\*"  
PRINT " \*\*\*\*\* OPCIONES DE CALCULO \*\*\*\*\*"  
PRINT " \*\*\*\*\*"

```

PRINT : PRINT " 1.- CON PRESION DE ENTRADA CALCULA LA PRESION DE SALIDA"
PRINT : PRINT " 2.- CON PRESION DE SALIDA CALCULA LA PRESION DE ENTRADA";
PRINT
PRINT " *****"
PRINT
INPUT " QUE PRESION DESEAS OBTENER (ENTRADA/SALIDA) "; C$
IF C$ = "SALIDA" THEN S1 = -1; B$ = "ENTRADA"; GOTO 590
S1 = 1; B$ = "SALIDA"
590 PRINT TAB(2); "000000000000 SE CALCULARA LA PRESION DE"; TAB(43); C$;
TAB(52); "000000000000"
PRINT
INPUT " DAME LA PRESION DATO (LB/PG^2) ="; P1; P1 = P1
INPUT " SUPON UNA CAIDA DE PRESION (LB/PG^2) ="; DPSUP
PRINT " *****"
PRINT " LA PRESION DE "; B$; " ES DE"; P1; "(LB/PG^2)"; PRINT
PRINT " SE SUPONDRA UNA CAIDA DE PRESION DE "; DPSUP; "(LB/PG^2)";
PRINT
PRINT " *****"
PRINT
680 PR$AV = P1 + DPSUP / 2 * S1; P2 = P1 + DPSUP * S1
INPUT " DESEAS LAS CARACTERISTICAS DEL BACHE EN PANTALLA (SI/NO)"; N$
GOSUB 1000
IF CONV <> 0 THEN GOTO 790
PRINT " *****"
PRINT " &&&& OPCIONES PARA EL CALCULO DE LAS CAIDAS DE PRESION &&&&";
PRINT
PRINT " 1.-METODO DE BEGGS Y BRILL"; PRINT
PRINT " 2.-METODO DE DUKLER "; PRINT
PRINT " *****"
INPUT " QUE METODO DESEAS UTILIZAR ? (BEGGS/DUKLER ) "; D$
CONV = 1
PRINT " SE UTILIZARA EL METODO DE "; D$;
" PARA CALCULAR LAS CAIDAS DE PRESION ";PRINT
790 GOSUB 2940
IF LONG1 >= LTOT THEN GOTO 870
P1 = P2; SUM = SUM + DPSUP
PRINT " ======"
PRINT " LA CAIDA DE PRESION EN LA LONGITUD"; LONG1;
"PIES ES"; SUM; "LB/PG^2"
PRINT " ======"
PRINT
GOTO 680
870 DPRSXT = DPSUP * (LTOT - (LONG1 - DELTAL)) / DELTAL
PR$SP = P1 + (SUM + DPRSXT) * S1
PRINT " ======"
PRINT " LA PRESION A LA "; C$; "="; PR$SP; " LB/PG^2"
PRINT " ======"
PRINT
930 INPUT " DESEAS OTRO CALCULO ? (SI/NO) "; F$
IF F$ = "NO" THEN GOTO 980
INPUT " DESEAS UTILIZAR LOS MISMOS DATOS ANTERIORES ? (SI/NO) "; E$;

```





```

PRINT " ##### MENU #####"
PRINT " ###          1.- METODO DE STANDING          ###"
PRINT " ###          2.- METODO DE GLASSO            ###"
PRINT " ###          3.- METODO DE VAZQUEZ            ###"
PRINT " ###          4.- METODO DE OISTEIN            ###"
PRINT " #####"
PRINT
INPUT " QUE METODO DESEAS UTILIZAR ? "; MELO
PRINT " SE UTILIZARA EL METODO DE"; MELO;
" PARA CALCULAR LAS CARACTERISTICAS DEL ACEITE Y DEL GAS "; PRINT
1580 ON MELO GOTO 1590, 1670, 1750, 1900
1590 * METODO DE STANDING
GORS = SPGG * ((PRSAV / 18.2 + 1.4) * 10 ^ (.0125 * API
- .00091 * TEM)) ^ 1.2048
* RELACION GAS ACEITE ES GORS (PIE^3/BL)
FVFO = .972 + .000147 * ((GORS * (SPGG / SPGO) ^ .5 + 1.25 * TEM) ^ 1.175
* FACTOR DE VOLUMEN DEL ACEITE ES FVFO
GOTO 2020
1670 * METODO DE GLASSO
PF = 10 ^ (2.8869 - (14.811 - 3.3093 * (LOG(PRSAV) / LOG(100)) ^ .5))
GORS = SPGG * ((PF * API ^ .989) / (TEM ^ .172)) ^ 1.2255
BO1 = GORS * ((SPGG / SPGO) ^ .526) + .968 * TEM
FVFO = 1 + 10 ^ (-6.5851 + 2.91329 * (LOG(BO1) / LOG(100)))
- .27683 * (LOG(BO1) / LOG(100)) ^ 2)
GOTO 2020
1750 * METODO DE VAZQUEZ
IF API <= 30 GOTO 1810
G1 = .0178; G2 = 1.187; G3 = 23.931
GOTO 1820
1810 G1 = .0362; G2 = 1.0937; G3 = 25.794
1820 SPGGS1 = SPGG * (1 + (5.912 * 10 ^ -3) * API * TEM * (LOG(PRSAV)
/ LOG(100)) / 114.7)
GORS = G1 * SPGGS1 * (PRSAV ^ G2) * EXP(G3 * (API / (TEM + 460)))
IF API <= 30 GOTO 1870
L1 = .000467; L2 = .0000110; L3 = 1.337 * 10 ^ -9
GOTO 1880
1870 L1 = .00046770; L2 = .000017510; L3 = -1.8106 * 10 ^ -8
1880 FVFO = 1 + L1 * GORS + L2 * (TEM - 60) * (API / SPGGS1)
+ L3 * GORS * (TEM - 60) * (API / SPGGS1)
GOTO 2020
1900 * METODO DE OISTEIN
PF = 10 ^ (-2.57364 + 2.35772 * (LOG(PRSAV) / LOG(100)) - .70398 *
(LOG(PRSAV) / LOG(100)) ^ 2 + .098479 * (LOG(PRSAV) / LOG(100)) ^ 3)
INPUT " ES ACEITE NEGRO O VOLATIL ? (N/V)"; DOB
IF DOB = "V" GOTO 1990
GORS = SPGG * ((PF * API ^ .989 / TEM ^ .172) ^ 1.22549010)
GOTO 2000
1990 GORS = SPGG * ((PF * API ^ .989 / TEM ^ .13) ^ 1.22549010)
2000 BO1 = GORS * (SPGG / SPGO) ^ .526 + .968 * TEM
FVFO = 1 + 10 ^ (-6.58511 + 2.91329 * (LOG(BO1) / LOG(100)))
- .27683 * (LOG(BO1) / LOG(100)) ^ 2)
2020 SPGG0 = .25 + .02 * API + (10 ^ -6) * (.6874 - 3.5864 * API) * GORS

