

01177

1
2ej.

ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DE
YACIMIENTOS DE GAS QUE PRODUCEN
A CONDICIONES DE PRESION CONSTANTE

SERGIO BERLIMEN CAMPOS

DEPFI UNAM

1986

TEMA CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONTENIDO

RECONOCIMIENTOS

Sección	página
I. INTRODUCCION	1
II. REVISION Y ANALISIS DE LA LITERATURA	3
III. MODELO MATEMATICO PARA FLUJO EN EL YACIMIENTO	10
III.1 ECUACION DE FLUJO PARA EL MEDIO POROSO	12
III.2 VARIABLES ADIMENSIONALES	13
III.3 EXPRESION DE LAS ECUACIONES DE FLUJO EN TERMINOS ADIMENSIONALES	15
III.4 DAÑO A LA FORMACION	19
III.5 FLUJO DE ALTA VELOCIDAD	21
III.6 CONDICIONES INICIALES Y DE FRONTERA	27
IV. MODELO MATEMATICO PARA EL FLUJO DE GAS REAL EN LA TUBERIA VERTICAL	30
V. DESARROLLO DEL MODELO NUMERICO	37
V.1 MODELO NUMERICO PARA EL MEDIO POROSO	37
V.2 MODELO NUMERICO PARA LA TUBERIA	48
V.3 DISCRETIZACION DEL AREA DE DRENE	50
V.4 METODO DE SOLUCION	52
V.5 VALIDACION DE LA SOLUCION	66

	página
VI. SIMULACION DE LA RECUPERACION DE PRESION	72
VI.1 ANALISIS DEL INCREMENTO DE PRESION	75
VII. DISCUSION Y ANALISIS DE RESULTADOS	81
VIII. CONCLUSIONES	117
NOMENCLATURA	119
REFERENCIAS	125
APENDICE A. DERIVACION DE LA ECUACION DIFERENCIAL	130
APENDICE B. DEMOSTRACION DE LA CONDICION DE FRONTERA INTERNA PARA PRODUCCION A GASTO CONSTANTE ..	132
APENDICE C. DERIVACION DE LAS ECUACIONES $(m_D)_{in}$ y $(q_D)_{in}$	136
APENDICE D. ORGANIZACION DEL MODELO COMPUTO	142

I. INTRODUCCION

Un buen número de yacimientos de gas que actualmente se explotan son de naturaleza compacta y en general son conocidos en la literatura técnica con el nombre de yacimientos de baja permeabilidad. Una característica importante de los pozos que explotan estos yacimientos, es que su mecanismo de producción se verifica a condiciones de presión constante en el fondo y/o cabeza del pozo. Por otra parte, existen también yacimientos de gas, no necesariamente de naturaleza compacta, cuyos fluidos producidos en la superficie están sujetos a una contrapresión constante en las instalaciones de separación o en la tubería. En yacimientos geotérmicos, los fluidos son producidos en la superficie a la contrapresión constante de una turbina. Esta condición de producción a presión constante también se observa en pozos artesianos de agua que fluyen a la presión atmosférica.

El objetivo de este estudio es analizar el comportamiento de yacimientos de gas circulares de extensión infinita, que producen bajo condiciones de flujo a presión constante en la frontera interna, y establecer algunas consideraciones fundamentales acerca de la influencia que tienen los efectos de flujo de alta velocidad, daño y almacenamiento sobre esta condición de producción.

También se hace una revisión del comportamiento de flujo del sistema yacimiento-tubería, siguiendo la trayectoria del gas desde el medio poroso hasta la superficie del pozo, manteniendo la presión constante en

la superficie de la tubería.

El estudio se llevó a cabo mediante un modelo de flujo radial que resuelve numéricamente, mediante diferencias finitas, la ecuación diferencial no lineal para flujo de gas en medios porosos, y un modelo de flujo lineal de gas para la tubería. Los resultados de este trabajo se obtuvieron a través de la simulación de periodos de producción, y la simulación, posterior al cierre, de la etapa de recuperación de presión.

A lo largo de todo el trabajo se utilizan indistintamente los términos flujo de alta velocidad, turbulencia y efectos inerciales. Para referirse a las condiciones de flujo en que no es válida la ley de Darcy se recomienda usar el primero de estos términos.

II. REVISION Y ANALISIS DE LA LITERATURA

Se han publicado en la literatura técnica un gran número de documentos que tratan con el problema de flujo de gas en medios porosos y sus aplicaciones en el análisis del comportamiento y pruebas de presión. Sin embargo, gran parte de los trabajos publicados están orientados, en su generalidad, hacia el estudio de mecanismos de producción sujetos a condiciones de gasto constante. Por otra parte, se ha observado que algunos yacimientos de gas, especialmente de baja permeabilidad, producen bajo condiciones de presión constante durante una gran parte de su etapa de agotamiento, los que durante mucho tiempo fueron estudiados utilizando adaptaciones a la teoría desarrollada para gasto constante.

En 1949, Van Everdingen y Hurst^{1*} publicaron soluciones analíticas a la ecuación de difusión para sistemas radiales que producen a gasto constante y también para aquellos que producen a presión constante en la frontera interna. Ellos consideraron propiedades de fluidos y roca constantes, para diferentes condiciones de frontera externa y almacenamiento en el pozo. Sus soluciones fueron presentadas, para casos de gasto constante, en términos de la presión adimensional ($p_D(r_D=1, t_D)$) vs tiempo adimensional, t_D y para casos de presión constante, en términos del gasto acumulativo adimensional, Q_D vs t_D .

En 1952, Jacob y Lohman³ presentaron una solución analítica en términos del gasto instantáneo, q_D , para un pozo localizado en un acuífero infinito, que produce a condiciones de presión constante. Su trabajo, realizado

* referencias al final

para analizar pozos artesianos, contiene las bases teóricas para analizar esta condición de producción. En 1956, Tsarevich y Kuranov⁴ proporcionaron soluciones tabuladas de gasto de flujo adimensional vs tiempo adimensional para yacimientos circulares confinados que producen a presión constante.

Por otra parte, el flujo de gas en medios porosos presenta algunas diferencias respecto del flujo líquido. Una diferencia notable, es el efecto común de la baja viscosidad del gas y los altos gastos máscicos de flujo de gas en las vecindades del pozo, que generalmente producen velocidades del gas demasiado grandes, sobrepasando las condiciones de flujo laminar. En la literatura de la ingeniería de yacimientos de gas este efecto es conocido como turbulencia, inercia ó flujo de alta velocidad⁵. Este efecto produce una caída extra de presión cerca del pozo, y ha sido motivo de numerosas investigaciones teóricas y experimentales. En 1901, Forchheimer⁶ concretó algunas ideas que sugerían expresar los gradientes de presión como una suma de efectos viscosos e inerciales, correlacionando datos para el flujo de alta velocidad de agua a través de medios porosos. Forchheimer fue el primero en modificar la ecuación de Darcy incluyendo un término adicional para considerar la caída de presión debido a la turbulencia. Este término incluye un factor que depende de las propiedades del medio poroso,

β , y es conocido como factor de turbulencia. El procedimiento común para determinar experimentalmente β , consiste básicamente en medir primero la permeabilidad absoluta de la muestra de roca y después aplicar presiones diferenciales a través de la muestra, fluyendo aire a diferentes gastos. Con esta información y utilizando una forma integrada de la ecuación de Forchheimer se puede obtener β . Katz y cols.⁷ publicaron una correlación para obtener β , en función de la permeabilidad y porosidad.

Posteriormente Katz y Coats⁸ sugirieron una correlación mas simple de β , como una función de de la permeabilidad. Gewers y Nichol⁹ midieron experimentalmente factores de turbulencia para muestras de roca con saturaciones inmóviles de líquido menores a 30% en volumen. Wong¹⁰ extendió el trabajo de Gewers y Nichol para medir factores de turbulencia del gas en presencia de altas saturaciones de líquido y condiciones de flujo bifásico. Sus resultados indican que un incremento en la saturación de líquido de 40 a 70% del volumen poroso produce un incremento en los factores de turbulencia de hasta 8 veces. Lo anterior disminuye la permeabilidad efectiva al gas alrededor del pozo, produciendo una disminución drástica en la productividad de gas en el pozo. Una conclusión importante que se desprende del trabajo de Wong, es que los factores de turbulencia para flujo bifásico pueden ser aproximados usando una correlación de factor de turbulencia en función de permeabilidad, obtenida experimentalmente para muestras secas, utilizando en dicha correlación el valor de permeabilidad efectiva al gas a la saturación particular del líquido. Estos resultados fueron obtenidos para núcleos de rocas carbonatadas microvugulares.

Recientemente, Firoozabadi y Katz⁵ realizaron un análisis de flujo de gas a alta velocidad, correlacionando el factor de turbulencia con la permeabilidad y la porosidad, habiendo obtenido diferentes correlaciones para diferentes tipos de roca. En la actualidad, estas correlaciones tienen un gran número de usuarios.

El desarrollo de la descripción del flujo de gas en medios porosos ha estado relacionado a las dificultades para linealizar la ecuación diferencial parcial no lineal que gobierna ese fenómeno. Estas dificultades

se refieren al manejo analítico de efectos no lineales, tales como el flujo de alta velocidad, representado por el factor δ , la compresibilidad y viscosidad del gas. Las soluciones inicialmente obtenidas^{11,12,13}, consideraban propiedades del gas constantes y gradientes de presión pequeños. Posteriormente¹⁴ las ecuaciones para gases ideales fueron resueltas mediante métodos numéricos utilizando diferencias finitas. Sin embargo, la contribución más importante a la teoría de flujo de gases es el trabajo de Aronofsky y Jenkins^{12,15}. Ellos concluyeron que la producción de un gas ideal a gasto constante en un sistema radial se puede aproximar por la solución para flujo líquido de Van Everdingen y Hurst¹ siempre que el tiempo adimensional sea evaluado considerando la compresibilidad y viscosidad inicial del gas. Posteriormente la ecuación de flujo de gas incluyendo el efecto de flujo de alta velocidad, fue resuelta para gases ideales por Swift y Kiel¹⁶ y Tek¹⁷. En 1966, Al-Hussainy y cols.^{18,19} presentaron una transformación que considera la variación de la viscosidad y compresibilidad de gases reales con la variación de presión. Esta función es llamada potencial de gas real y la sustitución de ésta en la ecuación diferencial ofrece ventajas importantes. La principal de ellas, es que los gradientes de presión son manejados rigurosamente considerando propiedades del gas real. En 1967, Wattenbarger^{20,21} realizó un estudio sistemático sobre la aplicación del potencial de gas real al análisis de pruebas en pozos. En este trabajo se consideran efectos de flujo de alta velocidad, daño y almacenamiento los cuales son incluidos en un modelo, que resuelve numéricamente diferentes situaciones de flujo de gas real bajo condiciones de gasto constante en la frontera interna. Aún cuando no presenta resultados para casos de producción a presión

constante en la frontera interna, las conclusiones del trabajo de Wattenbarger constituyen una aportación importante en el análisis de flujo de alta velocidad.

Otros efectos no lineales, tales como el deslizamiento del gas ó efecto Klinkenberg y la dependencia de la presión sobre las propiedades de la roca, han sido investigados en la literatura. Dranchuk^{22,23} mostró que en algunos casos de yacimientos muy compactos, el efecto Klinkenberg puede alterar el flujo másico a niveles de presión bajos. Otros trabajos publicados^{24,25,26} muestran el efecto de la variación de las propiedades de la roca con la presión. En estos trabajos se muestra un resultado común; la permeabilidad se ve mayormente reducida en yacimientos de baja permeabilidad cuando la presión de confinamiento sobre al roca se vé incrementada como producto del agotamiento de presión del gas, ocasionando una reducción en la capacidad de flujo debido a la producción de gas.

Samaniego y Cinco²⁷ muestran una técnica para evaluar estos yacimientos a través del ritmo de declinación de la producción de los mismos. Ellos encontraron que el gasto de producción de yacimientos con propiedades de roca variables, declina más rápidamente que aquellos que poseen propiedades de roca constantes.

En 1980, Fligelman²⁸ desarrolló un estudio sobre el análisis de pruebas decremento de presión para casos de producción de gas a gasto constante considerando efectos de daño, flujo de alta velocidad, almacenamiento y permeabilidad variable con la presión. Los resultados por él obtenidos se derivan de soluciones numéricas, y destaca entre ellos el incluir un grupo de correlación que permite ajustar mediante factores de corrección, la por-

ción de línea recta generada por el decremento de presión con flujo de alta velocidad.

Ehlich-Economides^{29,30,51} en 1980, encontró soluciones analíticas para interpretar diferentes etapas del decremento del gasto y el incremento de presión en yacimientos de flujo líquido que producen a condiciones de presión constante. El trabajo aún cuando no incluye efectos inerciales, proporciona bases teóricas sólidas y una metodología para interpretar información de decremento de gastos así como la relativa a la recuperación de presión posterior a producción a presión constante, para flujo líquido.

Contemporáneo al trabajo anterior, fue el realizado por Uraiet^{32,33} para casos también de producción a presión constante, pero utilizando un modelo numérico para obtener sus resultados. Este estudio tampoco considera efectos inerciales y proporciona algunos resultados similares al anterior en la interpretación de información de recuperación de presión posterior a producción a presión constante.

Recientemente Lee y cols.⁴⁶ publicaron un estudio, en el cual resuelven numéricamente la ecuación diferencial no lineal incluyendo flujo de alta velocidad mediante diferencias finitas y elemento finito, y encontraron un grupo de variables que permite caracterizar el flujo turbulento a través de medios porosos.

En resumen, la literatura disponible en la actualidad, concerniente al flujo de alta velocidad en medios porosos, está orientada principalmente hacia problemas de flujo a gasto constante, y se hace necesario investigar algunas situaciones de flujo de gas a alta velocidad bajo condiciones de presión constante en la frontera interna ó en la superficie del pozo.

Habiendo revisado la literatura pertinente, en la siguiente sección se presenta el desarrollo de un modelo matemático a fin de estudiar algunas características importantes en yacimientos de gas circulares que producen a gasto constante y especialmente aquellos que producen a condiciones de presión constante en la frontera interna ó en la cabeza del pozo, incluyendo efectos de almacenamiento, daño y flujo de alta velocidad.

III. MODELO MATEMATICO PARA FLUJO EN EL YACIMIENTO

Para encontrar una ecuación de flujo en medios porosos, es necesario apoyarse en principios y ecuaciones básicas de la mecánica Newtoniana; una ecuación de continuidad, una ecuación de transporte y una ecuación termodinámica de estado.

Mediante un balance macroscópico de materia se puede obtener una ecuación de continuidad,³⁴

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = - \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \quad (1)$$

donde el vector \vec{v} representa la velocidad macroscópica del fluido. La ecuación de Forchheimer⁶ se utiliza como la ecuación de transporte general, la cual considera efectos viscosos e inerciales para situaciones de flujo de alta velocidad o no laminar,

$$-\nabla p = \frac{\mu}{k} \vec{v} + \beta \rho |\vec{v}| \vec{v} \quad (2)$$

Considerando únicamente flujo radial, esta ecuación queda como

$$-\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\mu}{k} v_r + \beta \rho |v_r| v_r \quad (3)$$

Una forma conveniente de la ecuación de Forchheimer es,¹⁶

$$v_r = - \left| \delta \right| \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (4)$$

donde el coeficiente de flujo de alta velocidad, δ , depende de la presión y del gradiente de presión y se vuelve menor que la unidad cuando las fuerzas inerciales son importantes,

$$|\delta| = 1 / (1 + \beta \rho k |v| / \mu) \quad (5)$$

siendo β el factor de turbulencia ó coeficiente inercial.

En ésta ecuación se observa que para flujo laminar, β tiende a cero, $|\delta|$ es igual a la unidad y la ecuación de transporte es idéntica a la ecuación conocida de Darcy.

La ecuación de estado para flujo de gas real se obtiene a partir de la ley general de gases reales,

$$\rho = \frac{p M}{Z R T} \quad (6)$$

Algunas suposiciones importantes que se consideran en la derivación de las ecuaciones que constituyen el modelo matemático son las siguientes,

- a) Se tiene un pozo vertical que penetra totalmente un estrato circular horizontal, de espesor constante, cerrado al flujo en la cima y en la base.
- b) Flujo isotérmico a través del estrato
- c) La porosidad y permeabilidad son independientes de la pre

sión así como de la posición en el estrato.

- d) Efectos gravitacionales despreciables.
- e) Se utiliza una región concéntrica al pozo, de permeabilidad constante para simular una región dañada.
- f) No existe deslizamiento entre las moléculas del gas a través de la interfase gas-matriz.

III.1 ECUACION DE FLUJO PARA EL MEDIO POROSO

Considerando flujo radial y combinando las ecuaciones 1, 4 y 6 se puede llegar a la siguiente expresión

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \delta \frac{p}{\mu z} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi}{k} \frac{\mu c}{\mu z} \frac{p}{\mu z} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right) \quad (7)$$

Si se introduce la transformación del potencial¹⁸ de gas real, $m(p)$ la ecuación anterior toma la siguiente forma,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \delta \frac{\partial m(p)}{\partial r} \right) = \frac{\phi}{k} \frac{\mu c}{\mu z} \frac{\partial m(p)}{\partial t} \quad (8)$$

Esta es la ecuación de difusión que describe el flujo de gases reales a través de medios porosos y considera efectos no laminares así como flujo Darcy. Sin embargo, debido a la simetría del sistema radial, éste puede ser convenientemente transformado a coordenadas logarítmicas a fin de observar en forma detallada el comporta -

miento de algunas variables de interés en la vecindad del pozo.

Para lograr lo anterior se utiliza la siguiente transformación,

$$u = \ln r_D \quad (9)$$

Entonces, la ecuación 8 expresada en términos de esta transformación queda de la siguiente forma,

$$\frac{\partial}{\partial u} \left(\delta_r \frac{\partial m(p)}{\partial u} \right) = \frac{\phi \mu c r_w^2}{k} \frac{\partial m(p)}{\partial t} \quad (10)$$

La derivación de esta ecuación se muestra en el apéndice A

III.2 VARIABLES ADIMENSIONALES.

En esta sección se incluyen las definiciones de variables de aplicación general, de forma que la ecuación de flujo quede expresada en forma adimensional.

Tiempo Adimensional (t_D).

$$t_D = \frac{k t}{\phi \mu_i c_i r_w^2} \quad (11)$$

Pseudopresión Adimensional (m_D). Para el caso de producción a gas to másico constante, se tiene

$$m_D = \frac{\pi h T_{sc} k}{q_{sc} p_{sc} T} [m(p_i) - m(p)] \quad (12)$$

Gasto Adimensional (q_D). Para producción a gasto másico constante se tiene,

$$q_D = \frac{q_{sc} p_{sc} T}{\pi k h T_{sc} m(p_i)} \quad (13)$$

Distancia Adimensional (r_D).

$$r_D = r/r_w \quad (14)$$

Difusividad Adimensional (α_D).

$$\alpha_D = \frac{\mu c_g}{\mu_i c_{g_i}} \quad (15)$$

En caso de tener condiciones de presión constante en el pozo (fron - tera interior) conviene expresar algunas de las variables adimensio

nales ya definidas, como sigue,

Pseudopresión Adimensional (m_D).

$$m_D = \frac{m(p_i) - m(p(r,t))}{m(p_i) - m(p_w)} \quad (16)$$

Gasto Adimensional (q_D).

$$q_D = \frac{p_{sc} T q_{sc}(r,t)}{\pi k h T_{sc} [m(p_i) - m(p_w)]} \quad (17)$$

en donde

$$q_{sc}(r,t) = \frac{\pi k h}{p_{sc} T/T_{sc}} \left(\delta_r \frac{\partial m(p)}{\partial u} \right)_{u=0}$$

III.3 EXPRESION DE LA ECUACION DE FLUJO EN TERMINOS ADIMENSIONALES

Mediante la regla de la cadena se tiene,

$$\frac{\partial m(p)}{\partial u} = \left(\frac{\partial m(p)}{\partial m_D} \right) \left(\frac{\partial m_D}{\partial u} \right) \quad (18)$$

y tambien

$$\frac{\partial m(p)}{\partial t} = \left(\frac{\partial m(p)}{\partial m_D} \right) \left(\frac{\partial m_D}{\partial t} \right) \quad (19)$$

donde la derivada $\partial m(p) / \partial m_D$ puede ser evaluada a partir de la definición de m_D , dada en las ecuaciones 12 y 16

$$\frac{\partial m(p)}{\partial m_D} = \frac{p_{sc} T q_{sc}}{\pi h T_{sc} k}$$

Entonces, sustituyendo esta derivada en 18 y 19, y estas relaciones a su vez en la ecuación 10, se tiene la siguiente ecuación

$$\frac{\partial}{\partial u} \left(\delta_r \frac{\partial m_D}{\partial u} \right) = \frac{\emptyset \mu c r_w^2}{k} e^{2u} \frac{\partial m_D}{\partial t}$$

Analizando el término de la derecha,

$$e^{2u} \frac{\emptyset \mu c r_w^2}{k} \frac{\partial m_D}{\partial t} = \frac{e^{2u}}{\frac{k}{\emptyset \mu c r_w^2}} \frac{\partial m_D}{\partial t}$$

y multiplicando y dividiendo por $[\mu c / \mu_i c_i]$, tenemos lo siguiente

$$\frac{\mu c}{\mu_i c_i} e^{2u} \frac{1}{\frac{k}{\emptyset \mu_i c_i r_w^2}} \frac{\partial m_D}{\partial t}$$

Si el grupo $k / \emptyset \mu_i c_i r_w^2$ es constante, éste puede ser introducido en la derivada de tiempo, y además el grupo $\mu c / \mu_i c_i$ fue definido como la difusividad adimensional en la ecuación 15, con lo que se tiene,

$$= \alpha_D e^{2u} \frac{\partial m_D}{\partial \left(\frac{kt}{\emptyset \mu_i c_i r_w^2} \right)} \quad (19a)$$

Observando la definición de t_D en la ecuación 11, ésta corresponde al grupo dentro del paréntesis de la ecuación anterior, por lo que se llega a lo siguiente,

$$= \alpha_D e^{2u} \frac{\partial m_D}{\partial t_D}$$

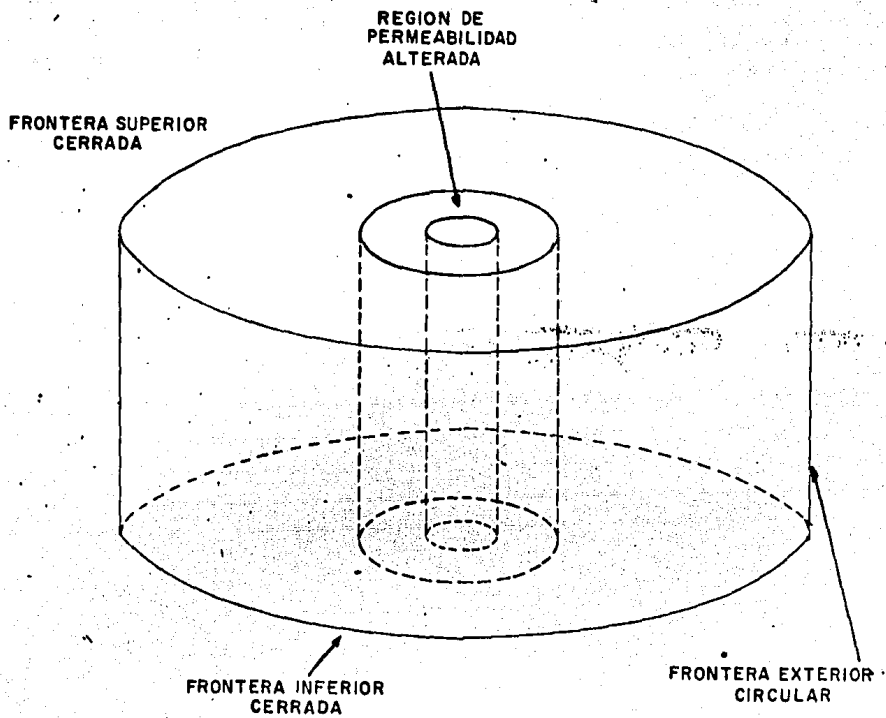


FIGURA 1. DESCRIPCION ESQUEMATICA DEL MODELO DE FLUJO RADIAL

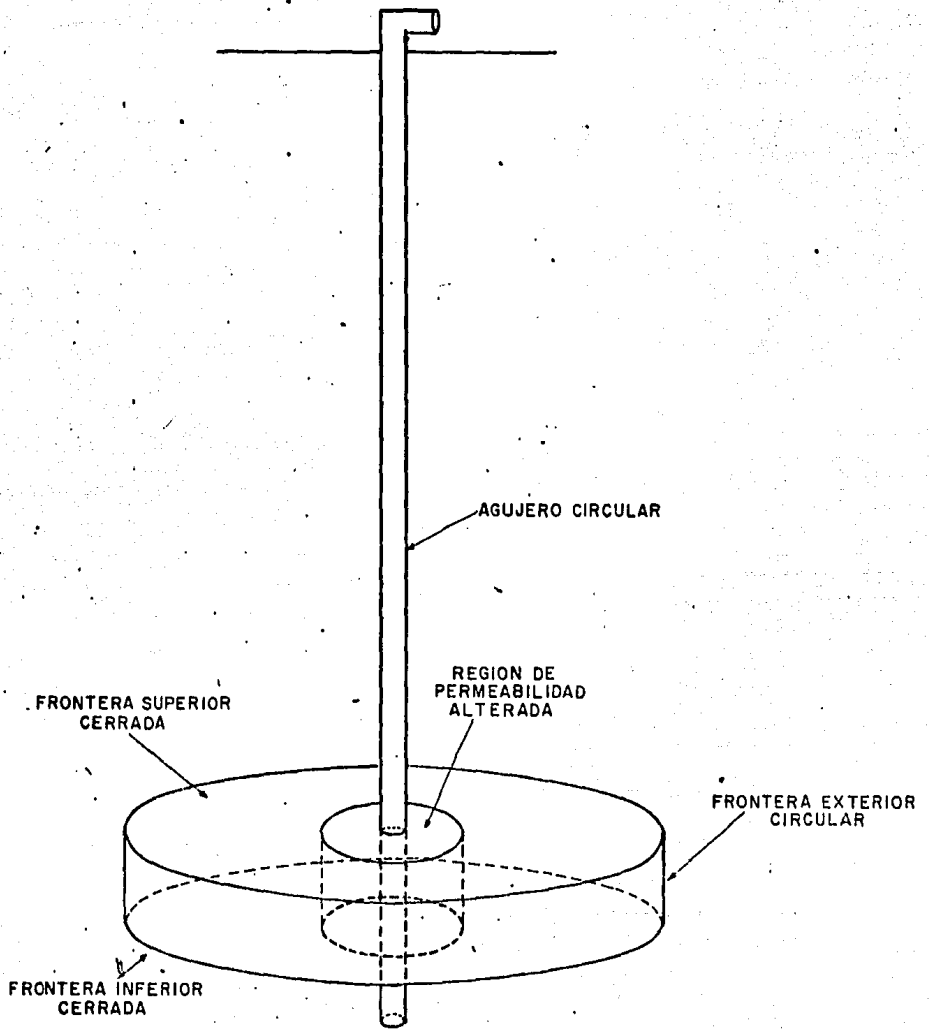


FIGURA 2.
 DESCRIPCION ESQUEMATICA DEL SISTEMA DE FLUJO YACIMIENTO-TUBERIA

Entonces, la ecuación de flujo en términos adimensionales resulta ser como sigue,

$$\frac{\partial}{\partial u} \left(\delta_r \frac{\partial m_D}{\partial u} \right) = \alpha_D e^{2u} \frac{\partial m_D}{\partial \tau_D} \quad (20)$$

Esta expresión, es una ecuación diferencial parcial no lineal del tipo parabólico. La no linealidad es causada por dos efectos;

- a) flujo de gas a alta velocidad, considerado en δ_r
- b) el cambio significativo en compresibilidad y viscosidad con la presión, considerado en α_D

En otras palabras, la evaluación de estas variables depende de la solución de la ecuación. Como es de esperarse, para obtener la solución de la ecuación diferencial se requiere de un proceso numérico iterativo, cuya formulación numérica permita linealizar la ecuación en forma discreta. Esto último se contempla detalladamente mas adelante.

Otro aspecto de importancia que cabe destacar en esta ecuación es que los gradientes de presión de segundo grado son manejados rigurosamente a través del potencial de gas real $m(p)$.

III.4 DAÑO A LA FORMACION

El daño a la formación ha sido estudiado en la literatura existente^{2,35} y es un factor de mucha importancia cuando se analiza la energía consumida por un yacimiento durante su etapa de explotación.

El daño a la formación no debe entenderse en el estricto sentido literal, sino que comprende también las condiciones favorables al flujo. El daño puede ser simulado considerando una región anular con-

céntrica al pozo, de permeabilidad constante, como se muestra en las figuras 1y2. Esto es conocido en la literatura como yacimiento compuesto.³⁶ De acuerdo a Hawkins³⁷, la permeabilidad en la zona dañada (k_s) puede ser calculada mediante la siguiente ecuación,

$$k_s = \frac{k}{1 + s/\ln(r_s/r_w)} \quad (21)$$

De acuerdo a este modelo, se deberán calcular dos valores de factor de flujo inercial β , uno en la zona dañada, β_s , y otro para la zona sin daño, β , al considerar flujo de alta velocidad a través del yacimiento compuesto.

Para incluir la región dañada en la ecuación 20 y que a su vez tenga validez en la región no dañada basta con afectar el t_D con la relación k_s/k ; esto es, analizando el término del lado derecho de la ecuación 19a, se tiene

$$= \alpha_D e^{2u} \frac{\partial m_D}{\frac{k_s}{k} \partial \left(\frac{kt}{\phi \mu_i c_i r_w^2} \right)}$$

Haciendo $\lambda = k/k_s$, entonces la ecuación diferencial toma la siguiente forma

$$\frac{\partial}{\partial u} \left(\delta_r \frac{\partial m_D}{\partial u} \right) = \alpha_D e^{2u} \lambda \frac{\partial m_D}{\partial t_D} \quad (22)$$

Se observa que para la región no dañada $\lambda = 1$

III.5 FLUJO DE ALTA VELOCIDAD

En la literatura^{5,47}, el flujo de alta velocidad es conocido con diferentes nombres ; flujo no laminar, flujo no Darcy, flujo turbulento y hasta flujo inercial. Firoozabadi y Katz⁵ discuten ampliamente la controversia existente con los términos utilizados por los diferentes investigadores, relativos al flujo de alta velocidad.

A velocidades de flujo bajas, la ley de Darcy caracteriza adecuadamente el fenómeno de flujo en un medio poroso; existe una proporcionalidad entre la velocidad de flujo y la caída de presión.⁶ Sin embargo cuando la velocidad de flujo sobrepasa cierto dominio de velocidad, se observa una caída de presión mayor que la proporcional al incremento de velocidad. Ese cierto dominio de velocidad es caracterizado por el número de Reynolds para medios porosos. La física de este efecto está relacionada con las fuerzas inerciales en el fluido, que aunque siempre están presentes, a altas velocidades se vuelven gradualmente dominantes respecto a las fuerzas viscosas. Así, las fuerzas inerciales actúan debido a las aceleraciones y desaceleraciones convectivas que sufren las partículas del fluido al pasar a través de los espacios porosos, produciéndose una pérdida de energía adicional.⁶

Forchheimer(1901) sugirió que la ley de Darcy podría ser modificada para altas velocidades, incluyendo un término de segundo orden en la velocidad^{6,48}. Otros trabajos⁴⁸ han intentado evaluar los efectos de flujo de alta velocidad incluyendo un tercer término en el que la velocidad se obtiene como una ecuación cúbica. Sin embargo, esta corrección cúbica no se analiza más en este trabajo.

La ecuación de Forchheimer fue postulada a partir de un razonamiento

semiteórico-experimental, utilizando una analogía con el fenómeno de flujo observado en tuberías.

Para un sistema de flujo radial, la ecuación empírica de Forchheimer fue definida por la ecuación 3,

$$-\frac{dp}{dr} = \frac{\mu}{k} v_r + \beta \rho |v_r| v_r \quad (3)$$

De esta ecuación es posible conocer la velocidad de flujo v_r , y con ello determinar el valor de δ_r que aparece en la ecuación diferencial 22. La ecuación 3 es una ecuación cuadrática, la cual puede reorganizarse de la siguiente manera^{28,38}

$$\beta \rho v_r^2 + \frac{\mu}{k} v_r + \frac{dp}{dr} = 0$$

De esta expresión se puede conocer la velocidad v_r ,

$$v_r = \frac{-\frac{\mu}{k} + \sqrt{\left(\frac{\mu}{k}\right)^2 - 4 \beta \rho \left(\frac{dp}{dr}\right)}}{2 \beta \rho} \quad (23)$$

o bien utilizando el potencial de gas real, $m(p)$

$$v_r = \frac{-\frac{\mu}{k} + \sqrt{\left(\frac{\mu}{k}\right)^2 - 4 \beta \left(\frac{M}{RT}\right) \frac{\mu}{2} \left(\frac{dm(p)}{dr}\right)}}{2 \beta \rho} \quad (24)$$

Conocida la velocidad de flujo, es posible calcular δ_r

$$\delta_r = \frac{1}{\left(1 + \frac{\beta \rho k v_r}{\mu}\right)} \quad (25)$$

La evaluación anterior requiere de un proceso iterativo, pues δ_r resulta ser función de presión a través de la densidad y viscosidad del gas. Estudios experimentales mostrados en la literatura^{5,9,10,47} permiten afirmar que el factor de turbulencia β resulta ser inversamente proporcional a la permeabilidad k , o en presencia de una fase líquida, a k_g . Aún cuando el valor de β debe ser evaluado rigurosamente en forma experimental para cada situación de flujo, aquí se utiliza la corrección sugerida por Firoozabadi-Katz⁵,

$$\ln \beta = -1.201 \ln k + 23.83$$

Con la finalidad de conocer la importancia de las fuerzas inerciales en la ecuación de flujo, conviene tener una expresión a fin de determinar la magnitud de estas fuerzas, así como las variables que las gobiernan a lo largo del espacio poroso. De la ecuación de Forchheimer se puede observar que el gradiente de presión es debido a dos fuerzas, causadas éstas por efectos viscosos y efectos inerciales,

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\mu}{k} v_r + \beta \rho v_r^2 = \left(\frac{dp}{dr} \right)_{\text{visc}} + \left(\frac{dp}{dr} \right)_{\text{in}}$$

Esta ecuación puede ser expresada en términos del potencial de gas real $m(p)$ ^{18,19}

$$m(p) = 2 \int_{p_0}^p \frac{p}{\mu z} dp$$

de donde se puede obtener la derivada dp/dr ,

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\mu Z}{2p} \frac{dm(p)}{dr}$$

Sustituyendo esta igualdad en la ecuación de Forchheimer, se tiene.

$$\frac{dm(p)}{dr} = \frac{2p}{\mu Z} \left[\frac{\mu}{k} v_r + \beta \rho v_r^2 \right] = \left(\frac{dm(p)}{dr} \right)_{\text{visc}} + \left(\frac{dm(p)}{dr} \right)_{\text{in}}$$

De esta expresión se desprende que el gradiente de potencial debido a los efectos inerciales será,

$$\left(\frac{dm(p)}{dr} \right)_{\text{in}} = \frac{2p}{\mu Z} \beta \rho v_r^2$$

Si la velocidad de flujo se expresa en términos del gasto, se tiene lo siguiente

$$\left(\frac{dm(p)}{dr} \right)_{\text{in}} = \frac{2p}{\mu Z} \beta \rho \left(\frac{q}{2\pi r h} \right)^2 \quad (26)$$

Además, el gasto q expresado a condiciones estandar, q_{sc} , es

$$q = \frac{Z T p_{sc}}{p T_{sc}} q_{sc}, \quad Z_{sc} = 1$$

Sustituyendo lo anterior así como también la densidad del gas en la ecuación 26, separando variables e integrando, se tiene

$$(\Delta m(p))_{in} = \beta \frac{2 M T p_{sc}^2 q_{sc}}{R(2\pi)^2 h^2 T_{sc}^2} \left(\int_{r_w}^{r_{in}} \frac{dr}{\mu r^2} \right) q_{sc} \quad (27)$$

En esta ecuación se observa que la viscosidad es fuertemente dependiente del espacio radial a través del gradiente de potencial.

Asimismo, los límites de integración son determinados por el radio del pozo y el radio donde los efectos inerciales se vuelven despreciables. La ecuación 27 puede ser expresada en términos de m_D para el caso de producción a gasto constante, (ver Apéndice C)

$$(m_D)_{in} = \left(\frac{M p_{sc}}{2\pi h R T_{sc}} \right) k \beta \left(\int_{r_w}^{r_{in}} \frac{dr}{\mu r^2} \right) q_{sc} \quad (28)$$

Haciendo $D(\mu)$ igual al grupo dentro del paréntesis, la ecuación 28 se simplifica y toma la siguiente forma,

$$(m_D)_{in} = D(\mu) q_{sc}$$

Conviene destacar, que el coeficiente D , rigurosamente no permanece constante. A medida que disminuye la presión con el tiempo, para el caso de producción, la viscosidad disminuye ocasionando que el coeficiente D aumente. Contrariamente, cuando la presión se incrementa, al cierre del pozo, la viscosidad se incrementa y causa que D disminuya.

Otra observación de interés en la ecuación 28, es que una disminución en el radio del pozo, r_w , produce un incremento en la caída de presión debido a efectos inerciales, es decir, $(m_D)_{in}$ se ve incrementada.

Por otra parte, conviene tener una expresión que permita cuantificar los efectos de flujo de alta velocidad cuando actúan simultáneamente con efectos de daño en una zona concéntrica al pozo. Expresando la ecuación 28 en términos de q_D y suponiendo que los efectos inerciales se extienden un radio mayor que el radio de la zona de permeabilidad alterada, se tiene la siguiente ecuación, como se demuestra en el Apéndice C,

$$[m_D(1, t_D)]_{in} = \frac{M m(p_i) k^2 \beta}{T r_w} \left[\frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{\beta_s}{\beta} \right) \int_0^{u_s} \frac{du}{\mu e^u} + \int_{u_s}^{u_{in}} \frac{du}{\mu e^u} \right] q_D \quad (28a)$$

La ecuación anterior ha sido derivada para casos de producción a gasto constante, sin embargo conviene tener una expresión para cuantificar las variaciones en el gasto adimensional q_D debido al efecto del flujo de alta velocidad cuando se tienen condiciones de producción a presión constante en la frontera interna. La ecuación que se presenta a continuación, fue derivada utilizando los razonamientos anteriores, pero usando las definiciones de los grupos adimensionales dados en las ecuaciones 16 y 17. Los detalles se muestran en el Apéndice C,

$$(q_D(1, t_D))_{in} = \frac{5.3947E-20(m(p_i) - m(p_{wf}))M \delta_o q_{Dt}(1, t_D) t}{T r_w} \left(\frac{1}{\lambda^2} \frac{\beta_s}{\beta} q_{Dt}(1, t_D) \left[\left(\frac{1}{\mu e^{u_s}} \right) - \left(\frac{1}{\mu e^{u_1}} \right) \right] + \frac{2}{\lambda^2} \frac{\beta_s}{\beta} \left(\frac{\partial q_D}{\partial u} \right)_{u=0} \int_0^{u_s} \frac{du}{\mu e^u} + q_{Dt}(1, t_D) \left[\left(\frac{1}{\mu e^u} \right)_{u_{in}} - \left(\frac{1}{\mu e^u} \right)_{u_s} \right] + 2 \left(\frac{\partial q_D}{\partial u} \right)_{u=0} \int_{u_s}^{u_{in}} \frac{du}{\mu e^u} \right] \quad (28b)$$

Por otra parte, los efectos inerciales y los efectos de daño actúan simultáneamente en la región dañada en las vecindades del pozo. El efecto del daño por sí sólo ocasiona una caída de presión, con lo que la viscosidad del gas en esta región disminuye, y los efectos inerciales se vuelven más pronunciados.

Estas observaciones permiten afirmar que el coeficiente D depende de muchos factores, y es por consecuencia variable, por lo que la manera común de obtener el coeficiente D a partir de dos pruebas de presión a diferentes gastos, deberá ser utilizada con cautela.

III.6 CONDICIONES INICIALES Y DE FRONTERA

A fin de completar la formulación matemática del problema, se hace necesario considerar las condiciones iniciales del fenómeno de flujo, así como también las condiciones de frontera del mismo.³⁹

III.6.1 CONDICION INICIAL

El potencial de gas real a través del sistema radial a un tiempo cero es constante e igual al inicial,

$$\begin{aligned} m(p) &= m(p_i) & ; t = 0, r_w < r < r_e \\ m_D(u, 0) &= 0 & 0 < u < u_c \end{aligned} \quad (29)$$

III.6.2 CONDICION DE FRONTERA EXTERNA

a) Condición de Frontera Externa de no Flujo.

(Tipo Neumann)

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial m(p)}{\partial r} \right)_{r=r_e} &= 0 \\ \left(\frac{\partial m_D(u, t_D)}{\partial u} \right)_{u=u_c} &= 0 \end{aligned} \quad t_D > 0 \quad (30)$$

b). Presión Constante en la Frontera Externa.

(Tipo Dirichlet)

$$(m(p))_{r=r_e} = m(p_i) \quad t_D > 0 \quad (31)$$

$$(m_D(u, t_D))_{u=u_e} = 0$$

III.6.3) CONDICIONES EN LA INTERFASE ENTRE LAS REGIONES DAÑADA Y NO DAÑADA.

$$m_s(p) = m(p) \quad ; \quad r = r_s, t_D > 0 \quad (32)$$

$$k_s \left(\delta_s \frac{\partial m_s(p)}{\partial r} \right) = k \left(\delta \frac{\partial m(p)}{\partial r} \right) \quad (33)$$

III.6.4) CONDICIÓN DE FRONTERA INTERNA.

a) Presión Constante en el nodo interior.

$$m(p(r_w, t)) = m(p_{wf}) \quad (34)$$

$$(m_D(p(u, t_D)))_{u=0} = m_D(p_{wf}) = 1$$

En esta situación de flujo los efectos de almacenamiento en la tubería se vuelven cero durante la etapa de producción.

b) Presión Variable en el nodo interior.

El valor de presión en el fondo del pozo está condicionado al valor de presión constante en la superficie de la tubería. La producción a presión constante en la cabeza del pozo oca-

siona una presión variable en el fondo del pozo, ya que la caída de presión por fricción a lo largo de la tubería es dependiente de los gastos de producción^{29,30,31}. Para esta condición de frontera, los efectos de almacenamiento son evaluados mediante un modelo numérico para la tubería, acoplado al modelo de yacimiento,

$$m(p(r_w, t)) = f(p_{wh}, \Delta p_f) \quad (35)$$

c) Gasto Constante en la Frontera Interna.

$$(q_f)_{sc} = - \frac{T_{sc} \pi h}{p_{sc} T} \left(\delta \frac{k}{\lambda} r \frac{\partial m(p)}{\partial r} \right)_{r=r_w}$$

$$(q_w)_{sc} = - V_w \left(c \frac{\partial p}{\partial t} \right)_{r=r_w} \quad (36)$$

En términos adimensionales, esta condición de frontera queda de la siguiente manera,

$$- \left(\delta_r \frac{\partial m_D}{\partial u} \right)_{u=0} = \lambda - C_D \lambda \left(\alpha_D \frac{\partial m_D}{\partial t_D} \right)_{u=0} \quad (37)$$

En el Apéndice B se muestra la derivación de esta ecuación.

