

11/74
10
204

ANALISIS DE LA DECLINACION DE LA PRODUCCION
EN POZOS DE GAS

JOSE DE JESUS VEGA PARADA

DÉPFI UNAM

1990

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONTENIDO.

RECONOCIMIENTOS.

RESUMEN.

Sección.	Página.
1. INTRODUCCION.	1
2. DESCRIPCION DE LOS DIFERENTES METODOS PARA EL ANALISIS DE LA DECLINACION DE LA PRODUCCION.	3
2.1 ARPS.	3
2.2 FETKOVICH.	5
2.3 CARTER.	9
2.4 FRAIM Y COLABORADORES.	10
2.5 SMICHDT , CAUDLE Y MILLER.	14
2.6 AMINTAN Y COLABORADORES.	15
3. MODELO MATEMATICO Y NUMERICO DEL FLUJO EN EL YACIMIENTO.	17
3.1 MODELO MATEMATICO.	17
3.1.1 DAÑO DE LA FORMACION.	20
3.1.2 FLUJO DE ALTA VELOCIDAD.	20
3.1.3 CONDICIONES INICIALES Y DE FRONTERA.	21
3.1.4 COEFICIENTE D.	23
3.1.5 PRESION PROMEDIO.	23
3.1.6 TIEMPO NORMALIZADO ADIMENSIONAL.	24
3.2 MODELO NUMERICO.	24
3.2.1 METODO DE SOLUCION.	26

4. VALIDACION DEL SIMULADOR.	30
4.1 COMPARACION CON LOS RESULTADOS DE EHLIG-ECONOMIDES.	31
4.2 COMPARACION CON LOS RESULTADOS DE FRAM Y WATTENBARGER.	33
4.3 FLUJO DE ALTA VELOCIDAD.	34
4.4 GASTO CONSTANTE.	36
5. DISCUSION Y ANALISIS DE RESULTADOS.	38
5.1 CORRELACIONES OBTENIDAS PARA EL PSEUDODAÑO DE ALTA VELOCIDAD.	43
5.2 COMPARACION DE LOS RESULTADOS CON LA CORRELACION DE LEE, LOGAN Y TEK.	47
5.3 INDEPENDENCIA DE LAS CORRELACIONES PRESENTADAS DE LA CORRELACION DE FIROOZABADI Y KATZ.	54
5.4 PROPUESTA DE METODO DE CALCULO DE LA DECLINACION DE LA PRODUCCION.	56
6. CONCLUSIONES.	57
NOMENCLATURA.	59
REFERENCIAS.	62
APENDICE A. COEFICIENTE DE CORRELACION.	76
APENDICE B. BASE DE DATOS PARA DETERMINAR LAS CORRELACIONES.	77

CAPITULO 1.

1. INTRODUCCION.

Para el análisis de la declinación de la producción en pozos de gas el término de pseudodafio por flujo de alta velocidad, $D(\mu)q_{ce}$, tiene una gran importancia, y también la tiene en el análisis de pruebas de presión y en el diseño y optimización de sistemas de producción.

En la explotación de un yacimiento de gas el gasto y la presión promedio disminuyen con el tiempo lo que hace aumentar $D(\mu)$, resultando conjuntamente en la disminución de $D(\mu)q_{ce}$ con el tiempo; contrariamente a la que sucede cuando se considera producción a gasto constante, caso en el cual $D(\mu)q_{ce}$ aumenta con el tiempo. Debido a lo anterior se consideró de bastante interés práctico analizar el comportamiento del término $D(\mu)q_{ce}$ para pozos de gas que producen a presión de fondo constante.

Para el periodo transitorio de producción a gasto constante existe una correlación¹ para calcular $D(\mu)$ y varios autores²⁻⁵ la han usado en el cálculo de la declinación de la producción de pozos de gas que producen a presión de fondo constante, lo cual no es claro que sea correcto.

El objetivo principal de esta tesis fué desarrollar una correlación para $D(\mu)q_{ce}$ específicamente para la condición de producción a presión de fondo constante. El estudio se llevó a

cabo usando un modelo de flujo radial que resuelve numéricamente, mediante diferencias finitas, la ecuación diferencial no lineal para flujo de gas en un medio poroso.^d

CAPITULO 2.

2. DESCRIPCION DE LOS DIFERENTES METODOS PARA EL ANALISIS DE LA DECLINACION DE LA PRODUCCION.

En este capítulo se describen los métodos presentados en la literatura para el análisis de la declinación de la producción en pozos de gas que producen en yacimientos homogéneos.

2.1 ARPS.

Arps¹⁰ en 1949 hace una revisión de los diferentes métodos empíricos presentados desde 1908 hasta entonces para el análisis de la declinación de la producción y desarrolla relaciones matemáticas para el gasto y la producción acumulada para cada uno de los casos de declinación estudiados: exponencial, hiperbólica, armónica y razón de declinación constante. Presenta además gráficas y métodos gráficos para extrapolar el gasto y la producción acumulada.

Las ecuaciones empíricas gasto - tiempo de Arps se pueden escribir en la forma siguiente:

$$\frac{q(t)}{q_i} = \frac{1}{[1 + b D_i t]^{1/b}} \quad (2.1)$$

Para $b = 0$, se obtiene la ecuación de la declinación exponencial.

$$\frac{q(t)}{q_i} = \frac{1}{e^{D_i t}} \quad (2.2)$$

Para $b = 1$, se obtiene la ecuación de la declinación armónica,

$$\frac{q(t)}{q_i} = \frac{1}{1 + D_i t} \quad (2.3)$$

Definiendo el gasto de declinación adimensional, q_{Dd} , como:

$$q_{Dd} = \frac{q(t)}{q_i} \quad (2.4)$$

El tiempo de declinación adimensional, t_{Dd} , se define en la forma siguiente:

$$t_{Dd} = D_i t \quad (2.5)$$

Empleando estos grupos adimensionales anteriores, la Ec. 2.1 se puede escribir como:

$$q_{Dd} = \frac{1}{[1 + t_{Dd}]^{1/b}} \quad (2.6)$$

La Ec. 2.6 se puede graficar en papel doble logarítmico, q_{Dd} contra t_{Dd} , para valores de b entre 0 y 1 en incrementos de 0.1.

2.2 FETKOVICH.

Fetkovich¹¹ en 1973 introduce el método de curva tipo doble logarítmica al análisis de la declinación de la producción en pozos durante los periodos de flujo transitorio y pseudoestacionario, dominado por la frontera exterior cerrada al flujo. Demuestra el autor que el caso de declinación exponencial, corresponde al periodo de flujo dominado por frontera de un yacimiento de aceite bajosaturado producido a presión de fondo constante. Usando ecuaciones de balance de materia y ecuaciones de gasto desarrolla curvas tipo para yacimientos de aceite que producen por empuje de gas disuelto y para yacimientos de gas.

DECLINACION EXPONENCIAL.

Fetkovich¹² desarrolló una teoría aproximada para la entrada de agua de un acuífero hacia un yacimiento en régimen pseudoestacionario que se compara muy bien con los resultados más rigurosos de van Everdingen y Hurst¹³. La Ec. 3 de ese trabajo de Fetkovich¹² se puede expresar como:

$$q(t) = \frac{J_o (P_i - P_{vf})}{\text{EXP} \left[(q_i)_{\max} t / Np_i \right]}, \quad (2.7)$$

donde

$$q_i = J_o (P_i - P_{vf}), \quad (2.8)$$

y

$$J_o = \frac{(q_i)_{\max}}{P_i} \quad (2.9)$$

Substituyendo la Ec. 2.9 en la Ec. 2.8 se obtiene:

$$(q_i)_{\max} = \frac{q_i}{\left[1 - \frac{P_{vf}}{P_i} \right]} \quad (2.10)$$

Reemplazando las Ecs. 2.8 y 2.10 en la Ec. 2.7 se obtiene:

$$\frac{q(t)}{q_i} = \text{EXP} \left[- \frac{q_i t}{\left[1 - \frac{P_{vf}}{P_i} \right] Np_i} \right] \quad (2.11)$$

La Ec. 2.11 se puede considerar como la derivación de la ecuación de la declinación exponencial en términos de propiedades del yacimiento y de la presión constante impuesta al pozo. Para $p_{vf} = 0$ se obtiene:

$$\frac{q(t)}{q_i} = \text{EXP} \left[- \frac{(q_i)_{\max} t}{Np_i} \right] \quad (2.12)$$

En términos de la ecuación de declinación empírica, Ec. 2.2, D_i esta definida como:

$$D_i = \frac{(q_i)_{\max}}{Np_i} \quad (2.13)$$

y

$$t_{bd} = \frac{(q_i)_{\max}}{Np_i} t \quad (2.14)$$

Definiendo Np_i y $(q_i)_{\max}$ en términos de propiedades del yacimiento,

$$Np_i = \frac{\pi \left[r_o^2 - r_w^2 \right] \phi c_l h p_i}{5.615 B} \quad (2.15)$$

y

$$(q_i)_{\max} = \frac{k h p_i}{141.2 \mu B \left[\ln \left(r_e / r_w \right) - 1/2 \right]} \quad (2.16)$$

El tiempo de declinación adimensional puede expresarse:

$$t_{bd} = \frac{0.0634 k t}{\phi \mu c_l r_w^2} \frac{1}{\frac{1}{2} \left[\left(r_e / r_w \right)^2 - 1 \right] \left[\ln \left(r_e / r_w \right) - 1/2 \right]} \quad (2.17)$$

o

$$t_{bd} = \frac{t_D}{\frac{1}{2} \left[\left(\frac{r_e}{r_w} \right)^2 - 1 \right] \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - 1/2 \right]} \quad (2.18)$$

Para obtener el gasto de declinación adimensional q_{bd} en términos de q_p ,

$$q_{bd} = \frac{q(t)}{q_i} = q_p \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{1}{2} \right] \quad (2.19)$$

ó

$$q_{bd} = \frac{q(t)}{k h \left[p_i - p_{vf} \right]} \quad (2.20)$$

$$141.2 \mu B \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{1}{2} \right]$$

Entonces, transformando las soluciones a presión constante publicadas de q_D contra t_D para flujo transitorio y pseudoestacionario, a q_{bd} de contra t_{bd} , se obtiene la Fig. 3 del trabajo de Fetkovich¹². En la Fig. 4 del mismo trabajo presenta una combinación de las soluciones analíticas a presión constante y las soluciones empíricas de declinación exponencial, hiperbólica y armónica.

YACIMIENTOS DE GAS.

Para yacimientos de gas, usa como ecuación de gasto,

$$q_g = C_g \left(\bar{p}^2 - p_{vf}^2 \right)^n, \quad (2.21)$$

y como ecuación de balance de materia,

$$\bar{p} = p_i - \left(p_i / G \right) G_p, \quad (2.22)$$

obteniéndose, para $p_{vf} = 0$,

$$\frac{q(t)}{q_i} = \frac{1}{\left[(2n - 1) \left(q_{gi} / G \right) t + 1 \right]^{2n/(2n + 1)}} \quad (2.23)$$

Para $n = 0.5$, se obtiene la declinación exponencial,

$$\frac{q(t)}{q_i} = \text{EXP} \left[- \left(q_{gi} / G \right) t \right] \quad (2.24)$$

2.3 CARTER.

Carter¹⁴ en 1984 desarrolló un conjunto de curvas tipo para flujo transitorio y denominado por frontera en pozos de gas que producen a presión de fondo constante. Usa el potencial de gas real de Al-Hussainy, Ramey y Crawford⁷ y toma en cuenta la variación de la compresibilidad y de la viscosidad con la presión mediante el parámetro λ , expresado como,

$$\lambda = \frac{\mu(p_i) c_g(p_i)}{z} \frac{[m(p_i) - m(p_{vf})]}{[(p/z)_i - (p/z)_{vf}]} \quad (2.25)$$

Para el cálculo del gasto adimensional y del tiempo adimensional usa los resultados de gasto contra tiempo obtenidos con un simulador radial en diferencias finitas para flujo de gas.

2.4 FRAIM Y COLABORADORES.

Fraim y Wattenbarger² en 1985 analizaron la declinación de la producción en pozos de gas que producen a presión de fondo constante. Usando el potencial de gas real de Al-Hussainy, Ramey y Crawford⁷ y modificando el pseudotiempo de Agarwal¹⁵ a un tiempo normalizado, que tiene en cuenta la variación de la compresibilidad y de la viscosidad con la presión, encuentran que en todos los casos, sin tomar en cuenta el flujo de alta velocidad, se desarrolla declinación exponencial durante el periodo de flujo dominado por frontera si se sustituye el tiempo real por el tiempo normalizado.

Las ecuaciones usadas son, para el balance de materia,

$$\bar{p}/z = (\bar{p}/z)_i (1 - Gp/G) \quad , \quad (2.26)$$

y para el gasto,

$$q_g = J_g \left[m(\bar{p}) - m(p_{vf}) \right] \quad , \quad (2.27)$$

donde,

$$m(\bar{p}) = 2 \int_0^{\bar{p}} \frac{p}{z(p) \mu(p)} dp \quad (2.28)$$

que también se puede expresar como:

$$m(\bar{p}) = 2 \int_0^{\bar{p}} \frac{1}{\mu(\bar{p}) c_g(\bar{p})} d(\bar{p}/z) \quad (2.29)$$

y

$$J_g = \frac{1.987 \times 10^{-5} k_g h}{\frac{1}{2} \ln \left[\frac{2.2458 A}{C_A r_w^2} \right]} \frac{T_{co}}{P_{co}} \quad (2.30)$$

Diferenciando la Ec. 2.26 se obtiene:

$$d(\bar{p}/z) = - \frac{q_g(\bar{p}/z)_i}{G} dt \quad (2.31)$$

Reemplazando la Ec. 2.29 en la Ec. 2.27 y diferenciando se obtiene,

$$dq_g = J_g dm(\bar{p}) = \frac{2 J_g}{\mu(\bar{p}) c_g(\bar{p})} d(\bar{p}/z) \quad (2.32)$$

Sustituyendo la Ec. 2.31 en la Ec. 2.32 se obtiene:

$$dq_g = \frac{2 J_g (\bar{p}/z)_i q_g}{\mu(\bar{p}) c(\bar{p}) G} dt \quad (2.33)$$

La Ec. 2.33 es válida para flujo pseudoestacionario. El gasto que se obtiene de la Ec. 2.27 para $t = 0$ se define como q_i , de producción "inicial" extrapolada. Con esta extrapolación de la Ec. 2.27 para $t = 0$, podemos integrar la Ec. 2.33 desde $t = 0$ hasta cualquier tiempo, t , obteniéndose:

$$\ln \left(q_g / q_{gi} \right) = \frac{- 2 J_g (\bar{p}/z)_i}{G \mu(p_i) c(p_i)} t_n \quad (2.34)$$

donde, t_n , es el tiempo normalizado que está expresado como:

$$t_n = \int_0^t \frac{\mu(p_i) c(p_i)}{\mu(\bar{p}) c(\bar{p})} dt \quad (2.35)$$

Frain y Lee^a en 1987 usando como ecuación de gasto, la presentada por Lee, Logan y Tek¹,

$$\frac{k h T_{ce} \left[m(p_i) - m(p_{vf}) \right]}{50 \cdot 300 \cdot p_{ce} T} = q_g / q_D + C_1 D q_g^2 \quad (2.36)$$

donde q_D se puede encontrar en los valores tabulados de Ehlig-Economides¹⁶.

El parámetro de correlación C_1 depende del valor del producto

$q_{ceD} N_T$ para cada región definida como de flujo laminar, inercial y turbulento, de la siguiente manera.

Laminar:

$$0 < q_{ceD} N_T < 0.1, \quad D = 0, \\ C_1 = 1. \quad (2.37)$$

Transición:

$$0.1 \leq q_{ceD} N_T < 1.0, \\ C_1 = (1 - r_w / r_d) (\mu_i / \mu) \quad (2.38)$$

Turbulento:

$$1.0 < q_{ceD} N_T, \\ C_1 = (1 - r_w / r_d) (\mu_i / \mu) (q_{ceD} N_T)^{-0.028} \quad (2.39)$$

donde:

$$q_{ceD} N_T = 2.224 \times 10^{-12} q_{ce} \beta k \delta_g / (\mu_i h r_w) \quad (2.40)$$

y

$$r_d / r_w = 1.5 \sqrt{t_d} \quad (2.41)$$

Los autores emplean para presentar su método el gasto normalizado definido por medio de la Ec. 2.42:

$$\bar{q} = \frac{q_{ND}}{q_g}, \quad (2.42)$$

donde q_{ND} es la solución de la Ec. 2.36, q_g es la solución de la

Ec. 2.30 con $C_i = 0$ y q_g es el gasto de producción de gas producido. En forma similar, Fraim y Lee⁹ definen el tiempo normalizado dado por la Ec. 2.43:

$$\bar{t} = \int_0^t \frac{\mu(p_i) c_g(p_i)}{\mu(\bar{p}) c_g(\bar{p})} \left[\frac{q_{ND}}{q} \right] dt \quad (2.43)$$

Se encontró en este estudio que cuando la declinación de la producción en pozos de gas se expresa en función del gasto normalizado \bar{q} y del tiempo normalizado \bar{t} , esta declinación para condiciones de flujo pseudoestacionario presenta declinación exponencial.

2.5 SCHMIDT, CAUDLE Y MILLER.

Schmidt, Caudle y Miller¹⁷ en 1986 presentan una familia de curvas tipo para declinación de pozos de gas que tienen en cuenta el flujo de alta velocidad.

Las ecuaciones en que se apoya el modelo son, la ecuación de balance de materia, para yacimientos de gas,

$$\frac{\bar{p}}{z} = \left[\frac{\bar{p}}{z} \right]_i \left[1 - \frac{G_p}{G} \right], \quad (2.44)$$

y la expresión siguiente para el gasto,

$$m(\bar{p}) - m(p_{vf}) = \frac{1422 q_{ce} T}{k h} \left[\ln \left(\frac{0.472 r_e}{r_w} \right) + s + D(\bar{p}) q_{ce} \right], \quad (2.45)$$

donde el término $D(\bar{p})$, está dado por la correlación de Mishra y

Caudal Q ,

$$Q(\mu) = \frac{9.15 \times 10^{-8} \delta}{\mu h r_w k^{0.999}} \quad (2.46)$$

Los autores encontraron que los parámetros relevantes son, la razón $(p/z)_{wf} / (p/z)_i$, la presión pseudoreducida inicial, P_{pri} , y la permeabilidad, k .

2.6 AMINIAN Y COLABORADORES.

Aminian, Ameri y Hyman⁴ en 1986, usando como expresión para el gasto,

$$m(\bar{p}) - m(p_{wf}) = \frac{1422 T}{k h} \left[\ln \left(\frac{r_c}{r_w} \right) + 0.75 + s \right] q_{co} + B q_{co}^2, \quad (2.47)$$

donde,

$$B = \frac{3.161 \times 10^{-12} \beta T \delta_g}{h^2 \mu} \left[\frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_e} \right], \quad (2.48)$$

y como ecuación de balance de materia,

$$G_p = \frac{G (B_g - B_{gi})}{B_g}, \quad (2.49)$$

desarrollaron familias de curvas tipo, empleando como parámetro,

$$X_i = P_i / P_{wf}$$

Aminian, Ameri, Poon y Stark⁵ en 1988 usando como expresión para el gasto, la presentada por Lee, Logan y Tek¹, Ec. 2.36,

desarrollaron familias de curvas tipo empleando los parámetros siguientes:

$$X_i = \frac{(p/z)_i}{(p/z)_{vf}} \quad (2.50)$$

y

$$I'_{NDi} = 1 + \frac{b}{a} q_i \quad (2.51)$$

donde a y b son los coeficientes de q_{ce} y q_{ce}^2 de la Ec. 2.47.

CAPITULO 3.

3. MODELO MATEMATICO Y NUMERICO DEL FLUJO EN EL YACIMIENTO.

La redacción de este capítulo se apoya en el trabajo de Berumen⁶, aunque no se incluyó el efecto de la tubería de producción por no tomarse en cuenta en esta tesis. Se le agregó el cálculo de la presión promedio, el cálculo de tiempo normalizado adimensional basado en la presión promedio y el cálculo del término de alta velocidad $(X\mu)$.

3.1 MODELO MATEMATICO.

La ley conservación de masa puede expresarse como la ecuación de continuidad:

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = - \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \quad (3.1)$$

Utilizando como ecuación de transporte, la ecuación de Forchheimer¹⁰, la cual considera efectos viscosos e inerciales para condiciones de flujo de alta velocidad y considerando flujo radial:

$$-\frac{\partial v_r}{\partial r} = \frac{\mu}{k} v_r + \beta \rho |v_r| v_r \quad (3.2)$$

Una forma conveniente de la ecuación de Forchheimer es,

$$v_r = - \delta \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (3.3)$$

donde el coeficiente de flujo de alta velocidad, δ_r , está expresado de la forma siguiente:

$$\delta_r = \frac{1}{1 + \beta \rho k \left| v_r \right| / \mu} \quad (3.4)$$

La ecuación de estado para gases reales es:

$$\rho = \frac{p M}{z R T} \quad (3.5)$$

Considerando flujo radial y combinando las Ecs. 3.1, 3.3 y 3.5 se llega a la expresión siguiente:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \delta_r \frac{p}{\mu z} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c_g}{k} \frac{p}{\mu z} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3.6)$$

Usando el potencial de gas real, $m(p)$, definido por Al-Hussainy, Ramey y Crawford⁷ como:

$$m(p) = z \int_0^p \frac{p}{\mu(p) z(p)} dp \quad (3.7)$$

la Ec. 3.6 se puede escribir en la forma siguiente:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \delta_r \frac{\partial m(p)}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c_g}{k} \frac{\partial m(p)}{\partial t} \quad (3.8)$$

Definiendo las siguientes variables adimensionales:

Tiempo adimensional, t_D .

$$t_D = \frac{k t}{\phi \mu c_g \frac{r_w^2}{z}} \quad (3.9)$$

Radio adimensional.