```

\*LA DENSIDAD DEL GAS DISUELTO ES SPGGD (AIRE=1)  
 SPGGF = (GOR \* SPGG - GORS \* SPGGD) / (GOR - GORS)  
 \*LA DENSIDAD DEL GAS LIBRE ES SPGGF (AIRE=1)  
 ARA = 1

-----  
 ACEITE SATURADO  
 -----

DENO = (62.4 \* SPGO + .01362 \* GORS \* SPGGD) / FVFO  
 \* LA DENSIDAD DEL ACEITE SATURADO ES DENO (LB/PIE^3)  
 ZUM = 3.0324 - .02023 \* API  
 YUM = 10 ^ ZUM  
 XUM = YUM \* (TEM ^ -1.163)  
 UUM = -1 + 10 ^ XUM  
 BUM = 5.44 \* (GORS + 150) ^ -.338  
 AUM = 10.715 \* (GORS + 100) ^ -.515  
 VISO = AUM \* UUM ^ BUM  
 \*LA VISCOSIDAD DEL ACEITE SATURADO ES VISO ( CP)  
 SFT = (42.4 - .047 \* TEM - .267 \* API) \* EXP(-.0007 \* PRBAV)  
 \* LA TENSION SUP. DEL ACEITE SATURADO ES SFT  
 FVFW = 1 + 1.2 \* 10 ^ -4 \* (TEM - 60) + 1 \* 10 ^ -6 \* (TEM - 60)  
 - 3.3 \* 10 ^ -6 \* PRSAV  
 DENN = 62.43 / FVFW  
 ANOL = -.04518 + .009313 \* NACL - 3.93 \* 10 ^ -4 \* NACL ^ 2  
 BNOL = 70.364 + .09376 \* NACL ^ 2  
 \* EL FACTOR DE VOLUMEN DEL AGUA ES FVFW  
 VISW = ANOL + BNOL / TEM  
 \* LA VISCOSIDAD DEL AGUA SATURADA ES VISW (CP)  
 \* LA DENSIDAD DEL AGUA SATURADA ES DENN (LB/PIE^3)  
 TENSW1 = 52.5 - .006 \* PRBAV  
 TENSW2 = 76 \* EXP(-.00025 \* PRBAV)  
 TENSW = ((280 - TEM) / 206) \* (TENSW2 - TENSW1) + TENSW1  
 \* LA TENSION SUP. DEL AGUA ES TENSW (DINAB/CM)

-----  
 CARACTERISTICAS DE LAS FASES Y DEL BACHE  
 -----

MRTL = (1 / 15391) \* (DENO \* RTEO \* FVFO + DENN \* RTEW \* FVFW)  
 MRTG = (1 / 86400) \* (DENG \* RTEO \* (GOR - GORS) \* FVFG)  
 MRTM = MRTG + MRTL  
 LAMBDA = 1 / (1 + (RTEO \* (GOR - GORS) \* FVFG) / (5.615 \*  
 (RTEO \* FVFO + RTEW \* FVFW)))  
 VELSL = .01191 \* (RTEO \* FVFO + RTEW \* FVFW) / DIAT ^ 2  
 VELSG = (.002122 \* RTEO \* (GOR - GORS) \* FVFG) / DIAT ^ 2  
 VELM = VELSL + VELSG  
 \* EL COLGAMIENTO SIN RESBALAMIENTO ES LAMBDA  
 \* LA VELOCIDAD SUPERFICIAL DEL LIQUIDO ES VELSL (PIE/S)  
 \* LA VELOCIDAD SUPERFICIAL DEL GAS ES VELSG (PIE/S)  
 FO = FVFO / (FVFO + WOR \* FVFW); FW = 1 - FO; DML = DENO \* FO  
 + DENN \* FW  
 VISOLIO = VISO \* FO + VISW \* FW  
 \* LA VISCOSIDAD DE LA FASE LIQUIDA ES VISOLIO ( CP)  
 SFTL = SFT \* FO + TENSW \* FW  
 \* ---- COLGAMIENTO DE LIQUIDO ----

