

65 26

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO
FACULTAD DE INGENIERIA**



**" RESPUESTA DINAMICA DE ESTRUCTURAS SOBRE
CIMENTACIONES SUPERFICIALES CONSIDERANDO
INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA. "**

**T E S I S
Q U E P R E S E N T A:
P A R A O B T E N E R E L T I T U L O D E:
I N G E N I E R O C I V I L
I V O N N E G O N Z A L E Z S U A R E Z**

**TESIS CON
VALIA DE ORIGEN**

México, D. F.

1990.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

I. INTRODUCCION.....	1
II. ANTECEDENTES.....	13
II.a Historia.....	17
II.b Estructuras 198L.....	23
II.c Amortiguamiento histéretico.....	42
II.d Disposiciones Reglamentarias para considerar la interacción suelo-estructura de acuerdo al RCDF-87.....	50
III. RIGIDEZES DINAMICAS.....	57
III.a Introducción.....	57
III.b Fundamentos.....	59
IV. MODELO DE INTERACCION SUELO ESTRUCTURA.....	71
IV.a Idealización del sistema suelo y estructura.....	71
IV.b Modelo matemático.....	75
V. ESTUDIO PARAMETRICO.....	79
V.a Sitios estudiados.....	79
V.b Respuesta armónica.....	87
V.c Comparación con el RCDF-87.....	110
VI. CONCLUSIONES.....	117
ANEXOS	
REFERENCIAS O BIBLIOGRAFIA	



Universidad Nacional
Autónoma de
México

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
60-1-069

SRITA. YVONNE GONZALEZ SUAREZ
P r e s e n t e .

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor Ing. Francisco García Ranz, y - que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de ingeniero civil.

RESPUESTA DINAMICA DE ESTRUCTURAS SOBRE
CIMENTACIONES SUPERFICIALES CONSIDERANDO
LA INTERACCION SUELO=ESTRUCTURA

- I. INTRODUCCION
- II. ANTECEDENTES
- III. RIGIDECES DINAMICAS
- IV. MODELO DE INTERACCION
- V. ESTUDIO PARAMETRICO
 - a) SITIOS ESTUDIADOS
 - b) RESPUESTA ARMONICA
 - c) COMPARACION CON EL RCDP 87
- VI. CONCLUSIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que se deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar examen profesional.

A t e n t a m e n t e

"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"

Ciudad Universitaria, D.F., a 13 de marzo de 1990.

EL DIRECTOR

DANIEL RESENDIZ MUÑOZ

DRN/RAU/jrs^o

I. INTRODUCCION

La ingeniería sísmica empezó a desarrollarse y a proponer recomendaciones para el diseño sísmico de estructuras hace unos setenta años, después del temblor de 1923 en Japón, donde se observó que ciertas estructuras diseñadas siguiendo algunos principios sísmicos habían resistido el evento de manera satisfactoria. Al principio los avances se dieron lentamente, pero poco a poco los criterios a nivel internacional, apoyados sobre bases racionales, se han desarrollado, sobre todo a partir de la creación de la Asociación Internacional de Ingeniería Sísmica.

La Ciudad de México, se encuentra situada en un lugar de alta sismicidad, por lo que es necesario considerar los movimientos télericos para el diseño de las construcciones. El terremoto del 28 de julio de 1957 causó grandes destrozos en la ciudad, dando lugar a la revisión del reglamento vigente desde 1942, y marcó el principio para la investigación e instrumentación sísmica en nuestro país.

Hasta 1942 puede considerarse que no existía una reglamentación racional relativa al diseño sísmico, ya que estas se limitaban a

- a. La restricción de la altura de las construcciones a 35 metros.
- b. La clasificación de las estructuras en ocho tipos.
- c. La obtención de fuerzas sísmicas multiplicando el peso total de la estructura, incluyendo cargas vivas

y muertas, arriba del nivel que se considera, por un coeficiente sísmico que variaba de acuerdo al tipo de estructura, pero no se consideraba el tipo de terreno ni tampoco el incremento de las aceleraciones con la altura.

- d. Limitar la capacidad de carga ante cargas verticales y de sismo, se permitían incrementos de 33% en los esfuerzos admisibles con respecto a los usados para la condición de cargas verticales exclusivamente.
- e. Exigir, con excepción de las estructuras para lugares de reunión, de la presentación de cálculos del diseño sísmico sólo a edificios cuya altura fuera mayor de 15 m o dos veces la dimensión menor de su planta.

El sismo del 29 de julio de 1957, provocó numerosos daños en las construcciones de la Ciudad de México. Después de este sismo se publicaron las normas de emergencia de 1957, que incluía, a lo que se refiere a diseño sísmico las siguientes consideraciones:

- a. Los coeficientes sísmicos fueron incrementados con respecto a los del reglamento de 1942 y dependían del tipo de suelo en que se localizaba la estructura.
- b. Se clasificaba al suelo en en tres tipos: blando, transición y firme.
- c. Se reagruparon los edificios en tres grupos de acuerdo a su uso y tres clases de acuerdo a su estructuración.
- d. Los coeficientes sísmicos especificados para obtener la fuerza cortante en la base de los edificios dependían del grupo y clase del edificio y del tipo de terreno, teniendo como valores extremos 0 y 0.20 veces la gravedad.
- e. Para la estimación de las fuerzas sísmicas en los diferentes niveles se suponía una distribución

lineal de aceleraciones, con valor nulo en la base y máximo en el extremo superior.

- f. Los esfuerzos admisibles en los materiales se incrementaron considerablemente.
- g. Por primera vez se aceptó el empleo de criterios de diseño al límite, con factores de seguridad de 1.8 en flexión y de 1.5 en carga axial, para estructuras de concreto reforzado, y de 1.1 y 1.3 respectivamente para las de acero.
- h. La modificación de los coeficientes sísmicos y esfuerzos tenían por finalidad obligar a que todas las estructuras se analizaran por sismo, que hubiera inversión en el signo de momentos y que los puntos de inflexión en los momentos flexionantes de las trabes se corrieran hacia el centro de las mismas.
- g. Se limitaban los desplazamientos horizontales relativos entre dos puntos sucesivos.
- i. Se incluyen disposiciones para la consideración de las oscilaciones torsionales.

*

En 1966 se elaboró el reglamento que sustituyera a las normas de emergencia. éste incluía varias modificaciones a la reglamentación de 1937.

- a. Se redujeron a dos los tipos de suelo; se incorporó la zona de transición a la zona de suelo blando.
- b. Los grupos de edificios se reclasificaron por su uso en tres grupos.
- c. La clasificación de acuerdo a la estructuración fue modificada.
- d. Los coeficientes sísmicos se modificaron y se definieron como función del grupo de la estructura, el tipo de estructuración y el tipo de suelo.
- e. Se excluyeron de diseño sísmico a las estructuras cuya falla por temblor no causara daños a seres humanos o materiales o equipos costosos.
- f. Se incrementaron los esfuerzos admisibles.
- g. Se permitieron tres tipos de análisis sísmico:

estático simplificado, estático y dinámico.

- h. Se proporcionaron espectros de diseño tanto para el terreno compresible como para el terreno firme, que ya incluían reducción por concepto de amortiguamiento estructural.
- i. Los desplazamientos relativos de la estructura se limitaron, así como la separación de las colindancias a un mínimo de 5 cm.

El reglamento de 1966 tuvo una vigencia de 10 años. A fines de 1976 fue aprobada una nueva versión con importantes modificaciones de forma y contenido. En cuanto a la forma se adicionaron una serie de normas técnicas complementarias para el diseño y construcción de estructuras de mampostería, de madera, de concreto reforzado y acero, además de crearse normas técnicas complementarias para el diseño de cimentaciones y el análisis por viento. Las normas de diseño por sismo se conservaron dentro del reglamento y sufrieron importantes modificaciones:

- a. Se definió una nueva zonificación del Distrito Federal considerando tres tipos de suelo, conforme a los espesores de material compresible.
- b. Se reconoció explícitamente la ductilidad que pueden desarrollar las estructuras, introduciéndose factores de reducción. Este factor dependía del material y del tipo de estructuración.
- c. Se definieron cambios importantes en la forma de calcular los desplazamientos relativos de entrepisos consecutivos.
- d. Se incrementaron los desplazamientos permisibles.
- e. Se permitieron también tres tipos de análisis sísmico; conocidos como método estático simplificado, parecido al del reglamento anterior, el método estático y métodos dinámicos, este último empleando espectros de diseño o el métodos de respuesta paso a paso.

- f. Se presentaron tres espectros de diseño, uno para cada zona definida, que varían poco con respecto a los del reglamento anterior, sin embargo pero las reducciones de estos espectros se calculaban de acuerdo al periodo de la estructura.
- g. Los coeficientes sísmicos se modificaron teniendo en cuenta que para cada zona eran 0.16, 0.20 y 0.24 veces la aceleración de la gravedad.

A pesar de las importantes modificaciones, se seguía considerando al suelo de apoyo rígido, es decir, no existía ningún criterio explícito para tomar en cuenta los desplazamientos relativos entre la cimentación y el suelo de apoyo en condiciones sísmicas.

En septiembre de 1985, la ciudad fue sacudida por dos sismos de gran magnitud, provocando la muerte de miles de personas debido, principalmente, al derrumbe de muchas e importantes construcciones.

El estudio de los eventos del 19 y 20^a de septiembre merece especial atención, en virtud de las muchas lecciones que pueden aprenderse y que deben tomarse en cuenta a fin de mejorar la práctica del diseño estructural y de la construcción en zonas de alta sismicidad.

Las principales características del movimiento sísmico del 19 de septiembre en una amplia área de la zona lacustre de la ciudad fueron:

- a. El fenómeno presentó unos veinte ciclos sostenidos con un periodo dominante de vibración cercano a los 2 s.
- b. De estos ciclos sostenidos, unos cuatro ciclos completos mostraron aceleraciones del suelo superiores a 0.10 g.
- c. El factor de amplificación de las aceleraciones del

suelo, que resulta de comparar los registros de Ciudad Universitaria con los del sitio de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes fue de 5.

De las observaciones anteriores algunos autores afirman que aquellas construcciones en la zona lacustre de la ciudad cuyo periodo natural de vibración era de 2 segundos, o ligeramente inferior a éste valor, entraron en resonancia con el sismo y sufrieron daños cuantiosos o colapso total.

Los tipos de daños encontrados y los errores más comunes que se dedujeron fueron:

1. *Errores de diseño.* Es indudable que en algunas escuelas se incurrió en el error de cambiar ejes de columnas largas, con ejes paralelos de columnas cortas o sochetas no reforzadas. También fue notable el número de fallas en edificios irregulares en esquinas oblicuas o en cuchilla, donde la falta de simetría estructural incremento el fenómeno de torsión.
2. *Cambio de uso.* Se observaron muchos edificios que diseñados para cargas ligeras o para vivienda, fueron convertidos en bodegas de libros o telas en fabricas de ropa, con maquinaria en operación en los pisos altos. Lo mismo se observó en algunos hospitales, donde las pesadas fuentes de radiación de medicina nuclear se ubicaron en los pisos más altos.
3. *Modificaciones o alteraciones de edificios.* Muchas fallas se debieron a modificaciones estructurales importantes, que fueron realizadas por los propietarios de los inmuebles en fechas posteriores a la construcción original.

4. *Fallas en la cimentación.* La pérdida de adherencia en los pilotes de fricción provocó asentamientos muy grandes y bruscos, e inclusive un colapso total por volteo en una estructura muy esbelta con insuficiente número de pilotes. Los daños observados bajo edificios cimentados bajo pilotes de punta, sugieren fallas en la arcilla, tal vez ocasionadas por la extracción de agua. La ejecución a cielo abierto de grandes obras con extracción de agua, para trabajar en seco, pudo haber afectado esas arcillas en una amplia zona colindante con dichas obras.

Algunas cimentaciones superficiales (zapatas, cajones y losas) se colapsaron por volteo, al ser excedida la capacidad de carga del suelo, en consecuencia de un mal diseño, algunas otras presentaron asentamientos muy grandes, debido a que las presiones de contacto fueron excesivas, otras más contaban con asentamientos importantes antes del sismo, por lo que su centro de gravedad no coincidía con el punto de aplicación de la respuesta del suelo, esto provocó momentos de volteo mayores a los de diseño, pero en general este tipo de cimentaciones presentaron buen comportamiento.

5. *Mala calidad o degradación de los materiales.* Resultó evidente la mala calidad de algunos aceros de refuerzo y algunos concretos, obtenidos de las estructuras colapsadas. Se ignora si la pérdida de resistencia se produjo por los repetidos ciclos de carga durante el sismo o si fue ocasionada por una falla de origen.
6. *Errores de ejecución y falta de supervisión.* Este tipo de falla fue el más abundante, y consistió en la mala colocación de acero de refuerzo, anclajes

insuficientes, juntas de colado con material extraño como papel o madera, traslapes insuficientes y pésima soldadura entre varillas de mayor diámetro, concretos mal vibrados o segregados durante el colado, malas conexiones en muros de rellenos, etc.

Como consecuencia de éste sismo surgieron varias incógnitas a ser investigadas con el fin de enriquecer el diseño sísmico de estructuras; entre las principales se pueden mencionar las siguientes:

- a. Comportamiento dinámico de las arcillas en las distintas zonas características de la Ciudad de México.
- b. Determinación de los incrementos de los coeficientes de fuerza horizontal.
- c. Formas en que la excentricidad estática de las cargas y la asimetría estructural de las construcciones afectan el comportamiento de una estructura bajo condiciones sísmicas.
- d. Corrimiento de los periodos naturales de vibración de las estructuras dañadas.
- e. Calidad y resistencia de materiales a lo largo del tiempo y bajo cargas cíclicas.
- f. Riesgo sísmico para fines de microzonificación y ampliación de la red de acelerómetros.
- g. Pérdida de adherencia de los pilotes de fricción bajo carga cíclica.
- h. Cuantificación de los efectos de la interacción suelo-estructura en la respuesta sísmica de las construcciones y de esta manera hacer estimaciones más racionales de sollicitaciones debidas a los sismos.

A raíz del estudio de los daños provocados por los sismos de 1968 y sus posibles causas, el Departamento del Distrito Federal publicó en julio de 1967 una reglamentación

para el diseño y construcción de obras civiles en la Ciudad de México. En éstas, el Reglamento de Construcción para el Distrito Federal de 1987 (RCDF-87) y las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTCS), publicadas estas últimas en noviembre de 1987, se considera por primera vez como parte de un reglamento en el país de manera explícita al fenómeno de interacción suelo-estructura.

Las consideraciones hechas por el RCDF-87 para el diseño sísmico se pueden dividir en dos partes: la zonificación de la ciudad con el fin de considerar la variación de la amplificación de las ondas sísmicas mediante diferentes coeficientes sísmicos y espectros de diseño; y la consideración de la interacción suelo-estructura mediante el incremento de los periodos fundamentales de vibrar de las estructuras y la modificación de los espectros de diseño en caso de tomarse en cuenta este efecto.

Este último es un intento práctico, sustentado en base racionales, para considerar de manera aproximada la influencia de la interacción dinámica suelo-estructura.

Los efectos de interacción suelo-estructura son importantes cuando la rigidez relativa entre la estructura y el suelo es alta, esto ocurre para las zonas que el reglamento clasifica como zona II (de transición) y zona III (clacustre).

Una estructura desplantada sobre un depósito de suelo que es excitado sísmicamente sufre en su base movimientos que difieren de los de la roca basal, no sólo porque éstos son filtrados por el suelo, sino también por la presencia de la estructura misma, la cual modifica a su vez el movimiento.

Los efectos de incorporar la flexibilidad del terreno de cimentación en el análisis son, principalmente, la

amplificación o disminución de algunas componentes del movimiento, el incremento del periodo fundamental de vibración de la estructura por la disminución de la rigidez del conjunto y la modificación de los modos de vibrar de la misma. Por otra parte el sistema suelo-estructura posee una mayor capacidad de disipar energía a la que normalmente se considera en los análisis, ya que en adición al amortiguamiento de la estructura se tiene un amortiguamiento geométrico o por radiación, asociado con las ondas que se propagan de la cimentación hacia el suelo que lo rodea, más uno de tipo histerético, consecuencia de las propiedades intrínsecas de los suelos.

Aún para el caso en que se idealiza el comportamiento del suelo como el de un sólido elástico lineal, la solución rigurosa de un problema de interacción suelo-estructura es complicado. Existen soluciones de tipo analíticas y semi-analíticas para problemas simples. Para problemas más complejos se recurre comúnmente a métodos numéricos, para lo cual se hace una discretización del sistema y esto permite modelar las posibles irregularidades del suelo de cimentación, de la cimentación y de la estructura.

Cuando se diseña una estructura especial como la es un contenedor de una planta de energía nuclear o un puente importante en zona sísmica, es justificable hacer un análisis riguroso del problema. Sin embargo, cuando se tratan estructuras convencionales sobre suelos blandos afectados por cargas dinámicas importantes no se justifica, en la mayoría de los casos, efectuar análisis costosos.

El método de subestructuración (Roesset, 1980), ofrece una forma práctica y más económica de llevar a cabo el análisis suelo-estructura satisfactoriamente. La ventaja más importante de este método es su flexibilidad para combinar soluciones analíticas o discretas de las diferentes partes en que se divide el problema, como se discute en el Capítulo

II de este trabajo. Esta característica del método resulta muy atractiva para realizar estudios paramétricos en forma económica.

El criterio contenido en las NTCS para tomar en cuenta la interacción suelo-estructura es una forma simplista de incluir la flexibilidad del suelo la cual está basada en el método de subestructuración. Es necesario por lo tanto calibrar éste criterio utilizando una formulación más rigurosa del problema en la Ciudad de México y en caso de ser necesario, proponer un criterio alternativo suficientemente simple para ser llevado a la práctica.

En la presente tesis, se continúa el estudio de los efectos que los diferentes parámetros geométricos y mecánicos tienen en la respuesta estructural de cimentaciones superficiales desplantadas sobre tres sitios característicos de la zona lacustre de la Ciudad de México, iniciado por García, Avilés y Reséndiz (1980). Se utiliza para éste análisis el modelo propuesto por los mismos autores, el cual es suficientemente simple de interpretar sin excluirse varios aspectos relevantes del problema. Esto se hace con el fin de poder realizar una comparación entre las respuesta de estructuras considerando la interacción suelo-estructura y sin considerar éste fenómeno, analizar la sensibilidad de la respuesta ante la variación de algunos parámetros del sistema, y de ésta manera establecer una comparación con el criterio del RCDP-87. Se considera que ésta es una aportación importante y que los resultados de este trabajo pueden servir de base para una revisión de las NTCS y una futura edición del Reglamento de Construcción del D.F., así como de referencia para ingenieros dedicados al diseño sísmico de estructuras, principalmente en la Ciudad de México.

Esta tesis consta de seis capítulos; dedicándose el presente capítulo a la introducción. En el Capítulo II se

hace un resumen histórico de los desarrollos y aportaciones más importantes en los que se basan los métodos actuales de análisis dinámico; se discuten los conceptos de interacción suelo-estructura y la manera de resolverlos; se incluye un resumen de los conceptos básicos relacionados con sistemas dinámicos de un grado de libertad, poniéndose énfasis en el caso de vibraciones armónicas. Los conceptos básicos asociados con la definición de rigidez dinámica y la discusión de su significado físico se presenta en el Capítulo III. En el Capítulo IV se discute la idealización del problema y el modelo de análisis empleado en este trabajo. En el Capítulo V se describe el estudio paramétrico realizado y se presentan los resultados obtenidos. Se hace una descripción de los sitios seleccionados y sus características dinámicas; se comentan los criterios usados para la selección del tipo de estructuras; y se establece una comparación entre los resultados obtenidos con el modelo y los obtenidos aplicando el RCDF-87. Las conclusiones más importantes de éste trabajo se consignan en el Capítulo VI. Finalmente en el Anexo I se incluyen los listados de las subrutinas más importantes empleadas para el análisis.

II. ANTECEDENTES

El efecto de la flexibilidad del suelo en la respuesta dinámica de estructuras, particularmente cuando éstas están sometidas a excitaciones sísmicas, ha sido un tema de interés e investigación considerable en los últimos 80 años. Este efecto adquiere mayor importancia cuando la rigidez relativa suelo-estructura es baja, es decir, cuando el suelo es blando.

Cuando una estructura desplantada sobre un depósito de suelo deformable es excitado por un sismo sufre en la base movimientos que difieren a los de la roca basal, no sólo porque éstos son filtrados por el suelo, sino también porque son modificados por la presencia de la estructura misma.

Por ejemplo, cuando más amplia y rígida es la cimentación de la estructura más se reduce la amplitud del movimiento del terreno a que se ve sometida, pues la cimentación promedia, en cada instante, los movimientos de campo libre de todos los puntos debajo de ella; tal reducción es mayor en las componentes de más alta frecuencia del movimiento. Los efectos de este tipo se denominan interacción cinemática.

Por otra parte, el conjunto estructura-suelo deformable tiene una rigidez menor que la misma estructura desplantada en una base indeformable. En consecuencia el periodo fundamental y el amortiguamiento del sistema aumentan. Esto

puede dar lugar a respuestas mayores o menores según la posición del período natural de la estructura respecto al máximo del espectro de respuesta. Efectos como éste se llaman de interacción inercial.

Los métodos modernos de análisis de vibraciones de cimentaciones intentan tomar en cuenta de manera racional la interacción dinámica entre la cimentación y los depósitos de suelo de apoyo. La teoría de propagación de ondas en medios continuos (sólidos elásticos o viscoelásticos) ha sido la base para el desarrollo de los métodos actuales para el análisis de vibraciones. Esta teoría tuvo un desarrollo considerable a partir de 1904, cuando Lamb hizo la publicación de su estudio de vibraciones.

Como ya se mencionó anteriormente se han desarrollado métodos de tipo analíticos y semianalíticos los cuales se han aplicado para resolver problemas relativamente simples idealizando al suelo como un medio continuo, y métodos de tipo numéricos para problemas más complejos en los que se idealiza al suelo como un sistema discreto. Estos últimos métodos de análisis son los más usados en la práctica y se pueden dividir en dos categorías: el método directo en el cual se modela y analiza el sistema completo suelo-estructura en una sola etapa, y el método de subestructuración en el cual la solución se obtiene en tres etapas o partes separadas.

En el método directo la estructura se modela, normalmente, mediante una combinación de elementos finitos. El suelo también se discretiza usando elementos finitos o diferencias finitas, para lo cual se debe poner cuidado especial en el tamaño de la malla y en las condiciones de frontera de los bordes del modelo. La mayoría de las soluciones obtenidas mediante el método directo corresponden a modelos de suelo bidimensionales o pseudo-tridimensionales. La mayor ventaja de este método

radica en la posibilidad de efectuar análisis no lineales rigurosos, sin embargo en la práctica rara vez se llevan a cabo análisis de este tipo principalmente por motivos económicos o por escasa disponibilidad de códigos de computadora especializados.

En el método de subestructuración el problema se divide en 3 partes o etapas.

- a. Determinación del movimiento sísmico compatible con la cimentación. Si la cimentación se puede suponer, como es el caso usual, rígida el movimiento en el caso más general tendrá 6 componentes (tres traslaciones y tres rotaciones). A esta primera parte algunos autores le llaman *interacción cinemática*.
- b. Determinación de las rigideces dinámicas o funciones de impedancia de la cimentación. Para una cimentación rígida, esto implica obtener los términos de una matriz de seis por seis aplicando en la cimentación desplazamientos y rotaciones armónicos unitarios y calculando las fuerzas y momentos resultantes. Los coeficientes de rigidez serán funciones complejas de la frecuencia.
- c. Análisis dinámico de la estructura apoyada en un medio continuo representado por la matriz de rigideces dinámicas de la cimentación y sometida al movimiento calculado en la parte a. Esta parte es conocida como *interacción inercial*.

Interacción cinemática.

Una parte importante de la interacción cinemática es la debida a la profundidad de desplante de la estructura, pues la amplitud del movimiento del terreno depende de ésta. La

más drástica reducción de amplitud con la profundidad en formaciones naturales en comparación con la que ocurre en un semiespacio homogéneo se debe a que en aquéllas la rigidez crece con la profundidad.

La otra parte de la interacción cinemática es la reducción de movimientos de la base por el efecto promediador de la cimentación. Tal reducción depende del periodo de las ondas sísmica.

Como los movimientos del terreno varían de punto a punto y la rigidez de la cimentación los promedia, los desplazamientos resultantes de ésta no necesariamente son sólo de translación; ocurre también torsión y cabeceo. Newmark (1960) y Rosenblueth (1970) han estudiado estos efectos y sus aplicaciones prácticas en el diseño sísmico de edificios.

Interacción Inercial

Como consecuencia de la interacción inercial, el periodo fundamental y la fracción de amortiguamiento crítico de una estructura cambian de T y ξ_0 (sin interacción) a \bar{T} y $\bar{\xi}_0$ (con interacción). Estos últimos pueden expresarse aproximadamente según el ATC (Applied Technology Council, 1977):

$$\bar{T} = T (1 + k_s/k_h + k_s h_s^2/k_r)^{1/2} \quad \text{CII. a. 1)}$$

$$\bar{\xi}_0 = \xi_0 (T/\bar{T})^2 + \xi_0 \quad \text{CII. a. 2)}$$

donde

- k_s : rigidez de la estructura
- k_h : rigidez de translación de la cimentación
- k_r : rigidez de cabeceo de la cimentación
- h_s : altura del centro de masa de la estructura
- ξ_0 : amortiguamiento interno y por radiación en el suelo (función de \bar{T}/T y de la esbeltez de la

El enfoque más práctico para el análisis de casos concretos consiste en reemplazar el suelo por un sistema de resortes y amortiguadores viscosos conectados a una placa rígida de cimentación. Para que el modelo dé resultados razonables se requiere además agregar a la cimentación una masa ficticia cuyo momento de inercia sea función del modo de vibrar que se analice.

Las constantes de los resortes se escogen a partir de las relaciones de carga-desplazamiento y momento-rotación para condiciones estáticas. Las masas o momentos de inercia que deben agregarse a la cimentación se seleccionan de modo que los periodos a los que se presenta la máxima respuesta bajo excitación armónica coincidan en la cimentación sobre resortes y en la solución rigurosa. Finalmente, las constantes de los amortiguadores se escogen para que también coincidan con los máximos de las respuestas.

Este método de subestructuración ofrece una cantidad considerable de flexibilidad en la forma que en cada una de las partes se resuelve, permitiendo seleccionar el modelo más apropiado para cada etapa, combinar soluciones analíticas y discretas (siempre y cuando estén basados en modelos convenientes), y evaluar los efectos que la variación de parámetros tienen en la respuesta del sistema.

A continuación se hace un resumen histórico de los trabajos y aportaciones más importantes en los que se basan los métodos actuales de análisis.

II. a HISTORIA

En 1804, Lamb publicó su estudio de vibraciones en un medio elástico semi-infinito (semi-espacio), causado por una carga concentrada. Esta aportación tomó diferentes

aplicaciones, especialmente en los campos de la sismología y la mecánica, dando gran impulso al desarrollo de la elastodinámica.

La publicación de Reissner en 1938 sobre la respuesta de un disco cilíndrico cargado verticalmente en un semi-espacio, es considerada la primera aplicación ingenieril y marca el principio de la dinámica de suelos moderna. La solución que da Reissner al problema es aproximada ya que considera, por simplicidad matemática, una distribución de esfuerzos de contacto uniforme. Sin embargo, representa una contribución importante, ya que identifica la existencia del amortiguamiento por radiación.

Se reconoce desde entonces que las ondas de esfuerzo originadas por la cimentación cuando vibra se propagan de la interfase hacia el suelo, originando ondas libres de cuerpo y ondas libres de superficie. Estas ondas al propagarse se disipan o atenúan, en caso de no encontrar obstáculos que los reflejen. Esta forma de disipación de energía es proporcional a la frecuencia de la excitación, la cual se puede interpretar como una forma de amortiguamiento viscoso.

En los 50's muchos autores estudiaron el problema de vibraciones de cimentaciones masivas suponiendo una distribución uniforme o lineal de desplazamientos en la interfase y correspondiente a cargas o momentos aplicados estáticamente. Por lo que estos resultados sólo son aproximaciones, ya que en realidad la distribución de presiones requerida para mantener uniforme o lineal la distribución de desplazamientos no es constante, sino varía con la frecuencia de vibración.

Diez años después aparecería la primera solución rigurosa para el problema de vibraciones de sistemas suelo-cimentación analizado como un problema de valores de frontera mixta con desplazamientos prescritos debajo del

cimiento rígido y esfuerzos nulos en el resto de la superficie del medio. Por ejemplo, Lysmer (1965) obtuvo una solución para el problema de vibraciones verticales axisimétrica discretizando la superficie de contacto con anillos concéntricos de esfuerzos verticales uniformes dependientes de la frecuencia pero consistentes con las condiciones de frontera.

De igual importancia fue la aportación hecha por Hsieh (1962) y por Lysmer (1965), al comprobar que una cimentación masiva con una carga dinámica aplicada verticalmente puede modelarse mediante un modelo de un grado de libertad (IGDL) definido por un oscilador masa-resorte-amortiguador con coeficientes de rigidez y amortiguamiento dependientes de la frecuencia. Lysmer, sugirió el uso de los siguiente coeficientes independientes de la frecuencia para aproximar la respuesta dentro del rango de frecuencias baja-media:

$$K_v = \frac{4 G R}{1-\nu} \tag{II. a. 3}$$

$$C_v = \frac{3.4 R^2}{1-\nu} \sqrt{G \rho} \tag{II. a. 4}$$

en donde: K_v = constante del resorte, C_v = constante del amortiguador, R = radio del área circular, G y ν = módulo cortante y módulo de Poisson del semiespacio homogéneo y ρ = densidad específica de masa del suelo. Esta analogía reproduce con buena aproximación la respuesta del sistema, por lo que sirvió de base para el desarrollo de procedimientos y criterios prácticos.

Richard y Whitman, en 1967, extendieron la analogía de Lysmer demostrando que todos los modos de vibración pueden ser estudiados por medio de un sistema de masa-resorte-amortiguador con coeficientes de rigidez y amortiguamiento equivalentes independientes de la frecuencia. También propusieron que las oscilaciones axisimétricas (vertical y torsional) de una cimentación

circular pueden ser representadas por un sistema 1GDL y estar definidos por:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = p(t)$$

(II.a.5)

en donde x , \dot{x} y \ddot{x} = desplazamiento, velocidad y aceleración vertical de la masa, respectivamente, de la oscilación vertical de la masa; $p(t)$ = es la carga dinámica externa. El resto de los parámetros son: la masa efectiva, m , el amortiguamiento efectivo, c , y la rigidez efectiva, k . Para el modo de torsión, proponen sustituir m , por el momento polar másico de inercia efectivo, J_e ; y x , por el ángulo de rotación alrededor del eje vertical de simetría. Por otra parte, los dos modos antisimétricos de vibración (traslación horizontal y cabeceo) de una cimentación circular (cilíndrica) están acopladas y pueden ser representadas por un sistema de 2GDL definido por la masa efectiva y el momento másico de inercia efectivo, los dos valores de amortiguamiento efectivo (para traslación y cabeceo), y los dos valores de rigidez efectiva (para traslación y cabeceo).

Whitman y Richart, en 1967, y más tarde Woods y Hall, en 1979, presentaron expresiones para estimar estos parámetros para los cuatro modos de vibrar. En la tabla II.a.1 se muestran estos parámetros los cuales han gozado de gran popularidad en las últimas décadas.