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (3.10)$$

Variable de difusión, α_D .

$$\alpha_D = \frac{\mu c_g}{\mu_i c_{gi}} \quad (3.11)$$

Transformación u.

$$u = \ln r_D \quad (3.12)$$

Para producción a presión de fondo constante, se define el potencial adimensional, m_D , como:

$$m_D = \frac{m(p_i) - m(p(r, t))}{m(p_i) - m(p_{vf})} \quad (3.13)$$

Para la condición de producción a gasto constante se define el gasto de producción adimensional q_D , como:

$$q_D = \frac{p_{co} T q_{co}}{\pi k h T_{co} m(p_i)} \quad (3.14)$$

y el potencial adimensional, m_D :

$$m_D = \frac{m(p_i) - m(p(r, t))}{q_D m(p_i)} \quad (3.15)$$

Substituyendo las Ecs. 3.9 - 3.13, en la Ec. 3.8, se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\phi_i \frac{\partial m_D}{\partial t} \right] = \alpha_D \sigma^2 u \frac{\partial m_D}{\partial t} \quad (3.16)$$

3.11 DAÑO DE LA FORMACION.

El daño se puede representar considerando una región anular concéntrica al pozo, de permeabilidad constante. De acuerdo a Hawkins²⁰, la permeabilidad de la zona dañada, k_s , se puede calcular mediante la ecuación:

$$k_s = \frac{k}{1 + s / \ln (r_s / r_w)} \quad (3.17)$$

Para incluir la región dañada en la Ec. 3.16 se debe afectar el lado derecho de la Ec. 3.16 por k_s / k . Definiendo:

$$\lambda = \frac{k}{k_s} \quad (3.18)$$

la Ec. 3.16 toma la forma siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial u} \left(\sigma_r \frac{\partial m_D}{\partial u} \right) = \alpha_D e^z u \lambda \frac{\partial m_D}{\partial u} \quad (3.19)$$

Se observa que para la región no dañada, $\lambda = 1$.

3.12 FLUJO DE ALTA VELOCIDAD.

Para flujo radial, la ecuación de Forchheimer esta dado por la Ec. 3.2, de la cual se puede expresar v_r como:

$$v_r = \frac{-\frac{k}{\mu} + \sqrt{\left(\frac{k}{\mu}\right)^2 + 4 \beta \rho \frac{\partial p}{\partial r}}}{2 \beta \rho} \quad (3.20)$$

El factor de corrección para la ley de Darcy δ_r puede calcularse usando la Ec. 3.4. El valor obtenido se emplea en la solución para la Ec. 3.19.

La evaluación anterior requiere de un proceso iterativo ya que δ_r depende de la presión a través de la densidad y de la viscosidad del gas.

Para el cálculo de β utiliza la correlación de Firoozabadi-Katz²¹ :

$$\ln \beta = -1.201 \ln k + 23.80 \quad (3.21)$$

3.13 CONDICIONES INICIALES Y DE FRONTERA.

Para completar la formulación matemática, se deben considerar la condición inicial y las condiciones de frontera.

CONDICION INICIAL.

El potencial de gas real a través del sistema radial al tiempo cero es constante e igual al inicial,

$$m(p) = m(p_i) ; t = 0 ; r_w < r < r_e , \quad (3.22)$$

ó en variables adimensionales,

$$m_{ii}(u, 0) = 0 ; t_D = 0 ; 0 < u < u_e \quad (3.23)$$

CONDICION DE FRONTERA EXTERNA.

Se considera frontera externa impermeable, es decir, cerrada al flujo, la cual matemáticamente puede expresarse:

$$\left[\frac{\partial m(p)}{\partial r} \right]_{r=r_e} = 0 ; t > 0, \quad (3.24)$$

o en variables adimensionales:

$$\left[\frac{\partial m_D(u, t_D)}{\partial u} \right]_{u=u_e} = 0 ; t_D > 0 \quad (3.25)$$

CONDICION EN LA INTERFASE ENTRE LAS REGIONES DAÑADA Y NO DAÑADA.

$$m_s(p) = m(p) ; r = r_s ; t > 0, \quad (3.26)$$

y

$$k_s \left[\delta_s \frac{\partial m_s(p)}{\partial r} \right] = k \left[\delta \frac{\partial m(p)}{\partial r} \right] ; r = r_s ; t > 0 \quad (3.27)$$

CONDICION DE FRONTERA INTERNA.

a) Presión constante en el pozo.

$$m(p(r_w, t)) = m(p_{vf}) \quad (3.28)$$

o en variables adimensionales:

$$m_D(p(u=0, t_D)) = m_D(p_{vf}) = 1 \quad (3.29)$$

b) Gasto constante en el pozo.

$$q_{co} = - \frac{\pi h T_{co}}{P_{co} T} \left[\delta \frac{k}{\lambda} r \frac{\partial m(p)}{\partial r} \right]_{r=r_w} \quad (3.30)$$

o en variables adimensionales:

$$\frac{1}{\lambda} \left(\delta_r \frac{\partial m_p}{\partial u} \right)_{u=0} = \alpha_D \quad (3.31)$$

3.1.4 COEFICIENTE D.

El coeficiente D se evalúa mediante la expresión⁹:

$$D = \frac{M p_{co} k}{2 \pi h R T_{co}} \int_{r_w}^{r_{in}} \frac{\beta}{\mu r^2} dr, \quad (3.32)$$

donde r_{in} , es el radio hasta el cual se sienten apreciablemente los efectos inerciales. La derivación de esta Ec. 3.32 se presenta en el Apéndice C de la tesis de Berumen⁹.

3.1.5 PRESION PROMEDIO.

Se calcula la cantidad de gas en el yacimiento, medido a condiciones estándar, por medio de la expresión:

$$G - G_p = \frac{n \phi h T_{co}}{T p_{co}} \sum_{i=1}^N \left(r_{i+1}^2 - r_i^2 \right) \frac{(p/z)_{i+1} + (p/z)_i}{2} \quad (3.33)$$

A partir de la Ec. 3.33 se puede calcular:

$$\frac{\bar{p}}{z} = \frac{G - G_p}{\frac{n \phi h T_{co}}{T p_{co}} \left(r_e^2 - r_w^2 \right)} \quad (3.34)$$

Conocida p'z la presión promedio, \bar{p} , se interpola de una tabla de p contra p'z.

3.1.6 TIEMPO NORMALIZADO ADIMENSIONAL.

El tiempo normalizado adimensional se calcula mediante la expresión siguiente² :

$$t_{PD} = \int_0^{t_D} \frac{\mu_i c_{gi}}{\mu(\bar{p}) c_g(\bar{p})} dt_D, \quad (3.35)$$

la cual requiere del cálculo de la presión promedio para su evaluación.

3.2. MODELO NUMÉRICO.

En esta sección se presenta la formulación discreta, de las ecuaciones diferenciales continuas que constituyen el modelo matemático.

La Ec. 3.19 se puede aproximar en forma discreta mediante diferencias centrales en espacio y diferencias regresivas en tiempo como:

$$\delta_{i-1/2}^{n+1} m_{i-1}^{n+1} - \left[\delta_{i-1/2}^{n+1} + \delta_{i+1/2}^{n+1} + \alpha_i^{n+1} e^{2u_i} \lambda_i \frac{(\Delta u)^2}{\Delta t_D} \right] m_i^{n+1} +$$

$$\delta_{i+1/2}^{n+1} m_{i+1}^{n+1} = -\alpha_i^{n+1} e^{2u_i} \lambda_i \frac{(\Delta u)^2}{\Delta t_D} m_i^n, \quad (3.36)$$

donde el subíndice i se refiere al espacio y el superíndice n al tiempo. El potencial adimensional m_b se ha escrito como m para simplificar la escritura de las ecuaciones.

La condición inicial, Ec. 3.22, se expresa como:

$$m_i^0 = 0 ; \quad 1 < i < N \quad (3.37)$$

La condición de frontera exterior impermeable, Ec. 3.25, toma la forma:

$$m_{N+1}^{n+1} = m_{N-1}^{n+1} \quad (3.38)$$

La condición de presión constante en el fondo del pozo, Ec. 3.29, se expresa como:

$$m_1^{n+1} = m_{wf} = 1 \quad (3.39)$$

La condición de gasto constante en el fondo del pozo se obtiene al discretizar la Ec. 3.31 de la forma siguiente:

$$q_D = \frac{1}{2 (\Delta u) \lambda} \left[3 \delta_{3/2}^{n+1} (m_2 - m_1)^{n+1} - \delta_{5/2}^{n+1} (m_3 - m_2)^{n+1} \right] \quad (3.40)$$

De la expresión anterior se calcula el potencial adimensional en la frontera interna, m_1^{n+1} .

DISCRETIZACION DEL AREA DE DRENE.

El área de drenaje se discretiza por medio de nodos distribuidos de acuerdo a la expresión:

$$u_i = (i-1)\Delta u; \quad 1 \leq i \leq N, \quad (3.41)$$

donde,

$$\Delta u = \frac{\ln \left\{ r_e / r_w \right\}}{N-1} \quad (3.42)$$

Para la posición y presión internodos se usarón las expresiones siguientes:

$$u_{i+1/2} = (i+1/2)\Delta u, \quad 1 \leq i \leq N-1, \quad (3.43)$$

y

$$p_{i+1/2} = (p_i + p_{i+1}) / 2 \quad (3.44)$$

Los cálculos basados en las dos expresiones anteriores proporcionarán los mejores resultados que cualquier otra forma de calcular la posición y la presión internodos.

3.2.1 METODO DE SOLUCION.

La ecuación en diferencias, Ec. 3.36, es fuertemente no lineal, por lo que es necesario aplicar un método de linealización implícito. Un esquema apropiado de linealización es el método de secante iterativo de Newton-Raphson, el cual se describe a continuación.

Definiendo una función F_i a partir de la Ec. 3.36 e igualándola a cero:

$$F_i \begin{pmatrix} n+1 & n+1 & n+1 \\ m_{i-1} & m_i & m_{i+1} \end{pmatrix} = \delta_{i-1/2}^{n+1} m_{i-1}^{n+1} - \left[\delta_{i-1/2}^{n+1} + \delta_{i+1/2}^{n+1} + \alpha_i^{n+1} e^{2u_i} \right. \\ \left. \lambda_i \frac{(\Delta u)^2}{\Delta t_D} \right] m_i^{n+1} = 0 \quad (3.45)$$

Usando series de Taylor y utilizando el nivel de iteración k para los términos en $n+1$, se obtiene:

$$F_i^{k+1} \cong F_i^k + \left(\frac{\partial F_i^k}{\partial m_{i-1}} \right) \psi_{m_{i-1}}^{k+1} + \left(\frac{\partial F_i^k}{\partial m_i} \right) \psi_{m_i}^{k+1} + \left(\frac{\partial F_i^k}{\partial m_{i+1}} \right) \psi_{m_{i+1}}^{k+1} = 0 \quad (3.46)$$

De la ecuación anterior:

$$- F_i^k = \left(\frac{\partial F_i^k}{\partial m_{i-1}} \right) \psi_{m_{i-1}}^{k+1} + \left(\frac{\partial F_i^k}{\partial m_i} \right) \psi_{m_i}^{k+1} + \left(\frac{\partial F_i^k}{\partial m_{i+1}} \right) \psi_{m_{i+1}}^{k+1} \quad (3.47)$$

donde,

$$\psi_{m_j}^{k+1} = m_j^{k+1} - m_j^k ; \quad j = i-1, i, i+1 \quad (3.48)$$

La Ec. 3.45 evaluada al nivel de iteración k , toma la forma:

$$F_i^k = \delta_{i-1/2}^k m_{i-1}^k - \left[\delta_{i-1/2}^k + \delta_{i+1/2}^k + \alpha_i^k e^{2u_i} \lambda_i \frac{(\Delta u)^2}{\Delta t_D} \right] m_i^k + \\ \delta_{i+1/2}^k m_{i+1}^k + \alpha_i^k e^{2u_i} \lambda_i \frac{(\Delta u)^2}{\Delta t_D} m_i^k \quad (3.49)$$

La anterior ecuación se puede escribir como:

$$F_i^k = \delta_{i-1/2}^k \begin{pmatrix} k & k \\ m_{i-1} & -m_i \end{pmatrix} + \delta_{i+1/2}^k \begin{pmatrix} k & k \\ m_{i+1} & -m_i \end{pmatrix} + \alpha_i^k e^{2u_i} \lambda_i \frac{(\Delta u)^2}{\Delta t_p} \begin{pmatrix} k & k \\ m_i^n & -m_i^k \end{pmatrix} \quad (3.50)$$

Al aplicar la Ec. 3.47 a cada nodo de la malla se obtiene un sistema tridiagonal de ecuaciones de la forma:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial F_i^k}{\partial m_{i-1}} \end{pmatrix}^k \psi_{i-1}^{k+1} + \begin{pmatrix} \frac{\partial F_i^k}{\partial m_i} \end{pmatrix}^k \psi_{i-1}^{k+1} + \begin{pmatrix} \frac{\partial F_i^k}{\partial m_{i+1}} \end{pmatrix}^k \psi_{i+1}^{k+1} = -F_i^k \quad (3.51)$$

donde F_i^k se evalúa por medio de la Ec. 3.50 y las derivadas parciales de F_i^k se calculan por medio de las expresiones siguientes:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial F_i^k}{\partial m_{i-1}} \end{pmatrix}^k = \delta_{i-1/2}^k \quad (3.52)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial F_i^k}{\partial m_i} \end{pmatrix}^k = - \left[\delta_{i-1/2}^k + \delta_{i+1/2}^k + \alpha_i^k e^{2u_i} \lambda_i \frac{(\Delta u)^2}{\Delta t_p} \right] \quad (3.53)$$

y

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial F_i^k}{\partial m_{i+1}} \end{pmatrix}^k = \delta_{i+1/2}^k \quad (3.54)$$

Para obtener la ecuación correspondiente a la Ec. 3.49 para el nodo en la interfase de la zona dañada y la zona no dañada, se discretizan las Ecs. 3.26 y 3.27 obteniéndose:

$$F_S^k = \delta_{S-1/2}^k m_{S-1}^k - \left[\delta_{S-1/2}^k + \lambda \delta_{S+1/2}^k + \lambda \alpha_S^k e^{2u_S} \frac{(\Delta u)^2}{\Delta t_D} \right] m_S^k + \lambda \delta_{S+1/2}^k m_{S+1}^k + \lambda \alpha_S^k e^{2u_S} \frac{(\Delta u)^2}{\Delta t_D} m_S^n \quad (3.55)$$

El sistema de ecuaciones representado por la Ec. 3.51 se resuelve mediante el algoritmo de Thomas²², obteniéndose un vector solución \bar{m}^{k+1} . El proceso iterativo continúa hasta que el valor absoluto entre dos vectores solución consecutivos sea menor o igual que una tolerancia predeterminada, la cual en este estudio fué de 10^{-6} . Se procede en forma similar para los siguientes pasos de tiempo.

CAPITULO 4.

4. VALIDACION DEL SIMULADOR.

Berumen⁶ realizó la validación del simulador en el periodo transitorio con la solución analítica de van Everdingen y Hurst^{1B}. También reprodujo los valores obtenidos por Wallenbarger^{2A} considerando flujo de alta velocidad para casos de producción a gasto constante.

Nos interesa validar ahora el simulador para producción a presión constante en el fondo del pozo para condiciones de flujo dominado por frontera, o sea para condiciones de flujo pseudoestacionario.

En la Tabla 4.1 se presentan los datos que son comunes a simulaciones presentadas en este capítulo.

TABLA 4.1 DATOS COMUNES A LAS SIMULACIONES PRESENTADAS
EN ESTE CAPITULO 4.

Presión inicial, p_i	5000 lb/pg ²
Densidad relativa, δ_g	0.7
Temperatura, T	680 °F
Porosidad, ϕ	0.10
Espesor neto, h	100 P
Radio del pozo, r_w	0.25 P
Radio exterior, r_o	2500 P
Radio de la zona dañada, r_s	1.0262 P

4.1 COMPARACION CON LOS RESULTADOS DE EHLIG-ECONOMIDES¹⁶.

En esta sección se compara el gasto adimensional obtenido por el simulador para el flujo de un líquido de compresibilidad constante ($\alpha_p = 1$), sin efecto de alta velocidad ($\delta = 1$), con los valores reportados por Ehlig-Economides¹⁶.

Para determinar el tamaño de los pasos de tiempo y el número de celdas en la dirección radial se fijó como objetivo que para $t_D = 10^9$ el valor de q_D calculado por el simulador no fuera superior en valor absoluto al 1% del valor obtenido por Ehlig-Economides¹⁶. En las simulaciones iniciales se encontró conveniente tomar 90 pasos de tiempo por ciclo logarítmico. En la Tabla 4.2 se representan los resultados obtenidos al variar el número de celdas en la dirección radial. Se seleccionó como número apropiado de celdas 151, el cual da la precisión requerida sin aumentar exageradamente el tiempo de cómputo.

TABLA 4.2 COMPARACION DE LOS RESULTADOS DEL SIMULADOR
CON LOS RESULTADOS DE EHLIG-ECONOMIDES¹⁶, $s = 0$,
 $t_D = 10^9$.

No. celdas	q_D EHLIG-ECONOMIDES	q_D SIMULADOR	% Diferencia
51	0.011330	0.011718	3.42
101	0.011330	0.011483	1.35
151	0.011330	0.011439	0.96
201	0.011330	0.011424	0.83
251	0.011330	0.011417	0.77

En la Tabla 4.3 se comparan los resultados del simulador tomando 151 celdas en la dirección radial con los resultados de

Ehlig Economides¹⁶. En la Tabla 4.4 se presenta la comparación considerando un factor de daño de 10.

TABLA 4.3 COMPARACION DE LOS RESULTADOS DEL SIMULADOR CON LOS RESULTADOS DE EHLIG-ECONOMIDES¹⁶, s = 0.

t_D	q_D	q_D	% Diferencia
	EHLIG-ECONOMIDES	SIMULADOR	
10^2	0.98383	0.98627	0.25
10^1	0.53394	0.53465	0.13
10^2	0.34557	0.34588	0.09
10^3	0.23097	0.25113	0.06
10^4	0.19594	0.19603	0.05
10^5	0.16037	0.16043	0.04
10^6	0.13561	0.13565	0.03
10^7	0.11742	0.11745	0.03
$4 \times 10^7 = t_{psd}$			
10^8	0.092269	0.093016	0.05
10^9	0.011330	0.011439	0.96

TABLA 4.4 COMPARACION DE LOS RESULTADOS DEL SIMULADOR CON LOS RESULTADOS DE EHLIG-ECONOMIDES¹⁶, s = 10.

t_D	q_D	q_D	% Diferencia
	EHLIG-ECONOMIDES	SIMULADOR	
10^2	7.8411 E-2	7.8952 E-2	0.69
10^3	7.1989	7.2023	0.05
10^4	6.6496	6.6507	0.02
10^5	6.1776	6.1784	0.01
10^6	5.7680	5.7688	0.01
10^7	5.4093	5.4099	0.01
$4 \times 10^7 = t_{psd}$			
10^8	4.8567	4.8575	0.02
10^9	1.8291	1.8448	0.86

4.2 COMPARACION CON LOS RESULTADOS DE FRAIM Y WATTENBARGER².

Fraim y Wattenbarger² encontraron que usando el potencial de gas real⁷ y modificando el pseudotiempo de Agarwall¹⁵ a un tiempo normalizado, considerando que no se tienen condiciones de alta velocidad, se obtiene declinación exponencial durante el periodo de flujo dominado por frontera, si se sustituye el tiempo real por el tiempo normalizado.

En la Tabla 4.5 se presentan los resultados del simulador para $s = 0$ en la Tabla 4.6 se presentan resultados cuando se considera un factor de daño de 10.