IV. MODELO MATEMATICO PARA EL FLUJO DE GAS REAL EN LA TUBERIA - VERTICAL.

El movimiento de un fluido, considerado como un continuum - desde el punto de vista macroscópico, puede ser descrito geométricamente (en la tubería vertical) si se conoce la posición de cada elemento puntual del fluido a través del tiempo. Tal movimiento es determinado por algunos principios físicos, tales como una condición de continuidad, una ley de movimiento y energía y finalmente una ecuación termodinámica de estado.

Estos principios físicos son expresados matemáticamente como un sistema de ecuaciones diferenciales. Para que el problema de movimiento quede determinado en forma completa, es necesario fijar un conjunto de Condiciones iniciales y de frontera a través del sistema yacimientos-tubería. El modelo físico de la tubería se muestra en la figura 3 .

a) Ecuación de Continuidad.

De un balance másico sobre el volumen de control y considerando coordenadas cilíndricas en las que $v_r = v_\theta = 0$ e incorporando un término fuente o sumidero, se tiene la siguiente ecuación de continuidad:

$$-\frac{\partial}{\partial L} (\rho v_z) - \frac{W^*}{A \Delta L} = \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (38)$$

El término de acumulación de masa, $\partial \rho / \partial t$ permite observar los efectos transitorios de flujo en la tubería a -

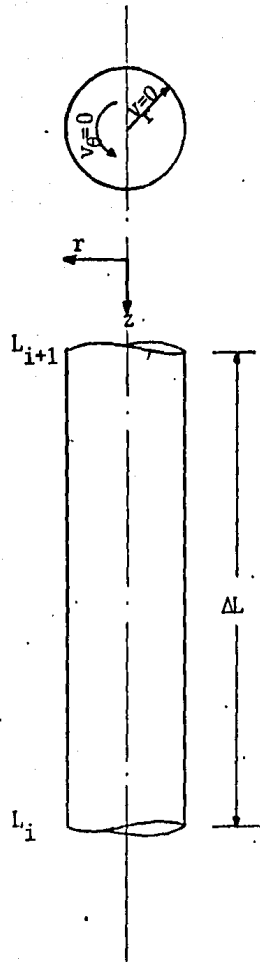


FIGURA 3. Descripción del modelo físico para flujo en la tubería

tiempos muy cortos, lo cual hace posible determinar el efecto de almacenamiento en la tubería a condiciones dinámicas, es decir, en presencia de gradientes de temperatura y pérdidas de energía por fricción.

El segundo término de la ecuación 38 corresponde a la masa introducida o pérdida en la tubería, causada por producción o inyección en el estrato, mientras que el primer término representa el ritmo de cambio másico sobre una longitud de tubería ΔL .

Por otra parte, conviene definir la ecuación de continuidad en términos de presión y gasto volumétrico de gas.⁴⁰ El gasto volumétrico q , y el gasto másico W , pueden expresarse como sigue,

$$\begin{aligned} q &= v_z A \\ W &= \rho q = v_z \rho A \end{aligned} \quad (39)$$

donde A representa la sección transversal al flujo en el interior de la tubería. De acuerdo a la ecuación 39, se puede observar que

$$v_z \rho = W/A$$

por lo que la ecuación de continuidad, 38, queda,

$$-\frac{\partial W}{\partial L} - \frac{W^*}{\Delta L} = A \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (40)$$

b) Ecuación Termodinámica de Estado

Se utiliza la misma ecuación definida a partir de los gases reales, para el medio poroso,

$$\rho = \left(\frac{p}{Z R T} \right) M \quad (41)$$

Recordando que el volumen molar, V_m , se puede expresar de la forma siguiente,

$$V_m = \frac{V}{n} = \frac{Z R T}{p} \quad (42)$$

entonces, la densidad también puede ser definida en términos del volumen molar,

$$\rho = \frac{M}{V_m} \quad (43)$$

Igualmente, el gasto másico puede expresarse como

$$W^* = q \rho = q \frac{M}{V_m} \quad (44)$$

De la ecuación 42 se observa que,

$$R = \left(\frac{p}{Z T} \right) V_m = \frac{p_{sc}}{T_{sc}} V_m = \text{constante}$$

Es decir,

$$V_m = \frac{R T_{sc}}{p_{sc}} \quad , Z_{sc} = 1$$

Así, el gasto másico expresado en la ecuación 44, puede ser obtenido como sigue,

$$W^* = q \frac{M p_{sc}}{R T_{sc}} \quad (45)$$

Introduciendo las ecuaciones 41 y 45 en la ecuación 40, se

tiene,

$$-\frac{\partial q}{\partial L} - \frac{q^*}{\Delta L} = A \frac{T_{sc}}{p_{sc}} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{Z T} \right) \quad (46)$$

Si en un punto fijo de la tubería, la temperatura permanece constante a través del tiempo, y el área de la tubería es $A = \pi d^2/4$, la ecuación de continuidad a lo largo de la tubería será

$$-\frac{\partial q}{\partial L} - \frac{q^*}{\Delta L} = \frac{\pi d^2}{4} \frac{T_{sc}}{p_{sc} T} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{Z} \right)$$

Finalmente en unidades prácticas,

$$-\frac{\partial q}{\partial L} - \frac{q^*}{\Delta L} = \frac{0.193 d^2}{T} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{Z} \right) \quad (47)$$

c) Ecuación de Conservación de Energía.

A partir de un balance macroscópico de energía sobre un volumen de control en la tubería, Smith⁴¹, obtiene la siguiente ecuación general

$$q = 0.2 \times 10^6 \left[\frac{d^5}{\gamma T Z f L} (p_2^2 - e^s p_1^2) \frac{s}{(e^s - 1)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (48)$$

donde,

$$s = 0.0375 \frac{\gamma L}{T Z}$$

Aún cuando esta ecuación fue planteada considerando algunas propiedades promedio, al ser discretizadas, es posible considerar las propiedades en puntos definidos a lo largo de

la tubería. El factor f que aparece en la ecuación de energía llamado factor de fricción, depende de las fuerzas viscosas y de movimiento actuando en sentido opuesto a la dirección del flujo del fluido sobre la pared interior de la tubería. Su magnitud depende de la velocidad, viscosidad y densidad del gas, así como de las propiedades del conducto, como lo son el diámetro y la rugosidad de la superficie interior del mismo. Esta dependencia se ha establecido en términos del grupo adimensional conocido como número de Reynolds (R_e),

$$R_e = \frac{d v_z \rho}{\mu}$$

Haciendo uso de la relaciones 39, 43 y 44, así como también de la aproximación $M = 28.97 * \gamma$, podemos expresar el número de Reynolds como,

$$R_e = 0.0201 \frac{\gamma q}{d \mu}$$

El factor de fricción es calculado, en este trabajo, mediante la correlación de Colebrook, la cual utiliza un procedimiento iterativo en función del número R_e y la rugosidad relativa de la tubería.

d) Condiciones Iniciales y de Frontera.

Condiciones Iniciales.

d.1) Se especifica la presión y gasto en la cabeza del pozo cerrado.

$$p(0,t) = p_{whs} \quad , \quad t = 0$$

$$q(0,t) = 0 \quad , \quad t = 0$$

d.2) La distribución de presiones a lo largo de la tubería, es debido a la columna estática de gas y a p_{whs} , expresada por medio de la siguiente ecuación :

$$p_{ws} = p_{whs} e^{\left(\frac{0.01875 \gamma L}{z T}\right)}, \quad t = 0$$

Condiciones de Frontera.

d.3) Se establece la presión fluyendo constante en la cabeza del pozo,

$$p(0,t) = p_{whf}, \quad t > 0$$

d.4) Se especifica el gasto constante en la superficie e igual a cero, para fines de simular pruebas de incremento de presión, después de un tiempo de producción t_p ,

$$q(0,t) = 0, \quad t > t_p$$

V. DESARROLLO DEL MODELO NUMERICO

En esta sección se presenta la formulación en forma discreta, de las ecuaciones diferenciales continuas que constituyen el modelo matemático del sistema yacimiento-tubería. La transformación de las ecuaciones diferenciales continuas a la forma discreta es realizada mediante la técnica de diferencias finitas. También se presenta un tratamiento breve acerca de la discretización del espacio ó área de drenaje, así como también el método de solución que resuelve el sistema de ecuaciones resultante.

V.1 MODELO NUMERICO PARA EL MEDIO POROSO.

a) Ecuaciones en Diferencias Finitas.

En la sección I, se derivó detalladamente la ecuación diferencial no lineal para flujo de gas real a través de medios porosos la cual relaciona los cambios de potencial con el tiempo a lo largo del espacio. Como se mostró, el espacio radial fué transformado logarítmicamente, y la ecuación quedó expresada en términos de la transformación $u = \ln r_D$, y de variables adimensionales, como se puede observar en la ecuación 22,

$$\frac{\partial}{\partial u} \left(\delta_r \frac{\partial m_D}{\partial u} \right) = \alpha \lambda e^{2u} \frac{\partial m_D}{\partial t_D} \quad (22)$$

Esta transformación convierte el dominio radial de $r_w < r < r_e$ a un dominio normalizado de $0 < u < u_e$, lo que permite simplificar la discretización de la ecuación 22. Esta transformación

distribuye logarítmicamente los nodos en el dominio de r_D , mediante un espaciamiento constante en la coordenada u , concentrando los núcleos de los nodos en las vecindades del pozo, donde precisamente se manifiestan los gradientes de presión más fuertes, requiriéndose ahí una representación exacta de las derivadas de la ecuación 22. Conforme la distancia radial aumenta, los gradientes de presión se vuelven suaves, y la separación entre nodos calculada por ésta transformación, se hace creciente.

Para transformar la ecuación diferencial continua 22, a la forma discreta, se hace necesario disponer de un esquema numérico para evaluar las derivadas en espacio y tiempo que en ella aparecen. La literatura indica^{26,49,50} que una ecuación diferencial como la presentada en la ecuación 22, puede ser aproximada en forma discreta mediante diferencias centrales en espacio y diferencias regresivas en tiempo. Así, la representación discreta de la ecuación 22 será,

$$\frac{\delta_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} (m_{i+1}^{n+1} - m_i^{n+1}) - \delta_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} (m_i^{n+1} - m_{i-1}^{n+1})}{(\Delta u)^2} = \alpha_i^{n+1} e^{2u_i} \lambda_i \left(\frac{m_i^{n+1} - m_i^n}{\Delta t_D} \right) + o\{(\Delta u)^2, t\} \quad (49)$$

donde el subíndice i se refiere a la dimensión del espacio, y el superíndice n a la dimensión del tiempo.

La ecuación 49 puede ser escrita en la forma conveniente si -
guiente,

$$\delta_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} m_{i-1}^{n+1} - \left[\delta_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} + \delta_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} + \alpha_i^{n+1} e^{2u_i} \lambda_i \frac{(\Delta u)^2}{\Delta t_D} \right] m_i^{n+1} +$$

$$\delta_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} m_{i+1}^{n+1} = - \alpha_i e^{2u_i} \lambda_i \frac{(\Delta u)^2}{\Delta t_D} m_i^n \quad (50)$$

- b) Es necesario también, expresar en diferencias finitas las condiciones iniciales y de frontera que constituyen el modelo.

b.1) Condición Inicial

$$m_1 = 0, \quad 1 < i < N$$

b.2) Presión Constante en la Frontera Interna

$$m_1^{n+1} = m_w = 1$$

b.3) Presión Variable en la Frontera Interna

$$m_1^{n+1} = m_w^{n+1} (p_{wh}, \Delta p)$$

- b.4) Gasto Constante en la Frontera Interna. Utilizando una aproximación de segundo orden y tres puntos, se puede obtener una representación numérica de la ecuación 37

$$-\frac{1}{2\Delta u} [3\delta_{3/2}^{n+1} (m_1^{n+1} - m_2^{n+1}) - \delta_{5/2}^{n+1} (m_2^{n+1} - m_3^{n+1})] =$$

$$\lambda - C_D \lambda \alpha_1^{n+1} \left(\frac{m_1^{n+1} - m_1^n}{\Delta t} \right)$$

De la expresión anterior se puede obtener el potencial en la frontera interna,

$$m_1^{n+1} = \left[\lambda + C_D \lambda \alpha_1^{n+1} \frac{m_1^n}{\Delta t} - \frac{3\delta_{3/2}^{n+1} m_2^{n+1}}{2\Delta u} - \frac{1}{2\Delta u} \delta_{5/2}^{n+1} \right]$$

$$(m_2^{n+1} - m_3^{n+1}) / \left[\frac{C_D \lambda \alpha_1^{n+1}}{\Delta t} - \frac{3\delta_{3/2}^{n+1}}{2\Delta u} \right]$$

(50')

b.5) Condición de Frontera en la interfase de las regiones Dañada y No Dañada. La ecuación 34 puede ser aproximada mediante se ries de Taylor en el nodo $i=s$,

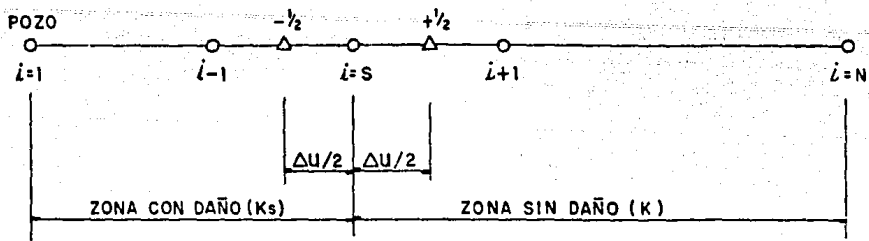


FIGURA 4. DESCRIPCIÓN ESQUEMÁTICA DE LA DISCRETIZACIÓN ESPACIAL DEL DAÑO

De acuerdo a la figura 4, se aproxima una función f en el nodo i ,

$$f_i = f_{i-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta u/2}{1!} \frac{\partial f}{\partial u} \Big|_i + o$$

ó también

$$f_i = f_{i+\frac{1}{2}} - \frac{\Delta u/2}{1!} \frac{\partial f}{\partial u} \Big|_i + o$$

Entonces, igualando estas dos expresiones, se tiene

$$f_{i-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta u/2}{1!} \frac{\partial f}{\partial u} \Big|_i = f_{i+\frac{1}{2}} - \frac{\Delta u/2}{1!} \frac{\partial f}{\partial u} \Big|_i$$

Si de la ecuación 34 se considera

$$f = \left(\delta \frac{\partial m_D}{\partial u} \right)$$

podemos expresar en diferencias finitas lo anterior,

$$k_s \left[\frac{\delta_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} (m_i^{n+1} - m_{i-1}^{n+1})}{\Delta u} + \frac{\Delta u}{2} \frac{\partial}{\partial u} \left(\delta \frac{\partial m}{\partial u} \right)_i^{n+1} \right] =$$

$$k \left[\frac{\delta_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} (m_{i+1}^{n+1} - m_i^{n+1})}{\Delta u} + \frac{\Delta u}{2} \frac{\partial}{\partial u} \left(\delta \frac{\partial m}{\partial u} \right)_i^{n+1} \right] \quad (51)$$

Se observa de la ecuación 49 que el término $\frac{\partial}{\partial u}(\delta \frac{\partial m}{\partial u})^{n+1}$ es equivalente al lado derecho de la ecuación 51, por lo que esta última ecuación, y haciendo $i=s$, puede escribirse como

$$k_s \left(\frac{\delta_{s-\frac{1}{2}}^{n+1} (m_s^{n+1} - m_{s-1}^{n+1})}{\Delta u} + \frac{\Delta u}{2} [\alpha_s^{n+1} e^{2u_s} \lambda \left(\frac{m_s^{n+1} - m_s^n}{\Delta t} \right)] \right) = \quad (52)$$

$$k \left(\frac{\delta_{s+\frac{1}{2}}^{n+1} (m_{s+1}^{n+1} - m_s^{n+1})}{\Delta u} + \frac{\Delta u}{2} [\alpha_s^{n+1} e^{2u_s} \lambda \left(\frac{m_s^{n+1} - m_s^n}{\Delta t} \right)] \right)$$

Rearreglando esta igualdad, se tiene

$$\delta_{s-\frac{1}{2}}^{n+1} m_{s-1}^{n+1} - \left[\delta_{s-\frac{1}{2}}^{n+1} + \lambda \delta_{s+\frac{1}{2}}^{n+1} + \lambda \alpha_s^{n+1} e^{2u_s} \left(\frac{\Delta u}{\Delta t} \right)^2 \right] m_s^{n+1} +$$

$$\lambda \delta_{s+\frac{1}{2}}^{n+1} m_{s+1}^{n+1} = - \left[\lambda \alpha_s^{n+1} e^{2u_s} \left(\frac{\Delta u}{\Delta t} \right)^2 \right] m_s^n \quad (53)$$

donde

$$\lambda = \frac{k}{k_s}$$

b.6) Condición de Frontera Externa. Tipo Neumann

$$\frac{m_{N+1}^{n+1} - m_{N-1}^{n+1}}{2 \Delta u} = 0$$

de donde

$$m_{N+1}^{n+1} = m_{N-1}^{n+1} \quad (53')$$

b.7) Tratamiento de la Condición de Frontera Interna para Producción a Presión Constante. El gasto de producción de gas se puede expresar en términos del potencial y la transformación logarítmica u ,

$$q_{sc} = - \frac{\pi T_{sc} k h}{p_{sc} T \lambda} \left(\delta_r \frac{\partial m(p)}{\partial u} \right)_{u=0} \quad (54)$$

Si se considera que en el modelo descrito se tiene producción a presión constante en la frontera interna, se puede utilizar la definición de gasto adimensional definida para tal efecto en la ecuación 17, y sustituir en la ecuación 54,

$$q_D = \frac{\left(\delta_r \frac{\partial m(p)}{\partial u} \right)_{u=0}}{\lambda [m(p_i) - m(p_w)]} \quad (55)$$

Considerando la definición de potencial adimensional para el caso de producción a presión constante, ecuación 16, podemos expresar la ecuación 55 como,

$$q_D = \frac{-1}{\lambda} \left(\delta_r \frac{\partial m_D}{\partial u} \right)_{u=0} \quad (56)$$

o también

$$q_D = \frac{-1}{\lambda} \left(\delta_r \frac{\partial m_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1}$$

Una buena aproximación de la ecuación 56 se logra considerando una aproximación de segundo orden con tres puntos,

$$\left(\delta_r \frac{\partial m}{\partial u} \right)_{u=0}^{n+1} = \frac{1}{2(\Delta u)\lambda} \left[3 \delta_{\frac{3}{2}}^{n+1} (m_1 - m_2^{n+1}) - \delta_{\frac{1}{2}}^{n+1} (m_2^{n+1} - m_3^{n+1}) \right] \quad (57)$$

Esta ecuación fue obtenida a partir de un esquema de diferen

rencias centrales utilizando Series de Taylor, con lo que se logra una exactitud de segundo orden.

Una vez conocida la distribución de potenciales al final de cada paso de tiempo, mediante la ecuación 57 es posible obtener el gasto de producción en el nodo correspondiente a la frontera interna, manteniéndose condiciones de presión constante en el nodo interior y condiciones de no flujo ó constante, según el caso, en la frontera externa.

En caso de fijar el gasto constante en la frontera interna, podemos encontrar la variación del potencial en el nodo interno mediante la evaluación numérica de la ecuación 37, mediante la ecuación 57, y a partir de ésta última, obtener m_1 , como se muestra en la ecuación 50'. Esta ecuación se obtiene de la condición de frontera interna para gasto constante y en ella se encuentra implícito el coeficiente de almacenamiento así como el efecto de daño (λ).

Por otra parte, los términos $\delta_{i-\frac{1}{2}}^{n+1}$ y $\delta_{i+\frac{1}{2}}^{n+1}$ son evaluados en diferencias finitas expresando convenientemente la ecuación 23,

$$[v_r]_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} = \frac{-\frac{\mu}{k} + \sqrt{\left(\frac{\mu}{k}\right)^2 - 4\beta\rho\left(\frac{dp}{dr}\right)}}{2\beta\rho}]_{i+\frac{1}{2}} \quad (58)$$

donde las variables función de presión ρ y μ deberán ser evaluadas a la presión correspondiente en la frontera entre celdas, es decir

$P_{i-\frac{1}{2}}$ y $P_{i+\frac{1}{2}}$. Puesto que las ecuaciones diferenciales en diferencias son aplicadas en los nodos y no en las fronteras de los bloques de la malla, se hace necesario evaluar la presión en las fronteras de las celdas. La figura 5 muestra la posición de los nodos y las fronteras vecinas a los bloques o celdas. De acuerdo a la ponderación logarítmica presentada por Aziz,⁴²

$$P_{i+\frac{1}{2}} = \frac{\ln(r_{i+1}/r_i)}{\frac{\ln(r_{i+\frac{1}{2}}/r_i)}{P_i} + \frac{\ln(r_{i+1}/r_{i+\frac{1}{2}})}{P_{i+1}}} \quad (59)$$

$$P_{i-\frac{1}{2}} = \frac{\ln(r_i/r_{i-1})}{\frac{\ln(r_{i-\frac{1}{2}}/r_{i-1})}{P_{i-1}} + \frac{\ln(r_i/r_{i-\frac{1}{2}})}{P_i}} \quad (60)$$

El radio de la frontera entre nodos para una malla de puntos distribuidos, está dado por,

$$r_{i+\frac{1}{2}} = \frac{r_{i+1} - r_i}{\ln(r_{i+1}/r_i)} \quad (61)$$

$$r_{i-\frac{1}{2}} = \frac{r_i - r_{i-1}}{\ln(r_i/r_{i-1})} \quad (62)$$

Conocidas las presiones en las fronteras de las celdas, se calcula con estas la viscosidad y la densidad del gas, y con las presiones en los nodos se evalúa la derivada $(dp/dr)_{i+\frac{1}{2}}$ mediante una aproxi -

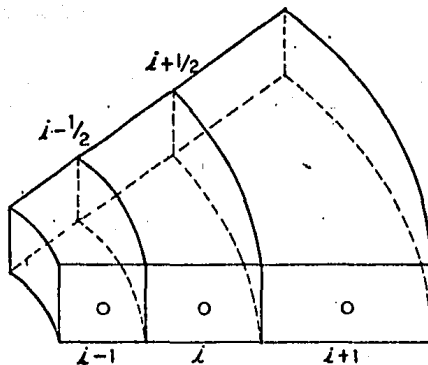
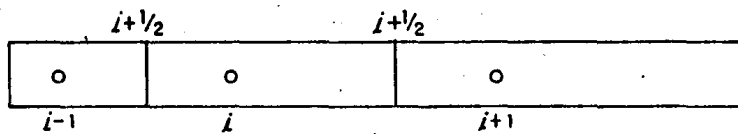


FIGURA 5.
DESCRIPCION DE UN NUCLEO DE NODOS Y CELDAS

mación de segundo orden entre dos puntos,

$$\left(\frac{dp}{dr}\right)_{i+\frac{1}{2}} = \frac{P_{i+1} - P_i}{r_{i+1} - r_i}$$

$$\left(\frac{dp}{dr}\right)_{i-\frac{1}{2}} = \frac{P_i - P_{i-1}}{r_i - r_{i-1}}$$

Lo anterior permite obtener la velocidad de flujo del gas a través de la frontera entre bloques a lo largo de la malla. Una vez conocida la velocidad, es posible conocer el coeficiente de corrección de flujo de alta velocidad, δ , al nivel de tiempo $n+1$,

$$\delta r_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} = \left[\frac{1}{\left(1 + \frac{\beta_D k v_r}{\mu}\right)} \right]_{i+\frac{1}{2}} \quad (63)$$

Sin embargo, para evaluar el coeficiente de flujo de alta velocidad en el nodo interior, $i=1$, se requiere calcular la derivada $(dp/dr)_{i=1}$ mediante una aproximación de segundo orden, utilizando 3 puntos. La derivada (dp/dr) se puede expresar en términos de la transformación logarítmica u ,

$$\left(\frac{dp}{dr}\right) = \frac{1}{r_w e^u} \left(\frac{dp}{du}\right) = \frac{1}{r_w} \left(\frac{1}{e^u} \left(\frac{dp}{du}\right)\right)$$

$$\left(\frac{1}{e^u} \frac{dp}{du}\right)_{u=0} = \frac{\frac{3}{e^{1.5}} (P_1 - P_2) - \frac{1}{e^{2.5}} (P_2 - P_3)}{2(\Delta u)}$$

donde las distancias logarítmicas $u_{1.5}$ y $u_{2.5}$ son calculadas como

$$u_{1.5} = \ln \left(\frac{r_{1.5}}{r_w} \right)$$

$$u_{2.5} = \ln \left(\frac{r_{2.5}}{r_w} \right)$$

Obtenida la derivada en el nodo 1, se calcula la velocidad v_1 y finalmente δ_1 . Otra forma de obtener δ_1 es ajustar polinomios mediante Splines al arreglo p vs r , de donde el método Splines proporciona la primera derivada, $(dp/dr)_1$ para así calcular la velocidad en el nodo uno y posteriormente calcular δ_1 .

V.2. MODELO NUMERICO PARA LA TUBERIA.

La ecuación de continuidad para flujo de gas real a través de la tubería, quedó expresada mediante la ecuación 47, en la que no se consideran los cambios de temperatura con la presión. Conviene enfatizar que bajo algunas condiciones de flujo de gas, a tiempos cortos pueden presentarse cambios de temperatura respecto a la presión⁵⁵, $\partial T/\partial p$, por lo que este efecto llamado Joule-Thompson, podría influir en la solución del problema de flujo de gases en la tubería. El efecto Joule-Thompson no se incluye en este trabajo. La ecuación 47 puede ser resuelta en diferencias finitas explícitamente para el gasto en forma regresiva,

$$q_K^{n+1} = \frac{0.193 d_K^2}{T_K} \frac{\Delta L}{\Delta t} \left[\left(\frac{p}{L} \right)_K^{n+1} - \left(\frac{p}{L} \right)_K^n \right] + q_K^{n+1} + q_{K+1}^{n+1} \quad (64)$$

donde K es el índice de nodos en la tubería.

La ecuación 64 es un balance de gastos en cada nodo de la tubería. El

primer término del lado derecho es el cambio de gasto debido a expansión ó compresión durante el intervalo de tiempo, el segundo término es el gasto introducido ó perdido debido a producción ó inyección . Este término será igual a cero en los nodos intermedios de la tubería diferentes al nodo donde se verifica la continuidad con el estrato, mientras que en éste último, será el gasto de producción del estrato. Finalmente, el último término representa el gas procedente del nodo inferior.

Por otra parte, la ecuación de energía, ecuación 48, expresada en diferencias finitas, en términos de presión será,

$$p_K^{n+1} = \left[\frac{Y_g \Delta L (e^S - 1) (q_K^2 T_K Z_K f_K)^{n+1}}{0.04 \times 10^{-12} d_K^5 S} + e^S p_{K-1}^{n+1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (65)$$

donde
$$S = 0.0375 \frac{Y_g \Delta L}{(T_K Z_K)^{n+1}}$$

$$f_K^{n+1} = f(R_e^{n+1}, \xi)$$

en donde ξ es la rugosidad de la tubería, y el número de Reynolds en diferencias finitas será,

$$R_e^{n+1} = 0.0201 \frac{Y_g q_K^{n+1}}{d_K \mu_K^{n+1}}$$

La obtención del valor de la presión fluyendo en cada nodo es llevada a cabo en forma progresiva a través de la ecuación 65, en donde se toma ventaja de la condición de presión constante en la superficie ($p_{whf} = \text{constante}$). Cabe mencionar que durante el proceso de cálculo

el esquema de iteración global permite evaluar repetidamente las funciones de presión Z y μ , hasta que se logra alcanzar el criterio de convergencia en todos los nodos. La evaluación del factor de desviación se realiza mediante la ecuación de estado de Redlich-Kwong. Esta ecuación, como se muestra en la literatura⁴⁴, resulta ser superior a cualquier otra existente para analizar el comportamiento termodinámico de hidrocarburos en estado gaseoso (sin embargo, para analizar hidrocarburos líquidos, la ecuación de estado de Peng-Robinson resulta ser superior). La evaluación de la viscosidad del gas se lleva a cabo mediante la correlación de Lee⁵².

V.3 DISCRETIZACION DEL AREA DE DRENE.

A fin de obtener la distribución de presiones en el medio poroso, se hace necesario discretizar la región de drenaje en segmentos o celdas y la dimensión del tiempo en intervalos sucesivos. Así, la ecuación en diferencias finitas es aplicada a cada una de las celdas, en cada intervalo de tiempo, generándose así, un sistema de ecuaciones cuya solución permite conocer la distribución de presiones en el área de drenaje del pozo a través del tiempo.

Para discretizar el área de drenaje, se emplea una retícula o malla la cual permite fijar los puntos donde se aplica la ecuación en diferencias. Para el caso de flujo radial se utilizan mallas no uniformes para representar adecuadamente el fenómeno de flujo en las vecindades del pozo, donde los gradientes de presión y la velocidad de las partículas se vuelven muy importantes.

La definición del tamaño de las celdas se logra mediante una ma

lla logarítmica (no uniforme), dónde los nodos y las fronteras de las celdas son espaciadas mediante un factor geométrico.

Los tipos de mallas mas comúnmente empleadas son las mallas de puntos distribuidos, mallas de bloques centrados y las malla del tipo mixto. La malla de puntos distribuidos se emplea en problemas que requieren de especificar la presión en la frontera(tipo Dirichlet), en tanto que la malla de bloques centrados es utilizada en problemas que requieren de especificar un gradiente de presión(tipo Neumann) en la frontera⁴². La malla de tipo mixto⁴³ permite manejar condiciones de frontera de ambos tipos. En general un núcleo de nodos y celdas puede ser representado esquemáticamente como se muestra en la figura 5 .

Para el caso en que se tiene una frontera externa cerrada al flujo y la presión en la frontera interna constante (ó más bien, casi constante, ya que la presión permanece constante en la cabeza del pozo y pueden presentarse ligeras variaciones en el nodo correspondiente al estrato productor) se tiene la distribución espacial mostrada en la figura 7 , en donde los radios de los nodos se calculan a partir de la transformación logarítmica u ,

$$r_i = r_w e^{u_i}$$

donde u_i se calcula como

$$u_i = (i-1) \Delta u \quad (66)$$

Para una malla de puntos distribuidos, el espaciamiento Δu es calculado de la siguiente manera,

$$\Delta u = [\ln(r_e/r_w)] / (N-1) \quad (67)$$

donde N es el número de nodos que define la malla.

De las relaciones anteriores se observa que $u_1=0$ y $u_N=\ln(r_e/r_w)$.

V.4. MÉTODO DE SOLUCION

La ecuación en diferencias, expresada en la ecuación 50, resulta ser fuertemente no lineal, por lo que es necesario aplicar un método de linealización totalmente implícito. Con ello se podrán evaluar las funciones de potencial al mismo nivel de tiempo que la incognita (potencial) que se pretende conocer en cada nodo, donde la ecuación es aplicada dentro del dominio discretizado. Un esquema apropiado de linealización es el método de secante iterativo de Newton-Raphson, el cual se describe a continuación.⁴³

Definiendo una función F_i a partir de la ecuación 50, e igualándola a cero,

$$F_i(m_{i-1}^{n+1}, m_i^{n+1}, m_{i+1}^{n+1}) = \frac{m_{i-1}^{n+1} m_i^{n+1}}{\alpha_{i-1/2}} - [\frac{m_{i-1}^{n+1}}{\alpha_{i-1/2}} + \frac{m_{i+1}^{n+1}}{\alpha_{i+1/2}} + \alpha_i^{n+1} e^{2u_i} \lambda_i \frac{(\Delta u)^2}{\Delta t}] m_i^{n+1} + \delta \frac{m_{i+1}^{n+1} m_i^{n+1}}{\alpha_{i+1/2}} + \alpha_i e^{2u_i} \lambda_i \frac{(\Delta u)^2}{\Delta t} m_i^n = 0 \quad (68)$$

Aplicando series de Taylor, y utilizando el nivel de iteración K para los términos en n+1 ,se tiene,

$$F_i^{K+1} = F_i^K + \left(\frac{\partial F_i}{\partial m_{i-1}} \right)^K \psi_{m_{i-1}}^{K+1} + \left(\frac{\partial F_i}{\partial m_i} \right)^K \psi_{m_i}^{K+1} + \left(\frac{\partial F_i}{\partial m_{i+1}} \right)^K \psi_{m_{i+1}}^{K+1} = 0 \quad (69)$$

Escribiendo la ecuación anterior en términos de F_i^K ,

$$-F_i^K = \left(\frac{\partial F_i}{\partial m_{i-1}} \right)^K \psi_{m_{i-1}}^{K+1} + \left(\frac{\partial F_i}{\partial m_i} \right)^K \psi_{m_i}^{K+1} + \left(\frac{\partial F_i}{\partial m_{i+1}} \right)^K \psi_{m_{i+1}}^{K+1} \quad (70)$$

$$\sum_{j=i-1}^{i+1} \left(\frac{\partial F_i}{\partial m_j} \right)^K \psi_{m_j}^{K+1} = -F_i^K \quad (71)$$

en donde,

$$\psi_{m_j}^{K+1} = m_j^{K+1} - m_j^K$$

Por otra parte, la ecuación 68 evaluada al nivel de iteración K, toma la siguiente forma,

$$F_i^K = \delta_{i-1}^K m_{i-1}^K - \left[\delta_{i-1}^K + \delta_{i+1}^K + \alpha_i^K e^{2u_i} \lambda \left(\frac{\Delta u}{\Delta t} \right)^2 \right] m_i^K + \delta_{i+1}^K m_{i+1}^K + \alpha_i^K e^{2u_i} \lambda \left(\frac{\Delta u}{\Delta t} \right)^2 m_i^K \quad (72)$$

Arreglando esta ecuación, se puede escribir convenientemente de la siguiente manera,

$$F_i^K = \delta_{i-1}^K (m_{i-1}^K - m_i^K) + \delta_{i+1}^K (m_{i+1}^K - m_i^K) + \alpha_i e^{2u_i} \lambda \left(\frac{\Delta u}{\Delta t}\right)^2 (m_i^n - m_i^K)$$

Al aplicar la ecuación 70 a cada nodo de la malla, y a un nivel de iteración K , se obtiene el siguiente resultado,

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial F_1}{\partial m_1}\right)^K \psi_{m_1}^{K+1} + \left(\frac{\partial F_1}{\partial m_2}\right)^K \psi_{m_2}^{K+1} &= -F_1^K \\ \left(\frac{\partial F_2}{\partial m_1}\right)^K \psi_{m_1}^{K+1} + \left(\frac{\partial F_2}{\partial m_2}\right)^K \psi_{m_2}^{K+1} + \left(\frac{\partial F_2}{\partial m_3}\right)^K \psi_{m_3}^{K+1} &= -F_2^K \\ \cdot & \cdot \cdot \\ \left(\frac{\partial F_N}{\partial m_{N-1}}\right)^K \psi_{m_{N-1}}^{K+1} + \left(\frac{\partial F_N}{\partial m_N}\right)^K \psi_{m_N}^{K+1} &= -F_N^K \end{aligned}$$

El sistema de ecuaciones resultante se reduce a la solución de una matriz tridiagonal, cuya diagonal principal resulta dominante y puede resolverse en forma relativamente simple mediante el algoritmo de Thomas. La matriz generada por este sistema se denomina Jacobiano, J , y en notación matricial, se tiene

$$J^{(K)} \left[\bar{m}^{(K+1)} - \bar{m}^{(K)} \right] = -\bar{F}^{(K)} \quad (73)$$

Al resolverse este sistema, en cada iteración secuencial se obtiene un vector solución $\bar{m}^{(K+1)}$ con el cual se recalculan los coeficientes de

la ecuación y se resuelve nuevamente la ecuación matricial. A continuación se muestra el sistema matricial con más detalle.

$$\begin{array}{cccccccc|c|c|c}
 & & & & & & & & & K & & K+1 & & K \\
 \left(\frac{\partial F_1}{\partial m_1} \right) & \left(\frac{\partial F_1}{\partial m_2} \right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \psi^{m_1} & & & F_1 \\
 \left(\frac{\partial F_2}{\partial m_1} \right) & \left(\frac{\partial F_2}{\partial m_2} \right) & \left(\frac{\partial F_2}{\partial m_3} \right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \psi^{m_2} & & & F_2 \\
 0 & \left(\frac{\partial F_3}{\partial m_2} \right) & \left(\frac{\partial F_3}{\partial m_3} \right) & \left(\frac{\partial F_3}{\partial m_4} \right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \psi^{m_3} & & & F_3 \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & - & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & \cdot \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{\partial F_{N-1}}{\partial m_{N-2}} \right) & \left(\frac{\partial F_{N-1}}{\partial m_{N-1}} \right) & \left(\frac{\partial F_{N-1}}{\partial m_N} \right) & & \psi^{m_{N-1}} & & & F_{N-1} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{\partial F_N}{\partial m_{N-1}} \right) & \left(\frac{\partial F_N}{\partial m_N} \right) & & \psi^{m_N} & & & F_N
 \end{array}$$

El proceso continúa hasta que el valor absoluto de la diferencia entre dos vectores solución sucesivos sea menor que una tolerancia predeterminada, obteniéndose la convergencia para la solución buscada en el nivel de tiempo de análisis. Para probar la convergencia, se calcula la siguiente expresión después de cada iteración,

$$\left| \bar{m}^{(K+1)} - \bar{m}^{(K)} \right| < \epsilon$$

Si se cumple esta condición de convergencia, entonces

$$\bar{m}^{(n+1)} = \bar{m}^{(K+1)}$$

y se procede en forma similar para el siguiente paso de tiempo.

V.4.1) EVALUACION DE LOS ELEMENTOS DEL JACOBIANO

Uno de los principales objetivos de este trabajo es conocer en la forma más precisa posible el comportamiento del potencial en un yacimiento de gas que produce a presión constante, razón por la cual se hace necesario evaluar rigurosamente los elementos del Jacobiano, y con ello poder adoptar un criterio para decidir que términos incluidos en la matriz jacobiana resultan de importancia.

Derivando la ecuación 72 con respecto a m_{i-1}^K , al nivel de iteración K , en el nodo i , resulta

$$\left(\frac{\partial F_i}{\partial m_{i-1}} \right)^K = \delta_{i-1}^K + \left(\frac{\partial \delta_{i-1}}{\partial m_{i-1}} \right)^K [m_{i-1}^K - m_i^K] \quad (74)$$

Lo anterior representa los términos correspondientes a la diagonal inferior de la matriz jacobiana.

Derivando nuevamente la ecuación 72, pero ahora con respecto a m_i , se tiene

$$\left(\frac{\partial F_i}{\partial m_i} \right)^K = - [\delta_{i-1}^K + \delta_{i+1}^K] + \left(\frac{\partial \delta_{i-1}}{\partial m_i} \right)^K [m_{i-1}^K - m_i^K] + \left(\frac{\partial \delta_{i+1}}{\partial m_i} \right)^K [m_{i+1}^K - m_i^K] - \alpha_i^K e^{2u_i} \lambda \left(\frac{\Delta u}{\Delta t} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{m_i^K - m_i^n}{\alpha_i^K} \right) \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial m_i} \right) \right] \quad (75)$$

lo cual corresponde a los elementos de la diagonal principal de la matriz. Finalmente, derivando 72 con respecto a m_{i+1} , se tiene,

$$\left(\frac{\partial F_i}{\partial m_{i+1}} \right)^K = \delta_{i+1}^K + \left(\frac{\partial \delta_{i+1}}{\partial m_{i+1}} \right)^K [m_{i+1}^K - m_i^K] \quad (76)$$

con lo que se puede obtener los elementos de la diagonal superior.

V.4.2) EVALUACION DE LAS DERIVADAS PRESENTES EN LOS ELEMENTOS DEL JACOBIANO.

Las derivadas presentes en los elementos del Jacobiano se pueden expresar en términos del espacio u utilizando la regla de la cadena. Esto tiene la ventaja de que los incrementos en el espacio transformado u son constantes, por lo que el cálculo de estas derivadas se puede realizar numéricamente mediante una aproximación de diferencias centrales, lo que permite disminuir el error de truncamiento. Así, la derivada presente en la ecuación 74, se puede evaluar numéricamente como sigue,

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \delta_{i-1}}{\partial m_{i-1}} \right)^K &= \left(\frac{\partial \delta_{i-1}}{\partial u} \right)^K \left(\frac{\partial u}{\partial m_{i-1}} \right)^K = \left(\frac{\partial \delta_{i-1}}{\partial u} \right)^K \left(\frac{1}{\partial m_{i-1} / \partial u} \right)^K \\ &= \left[\frac{(\delta_i^K - \delta_{i-1}^K)}{\Delta u} \right] \left[\frac{2 \Delta u}{(m_i^K - m_{i-2}^K)} \right] = \frac{2(\delta_i^K - \delta_{i-1}^K)}{(m_i^K - m_{i-2}^K)} \end{aligned}$$

Similantemente, las derivadas presentes en la ecuación 75, se evalúan como sigue,

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \delta_{i-\frac{1}{2}}}{\partial m_i} \right)^K &= \left(\frac{\partial \delta_{i-\frac{1}{2}}}{\partial u} \right)^K \left(\frac{\partial u}{\partial m_i} \right)^K = \left(\frac{\partial \delta_{i-\frac{1}{2}}}{\partial u} \right)^K \left(\frac{1}{\partial m_i / \partial u} \right)^K \\ &= \left[\frac{(\delta_i^K - \delta_{i-1}^K)}{\Delta u} \right] \left[\frac{2 \Delta u}{(m_{i+1}^K - m_{i-1}^K)} \right] = \frac{2(\delta_i^K - \delta_{i-1}^K)}{m_{i+1}^K - m_{i-1}^K} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \delta_{i+\frac{1}{2}}}{\partial m_i} \right)^K &= \left(\frac{\partial \delta_{i+\frac{1}{2}}}{\partial u} \right)^K \left(\frac{\partial u}{\partial m_i} \right)^K = \left(\frac{\partial \delta_{i+\frac{1}{2}}}{\partial u} \right)^K \left(\frac{1}{\partial m_i / \partial u} \right)^K \\ &= \left[\frac{(\delta_{i+1}^K - \delta_i^K)}{\Delta u} \right] \left[\frac{2 \Delta u}{(m_{i+1}^K - m_{i-1}^K)} \right] = \frac{2(\delta_{i+1}^K - \delta_i^K)}{(m_{i+1}^K - m_{i-1}^K)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial m_i} \right)^K &= \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial u} \right)^K \left(\frac{\partial u}{\partial m_i} \right)^K = \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial u} \right)^K \left(\frac{1}{\partial m_i / \partial u} \right)^K \\ &= \left[\frac{(\alpha_{i+1}^K - \alpha_{i-1}^K)}{2 \Delta u} \right] \left[\frac{2 \Delta u}{(m_{i+1}^K - m_{i-1}^K)} \right] = \frac{(\alpha_{i+1}^K - \alpha_{i-1}^K)}{(m_{i+1}^K - m_{i-1}^K)} \end{aligned}$$

Finalmente, la derivada de la ecuación 76 queda definida en la forma siguiente

$$\left(\frac{\partial \delta_{i+\frac{1}{2}}}{\partial m_{i+1}} \right)^K = \left(\frac{\partial \delta_{i+\frac{1}{2}}}{\partial u} \right)^K \left(\frac{\partial u}{\partial m_{i+1}} \right)^K = \left(\frac{\partial \delta_{i+\frac{1}{2}}}{\partial u} \right)^K \left(\frac{1}{\partial m_{i+1} / \partial u} \right)^K$$

$$= \left[\frac{(\delta_{i+1}^K - \delta_i^K)}{\Delta u} \right] \left[\frac{2 \Delta u}{(m_{i+2}^K - m_i^K)} \right] = \frac{2(\delta_{i+1} - \delta_i)}{(m_{i+2}^K - m_i^K)}$$

V.4.3) SOLUCION PARA EL CASO DE PRODUCCION A PRESION CONSTANTE

Para el caso en que se especifica la presión en la cabeza del pozo constante y una frontera externa cerrada al flujo hacia el yacimiento, se puede aplicar una malla de puntos distribuidos o del tipo mixto para discretizar el área de drene del pozo. Puesto que el problema que se pretende resolver no se debe clasificar rigurosamente como un caso de producción a presión constante en la frontera interior, conviene analizar con detalle los elementos del sistema matricial que tienen relación con los nodos vecinos a la frontera interior. En la figuras 6 y 7, se muestra en forma idealizada un estrato cualquiera discretizado mediante una malla logarítmica.