NODO	VERTICAL	HORIZONTAL	ROTACION	TORSION
Rigidez	$\frac{40E}{1-\nu}$	$\frac{80E}{2-\nu}$	$\frac{80E^3}{3(1-\nu)}$	$\frac{160E^3}{3}$
Relación de masa $\frac{m}{m}$	$\frac{\pi(1-\nu)}{4\rho K^3}$	$\frac{\pi(2-\nu)}{8\rho K^3}$	$\frac{3J_x(1-\nu)}{8\rho K^3}$	$\frac{J_x}{\rho K^3}$
Relación de amortiguamiento	$\frac{0.425}{\bar{m}^{1/2}}$	$\frac{0.29}{\bar{m}^{1/2}}$	$\frac{0.15}{c_1 + \pi \bar{m}^{1/2}}$	$\frac{0.5}{1 + 2\bar{m}}$
Incremento ficticio de masa	$\frac{0.27m}{\bar{m}}$	$\frac{0.095m}{\bar{m}}$	$\frac{0.24J_x}{\bar{m}}$	$\frac{0.24J_x}{\bar{m}}$

J_x, J_x = momento másico de inercia alrededor de un eje horizontal y vertical respectivamente; relación de amortiguamiento = c/c_{cr} donde $c_{cr} = 2(\bar{K} \bar{m})^{1/2}$ o $c_{cr} = 2\bar{K} \bar{J}^{1/2}$ para nodos de vibración de translación y rotación con $\bar{J} = J_x$ o J_x para rotación o torsión.

Tabla II.2.1 Parámetros equivalentes para el análisis de cimentaciones circulares en un semiespacio elástico.

En la década de los 70's, el mayor acceso a las computadoras hizo posible el desarrollo de programas de computadora para el análisis de la respuesta dinámica de las cimentaciones, realizándose estudios paramétricos que han derivado en criterios, expresiones y gráficas de utilidad para la práctica.

Los métodos matemáticos desarrollados a mediados de los 60's para resolver problemas elastodinámicos con condiciones de frontera mixto fueron utilizados por Luco et al (1968) y Karasudhi et al (1968) para obtener soluciones numéricas exactas para todos los modos de vibrar de zapatas corridas en un semiespacio. Luco y Westman (1971), Velesos y Wei (1971), y Velesos y Verbic (1973) extendieron las soluciones para cimentaciones circulares en semiespacios hasta rangos de alta frecuencia, además de hacerlo para los casos de materiales viscoelásticos con amortiguamiento histerético lineal.

En los años posteriores los esfuerzos se han enfocado principalmente en la determinación de soluciones para cimentaciones rígidas de formas rectangular y arbitrarias; cimentaciones de rigidez flexionante finita; cimentaciones en suelos heterogéneos y anisotrópicos; y cimentaciones en suelos no lineales.

II.b SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

Para definir un sistema estructural sujeto a cargas dinámicas hay que establecer sus propiedades físicas y mecánicas fundamentales. Un sistema lineal estará definido por su masa; sus propiedades elásticas, flexibilidad o rigidez; sus propiedades de disipación de energía, amortiguamiento viscoso o histérico lineal; y las características de la fuente de excitación externa o carga.

Cuando se modela un sistema estructural mediante un sistema de un grado de libertad (1GDL), cada una de sus propiedades se incorporan en un modelo matemático simple tal como se muestra en la *fig. II.b.1*. En donde, m es toda la masa del sistema, representada por un bloque rígido; las "ruedas" simbolizan la restricción que posee el bloque para trasladarse solamente en la dirección horizontal; la coordenada u , define completamente la posición del bloque durante el movimiento y por tal motivo el sistema posee solamente un grado de libertad. La resistencia elástica al desplazamiento está dada por un resorte sin peso de rigidez k ; mientras que el dispositivo de disipación de energía está representado por un amortiguador viscoso de constante c . La carga externa $p(t)$ que excita al sistema es una función del tiempo.

La ecuación de movimiento para un sistema de 1GDL puede escribirse como

$$m \ddot{u}(t) + c \dot{u}(t) + k u(t) = p(t) \tag{II.b.1}$$

En el caso que $p(t) = 0$, esta ecuación se reduce a la ecuación homogénea, con el término de la derecha igual a

cero:

$$m \ddot{u}(t) + c \dot{u}(t) + k u(t) = 0 \quad \text{(II.b.2)}$$

El movimiento ocasionado por una perturbación inicial y libre de carga externa se llama vibración libre.

La solución de la ec. (II.b.2) es de la forma

$$u = G e^{st} \quad \text{(II.b.3)}$$

donde G es una constante de integración.

Sustituyendo esta última en la ec. (II.b.2) se obtiene la siguiente expresión:

$$((m s^2) + c s + k) G e^{st} = 0 \quad \text{(II.b.4)}$$

Si dividimos (II.b.4) por $G e^{st}$ e introduciendo la notación $u_m^2 = A/m$, obtenemos

$$s^2 + \frac{c}{m} s + \omega_n^2 = 0 \quad \text{(II.b.5)}$$

El valor de s puede ser derivado de esta expresión como función de la constante c . Esto es, el tipo de movimiento definido por la ec. (II.b.2) dependerá del amortiguamiento del sistema. Se comentan a continuación los casos de vibración libre sin amortiguamiento y el de vibración libre amortiguada.

Vibración libre sin amortiguamiento

La ecuación que define la vibración libre de un sistema de 1DDL sin amortiguamiento, $c = 0$, se puede escribir como

$$m \ddot{u}(t) + k u(t) = 0 \quad \text{(II.b.6)}$$

Sustituyendo $c = 0$ en la ec. (II.b.4) se obtiene

$$s = \pm i \omega_n \quad \text{(II.b.7)}$$

Sustituyendo este resultado en (II.b.3), la solución de (II.b.6) se puede escribir en la forma

$$u = G_1 e^{i\omega_n t} + G_2 e^{-i\omega_n t} \quad \text{(II.b.8)}$$

Introduciendo las condiciones iniciales para $t = 0$, $u(0)$ y $\dot{u}(0)$, y simplificando se obtiene

$$u(t) = \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} \operatorname{sen} \omega_n t + u(0) \cos \omega_n t \quad \text{(II.b.9)}$$

Esta solución define un movimiento armónico simple que se representa gráficamente en la fig. II.b.2 donde

ω_n : frecuencia circular natural del sistema [rad/s]

f_n : frecuencia natural del sistema $\left[\frac{\text{ciclos}}{\text{s}} = \text{Hz} \right]$

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad \text{(II.b.10)}$$

$$T: \text{periodo [s]} = \frac{2\pi}{\omega_n} = \frac{1}{f_n} \quad \text{(II.b.11)}$$

$$p: \text{amplitud del movimiento} = \sqrt{u(0)^2 + \left[\frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} \right]^2} \quad \text{(II.b.12)}$$

$$\theta: \text{ángulo de fase [rad]} = \tan^{-1} \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n u(0)} \quad \text{(II.b.13)}$$

Vibración libre amortiguada

Despejando a s de la ec. (II.b.5), se puede escribir

$$s = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \omega_n^2} \quad \text{(II.b.14)}$$

De acuerdo con esta ecuación existen tres tipos de movimientos, dependiendo del signo dentro de la raíz, esto es, signo positivo, negativo o cero.

Comenzaremos considerando la situación límite, es decir, cuando el radical es igual a cero. Esta condición recibe el nombre de **amortiguamiento crítico**. En este caso se tiene que

$$\frac{c}{2m} = \omega_n \quad \text{(II.b.15)}$$

entonces el amortiguamiento crítico c_c se puede escribir como

$$c_c = 2m \omega_n \quad \text{(II.b.16)}$$

Resolviendo la ec. (II.b.20) para este caso e introduciendo condiciones iniciales, se obtiene la respuesta del sistema:

$$x(t) = [x(0) \cos t + \dot{x}(0) t] e^{-\omega_n t} \quad \text{(II.b.17)}$$

La respuesta definida por (II.b.17) se presenta en la fig. II.b.3.

Debe notarse que la respuesta de un sistema de un grado de libertad con amortiguamiento crítico no oscila alrededor de la posición natural o de reposo; el desplazamiento regresa a cero siguiendo una tendencia exponencial. De aquí que se defina al amortiguamiento crítico como la mínima cantidad de amortiguamiento para que no exista oscilación en vibración libre.

Ahora consideremos que el signo dentro del radical en la ec. (II.b.12) es negativo, esto es, si el amortiguamiento

c es menor que $2m\omega_n$. A los sistemas que cumplen esta condición se les llama *sistemas sub-amortiguados*.

Para evaluar la respuesta de este caso es conveniente expresar al amortiguamiento en función de la relación de amortiguamiento crítico:

$$\zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2m\omega_n} \quad \text{CII.b.18}$$

donde ζ es la relación de amortiguamiento.

Resolviendo la ec.CII.b.14 e introduciendo la notación $\omega_D = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ se obtiene

$$s = -\zeta\omega_n \pm i\omega_D \quad \text{CII.b.19}$$

donde ω_D es la frecuencia de vibración amortiguada. Para relaciones de amortiguamiento típicas de estructuras ($\zeta < 0.05$) la frecuencia de vibración amortiguada difiere muy poco de la frecuencia natural del sistema.

Finalmente, introduciendo las condiciones iniciales $u(0)$ y $\dot{u}(0)$ se obtiene

$$u(t) = \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\omega_D} \left[\frac{\dot{u}(0) + u(0)\zeta\omega_n}{\omega_D} \sin \omega_D t + u(0) \cos \omega_D t \right] \quad \text{CII.b.20}$$

En la Fig. II.b.4 se puede observar gráficamente la respuesta del sistema subamortiguado, en donde

$$\rho = \left\{ \left[\frac{\dot{u}(0) + u(0)\zeta\omega_n}{\omega_D} \right]^2 + [u(0)]^2 \right\} \quad \text{CII.b.21}$$

Debe notarse que el sistema sub-amortiguado oscila alrededor de la posición neutral, con una frecuencia natural amortiguada ω_D .

Quando en la ec. (II.b.14) el signo dentro del radical es positivo, $c > 2m\omega_n$, el movimiento resultante se denomina *sobre-amortiguado*. Esta condición puede expresarse mediante la relación de amortiguamiento, cumpliéndose que $\zeta > 1$.

La ec. (II.b.14) puede ser expresarse como función de ζ en la forma:

$$s = -\zeta\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1} = -\zeta\omega_n \pm \hat{\omega} \quad \text{(II.b.22)}$$

donde

$$\hat{\omega} = \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1} \quad \text{(II.b.23)}$$

La respuesta del sistema queda dada por

$$u(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \left[A \sinh \hat{\omega} t + B \cosh \hat{\omega} t \right] \quad \text{(II.b.24)}$$

donde A y B son evaluadas con las condiciones iniciales.

El movimiento de un sistema sobre-amortiguado no es oscilatorio; es similar al de amortiguamiento crítico, pero su regreso a la posición neutral es más lenta que el del sistema con amortiguamiento crítico, siendo más lenta la respuesta cuanto mayor es el sobre-amortiguamiento.

Este tipo de amortiguamiento no se encuentra normalmente en los sistemas estructurales.

Vibración forzada

Quando un sistema dinámico es excitado por una fuerza externa $p(t)$ durante un cierto tiempo, se produce en el sistema una vibración que se conoce como vibración forzada.

La ecuación general de movimiento de un sistema

masa-amortiguador-resorte sujeta a una excitación forzada tiene la forma de la ec. (II.b.1).

Si dividimos (II.b.1) por m y sustituimos $c/m = 2\zeta \omega_n$ y $k/m = \omega_n^2$, se llega a

$$\ddot{u}(t) + 2\zeta\omega_n \dot{u}(t) + \omega_n^2 u(t) = \frac{1}{m} p(t) \quad \text{(II.b.25)}$$

La solución general de ec. (II.b.25), independientemente del tipo de excitación a que este sometido, puede obtenerse con la suma de la solución homogénea y la solución particular; esto es

$$u(t) = u_h(t) + u_p(t) \quad \text{(II.b.26)}$$

donde

$u_h(t)$: solución homogénea o complementaria para $p(t) = 0$
 $u_p(t)$: solución particular.

La solución homogénea se puede obtener igualando la ec. (II.b.25) con cero, obteniéndose la siguiente respuesta:

$$u_h(t) = e^{-\zeta\omega_n t} (A \cos \omega_p t + B \sin \omega_p t) \quad \text{(II.b.27)}$$

donde

A y B son constantes de integración que dependen de las condiciones iniciales. Estas constantes en el caso de que las condiciones iniciales de la solución particular sean cero, no serán las mismas que para el caso de vibración libre.

La solución particular $u_p(t)$, se obtiene por inspección o por métodos formales.

Vibración armónica

Ahora si consideramos que la excitación es de tipo

senoidal de amplitud P_0 y frecuencia de excitación ω , esto es

$$p(t) = P_0 \text{ sen } \omega t$$

(II. b. 28)

la solución $u_p(t)$ se puede obtener por inspección. Se comprueba que la solución particular es también armónica y tiene la misma frecuencia ω ; debido a que en la ec. (II. b. 1) se tienen las dos primeras derivadas de $u(t)$, la solución no sólo debe contener $\text{sen } \omega t$ sino también $\text{cos } \omega t$. Por lo que la forma general de la solución particular es

$$u_p(t) = C_1 \text{ sen } \omega t + C_2 \text{ cos } \omega t$$

(II. b. 29)

Sustituyendo la ec. (II. b. 29) en la (II. b. 28) obtenemos:

$$-u'' (C_1 \text{ sen } \omega t + C_2 \text{ cos } \omega t) + 2\xi\omega u' (C_1 \text{ sen } \omega t + C_2 \text{ cos } \omega t) + \omega^2 (C_1 \text{ sen } \omega t + C_2 \text{ cos } \omega t) = (P_0/m) \text{ sen } \omega t$$

(II. b. 30)

Separando en ambos lados los múltiplos de seno y coseno, se obtienen dos expresiones algebraicas

$$[C_1 (\omega n^2 - \omega^2) - 2 C_2 (\omega n - \omega)] \text{ sen } \omega t = P_0/m \text{ sen } \omega t$$

$$[2 C_1 (\omega n + \omega) + (\omega n^2 - \omega^2) C_2] \text{ cos } \omega t = 0$$

(II. b. 31)

Estas expresiones deben cumplirse individualmente ya que los términos seno y coseno son nulos a tiempos distintos. Dividiendo entre ωn^2 , reagrupando términos y cancelando funciones trigonométricas se obtiene

$$(1 - \beta^2) C_1 - 2\xi\beta C_2 = P_0/k$$

$$2\xi\beta C_1 + (1 - \beta^2) C_2 = 0$$

(II. b. 32)

donde $\beta = \omega n/\omega$. Resolviendo estas ecuaciones simultáneamente se llega a:

$$C_1 = \frac{P_0}{k} \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}$$

$$C_2 = \frac{P_0}{k} \frac{-2\xi\beta}{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}$$

(II. b. 33)

Sustituyendo este resultado en la ec. (II. b. 28), podemos escribir la solución particular como

$$u_p = \frac{P_0}{k} \frac{1}{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} \left[(1 - \beta^2) \operatorname{sen} \omega t - 2\xi\beta \operatorname{cos} \omega t \right]$$

(II. b. 34)

por lo que la solución general es

$$u(t) = e^{-\xi\omega_d t} \left[A \operatorname{cos} \omega_d t + B \operatorname{sen} \omega_d t \right] + \frac{P_0}{k} \frac{1}{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} \left[(1 - \beta^2) \operatorname{sen} \omega t - 2\xi\beta \operatorname{cos} \omega t \right]$$

(II. b. 35)

El primer término de esta expresión representa la respuesta transitoria de la carga aplicada. Se observa que este término decrece en forma exponencial a medida que t aumenta. El segundo término de la ec. (II. b. 35) define la respuesta estacionaria o establecida del sistema, la cual tiene la misma frecuencia de excitación que la carga aplicada, pero se encuentra fuera de fase.

La respuesta estacionaria puede representarse en forma vectorial en un diagrama de Argand. En la fig. II. b. 6. se muestra dicha representación.

El módulo de la resultante de los dos vectores corresponde a la amplitud de la respuesta establecida, esto es

$$p = \frac{P_0}{k} \left[\frac{1}{(1-\beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2} \right]^{1/2} = \frac{P_0}{k [(1-\beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2]^{1/2}} \quad \text{(II. b. 36)}$$

y la distancia angular que va atrasada la respuesta de la excitación, es decir, el ángulo de fase ϕ está dado por

$$\phi = \text{ang tan} \frac{2\zeta\beta}{1 - \beta^2} \quad 0 < \phi < 180^\circ \quad \text{(II. b. 37)}$$

De estas expresiones, la respuesta estacionaria puede ser escrita en la forma siguiente:

$$u(t) = p \text{ sen } (\omega t - \phi) \quad \text{(II. b. 38)}$$

Una medida conveniente del efecto de la naturaleza dinámica de la carga es la relación entre el desplazamiento de ésta y el desplazamiento que se produciría al aplicar la carga como si se aplicara en forma estática, conocida como relación de la respuesta dinámica o respuesta normalizada:

$$\begin{aligned} R(t) &= \frac{u(t)}{u_{\text{est}}(t)} = \frac{u(t)}{P_0/k} = \frac{p}{P_0/k} \text{ sen } (\omega t - \phi) \\ &= \frac{P_0}{[(1-\beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2]^{1/2}} \text{ sen } (\omega t - \phi) \end{aligned}$$

(II. b. 39)

donde

$$\frac{P_0}{k} u_{\text{est}}: \text{ desplazamiento estático, producido por la carga } P_0 \text{ aplicada estáticamente.}$$

El valor máximo de $R(t)$ está dado por

$$\text{Def } R(t) \Big|_{\text{max}} = \frac{u(t)}{u_{\text{est}}} = \frac{u(t)}{P_0/k} = \frac{p}{P_0/k} = \frac{P_0}{[(1-\beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2]^{1/2}} \quad \text{(II. b. 40)}$$

el cual se conoce como *factor de magnificación dinámica* o *función de amplificación*.

De la ec. (II.b.40) se observa que cuando un sistema se encuentra en resonancia ($\beta = 1$) el factor de magnificación es inversamente proporcional a la relación del amortiguamiento:

$$D_{\beta=1} = \frac{1}{2\zeta} \quad \text{(II.b.41)}$$

Debe notarse que esta expresión no corresponde exactamente a la respuesta máxima del sistema amortiguado; la cual se tiene para un valor $\beta = \sqrt{1 - 2\zeta^2}$, y corresponde a

$$D_{\text{max}} = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad \text{(II.b.42)}$$

La gráfica de D vs. β (D vs. T) se llega a denominar espectro de respuesta o curva de amplificación dinámica (fig. II.b.8).

Representación compleja de la vibración armónica

La respuesta a excitación armónica puede obtenerse utilizando la representación compleja de la excitación y de la respuesta. A continuación se desarrolla el análisis mediante este tipo de representación el cual es mucho más conveniente (como será evidente en secciones que se tratan más adelante). Utilizando la fórmula de Euler en la forma:

$$e^{i\omega t} = \cos \omega t + i \sin \omega t \quad \text{(II.b.43)}$$

para el caso de una excitación cosenoidal, la función $P_0(t)$ será:

$$p(t) = P_0 \cos \omega t = P_0 \operatorname{Re} \left[e^{i\omega t} \right] \quad \text{(II.b.44)}$$

mientras que para una excitación senoidal se tendrá:

$$p(t) = P_0 \cos \omega t = P_0 \operatorname{Re} \left[e^{i\omega t} \right] \quad (\text{II.b.45})$$

En las ecuaciones anteriores $\operatorname{Re}(\)$ e $\operatorname{Im}(\)$, denotan la parte real y la parte imaginaria de la función respectivamente. Considerese ahora el mismo sistema dinámico excitado de dos maneras independientes: $p(t) = P_0 \cos \omega t$ y $p(t) = P_0 \sin \omega t$. Si se denota la respuesta del sistema como u_1 y u_2 asociadas respectivamente a las funciones de carga anteriores, las ecuaciones de equilibrio correspondientes serán:

$$m \ddot{u}_1 + c \dot{u}_1 + k u_1 = P_0 \cos \omega t \quad (\text{II.b.46})$$

$$m \ddot{u}_2 + c \dot{u}_2 + k u_2 = P_0 \sin \omega t \quad (\text{II.b.47})$$

multiplicado por $i = \sqrt{-1}$ a (II.b.47) se puede escribir,

$$i (m \ddot{u}_2 + c \dot{u}_2 + k u_2) = i (P_0 \sin \omega t) \quad (\text{II.b.48})$$

la cual no altera lo que está entre paréntesis; esto es, las cantidades y funciones siguen siendo reales. Sumando las ecs. (II.b.46) y (II.b.48) se obtiene:

$$m (\ddot{u}_1 + i \ddot{u}_2) + c (\dot{u}_1 + i \dot{u}_2) + k (u_1 + i u_2) = P_0 (\cos \omega t + i \sin \omega t) \quad (\text{II.b.49})$$

si se define

$$u(t) = u_1(t) + i u_2(t) \quad (\text{II.b.50})$$

se puede expresar (II.b.49) en la forma

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = P_0 e^{i\omega t} \quad (\text{II.b.51})$$

donde se garantiza que las dos soluciones se mantienen por separado, esto es, si la excitación está definida por

(II.b.44) la respuesta correspondiente estará contenida en la parte real de la respuesta compleja, $u_1(t) = \text{Re} \{u(t)\}$, mientras que si la excitación está definida por (II.b.45), la respuesta asociada estará en la parte imaginaria, $u_2(t) = \text{Im} \{u(t)\}$.

La solución particular de (II.b.51) se expresa como:

$$u(t) = UC\omega e^{i\omega t} \quad \text{(II.b.52)}$$

$$\dot{u}(t) = i\omega UC\omega e^{i\omega t} \quad \text{(II.b.53)}$$

$$\ddot{u}(t) = -\omega^2 UC\omega e^{i\omega t} \quad \text{(II.b.54)}$$

donde $UC\omega$ representa la amplitud de la respuesta compleja en estado estacionario, o establecido, la cual es una función de ω y de las características del sistema dinámico. Sustituyendo las anteriores expresiones en en la ec. (II.b.51), se obtiene:

$$(-\omega^2 m + i\omega c + k) UC\omega e^{i\omega t} = P_0 e^{i\omega t} \quad \text{(II.b.55)}$$

cancelando el factor $e^{i\omega t}$ a ambos lados de la ecuación

$$(-\omega^2 m + i\omega c + k) UC\omega = P_0 \quad \text{(II.b.56)}$$

La ec. (II.b.56) es independiente de t y define el estado estacionario del sistema en el dominio de la frecuencia ω . De donde,

$$\begin{aligned} UC\omega &= \frac{P_0}{k - \omega^2 m + i\omega c} = \frac{P_0}{k \left(1 - \omega^2 m/k + i \omega c/k \right)} \\ &= \frac{P_0}{k \left(1 - \beta^2 + i 2\zeta\beta \right)} \end{aligned} \quad \text{(II.b.57)}$$

La ec. (II.b.57) se puede expresar como

$$u(t) = P_0 H(j\omega)$$

CII. b. 580

donde

$$H(j\omega) = \frac{1}{A [1 - \beta^2 + j 2\zeta\beta]}$$

CII. b. 590

La función compleja $H(j\omega)$ se le conoce como *función de respuesta en frecuencia* (o de *transferencia*) del sistema, la cual define la respuesta establecida de un sistema sujeto a excitación armónica unitaria ($P_0 = 1$), o a la relación que existe entre la amplitud de la respuesta establecida y la amplitud de la excitación. Las soluciones correspondientes a las funciones de carga (CII. b. 44) y (CII. b. 45) serán

$$u_1(t) = \Re e [u(t)] = \Re e [H(j\omega) e^{j\omega t}] = P_0 \Re e [H(j\omega) e^{j\omega t}]$$

CII. b. 600

$$u_2(t) = \Im m [u(t)] = \Im m [H(j\omega) e^{j\omega t}] = P_0 \Im m [H(j\omega) e^{j\omega t}]$$

CII. b. 610

y por las propiedades de los números complejos se tiene que

$$H(j\omega) e^{j\omega t} = |H(j\omega)| e^{j(\omega t - \phi)}$$

CII. b. 620

donde

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{A} \left[\frac{1}{(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2} \right]^{1/2} =$$

$$= \frac{1}{A [(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2]^{1/2}}$$

CII. b. 630

$$\cos \phi = \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2}^{1/2}$$

CII. b. 640

$$\operatorname{sen} \phi = \frac{2\xi\beta^2}{[(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2]^{1/2}} \quad \text{CII. b. 65}$$

$$y \quad \tan \phi = \frac{2\xi\beta}{1-\beta^2} \quad \text{CII. b. 66}$$

Las ecs. CII. b. 60) y CII. b. 61) pueden expresarse como

$$\begin{aligned} u_1(t) &= P_0 |HK\omega| \operatorname{Re} \left[e^{i(\omega t - \phi)} \right] = P_0 |HK\omega| \cos(\omega t - \phi) \\ &= P_0 |HK\omega| (\cos \omega t \cos \phi + \operatorname{sen} \omega t \operatorname{sen} \phi) \end{aligned} \quad \text{CII. b. 67}$$

$$\begin{aligned} u_2(t) &= P_0 |HK\omega| \operatorname{Im} \left[e^{i(\omega t - \phi)} \right] = P_0 |HK\omega| \operatorname{sen}(\omega t - \phi) \\ &= P_0 |HK\omega| (\operatorname{sen} \omega t \cos \phi - \cos \omega t \operatorname{sen} \phi) \end{aligned} \quad \text{CII. b. 68}$$

La ec. CII. b. 68) y las ecs. CII. b. 67) y CII. b. 69) son equivalentes y definen la respuesta en el dominio del tiempo del sistema excitado por una función senoidal (ec. CII. b. 29) o CII. b. 40); igualandose se obtiene

$$\rho = P_0 |HK\omega| \quad \text{CII. b. 69}$$

y por otra parte

$$R(t)_{\text{max}} = D = A |HK\omega| \quad \text{CII. b. 70}$$

Resonancia

Cuando la relación de frecuencias β es cercana a la unidad en sistemas ligeramente amortiguados, la respuesta establecida tiende al máximo. La condición cuando la frecuencia de la carga es igual a la frecuencia de vibración del sistema se llama resonancia.

Para un sistema amortiguado en la resonancia, el término seno contribuye poco a la amplitud de la respuesta, además la frecuencia amortiguada es muy cercana a la frecuencia no amortiguada, entonces la relación de la respuesta dinámica es aproximadamente:

$$R(t) = \frac{1}{2\zeta} (e^{-\zeta\omega t} - 1) \cos \omega t \quad \text{CII.b.71}$$

La respuesta resonante para un sistema sin amortiguamiento es:

$$R(t) = \frac{1}{2} (\sin \omega t - \omega t \cos \omega t) \quad \text{CII.b.72}$$

En la fig. II.b.7 se presentan las gráficas de las respuestas definidas por las ecs. CII.b.71 y CII.b.72.

Respuesta a cargas de impulso

Si un sistema de 100L es excitado por un simple impulso de duración relativamente corta se ha observado que el amortiguamiento tiene muy poco efecto en la respuesta máxima del sistema, debido a que las fuerzas amortiguadoras no alcanzan a disipar una cantidad de energía importante.

La magnitud de la respuesta dinámica que resulta de la aplicación de esta carga depende de la relación entre la duración de la carga y el periodo de vibración de la estructura.

En general, la respuesta máxima producida por el impulso es de mayor interés práctico, que la historia completa de la respuesta. Esta respuesta máxima ocurre, generalmente inmediatamente después de aplicada la carga.

Si graficamos la respuesta de un sistema de este tipo, en función del factor de magnificación dinámica y la relación de la duración del impulso y el periodo natural de

la estructura T_0/T , se obtiene una curva llamada espectro de respuesta. Esta gráfica puede ser usada para estimar el efecto máximo que una carga de impulso tiene un sistema.

Respuesta a cargas periódicas

Quando un sistema de IGDL es excitado por una carga periódica, la respuesta puede expresarse con las mismas ecuaciones obtenidas para el sistema sometido a excitación armónica. Para ello es necesario expresar la carga periódica en la forma de una serie de Fourier. La respuesta de cada término de las series es simplemente la respuesta a una carga armónica y, por el principio de superposición, la suma de las respuestas separadas correspondiente a cada término es la respuesta total del sistema.

Cualquier carga periódica, puede ser expresada mediante una serie de Fourier:

$$p(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{2\pi n}{T_0} t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{2\pi n}{T_0} t \quad \text{CII. b. 730}$$

donde

T_0 : Periodo de la carga

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} p(t) dt \quad \text{CII. b. 740}$$

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} p(t) \cos \frac{2\pi n}{T_0} t dt \quad \text{CII. b. 750}$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} p(t) \sin \frac{2\pi n}{T_0} t dt \quad \text{CII. b. 760}$$

La respuesta establecida de un sistema de IGDL sin amortiguamiento correspondiente a cada término seno de las

series de carga armónica está dada en la forma de las ec. (II.b.88). Quitando el término transitorio ésta se puede escribir como

$$u_n(t) = \frac{b_n}{k} \frac{1}{1 - \beta_n^2} \operatorname{sen} n\omega_1 t \quad \text{(II.b.77)}$$

donde $\beta_n = \frac{\omega_n}{\omega} = \frac{n T}{T_p} = \frac{n \omega_1}{\omega}$

Similarmente, la respuesta establecida asociado con cada término coseno de la serie está dada por

$$u_n(t) = \frac{a_n}{k} \frac{1}{1 - \beta_n^2} \operatorname{cos} n\omega_1 t \quad \text{(II.b.78)}$$

Finalmente la respuesta establecida de la componente constante es la deflexión estática

$$u_0 = \frac{a_0}{k} = \text{cte} \quad \text{(II.b.79)}$$

La respuesta total puede ser expresada como la suma individual de las expresiones de la respuesta para todos los elementos de la serie, esto es

$$u(t) = \frac{1}{k} \left[a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 - \beta_n^2} (a_n \operatorname{cos} n\omega_1 t + b_n \operatorname{sen} n\omega_1 t) \right] \quad \text{(II.b.80)}$$

Ahora, si se desea determinar la respuesta de un sistema de IGD con amortiguamiento sujeto a una carga periodica será necesario, siguiendo el mismo razonamiento, sustituir la respuesta armónica amortiguada. En éste caso la respuesta establecida es:

$$u(t) = \frac{1}{k} \left[a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1 - \beta_n^2)^2 + (2\beta_n)^2} \left\{ \left[a_n \frac{2\beta_n}{\beta_n} + b_n(1 - \beta_n^2) \right] \sin \omega_n t + \left[a_n(1 - \beta_n^2) - b_n \frac{2\beta_n}{\beta_n} \right] \cos \omega_n t \right\} \right] \quad (II.b.81)$$

Respuesta a cargas arbitrarias

Una carga arbitraria $p(t)$ puede ser considerada como la suma de cargas de impulso ($p(\tau)$) de corta duración ($d\tau$), fig. II.b.8.

La respuesta total de este sistema puede ser obtenida calculando la suma de la respuesta de todas las diferenciales desarrolladas durante la historia de carga:

$$u(t) = \frac{1}{m\omega} \int_0^t p(\tau) \sin \omega(t-\tau) d\tau$$

(II.b.82)

Dicha integral, es conocida con el nombre de integral de Duhamel, la cual puede usarse para evaluar la respuesta de sistemas de 1GDL correspondiente a cualquier tipo de carga dinámica $p(t)$.