TABLA 4.5 COMPARACION DE LOS RESULTADOS DEL SIMULADOR CON LOS RESULTADOS DE FRAIM Y WATTENBARGER², $s = 0$.

t_D	u_{pp}	q_D		% Diferencia
		DECLINACION EXPONENCIAL	SIMULADOR	
4×10^7 ($= u_{psud}$)	3.8209 E7	1.0798 E-1	1.0788 E-1	-0.09
7	6.4980	1.0137	1.0125	-0.12
1×10^8	9.0270	9.5485 E-2	9.5375 E-2	-0.12
2	1.6642 E3	7.9755	7.9882	0.16
4	2.9851	5.9058	5.9372	0.53
7	4.4864	4.0927	4.1298	0.91
1×10^9	5.7958	3.0031	3.0387	1.19

TAULA 4.6 COMPARACION DE LOS RESULTADOS DEL SIMULADOR
 CON LOS RESULTADOS DE FRAIM Y WATTENBARGER², s = 10

t_D	t_{pD}	q_D DECLINACION EXPONENCIAL	q_D SIMULADOR	% Diferencia
4×10^7 ($c = t_{pD} / \tau_{pD}$)	3.9197 E7	5.1918 E2	5.1916E-2	-0.004
7	6.7899	5.0345	5.0337	-0.02
1×10^8	9.5207	4.8861	4.8856	-0.01
2	1.9219 E3	4.4467	4.4503	0.08
4	3.3750	3.7530	3.7664	0.22
7	5.3785	3.0248	3.0363	0.38
1×10^9	7.1226	2.5040	2.5164	0.50

4.3 FLUJO DE ALTA VELOCIDAD.

Al Hussainy, Ramoy y Crawford⁷ dan como ecuación para el flujo de un gas real, considerando el factor de daño y flujo de alta velocidad, la expresión siguiente:

$$\frac{m k h^{-1} c_{co} \left[m c_{pD} - m c_{p_{wf}D} \right]}{q_{co} p_{co} T} = \ln \left(\frac{r_d}{r_w} \right) + s + DC\mu q_{co} \quad (4.1)$$

Usando las Ecs. 3.13 y 3.14, la Ec. 4.1 puede expresarse:

$$\frac{1 - \frac{m c_{pD}}{q_D}}{q_D} = \ln \left(\frac{r_d}{r_w} \right) + s + DC\mu q_{co} \quad (4.2)$$

La Ec. 4.2 se puede normalizar a la unidad de la manera siguiente:

$$\frac{\left[\ln \left(\frac{r_d}{r_w} \right) + s + DC\mu q_{co} \right] q_D}{1 - m c_{pD}} = 1, \quad (4.3)$$

En el simulador se puede calcular los valores del pseudopotencial adimensional a la presión promedio, $m_p(\bar{p})$; el factor de alta velocidad, $DC\mu$; y los gastos dimensional y adimensional, q_{ge} y q_p . Una forma conveniente de validar el simulador cuando se considera flujo de alta velocidad es evaluar el lado izquierdo de la Ec. 4.3 y establecer que tanto se aleja de la unidad.

En la Tabla 4.7 se presentan resultados del simulador para una permeabilidad de 40 md y $s = 0$. En la Tabla 4.8 se presentan los resultados para una permeabilidad de 40 md y un factor de daño de 10. Se observa en ambas tablas que los resultados que proporciona el simulador se comparan excelentemente con la predicción de la Ec. 4.3.

TABLA 4.7 RESULTADOS DEL SIMULADOR PARA EL LADO IZQUIERDO DE LA EC. 4.3, $s = 0$, $k = 40$ md, $\beta = 2.5831$ EB p^{-1} .

U_D	q_D	$DC\mu$	q_{ge}	$1 - m_p(\bar{p})$	EC. 4.3 LADO IZQUIERDO
10^1	6.7092 E-2	11.930		1.0000	1.0325
10^4	6.2996	11.068		9.9999 E-1	1.0093
10^6	5.9400	10.731		9.9988	1.0035
10^8	5.6544	10.403		9.9887	1.0028
1×10^7	5.3925	10.091		9.8923	1.0120
4	5.2295	9.8847		9.5837	1.0010
$C = U_{FEED} D$					
7	5.1107	9.7337		9.2885	1.0011
1×10^{10}	4.9973	9.5874		9.0090	1.0012
3	4.6559	9.1293		8.1800	1.0011
4	4.0961	8.3983		6.8448	1.0010
7	3.4270	7.2625		5.3818	1.0012
1×10^{10}	2.9181	6.3783		4.3208	1.0021

TABLA 4.8 RESULTADOS DEL SIMULADOR PARA EL LADO IZQUIERDO
 DE LA EC. 4.3, $s = 10$, $k = 40$ md, $\beta = 2.5831$ ES
 ρ^{-1} , $\beta_{ii} = 3.1738$ ES ρ^{-1} .

t_D	q_D	$DX\mu q_{co}$	$m_D(\bar{p})$	EC. 4.3 LADO IZQUIERDO
10^3	2.0824 E-2	34.357	1.0000	1.0055
10^4	2.0457	33.955	1.0000	1.0019
10^5	2.0112	33.621	9.9996 E-1	1.0012
10^6	1.9785	33.282	9.9961	1.0014
1×10^7	1.9458	32.950	9.9616	1.0048
1 (Pasado)	1.9254	32.724	9.8483	1.0007
2	1.9096	32.556	9.7363	1.0006
1×10^8	1.8941	32.392	9.6257	1.0006
3	1.8443	31.848	9.2705	1.0008
4	1.7521	30.811	8.6248	1.0009
7	1.6292	29.358	7.7840	1.0008
1×10^9	1.5214	28.012	7.0642	1.0009

4.4 GASTO CONSTANTE.

Para validar el comportamiento del simulador para la condición de gasto constante en el fondo del pozo se tomaron como ecuaciones que describen la variación del potencial adimensional en el fondo del pozo,

a) para el periodo transitorio¹:

$$m_{Dwf} = \frac{1}{2} \left[\ln t_D + 0.80907 \right] + s + DX\mu q_{co} \quad (4.4)$$

y b) para el periodo de flujo dominado por frontera²:

$$m_{Dwf} = \frac{2 t_D}{r_{cb}^2} + \ln r_{cb} + \frac{3}{4} + s + DX\mu q_{co} \quad (4.5)$$

En la Ec. 4.5, t_{pp} es el tiempo adimensional calculado usando el tiempo normalizado² evaluado a la presión promedio.

En la Tabla 4.9 se presentan los resultados del simulador para un gasto adimensional de 0.01, permeabilidad 10 md y factor de daño igual a cero.

TABLA 4.9 RESULTADOS DEL SIMULADOR PARA $q_D = 0.01$,
 $k = 10$ md, $s = 0$ y $\beta = 1.3652E9$ p⁻¹.

t_D	t_{pp}	DCPD q_{co}	m_{Dof}		% DIFERENCIA
			SIMULADOR	EGS. 4.4 O 4.5	
10^2	10^2	4.1153 E-1	3.0795	3.1345	1.79
10^3	10^3	4.2377	4.2581	4.2838	0.60
10^4	10^4	4.2885	5.4181	5.4386	0.38
10^5	9.9999 E4	4.3157	6.5679	6.5926	0.38
10^6	9.9991 E5	4.3366	7.7138	7.7460	0.42
1×10^7	9.9906 E6	4.3578	8.8561	8.8994	0.49
4	3.9850 E7	4.3726	9.6427	9.6946	0.54
7	6.9941	4.3838	10.234	10.290	0.55
1×10^8	9.9063	4.3950	10.818	10.881	0.58
2	1.9827 E8	4.4322	12.737	12.829	0.72
4	3.8523	4.5073	16.465	16.616	0.92
7	6.5574	4.6278	21.793	22.038	1.12
1×10^9	9.1123	4.7434	26.822	27.171	1.30

CAPITULO 5.

5. DISCUSION Y ANALISIS DE RESULTADOS.

El comportamiento transitorio de pozos de gas que producen a presión de fondo constante está expresado por la Ec. 5.1⁷:

$$\frac{1 - m_p(\bar{p})}{q_b} = 0.5 (\ln r_{cp} + 0.80907) + s + (D\mu) q_{ce}, \quad (5.1)$$

y la ecuación para el periodo pseudoestacionario puede obtenerse escribiendo la Ec. 43 de Al-Hussainy, Ramey y Crawford⁷ en la forma de la Ec. 5.2:

$$\frac{1 - m_p(\bar{p})}{q_b} = \ln r_{cd} - \frac{3}{4} + s + (D\mu) q_{ce}. \quad (5.2)$$

En estas expresiones anteriores el término $(D\mu) q_{ce}$ tiene una importancia fundamental. Hasta el presente la mejor evaluación del factor $(D\mu)$ está dada por la correlación de Lee, Logan y Tek¹, sin embargo, es claro que dicha correlación se desarrolló para flujo constante y no necesariamente debe ser igualmente satisfactoria para producción a presión constante. El objetivo central de este trabajo es desarrollar una correlación para $(D\mu) q_{ce}$ para la condición de producción a presión constante en el fondo del pozo.

En la Tabla 5.1 se presenta el rango de valores que se usó para desarrollar la correlación. Para obtener la información necesaria se hicieron corridas sistemáticas del simulador desarrollado por Berumen⁶ con algunas mejoras y extensiones

hechas por el autor del presente trabajo.

Como se anotó en el Capítulo 4, se tomarón 151 nodos en la dirección radial y 90 pasos de tiempo por ciclo logarítmico. Para el radio de drone de 2500 pies el tiempo adimensional se varió desde 10^{-2} a 10^0 y para el radio de drone de 1250 pies el tiempo adimensional se varió desde 10^{-2} a 2×10^0 . La tolerancia que se tomó para la convergencia en el potencial adimensional, m_D , fué de 10^{-6} . En la evaluación del factor $DX\mu$ se tomó en cuenta el efecto de alta velocidad hasta el nodo para el cual δ_i difiere con respecto a la unidad (correspondiente a flujo Darcy) en un valor menor de 10^{-5} .

TABLA B.1 FAJCO DE VALORES USADOS PARA DESARROLLAR LAS CORRELACIONES.

<u>PARAMETRO</u>	<u>VALORES</u>
δ_i (aire = 1)	0.6, 0.7
r , md	0.1, 1, 10, 40
ρ_i , lb/ft ³	5000
ρ_{wf} , lb/ft ³	500, 1000
T , °F	220
s	0, 5, 10
r_w , ft	0.25
r_e , ft	1250, 2500
r_s , ft	0.92, 1.03
ϕ , Fracción	0.10
h, ft	100

Para efectuar las simulaciones se usó el computador Gould de la Gerencia de Yacimientos del Instituto Mexicano del Petróleo. El tiempo de cómputo por simulación fué de entre 30 y 50 minutos. El

número de simulaciones usadas para formar la base de datos es de 72, que se pueden reunir en 6 grupos. Cada grupo se compone de 12 simulaciones porque son 3 factores de daño y 4 permeabilidades. En la Tabla 5.2 se muestran los valores de parámetros que caracterizan a cada uno de los grupos. Para los primeros 4 grupos se usó información a $t_p = 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$ y 10^7 para el periodo de flujo transitorio, y de $t_p = 4 \times 10^7, 7 \times 10^7, 1 \times 10^8, 2 \times 10^8, 4 \times 10^8, 7 \times 10^8$ y 10^9 para el periodo pseudoestacionario. Para los otros 2 grupos se usó información a $t_p = 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$ y 6×10^6 para el periodo de flujo transitorio, y de $t_p = 6 \times 10^6, 10^7, 4 \times 10^7, 7 \times 10^7, 10^8$ y 2×10^8 para el periodo pseudoestacionario.

TABLA 5.2 GRUPOS DE SIMULACIONES EFECTUADAS PARA FORMAR LA BASE DE DATOS.

GRUPO	δ_g	$P_{vf}, \text{ lb/pg}^2$	r_e, p	r_s, p	μ_i / μ_{vf}
1	0.7	500	2500	1.03	1.9149
2	0.6	500	2500	1.03	1.6589
3	0.7	1000	2500	1.03	1.8199
4	0.6	1000	2500	1.03	1.5958
5	0.7	500	1250	0.92	1.9149
6	0.6	500	1250	0.92	1.6589

También en el apéndice C se presenta en forma más detallada la información correspondiente a estas 72 simulaciones.

Los intentos iniciales de obtener la correlación se hicieron con los resultados de los simulaciones para $\delta_g = 0.7, p_{vf} = 500 \text{ lb/pg}^2$ y $r_e = 2500 p$, considerando valores para permeabilidad 0.1,

1, 10 y 40 md, y del factor de daño de -5, -2, 0, 5, 10 y 20. Es importante señalar que la correlación de Lee, Logan y Tek¹ no consideró en forma explícita el factor de daño s . Se encontró que al graficar $(X\mu)q_{co}$ contra $(X\mu_1)q_{co}$ se obtenía una familia de curvas parametrizadas por el factor de daño. $(X\mu_1)$ se evalúa por medio de la expresión siguiente:

$$(X\mu_1) = \frac{2.224 \times 10^{-15} k \beta \delta q}{h \mu_1 r_v} \quad (5.3)$$

Por inspección se encontró que si se grafica $(X\mu)q_{co}$ contra $(X\mu_1)q_{co}$, cuando s es positivo, ó contra $(X\mu_1)q_{co}/s$, cuando s es negativo; todas las curvas se colapsaban aceptablemente a la curva con factor de daño $s = 0$. Se encontró una mejora al graficar $(X\mu)q_{co}$ contra $(k/k_s)(X\mu_1)q_{co}$, sin embargo había aún una pequeña dependencia con respecto al radio de la zona dañada, r_s . El siguiente avance se logró al graficar $(X\mu)q_{co}$ contra $(X\mu_1)q_{co} f(k/k_s)$, estando $f(k/k_s)$ definida por la expresión siguiente:

$$f(k/k_s) = \frac{\beta(k/k_s)}{\beta(k)} \left[1 - \frac{r_w}{r_s} \right] + \frac{r_w}{r_s} - \frac{r_w}{r_e} \quad (5.4)$$

Por conveniencia se adopta la notación siguiente:

$$(X\mu_1)_s = (X\mu_1) f(k/k_s) \quad (5.5)$$

Para incorporar las demás simulaciones, en las cuales varía δ_q , P_{ad} , r_c y r_w , se encontró que toda la información de la base de datos formaba aproximadamente una curva única al graficar $(X\mu)q_{co}/F_\mu$ contra $(X\mu_1)_s q_{co}$, donde F_μ está dada por,

$$F_{\mu} = \frac{\mu C p_{\mu}}{\mu C p_{\mu}} \quad (5.6)$$

Finalmente se encontró una mejora al graficar $(X\mu)q_{ce} / F_{\mu} (1-r_w/r_d)$ contra $(X\mu_{1,s})q_{ce}$. El término $(1-r_w/r_d)$ se tomó de la correlación de Lee, Logan y Tek¹, donde r_d es el radio efectivo de dron definido por Aronofski y Jenkins²⁴, y r_d/r_w se evalúa para el periodo de flujo transitorio de la forma siguiente:

$$r_d/r_w = 1.5 \sqrt{\frac{t_p}{t_D}} \quad (5.7)$$

y para $t_p > t_{psub}$:

$$r_d = 0.472 r_e \quad (5.8)$$

En la Tabla 5.3 se listan los diferentes ensayos realizados para llegar a la forma final de las correlaciones presentadas en esta tesis.

TABLA 5.3 ENSAYOS REALIZADOS EN EL PROCESO DE CORRELACION.

ENSAYO	BREVE DESCRIPCION
1	Graficar $(X\mu)q_{ce}$ contra $(X\mu_{1,s})q_{ce}$
2	Graficar $(X\mu)q_{ce}$ contra $\begin{cases} s(X\mu_{1,s})q_{ce}, & \text{si } s > 0 \\ (X\mu_{1,s})q_{ce} / s, & \text{si } s < 0 \end{cases}$
3	Graficar $(X\mu)q_{ce}$ contra $(k/k_S)(X\mu_{1,s})q_{ce}$
4	Graficar $(X\mu)q_{ce} / F_{\mu}$ contra $(X\mu_{1,s})q_{ce}$
5	Graficar $(X\mu)q_{ce} / F_{\mu} (1-r_w/r_d)$ contra $(X\mu_{1,s})q_{ce}$

5.1 CORRELACIONES OBTENIDAS PARA EL PSEUDODAFÑO DE ALTA VELOCIDAD.

Se considera útil presentar las correlaciones en tres rangos de aplicación: a) para el periodo de flujo transitorio, b) para el periodo de flujo pseudoestacionario y c) global para los dos periodos de flujo, transitorio y pseudoestacionario.

Cuando es posible evaluar la Ec. 5.4. Las correlaciones toman la forma siguiente:

$$D^{1/2} q_{co} = A \left(\frac{\mu_v}{\mu_{vf}} \right) (1 - r_w/r_d) \left[D \mu_v s^2 q_{co} \right]^B \quad (5.9)$$

donde los valores de las constantes A y B y el del coeficiente de correlación, r, se presentan en la Tabla 5.4.

TABLA 5.4 CONSTANTES Y COEFICIENTE DE CORRELACION PARA LA EC. 5.9, EN QUE SE CONOCEN r_s y k_s .

PERIODO DE FLUJO	A	B	r
Transitorio	0.82502	0.97074	0.99963
Pseudoestacionario	0.85793	0.96739	0.99968
Global	0.84927	0.96683	0.99955

En las Figs. 5.1 a 5.3 se muestran Los datos que generan las correlaciones representadas en la Ec. 5.9.

Hay bastante discusión acerca de la posibilidad real de evaluar la Ec. 5.4, ya que se requieren los valores de la permeabilidad y el radio de la zona dañada, k_s y r_s . Una forma de obviar esta dificultad es presentar los resultados, aunque con menor precisión, en la forma siguiente:

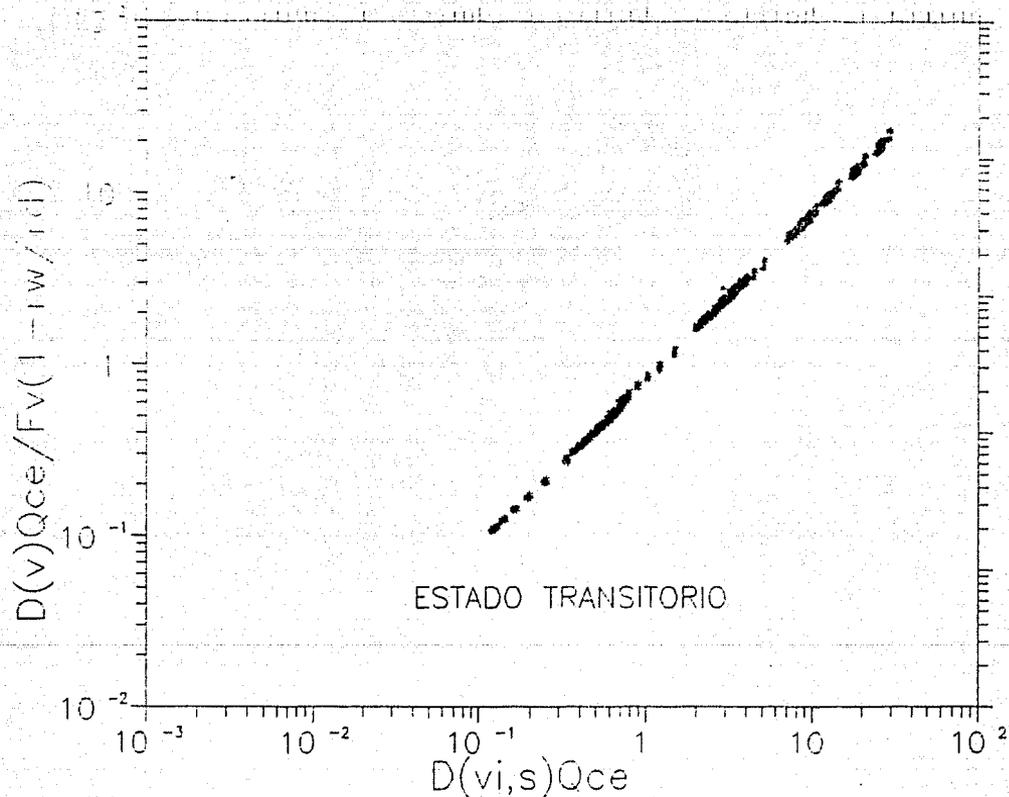


Fig.1 $s = 10, 5, 0$. $GE = 0.60$ y 0.70 . $P_{wf} = 500$ y 1000 lb/pg². $k = 0.1, 1, 10$ y 40 md.

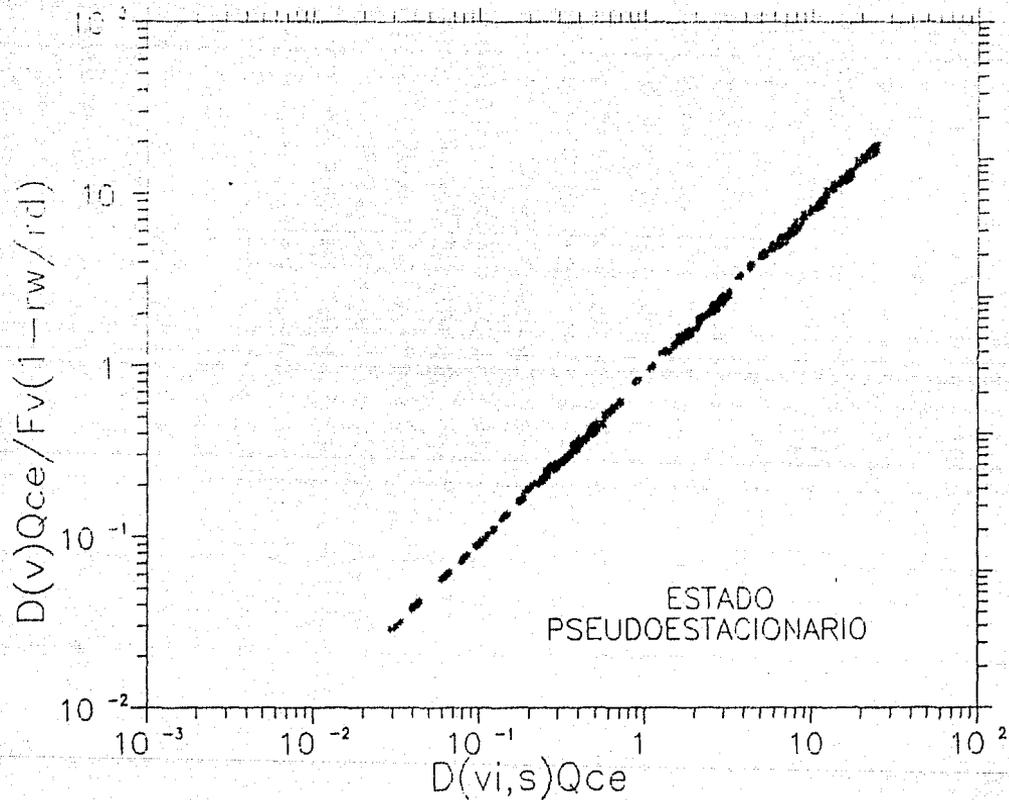


Fig.2 $s = 10, 5, 0$. $GE = 0.60$ y 0.70 . $P_{wf} = 500$ y 1000 lb/pg². $k = 0.1, 1, 10$ y 40 md. .