2420

```

N1 = 4.47108 - .13691 * VELSL
N2 = -.05831 + .0807 * VELBL
N3 = .2124 - .01169 * VELSL
HOLB = 1 - .01 * EXP(N1 + N2 * LOG(VELSG) + N3 * (LOG(VELSG)) ^ 2)
R1 = .5278 + .43839 * VELSL
R2 = 2.01451 - .17878 * VELBL
R3 = .20271 + .01819 * VELSL
HOLS = 1 - .01 * EXP(R1 + R2 * LOG(VELSG) + R3 * (LOG(VELSG)) ^ 2)
T1 = 4.27143 - .26172 * VELBL
T2 = .06493 + .12992 * VELBL
T3 = .00406 - .01826 * VELSL
HOL = 1 - .01 * EXP(T1 + T2 * LOG(VELSG) + T3 * (LOG(VELSG)) ^ 2)
IF FONG = 1 GOTO 4093
IF FONG = 2 GOTO 4096
VELBF = (VELSL - VELM * HOLS) / (HOL - HOLS)
VELF = (VELM - VELBF) * (HOLS / HOLB) + VELBF
IF VELF < 0 THEN VELF = 0
VELG = VELBF - (VELBF - VELM) * ((1 - HOLS) / (1 - HOLB))
LTHS = EXP(-2.633 + 5.441 * ABS((LOG(DIAT / 12)))) ^ .5
+ .059 * LOG(VELM))
C = (VELSG + (VELBF - VELM) * (1 - HOLS)) / (VELBF * (1 - HOLB))
HH = (1 - HOLS) / (1 - HOLB)
LTHB = LTHS * ((C - HH) / (1 - C))
TIMS = LTHS / VELBF; TIMB = TIMS * (C - HH) / (1 - C)
ARAT = (DIAT / 12) ^ 2 * 3.1415926548 / 4
VOLP = VELSL * (TIMS + TIMB) * ARAT
VOLBP = VELM * TIMS * ARAT * HOLB
VOLFP = VELF * TIMB * ARAT * HOLB
VOLS = VELBF * TIMS * ARAT * HOLB
VOLT = VELBF * TIMB * ARAT * HOLB + VELBF * TIMS * ARAT * HOLB
FREQ = VELSL / LTHS
IME = TIMB + TIMS
VELSL1 = VELBF * TIMS / IME * HOLB + VELBF * TIMB / IME * HOLB
- (VELBF - VELM) * HOLB
VELSG1 = VELBF * TIMS / IME * (1 - HOLB)
+ VELBF * TIMB / IME * (1 - HOLB)
- (VELBF - VELM) * HOLB
IF ABS(VELSL1 - VELSL) > .01 THEN VELSL = VELSL1; GOTO 2420
IF ABS(VELSG1 - VELSG) > .01 THEN VELSG = VELSG1; GOTO 2420
VELSL = VELSL1; VELSG = VELSG1
IF NO = "NO" THEN GOTO 2930
PRINT " *****"
PRINT " ***** VELOCIDADES SUPERFICIALES *****"
PRINT " *****"
PRINT " ***** VELOCIDAD SUP. DEL LIQUIDO (PIE/S) ="; TAB(46); VELSL;
TAB(59); "*****"; PRINT
PRINT " ***** VELOCIDAD SUP. DEL GAS (PIE/S) ="; TAB(46); VELSG;
TAB(59); "*****"; PRINT
PRINT " *****"
RETURN
* ***** SUBROUTINA " PATRONES DE FLUJO " *****
IF D8 = "DUKLER" THEN GOTO 3560
* ----- PATRON DE FLUJO DE BEGGS Y BRILL -----

```

2930  
2940



```

VOLS; TAB(59); "XXXXX"
PRINT " XXXXX VOL. TOTAL DE LIQUIDO EN EL BACHE (PIE^3) ="; TAB(54);
VOLT; TAB(59); "XXXXX"
PRINT " XXXXX FRECUENCIA DE LOS BACHES " ="; TAB(54);
FREQ; TAB(59); "XXXXX"
PRINT " XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX"
PRINT ; PRINT

```

3410

```

----- CALCULO DE LAS CAIDAS DE PRESION -----
EK = (7.2557 $ DML $ NRTH $ NRTO) / (RONS $ PRBAV $ DIAT ^ 4 $ DENG)
VIBONS = VIBOLIQ $ LAMBDA + VISC $ (1 - LAMBDA)
VM = 5.615 $ FVFO + (GOR - GORS) $ FVFG + 5.615 $ FVFW $ WOR
REYD = (124 $ DIAT $ RONS $ VM) / VIBONS
A = LOG(REYD) / LOG(100)
B1 = REYD / (4.5223 $ A - 3.8215)
FACTOR = (2 $ (LOG(B1) / LOG(100)) ^ -2)
YE = LAMBDA / (HDL ^ 2)
B = LOG(YE)