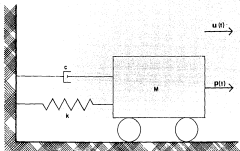


Fig. 11-5-1 SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD

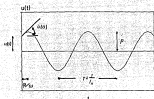


Fig. 1b.2 Vibración libre no amortiguada

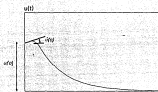


Fig. 1b.3 Vibración libre con amortiguamiento crítico

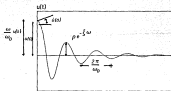


Fig. 1b.4 Vibración libre amortiguada. Sistema sub-amortiguado

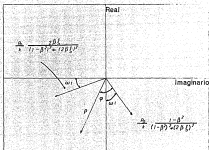


Fig. II.b.5 Diagrama de Argand para la respuesta establecida

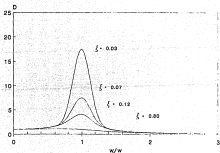
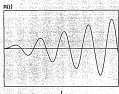
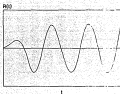


Fig. II.b.6 Variación del factor de magnificación dinámica con el amortiguamiento y la frecuencia.



a) Sistema sin amortiguamiento



b) Sistema con amortiguamiento

Fig. II.b.7 Respuesta en la resonancia

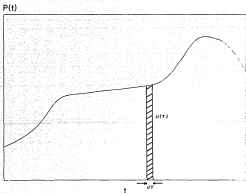


Fig.II.b.8 Carga arbitraria

II.c Amortiguamiento

Las fuerzas amortiguadoras, o disipadoras, en materiales estructurales y en los suelos resultan de una combinación de varios mecanismos de disipación de energía. En general se acepta que la mayor cantidad de la energía disipada se produce por fricción interna, comportamiento no lineal, histéretico inelástico y deslizamiento irreversible entre partículas minerales, por una parte, y el flujo de agua intersticial (poros) en materiales de varias fases (tales como suelos cohesivos y arenas saturadas) por otra.

Una descripción exacta del amortiguamiento requiere de un análisis dinámico no lineal en el dominio del tiempo, sin embargo, algunas aproximaciones útiles pueden hacerse en cálculos prácticos con sólo dos tipos de amortiguamientos: amortiguamiento viscoso y amortiguamiento histéretico lineal. La analogías y diferencias entre estos dos tipos de amortiguamiento se tratan a detalle a continuación.

Amortiguamiento viscoso

Considerese un sistema de 1GDL, con masa m , constante de amortiguamiento c y constante de rigidez k , sujeto a una excitación armónica con frecuencia ω . El movimiento está descrito por

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = p(t) \quad \text{(II.c.1)}$$

siendo

$$p(t) = P_0 \left[\cos \omega t + i \sin \omega t \right] \quad \text{(II.c.2)}$$

cuya respuesta estacionaria esta dada por

$$u(t) = W(\omega) \sin C \omega t + \phi$$

(II.c.3)

La velocidad y aceleración correspondientes a este movimiento son respectivamente:

$$\dot{u}(t) = \omega W(\omega) \cos C \omega t - \phi$$

(II.c.4)

$$\ddot{u}(t) = \omega^2 W(\omega) \sin C \omega t - \phi$$

(II.c.5)

siendo

$$W(\omega) = \frac{p(\omega)}{k} \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + C^2 \beta^2}} \quad \beta = \frac{\omega}{\omega_n}$$

(II.c.6)

La energía disipada por el amortiguamiento en un ciclo es

$$E_d = \int_{0 \text{ a } 2\pi/\omega} F_d du = \int_0^{2\pi/\omega} F_d \dot{u} dt = \int_0^{2\pi/\omega} c \dot{u}^2 dt = \pi c \omega W(\omega)^2$$

(II.c.7)

donde

E_d : Energía disipada por el amortiguador en un ciclo.

F_d : Fuerza amortiguadora = $c \dot{u}$

Si graficamos $p(t)$ versus u del sistema de IGD, se obtiene una curva cerrada de forma elíptica; el área de la elipse es la cantidad de energía que se disipa en un ciclo, la cual es directamente proporcional al coeficiente de amortiguamiento c , a la frecuencia excitadora ω y al cuadrado de la amplitud de la respuesta. En la fig. II.c.1 se presenta la gráfica $p(t)/P_0$ versus $\omega/W(\omega)$ correspondiente a $\beta = 0.8$.

Se puede expresar la energía disipadora en función de

la relación de amortiguamiento crítico (viscoso), se tiene

$$E_a = 2 \pi \zeta k \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right) W \omega^2 \quad \text{(II.c.8)}$$

esta ecuación puede escribirse de la siguiente manera

$$\zeta = \frac{E_a}{2 \pi k W \omega^2} \left(\frac{\omega_n}{\omega} \right) \quad \text{(II.c.9)}$$

Por otra parte, la energía elástica promedio en un ciclo de deformación es

$$E_r = \int_{\text{ciclo}} F_r \, du = \int_0^{2\pi/\omega} F_r \, u \, dt = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} F_r \, u \, dt = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} k \, u^2 \, dt = \frac{1}{2} k W \omega^2 \quad \text{(II.c.10)}$$

siendo

E_r : Energía elástica promedio.

F_r : es la fuerza en el resorte = $u \cdot k$.

En este caso la energía máxima de deformación se da durante la elongación máxima del resorte.

Si se gráfica la fuerza en el resorte F_r contra el desplazamiento, se obtiene una línea recta; siendo el área bajo ésta la energía elástica promedio en un ciclo de deformación. En la fig. II.c.2 se gráfica F_r/P_0 versus $u/W\omega^2$

$$E_r = \frac{W \omega^2 k}{2} = \text{área} \quad \text{(II.c.11)}$$

esta ecuación puede escribirse de la forma siguiente:

$$k = \frac{2 E_r}{W \omega^2} \quad \text{(II.c.12)}$$

Sustituyendo la ec. (II.c.12) en la ec. (II.c.9) se tiene

$$\begin{aligned} \zeta &= \frac{E_s}{E_r} \frac{E_s}{4\pi \omega C \omega^2} \left(\frac{\omega \omega}{\omega} \right) = \frac{4C \omega^2}{2 E_r} \\ &= \frac{1}{4\pi} \frac{E_s}{E_r} \left(\frac{\omega \omega}{\omega} \right) \end{aligned}$$

(II.c.13)

en esta ecuación pareciera que el factor de amortiguamiento es inversamente proporcional a ω , sin embargo, E_s es proporcional a ω .

Si se define la relación de amortiguamiento de energía o capacidad de amortiguamiento como

$$\psi = \frac{E_s}{E_r} = \frac{\pi c \omega}{\frac{1}{2} k \omega^2} = 2\pi \frac{c}{k} \omega$$

(II.c.14)

la cual expresa la relación de energía total disipada en un ciclo de movimiento, y la máxima energía elástica almacenada en el resorte. Sustituyendo $c/k = 2\zeta/\omega$ en la expresión anterior se obtiene

$$\psi = 4\pi \zeta \left(\frac{\omega}{\omega} \right)$$

(II.c.15)

se puede observar que la relación de energía es proporcional a ω . La obtención de ψ , puede hacerse directamente de experimentos independientemente del tipo de mecanismo de disipación del material, esto es, no se necesita hacer ninguna hipótesis a cerca del tipo de mecanismo de disipación.

Amortiguamiento histéretico lineal

Los experimentos realizados en muchos materiales de construcción, incluidos los suelos, bajo deformaciones cíclicas muestran que E_s en una buena medida independiente de la frecuencia y dependiente de la deformación (máxima)

alcanzada. Este hecho ha motivado la creación del concepto de amortiguamiento histérico lineal, o amortiguamiento estructural, el cual se define con propiedad en el dominio de la frecuencia. En un oscilador con amortiguamiento histérico lineal, las fuerzas disipativas se considera que continúan estando en fase con la velocidad de deformación, pero proporcionales con el desplazamiento (deformación). Si llamamos F_{dh} a la fuerza amortiguadora, o disipativa, histérica, se puede escribir:

$$F_{dh} = 2 \zeta h k |u| \cos(\omega t - \phi) \quad \text{(II.c.16)}$$

donde $\cos(\omega t - \phi) = \frac{v}{|u|}$ define que la fuerza disipadora está en fase con la velocidad.

La energía disipadora en un ciclo es

$$E_d = 2\pi \zeta h k \omega \omega^2 \quad \text{(II.c.17)}$$

y la relación de energía es

$$\psi = \frac{2\pi \zeta h k \omega \omega^2}{\frac{1}{2} k \omega \omega^2} = 4\pi \zeta h \quad \text{(II.c.18)}$$

notese que esta relación es independiente de ω .

La fracción de amortiguamiento histérico ζh puede concebirse como un amortiguamiento viscoso con viscosidad inversamente proporcional a la frecuencia. Comparando las ecs. (II.c.16) y (II.c.18) se obtiene

$$\zeta = \zeta h \frac{\omega m}{k} \quad \text{(II.c.19)}$$

Si comparamos la respuesta armónica estacionaria de dos sistemas de IGD con la misma masa m y rigidez k , pero uno con amortiguamiento viscoso ζ y otro con amortiguamiento

histerético ζ_h , se observará movimientos iguales solamente a una frecuencia; esta frecuencia es aquella en la que se tiene la misma relación de energías y para ambos sistemas. Para sistemas ligeramente amortiguados, la mejor concordancia para cualquier frecuencia se obtiene cuando los dos sistemas tienen la misma relación de energía en la resonancia ($\omega_n = \omega$); esto implica $\zeta = \zeta_h$.

Para ilustrar lo anterior considerese la función de amplificación dinámica y el ángulo de fase de los 2 sistemas considerados, a saber:

$$D = \frac{A}{P_0/k} = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2}} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \phi = \text{ang tan } \frac{2\zeta\beta}{1-\beta^2} \end{array} \right\} \text{viscoso}$$

$$D_h = \frac{A_h}{P_0/k} = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\zeta_h)^2}} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \phi_h = \text{ang tan } \frac{2\zeta_h}{1-\beta^2} \end{array} \right\} \text{histerético}$$

en las figs. II.c.3 y II.c.4 se muestra los resultados para $\zeta = 0.20$. Si se considera $\zeta > 0.20$ las diferencias son todavía menores, como es el caso de la mayoría de los sistemas estructurales que se encuentran en la práctica.

Rigidez compleja

Una interpretación alternativa de los conceptos de amortiguamiento viscoso e histerético lineal puede hacerse con las nociones de rigidez compleja. Con este fin, la ecuación de movimiento se escribe en la misma forma que para un oscilador no amortiguado, pero la rigidez se considera como una función compleja de la frecuencia:

$$m \ddot{u} + k^* u = P_0 e^{i\omega t}$$

en donde k^* es de la forma

$$k^* = a + i b \quad \text{(II.c.26)}$$

Es fácil ver que los sistemas viscoso e histérico lineal son casos particulares:

$$\left. \begin{aligned} k^* &= k + i \omega c && \text{para sistema viscoso} \\ k^* &= k + i B \left\{ \begin{array}{l} h k \\ c \end{array} \right\} && \text{para sistema histérico lineal} \\ &= k (1 + i B \left\{ \begin{array}{l} h \\ c \end{array} \right\}) \end{aligned} \right\}$$

Amortiguamiento en los suelos

En la fig. II.c.5a se muestra la relación esfuerzo-deformación de la mayoría de los suelos cuando se someten a cargas cíclicas. Como se observa el comportamiento es análogo al de un sistema capaz de disipar energía como se ha discutido anteriormente. Con el fin de tomar en cuenta éste comportamiento es común considerar que el suelo es un material visco-elástico. Para el caso de excitación armónica a una frecuencia ω , se puede demostrar, Bland (1980) que las amplitudes de los esfuerzos y las deformaciones, ahora complejas, satisfacen la ley de Hooke en la cual los módulos elásticos (M : módulo confinado y G : módulo cortante) son números complejos (G^* , M^*)

$$G^* = G \left(1 + i \frac{\omega G_2}{G_1} \right) \quad \text{(II.c.27)}$$

siendo

- G_1 : módulo de rigidez elástico.
- G_2 : módulo de rigidez de la viscosidad. El valor de G_2 está relacionado con las propiedades del ciclo esfuerzo-deformación que se muestra en la fig. II.c.5 b mediante la ecuación

$$\gamma = \frac{E_s}{E_r} = 2\pi \frac{\sin \phi}{G}$$

(II.c.23)

Si se considera

módulo viscoso:

$$G_2 = cte + \gamma \omega$$

módulo histerético lineal: $\omega G_2 = cte + \gamma$ independiente ω

$$\gamma G_2 = \frac{1}{\omega}$$

se deduce de esto

$$\frac{\sin \phi}{G} = 2 \zeta$$

(II.c.24)

Un material para el cual G^* y M^* son independientes de la frecuencia, se llama material histerético constante; tales materiales cuando se someten a carga cíclicas presentan lazos histeréticos elípticos de los cuales, la forma y la pendiente son independientes de la frecuencia. Este comportamiento está en acuerdo razonable con el comportamiento observado de los suelos.

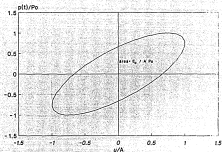


Fig. 11.1 Relación fuerza-desplazamiento normalizada correspondiente a $\beta = 0.8$.

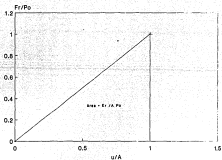


Fig. 11.2 Relación fuerza-desplazamiento normalizada.

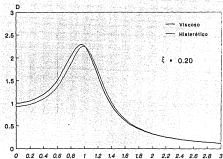


Fig. Ilc.3 Factor de magnificación vs. relación de frecuencias

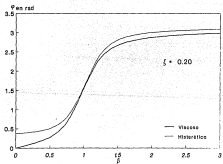


Fig. Ilc.4 Angulo de fase vs. relación de frecuencias

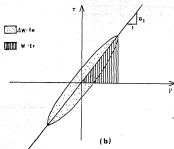
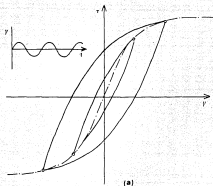


Fig. 11.0.6 a) Curvas histeréticas esfuerzo-deformación correspondientes a carga cíclica en corte simple
b) Módulo efectivo y capacidad de amortiguamiento

II.d Disposiciones Reglamentarias para considerar la interacción suelo-estructura de acuerdo al RCDF-87,

Como se dijo en el Capítulo I, han existido a lo largo del tiempo una serie de reglamentaciones, con el fin de considerar los efectos de los movimientos sísmicos en el diseño de estructuras. En julio de 1987, el Departamento del Distrito Federal, publicó en el Diario Oficial, el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF-87), y en noviembre del mismo año publicó las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño por Sismo (NTCS).

En el apéndice contenido en las NTCS del RCDF-87 se presenta un criterio para considerar de forma aproximada los efectos de la interacción suelo-estructura. A continuación se hace un resumen de dicho apéndice.

El apéndice A4 indica que el coeficiente sísmico obtenido del art. 208 del RCDF-87, podrá reducirse si se conoce el periodo dominante más largo del terreno, T_s , y la estructura analizada no se encuentra en la zona sombreada (fig. 3.1 del apéndice) de las zonas II y III para estructuras del grupo B; el nuevo valor de c se calculará de acuerdo a la siguiente expresión

$$c = \frac{1.5 T_s}{4 + T_s} \quad \text{(II.d.1)}$$

y 1.5 veces éste valor para estructuras del grupo A. En estos sitios se tendrá

$$T_s = 0.84 T_e \quad \text{en la zona II}$$

(II.d.2)

$$\left. \begin{aligned} T_a &= 0.35 T_o \\ T_{p(vib)} &= 0.64 \pi \end{aligned} \right\} \text{ en la zona III}$$

(II.d.3)

y

$$T_b = 1.2 T_o \quad \text{en ambas zonas}$$

(II.d.4)

Estas normas indican que con estos valores de c , T_a y T_b se calculan los espectros de diseño corregidos por interacción lo cuales se obtienen con las siguientes expresiones:

$$a = (1+3T/T_o)c/4, \text{ si } T \text{ es menor que } T_o$$

$$a = c, \text{ si } T \text{ está entre } T_a \text{ y } T_b$$

$$a = c (T_b/T)^r, \text{ si } T \text{ excede de } T_b, \text{ siendo } r \text{ igual a } 2/3 \text{ para zona II y } 1 \text{ para zona III.}$$

(II.d.5)

donde T es el periodo natural de vibración.

Con el fin de considerar los efectos de interacción suelo-estructura se propone incrementar el periodo fundamental de vibración y los desplazamientos calculados para la estructura como si ésta estuviera apoyada en una base infinitamente rígida. Este incremento del periodo se calcula mediante la expresión

$$T_1 = (T_o^2 + T_a^2 + T_b^2)^{1/2}$$

(II.d.6)

siendo:

- T_1 : Periodo fundamental de vibración en la dirección que se analiza corregido por interacción del suelo.
- T_o : Periodo fundamental que tendría la estructura si se apoyara sobre una base rígida.
- T_a : Periodo natural que tendría la estructura si fuera infinitamente rígida y si su base sólo pudiera trasladarse en la dirección que se analiza. Para su cálculo, las NTCS proponen suponer que los

desplazamientos de la base están limitados por un resorte elástico con rigidez K_x , en ton/m, y por consiguiente se tiene:

$$T_x = 2\pi \left(\frac{W_0}{g K_x} \right)^{1/2} \quad \text{CII. d. 7)}$$

donde:

W_0 : Peso neto de la construcción al nivel de desplante, en ton; incluirá el peso del cimiento menos el peso del suelo desplazado por la subestructura. Este valor no será menor que el 0.7 del peso total de la estructura al nivel de la base de desplante.

g : Aceleración de la gravedad, en m/s^2 .

T_r : Periodo natural que tendría la estructura si fuera infinitamente rígida y si su base sólo pudiera girar en la dirección que se analiza. De la misma forma que para el cálculo de T_x , se supone que la base está restringida por un elemento de rigidez elástica K_r , en ton m/rad, obteniéndose la siguiente expresión:

$$T_r = 2\pi \left(\frac{J}{g K_r} \right)^{1/2} \quad \text{CII. d. 8)}$$

en donde

J : Momento neto de inercia de peso de la construcción en ton-m^2 , con respecto al eje de rotación, descontando el momento de inercia de la masa del suelo desplazado por la subestructura. Esta diferencia no se tomará menor del 70% del momento de inercia calculado con el peso de la construcción.

Las NTCS indican que para construcciones desplantadas sobre zapatas corridas con dimensión mayor en la dirección que se analiza o sobre losas o cascarón que abarque toda el

área de cimentación y que posean suficiente rigidez y resistencia para suponer que su base se desplaza como cuerpos rígidos, los valores de K_x y K_r se obtendrán de la tabla A7.1 de las NTCS (Tabla II.d.1) en función de sus radios equivalentes respectivos los cuales se obtienen con las siguientes expresiones:

$$K_x = (A/n)^{1/2} \quad \text{CII.d.9}$$

$$K_r = (4 I/n)^{1/4} \quad \text{CII.d.10}$$

donde

A: Área neta de la cimentación, en m^2 .

I: Momento de inercia neta del área respecto al eje centroidal perpendicular a la dirección de análisis.

Tratándose de construcciones suficientemente rígidas y resistentes, cimentadas sobre zapatas corridas con dimensión corta en la dirección que se analiza, y de construcciones sobre zapatas aisladas, los coeficientes K_x y K_r de la cimentación se calcularán mediante las fórmulas:

$$K_x = \sum_{i=1}^n K_{xi} \quad \text{CII.d.11}$$

$$K_r = \sum_{i=1}^n x_i^2 K_{vi} \quad \text{CII.d.12}$$

en las que

i : denota los valores correspondientes a la zapata i -ésima;

x_i : es la distancia, en dirección de análisis, entre el centroide de la planta de cimentación;

K_{xi} y K_{vi} se determinan de la Tabla II.d.1 empleando el valor de K_x que corresponde a la zapata en cuestión.

En el caso de cimentaciones sobre pilotes de punta, la

influencia de los pilotes en el valor de K_p se considera con el segundo término de la expresión correspondiente de la Tabla II.d.1, empleando para el cálculo de K_p la siguiente expresión:

$$K_p = \sum_{i=1}^n k_{pi} d_i^3$$

(II.d.13)

en la que n es el número de pilotes, y k_{pi} y d_i son respectivamente la rigidez vertical y distancia del pilote i -ésimo al eje centroidal de rotación.

Por último las NTCS, señalan que el valor del módulo de rigidez al corte G , deberá obtenerse de pruebas dinámicas o de laboratorio; en caso de no contar con tales, las NTCS proponen su estimación mediante la expresión:

$$G = 2 \left[\frac{H}{T_s} \right]^2$$

(II.d.14)

donde:

- H : Profundidad de los depósitos firmes profundos, medidos desde la superficie del terreno, en metros.
- T_s : Período dominante más largo o fundamental del terreno en el sitio de interés, en segundos.

En caso de no contarse con H o T_s , se propone tomar el valor más desfavorable de G , el cual estará comprendido dentro del rango

$$400 \leq G \leq 900, \text{ ton/m}^2$$

Se considera justificado el análisis considerando los efectos de interacción en las zonas II y III (transición y lacustre) del RCDP-87; esto se debe a que la respuesta de las estructuras en estas zonas cambia de manera considerable especialmente en el periodo, el amortiguamiento del sistema

y al modo de vibrar cuando se ven sometidas a una excitación sísmica. El RCDP-87, en los métodos de análisis hace la suposición que la estructura se encuentra desplantada sobre una base rígida, y para considerar la flexibilidad del suelo propone la modificación del periodo del sistema y los espectros de diseño. A pesar de que esto es un primer paso para la consideración de los efectos de interacción, aún falta por considerarse de forma explícita la manera que el amortiguamiento se ve afectado por la interacción.

En las NTCS para considerar el diseño sísmico con el método estático indica que es suficiente conocer el periodo fundamental de la estructura; en cambio para el diseño modal se debe considerar el incremento en el modo fundamental, ésto por el efecto de la interacción.

En la zona II

Prof. de desplante D	Kx	Kr	Kv Losa	Kv Zapata
≤ 1m	110 Rk	70 Rr ^B	200 Rk	120 Rk
≥ 3m	160 Rk	110 Rr ^B	290 Rk	200 Rk

En la zona III

D	Kx	Kr			Kv
		sobre el terreno	sobre pilotes de fricción	sobre pilotes de punta	
≤ 1m	70 Rk	60 Rr ^B	70 Rr ^B	$60Rr^B + \frac{1}{\frac{1}{40Rr^B} + \frac{1}{Kp}}$	120Rk
≥ 3m	80 Rk	90 Rr ^B	110 Rr ^B	$90Rr^B + \frac{1}{\frac{1}{40Rr^B} + \frac{1}{Kp}}$	160Rk

Nota: Para profundidades de desplante entre 1 y 3 m interpólese linealmente entre los valores de la tabla.

Tabla II.d.1 Valores de Kx, Kr y Kv

III. RIGIDEZES DINAMICAS DE CIMENTACIONES

III.1 INTRODUCCION

La determinación de funciones de impedancia, o rigideces dinámicas, ha sido un tema de gran interés en los últimos 30 años relacionado con el diseño sísmico de estructuras especiales, tales como plantas de energía nuclear o estructuras sobre suelos blandos, y con el diseño de cimentaciones para maquinaria. Para considerar los efectos de la interacción suelo-estructura era práctica común modelar al suelo de cimentación mediante resortes y amortiguadores invariantes de la frecuencia de excitación, los cuales se calculaban para cimentaciones idealizadas como discos superficiales apoyados sobre suelo uniforme. Este criterio ha cambiado notablemente. Se ha observado analítica y experimentalmente, la rigidez y la capacidad de disipar energía de los sistemas suelo-estructura, dependen principalmente de la frecuencia de excitación, de la forma y profundidad de desplante de la cimentación y de las características físicas y mecánicas de los depósitos de suelo subyacentes. Las funciones de impedancia proveen una forma conveniente de tratar el problema; representan, de manera conceptual, resortes y amortiguadores dependientes de la frecuencia de excitación y de las características del sistema. En la actualidad se cuenta con diferentes formulaciones y programas de computadora desarrollados para obtener soluciones numéricas para casos específicos. Existen soluciones analíticas para casos simples y se han presentado expresiones aproximadas y procedimientos simplificados para una variedad de situaciones.

El propósito de este Capítulo es el de revisar los

conceptos básicos asociados con la definición de función de impedancia para análisis dinámico de cimentaciones y discutir su significado físico; describir los procedimientos más importantes para el cálculo de funciones de impedancia; mostrar algunos resultados analíticos y numéricos para casos simples; y presentar alguna de las aproximaciones propuestas para algunos casos. La función de impedancia del sistema de 1SDL sirve de base para establecer una analogía práctica con las funciones de impedancia para análisis dinámico de cimentaciones rígidas.

El uso de funciones de impedancia para obtener la respuesta de cimentaciones lleva consigo la idealización del suelo como un material de comportamiento lineal. A pesar que el suelo es un material claramente no-lineal, las soluciones lineales pueden ser usadas en muchos problemas prácticos en los que se presentan deformaciones pequeñas o moderadas siempre y cuando las propiedades de los suelos sean determinadas con criterio (usando por ejemplo una linealización equivalente). Si las deformaciones son mayores, se requiere efectuar análisis no lineal. Esa área, apesar de los esfuerzos invertidos, requiere de mayor investigación y desarrollo para su aplicación práctica.

III.b FUNDAMENTOS

La respuesta armónica de una cimentación, o base, rígida apoyada en el suelo puede describirse por seis componentes de movimiento: tres desplazamientos y tres rotaciones (Fig. III.b.1a). Esta puede vibrar en los modos de traslación vertical, horizontal (transversal) u horizontal longitudinal, o puede oscilar en los modos rotacionales de torsión, cabeceo (transversal), o cabeceo longitudinal. En la Fig. III.b.1b se ilustran las variables de las componentes del movimiento asociados con estos modos.

Para el caso de cimentaciones que poseen dos ejes de

simetría en planta (e.g. formas axisimétricas o rectangulares, incluyendo las franjas de longitud infinita) de igual profundidad de desplante en toda el área, los modos vertical y torsional se encuentran desacoplados de otros modos de vibrar (esto es, una fuerza vertical aplicada en el centro de masa de la cimentación produce solamente desplazamientos verticales, y un momento torsional producirá únicamente rotaciones torsionales), mientras que los modos horizontal y de cabeceo a lo largo y alrededor de los ejes principales están asociados con desplazamientos y rotaciones a lo largo y alrededor de los mismos ejes. Bajo esas condiciones, el movimiento puede descomponerse y estudiarse analizando los diferentes modos de vibrar independientemente. Para los modos vertical y torsional, el sistema se reduce a uno de un grado de libertad (1GDL) respectivamente; para los modos horizontales y de cabeceo, transversal o longitudinal, el sistema se reduce a un sistema de 2GDL (acoplados) para cada uno de los ejes principales. En el caso de cimentaciones superficiales, o muy poco entebidas, los desplazamientos horizontales debidos a el cabeceo y las rotaciones debidas a traslaciones horizontales son pequeñas y pueden despreciarse. Lo anterior implica que esos modos pueden analizarse independientemente como si estuvieran desacoplados. A medida que la profundidad de desplante se incrementa, las componentes acopladas aumentan y deben ser consideradas en el análisis.

Si se asocia rigidez a cada uno de los 6 modos discutidos, la matriz de rigideces de la cimentación que relaciona las componentes del movimiento con las fuerzas y momentos aplicados, se puede expresar, incluyendo las rigideces acopladas correspondientes, en la forma

$$[K] \{ u \} = \{ P \}$$

(III.b.1a)

donde

$$\begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{yx} & K_{yy} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_y & K_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{yy} & K_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \theta \\ v \\ \psi \\ u \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x \\ P_\theta \\ P_y \\ P_\psi \\ P_z \\ P_\phi \end{bmatrix}$$

(III.b.1b)

y $K_{x\theta} = K_{\theta x}$ y $K_{y\psi} = K_{\psi y}$. Si la cimentación es circular o cuadrada entonces se tiene que $K_{xx} = K_{yy} = K_N$; $K_{\theta\theta} = K_{\psi\psi} = K_T$; $K_{x\theta} = K_{\theta x} = K_{y\psi} = K_{\psi y} = K_{rh}$ ($K_{rh} = K_{rh}$).

Considerese el caso de una cimentación rígida de forma circular con masa M y radio R sobre un semiespacio elástico sujeto a la acción de una fuerza armónica vertical, como se muestra en la fig. III.b.8. Las propiedades del semiespacio quedan definidas por su densidad específica ρ , relación de Poisson ν y módulo de cortante G . La fuerza armónica vertical, especificada en forma compleja, se expresa como

$$p_v(t) = P e^{i\omega t}$$

(III.b.2)

donde ω es la frecuencia circular de excitación y P es la amplitud de la fuerza, ya sea constante, $P = P_0$, o una función de ω , $P = P(\omega)$. El problema es determinar los desplazamientos verticales, $w(t)$, en la cimentación en estado estacionario.

El sistema así definido puede descomponerse en dos separando de manera conceptual, la cimentación del suelo de apoyo. En la fig. III.b.3a, se muestran el diagrama de cuerpo libre de la cimentación aislada. La reacción del suelo sobre la cimentación, es la resultante de la presión de contacto en la interfaz suelo-cimentación, $r(t)$. En esos términos, la ecuación de equilibrio dinámico de la

cimentación puede escribirse como

$$M u(t) + r(t) = p(t)$$

CIII.b.33

La ec. CIII.b.33 admite fuerzas dinámicas de tensión entre el suelo y la cimentación; en la práctica estas fuerzas son compensadas por las fuerzas asociadas a los esfuerzos estáticos impuestos por el peso propio de la cimentación.

Por otra parte, la acción del cimiento sobre el suelo de apoyo, fig. III.b.3b, es igual a $r(t)$ pero con signo contrario, e implica que las condiciones de frontera, en el área de contacto y fuera de ésta se satisfagan. Esto es, dentro del área de contacto se tienen condiciones cinemáticas prescritas por la rigidez del cimiento: $u(t)$ es igual en todos los puntos de la superficie de contacto; en cualquier otro punto de la superficie los esfuerzos son nulos. Un problema de equilibrio con estas características se conoce en Mecánica con el nombre de *problema de condiciones de frontera mixtas*. La respuesta en el estado estacionario implica que las funciones $r(t)$ y $u(t)$ pueden expresarse de la siguientes manera:

$$r(t) = R u_0 e^{i\omega t}$$

CIII.b.43

$$u(t) = k u_0 e^{i\omega t}$$

CIII.b.53

Las funciones R y k son, respectivamente, las amplitudes complejas de la reacción del suelo y del desplazamiento vertical del suelo en la base de la cimentación, dependientes de la frecuencia de excitación, ω . La relación entre las ecs. CIII.b.43 y CIII.b.53 se puede expresar como

$$K_V = \frac{r(t)}{w(t)} = \frac{R(\omega) e^{i\omega t}}{k(\omega) e^{i\omega t}} = \frac{R(\omega)}{k(\omega)}$$

(III.b.6)

La función K_V define la relación fuerza-desplazamiento del sistema en estado estacionario en cualquier instante t , la cual es igual a la relación de amplitudes complejas respectivas. Se desprende, por lo tanto, que K_V es una función de la frecuencia de excitación, $K_V = K_V(\omega)$.

La ec. (III.b.6) define el concepto de función de impedancia, o rigidez dinámica, asociado con el sistema suelo-cimentación considerado; debe destacarse que todas las características del problema están incluidas (a. i., las condiciones cinemáticas que impone la cimentación rígida al suelo de apoyo y las propiedades físicas y mecánicas del suelo), excepto la inercia de la masa de la cimentación. Como reacción del suelo se entiende la reacción total del suelo en el contacto con la cimentación. En el caso de una cimentación embebida la resultante de los esfuerzos cortantes que se desarrollan en las paredes laterales formarán parte de esa reacción.