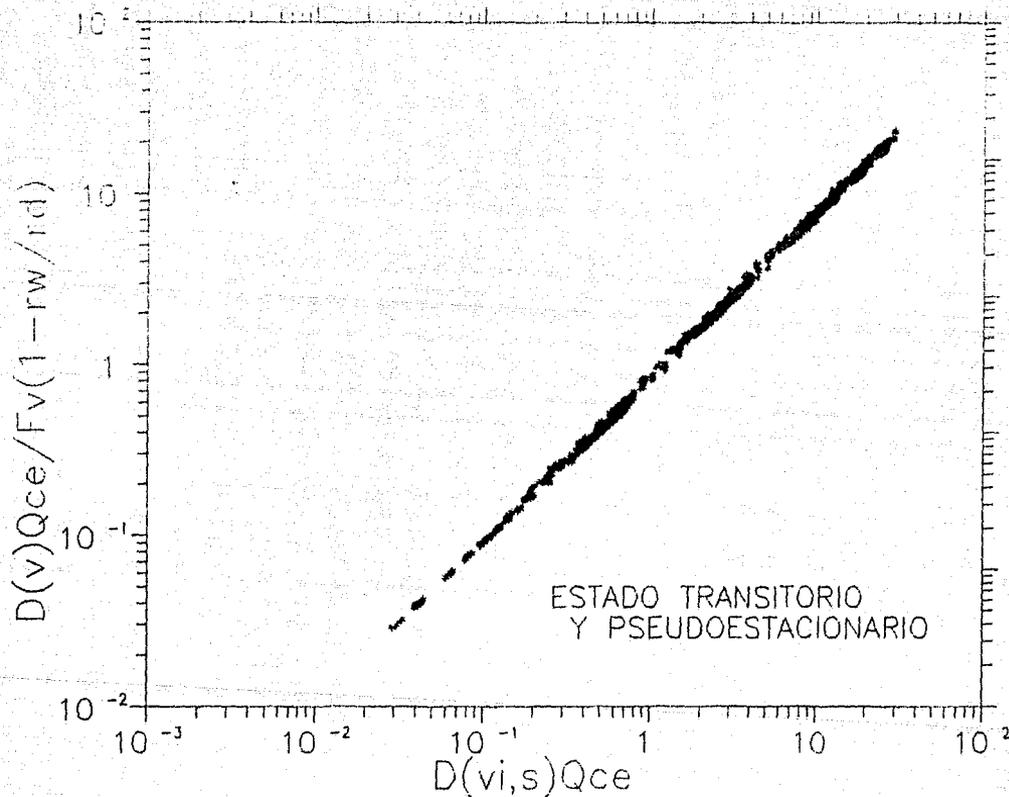


Fig.3 $s = 10, 5, 0$. $GE = 0.60$ y 0.70 . $P_{wf} = 500$ y 1000 lb/pg². $k = 0.1, 1, 10$ y 40 md.

$$kD \frac{q_{co}}{q_{cv}} = A \frac{\mu_v}{\mu_{vf}} \left(1 + r_w + r_d \right) \left[s D C \mu_v \frac{q_{co}}{q_{cv}} \right]^B \quad (5.10)$$

para $s > 0$. Los valores de las constantes A y B y el del coeficiente de correlación se presentan en la Tabla 5.5

TABLA 5.5 CONSTANTE Y COEFICIENTE DE CORRELACION PARA LA EC. 5.10, EN QUE NO SE CONOCEN r_s y k_s .

PERIODO DE FLUJO	A	B	r
Transitorio	0.84306	0.96256	0.99839
Pseudostacionario	0.87083	0.96319	0.99920
Global	0.89346	0.96166	0.99883

En las Figs. 5.4 a 5.6 se muestran los datos que generan las correlaciones representadas en la Ec. 5.10.

5.2. COMPARACION CON LA CORRELACION DE LEE, LOGAN Y TEK¹.

En la Tabla 5.6 se presenta la comparación del parámetro C_1 usado por Lee, Logan y Tek¹. $C_1 = D C \mu_v / D C \mu_s$, para la simulación correspondiente a $\delta_g = 0.7$, $s = 10$, $k = 40$ md, $p_{vf} = 500$ lb/pg², $r_w = 2500$ p y $r_s = 1.03$ p.

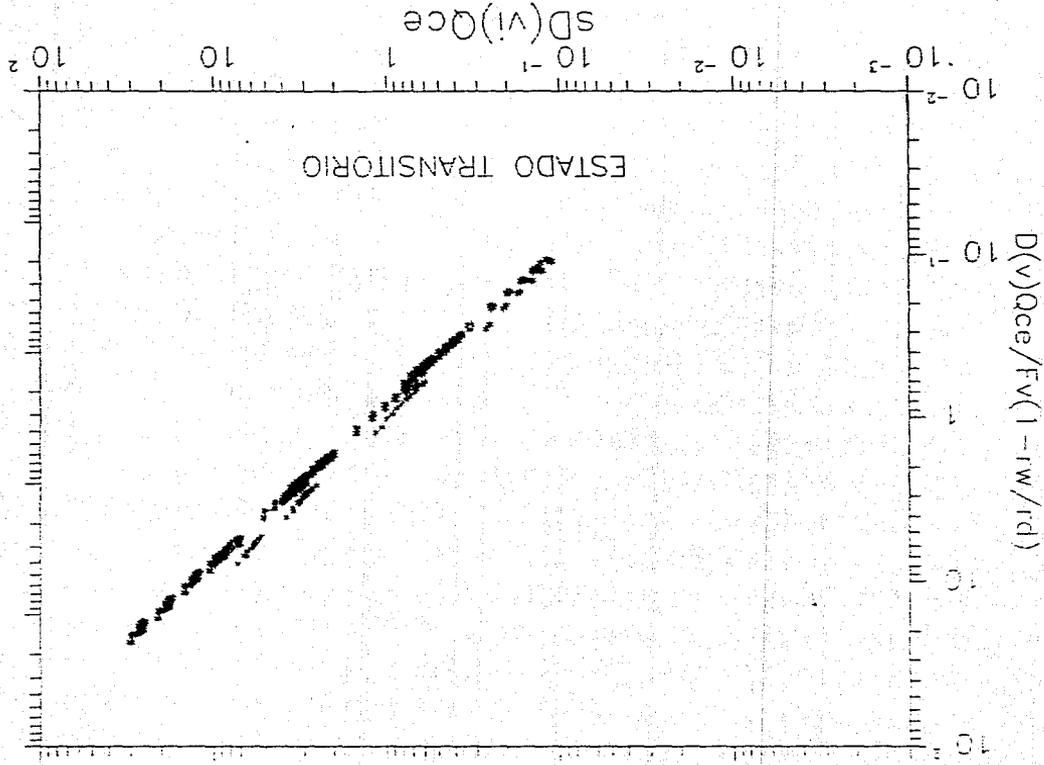


Fig. 4. $s = 10, 5, 0$. $GE = 0.60$ y 0.70 . $Pwf = 500$ y 1000 lb/pgz. $k = 0.1, 1, 10$ y 40 md.

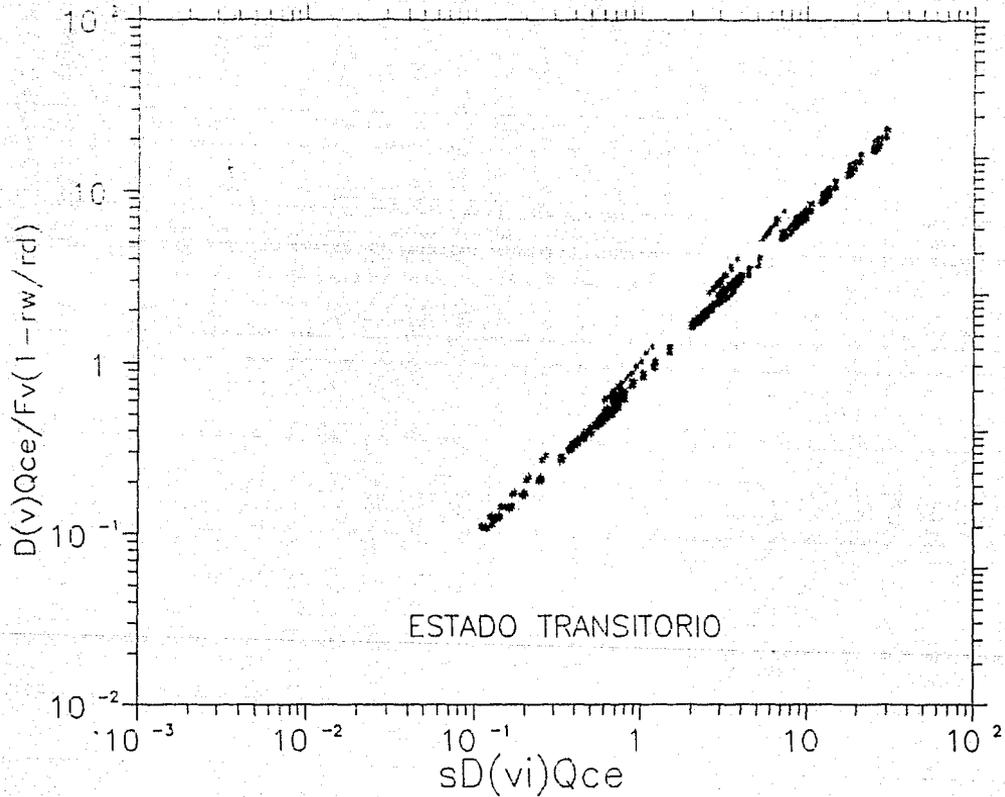


Fig.4. $s = 10, 5, 0$. $GE = 0.60$ y 0.70 . $P_{wf} = 500$ y 1000 lb/pg². $k = 0.1, 1, 10$ y 40 md.

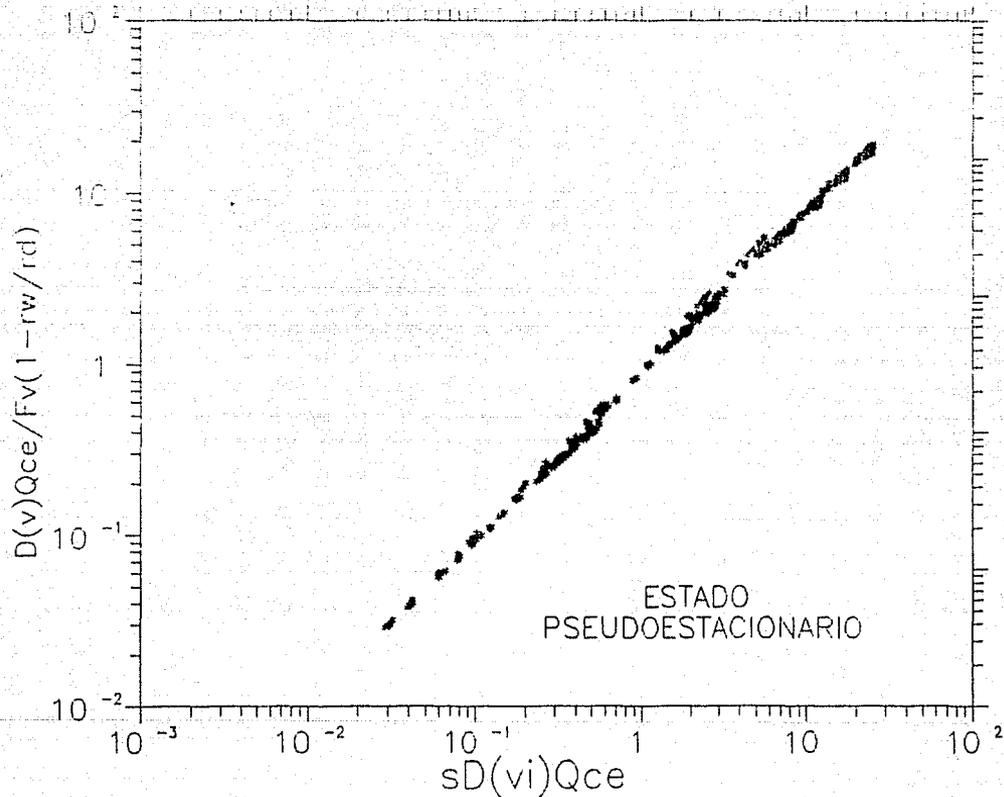


Fig.5. $s = 10, 5, 0$. $GE = 0.60$ y 0.70 . $P_{wf} = 500$ y 1000 lb/pg². $k = 0.1, 1, 10$ y 40 md.

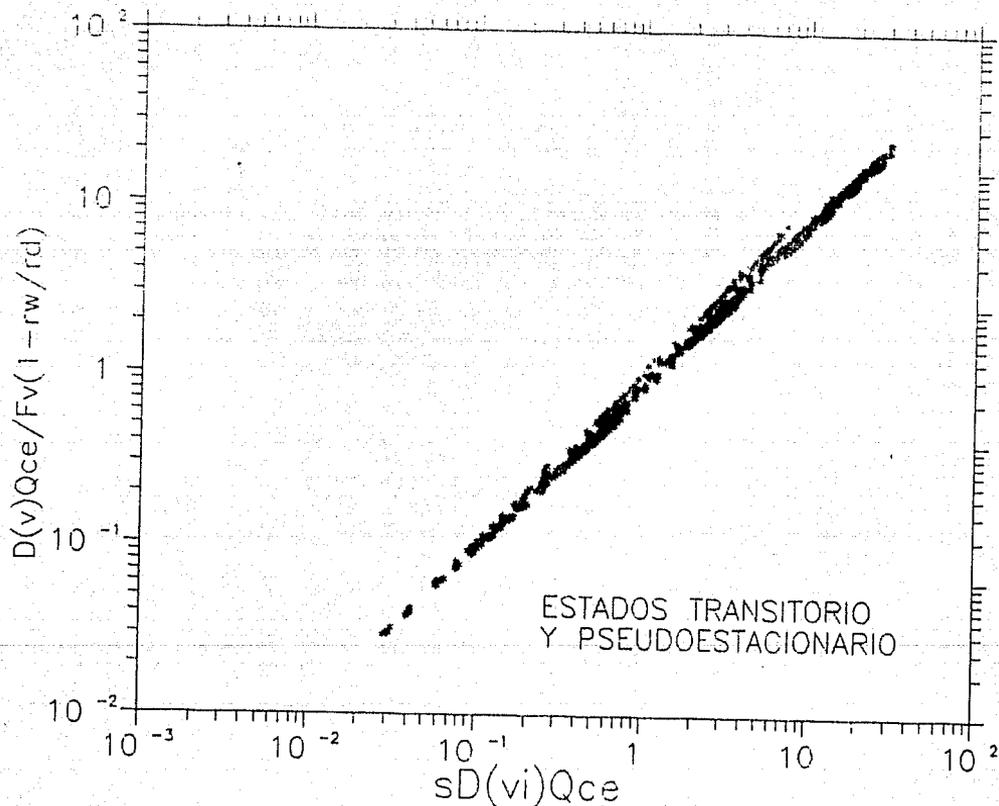


Fig.6. $s = 10, 5, 0$. $GE = 0.60$ y 0.70 . $P_{wf} = 500$ y 1000 lb/pg². $k = 0.1, 1, 10$ y 40 md.

TABLA 5.6 COMPARACION DE RESULTADOS DEL SIMULADOR CON
 LOS PROPORCIONADOS POR LA CORRELACION, EC. 5.9,
 Y POR LA CORRELACION DE LEE, LOGAN Y TEK¹.

t_p	$DC\mu D$	$DC\mu Dq_{ce}$	$DC\mu (s)q_{ce}$	C_1 SIMUL.	C_1 TRANS. SEUDO. EC. 5.9	% DIF.	C_1 LEE ¹	% DIF.
10^2	0.29577	37.027	28.570	1.2959	1.3367	3.1	1.6272	29.6
10^3	0.30573	34.257	25.644	1.3397	1.4065	5.0	1.7118	27.8
10^4	0.30813	33.905	25.157	1.3501	1.4280	5.8	1.7379	28.7
10^5	0.31021	33.621	24.734	1.3593	1.4352	5.6	1.7467	28.5
10^6	0.31218	33.282	24.330	1.3679	1.4380	5.1	1.7500	27.9
10^7	0.31411	32.950	23.940	1.3764	1.4393	4.6	1.7516	27.3
$(4 \times 10^7 = 1.9996)$								
10^8	0.31730	32.392	23.294	1.3906	1.4996	7.8	1.7930	26.1
10^9	0.34109	29.012	16.709	1.4972	1.5104	0.9	1.7638	17.8

Al comparar los valores de las columnas 7 y 9 de Tabla 5.6 se observa que el error en el cálculo de $DC\mu Dq_{ce}$ al usar la correlación propuesta es del orden de 1/4 del error que se tiene al usar la correlación de Lee, Logan y Tek¹. El caso mostrado es representativo de muchas otras simulaciones sometidas al mismo análisis.

A continuación se presenta la comparación del gasto adimensional calculado usando la correlación propuesta, Ec. 5.9, la correlación de Lee, Logan y Tek¹ y el resultado del simulador. Los datos y resultados corresponden a la simulación ya presentada en esta sección 5.2.

Para el periodo de flujo transitorio la Ec. 5.1 se puede aproximar como:

$$t_p = 0.5 (\ln t_p + 0.80907) + s + DC\mu Dq_{ce} \quad (5.11)$$

Para el presente caso:

$$DX_{\mu_1}^{(0)} = 2.3906 E-2$$

$$10^{-4} \xi_{ce} = 0.5464$$

$$\mu_1 / \mu_{of} = 1.9149$$

$$DX_{\mu_1}^{(0)} q_{ce} = 1267.3 q_p$$

$$DX_{\mu_1}^{(0)} q_{ce} = C_1^{(0)} DX_{\mu_1}^{(0)} q_{ce}$$

Para $U_p = 10^3$,

Tomando una aproximación inicial $C_1^{(0)} = 1.5$, la Ec. 5.11 se convierte en:

$$1900.9 q_p^2 + 13.8584 q_p - 1 = 0$$

Resolviendo esta ecuación cuadrática se obtiene:

$$q_p^{(1)} = 1.9579 E-2$$

$$DX_{\mu_1}^{(1)} q_{ce} = 24.812$$

$$C_1^{(1)} = 1.4078$$

Para la segunda iteración, la Ec. 5.11 puede expresarse como:

$$1784.1 q_p^2 + 13.8584 q_p - 1 = 0$$

Resolviendo esta ecuación cuadrática se obtiene:

$$q_p^{(2)} = 2.0108 E-2$$

$$DX_{\mu_1}^{(2)} q_{ce} = 25.482$$

$$C_1^{(2)} = 1.4067$$

Para la tercera iteración, la Ec. 5.11 se convierte en:

$$1762.7 q_p^2 + 13.8584 q_p - 1 = 0$$

Resolviendo esta ecuación cuadrática se obtiene:

$$q_p^{(0)} = 2.0114 \text{ E-2}$$

$$DX(\mu, s)q_{eo} = 25.491$$

$$C_1^{(3)} = 1.4007. \text{ Ya hay convergencia.}$$

Para $L_p = 10^7$.

Tomando como aproximación inicial $C_1^{(0)} = 1.40$, se obtiene para la primera iteración:

$$q_p^{(1)} = 1.9101 \text{ E-2}$$

$$DX(\mu, s)q_{eo} = 24.207$$

$$C_1^{(1)} = 1.4389$$

En forma similar, para la segunda iteración:

$$q_p^{(2)} = 1.8896 \text{ E-2}$$

$$DX(\mu, s)q_{eo} = 23.947$$

$$C_1^{(2)} = 1.4393$$

Finalmente se obtiene convergencia para la tercera iteración:

$$q_p^{(3)} = 1.8894 \text{ E-2}$$

Similarmente, usando la correlación de Lee, Logan y Tek¹, en forma iterativa se obtiene:

$$\text{Para } \frac{L_p}{\mu} = 10^3, \quad q_p = 1.8493 \text{ E-2}$$

$$\text{y Para } \frac{L_p}{\mu} = 10^7, \quad q_p = 1.7454 \text{ E-2}$$

En la Tabla E.Y se presenta el resumen de este ejemplo.

concluyéndose que el error o diferencia con respecto al valor exacto de q_D , que se obtiene al emplear la correlación de esta tesis es menor que el obtenido al usar la correlación de Lee, Logan y Toz¹. El ejemplo mostrado corresponde a un caso extremo en que la correlación de este estudio presenta una de las mayores diferencias, sin embargo, el error obtenido es menor a un tercio del error que presenta la correlación de Lee y cols. Lo anterior en cuanto a los errores se cumple en general para todas las simulaciones de este estudio.