En el nodo 1, localizado en la frontera interna se tiene un potencial constante para un nivel de tiempo, que depende del comportamiento de los fluidos en la tubería, así como del valor de la presión superficial constante en la cabeza del pozo, mientras que en el nodo N, una frontera de no flujo ó impermeable.

A partir del modelo idealizado se puede observar que el nodo interior coincide con el radio del pozo. Esto obliga a establecer una condición de continuidad en potencial en este punto

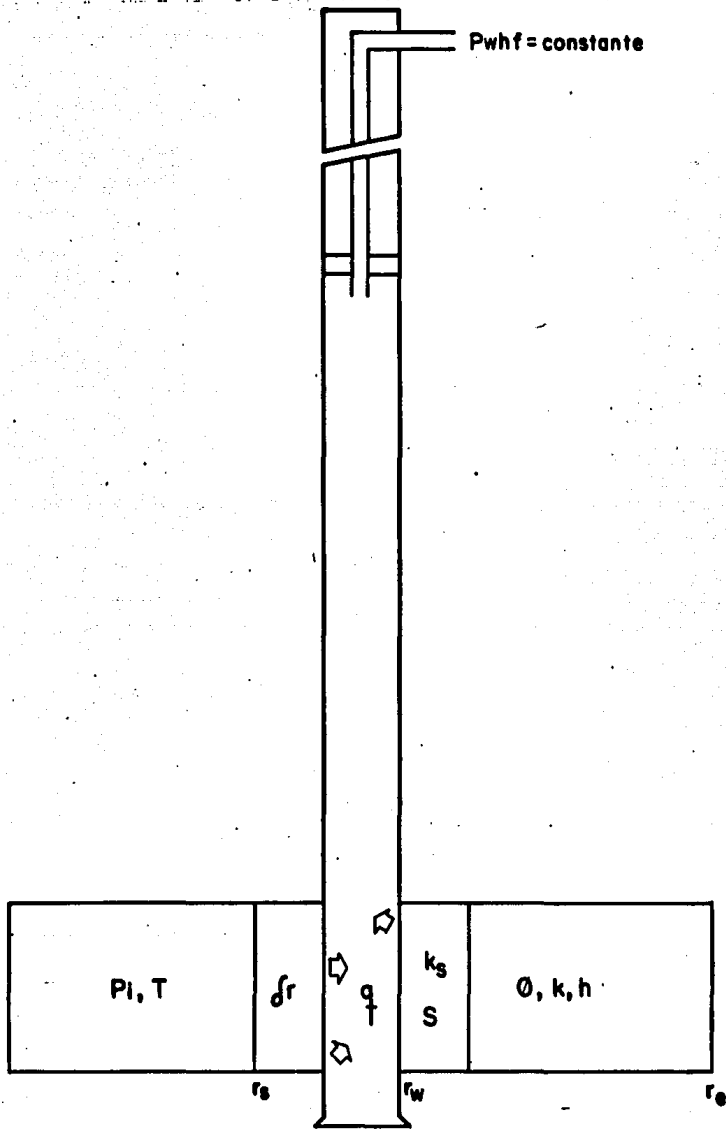


FIGURA 6. DESCRIPCION DEL MODELO DE FLUJO YACIMIENTO-TUBERIA

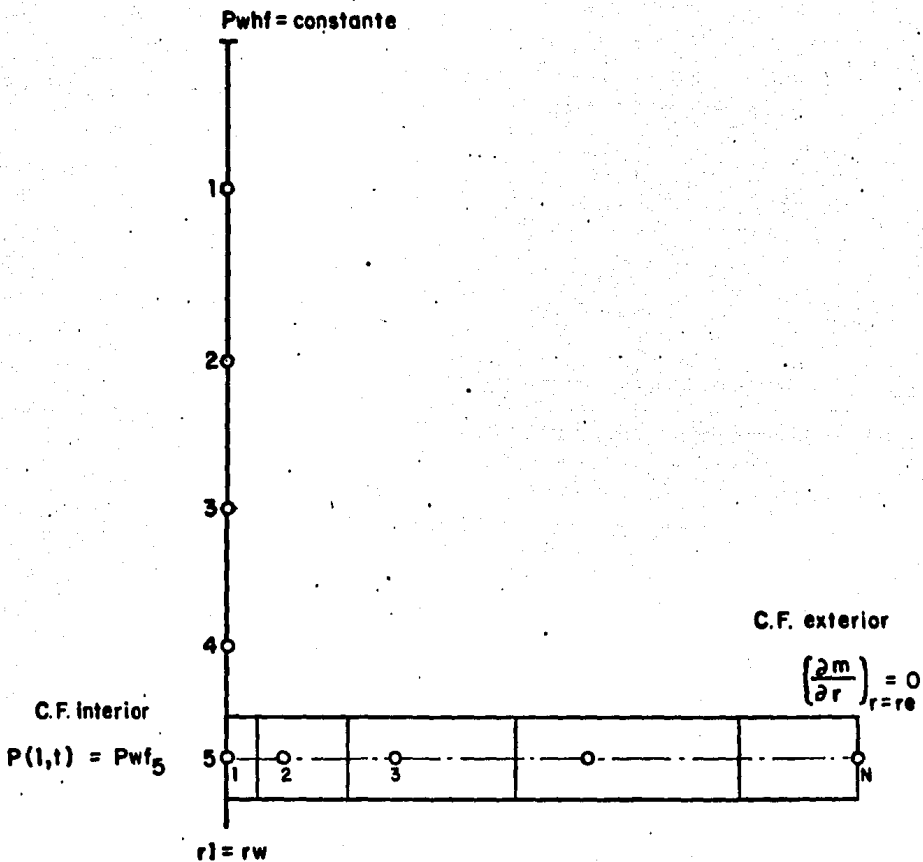


FIGURA 7. ESQUEMA DE LA DISCRETIZACION DEL ESPACIO PARA EL MODELO DE FLUJO, CONSIDERANDO PRESION CONSTANTE EN LA CABEZA DEL POZO Y UNA MALLA DE NODOS DISTRIBUIDOS EN EL YACIMIENTO.

$$m_1^K = m_{wf}^K$$

Aplicando la ecuación 72 al nodo 1, se obtiene el primer elemento del vector de funciones F_1 ,

$$F_1^K = \delta_{0.5}^K m_0^K - \left[\delta_{0.5}^K + \delta_{1.5}^K + \alpha_1^K e^{2u_1} \lambda \frac{(\Delta u)^2}{\Delta t} \right] m_1^K + \delta_{1.5}^K m_2^K + \alpha_1^K e^{2u_1} \lambda \frac{(\Delta u)^2}{\Delta t} m_1^n$$

donde el factor de flujo de alta velocidad en el nodo ficticio $\delta_{0.5}^K$ se puede evaluar con dos o tres puntos,

$$\delta_{0.5}^K = 2 \delta_1^K - \delta_{1.5}^K$$

$$\delta_{0.5}^K = \frac{1}{4} (7\delta_1^K + \delta_3^K) - \delta_2^K$$

Similarmente, el potencial en el nodo ficticio m_0^K se evalúa como,

$$m_0^K = 2 m_1^K - m_2^K$$

$$m_0^K = 1/2 (5m_1^K - 4m_2^K + m_3^K)$$

Para casos de gasto constante, m_0^K se puede evaluar a partir de la ecuación 37

$$m_0^K = m_2^K + \frac{\lambda}{\delta_1} 2 \Delta u - \frac{C_D \lambda \alpha_1 2 \Delta u}{\delta_1^K \Delta t} (m_1^K - m_1^n) \quad (76')$$

En yacimientos de gas de baja permeabilidad, la presión en el nodo 1 permanece prácticamente constante, con lo que F_1^K tiende a cero.

Por otra parte, es necesario tener una expresión de la función para el nodo localizado en la interfase entre las zonas dañada-no dañada

($i=s$). Esta se obtiene considerando la condición de frontera introducida para este nodo y descrita en diferencias finitas mediante la ecuación 53. A partir de esta ecuación se obtiene la función F_s para en nodo $i=s$ al nivel de iteración K ,

$$F_s^K = \delta_{s-\frac{1}{2}}^K m_{s-1}^K - [\delta_{s-\frac{1}{2}}^K + \delta_{s+\frac{1}{2}}^K + \lambda \alpha_s^K e^{2u_s} \frac{(\Delta u)^2}{\Delta t}] m_s^K + \lambda \delta_{s+\frac{1}{2}}^K m_{s+1}^K + [\lambda \alpha_s^K e^{2u_s} \frac{(\Delta u)^2}{\Delta t}] m_s^n$$

V .4.4 DESCRIPCION MATRICIAL DEL JACOBIANO

Después de haber definido los elementos del jacobiano, es aconsejable, por facilidad de manejo computacional, expresar este último como un sistema matricial, es decir,⁴²

$$\bar{J}^K = \bar{D}^K + \bar{E}^K + \bar{G}^K \quad (77)$$

La descripción de las matrices se encuentra en 78, 79 y 80.

Es interesante observar que la matriz \bar{D} de coeficientes de velocidad δ , adopta una forma tridiagonal, donde los coeficientes fuera de la diagonal principal tendrán valores diferentes a 1 sólo en los nodos donde se verifica el flujo de alta velocidad, y en los restantes, tendrá un valor unitario, en donde la ecuación de transporte de Forschheimer se reduce a la ecuación de Darcy. Conviene destacar también que el último renglón de la matriz está asociado al nodo de la frontera externa, en donde se tiene una condición de no flujo, ec. 53', la que

al ser sustituida en 78 genera el valor de 2 al final de la primera diagonal.

En la matriz \bar{E} de derivadas del coeficiente de velocidad, si milaramente a la explicación dada para la matriz anterior, se observan valores nulos más allá del nodo que representa el radio de turbulencia.

Finalmente, la matriz \bar{G} definida en 80, es una matriz diagonal. Si se dispone de una solución inicial suficientemente buena, el método de secante de Newton-Rhapson es un buen método para resolver el sistema matricial descrito con anterioridad. Sin embargo, una desventaja sería de este método es que si la estimación inicial es pobre ó muy alejada de la solución buscada, la convergencia del proceso de solución será difícil de encontrar.

$$\bar{D}^{(K)} = \begin{bmatrix} [\delta_1 + \delta_{1,5}] [\delta_{1,5}] & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ [\delta_{1,5}] - [\delta_{1,5} + \delta_{2,5}] [\delta_{2,5}] & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [\delta_{2,5}] - [\delta_{2,5} + \delta_{3,5}] [\delta_{3,5}] & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}^K \quad (78)$$

$$\bar{E}^{(K)} = \begin{bmatrix} \left[\frac{\partial \delta_{1,5}}{\partial m_1} (m_2 - m_1) \right] \left[\frac{\partial \delta_{1,5}}{\partial m_1} (m_2 - m_1) \right] \\ \left[\frac{\partial \delta_{1,5}}{\partial m_1} (m_1 - m_2) \right] \left[\frac{\partial \delta_{1,5}}{\partial m_2} (m_1 - m_2) + \frac{\partial \delta_{2,5}}{\partial m_2} (m_3 - m_2) \right] \left[\frac{\partial \delta_{2,5}}{\partial m_3} (m_3 - m_2) \right] \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}^K \quad (79)$$

$$\bar{G}^{(K)} = \begin{bmatrix} e^{\frac{2u_1}{\lambda} \frac{(\Delta u)^2}{\Delta t_D} [\alpha_1 + (m_1^K - m_1^n) (\frac{\partial \alpha_1}{\partial m_1})]} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ e^{\frac{2u_N}{\lambda} \frac{(\Delta u)^2}{\Delta t_D} [\alpha_N^K + (m_N^K - m_N^n) (\frac{\partial \alpha_N}{\partial m_N})]} \end{bmatrix} \quad (80)$$

Una vez obtenida la solución, es necesario probar si las ecuaciones describen apropiadamente el sistema de flujo y si las ecuaciones en diferencias son resueltas correctamente.

Para satisfacer el primer caso, sería suficiente comparar los resultados obtenidos a partir de la solución del modelo en diferencias, con alguna analítica o semianalítica existente del mismo. Inicialmente, el modelo se probó considerando algunas suposiciones inherentes a soluciones analíticas existentes para modelos más simples. Estas suposiciones se reducen principalmente a considerar propiedades de fluidos y roca constantes, flujo laminar y un sólo estrato. Posteriormente los resultados de este trabajo fueron comparados con aquellos obtenidos por Wattenbarger considerando flujo de alta velocidad, para casos de producción a gasto constante.²⁰

El segundo caso se satisface realizando un balance de materia a través del sistema yacimiento-tubería, después de cada intervalo de tiempo. Es importante destacar también que el método de balance de materia resulta de mucha utilidad para probar soluciones numéricas de ecuaciones no lineales que carecen de solución analítica. El método de balance de materia consiste en escribir una ecuación de balance de materia para el gas presente en el pozo y en los estratos. Este balance puede llevarse a cabo, comparando continuamente la suma del gas producido y el gas remanente, con el volumen original de gas, esto es,

$$\begin{aligned}
 & \text{volumen Original} & \text{Volumen Original} & \text{Volumen Remanente en} & (81) \\
 & (\text{de Gas en los } & \text{de Gas en el } & \text{los estratos, después} & \\
 & \text{Estratos, } & \text{Pozo, } & \text{de un tiempo } t, & \\
 & \text{sc.} & \text{sc} & \text{sc.} & \\
 & & \text{Gas Producido} & \text{Gas Almacenado en el} & \\
 & & + (\text{después de un } & + (\text{Pozo después de un } & \\
 & & \text{tiempo } t, \text{ sc.} & \text{tiempo } t, \text{ sc.} &
 \end{aligned}$$

V .5.1) VOLUMEN ORIGINAL DE GAS

Considerando un estrato cualquiera j de forma circular, el volumen de gas inicialmente almacenado en su estructura porosa puede expresarse matemáticamente por la siguiente ecuación,

$$V_j = [\pi (r_e^2 - r_w^2) h \phi]_j , \quad \text{c.y.} \quad (82)$$

donde la porosidad ϕ , considera la porosidad efectiva disponible para flujo de gas,

$$\phi = \phi_e S_g$$

Utilizando la ley de los gases reales, podemos expresar el volumen V_j , a condiciones estandar,

$$G_j = [\frac{ \pi (r_e^2 - r_w^2) h \phi p_i T_{sc} }{ p_{sc} T Z_i }]_j , \quad \text{sc.} \quad (83)$$

ó también en términos de la transformación u ,

$$G_j = [e^{2u_e} - 1] \frac{ \pi h \phi p_i T_{sc} }{ Z_i p_{sc} T }$$

donde

$$u_e = \ln(r_e / r_w)$$

V .5.2) VOLUMEN ORIGINAL DE GAS EN EL POZO

El volumen inicial de gas alojado en el pozo, V_{wi} , expresado a condiciones de superficie, $(V_{wi})_{sc}$, considerando una presión inicial media y una temperatura media en el pozo, está dado por la siguiente ecuación,

$$(V_{wi})_{sc} = \frac{V_{wi} \bar{p}_i T_{sc}}{Z(\bar{p}_i) \bar{T} P_{sc}} \quad (84)$$

Esta expresión se obtuvo a partir de la ley de los gases reales, en la que se consideró $Z_{sc} = 1$.

V .5.3) VOLUMEN REMANENTE EN LOS ESTRATOS

El volumen remanente de gas en un estrato j después de un tiempo de producción y/o inyección, expresado a condiciones de superficie, toma la siguiente forma,

$$[V_{r_{sc}}]_j = \left[\int_{r_w}^{r_e} \frac{p(r,t) T_{sc}}{P_{sc} T Z(p)} \phi h 2 \pi r dr \right]_j \quad (85)$$

Simplificando aún más, se tiene,

$$[V_{r_{sc}}]_j = \left[\frac{\phi h 2 \pi T_{sc}}{P_{sc} T} \int_{r_w}^{r_e} \frac{p}{Z} r dr \right]_j$$

Si se expresa la dirección de flujo en términos de la transformación logarítmica u , esta última ecuación puede ser escrita de la siguiente manera,

$$[V_{r_{sc}}] = \left[\frac{\phi h 2 \pi T_{sc} r_w^2}{p_{sc} T} \int_0^u \frac{p}{z} e^{-2u} du \right]_j \quad (86)$$

V .5.4) GAS PRODUCIDO.

El volumen de gas producido a condiciones superficiales se obtiene integrando los gastos obtenidos en la superficie para cada tiempo de simulación en el que se realiza el balance de materia, es decir,

$$G_p = \int_0^t q_{sc} dt \quad (87)$$

V.5.5) VOLUMEN DE GAS ALMACENADO EN EL POZO.

El volumen de gas almacenado en el pozo en cada intervalo de tiempo dependerá del perfil de presiones y temperaturas a lo largo de la tubería al término del paso de tiempo. Como se mencionó anteriormente en este trabajo, las ecuaciones de energía y continuidad para la tubería, son aplicadas en varios segmentos de la misma, en donde son calculados los valores de presión y temperatura, con los cuales es posible obtener el volumen de gas almacenado en el pozo

$$[V_w]_{sc} = \frac{V_w \bar{p} T_{sc}}{Z(\bar{p}) T \bar{p}_{sc}} \quad (88)$$

Conocidos todos los términos que constituyen el balance de materia se puede sustituir las ecuaciones 83, 84, 86, 87 y 88 en la ecuación 81, con lo que tiene la ecuación completa para realizar el balance de materia, para el sistema estrato-tubería,

$$\left[\frac{\pi (r_e^2 - r_w^2) h \phi P_i T_{sc}}{P_{sc} T Z_i} \right]_j + \frac{V_w \bar{P}_i T_{sc}}{Z(P_i) T P_{sc}} = \left[\frac{\phi h 2 \pi T_{sc} r_w^2}{P_{sc} T} \int_0^{u_e} \frac{P}{Z} e^{2u} du \right]_j$$

$$+ \int_0^t q_{sc} dt + \frac{V_w \bar{P} T_{sc}}{Z(\bar{P}) T P_{sc}}$$

Simplificando aun más esta ecuación, se tiene

$$\left[\frac{\pi (r_e^2 - r_w^2) h \phi P_i}{T Z_i} \right]_j + \frac{V_w \bar{P}_i}{Z(\bar{P}) T} = \left[\frac{\phi h 2 \pi r_w^2}{T} \int_0^{u_e} \frac{P}{Z} e^{2u} du \right]_j$$

$$+ \frac{P_{sc}}{T_{sc}} \int_0^t q_{sc} dt + \frac{V_w \bar{P}}{Z(\bar{P}) T} \quad (89)$$

En esta última ecuación se observa que cada término de ambos lados de la igualdad deberá ser evaluado en forma muy precisa a fin de poder observar detalladamente los errores de balance de materia al término de cada paso de tiempo. Debido a lo anterior, se hace necesario eva-

luar en forma rigurosa la integral del término correspondiente al volumen remanente en el estrato. Esto se logra utilizando un esquema de integración de alto orden, tal como la regla de Bode, a fin de eliminar hasta donde sea posible los errores de truncamiento implícitos en cualquier esquema de integración numérica. En este estudio se utilizó la regla de Bode⁴⁵ de integración utilizando 11 puntos, con lo cual se logra una exactitud de treceavo orden. Cabe mencionar también que la integral correspondiente al término de la producción acumulada de gas también deberá ser evaluada en forma precisa, puesto que una característica del problema de producción a presión constante, es la variación del gasto de producción, q_{sc} , a través del tiempo, el cual está considerado en esta integral.

VI. SIMULACION DE LA RECUPERACION DE PRESION

Debido a las dificultades de inestabilidad numérica inherentes a sistemas que son cerrados al flujo después de un periodo de pérdida de masa y energía, en los que se tienen acoplados medios de naturaleza diferente (tubería y medio poroso), en este trabajo se consideró el cierre del pozo en el fondo del mismo a fin de simular pruebas sintéticas de recuperación de presión. El cierre del pozo, después de un periodo de producción, permite observar la recuperación de presión en espacio y tiempo, y con ello determinar, mediante algunos métodos de interpretación y diagnóstico, algunas características importantes del medio poroso.

Mediante las ecuaciones que constituyen el modelo descrito con anterioridad, es posible obtener el comportamiento de la presión en el fondo del pozo cuando éste produce a condiciones de gasto constante, ó bien la declinación del gasto de producción cuando produce a condiciones de presión constante, aplicando las condiciones de frontera especificadas en el modelo, para cada caso. Sin embargo, para poder simular el cierre al flujo en el fondo del pozo después de haber producido un tiempo t_p , se hace necesario imponer la siguiente condición de frontera, expresada en la forma que a continuación se presenta,

— Gasto Constante en r_w e igual a cero,

$$q_D = 0$$

— Condición de Frontera Interna de No Flujo (tipo Neumann)

$$\left(\delta \frac{\partial m_D}{\partial u} \right)_{u=0} = C_D \lambda \alpha_{D1} \left(\frac{\partial m_D}{\partial t_D} \right)_{u=0}$$

De lo anterior se desprende que cuando se tienen condiciones de producción a presión constante, la simulación del cierre del pozo implica cambiar la condición de frontera interior, es decir, pasar de una condición de frontera tipo Dirichlet a una tipo Neumann, lo que presenta la situación más crítica en términos de la solución numérica.³³ Dicho cambio de condición de frontera interior no se presenta cuando se tienen condiciones previas de producción a gasto constante, al cierre del pozo.

La última ecuación, expresada en diferencias finitas toma la forma siguiente,

$$\frac{\delta_1 (m_2 - m_0)}{2 \Delta u} = C_D \lambda \alpha_{D1} \left(\frac{m_1^{n+1} - m_1^n}{\Delta t_D} \right)$$

de donde se desprende que el nodo ficticio, m_0 , para el cierre del pozo resulta,

$$m_0 = m_2 - C_D \lambda \alpha_{D1} \frac{2 \Delta u}{\delta_1 \Delta t_D} (m_1^{n+1} - m_1^n)$$

Se observa que el potencial en el nodo ficticio, m_0 , difiere del obtenido en la ecuación 86', para el caso de producción a gasto constante, en el término $\lambda 2 \Delta u / \delta_1$, con lo que la función discreta obtenida en la ecuación 82 toma la siguiente forma para el nodo 1,

$$F_1^K = - \left[\delta_{0.5} + \delta_{1.5} + \alpha_1 e^{2u_1} \lambda \frac{(\Delta u)^2}{\Delta t} + C_D \lambda \alpha_1 \frac{2 \Delta u}{\delta_1 \Delta t} \delta_{0.5} \right] m_1^K + m_2^K \left[\delta_{0.5} + \delta_{1.5} \right] \\ + \alpha_1 \lambda e^{2u_1} \frac{(\Delta u)^2}{\Delta t} m_1^n + C_D \lambda \alpha_1 \frac{2 \Delta u}{\delta_1 \Delta t} \delta_{0.5} m_1^n$$

Con estas inclusiones al modelo, se puede obtener el comportamiento de la recuperación de presión durante un tiempo especificado de cierre, y aplicar diferentes técnicas de interpretación sobre ésta información.

VI .1

ANALISIS DEL INCREMENTO DE PRESION.

Cuando un pozo fluyendo es cerrado, la presión en el fondo y en la cabeza se incrementa con el tiempo a medida que la distribución de presiones en el yacimiento se aproxima al valor de presión promedio existente al momento del cierre. El análisis del incremento de presión proporciona información útil para evaluar algunas características del yacimiento y del pozo.

La mayoría de las técnicas para el análisis del incremento de presión fueron desarrolladas para pozos que producen a condiciones de gasto constante antes del cierre del pozo. Sin embargo, en yacimientos de gas de baja permeabilidad y bajo algunas condiciones superficiales es común tener condiciones de producción a presión constante en el fondo del pozo y/o la superficie del mismo. Esta condición se puede considerar como un caso especial de producción a gasto variable. Ehlig-Economides²⁹ dió una solución al problema de la interpretación de la recuperación de presión después de tener condiciones de producción a presión constante, mediante métodos analítico-numéricos, para el caso de flujo de fluidos ligeramente compresibles y de viscosidad constante, sin considerar flujo de alta velocidad. Por otra parte las ecuaciones que describen el fenómeno de flujo de gases reales en

medios porosos son de carácter no lineal y no existe publicada a la fecha una expresión analítica rigurosa que permita interpretar información de datos de presión y/o gastos para casos de producción de gas a presión constante y el comportamiento posterior al cierre, considerando efectos de flujo de alta velocidad.

A fin de suavizar la no linealidad de las ecuaciones de gas Al-Hussainy¹⁸ introdujo el potencial de gas real, pero las ecuaciones transformadas en términos de potencial son todavía no lineales debido a las variaciones en el producto μc y al factor de flujo de alta velocidad δ . Posteriormente Agarwal⁵⁶ introdujo la transformación de pseudotiempo, t_a , para considerar las variaciones en μc . Este concepto fue revisado recientemente por Aanonsen⁵⁸ quien presenta una discusión teórica rigurosa y enfatiza la validez de la utilización del pseudotiempo sólo en la etapa de incremento. Sin embargo, la ecuación diferencial permanece no lineal debido a la presencia del factor δ y a μc en la etapa de decremento.

Encontrar una expresión analítica rigurosa para interpretar información bajo las condiciones descritas, está fuera de los objetivos de este trabajo. Sin embargo se pueden utilizar algunas analogías y resultados publicados, para aproximar algunas soluciones así como las limitaciones que se puedan desprender de estas aproximaciones. Wattenbarger encontró que la siguiente ecuación se aproxima bastante bien a la solución de flujo de gas a gasto constante para tiempos posteriores a la estabilización de la región de flujo de alta velocidad,

$$m(1, t_D) = \left(\frac{1}{2} \ln t_D + 0.4045\right) + s + D(\mu) q_{sc}$$

Si el gasto adimensional sigue aproximadamente una relación inversa al potencial adimensional, entonces se tiene

$$q_D = \frac{1}{\frac{1}{2}(\ln t_D + 0.80907) + s} + (q_D)_{in}$$

Esta ecuación, la cual no aparece en la literatura, podría ser utilizada en la interpretación de información obtenida a partir de la simulación de pruebas sintéticas de decremento del gasto, para condiciones de presión constante en r_w , recordando que la presencia del término de flujo de alta velocidad constituye en principio un término no lineal dependiente del gasto, y aun cuando se disponga de medios numéricos para su evaluación, su utilización está limitada a la intensidad de la no linealidad.

La aplicación del principio de superposición en la obtención de la ecuación de interpretación de pruebas de incremento de presión mediante el método de Horner, es válida para la ecuación diferencial lineal de flujo líquido, por lo que la aplicación de este principio en fenómenos de flujo de gases reales viola la aplicabilidad del principio. Resultados de este trabajo, los que se discuten más adelante, muestran que durante la etapa de recuperación de presión el factor δ tiende rápidamente a la unidad, con lo que este efecto no lineal se desvanece a tiempos cortos, $\Delta t_D < 10^3$. Después de este tiempo los problemas de esta no linealidad son prácticamente despreciables.

Así, es posible utilizar alguna técnica de análisis de la información que se obtiene durante una prueba de recuperación o incremento de presión, en un pozo que ha producido previamente a condiciones de presión constante en el fondo del mismo.

Con el modelo previamente descrito es posible generar pruebas sintéticas de recuperación de presión cerrando el pozo en el fondo, incluyendo diferentes valores de daño, turbulencia, radios de daño, etc. La recuperación de presión puede ser analizada mediante el método de Horner con algunas modificaciones dadas por Economides^{29,31} y Uraiet³³. Ellos sugieren utilizar el último gasto de producción antes del cierre, y no el gasto promedio sugerido por Jacob y Lohman³, para calcular la permeabilidad a partir de la pendiente de la línea recta del análisis semi-logarítmico de los datos del incremento. El último gasto proporciona una estimación más exacta de la permeabilidad. Así, la técnica sugerida es graficar en la ordenada los valores de $m_D(1, \Delta t)$ obtenidos del incremento dividido por el último gasto antes del cierre (grupo de Horner), y en la abscisa, el logaritmo del tiempo de Horner, en términos de pseudotiempo,

$$\frac{m_D(1, t_D + \Delta t_D)}{q_D(\Delta t_D = 0)} \text{ vs } \log \left(\frac{t_{Dp} + \Delta t_D}{\Delta t_D} \right)$$

donde

$$\frac{m_D(1, t_D + \Delta t_D)}{q_D(\Delta t_D=0)} = \frac{m(p_i) - m(p_{ws})}{q_D(\Delta t_D=0) (m(p_i) - m(p_{wf}))} = \frac{\pi h T_{sc} k [m(p_i) - m(p_{ws})]}{q_{sc}(\Delta t_D=0) p_{sc} T}$$

Y t_{Dp} es el tiempo adimensional de flujo antes del cierre, mientras que $q_D(\Delta t_D=0)$ es el gasto instantáneo adimensional al momento en que el pozo es cerrado. Se observa que el grupo $m_D/q_D(\Delta t_D=0)$ (grupo de Horner) es equivalente al potencial adimensional definido para producción a gasto constante, ecuación 12, pero normalizado con $q_D(\Delta t_D=0)$. Esto permite utilizar la ecuación de interpretación para producción a gasto constante antes del cierre, para analizar datos de incremento posteriores a producción a presión constante,

$$m(p_{ws}) = m(p_i) - \frac{5.792E04 q(\Delta t=0)_{sc} p_{sc} T}{k h T_{sc}} \log\left[\frac{t + \Delta t}{\Delta t}\right]$$

De la pendiente obtenida de la recta semilogarítmica se obtiene la capacidad de flujo kh ,

$$kh = \frac{q(\Delta t=0)_{sc} p_{sc} T \cdot 5.792E04}{\text{pendiente} \cdot T_{sc}}$$

mientras que el daño se puede obtener a $t=1$ hra.,

$$S + D(\mu)q(\Delta t=0) = S' = 1.151 \left[\frac{m(p_{ws} = 1 \text{ hra.}) - m(p_{ws}(\Delta t=0))}{\text{pendiente}} - \log \left[\frac{t_p + 1}{t_p} \right] \right]$$

$$- \log \left[\frac{k}{\phi \mu(p_1) c(p_1) r_w^2} \right] + 3.2275]$$

VII. DISCUSION Y ANALISIS DE RESULTADOS.

En esta sección se presentan los resultados de este trabajo, y se discute la validéz de los mismos. Para obtener algunos resultados con el modelo descrito anteriormente, se utilizaron dos juegos de datos, los que se consideran representativos de yacimientos de gas de permeabilidad intermedia y baja permeabilidad, ver Tabla I. Los datos del pozo B fueron tomados del trabajo de Wattenbarger²⁰.

Para analizar el aspecto del nivel de presión constante en la frontera interna (fondo del pozo), se utilizaron presiones de 1250, 2000, 3000 y 4000 psia, y posteriormente estos mismos niveles de presión se extrapolaron a la superficie del pozo a presiones equivalentes. En lo relativo al flujo de alta velocidad, los resultados se generaron utilizando un factor de turbulencia β calculado a partir de la correlación de Firoozabadi-Katz.

Una discusión inicial, es la relacionada con el método de solución del modelo numérico para flujo en el yacimiento. Como se observa en la sección V.4, para evaluar los elementos de la matriz jacobiana es necesario llevar a cabo la derivación parcial de la ecuación 82. Esta derivación se puede llevar a cabo considerando o eliminando ciertos términos. La evaluación rigurosa de esta derivación deberá proporcionar resultados mas confiables de acuerdo a la filosofía propia del método de Newton-Raphson. Las ecuaciones 74, 75 y 76 muestran los términos considerados en la derivación de la función y en ella se observan derivadas del coeficiente de flujo de alta velocidad ($\partial \delta / \partial m$) y

derivadas de la variable de difusividad ($\partial\alpha / \partial m$). Estos términos, adicionales a los presentados en la ecuación 5.36 de la referencia 28, aún cuando no modifican sensiblemente la solución de $m_D(1, t_D)$ tienen marcada importancia en la velocidad de convergencia de la solución de la ecuación no lineal de flujo de gases reales. La figura 8 muestra comparativamente el número de iteraciones necesarias para encontrar la solución en cada paso de tiempo con y sin los términos adicionales, para un caso de producción a gasto constante ($q_D=0.02$) en presencia de flujo de alta velocidad ($\beta=10^8 \text{ ft}^{-1}$). En estas corridas se utilizaron 90 pasos de tiempo por ciclo logarítmico. A valores pequeños de t_D , $t_D < 10$, el tamaño de los pasos de tiempo se hace muy pequeño por lo que las variaciones en α y δ en estos intervalos se hacen muy pequeñas. Esto explica porque las dos curvas de la figura 8 siguen la misma tendencia a tiempos cortos. Sin embargo también se observa que a tiempos grandes, cuando se incluyen los términos adicionales se utiliza menor esfuerzo computacional para encontrar la solución. Se realizaron diferentes corridas con diversos valores de q_D y β , así como a diferentes niveles de presión constante con y sin términos adicionales, y todas ellas confirman la descripción anterior.

La validéz del modelo de cómputo se realizó comparando las soluciones numéricas con soluciones analíticas para flujo de fluidos de compresibilidad constante a través de medios porosos con propiedades constantes, $p_D(t_D)$. Para llevar a cabo lo anterior, el modelo numérico fue linealizado manteniendo constante las propiedades de los fluidos, $\alpha=1$, y usando la ecuación de Darcy como ecuación de transporte, $\delta=1$. Los

resultados del modelo de cómputo fueron comparados con las soluciones analíticas publicadas por Van Everdingen y Hurst¹ y Economides²⁹ para casos de producción a gasto constante y a presión constante en yacimientos infinitos. En la figura 9 se muestra esta comparación para el caso de producción a gasto constante. La línea continua representa la solución analítica¹ y los errores introducidos en la solución numérica se hacen mas notables a tiempos pequeños ($t_D < 0.2$). Sin embargo, a tiempos de $t_D > 0.2$ la solución numérica se aproxima en buena medida con la solución analítica para las condiciones descritas,

En la Tabla II se encuentran tabulados diferentes valores de $p_D(1, t_D)$ y la solución numérica contra t_D y el error porcentual asociado. Los errores introducidos se van haciendo menores a medida que el tiempo adimensional va creciendo. El comportamiento anterior se pudo observar haciendo diferentes corridas con varios valores de gasto adimensional q_D .

En la figura 10 se encuentra graficado el logaritmo del gasto acumulativo adimensional, Q_D , como una función del logaritmo del tiempo adimensional, t_D , para el caso de producción a presión constante. Similarmente a la figura anterior, la línea continua representa la solución analítica publicada por Van Everdingen y Hurst¹, y aun cuando graficamente no se observa, los errores introducidos por la solución numérica se hacen ligeramente mayores a $t_D < 100$. Lo anterior se debe principalmente a que la solución en terminos de Q_D implica resolver numéricamente la integración del gasto adimensional instantáneo q_D a través del tiempo adimensional, t_D . Sin embargo, a $t_D > 100$ la solución obtiene

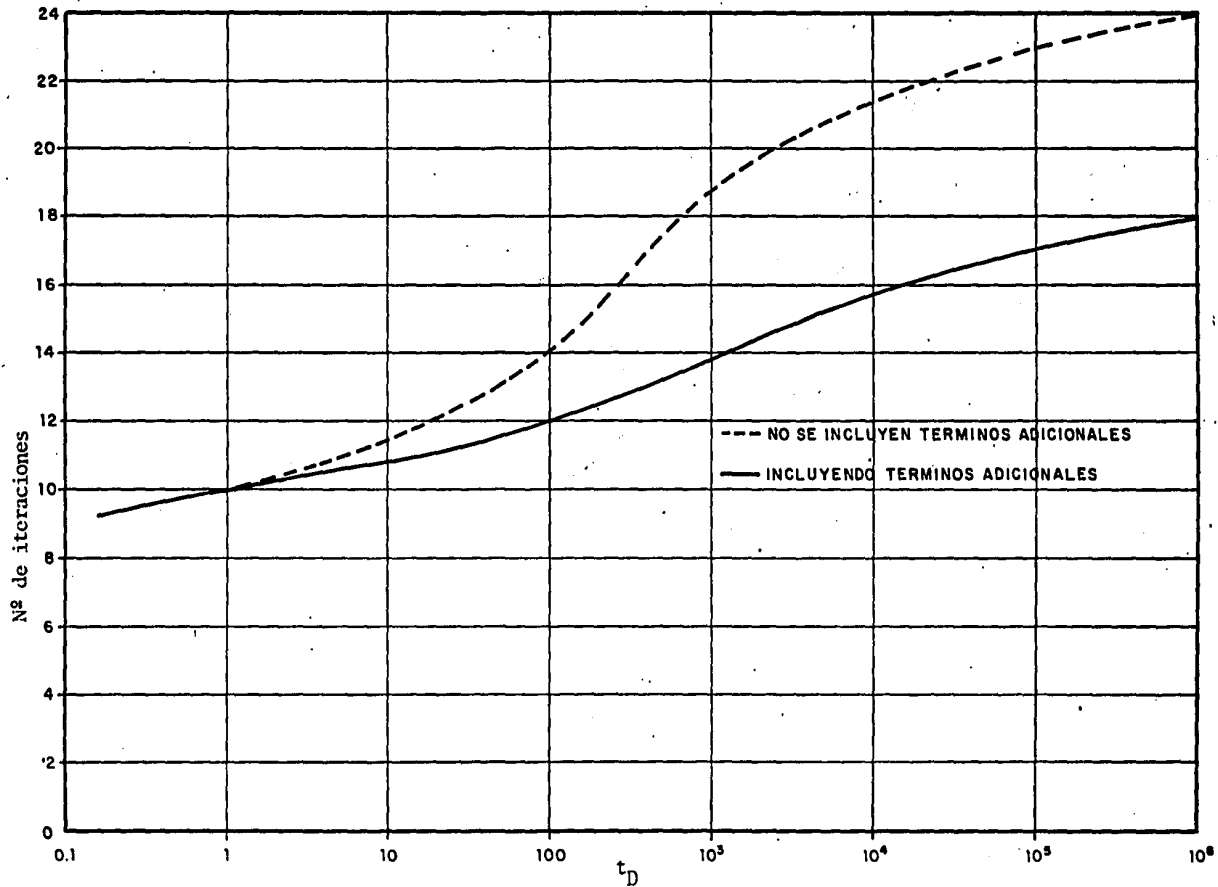


FIGURA 8. Variación del número de iteraciones para encontrar la solución en diferentes niveles de tiempo, para un caso de producción a gasto constante, incluyendo efectos de flujo de alta velocidad,

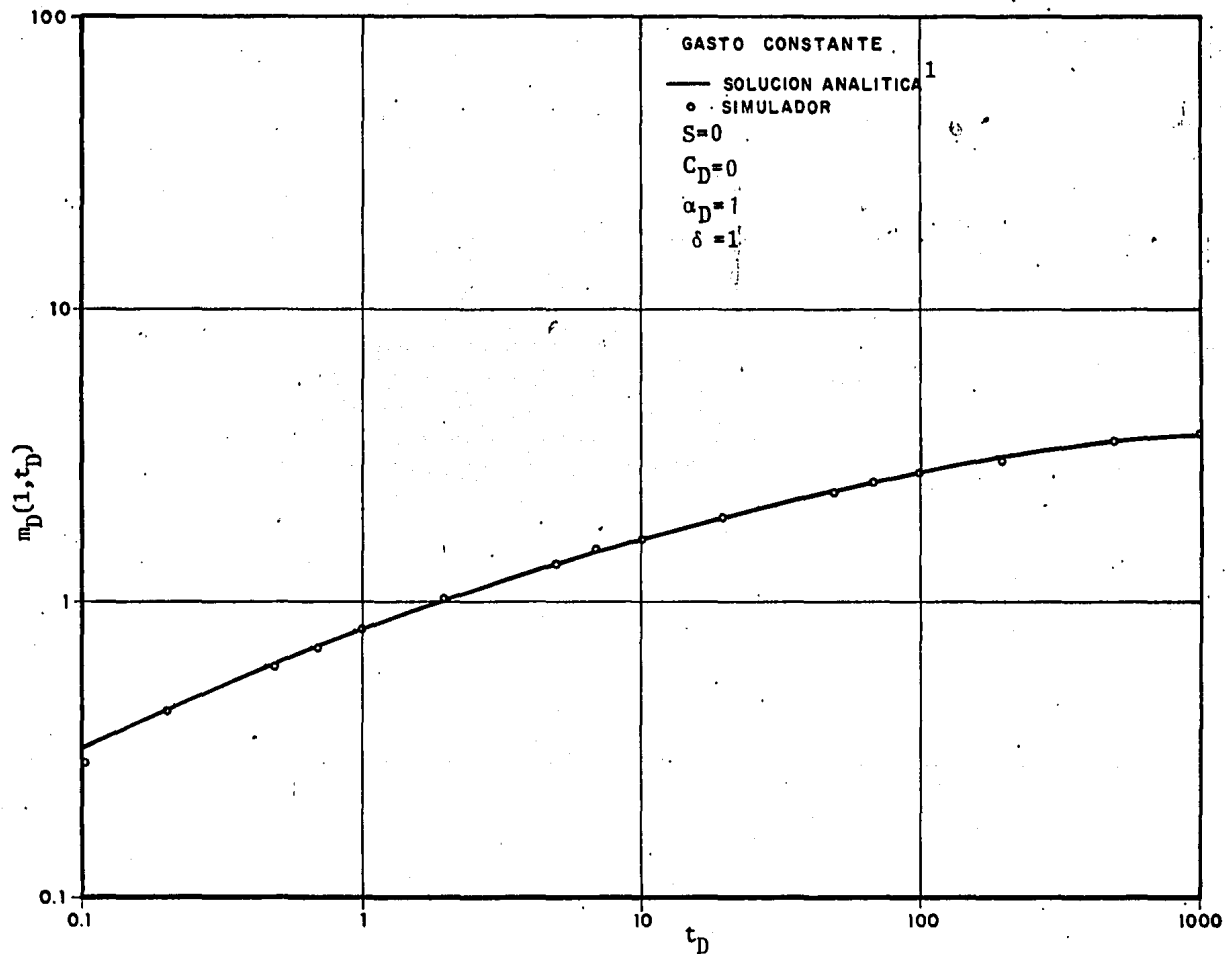


FIGURA 9. Soluciones analítica y en diferencias finitas considerando propiedades de roca y fluidos constantes para producción a gasto constante.

da con el simulador se ajusta bastante bien a la analítica, como se muestra en la Tabla III. Cabe mencionar también que los resultados numéricos en términos del gasto instantáneo adimensional, q_D , fueron comparados favorablemente con la solución analítica publicada por Economides²⁹, ajustándose bastante bien aún para valores de $t_D < 0.1$. Estos últimos resultados no se muestran en este trabajo.