Si se sustituye la ec. (III.b.6) en (III.b.3), la ecuación que gobierna el movimiento se puede escribir como

$$M \ddot{w}(t) + K_V w(t) = p(t)$$

(III.b.7)

Sustituyendo las ecs (III.b.2) y (III.b.5) en ésta expresión se obtiene

$$\left[-\omega^2 H + K_V \right] k(\omega) e^{i\omega t} = p e^{i\omega t}$$

(III.b.8)

Dividiendo por el término $e^{i\omega t}$, se llega a la ecuación de equilibrio correspondiente en el dominio de la frecuencia:

$$\left[-\omega^2 H + K_v \right] kC\omega = P$$

(III. b. 9)

Despejando a k de la última expresión se obtiene la amplitud de los desplazamientos:

$$kC\omega = \frac{P}{K_v - \omega^2 H}$$

(III. b. 10)

Finalmente, sustituyendo este resultado en (III. b. 5) la respuesta del sistema en el dominio del tiempo puede expresarse como

$$w(t) = \frac{P}{K_v - \omega^2 H} e^{i\omega t}$$

(III. b. 11)

El problema planteado se resuelve entonces en dos pasos:

- 1) Evaluación de la función de impedancia del sistema suelo-cimentación como función de la frecuencia de excitación ω y las características del sistema, excluyendo la masa de la cimentación ($M = 0$);
- 2) Cálculo de la respuesta del sistema resolviendo la ecuación de equilibrio (III. b. 7) donde se incluye los efectos de inercia de la cimentación (y cualquier otro elemento que grave sobre la cimentación, e.g., estructura o maquinaria) y la función de impedancia calculada en el paso 1.

La impedancia representa una función compleja de la frecuencia, la cual se puede expresar para cualquiera de los modos discutidos anteriormente como

$$K_m C\omega = K_{1m} C\omega + i K_{2m} C\omega$$

(III. b. 12)

donde el subíndice m , denota el modo de vibración. Para una cimentación circular $m = v$ (vertical), h (horizontal), r (rotación o cabeceo) y t (torsión).

La parte real de la función refleja la inercia y la rigidez del suelo de cimentación. La parte imaginaria representa la capacidad del suelo de apoyo de disipar energía en la forma de amortiguamiento material y de amortiguamiento geométrico (por radiación). El amortiguamiento material está asociado con las propiedades intrínsecas de los suelos; para deformaciones pequeñas o moderadas, siendo los efectos viscosos de poca importancia y el amortiguamiento puede considerarse de tipo histerético. El amortiguamiento geométrico, es el asociado con las ondas libres de esfuerzo que se propagan hacia fuera (irradian) de la cimentación y se disipan en el medio. Si el suelo de cimentación fuese perfectamente elástico ésta sería la única forma de disipar energía el sistema. En el caso de un semiespacio elástico las ondas de cuerpo (ondas de compresión y de cortante) que se propagan hacia abajo y las ondas de superficie (ondas Rayleigh) propagándose radialmente contribuyen a la atenuación de la energía; para un semiespacio con $\nu = 0.25$, el 33% de la energía se disipa en la forma de ondas de cuerpo y el 67% en la forma de ondas de superficie. En el caso de un estrato sobre una frontera rígida (roca sana), solamente se disipa energía en la forma de ondas superficiales en dirección radial ya que las ondas de cuerpo se reflejan en la frontera rígida. Por lo tanto, el amortiguamiento geométrico para un sistema dado dependerá de la cantidad de atenuación de las ondas generadas (en el caso de un problema sísmico, también reflejadas) por la cimentación la cual es una función de las propiedades, geometría y dimensiones del medio de apoyo. De acuerdo con la teoría de propagación de ondas, el fenómeno de resonancia no se presenta en semiespacio ya que no existen ondas reflejadas en ese caso. El amortiguamiento geométrico se expresa matemáticamente en la forma de un amortiguamiento de

tipo viscoso.

Descomponiendo la parte imaginaria de la ec. (III.b.12), la función de impedancia puede expresarse en la forma

$$K_m(\omega) = K_m^e \omega + i \omega C_m(\omega) \quad \text{(III.b.13)}$$

Si se denota como K_m^e a la rigidez estática del sistema para el modo m ($K_m(\omega = 0) = K_m^e$), la expresión anterior puede escribirse como

$$K_m(\omega) = K_m^e \{ h_m(\omega) + i \omega c_m(\omega) \} \quad \text{(III.b.14)}$$

El término complejo, entre paréntesis, se nombra *parte dinámica* de la función de impedancia la cual define la variación de la función de impedancia con la frecuencia. Las funciones $h_m(\omega)$ y $c_m(\omega)$ reciben el nombre de *coeficientes dimensionales de rigidez y amortiguamiento* respectivamente, o *rigideces dinámicas dimensionales*. Para fines prácticos y en los casos en que el suelo de cimentación se idealiza de manera simple (caracterizado por una velocidad de onda cortante V_s), resulta conveniente expresar la función de impedancia, y en particular los coeficientes dimensionales, en términos de la frecuencia adimensional α_0 . Esto es,

$$K_m(\alpha_0) = K_m^e \{ h_m(\alpha_0) + i \alpha_0 c_m(\alpha_0) \} \quad \text{(III.b.15)}$$

donde

$$\alpha_0 = \frac{\omega R}{V_s} \quad \text{(III.b.16)}$$

y R es la dimensión característica del cimiento en planta (radio o semiancho). Para el caso de una cimentación circular superficial sobre un semiespacio elástico (amortiguamiento histerético nulo), las rigideces dinámicas

adimensionales del modo vertical, $k_v(\omega)$ y $c_v(\omega)$, como función de ω se presenta en la fig. III.b.4 para diferentes relaciones de Poisson. La rigidez estática correspondiente, de acuerdo con la Teoría de la Elasticidad, se expresa en forma explícita como (Boussinesq 1885)

$$K_v^0 = \frac{4GR}{1-\nu} \quad \text{CIII.b.17}$$

La relación que guardan los coeficientes adimensionales de la ec. (CIII.b.17) y los términos de la función de impedancia en la forma básica (CIII.b.13) es simplemente

$$K_m(\omega) = K_m^0 k_m(\omega) \quad \text{CIII.b.18}$$

$$C_m(\omega) = K_m^0 \frac{R}{V} c_m(\omega) \quad \text{CIII.b.19}$$

Las funciones de impedancia representan entonces una forma matemática conveniente para modelar al suelo de cimentación mediante resortes y amortiguadores dependientes de la frecuencia ω . En la fig. III.b.5 se ilustra este concepto para el modo vertical discutido. En forma totalmente análoga, el concepto se puede extender para los otros modos de vibración posibles de la cimentación. En ese caso la matriz de rigideces definida en la ec. (CIII.b.12) puede interpretarse como la matriz de funciones de impedancia, o rigideces dinámicas, del sistema considerado. Tomando en cuenta que las funciones de impedancia están definidas con respecto a la base de la cimentación, para una cimentación con BOD, la ecuación de equilibrio dinámico (CIII.b.7) se puede generalizar en la forma

$$\left[M \right] \left\{ u(t) \right\} + \left[K \right] \left\{ u(t) \right\} = \left\{ p(t) \right\} \quad \text{CIII.b.20}$$

donde, para un cimentación circular se tiene

$$[M] = \begin{bmatrix} H & MH_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ MH_c & J_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H_c & MH_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & MH_c & J_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & H & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_z \end{bmatrix}$$

(III.b.21)

$$[K] = \begin{bmatrix} K_h & K_{hr} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{rh} & K_r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_h & K_{hr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{rh} & K_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_t \end{bmatrix}$$

(III.b.22)

y en donde J_y es el momento inercial de masa de la cimentación con respecto a los ejes de referencia en la base de la cimentación. Con este caso $J_x = J_y$ y H_c es la altura del centro de masa con respecto a la base de la cimentación. Los componentes del vector de desplazamientos están referidos a la base de la cimentación y el vector de cargas contiene las fuerzas y momentos aplicados en el centro de masa de la cimentación.

Antes de estudiar las funciones de impedancia de los densa modos de vibración, conviene estudiar la posibilidad de modelar al suelo de cimentación como un sistema dinámico de 1GDL y establecer una comparación con las función de impedancia de cimentaciones.

Modelación mediante un sistema dinámico de 1GDL

Si consideramos la respuesta establecida de un sistema dinámico de 1GDL, la ecuación de equilibrio dinámico se escribe como

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = p(t)$$

(III.b.83)

donde m , c y k son la masa, la constante del amortiguamiento y la constante del resorte respectivamente. La carga armónica queda definida en la forma

$$p(t) = P_0 e^{i\omega t}$$

(III.b.84)

donde P_0 es la amplitud compleja de la carga y ω es la frecuencia angular de excitación. La respuesta estacionaria se puede expresar como

$$u(t) = W(\omega) e^{i\omega t}$$

(III.b.85)

siendo $W(\omega)$ la amplitud compleja de la respuesta. Si se sustituye las eqs. (III.b.84) y (III.b.85) en (III.b.83) obtenemos

$$(k - \omega^2 m + i c \omega) W(\omega) = P_0$$

(III.b.86)

De esta última, se puede obtener la relación fuerza-desplazamiento o función de impedancia del sistema de 1GDL:

$$\frac{P_0}{W(\omega)} = (k - \omega^2 m + i c \omega)$$

(III.b.87)

Factorizando k de esta última y sustituyendo $\omega n^2 = k/m$ y $c/k = 2\xi/\omega n$ obtenemos

$$W(\omega) = \frac{P_0}{W(\omega)} = k \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega n^2} + i \omega \frac{2\xi}{\omega n} \right)$$

(III.b.88)

En la ecuación anterior la función de impedancia del sistema de 1GDL se expresa como un producto de la rigidez o constante del resorte, invariante con la frecuencia de

excitación, y un término entre paréntesis, que define la variación de la función de impedancia con la frecuencia. La parte real de la expresión entre paréntesis contiene las propiedades de inercia y rigidez del sistema, y define la variación de la rigidez del sistema con la frecuencia. La parte imaginaria, representa la capacidad del sistema de disipar energía proporcionalmente con la velocidad, esto es en forma de amortiguamiento viscoso. Si denotamos

$$k(\omega) = 1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \quad \text{(III.b.29)}$$

$$c(\omega) = \frac{2\beta}{\omega_n} \quad \text{(III.b.30)}$$

se puede establecer una comparación entre éstos últimos y los coeficientes de rigideces dinámicas normalizados correspondientes a la función de impedancia de la cimentación circular sobre un semiespacio elástico homogéneo discutida anteriormente.

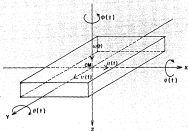
En la *fig.* III.b.7 se presenta la gráfica de $k(\omega)$ versus ω/ω_n . En las *figs.* III.b.8 y III.b.9 se muestran las gráficas de $c(\omega)$ versus ω/ω_n y $\omega c(\omega)$ versus ω/ω_n para los casos de amortiguamiento viscoso e histerético. Este último se obtiene sustituyendo $\xi = \xi_h \frac{\omega_n}{\omega}$ en la ec. (III.b.30), esto es:

$$c(\omega) = \frac{2 \xi_h}{\omega_n} \frac{\omega_n}{\omega} = \frac{2 \xi_h}{\omega} \quad \text{(histerético)} \quad \text{(III.b.31)}$$

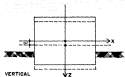
Si comparamos estos resultados gráficos con los presentados en la *fig.* III.b.4 se observa que la parte real de la función de impedancia del sistema de IGDL tiene gran similitud con la correspondiente de la cimentación para el caso en que $\nu = 0.05$. Por otra parte, la parte imaginaria de la función de impedancia, ec. (III.b.30), del sistema de IGDL también presenta gran similitud con la correspondiente a la del sistema susoestructura sujeto a excitación

armónica vertical.

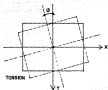
Como también se observa para los casos en que $\mu = 0.8$ la parte real del sistema de IGDL no exhibe, cualitativamente, tanta coincidencia.



(a)

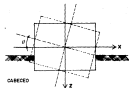


VERTICAL

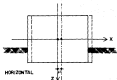


TORSION

(b)



CABECED



HORIZONTAL

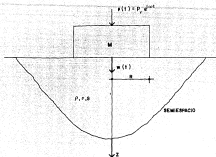


Fig III. b. 1 CIMENTACION CIRCULAR SOBRE UN SEMIESPACIO ELASTICO

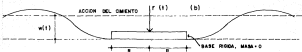
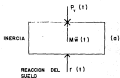


FIG. III. b. 2 a) DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE DE LA CIMENTACION
b) ACCION DEL CIMENTO SOBRE EL SUELO

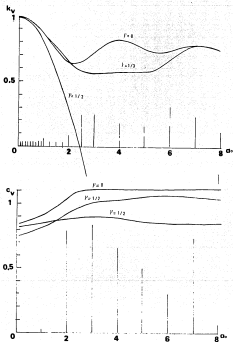


Fig. III.5.4 Dependence dispoziției adimensionalizate k_w și c_w de Q_0 caracterizând în condiții de simetrie sferică dispersiile pentru condiții de simetrie sferică omogenă pentru diferitele valori ale lui α .

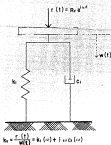
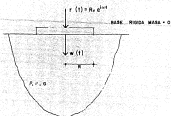


Fig. III-5.5 MODELACION DEL SUELO MEDIANTE FUNCIONES DE IMPEDANCIA.

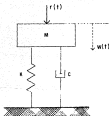
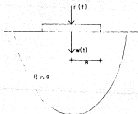


Fig. III-5.6 MODELACION DEL SUELO MEDIANTE UN SISTEMA DINAMICO DE UN GRADO DE LIBERTAD

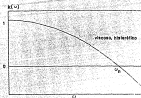


Fig. 11b.7 Variación de la rigidez dinámica con la frecuencia de excitación

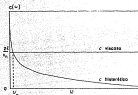


Fig. 11b.8 Variación de la amortiguación dinámica con la frecuencia de excitación

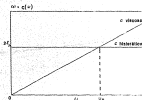


Fig. 11b.9 Variación de $w - c$ con la frecuencia de excitación

IV. MODELO DE INTERACCION SUELO ESTRUCTURA

IV.a IDEALIZACION DEL SUELO Y LA ESTRUCTURA

En la *Fig. II.a.1* se presenta la idealización del sistema suelo-estructura utilizada para este trabajo. El suelo de cimentación se considera un medio elástico estratificado en dirección horizontal, formado por N estratos homogéneos de espesor h_i , módulo de rigidez cortante G_i , relación de Poisson ν_i , densidad específica ρ_i ($\rho_i = \gamma_i/g$) y fracción de amortiguamiento histéretico ζ_i . Este medio estratificado se supone apoyado en una formación indeformable, que podría ser considerada una roca sana, a una profundidad H_0 con respecto a la superficie.

El sistema estructural está formado por un cajón de cimentación rígido con forma circular de radio R , desplazado a una profundidad D con respecto a la superficie del suelo, con masa M_c y un momento inercial de masa J_c con respecto al centro de gravedad del cajón ubicado a una profundidad H_c . Se considera que éste sólo tiene dos grados de libertad, uno de translación horizontal y otro de rotación o cabeceo. El grado de libertad de translación vertical se desprecia porque el componente de aceleración vertical de sismos típicos es pequeño con respecto a los componentes horizontales; el caso del grado de libertad a torsión no se considera en este trabajo.

Sobre el cajón de cimentación se encuentra apoyada una estructura con masa M_e , ubicada a una altura H_e , con respecto a la superficie del terreno, y propiedades de rigidez y amortiguamiento lineales K_e y C_e .

La idealización de la estructura corresponde directamente a una estructura de un piso con un grado de libertad o, a una estructura modal equivalente asociada a un modo cualquier de vibración de un sistema lineal de n grados de libertad.

Esto último se consigue reemplazando la masa, rigidez, amortiguamiento y altura de la estructura de un piso por parámetros modales equivalentes para el modo de vibrar de interés.

Para cada uno de los modos de vibrar de un sistema de n grados de libertad, estos parámetros son la masa equivalente, M_m , la altura equivalente, H_m , la rigidez equivalente, K_m , y el amortiguamiento viscoso equivalente, C_m , que se definen como (Fig. IV. a. 20)

$$M_m = M_m^* = \frac{\left(\sum n_j \phi_{j,m} \right)^2}{\sum n_j \phi_{j,m}^2} \quad \text{CIV. a. 19}$$

$$H_m = H_m^* = \frac{\sum n_j \phi_{j,m} h_j}{\sum n_j \phi_{j,m}} \quad \text{CIV. a. 20}$$

$$K_m = K_m^* = 4 \pi^2 M_m / T_m^2 \quad \text{CIV. a. 20}$$

$$C_m = C_m^* = \zeta_m \left(2 \sqrt{K_m M_m} \right) \quad \text{CIV. a. 40}$$

donde

n_j : masa del piso j .

h_j : altura de la base de la estructura al piso j .

$\phi_{j,m}$: componente j del vector característico de desplazamientos normalizados del modo m .

T_m : periodo natural de la estructura del modo m .

ξ_n : fracción del amortiguamiento crítico (viscoso) del modo n.

Los modos y periodos de vibrar pueden obtenerse planteando el problema de valores y vectores característicos. Este se puede expresar en la forma

$$\left[\underline{K} - \omega^2 \underline{M} \right] \left\{ \underline{u} \right\} = \left\{ \underline{0} \right\} \quad \text{(IV.a.53)}$$

donde

\underline{K} y \underline{M} son la matriz de masa y rigidez del sistema estructura

ω es la frecuencia natural (circular) de vibración.

Desarrollando el determinante del sistema (IV.a.53) e igualando a cero, se obtiene una ecuación algebraica de grado n, cuya solución conduce a n valores de ω_j^2 , es decir a n valores positivos de frecuencias de vibrar ω_j . Recordando que

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{(IV.a.54)}$$

se pueden obtener los periodos de vibrar. El periodo mayor correspondera al primer modo y el menor al n-ésimo modo.

Para obtener el vector característico del modo n de modos de vibrar, $\{ \phi \}_n$, se resuelve la siguiente ecuación:

$$\left[\underline{K} - \omega_n^2 \underline{M} \right] \{ \phi \}_n = \underline{0} \quad \text{(IV.a.73)}$$

para la frecuencia correspondiente al modo n.

Para ningún modo se obtienen soluciones únicas, sino solamente valores relativos entre los componentes ϕ_{jn} , es decir, no están definidas las amplitudes de vibración de las

masas, sino la relación entre ellas.

Este método es el más exacto para la obtención de modos y periodos, pero se torna laborioso cuando se trata de resolverlo a mano, aún para sistemas con un número relativamente bajo de grados de libertad. Por lo que diversos autores han desarrollado métodos numéricos de aproximaciones sucesivas. Entre los métodos más comunes se encuentran los métodos de Newmark y el de Holister.

El método de Newmark está basado en el proceso iterativo de Stodola-Vianello; éste método es aplicable al cálculo del modo fundamental de estructuras con modo de vibrar cercanamente acopladas y en las que se consideran las masas de los entrepisos concentradas en los niveles de piso. El método de Holister, es empleado para obtener los modos superiores de vibrar ($m > 1$); éste sólo se puede utilizar en estructuras sencillas acopladas, de las cuales se ha obtenido su primer modo, por cualquier otro método.

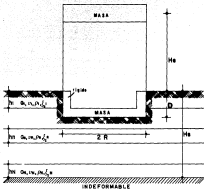
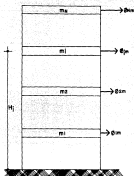
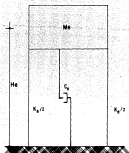


Fig. IV.2.1 IDEALIZACION DEL SUELO Y LA ESTRUCTURA



BASE RIGIDA



BASE RIGIDA

MODOS m_i ($m = 1, 2, \dots, N$)

$$M_e = \frac{\sum m_i \phi_{im}^2}{\sum m_i \phi_{im}}$$

$$H_e = \frac{\sum m_i \phi_{im} H_i}{\sum m_i \phi_{im}}$$

$$K_e = 4\pi^2 \frac{M_e}{T_e^2}$$

$$T_e = 2\pi \sqrt{1/K_e M_e}^{1/2}$$

PARA EL MODO FUNDAMENTAL ($m=1$) DE EDIFICIOS:

$$M_e \approx 0.75 \sum m_i$$

$$H_e \approx 0.75 H_n$$

IV.4.7 PARAMETROS MODALES EQUIVALENTES

IV.b MODELO MATEMATICO

Para simplificar la solución del problema de la interacción suelo-estructura se puede dividir en dos etapas: la determinación de las funciones de impedancia o rigideces dinámicas para los grados de libertad de la cimentación supuesta perfectamente rígida y sin masa; y el cálculo de la respuesta estructural del sistema real considerando que está apoyada sobre resortes y amortiguadores (fig. V.b.1), cuyas constantes son obtenidas en la primer etapa y sujeta al movimiento de campo libre, el cual está definido por el movimiento que se presentaría en la base de la cimentación como si ésta no existiera.

La idealización del suelo y la estructura discutida conduce a un modelo o sistema de tres grados de libertad. Las ecuaciones diferenciales de equilibrio dinámico o movimiento se plantean a continuación. De acuerdo con la fig. IV.b.2 se tiene:

$$\sum F_h \text{ en A} = 0$$

$$M_b (C_{ba} \ddot{u}_a + \ddot{u}_a + N \ddot{\phi}) + C_a \dot{u}_a + K_a u_a = - \ddot{u}_a M_b$$

(IV.b.1)

$$\sum F_h \text{ en B} = 0$$

$$M_b (C_{ba} \ddot{u}_a + \ddot{u}_a + N \ddot{\phi}) + M_b (C_{br} \ddot{u}_r + M_r \ddot{\phi}) + C_{br} \dot{u}_r + C_{hr} \dot{\phi} +$$

$$+ K_{br} u_r + K_{hr} \phi = - \ddot{u}_a (M_b + M_r)$$

(IV.b.2)

$$\sum M \text{ en } C = 0$$

$$M_b (\ddot{u}_b + \ddot{w}_b + N \ddot{\phi}) + M_c M_b \ddot{w}_c + (C_r + M_b^2 M_c) \ddot{\phi} + C_r \ddot{\phi} +$$

$$C_{rh} \ddot{w}_c = K_h \ddot{\phi} + K_{hr} \ddot{w}_c = -\ddot{w}_c (M_b N + M_b M_c)$$

CIV. b. 30

en donde $N = M_b + D$, $C_{hr} = C_{rh}$ y $K_{hr} = K_{rh}$.

En forma matricial se tiene:

$$[M] \{ \ddot{u} \} + [C] \{ \dot{u} \} + [K] \{ u \} = \ddot{w}_c \{ \bar{R} \}$$

CIV. b. 43

en donde

$$\{ u \} = \begin{Bmatrix} \ddot{u}_b \\ \ddot{w}_c \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} ; \quad \{ \bar{R} \} = \begin{Bmatrix} M_b N \\ M_b N + M_b M_c \\ M_b N + M_b M_c^2 \end{Bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} M_b & M_b & M_b N \\ M_b & M_b + M_c & M_b N + M_b M_c \\ M_b N & M_b N + M_b M_c & M_b N + M_b M_c^2 + M_b N^2 \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_b & 0 & 0 \\ 0 & C_h & C_{hr} \\ 0 & C_{hr} & C_r \end{bmatrix} ; \quad [K] = \begin{bmatrix} K_b & 0 & 0 \\ 0 & K_h & K_{hr} \\ 0 & K_{hr} & K_r \end{bmatrix}$$

Los grados de libertad del sistema considerados son: u_b = deformación de la estructura, w_c = desplazamiento de la base de la estructura y ϕ = rotación de la cimentación.

Como se observa los elementos de las matrices $[C]$ y $[K]$, asociados los grado a de libertad de la cimentación están dados por las impedancias correspondientes C en su forma dada por la ec. (III. b. 30).

Debido a que las matrices $[C]$ y $[K]$ son dependientes de

la frecuencia de excitación ($C_1 = C_1 \omega$, $C_2 = C_2 \omega$ y $C_3 = C_3 \omega$) la ec. (IV.b.4) se debe resolver en el dominio de la frecuencia empleando la técnica de la respuesta compleja en la frecuencia (Clough y Pazien, 1975). Para esto, si suponemos que la excitación es de tipo armónico; definida como

$$\ddot{u}_g = A_0 e^{i\omega t} \quad \text{CIV.b.50}$$

donde A_0 es la amplitud de la aceleración de la base.

La respuesta estacionaria del sistema se puede expresar en la forma

$$\{u\} = \{u(t)\} = \{U(\omega)\} e^{i\omega t} \quad \text{CIV.b.51}$$

$$\{\dot{u}\} = \{\dot{u}(t)\} = i \{U(\omega)\} \omega e^{i\omega t} \quad \text{CIV.b.71}$$

$$\{\ddot{u}\} = \{\ddot{u}(t)\} = -\{U(\omega)\} \omega^2 e^{i\omega t} \quad \text{CIV.b.81}$$

donde $\{U(\omega)\}$ es el vector de amplitudes complejas

$$\{U(\omega)\} = \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{e1} + i u_{e2} \\ u_{e1} + i u_{e2} \\ \phi_1 + i \phi_2 \end{Bmatrix} \quad \text{CIV.b.90}$$

si sustituimos las ecs. (IV.b.5) a (IV.b.8) en (IV.b.4), se tiene:

$$-[M]\{u\}\omega^2 e^{i\omega t} + i[C]\{\dot{u}\}\omega e^{i\omega t} + [K]\{u\} e^{i\omega t} = -A_0 e^{i\omega t} \{\bar{H}\} \quad \text{CIV.b.100}$$

$$-[M]\{u\}\omega^2 + i[C]\{\dot{u}\}\omega + [K]\{u\} = -A_0 \{\bar{H}\} \quad \text{CIV.b.110}$$

$$[K] - [M]\omega^2 + i[C]\omega \{u\} = -A_0 \{\bar{H}\} \quad \text{CIV.b.120}$$

la cual representa un sistema complejo de ecuaciones algebraicas que se puede resolver por cualquier

procedimiento de eliminación Gaussiana.

Con base a la formulación anterior se desarrollo el programa para microcomputadora PASSE, para el cálculo de espectros de respuesta de sistemas suelo-estructura (García y Avilés, 1980).

El programa fué escrito en FORTRAN y para ser utilizado se requiere la creación de dos archivos de datos; uno con los datos del sistema suelo-estructura que se desea analizar y otro con las funciones de impedancia correspondientes al problema en cuestión, definidas en la forma dada por la ec. (III.b.13).

En el Apéndice se presentan las subrutinas básicas del programa: ISESSL y SOLUCO.

La subrutina ISESSL forma el sistema de ecuaciones del problema ec. (IV.b.12) lo resuelve por medio de la subrutina SOLUCO la cual resuelve sistemas complejos de ecuaciones algebraicas y por último calcula para el rango de frecuencias especificado los espectros de respuesta del sistema y el cociente F/T_0 correspondiente. Los espectros que calcula son:

$$a) \frac{V}{U_0} = \frac{k_s}{M_s} \frac{|U_s|}{U_0} ;$$

$$b) \frac{|U_s|}{|U_0|} ;$$

$$c) \frac{|U_c + U_0|}{|U_0|} \text{ y}$$

$$d) \frac{|S|H}{|U_0|}$$

donde $U_0 = -A_0/\omega^2$.

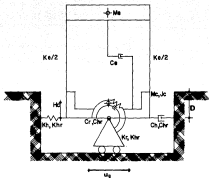
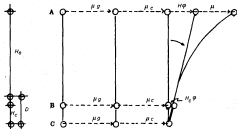
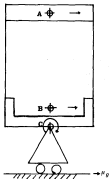


Fig IV.6.1 MODELO MATEMATICO



μ_g : Desplazamiento del suelo

μ_c : Desplazamiento de la cimentación

ϕ_c : Giro de la cimentación

μ_i : Desplazamiento de la estructura por su deformación

$H = H_e + D$: Altura total

Fig. IV.b.2 Grados de libertad

V. ESTUDIO PARAMETRICO

Con el modelo de interacción suelo-estructura presentado en el capítulo anterior se efectuó un estudio paramétrico de los efectos que la interacción suelo-estructura tiene en la respuesta dinámica de diferentes sistemas estructurales convencionales (edificios urbanos típicos) cimentados a base de cajones de cimentación en tres sitios de la zona lacustre de la Ciudad de México.

A continuación se hace una descripción de los sitios seleccionados y los sistemas estructurales. Posteriormente se presentan y discuten los resultados y se establece una comparación de éstos con los obtenidos para los mismos casos aplicando el RCEF-87.

V.a. SITIOS ESTUDIADOS

Los lugares seleccionados para el presente trabajo son sitios para los que se cuenta con estudios de las propiedades dinámicas de los suelos depositados y además se cuenta con instrumentación sísmica (acelerómetros) y registros de eventos sísmicos importantes. Estos sitios se encuentran dentro de la zona conocida como lacustre, condición que hace que el fenómeno de interacción adquiera una importancia notoria en el comportamiento de las estructuras.

Para la determinación de las propiedades dinámicas de estos suelos se han empleado dos métodos de exploración en campo, el método de sonda suspendida y el método de Down hole (Jaine, Romo y Ovando; 1987).

El método de sonda suspendida consiste en una sonda que se introduce en un pozo lleno de agua o fluido de perforación, previamente excavado y adernado, suspendida de un cable a través de una polea. Este mismo cable lleva los alambres eléctricos que se conectan a la unidad de control y medición, colocada en la superficie. La sonda consiste básicamente en una fuente de excitación, un filtro y dos unidades de mediciones con geófonos (uno horizontal y uno vertical) cada una, separadas un metro.

La fuente de excitación es un martillo solenoide electromagnético, que al ser activado produce una fuerza perpendicular al eje largo del sondeo en el agua, la que a la vez transmite a la pared del pozo. Por lo que, el pozo es excitado indirectamente a través del agua.

Las estaciones de medición están diseñadas de tal forma que su peso es igual al peso del volumen del agua que desaloja, es decir, su condición de flotación es neutra.

Cuando la pared del pozo se desplaza horizontalmente por efecto del impulso dinámico generado por la fuente, tanto el agua como las estaciones de medición de la sonda se mueve simultáneamente. Esto es debido a que la sonda está suspendida libremente en el interior del pozo.

Para efectuar las mediciones que produce una excitación dinámica normal al pozo (con excitador), los geófonos horizontales, alineados con la fuente de cada estación, registran el tiempo de llegada. Se produce otra onda en dirección opuesta a la primera con objeto de verificar que la onda generada sea de cortante (CS) y que el alineamiento de los geófonos horizontales con la fuente sea correcto.

Como tercer paso, se produce otra onda que se detecta con los geófonos verticales con objeto de medir la onda P.

La velocidad de la onda entre las dos estaciones de medición se calcula por la diferencia entre los tiempos de llegada a cada una. La sonda se desplaza del fondo del pozo hacia la superficie un metro entre mediciones.

El método de down hole consiste en generar ondas de corte polarizadas en la superficie del suelo, junto al brocal de un pozo. En éste, previamente se coloca un geófono el cual se fija firmemente a la pared del sondeo a profundidades determinadas, en este caso cada metro.

El geófono registra el tiempo de llegada de la onda de corte generada en la superficie. Los tiempos de llegada se grafican contra las profundidades a las que se fue colocando el geófono, se unen los puntos y el inverso de la pendiente (o pendientes) es la curva de velocidad c . Para generar ondas S es común colocar un tablón de madera apuntalado su eje longitudinal hacia el brocal, y golpear el extremo opuesto con un mazo. Cambiando la dirección del golpe se puede verificar que la onda generada es S. También se puede medir ondas de compresión (P), para lo cual basta golpear contra la placa apoyada en el suelo.

Los sitios seleccionados son:

- a) Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT)
- b) Central de Abasto Frigoríficos (CAF).
- c) Central de Abasto Oficial (CAO).

En estos sitios se realizó la exploración mediante un sondeo de cono eléctrico y un sondeo continuo con extracción de muestras inalteradas de suelo. La máxima profundidad explorada fue de 45, 50.2 y 67.8 m respectivamente para los sitios SCT, CAF y CAO. En todos los sitios se midió la velocidad de propagación de ondas S y P, empleando el método de la onda suspendida y el método down hole.

En la *Fig. V.a.1* se muestran los perfiles estratigráficos idealizados de estos sitios, los cuales se tomaron de la referencia de Seed, et al. (1980).