TABLA 5.7 COMPARACION DE LOS CALCULOS DEL GASTO ADIMENSIONAL.

L_D	q_D SIMULADOR	q_D EG. 5.9	DIF. %	q_D LEE ¹	DIF. %
10^3	2.6894 E-2	2.0114 E-2	-3.5	1.8493 E-2	-11.3
10^7	1.9468 E-2	1.8894 E-2	-2.9	1.7454 E-2	-10.3

5.3 INDEPENDENCIA DE LA CORRELACION PRESENTADA DE LA CORRELACION DE FIROOZABADI Y KATZ¹⁹.

Para el desarrollo de las correlaciones presentadas en este capítulo se hizo uso de la correlación de Firoozabadi y Katz²¹ para el cálculo de β . Se considera conveniente que no haya dependencia de la forma de evaluar β , ya que, por ejemplo en el laboratorio, Cowers y Nichols²⁵ para carbonatos con porosidad microvugular han encontrado valores de β que son 10 veces superiores a los calculados usando la correlación de Firoozabadi y Katz. Para verificar el grado de dependencia se repitió una de las simulaciones aumentando 10 veces el valor de β . La demás

Información usada es $\beta_{ij} = 0.7$, $p_{vj} = 500 \text{ lb/pg}^2$, $s = 0$, $k = 1.0$ md y $r_w = 2500 \text{ ft}$.

El análisis de los resultados de esta simulación se presenta en la Tabla 5.8 concluyéndose que no presenta diferencia con los resultados del análisis de varias simulaciones previas en las cuales β se había calculado usando la correlación de Firoozabadi y Katz.

TABLA 5.8 COMPARACION DE RESULTADOS OBTENIDOS AL CONSIDERAR UNA FORMACION PRODUCTORA DE TIPO CARBONATO CON POPOSIDAD MICROVUGULAR, SE MULTIPLICA POR 10 EL VALOR DE β CALCULADO DE LA CORRELACION DE FIROOZABADI Y KATZ²¹.

t_D	DIP ²	$D_{\beta} D_{q_{ca}}$	$D_{\beta} D_{q_{ca}}$	C_1		DIF. %	C_1		
				SIMOL.	TRANS. PSEUDO. EC. 5, 9		LEE ¹	%	
10^2	0.64364	8.5735	6.6832	1.2827	1.3948	8.7	1.6947	32.1	
10^3	0.67954	7.9533	5.9774	1.3042	1.4684	8.4	1.7838	31.7	
10^4	0.70231	7.5773	5.4133	1.3906	1.4936	6.7	1.8143	29.6	
10^5	0.72018	7.2538	5.0541	1.4352	1.5039	4.8	1.8261	27.2	
10^6	0.72930	6.9671	4.7445	1.4664	1.5085	2.9	1.8330	24.9	
10^7	0.7325	6.6799	4.4687	1.4946	1.5118	1.2	1.8339	22.8	
$C = 4 \times 10^7 = 1 \text{ P.D.}$									
10^8	0.73163	6.3331	4.0936	1.5379	1.5877	3.2	1.8413	19.7	
10^9	0.72792	3.6734	2.0990	1.7496	4.6929	-8.9	1.8766	7.2	

5.4 PROPUESTA DE METODO DE CALCULO DE LA DECLINACION DE LA PRODUCCION.

Se propone como método para el cálculo de la declinación de la producción en pozos de gas el uso de las Ecs. 5.1, 5.2 y 5.9 junto con la ecuación de balance de materia, Ec. 2.26. Para la implementación de la propuesta se debe elaborar un programa de cómputo muy pequeño comparado con el simulador empleado para el desarrollo de la correlación, Ec. 5.9. El programa de cómputo sugerido se podrá ejecutar en cualquier computador personal en un tiempo de unos pocos minutos y con una precisión adecuada para cálculos de ingeniería.

CAPITULO 6.

6. CONCLUSIONES.

En base a los resultados de este estudio, se pueden hacer las conclusiones siguientes:

1. Se realizó una búsqueda y revisión bibliográfica intensa relacionada con la declinación de la producción en pozos de gas.
2. Se mejoró, amplió y validó el simulador^d con el cual se efectuaron las simulaciones necesarias para esta tesis. Las ampliaciones consiste en los cálculos de la presión promedio, el pseudotiempo y D/D .
3. Se verificó que ecuaciones analíticas ya existentes en la literatura^{7,9} reproducen con buena precisión los resultados del simulador tanto para producción a presión constante como para producción a gasto constante.
4. Para producción a gasto constante durante el periodo pseudoestacionario se recomienda evaluar el tiempo normalizado² a la presión promedio en lugar de la presión en el fondo del pozo¹, puesto que al hacerlo en la forma recomendada se pueden obtener analíticamente los resultados del simulador.

5. Se presentan correlaciones para estimar el pseudodaño de alta velocidad para condiciones de producción a presión constante, en las cuales se considera explícitamente el factor de daño. Las dos primeras consideran flujo transitorio y pseudoestacionario y una tercera de tipo global considera conjuntamente resultados para condiciones transitorias y pseudoestacionarias.
6. Usando las correlaciones presentadas en este trabajo el error en el cálculo de $D(\mu)q_{co}$ se reduce a una cuarta parte con respecto a la correlación¹ anteriormente usada²⁻⁵.
7. Se propone un método para el cálculo de la declinación de la producción en pozos de gas basado en las correlaciones presentadas en este trabajo, en la ecuación de balance de materia y en ecuaciones analíticas que reproducen con buena precisión los resultados del simulador.

NOMENCLATURA.

- A = área expuesta al flujo, p².
- b = recíproco del exponente de la curva de declinación, adim.
- B = factor de volumen de formación, V_{cy} / V_{ce} .
- c_g = compresibilidad del gas, (lb/pg²)⁻¹.
- c_t = compresibilidad total, (lb/pg²)⁻¹.
- C_Λ = factor de forma de Deitz, adim.
- C_g = coeficiente de la curva de potencial, $M p_{ce}^3 / D / (lb/pg^2)^{2n}$.
- C_i = coeficiente de correlación para corregir D, adim.
- D = factor de flujo de alta velocidad, $D / M p_{ce}^3$.
- D_i = razón de declinación inicial, (meses)⁻¹.
- e = base de los logaritmos naturales, 2.71828.
- F_μ = cociente de viscosidades, $μ_v / μ_{vf}$.
- G = volumen de gas inicial en el yacimiento, p_{ce}³.
- G_p = producción acumulada de gas, p_{ce}³.
- h = espesor de la formación, p.
- J_g = índice de productividad de gas, $M p_{ce}^3 / D / (lb/pg^2)$.
- J_g = índice de productividad de gas, $M p_{ce}^3 c_p / D / (lb/pg^2)^2$.
- J_o = índice de productividad de aceite, $B_{ce} / D / (lb/pg^2)$.
- k = permeabilidad efectiva de la formación, md.
- m, m(p) = potencial de gas real, (lb/pg²)² / c_p.
- m_D = potencial adim.
- n = exponente de la curva de potencial, adim.
- N_p = producción acumulada de aceite, B_{ce}.
- N_{pi} = producción acumulada de aceite para el yacimiento a condiciones de abandono, B_{ce}.

- H_T = número de intensidad de alta velocidad, adim.
 p = presión, lb/pg².
 \bar{p} = presión promedio del yacimiento, lb/pg².
 p_{ce} = presión a condiciones estándar, 14.7 lb/pg².
 p_i = presión inicial, lb/pg².
 p_{wf} = presión de fondo fluyendo, lb/pg².
 q_g = gasto de producción de gas, Mp³/D.
 q_i = gasto al tiempo $t = 0$, B_{ce}/D.
 $(q_i)_{máx}$ = gasto al tiempo $t = 0$ y $p_{wf} = 0$, B_{ce}/D.
 $q(t)$ = gasto al tiempo t , B_{ce}/D.
 q_D = gasto adimensional.
 q_{Dd} = gasto adimensional de declinación.
 r = distancia radial, p.
 r_J = radio efectivo de drené, p.
 $r_{e,}$ = radio exterior, p.
 r_g = radio de la zona dañada, p.
 t = tiempo, días.
 t_D = tiempo normalizado, días.
 t_{pD} = pseudotiempo adimensional.
 t_D = tiempo adimensional.
 t_{Dd} = tiempo adimensional de declinación.
 T = temperatura del yacimiento, °R.
 u = coordenada logaritmica para el espacio, adim.
 v, v_T = velocidad macroscópica del gas, p/seg.
 z = factor de compresibilidad del gas, adim.

LETRAS GRIEGAS.

- α, α_D = difusividad adimensional.
- β = coeficiente de alta velocidad, $1/p$.
- δ = densidad relativa del gas (aire = 1).
- δ_1 = factor de corrección para la ley de Darcy, adim.
- ϕ = porosidad de la formación, fracción.
- λ = parámetro de las curvas tipo de declinación, definida por la Ec. 2.25.
- λ = cociente de permeabilidades, k / k_s .
- ρ = densidad del gas, lb/p^3 .

SUBÍNDICES.

- ce = condiciones estándar, $14.7 lb/pg^2$ y $60^\circ F$.
- cy = condiciones de yacimiento.
- g = gas.
- D = adimensional.
- dd = declinación adimensional.
- i = condiciones iniciales.
- in = inercial o de alta velocidad.
- o = aceite.
- r = dirección radial.
- wf = condición a fondo del pozo fluyendo.

REFERENCIAS.

1. Lee, P.L., Logan, R.W. y Tek, M.R.: "Effect of Turbulence on Transient Flow of Real Gas Through Porous Media", SPE Formation Evaluation (Marzo 1987) 108-120.
2. Fraim, M.L. y Wallenbarger, R.A.: "Gas Reservoir Decline Curve Analysis Using Type Curves With Real Gas Pseudopressure and Normalized Time", SPE Formation Evaluation (Dic. 1987) 671-682.
3. Fraim, M. L. y Lee, W. J.: "Determination of Formation Properties From Long-Term Gas Well Production Affected by Non-Darcy Flow", artículo SPE 16934, presentado en el "SPE 62nd Annual Technical Conference and Exhibition", Dallas, Sept. 27-30, 1987.
4. Aminian, K., Ameri, S. y Hyman, M. D.: "Production Decline Curves for Gas Wells Producing Under Pseudo-Steady-State Conditions", artículo SPE 15933, presentado en el "SPE Eastern Regional Meeting", Ohio, Nov. 12-14, 1986.
5. Aminian, K., Ameri, S., Poon, F.S., Stark, J.J. y Yost II, A.B.: "Production Decline Behavior of Gas Wells in Multi-Well Reservoirs", artículo SPE 18208, presentado en el "SPE 63rd Annual Technical Conference and Exhibition", Houston, Oct. 2-5, 1988.

6. Berumen, S.: "Análisis del Comportamiento de Yacimientos de Gas que producen a Condición de Presión Constante", Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, 1986.
7. Al Hussainy, R., Ramey, H.J., Jr. y Crawford, P.B.: "The Flow of Real Gases Through Porous Media", J. Pet. Tech. (Marzo 1966) 624-26; Trans., AIME, 237.
8. Wattenbarger, E.A. y Ramey, H.J., Jr.: "Gas Well Testing With Turbulence, Damage and Wellbore Storage", J. Pet. Tech. (Agosto 1968) 877-887.
9. "Theory and Practice of the Testing of Gas Wells", Energy Resources Conservation Board, Calgary (1975).
10. Arps, J.J.: "Analysis of Decline Curves", Trans., AIME (1945) 160, 223-47.
11. Fetkovich, M.J.: "Decline Curve Analysis Using Type Curves", J. Pet. Tech. (Junio 1980) 1065-77.
12. Fetkovich, M.J.: "A Simplified Approach to Water Influx Calculations. Finite Aquifer Systems", J. Pet. Tech. (Julio 1971) 814-23.
13. van Everdingen, A.F. y Hurst, W.: "The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs", Trans., AIME (1949) 186, 306-24.

14. Carter, E. D.: "Type Curves for Finite Radial and Linear Gas-Flow Systems: Constant-Terminal, Pressure-Case", Soc. Pet. Eng. J. COJ. 1985D 719-23.
15. Agarwall, R.G.: "Real Gas Pseudo-Time- A New Function for Pressure Buildup Analysis of MHF Gas Wells", artículo SPE 9279, presentado al "SPE Annual Technical Conference and Exhibition", Las Vegas, Sept. 23-26, 1979.
16. Ehlig Ecomodios, C.A.: "Well Test Analysis for Wells Produced at Constant Pressure", Tesis de Doctorado, Stanford University, 1979.
17. Schmidt, S.H., Caudle, B.H. y Miller, M.A.: "Gas Well Decline Analysis Incorporating Real Gas Behavior and Non-Darcy Flow", artículo SPE 15521, presentado en el "SPE 61st Annual Technical Conference and Exhibition", New Orleans, Oct. 5-8, 1986.
18. Mishra, S. y Caudle, B.H.: "A Simplified Procedure for Gas Deliverability Calculations Using Dimensionless IPR Curves", artículo SPE 13231, presentado en el "SPE Annual Technical Conference and Exhibition", Houston, Sept. 16-19, 1984.
19. Forchheimer, P.: "Wasserbewegung durch Boden", Zeitz für Deutsch Ing. (1901), 45, 1731.

20. Hawkins, M.F., Jr.: "A Note on the Skin Effect", Trans., AIME (1950) 207, 356-57.
21. Firoozabadi, A y Katz, D.L.: "An Analysis of High Velocity Gas Flow Through Porous Media", J. Pet. Tech. (Feb. 1979) 211-16
22. Carnahan, R., Luther, H.A. y Wilkes, J.O.: "Applied Numerical Methods", John Wiley, Nueva York, 1969.
23. Wattenbarger, P. A.: "Effects of Turbulence, Wellbore Damage, Wellbore Storage and Vertical Fractures on Gas Well Testing ", Tesis de Doctorado, Stanford University, 1967.
24. Aronofsky, J.A. y Jenkins, R.: "A Simplified Analysis of Unsteady Partial Gas Flow", Trans., AIME (1954) 201, 149-54.
25. Gowers, C.W.W. y Nichol, L.R.: "Gas Turbulence Factor in a Microvugular Carbonate", J. Cdn. Pet. Tech. (Abril-Junio 1969) 51-53.
26. Vazquez C., Mario : "Análisis Automático para el Ajuste de Familias de Curvas", Tesis Profesional, UNAM, 1989.

REFERENCIAS ADICIONALES.

1. Berumen C., S., Camantejo, F. y Cinco-Ley, H. : "Transient Pressure Analysis and Performance of Gas Wells Producing

Under Constant Pressure Conditions", artículo SPE 19098 presentado al "SPE Gas Technology Symposium", Dallas, Junio 7-9, 1989.

2.- Oren, P.E., Lee, E.L. y Tek, M.R.: "The Effects of Wellbore Storage, Skin, and Turbulence Intensity on Early-Time Transient Flow of Real Gas Through Porous Media", SPE Formation Evaluation (Sep. 1986) 547-554.

3.- Morris, G.W., Campbell, D.A. y Petty, S.: "Analysis of Geothermal Wells in Naturally Fractured Formations with Rate-Sensitive Flow", SPE Formation Evaluation (Dic. 1987) 567-572.

4.- Tek, M.R., Coats, K.H. y Katz, D.L.: "The Effect of Turbulence on Flow of Natural Gas Through Porous Reservoirs", J. Pet. Tech. (Julio 1962) 799-806.

5.- Swift, G.W. y Kiel, O.G. : "The Prediction of Gas-Well Performance Including the Effect of Non-Darcy FLOW", (Julio 1962) 791-798.

6.- CoorUsma, J. : "Estimating the Coefficient of Inertial Resistance in Fluid Flow Through Porous Media", Soc. Pet. Eng. J. (Oct. 1974) 445-450.

7.- Ellingsman, H., Cinco-Ley, H., Raney, H.J., Jr. y Braester, G.: "Pressure Drawdown Test Analysis of a Gas Well-Application of New Correlations", SPE Formation Evaluation (Sep. 1989) 406-412.

8. - Samaniego, V., F. y Cinco B., H. : "Production rate decline in pressure-sensitive reservoirs", J. Ind. Pet. Tech. (Julio-Sept. 1980) 75-85.

9. - Uralov, A.A. y Paghavan, R. : "Unsteady Flow to a Well Produced at a Constant Pressure", J. Pet. Tech. (Oct. 1980) 1803-12.

10. - Ehlig-Economides, C.A. y Pamey, H.J., Jr. : "Transient Rate Decline Analysis for Wells Produced at Constant Pressure", SPE J. (Feb. 1981) 98-104.

11. - Ehlig-Economides, C.A. y Pamey, H.J., Jr. : "Pressure Buildup for Wells Produced at a Constant Pressure", SPE J. (Feb. 1981) 105-114.

12. - Kutasov, I.M. : "Application of the Horner Method for a Well Produced at a Constant Bottomhole Pressure", SPE Formation Evaluation (Marzo 1989) 90-92.

13. - Reynolds, A.C., Bratvold, P.U. y Ding, W. : "Semilog Analysis of Gas Well Drawdown and Buildup Data", SPE Formation Evaluation (Dic. 1987) 657-670.

14. - Chen, H.Y. y Poston, S.W. : "Application of a Pseudo-Time Function to Permit Better Decline Curve Analysis", articulo SPE, presentado al "SPE Eastern Regional Meeting", Pennsylvania, Oct. 21-23, 1987.

15.- Meunier, D.P., Kabir, C.S. y Wittmann, M.J.: "Gas Well Test Analysis: Use of Normalized Pseudovariables", SPE Formation Evaluation (Dic. 1987) 629-636.

16.- Finjord, J.: "An Analytical Study of Pseudotime for Pressure Drawdown in a Gas Reservoir", SPE Formation Evaluation (Junio 1988) 287-292.

17.- Yue-lu, Y. y Finjord, J.: "A Numerical Study of the Pseudotime Transformation for Drawdown in the Infinite-Acting Period", SPE Formation Evaluation (Junio 1989) 303-311.

18.- Lee W.J. y Holditch, S.A.: "Application of Pseudotime to Buildup Test Analysis of Low Permeability Gas Wells with Long-Duration Wellbore Storage Distortion", J. Pet. Tech (Dic. 1982) 2877-87.

19.- Fraim, M.L., y Wattenbarger, E.A.: "Decline Curve Analysis for Multiphase Flow", artículo SPE 18274, presentado al "63 rd Annual Technical Conference and Exhibition", Houston, Oct. 2-5, 1989.

20.- Duda, J.E. y Aminian, K.: "Type Curves for Predicting Production Performance From Horizontal Wells in Low-Permeability Gas Reservoirs", artículo SPE 18993, presentado al "SPE Joint Rocky Mountain Regional Low Permeability Reservoirs Symposium"

Denver, Marzo 6-8, 1989.

21. Amnian, K., Ameri, S., Fuon, P.S. y Rieke, H.H. :
 "Production History Analysis in Predicting "Dry" Gas-Well
 Performance". J. Pet. Sci. Eng., 2, 1989, 13-26.
22. Blasingame, T.A. y Lee, W.J.: "Properties of Homogeneous
 Reservoirs, Naturally Fractured Reservoirs and Hydraulically
 Fractured Reservoirs From Decline Curve Analysis", artículo SPE
 15918, presentado al "SPE Permian Basin Oil & Gas Recovery
 Conference", Midland, Marzo 13-14, 1986.
23. Fellovich, H.J., Vireni, M.E., Bradley, M.D. y Kiesow, V.G.:
 "Decline-Curve Analysis Using Type Curves-Case Histories", SPE
 Formation Evaluation (Dic. 1987) 637-656.
24. Fellovich, H.J., Bradley, A.M., Works, A.M. y Thrasher,
 T.S.: "Depletion Performance of Layered Reservoirs Without
 Crossflow", artículo SPE 18306, presentado al "SPE 63rd Annual
 Technical Conference and Exhibition", Houston, Oct. 2-5, 1988.
25. Lewis, P.E. y Hoff, J.G. : "Rate-Cumulative Type Curves for
 Forecasting the Performance of Curtailed Wells", artículo SPE
 18990, presentado al "SPE Joint Rocky Mountain Regional/ Low
 Permeability Reservoirs Symposium", Denver, Marzo 6-8 1989.
26. Asheim, H.: "Analytical Solution of the Gas Production
 Profile", artículo SPE 17691 presentado directamente para
 publicación, (Abril) 1988.

ESTA TESIS NO DEBE
 SALIR DE LA BIBLIOTECA

27. - Aminian, E., Ameri, S., Beg., N. y Yost II, A.B.: "Production Forecasting for Gas Wells Under Variable Conditions", articulo SPE 16939, presentado al "SPE 62nd Annual Technical Conference and Exhibition", Dallas, Sept. 27-30, 1987.