```

```

EBE = B / (-.0523 + 3.182 $ B - .8725 $ B ^ 2 + .01853 $ B ^ 4)
RELA = EXP(EBE)
FACF = RELA $ FACTOR
DELMAR = (43.539 $ NRTH ^ 2 $ FACF) / (DIAT ^ 5 $ RONS $ (1 - EK))
DELTAL = DPSUP / DELMAR; GOTO 4140

```

3540

```

----- PATRON DE FLUJO DE GOVIER Y OMER -----
PRINT " <<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>"
PRINT " <<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>"

```

3630

```

IF VEL8 >= 1.2 THEN GOTO 3630
IF VEL8 <= .62 THEN GOTO 3730
IF VEL8 <= 9 THEN GOTO 3740
GOTO 3720
IF VEL8 > 12 THEN GOTO 3690
IF VEL8 <= .62 THEN GOTO 3730
GOTO 3740
IF VEL8 <= .62 THEN GOTO 3750
IF VEL8 <= 9 THEN GOTO 3760
GOTO 3720

```

3690

```

IF VEL8 > 320 THEN GOTO 3770
IF VEL8 <= .62 THEN GOTO 3750
IF VEL8 <= 9 THEN GOTO 3760

```

3720  
3730  
3740  
3750  
3760  
3770  
3780  
3790

```

PRINT " FLUJO BURBUJA DISPERSO "1; GOTO 3780
PRINT " FLUJO ESTRATIFICADO "1; GOTO 3780
PRINT " FLUJO BURBUJA-ALARGADO "1; GOTO 3780
PRINT " FLUJO ONDULADO "1; GOTO 3780
PRINT " FLUJO BACHE "1; W1 = 1; GOTO 3790
PRINT " FLUJO ANULAR-NIEBLA"
PRINT " NO EXISTE FLUJO TIPO BACHE. NO SE APLICA EL MODELO "
PRINT " <<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>"
PRINT
IF W1 <> 1 THEN GOTO 930
IF W1 = "NO" THEN GOTO 4020
PRINT " XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX"
PRINT " XXXXXXXXXXXXXXX CARACTERISTICAS DEL BACHE XXXXXXXXXXXXXXX"
PRINT " XXXXXX XXXXXXXXXXX XXXXXXX"

```

```

PRINT " XXXXX VELOCIDAD DEL FRENTE DE LA BURBUJA (PIE/S) ="; TAB(54);
VELBF; TAB(59); "XXXXX"
PRINT " XXXXX VELOCIDAD DE LA PELICULA DE LIQUIDO (PIE/S) ="; TAB(54);
VELF; TAB(59); "XXXXX"
PRINT " XXXXX VELOCIDAD DE LA BOLSA DE GAS (PIE/S) ="; TAB(54);
VELG; TAB(59); "XXXXX"
PRINT " XXXXX LONGITUD PROMEDIO DEL BACHE (PIE) ="; TAB(54);
LTHB; TAB(59); "XXXXX"
PRINT " XXXXX LONGITUD PROMEDIO DE LA BURBUJA (PIE) ="; TAB(54);
LTHB; TAB(59); "XXXXX"
PRINT " XXXXX VOL. TOTAL DE LIQ. PRODUCIDO (PIE^3) ="; TAB(54);
VOLF; TAB(59); "XXXXX"
PRINT " XXXXX VOL. DE LIQ. PRODUCIDO EN EL BACHE (PIE^3) ="; TAB(54);
VOLBF; TAB(59); "XXXXX"
PRINT " XXXXX VOL. DE LIQ. PRODUCIDO EN LA PEL. (PIE^3) ="; TAB(54);
VOLFP; TAB(59); "XXXXX"
PRINT " XXXXX VOL. DE LIQ. CONTENIDO EN EL BACHE (PIE^3) ="; TAB(54);
VOLB; TAB(59); "XXXXX"
PRINT " XXXXX VOL. TOTAL DE LIQ. EN EL BACHE (PIE^3) ="; TAB(54);
VOLT; TAB(59); "XXXXX"
PRINT " XXXXX FRECUENCIA DE LOS BACHES ="; TAB(54);
FREQ; TAB(59); "XXXXX"
PRINT " XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX"
PRINT : PRINT
4020 ' ----- CALCULO DE LAS CAIDAS DE PRESION POR EL METODO DE DUKLER
VISODUK = VISOLID * LAMBDA + VISC * (1 - LAMBDA)
DENDUK = DML * LAMBDA ^ 2 / HOL + DENG * (1 - LAMBDA) ^ 2 / (1 - HOL)
REYD = 124 * DENDUK * VELM * DIAT / VISODUK
FACTOR = .0056 + .5 * REYD ^ -.32
YDUK = LOG(LAMBDA)
RELA = 1 - YDUK / (1.281 - .478 * YDUK + .444 * YDUK ^ 2
- .094 * YDUK ^ 3 + .00843 * YDUK ^ 4)
FACF = RELA * FACTOR
PRSAV = P1; FONG = 1
GOTO 1000
4093 DENG(1) = DENG; DML(1) = DML; VELSL(1) = VELSL;
VELSG(1) = VELSG; HOL(1) = HOL
PRSAV = P2; FONG = 2
GOTO 1000
4096 DENG(2) = DENG; DML(2) = DML; VELSL(2) = VELSL;
VELSG(2) = VELSG; HOL(2) = HOL
EKO(1) = (DENG(1) * VELSG(1) ^ 2 / (1 - HOL(1)) + DML(1)
* VELSL(1) / HOL(1))
EKO(2) = (DENG(2) * VELSG(2) ^ 2 / (1 - HOL(2))
+ DML(2) * VELSL(2) / HOL(2))
EKO = (EKO(1) - EKO(2)) * 1 / 4633
DELMAR = .0001079 * FACF * DENDUK * VELM ^ 2 / (DIAT * (1 - EKO))
FONG = 0
DELTAL = DPSUP / DELMAR
4140 LONG1 = LONG1 + DELTAL
4150 RETURN
4160 END