A fin de calibrar el modelo para casos de flujo de alta velocidad, se utilizaron las soluciones numéricas publicadas por Wattenbarger²⁰ para casos de producción a gasto constante. Estas soluciones fueron reportadas en forma gráfica y consecuentemente la comparación con las mismas se hizo en forma gráfica. En la figura 11 se muestra un caso extremo de producción a gasto constante con flujo de alta velocidad. En ella se observa el efecto de las propiedades variables ($\alpha \neq 1$) y la fuerte dependencia de la viscosidad del gas real en el término inercial, que ocasiona una fuerte desviación de la solución para propiedades constantes. Los resultados obtenidos por el simulador reproducen en forma gráfica muy precisa este comportamiento.

El efecto del flujo de alta velocidad a diferentes gastos fue investigado por Wattenbarger²⁰, y los resultados reproducidos por el simulador se presentan en la figura 12. En ella se observa la dependencia de la intensidad del gasto sobre la solución para gases reales. Una inspección de esta figura permite observar que la pendiente de la porción de línea recta se incrementa a gastos cada vez mayores. La desviación de las pendientes es causada por la variación de la viscosidad del gas con la presión, en la región donde se

T A B L A I

	POZO A	POZO B
k, md	0.09	1.0
\emptyset , fracción	0.10	0.10
h, pies	100.0	100.0
P_i , psia	5000.0	5000.0
T, °R	680.0	655.0
γ , fracción	0.7	0.7
r_w , pies	0.333	0.333
d_i , pulgadas	1.9	1.9

NOTA ; Las propiedades del gas, Z y c_g , se calculan mediante la ecuación de estado de Redlich-Kwong ó bien a través del método de Standing-Katz. La viscosidad se obtiene a partir de la correlación de Lee.

TABLA II.

Comparación de resultados del simulador con la solución analítica de Van Everdingen-Hurst. Producción a gasto constante $S=0$, $C_D=0$, $\delta=1.0$ y $\alpha_D=1$

t_D	Solución Analítica $p_D(1, t_D)$	Solución Simulador $m_D(1, t_D)$	% error
1×10^{-1}	0.3144	0.3026	3.89
2	0.4241	0.4256	0.35
5	0.6167	0.6229	1.005
7	0.7024	0.7094	0.996
1×1	0.8019	0.8096	0.960
2	0.0195	1.027	0.735
5	1.3625	1.3675	0.367
7	1.4997	1.504	0.286
1×10	1.6509	1.655	0.248
2	1.9601	1.959	0.056
5	2.3884	2.389	0.025
7	2.5501	2.552	0.074
1×10^2	2.7233	2.725	0.062
2	3.0636	3.060	0.117
5	3.5164	3.516	0.011
7	3.6842	3.684	0.0054
1×10^3	3.8584	3.862	0.093
2	4.2050	4.203	0.047

TABLA III. Comparación de resultados del simulador con la solución analítica de Van Everdingen-Hurst Producción a presión constante $S=0$, $C_D=0$, $\alpha_D=1$, $\delta=1.0$

t_D	Solución Analítica Q_D	Solución Simulador Q_D	% error
1×10^{-1}	0.404	0.3280	23.17
2	0.606	0.5638	7.48
5	1.020	1.050	2.94
1×1	1.569	1.626	3.63
2	2.447	2.529	3.35
5	4.539	4.645	2.33
1×10	7.411	7.526	1.55
2	12.319	12.46	1.14
5	24.855	25.01	0.62
1×10^2	43.129	43.20	0.16
2	75.790	75.80	0.01
5	162.70	162.50	0.12
1×10^3	293.51	292.90	0.20
2	534.14	533.00	0.21
5	1192.198	1189.00	0.26
1×10^4	2203.861	2199.00	0.22
2	4095.800	4090.00	0.12
5	9363.099	9356.00	0.07
1×10^5	1.759×10^4	1.757×10^4	0.01
2	3.308	3.315	0.02
5	7.699	7.704	0.06
1×10^6	1.462×10^5	1.461×10^5	0.06

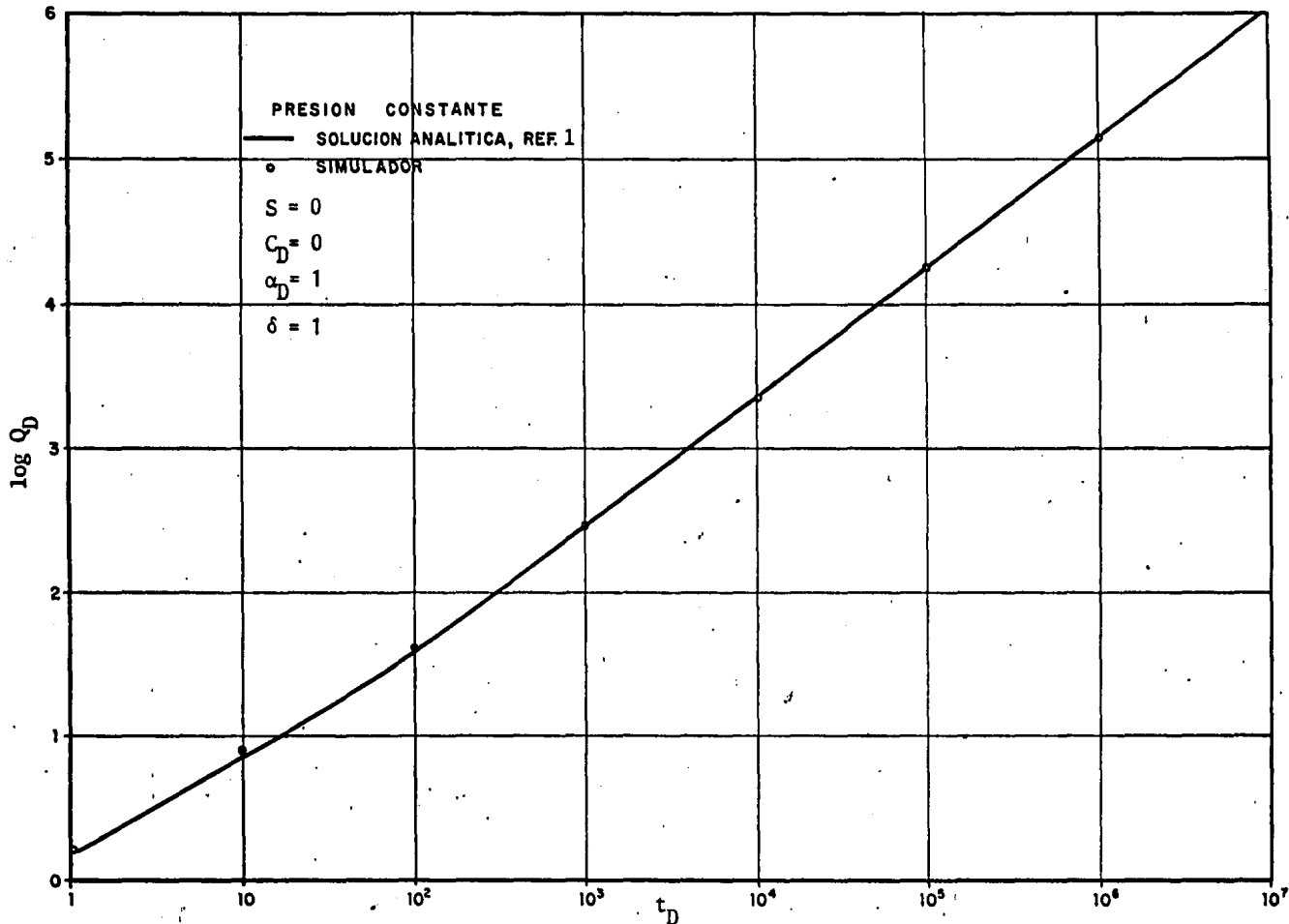


FIGURA 10. Solución Analítica y en diferencias finitas del gasto acumulativo adimensional considerando propiedades de roca y fluidos constantes y producción a presión constante.

verifica el flujo de alta velocidad. Lo anterior se puede visualizar a través de la ecuación 28. Por una parte, la disminución en la presión con el tiempo ocasiona que la viscosidad del gas sea menor, produciendo que el grupo $D(\mu)$ se incremente, y por otra, el efecto directamente proporcional del gasto con el término inercial $(m_D)_{in}$. Así, una aproximación a la solución para gasto constante esta dada por^{20,21,54},

$$m_D(1, t_D) = P_D(1, t_D) + S + (m_D(1, t_D))_{in}$$

ó tambien

$$m_D(1, t_D) = \frac{1}{2} \ln t_D + 0.4045 + S + D(\mu) q_{sc}$$

Cabe destacar, en las figuras 11 y 12, que la diferencia entre las curvas con efectos inerciales y la curva continua (solución con propiedades constantes) está dada por el valor de $(m_D(1, t_D))_{in}$. expresado en la ecuación 28a. Lo anterior se confirmó realizando integraciones numéricas de la ecuación 28a, en la que el dominio inercial utilizado, u_{in} , fue detectado en el espacio u donde el valor del coeficiente δ es cercano a la unidad ($\delta(u) > 0.990$). La integración se llevó a cabo mediante la regla de Bode de 11 puntos y treceavo orden.

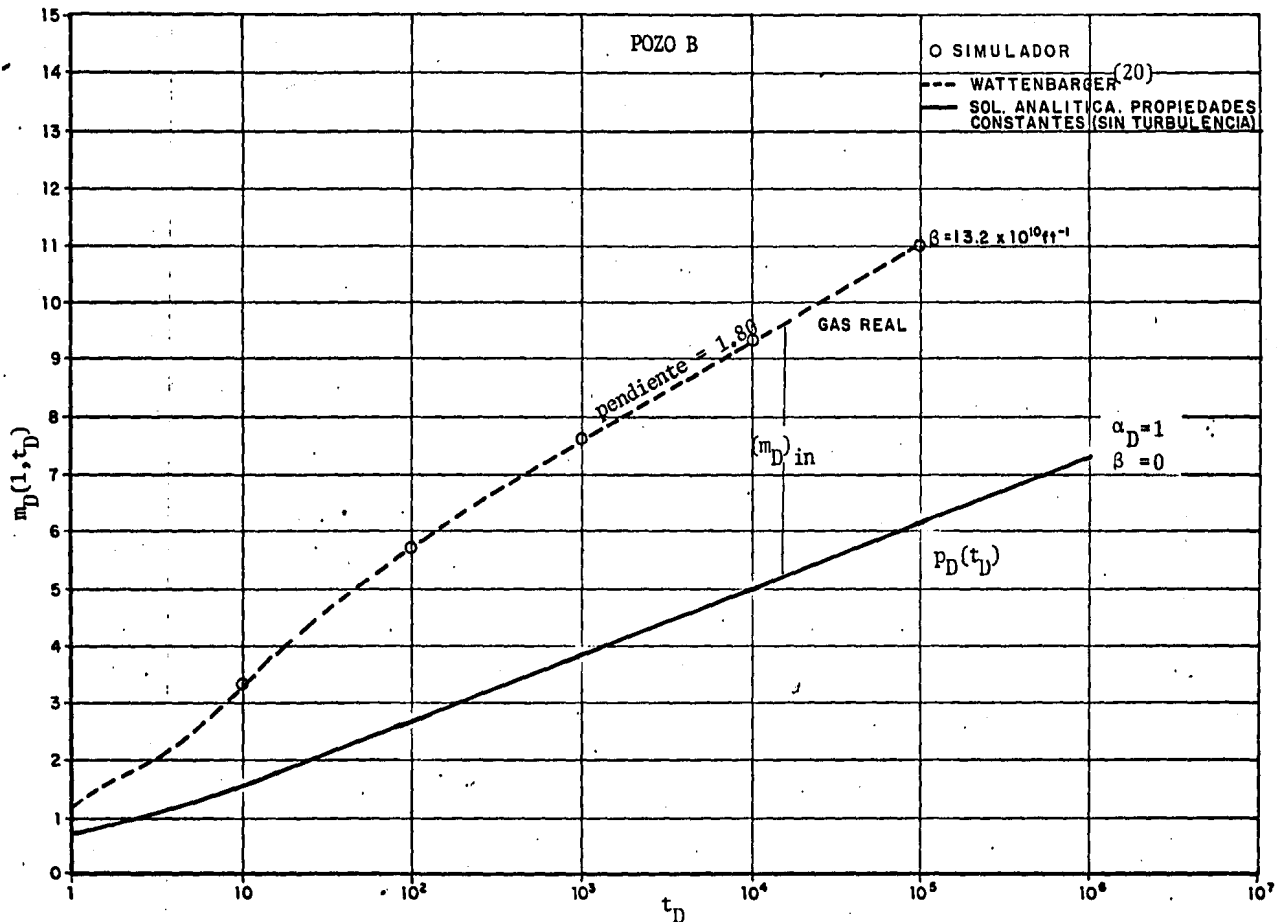


FIGURA 11. Efecto de las propiedades variables de gas real, considerando flujo de alta velocidad, para un caso de producción a gasto constante ($q_D = 0.1$)

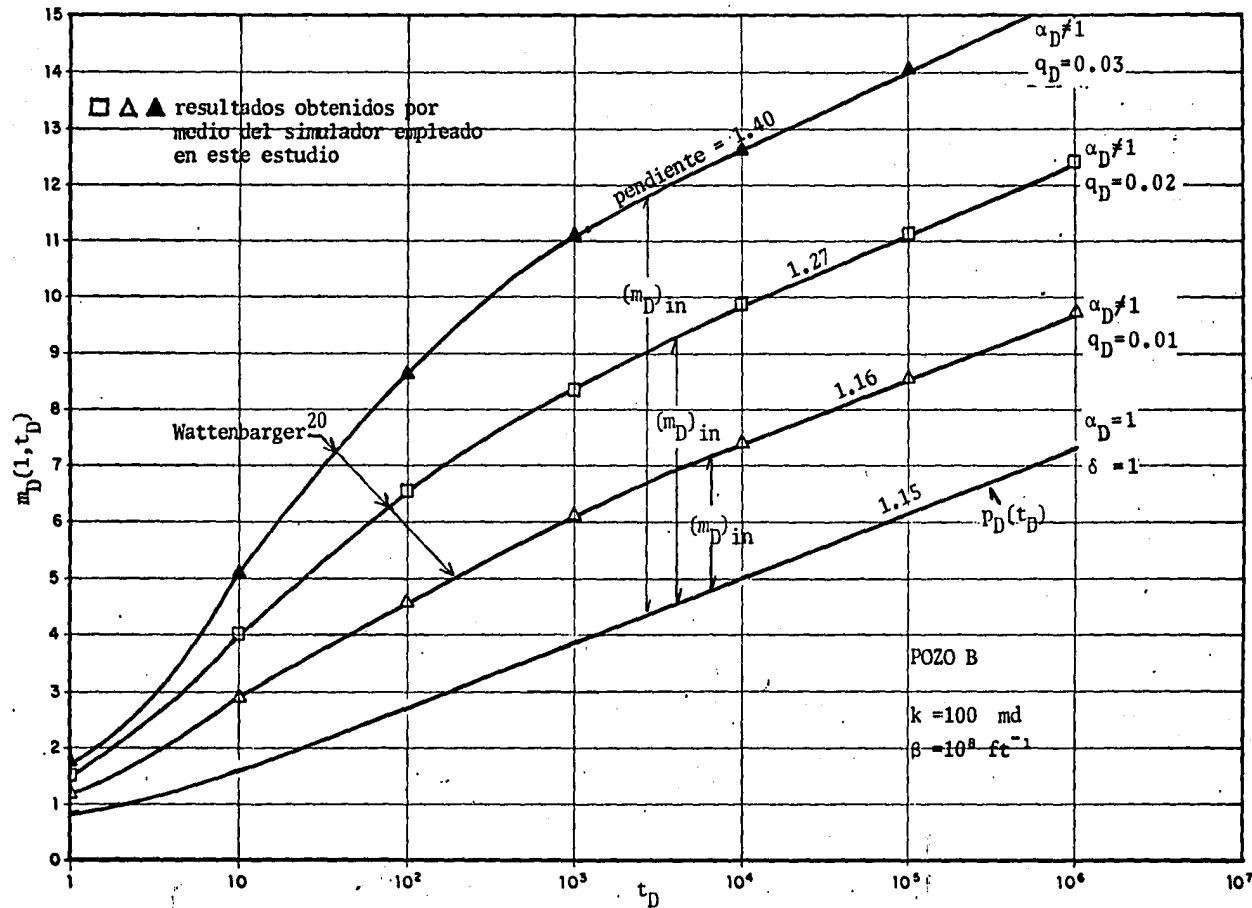


FIGURA 12. Efecto del flujo de alta velocidad ($\beta = 10^8 \text{ ft}^{-1}$) y las propiedades del gas real variables para diferentes casos de producción a gasto constante.

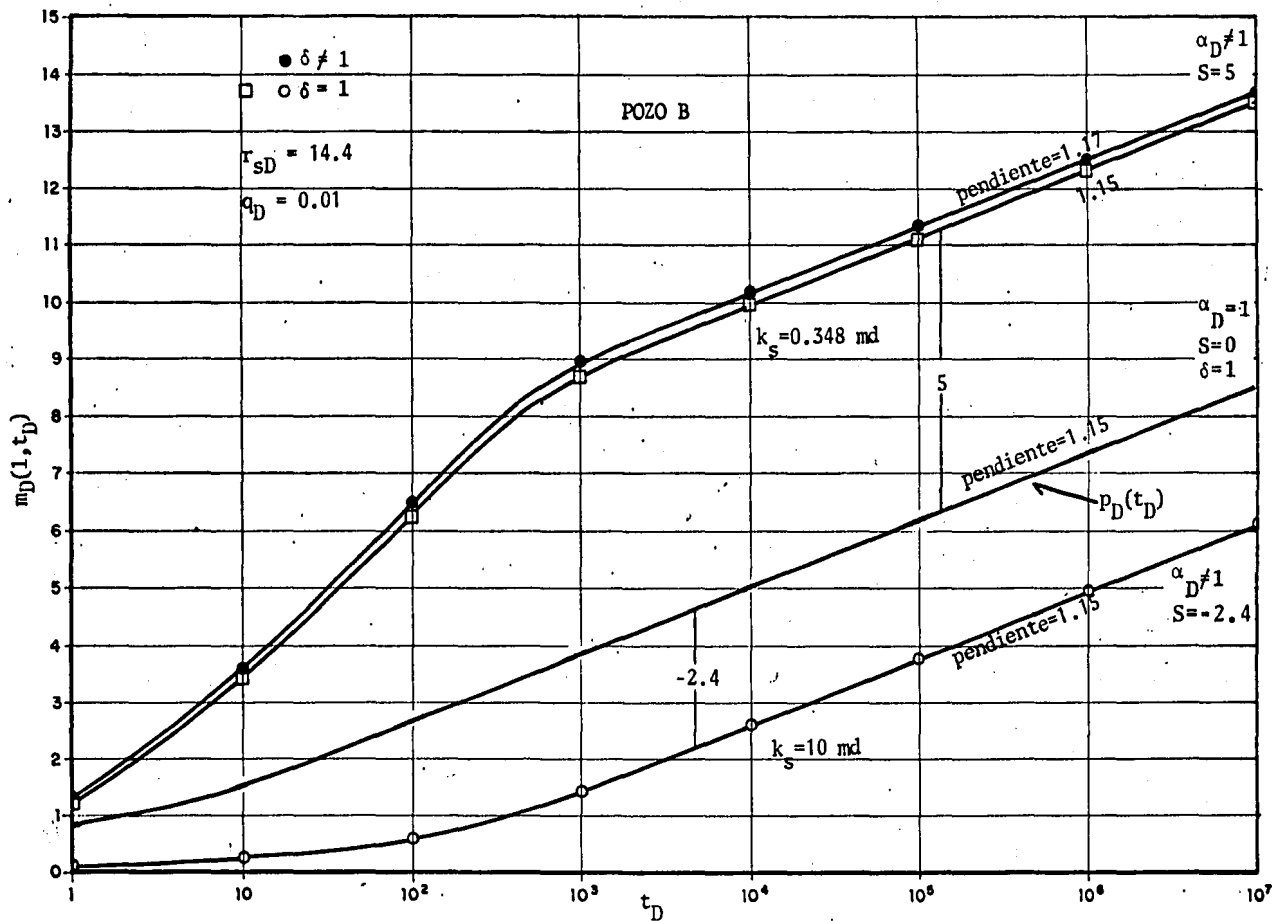


FIGURA 13. Efecto del daño a la formación, $S=5$, $S=-2.4$, sobre el comportamiento del gas real para un caso de gasto constante ($q_D = 0.01$).

El efecto del daño (debido a permeabilidad alterada) fue incluido en el simulador a través del modelo de yacimiento compuesto³⁶ como se describió en la ecuación 21³⁷. Para validar la inclusión del daño, para el caso de producción a gasto constante, se reprodujeron gráficamente en la figura 13 los resultados de Wattenbarger²⁰, los que muestran factores de daño de 5 y -2.4 y un radio de daño adimensional, r_{SD} , de 14.4. El demostró que el efecto de daño no es sensible al gasto en yacimientos compuestos . La porción inicial de las curvas refleja la capacidad de flujo de la región de permeabilidad alterada, principalmente cuando el radio de esta región es suficientemente grande. La segunda porción, después del periodo de transición, permite obtener la capacidad de flujo de la zona no alterada.

En la misma figura 13 se observan los resultados obtenidos para el caso de $s=5$, actuando simultáneamente con efectos inerciales, $\delta \neq 1$. La caída de potencial adicional debida a este último efecto, aún cuando proporcionalmente es menor que la caída debida al daño, resulta ser creciente a tiempos grandes, con lo que la pendiente de la recta generada por efectos simultáneos de daño y flujo de alta velocidad es ligeramente mayor. Esto último no se detecta gráficamente y no fue reportado por Wattenbarger²⁰.

El aspecto del fenómeno de almacenamiento también fue validado para situaciones de producción a gasto constante. Las soluciones numéricas tabuladas en la referencia 53 fueron reproducidas con muy buena aproximación por el simulador para valores del coeficiente de almacenamiento adimensional, C_D , de 10, 100, 1000 y de 10000, para diferentes valores de daño. Estos resultados no se reproducen en este trabajo.

En relación a la condición de producción a presión constante en la frontera interna y en presencia de efectos de daño, se reprodujeron numéricamente las soluciones analíticas reportadas tabularmente por Ehlig-Economides²⁹. Economides presentó valores tabulados del gasto acumulativo adimensional, Q_D , y el gasto instantáneo adimensional, q_D para diferentes valores de t_D en yacimientos infinitos y finitos, en donde consideró un amplio espectro de valores del factor de daño, desde $S=0$ hasta $S=20$. Estas soluciones están asociadas con propiedades de roca y fluidos constantes (no consideran flujo de alta velocidad), por lo que la reproducción numérica de estas soluciones se llevó a cabo utilizando valores de $\delta = 1$ y $\alpha = 1$. La línea recta continua que se encuentra en las figuras 14, 15, 16 y 17 representan la solución analítica encontrada por Economides²⁹ para factores de daño de 0, 5, 10 y 20 en términos del inverso del gasto adimensional instantáneo, $1/q_D$ y todas esas rectas poseen una pendiente que se aproxima a 1.15.

A fin de caracterizar la variación del gasto instantáneo adimensional en función del valor de presión constante, se utilizó la normalización de éste con la presión inicial, esto es

$$m_D^* = \frac{P_{wf}}{P_i}$$

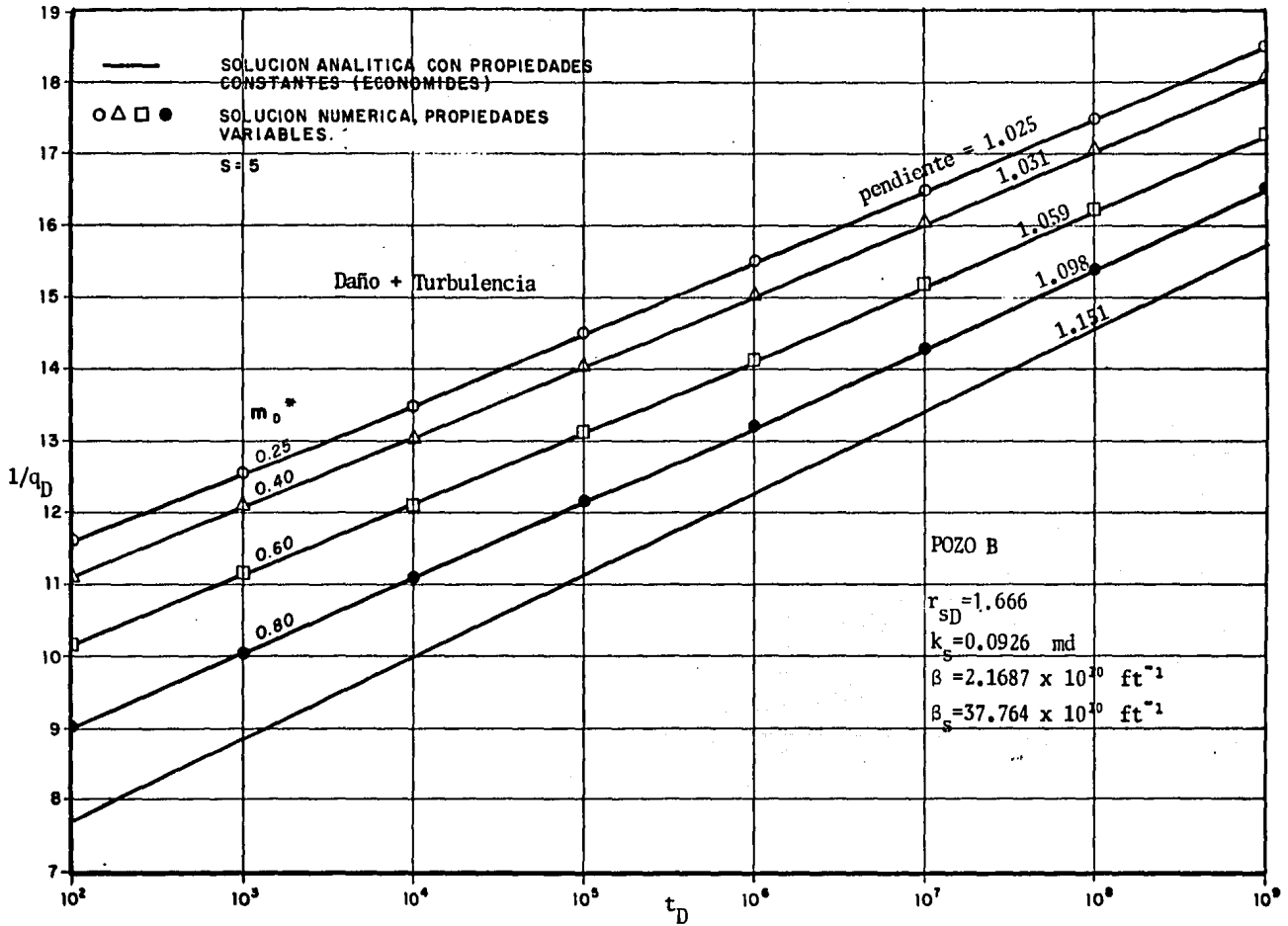


FIGURA 15. Comportamiento del gasto adimensional instantáneo con efectos combinados de flujo de alta velocidad y daño (S=5), para diferentes niveles de presión constante en r_w.

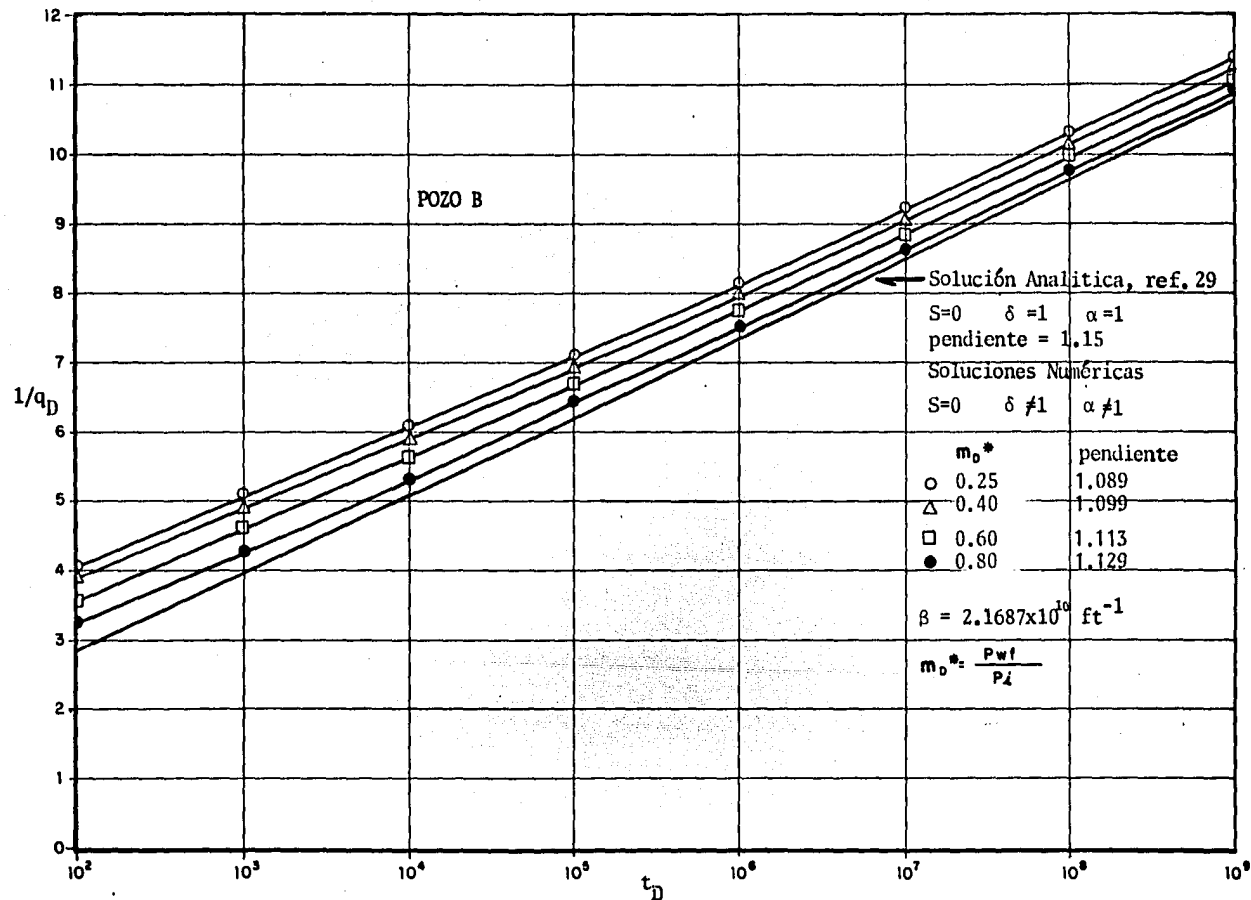


FIGURA 14. Efecto del flujo de alta velocidad y propiedades variables del gas, sobre el gasto adimensional instantáneo para diferentes niveles de presión constante en r_w .

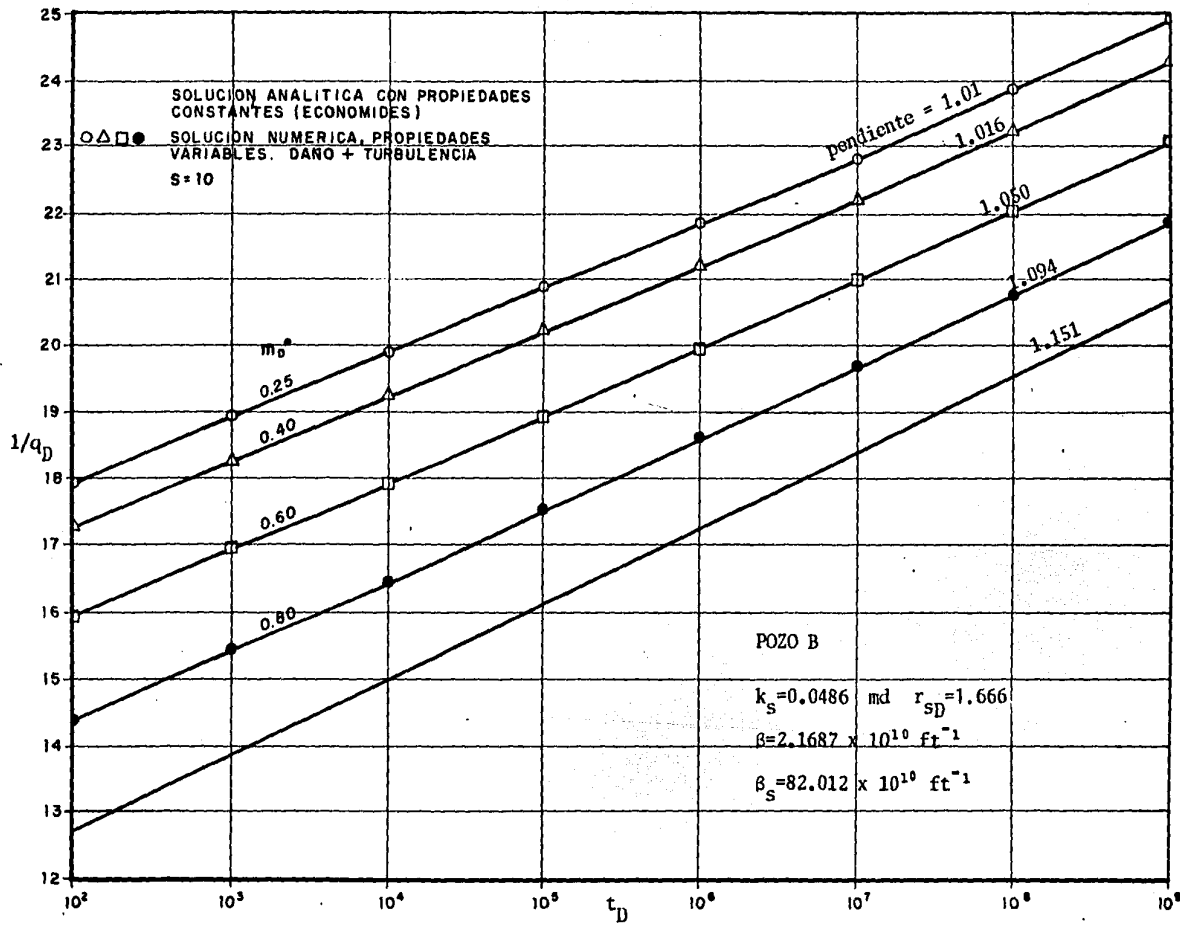


FIGURA 16. Efectos combinados del flujo de alta velocidad y daño (S=10), para diferentes niveles de presión constante en r_w .

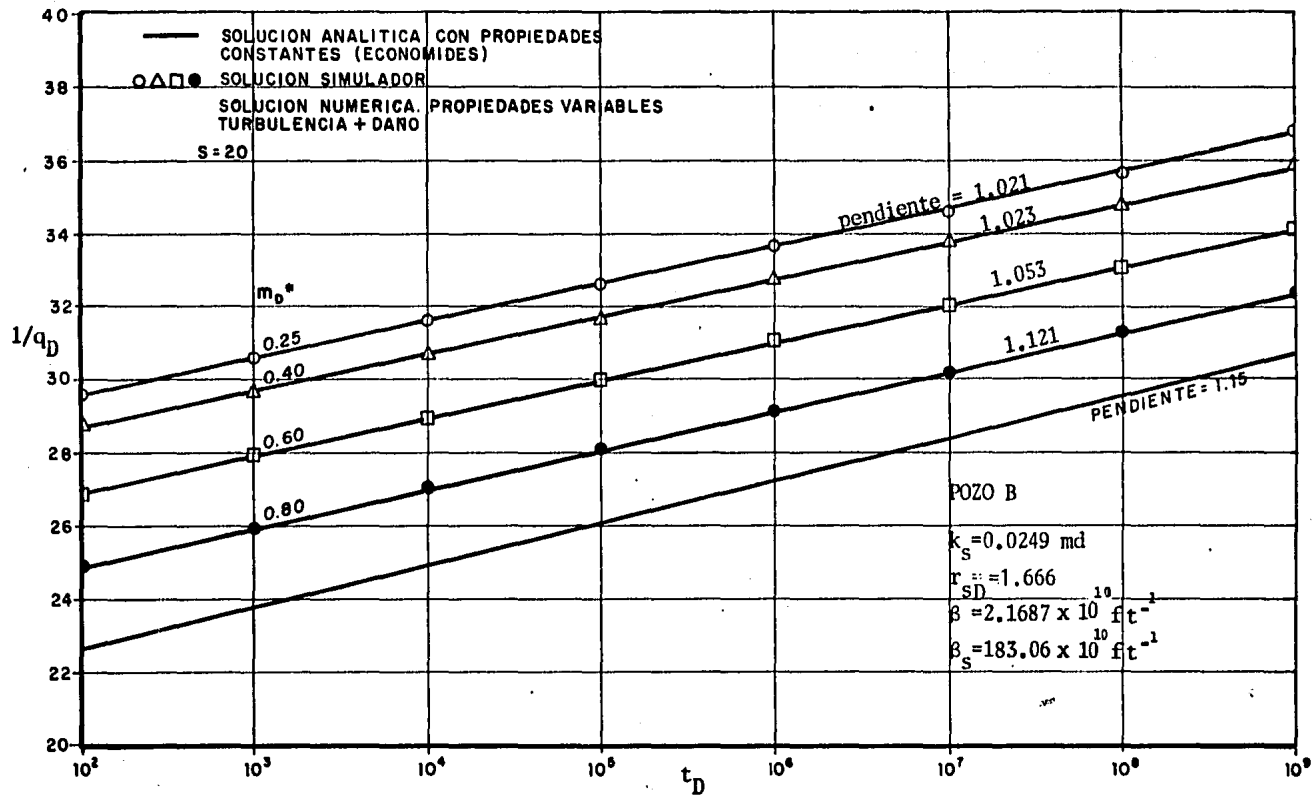


FIGURA 17. Efecto combinado del flujo de alta velocidad y daño sobre el gasto instantáneo adimensional, para diferentes niveles de presión constante (Daño S = 20)

En las mismas figuras 14,15,16 y 17 se tiene graficado el inverso del gasto adimensional, $1/q_D$, contra el tiempo adimensional para datos del pozo B. En ellas se muestra el efecto simultáneo del daño y el flujo de alta velocidad a diferentes niveles de presión constante en r_w . En la figura 14 se tiene el comportamiento sin considerar daño, $s=0$, sujeto a diferentes valores de m_D^* y a efectos de flujo de alta velocidad considerando propiedades de gases reales. A valores pequeños de m_D^* , bajos niveles de presión, la solución es ligeramente mayor, en términos de $1/q_D$, que la solución con propiedades constantes, mientras que a mayores valores de m_D^* , niveles de presión altos la solución muestra mayor desviación, manifestándose mayormente los efectos de flujo de alta velocidad. Las pendientes obtenidas muestran este grado de desviación. Sin embargo conviene destacar que a tiempos grandes la diferencia entre las soluciones para los niveles de presión constante analizados, se hace gradualmente mas pequeña con el tiempo, aproximándose a la solución con propiedades constantes. Esto último permite afirmar que los efectos de flujo de alta velocidad, para fines prácticos, son de poca importancia a tiempos de producción grandes.

En la figura 15 se describe el efecto simultáneo de un factor de daño $s=5$ y el flujo de alta velocidad para un radio de daño adimensional $r_{SD}=1.666$. La permeabilidad de la zona dañada, $k_s=0.0926$ md fue calculada mediante la ecuación 21 para el radio de daño considerado, mientras que los factores de turbulencia para las zonas dañada y no dañada fueron calculados mediante la correlación de Firoozabadi-Katz. El marcado contraste entre las permeabilidades de ambas zonas, 0.0926 y 1 md, disminuyen el efecto de flujo de alta velocidad, aún

cuando las caídas de presión debidas al daño inciden directamente en la disminución de la viscosidad, el gasto adimensional se ve mayormente afectado debido los fuertes gradientes de potencial en las vecindades del pozo, ocasionando que los efectos inerciales se vuelvan menos acentuados. También se observa que la solución depende del nivel de presión constante a tiempos cortos e intermedios, y a tiempos grandes la diferencia entre las soluciones se hace menor. Las figuras 16 y 17 muestran resultados análogos a los descritos, para factores de daño mas severos, $s=10$ y $s=20$ considerando también flujo de alta velocidad.

En la figura 18 se tiene el comportamiento del logaritmo del gasto instantáneo adimensional a diferentes valores de daño en presencia de flujo de alta velocidad para los datos del pozo A. Todas las corridas para los diferentes valores de factor de daño se hicieron con una presión constante de 2000 psia ($m_D^*=0.4$) y un radio de daño adimensional de 2.297. Los resultados muestran que el efecto de una región dañada es reducir el gasto de flujo hacia el pozo ($s=2,5,10,20$) mientras que la región estimulada ($s=-0.5$) mejora los gastos de producción a tiempos cortos e intermedios principalmente.

En este trabajo se investigó también cual sería el efecto de considerar la presión constante en el fondo del pozo o bien en la cabeza del mismo incluyendo los fenómenos de flujo en la tubería. En la figura 19 se muestra el comportamiento de q_D vs t_D para el pozo A, y para una presión constante en el fondo del pozo de 2000 psia y una presión en la cabeza de 1560 psia. Este último valor proporciona presiones de fondo aproximadamente de 2000 psia manteniendose prácticamente constante a valores de t_D mayores de 10^5 . Estas corridas se hicieron consi-

derando un daño igual a cero. Para obtener las soluciones considerando la tubería, fue necesario hacer corridas con tiempos iniciales de simulación mayores a 70, $t_D > 70$, ya que a tiempos menores el fenómeno de flujo crítico se hace presente (a tiempos demasiado cortos los valores del gasto instantáneo resultan ser poco realistas). Las soluciones encontradas son prácticamente iguales en términos de q_D , lo que permite utilizar confiablemente la condición de frontera en el fondo del pozo. Sin embargo, la solución en términos del gasto instantáneo real q_{sc} son diferentes a tiempos cortos debido a que el fenómeno de almacenamiento en la tubería influye directamente en el valor de q_{sc} . Los fenómenos de almacenamiento tratados de esta manera son determinados por el comportamiento global del sistema yacimiento-tubería, con lo que se tiene una ventaja importante al analizar el comportamiento de pozos de gas.

En la figura 20 se observa el efecto de considerar el flujo de alta velocidad sobre el gasto instantáneo q_{sc} teniendo una presión constante de 1560 psia en la superficie para los pozos A y B. La presencia del efecto de flujo de alta velocidad tiene mayor importancia a tiempos cortos produciendo una disminución en el gasto superficial, perdiendo importancia a tiempos grandes de producción.