El periodo fundamental de los sitios seleccionados, T_e , se obtuvieron con el programa de microcomputadora EIGMES (García y Avilés, 1990). El procedimiento numérico usado en este programa se basa en el método de los elementos finitos aplicado al problema de propagación de onda en medios elásticos de la manera propuesta por Lymer y Drake (1972). Para ello se utiliza la teoría discreta de ondas Love generalizada (Wass 1972) para el caso de modos sin amortiguamiento asociado con ondas de cortante propagándose verticalmente en un sistema de N estratos horizontales.

Para el cálculo de los periodos fundamentales de cada sitio se consideró la velocidad de propagación de onda S de cada estrato, la cual se indica en el perfil estratigráfico. En todos los casos el estrato duro es considerado perfectamente rígido.

En la *Tabla V.a.1* se presentan los periodos obtenidos T_e . En esa misma tabla se reportan las propiedades del suelo consideradas y la velocidad de propagación de onda cortante equivalente de cada sitio, esta última obtenida con la expresión:

$$\bar{V}_s = 4 H_s / T_e \quad (V.a.1)$$

en donde H_s es el espesor del depósito de suelo.

SITIO	N_s	γ_s t/m ³	ν_s	ξ_s	T_s s	\bar{V}_s m/s
SCT	38	1.22	0.50	0.03	1.82	83.5
CAF	45	1.22	0.50	0.03	2.30	78.3
CAO	55	1.22	0.50	0.03	3.08	72.7

Tabla V.a.1 Propiedades de los sitios estudiados.

Para el cálculo de las rigideces dinámicas utilizó el programa DHL/SPELM (García-Ranz, 1988), el cual está basado en el programa SPELM (Tassoulas y Kausel, 1985) que se generó con base en una técnica de elemento finito para propagación de ondas elásticas en medios estratificados con obstrucciones superficiales (Tassoulas, 1981). Dicho programa considera suelos con comportamiento viscoelástico y calcula las rigideces dinámicas acopladas cuyo efecto en cimentaciones con profundidad de desplante no nulo es importante. Las funciones de impedancia que se reportan son las correspondientes a translación horizontal, K_h y C_h , rotación, K_r y C_r , y acoplamiento, K_{hr} y C_{hr} .

En las figs. V.a.2 a V.a.5 se muestran los coeficientes adimensionales de rigidez y amortiguamiento $k_m(\omega)$ y $c_m(\omega)$ correspondientes a los sitios considerados para $R = 10$ y 20 m y $B = 2.5$ y 5 m.

Los coeficientes se presentan de la forma:

$$K_h C \omega = K_h^0 \left\{ A_h C \omega + i \omega c_h C \omega \right\} \left[1 + i 2 \xi_s \right] \quad \text{(V.a.22)}$$

$$K_r C \omega = K_r^0 \left\{ A_r C \omega + i \omega c_r C \omega \right\} \left[1 + i 2 \xi_s \right] \quad \text{(V.a.23)}$$

$$K_{hr} C \omega = K_{hr}^0 \left\{ A_{hr} C \omega + i \omega c_{hr} C \omega \right\} \left[1 + i 2 \xi_s \right] \quad \text{(V.a.24)}$$

donde

K_m^0 : rigidez estática ($m = h, r$)

A_m y c_m : coeficientes adimensionales de impedancia
($m = h, r, hr$)

ξ_s : amortiguamiento histéretico del suelo.

El término $(1 + i 2 \xi_s)$ en las ecu. (V.a.22) a (V.a.24) es un factor de normalización que resulta conveniente para presentar los coeficientes de impedancia; no implica en este caso que se este recurriendo al principio de correspondencia de la viscoelasticidad para incluir el efecto del amortiguamiento histéretico del suelo en la forma propuesta por Veletsos y Verbic (1973).

La relación entre los coeficientes de rigideces dinámicas de las ecu. (V.a.22) a (V.a.24) y las funciones de impedancia expresadas en su forma básica, ec. (III.b.13) es, para las rigideces de translación horizontal y cabeceo:

$$K_m C \omega = K_m^0 \left[A_m C \omega - 2 \xi_s u c_m C \omega \right] \quad \text{(V.a.25)}$$

$$C_m C \omega = K_m^0 \left[c_m C \omega + 2 \xi_s A_m C \omega / u \right] \quad \text{(V.a.26)}$$

y para las rigideces acopladas,

$$K_{hr} C \omega = K_h^0 \left[A_{hr} C \omega - 2 \xi_s u c_{hr} C \omega \right]$$

$$C_{h_r}(\omega) = K_h^* R \left(c_{h_r}(\omega) + 2x_{h_r}^* A_{h_r} C(\omega) / \omega \right)$$

En la Tabla V.b.2 se reportan los valores de las rigideces estáticas calculadas.

COEFICIENTES DE IMPEDANCIA ESTÁTICA PARA FRECUENCIA = 0 Hz.

LUGAR	BARRIO	DESPLANTE	Eh	Er	Ear	Ch	Cr	Car
3CT	18.80	2.50	5754.4	5424799.0	-53720.9	2456.3	225483.9	-2175.9
3CT	18.80	5.00	73392.9	7368242.0	-117013.9	3373.3	643067.3	-7666.9
3CT	28.80	2.50	118365.9	68995749.0	-286023.9	7000.3	3653737.9	-42391.9
3CT	28.80	5.00	142140.9	49586400.0	-362804.9	8528.4	2975169.9	-31799.2
3AF	18.80	2.50	54195.9	4257715.0	-37650.9	2650.7	248463.3	-2371.9
3AF	18.80	5.00	56987.9	3584672.0	-97773.9	2513.4	373407.3	-3846.1
3AF	28.80	2.50	88483.3	20048719.0	-139052.9	5200.9	1810061.0	-8373.9
3AF	28.80	5.00	103251.9	36813760.0	-266596.9	6213.6	2363021.0	-25519.9
3AO	18.80	2.50	37525.9	5602987.0	-59638.9	3350.5	216172.0	-1777.3
3AO	18.80	5.00	42771.9	4769790.0	-79113.9	2714.3	287239.1	-2744.9
3AO	28.80	2.50	73269.9	24579940.0	-95120.9	4706.1	1405770.0	-5773.9
3AO	28.80	5.00	84751.9	29268540.0	-191201.9	5907.9	1766621.0	-21622.9

Tabla V.b.2 Rigideces estáticas

En las *figs. V.a.2 a la V.a.5* , se puede observar lo siguiente:

- a) En los sitios estudiados el valor máximo de las rigideces se encuentran en SCT y los menores en CAO.
- b) La rigidez de translación horizontal presenta un comportamiento oscilante. Los valles pueden asociarse a las frecuencias resonantes del depósito en cuestión, las cuales son muy parecidas a los modos naturales de cortante.
- c) La rigidez de rotación decrece con la frecuencia, alcanzando el mayor valor en el sitio SCT y el menor para el sitio CAO.
- d) El caso de las rigideces acopladas, se puede considerar, que mantienen un valor constante.
- e) En todos los casos, al observarse el amortiguamiento, éste arranca de un valor nulo creciendo rápidamente. El mayor valor en el amortiguamiento se tiene en el amortiguamiento horizontal, y el menor corresponde al acoplado. En el caso del sitio de CAO, se encuentra los valores más grandes de amortiguamiento, teniendo los menores en SCT.
- f) El amortiguamiento horizontal después de un brusco incremento, casi a su valor máximo, presenta oscilación en el comportamiento, en cambio el amortiguamiento de rotación y el acoplado, presentan una curva suave.
- g) Se puede notar que al aumentar el radio de la cimentación el valor máximo de la rigidez horizontal

aumenta notablemente. En el caso de las rigideces de rotación y las acopladas, sus valores sufren una importante reducción.

Cuando se observan las curvas de amortiguamiento se observa que el incremento del radio produce, en general, valores más grandes del amortiguamiento. En el caso del amortiguamiento horizontal se presenta además un comportamiento mucho más oscilante.

h3 Al aumentar la profundidad de enterramiento del cilindro produce un incremento en la rigidez a la rotación, la disminución en forma importante de la rigidez de translación horizontal además de una pequeña disminución de la rigidez acoplada.

En el caso de el amortiguamiento, se aprecia que el comportamiento del amortiguamiento horizontal es una oscilación más suave; sin embargo no se observan cambios importantes en los amortiguamientos rotacional y acoplado.

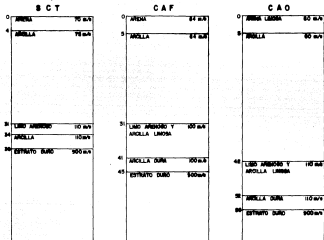


Fig. 4.2] PERFILES ESTRATIGRAFICOS DE LOS SITIOS CARACTERISTICOS

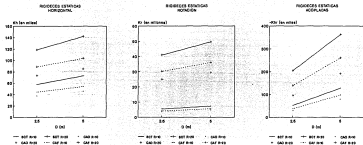
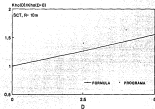
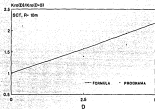


Fig. 4.4.3 Rigidezes estáticas evoluções.

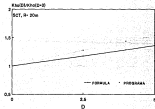
Comparación de rigideces estáticas
obtenidas contra calculadas
mediante fórmula



Comparación de rigideces estáticas
obtenidas contra calculadas
mediante fórmula



Comparación de rigideces estáticas
obtenidas contra calculadas
mediante fórmula



Comparación de rigideces estáticas
obtenidas contra calculadas
mediante fórmula

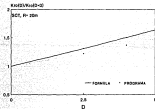
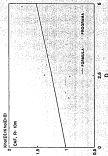
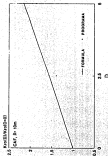


Fig. V.a.3 Comparación rigideces

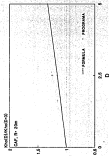
Comparación de rigideces estáticas
obtenidas contra cálculos
mediante fórmula



Comparación de rigideces estáticas
obtenidas contra cálculos
mediante fórmula



Comparación de rigideces estáticas
obtenidas contra cálculos
mediante fórmula



Comparación de rigideces estáticas
obtenidas contra cálculos
mediante fórmula

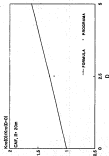
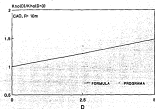
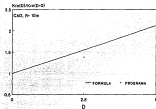


Fig. V.4.4 Comparación de rigideces

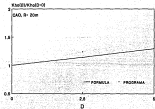
Comparación de rigideces estáticas
obtenidas contra calculadas
mediante fórmula.



Comparación de rigideces estáticas
obtenidas contra calculadas
mediante fórmula.



Comparación de rigideces estáticas
obtenidas contra calculadas
mediante fórmula.



Comparación de rigideces estáticas
obtenidas contra calculadas
mediante fórmula.

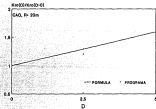
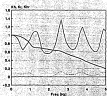
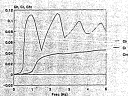


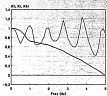
Fig. V.a.5 Comparación de rigideces



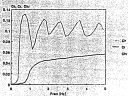
SOT, R= 10m, D= 2.5m



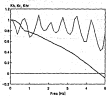
SOT, R= 10m, D= 2.5m



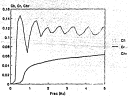
GAF, R= 10m, D= 2.5m



GAF, R= 10m, D= 2.5m

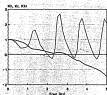


GAO, R= 10m, D= 2.5m

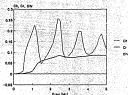


GAO, R= 10m, D= 2.5m

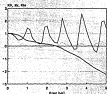
Fig. V.a.6 Coeficientes de rigidez dinámica



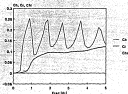
SCT, R=30m, D=5m



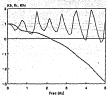
SCT, R=30m, D=5m



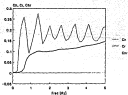
CAF, R=30m, D=5m



CAF, R=30m, D=5m

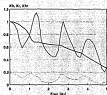


CAD, R=30m, D=3.5m

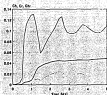


CAD, R=30m, D=3.5m

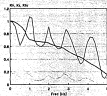
Fig. V.a.7 Coeficientes de rigideces dinamicas



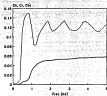
SGT, R= 10m, D= 2.5m



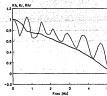
SGT, R= 10m, D= 2.5m



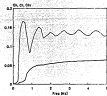
CAF, R= 10m, D= 5m



CAF, R= 10m, D= 5m



CAD, R= 10m, D= 5m



CAD, R= 10m, D= 5m

Fig. V.a.8 Coeficientes de rigidez dinámica

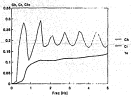
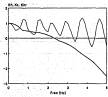
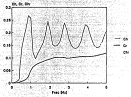
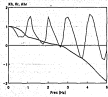
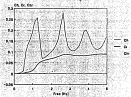
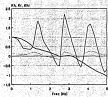


Fig. V.a.9 Coeficientes de rigidez dinámica

V.b. RESPUESTA ARMÓNICA

En la Tabla V.b.1 se resumen los parámetros de los sistemas estructurales estudiados. Para los tres sitios seleccionados se consideraron cimentaciones de radio equivalentes $R = 10$ y 20 m y profundidad de desplante $D = 5$ m. Para SCT también se estudiaron cimentaciones con $D = 2.5$ m.

En la mayoría de los casos la masa del cajón se reporta mediante la relación de masas M_c/M_b , donde M_b es la masa del edificio considerado; teniéndose que la masa total efectiva del sistema estructura-cimentación, M_T , es:

$$M_T = M_b + M_c = \left(\frac{M_c}{M_b} + 1 \right) M_b$$

(V.b.1)

Otro de los parámetros necesarios para el cálculo de los espectros, es el momento másico de inercia respecto al centro de gravedad de la cimentación, J_c . Para el cálculo de este parámetro se supuso, en todos los casos, que el centro de gravedad de la cimentación se encuentra a una profundidad $M_c = D/2$, y la masa se encuentra distribuida uniformemente en el volumen que ocupa el cajón, por lo que el momento másico de inercia se obtuvo con la expresión:

$$J_c = M_b \left\{ \frac{3 R^2 + D^2}{12} \right\}$$

(V.b.2)

Para el análisis paramétrico no se trataron explícitamente estructuras reales construidas, sino que se procuró definir estructuras factibles o cercanamente factibles; en la mayoría de los casos de acuerdo con reglas simples que se cumplen para edificios convencionales, y

manteniendo dentro de límites razonables ciertas variables como son la relación entre el peso total de la estructura y el peso total de suelo excavado, la altura de entrepiso, los pesos unitarios de las plantas y la relación entre el periodo de la estructura sobre base rígida, ($T_e = T_o$) y la altura modal efectiva del modo fundamental. Esta última se determinó con la siguiente expresión:

$$T_o = C_r M_o^{3/4}$$

CV. b. 30

donde: C_r es una constante que depende del material

$C_r = 0.105$ para estructuras de acero

$C_r = 0.091$ para estructuras de concreto

$C_r = 0.079$ para estructuras con muros de cortante.

La rigidez estructural se calculó con la expresión:

$$K_o = \frac{4 E^2 M_o}{T_o^2}$$

CV. b. 43

Los parámetros analizados fueron:

- 1) Radio equivalente de la cimentación R .
- 2) Profundidad de desplante de la cimentación D .
- 3) Relación de esbeltez $E = M_o/R$.
- 4) Relación de periodo fundamental suelo-estructura T_e/T_o .
- 5) Relación de masas M_e/M_o .
- 6) Masa total $M_T = M_e + M_o$

Como se destaca en la Tabla V.b.1, se cuidó de modificar sólo un parámetro en cada análisis, aunque en muchos de los casos el parámetro que se hace variar está relacionado con otros.

Tabla. V. b. 1 Parámetros de los sistemas estructurales estudiados

FIG	LUSAR	PARAMETROS		\bar{f}/T_0	\bar{f}	\bar{f}_*	ζ_*
		CONSTANTES	VARIABLE				
V. b. 2	SCT	$R = 10 \text{ m}$	$E = 0.75$ $E = 0.95$ $E = 1.15$	1.455 1.455 1.557	0.147 0.145 0.148	0.018 0.018 0.014	0.131 0.139 0.134
a)		$D = 5 \text{ m}$					
b)		$N_0 = 114 \text{ ton}$					
c)	$N_0/N_0 = 0.70$	$T_0/T_0 = 4$					
V. b. 3	SCT	$R = 10 \text{ m}$	$E = 1.00$ $E = 2.20$ $E = 2.50$	1.389 1.444 1.582	0.059 0.059 0.055	0.019 0.018 0.014	0.040 0.049 0.042
a)		$D = 5 \text{ m}$					
b)		$N_0 = 200 \text{ ton}$					
c)	$N_0/N_0 = 0.42$	$T_0/T_0 = 2$					
V. b. 4	CAP	$R = 10 \text{ m}$	$E = 0.70$ $E = 0.90$ $E = 1.10$	1.208 1.305 1.457	0.176 0.183 0.201	0.029 0.023 0.015	0.147 0.170 0.165
a)		$D = 5 \text{ m}$					
b)		$N_0 = 60 \text{ ton}$					
c)	$N_0/N_0 = 0.95$	$T_0/T_0 = 5$					
V. b. 5	CAP	$R = 10 \text{ m}$	$E = 1.30$ $E = 1.60$ $E = 1.90$	1.457 1.572 1.659	0.113 0.101 0.094	0.017 0.013 0.011	0.095 0.099 0.073
a)		$D = 5 \text{ m}$					
b)		$N_0 = 125 \text{ ton}$					
c)	$N_0/N_0 = 0.60$	$T_0/T_0 = 3.5$					
V. b. 6	CAO	$R = 10 \text{ m}$	$E = 0.70$ $E = 0.90$ $E = 1.10$	1.362 1.441 1.535	0.181 0.193 0.194	0.019 0.017 0.014	0.172 0.175 0.160
a)		$D = 5 \text{ m}$					
b)		$N_0 = 60 \text{ ton}$					
c)	$N_0/N_0 = 0.95$	$T_0/T_0 = 7$					
V. b. 7	CAO	$R = 10 \text{ m}$	$E = 1.30$ $E = 1.60$ $E = 1.90$	1.525 1.638 1.700	0.145 0.130 0.119	0.014 0.012 0.011	0.132 0.118 0.108
a)		$D = 5 \text{ m}$					
b)		$N_0 = 125 \text{ ton}$					
c)	$N_0/N_0 = 0.60$	$T_0/T_0 = 4.5$					

Tabla V. b.1 continuación ...

FIG	LUGAR	PARAMETROS		\bar{V}/T_0	\bar{t}	\bar{t}_0	\bar{t}_c				
		CONSTANTES	VARIABLE								
V. b. 8	SCT	$R = 20m$	$E = 0.375$	1.465	0.177	0.016	0.161				
a) $D = 5m$		$E = 0.475$						1.465	0.169	0.016	0.173
b) $H_b = 450 \text{ ton}$		$E = 0.575$						1.465	0.207	0.016	0.191
c) $H_b/H_a = 0.70$	$T_a/T_0 = 4$										
V. b. 9	SCT	$R = 20m$	$E = 0.08$	1.273	0.112	0.025	0.087				
a) $D = 5m$		$E = 1.10$						1.329	0.109	0.021	0.088
b) $H_b = 600 \text{ ton}$		$E = 1.25$						1.387	0.108	0.019	0.087
c) $H_b/H_a = 0.42$	$T_a/T_0 = 2$										
V. b. 10	CAP	$R = 20m$	$E = 0.35$	1.087	0.179	0.039	0.140				
a) $D = 5m$		$E = 0.45$						1.087	0.209	0.039	0.164
b) $H_b = 320 \text{ ton}$		$E = 0.55$						1.087	0.232	0.039	0.169
c) $H_b/H_a = 0.65$	$T_a/T_0 = 6$										
V. b. 11	CAP	$R = 20m$	$E = 0.70$	1.558	0.188	0.013	0.173				
a) $D = 5m$		$E = 0.90$						1.640	0.171	0.012	0.169
b) $H_b = 500 \text{ ton}$		$E = 1.10$						1.707	0.190	0.010	0.140
c) $H_b/H_a = 0.60$	$T_a/T_0 = 3.5$										
V. b. 12	CAO	$R = 20m$	$E = 0.35$	1.070	0.218	0.041	0.177				
a) $D = 5m$		$E = 0.45$						1.070	0.245	0.040	0.205
b) $H_b = 320 \text{ ton}$		$E = 0.55$						1.369	0.265	0.018	0.247
c) $H_b/H_a = 0.65$	$T_a/T_0 = 7$										
V. b. 13	CAO	$R = 10m$	$E = 0.65$	1.554	0.212	0.011	0.201				
a) $D = 5m$		$E = 0.90$						1.570	0.218	0.010	0.208
b) $H_b = 500 \text{ ton}$		$E = 0.95$						1.617	0.217	0.008	0.209
c) $H_b/H_a = 0.60$	$T_a/T_0 = 4.5$										

Tabla V. b. i: continuación ...

FIG	LUGAR	PARAMETROS		\bar{Y}/T_0	\bar{Z}	\bar{Z}_0	\bar{Z}_0
		CONSTANTES	VARIABLE				
V. b. 14	SCT	R = 10m D = 5m E = 0.75	H ₁ = 110 ton H ₂ = 130 ton H ₃ = 150 ton	1.455 1.466 1.475	0.149 0.145 0.148	0.015 0.015 0.015	0.133 0.130 0.133
a)							
b)							
		T ₁ /T ₀ = 4					
V. b. 15	SCT	R = 10m D = 5m E = 1.90	H ₁ = 150 ton H ₂ = 170 ton H ₃ = 190 ton	1.290 1.321 1.354	0.056 0.056 0.059	0.023 0.022 0.021	0.033 0.035 0.036
a)							
b)							
		T ₁ /T ₀ = 2					
V. b. 16	SCT	R = 10m D = 5m E = 2.20	H ₁ = 200 ton H ₂ = 220 ton H ₃ = 240 ton	1.444 1.479 1.517	0.056 0.057 0.058	0.015 0.015 0.014	0.040 0.042 0.044
a)							
b)							
		T ₁ /T ₀ = 2					
V. b. 17	SCT	R = 10m D = 5m E = 0.75	H ₁ = 195 ton H ₂ = 205 ton H ₃ = 225 ton	1.455 1.465 1.465	0.149 0.145 0.145	0.015 0.015 0.015	0.133 0.130 0.129
a)							
b)							
		T ₁ /T ₀ = 4					
V. b. 18	SCT	R = 10m D = 5m E = 1.90	H ₁ = 225 ton H ₂ = 245 ton H ₃ = 265 ton	1.290 1.311 1.333	0.056 0.057 0.058	0.023 0.022 0.021	0.033 0.035 0.037
a)							
b)							
		T ₁ /T ₀ = 2					
V. b. 19	SCT	R = 10m D = 5m E = 2.20	H ₁ = 285 ton H ₂ = 305 ton H ₃ = 325 ton	1.444 1.466 1.492	0.056 0.057 0.058	0.015 0.015 0.015	0.040 0.041 0.043
a)							
b)							
		T ₁ /T ₀ = 2					

Tabla V. b.1 continuación ...

FIG.	LUGAR	PARAMETROS		\bar{r}/r_0	\bar{r}	\bar{r}_0	r_0
		CONSTANTES	VARIABLE				
V. b. 20	SCT	$R = 10m$	$Hr = 165 \text{ Ton}$ $Hr = 205 \text{ Ton}$ $Hr = 225 \text{ Ton}$	1.473 1.516 1.559	0.150 0.153 0.155	0.015 0.014 0.013	0.135 0.139 0.142
a)		$D = 5m$					
b)		$E = 0.75$					
	c)	$N_h/N_h = 0.20$					
		$T_s/T_0 = 4$					
V. b. 21	SCT	$R = 10m$	$Hr = 295 \text{ Ton}$ $Hr = 305 \text{ Ton}$ $Hr = 325 \text{ Ton}$	1.509 1.539 1.569	0.059 0.059 0.059	0.014 0.014 0.013	0.044 0.045 0.045
a)		$D = 5m$					
b)		$E = 2.20 \text{ ton}$					
	c)	$N_h/N_h = 0.20$					
		$T_s/T_0 = 2$					
V. b. 22	SCT	$R = 10m$	$E = 0.375$ $E = 0.475$ $E = 0.575$	1.279 1.297 1.321	0.173 0.180 0.185	0.024 0.023 0.022	0.149 0.157 0.154
a)		$D = 2.5m$					
b)		$N_h = 57 \text{ Ton}$					
	c)	$N_h/N_h = 0.70$					
		$T_s/T_0 = 6.35$					
V. b. 23	SCT	$R = 10m$	$E = 0.70$ $E = 0.60$ $E = 1.10$	1.143 1.315 1.391	0.139 0.143 0.137	0.024 0.022 0.020	0.105 0.121 0.117
a)		$D = 2.5m$					
b)		$N_h = 57 \text{ Ton}$					
	c)	$N_h/N_h = 0.70$					
		$T_s/T_0 = 3.60$					
V. b. 24	SCT	$R = 10m$	$E = 0.05$ $E = 1.10$ $E = 1.25$	1.207 1.391 1.421	0.112 0.111 0.109	0.023 0.020 0.017	0.090 0.091 0.091
a)		$D = 2.5m$					
b)		$N_h = 100 \text{ Ton}$					
	c)	$N_h/N_h = 0.42$					
		$T_s/T_0 = 3.2$					
V. b. 25	SCT	$R = 10m$	$Hr = 97 \text{ ton}$ $Hr = 122 \text{ ton}$ $Hr = 147 \text{ ton}$	1.279 1.314 1.327	0.173 0.182 0.181	0.024 0.022 0.021	0.149 0.150 0.170
a)		$D = 2.5m$					
b)		$E = 0.375$					
	c)	$N_h/N_h = 0.70$					
		$T_s/T_0 = 5.34$					
V. b. 26	SCT	$R = 10m$	$Hr = 97 \text{ ton}$ $Hr = 122 \text{ ton}$ $Hr = 147 \text{ ton}$	1.143 1.332 1.370	0.139 0.145 0.139	0.024 0.021 0.019	0.105 0.124 0.120
a)		$D = 2.5m$					
b)		$E = 0.70$					
	c)	$N_h/N_h = 0.7$					
		$T_s/T_0 = 3.0$					

Tabla V. b. 1 (continuación)

FIG.	LUGAR	PARAMETROS		\bar{y}/T_0	\bar{z}	\bar{z}_0	ζ_0
		CONSTANTES	VARIABLE				
V. b. 27	SCT	$R = 10m$	$Hr = 142 \text{ ton}$ $Hr = 167 \text{ ton}$ $Hr = 192 \text{ ton}$	1.297 1.346 1.395	0.112 0.113 0.114	0.022 0.020 0.019	0.090 0.093 0.095
$D = 2.5m$							
$E = 0.95$ $H_0/H_1 = 0.48$ $T_0/T_1 = 3.2$							
V. b. 28	SCT	$R = 10m$	$E = 2.90$ $E = 3.40$ $E = 4.00$	1.399 1.517 1.638	0.045 0.039 0.032	0.019 0.015 0.011	0.027 0.023 0.021
$D = 5m$							
$H_0 = 213 \text{ ton}$ $H_1/H_0 = 0.36$ $T_0/T_1 = 1.5$							
V. b. 29	SCT	$R = 10m$	$E = 4.90$ $E = 5.90$ $E = 6.90$	1.544 1.697 2.048	0.031 0.029 0.029	0.012 0.008 0.006	0.019 0.021 0.023
$D = 5m$							
$H_0 = 364 \text{ ton}$ $H_1/H_0 = 0.28$ $T_0/T_1 = 1$							
V. b. 30	SCT	$R = 10m$	$E = 5.90$ $E = 6.70$ $E = 7.90$	1.920 2.079 2.350	0.029 0.029 0.029	0.008 0.006 0.004	0.021 0.023 0.025
$D = 5m$							
$H_0 = 492 \text{ ton}$ $H_1/H_0 = 0.17$ $T_0/T_1 = 0.9$							
V. b. 31	SCT	$R = 10m$	$H_0 = 213 \text{ ton}$ $H_1 = 238 \text{ ton}$ $H_2 = 253 \text{ ton}$	1.399 1.441 1.477	0.045 0.044 0.042	0.019 0.017 0.015	0.027 0.027 0.025
$D = 5m$							
$E = 2.90$ $H_0 = 75 \text{ ton}$ $T_0/T_1 = 1.5$							
V. b. 32	SCT	$R = 10m$	$Hr = 288 \text{ ton}$ $Hr = 313 \text{ ton}$ $Hr = 338 \text{ ton}$	1.399 1.428 1.497	0.045 0.044 0.043	0.019 0.017 0.015	0.027 0.027 0.027
$D = 5m$							
$E = 2.90$ $H_0/H_1 = 0.36$ $T_0/T_1 = 1.5$							

Se analizaron 100 sistemas suelo-estructura aproximadamente. En la Tabla V.b.2 se presenta el rango de variación de la esbeltez E de las estructuras estudiadas en los tres sitios considerados, junto con el período T_0 y el número de pisos correspondiente. Solamente en el sitio de SCT se consideraron estructuras muy altas ($E > 2.0$ m) pero poco congruentes con las características de las cimentaciones estudiadas. Esto con el fin de explorar las características de la respuesta cuando la relación T_0/T_0 es cercana a la unidad.

SITIO	E_{\min}	$T_{0\min}$	No. pisos	E_{\max}	$T_{0\max}$	No. pisos
SCT	0.378	0.45	2	7.90	2.002	35
CAP	0.40	0.329	4	1.90	0.857	12
CAO	0.35	0.440	3	1.90	0.684	8

Tabla V.b.2 Rango de variación de la esbeltez

En todos los casos se obtuvo la respuesta establecida del sistema cuando es sometido a una excitación armónica del tipo $u_g(t) = A_g e^{i\omega t}$. Los resultados se presentan en la forma de espectros de respuesta adimensionales como función de la relación de períodos T/T_0 , donde $T = 2\pi/\omega =$ período de la excitación.

Se presentan tres tipos de espectros los que a continuación se describen:

a) V/V_g versus T/T_0

El cociente V/V_g define la relación entre el cortante basal del sistema acoplado $V = |W_b| K_b$ y el cortante del sistema como si este fuera infinitamente rígido $V_0 = W_b |A_0|$.

V/V_g representa en realidad la función de transferencia

o amplificación de la estructura. La amplitud del cortante basal V está relacionado con la pseudoceleración, $\omega^2 |U_0|$, en la forma:

$$V = K_s |U_0| = M_s \omega^2 |U_0| \quad \text{CV. b. 53}$$

por lo tanto se deduce que

$$\frac{V}{V_0} = \frac{\omega^2 |U_0|}{A_0} \quad \text{CV. b. 63}$$

Por otra parte, considerando que $\omega^2 = K_s/M_s$ y que $A_0 = \omega^2 U_0$ la relación entre V/V_0 y $\frac{|U_0|}{|U_0|}$ esta dada por

$$\frac{V}{V_0} = \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \frac{|U_0|}{|U_0|} \quad \text{CV. b. 73}$$

Para el caso en que la estructura estuviera apoyada en un suelo infinitamente rígido, es decir, sin consideración de la interacción suelo estructura, el cociente V/V_0 estaría dado, como función de $\beta = \omega/\omega_0$ ($\omega_0 = 2\pi/T_0$), por

$$\frac{V}{V_0} = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2}} \quad \text{CV. b. 80}$$

La ec. CV. b. 80 se deduce de la solución establecida del sistema de EDDL sometido a una carga armónica de amplitud $P_0 = -m A_0$. En este caso se tiene:

$$U(\omega) = \left(u(\zeta, \beta)\right)_{\text{en } \omega} = \rho = \frac{P_0}{K} \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2}} \quad \text{CV. b. 83}$$

$$\frac{h |W_{CoD}|}{m Ag} = \frac{h}{m Ag} \frac{-m Ag}{h} \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + c2\xi\beta^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + c2\xi\beta^2}}$$

(V. b. 10)

En la resonancia del sistema sobre suelo rígido $T/T_0 = 1$, el cociente $V/V_g = 1/2\xi$. Si se considera $\xi = 0.05$, el valor de $V/V_g = 10$.