```

## BIBLIOGRAFIA

- 1.- Brill, J.P., Zelimir, S., Coberly, W.A., Herring J.D., Moore, D.W. : " Analysis of two-phase tests in large diameter flow lines in Prudhoe Bay Field ", SPEJ, 3, 363-378 (1981).
- 2.- Garaicochea, P.F. : " Apuntes de Transporte de los Hidrocarburos " . Facultad de Ingeniería, UNAM.
- 3.- Govier, G.W. y K. Aziz : " The flow of complex mixtures in pipes " , Van Nostrand-Reinhold Co., New York (1972).
- 4.- Kordyban, E.S. : " Some details of developing slugs in horizontal two-phase flow " , AIChE J., 31, 802-806 (Mayo 1985).
- 5.- Santamaría, G.N. : " Soluciones al Problema de Flujo en Bache " , Tesis de Maestría, UNAM, (1985).
- 6.- Scott, S.L. : " Modeling Slug Growth in Pipelines " , Ph.D. Tesis, Universidad de Tulsa, (1987).
- 7.- Taitel, Y. y Dukler, A.E. : " A model for slug frequency during gas-liquid flow in horizontal and near horizontal pipes " Int. J. Multiphase Flow, 3, 597-601 (1977).

## REFERENCIAS

- 1.- Andritsos, N. y T. J. Hanratty : " Influence of interfacial waves in stratified Gas-Liquid Flows ", AIChE J., 33, 444-454, (1987).
- 2.- Barnea, D. : " A unified model for predicting flow-pattern transitions for the whole range of pipe inclinations ", Int. J. Multiphase Flow, 13, 1-12, (1987).
- 3.- Barnea, D. y N. Brauner : " Holdup of the liquid slug in two-phase intermittent flow ", Int. J. Multiphase Flow, 11, 43-49.
- 4.- Barnea, D., O. Shoham, y Y. Taitel : " Flow pattern transitions for downward inclined two-phase flow ; horizontal to vertical ", Chem. Eng. Sci., 37, 735-740, (1982).
- 5.- Bendiksen, K. H. : " An experimental investigation of the motion of long bubbles in inclined pipes ", Int. J. Multiphase Flow, 10, 467-483, (1984).
- 6.- Benjamin, T.B. : " Gravity currents and related phenomena ", J. Fluid Mech., 31, 209-248, (1968).
- 7.- Bertuzzi, A.F., Tek, M.R. y Poettman, F.H. : " Simultaneous flow of liquid and gas through horizontal pipe ", Trans AIME, (1956).
- 8.- Brill, J.P., Schmidt, Z., W.A. Coberly, J.D. Herring y D.W. Moore : " Analysis of two-phase tests in large diameter flowlines in Prudhoe Bay Field ", SPEJ, 363-378, (June 1981).



- 9.- Brill, J.P. y Beggs H.D. : " A study of two-phase flow in inclined pipes " , Trans AIME, (1973).
- 10.- Brill, J.P. y Beggs, H.D. : " Two-phase flow in pipes " , U. of Tulsa, (1983).
- 11.- Burden, R.L., J.D. Faires, y A.C. Reynolds : "Numerical Analysis " , Prindle, Weber y Schmidt, Boston, (1981).
- 12.- Charles, M.E., Govier, G.W. y Hodgson, G.W. : Can. J. Chem. Eng. , 39, 27, (1961).
- 13.- Cohen, S.L. y T.J. Hanratty : " Effects of waves at gas-liquid interface on a turbulent air flow " , J. Fluid Mech., 31, 467-469.
- 14.- Dukler, A.E. et al : " Gas-liquid flow in pipelines ;I. Research results " , AGA-API proyect NX-28, ( May 1969 ).
- 15.- Dukler, A.E., D.M. Maron y N. Brauner : " A physical model for predicting the minimum stable length " , Chem. Eng. Sci., 40, 1379-1385, ( August 1985 ).
- 16.- Dukler, A.E. y Hubbard, M.G. : " A model for gas-liquid slug flow in horizontal and near horizontal tubes " , Ind. Eng. Chem. Fund., 14, 337-347, (November 1975).
- 17.- Eaton, B.A. et al : " The prediction of flow patterns , liquid holdups and pressure losses during two-phase flow in horizontal pipes " , JPT, (June 1967).
- 18.- Fairhurst, P. : " Multiphase pipeline studies " , BHRA-Multiphase pipelines and equipment progress report, (December 1986).

19.- Gardner, G.C. : " Onset of slugging in horizontal ducts ",  
Int. J. Multiphase Flow, 5, 201-209, (1979).

20.- Gill, M.A. : " Dam break problem ", Encyclopedia of fluid  
Mechanics , volume 6 : Complex flow phenomena and modeling, N.P.  
Cheremisinoff. Editor, Gulf Publishing Company, Houston,  
1429-1473, (1987).