En la figura 21 se muestra el perfil que adopta el factor de flujo de alta velocidad a través del espacio radial a diferentes niveles de tiempo de producción para datos del pozo A. Los perfiles mostrados fueron obtenidos manteniendo la misma presión fluyendo en la frontera interna de 2000 psia. y variando el factor de daño a valores de 0,2,5 y 10. Los perfiles del potencial adimensional correspondien-

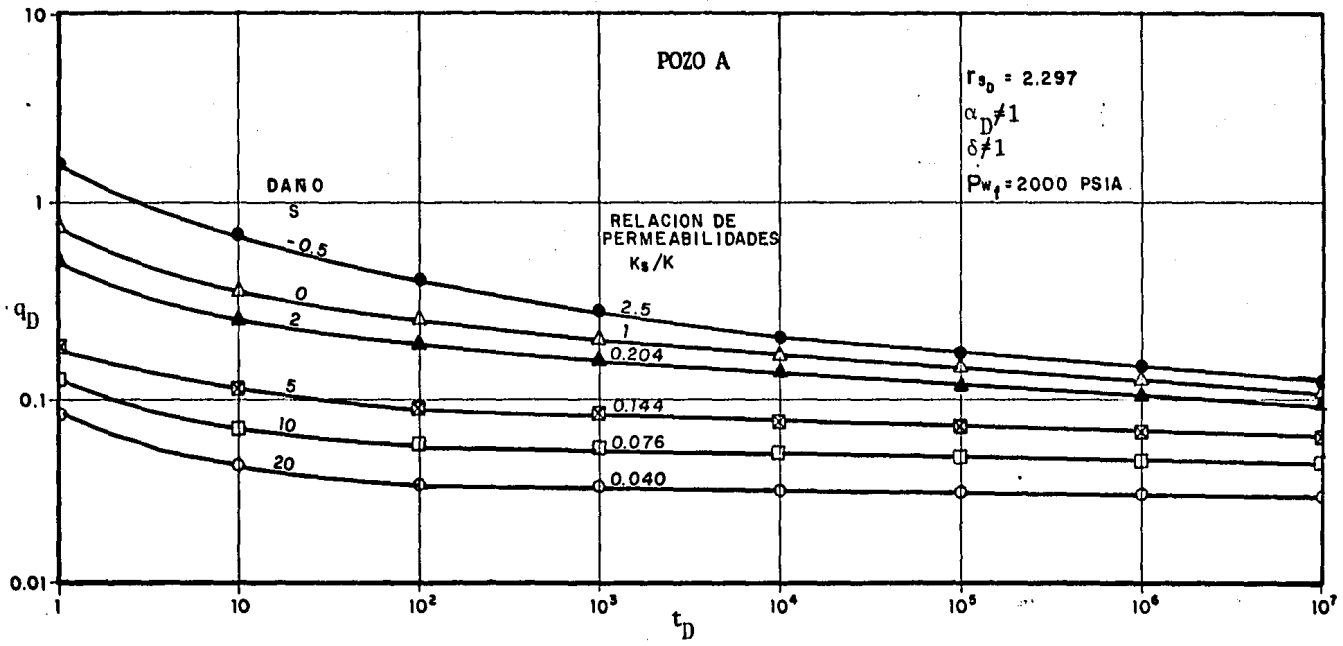


FIGURA 18. Efecto del daño en presencia de flujo de alta velocidad, sobre el gasto adimensional instantáneo, para condiciones de producción a presión constante en r_w (2000 psia).

tes se encuentran en la figura 22. Las figuras 21-a y 22-a corresponden a un perfil sin presencia de efectos de daño, en las que se observa una relación directa entre la variación de la caída de potencial, $\frac{\partial m_D}{\partial u}$, y el valor del factor δ en $u=0$ (radio del pozo). En las figuras 21-a,b,c y d las curvas corresponden a valores ascendentes de t_D a medida que éstas se aproximan a la unidad. Los tiempos se muestran en la figura 22. La intensidad del daño puede ser analizada observando los gradientes de potencial a partir de las figuras 22-b,c y d. En la región vecina al pozo se concentra una gran parte de la caída de potencial, la que se vuelve mas intensa con la severidad del daño, pero se observa un suavizamiento a tiempos cada vez mayores. Un aspecto de interés que se observa en las figuras 21-b,c y d es la participación disminuida de los efectos inerciales con la intensidad del daño. Esto se explica a través de la disminución del gasto y la relación directa de éste con el flujo de alta velocidad. Este efecto difiere de lo encontrado por Fligelman²⁸ para producción a gasto constante.

En la figura 23-a se tiene graficado el comportamiento del gasto instantáneo adimensional para los diferentes valores de factor de daño mencionados previamente. En la ordenada se tiene el inverso de q_D y en la absisa el logaritmo del tiempo adimensional. Cada curva corresponde a diferentes factores de daño, pero con el mismo valor de radio de daño adimensional ($r_{SD}=5.3$) y todas ellas se obtuvieron considerando la misma presión constante en la frontera interna de 2000 psia ($m_D^*=0.4$) y una condición de frontera externa de no flujo. Aún cuando el radio de daño fijado no es suficientemente grande, se observa la presencia de una zona dañada en la porción de las curvas comprendida

entre $t_D=5$ y $t_D=50$. Después de una pequeña transición, se desarrolla la porción de línea recta, cuya pendiente resulta ser muy parecida para los valores de daño estudiados y es un reflejo de la capacidad de flujo de la zona no dañada. Las corridas para esta etapa de decremento del gasto de producción se hicieron para tiempos de simulación de $t_D=10^6$.

En la figura 24 se observa el perfil posterior al cierre, a diferentes niveles de tiempo Δt , del factor de flujo de alta velocidad a través del espacio radial. En cada figura se tienen factores de daño iguales a los descritos para la etapa de producción a presión constante, y la condición inicial para la etapa de recuperación esta dada por el perfil desarrollado al instante del cierre. El nivel de tiempo de cierre Δt en las figuras 24-a, b, c y d aumenta a medida que las curvas se aproximan al valor unitario de δ , y no se imprime en ellas por cuestiones de espacio, sin embargo los tiempos de cierre correspondientes se encuentran en la figura 25-a. Las curvas que se alcanzan a observar en las figuras 24-a, b, c y d corresponden a valores de Δt_D de 0.0, 0.1, 1.0, 10 y 100, en las que este último valor alcanza prácticamente el valor unitario a través del espacio radial. Este hecho resulta de interés ya que a tiempos posteriores a $\Delta t_D=100$ los efectos de flujo de alta velocidad se desvanecen durante la etapa de recuperación de presión y consecuentemente este efecto no lineal desaparece. En términos de tiempo real, el valor de $\Delta t_D=100$ equivale a 0.156 hrs. (9.4 minutos) para las características correspondientes al pozo A. Los puntos mínimos que se observan en las curvas para cada figura, se explican a través del punto máximo que alcanza el perfil de

velocidad, él que se vé influenciado por los cambios fuertes de presión en las vecindades de la interfase de las zonas dañada-no dañada .

Otro aspecto de interés que se observa en las figuras 24-a, b, c y d es la disminución del efecto inercial($\delta \rightarrow 1$) a medida que aumenta la intensidad del daño. Lo anterior se detecta también durante la etapa de producción, como se discutió anteriormente.

En al figura 25 se presenta el perfil que adopta el potencial adimensional a través del espacio u , durante la etapa de recuperación de presión para los casos de daño mencionados. Una inspección comparativa de las figuras 25-a, b, c y d permite observar la relación que existe entre la velocidad de recuperación de presión y la intensidad del daño. Las zona de permeabilidad alterada actúa como una zona de muy baja permeabilidad, en donde se verifican los mayores cambios de potencial, sin embargo más allá del radio de daño la distribución de potenciales se hace más parecido al valor inicial a medida que la intensidad del daño aumenta. Esto conduce a que la distribución de potenciales alcance más rápidamente el valor promedio existente al momento del cierre. Esto se visualiza objetivamente comparando, por ejemplo, el $\log r$ de p_{ws} a $\Delta t_D = 10^5$ para cada factor de daño. En la figura 23-b se muestra una gráfica tipo Horner modificada, en la que se tiene en la ordenada el potencial adimensional evaluado en el pozo, $u=0$, dividido entre el último gasto antes del cierre para cada corrida de factor de daño respectivamente, y en las absisas el tiempo de Horner en términos de pseudotiempo. El tiempo adimensional de producción utilizado, t_{Dp} , fue de 10^6 , y se observa que todas las curvas alcanzan la misma línea de recuperación cuya porción recta tiene una pendiente

igual a 1.30, y el tiempo al cual se alcanza esta recta depende de la intensidad del daño como se puede ver en la misma figura.

A fin de observar la influencia del efecto de almacenamiento durante las etapas de producción y recuperación de presión, se hicieron diferentes simulaciones utilizando valores del coeficiente de almacenamiento adimensional C_D , $C_D=100, 1000, 10000$, sin considerar efectos de daño y bajo una presión constante de 2000 psia en la frontera interna ($m_D^*=0.4$). Se encontró que el efecto de almacenamiento no tiene influencia durante la etapa de producción para la condición de presión constante en el fondo del pozo, y el comportamiento del potencial para el incremento de presión, posterior a un tiempo de producción de $t_D = 10^6$, se encuentra en las figuras 26-a, b y c. En ellas se hace patente la gran influencia que existe de la intensidad del almacenamiento sobre la velocidad de recuperación de presión. Es de interés observar que las tres figuras muestran un perfil inicial $\Delta t_D=0$, igual. Se observa rápidamente que altos grados de almacenamiento retardan en forma considerable la velocidad de recuperación de presión a través del medio poroso. En la figura 26-d se tiene la trayectoria que sigue cada comportamiento en una gráfica tipo Horner, en donde se observa los grandes tiempos que se requieren para alcanzar la porción de línea recta cuando se tienen efectos de almacenamiento considerablemente grandes.

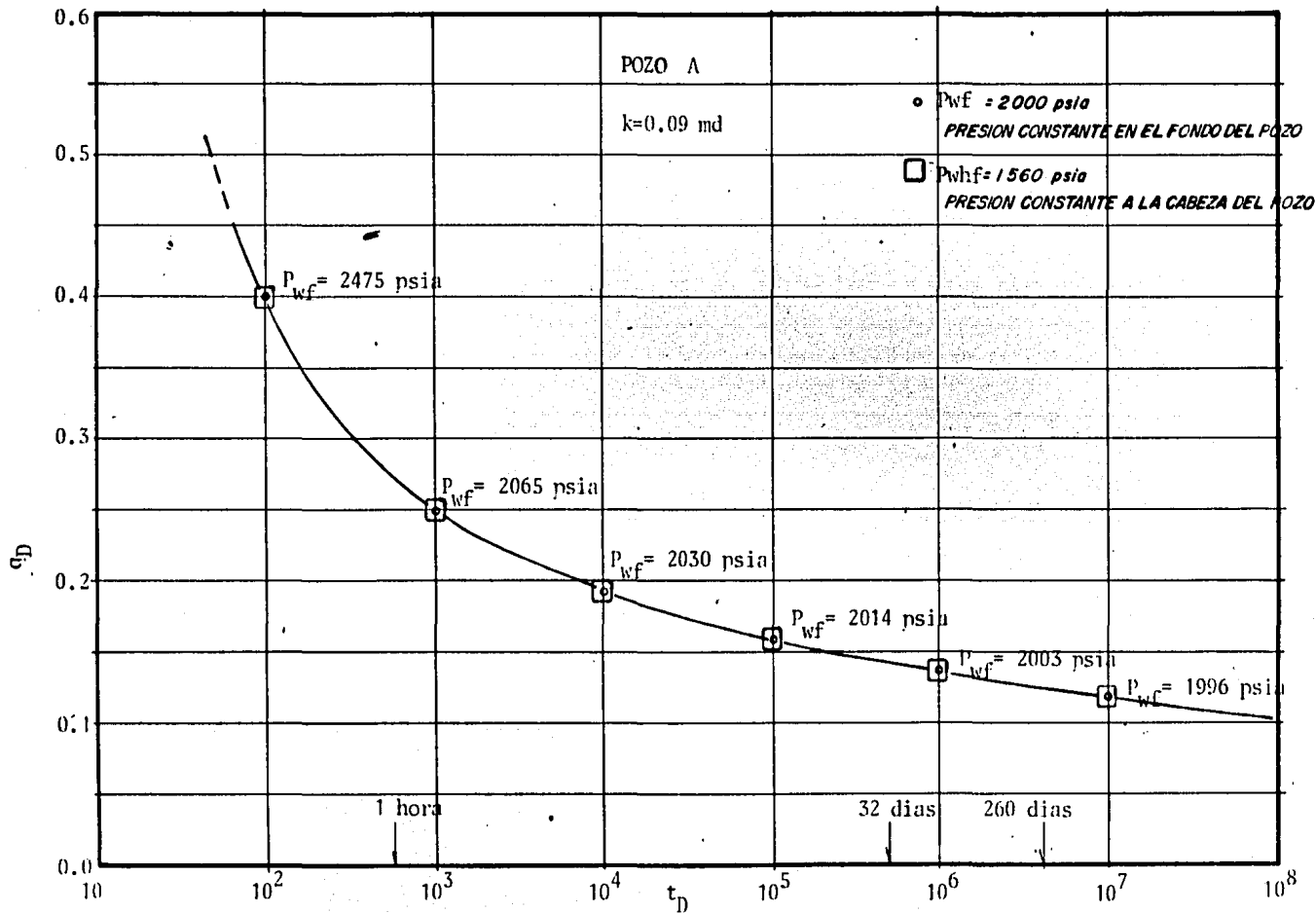


FIGURA 19. Efecto de considerar la presión constante en el fondo y en la cabeza del pozo sobre el gasto instantáneo adimensional

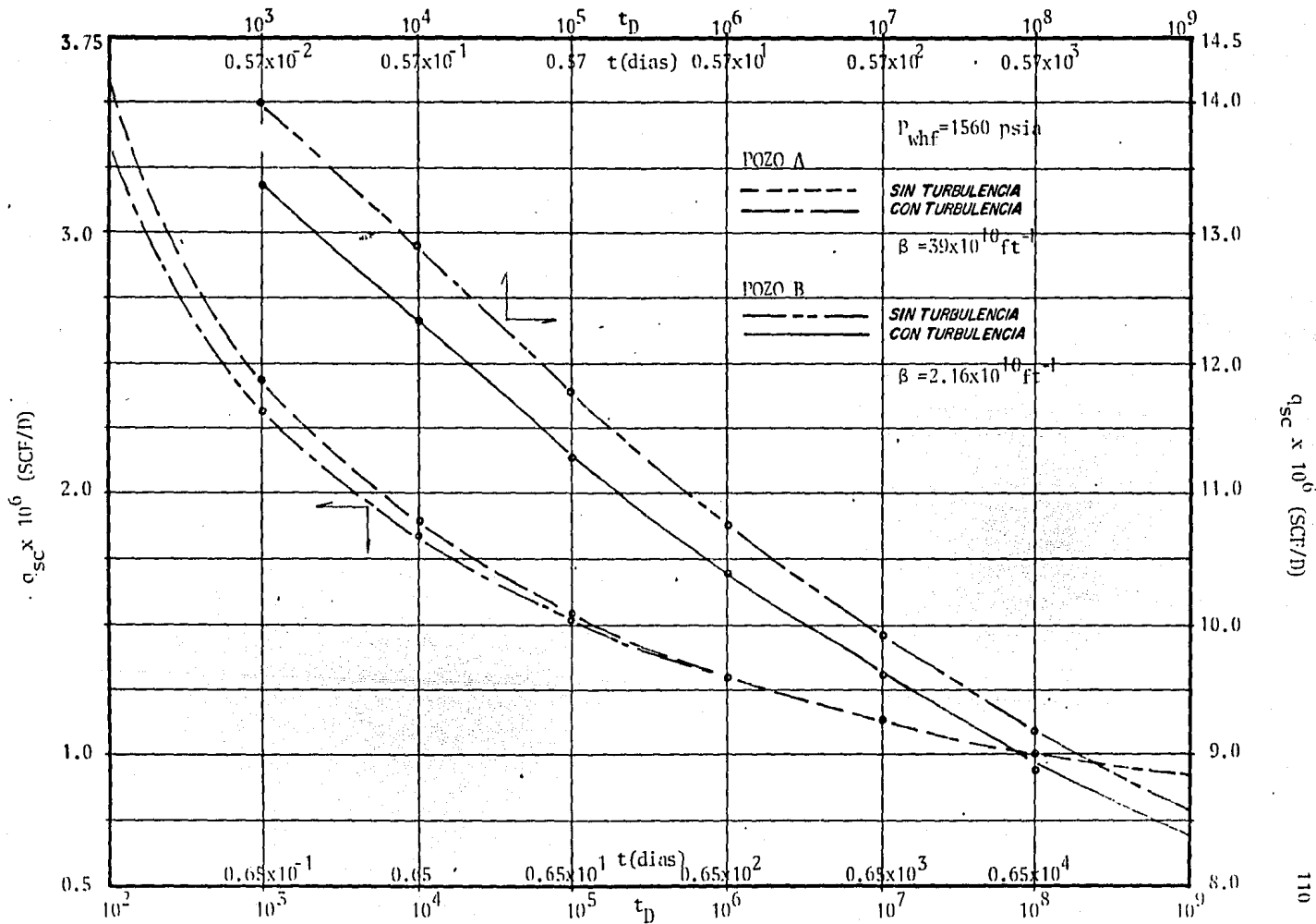


FIGURA 20. Comportamiento del pasto superficial con y sin efectos de flujo de alta velocidad.

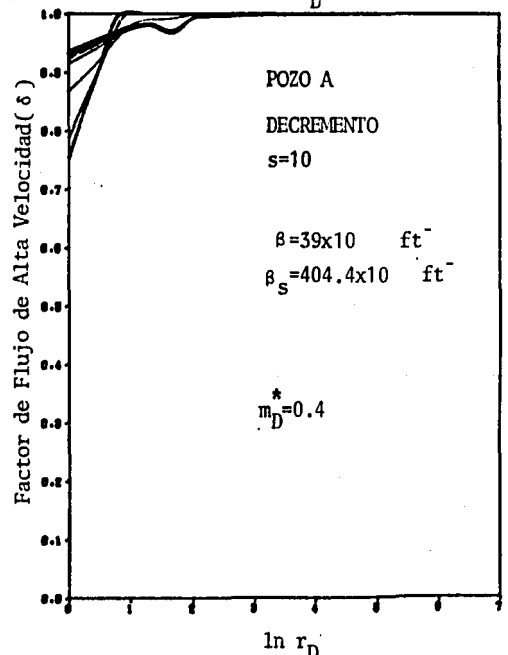
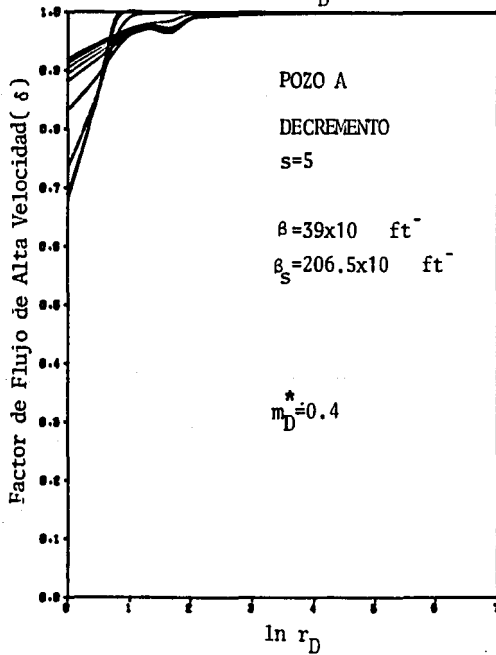
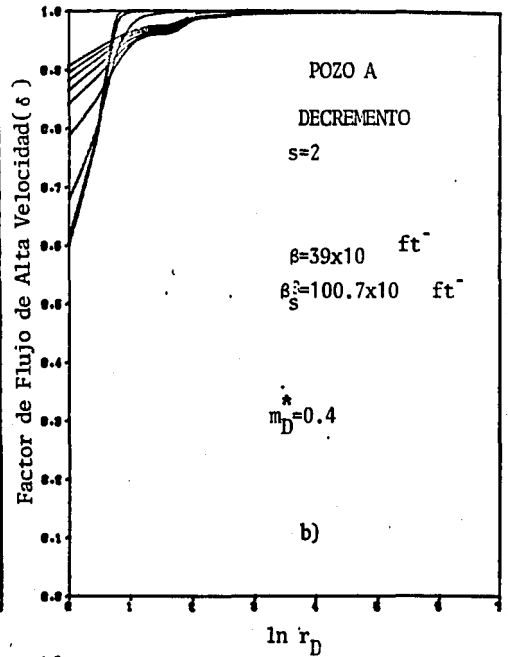
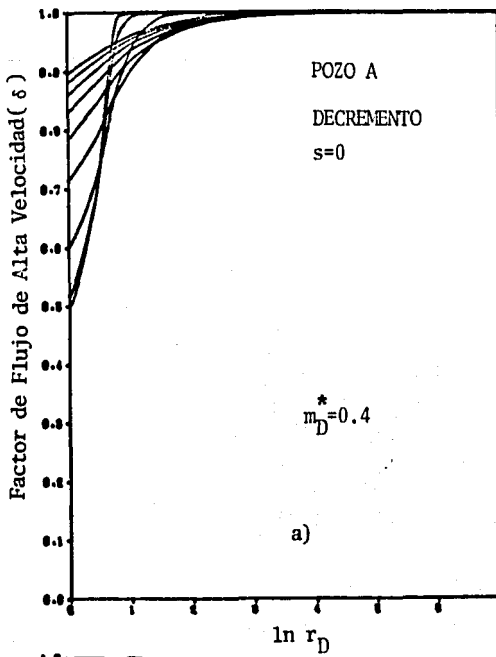


FIGURA 21. Perfil del factor de flujo de alta velocidad para un caso de baja permeabilidad, bajo condiciones de producción a presión constante en r_w (2000 psia).

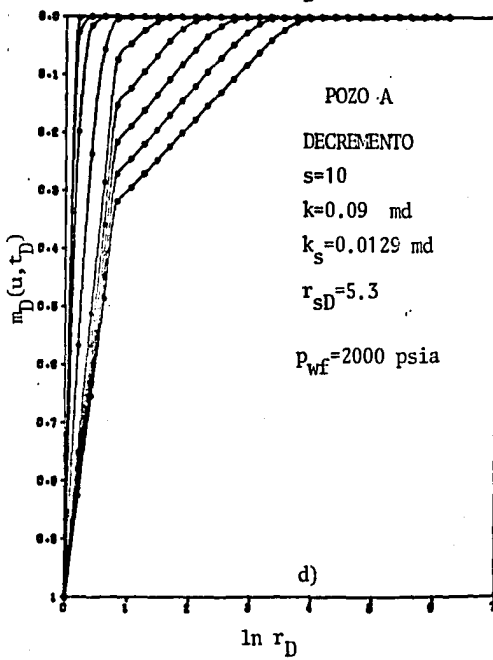
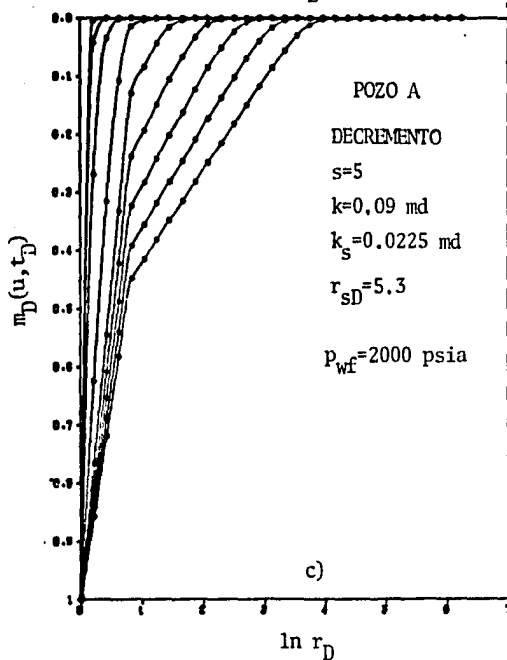
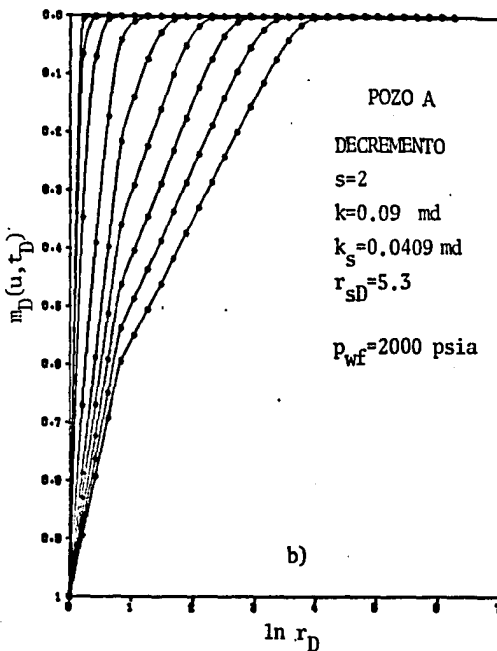
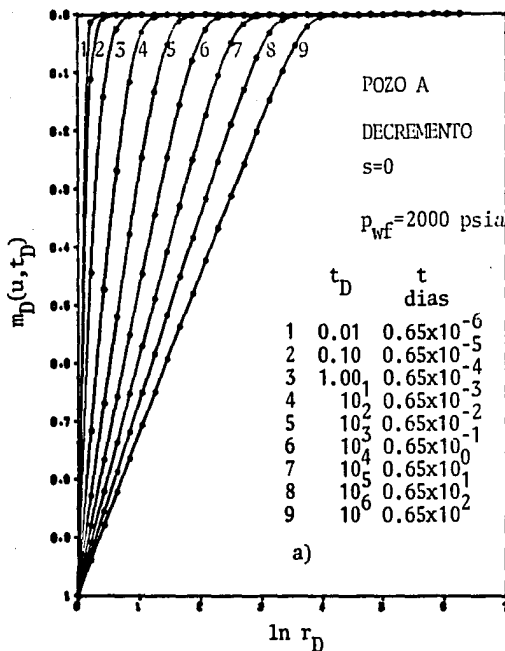
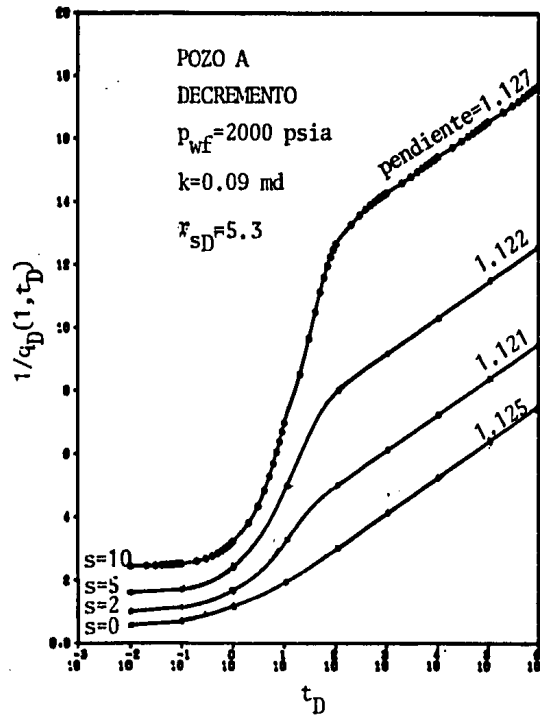
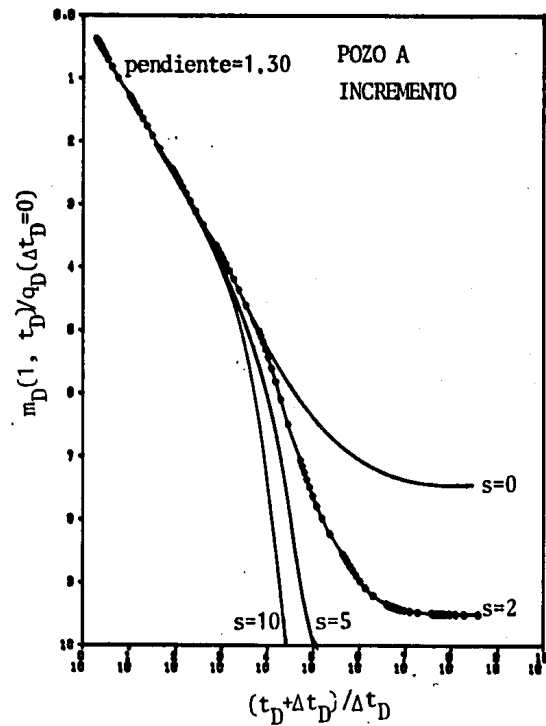


FIGURA 22. Perfil del potencial adimensional con diferentes valores de factor de daño, para producción a presión constante



a)



b)

FIGURA 23. Comportamiento del decremento a presión constante y el comportamiento posterior al cierre.

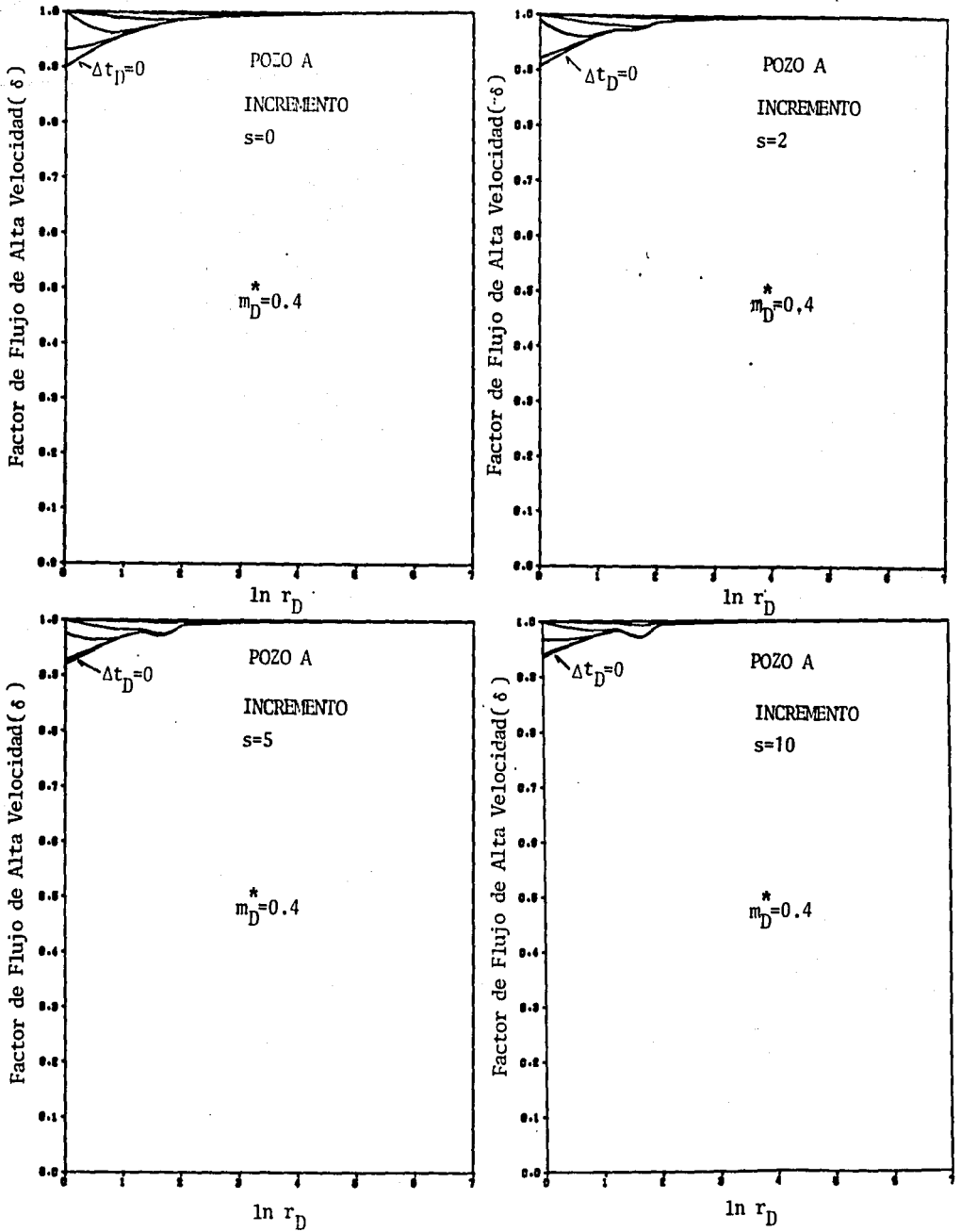


FIGURA 24. Perfil de factores de flujo de alta velocidad en la etapa de recuperación de presión en presencia de efectos de daño.

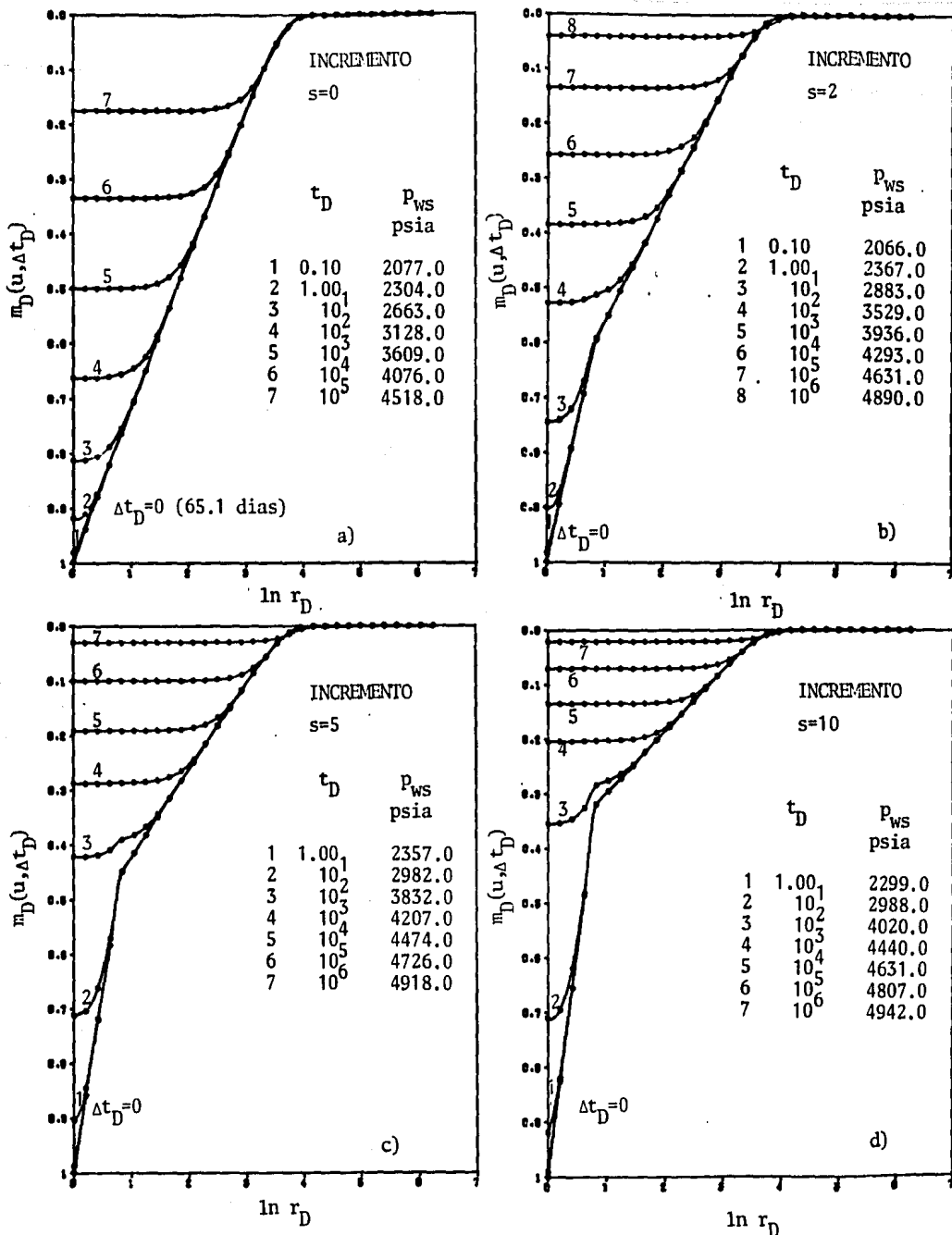


FIGURA 25. Perfil del potencial adimensional en la etapa de recuperación de presión, con condiciones previas de producción a presión constante, y diferentes factores de daño.

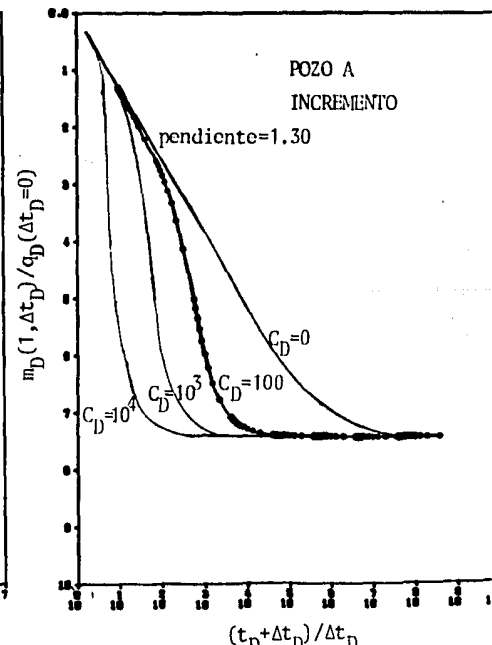
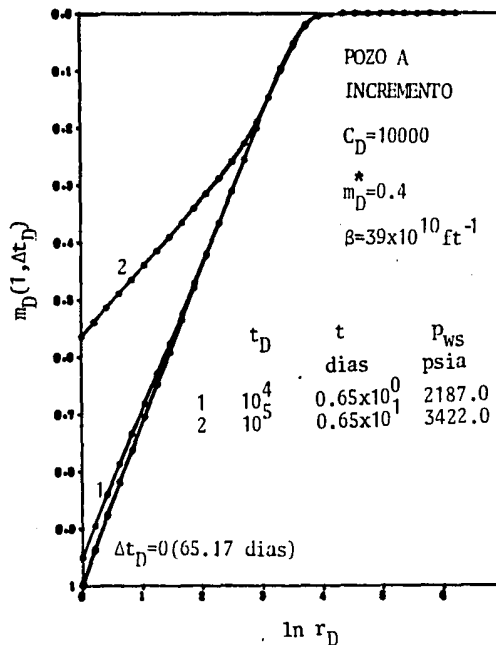
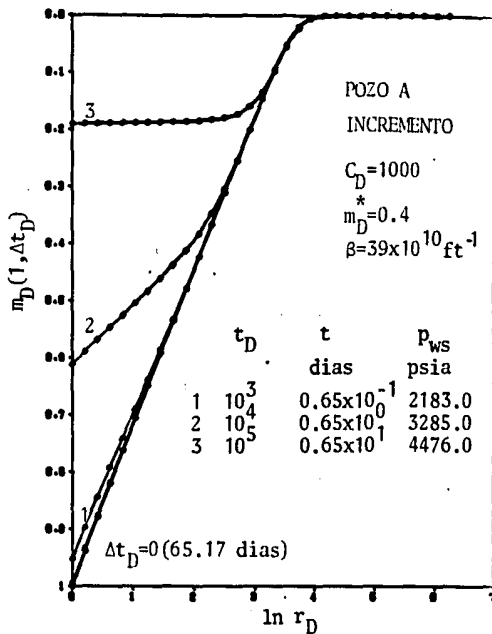
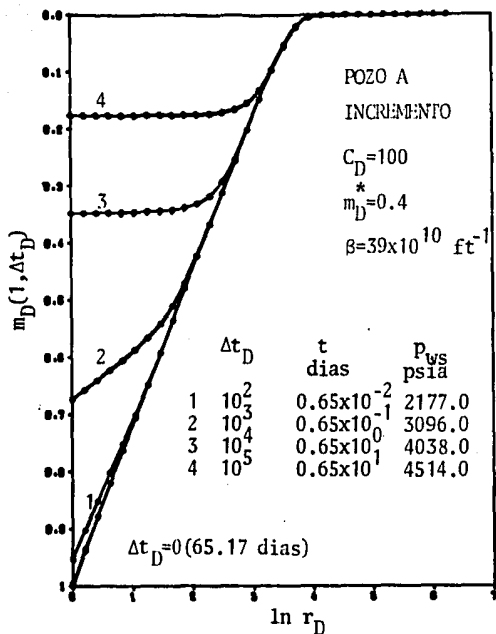


FIGURA 26. Comportamiento del potencial adimensional durante la recuperación de presión, bajo la influencia de efectos de almacenamiento y flujo de alta velocidad.

VIII. CONCLUSIONES.

De los resultados obtenidos en este estudio, se puede llegar a las conclusiones que a continuación se enlistan:

1. El modelo reproduce con buena exactitud las soluciones para flujo de líquidos de Van Everdingen y Hurst, cuando se consideran propiedades constantes ($\alpha = 1$ y $\delta = 1$).
2. Se encontró que para problemas de flujo de alta velocidad, la velocidad de convergencia de la solución del Jacobiano se ve mejorada, si los elementos del mismo se evalúan mediante las ecuaciones 74, 75 y 76 que aparecen en el cuerpo de este trabajo.
3. El valor de las pendientes obtenidas al graficar el comportamiento $1/q_D$ vs t_D , considerando efectos simultáneos de flujo de alta velocidad y daño bajo condiciones de presión constante en r_w , es sensible al nivel de presión constante, m_D^* . En general, a valores bajos de m_D^* se encuentra una mayor desviación de las pendientes (valores menores a 1.151) produciéndose sobrestimaciones de la capacidad de flujo kh. Sin embargo cuando se grafica $m_D(1, \Delta t_D)/q_D$ ($\Delta t_D=0$) para la etapa de recuperación de presión, la pendiente resulta mayor a 1.151, subestimándose el valor calculado de la capacidad de flujo kh.
4. Los efectos de flujo de alta velocidad se manifiestan principalmente a tiempos cortos e intermedios cuando se tienen condiciones de producción a presión constante en la frontera interna, mientras que a condiciones de gasto constante el efecto es más prolongado.
5. La intensidad de los efectos de flujo de alta velocidad dependen inicialmente del nivel de presión constante en r_w ; valores peque-

ños de m_D^* producen mayores efectos de flujo de alta velocidad e inversamente estos efectos disminuyen cuando m_D^* tiende a 1.

6. En presencia de efectos de daño y condiciones de presión constante, el efecto de flujo de alta velocidad se vé disminuido al aumentar la intensidad del daño. Lo contrario sucede para condiciones de gas to constante, en donde este efecto se vé magnificado con la intensidad del daño,
7. Los perfiles en espacio y tiempo del factor δ durante la etapa de recuperación de presión, posterior a presión constante, muestran que los efectos de flujo de alta velocidad se desvanecen a $\Delta t_{Da} > 100$ para yacimientos de gas de baja permeabilidad ($k < 0.1$). Para el análisis del incremento, es conveniente expresar el término de acumulación de la ecuación diferencial, en términos de pseudotiempo t_a , $\partial m / \partial t_a$, volviéndose a enfatizar que a $\Delta t_a > 100$ los efectos de flujo de alta velocidad son despreciables.
8. Es conveniente analizar el comportamiento de flujo de gas real y algunos efectos dominantes a tiempos cortos, a través de un sistema integral yacimiento-tubería, el cual permite cuantificar en forma realista los efectos de almacenamiento a condiciones dinámicas de flujo, así como también la disponibilidad de gas en superficie.