Con el fin de establecer una comparación entre los resultados que a continuación se presentan y la respuesta de los sistemas estudiados sobre suelo rígido, se incluyen los espectros correspondientes a este último caso (Cec. V. b. 80). Dado que en todos los sistemas estructurales considerados se tomó $\xi = 0.05$, el espectro V/V_g sobre suelo rígido es el mismo en todos los casos.

b) $|W_e + W_s| / |W_e|$ versus T/T_0

De esta forma se reporta la respuesta asociada a la translación horizontal total de la base de la cimentación normalizada con respecto al módulo de la amplitud del desplazamiento del terreno $|W_e|$. Se observa que si la cimentación experimenta el mismo desplazamiento horizontal que el terreno, entonces $|W_e + W_s| / |W_e| = 1$. Esta condición define el caso de terreno rígido, es decir, sin interacción suelo-estructura.

c) $|Rot \cdot H| / |W_e|$

El producto del módulo de la amplitud del giro de la cimentación $|Rot| = |\theta|$ por la altura $H = H_e + D$, representa el componente de translación horizontal de la estructura asociada con el giro que experimenta la base. Este valor se presenta normalizado con respecto a $|W_e|$.

Cabe señalar que para el cálculo de los espectros se utilizó en todo el rango de frecuencias una amplitud de aceleración del terreno unitaria ($A_g = 1$) y de esta manera se resolvió el sistema de ecuaciones correspondientes. Para obtener $|U_s = U_s|/|U_g|$ y $|Rot = \dot{N}|/|U_g|$, se recurrió a la relación $A_g = -\omega^2 |U_g|$.

Parámetros dinámicos equivalentes de interacción.

Una forma práctica de considerar los efectos más importantes que la interacción inercial produce en la respuesta dinámica de sistemas suelo-estructura, consiste en emplear parámetros dinámicos equivalentes. Esto conduce al concepto de sistema dinámico equivalente de un grado de libertad. Las características de este sistema, fig. V.b.1, son tales que la pseudoaceleración absoluta máxima, ante excitación armónica, y la frecuencia resonante son iguales a las del sistema real.

En este sistema equivalente $\bar{M} = M_s$; \bar{H} = altura de M_s con respecto a la base de la cimentación; \bar{K} = rigidez equivalente, la cual está relacionada con el periodo fundamental del sistema $\bar{T} = 2\pi (\bar{M} / \bar{K})$; y \bar{C} = constante del amortiguamiento crítico equivalente $\bar{\xi} = \bar{C} / (2\bar{M} \bar{\omega})$; siendo $\bar{\omega} = 2\pi / \bar{T}$. En la resonancia, la pseudoaceleración del sistema equivalente está dada por la expresión aproximada $\omega^2 \bar{U} = \ddot{U}_s / 2\bar{\xi}$.

Los valores de \bar{T} y $\bar{\xi}$ correspondientes a los casos estudiados se obtienen a partir de los espectros V/V_g contra \bar{T}/T_0 . Las abscisas de los picos resonantes corresponden al periodo natural de vibración del sistema normalizado con T_0 ; el amortiguamiento equivalente del sistema se obtiene igualando la ordenada del pico con la expresión $1/2\bar{\xi}$.

El valor $\bar{\xi}$ se puede interpretar como la suma de dos componentes:

$$\bar{\xi} = \xi_* (T_* / \bar{T})^3 + \xi_0 = \bar{\xi}_* + \xi_0$$

(V.b.3B)

El término $\bar{\xi}_*$ representa el decremento del amortiguamiento estructural como una función cúbica del cociente entre el periodo de la estructura con base rígida y el del sistema; el término ξ_0 representa el amortiguamiento del suelo por radiación y comportamiento histéretico. Como se observa, esta ecuación es la misma que contiene el ATC, ec.(II.a.2), presentada anteriormente.

En todos los casos analizados se consideró el periodo natural del sitio T_* correspondiente, Tabla V.a.i.

Espectro de respuesta obtenida.

Los espectros de respuesta de estructuras sobre cimentaciones de $R=10\alpha$, $D=5\alpha$, ubicados en los sitios SCT, CAP y CAO se presentan en las figs. V.b.2 a V.b.7. En cada una de las figuras se incluyen los espectros correspondientes a tres sistemas estructurales con relación de masa M_1/M_2 y relación de periodos T_1/T_2 iguales pero con diferente relación de esbeltez $E=M_1/R$.

En las figs. V.b.2 y V.b.3 se muestran los espectros correspondientes a estructuras ubicadas en el sitio SCT ($T_* = 1.82 \alpha$).

Para el caso de estructuras bajas, fig. V.b.2a, los espectros V/V_0 presentan diferencias notables con respecto al espectro de suelo rígido. Tanto la posición como la magnitud de los picos se ven afectados por la interacción suelo-estructura. Las relaciones de periodos \bar{T}/T_* , asociada con los picos, presentan incrementos del orden del 50% con respecto a la relación de periodos correspondiente a la resonancia de los sistemas sobre suelo rígido ($T/T_* = 1$).

Por otra parte la magnitud de los picos se reduce en un 50% aproximadamente con respecto al pico del espectro del terreno rígido. Para las estructuras estudiadas el amortiguamiento equivalente es $\bar{\zeta} = 0.15$, aproximadamente. En la Tabla V.b.1 se reporta éste parámetro junto con \bar{T}/T_0 , $\bar{\zeta}_e$ y ζ_0 . La reducción del amortiguamiento estructural es compensado grandemente por el amortiguamiento del suelo, el cual llega a valer $\zeta_e = 0.13$, aproximadamente.

Para el caso de las estructuras más esbeltas ($E = 1.90$, 2.8 y 2.5), fig. V.b.3a, los espectros V/V_0 también presentan corrimientos importantes (entre el 37 y 52%), no obstante, los picos no sufren reducciones tan fuertes. La reducción del amortiguamiento estructural es del mismo orden que para los edificios bajos, sin embargo, el amortiguamiento del suelo apenas compensa esa reducción obteniéndose un amortiguamiento equivalente ligeramente mayor que el estructural. Se observa que para los edificios altos, $\bar{\zeta}$ disminuye con la esbeltez de la estructura, en este caso, el decremento está gobernado por $\bar{\zeta}_e$ ya que ζ_0 se mantiene prácticamente constante (Tabla V.b.1).

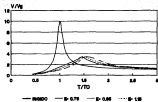
En las figs. V.b.2b y V.b.3b se presentan los espectros $|U_0 + U_1|/|U_0|$ para las mismas estructuras. Se aprecia que se presentan tanto amplificación como atenuación de la respuesta. La reducción se debe al filtrado de la excitación por la cimentación, esto implica que, ante una excitación sísmica el registro de la cimentación tendrá algunas frecuencias filtradas y por lo tanto el movimiento de la cimentación podrá ser menor que el de campo libre (sin estructura). La zona de mayor filtrado se encuentra en un rango de periodos: $1 < T/T_0 < \bar{T}/T_0$. Además, se nota que la reducción es muy marcada para las estructuras altas (fig. V.b.3b), llegando a valer $|U_0 + U_1|/|U_0| = 0.6$, mientras que para los edificios bajos es menor.

En las *figs. V.b.2a* y *V.b.2b* se presentan los espectros de desplazamiento estructural por efecto de rotación de la cimentación normalizado por $|M_0|$, el cual depende tanto de la rotación como de la altura de la estructura. La forma de estos espectros es muy similar a la forma de los espectros V/V_0 discutidos y los picos ocurren a una relación de periodos prácticamente igual o ligeramente inferior a \bar{T}/T_0 . La rotación normalizada $|Rot|/|M_0|$ se obtiene simplemente dividiendo las ordenadas por la M correspondiente. Se observará que no solamente la relación $|Rot * N|/|M_0|$ es mayor en las estructuras altas que en las bajas, sino que la rotación normalizada también lo es.

En las *figs. V.b.4* y *V.b.5* se presentan los resultados para las estructuras ubicadas en el sitio CAF ($T_0 = 2.3$ s) y en las *figs. V.b.6* y *V.b.7* en el sitio CAO ($T_0 = 3.00$ s). Las estructuras consideradas para los sitios CAF y CAO son en general menos esbeltas que las estudiadas en SCT y discutidas anteriormente. Se tomó en cuenta que la compresibilidad de los depósitos en esos sitios es mayor que en los de SCT y por lo tanto las estructuras que resultan factibles deben ser más ligeras.

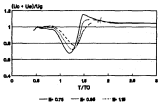
Para estos casos los resultados presentan cualitativamente las mismas características señaladas que para las estructuras en SCT, sin embargo el efecto de la cimentación suelo-estructura es mucho mayor en estos sitios. Las relaciones de periodos \bar{T}/T_0 son proporcionalmente mucho mayores que las obtenidas para SCT. La cantidad de energía disipada por el suelo en CAF y CAO es también mayores que para SCT.

LUGAR SCT
 $Tu/\tau_0 = 0.5$, $Ma/\tau_0 = 0.75$
 $R_0 = 0.750$ mm-s, $M_0 = 100$ mm



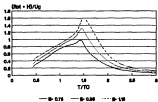
a) $R = 10s$, $D = 5s$

LUGAR SCT
 $Tu/\tau_0 = 0.5$, $Ma/\tau_0 = 0.75$
 $R_0 = 0.750$ mm-s, $M_0 = 100$ mm



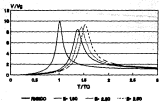
b) $R = 10s$, $D = 5s$

LUGAR SCT
 $Tu/\tau_0 = 0.5$, $Ma/\tau_0 = 0.75$
 $R_0 = 0.750$ mm-s, $M_0 = 100$ mm



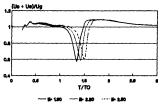
c) $R = 10s$, $D = 5s$

LUGAR: BCT
 $T_0/T_0 = 0.0$, $M_0/M_0 = 0.00$
 $R_0 = 0.000$ sec- ω , $M_0 = 200$ ton



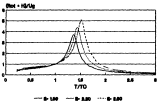
a) $R = 0.000$, $D = 0.00$

LUGAR: BCT
 $T_0/T_0 = 0.0$, $M_0/M_0 = 0.00$
 $R_0 = 0.000$ sec- ω , $M_0 = 200$ ton



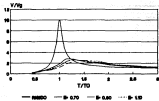
b) $R = 0.000$, $D = 0.00$

LUGAR: BCT
 $T_0/T_0 = 0.0$, $M_0/M_0 = 0.00$
 $R_0 = 0.000$ sec- ω , $M_0 = 200$ ton



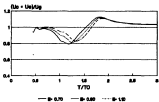
c) $R = 0.000$, $D = 0.00$

LUNAR: CAF
 $T_e/T_0 = 0.7$, $Ma/T_0 = 0.00$
 $R_0 = 14,000$ km, $h_0 = 90$ km



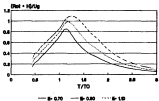
a) $R = 10\%$, $D = 5m$

LUNAR: CAF
 $T_e/T_0 = 0.5$, $Ma/T_0 = 0.00$
 $R_0 = 14,000$ km, $h_0 = 90$ km



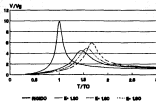
b) $R = 10\%$, $D = 5m$

LUNAR: CAF
 $T_e/T_0 = 0.5$, $Ma/T_0 = 0.00$
 $R_0 = 14,000$ km, $h_0 = 90$ km



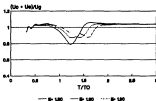
c) $R = 10\%$, $D = 5m$

LUGAR: GAF
 $T_0/T_0 = 0.5$, $M_0/M_0 = 0.50$
 $R_0 = 1.487$ $M_0 = 0$, $M_0 = 100$ sec



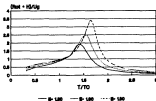
a) $R = 10\%$, $D = 5\%$

LUGAR: GAF
 $T_0/T_0 = 0.5$, $M_0/M_0 = 0.50$
 $R_0 = 1.487$ $M_0 = 0$, $M_0 = 100$ sec



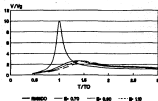
b) $R = 10\%$, $D = 5\%$

LUGAR: GAF
 $T_0/T_0 = 0.5$, $M_0/M_0 = 0.50$
 $R_0 = 1.487$ $M_0 = 0$, $M_0 = 100$ sec



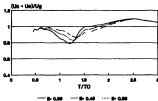
c) $R = 10\%$, $D = 5\%$

LUGAR: CAO
 $T_0/T_0 = 7.0$, $M_0/M_0 = 0.00$
 $R_0 = 0.250$ $W_0 = 0.00$ $W_0 = 0.00$



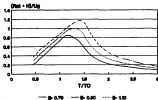
a) $R = 10\%$, $C = 5\%$

LUGAR: CAO
 $T_0/T_0 = 7.0$, $M_0/M_0 = 0.00$
 $R_0 = 0.250$ $W_0 = 0.00$ $W_0 = 0.00$



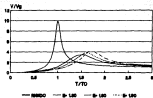
b) $R = 10\%$, $C = 5\%$

LUGAR: CAO
 $T_0/T_0 = 7.0$, $M_0/M_0 = 0.00$
 $R_0 = 0.250$ $W_0 = 0.00$ $W_0 = 0.00$



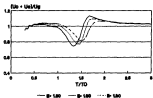
c) $R = 10\%$, $C = 5\%$

LUSAR: CAO
 $T_0/T_0 = 0.5$, $M_0/M_0 = 0.50$
 $K_0 = 0.004$ (cm²/s), $\mu_0 = 100$ cm



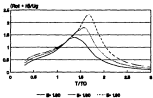
a) $P = 100$, $D = 50$

LUSAR: CAO
 $T_0/T_0 = 0.5$, $M_0/M_0 = 0.50$
 $K_0 = 0.004$ (cm²/s), $\mu_0 = 100$ cm



b) $P = 100$, $D = 50$

LUSAR: CAO
 $T_0/T_0 = 0.5$, $M_0/M_0 = 0.50$
 $K_0 = 0.004$ (cm²/s), $\mu_0 = 100$ cm



c) $P = 100$, $D = 50$

El mismo grupo de estructuras considerado anteriormente se estudia a continuación pero considerando un valor de $R=20m$ y que las masas se cuadruplican respectivamente (esto es, son proporcionales al área en la planta). Las relaciones M_0/M_1 , T_0/T_1 y la altura H_0 , se mantienen constantes. Por lo tanto la relación de esbeltez se reduce, para cada uno de los sistemas estructurales considerados, a la mitad.

Los resultados para los edificios en SCT se muestran en las *figs.* V.b.8 y V.b.9; los correspondientes a CAF en las *figs.* V.b.10 y V.b.11; y en las *figs.* V.b.12 y V.b.13 los correspondientes a CAD.

En general el efecto de la interacción suelo-estructura es mayor para este conjunto de estructuras que para el anterior. Comparativamente, el amortiguamiento equivalente obtenido en todos los casos es mayor que para los edificios correspondientes con $R=10m$. Para las estructuras «altas», *figs.* V.b.9, V.b.11 y V.b.13, ξ es entre 1.5 y 2 veces mayor que para el caso de edificios con $R=10m$ correspondientes, *figs.* V.b.3, V.b.5, y V.b.7. Para las estructuras «bajas» los incrementos son mucho menores que para los edificios altos.

Con excepción de las estructuras «altas» en CAF y CAD, *figs.* V.b.11 y V.b.13, la relación \bar{P}/T_0 , es en todos los demás casos igual o menor que la de los casos correspondientes con $R=10m$.

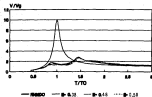
Cabe hacer algunas observaciones con respecto a la forma característica de los espectros obtenidos; en particular, los correspondientes a las estructuras bajas, *figs.* V.b.8, V.b.10 y V.b.12. En estos casos los espectros de respuesta son más sensibles a las variaciones que presentan las funciones de impedancia consideradas para modelar los sistemas. Así para las estructuras bajas en SCT, *fig.* V.b.8, destaca un pico importante en los tres tipos de

espectros mostrados a una relación de periodos $\bar{T}/T_0 = 0.9$ ($\bar{T} = 0.41$ s) aproximadamente. Este pico se encuentra relacionado con una de las frecuencias resonantes del sistema suelo-cimentación (sin masa esta última) considerando para este caso. En la *fig. V.b.9* se observa para el sitio de SCT que el coeficiente Mh presenta un valle, a una frecuencia de $\bar{f} = 1/0.41$ s = 2.44 Hz, aproximadamente.

En los espectros de las estructuras bajas en CAF, *fig. V.b.10*, destaca también un segundo pico en los tres tipos de espectros, a una relación $\bar{T}/T_0 = 1.8$ ($\bar{T} = 0.83$ s) aproximadamente. La frecuencia asociada $\bar{f} = 1/1.8$ s = 1.8 Hz, corresponde con uno de los valles más importantes del coeficiente ch de la *fig. V.b.9*, sitio CAF.

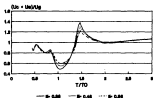
En los espectros CAO, *fig. V.b.9*, puede asociarse a los picos que aparecen en $\bar{T}/T_0 = 1.45$ y 2.45 , ($\bar{T} = 1.08$ s y 0.54 s) con decrementos o valles que presenta el coeficiente ch para CAO, *fig. V.b.9*, a las frecuencias $\bar{f} = 1/1.08$ s = 0.93 Hz y $\bar{f} = 1/0.54$ s = 1.87 Hz. Finalmente el pico se aprecia en los espectros de las estructuras altas en CAO, *fig. V.b.13*, correspondiente con la resonancia del suelo a la frecuencia $\bar{f} = 1.45$ Hz aproximadamente como se puede observar en la parte inferior de la *fig. V.b.9*.

LUGAR: SGT
 $T_0/T_0 = 0.5$, $M_0/M_0 = 0.75$
 $R_0 = 0.000$ term, $W_0 = 0.00$ sec



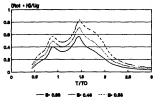
a) $R_0 = 0.00$, $D_0 = 0.00$

LUGAR: SGT
 $T_0/T_0 = 0.5$, $M_0/M_0 = 0.75$
 $R_0 = 0.000$ term, $W_0 = 0.00$ sec



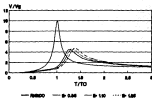
b) $R_0 = 0.00$, $D_0 = 0.00$

LUGAR: SGT
 $T_0/T_0 = 0.5$, $M_0/M_0 = 0.75$
 $R_0 = 0.000$ term, $W_0 = 0.00$ sec



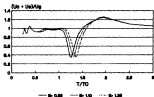
c) $R_0 = 0.00$, $D_0 = 0.00$

LUGAR BOT
 $T_0/T_0 = 1.0$, $h_{0,0} = 0.17$
 $R_0 = 20,000$ bar, $h_0 = 200$ bar



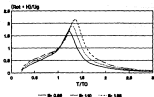
a) $R = 20\%$, $D = 20\%$

LUGAR BOT
 $T_0/T_0 = 0.5$, $h_{0,0} = 0.40$
 $R_0 = 20,000$ bar, $h_0 = 200$ bar



b) $R = 20\%$, $D = 20\%$

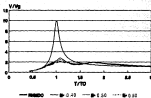
LUGAR BOT
 $T_0/T_0 = 0.5$, $h_{0,0} = 0.40$
 $R_0 = 20,000$ bar, $h_0 = 200$ bar



c) $R = 20\%$, $D = 20\%$

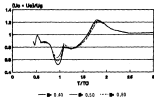
Fig. 4.4.8.

LIDAR: CAP
 T_{air} = 5.0, S_{air} = 0.00
 R₀ = 99,700 m/s, S₀ = 0.00 km



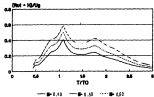
a) R = 20m, D = 5m

LIDAR: CAP
 T_{air} = 5.0, S_{air} = 0.00
 R₀ = 99,700 m/s, S₀ = 0.00 km



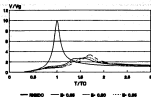
b) R = 20m, D = 5m

LIDAR: CAP
 T_{air} = 5.0, S_{air} = 0.00
 R₀ = 99,700 m/s, S₀ = 0.00 km



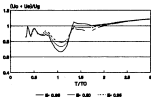
c) R = 20m, D = 5m

LUNAR-CAF
 $T_0/T_0 = 0.5$, $M_0/M_0 = 0.50$
 $R_0 = 0.75$ km, $h_0 = 200$ km



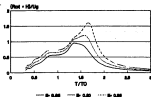
a) $R = 20$ km, $D = 5$ km

LUNAR-CAF
 $T_0/T_0 = 0.5$, $M_0/M_0 = 0.50$
 $R_0 = 0.75$ km, $h_0 = 200$ km



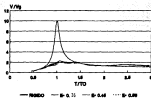
b) $R = 20$ km, $D = 5$ km

LUNAR-CAF
 $T_0/T_0 = 0.5$, $M_0/M_0 = 0.50$
 $R_0 = 0.75$ km, $h_0 = 200$ km



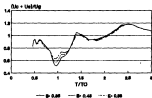
c) $R = 20$ km, $D = 5$ km

LUGAR: CAO
 $Tu/Tb = 7.0$, $Ma/Mb = 0.08$
 $Ra = 95,000$ normal, $Mb = 900$ km



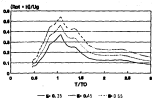
a) $R=20\%$, $D=5\%$

LUGAR: CAO
 $Tu/Tb = 7.5$, $Ma/Mb = 0.08$
 $Ra = 95,000$ normal, $Mb = 900$ km



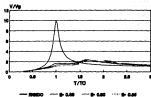
b) $R=20\%$, $D=5\%$

LUGAR: CAO
 $Tu/Tb = 7.8$, $Ma/Mb = 0.08$
 $Ra = 95,000$ normal, $Mb = 900$ km



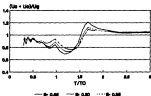
c) $R=20\%$, $D=5\%$

LUNAR CMO
 $T_0/T_0 = 0.5$, $M_0/M_0 = 0.50$
 $\Omega = 45,000$ sec^{-1} , $\omega = 200$ sec^{-1}



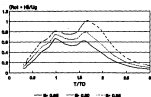
a) $R = 20\text{ms}$, $D = 5\text{m}$

LUNAR CMO
 $T_0/T_0 = 0.5$, $M_0/M_0 = 0.50$
 $\Omega = 45,000$ sec^{-1} , $\omega = 200$ sec^{-1}



b) $R = 20\text{ms}$, $D = 5\text{m}$

LUNAR CMO
 $T_0/T_0 = 0.5$, $M_0/M_0 = 0.50$
 $\Omega = 45,000$ sec^{-1} , $\omega = 200$ sec^{-1}



c) $R = 20\text{ms}$, $D = 5\text{m}$

A continuación se presentan los resultados obtenidos de un conjunto de sistemas estructurales ubicados en SCT en los que se hace variar, ya sea la masa de la estructura M_e o la masa total M_T dejando constante el resto de los parámetros independientes.

En las figs. V.b.14 a V.b.16 se presentan los espectros de respuesta de estructuras con $E = 0.75, 1.00$ y 2.20 , respectivamente. En cada figura los espectros corresponden a tres diferentes valores de M_e con variaciones $\Delta M = 20$ ton.

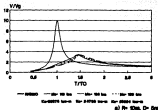
Dado que para los tres sistemas que se reportan en cada una de las figuras, se conserva constante M_e , la relación M_T/M_e y la masa M_T de los sistemas también varían con M_e . Nótese que el mismo incremento ΔM en la masa de la estructura es el que experimenta M_T en cada caso. Por otra parte para mantener fija la relación T_e/T_0 , es necesario fijar T_0 ; por lo tanto también se requiere variar K_0 en cada caso.

Para las estructuras bajas, fig. V.b.14, los espectros V/V_0 no presentaron variaciones notables entre sí, no así los espectros de rotación, $|Rot = R|/|M_e|$, los cuales muestran variaciones en los picos, principalmente en la magnitud.

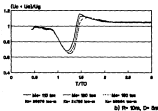
Los espectros V/V_0 correspondientes a las estructuras altas, fig. V.b.15 y V.b.16, sí muestran variaciones entre sí. El efecto de incrementar M_e los espectros se corren a la derecha, aumenta \bar{T}/T_0 , y los picos disminuyen respectivamente (decrece $\bar{\zeta}$). Si bien es hasta cierto punto intuitivo suponer que $\Delta M_e = \Delta \bar{T}$, no lo es tanto para el amortiguamiento. En este caso la disminución del amortiguamiento estructural se compensa con el incremento en el amortiguamiento en el suelo ζ_0 . Tabla V.b.1.

Se observa que las variaciones en las magnitudes de los picos de los espectros $|M_0 + M_1|/|M_0|$ y $|Rot + M|/|M_0|$ son aproximadamente proporcionales con los incrementos de M_0 considerados.

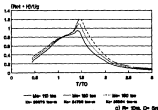
LUGAR BCT
 $Ta/Tb = 0.5$, $Da/Db = 0.75$
 $Ma = 70$ km



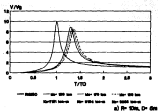
LUGAR BCT
 $Ta/Tb = 0.5$, $Da/Db = 0.75$
 $Ma = 70$ km



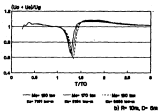
LUGAR BCT
 $Ta/Tb = 0.5$, $Da/Db = 0.75$
 $Ma = 70$ km



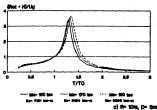
LUGAR: BCT
 $Ta/Tb = 0.5$, $Ta/Tc = 1.00$
 $\Delta t = 75$ sec



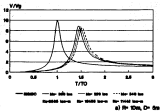
LUGAR: BCT
 $Ta/Tb = 0.5$, $Ta/Tc = 1.00$
 $\Delta t = 75$ sec



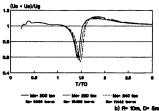
LUGAR: BCT
 $Ta/Tb = 0.5$, $Ta/Tc = 1.00$
 $\Delta t = 75$ sec



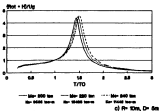
LUGAR: SGT
 $Ta/Tb = 0.0$, $Ha/Hb = 0.00$
 $Mb = 0.0$ km



LUGAR: SGT
 $Ta/Tb = 0.0$, $Ha/Hb = 0.00$
 $Mb = 0.0$ km



LUGAR: SGT
 $Ta/Tb = 0.0$, $Ha/Hb = 0.00$
 $Mb = 0.0$ km



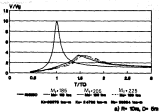
En las figs. V.b.17 a V.b.21 se presentan los espectros de diferentes sistemas en los que se hace variar M_e con incrementos de 20 ton y manteniendo fija la relación M_e/M_s . Nótese que al fijarse M_e/M_s , los incrementos en M_e no son iguales a los incrementos en M_s considerados. Los tres primeros conjuntos de estructuras estudiadas, fig. V.b.17 a V.b.19, se encuentran relacionadas con los tres conjuntos anteriores.

Las tendencias son las mismas: al incrementarse M_e se incrementa \bar{T}/T_0 y $\bar{\xi}$ si se mantienen fijos los demás parámetros.

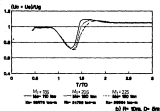
Puede observarse que existe mayor sensibilidad en el corrimiento de la relación del periodo \bar{T}/T_0 cuando hay un incremento en la masa total del edificio producido únicamente en la masa de la estructura M_e , que cuando este incremento se reparte en forma proporcional, es decir manteniendo una relación de masas constantes.

Los casos de las figs. V.b.20 y V.b.21, se relacionan con las figs. V.b.17 y V.b.18 respectivamente, con estas se puede observar que mientras la relación de masas M_e/M_s disminuye, la relación de periodos \bar{T}/T_0 aumenta, lo mismo que el amortiguamiento efectivo $\bar{\xi}$.

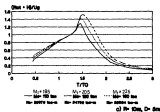
LUGAR: SOT
 $T_0/T_0 = 0.0$, $T_{0.95}/T_0 = 0.99$
 $\Delta t = 0.01$ sec



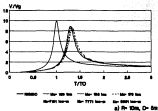
LUGAR: SOT
 $T_0/T_0 = 0.0$, $T_{0.95}/T_0 = 0.99$
 $\Delta t = 0.01$ sec



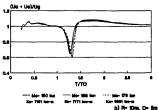
LUGAR: SOT
 $T_0/T_0 = 0.0$, $T_{0.95}/T_0 = 0.99$
 $\Delta t = 0.01$ sec



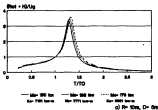
LUGAR: SCT
 $Tu/Ts = 0.5$, $Ha/Hs = 1.00$
 $Ma/Hs = 0.5$



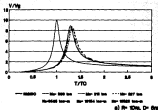
LUGAR: SCT
 $Tu/Ts = 0.5$, $Ha/Hs = 1.00$
 $Ma/Hs = 0.5$



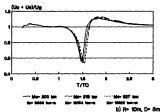
LUGAR: SCT
 $Tu/Ts = 0.5$, $Ha/Hs = 1.00$
 $Ma/Hs = 0.5$



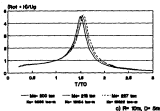
LUNAR BCT
 $T_0/T_0 = 0.0$, $T_0/T_0 = 0.0$
 NUMBER = 0.00



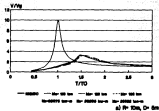
LUNAR BCT
 $T_0/T_0 = 0.0$, $T_0/T_0 = 0.0$
 NUMBER = 0.00



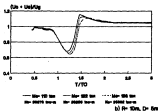
LUNAR BCT
 $T_0/T_0 = 0.0$, $T_0/T_0 = 0.0$
 NUMBER = 0.00



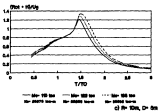
LUGAR BOT
 $\tau_{1/2} = 4.0$, $\tau_{2/2} = 0.75$
 Modulo = 0.00



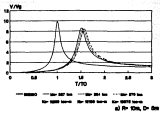
LUGAR BOT
 $\tau_{1/2} = 4.0$, $\tau_{2/2} = 0.75$
 Modulo = 0.00



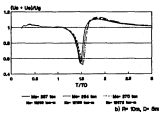
LUGAR BOT
 $\tau_{1/2} = 4.0$, $\tau_{2/2} = 0.75$
 Modulo = 0.00



LUGAR: BCT
 $T_{a/TD} = 0.5$, $T_{b/TD} = 0.5$
 $\Delta t_{a/TD} = 0.20$



LUGAR: BCT
 $T_{a/TD} = 0.5$, $T_{b/TD} = 0.5$
 $\Delta t_{a/TD} = 0.20$



LUGAR: BCT
 $T_{a/TD} = 0.5$, $T_{b/TD} = 0.5$
 $\Delta t_{a/TD} = 0.20$

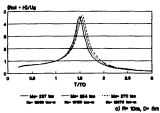


Fig. 6.6.3)

Se muestran en las figs. V.b.22 a V.b.27 los espectros obtenidos para estructuras desplazadas a una profundidad de 2.5m. en el sitio SCT y $R=10m$.

En las figs. V.b.22 a V.b.24 se presentan resultados correspondientes a diferentes sistemas estructurales en los que se hace variar E y en los que se mantiene relaciones de esbeltez iguales a las de las estructuras de SCT con $R=20m$ en los casos en que $M_x/M_y = 0.70$ y 0.42 figs V.b.8 y V.b.9. Se observa que la relación D/R es igual en ambos conjuntos de sistemas. Los espectros obtenidos son similares en ambos grupos, teniéndose que en los espectros para $D=2.5m$ se tienen amortiguamientos ξ mayores y relación de periodos \bar{T}/T_0 menores.

Para estas estructuras se observa un incremento en la relación \bar{T}/T_0 al aumentar la esbeltez, y sucede lo contrario con el amortiguamiento equivalente ξ .

Puede observarse que en comparación del espectro V/V_0 para suelo rígido, se tienen diferencias hasta del 42% y 30% para \bar{T}/T_0 y ξ respectivamente.