28. - Aminian, E., Ameri, S., Beg. H. y Yost II, A.B.: "Predicting Gas Well Performance Under Altered Conditions", articulo SPE 17060, presentado al "SPE Eastern Regional Meeting", Pittsburg, Oct. 21-23, 1987.

29. - Harrington, A.G., Lee, B.Y.Q. y Taylor, P.S.: "Application of Type-Curve Techniques to Decline Analysis and Forecasting of Gas Wells", articulo SPE 16936, presentado al "SPE 62nd Annual Technical Conference and Exhibition", Dallas, Sept. 27-30, 1987.

30. - Hale, R.W., Firth, C.H., Hansen, E.C. y Murphy, M.J.: "Post-Buildup Drawdown Analysis of Tight Gas Wells in the Rocky Mountains", articulo SPE 16804, presentado al "SPE 62nd Annual Technical Conference and Exhibition", Dallas, Sept. 27-30, 1987.

31. - Blasingame, T.A., Poston, S.W. y Hedberg, W.H.: "Evaluation of Reserves for a Number of Small, Partially Shut-In Gas Fields in Northern Tennessee", articulo SPE 16853, presentado al "SPE 62nd Annual Technical Conference and Exhibition", Dallas, Sept. 27-30, 1987.

32. - Heal, D.B. y Mian, M.A.: "Early Time Tight Gas Production Forecasting Technique Improves Reserves and Reservoir

Description", SPE Formation Evaluation (Marzo 1989) 25-32.

33. - Shariff, A.J.: "An Approach for Determining the Drainage Boundary of the Gas Wells Producing from Low-Permeability Gas Reservoirs", artículo SPE 15270, presentado al "SPE Unconventional Gas Technology Symposium", Louisville, Mayo 18-21, 1986.

34. - Vencesale, C.E.: "Evaluation of Devonian Shale Gas Reservoirs", artículo SPE 14443, presentado al "SPE 60th Annual Technical Conference and Exhibition", Las Vegas, Sept. 22-25, 1985.

35. - Mercer, J.C., Ammer, J.E. y Frohne, K.H.: "Case Study of Gas Migration in the Wasatch and Mesaverde Formations of the Piceance Basin, Colorado", artículo SPE 14360, presentado al "SPE 60th Annual Technical Conference and Exhibition", Las Vegas, Sept. 22-25, 1985.

36. - Maley, S.: "The Use of Conventional Decline Curve Analysis in Tight Gas Well Applications", artículo SPE 13898, presentado al "SPE/DGE 1985 Low Permeability Gas Reservoirs", Denver, Mayo 19-22, 1985.

37. - Mian, M.A.: "Predicting the Performance of Tight Gas Reservoirs", Word Oil, Agosto 1, 1984, 47-50.

38. - Sharpe, C.F. y Van Kirk, C.W.: "A Reservoir Study of an Over Pressured, Partial Water-Drive Gas Field in Southern Louisiana".

artículo SPE 12044, presentado al "SPE 58th Annual Technical Conference and Exhibition", San Francisco, Oct. 5-8, 1983.

39.- Hale, B.W.: "Analysis of Tight Gas Well Production Histories", artículo SPE 11639, presentado al "SPE/DOE Symposium in Low Permeability", Denver, Marzo 14-16, 1983.

40.- Stright, D.H., Jr. y Gordon, J.I.: "Decline Curve Analysis in Fractured Low Permeability Gas Wells in the Piceance Basin", artículo SPE 11640, presentado al "SPE/DOE Symposium in Low Permeability", Denver, Marzo 14-16, 1983.

41.- Huan, H.A.: "J Sand (Tight) Performance Predicted by Type Curves", Oil & Gas Journal (Mayo 30, 1983) 109-112.

42.- Blanchard, L.A. y Newhose, J.R.: "Multi-Zone Methods to Predict Gas Well Performance", artículo presentado al "29th Annual Southwestern Petroleum Ass. Short Course", Lubbock, Tx, (Abril 21-22, 1983) 191-206.

43.- Cheng, M.C.: "An Efficient Computer Program for Decline Curve Analysis Oil and Gas Wells", artículo presentado al "29th Annual Southwestern Petroleum Ass. Short Course", Lubbock, Tx, (Abril 21-22, 1983) 220-224.

44.- Hale, B.W.: "A Type Curve Approach to Reserves for the Big Piney Gas Field", artículo SPE/DOE 9840, presentado al "SPE/DOE Low Permeability Symposium", Denver, Mayo 27-29, 1981.

45. - Pascal, H.: "Advances in Evaluating Gas Well Deliverability Using Variable Rate Test under Non-Darcy Flow", artículo SPE/DOE 9841, presentado al "SPE/DOE Low Permeability Symposium", Denver, Mayo 27-29, 1991.

46. - Brown, C.A., Crafton, J.W. y Golson, J.G.: "The Niobrara Gas Play: Exploration and Development of a Low-Pressure, Low-Permeability Gas Reservoir", J. Pet. Tech. (Dic. 1982) 2803-2870.

47. - Hale, B.W.: "Analysis of Tight Gas Well Production Histories in the Rocky Mountains", SPE Production Engineering (Julio 1986) 310-322.

48. - Olanrewaju, J.E. y Lee, W.J.: "The Rate Performance of a Layered Reservoir with Unsteady-State Interlayer Crossflow", artículo SPE 18544, presentado al "SPE Eastern Regional Meeting", Charleston, Nov. 1-4, 1988.

49. - Saleh, S.T.: "A Model for Development and Analysis of Gas Reservoirs with Partial Water Drive", artículo SPE 18289, presentado al "SPE 63rd Annual Technical Conference and Exhibition", Houston, Oct. 2-5, 1988.

50. - Meling, L.M., Horkeseth, P.O. y Langeland, T.: "Production Forecasting for Gas Fields with Multiple Reservoirs of Limited Extend", artículo SPE 18687, presentado al "SPE 63rd Annual Technical Conference and Exhibition", Houston, Oct. 2-5, 1988.

51. Chase, R.W.: "Dimensionless IPR Curves for Predicting Gas Well Performance", artículo SPE 17062, presentado al "SPE Eastern Regional Meeting", Pittsburg, Oct. 21-23, 1987.

52. Frear, R.M. y Blair, J.R.: "Application of Nodal Analysis in Appalachian Gas Wells", artículo SPE 17061, presentado al "SPE Eastern Regional Meeting", Pittsburg, Oct. 21-23, 1987.

53. El-Feky, S.A.: "A Combination Gas Field Development Model Evaluated With Field Data", artículo SPE 16937, presentado al "SPE 62nd Annual Technical Conference and Exhibition", Dallas, Sept. 27-30, 1987.

54. Prasad, R.K. y Rogers, L.A.: "Superpressured Gas Reservoirs: Case Studies and a Generalized Tank Model", artículo SPE 16861, presentado al "SPE 62nd Annual Technical Conference and Exhibition Dallas, Sept. 27-30, 1987.

55. Amnian, K., Ameri, S., Saradji, M.S. y Locke, C.D.: "A Study of Reservoir Parameters Affecting Gas Well Spacing in West Virginia", artículo SPE 14517, presentado al "SPE Eastern Regional Meeting", Morgantown, Nov. 6-8, 1985.

56. Holditch, S.A., Gatens III, J.M., McVay, D.A. y Lancaster, D.E.: "An Automated Method of Matching Production Performance Using Dimensionless Solutions", artículo SPE 12846, presentado al "SPE DOE/CMI Unconventional Gas Recovery Symposium", Pittsburg, Nov. 13-15, 1984.

57.- DeMoss, S.J.: "Graphical Reserve Estimation for Partial Water Drive Gas Reservoirs", artículo SPE 12070, presentado al "SPE 58th Annual Technical Conference and Exhibition", San Francisco, Oct. 5-8, 1983.

58.- Bailey, W.: "Optimized Hyperbolic Decline Curve Analysis of Gas Wells", Oil and Gas Journal (Feb. 15, 1982) 116-118.

59.- Thompson, J.E.: "Use of Constant Pressure, Finite Capacity Type Curves for Performance Prediction of Fractured Wells in Low-Permeability Reservoirs", artículo SPE 9839, presentado al "SPE/DOE Low Permeability Symposium", Denver, Mayo 27-29, 1981.

60.- Meehan, D.B. y Pennington, B.F.: "Numerical Simulation Results in the Carthage (Cotton Valley) Field", artículo SPE 9838, presentado al "SPE/DOE Low Permeability Symposium", Denver, Mayo 27-29, 1981.

61.- Padgett, E.E. y Tuer, D.A.: "Gas Field Deliverability Forecasting and Facility Scheduling", J. Chd. Pet. Tech. (Oct.-Dic. 1980) 51-53.

APENDICE A

COEFICIENTE DE CORRELACION.

El coeficiente de correlación, r , se define como:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^2 \right] \left[\sum_{i=1}^m (Y_i - \bar{Y})^2 \right]}} \quad (A.1)$$

donde $(X_1, Y_1), \dots, (X_m, Y_m)$ son los pares de observaciones, y \bar{X}, \bar{Y} las medias de la muestra de valores X y Y .

Otra forma útil de expresar r es:

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_x^2 S_y^2}} \quad (A.2)$$

donde S_x^2, S_y^2 se conocen como varianza de X , varianza de Y y covarianza de X y Y respectivamente, y se definen como:

$$S_x^2 = \sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^2$$

$$S_y^2 = \sum_{i=1}^m (Y_i - \bar{Y})^2 \quad (A.3)$$

y

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$$

En breve, r^2 representa la proporción de la varianza de Y explicada por la relación funcional con X .

APENDICE B

BASE DE DATOS USADA PARA ESTABLECER LAS CORRELACIONES

ID	REV. 500 DCE	REV. 1000 DCE	REV. 2000 DCE	REV. 3000 DCE	REV. 4000 DCE	REV. 5000 DCE	REV. 6000 DCE	REV. 7000 DCE
1.0E+01	26.870	27.925	28.717	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+02	28.845	29.363	30.729	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+04	28.157	28.756	30.956	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+05	34.734	34.409	37.595	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+06	24.709	25.136	30.192	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+07	22.519	23.077	30.741	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+07	22.817	24.602	30.091	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+08	23.560	23.519	30.681	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+08	23.794	24.091	30.719	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+08	22.181	22.799	30.634	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+09	21.547	22.571	30.092	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+09	20.076	20.968	30.153	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+09	18.704	17.578	30.629	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+09	14.917	14.692	30.457	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+09	16.476	17.543	30.135	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+09	11.567	11.197	30.129	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+09	12.032	12.816	30.724	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+09	11.824	10.493	30.791	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+09	11.825	11.178	30.821	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+09	11.429	11.971	30.521	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+09	11.283	11.518	30.448	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+08	11.131	11.679	30.376	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+05	10.443	11.293	30.145	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+05	9.509	10.229	30.715	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+05	8.887	9.399	30.124	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+05	8.591	9.414	30.617	30	10	0.7	500	1E+04
1.0E+02	3.725	3.992	2.907	1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+02	3.046	3.616	2.661	1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+04	3.271	3.437	2.487	1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+03	3.115	3.263	2.368	1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+06	2.512	3.113	2.393	1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+07	2.741	3.076	2.223	1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+06	2.736	3.087	2.171	1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+07	2.445	2.913	2.176	1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+06	2.657	2.782	2.191	1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+08	2.459	2.577	1.789	1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+08	2.464	2.767	1.793	1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+08	1.921	1.909	1.637	1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+09	1.759	1.834	1.384	1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+09	0.757	0.793	0.608	0.1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+09	0.899	0.723	0.580	0.1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+09	0.842	0.873	0.592	0.1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+09	0.891	0.829	0.474	0.1	10	0.7	500	1E+04

1.0E+06	0.564	0.551	0.450	0.1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+07	0.542	0.557	0.419	0.1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+07	0.533	0.535	0.415	0.1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+07	0.457	0.520	0.405	0.1	16	0.7	500	1E+04
1.0E+08	0.461	0.505	0.396	0.1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+06	0.447	0.464	0.369	0.1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+08	0.378	0.516	0.327	0.1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+08	0.398	0.512	0.329	0.1	16	0.7	500	1E+04
1.0E+07	0.257	0.369	0.229	0.1	10	0.7	500	1E+04
1.0E+03	10.710	10.732	14.616	40	5	0.7	500	1E+04
1.0E+03	10.747	10.731	13.392	40	5	0.7	500	1E+04
1.0E+04	15.730	10.615	12.775	40	5	0.7	500	1E+04
1.0E+05	17.505	10.174	12.734	40	5	0.7	500	1E+04
1.0E+06	17.501	17.761	12.538	40	5	0.7	500	1E+04
1.0E+07	17.011	17.167	12.709	40	5	0.7	500	1E+04
1.0E+07	16.757	17.104	12.737	40	5	0.7	500	1E+04
1.0E+07	16.567	16.920	12.152	40	5	0.7	500	1E+04
1.0E+08	16.707	16.722	12.098	40	5	0.7	500	1E+04
1.0E+08	15.739	16.116	11.769	40	5	0.7	500	1E+04
1.0E+08	14.743	16.050	11.765	40	5	0.7	500	1E+04
1.0E+08	13.766	15.666	10.546	40	5	0.7	500	1E+04
1.0E+04	12.740	12.494	9.898	40	5	0.7	500	1E+04
1.0E+02	10.740	10.893	7.663	10	5	0.7	500	1E+04
1.0E+07	9.545	9.761	6.977	10	5	0.7	500	1E+04
1.0E+06	8.101	8.771	6.702	10	5	0.7	500	1E+04
1.0E+05	6.647	8.025	6.512	10	5	0.7	500	1E+04
1.0E+06	6.368	8.705	6.701	10	5	0.7	500	1E+04
1.0E+07	6.251	8.405	6.201	10	5	0.7	500	1E+04
1.0E+07	6.042	8.706	6.102	10	5	0.7	500	1E+04
1.0E+07	7.001	8.063	6.079	10	5	0.7	500	1E+04
1.0E+06	7.967	8.920	6.459	10	5	0.7	500	1E+04
1.0E+06	7.351	7.903	5.734	10	5	0.7	500	1E+04
1.0E+06	6.671	8.769	5.325	10	5	0.7	500	1E+04
1.0E+06	6.763	8.660	4.740	10	5	0.7	500	1E+04
1.0E+04	6.091	8.166	4.326	10	5	0.7	500	1E+04
1.0E+02	2.830	2.930	2.251	1	5	0.7	500	1E+04
1.0E+03	2.271	2.696	2.010	1	5	0.7	500	1E+04
1.0E+04	1.441	2.471	1.67e	1	5	0.7	500	1E+04
1.0E+05	2.276	2.004	1.776	1	5	0.7	500	1E+04
1.0E+06	2.171	2.176	1.687	1	5	0.7	500	1E+04
1.0E+07	2.071	2.074	1.602	1	5	0.7	500	1E+04
1.0E+07	1.401	1.761	1.557	1	5	0.7	500	1E+04
1.0E+07	1.264	1.907	1.520	1	5	0.7	500	1E+04
1.0E+06	1.010	1.410	1.496	1	5	0.7	500	1E+04
1.0E+08	1.651	1.665	1.377	1	5	0.7	500	1E+04
1.0E+05	1.307	1.426	1.202	1	5	0.7	500	1E+04
1.0E+09	1.127	1.145	0.995	1	5	0.7	500	1E+04
1.0E+05	0.921	0.941	0.876	1	5	0.7	500	1E+04
1.0E+02	0.610	0.731	0.498	0.1	5	0.7	500	1E+04
1.0E+02	0.544	0.504	0.431	0.1	5	0.7	500	1E+04
1.0E+04	0.389	0.459	0.390	0.1	5	0.7	500	1E+04

1.0E+05	0.344	0.433	0.355	0.1	5	0.7	500	1E+04
1.0E+05	0.400	0.415	0.313	0.1	5	0.7	500	1E+04
1.0E+07	0.374	0.382	0.311	0.1	5	0.7	500	1E+04
4.0E+07	0.355	0.362	0.297	0.1	5	0.7	500	1E+04
7.0E+07	0.341	0.348	0.286	0.1	5	0.7	500	1E+04
1.0E+09	0.329	0.336	0.275	0.1	5	0.7	500	1E+04
7.0E+09	0.292	0.299	0.252	0.1	5	0.7	500	1E+04
1.0E+09	0.289	0.291	0.211	0.1	5	0.7	500	1E+04
7.0E+09	0.185	0.189	0.167	0.1	5	0.7	500	1E+04
1.0E+09	0.146	0.151	0.135	0.1	5	0.7	500	1E+04
1.0E+02	5.765	6.413	6.914	50	0	0.7	500	1E+04
1.0E+03	8.643	6.921	6.151	50	0	0.7	500	1E+04
1.0E+04	8.075	5.796	5.825	40	0	0.7	500	1E+04
1.0E+05	7.652	5.694	5.616	40	0	0.7	500	1E+04
1.0E+06	7.284	5.435	5.436	40	0	0.7	500	1E+04
1.0E+07	6.550	5.270	5.271	40	0	0.7	500	1E+04
4.0E+07	6.737	5.162	5.162	40	0	0.7	500	1E+04
7.0E+07	6.264	5.163	5.054	40	0	0.7	500	1E+04
1.0E+09	6.436	5.095	5.097	40	0	0.7	500	1E+04
2.0E+08	5.354	4.748	4.768	40	0	0.7	500	1E+04
4.0E+09	5.264	4.335	4.339	40	0	0.7	500	1E+04
1.0E+06	4.415	4.753	4.743	40	0	0.7	500	1E+04
1.0E+04	3.754	4.311	4.321	40	0	0.7	500	1E+04
1.0E+02	3.050	3.417	3.661	10	0	0.7	500	1E+04
1.0E+01	4.401	3.134	3.232	10	0	0.7	500	1E+04
1.0E+01	4.000	3.437	2.993	10	0	0.7	500	1E+04
1.0E+03	3.531	2.916	2.824	10	0	0.7	500	1E+04
2.0E+06	3.135	2.830	2.839	10	0	0.7	500	1E+04
1.0E+07	3.141	2.549	2.549	10	0	0.7	500	1E+04
4.0E+07	3.046	2.463	2.463	10	0	0.7	500	1E+04
7.0E+07	2.416	2.402	2.402	10	0	0.7	500	1E+04
2.0E+09	2.652	2.344	2.344	10	0	0.7	500	1E+04
2.0E+06	2.576	2.165	2.169	10	0	0.7	500	1E+04
4.0E+09	2.145	1.674	1.674	10	0	0.7	500	1E+04
7.0E+05	1.681	1.573	1.525	10	0	0.7	500	1E+04
1.0E+07	1.546	1.753	1.297	10	0	0.7	500	1E+04
1.0E+02	1.407	1.060	1.136	1	0	0.7	500	1E+04
1.0E+03	1.213	0.920	0.944	1	0	0.7	500	1E+04
1.0E+04	1.030	0.920	0.826	1	0	0.7	500	1E+04
1.0E+05	0.853	0.735	0.737	1	0	0.7	500	1E+04
1.0E+06	0.707	0.565	0.665	1	0	0.7	500	1E+04
4.0E+07	0.703	0.485	0.605	1	0	0.7	500	1E+04
4.0E+07	0.551	0.364	0.561	1	0	0.7	500	1E+04
7.0E+07	0.420	0.340	0.343	1	0	0.7	500	1E+04
1.0E+09	0.554	0.520	0.520	1	0	0.7	500	1E+04
7.0E+09	0.500	0.457	0.457	1	0	0.7	500	1E+04
4.0E+09	0.392	0.361	0.361	1	0	0.7	500	1E+04
7.0E+09	0.291	0.266	0.266	1	0	0.7	500	1E+04
1.0E+02	0.221	0.207	0.207	1	0	0.7	500	1E+04
1.0E+02	0.176	0.282	0.271	0.1	0	0.7	500	1E+04
4.0E+03	0.250	0.203	0.206	0.1	0	0.7	500	1E+04

