

01161
2
2aj

R E C I B I COPIA DE: [] TRABAJO FINAL CUYO TITULO ES: _____

DIRIGIDO POR: DR. LUIS ESTEVA MARABOTO

[xx] LA TESIS

INCERTIDUMBRES DEL SISTEMA Y DEL MODELO EN EL ANALISIS DE CONFIABILIDAD DE ESTRUCTURAS SUJETAS A TEMBLORES

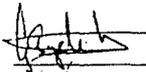
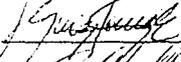
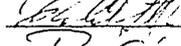
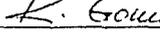
Desarrollado por el alumno: OSCAR ANTONIO FLORES MACIAS

Para presentar examen:

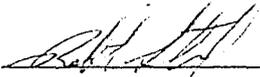
[] FINAL DE ESPECIALIZACION

[xxx] EXAMEN DE GRADU

En Ingeniería ESTRUCTURAS

	Firma	Fecha
Presidente: <u>DR. GUSTAVO AYALA MILIAN</u>		<u>30-VII-90</u>
Vocal: <u>DR. LUIS ESTEVA MARABOTO</u>		<u>90.8.3</u>
Secretario: <u>DRA. SONIA E. RUIZ GOMEZ</u>		<u>20.8.90</u>
Suplente: <u>DR. ROBERTO STARK FELDMAN</u>		<u>20.8.90</u>
Suplente: <u>DR. ROBERTO GOMEZ MARTINEZ</u>		<u>20.8.90</u>

Créditos asignados: doce (12)

Aprobación del trabajo o de tesis por la Sección: 



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INCERTIDUMBRES DEL SISTEMA Y DEL MODELO EN EL ANALISIS DE
CONFIABILIDAD DE ESTRUCTURAS SUJETAS A TEMBLORES

C O N T E N I D O :

- I. INTRODUCCION
 - II. EQUIVALENCIA ENTRE MODELOS PARA ANALISIS DE CONFIABILIDAD
 - III. PROPIEDADES DE SISTEMAS EQUIVALENTES
 - 3.1. CRITERIOS DE EQUIVALENCIA RELACIONADOS CON LA RIGIDEZ
 - 3.2. CRITERIOS DE EQUIVALENCIA RELACIONADOS CON LA RESISTENCIA
 - IV.-PARAMETROS ESTADISTICOS DERIVADOS DE LOS CRITERIOS DE EQUIVALENCIA DE LAS PROPIEDADES DEL SISTEMA (ANALISIS DE INCERTIDUMBRE)
 - 4.1. PROPIEDADES DE LAS SUMATORIAS DE LAS RIGIDECES
 - 4.2. PROPIEDADES DE LAS SUMATORIAS DE LAS MASAS
 - 4.3. PARAMETROS RELACIONADOS CON LA CARGA VERTICAL
 - 4.4. RESISTENCIAS DE FLUENCIA
 - V. SIMULACION DE PROPIEDADES ESTRUCTURALES
 - 5.1. SIMULACION DE VARIABLES ALEATORIAS UNIVARIADAS
 - 5.2. SIMULACION DE VARIABLES ALEATORIAS MULTIVARIADAS
 - VI.- CASOS EN ESTUDIO
 - 6.1. SISTEMA DETALLADO
 - 6.2. SISTEMA SIMPLIFICADO
 - VII. RESPUESTAS Y CONFIABILIDADES
 - 7.1. ANALISIS DE RESULTADOS
 - 7.2.- ANALISIS DE CONFIABILIDAD. REGLAS DE TRANSFORMACION.
 - 7.3.- COMPARACION DE RESULTADOS
 - VIII.- CONCLUSIONES
- REFERENCIAS
- APENDICE A .- APROXIMACIONES DE PRIMER ORDEN DE BENJAMIN Y CORNELL PARA PRIMEROS Y SEGUNDOS MOMENTOS.
- APENDICE B .- PARAMETROS DE CARGA
- APENDICE C .- COEFICIENTE DE CORRELACION ENTRE RESISTENCIAS AXIALES DE FLUENCIA
- APENDICE D .- COEFICIENTE DE CORRELACION ENTRE MOMENTOS DE FLUENCIA