21.- Giozza, Wilson F. : " Simulation of gas-oil separator  
behavior under slug flow conditions ", M.S. Thesis, U.of Tulsa,  
(1983).

22.- Gordon, I.C. y C.P. Fairhurst: " Multiphase pipeline and  
equipment design for marginal and deep water field development"  
paper presented at the 3rd international conference on  
multiphase flow, The Hague, Netherlands, (May 1987).

23.- Govier, G.W. y Dier, M.M. : Can. J. Chem. Eng., 40, 93,  
(1962).

24.- Gregory, G.A. y Scott, D.S. : " Correlation of liquid slug  
velocity and frequency in horizontal cocurrent gas-liquid slug  
flow " , AIChE J., 15, 933-935, (November 1969).

25.- Gregory, G.A., M.K. Nicholson, y K. Aziz, : " Correlation  
of the liquid fraction volume in the slug for horizontal  
gas-liquid slug-flow ", Int. J. Multiphase Flow, 4, 33-39,  
(1978).

26.- Gorskovich, E. J. y Schrier, A. L. : Pressure drop and  
holdup in horizontal slug flow " , AIChE, 17, 1214-1219,  
(September 1971).

- 27.- Greskovich, E.J. y Schrier, A.L. : " Slug frequency in horizontal gas-liquid slug flow " , Ind. Eng. Chem. Proc. Design Dev., 11, 317-318, (1972).
- 28.- Hasson, D., Mann, V. y Nir, A. : Can. J. Chem. Eng., 48, 521, (1970).
- 29.- Hubbard, M.G. : " An analysis of horizontal gas-liquid flow " , Ph. D. Dissertation, U. of Houston, (1965).
- 30.- Kordyban, E.S. : " A flow model for two-phase slug flow in horizontal tubes " , J. Basic Eng., 613-618, (December 1961).
- 31.- Kordyban, E.S. y T. Ranov : " Mechanism of slug formation in horizontal two-phase slug flow " , J. Basic Eng., 92, 857-864, (December).
- 32.- Kordyban, E.S. : " The transition to slug flow in the presence of large waves " , Int. J. Multiphase Flow, 3, 603-607, (1977).
- 33.- Kordyban, E.S. : " Some details of developing slugs in horizontal two-phase flow " , AIChE J., 31, 802-806, (May 1985).
- 34.- Kouba, S.E. : " Horizontal slug flow modeling and metering " , Ph. D. Dissertation, U. of Tulsa, (1986).
- 35.- Kowalski, J.E. : " Wall and interfacial shear stress in stratified flow in a horizontal pipe " , AIChE J., 33, 274-281, (1987).
- 36.- Lin, P.Y. y T.J. Hanratty : " Prediction of the initiation of slugs with linear stability theory " , Int. J. Multiphase Flow, 12, 79-98, (1986).

- 37.- Lin P.Y. y T.J. Hanratty : " Detection of slug flow from pressure measurements " , Int. J. Multiphase Flow, 13, 13-21, (1987).
- 38.- Machado, F. Z. L.: " Design procedures of intermittent two-phase flow pipelines " , M. S. Thesis, U.of Tulsa, (1977).
- 39.- Maron, D. M., N. Yacoub y N. Brauner : " New thoughts of the mechanism of gas-liquid slug flow " , Letters in heat and mass transfer, 9, 333-342, (May 1982).
- 40.- Mattar, L. y G. A. Gregory : " Air-oil slug flow in an upward inclined pipe- I : slug velocity, holdup and pressure gradient " , J. Can. Pet. Tech., (Jan-March 1974).
- 41.- Mishima, K. y M. Ishii : " Theoretical prediction of onset of horizontal slug flow " , J. Fluids Eng. , 102, 441-445, (December 1980).
- 42.- Nicholson, M. K., K. Aziz, y G. A. Gregory : " Intermittent two-phase flow in horizontal pipes : predictive models " , Can. J. Chem. Eng., 56, 653-663, (December 1978).
- 43.- Nickens, H. V. y D. W. Yannitell : " The effects of surface tension and viscosity on the rise velocity of a large gas bubble in a close, vertical liquid-filled tube " , Int. J. Multiphase Flow, 13, 57-69, (1987).
- 44.- Norris, L. : " Correlation of Prudhoe Bay liquid slug lengths and holdups including 1981 large diameter flowline tests " , Exxon internal report (October 1982).
- 45.- Russell, T. W. F., Hodgson, W., Govier G. W., Can. J. Chem. Eng., 37, 9, (1959).

- 46.- Sánchez, F. y Martínez, J., : " Estudio integral del comportamiento en la producción de los pozos de una plataforma marina " , XX Congreso Nal. AIPM, (Abril 1983).
- 47.- Schmidt, Z. : " Experimental study of two-phase slug flow in a pipeline-riser pipe system " , Ph. D. Dissertation, U. of Tulsa, (1977).
- 48.- Scott, S. L. : " Prudhoe Bay large diameter slug flow experiments and data base system " , TUFFP international report, (1987).
- 49.- Scott, S. L., D. Shoham, y J. P. Brill : " Modeling slug growth in large diameter pipes " , paper presented at the 3rd international conference on multiphase flow, The Hague, Netherlands, (1987).
- 50.- Sharma, Y. : " Modeling transient two-phase slug flow " , Ph. D. Dissertation, U. of Tulsa, (1985).
- 51.- Singh, G. y Griffith , P. : " Determination of pressure drop optimum pipe size for a two-phase slug flow in an inclined pipe " , J. Eng. for Ind., (November 1970).
- 52.- Streeter, V. L. : " Fluid mechanics " , McGraw-Hill, New York, (1971).
- 53.- Taitel, Y. y A. E. Dukler : " A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow " , AIChE J., 22, 47-55, (1976).
- 54.- Taitel, Y. y A. E. Dukler : " A theoretical approach to the Lockhart-Martinelli correlation for stratified flow " , Int. J. Multiphase Flow , 2, 591-595, (1976).