1,0E+03	0,589	0,716	0,967	0,1	19	0,8	500	1E+04
1,0E+03	0,576	0,655	0,526	0,1	19	0,8	500	1E+04
1,0E+03	0,595	0,672	0,434	0,1	19	0,8	500	1E+04
1,0E+06	0,556	0,585	0,459	0,1	19	0,8	500	1E+04
1,0E+07	0,526	0,531	0,364	0,1	19	0,8	500	1E+04
1,0E+07	0,506	0,529	0,429	0,1	19	0,8	500	1E+04
1,0E+07	0,481	0,513	0,417	0,1	19	0,8	500	1E+04
1,0E+08	0,476	0,509	0,407	0,1	19	0,8	500	1E+04
1,0E+08	0,477	0,486	0,378	0,1	19	0,8	500	1E+04
1,0E+08	0,372	0,389	0,326	0,1	19	0,8	500	1E+04
1,0E+08	0,381	0,317	0,271	0,1	19	0,8	500	1E+04
1,0E+09	0,400	0,361	0,228	0,1	19	0,8	500	1E+04
1,0E+09	29,887	21,113	18,120	40	5	0,8	500	1E+04
1,0E+03	13,674	17,169	14,784	40	5	0,8	500	1E+04
1,0E+04	10,564	10,336	11,367	40	5	0,8	500	1E+04
1,0E+05	16,424	16,456	14,015	40	5	0,8	500	1E+04
1,0E+05	17,000	18,975	13,772	40	5	0,8	500	1E+04
1,0E+07	17,315	17,672	12,251	40	5	0,8	500	1E+04
1,0E+07	13,656	17,365	13,404	40	5	0,8	500	1E+04
1,0E+07	16,589	17,297	17,294	40	5	0,8	500	1E+04
1,0E+08	16,800	17,015	13,129	40	5	0,8	500	1E+04
1,0E+08	16,800	18,000	12,000	40	5	0,8	500	1E+04
1,0E+08	13,900	15,792	12,293	40	5	0,8	500	1E+04
1,0E+08	13,674	13,892	11,365	40	5	0,8	500	1E+04
1,0E+07	12,383	11,829	10,352	40	5	0,8	500	1E+04
1,0E+07	10,476	10,647	8,629	40	5	0,8	500	1E+04
1,0E+03	3,711	3,812	2,652	10	5	0,8	500	1E+04
1,0E+04	3,520	3,727	2,727	10	5	0,8	500	1E+04
1,0E+05	6,973	3,186	2,056	10	5	0,8	500	1E+04
1,0E+06	3,650	3,822	3,400	10	5	0,8	500	1E+04
1,0E+07	6,381	6,528	6,729	10	5	0,8	500	1E+04
1,0E+07	6,192	3,562	3,600	10	5	0,8	500	1E+04
1,0E+07	8,009	8,195	8,512	10	5	0,8	500	1E+04
1,0E+08	1,809	8,035	8,427	10	5	0,8	500	1E+04
1,0E+08	3,400	3,543	3,158	10	5	0,8	500	1E+04
1,0E+08	3,935	3,921	3,683	10	5	0,8	500	1E+04
1,0E+08	3,724	3,856	3,927	10	5	0,8	500	1E+04
1,0E+09	3,040	2,134	4,481	10	5	0,8	500	1E+04
1,0E+01	2,903	2,868	2,755	1	5	0,8	500	1E+04
1,0E+01	2,542	2,791	2,157	1	5	0,8	500	1E+04
1,0E+04	2,452	2,363	2,005	1	5	0,8	500	1E+04
1,0E+05	2,733	2,707	1,896	1	5	0,8	500	1E+04
1,0E+05	2,157	2,131	1,791	1	5	0,8	500	1E+04
1,0E+05	2,905	1,047	1,073	1	5	0,8	500	1E+04
1,0E+07	1,303	1,267	1,635	1	5	0,8	500	1E+04
1,0E+07	1,464	1,205	1,551	1	5	0,8	500	1E+04
1,0E+08	1,707	1,836	1,533	1	5	0,8	500	1E+04
1,0E+08	1,666	1,680	1,433	1	5	0,8	500	1E+04
1,0E+06	1,000	1,333	1,233	1	5	0,8	500	1E+04
1,0E+09	1,101	1,124	1,004	1	5	0,8	500	1E+04
1,0E+07	0,055	0,070	0,822	1	5	0,8	500	1E+04

1.0E+02	0.617	0.627	0.526	0.1	5	0.6	500	1E+04
1.0E+03	0.540	0.532	0.452	0.1	5	0.6	500	1E+04
1.0E+04	0.465	0.435	0.407	0.1	5	0.6	500	1E+04
1.0E+05	0.410	0.419	0.373	0.1	5	0.6	500	1E+04
1.0E+06	0.402	0.410	0.344	0.1	5	0.6	500	1E+04
1.0E+07	0.370	0.378	0.320	0.1	5	0.6	500	1E+04
1.0E+07	0.351	0.358	0.305	0.1	5	0.6	500	1E+04
1.0E+07	0.327	0.324	0.275	0.1	5	0.6	500	1E+04
1.0E+08	0.325	0.332	0.285	0.1	5	0.6	500	1E+04
1.0E+08	0.289	0.295	0.257	0.1	5	0.6	500	1E+04
1.0E+08	0.275	0.250	0.213	0.1	5	0.6	500	1E+04
1.0E+08	0.180	0.184	0.167	0.1	5	0.6	500	1E+04
1.0E+09	0.143	0.146	0.134	0.1	5	0.6	500	1E+04
1.0E+02	8.958	7.192	7.705	40	0	0.6	500	1E+04
1.0E+03	8.703	6.657	6.891	40	0	0.6	500	1E+04
1.0E+04	8.228	6.369	6.412	40	0	0.6	500	1E+04
1.0E+05	7.751	6.158	6.151	40	0	0.6	500	1E+04
1.0E+06	7.416	5.768	5.809	40	0	0.6	500	1E+04
1.0E+07	7.072	5.726	5.728	40	0	0.6	500	1E+04
1.0E+07	6.852	5.595	5.595	40	0	0.6	500	1E+04
1.0E+07	6.685	5.455	5.499	40	0	0.6	500	1E+04
1.0E+08	6.544	5.405	5.406	40	0	0.6	500	1E+04
1.0E+08	6.087	5.115	5.116	40	0	0.6	500	1E+04
1.0E+08	5.713	4.597	4.597	40	0	0.6	500	1E+04
1.0E+08	4.419	3.440	3.440	40	0	0.6	500	1E+04
1.0E+09	3.721	3.406	3.406	40	0	0.6	500	1E+04
1.0E+02	5.171	3.781	4.053	10	0	0.6	500	1E+04
1.0E+03	4.776	3.459	3.533	10	0	0.6	500	1E+04
1.0E+04	4.068	3.237	3.259	10	0	0.6	500	1E+04
1.0E+05	3.748	3.048	3.054	10	0	0.6	500	1E+04
1.0E+06	3.473	2.878	2.880	10	0	0.6	500	1E+04
1.0E+07	3.232	2.722	2.723	10	0	0.6	500	1E+04
1.0E+07	3.083	2.622	2.622	10	0	0.6	500	1E+04
1.0E+07	2.919	2.550	2.551	10	0	0.6	500	1E+04
1.0E+08	2.690	2.482	2.482	10	0	0.6	500	1E+04
1.0E+08	2.592	2.376	2.377	10	0	0.6	500	1E+04
1.0E+08	2.146	1.931	1.934	10	0	0.6	500	1E+04
1.0E+08	1.878	1.657	1.657	10	0	0.6	500	1E+04
1.0E+09	1.584	1.276	1.277	10	0	0.6	500	1E+04
1.0E+02	1.501	1.152	1.234	1	0	0.6	500	1E+04
1.0E+03	1.272	0.989	1.010	1	0	0.6	500	1E+04
1.0E+04	1.074	0.868	0.874	1	0	0.6	500	1E+04
1.0E+05	0.885	0.771	0.772	1	0	0.6	500	1E+04
1.0E+06	0.767	0.691	0.691	1	0	0.6	500	1E+04
1.0E+07	0.701	0.625	0.625	1	0	0.6	500	1E+04
1.0E+07	0.651	0.585	0.585	1	0	0.6	500	1E+04
1.0E+07	0.617	0.558	0.558	1	0	0.6	500	1E+04
1.0E+08	0.586	0.533	0.533	1	0	0.6	500	1E+04
1.0E+08	0.502	0.463	0.463	1	0	0.6	500	1E+04
1.0E+08	0.483	0.389	0.389	1	0	0.6	500	1E+04
1.0E+08	0.271	0.260	0.260	1	0	0.6	500	1E+04

1.0E+04	0.101	0.111	0.114	1	0	0.6	500	1E+04
1.0E+02	0.105	0.105	0.105	0.1	0	0.5	500	1E+04
1.0E+01	0.109	0.110	0.110	0.1	0	0.6	500	1E+04
1.0E+04	0.112	0.113	0.114	0.1	0	0.6	500	1E+04
1.0E+05	0.165	0.146	0.146	0.1	0	0.5	500	1E+04
1.0E+06	0.146	0.127	0.127	0.1	0	0.6	500	1E+04
1.0E+07	0.122	0.111	0.111	0.1	0	0.6	500	1E+04
1.0E+07	0.112	0.103	0.103	0.1	0	0.6	500	1E+04
1.0E+07	0.103	0.097	0.097	0.1	0	0.5	500	1E+04
1.0E+08	0.057	0.051	0.052	0.1	0	0.6	500	1E+04
1.0E+08	0.053	0.049	0.053	0.1	0	0.6	500	1E+04
1.0E+08	0.052	0.053	0.059	0.1	0	0.6	500	1E+04
1.0E+08	0.051	0.051	0.051	0.1	0	0.6	500	1E+04
1.0E+09	0.051	0.050	0.050	0.1	0	0.5	500	1E+04
1.0E+02	17.353	15.280	21.014	40	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+01	17.177	15.736	18.341	40	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+04	21.438	21.001	18.151	40	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+05	24.285	15.512	15.813	40	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	21.871	14.777	17.059	40	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+07	23.175	24.590	15.985	40	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+07	21.013	14.318	17.317	40	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+07	23.018	24.112	15.193	40	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+09	20.837	15.513	14.150	40	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+08	19.718	21.072	15.848	40	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+08	21.001	21.002	15.167	40	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+05	15.588	19.338	15.153	40	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+04	18.226	18.102	14.703	40	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+02	14.604	14.334	10.388	10	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+03	14.604	13.200	8.555	10	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+04	12.294	12.878	5.237	10	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+05	11.580	12.534	8.029	10	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+08	11.854	12.208	8.958	10	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+07	11.257	11.857	8.886	10	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+07	11.181	11.671	5.587	10	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+07	11.016	11.553	8.515	10	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+09	14.075	11.852	8.439	10	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+08	10.451	19.327	8.195	10	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+08	8.425	10.953	7.730	10	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+08	8.425	9.015	3.124	10	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+05	7.779	8.188	8.506	10	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+02	3.811	3.285	2.931	1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+03	3.744	3.207	2.672	1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+04	3.132	3.123	1.465	1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+05	2.910	3.182	2.383	1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+05	2.701	3.013	1.783	1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+04	2.725	2.980	2.714	1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+07	2.660	2.702	2.001	1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+07	2.653	2.709	2.123	1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+08	2.548	2.670	1.988	1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+08	2.035	2.485	1.877	1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+08	2.003	2.483	1.771	1	10	0.7	1000	1E+04

1.0E+06	1.782	1.839	1.926	1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	1.782	1.837	1.925	1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	0.728	0.761	0.802	0.1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	0.683	0.695	0.534	0.1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	0.617	0.617	0.495	0.1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	0.577	0.605	0.456	0.1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	0.541	0.548	0.44	0.1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	0.511	0.526	0.422	0.1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	0.491	0.514	0.399	0.1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	0.477	0.500	0.390	0.1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	0.463	0.486	0.385	0.1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	0.471	0.445	0.361	0.1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	0.460	0.379	0.311	0.1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	0.451	0.369	0.281	0.1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	0.443	0.365	0.221	0.1	10	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	18.453	20.367	15.071	40	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	18.401	18.765	11.615	50	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	18.304	18.676	10.196	50	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	18.272	18.634	12.938	40	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	18.283	18.412	11.715	40	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	18.284	18.024	12.531	40	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	18.429	18.767	11.409	50	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	18.337	18.573	12.315	40	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	18.280	18.395	12.724	40	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	18.470	18.749	11.526	40	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	18.413	18.711	11.368	40	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	18.403	18.428	10.629	40	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	18.566	18.747	9.302	50	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	18.026	18.166	7.772	10	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	8.266	8.562	7.071	10	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	8.267	8.173	6.784	10	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	8.437	8.665	6.385	10	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	8.311	8.509	6.413	10	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	8.043	8.211	6.254	10	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	8.063	8.045	6.148	10	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	7.714	7.937	6.072	10	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	7.580	7.736	5.997	10	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	7.166	7.313	5.757	10	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	6.446	6.580	5.326	10	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	6.574	6.539	5.757	10	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	6.873	6.974	6.179	10	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	2.207	2.067	2.280	1	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	1.856	1.805	1.014	1	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	1.757	2.111	1.877	1	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	2.207	2.153	1.772	1	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	2.020	2.107	1.680	1	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	1.836	1.928	1.596	1	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	1.856	1.917	1.546	1	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	1.802	1.838	1.509	1	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	1.749	1.785	1.472	1	5	0.7	1000	1E+04
1.0E+06	1.557	1.675	1.383	1	5	0.7	1000	1E+04

1.0E+09	2.551	2.671	2.193	1	10	0.5	1000	1E+04
2.0E+09	7.073	7.286	2.905	1	10	0.5	1000	1E+04
3.0E+09	7.975	7.174	1.871	1	10	0.5	1000	1E+04
4.0E+09	1.475	1.911	1.558	1	10	0.5	1000	1E+04
1.0E+08	1.481	1.532	1.341	1	10	0.5	1000	1E+04
1.0E+07	0.722	0.757	0.672	0.1	10	0.5	1000	1E+04
1.0E+06	0.633	0.680	0.558	0.1	10	0.5	1000	1E+04
1.0E+05	0.613	0.642	0.517	0.1	10	0.5	1000	1E+04
1.0E+04	0.573	0.600	0.498	0.1	10	0.5	1000	1E+04
1.0E+03	0.538	0.563	0.480	0.1	10	0.5	1000	1E+04
1.0E+02	0.506	0.536	0.436	0.1	10	0.5	1000	1E+04
5.0E+07	0.467	0.510	0.421	0.1	10	0.5	1000	1E+04
1.0E+07	0.471	0.495	0.411	0.1	10	0.5	1000	1E+04
1.0E+06	0.469	0.501	0.401	0.1	10	0.5	1000	1E+04
2.0E+06	0.429	0.449	0.370	0.1	10	0.5	1000	1E+04
3.0E+06	0.397	0.374	0.320	0.1	10	0.5	1000	1E+04
7.0E+06	0.368	0.362	0.323	0.1	10	0.5	1000	1E+04
1.0E+05	0.338	0.347	0.310	0.1	10	0.5	1000	1E+04
1.0E+02	20.285	21.256	18.587	40	5	0.5	1000	1E+04
1.0E+01	18.729	19.117	14.920	40	5	0.5	1000	1E+04
1.0E+00	18.713	19.335	14.429	40	5	0.5	1000	1E+04
1.0E+03	17.980	19.149	14.111	40	5	0.5	1000	1E+04
1.0E+06	17.389	17.729	13.869	40	5	0.5	1000	1E+04
1.0E+05	16.576	17.277	13.626	40	5	0.5	1000	1E+04
3.0E+07	16.714	17.090	13.490	40	5	0.5	1000	1E+04
7.0E+07	16.221	16.863	13.260	40	5	0.5	1000	1E+04
1.0E+05	16.332	16.970	13.257	40	5	0.5	1000	1E+04
2.0E+02	15.731	16.059	12.897	40	5	0.5	1000	1E+04
3.0E+05	15.635	15.738	12.722	40	5	0.5	1000	1E+04
7.0E+09	13.731	14.505	11.701	40	5	0.5	1000	1E+04
1.0E+00	12.913	12.735	10.469	40	5	0.5	1000	1E+04
1.0E+02	10.705	10.413	9.950	10	5	0.5	1000	1E+04
1.0E+01	8.511	8.703	7.635	10	5	0.5	1000	1E+04
1.0E+00	7.147	7.317	6.360	10	5	0.5	1000	1E+04
1.0E+05	6.720	6.980	7.112	10	5	0.5	1000	1E+04
1.0E+06	6.359	6.613	6.797	10	5	0.5	1000	1E+04
2.0E+07	6.177	6.377	6.708	10	5	0.5	1000	1E+04
3.0E+07	5.963	6.120	6.504	10	5	0.5	1000	1E+04
7.0E+07	5.819	7.081	6.512	10	5	0.5	1000	1E+04
1.0E+06	5.661	6.091	6.423	10	5	0.5	1000	1E+04
7.0E+06	5.575	7.103	6.111	10	5	0.5	1000	1E+04
3.0E+06	6.507	6.662	6.530	10	5	0.5	1000	1E+04
7.0E+09	5.595	6.711	4.367	10	5	0.5	1000	1E+04
1.0E+07	4.650	4.757	4.490	10	5	0.5	1000	1E+04
1.0E+07	2.025	2.387	2.425	1	5	0.5	1000	1E+04
1.0E+01	2.571	2.656	2.150	1	5	0.5	1000	1E+04
1.0E+05	2.784	2.771	1.797	1	5	0.5	1000	1E+04
7.0E+05	2.217	2.273	1.872	1	5	0.5	1000	1E+04
1.0E+06	2.071	2.114	1.768	1	5	0.5	1000	1E+04
1.0E+07	1.932	1.982	1.675	1	5	0.5	1000	1E+04
1.0E+08	1.787	1.790	1.615	1	5	0.5	1000	1E+04

1.0E+07	1.700	1.941	1.573	1	5	0.6	1000	1E+04
1.0E+08	1.700	1.798	1.572	1	5	0.8	1000	1E+04
4.0E+08	1.700	1.673	1.410	1	5	0.6	1000	1E+04
4.0E+09	1.713	1.561	1.208	1	5	0.6	1000	1E+04
7.0E+08	1.954	1.970	0.476	1	5	0.6	1000	1E+04
1.0E+09	0.851	0.868	0.304	1	5	0.8	1000	1E+04
1.0E+02	0.552	0.604	0.519	0.1	5	0.6	1000	1E+04
1.0E+03	0.304	0.332	0.445	0.1	5	0.6	1000	1E+04
1.0E+04	0.467	0.477	0.469	0.1	5	0.6	1000	1E+04
1.0E+05	0.474	0.472	0.366	0.1	5	0.6	1000	1E+04
1.0E+06	0.387	0.355	0.338	0.1	5	0.6	1000	1E+04
1.0E+07	0.258	0.364	0.311	0.1	5	0.5	1000	1E+04
5.0E+07	0.338	0.345	0.289	0.1	5	0.5	1000	1E+04
7.0E+07	0.323	0.334	0.289	0.1	5	0.6	1000	1E+04
1.0E+08	0.311	0.319	0.278	0.1	5	0.5	1000	1E+04
2.0E+08	0.279	0.280	0.251	0.1	5	0.6	1000	1E+04
4.0E+08	0.225	0.230	0.207	0.1	5	0.6	1000	1E+04
7.0E+08	0.172	0.173	0.181	0.1	1	0.5	1000	1E+04
1.0E+09	0.135	0.138	0.128	0.1	5	0.6	1000	1E+04
1.0E+01	1.753	2.751	7.757	40	0	0.5	1000	1E+04
1.0E+03	8.043	8.642	7.929	40	0	0.6	1000	1E+04
1.0E+04	8.071	5.971	6.461	40	0	0.6	1000	1E+04
1.0E+05	7.628	7.633	6.188	40	0	0.6	1000	1E+04
1.0E+06	7.284	7.284	5.928	40	0	0.6	1000	1E+04
1.0E+07	6.927	6.577	5.746	40	0	0.6	1000	1E+04
1.0E+08	6.701	6.702	5.808	40	0	0.6	1000	1E+04
7.0E+07	6.556	6.546	5.597	40	0	0.6	1000	1E+04
1.0E+09	6.395	6.395	5.410	40	0	0.6	1000	1E+04
2.0E+08	5.933	5.839	5.166	40	0	0.6	1000	1E+04
4.0E+05	5.130	8.130	4.587	40	0	0.5	1000	1E+04
7.0E+09	4.700	4.268	3.856	40	0	0.6	1000	1E+04
1.0E+04	3.545	3.565	3.219	40	0	0.6	1000	1E+04
1.0E+02	3.031	3.031	4.066	10	0	0.5	1000	1E+04
1.0E+03	4.304	4.304	3.553	10	0	0.6	1000	1E+04
1.0E+04	3.979	3.979	3.287	10	0	0.6	1000	1E+04
1.0E+05	3.620	3.669	3.057	10	0	0.6	1000	1E+04
1.0E+06	3.308	3.308	2.876	10	0	0.6	1000	1E+04
1.0E+07	3.150	3.150	2.743	10	0	0.6	1000	1E+04
1.0E+08	3.032	3.032	2.697	10	0	0.6	1000	1E+04
7.0E+07	2.958	2.958	2.535	10	0	0.6	1000	1E+04
1.0E+08	2.903	2.903	2.495	10	0	0.6	1000	1E+04
2.0E+09	2.811	2.815	2.357	10	0	0.5	1000	1E+04
4.0E+08	2.064	2.064	1.836	10	0	0.5	1000	1E+04
5.0E+08	1.573	1.573	1.430	10	0	0.6	1000	1E+04
1.0E+05	1.473	1.473	1.193	10	0	0.6	1000	1E+04
1.0E+06	1.461	1.461	1.233	1	0	0.6	1000	1E+04
1.0E+05	1.180	1.180	1.096	1	0	0.6	1000	1E+04
1.0E+04	1.004	1.004	0.958	1	0	0.5	1000	1E+04
1.0E+03	0.807	0.787	0.785	1	0	0.5	1000	1E+04
1.0E+06	0.761	0.761	0.681	1	0	0.6	1000	1E+04
1.0E+05	0.611	0.577	0.614	1	0	0.5	1000	1E+04