N O M E N C L A T U R A

A	=	área expuesta al flujo
c_t	=	compresibilidad total del sistema roca-gas
C_D	=	constante de almacenamiento adimensional
d	=	diámetro interno de la tubería
\bar{D}	=	matriz de coeficientes de flujo de alta velocidad
e	=	número neperiano, 2.71828183
E	=	matriz de derivadas de coeficientes de flujo de alta velocidad
f	=	factor de fricción para flujo en tuberías
F	=	vector de funciones del sistema matricial
\bar{G}	=	matriz de elementos de la diagonal principal
G	=	volumen original de gas, a condiciones estándar
G_p	=	producción acumulada de gas a condiciones estándar
h	=	espesor de la formación
J	=	matriz Jacobiana
k	=	permeabilidad de la formación
L	=	longitud de la tubería ó profundidad
m,m(p)	=	potencial de gas real
m_D	=	potencial adimensional
M	=	peso molecular del gas
n	=	número de moles
n	=	nivel de tiempo
N	=	número de nodos en la dirección radial del medio poroso

$p, p(r, t)$	=	presión
p_{sc}	=	presión a condiciones estandar
P_{whf}	=	presión en la cabeza del pozo, fluyendo
q	=	gasto de producción de gas
q^*	=	gasto introducido ó perdido por un estrato
q_D	=	gasto adimensional
r	=	distancia radial
r_D	=	radio adimensional
r_e	=	radio de la frontera externa
r_s	=	radio de la zona de permeabilidad alterada
r_w	=	radio del pozo
R	=	constante de la ley de los gases
Re	=	número de Reynolds
s	=	factor de daño ó skin
S_g	=	saturación de gas
t, t_a	=	tiempo y pseudotiempo
t_D	=	tiempo adimensional
T	=	temperatura
u	=	coordenada logarítmica para el espacio
v, v_r	=	velocidad macroscópica del gas
V	=	volumen original de gas a condiciones de yacimiento
V_m	=	volumen molar
$V_{r_{sc}}$	=	volumen remanente de gas a condiciones estandar
V_{w_i}	=	volumen original de gas almacenado en el pozo
V_w	=	volumen de gas almacenado en el pozo después de un tiempo de producción, expresado a cond. estandar

- W = gasto másico
Z = factor de compresibilidad del gas
z = dirección de flujo vertical en la tubería

SUBINDICES Y SUPERINDICES

cy	=	condiciones de yacimiento
D	=	adimensional
e	=	frontera externa
g	=	gas
i	=	inicial ó índice de discretización de la dirección de flujo u.
in	=	inercial
j	=	estrato cualquiera
K	=	nivel de iteración, ó índice de discretización del espacio en la tubería vertical
n	=	índice de discretización del nivel de paso de tiempo
N	=	nodo de la frontera externa
p	=	producción
r	=	dirección radial, ó remanente
s	=	índice del nodo que limita la zona de permeabilidad alterada
sc	=	condiciones estandar de presión y temperatura p = 14.7 psia , T = 520 grad. rank.
u	=	dirección logarítmica
vis	=	viscoso
w	=	pozo
whf	=	cabeza del pozo fluyendo
whs	=	cabeza del pozo cerrado

NOMENCLATURA GRIEGA

α, α_D	=	difusividad adimensional
β	=	parámetro de turbulencia
γ	=	densidad relativa del gas (al aire)
δ	=	factor de flujo de alta velocidad
ξ	=	tolerancia en la solución del sistema matricial
ζ	=	rugosidad relativa de la tubería
λ	=	factor de permeabilidad ($\lambda = k/k_s$)
μ	=	viscosidad del gas
ρ	=	densidad del gas
ω	=	gasto másico de gas
π	=	número phi , 3.1415....
ϕ	=	porosidad de la formación
θ	=	dirección angular en la tubería

OPERADORES

- Δ = variación en diferencias finitas. incremento δ
decremento
- ∇ = operador laplaciano δ del
- ∂ = operador de derivada parcial
- d = operador de derivada total
- ψ = operador para la diferencia de potenciales en
niveles de iteración consecutivos
- δ = operador para la diferencia del factor α en niveles
de iteración consecutivos, en el cálculo de la
malla logarítmica
- \int = operador integral

R E F E R E N C I A S

1. Van Everdingen, A.F. and Hurst, W.: "The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs", Trans., AIME (1949), 186, 305-324
2. Van Everdingen, A.F.: "The Skin Effect and Its Influence on the Production Capacity of a Well", Trans., AIME (1953), 198, 171.
3. Jacob, C.E., and Lohman, S.W.: "Nonsteady Flow to a Well of Constant Drawdown in an Extensive Aquifer", Trans., AGU, Aug. 1952, 559-569
4. Tsarevich, K.A., and Kuranov, I.F.: "Calculation of the Flow Rates for the Center Well in a Circular Reservoir Under Elastic Conditions", Problems of Reservoir Hydrodynamics, Part I, Leningrad, 1956, 9-34
5. Firoozabadi, A., and Katz, D.L.: "An Analysis of High Velocity Gas Flow Through Porous Media", J. Pet. Tech. (Feb. 1979), 211-216
6. Scheidegger, A.E.: "The Physics of Flow Through Porous Media", ---- McMillan, New York, 1960
7. Katz, D.L., Cornell, D., Kobayashi, R., Poettman, F.H., Elenbass, J.R., - and Weinaug, C.F.: "Handbook of Natural Gas Engineering", New York, - McGraw-Hill Book Co., (1959)
8. Katz, D.L., and Coats, K.H. : "Underground Storage of Fluids", Ann -- Arbor: Ulrich's Books, Inc. (1968)
9. Gewers, C. W.W., and Nichol, L.R.: "Gas Turbulence Factor in a Microvougular Carbonate", J. Can. Pet. Tech. (Apr.-June 1969), 51
10. Wong, S.W.: "Effect of Liquid Saturation on Turbulence Factors for - Gas-Liquid Systems", J. Can. Pet. Tech. (Oct.-Dec. 1970), 274
11. Muskat, M.: "The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media", - New York: McGraw-Hill Book Co. (1937)
12. Aronofsky, J.S. and Jenkins, R.: "A simplified Analysis of Unsteady-Radial Gas Flow", Trans., AIME (1954), 201, 149-154
13. Elenbas, J.R., and Katz, D.L.: "A Radial Turbulent Flow Formula", --- Trans. AIME (1948), 174, 25-40
14. Bruce, G.D., Peaceman, D.W., Rachford, H.H., and Rice, J.: "Calculations of Unsteady-State Gas Flow Through Porous Media", Trans., AIME (1953), 198, 79
15. Jenkins, R., and Aronofsky, J.S.: "Unsteady Radial Flow of Gas Through Porous Media", J. Appl. Mech., ASME (Jun. 1953), 20, No. 2, 210-214

16. Swfit, G.W., and Kiel, O.G.: "The Prediction of Performance Including The Effect of Non-Darcy Flow", Trans., AIME (1962), 225, 791
17. Tek, M.R., Coats, K.H., and Katz, D.L.: "The Effect of Turbulence on - The Flow of Natural Gases Through Porous Reservoirs", Trans., AIME - (1962), 225, 799
18. Al-Hussainy, R., Ramey, H.J., Jr., and Crawford, P.B.: "The Flow of - Real Gases Through Porous Media", J. Pet. Tech. (May. 1966), 624-636
19. Al-Hussainy, R. and Ramey, H.J., Jr.: "Application of Real Gas Flow - Theory to Well Testing and Deliverability Forecasting", J. Pet. Tech. (May. 1966), 637-642
20. Wattenbarger, R.A.: "Effects of Turbulence, Wellbore Damage, Wellbore Storage and Vertical Fractures on Gas Well Testing", Ph.D. Dissertation, Stanford University, Stanford California, 1967
21. Wattenbarger, R.A. and Ramey, H.J., Jr.: "Gas Well Testing With Turbulence, Damage and Wellbore Storage", J. Pet. Tech. (Aug. 1968), 99-109.
22. Dranchuk, P.M. and Piplapure, A.R.: "Inertial and Slip Effects in Steady State Radial Gas Flow Through Porous Media", J. Pet. Tech. (Oct. 1973), - 1155-1156
23. Dranchuk, P.M. and Flores, J.: "Non Darcy Transient Radial Gas Flow --- Flow Through Porous Media", Soc. Pet. Eng. J. (Apr. 1975), 129-139
24. Vairogs, J., Hearn, C.L., Dareing, D.W., and Rhoades, V.W.: "Effect of Rock-Stress on Gas Production from Low-Permeability Reservoirs", Trans., - AIME (1971), 251, 1162-1167
25. Correa, D.: "Simulation of Gas Well Flow and Investigation of the ---- Effect of Pressure Dependent Permeability on Real Gas Flow Tests", -- M.S. Report, Stanford University, Stanford California, 1972
26. Samaniego V., F.: "An Investigation of Transient Flow of Reservoir ---- Fluids Considering Pressure Dependent Rock and Fluid Properties", --- Ph. D. Dissertation, Stanford University, Stanford, California, 1974
27. Samaniego V., F. and Cinco L., H.: "Production Rate Decline in Pressure Sensitive Reservoirs", J. Can. Tech. (July-Sept. 1980), 77-86
28. Fligelman, H. "Drawdown and Interference Test Analysis for Gas Wells - With Wellbore Storage, Damage, and Nonlaminar Flow Effects", Ph. D. - Dissertation, Stanford University, Stanford, California, 1980.
29. Ehlig-Economides, C.A.: "Well Test Analysis for Wells Produced at a - Constant Pressure", Ph. D. Dissertation, Stanford University, ----- Stanford, California, 1979
30. Ehlig-Economides, C.A. and Ramey, H.J., Jr.: "Transient Rate Decline-- Analysis for Wells Produced at Constant Pressure", Soc. Pet. Eng. J. - (Feb. 1981), 98-104

31. Ehlig-Economides, C.A. and Ramey, H.J., Jr.: "Pressure Buildup for Wells Produced at a Constant Pressure", Soc. Pet. Eng. J. ----- (Feb. 1981), 105-114
32. Uraiet, A.A. and Raghavan, R.: "Unsteady Flow to a Well Producing at a Constant Pressure", J. Pet. Tech (Oct. 1980), 1803-1812
33. Uraiet, A.A. and Raghavan, R.: "Pressure Buildup Analysis for a Well Produced at Constant Bottomhole Pressure", J. Pet. Tech. ----- (Oct. 1980), 1813-1824
34. Bird, R.B., Stewart, W.E. and Lightfoot, E.N.: "Transport Phenomena", John Wiley and Sons, Inc., New York (1960)
35. Hurst, W., Clark, J.D. and Brauer, E.B.: "The Skin Effect in Producing Wells", J. Pet. Tech. (Nov. 1969), 1483-1489
36. Loucks, T.L. and Guerrero, E.T.: "Pressure Drop in a Composite Reservoir", Soc. Pet. Eng. J. (Dec. 1961), 170-176
37. Hawkins, M.F., Jr.: "A Note on the Skin Effect", Trans., AIME ----- (1956), 207, 356-357
38. Greene, D.T.: "The Effects of Pressure Dependent Fluid Properties, Formation Damage, and High Velocity Flow on Constant Terminal -- Pressure Production of Natural Gas from a Bounded Circular ----- Reservoir", MSc. Thesis, Stanford University, 1979.
39. Samaniego V., F.: "Ingeniería de Yacimientos de Gas", Apuntes, (1985) DEPEI, UNAM
40. Montiel, H., D.: "Explotación Simultánea de Yacimientos de Gas por una sola Tubería", Tesis de Maestría, DEPEI-UNAM (1978)
41. Dempsey, J.R., Patterson, J. K., Coats, K. H. and Brill, J. P.: "An Efficient Model for Evaluating Gas Fields Gathering System Design" Gas Technology Vol. II, SPE reprint series, No. 13, 123-129
42. Aziz, K. and Settari, A.: "Petroleum Reservoir Simulation", Academic Press. (1979)
43. Rodriguez de la Garza, F.: "Metodos de Simulación", apuntes DEPEI-UNAM (1984)
44. Yarborough, Lyman; "Application of a Generalized Equation of State to Petroleum Reservoir Fluids" Equations of State in Engineering and Research, Avances in Chemistry Series, 1979.
45. Abramowitz, M. and Stegun, I.A.: "Handbook of Mathematical Functions", Dover Publications, Inc., 1972
46. Lee, R. L., Logan, R. W. and Tek, M. R. ;: "Effect of Turbulence on Transient Flow Gas Through Porous Media", SPE 14205, Las Vegas, 1985

47. Geertsma, J. : "Estimating the Coefficient of Inertial Resistance in Fluid Flow Through Porous Media", SPEJ, oct. 1974, 445-450
48. Phipps, S.C. and Khilil, J.N. : "A Method for Determining the Exponent Value in a Forchheimer-Type Flow Equation", JPT, July 1975 883-884 .
49. Von Rosenberg, D.U. : "Methods for the Numerical Solution of Partial Differential Equations", Publishing Division Gerald L. Farrar & Associates, Inc. Tulsa 1977
50. Demidovich, B.P. and Maron, I.A. : "Computational Mathematics", MIR Publishers Moscow, 1976
51. Standing, M.B. : "Volumetric and Phase Behavior of Oil Field Hydrocarbon Systems", SPE of AIME, 1977
52. Lee, A.L., Gonzalez, M.H. and Eaton, B.E. : "The Viscosity of Natural Gases", Gas Technology Vol II, SPE reprint series, No. 13
53. Wattenbarger, R.A. and Ramey, H.J. Jr. : "An Investigation of Wellbore Storage and Skin Effect in Unsteady Liquid Flow; II Finite Difference Treatment", SPEJ, sept. 1970, 291-297.
54. Energy Resources Conservation Board: Theory and Practice of the Testing of Gas Wells., 3rd. Ed., Calgary, Canada
55. Goldsberg, V. : "Real Properties of Natural Gas Provide Base for Thermal Hydraulic Analysis of Gas Pipelines". O&G J. Jul. 9, 1984
56. Agarwal, R.G. : "Real Gas Pseudo-time - A New Function for Pressure Buildup Analysis of MHF Gas Wells". SPE paper 8279, (1979)
57. Reynolds, A.C., Bratvold, R.B. and Ding, W. : "Semilog Analysis of Gas Well Drawdown and Buildup Data", SPE paper 13664, 1985
58. Aanonsen, S. : "Application of Pseudotime to Estimate Average Reservoir Pressure", SPE paper 14256, 1985

A P E N D I C E A

Derivación de la Ecuación Diferencial.

En este apéndice se presenta la derivación de la ecuación diferencial no lineal en términos de la transformación logarítmica espacial u . En la ecuación 8 se obtuvo la ecuación en términos del espacio r ,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \delta_r \frac{\partial m(p)}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu(p) c(p)}{k} \frac{\partial m(p)}{\partial t} \quad (8)$$

Esta ecuación puede ser expresada convenientemente en términos de la transformación u ,

$$\begin{aligned} u &= \ln r_D \\ r_D &= e^u \end{aligned} \quad (A.1)$$

en donde

$$r_D = r/r_w$$

Derivando las expresiones anteriores se tiene,

$$\frac{\partial r_D}{\partial r} = \frac{1}{r_w}$$

$$\frac{\partial u}{\partial r_D} = \frac{\partial}{\partial r_D} (\ln r_D) = \frac{1}{r_D} = \frac{1}{e^u}$$

$$\frac{\partial u}{\partial r_D} = \frac{1}{e^u}$$

Sustituyendo estas relaciones y aplicando la regla de la cadena sobre la ecuación 8, se tiene

$$\frac{1}{r_D r_w} \frac{\partial}{\partial r_D} (r_D r_w \delta_r \frac{1}{r_w} \frac{\partial m(p)}{\partial r_D}) = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\partial m(p)}{\partial t} \quad (A.2)$$

Similarmente, mediante la regla de la cadena, se tiene

$$\frac{\partial (\quad)}{\partial r_D} = \frac{\partial (\quad)}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial r_D} = \frac{1}{e^u} \frac{\partial (\quad)}{\partial u}$$

$$\frac{\partial (\quad)}{\partial r_D} = \frac{1}{e^u} \frac{\partial (\quad)}{\partial u} \quad (A.3)$$

Reemplazando A.3 en A.2 y recordando de A.1 que $1/r_D = 1/e^u$, se llega a lo siguiente,

$$\frac{1}{e^u} \frac{1}{e^u} \frac{\partial}{\partial u} (e^u \delta_r \frac{1}{e^u} \frac{\partial m(p)}{\partial u}) = \frac{\phi \mu c r_w^2}{k} \frac{\partial m(p)}{\partial t}$$

Finalmente, simplificando y reareglando terminos, se tiene la ecuación diferencial en terminos de la transformación logarítmica u,

$$\frac{\partial}{\partial u} (\delta_r \frac{\partial m(p)}{\partial u}) = e^{2u} \frac{\phi \mu c r_w^2}{k} \frac{\partial m(p)}{\partial t}$$

A P E N D I C E B

Demostración de la Condición de Frontera Interna para Producción a Gasto Constante.

Si se supone que los efectos de fricción sobre el flujo de gas en un pozo no son considerables, se puede hacer el siguiente balance de materia, relacionado con la producción del pozo,

$$q_{sc} = (q_f)_{sc} + (q_w)_{sc} \quad (B.1)$$

donde $(q_f)_{sc}$ es el gasto aportado por la formación, expresado a condiciones estandar, $(q_w)_{sc}$ es el gasto proporcionado por el pozo debido a la expansión del gas, a condiciones estandar.

Gasto del Pozo. El gasto procedente del pozo, a condiciones promedio de presión y temperatura del pozo, puede ser expresado por la siguiente ecuación

$$q_w = \frac{Z \bar{p}_{sc} T}{P \bar{T}_{sc}} (q_w)_{sc} = - V_w \left(c \frac{\partial p}{\partial t} \right)_{r=r_w} \quad (B.2)$$

Utilizando la definición de potencial de gas real, la regla de la cadena y variables adimensionales, la ecuación anterior se puede expresar como,

$$q_w = - V_w \left(c \frac{\mu Z}{2P} \frac{\partial m(p)}{\partial t_D} \frac{\partial t_D}{\partial t} \frac{\partial m(p)}{\partial m_D} \right) \quad (B.3)$$

Utilizando las variables adimensionales m_D y t_D definidas por las ecuaciones 11 y 12, y sustituyendo en B.3, se tiene lo siguiente

$$q_w = - V_w c \frac{\mu z}{2P} \frac{\partial m_D}{\partial t_D} \left(\frac{k}{\phi \mu_i c_i r_w^2} \right) \left(- \frac{P_{sc} T q_{sc}}{\pi h T_{sc} k} \right)$$

Simplificando esta ecuación y remplazandola en B.2,

$$(q_w)_{sc} = \frac{V_w c \mu q_{sc}}{2 \pi r_w^2 h \phi \mu_i c_i} \frac{\partial m_D}{\partial t_D} = C_D \alpha_D q_{sc} \left(\frac{\partial m_D}{\partial t_D} \right)_{r_D=1} \quad (B.4)$$

donde la constante de almacenamiento adimensional, es definida como

$$C_D = \frac{V_w}{2 \pi h \phi r_w^2}$$

y la difusividad adimensional α_D fue definida en la ecuación 15 como,

$$\alpha_D = \frac{\mu c}{\mu_i c_i}$$

Gasto de la Formación. El gasto proveniente de la formación, en presencia de Daño, está dado por la siguiente ecuación

$$(q_f)_{sc} = \frac{\pi T_{sc} k h}{P_{sc} T \lambda} \left(r \delta_r \frac{\partial m(p)}{\partial r} \right)_{r=r_w} \quad (B.5)$$

Utilizando la regla de la cadena y variables adimensionales, la ecuación anterior se puede expresar de la siguiente manera,

$$(q_f)_{sc} = \frac{\pi T_{sc} k h}{P_{sc} T \lambda} r \delta_r \left(\frac{\partial m_D}{\partial r_D} \frac{\partial r_D}{\partial r} \frac{\partial m(p)}{\partial m_D} \right)$$

$$= \frac{\pi T_{sc} k h \delta_r}{P_{sc} T \lambda} (r_D r_w) \left(\frac{1}{r_w} \right) \left(- \frac{P_{sc} T q_{sc}}{\pi h T_{sc} k} \right) \frac{\partial m_D}{\partial r_D}$$

Simplificando esta última ecuación, se tiene

$$(q_f)_{sc} = - \frac{q_{sc}}{\lambda} (r_D \delta_r \frac{\partial m_D}{\partial r_D})_{r_D=1} \quad (B.6)$$

Expresando B.1 en términos de $(q_f)_{sc}$, reemplazando B.4 y B.6, se tiene lo siguiente,

$$- \frac{q_{sc}}{\lambda} (r_D \delta_r \frac{\partial m_D}{\partial r_D})_{r_D=1} = q_{sc} - C_D \lambda \alpha_D q_{sc} \left(\frac{\partial m_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1}$$

Simplificando,

$$(r_D \delta_r \frac{\partial m_D}{\partial r_D})_{r_D=1} = \lambda - C_D \lambda \alpha_D \left(\frac{\partial m_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1}$$

O bien en términos de la transformación logarítmica u ,

$$\left(\delta_u \frac{\partial m_D}{\partial \dot{u}} \right)_{u=0} = \lambda - C_D \lambda \alpha_D \left(\frac{\partial m_D}{\partial \dot{v}_D} \right)_{u=0} \quad (\text{B.7})$$

A P E N D I C E C

En este ápendice se presenta la derivación de una ecuación que permite cuantificar la energía consumida en potencial ó en gasto debido al flujo de alta velocidad para situaciones de flujo en las que se tienen condiciones de producción a gasto constante y a presión constante respectivamente.

De la ecuación de Forchheimer

$$-\frac{dP}{dr} = \frac{\mu}{k} v_r + \beta \rho v_r^2 = \left(\frac{dP}{dr}\right)_{\text{visc}} + \left(\frac{dP}{dr}\right)_{\text{in}} \quad (\text{C.1})$$

se puede hacer un análisis dimensional para utilizar unidades inglesas y manejar la ecuación con estas unidades prácticas.

$$\beta \left[\frac{1}{\text{ft}} \cdot \frac{1 \text{ ft}}{30.48 \text{ cm}} \right] \rho \left[\frac{\text{lb}}{\text{ft}^3} \cdot \frac{454 \text{ gr}}{1 \text{ lb}} \cdot \frac{1 \text{ ft}^3}{28316.8 \text{ cm}^3} \right] v_r^2 \left[\frac{\text{ft}^2}{\text{dia}^2} \cdot \frac{(30.48)^2 \text{ cm}^2}{1 \cdot \text{ft}^2} \cdot \frac{1 \text{ dia}^2}{(86400)^2 \text{ seg}^2} \right]$$

$$= 6.5463 \text{ E-11 } \beta \rho v_r^2$$

$$\frac{\mu [\text{cp}]}{k [\text{md} \frac{1 \text{ darcy}}{1000 \text{ md}}]} v_r \left[\frac{\text{ft}}{\text{dia}} \cdot \frac{30.48 \text{ cm}}{1 \text{ ft}} \cdot \frac{1 \text{ dia}}{86400 \text{ seg}} \right] = 0.352777 \frac{\mu}{k} v_r$$

$$\frac{dP [\text{psi} \frac{1 \text{ atm}}{14.7 \text{ psi}}]}{dr [\text{ft} \frac{30.48 \text{ cm}}{1 \text{ ft}}]} = 0.0022318 \frac{dP}{dr}$$

Sustituyendo estos factores en la ecuación C.1, se tiene

$$6.5463 \text{ E-11 } \beta \rho v_r^2 + 0.352777 \frac{\mu}{k} v_r = - 0.0022318 \frac{dP}{dr}$$

Simplificando aún mas

$$2.8913 \text{ E-8 } \beta \rho v_r^2 + 158.068 \frac{\mu}{k} v_r = - \frac{dP}{dr} \quad (\text{C.2})$$

y utilizando la definición del potencial de gas real en terminos de dP/dr

$$\frac{dP}{dr} = \frac{\mu Z}{2 P} \frac{\partial m(p)}{\partial r}$$

y reemplazando en C.2, tenemos

$$-\frac{dm(p)}{dr} = \frac{2P}{\mu Z} [2.8913 \text{ E-8 } \beta \rho v_r^2 + 158.068 \frac{\mu}{k} v_r]$$

Entonces el gradiente de potencial debido al flujo de alta velocidad, será

$$\left[\frac{dm(p)}{dr} \right]_{in} = - \frac{2P}{\mu Z} 2.8913 \text{ E-8 } \beta \rho v_r^2 \quad (\text{C.3})$$

Expresando $v_r = q/A = q/2\pi rh = (ZTP_{sc}q_{sc})/(2\pi rhPT_{sc})$, $C_1 = 2.8913 \text{ E-8}$ y la densidad $\rho = PM/2RT$ y reemplazando estas relaciones en C.3, separando variables e integrando se tiene

$$[\Delta m(p)]_{in} = \frac{C_1 2MTP_{sc}^2 q_{sc}}{R(2\pi)^2 h^2 T_{sc}^2} \beta \left[\int_{r_w}^{r_{in}} \frac{dr}{\mu r^2} \right] q_{sc} \quad (C.4)$$

Expresión para gasto constante.

Para producción a gasto constante se tienen los siguientes grupos dimensionales, definidos en las ecuaciones 12 y 13 en el capítulo II,

$$m_D = 1.987 E-5 \frac{T_{sc} kh[m(p_i) - m(r,t)]}{P_{sc} T q_{sc}}$$

ó bien en terminos de $\Delta m(p)$,

$$\Delta m(p) = \frac{P_{sc} T q_{sc} m_D}{1.987 E-5 T_{sc} kh} \quad (C.5)$$

$$q_D = \frac{q_{sc} P_{sc} T}{1.987 E-5 T_{sc} kh m(p_i)}$$

ó bien en terminos de q_{sc} ,

$$q_{sc} = \frac{1.987 E-5 T_{sc} kh m(p_i) q_D}{P_{sc} T} \quad (C.6)$$

sustituyendo C.5 en C.4,

$$[m_D(1, t_D)]_{in} = \frac{2.715 E-15 \beta k M P_{sc}}{h T_{sc}} \left[\int_{r_w}^{r_{in}} \frac{dr}{\mu r^2} \right] q_{sc} \quad (C.7)$$

Esta última ecuación es la que aparece en el trabajo de Wattenbarger²⁰.

Para expresar esta ecuación en términos de q_D , reemplazamos C.6 en C.7,

$$[m_D(1, t_D)]_{in} = \frac{5.3947 \text{ E-20 } M m(p_i) k^2 \beta}{T} \left[\int_{r_w}^{r_{in}} \frac{dr}{r^2} \right] q_D$$

ó bien en términos de la transformación logarítmica u ,

$$[m_D(1, t_D)]_{in} = \frac{5.3947 \text{ E-20 } M m(p_i) k^2 \beta}{T r_w} \left[\int_0^{u_{in}} \frac{du}{\mu e^u} \right] q_D \quad (C.8)$$

Sin embargo, cuando el flujo de alta velocidad ó turbulencia se desarrolla simultáneamente con efectos de Daño, la ecuación anterior, para producción a gasto constante, toma la siguiente forma

$$[m_D(1, t_D)]_{in} = \frac{5.3947 \text{ E-20 } M m(p_i) k^2 \beta}{T r_w} \left[\frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{\beta_s}{\beta} \right) \int_0^{u_s} \frac{du}{\mu e^u} + \int_{u_s}^{u_{in}} \frac{du}{\mu e^u} \right] q_D \quad (C.8')$$

donde λ fue definido como

$$\lambda = \frac{k'}{k_s}$$

Expresión para presión constante.

Para producción a presión constante en r_w , se tienen los siguientes grupos adimensionales, ya definidos en las ecuaciones 16 y 17 del capítulo II,

$$m_D(r_D, t_D) = \frac{m(p_i) - m(r_D, t_D)}{m(p_i) - m(p_{wf})}$$

δ bien en terminos de $(m(p_i) - m(p))$

$$m(p_i) - m(p) = m_D(r_D, t_D) [m(p_i) - m(p_{wf})] \quad (C.9)$$

$$q_D = \frac{p_{sc} T q_{sc}(r_D, t_D)}{khT_{sc} [m(p_i) - m(p_{wf})] 1.987 E-5}$$

δ bien en terminos de q_{sc} ,

$$q_{sc}(r_D, t_D) = \frac{q_D [m(p_i) - m(p_{wf})] khT_{sc} 1.987 E-5}{p_{sc} T} \quad (C.10)$$

Si de la ecuación 59 se define el gasto inercial de la siguiente forma

$$(q_D)_{in} = - \frac{\delta_o}{\lambda} \left(\frac{\partial m_D}{\partial u} \right)_{in}$$

se puede cuantificar las variaciones $(\partial m / \partial u)_{in}$. Reemplazando C.9 y C.10 en C.4, se tiene

$$(m_D(1, t_D))_{in} = \frac{5.3947 \times 10^{-20} (m(p_i) - m(p_{wf})) Mk^2 \beta}{T r_w} \int_0^{u_{in}} \frac{du}{\mu e^u} \cdot q_D^2(1, t_D) t$$

Derivando la ecuación anterior respecto de u , y multiplicando ambos lados de la ecuación por δ_o / λ , se tiene

$$(q_D)_{in} = \frac{5.3947 \times 10^{-20} (m(p_i) - m(p_{wf})) Mk^2 \delta_o \beta}{T r_w \lambda} \left\{ q_D^2 \left(\left(\frac{1}{\mu e^{u_{in}}} \right) - \left(\frac{1}{\mu e^{u_o}} \right) \right) \right\}$$

$$+ 2 q_D(1, t_D) \left(\frac{\partial q_D}{\partial u} \right)_{u=0} \left[\frac{du}{\mu e^u} \right]$$

Si se considera una zona dañada, la expresión anterior toma la siguiente forma,

$$(q_D)_{in} = \frac{5.3947 \times 10^{20} (m(p_i) - m(p_{wf})) M k^2 \delta_o \beta}{T r_w \lambda} \left(\frac{q_D^2 \beta_s}{\lambda^2 \beta} \left(\left(\frac{1}{\mu e^{u_s}} \right) - \left(\frac{1}{\mu e^{u_o}} \right) \right) + \right.$$

$$\left. \frac{2 q_D \beta_s}{\lambda^2 \beta} \left(\frac{\partial q_D}{\partial u} \right)_{u=0} \int_0^{u_s} \frac{du}{\mu e^u} + q_D^2 \left(\left(\frac{1}{e^{u_{in}}} \right) - \left(\frac{1}{e^{u_s}} \right) \right) + \right.$$

$$\left. + 2 q_D \left(\frac{\partial q_D}{\partial u} \right)_{u=0} \int_{u_s}^{u_{in}} \frac{du}{\mu e^u} \right\}$$

A P E N D I C E D

El objetivo de presentar este apéndice, es explicar, en forma global la estructura y el desarrollo del programa de cómputo del modelo unidimensional radial elaborado previamente.

El programa de cómputo fue diseñado para hacer corridas de simulación con diferentes opciones de interés. Por una parte, se tiene la opción de hacer corridas para estudiar exclusivamente el espacio poroso, ignorando ó desprendiendo los efectos en la tubería, e imponiendo la condición de frontera interna de gasto constante ó presión constante según se desee, ó bien, acoplar los efectos en la tubería, sujetos a presión constante en la superficie de ésta, con los fenómenos del yacimiento y estudiar el comportamiento global del sistema tubería-yacimiento.

Para obtener algunos resultados que se presentan en este trabajo, fue necesario hacer corridas de simulación considerando, en forma opcional la ecuación de transporte de Darcy ó de Forchheimer para simular efectos laminares y no laminares respectivamente.

En la primera parte del programa principal, se verifica la lectura de datos y las opciones de interés y se genera un arreglo de presión-potencial-difusividad adimensional, comprendido entre cero y la presión inicial del yacimiento a la temperatura del mismo (se considera flujo isotérmico en el medio poroso). Para lograr esto último se lleva a cabo una integración numérica del potencial de gas real, en la que el valor de Z se calcula mediante la Ecuación de Estado de Redlich-Kwong (EERK) ó bien mediante el ajuste polinomial del método de Standing-Katz⁵¹ (S-K). La viscosidad

del gas se calcula a través de la correlación de Lee y cols., mientras que la compresibilidad del gas se calcula como $c = 1/p - (1/Z)(\partial Z/\partial p)$ donde la derivada $\partial Z/\partial p$ es evaluada analíticamente de la EERK ó bien de los polinomios del método S-K.

Para el cálculo de δ , se evalúa previamente la velocidad de flujo en cada nodo utilizando la ecuación cuadrática discutida con anterioridad, mediante las funciones μ y ρ evaluadas con la presión del nivel de iteración previo. En cada nivel de iteración se obtiene un ajuste polinomial mediante Splines de la distribución de potenciales en el espacio u , (m_D vs u), proporcionando este método la primera derivada dm_D/du , con lo que se logra calcular la velocidad de flujo y posteriormente el factor de flujo de alta velocidad δ en cada nodo.

La solución del sistema matricial se lleva a cabo mediante el algoritmo de Thomas, y la solución en cada nivel de iteración es calculada en términos de m_D . La tolerancia utilizada para la convergencia de la solución fue de $10E-4$, habiéndose utilizado diferente número de nodos para discretizar el espacio radial a través de una malla de puntos distribuidos. Se observó que los resultados se vuelven poco sensibles para simulaciones con mas de 30 nodos.

Las simulaciones se llevaron a cabo en una computadora UNIVAC 1130, y se utilizaron opcionalmente 9 y 90 pasos de tiempo por ciclo logarítmico. Al término de cada paso de tiempo se realiza un balance de materia a fin de observar el error acumulado debido a la discretización de las ecuaciones. El crecimiento del error a tiempos de simulación grandes se encontró muy razonable (menos del 0.1% a t_D mayores

de E09).

Finalmente, el programa tiene la opción de simular una condición de cierre de fondo de pozo después de un tiempo de flujo determinado. Los resultados de las simulaciones muestran que es necesario imponer pa sos de tiempo muy pequeños durante el periodo inicial de cierre, a fin de evitar oscilaciones en la solución.

DIVISION DE POSGRADO
UNAM
INGENIERIA PETROLEA
SERGIO RERUMEN CAMPOS

ESTE PROGRAMA PERMITE ANALIZAR EL COMPORTAMIENTO DE YACIMIENTOS ESTRATIFICADOS HOMOGENEOS Y HORIZONTALES, SATURADOS CON UN FLUIDO EN ESTADO GASEOSO FLUYENDO SIMULTANEAMENTE EN SU DIRECCION RADIAL Y CONECTADOS ENTRE SI UNICAMENTE MEDIANTE UNA TUBERIA VERTICAL. EL SISTEMA DE FLUJO ESTA SUJETO A EFECTOS INERCIALES Y VISCOSOS DESPRECIANDOSE LOS GRAVITACIONALES Y EL DESLIZAMIENTO A BAJA PRESION. ASIMISMO, EL MEDIO POROSO ES TRATADO COMO INELASTICO, DESPRECIANDESE LAS POSIBLES VARIACIONES EN PERMEABILIDAD Y POROSIDAD AL MODIFICARSE LA DISTRIBUCION DE ESFUERZOS CON EL AGOTAMIENTO DE PRESION. SE CONTEMPLA LA PRESENCIA DE DANO EN CADA MEDIO POROSO EN LA VICINDAD DEL POZO ASI COMO EL FENOMENO DE ALMACENAMIENTO EN LA TUBERIA.

NOMENCLATURA Y UNIDADES DE LOS DATOS DE ENTRADA

PWHF = PRESTON EN LA SUPERFICIE FLUYENDO, PSIA
 PWH5 = PRESTON EN LA SUPERFICIE CERRADO, PSIA
 TIM = TIEMPO LIMITE PRECOCCION, DIAS
 GG = GRADIENTE GEOTERMICO, GR/FT
 PC = PRESION CRITICA, PSIA
 TC = TEMPERATURA CRITICA, GR
 EPST = RECIPROCO RUGOSIDAD RELATIVA ADIMENSIONAL
 SG = DENSIDAD RELATIVA DEL GAS
 NY = NUMERO DE YACIMIENTOS
 M = NUMERO DE PUNTOS ARREGLO PRESION-PRESION
 NN = NUMERO DE NODOS EN CADA YACIMIENTO (MAXIMO 51 NODOS)
 PRO(I) = PROFUNDIDAD DE CADA YACIMIENTO, FT
 PI(I) = PRESTON INICIAL DE CADA YACIMIENTO, PSIA
 PER(I) = PERMEABILIDAD C/U YACIMIENTO, MD
 PHI(I) = POROSIDAD C/U YACIMIENTO, FRACCION
 H(I) = ESPESOR C/U YACIMIENTO, FT
 RW(I) = RADIO DEL AGUJERO FRENTE C/U YACIMIENTO, FT
 RE(I) = RADIO EXTERIOR C/U YACIMIENTO, FT
 DINT = DIAMETRO INTERNO DE LA TUBERIA DE PRODUCCION, INCHES
 LCPV = DE DATOS DE CONTRAPRESION ADICIONALES AL INICIAL
 SI LCPV = 0 CONTRAPRESION CONSTANTE E IGUAL A LA INICIAL
 IS = INDICADOR PARA ANALIZAR LA PRESENCIA DE DANO
 SI IS = 0 NO SE CONTEMPLA DANO
 SI IS = 1 SI SE CONTEMPLA DANO
 NS(I) = NUMERO DE NODOS AFECTADOS CON DANO EN C/U YACIMIENTO
 PERS(I) = PERMEABILIDAD DE LA ZONA DANADA EN C/U YACIMIENTO
 MALLA = INDICADOR DEL TIPO DE MALLA A EMPLEAR
 SI MALLA = 1 SE UTILIZA MALLA DE PUNTOS DISTRIBUIDOS
 SI MALLA = 2 SE UTILIZA MALLA DE TIPO MIXTO
 IECT = INDICADOR DE LA ECUACION DE TRANSPORTE QUE SE DESEA USAR
 SI IECT = 1 UTILIZA DARCY
 SI IECT = 0 UTILIZA FOPSCHEMPEP
 ICFI = INDICADOR DEL TIPO DE CONDICION DE FRONTERA INTERNA
 SI ICFI = 0 CONDICION DE PRESION CONSTANTE
 SI ICFI = 1 CONDICION DE GASTO CONSTANTE
 IDER = INDICADOR PARA CONSIDERAR LAS DERIVADAS EN LOS

```

C      TERMINOS DEL JACRIANO
C      SI IDER = 0 NO SE CONSIDERAN
C      SI IDEP = 1 SI SE CONSIDERAN
C INPTPC = INDICADOR DEL NUMERO DE PASOS DE TIEMPO POR CICLO
C      SI INPTPC = 0 ASIGNA 9 PASOS/CICLO
C      SI INPTPC = 1 ASIGNA 90 PASOS/CICLO
C IIR     = INDICADOR PARA IMPRESION DE RESULTADOS
C      SI IIR = 0 SE IMPRIMEN SOLO RESULTADOS GLOBALES AL TERMINO
C          DE CADA PASO DE TIEMPO
C      SI IIR = 1 SE IMPRIMEN EL PERFIL DETALLADO DEL SISTEMA
C          TUBERIA-YACIMIENTO
C IEY     = INDICADOR PARA ANALIZAR EL SISTEMA DE FLUJO
C      SI IFY = 0 SE ANALIZA SOLO EL MEDIO POROSO
C      SI IFY = 1 SE ANALIZA EL SISTEMA TUBERIA-YACIMIENTO
C CD      = CONSTANTE DE ALMACENAMIENTO ADIMENSIONAL. SE UTILIZA PARA
C          ANALIZAR EL FENOMENO DE ALMACENAMIENTO CUANDO NO SE TIENE
C          ACOPLADO LA TURBIA Y EL YACIMIENTO ( IFY = 0 )
C ICPOZ   = INDICADOR PARA SIMULAR EL CIEPRE DEL POZO
C      SI ICPOZ = 0 NO SE SE SIMULA EL CIEPRE DEL POZO
C      SI ICPOZ = 1 SI SE SIMULA EL CIEPRE DEL POZO
C TDINC   = DUPACION EN TIEMPO ADIMENSIONAL DE LA SIMULACION DEL
C          CIEPRE DE POZO
C IZ      = INDICADOR PARA ELEGIR METODO DE CALCULO DE Z Y CG
C      SI IZ = 0 REDLICH-KWONG
C      SI IZ = 1 STANDING-KATZ
C IG      = INDICADOR PARA SACAR GRAFICAS
C      SI IG = 0 NO SE DESEA
C      SI IG = 1 SI SE DESEA
C JBAND   = INDICADOR DEL TIPO DE PRESENTACION DE GRAFICAS
C      SI JBAND = 1 TRAZA UNICAMENTE LA CURVA
C      SI JBAND = 2 TRAZA LOS PUNTOS Y LA CURVA SOBRE ELLOS
C      SI JBAND = 3 TRAZA SOLO LOS PUNTOS

```

EMPIEZA PROGRAMA PRINCIPAL

```

COMMON/X/DELN(3,53),XD(3,53),OD,YGRAF(1000),OD2,INPC,
$ ICOD,XGRAF(1000),NN,N2,NY,ESCY1,JMINY,XO,ESCY1,YMTN,YO,
$ IYMIN2,ESCY2,PTNC

```

```

DIMENSION PPO(3),PI(3),PER(3),PHI(3),H(3),RW(3),RE(3),VI(3),CGI(3)
*,DYO(3),AMI(3),TDA(3),TD(3),OP(3),OPA(3),OPY(3),DANS(3)
DIMENSION AML(20),PL(20),P(20),C(20),D(20),BTI(20),CTI(20),
10TI(20),GI(3),ODD(3),ODA(3),ODAA(3)
DIMENSION PLRD(3,20),AMLRD(3,20),BPD(3,20),CBD(3,20),DRD(3,20),
1BTIRD(3,20),CTIRD(3,20),DTIRD(3,20),CPGA(3),FBMA(53),FFSERV(3)
DIMENSION ODN(53),AMD(3,53),ALFA(3,53),AMDC(3,53),P(3,53)
DIMENSION AA(53),BA(53),DA(53),WA(53),AMCA(53),BP(53)
DIMENSION PPOF(16),T(16),7P(16),PWS(16),7WS(16),VWS(16),PWF(16),
*2WF(16),VWF(16),O(16),FEM(16),PWEA(16),PI(16),CPVA(40),PADIC(3,53)
DIMENSION TIEMPO(1000),CASTO(3,1000),CP1(3),YGRAF1(1000),FTUP(53),
1ALFAD(20),PINT(3,53),PFR(3,53)
DIMENSION NS(3),PFRS(3),BETA(3),PETAS(3),DEL(3,53),FACND(3)
DIMENSION PADM(20),ADP1(20),ADP2(20),ADP3(20),PADM1(20),ALFAD1(20)
DIMENSION VECM(53),VECH(53),VE1(53),VE2(53),VE3(53),VF11(53)
DIMENSION VELN(53),VEL(53),DMDDU(53),DDEL(53),VECA(53),CALF(53)
DIMENSION DAL1(53),DAL2(53),DAL3(53)

```

```

REAL*4 XGRAF,YGRAF
REAL MPI,LAMBDA,MWT,MDTN

```

```

1  FORMAT(8F10.4)
111 FORMAT(6Y,I5,F9.2,1Y,F9.2,1X,F9.3,1X,F10.4,1X,F9.2,1X,F9.3,1X,F10.
12,F9.2,1Y,F9.2)
112 FORMAT(////,9Y,↑PWHE =↑,F10.4,↑ PSTA↑,/,
19X,↑PWHS =↑,F10.4,↑ PSTA↑,/,
29X,↑GG =↑,F10.4,↑ GR/FT↑,/,