55.- Taitel, Y. y A. E. Dukler : " A model for slug frequency during gas-liquid flow in horizontal and near horizontal pipes " Int. J. Multiphase Flow , 3, 585-596 (1977).

56.- Taitel, Y., D. Barnea y A. E. Dukler : " Modelling flow pattern transitions for steady upward gas-liquid flow in vertical tubes " , AIChE J., 26, 345-354, (May 1980).

57.- Taitel, Y. : " Slug length in long pipes " , accepted for publication in the Int. J. Multiphase Flow , (1986).

58.- Vermeulen, R. L. y J. T. Ryan : " Two-phase slug flow in horizontal and inclined tubes ", Can. J. Chem. Eng., 49,195-201 (april 1971).

59.- Wallis, G. y J. Dobson : " The onset of slugging in horizontal tubes and stratified air-water flow " , Int. J. Multiphase Flow, 1, 173-193, (1973).

60.- Weber, M. E. : " Drift in intermittent two-phase flow in horizontal tubes ", Can. J. Chem. Eng., 59, 398-399, (June 1981).

61.- Weber, M. E., A. Alarie y M. E. Ryan : " Velocities of extend bubbles in inclined tubes " , Chem. Eng. Sci., 41, 2235-2240, (1986).

62.- Zukoski, E. E. : " Influence of viscosity, surface tension and inclination angle on motion of long bubbles in closed tubes" J. Fluid Mechanics, 25, 8221-837, (1966).

## NOMENCLATURA

SIMBOLO	DESCRIPCION
A	Area de la tubería. $\text{pie}^2$ .
$A_{fe}$	Area de la tubería ocupada por la película de líquido en equilibrio. $\text{pie}^2$ .
$A_B$	Area de la tubería ocupada por la bolsa de gas. $\text{pie}^2$ .
$A_p$	Area de la tubería. $\text{pie}^2$ .
a	Coficiente.
b	Coficiente.
$B_g$	Factor de volumen del gas. $\text{pie}^3/\text{pie}^3$ .
$B_o$	Factor de volumen del aceite. $\text{pie}^3/\text{pie}^3$ .
$B_w$	Factor de volumen del agua. $\text{pie}^3/\text{pie}^3$ .
c	Coficiente.
C	Variable utilizada para relacionar las velocidades máxima y promedio para el flujo tipo bache.
$C_G, C_L$	Coficientes empleados en las expresiones para calcular el factor de fricción de Blasius.
d	Diámetro interno de la tubería. $\text{pg}$ .
$d_{o1}, d_{o2}$	Diámetro de la burbuja en la transición del flujo bache a flujo burbuja-disperso. $\text{pg}$ .
$D_g, D_L$	Diámetro hidráulico del gas y del líquido $\text{pg}$ .
$E_M$	Gradiente de presión por aceleración. $\text{lb}/\text{pg}^2$ .
f	Factor de fricción.
$f_g, f_L$	Factor de fricción del gas y del líquido.
$f_i$	Factor de fricción interfacial.

$f_m$	Factor de fricción de la mezcla.
$f_n$	Factor de fricción del diagrama de Moody para tuberías lisas.
$f_o$	Factor de fricción para el cuerpo del bache.
$f_{ip}$	Factor de fricción para dos fases.
$g$	Aceleración de la gravedad. pie/s <sup>2</sup> .
$H_{fo}$	Colgamiento en la película en equilibrio.
$H_f$	Colgamiento en la película de líquido.
$H_{fv}$	Colgamiento en la región de olas.
$H_L$	Colgamiento de líquido.
$H_{Lb}$	Colgamiento en la burbuja de gas.
$H_{Lo} = H_o$	Colgamiento en el bache de líquido.
$L$	Longitud. pie.
$L_b$	Longitud de la burbuja de gas. pie.
$L_y$	Longitud instantánea de la película. pie.
$L_m$	Longitud de la zona de mezcla. pie.
$L_o$	Longitud instantánea del bache. pie.
$L_{tot}$	Longitud total de la tubería horizontal. pie.
$L_u$	Longitud de la unidad bache, que comprende la burbuja de gas y el bache de líquido. pie.
$m$	Masa. lb <sub>m</sub> .
$m_{gb}$	Masa de gas en la burbuja. lb <sub>m</sub> .
$m_{go}$	Masa de aceite arrastrado por la burbuja de gas. lb <sub>m</sub> .
$m_{g0}$	Masa de gas en el bache. lb <sub>m</sub> .
$m_{gt}$	Masa total de gas en la unidad-bache. lb <sub>m</sub> .
$m_{Lb}$	Masa de líquido en la burbuja. lb <sub>m</sub> .
$m_{Lo}$	Masa de líquido arrastrado por la burbuja. lb <sub>m</sub> .