1.0E+01	2.947	2.945	2.929	1	10	0.7	500	5E+03
1.0E+01	2.950	2.957	2.953	1	10	0.7	500	5E+03
1.0E+01	2.950	2.967	2.920	1	10	0.7	500	5E+03
1.0E+02	2.969	2.964	2.900	1	10	0.7	500	5E+03
2.0E+02	1.043	1.041	1.579	1	10	0.7	500	5E+03
1.0E+02	0.787	0.788	0.651	0.1	10	0.7	500	5E+03
1.0E+03	0.722	0.721	0.562	0.1	10	0.7	500	5E+03
1.0E+04	0.672	0.671	0.524	0.1	10	0.7	500	5E+03
1.0E+05	0.628	0.629	0.495	0.1	10	0.7	500	5E+03
1.0E+06	0.589	0.589	0.470	0.1	10	0.7	500	5E+03
5.0E+06	0.563	0.563	0.457	0.1	10	0.7	500	5E+03
8.0E+06	0.559	0.558	0.448	0.1	10	0.7	500	5E+03
1.0E+07	0.554	0.553	0.445	0.1	10	0.7	500	5E+03
1.0E+07	0.494	0.494	0.406	0.1	10	0.7	500	5E+03
7.0E+07	0.478	0.478	0.372	0.1	10	0.7	500	5E+03
1.0E+08	0.466	0.466	0.343	0.1	10	0.7	500	5E+03
5.0E+08	0.450	0.450	0.271	0.1	10	0.7	500	5E+03
1.0E+09	20.834	20.442	15.059	40	5	0.7	500	5E+03
1.0E+03	18.140	18.407	14.603	40	5	0.7	500	5E+03
1.0E+04	18.883	18.312	14.171	40	5	0.7	500	5E+03
1.0E+05	18.250	17.825	13.829	40	5	0.7	500	5E+03
1.0E+06	17.711	17.587	13.550	40	5	0.7	500	5E+03
5.0E+06	17.553	17.183	12.859	40	5	0.7	500	5E+03
8.0E+06	17.474	17.120	12.583	40	5	0.7	500	5E+03
1.0E+07	17.420	17.072	12.438	40	5	0.7	500	5E+03
4.0E+07	16.867	16.534	12.241	40	5	0.7	500	5E+03
7.0E+07	16.708	16.457	11.761	40	5	0.7	500	5E+03
1.0E+08	16.529	16.050	11.845	40	5	0.7	500	5E+03
2.0E+08	15.537	15.285	10.497	40	5	0.7	500	5E+03
1.0E+09	10.476	10.357	7.810	10	5	0.7	500	5E+03
1.0E+02	9.614	9.518	7.148	10	5	0.7	500	5E+03
1.0E+04	8.748	8.740	6.869	10	5	0.7	500	5E+03
1.0E+05	8.036	8.002	6.678	10	5	0.7	500	5E+03
1.0E+06	8.785	8.544	6.315	10	5	0.7	500	5E+03
7.0E+06	8.532	8.351	6.145	10	5	0.7	500	5E+03
8.0E+06	8.488	8.311	6.172	10	5	0.7	500	5E+03
1.0E+07	8.432	8.277	6.151	10	5	0.7	500	5E+03
4.0E+07	7.885	7.752	5.964	10	5	0.7	500	5E+03
7.0E+07	7.345	7.251	5.797	10	5	0.7	500	5E+03
1.0E+08	6.837	6.805	5.550	10	5	0.7	500	5E+03
1.0E+08	5.892	5.888	4.631	10	5	0.7	500	5E+03
1.0E+02	2.971	2.911	2.309	1	5	0.7	500	5E+03
1.0E+03	2.718	2.662	2.070	1	5	0.7	500	5E+03
1.0E+04	2.520	2.471	1.955	1	5	0.7	500	5E+03
1.0E+05	2.354	2.307	1.871	1	5	0.7	500	5E+03
1.0E+06	2.203	2.161	1.741	1	5	0.7	500	5E+03
5.0E+06	2.063	2.038	1.677	1	5	0.7	500	5E+03
8.0E+06	2.000	2.028	1.564	1	5	0.7	500	5E+03
1.0E+07	2.007	2.021	1.453	1	5	0.7	500	5E+03
4.0E+07	1.802	1.825	1.300	1	5	0.7	500	5E+03
1.0E+07	1.675	1.637	1.287	1	5	0.7	500	5E+03

1.0E+04	1.787	1.789	1.775	1	5	0.7	500	SE+03
2.0E+04	1.110	1.096	0.995	1	5	0.7	500	SE+03
3.0E+04	0.829	0.827	0.515	0.1	5	0.7	500	SE+03
4.0E+04	0.595	0.594	0.446	0.1	5	0.7	500	SE+03
1.0E+04	0.508	0.488	0.405	0.1	5	0.7	500	SE+03
1.0E+05	0.481	0.482	0.372	0.1	5	0.7	500	SE+03
1.0E+06	0.442	0.443	0.345	0.1	5	0.7	500	SE+03
6.0E+06	0.385	0.386	0.312	0.1	5	0.7	500	SE+03
8.0E+06	0.371	0.363	0.324	0.1	5	0.7	500	SE+03
1.0E+07	0.366	0.359	0.311	0.1	5	0.7	500	SE+03
1.0E+07	0.352	0.345	0.282	0.1	5	0.7	500	SE+03
7.0E+07	0.290	0.284	0.251	0.1	5	0.7	500	SE+03
1.0E+08	0.277	0.262	0.225	0.1	5	0.7	500	SE+03
2.0E+08	0.123	0.117	0.156	0.1	5	0.7	500	SE+03
1.0E+02	9.786	9.766	6.410	40	0	0.7	500	SE+03
1.0E+03	6.641	6.644	6.146	40	0	0.7	500	SE+03
1.0E+04	6.072	6.077	5.828	40	0	0.7	500	SE+03
1.0E+05	5.457	5.457	5.218	40	0	0.7	500	SE+03
1.0E+06	4.784	4.784	4.475	40	0	0.7	500	SE+03
6.0E+06	3.917	3.919	3.663	40	0	0.7	500	SE+03
8.0E+06	3.857	3.859	3.478	40	0	0.7	500	SE+03
1.0E+07	3.723	3.723	3.256	40	0	0.7	500	SE+03
4.0E+07	3.107	3.127	2.507	40	0	0.7	500	SE+03
7.0E+07	2.622	2.622	2.066	40	0	0.7	500	SE+03
1.0E+08	2.384	2.384	1.811	50	0	0.7	500	SE+03
2.0E+08	4.236	4.276	2.697	40	0	0.7	500	SE+03
1.0E+02	3.051	3.051	3.652	10	0	0.7	500	SE+03
1.0E+03	4.406	4.401	3.221	10	0	0.7	500	SE+03
1.0E+04	4.004	4.004	2.992	10	0	0.7	500	SE+03
1.0E+05	3.691	3.691	2.811	10	0	0.7	500	SE+03
1.0E+06	3.430	3.426	2.678	10	0	0.7	500	SE+03
6.0E+06	3.259	3.259	2.533	10	0	0.7	500	SE+03
8.0E+06	3.105	3.205	2.554	10	0	0.7	500	SE+03
1.0E+07	3.174	3.174	2.576	10	0	0.7	500	SE+03
4.0E+07	2.761	2.761	2.300	10	0	0.7	500	SE+03
7.0E+07	2.465	2.466	2.097	10	0	0.7	500	SE+03
1.0E+08	2.210	2.210	1.919	10	0	0.7	500	SE+03
2.0E+08	1.602	1.605	1.454	10	0	0.7	500	SE+03
1.0E+02	1.487	1.467	1.135	1	0	0.7	500	SE+03
1.0E+03	1.215	1.213	0.943	1	0	0.7	500	SE+03
1.0E+04	1.030	1.030	0.803	1	0	0.7	500	SE+03
1.0E+05	0.849	0.849	0.737	1	0	0.7	500	SE+03
1.0E+06	0.787	0.787	0.685	1	0	0.7	500	SE+03
6.0E+06	0.719	0.719	0.617	1	0	0.7	500	SE+03
8.0E+06	0.707	0.707	0.609	1	0	0.7	500	SE+03
1.0E+07	0.696	0.696	0.600	1	0	0.7	500	SE+03
4.0E+07	0.567	0.567	0.504	1	0	0.7	500	SE+03
7.0E+07	0.470	0.470	0.431	1	0	0.7	500	SE+03
1.0E+08	0.405	0.405	0.373	1	0	0.7	500	SE+03
2.0E+08	0.261	0.261	0.246	1	0	0.7	500	SE+03
1.0E+02	0.415	0.436	0.270	0.1	0	0.7	500	SE+03

1,0E+03	9,752	9,752	9,296	9,1	0	0,7	500	5E+03
1,0E+04	9,704	9,704	9,159	9,1	0	0,7	500	5E+03
1,0E+05	9,157	9,157	9,143	9,1	0	0,7	500	5E+03
1,0E+06	9,142	9,142	9,124	9,1	0	0,7	500	5E+03
5,0E+06	9,127	9,127	9,111	9,1	0	0,7	500	5E+03
5,0E+08	9,125	9,125	9,111	9,1	0	0,7	500	5E+03
1,0E+09	9,127	9,122	9,159	9,1	0	0,7	500	5E+03
1,0E+09	9,095	9,095	9,099	9,1	0	0,7	500	5E+03
1,0E+09	9,097	9,097	9,093	9,1	0	0,7	500	5E+03
1,0E+09	9,095	9,095	9,082	9,1	0	0,7	500	5E+03
1,0E+08	9,041	9,041	9,039	9,1	0	0,7	500	5E+03
1,0E+02	25,399	25,358	23,342	49	10	0,6	500	5E+03
1,0E+03	25,825	25,756	19,777	49	10	0,6	500	5E+03
1,0E+04	25,332	25,303	20,222	49	10	0,6	500	5E+03
1,0E+05	25,877	25,867	19,902	49	10	0,6	500	5E+03
1,0E+06	25,389	25,441	19,854	49	10	0,6	500	5E+03
5,0E+06	25,167	25,177	19,475	49	10	0,6	500	5E+03
5,0E+05	25,195	25,099	19,441	49	10	0,6	500	5E+03
1,0E+07	25,097	25,021	19,411	49	10	0,6	500	5E+03
5,0E+07	24,255	24,229	19,777	49	10	0,6	500	5E+03
7,0E+07	23,519	23,464	19,589	49	10	0,6	500	5E+03
1,0E+08	22,894	22,779	19,155	49	10	0,6	500	5E+03
1,0E+08	20,711	20,596	16,929	49	10	0,6	500	5E+03
1,0E+02	14,752	14,448	11,723	10	10	0,6	500	5E+03
1,0E+03	13,515	13,518	10,438	10	10	0,6	500	5E+03
1,0E+04	13,155	13,141	10,276	10	10	0,6	500	5E+03
1,0E+05	12,614	12,809	10,009	10	10	0,6	500	5E+03
1,0E+06	12,429	12,436	9,849	10	10	0,6	500	5E+03
5,0E+06	12,257	12,259	9,653	10	10	0,6	500	5E+03
5,0E+05	12,195	12,191	9,655	10	10	0,6	500	5E+03
1,0E+07	12,157	12,149	9,639	10	10	0,6	500	5E+03
5,0E+07	11,551	11,541	9,295	10	10	0,6	500	5E+03
7,0E+07	11,397	10,997	8,951	10	10	0,6	500	5E+03
1,0E+08	10,997	10,495	8,637	10	10	0,6	500	5E+03
1,0E+08	9,095	9,055	7,708	10	10	0,6	500	5E+03
1,0E+02	3,953	3,845	3,222	1	10	0,6	500	5E+03
1,0E+03	3,894	3,890	3,712	1	10	0,6	500	5E+03
1,0E+04	3,412	3,408	2,755	1	10	0,6	500	5E+03
1,0E+05	3,247	3,245	2,638	1	10	0,6	500	5E+03
1,0E+06	3,097	3,095	2,557	1	10	0,6	500	5E+03
5,0E+06	2,957	2,955	2,463	1	10	0,6	500	5E+03
5,0E+05	2,997	2,985	2,419	1	10	0,6	500	5E+03
1,0E+07	2,959	2,935	2,437	1	10	0,6	500	5E+03
1,0E+07	2,869	2,833	2,264	1	10	0,6	500	5E+03
7,0E+07	2,487	2,489	2,112	1	10	0,6	500	5E+03
1,0E+08	2,295	2,292	1,976	1	10	0,6	500	5E+03
7,0E+08	1,817	1,815	1,613	1	10	0,6	500	5E+03
1,0E+02	9,759	9,789	9,555	9,1	10	0,6	500	5E+03
1,0E+03	9,719	9,734	9,561	9,1	10	0,6	500	5E+03
1,0E+04	9,685	9,685	9,548	9,1	10	0,6	500	5E+03
1,0E+05	9,677	9,677	9,516	9,1	10	0,6	500	5E+03

1.0E+06	0.584	0.584	0.402	0.1	10	0.6	500	SE+03
1.0E+06	0.521	0.521	0.465	0.1	10	0.6	500	SE+03
8.0E+05	0.552	0.552	0.455	0.1	10	0.6	500	SE+03
1.0E+07	0.349	0.547	0.462	0.1	10	0.6	500	SE+03
4.0E+07	0.484	0.488	0.418	0.1	10	0.6	500	SE+03
7.0E+07	0.459	0.449	0.382	0.1	10	0.6	500	SE+03
1.0E+08	0.389	0.449	0.350	0.1	10	0.6	500	SE+03
2.0E+08	0.305	0.397	0.272	0.1	10	0.6	500	SE+03
1.0E+01	20.559	20.555	15.896	50	5	0.6	500	SE+03
1.0E+03	15.503	15.139	15.121	40	5	0.6	500	SE+03
1.0E+04	14.916	15.637	14.641	30	5	0.6	500	SE+03
1.0E+05	16.579	15.793	14.342	40	5	0.6	500	SE+03
1.0E+06	18.157	17.777	14.100	30	5	0.6	500	SE+03
5.0E+06	17.948	17.489	13.924	40	5	0.6	500	SE+03
2.0E+08	17.084	17.477	13.850	40	5	0.6	500	SE+03
1.0E+02	17.128	17.074	13.859	40	5	0.6	500	SE+03
1.0E+07	16.450	16.516	13.430	30	5	0.6	500	SE+03
7.0E+07	16.746	15.834	13.024	40	5	0.6	500	SE+03
1.0E+08	15.541	15.299	12.636	40	5	0.6	500	SE+03
1.0E+01	13.716	13.442	11.473	40	5	0.6	500	SE+03
1.0E+02	10.827	10.818	8.891	10	5	0.6	500	SE+03
1.0E+03	8.566	9.766	7.841	10	5	0.6	500	SE+03
1.0E+04	7.547	9.031	7.513	10	5	0.6	500	SE+03
1.0E+05	6.223	8.038	7.242	10	5	0.6	500	SE+03
1.0E+06	5.888	8.129	7.134	10	5	0.6	500	SE+03
5.0E+06	6.127	8.482	6.926	10	5	0.6	500	SE+03
8.0E+06	6.409	8.437	6.810	10	5	0.6	500	SE+03
1.0E+07	6.582	8.355	6.685	10	5	0.6	500	SE+03
4.0E+07	7.884	7.834	6.556	10	5	0.6	500	SE+03
7.0E+07	7.468	7.757	6.215	10	5	0.6	500	SE+03
1.0E+08	7.051	8.891	5.917	10	5	0.6	500	SE+03
2.0E+08	6.517	8.585	5.670	10	5	0.6	500	SE+03
1.0E+02	2.709	2.420	2.477	1	5	0.6	500	SE+03
1.0E+03	2.722	2.606	2.724	1	5	0.6	500	SE+03
1.0E+04	2.581	2.464	2.659	1	5	0.6	500	SE+03
1.0E+05	2.503	2.316	1.947	1	5	0.6	500	SE+03
1.0E+06	2.211	2.167	1.843	1	5	0.6	500	SE+03
5.0E+06	2.193	2.061	1.768	1	5	0.6	500	SE+03
2.0E+06	2.083	2.042	1.754	1	5	0.6	500	SE+03
1.0E+07	2.045	2.014	1.742	1	5	0.6	500	SE+03
4.0E+07	1.836	1.753	1.574	1	5	0.6	500	SE+03
7.0E+07	1.750	1.695	1.432	1	5	0.6	500	SE+03
1.0E+08	1.477	1.447	1.309	1	5	0.6	500	SE+03
2.0E+08	1.023	1.021	1.000	1	5	0.6	500	SE+03
1.0E+02	0.503	0.503	0.504	0.1	5	0.6	500	SE+03
1.0E+03	0.561	0.558	0.489	0.1	5	0.6	500	SE+03
1.0E+04	0.574	0.543	0.422	0.1	5	0.6	500	SE+03
1.0E+05	0.487	0.448	0.387	0.1	5	0.6	500	SE+03
1.0E+06	0.448	0.410	0.357	0.1	5	0.6	500	SE+03
5.0E+06	0.391	0.389	0.337	0.1	5	0.6	500	SE+03
8.0E+06	0.350	0.378	0.334	0.1	5	0.6	500	SE+03

1.0E+02	0.382	0.379	0.380	0.1	5	0.6	500	SE+03
1.0E+03	0.128	0.124	0.123	0.1	5	0.6	500	SE+03
1.0E+04	0.395	0.399	0.395	0.1	5	0.6	500	SE+03
1.0E+05	0.132	0.131	0.131	0.1	5	0.6	500	SE+03
1.0E+06	0.177	0.174	0.168	0.1	5	0.6	500	SE+03
1.0E+07	0.539	0.479	1.700	40	0	0.6	500	SE+03
1.0E+08	2.094	0.806	6.797	40	0	0.6	500	SE+03
1.0E+09	8.777	8.777	6.410	40	0	0.6	500	SE+03
1.0E+05	7.793	7.793	6.140	40	0	0.6	500	SE+03
1.0E+06	7.416	7.416	5.928	40	0	0.6	500	SE+03
1.0E+07	7.143	7.143	5.767	40	0	0.6	500	SE+03
1.0E+08	7.091	7.091	5.735	40	0	0.6	500	SE+03
1.0E+07	7.071	7.071	5.703	40	0	0.6	500	SE+03
1.0E+07	6.428	6.428	5.392	40	0	0.6	500	SE+03
1.0E+07	5.902	5.902	4.993	40	0	0.6	500	SE+03
1.0E+08	5.442	5.442	4.684	40	0	0.6	500	SE+03
1.0E+08	4.267	4.267	3.832	40	0	0.6	500	SE+03
1.0E+07	5.135	5.135	4.054	10	0	0.6	500	SE+03
1.0E+05	4.476	4.476	3.572	10	0	0.6	500	SE+03
1.0E+04	4.068	4.068	3.257	10	0	0.6	500	SE+03
1.0E+05	3.747	3.747	3.053	10	0	0.6	500	SE+03
1.0E+06	3.473	3.473	2.979	10	0	0.6	500	SE+03
1.0E+06	3.281	3.281	2.754	10	0	0.6	500	SE+03
1.0E+06	3.245	3.245	2.739	10	0	0.6	500	SE+03
1.0E+07	3.213	3.213	2.709	10	0	0.6	500	SE+03
1.0E+07	3.190	3.190	2.679	10	0	0.6	500	SE+03
1.0E+07	2.977	2.977	2.491	10	0	0.6	500	SE+03
1.0E+08	2.720	2.720	2.365	10	0	0.6	500	SE+03
1.0E+06	1.567	1.568	1.466	10	0	0.6	500	SE+03
1.0E+02	1.062	1.062	1.257	1	0	0.6	500	SE+03
1.0E+03	1.022	1.022	1.010	1	0	0.6	500	SE+03
1.0E+04	1.034	1.033	0.873	1	0	0.6	500	SE+03
1.0E+05	0.877	0.877	0.772	1	0	0.6	500	SE+03
1.0E+06	0.757	0.757	0.691	1	0	0.6	500	SE+03
1.0E+06	0.717	0.717	0.678	1	0	0.6	500	SE+03
1.0E+08	0.705	0.705	0.670	1	0	0.6	500	SE+03
1.0E+07	0.674	0.674	0.615	1	0	0.6	500	SE+03
1.0E+07	0.642	0.642	0.514	1	0	0.6	500	SE+03
1.0E+07	0.460	0.466	0.431	1	0	0.6	500	SE+03
1.0E+08	0.376	0.395	0.372	1	0	0.6	500	SE+03
1.0E+04	0.250	0.250	0.241	1	0	0.6	500	SE+03
1.0E+02	0.335	0.335	0.285	0.1	0	0.6	500	SE+03
1.0E+03	0.309	0.309	0.214	0.1	0	0.6	500	SE+03
1.0E+04	0.199	0.199	0.174	0.1	0	0.6	500	SE+03
1.0E+05	0.169	0.169	0.148	0.1	0	0.6	500	SE+03
1.0E+06	0.139	0.139	0.127	0.1	0	0.6	500	SE+03
1.0E+06	0.136	0.136	0.114	0.1	0	0.6	500	SE+03
1.0E+05	0.113	0.113	0.112	0.1	0	0.6	500	SE+03
1.0E+07	0.121	0.121	0.110	0.1	0	0.6	500	SE+03
1.0E+07	0.095	0.095	0.098	0.1	0	0.6	500	SE+03
1.0E+07	0.077	0.077	0.072	0.1	0	0.6	500	SE+03

1.0E+02	0.054	0.054	0.051	0.1	0	0.5	500	5E+03
2.0E+08	0.034	0.034	0.038	0.1	0	0.6	500	5E+03