Como en el caso similar anterior los espectros de las estructuras menos esbeltas son más sensibles a las variaciones de que presentan las funciones de impedancia, fig V.b.22.

En el caso de los espectros V/V_0 , se observa un primer pico a una relación $T/T_0 \approx 1.0$ es decir $T = .287$, ($f = 3.484$ Hz) que corresponde, fig. V.a.6, a una valle para el coeficiente M_h y a un pico en C_h . En los espectros $|R_0 + R|/|V_0|$ se puede observar que para $E = 0.375$ y 0.475 se presenta el pico máximo a $T/T_0 \approx 1.0$, y para el caso de $E = 0.575$ se presenta a $T/T_0 \approx 1.27$ o sea $T = 0.3645$ ($f = 2.74$ Hz). Esto sucede porque los dos valores de la frecuencia asociada a estos punto máximos coinciden con las frecuencias de picos

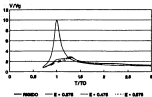
o valles de los coeficientes de impedancia haciendo muy sensible la respuesta a las variaciones de los coeficientes de impedancia. Para el primer caso, como ya se mencionó, el valor de Mh está asociado a un valle, mientras que el de ch se encuentra en un pico; en el caso de $E=0.375$ sucede lo contrario.

Los espectros de las figs. V.b.25 a V.b.27 corresponden a diferentes grupos de sistemas suelo-cimentación en los que se tomó la estructura más esbelta de cada una de los casos de las figuras anteriores y se hizo variar la masa total M en incrementos de 25 ton. El periodo dinámico equivalente aumenta con la masa total en todos los casos, lo mismo sucede en el caso del amortiguamiento equivalente a excepción del caso de las estructuras con una relación de $T_e/T_0 = 3.6$, fig. V.b.26, ya que se compensa el amortiguamiento del suelo ξ_0 con el ξ_1 .

Puede observarse que los resultados de las figs. V.b.25 y V.b.26 corresponde a estructuras que tienen la misma masa total y la misma relación de masas, sin embargo la diferencia entre sus espectros de respuesta es notoria; esto se debe principalmente a la diferencia en la esbeltez y por otra parte a la diferencia de rigideces entre las estructuras (18000) y por consiguiente del periodo natural de la estructura. Se observa en la Tabla V.b.1 que el amortiguamiento efectivo de la estructura disminuye con la esbeltez a pesar de que también varía T_e/T_0 , para el periodo efectivo sucede lo contrario, excepto para la estructura con masa $M=27$ ton.

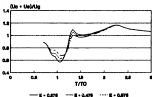
Cabe señalar que la formación de un segundo pico en $\xi_1/T_0 = 1.08$ aproximadamente en el espectro $|Rot \cdot M|/|U_0|$ se debe a que a la frecuencia asociada a este pico ($f=0.911$ Hz) se encuentra asociado un valle en la función de impedancia correspondiente, Mh , provocando que el pico se corra.

LUDAR: SGT
 $Tu/Tb = 0.20$, $Ma/Mb = 0.70$
 $Rb = 27.20$, $Sc=10$, $Sb = 27$ sec



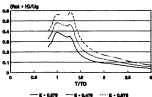
a) $R = 10s$, $D = 2.0s$

LUDAR: SGT
 $Tu/Tb = 0.20$, $Ma/Mb = 0.70$
 $Rb = 27.20$, $Sc=10$, $Sb = 27$ sec



b) $R = 10s$, $D = 2.0s$

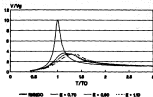
LUDAR: SGT
 $Tu/Tb = 0.20$, $Ma/Mb = 0.70$
 $Rb = 27.20$, $Sc=10$, $Sb = 27$ sec



c) $R = 10s$, $D = 2.0s$

LUGAR: BCT

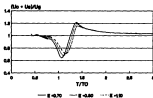
$T_0/T_0 = -0.80$, $U_0/U_0 = -0.70$
 $R_0 = 0.707$ $\Omega_{00} = 0$, $\Omega_{00} = 0$



a) $R_0 = 0.707$, $D = 0.00$

LUGAR: BCT

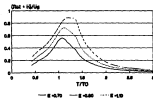
$T_0/T_0 = -0.80$, $U_0/U_0 = -0.70$
 $R_0 = 0.707$ $\Omega_{00} = 0$, $\Omega_{00} = 0$



b) $R_0 = 0.707$, $D = 0.00$

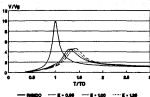
LUGAR: BCT

$T_0/T_0 = -0.80$, $U_0/U_0 = -0.70$
 $R_0 = 0.707$ $\Omega_{00} = 0$, $\Omega_{00} = 0$



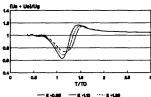
c) $R_0 = 0.707$, $D = 0.00$

LUNAR SCT
 $T_0/T_0 = 0.50$, $\Delta T_0/T_0 = 0.10$
 $R_0 = 10.000$ km, $\Delta R_0 = 100$ km



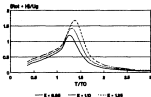
a) $R = 10$ km, $D = 2.0$ km

LUNAR SCT
 $T_0/T_0 = 0.50$, $\Delta T_0/T_0 = 0.10$
 $R_0 = 10.000$ km, $\Delta R_0 = 100$ km



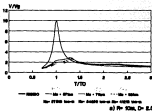
b) $R = 10$ km, $D = 2.0$ km

LUNAR SCT
 $T_0/T_0 = 0.50$, $\Delta T_0/T_0 = 0.10$
 $R_0 = 10.000$ km, $\Delta R_0 = 100$ km

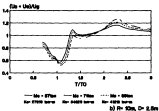


c) $R = 10$ km, $D = 2.0$ km

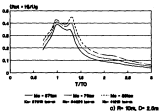
LUGAR SCT
 $T_0/T_0 = 0.00$, $T_{00}/T_0 = 0.00$
 $M_0/M_0 = 0.70$



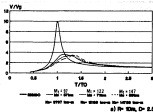
LUGAR SCT
 $T_0/T_0 = 0.00$, $T_{00}/T_0 = 0.00$
 $M_0/M_0 = 0.70$



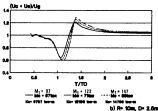
LUGAR SCT
 $T_0/T_0 = 0.00$, $T_{00}/T_0 = 0.00$
 $M_0/M_0 = 0.70$



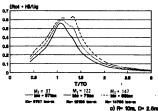
LUGAR: BCT
 $T_{0.75} = -0.050$, $T_{0.25} = -0.750$
 $\Delta t_{0.50} = 0.70$



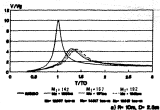
LUGAR: BCT
 $T_{0.75} = -0.050$, $T_{0.25} = -0.750$
 $\Delta t_{0.50} = 0.70$



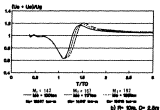
LUGAR: BCT
 $T_{0.75} = -0.050$, $T_{0.25} = -0.750$
 $\Delta t_{0.50} = 0.70$



LUGAR: BCT
 T₀ = 0.20, T₀ = 0.20
 M₀ = 0.40



LUGAR: BCT
 T₀ = 0.20, T₀ = 0.20
 M₀ = 0.40



LUGAR: BCT
 T₀ = 0.20, T₀ = 0.20
 M₀ = 0.40

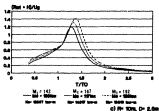


Fig. V.0.27

Se presentan a continuación los espectros de estructuras altas con periodos sobre base rígida. T_e , cercanos al período del sitio, esto es, se consideraron estructuras con relación $T_e/T_s = 1.5, 1$ y 0.90 y diferentes relaciones de esbeltez, *figs.* V.b.28 a V.b.30, debe observarse que en todos los casos se utilizó una relación $M_h/M_e \leq 0.35$. Es precisamente para estos casos que se obtienen los mayores incrementos de \tilde{T}/T_e , hasta de 2.35 , *fig.* V.b.30. En todos los casos \tilde{T}/T_e se incrementa al incrementar E , mientras que $\tilde{\xi}$ disminuye o se mantiene constante, *fig.* V.b.30. Es claro que se llega a una condición en la que la capacidad de amortiguamiento del suelo llega a un límite resultando ser muy escasa e incapaz de compensar las reducciones de amortiguamiento estructural. Debe observarse que en estos casos el amortiguamiento del suelo es mínimo como se observa en las funciones de impedancia correspondientes *fig.* V.b.8.

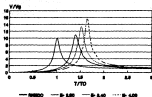
Esto es, la capacidad de amortiguamiento del suelo se reduce considerablemente cuando $T_e/T_s < 1$ en el modo de vibración horizontal y en el modo de vibración de rotación a relaciones inclusive mayores.

Lo anterior se observa claramente en las *figs.* V.b.31 y V.b.32, donde se presentan dos espectros obtenidos de estructuras con $T_e/T_s = 1.5$ y en los que se hace variar M_h , y M_e respectivamente. Como se observó anteriormente, *fig.* V.b.14 a V.b.21, al incrementarse M_h o M_e , $\tilde{\xi}$ se incrementaba; sin embargo la reducción de la capacidad de amortiguamiento del suelo en este rango de frecuencias en el modo de cabeceo resulta en una disminución de $\tilde{\xi}$ al incrementarse M_h o M_e .

Como se observa en las *figs.* V.b.28b y V.b.30c, para el caso de las estructuras más esbeltas el grado de libertad de la cimentación sigue muy de cerca los movimientos del terreno en un rango de periodos amplio.

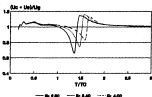
En las figs. V.b.33 a V.b.35 se grafican los valores de ξ obtenidos de los diferentes sistemas analizados en función de la relación \bar{T}/T_0 correspondiente. Como se observa los valores obtenidos para cimentaciones con $R=10$ m no revasaron en SCT el valor de 0.10, para CAF 0.20 y para CAO 0.25. En general los valores más altos corresponden a las estructuras bajas y viceversa. No es posible con los resultados mostrados establecer claramente ciertas tendencias ya que los parámetros geométricos D/R y principalmente R/H , en todos los sitios tiene un efecto no despreciable (Obeárvense las variaciones de las funciones de impedancia para cada sitio en función de R y D).

LUGAR: SGT
 $T_0/T_0 = 12$, $h_0/h_0 = 0.40$
 $R_0 = 0.750$ (cm), $S_0 = 250$ (mm)



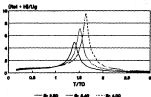
a) $R = 10m$, $D = 5m$

LUGAR: SGT
 $T_0/T_0 = 12$, $h_0/h_0 = 0.40$
 $R_0 = 0.750$ (cm), $S_0 = 250$ (mm)



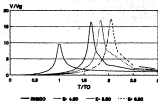
b) $R = 10m$, $D = 5.0m$

LUGAR: SGT
 $T_0/T_0 = 12$, $h_0/h_0 = 0.40$
 $R_0 = 0.750$ (cm), $S_0 = 250$ (mm)



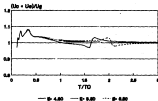
c) $R = 10m$, $D = 5.0m$

LUGAR: BCT
 $T_e/T_0 = 1.0$, $M_e/M_0 = 0.50$
 $R_0 = 4.000$ km, $S_0 = 200$ km



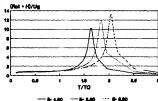
a) $R = 10$ km, $D = 5$ km

LUGAR: BCT
 $T_e/T_0 = 1.0$, $M_e/M_0 = 0.50$
 $R_0 = 4.000$ km, $S_0 = 200$ km



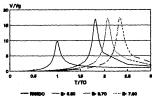
b) $R = 10$ km, $D = 5.0$ km

LUGAR: BCT
 $T_e/T_0 = 1.0$, $M_e/M_0 = 0.50$
 $R_0 = 4.000$ km, $S_0 = 200$ km



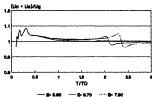
c) $R = 10$ km, $D = 5.0$ km

LUNAR BCT
 $T_0/T_0 = 0.05$, $M_0/M_0 = 0.07$
 $N_0 = 4,000$ $N_{0,0} = 0$



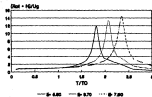
a) $R = 10m$, $D = 5m$

LUNAR BCT
 $T_0/T_0 = 0.05$, $M_0/M_0 = 0.07$
 $N_0 = 4,000$ $N_{0,0} = 0$



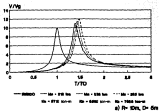
b) $R = 10m$, $D = 8.0m$

LUNAR BCT
 $T_0/T_0 = 0.05$, $M_0/M_0 = 0.07$
 $N_0 = 4,000$ $N_{0,0} = 0$

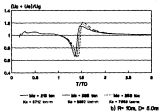


c) $R = 10m$, $D = 8.0m$

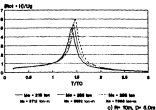
LUNAR: SGT
 $T_{\text{ref}} = 0.8, \text{Re}(\text{Pr}) = 0.8$
 $\text{Re} = 1000$



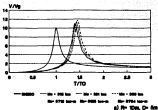
LUNAR: SGT
 $T_{\text{ref}} = 1.0, \text{Re}(\text{Pr}) = 0.8$
 $\text{Re} = 1000$



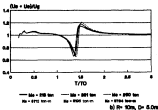
LUNAR: SGT
 $T_{\text{ref}} = 1.0, \text{Re}(\text{Pr}) = 0.8$
 $\text{Re} = 1000$



LUGAR: SGT
 $T_{\text{arr}} = 1.0$, $H_{\text{arr}} = 0.00$
 $M_{\text{arr}} = 0.00$



LUGAR: SGT
 $T_{\text{arr}} = 1.0$, $H_{\text{arr}} = 0.0$
 $M_{\text{arr}} = 0.00$



LUGAR: SGT
 $T_{\text{arr}} = 1.0$, $H_{\text{arr}} = 0.0$
 $M_{\text{arr}} = 0.00$

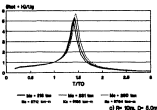


Fig. V.b.32

FACTOR DE AMORTIGUAMIENTO
DE LA CIMENTACION

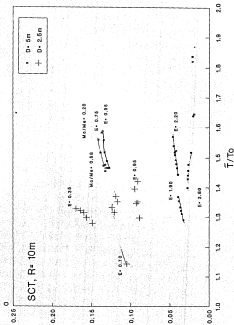


Fig. V.b.33

FACTOR DE AMORTIGUAMIENTO
DE LA CIMENTACION

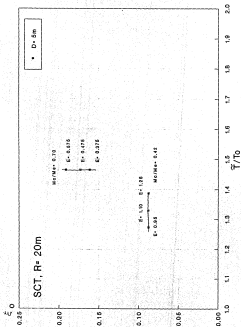


Fig. V.b.34

FACTOR DE AMORTIGUAMIENTO
DE LA CIMENTACION

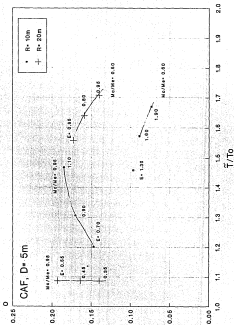


Fig. V.b.36

FACTOR DE AMORTIGUAMIENTO
DE LA CIMENTACION

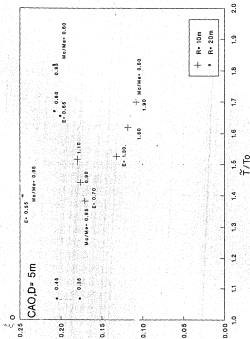


Fig. V.9.36

Figura	alillo	lo	T	so	a	alao	W%	diferencia
V.b. 2 a	SC1	0.4550	0.6643	0.1361	0.1327	0.0700	0.2095	-0.6671
V.b. 2 b	SC1	0.4550	0.6689	0.1361	0.1327	0.0700	0.2111	-0.6687
V.b. 2 c	SC1	0.4550	0.7099	0.1361	0.1327	0.0700	0.2118	-0.6697
V.b. 3 a	SC1	0.9100	1.2417	0.1333	0.1327	0.9955	0.9436	-0.1536
V.b. 3 b	SC1	0.9100	1.2104	0.1333	0.1327	0.9955	0.9077	-0.1803
V.b. 3 c	SC1	0.9100	1.2633	0.1333	0.1327	0.9955	0.9702	-0.6626
V.b. 4 a	CAF	0.4600	0.7520	0.1363	0.1327	0.9900	0.2039	-0.7103
V.b. 4 b	CAF	0.4600	0.6826	0.1363	0.1307	0.9077	0.2594	-0.7034
V.b. 4 c	CAF	0.4600	0.7532	0.1363	0.1306	0.9955	0.2491	-0.7049
V.b. 5 a	CAF	0.4570	0.7594	0.1333	0.1320	0.9902	0.4440	-0.5535
V.b. 5 b	CAF	0.4570	1.0317	0.1333	0.1320	0.9902	0.4923	-0.5803
V.b. 5 c	CAF	0.4570	1.0974	0.1333	0.1320	0.9902	0.5125	-0.4867
V.b. 6 a	CAO	0.4400	0.6872	0.1297	0.1195	0.0905	0.2623	-0.7025
V.b. 6 b	CAO	0.4400	0.6236	0.1297	0.1160	0.0944	0.2591	-0.7103
V.b. 6 c	CAO	0.4400	0.6638	0.1297	0.1166	0.0900	0.2579	-0.7131
V.b. 7 a	CAO	0.4844	1.0477	0.1333	0.1315	0.9175	0.3429	-0.6230
V.b. 7 b	CAO	0.4844	1.1868	0.1333	0.1318	0.9137	0.3040	-0.5797
V.b. 7 c	CAO	0.4844	1.1636	0.1333	0.1310	0.9137	0.4321	-0.5300
V.b. 8 a	SC1	0.4550	0.6689	0.1361	0.1327	0.0700	0.2025	-0.7030
V.b. 8 b	SC1	0.4550	0.6089	0.1361	0.1327	0.0700	0.2058	-0.7040
V.b. 8 c	SC1	0.4550	0.6689	0.1361	0.1327	0.0700	0.2117	-0.7030
V.b. 9 a	SC1	0.9100	1.1527	0.1333	0.1327	0.9955	0.4470	-0.5210
V.b. 9 b	SC1	0.9100	1.2903	0.1333	0.1327	0.9955	0.4591	-0.5308
V.b. 9 c	SC1	0.9100	1.2649	0.1333	0.1327	0.9955	0.4712	-0.5367
V.b.10 a	CAF	0.4600	0.5814	0.1363	0.1305	0.9700	0.2709	-0.7117
V.b.10 b	CAF	0.4600	0.5814	0.1363	0.1305	0.9700	0.2444	-0.7042
V.b.10 c	CAF	0.4600	0.5814	0.1363	0.1305	0.9700	0.2956	-0.7079
V.b.11 a	CAF	0.4570	1.0733	0.1333	0.1320	0.9902	0.2405	-0.7209
V.b.11 b	CAF	0.4570	1.0777	0.1333	0.1320	0.9902	0.2530	-0.7041
V.b.11 c	CAF	0.4570	1.1207	0.1333	0.1320	0.9902	0.3040	-0.6626
V.b.12 a	CAO	0.4400	0.4700	0.1297	0.1135	0.0602	0.2294	-0.7050
V.b.12 b	CAO	0.4400	0.4700	0.1297	0.1135	0.0602	0.2653	-0.7050
V.b.12 c	CAO	0.4400	0.6168	0.1297	0.1157	0.0951	0.1866	-0.7086
V.b.13 a	CAO	0.4844	1.1292	0.1333	0.1310	0.9137	0.2301	-0.7016
V.b.13 b	CAO	0.4844	1.1430	0.1333	0.1316	0.9137	0.2295	-0.7030
V.b.13 c	CAO	0.4844	1.2497	0.1333	0.1310	0.9137	0.2200	-0.7002
V.b.14 a	SC1	0.4550	0.6617	0.1361	0.1327	0.0700	0.2061	-0.6700
V.b.14 b	SC1	0.4550	0.6667	0.1361	0.1327	0.0700	0.2020	-0.6629
V.b.14 c	SC1	0.4550	0.7199	0.1361	0.1327	0.0700	0.2075	-0.6691
V.b.15 a	SC1	0.9100	1.1730	0.1361	0.1323	0.0700	0.0800	-0.1200
V.b.15 b	SC1	0.9100	1.2004	0.1361	0.1327	0.0700	0.0890	-0.1472
V.b.15 c	SC1	0.9100	1.2310	0.1361	0.1327	0.0700	0.0919	-0.1640
V.b.16 a	SC1	0.9100	1.2104	0.1361	0.1327	0.0700	0.0870	-0.1297
V.b.16 b	SC1	0.9100	1.2460	0.1361	0.1327	0.0700	0.0920	-0.1443
V.b.16 c	SC1	0.9100	1.2633	0.1361	0.1327	0.0700	0.0977	-0.1591
V.b.17 a	SC1	0.9100	0.6619	0.1361	0.1323	0.0700	0.0861	-0.1313
V.b.17 b	SC1	0.9100	0.6667	0.1361	0.1327	0.0700	0.0830	-0.1327
V.b.17 c	SC1	0.9100	0.6667	0.1361	0.1327	0.0700	0.0910	-0.6000
V.b.18 a	SC1	0.9100	1.1730	0.1361	0.1327	0.0700	0.0800	-0.1295
V.b.18 b	SC1	0.9100	1.1923	0.1361	0.1327	0.0700	0.0867	-0.1445
V.b.18 c	SC1	0.9100	1.2120	0.1361	0.1327	0.0700	0.0890	-0.1519
V.b.19 a	SC1	0.9100	1.2143	0.1333	0.1327	0.9955	0.0877	-0.1803
V.b.19 b	SC1	0.9100	1.2344	0.1333	0.1327	0.9955	0.0790	-0.1931
V.b.19 c	SC1	0.9100	1.2575	0.1333	0.1327	0.9955	0.0840	-0.1370
V.b.20 a	SC1	0.4550	0.6704	0.1361	0.1327	0.0700	0.0824	-0.1349
V.b.20 b	SC1	0.4550	0.6700	0.1361	0.1327	0.0700	0.0819	-0.1003
V.b.20 c	SC1	0.4550	0.7000	0.1361	0.1327	0.0700	0.0802	-0.1000
V.b.21 a	SC1	0.9100	1.2700	0.1333	0.1327	0.9955	0.0610	-0.1371
V.b.21 b	SC1	0.9100	1.4000	0.1333	0.1327	0.9955	0.0510	-0.1433
V.b.21 c	SC1	0.9100	1.4300	0.1333	0.1327	0.9955	0.0425	-0.1537
V.b.22 a	SC1	0.2071	0.2667	0.1245	0.1262	1.0157	0.2095	-0.3144

Tabla V.b.1 Comparación de ordenadas espectrales entre ROP-07 y respuesta obtenida.

figura	sillo	To	T	ao	a	a/ao	W/W	diferencia
V.b.21 a	927	0.2871	0.2723	0.1245	0.1263	1.0145	0.2788	-0.2794
V.b.21 b	927	0.2871	0.2791	0.1245	0.1286	1.0167	0.2872	-0.2793
V.b.21 c	927	0.4888	0.5484	0.1288	0.1318	1.0015	0.2881	-0.4484
V.b.22 a	927	0.4888	0.5312	0.1288	0.1226	1.0138	0.2895	-0.4543
V.b.22 b	927	0.4888	0.6494	0.1288	0.1227	1.0145	0.2848	-0.4484
V.b.23 a	927	0.5688	0.7369	0.1227	0.1227	1.0000	0.4471	-0.2529
V.b.23 b	927	0.5688	0.7625	0.1227	0.1227	1.0000	0.4494	-0.2585
V.b.23 c	927	0.5688	0.6871	0.1227	0.1227	1.0000	0.4827	-0.2373
V.b.24 a	927	0.2878	0.2671	0.1245	0.1232	1.0094	0.2925	-0.1121
V.b.24 b	927	0.2878	0.3771	0.1245	0.1285	1.0361	0.2752	-0.2292
V.b.24 c	927	0.2878	0.3818	0.1245	0.1286	1.0167	0.2817	-0.2426
V.b.25 a	927	0.4888	0.5484	0.1228	0.1218	0.9964	0.2681	-0.2763
V.b.25 b	927	0.4888	0.6327	0.1228	0.1227	0.9992	0.2828	-0.1541
V.b.25 c	927	0.4888	0.6517	0.1228	0.1227	0.9992	0.2883	-0.1484
V.b.26 a	927	0.5688	0.7369	0.1227	0.1227	1.0000	0.4471	-0.2529
V.b.26 b	927	0.5688	0.7646	0.1227	0.1227	1.0000	0.4412	-0.2588
V.b.26 c	927	0.5688	0.7924	0.1227	0.1227	1.0000	0.4481	-0.2599
V.b.27 a	927	1.2123	1.6978	0.1223	0.1227	0.9992	1.0047	0.0996
V.b.27 b	927	1.2123	1.6484	0.1223	0.1227	0.9992	1.0014	0.2033
V.b.27 c	927	1.2123	1.7813	0.1223	0.1227	0.9992	1.0668	0.0725
V.b.28 a	927	1.8288	2.9923	0.1223	0.0969	0.7259	1.6414	1.2588
V.b.28 b	927	1.8288	3.2432	0.1223	0.0967	0.6584	1.7886	1.1146
V.b.28 c	927	1.8288	3.7125	0.1223	0.0798	0.5851	1.7287	1.2543
V.b.29 a	927	2.0228	3.6886	0.1223	0.0788	0.5911	1.6988	1.0754
V.b.29 b	927	2.0228	4.2826	0.1223	0.0698	0.5716	1.7927	2.4749
V.b.29 c	927	2.0228	4.7514	0.1223	0.0618	0.4936	1.7221	2.0281
V.b.30 a	927	1.2123	1.6978	0.1223	0.1227	0.9992	1.0047	0.0996
V.b.30 b	927	1.2123	1.7488	0.1223	0.1227	0.9992	1.1413	0.1484
V.b.30 c	927	1.2123	1.7931	0.1223	0.1227	0.9992	1.1343	0.1997
V.b.31 a	927	1.2123	1.6978	0.1223	0.1227	0.9992	1.0047	0.0996
V.b.31 b	927	1.2123	1.7226	0.1223	0.1227	0.9992	1.1298	0.1041
V.b.31 c	927	1.2123	1.7677	0.1223	0.1227	0.9992	1.1688	0.1729

Tabla V.b.1 Comparación de ordenes espectrales entre el ROP-87 y resonancias alteradas.

V.c. Comparación con el RCDF-87

Como se ha señalado el RCDF-87, a través de las NTCS, especifica un criterio para evaluar la respuesta de estructuras considerando la interacción suelo-estructura; éste se basa en ciertas suposiciones y simplificaciones, con lo que se derivan expresiones simples y generales. Una forma de comprobar la validez o bondad de este criterio resulta de comparar la respuesta obtenida según el RCDF-87 con la obtenida considerando condiciones más realistas.

En las *figs.* V.c.1 y V.c.2, se comparan las rigideces estáticas horizontal y rotacional K_x y K_r , calculadas de acuerdo con las NTCS y las "exactas" K_x^0 y K_r^0 de las diferentes cimentaciones estudiadas. De esta comparación se observa lo siguiente:

- 1) Las expresiones de las NTCS sobrestiman las rigideces horizontales y rotacional, excepto en el caso de SCT, D= 5m, en el modo de translación horizontal.
- 2) En general los valores de K_r según las NTCS, son los que mayor diferencia presentan.
- 3) Los valores de K_x y K_r para el caso de SCT, D= 5m y R= 10m, son los que presentan la menor diferencia (± 5 %) con respecto a las "exactas".
- 4) En todos los casos, las máximas diferencias se presentan en CAO, llegando a ser hasta del + 87% con respecto a las "exactas".

Por otra parte, para hacer una comparación de periodos se calcularon:

T_{10} : Periodo fundamental de vibración del sistema no amortiguado obtenido al resolver el problema de valores y vectores característicos planteado por la ec. (IV.a.7), utilizando las rigideces estáticas "exactas".

T_1 : Periodo fundamental de vibración en la dirección que se analiza corregido por interacción del suelo, calculado tal y como lo indican las NTCS, de acuerdo con las ecs. II.d.6 a la II.d.8.

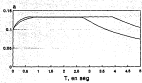
T_2 : Periodo calculado mediante el criterio de las NCTS, pero utilizando las rigideces estáticas "exactas".

T_3 : Periodo calculado utilizando las fórmulas propuestas por las NTCS, considerando las rigideces dinámicas asociadas a la frecuencia de la respuesta máxima.

En las figs. V.c.3 se presenta las relaciones de periodos T_{10}/\bar{T} , T_1/\bar{T} , T_2/T_0 y T_3/\bar{T} como función de la relación de masas M_2/M_1 . De estos resultados se puede observar lo siguiente:

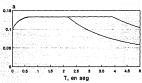
- a) Para el cociente T_{10}/\bar{T} dentro del rango $0.17 \leq M_2/M_1 \leq 0.5$ se obtuvieron diferencias menores de $\pm 7\%$ con respecto a la unidad, mientras que dentro del rango $0.5 \leq M_2/M_1 \leq 0.8$, las diferencias máximas resultan mayores: $\pm 17\%$. En la figura, para $M_2/M_1 > 0.80$ se presentan únicamente los resultados correspondientes a SCT los cuales presentan una variación pequeña respecto a la unidad. La variación máxima (+48 %) se obtuvo para una relación de masas

Espectro de diseño para BCT
para estructuras del grupo B
considerando $T_n = 1.83$ s y $C=2$



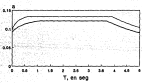
— SIN INTERACCION — CON INTERACCION
 $T_n = 0.8$ seg $T_n = 0.078$ seg
 $T_n = 3.0$ seg $T_n = 0.044$ seg

Espectro de diseño para CAP
para estructuras del grupo B
considerando $T_n = 2.26$ s y $C=2$



— SIN INTERACCION — CON INTERACCION CAP
 $T_n = 0.8$ seg $T_n = 0.004$ seg
 $T_n = 3.0$ seg $T_n = 0.003$ seg

Espectro de diseño para CAD
para estructuras del grupo B
considerando $T_n = 2.09$ s y $C=2$



— SIN INTERACCION — CON INTERACCION
 $T_n = 0.8$ seg $T_n = 1.078$ seg
 $T_n = 3.0$ seg $T_n = 0.060$ seg

V.c.7 Espectros de diseño según RGDF-87

de 0.95, considerando una estructura de $R=20m$, $D=5m$ y $H_e/R = 0.45$, ubicada en el sitio CAO. En todas las gráficas se excluyen los valores que presentan diferencias mayores a $\pm 20\%$ con respecto a la unidad.

- b) Dentro del rango $0.2 \leq H_e/H_e \leq 0.5$, al analizarse la relación T_1/\bar{T} , se tienen diferencias menores de $\pm 18\%$, en el rango $0.2 \leq H_e/H_e \leq 0.8$ la diferencia no es mayor de $\pm 21\%$. Para $H_e/H_e = 0.95$ en los sitios de CAO y CAF la diferencia es mayor de $\pm 21\%$, llegando a ser hasta de $+43\%$.
- c) La variación de T_1/T_0 en todo el rango estudiado es siempre menor que la unidad, (sólo en un caso excede el valor de uno), la variación máxima es de -11% .
- d) Para la relación de T_2/\bar{T} en el rango $0.2 \leq H_e/H_e \leq 0.4$ existen diferencias hasta del $\pm 16\%$ y para el rango comprendido entre 0.2 y 0.8 se tiene que las diferencias no excede el 21% . En CAO y CAF para relaciones de $H_e/H_e = 0.95$, $R=10$ y $D=5$, se tienen las diferencias máximas, alcanzando hasta el 166% .