```

```

39X,↑EPSI =↑,F10.4,↑ INVERSO RIGIDEZ RELATIVA TUBERIA↑,/,
49X,↑SG =↑,F10.4,↑ DENSIDAD RELATIVA DEL GAS↑,/,
59X,↑TIM =↑,F10.4,↑ DJAST,3X,↑ (TIEMPO DE SIMULACION)↑)
113 FORMAT(6Y,↑ MY =↑,T10,3X,↑ NUMERO DE YACIMIENTOS↑,/,
19X,↑NN =↑,I10,2Y,↑ NUMERO NODOS DIRECCION RADIAL↑)
114 FORMAT(9Y,↑YACT,3X,↑PROF↑,4Y,↑PRES IN ↑,4Y,↑PFM ↑,2Y,↑POSICION↑
1,2X,↑ESPESOR↑,1Y,↑RADIO POZO↑,1Y,↑RADIO EXT↑,1Y,↑DIAMETRO↑,2Y,↑TEM
2P↑,/,14Y,↑(PIES)↑,4Y,↑(PSI)↑,7X,↑(MD)↑,3Y,↑(FRACCION)↑,3X,↑(PIES)↑
3,4Y,↑(PIES)↑,3Y,↑(PIES)↑,3Y,↑TUP(PG)↑,5Y,↑GP↑,/)
115 FORMAT(9X,↑EXTENSION Y PERMEABILIDAD DE LAS CELDAS DANADAS C/YACIM
IENOT↑,/,10Y,↑NY↑,3Y,↑NS↑,6Y,↑RS↑,8Y,↑S↑,8X,↑KSt,/)
116 FORMAT(7Y,2I5,3F10.4)
117 FORMAT(10X,5E15.5)
118 FORMAT(/,9X,↑YACIMIENTO↑,15,/,12X,↑PRESION(PSI)↑,5Y,↑MP(PSIA2/CP)↑
1,8X,↑V*C↑,11X,↑ALFAD↑/)
1118 FORMAT(/,9X,↑YACIMIENTO↑,15,/,12X,↑PRESION(PSI)↑,5Y,↑MP(PSIA2/CP)↑
1,8Y,↑V*C↑,11X,↑ALFAD↑,10Y,↑MD↑,/)
1119 FORMAT(/,9X,↑YACIMIENTO↑,15,/,12X,↑PRESION(PSI)↑,4Y,↑TEMP(G PANK)↑
1,5Y,↑VISC(CP)↑,11X,↑Z↑,9Y,↑CG(1/PSTA)↑,/)
119 FORMAT(79Y,E16.6)
2 FORMAT(15I5)
22 FORMAT(10X,2I5,F16.6)
3 FORMAT(10Y,↑YACIMIENTO↑,2X,12,5X,F12.1,5X,7E12.4)
4 FORMAT(10X,I5,2F12.2,F16.6)
5 FORMAT(10X,I5,7F16.6)
6 FORMAT(
10X,↑TIEMPO↑,E14.8,2X,↑DJAST,/,10X,↑GASTO DE PRODUCC
*CION 0 ↑,12Y,↑QD↑,10X,↑TD↑,10X,↑QDD↑,10X,↑GP↑,9Y,↑RESERVA↑,
18X,↑PWF↑,9Y,↑PE↑,/,33X,↑(SCF/D)↑,45X,↑(SCF)↑,10X,↑(SCF)↑,8X,↑(PSI)
2↑,7Y,↑(PSI)↑)
666 FORMAT(
10X,↑TIEMPO↑,E14.8,2Y,↑DJAST,/,10X,↑GASTO DE PRODUCC
*CION 0 ↑,12X,↑QD↑,10Y,↑TD↑,9Y,↑MD(1)↑,9X,↑GP↑,8Y,↑RESERVA↑,
18X,↑PWF↑,9Y,↑PE↑,/,33X,↑(SCF/D)↑,45X,↑(SCF)↑,10X,↑(SCF)↑,8X,↑(PSI)
2↑,7Y,↑(PSI)↑)
777 FORMAT(
10X,↑TIEMPO↑,E14.8,2Y,↑DJAST,/,10X,↑POZO CERRADO
* (TD)/DT↑,12Y,↑MD(1)↑,10X,↑TD↑,9X,↑MD(1)↑,9Y,↑GP↑,8Y,↑RESERVA↑,
18X,↑PWF↑,9Y,↑PE↑,/,33Y,↑HORNED ↑,45X,↑(SCF)↑,10X,↑(SCF)↑,8X,↑(PSI)
2↑,7X,↑(PSI)↑)
7 FORMAT(/,10Y,↑COMPORTAMIENTO EN LA TUBERIA↑,/, 13Y,↑QDD↑,6Y,↑PROF
*↑,5X,↑PRESION↑,10Y,↑GASTO↑,/,21Y,↑(PIES)↑,6Y,↑(PSI)↑,10X,↑(SCF/D)↑
*,/,23X,↑C.00↑,F12.2,F16.6)
8 FORMAT(/,10Y,↑COMPORTAMIENTO EN YACIMIENTOS↑,/,12X,↑YACIMIENTO↑,I
15,10X,↑ITGLOB↑,15,/, 13X,↑MDD↑,4X,
1↑DISTANCIA↑,6X,↑DISTANCIA↑,5X,↑PSUDOPRESION↑,7X,↑PRESION↑,10X,↑FAC
2TPO↑,7X,↑VELOCIDAD↑,8Y,↑DM/OU↑,/,19Y,↑ADIMENSIONAL1,4X,↑RADIAL(PIE
3S)↑,3Y,↑ADIMENSIONAL↑,9X,↑(PSI)↑,11X,↑DEL↑,8Y,↑FT/SEG↑,/)
9 FORMAT(20A4)
13 FORMAT(1H1,///,5X,20A4)
READ(5,1)PWF,PVHS,TP,CG,EPST,SG
READ(5,2)NY,M,NC,ICPZ,LCPV,IS,MALLA,TECT,NIT,ICFT,IDER
READ(5,2)I7,IG,IF,ITP,INPTPC,JRND
C SI SE ANALIZA SELC EL MEDIO POROSO, SE LEE EL VALOR DE CO.
IF(IFY.EQ.0)READ(5,1)CO
C SI SE QUIERE ANALIZAR LA RECUPERACION DE PRESION, SE LEE EL
C TIEMPO DE CIERRE DEL POZO.
IF(ICPZ.GE.1)READ(5,1)TDINC
IF(LCPV.GE.1)READ(5,1)(CPVA(L),L=1,LCPV)
IF(ICFT.EQ.1)READ(5,1)(QDD(I),I=1,NY)
ICF1 = ICFT
QD2 = 0
IF(ICFI.EQ.1)QD2 = QDD(1)
NN = NC
IF(MALLA.FC.2)NN=NC+1
READ(5,1)(PRO(I),J=1,NY)
READ(5,1)(PI(I),I=1,NY)

```

```
READ(5,1)(PER(I),I=1,NY)
READ(5,1)(PHT(I),I=1,NY)
READ(5,1)(H(I),I=1,NY)
READ(5,1)(RW(I),I=1,NY)
READ(5,1)(RE(I),I=1,NY)
READ(5,1)DINT
```

```
6010 WRITE(6,112)PWHF,PWHS,GG,EPST,SG,TIM
WRITE(6,113)NY,NH
IF(MALLA.EQ.1)WRITE(6,760)
IF(MALLA.EQ.2)WRITE(6,765)
```

```
C
C CALCULA MALLA PARA C/U DE LOS YACIMIENTOS
C
```

```
DO 20 I=1,NY
NS(I) = 0
IF(MALLA.EQ.2)GO TO 600
RDM = RE(I)/RW(I)
XDM = ALOG(RDM)
DXD(I) = YDM/(NN-1)
GO TO 2C
```

```
600 CALL CELDAS(RE(I),RW(I),NC,FACND)
FACND(I)= FACND
DXD(I)= ALOG(FACND(I))
```

```
20 CONTINUE
```

```
IF(IS.FQ.0)GO TO 11
SI SE QUIERE HACER UN ANALISIS INCLUYENDO DANO, SE LEE
EL FACTOR DE DANO S.
```

```
READ(5,1)(DANS(I),I=1,NY)
SE LEE EL NUMERO DE NODOS AFECTADOS POR DANO NS.
READ(5,2)(NS(I),I=1,NY)
```

```
WRITE(6,115)
DO 122 I=1,NY
IF(NS(I).LT.2)GO TO 121
IF(DANS(I).LT.0 )PSM=RW(I)* EXP(-DANS(I))
```

```
C CALCULA EL RADIO DEL DANO
IF(MALLA.EQ.2)GO TO 601
RS = RW(I)* EXP(DXD(I))*(NS(I)-1)
IF(DANS(I).GT.0 )GO TO 602
```

```
IF(RSM.GT.PS)THEN
WRITE(6,1173)
CALL EXIT
```

```
END IF
GO TO 6C2
```

```
601 RS = RW(I)*(FACND(I))*(NS(I)-1)
IF(DANS(I).GT.0 )GO TO 602
IF(RSM.GT.PS)THEN
WRITE(6,1173)
CALL EXIT
```

```
END IF
```

```
C
C CALCULA LA PERMEABILIDAD EN LA ZONA DANADA
C
```

```
602 PERS(I) = PER(I)/(DANS(I)/ ALOG(RS/RW(I))+1 )
C CALCULA EL FACTOR DE TURBULENCIA EN LA ZONA DANADA A PARTIR
C DE LA CORRELACION DE FIROOZARADI-KATZ
BETAS(I) = EXP((-1.2010)* ALOG(PERS(I))+23.80)
WRITE(6,116)I,NS(I),PS,DANS(I),PERS(I)
GO TO 122
```

```
121 PERS(I) = PER(I)
WRITE(6,750)I
```

```
122 CONTINUE
```

```
11 DO 120 I=1,NY
```

```
C CALCULA EL FACTOR DE TURBULENCIA CON LA CORRELACION DE
C FIROOZARADI-KATZ
```

```

      BETA(I) = EXP((-1.2010)* ALOG(PER(I))+23.80)
120  CONTINUE
      IF(IS.EQ.0) BETAS(I) = BETA(I)
C    VALOP PRGVISIONAL DE BETA
C    BETA (I) = 13.2E10
      WRITE(6,1170)BETA(I)
      IF(IS.GT.0) WRITE(6,1172)BETAS(I)
      WRITE(6,1171)IDEP
      IF(ICFJ.EQ.1)WRITE(6,1175)QDD(I)
      WRITE(6,1176)CD
1170  FORMAT(GX,↑BETA = ↑,E15.5,↑ 1/ET ↑)
1171  FORMAT(GX,↑IDEP = ↑,I5)
1172  FORMAT(GX,↑BETAS = ↑,E15.5,↑ 1/ET ↑)
1173  FORMAT(GX,↑PARA DANC NEGATIVO, AUMENTAR EL NUMERO DE CELDAS ↑,/,
      19X,↑DANADAS, HASTA UN MINIMO DE : NS = LN(RS/RW)/DXD + 1↑,/,
      29X,↑DONDE PS DEBERA SER PS=PW*EXP(-S)↑)
1175  FORMAT(GX,↑QD = ↑,E15.5)
1176  FORMAT(GX,↑CD = ↑,E15.5,/)
      IF(LCPV.EQ.0)GO TO 18
      WRITE(6,1)(CPVA(L),L=1,LCPV)
18    WRITE(6,114)
      DD 14 I=1,NY
      TE = GG*PRD(I) + 520
14    WRITE(6,111),PRD(I),PI(I),PEP(I),PHI(I),H(I),RW(I),PE(I),DJNT,TE
      DD 10 I=1,NY
10    GPGA(I) = 0
      PC = 739.304340-152.915910*SG+68.902950*SG*SG
      TC = 266.018960+75.904130*SG+135.091030*SG*SG
      D2 = 7.078587E12
      D3 = 7.465908E9
      D4 = 1.412709E-13
      MWT = 28.9640*SG
      Z=1
      IF(PI(1).EQ.0 ) GO TO 1000

```

C
C
C
CALCULA EL ARREGLO PSEUDOPRESION-PRESION

```

      DD 1010 I=1,NY
      WRITE(6,1119)I
      DFIN = PI(I)/(M-1)
      PL(1) = C
      AML(1) = 0
      DM = 0
      ARG = 0
      TE = GG * PRD(I) + 520
      Z = RKW(Z,PI(I),TE,PC,TC,CTO,IZ)
      VO = REE(PI(I),TE,SG,Z)
      Z = RKW(Z,1.0 ,TE,PC,TC,CGAS,IZ)
      VGAS = REE(1.0 ,TE,SG,Z)
      WRITE(6,117)PI(1),TE,VGAS,Z,CGAS
      ALFAD(1) = CGAS*VGAS/(CTO*VO)
      DD 1012 J=2,M
      PI(J) = (J-1)*DFIN
      PEZ = PL(J)
      Z = RKW(Z,PEZ,TE,PC,TC,CG,IZ)
      V = REE(PEZ,TE,SG,Z)
      WRITE(6,117)PEZ,TE,V,Z,CG
      ALFAD(J) = V*CG/(CTC*VO)
      ARG = ARG
      ARG = ? *PEZ/(Z*V)
      DM = (ARG + ARG)*DFIN/2 +DM
      AML(J) = DM/1.E6
1012 CONTINUE
      MPI=AML(M)

```

```

ALFAD(M) = 1
IF(ICFI.EC.0)WRITE(6,118)I
IF(ICFI.EC.1)WRITE(6,1118)I
IF(ICFI.EC.0)GO TO 1013
C1INV = 158.021190
C2 = 2.89138E-14
CPHO = MWT/(10.7320*TF)
CDEPT = -CPHO*MPI*QDD(I)*1.E6/(2 *PW(I)*DXD(I))
QD = QDD(I)
DO 6000 J=1,M
PADM(J) = (MPY - AML(J))/(MPI*QDD(I))
6000 CONTINUE
PADM(M) = 0
1013 DO 1014 J=1,M
JK = M-J+1
ALFAD1(J) = ALFAD(JK)
CMU = ALFAD(JK)*(CTO*VO)
IF(ICFI.EC.0)GO TO 6001
PADM1(J) = PADM(JK)
WRITE(6,117)PL(JK),AML(JK),CMU,ALFAD1(J),PADM1(J)
GO TO 1014
6001 WRITE(6,117)PL(JK),AML(JK),CMU,ALFAD1(JK)
1014 CONTINUE
CALL SPLINE(M,PL,AML,B,C,D)
CALL SPLINE(M,AML,PL,BTI,CTI,DTI)
IF(ICFI.EC.1) CALL SPLINE(M,PADM1,ALFAD1,ADP1,ADP2,ADP3)
DO 1011 J=1,M
PLBD(I,J) = PL(J)
AMLRD(I,J) = AML(J)
BBD(I,J) = B(J)
CRD(I,J) = C(J)
DBD(I,J) = D(J)
BTIRD(I,J) = RTI(J)
CTIRD(I,J) = CTI(J)
DTIRD(I,J) = DTI(J)
1011 DTIRD(I,J) = DTI(J)
1010 CONTINUE

```

C
C
C INICIALIZA COEFICIENTES DE LA MATRIZ JACCRIANA

```

DO 30 J=1,NN
BB(J) = 1
AA(J) = 1
30 CONTINUE
BB(1) = 0
BB(NN) = 2
AA(NN) = 0

```

C
C
C ESTABLECE CONDICIONES INICIALES EN C/U YACIMIENTOS

```

DO 60 I=1,NY
QPA(I) = 0
QP(I) = 0
IF(ICFI.EC.0)QDD(I) = 0
DO 61 J=1,NN
IF(MALLA.LT.?)GO TO 604
RADIO(I,J) = PW(I)*(FACNDD(I)**(J-1))
XD(I,J) = ALOG(FACNDD(I)**(J-1))
GO TO 605
604 YD(I,J) = DXD(I)*(J-1)
RADIO(I,J) = PW(I)* EXP(XD(I,J))
605 DEL(I,J) = 1
DELN(I,J) = 1
P(I,J) = PI(I)
AMD(I,J) = 0

```



```

ALFA(I,J) = 1
61 AMDC(I,J) = 0
IF(MALLA.LT.2)GO TO 62
RADIC(I,NN) = FE(J)
XD(I,NN) = ALOG(RE(I)/PW(I))
C
C CALCULA EL RADIO DE LA FRONTERA ENTRE NODOS
C
62 DO 63 J=1,NN-1
PINT(I,J) = (RADIC(I,J+1)-RADIC(I,J))/(ALOG(RADIC(I,J+1)/
1 RADIC(I,J)))
63 CONTINUE
60 CONTINUE
AMF = 0
YF(TCFI,FO.1)GO TO 1017
AMD(I,J) = 1
AMDC(I,J) = 1
1017 PIM = 0
DO 70 I=1,NY
S = PI(I)
C INTERPOLACION POLINOMIO PSEUDOPRESION-PRESION
DO 1020 J=1,M
B(J) = PBC(I,J)
C(J) = CBD(I,J)
D(J) = CBD(I,J)
PL(J) = PLBD(I,J)
1020 AML(J) = AMLBD(I,J)
AMI(I) = SEVAL(M,S,PL,AML,B,C,D)
PIM = PIM + PI(I)
70 CONTINUE
C CALCULA LA PRESION INICIAL MEDIA
PIM = PIM/NY
C CALCULA LA POSICION DE LOS NODOS EN LA TUBERIA
K = 1
DO 80 J=1,NY
IF(I.LF.1)GO TO 90
A1 = PRC(I-1)
GO TO 100
90 A1 = 0
100 B1 = (PRC(I)-A1)/5
DO 110 J=1,5
PROF(K) = A1+J*B1
110 K = K+1
80 CONTINUE
C ASIGNA UN NODO FICTICIO EN EL FONDO DE LA TUBERIA
PROF(K) = A1 + 6 *P1
NNT = 5*NY+1
C
C ESTABLECE CONDICIONES INICIALES EN LA TUBERIA
C
DO 160 J=1,2
IF(J-1)130,130,140
130 PWH = PWH5
GO TO 150
140 PWH = PWHF
150 PWHN = PWH
DO 160 K=1,NNT
T(K) = 520 + GG*PROF(K)
TE = T(K)
155 Z = PKW(Z,PWHN,TE,PC,TC,CG,IZ)
V = REE(PWHN,TE,SG,Z)
ZP(K) = Z
SUM7 = RKW(Z,PWH,520.0,PC,TC,CG,I7)
SUMT = 520

```

```

DO 170 I=1,K
SUMZ = SUMZ + ZP(I)
170 SUMT = SUMT + T(I)
ZAV = SUMZ/(K+1)
TAV = SUMT/(K+1)
PWHN = PWH* EXP(0.018750*SG*PROF(K)/(ZAV*TAV))
IF(J-1)180,180,19C

```

C
C PERFIL DE PRESIONES EN LA TUBERIA . POZO CERRADO
C

```

180 PWS(K) = PWHN
ZWS(K) = ZP(K)
VWS(K) = V
IF(K.EQ.(NNT-1))GO TO 185
GO TO 160

```

C CALCULA LA PUESTON INICIAL MEDIA EN EL POZO

```

185 PAVIP = (PTM+PWH)/2
ZAV = PKW(7,PAVIP,TAV,PC,TC,CG,IZ)

```

C CALCULA EL VOLUMEN INICIAL DE GAS EN EL POZO

```

VPOZ = 0.0054540*PROF(K)*DINT*DINT
VIWB = 25.374150*VPOZ*PAVIP/(ZAV*TAV)
TEAV = TAV
GO TO 160

```

C
C PERFIL DE PRESIONES EN LA TUBERIA . POZO FLUYENDO
C

```

190 PWF(K) = PWHN
ZWF(K) = ZP(K)
VWF(K) = V

```

160 CONTINUE

```

LL = 0
TDMIN = 0.1
TDMAX = 21.0
ICEN = 0
DELTD = TDMIN
TDVEH = 0
TIA = 0
IGRAF = 1
L = 0
GASTI = 0

```

C
C CALCULA VISCOSIDAD Y COMPRESIBILIDAD INICIALES C/U YACIMIENTOS
C

```

DO 200 I=1,NY
TDA(I) = 0
PY = PI(I)
TE = T(5*I)
Z = PKW(2,PY,TE,PC,TC,CG,IZ)
V = BEF(PY,TE,SG,Z)
VI(I) = V
CGI(I) = CG

```

C
C CALCULA EL VOLUMEN ORIGINAL DE GAS C/YACIMIENTO
C

```

CTER = 222.26230*PHI(I)*H(I)*PW(I)*RW(I)/TE
DO 195 J=1,NN
S = P(I,J)
Z = PKW(7,S,TE,PC,TC,CG,IZ)
FBMA(J) = S* EXP(2 *YD(I,J))/Z

```

195 CONTINUE

```

SUM = 0
DO 196 J=1,NN,10
SUM = SUM+16067 *(FBMA(J-10)+FBMA(J))+106300 *(FBMA(J-9)+ FBMA
1(J-1))-48525 *(FBMA(J-8)+FBMA(J-2))+272400 *(FBMA(J-7)+FBMA(J-

```

```

23))-260550 *(FBMA(J-6)+FBMA(J-4))+427368 *FBMA(J-5)
196 CONTINUE
   GI(I) = 5 *CTEP*(DXD(I))*SUM/299376
C   GI(I) = 111.1311690*( EXP(2 * ALOG(PE(I)/RW(I))) - 1 ) *PW(I)*RW(I)
C   1 *H(I)*PHI(I)*PI(I)/(TE*Z)
200 GASTI = GASTI + GI(I)
   GASTI = GASTI + APS(VIWR)
   WRITE(6,775)
   ITGLOB = 0
   QGAS = 0
   INPC = 1
   WRITE(6,7)PWS,OGAS
   DO 202 K=1,NNT
202 WRITE(6,4)K,PRFF(K),PWS(K),OGAS
   DO 204 I=1,NY
   WRITE(6,776)I,GI(I)
   DO 205 J=1,NN
205 WRITE(6,5)J,XD(I,J),RADIO(I,J),AMDC(I,J),P(I,J),DEL(I,J)
204 CONTINUE
775 FORMAT(1H),////////,10X,↑PERFIL INICIAL DEL SISTEMA ESTRATOS-TUBERI
1A↑,/)
776 FORMAT(//,10X,↑COMPORTAMIENTO EN YACIMIENTOS↑,//,12X,↑YACIMIENTO↑,I
15,10X,↑VOLUMEN ORIGINAL DE GAS =↑,F14.8,2X,↑PIES CUBICOS SC↑,
2//,13X,↑NDDO↑,4X,↑DISTANCIA↑,
3 6X,↑DISTANCIA↑,5X,↑PSEUDOPRESION↑,7X,↑PRESION↑,10X,↑FACTOR↑,/,
419X,↑ADIMENSIONAL↑,4X,↑RADIAL(PIES)↑,3X,↑ADIMENSIONAL↑,9X,↑(PSI)↑
5,11X,↑DEL↑,/)
C
C   MODELO DE FLUJO PARIAL DIFERENCIAS FINITAS
C   DISTRIBUCION DE PSEUDOPRESION ADIMENSIONAL C/U YACIMIENTOS
C
   GPDD = 0
   ITCP = 0
4800 ITCP = ITCP + 1
   IF(ITCP.EQ.100)GO TO 10000
479 ITGLOB = 0
   TDVEH = TDVEH + DELTD
   IF(TDVEH.GT.TDMAX)GO TO 998
480 ITGLOB = ITGLOB+1
   IF(ITGLOB.EQ.100)GO TO 10000
   DO 210 I=1,NY
   TD(I) = TDVEH
   IF(INPC.EQ.2)THDR = (TD(1)+TDF)/TD(1)
   TI = (TC(I)*PHI(I)*VI(I)*CGI(I)*RW(I)**2)/(0.0632230*PER(I))
C   ALAM = DELTD/(DXD(I)**2)
   DELTD = TD(I) - TDA(I)
   ALAM = (TD(I)-TDA(I))/(DXD(I)**2)
C
C   PSEUDOPRESION ADIMENSIONAL EN EL LINDERO INTERNO
C   CONDICION DE PRESION CONSTANTE EN LA FRONTERA INTERNA
C
482 IF(TCFI.EQ.1)GO TO 1035
   PF = PWF(5*I)
C   PF = 710.000
   P(I,1) = PF
   DO 1030 J=1,M
   P(J) = PRF(I,J)
   C(J) = CRD(I,J)
   D(J) = DRD(I,J)
   PL(J) = PLRD(I,J)
1030 AML(J) = AMLRD(I,J)
C   SE OBTIENE EL POTENCIAL CORRESPONDIENTE A LA PWF DEL ESTRATO
   PF1 = PF

```

```

      AMF = SEVAL(M,PF1,PL,AML,R,C,D)
      IF(L.EQ.C)AMFV=AMF
      AMDF = 1
      IF(LCPV.GE.J)AMDF=(AMI(1)-AMF)/(AMI(1)-AMFV)
      IF(INPC.EQ.1)AMDC(I,1) = AMDF
1035  ITYAC = 0
      IF(IS.EQ.C)PERS(I)=PER(I)
      LAMBDA = PER(I)/PERS(I)
C
C  GENERA COEFICIENTES ↑R↑ Y ↑D↑ MATRIZ SOLUCION ALGORITMO DE THOMAS
C  GENERA EL VECTOR DE FUNCIONES DEL SISTEMA MATRICIAL
C
      370 ITYAC = ITYAC+1
      WRITE(6,2)ITYAC
      IF(ITYAC.EQ.100)GO TO 10000
C  CALCULA EL FACTOR ALFA
      LAMBDA = PER(I)/PERS(J)
      DO 1040 K=1,M
      BTI(K) = PTIB(I,K)
      CTI(K) = CTIB(I,K)
      DTI(K) = DTIB(I,K)
      PL(K) = PLB(I,K)
1040  AML(K) = AMLB(I,K)
      TE = T(5*I)
      DO 364 J=1,NN
      IF(ICF11.EQ.0)GO TO 6005
      PAD = AMDC(I,J)
      ALFA(J,J) = SEVAL(M,PAD,PADM,ALFAD1,ADP1,ADP2,ADP3)
      IF((AMDC(I,J)*QD).GE.1)THEN
          WRITE(6,785)
          CALL EXIT
      END IF
      SPA = AMI(I)*(1.-AMDC(I,J)*QD)
      IF(INPC.EQ.2.AND.J.EQ.1)PSAT = AMDC(I,1)
      GO TO 6006
6005  SPA = AMI(I)-(AMI(I)-AMF)*AMDC(I,J)
6006  P(I,J) = SEVAL(M,SPA,AML,PL,BTI,CTI,DTI)
      S = P(I,J)
      IF(ICF11.EQ.1)GO TO 364
      IF(INPC.EQ.2.AND.J.EQ.1)PSAT = AMDC(I,1)/QD
      Z = RKW(Z,S,TE,PC,TC,CG,I7)
      V = REF(S,TE,SG,Z)
      ALFA(I,J) = V*CG/(VI(I)*CGI(I))
C 364 ALFA(I,J) = 1
      364 CONTINUE
C
C  CALCULA LA PRESION EN LA FRONTERA ENTRE BLOQUES
C
      366 DO 363 J=1,NN
      IF(J.EQ.NN)GO TO 363
      PER(I,J) =ALG(RADIO(I,J+1)/RADIO(I,J))/(ALG(RINT(I,J)/RADIO(I,J)
      1)/P(I,J) + ALG(RADIO(I,J+1)/RINT(I,J))/P(I,J+1))
      363 CONTINUE
      DO 3608 J=1,NN
      VECM(J) = AMDC(I,J)
      3608 VECU(J) = VD(I,J)
C  CALCULA EL APREGIO MD VS U
      CALL SPLINF(NN,VECU,VFCM,VE1,VE2,VE3)
C  CALCULA EL APREGIO DE LA PRIMEPA DERIVADA DE MD VS U
      CALL SPLINF(NN,VECU,VE1,VE11,VE2,VE3)
      IF(IFCT.EQ.1)THEN
          DENDF = 1
          GO TO 651
      END IF

```

IF(ICF11.EQ.0)GO TO 3629

C
C
C
C

CALCULA EL COEFICIENTE DE FLUJO DE ALTA VELOCIDAD PARA
PRODUCCION A GASTO CONSTANTE

DO 3610 J=2,NN
IM1 = J-1
UAVF = (XD(I,J)+XD(I,IM1))/2
DMITAV = (AMDC(I,J)+AMDC(I,IM1))/2
S = AMI(I)*(1 -DMITAV*OD)
PRESAV = SEVAL(M,S,AML,PL,BTI,CTI,DTI)
S = PRESAV
Z = RKW(Z,S,TF,PC,TC,CG,IZ)
V = BFF(S,TF,SG,Z)
RHOAV = CPHD*S/Z
DMDU = SEVAL(NN,UAVF,VECU,VF1,VF11,VE2,VF3)
DMDDU(IM1) = DMDU
DFPT = CDEPT*V*DXD(I)*DMDU/ EXP(UAVF)
IF(DERT.LT.0)DFPT=0
IF(IS.GT.C.AND.J.LT.NS(I))GO TO 3612
XK = PER(I)
BET = BETA(J)
GO TO 3614

3612 XK = PERS(I)

BET = BETAS(I)

3614 AB = V*(1/IMV/XK

VELOC = (-AB+ SQRT(AB*AB+4 *C2*BET*DFPT))/(2 *C2*BET*RHQAV)

IF(VELOC.LT.0)VELOC = 0

VEL(IM1) = VELOC

DEL(I,IM1)=1. /(1. +1.829744E-16*BET*XK*RHQAV*VELOC/V)

3610 CONTINUE

C CALCULA EL FACTOR DEL EN LOS NODOS

DO 3609 J=1,NN
S=XD(I,J)
Z = PKW(Z,P(I,J),TF,PC,TC,CG,IZ)
V = BFF(P(I,J),TF,SG,Z)
RHOAV = CRHD*P(I,J)/Z
DERT = (CDEPT*V*DXD(I)*VE1(J)/ EXP(S)
IF(DERT.LT.0)DERT=0
IF(IS.GT.C.AND.J.LT.NS(I))GO TO 3616
XK = PER(I)
BET = BETA(I)
GO TO 3617

3616 XK = PERS(I)

BET = BETAS(I)

3617 AB = V*(1/IMV/XK

VELOC = (-AB+ SQRT(AB*AB+4 *C2*BET*DFPT))/(2 *C2*BET*RHQAV)

IF(VELOC.LT.0)VELOC=0

VELN(J) = VELOC

DELN(I,J)=1. /(1. +1.829744E-16*BET*XK*RHQAV*VELOC/V)

C DETECTA EL RADIO DE TURBULENCIA

IF((1.0-DELN(I,J)).GE.0.050)NTN=J

3609 CONTINUE

GO TO 3615

C
C
C
C

CALCULA EL FACTOR DE FLUJO DE ALTA VELOCIDAD PARA PRODUCCION
A PRESION CONSTANTE

3629 DO 365 J=1,NN

IF(J.EQ.NN)GO TO 365

DO 355 JK=1,2

IF(JK.EQ.2)GO TO 351

C CALCULA LA CAIDA DE PRESION A TRAVES DE LA FRONTERA ENTRE BLOQUES

DELP = P(I,J+1)-P(I,J)

```
DELR = RADT(J,J+1)-RADT(I,J)
D*DDU(J) = DELP/DFLP
PAV = PFB(I,J)
GO TO 356
```

C CALCULA LA CAJDA DE PRESION A TRAVES DE CADA NODO

```
351 DEL(I,J) = DELTAS
IF(J.EQ.1)GO TO 355
DELP = PFB(I,J)-PFB(I,J-1)
DELR = PINT(I,J)-PINT(I,J-1)
PAV = P(I,J)
356 Z = PKW(7,PAV,TE,PC,TC,CG,I7)
V = REF(PAV,TE,SC,Z)
DFNAV = PAV*MWT/(345.24840*7*TE)
IF(IS.GT.C.ANC.J.LT.NS(I))GO TO 352
XK = PFP(I)
BET = BETA(I)
GO TO 354
```

```
352 XK = PERS(I)
BET = BETAS(I)
```

```
354 A8 = -D2*V/(BET*XK*DFNAV)
A9 = SQRT(A8*A8+D3*DELP/(BET*DFNAV*DFLP))
VAV = (A8 + A9)/2.0
IF(VAV.LT.0)VAV = 0
IF(JK.EQ.2)THEN
    VELN(J) = VAV
GO TO 3544
```

END IF

VEL(J) = VAV

```
3544 DELTAS = 1. / (1. +D4*BET*XK*DFNAV*VAV/V)
DELN(I,J) = DELTAS
```

C DETECTA EL RADIO DE TURBULENCIA
IF((1.0-DELN(I,J)).GE.0.05)NIN=J

355 CONTINUE

365 CONTINUE

C CALCULA EL FACTOR DEL EN EL NODO DE LA FRONTERA INTERNA

```
Z = PKW(7,P(I,1),TE,PC,TC,CG,I7)
V = REF(P(I,1),TE,SC,Z)
DEN1 = P(I,1)*MWT/(345.24840*7*TE)
U1 = ALFC(PINT(I,1)/RW(I))
U2 = ALFC(PINT(I,2)/RW(I))
DPDR = (2*(P(I,2)-P(I,1))/(RADT(I,2)-RADT(I,1))
1-(P(I,3)-P(I,2))/(RADT(I,3)-RADT(I,2)))/2
IF(IS.GT.0)GO TO 212
XK = PER(I)
BET = BETA(I)
GO TO 213
```

```
212 XK = PERS(I)
BET = BETAS(I)
```

```
213 A8 = -D2*V/(BET*XK*DEN1)
A9 = SQRT(A8*A8+D3*DPDR/(BET*DEN1))
VAV = (A8 + A9)/2
VELN(1) = VAV
IF(VAV.LT.0)VAV = 0
DFLN(I,1) = 1 / (1 +D4*BET*XK*DEN1*VAV/V)
DEL(I,NN) = 1
DELN(I,NN) = 1
```

```
3615 DO 3620 J=1,NN
VECA(J) = ALFA(I,J)
VECM(J) = DELN(I,J)
```

3620 CONTINUE

C CALCULA EL ARREGLO DEIN VS U

CALL SPLINF(NN,VECU,VECM,DFLN,VE2,VE3)

C CALCULA EL ARREGLO DE LA PRIMERA DERIVADA DE DELN VS U

CALL SPLINF(NN,VECU,DDEL,VE11,VE2,VE3)

```

C   CALCULA EL APREGLO ALFA VS U
    CALL SPLINE(MN,VECU,VECA,DALE,DAL2,DAL3)
C   CALCULA EL APREGLO DE LA PRIMEPA DERIVADA DE ALFA VS U
    CALL SPLINE(MN,VECU,DALE,DAL1,DAL2,DAL3)
C   CALCULA EL FACTOR DEL EN EL NODO FICTICIO
C   UTILIZANDO DOS PUNTOS
    DENOF = 2 *DELN(I,1) - DEL(I,1)
C   UTILIZANDO TRES PUNTOS
    DENOF=7 *DFLN(I,1)/4 -DELN(I,2) + DELN(I,3)/4
C   COMO UN PROMEDIO (DENOF+DFLN(I,1))/2
    DENOF = (DENOF + DELN(I,1))/2
C   CALCULA EL VECTOR DE FUNCIONES DEL SISTEMA MATRICIAL
651 F = LAMBDA*ALFA(I,1)/ALAM
    CIERRI = 2 *DYD(I)*LAMBDA*DENOFF/DFLN(I,1)
    IF(JNOC.EQ.2)CIERRI = 0.0
    IF(IFY.EQ.0)CTERR = CIERRI - 2.*DYD(I)*LAMBDA*DENOFF*CO*
1    ALFA(I,1)*(AMDC(I,1)-AMD(I,1))/(DFLN(I,1)+DELTEC)
    IF(IFY.EQ.1)CIERR = CIERRI
    DA(1) = -(DEL(I,1)+F*DENOFF)*AMDC(I,1)+(DENOFF+DEL(I,1))*
1    AMD(I,2)+F*AMD(I,1)+CTERR
    DO 220 J=2,NN-1
    IF(J.GT.NS(I))LAMBDA=1
    XX = DEL(I,J-1)*AMDC(I,J-1)+DEL(I,J)*AMDC(I,J+1)
    YY = -(DEL(I,J-1)+DEL(I,J)+LAMBDA*ALFA(I,J)* EXP(2 *XD(I,J)))/
1ALAM)*AMDC(I,J)
    ZZ = LAMBDA*ALFA(I,J)* EXP(2 *XD(I,J))*AMD(I,J)/ALAM
    DA(J) = YY+YY+ZZ
220 CONTINUE
    LAMBDA = PEP(I)/PEPS(I)
    KS = NS(I)
    IF(KS.LT.2)GO TO 226
    Y1 = DEL(I,KS-1)*AMDC(I,KS-1)+LAMBDA*DEL(I,KS)*AMDC(I,KS+1)
    Y2 = -(DEL(I,KS-1)+LAMBDA*DEL(I,KS)+LAMBDA*ALFA(I,KS)* EXP(2 *
1XD(I,KS))/ALAM)*AMDC(I,KS)
    Y3 = LAMBDA*ALFA(I,KS)* EXP(2 *XD(I,KS))*AMD(I,KS)/ALAM
    DA(KS) = Y1+Y2+Y3
C   CONDICION DE FRONTERA DE NO FLUJO
226 Z1 = 2 *DEL(I,NN-1)*AMDC(I,NN-1)
    Z2 = -(2 *DEL(I,NN-1)+ALFA(I,NN)* EXP(2 *XD(I,NN))/ALAM)*
1AMDC(I,NN)
    Z3 = ALFA(I,NN)* EXP(2 *XD(I,NN))*AMD(I,NN)/ALAM
    DA(NN) = Z1+Z2+Z3
C   GENERA LOS COEFFICIENTES DE LA MATRIZ JACOBIANA
C   COEFFICIENTES DE LA DIAGONAL INFERIOR
    DO 221 J=2,NN-1
C   CALCULA LOS TERMINOS EN DERIVADAS
    BBI = 0
    IF(IDER.EQ.0)GO TO 221
    BBINF = VE1(J-1)
    IF(RBINF.EQ.0)GO TO 221
    UAVE = (XC(I,J)+XD(I,J-1))/2
    ODDU = SEVAL(MN,UAVE,VECU,DELE,VE11,VE2,VE3)
    BBI = ODDU*(AMDC(I,J-1)-AMDC(I,J))/RBINF
221 BB(J) = DEL(I,J-1) + BBI
    BB(NN) = 2 *DEL(I,NN-1)
C   COEFFICIENTES DE LA DIAGONAL PRINCIPAL
    LAMBDA = PEP(I)/PEPS(I)
    DO 222 J=2,NN
    IF(J.GT.NS(I))LAMBDA=1
    F = ALFA(I,J)*LAMBDA* EXP(2 *XD(I,J))/ALAM

```

```

DEL1 = DEL(I,J-1)+DEL(I,J)
RA1 = 0
BA2 = 0
BA3 = 0
IF(IDER.EQ.0)GO TO 2005
BA1NF = VE1(J)
IF(BA1NF.EQ.0)GO TO 2005
UAVE = (XD(I,J)+XD(I,J-1))/2
DDDU = SEVAL(NN,UAVE,VECU,DDEL,VF1,VF2,VE3)
BA1 = DDDU*(AMDC(I,J-1)-AMDC(I,J))/BA1NF
UAVE = (XD(I,J)+XD(I,J+1))/2
DDDU = SEVAL(NN,UAVE,VECU,DDEL,VF1,VF2,VE3)
BA2 = DDDU*(AMDC(I,J+1)-AMDC(I,J))/BA1NF
BA3 = (AMDC(I,J)-AMD(I,J))*DALF(J)/(ALFA(I,J)*BA1NF)
2005 BA(J) = -(DEL1+F)+RA1+BA2-BA3*F
222 CONTINUE
BA(NN) = -(2.*DEL(I,NN-1)+F)
LAMBDA = PER(I)/PEPS(I)
IF(IDER.EQ.0.OR.JECT.FQ.1)THEN
1   BA(1) = -(DEL(I,1)+DENOF+ALFA(I,1)*LAMBDA*(1./ALAM+2.*DXC(I)
      *DENOF*CD/(DELTD*DELN(I,1))))
      GO TO 2009
END IF
CIEPP1 = 0.
BA2 = 0
BA3 = 0
BA4 = 0
BA1 = 1.75*DDEL(1)-DDEL(2)+0.25*DDEL(3)
UAVE = XD(I,1)
DDDU = SEVAL(NN,UAVE,VECU,DDEL,VF1,VF2,VE3)
IF(VE1(1).EQ.0.)GO TO 2009
DDENOF = (DELN(I,1)*BA1-DENOF*DDDU)/(DELN(I,1)**2*VE1(1))
CIEPP1 = 2 *DXC(I)*(LAMBDA*DDENOF
IF(INPC.FQ.2)CIEPP1=0.
UAVE = (XD(I,2)+XD(I,1))/2
DDDU = SEVAL(NN,UAVE,VECU,DDEL,VF1,VF2,VE3)
BA2 = (BA1+DDDU)*(AMDC(I,2)-AMDC(I,1))/VE1(1)
BA3 = DALF(1)*(AMDC(I,2)-AMD(I,1))/(ALFA(I,1)*VE1(1))
BA4 = (DALF(1)*DENOF/(DELN(I,1)*VE1(1))+ALFA(I,1)*DDENOF)*
1   (AMDC(I,1)-AMD(I,1))/ALFA(I,1)
2009 BA(1) = -(DEL(I,1)+DENOF)+BA2-(ALFA(I,1)*LAMBDA/ALAM)*(1.+BA3)
1   -(ALFA(I,1)*LAMBDA*2.*DXC(I)*CD/DELTD)*(DENOF/DELN(I,1)
2   +BA4)+CIEPP1
2008 IF(KS.LT.2)GO TO 223
F = LAMBDA*ALFA(I,KS)* EXP(2 *XD(I,KS))/ALAM
BA1 = 0
BA2 = 0
BA3 = 0
IF(IDER.EQ.0)GO TO 2015
BA1NF = VE1(KS)
IF(BA1NF.EQ.0)GO TO 2015
UAVE = (XD(I,KS)+XD(I,KS-1))/2
DDDU = SEVAL(NN,UAVE,VECU,DDEL,VF1,VF2,VE3)
BA1 = DDDU*(AMDC(I,KS-1)-AMDC(I,KS))/BA1NF
UAVE = (XD(I,KS)+XD(I,KS+1))/2
DDDU = SEVAL(NN,UAVE,VECU,DDEL,VF1,VF2,VE3)
BA2 = DDDU*(AMDC(I,KS+1)-AMDC(I,KS))/BA1NF
BA3 = (AMDC(I,KS)-AMD(I,KS))*DALF(KS)/(ALFA(I,KS)*BA1NF)
2015 BA(KS) = -(DEL(I,KS-1)+LAMBDA*DEL(I,KS)+F)+BA1+LAMBDA*BA2-F*PA3