$m_{L0}$	Masa de líquido en el bache. lb <sub>m</sub> .
$m_{L1}$	Masa total de líquido en la unidad-bache lb <sub>m</sub> .
$m, n$	Coefficientes exponenciales para la expresión del factor de fricción de Blasius.
$M$	Número de Morton.
$n, n+1$	Variables de discretización. (Número del bache en cuestión y del bache anterior).
$N_{Eo}$	Número de Eotvos.
$N_{Fr}$	Número de Froude.
$p$	Presión. lb/pg <sup>2</sup> .
$\bar{p}$	Presión media. lb/pg <sup>2</sup> .
$P_b$	Presión de burbuja. lb/pg <sup>2</sup> .
$q$	Gasto. bl/día.
$q_o$	Gasto de aceite. bl/día.
$q_w$	Gasto de agua. bl/día.
$R$	Relación gas-aceite. pie <sup>3</sup> /bl.
$R_o$	Relación de solubilidad. pie <sup>3</sup> /bl.
$S_{L0}$	Longitud de la pared de la tubería en contacto con la película en equilibrio. pie.
$S_o$	Longitud de la pared de la tubería en contacto con la burbuja de gas. pie.
$S_{L0}$	Longitud transversal de la interfase gas-líquido. pie.
$T$	Temperatura. F <sup>o</sup> . Periodo.
$T$	Temperatura media de flujo. F <sup>o</sup> .
$T_b$	Tiempo de residencia de la burbuja de gas. s.
$T_o$	Tiempo de residencia del bache de líquido. s.
$v$	Velocidad. pie/s.

$v_{sf} = v_b$	Velocidad del frente de la burbuja de gas. pie/s.
$v_D$	Velocidad de arrastre de la burbuja. pie/s.
$v_f$	Velocidad de la película de líquido. pie/s.
$v_{fo}$	Velocidad de la película de líquido en equilibrio. pie/s.
$v_g$	Velocidad promedio del gas. pie/s.
$v_m$	Velocidad de la mezcla. pie/s.
$v_o$	Velocidad del fluido en el bache de líquido. pie/s.
$v_{sf}$	Velocidad de traslación del frente del bache. pie/s.
$v_{sg} = v_{og}$	Velocidad superficial del gas. pie/s.
$v_{sl} = v_{ol}$	Velocidad superficial del líquido. pie/s.
$v_z$	Velocidad de traslación del bache. pie/s.
$v_{zfp}$	Volumen de líquido producido a partir de la película de líquido. pie <sup>3</sup> .
$v_{zfp}$	Volumen de líquido producido a partir de una unidad-bache. pie <sup>3</sup> .
$v_{zo}$	Volumen de líquido en el bache. pie <sup>3</sup> .
$v_{zop}$	Volumen de líquido producido a partir del bache. pie <sup>3</sup> .
$v_{zt}$	Volumen total de líquido en la unidad-bache. pie <sup>3</sup> .
$w_m$	Gasto másico de la mezcla. lb <sub>m</sub> /s.
$w_g, w_o, w_w$	Gastos másicos del gas, del aceite y del agua. lb <sub>m</sub> /s.
$w_{or}$	Relación agua-aceite. bl <sub>w</sub> /bl <sub>o</sub> .
$Z$	Factor de compresibilidad del gas.

**SÍMBOLOS GRIegos**

$\alpha$	Angulo formado por la vertical y el eje que parte del centro de la tubería al punto donde termina el líquido (fig. 13).
$\Delta P$	Caída de presión. lb/pg <sup>2</sup> .
$\mu_g$	Viscosidad del gas. cp.
$\mu_L$	Viscosidad del líquido. cp.
$\mu_m$	Viscosidad de la mezcla. cp.
$\mu_{no}$	Viscosidad sin resbalamiento. cp.
$\mu_v$	Viscosidad del agua. cp.
$\tau_l$	Esfuerzo de corte interfacial. lb <sub>m</sub> /pie-s.
$\tau_{vg}$	Esfuerzo de corte del gas sobre la pared. lb <sub>m</sub> /pie-s.
$\tau_{vl}$	Esfuerzo de corte del líquido sobre la pared de la tubería. lb <sub>m</sub> /pie-s.
$\pi$	Pi (3.1415...)
$\nu$	Frecuencia. s <sup>-1</sup> .
$\gamma$	Densidad relativa.
$\rho$	Densidad. lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup> .
$\rho_g$	Densidad del gas. lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup> .
$\rho_L$	Densidad del líquido. lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup> .
$\rho_m$	Densidad de la mezcla. lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup> .
$\rho_{no}$	Densidad sin resbalamiento. lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup> .
$\theta$	Angulo de inclinación a partir de la horizontal.
$\sigma$	Tensión superficial. lb /s.
$\lambda$	Coloqamiento sin resbalamiento.

**subíndices**

BF	Frente de la burbuja.
b	Burbuja. Burbujeo.

D	Arrastre.
f	Película. Fricción.
fe	Película en equilibrio.
g, G	Gas.
i	Interfase.
ie	Interfase en equilibrio.
L	Líquido.
m	Mezcla.
p	Tubería.
o	Aceite.
s	Bache.
SF	Frente del bache.
SG = sg	Superficial del gas.
SL = sl	Superficial del líquido.
T	Total, transicional.
u	Unidad.
w	Pared, agua.
WF	Frente de la ola.
ns	Sin resbalamiento.