Las relaciones de periodo en función de la esbeltez H_e/R se muestran en las figs. V.c.4. Con base en estos resultado se observa lo siguiente:

- a) Para la relación T_{e1}/\bar{T} en el rango de esbelteces comprendido entre 2 y 7 se tiene una diferencia máxima respecto a la unidad de $+3\%$. Se observa que a partir de $E=0.7$ se obtienen valores de T_{e1}/\bar{T} menores o iguales a uno, es decir que T_{e1} es menor o igual que \bar{T} . La diferencia máxima obtenida para las estructuras estudiadas alcanza un valor de $+48\%$.
- b) Para el caso de la relación T_1/\bar{T} en el rango $H_e/R \geq$

O.B. se tiene que todas las diferencias son menores de -10%. El valor máximo se tiene a una relación de esbeltez de 0.45, alcanzando una diferencia del 43% (esto sucede para una estructura de $R=20m$, $D=5m$ y $M_1/M_2 = 0.95$). Se observa que a partir de la relación $M_1/R = 1.10$ todos los valores de T_1 subestiman al valor \bar{T} .

- c) Al comparar T_1/T_0 se observa que para esbeltez baja (menor de 1.5) se presentan las mayores diferencias siendo éstas hasta del -6%. Para $3 \leq M_1/R \leq 5$, se tiene que la diferencia máxima es de -4 %
- d) En el caso de T_1/\bar{T} se puede observar que en el rango de $1.10 \leq M_1/R \leq 7$ se tiene una diferencia máxima de 10% respecto a la unidad; para el rango $M_1/R < 1$, se tiene una diferencia hasta del 100%, esta diferencia se obtiene para una esbeltez de 0.45 para el caso de CAO, $R=20m$, $D=5m$ y $M_1/M_2 = 0.95$.

En las *figs. V.c.5* se grafica la variación de las relaciones de periodo en función de la relación de periodos \bar{T}/T_0 , de estos resultados se observa lo siguiente:

- a) Al estudiar la variación de la relación $T_1/T_0/\bar{T}$ en el rango comprendido entre $1.33 \leq \bar{T}/T_0 \leq 1.55$, se observa una diferencia máxima de -13%, teniendo en el rango de $1.33 \leq \bar{T}/T_0 \leq 2.4$ diferencias de hasta -10%.
- b) Para la relación T_1/\bar{T} en el rango comprendido entre 1 y 1.42, se observa que la diferencia máxima es de 44%, para valores de \bar{T}/T_0 mayores que 1.42, se tienen que T_1/\bar{T} es siempre menor a la unidad. En el rango de 1.2 a 2.4 se tienen diferencias hasta de -16%.

- c) En el caso de la relación de T_1/T_0 , se tiene que se agrupan una gran cantidad casos en el rango comprendido entre 1.25 y 1.33, teniéndose una diferencia no mayor al -15% respecto a la unidad. La máxima diferencia en todo el rango es de 10%.
- d) Para la relación T_d/\bar{T} en el rango de $1 \leq \bar{T}/T_0 \leq 1.31$ se tienen diferencias que exceden incluso al 100%, teniendo una diferencia máxima de 100%, para un valor de $\bar{T}/T_0 = 1.07$, correspondiente a una estructura desplantada en CAO con $R=20\%$, $D=5n$, $H_c/H_b = 0.05$ y $H_c/R = 0.45$. Para las relaciones de periodos \bar{T}/T_0 , superiores a 1.31, se tienen que los valores de la relación T_d/\bar{T} , son menores a 1; obteniéndose en el rango comprendido entre 1.31 y 3 diferencias no mayores a -10%.

Para la consideración de la interacción el Reglamento propone disminuir el coeficiente sísmico según la ec. (III.d.13). En la *fig. V.c.6* se muestra la variación del coeficiente sísmico como función del periodo fundamental del terreno T_0 para estructuras del grupo B según el RCDP-87. En la *fig. V.c.7* se muestran los espectros de diseño para SCT, CAF y CAO (con interacción) y los espectros de diseño de la Zona III (sin interacción) para fines de comparación. En ambos casos, se tomó un factor de comportamiento sísmico $Q=3$.

Para todos los casos estudiados, se calculó la relación \bar{a}/a_0 , donde \bar{a} es la ordenada del espectro de diseño con interacción correspondiente al periodo \bar{T} y a_0 es la ordenada del espectro de diseño sin considerar la interacción correspondiente al periodo T_0 , *fig. V.c.8*. En la misma figura se reportan los periodos característicos T_a y T_b que definen los puntos de quiebre del espectro de diseño sin interacción, y los periodos característicos T_a' y T_b' que correspondientes al espectro de diseño modificado por

interacción.

En la Tabla V.c.1 se reporta además de la relación \bar{a}/a_0 , la relación \bar{V}/V_0 obtenida para cada uno de los casos estudiados siendo \bar{V} el cortante basal del sistema acoplado (con interacción) y V_0 el cortante basal del sistema sobre suelo rígido correspondiente, en ambos casos, a la condición de resonancia. Esta relación se obtuvo dividiendo el valor de \bar{V}/V_0 , correspondiente a T_c por V_0/V_0 , el cual es igual a 10 para todos los casos estudiados.

No es del todo correcto comparar los valores de \bar{a}/a_0 con las relaciones \bar{V}/V_0 , ya que la relación \bar{a}/a_0 se obtuvo a partir del espectro de diseño establecido, el cual es el resultado del análisis de un gran número de espectros de respuesta (usualmente el espectro de diseño queda definido por la envolvente de los espectros de respuesta considerados), mientras que la relación \bar{V}/V_0 está asociada a la respuesta del sistema a una excitación armónica y no a sismos, sin embargo la comparación sirve para señalar como una primera aproximación, los casos en que el diseño sísmico de acuerdo con el RCDP-87 pudiera ser conservador $\left(\frac{\bar{a}}{a_0} > \frac{\bar{V}}{V_0} \right)$, o viceversa $\left(\frac{\bar{a}}{a_0} < \frac{\bar{V}}{V_0} \right)$, si se toman en cuenta las disposiciones para considerar la interacción suelo-estructura.

Como se observa en la Tabla V.c.1, que la diferencia que existe de \bar{V}/V_0 respecto de \bar{a}/a_0 en los casos estudiados se encuentra dentro del rango de -70% a 288%. Estas diferencias son de signo negativo a excepción de los casos de las figs. V.b.28 a V.b.34, que son casos en los que el periodo natural de vibrar T_0 es mayor a 1 s.

La diferencia entre los cocientes \bar{a}/a_0 y \bar{V}/V_0 definida como $[(\bar{V}/V_0) - (\bar{a}/a_0)] / (\bar{a}/a_0)$ se presenta en la última columna de la Tabla V.c.1. Con excepción de los últimos 5 casos correspondientes a estructuras muy esbeltas (poco

factibles) la diferencia resulta siempre negativa, ($V/V_0 < a/a_0$). Las diferencias máximas (negativas) se presentan para las estructuras menos esbeltas; la diferencia máxima obtenida fue de -70%.

Es interesante notar que existen varios casos en que $a/a_0 > 1$. Esto último significa que el criterio del RCDP-87 para diseño sísmico considerando la interacción suelo-estructura conduce, en algunos de los casos estudiados a utilizar ordenadas espectrales mayores que las correspondientes al diseño sin considerar el efecto de interacción. Como se puede observar para esos casos V/V_0 es menor que la unidad.

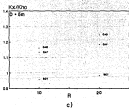
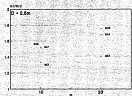


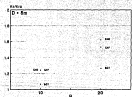
Fig. V.c.1 Comparación de las rigideces obtenidas con las rigideces de las NTCS de 1987.



a)



b)



c)

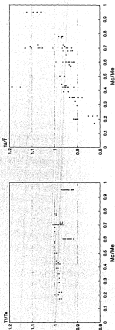
Fig. V.c.2 Comparación de las rigideces obtenidas con las rigideces de las NTCS de 1987.

Variación de los periodos respecto a M_c/M_e



a)

b)



c)

d)

Fig. V. c.3

Variación de períodos respecto a la esbeltez

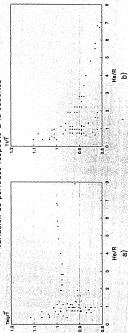
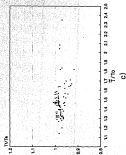
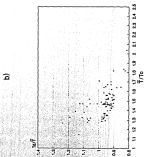


Fig. V.c.4

Variación de relaciones de periodos con respecto a T_1/T_0



d) Fig. V.6.5

Variación de c en función de T_s
según el RCDF-87
 $c = (1.6 T_s) / (4 + T_s^2)$

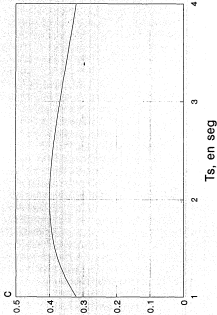
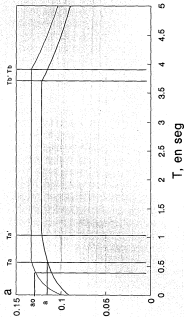


Fig. V.c.6 Coeficiente sísmico.

Espectro de diseño para CAO
 para estructuras del grupo B
 considerando $T_a = 3.08$ s y $Q = 3$



— SIN INTERACCION — CON INTERACCION
 $T_a = 0.6$ seg $T_a' = 1.078$ seg
 $T_b = 3.9$ seg $T_b' = 3.696$ seg

Fig. V.c.8

VI. CONCLUSIONES

En la presente tesis, se realizó el estudio paramétrico de diferentes sistemas estructurales sobre cimentaciones superficiales en tres sitios característicos de la zona lacustre de la Ciudad de México considerando la interacción suelo-estructura; para ello se estudiaron aproximadamente cien estructuras.

Los sitios característicos estudiados fueron: el edificio de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT), el edificio de Central de Abastos Frigoríficos (CAF) y el edificio de Central de Abastos Oficinas (CAO).

La idealización del suelo se efectuó mediante coeficientes de rigidez dinámica (funciones de impedancia); para ello se consideraron el perfil estratigráfico de cada uno de los sitios, el radio y la profundidad de desplante de las cimentaciones consideradas.

Se obtuvieron y discutieron las funciones de impedancia para SCT, CAF y CAO; de éstas se puede observar que la profundidad de desplante, el radio de la cimentación y las propiedades dinámicas del sitio afectan directamente los valores de las impedancias para cada frecuencia de excitación.

La selección de las estructuras se hizo considerando dentro de ciertos límites la altura total de la estructura, las alturas de entrepiso, la relación de periodos T_e/T_0 y la relación de masas M_e/M_0 .

Los parámetros estudiados fueron: el radio de la cimentación R ; la profundidad de desplante D ; la esbeltez de la estructura E ; la relación de masas M_e/M_s ; la masa de la estructura M_s y la masa total del sistema M_T .

La modelación del sistema suelo-estructura se llevó a cabo con el modelo propuesto por García-Ranz, Avilés y Reséndiz (1980).

Para cada uno de los sistemas estructurales considerados se presentaron tres espectros de respuesta normalizados: V/V_0 , $|W_e + W_s|/W_0$ y $|Rot = H|/W_0$ como función de la relación de periodos T/T_0 (figs V.b.2 a V.b.32). De los espectros V/V_0 versus T/T_0 se obtuvieron los parámetros dinámicos equivalentes \bar{T} y $\bar{\xi}$, (Tabla V.b.1).

En todos los casos estudiados, el pico de la respuesta se corre a la derecha, esto es, el periodo equivalente del sistema \bar{T} es siempre mayor que T_0 . El amortiguamiento del sistema $\bar{\xi}$ es en general mayor que el del sistema rígido, a excepción de los casos con una relación de periodos T_e/T_0 cercana o menor a la unidad, en este caso el amortiguamiento disminuye al considerar el efecto de la interacción suelo-estructura.

Al observar las tendencias de \bar{T} y $\bar{\xi}$ cuando se analiza cada parámetro del sistema por separado se tiene:

En todos los casos estudiados, al aumentar R de 10m a 20 m aumenta $\bar{\xi}$, sin embargo la relación de periodos \bar{T}/T_0 disminuye en el sitio SCT, lo que no sucede en CAO y CAF. Esto implica mayor disipación de energía debido a que el área de la cimentación es mayor.

A pesar que al variar D de 5m a 2.5m se observaron diferencias en las funciones de impedancia no se observó ninguna variación significativa de \bar{T}/T_0 y $\bar{\xi}$ en

los casos estudiados.

Al aumentar E , el valor de la relación \bar{T}/T_0 aumenta y $\bar{\xi}$ tiende a disminuir. Al aumentar el valor de \bar{T} , se tiene que la frecuencia de vibración del sistema es menor, y observando las curvas de impedancia, se observará que los coeficientes de amortiguamiento son pequeños en el rango de frecuencias bajas.

Considerando un aumento en la relación de masa M_2/M_1 , se observa que los valores de \bar{T}/T_0 tienden a aumentar sin embargo, $\bar{\xi}$ aumenta o disminuye indistintamente. Esto se observa más claramente en los casos en donde se conservaron constante todos los parámetros a excepción de la masa y rigidez de la estructura M_2 y K_2 .

Al incrementarse \bar{T}/T_0 se observa que la relación de periodos \bar{T}/T_0 aumenta o disminuye indistintamente, sin embargo $\bar{\xi}$ disminuye en todos los casos.

El efecto de aumentar M_2 , o K_2 , es el de producir incrementos en la relación \bar{T}/T_0 y decrementos en $\bar{\xi}$.

Con base en los resultados presentados y algunos otros que no se incluyeron en esta tesis, se observó que el efecto de incluir las rigideces acopladas K_{12} trae consigo un decremento en \bar{T} , esto es, el sistema se vuelve más rígido con respecto al caso en que estas rigideces se despreciaron; el efecto en $\bar{\xi}$ puede ser de ambos signos. Por otra parte, el efecto de J_0 en la respuesta es poco importante y provoca por lo general un posible incremento de \bar{T} y $\bar{\xi}$. Los mismos efectos, pero un poco mayores, se observaron si se incluye la masa M_3 en el análisis.

Los valores más pequeños de ξ_0 se obtienen en estructuras con relaciones de periodo T_2/T_0 cercanas a la unidad y en las estructuras más esbeltas, sucediendo lo

contrario en las estructuras con relación T_n/T_0 alta y esbeltez baja.

De las gráficas f_0 contra \bar{f}/T_0 , se observa que algunos datos se agrupan de acuerdo a los valores de M_0/M_n y E , para cada sitio y considerando los mismos valores de R y D . Sin embargo, es necesario estudiar un mayor número de casos para poder definir curvas que marquen de manera más clara esta tendencia.

Comparaciones con el RCDF-67.

De acuerdo con las NTCS se obtuvieron los periodos fundamentales de los sistemas con interacción suelo-estructura considerando: a) las rigideces del suelo como indica las NTCS (K_x , K_r), b) las rigideces estáticas "exactas" (K_0^0 , K^0) y c) las rigideces dinámicas asociadas a la frecuencia de la respuesta máxima ($K(h\bar{\omega})$, $K_r(\bar{\omega})$).

Para los casos estudiados, las NTCS sobrestiman las rigideces estáticas y rotacionales siendo más notorio cuanto más blando es el terreno. Las diferencias, obtenidas están en el rango comprendido entre 5 y 67%.

En general, las diferencias entre los periodos naturales de vibrar de acuerdo con las NTCS y el periodo dinámico equivalente alcanzan una diferencia promedio del 21%, aunque el valor máximo obtenido en los casos estudiados es del 100%.

Las diferencias entre los periodos casi no se reduce en el caso de utilizar las rigideces estáticas exactas, tampoco es muy importante si se utilizan las rigideces dinámicas ($K(h\bar{\omega})$ y $K_r(\bar{\omega})$).

Se puede observar que el criterio propuesto por las NTCS conduce a diferencias significativas con respecto al

periodo dinámico equivalente \bar{T} .

El criterio de las NTCS no es tan sensible al valor exacto de las rigideces que se adopte, por lo que se desprende que las diferencias son debidas a las simplificaciones implícitas en ese criterio.

De la comparación entre las relaciones de ordenadas espectrales \bar{a}/a_0 y \bar{V}/V_0 de los sistemas factibles estudiados se llegó a la conclusión que el RCDP-87 es conservador.

Por último, los resultados del modelo representado corresponden a excitación armónica. Para excitación transitoria se supone que se tiene una combinación lineal de movimientos armónicos con periodo y amplitud variables, de los cuales los componentes de excitación con periodo semejante al resonante son importantes. Con base en esto se infiere que la respuesta para excitación transitoria se parece a la de excitación armónica. Sin embargo, este aspecto debería comprobarse extendiendo el modelo al caso de excitación sísmica.

ANEXOS

C		SOL00100
C		SOL00200
C	SUBROUTINE SOLUCO: N, A, B1	SOL00300
C		SOL00400
C		SOL00500
C		SOL00600
C	Para la solución de sistemas de ecuaciones [A](X)=(B)	SOL00700
C	donde [A](X) y [B] son arreglos complejos de NxN y N	SOL00800
C		SOL00900
C	AUTOR: J Avilán Lopez	SOL01000
C	FECHA:	SOL01100
C	LENGUAJE: MS-FORTRAN-3.31	SOL01200
C		SOL01300
C		SOL01400
C	ENTRADA	SOL01500
C		SOL01600
C	(I, J= 1, ..., N)	SOL01700
C	A(I, J).....: Matriz del sistema (I, J= 1, ..., N)	SOL01800
C	B(I).....: Vector de terminos independientes	SOL01900
C	N.....: Orden de los arreglos	SOL02000
C		SOL02100
C	SALIDA	SOL02200
C	B(I).....: Vector de solución	SOL02300
C		SOL02400
C		SOL02500
C	IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)	SOL02600
C	COMPLEX*16 SUM,A(3,3),B(3)	SOL02700
C		SOL02800
C	EPS=1.0D-05	SOL02900
C	DO 10 I=1,N	SOL03000
C	DO 9 J=1,N	SOL03100
C	SUM=(0.00D,0.00D)	SOL03200
C	IF(1.EQ.1) GOTO 5	SOL03300
C	DO 4 K=1,I-1	SOL03400
C	4 SUM=SUM+A(I,K)*A(K,J)	SOL03500
C	5 A(I,J)=A(I,J)-SUM	SOL03600
C	IF(1.EQ.N) GOTO 9	SOL03700
C	SUM=(0.0,0.0)	SOL03800
C	IF(1.EQ.1) GOTO 7	SOL03900
C	DO 6 K=1,I-1	SOL04000
C	6 SUM=SUM+A(J-1,K)*A(K,I)	SOL04100
C	7 IF(CDABS(A(I,I)).LE.EPS)GO TO 3	SOL04200
C	A(J-1,I)=A(J-1,I)-SUM/A(I,I)	SOL04300
C	9 CONTINUE	SOL04400
C	10 CONTINUE	SOL04500
C		SOL04600
C	DO 17 I=1,N	SOL04700
C	SUM=(0.00D,0.00D)	SOL04800
C	IF(1.EQ.1)GO TO 14	SOL04900
C	DO 15 K=1,I-1	SOL05000
C	15 SUM=SUM+A(I,K)*B(K)	SOL05100
C	16 B(I)=B(I)-SUM	SOL05200
C	17 CONTINUE	SOL05300
C		SOL05400
C	DO 22 I=1,N	SOL05500
C	II=N-I-1	SOL05600
C	SUM=(0.00D,0.00D)	SOL05700
C	IF(1.EQ.1)GO TO 19	SOL05800
C	DO 20 K=1,II-1	SOL05900
C	KK=N-K-1	SOL06000

20	SUM=SUM+A(II, K)*B(K)	SOL06000
10	IF(CDABS(A(II, II)) .LE. EPS) GO TO 3	SOL06100
	B(II)= B(II)-SUM /A(II, II)	SOL06200
22	CONTINUE	SOL06300
C	RETURN	SOL06400
3	WRITE(*,*) ' *** Subr.SOLUCO. SISTEMA DE ECUACIONES SINGULARS ***'	SOL06500
	RETURN	SOL06600
	END	SOL06700
C		SOL06800
C	SOL06900

```

C ..... ISE00100
C ..... ISE00200
C SUBROUTINE ISE3GL( F, KX, CX, KT, CT, KXT, CNT, T, V, U, UC, ROT, ISE00300
& NF, NE, ZE, KE, ME, MC, JC, D, DC ) ISE00400
C ..... ISE00500
C ..... ISE00600
C ..... ISE00700
C Para obtener la respuesta de sistemas suelo-estructura de 3 GDL ISE00800
C sometidos a aceleracion armonica unitaria horizontal del terreno ISE00900
C ..... ISE01000
C AUTOR: F Garcia Ranz y J Aviles Lopez ISE01100
C FECHA: sep 1989 ISE01200
C LENGUAJE: MS-FORTRAN-3.31 ISE01300
C ..... ISE01400
C SUBROUTINAS REFERENCIADAS: SOLVCO ISE01500
C ..... ISE01600
C ..... ISE01700
C ..... ISE01800
C ENTRADA ISE01900
C (i=1...NF) ISE02000
C F(i)..... Frec. de excitacion en HERTZ ISE02100
C KX(i),CX(i)... Rigidez y amortiguamiento HIL del suelo ISE02200
C KT(i),CT(i)... Rigidez y amortiguamiento ROT del suelo ISE02300
C KXT(i),CNT(i)... Rigidez y amortiguamiento HIL-ROT del suelo ISE02400
C NF..... No. de frecuencias ISE02500
C NE..... Masa de la estructura ISE02600
C ZE..... Frec. amort. critico de la estructura ISE02700
C KE..... Rigidez de la estructura ISE02800
C ME..... Altura de la estructura ISE02900
C MC..... Masa de la cimentacion ISE03000
C JC..... Momento de inercia de masa de la cimentacion ISE03100
C D..... Prof. de enterramiento de la cimentacion ISE03200
C DC..... Elevacion del C.M. de la cimentacion ISE03300
C ..... ISE03400
C SALIDA ISE03500
C T(i)..... T/To ISE03600
C : T= periodo de la excitacion ISE03700
C : To= periodo de la estructura sobre base rigida ISE03800
C V(i)..... V(i)/Vo ISE03900
C : V= cortante basal del sistema ISE04000
C : Vo= Ag*ME ISE04100
C : Ag= aceleracion del terreno ISE04200
C U(i)..... Ue(i)/Ug ISE04300
C : Ue= desplazamiento lateral de la masa ME relativo ISE04400
C : a la cimentacion (por distorsion estructural) ISE04500
C : Ug= desplazamiento del terreno ISE04600
C UC(i)..... ( Ug-Uc(i) )/Ug ISE04700
C : Ue= desplazamiento lateral de la base de la cimen- ISE04800
C : tacion relativo al terreno ISE04900
C ROT(i)..... rot(i)*IMa*D/Ug ISE05000
C : rote= rotacion de la base de la cimentacion ISE05100
C ..... ISE05200
C ..... ISE05300
C IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z) ISE05400
C REAL*8 ME, KE, MC, JC ISE05500
C REAL*8 F(1), KX(1), KT(1), KXT(1), CX(1), CT(1), CNT(1) ISE05600
C REAL*8 T(1), V(1), U(1), UC(1), ROT(1) ISE05700
C REAL*8 MS(3,3), KS(3,3), CSC(3,3), AUX(3) ISE05800
C COMPLEX*16 MAC(3,3),VEC(3) ISE05900
C PARAMETER (PHI2= 6.283185307179586600) ISE06000

```



```

C
H= HE+D
C
C
C MATRIZ DE MASAS
C
HS(1,1)=ME
HS(1,2)=ME
HS(2,1)=HS(1,2)
HS(1,3)=ME*H
HS(2,1)=HS(1,3)
HS(2,2)=ME*HC
HS(2,3)=ME*H + HC*HC
HS(3,3)=HS(2,3)
HS(3,3)=JC + HC*HC*HC + ME*H*H
C
C FRE= frec fundamental de la estructura sobre base rigida [rad/s]
C
FRE=DSORT(KE/ME)
CE= 3E-2.00E*ME*FRE
C
C CALCULO DE LA RESPUESTA DEL SISTEMA SUELO-ESTRUCTURA
C
C LOOP DE FRECUENCIAS
C
DO 30 N=1,MF
WN=PHI2*F(N)
C
C VECTOR DE EXCITACIONES
C
VEC(1)=-DCMPLX( ME, 0.000)
VEC(2)=-DCMPLX( ME*HC, 0.000)
VEC(3)=-DCMPLX( ME*H+HC*HC, 0.000)
C
C MATRICES DE RIGIDEZ Y AMORTIGUAMIENTO
C
DO 5 I=1,3
DO 5 J=1,3
KS(I,J)= 0.000
5 CS(I,J)= 0.000
KS(1,1)= ME
CS(1,1)= CE*WN
KS(2,2)= KX(N)
CS(2,2)= CX(N)
KS(2,3)= KXT(N)
CS(2,3)= CXT(N)
KS(3,2)= KS(2,3)
CS(3,2)= CS(2,3)
KS(3,3)= KT(N)
CS(3,3)= CT(N)
C
DO 10 I=1,3
DO 10 J=1,3
MAC(I,J)=KS(I,J)+DCMPLX(0.000,CS(I,J))-WN*WN*MS(I,J)
10 CONTINUE
C
CALL SOLUCO( 3, MAC, VEC)
C
C NORMALIZACION DE RESULTADOS
C
VEC(1)= Ue; VEC(2)= Uv; VEC(3)= rot

```

```

C
NH2= NH*MM                                ISE11500
TIM)= KE*CDABS(VEC(1))/ME                  ISE12100
QIM)= CDABS(-VEC(2)*NH2)                   ISE12200
DCIRI= CDABS(-VEC(2)*NH2 + DCMPLEX(1.000,0.000) ) ISE12300
ROT(N)= CDABS(-VEC(2)*H*MM2)              ISE12400
C
IF( MY .EQ. 0.000) THEN                   ISE12500
TIM)= 000.0000000                          ISE12600
ELSE                                         ISE12700
TIM)=PRE/MM                                ISE12800
ENDIF                                       ISE13000
C
DO CONTINUE                                ISE13100
RETURN                                     ISE13200
END                                         ISE13400
C
.....                                     ISE13500
C

```

REFERENCIAS

Applied Technology Council. *Tentative Provisions for the Development of Seismic Regulations for Buildings*, Palo Alto California, 1977.

García-Ranz, F. -Programa DHL/SUPERLH-. Reporte interno, Departamento de Ingeniería Civil, Instituto de Investigaciones Eléctricas, 1980.

García-Ranz, F. y Avilés J. -Programa PASSE-. Reporte interno, Departamento de Ingeniería Civil, Instituto de Investigaciones Eléctricas, 1980.

Hsieh, T.K. -Foundation Vibrations-. *Proc. Inst. Civil Engrs.*, 1962, 23, 211.

Karasudhi, P., Keer, L.M. y Lee S.L. -Vibratory motion of a body on an elastic half plane-. *J. Appl Mech. ASME*, 1968, 35E, 697.

Luce, J.E. y Westmann, R.A. -Dynamic response of a rigid footing bonded to an elastic halfspace-. *J. Appl Mech. ASME*, 1968, 35E, 697.

Luce, J.E. y Westmann, R.A. -Dynamic response of circular footings-. *J. Engng. Mech. Div. ASCE*, 1971, 97, EMS, 1361.

Lysner, J. -Vertical Motions of Rigid Footings-. Ph. D. thesis, University of Michigan, Ann Arbor, 1965.

Lysner J. y Drake L. A., -Finite Element Method for Seismology-. *Methods in Computational Physics*, Ed. Bolt B., 1972, Vol. 11, Academic Press, pp 181-210.

Newmark, N.H., -Torsion in symmetrical buildings-. *Proc Fourth World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago

de Chile, 1989, 2, 19-32.

Reissner, E. "Stationäre, axialsymmetrische, durch eine schub-teilende Masse erregte Schwingungen eines homogenen elastischen Halbraumes", *Ing. Arch.*, 1938, 7, 361.

Richart, F.E. y Whitman, R.V. "Soil-platform Interaction", *Proc. Conf. on Behav. of Offshore Struct.*, NCI, Oslo, 1976, 1, 817.

Richart, F.E., Woods, R.D. y Hall J.R. *Vibrations of Soils and Foundations*, Prentice-Hall, 1970.

Roesset, J.M. "Computer Models for Soil Structure Interaction Analyses", *Century 2 Pressure Vessels and Piping Conference*, ASME, San Francisco California, August 12-16, 1980.

Rosenbluth, E. "Tall buildings under five-component earthquakes", *Journal of the Structural Division*, ASCE, 102 No. ST2, 453-459.

Tassoulas, J y Kausel, E. "Elements for the Numerical Analysis of Wave Motion in Layered Medium", *Int J Num Meth Engrg*, Vol. 19 pp 1005-1032, 1983.

Tassoulas, J "Elementos for the Numerical Analysis of Wave Motion in Layered Medium", *Research Rep. R8r-a*, MIT, 1981.

Velezcos, A.S. y Wei, Y.T. "Lateral and rocking vibrations of footings", *J. Soil Mech Found Div.*, ASCE, 1971, 97, S98, 1227.

Velezcos A.S. y Verbie, B. "Vibration viscoelastic foundations", *Int J. Earthq. Engrg. Struct. Dyn.*, 1973, 2, 87-102.

Wass G., -Linear Two-Dimensional Analysis of Soil Dynamics Problems in Semiinfinite Layered Media-, Thesis Doctoral, Universidad de California en Berkeley, 1972.

Whitman, R.V. y Bielak, J. -Foundations-, cap. 7 de *Dearing of Earthquake Resistant Structures*, E Rosenblueth, Ed., Prentech Press, Londres, 1970, pp 223-280.

BIBLIOGRAFIA

Clough, R. y Penzien, J., "Dynamics of structures" Mc Gray-Hill, Kogakusha, 1975.

Esteva, L. y Bascón, O., "La UNAM ante los sismos de septiembre", Aspectos de Ingeniería, U.N.A.M. 1985.

García-Ranz, F., Avilés, J. y Roséndiz, D., "Respuesta sísmica de cimentaciones superficiales en la Ciudad de México" VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, tomo I, pp 207-219, México, 1989.

Gazetas, G., "Analysis of machine foundation vibration: state of the art", Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1983, Vol. 2, No. 1.

Jaine, A., Roso M. y Ovando, E., "Características del suelo en el sitio SCT", Informe interno, Instituto de Ingeniería, enero, 1987.

Jaine, A., Roso M. y Ovando, E., "Características del suelo en el sitio CAF", Informe interno, Instituto de Ingeniería, enero, 1987.

Jaine, A., Roso M. y Ovando, E., "Características del suelo en el sitio CAO", Informe interno, Instituto de Ingeniería, enero, 1987.

Jaine A., "Geotecnia y Sismicidad en el Valle de México" Series del Instituto de Ingeniería No. D-20, mayo 1988.

Jaine, A., Roséndiz D. y Roso M.P., "El subsuelo del valle de México: propiedades dinámicas y zonificación", Ingeniería,

Vol. LVIII No. 8 pp 5-25. Facultad de Ingeniería, U.N.A.M.,
junio, 1988.

Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo.
Departamento del Distrito Federal, México, noviembre 1987.

Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal.
Departamento del Distrito Federal, México, julio 1987.

Reséndiz, D. "Problemas geotécnicos de la Ingeniería
sísmica". *Ciencia*, Vol. 38 No.1 pp 17-28, México, marzo
1987.

Romo, M.P. y Jaime A. "Características dinámicas de las
arcillas del Valle de México y análisis de la respuesta
sísmica del suelo". Informe Interno, Instituto de
Ingeniería, U.N.A.M., abril, 1988.

Rosenblueth, E. y Reséndiz D. "Disposiciones reglamentarias
de 1987 para tener en cuenta interacción dinámica
suelo-estructura". *Serie del Instituto de Ingeniería No.*
509, enero 1988.

Seed, H.B., Romo, J. Sun, J., Jaime, A. y Lynner J. "The
Mexico earthquake of September 19, 1985 -Relationships
between soil conditions and earthquake ground motions-
Earthquake spectra, Vol. 4 No. 4 pp 687-729, 1988.

Valdes, A. S. y Meek, J. "Dynamic behaviour of
building-foundation systems" *Earthquake Engineering and
Structural Dynamics*, Vol. 3 pp. 121-138, 1974.