```

C
C
C

CALCULA LOS COEFICIENTES DE LA DIAGONAL SUPERIOR

223 DC 224 J=1,NN-2
AA1 = 0


```

IF(IDEP.EQ.0)GO TO 224
AA1NF = VE1(J+1)
IF(AA1NF.EQ.0)GO TO 224
UAVE = (YD(I,J)+YD(I,J+1))/2
DDDU = SFVAL(NN,UAVE,VECU,DDEL,VE11,VE2,VE3)
224 AA1 = DDDU*(AMDC(I,J+1)-AMDC(I,J))/AA1NF
AA(J) = DEL(I,J) + AA1
AA(NN-1) = 1
KS = NS(I)
IF(KS.LE.1)GO TO 227
AA1 = 0
IF(IDEP.EQ.0)GO TO 2020
AA1NF = VE1(KS+1)
IF(AA1NF.EQ.0)GO TO 2020
UAVE = (YD(I,KS)+YD(I,KS+1))/2
DDDU = SFVAL(NN,UAVE,VECU,DDEL,VE11,VE2,VE3)
2020 AA(KS) = LAMBDA*DEL(I,KS)+LAMBDA*AA1
227 DO 225 J=1,NN
225 DA(J) = -DA(J)
IF(ICFI.EQ.1.AND.IECT.EQ.0)GO TO 229
IF(ICFJ.EQ.1.AND.IECT.EQ.1)GO TO 228
BB(2) = 0
AA(1) = 0
BA(1) = -1
DA(1) = 0
GO TO 229
228 AA(1) = 2
229 CALL THOMAS(AA,BA,PR,DA,W,NN)
C CALCULA PSEUDOPRESION ADIMENSIONAL EN CADA NODO
AMDA(1) = AMDC(I,1)
AMAX = ABS(W(1))
J= 2
IF(ICFJ.EQ.1)J=1
299 DO 300 K=J,NN
AMDA(K) = AMDC(I,K)
AMDC(I,K) = AMDC(I,K)+ W(K)
IF(ABS(W(K)).GT.AMAX)AMAX=ABS(W(K))
300 CONTINUE
C CRITERIO DE CONVERGENCIA PARA RECALCULAR COEFICIENTES MATRIZ
TOLER = C.COOIC
IF((AMAX-TOLER)**350,350,370)
C RECALCULA VARIABLE DE DIFUSION ADM. FUNCION DE PRESION
350 IF(INPC.EQ.2)GO TO 355
C CALCULA EL GASTO EN CADA NODO
DO 3600 J=1,NN
IF(J.GT.NS(I))LAMBDA=1.0
QDN(J) = -DEL(I,J)*VE1(J)/LAMBDA
3600 CONTINUE
OD = QDN(1)
CALL SPLINE(NN,VECU,QDN,DAL1,DAL2,DAL3)
DDDU = DAL1(1)
OD = (.50/(YD(I)+LAMBDA))*(3 *DEL(I,1)*(AMDC(I,1)-AMDC(I,2))
C 1 -DEL(I,2)*(AMDC(I,2)-AMDC(I,3)))
C CALCULA EL GASTO EN CADA YACIMIENTO
3555 IF(INPC.EQ.1.AND.INPC.EQ.1)OD=QDN(I)
QDA(I) = OD
353 QPA(I) = QP(I)
YK = PER(I)
IF(IS.GT.0)YK=PEPS(I)
C QPY(I) = -CD*YK*H(I)*(AMY(I)-AMF)*1.E6/(1.422880*T(5*I))
QPY(I) = -CD*YK*H(I)*AMI(I)*1.E6/(1.422880*T(5*I))
IF(ICP1.EQ.1)QPY(I)=-QD*YK*H(I)*AMI(I)*1.E6/(1.422880*T(5*I))
IF(ICPDZ.EQ.1.AND.INPC.EQ.2)QPY(I)=0

```

```

      OP(I) = QPA(I) + C.50*(OPY(I)-QPA(I))
      CALL SPLINE(M,PL,AML,B,C,D)
210 CONTINUE
C  APLICA ECUACION DE CONTINUIDAD EN TUBERIA,GASTO C/U NODO
      IF(IFY.EQ.0)GO TO 471
1400 IF(INPC.EQ.3)GO TO 1000
      KEN = NY+1
      NPI = NNT-1
      KAN = 5
      Q(NNT) = C.0
      DI(NNT) = 24.*PW(NY)
      FFM(NNT) = 0.
      DO 380 J=1,NPI
      K = NPI-I+1
      IF(KAN-5)290,400,400
390 QF = C.C
      KAN = KAN+1
      GO TO 410
400 K1 = K/5
      QE = OP(K1)
      KAN = 1
      KEN = KEN-1
410 DI(K) = DINT
      Q(K)=QE+Q(K+1)+.1930*DI(K)**2*(PROF(K+1)-PROF(K))/(T(K)*(TI-TIA))
      ***(PWF(K)/7WF(K)-PWS(K)/7WS(K))
C  CALCULA EL NUMERO DE REYNOLDS
      REN = APS(.02C10*C(K)*SG/(DI(K)*VWF(K)))
C  CALCULA EL FACTOR DE FRICCION DE MOODY CORRELACION DE COLEBROOK
      FF = MOODY(EPST,REN)
      IF(Q(K))380,411,411
C  INVIERTE LAS PERDIDAS POR FRICCION (INYECCION O>0)
411 FF =-FF
C  CONVIERTE EL FACTOR DE FANNING A MOODY
380 FFM(K) = 4.*FF
      IF(INPC.EQ.1)GO TO 1405
      PWF1 = PWHF
      ZWF1 = PKW(Z,PWF1,520.0 ,PC,TC,CG,IZ)
      OC= 0.1930*DI(1)**2*PROF(1)/(520.*(TI-TIA))*(PWF1/ZWF1
      *-PWS1/7WS1) + Q(1)
C  APLICA ECUACION DE CONSERVACION DE ENERGIA ,R.V. SMITH,PRESTON C/U N.
1405 DO 420 K=1,NNT
      IF(K-1)430,430,440
430 X = PROF(K)
      P1 = PWHF
      IF((CPV.EF.1.AND.L.GT.0) P1=CPVA(L)
      PWHF = P1
      GO TO 450
440 X = PROF(K)-PROF(K-1)
      P1 = PWF(K-1)
450 PWFA(K) = PWF(K)
451 S = 0.03750*SG*X/(T(K)*7WF(K))
C  WRITE(6,786)O(K),SG,T(K),7WF(K),FFM(K),X,S,DI(K),P1
      PWF(K) = (C(K)**2*SG*T(K)*ZWF(K)*FFM(K)*Y*(EXP(S)-1.))/(
      *C.04E12*S*DI(K)**5)+P1**2*FXP(S)**.50
      PWH = PWF(K)
      TE = T(K)
      Z = PKW(Z,PWH,TE,PC,TC,CG,IZ)
      V = BEF(PWH,TE,SG,Z)
      ZWF(K) = Z
420 VWF(K) = V
C  CRITERIO DE CONVERGENCIA SISTEMA TUBERIA-YACIMIENTOS
      TCLER = 1
      DO 470 K=1,NNT
      VAL = ABS(PWF(K)-PWFA(K))

```

```

IF(VAL-TOLFR)470,480,480
470 CONTINUE
IF(IMPC.FC.1)GO TO 471
IF(ARS(CG).LE.1000 )GO TO 1415
IF(OO)1410,1415,1420
1410 PWHF = PWHF*1.10
WRITE(6,117)OC,PWHF
GO TO 4800
1420 PWHF = PWHF*.950
WRITE(6,117)OC,PWHF
GO TO 4800
1415 PWHF = PWHF*1.10
WRITE(6,117)OC,PWHF

```

```

C
C CALCULA EL VOLUMEN DE GAS REMANENTE C/YACIMIENTO
C UTILIZA UN ESQUEMA DE INTEGRACION DE 11 PUNTOS DE TRECEAVO
C ORDEN DE EXACTITUD,PASADO EN LA REGLA DE ROODES
C

```

```

471 DO 475 I=1,NY
TE = T(5*I)
LAMBDA = PER(I)/PEPS(I)
PELBET = PETAS(I)/PETA(I)
FACLB = PELBET/(LAMBDA*LAMPDA)
4710 CTER = 222.26230*PHI(I)*H(I)*PW(I)*PW(I)/TE
IF(ICFI.FC.1)CTET = 5.3947E-14*MWT*MI(I)*PEP(I)*PER(I)*
* BETA(I)*OD/(TE*PW(I))
IF(ICFI.FC.0)PCTET = 5.3947E-14*(MT(I)-AMF)*MWT*PEP(I)*PER(I)
* BETA(I)*DELN(I,1)/(TE*PW(I)*LAMPDA)
DO 477 J=1,NN
S = P(I,J)
Z = PKW(Z,S,TE,PC,TC,CG,IZ)
V = BEE(S,TE,SG,Z)
FBMA(J) = S* EXP(2 *XD(I,J))/7
FTUR(J) = 1./(V*EXP(XD(I,J)))
477 CONTINUE
SUM = 0
DO 478 J=11,NN,10
SUM= SUM+16067 *(FBMA(J-10)+FBMA(J))+106300 *(FBMA(J-9)+FBMA(J
1-1))-48525 *(FBMA(J-8)+FBMA(J-2))+272400 *(FBMA(J-7)+FBMA(J-3
2))-260550 *(FBMA(J-6)+FBMA(J-4))+427368 *FBMA(J-5)
478 CONTINUE
RESERV(I) = 5 *CTEP+DXD(I)*SUM/299376
IF(IECT.FC.1)GO TO 5006
TUTO = C.O
IF(NIN.FC.1)NIN=2
KONT = 1
IF(IS.FC.0.OR.NS(I).GT.NIN)THEN
L1 = J
L2 = NIN
GO TO 6999
END IF
L1 = J
L2 = NS(I)
GO TO 6999
6998 IF(NIN.FC.NS(I))GO TO 7010
L1 = NS(I)
L2 = NIN
6999 DO 7000 J=L1,L2
7000 BB(J-L1+1) = XD(I,J)
DX11 = (XC(I,L2) - XD(I,L1))/10.
IF(KONT.EC.2)L2=NIN-NS(I)+1
CALL SPLINE(L2,BB,FTUR,DAL1,DAL2,DAL3)
FBMA(1) = FTUR(L1)
DO 7005 J=2,11

```

```

S = XD(J,1) + (J-1)*DX11
7005 FBMA(J) = SEVAL(L2,S,BB,FTUP,DAL1,DAL2,DAL3)
J = 11
TUT=DX11*(16067.*(FRMA(J-10)+FRMA(J))+106300 *(FRMA(J-9)+FRMA(J
1-1))-48525 *(FRMA(J-8)+FRMA(J-2))+272400 *(FRMA(J-7)+FRMA(J-3
2))-260550 *(FRMA(J-6)+FRMA(J-4))+427360 *FRMA(J-5) )
IF(IS.FG.0.DP.NS(I).GT.NIN)GO TO 7010
IF(KONT.FG.1)THEN
TUTO = TUT*FACLA
KONT = KONT+J
GO TO 6998
END IF
C EL VALOR DE LA SUMA DE LAS INTEGRALES SERA,
7010 IF(NS(I).GT.NIN)TUT=TUT*BETAS(I)*PEPS(I)
TUTO = (TUTO + TUT)*5.0/299376.C
IF(ICFI.FG.0)MDIN = PCTET*(OD*OD*(FTUP(NIN)-FTUP(1)) +2.*OD*ODDU
*
*TUTO)
IF(ICFI.FG.1)MDIN = OCTET*TUTO
475 CONTINUE
5006 IF(IJCT.FG.1)MDIN = 0.
C CALCULA EL VOLUMEN DE GAS EN EL P070
PMED = PWHF
SUMZ = PKW(Z,PWHF,520.0 ,PC,TC,CG,IZ)
DO 491 K=1,NNI-1
SUM7 = SUMZ + ZWF(K)
PMED = PMED + PWF(K)
491 CONTINUE
ZMEDIA = SUM7/(K+1)
PMEDIA = PMED/(K+1)
VWBT = 35.374150*VPC7*PMEDIA/(7*MEDIA*TEAV)
IF(ICFI.FG.0)WRITE(6,6)TT
IF(ICFI.FG.1.AND.INPC.FG.1)WRITE(6,66)TT
IF(INPC.FG.2)WRITE(6,666)TT
WRITE(6,22)TTYAC,NIN,MDIN
C WRITE(6,117)FTUP(1),FTUP(NIN),TUTO,ODDU,PCTET
C CALCULA LA PRODUCCION ACUMULADA DE GAS
DO 540 I=1,NY
TIEMPO(L+1) = TT
GASTO(I,L+1) = OPY(I)
IF(L.GT.0)GO TO 527
GPGA(I) = GPGA(I) + (TT-TIA)*OPY(I)
IF(ICFI.FG.0)ODD(I) = ODD(I) + (TD(I)-TDA(I))*ODA(I)
GO TO 528
527 GPGA(I) = GPGA(I) + (GASTO(I,L+1)+GASTO(I,L))*(TIEMPO(L+1)-
1*TIEMPO(L))/2
IF(ICFI.FG.0)ODD(I)=ODD(I)+(ODA(I)+ODAA(I))*(TD(I)-TDA(I))/2
528 GP1(I) = GPGA(I)
IF(ICFI.FG.1)GASTO(I,L+1) = P(I,1)
540 CONTINUE
OGAS = 0
DO 490 I=1,NY
TDA(I) = TD(I)
ODAA(I) = ODA(I)
OGAS = OGAS + OPY(I)
IF(ICFI.FG.0)GO TO 489
IF(INPC.FG.2)THEN
THOR = THCR/ALFA(I,1)
WRITE(6,3)I,THOR,PSAT,TD(I),AMDC(I,1),GP1(I),RESERV(I),P(I,1),
1 P(I,NN)
GO TO 490
END IF
WRITE(6,3)I,OPY(I),ODD(I),TD(I),AMDC(I,1),GP1(I),RESERV(I),P(I,1),
1P(I,NN)
GO TO 490

```

489 WPITE(6,3)I,OPY(I),OD,TD(I),QDD(I),GPI(I),RESERV(I),PF,P(I,NN)
490 CONTINUE

C
IF(IIP.EQ.0)GO TO 523
WPITE(6,7)PWHF,OGAS
DO 500 K=1,NN
WRITE(6,4)K,PPDF(K),PWF(K),O(K)
PWS(K) = PWF(K)
ZWS(K) = 7WF(K)
500 VWS(K) = VWF(K)
DO 525 I=1,NY
WPITE(6,8)I,ITGLOB
DO 520 J=1,NN
WRITE(6,5)J,XD(I,J),RADIO(I,J),AMDC(I,J),P(I,J),DELN(I,J),VFLN(J)
1,VEL(J)
IF(J.EQ.NN)GO TO 520
U1 = ALCC(PINT(I,J)/RW(I))
A = J + C.50
C AMDCFB = ALCC(RADIO(I,J+1)/RADIO(I,J))/(ALOG(PINT(I,J)/RADIO(I,J))
C 1/AMDC(I,J) + ALCC(RADIO(I,J+1)/PINT(I,J))/AMDC(I,J+1))
C WRITE(6,7P)A,U1,PINT(I,J),AMDCFB,PFB(I,J),DEL(I,J),VEL(J)
C 1,PMDDU(J)

520 CONTINUE
525 CONTINUE

C CALCULA EL ERROR DE BALANCE DE MATERIA ACUMULATIVO

533 GASAC = 0
RESAC = 0
DO 545 I=1,NY
GASAC = GASAC + GPGA(I)
RESAC = RESAC + PESERV(I)
545 CONTINUE
BMAT = (ABS(PESAC)+ABS(GASAC)+ABS(VWBT))/ABS(GASTI)

WRITE(6,7C)BMAT
15 FORMAT(5X,I5,7E14.5)

DO 550 I=1,NY
550 TDA(I) = TD(I)
DO 560 K=1,NN
PWS(K) = PWF(K)
ZWS(K) = 7WF(K)
560 VWS(K) = VWF(K)
PWS1 = PWHF
ZWS1 = RW(7,PWS1,520.0 ,PC,TC,CG,I2)

570 DO 510 I=1,NY
DO 510 J=1,NN
510 AMD(I,J) = AMDC(I,J)
IF(IG.FE.0)GO TO 580
IF(INPC.EC.1)THEN

IF(ICFT1.EQ.0)YGRAF1(L+1) = QD
IF(ICFT1.EQ.1)YGRAF1(L+1) = AMDC(1,1)
YGRAF(L+1) = ALOG10(TD(1))

ELSE
YGRAF1(L+1) = PSAI
XGRAF(L+1) = ALOG10(THOR)

END IF
IF(IGRAF.EQ.0)GO TO 580
DO 590 J=1,NN
YGRAF(J) = AMDC(1,J)

590 CONTINUE
CALL GRAF(1,JPAND,0)
IGRAF = 0

C INCREMENTA NIVEL DE TIEMPO

580 TJA = TT
L = L+1
TF(INPTPC.FE.0)GO TO 586

```

IF(LL.GT.0)GO TO 584
DELTD = DELTD/10
LL = 9
584 LL = LL + 1
IF(LL.EQ.99)IGRAF = 1
IF(LL.LT.100)GO TO 479
DELTD = DELTD*10
LL = 10
GO TO 479
586 LL = LL + 1
IF(LL.EQ.9)IGRAF = 1
IF(LL.LT.10)GO TO 479
DELTD = 10 *DELTD
LL = 1
GO TO 479
998 IF(IG.EQ.0)GO TO 587
N2 = 1
DO 999 J=1,L
YGRAF(J) = YGRAF1(J)
999 CONTINUE
      LRAND = 1
      IF( ICPD7 .EQ. 1 .AND. INPC .EQ. 1 ) LBAND = 0
CALL GRAF(O,LRAND,LRAND )
IGRAF = 0
587 DO 730 I=1,NY
IF(ICFI.EQ.0)WRITE(6,700)I,GI(I)
IF(ICFI.EQ.1)WRITE(6,705)I,GI(I)
DO 720 J=1,L
WRITE(6,15)J,TEMPO(J),GASTO(I,J)
720 CONTINUE
730 CONTINUE
735 IF(ICPD7.EQ.0)GO TO 1000
WRITE(6,117)QD,TD(1),AMF
INPC = INPC + 1
IF(INPC.EQ.3)GO TO 10000
ICFI = 1
ICON = 0
TDMAX = TDINC
TDF = TD(1)
QDD(1) = 0
DELTD = 0.0010
TDVEH = 0
LCPV = 0
L = 0
LI = 0
TIA = 0
PWHF = PWHF*1.10
INTENTA OBTENER LA PRESTON AL CIEPRE EN LA CABEZA DEL POZO
PARA EN PRIMER NIVEL DE INTERACION
      PCP = PWHF
      IPNI = 0
C CALCULA EL TIEMPO REAL PARA EL PRIMER NIVEL DE TIEMPO PARA
C EL INCREMENTO
      TI = (DELTD*PHI(1)*VT(1)*CGI(1)*RW(1)**2)/(0.006323*PER(1))
699 IPNI = IPNI + 1
IF(IPNI.EQ.100)GO TO 10000
Z = PKW(Z,PCP,520.0 ,PC,TC,CG,IZ)
PCP = (Z*520 *TI*(1))/(0.1930*DI(1)**2*PRDF(1))+(PWS1/ZWS1)*Z
WRITE(6,117)PCP,PWHF
IF(ABS(PCP-PWHF).GT.10 )GO TO 699
PWHF = PCP
WRITE(6,117)PWHF
TRA(1) = 0

```

```

GO TO 4800
700 FOPMAT(1H1,/,/,10X,↑PRESUMEN DEL COMPORTAMIENTO PRESION-PRODUCCION↑,
1/,11X,↑YACIMIENTO ↑,I5,4X,↑VOL. ORIGINAL DE GAS =↑,F14.8,↑ (SCF)↑,
↑/,15X,↑TIEMPO↑,9X,↑GASTO↑,/,15Y,↑(DIAS)↑,8X,↑(SCF/D)↑,/)
705 FOPMAT(1H1,/,/,10X,↑PRESUMEN DEL COMPORTAMIENTO PRESION-PRODUCCION↑,
1/,11X,↑YACIMIENTO ↑,I5,4X,↑VOL. ORIGINAL DE GAS =↑,F14.8,↑ (SCF)↑,
↑/,15X,↑TIEMPO↑,8Y,↑PRESION↑,/,15X,↑(DIAS)↑,9X,↑(PSIA)↑,/)
750 FOPMAT(7Y,I5,5X,↑ESTRATO NO DANADO↑)
760 FOPMAT(9X,↑MALLA DE PUNTOS DISTRIBUIDOS↑,/)
765 FOPMAT(5Y,↑MALLA DE TIPO MIXTO↑,/)
770 FOPMAT(1Y,↑EPPOR RMAT=↑,F16.6)
780 FOPMAT(5Y,F6.1,7F16.6)
785 FOPMAT(5Y,↑OD*MD ES MAYOR QUE 1↑)
786 FOPMAT(1GE12.4)
1000 IF(↑ICPO2.FO.1)GO TO 735
10000 IF(↑IG.FO.C)CALL EXIT
STOP
END

```

```

C SURROUTINE SPLINE(N,X,Y,R,C,D)
CALCULA COEFICIENTES DE POLINOMIOS CUBICOS LIBREMENTE APOYADOS
DIMENSION X(N),Y(N),R(N),C(N),D(N)

```

```

NM1 = N-1
NM2 = N-2
D(1) = X(2)-Y(1)
C(2) = (Y(2) -Y(1))/D(1)
DO 10 J=2,NM1
D(J) = X(J+1) - Y(J)
B(J) = 2 *(D(J-1)+D(J))
C(J+1) = (Y(J+1)-Y(J))/D(J)
C(J) = C(J+1) - C(J)
10 CONTINUE
C(1) = C
C(N) = C
DO 20 J=3,NM1
Y = D(J-1)/B(J-1)
R(J) = B(J)-Y*D(J-1)
C(J) = C(J)-Y*C(J-1)
20 CONTINUE
C(NM1) = C(NM1)/B(NM1)
DO 30 IR=2,NM2
I = N-IR
C(I) = (C(I)-D(I)*C(I+1))/B(I)
30 CONTINUE
B(N) = (Y(N) - Y(NM1))/D(NM1) + D(NM1)*C(NM1)
D(N) = 0
DO 40 I=1,NM1
B(I) = (Y(I+1)-Y(I))/D(I)-D(I)*(C(I+1)+2 *C(I))
D(I) = (C(I+1)-C(I))/D(I)
C(I) = 2 *C(I)
40 CONTINUE
RETURN
END

```

```

C FUNCTION SEVAL(N,U,X,Y,B,C,D)
INTERPOLA CON POLINOMIOS CUBICOS LIBREMENTE APOYADOS
DIMENSION X(N),Y(N),R(N),C(N),D(N)

```

```

K = 1
IF(K.GE.N)K=1
IF(U.GE.X(K).AND.U.LE.X(K+1))GO TO 7C
IF(U.GT.X(1))GO TO 20
SEVAL = Y(1) + R(1)*(U-X(1))
RETURN
20 I=0
J=N+1
30 K=(I+J)/2

```

```

IF(U-X(K))40,50,60
40 J=K
GD TO 30
50 SEVAL = Y(K)
RETURN
60 I = K
IF(I.LT.J-1)GD TO 30
70 DX = U-X(K)
SEVAL = Y(K)+DX*(P(K)+DX*(C(K)+DX*D(K)))
RETURN
END
FUNCTION PKW(ZRK,P,T,PPC,PTC,CG,IZ)

```

```

C CALCULA EL FACTOR DE DESVIACION MEDIANTE LA ECUACION DE REDLICH-KWONG
IF(IZ.EQ.1)GD TO 65
A=(0.42780/PPC)**0.50*(PTC/T)**1.250
B=0.08670*PTC/(PPC*T)

```

```

C EMPLEANDO EL METODO ITERATIVO DE NEWTON RAPHSON HASTA ETIQUETA 60
DO 50 I=1,40
F=1/(1-P*P/Z*PK)-A**2*P/(ZRK*(1+R*P/Z*PK))-ZRK
RKW=ZRK
TOLFR=0.00010
IF(ABS(F).LT.TOLFR)GD TO 60
DERFZ=A**2*P/(ZRK**2*(1+R*P/ZRK)**2)-P*P/(ZRK**2
1*(1-R*P/ZRK)**2)-1
50 ZRK=ZRK-F/DERFZ
WRITE(6,6)
6 FORMAT(40Y,1ND CONVERGE FACTOR DE DESVIACION*)
60 DZRK =ZRK/((1-(P*P/ZRK)**2)**2/((1+R*P/ZRK)**2
1*B/ZRK**2-A**2*(1-R*P/ZRK)**2*(1+R*P/ZRK)/ZRK**2
2-R*P/(ZRK)**3))
CG = 1/P-DZRK/ZRK
RETURN

```

```

C CALCULA EL FACTOR DE DESVIACION MEDIANTE LA CORRELACION
C DE STANDING-KATZ
C

```

```

65 PPR = P/PPC
TPP = T/PTC
AA = 1.290*(TPP-0.920)**0.50 - 0.360*TPP - 0.1010
B1 = (0.620-0.2300*TPP)
B2 = 0.0660/(TPP-0.660)-0.0370
B3 = 0.220/(10**((9*(TPP-1)))
RR = B1*PPR + B2*PPR*PPR + B3*PPR**6
CC = (0.1320-0.320*ALOG10(TPP))
ED = 10**((0.31060-0.490*TPP+0.18240*TPP*TPP)
ZRK = AA + (1-AA)/EXP(RR) + CC*PPR**ED
RKW = ZRK
DBDP = B1/PPC + 2*P*RR/(PPC*PPC) + (6*B3*P**5)/(PPC**6)
DZDP = -(1-AA)*DBDP/EXP(RR) + (CC*ED*P**((ED-1)))/(PPC**ED)
CG = 1/P - DZDP/ZRK
RETURN
END

```

```

FUNCTION BEE(P,T,SG,ZRK)
C CALCULA LA VISCOSIDAD DEL GAS CON LA CORRELACION DE LEE
AMW=28.970*SG
X=3.50+9P6/T+0.010*AMW
Y=2.40-0.20*Y
AK=(9.40+0.020*AMW)*T**1.50/(209+19*AMW+T)
RFG=0.04330*SG*P/(ZRK*T)
VIS=AK**2.7182810**((X*RFG**Y)/10000)
BEE=VIS
RETURN
END
FUNCTION BOODY(FPSI,RE)

```

```

C CALCULA EL FACTOR DE FRICCION MEDIANTE LA ECUACION DE COLBROCK

```


ESC Y2 , F I N C , E S C X 1 1
D I M E N S I O N V (1 0 0 0) , Z (1 0 0 0) , V 1 (1 0 0 0) , Z 1 (1 0 0 0)

W R I T E (8 , *) I P D 7 , Q D , I C O N , N 1 , N 2 , X 0 , Y 0

T X = 6 . 5
T Y = 8 . 5
T C = 0 . 1 0
I F (

 I B A N D . E O . 1) T H E N
I F (I C O N . L E . 0) T H E N
 I C O N = 1
 I F (I P D 7 . N F . 2) T H E N
 C A L L P L O T S († I F N † , 2 , 1 0 0 . 0 , 3 5 . 0)
 C A L L P L O T (1 . 0 , C . C , - 3)
 C A L L F A C T O P (0 . 5 0)
 E N D I F
 C A L L N E W P E N (1)
 C A L L R E C T (X 0 , Y 0 , 1 1 . 0 , 8 . 5 , C . C , 2)
 C A L L R E C T (Y 0 + 1 . 5 , Y 0 + 2 . 0 , T Y , T X , 0 . C , 2)
 Y M I N = 0 . 0

 E S C Y 1 = T Y / (1 . 0 - Y M I N)
 Y M A X = - 1 . 0
 D O 1 I = 1 , N 1
 X M A X = A M A X I (Y M A X , U S (K Y A C , I))
 I M A X Y = I F I X (X M A X + 0 . 5) / 2 * 2 + 2
 I M I N X = 0
 I M A X X = I M A X Y / 2
 E S C X 1 = T X / (I M A X Y - I M I N X)
 E S C X 1 1 = T X / (I M A X X * 2 - I M I N X)
 Y Y = - 2 * T C
 D O 2 I = 0 , I M A X X , 1
 R = I

 X X = (I - I M I N X) * E S C Y 1
 I F (I . L T . 1 0) X 1 = X X - 0 . 5 * T C
 I F (I . G E . 1 0 . A N D . I . L T . 1 0 0) X 1 = X X - T C
 I F (I . G E . 1 0 0 . A N D . I . L T . 1 0 0 0) X 1 = X X - 1 . 5 * T C
 C A L L P L O T (X 0 + 1 . 5 + X X , Y 0 + 2 . 0 , 3)
 C A L L P L O T (X 0 + 1 . 5 + X X , Y 0 + 2 . 0 - T C / 2 , 2)
 C A L L N U M B E R (Y 1 + Y 0 + 1 . 5 , Y Y + Y 0 + 2 . 0 , T C , P , 0 . 0 , - 1)
 Y Y = - 4 * T C

 D O 3 I = 0 , 1 0
 P = I / 1 0 . 0
 Y Y = (P - Y M I N) * E S C Y 1
 C A L L P L O T (X 0 + 1 . 5 , Y 0 + 2 . 0 + Y Y , 3)
 C A L L P L O T (Y 0 + 1 . 5 - T C / 2 , Y 0 + 2 . 0 + Y Y , 2)
 C A L L N U M B E R (X 0 + 1 . 5 + X X , Y 0 + 2 . 0 + Y Y - T C / 2 , T C , F , C . 0 , 1)

 C A L L S Y M B L C (1 . 0 , 1 . 0 , - 1 . 0 , 9 9 9 , 1 . 0 , - 1)
 Y Y = - 6 * T C
 Y X = (T X - 5 * T C * 1 . 5) / 2
 C A L L S Y M B L C (Y 0 + 1 . 5 + Y X , Y 0 + 2 . 0 + Y Y , T C * 1 . 5 , † I N R † , 0 . 0 , 5)
 X X = - 7 * T C + X 0 + 1 . 5
 Y Y = (T Y - 3 7 * T C * 1 . 5) / 2 + Y 0 + 2 . 0
 C A L L S Y M B L C (X X , Y Y , T C * 1 . 5 , † F A C T O P D F † , 9 0 . 0 , 1 0)
 C A L L S Y M B L C (9 9 9 . 0 , 9 9 9 . 0 , T C * 1 . 5 , † F L U J D D F † , 9 0 . 0 , 9)
 C A L L S Y M B L C (9 9 9 . 0 , 9 9 9 . 0 , T C * 1 . 5 , † A L T A † , 9 0 . 0 , 5)
 C A L L S Y M B L C (9 9 9 . 0 , 9 9 9 . 0 , T C * 1 . 5 , † V E L O C I T A D () † , 9 0 . 0 , 1 4)

 C A L L R E C T (Y 0 , Y 0 + 1 1 . 0 0 , 1 1 . 0 , 8 . 5 , 0 . C , 3)
 C A L L R E C T (X 0 + 1 . 5 , Y 0 + 1 3 . 0 0 , T Y , T X , 0 . C , 3)

```

      IF( QD .GT. 0.0 ) THEN
          IYMAX2 = 0
          QDMIN = 1.0 / QD
      IF( QDMIN .GT. 0.0 .AND. QDMIN .LE.1.0 ) IYMIN2 = 1
      IF( QDMIN .GT. 1.0 .AND. QDMIN .LE.10.0 ) IYMIN2 = 10
      IF( QDMIN .GT. 10.0 .AND. QDMIN .LE.100.0 ) IYMIN2 = 100
      IF( QDMIN .GT. 100.0 .AND. QDMIN .LE.1000.0 ) IYMIN2 = 1000
      IF( QDMIN .GT. 1000.0 .AND. QDMIN .LE.10000.0 ) IYMIN2 = 10000
      IF( QDMIN .GT. 10000.0 .AND. QDMIN .LE.100000.0 ) IYMIN2 = 100000
      ELSE
          IYMAX2 = 0
          IYMIN2 = 1
      END IF

```

```

      ESCY2 = TY / ( IYMAX2 - IYMIN2 )
      RINC = ( IYMAX2 - IYMIN2 ) / 10.0
      SUMY = IYMIN2
      DO 4 I = 0 , 10
          YY = ( SUMY - IYMIN2 ) * ESCY2
          IF( SUMY .LT. 1.0 ) NUM = 1
          IF( SUMY .GE. 1.0 ) NUM = -1
          IF( SUMY .LT. 1.0 .AND. SUMY .GE. 0.0 ) YX = -4 * TC
          IF( SUMY .GE. 1.0 .AND. SUMY .LT. 10.0 ) YX = -2 * TC
          IF( SUMY .GE. 10.0 .AND. SUMY .LT. 100.0 ) YX = -3 * TC
          IF( SUMY .GE. 100.0 .AND. SUMY .LT. 1000.0 ) YX = -4 * TC
          IF( SUMY .GE. 1000.0 .AND. SUMY .LT. 10000.0 ) YX = -5 * TC
          CALL PLOT( X0+1.5 , Y0+13.00+YY , 3 )
          CALL PLOT( X0+1.5 -TC/2 , Y0+13.00+YY , 2 )
      CALL NUMBER( X0+1.5+YX , Y0+13.00+YY-TC/2 , TC , SUMY , 0.0 , NUM )
      SUMY = SUMY + RINC
          YY = -2 * TC
      DO 22 I = 0 , IMAXY , 1
          P = I
          XX = ( I - IYMIN2 ) * ESCX1
          IF( I .LT. 10 ) Y1 = YY - 0.5 * TC
          IF( I .GE. 10 .AND. I .LT. 100 ) X1 = YX - TC
          IF( I .GE. 100 .AND. I .LT. 1000 ) X1 = YX - 1.5 * TC
          CALL PLOT( X0+1.5+YX , Y0+13.00 , 3 )
          CALL PLOT( X0+1.5+YX , Y0+13.00-TC/2 , 2 )
          CALL NUMBER( X1+Y0+1.5 , Y1+Y0+13.00 , TC , P , 0.0 , -1 )
      END IF

```

```

      CALL SYMBLC( 1.0 , 1.0 , -1.0 , 999 , 1.0 , -1 )
      YY = -9 * TC
      XX = ( TY - 5 * TC * 1.5 ) / 2
      CALL SYMBLC( X0+1.5+XX , Y0+13.25+YY , TC*1.5 , ↑ LN R ↑ , 0.0 , 5 )
      XY = -8 * TC
      YY = ( TY - 9 * TC * 1.5 ) / 2.0
      CALL SYMBLC( X0+1.5+XX , Y0+13.25+YY , TC*1.5 , ↑ M ( 1 , T ) ↑ , 90.0 , 10 )

```

```

      DO 5 I = 1 , N1
          V1(I) = US( KYAC , I )
          Z1(I) = DEL( KYAC , I )
          M1 = ( N1 - 1 ) * 10 + 1
          CALL CPVFIT( 6 , 1 , N1 , V1 , Z1 , 10 , M1 , V , Z )
          PRINT *, ↑ PASO 1 ↑

```

```

      IPLOT = 3
      CALL NEWPEN( 1 )
      IF( JBAND .EQ. 1 ) CALL NEWPEN( 1 )
      DO 6 I = 1 , M1
          IF( V(I) .GT. IMAXY ) V( I ) = IMAXY

```

```

XX = ( V( I ) - TMINX ) * ESCX1 + XO + 1.5
YY = ( Z( I ) - YMIN ) * ESCY1 + YO + 2.0
IF( I .GT. 1 ) IPLOT = 2
CALL PLOT( XX , YY , IPLOT )
CONTINUE

```

6
C
C
C
C
7
8

SEGUNDA GRAFICA

```

IF( JBAND .EQ. 2 .OR. JBAND .EQ. 3 ) THEN
  CALL NEWPEN( 1 )
  DO 7 I = 1 , N1
    XX = ( US( KYAC, I ) - TMINX ) * ESCX11 + XO + 1.5
    YY = ( YGRAF( I ) - IYMIN2 ) * ESCY2 + YO + 13.00
    CALL PNT0( 0.03, XX , YY )
  END IF
IF( JBAND .EQ. 1 .OR. JBAND .EQ. 2 ) THEN
  CALL CRVFIT( 6, 1, N1, V1, YGRAF, 1C, M1, V, Z )
  PRINT *, ↑ PASO 2 ↑
  IPLOT = 3
  CALL NEWPEN( 1 )
  IF( JBAND .EQ. 1 ) CALL NEWPEN( )
  DO 8 I = 1 , M1
    XX = ( V( I ) - TMINX ) * ESCX11 + XO + 1.5
    YY = ( Z( I ) - IYMIN2 ) * ESCY2 + YO + 13.00
    IF( I .GT. 1 ) IPLOT = 2
    CALL PLOT( XX , YY , IPLOT )
  END IF

```

RETURN

```

END IF
WRITE( 8, * ) IYMIN2
CALL NEWPEN( 1 )
CALL PECT( XO, YO + 22.0, 11.0, 8.5, 0.0, 3 )
CALL PECT( XO + 1.5, YO + 24.0, TY, TX, 0.0, 3 )
IF( IPDZ .EQ. 2 ) THEN
  OX = 1.0 / O2
  IYMIN2 = 10 * ( IFIX( ALDGI0( OX ) ) + 1 )
  PINC = ( 0.0 - IYMIN2 ) / 10
  ESCY2 = TY / ( 0 - IYMIN2 )
END IF

```

```

IF( OD .LE. 0.0 .AND. IPDZ .EQ. 1 ) THEN
  IYMIN2 = 0
  IYMAX2 = IFIX( 1.0 / O2 + 10 ) / 10 * 10
  ESCY2 = TY / ( IYMAX2 - IYMIN2 )
  PINC = ( IYMAX2 - IYMIN2 ) / 10
END IF

```

```

SUMY = IYMIN2
DO 44 I = 0 , 10
  YY = ( SUMY - IYMIN2 ) * ESCY2
  IF( SUMY .LT. 1.0 ) NUM = 1
  IF( SUMY .GE. 1.0 ) NUM = -1
  IF( SUMY .LT. 1.0 .AND. SUMY .GE. 0.0 ) XX = -4 * TC
  IF( SUMY .GE. 1.0 .AND. SUMY .LT. 10.0 ) XX = -2 * TC
  IF( SUMY .GE. 10.0 .AND. SUMY .LT. 100.0 ) YY = -3 * TC
  IF( SUMY .GE. 100.0 .AND. SUMY .LT. 1000.0 ) XX = -4 * TC
  IF( SUMY .GE. 1000.0 .AND. SUMY .LT. 10000.0 ) XX = -5 * TC
  CALL PLOT( XO + 1.5 , YO + 24.00 + YY , 3 )
  CALL PLOT( XO + 1.5 - TC / 2 , YO + 24.00 + YY , 2 )

```

44

```

CALL NUMBER( XO + 1.5 + XY , YO + 24.00 + YY - TC / 2, TC, SUMY, 0.0, NUM )
SUMY = SUMY + PINC
XMAX = -100000.0
XMIN = 1000000.0
DO 9 I = 1 , N2
  YMIN = AMIN1( XMIN , YD( I ) )

```

9

```

XMAX = AMAX1( YMAX , YD( I ) )
IMAXX = IFIX( XMAX + 1.5 )/2*2
IMINX = IFIX( YMIN )/2*2 - 1
IFI( IPOS .EQ. 2 ) IMINX = 0
WRITE( 8,* ) IYMIN2, IMINX
ESCX1 = IY/( IMAXX - IMINX )
YY = -2 * TC
DO 222 I = IMINX , IMAXX , 1
R = I
YY = ( I - IMINX ) * ESCX1
IF( I .LT. 10 ) X1 = XY - 0.5 * TC
IF( I .GE. 10 .AND. I .LT. 100 ) X1 = XY - TC
IF( I .GE. 100 .AND. I .LT. 1000 ) X1 = XY - 1.5 * TC
CALL PLOT( Y0 + 1.5 * YY , Y0 + 24.00 , 3 )
CALL PLOT( X0 + 1.5 * YY , Y0 + 24.00 - TC/2 , 2 )
CALL NUMBER( X1 + X0 + 1.5 , YY + Y0 + 24.0 , TC , P , 0.0 , -1 )
XX1 = Y1 + Y0 + 1.5 - TC
YY1 = YY + Y0 + 24.0 - 1.5 * TC
CALL SYMBOL( XX1 , YY1 , TC , ↑ 10↑ , 0.0 , 2 )

```

222

```

YY = -7 * TC
CALL SYMBOL( 1.0 , 1.0 , -1.0 , 999 , 1.0 , -1 )
IF( IPOS .NE. 2 ) THEN
  XX = ( TX - 2 * TC * 1.5 ) / 2
  CALL SYMBOL( X0 + 1.5 * XX , Y0 + 24.0 + YY , TC * 1.5 , ↑ T↑ , 0.0 , 2 )
ELSE
  XX = ( TX - 14 * TC * 1.5 ) / 2.0
  CALL SYMBOL( X0 + 1.5 * XX , Y0 + 24.0 + YY , TC * 1.5 , ↑ ( T + T ) / T↑ , 0.0 , 14 )
END IF
XX = - 8 * TC
IF( IPOS .LE. 0.0 .AND. IPOS .NE. 2 ) THEN
  YY = ( IY - 11 * TC * 1.5 ) / 2
  CALL SYMBOL( Y0 + 1.5 * XX , Y0 + 24.0 + YY , TC * 1.5 , ↑ 1/0 ( 1 , T )↑ , 90.0 , 11 )
ELSE
  YY = ( IY - 10 * TC * 1.5 ) / 2.0
  CALL SYMBOL( Y0 + 1.5 * XX , Y0 + 24.0 + YY , TC * 1.5 , ↑ M ( 1 , T )↑ , 90.0 , 10 )
END IF

```

```

WRITE( 8 , ↑ ( 2X , ↑↑ EMPJEZA A HACER LA GRAFICA 3↑↑ )↑ )
IF( JBRAND .EQ. 2 .OR. JBRAND .EQ. 3 ) THEN
  CALL NEWPEN( 1 )
  DO 77 I = 1 , N2
  IF( I .LE. 0.0 .AND. IPOS .EQ. 1 ) YGRAF( I ) = 1.0 / YGRAF( I )
  XX = ( YD( I ) - IMINX ) * ESCX1 + X0 + 1.5
  YY = ( YGRAF( I ) - IYMIN2 ) * ESCY2 + Y0 + 24.00
  WRITE( 8 , * ) YD( I ) , YGRAF( I ) , YY , XX , Q2 , IYMIN2 , IYMAX , ESCY2
  CALL PLOT( 0.03 , XX , YY )

```

77

```

END IF
IF( JBRAND .EQ. 1 .OR. JBRAND .EQ. 2 ) THEN
  M2 = ( N2 - 1 ) * 10 + 1
  CALL CPVFIT( 6 , 1 , N2 , XD , YGRAF , 10 , M2 , V , Z )
  PRINT * , ↑ PASO 3 ↑
  IPLOT = 3
  CALL NEWPEN( 1 )
  IF( JBRAND .EQ. 1 ) CALL NEWPEN( 1 )
  DO 88 J = 1 , M2
  XX = ( V( J ) - IMINX ) * ESCX1 + X0 + 1.5
  YY = ( 7( J ) - IYMIN2 ) * ESCY2 + Y0 + 24.00
  IF( I .GT. 1 ) IPLOT = 2
  CALL PLOT( XX , YY , IPLOT )

```

88

```

END IF
X0 = X0 + 9.0
IF( LBRAND .EQ. 1 ) CALL FINAL

```

```

RETURN
END

```

```

SUBROUTINE PNTDIRD( X , Y )

```

```
R=PD
IF(R.LT.C.025)P=0.025
IF(R.GT.C.1)P=0.1
DO 10 I=1,500
XX=X+P
CALL ELIPS(XX,Y,P,P,0.0,0.0,360.0,3)
R=R-0.01
IF(R.LE.C.005)GO TO 100
10 CONTINUE
100 CONTINUE
RETURN
END
```