RESUMEN

Para poder llevar a cabo estudios paramétricos extensos del comportamiento de estructuras reales representadas como sistemas formados por marcos estructurales, es necesario desarrollar modelos simplificados y evaluar la influencia que las simplificaciones adoptadas puedan tener en las estimaciones de respuesta y confiabilidad. Lo anterior permitiría realizar dichos estudios empleando un menor tiempo de computadora que el necesario para estudiar marcos estructurales.

En este trabajo se estudia un sistema simplificado, el cual consta de una crujía, es decir dos columnas y una trabe en cada nivel. Este sistema mantiene un número mayor de grados de libertad por nivel, en lugar de uno que se tiene en un sistema simplificado del tipo viga de cortante.

Las propiedades del sistema simplificado se obtienen mediante relaciones simples, con base en las propiedades de un marco estructural con el mismo número de niveles y con "m" crujías. Se considera la incertidumbre que tienen las propiedades de ambos sistemas. Una vez asignadas las propiedades al sistema simplificado, se obtiene su respuesta ante la acción de temblores y se compara ésta con la respuesta del sistema complejo, esto es del marco estructural, para calibrar el sistema simplificado.

Finalmente se realiza un análisis de confiabilidad y se definen reglas para estimar respuestas de sistemas complejos basándose en las obtenidas para el sistema simplificado.

I. INTRODUCCION

Al realizar el diseño sísmico de una estructura cualquiera basándose en algún reglamento de construcción, es necesario determinar las solicitaciones correspondientes a un espectro o coeficiente sísmico especificado. Posteriormente se suman las acciones causadas por el sismo de diseño en cada sección crítica y las debidas a cargas permanentes, se multiplica la suma por un cierto factor de carga y se comparan los resultados con la capacidad nominal de las secciones críticas, afectadas por un factor reductivo de resistencias. Posteriormente se aplican en la ejecución de la obra y en su operación normas de control de calidad y de cargas muertas y vivas, de tal manera que sistemáticamente las cargas sean menores y las resistencias mayores que sus correspondientes valores nominales.

La estructura que resulta del proceso anterior tendría poca probabilidad de fallar si se presentara la intensidad sísmica empleada al diseñarla; es decir, el intervalo de recurrencia del temblor que debería ocurrir para que la estructura fallase es más largo que el que corresponde al temblor de diseño [refs. 1 y 2].

Además de las incertidumbres relacionadas con las cargas permanentes y con las resistencias de miembros estructurales y materiales utilizados, son importantes, para fines de confiabilidad de estructuras expuestas a temblores, las incertidumbres relacionadas con las leyes de comportamiento de miembros y conjuntos estructurales ante cargas alternantes, con las relaciones entre respuestas y daños, con los criterios de falla, con la posible contribución de los miembros no estructurales a la resistencia y a la disipación de energía, y con los errores de predicción de los modelos matemáticos empleados para estimar respuestas y comportamientos.

Por lo tanto, si se desea basar las recomendaciones relacionadas con coeficientes y espectros de diseño sísmico y con factores de seguridad sobre criterios costo-beneficio-seguridad que tomen en cuenta la forma en que estos tres conceptos varían con los criterios de diseño, debemos ser capaces de estimar las confiabilidades (o sus complementos, las probabilidades de falla) de sistemas complejos ante solicitaciones sísmicas expresadas como procesos estocásticos y de estudiar en que forma varían dichas confiabilidades con los parámetros de diseño. Como resultaría muy grande el esfuerzo necesario para el estudio sistemático de este problema utilizando modelos que traten de representar en detalle las características de casos típicos de las construcciones de interés práctico, este trabajo se centra en el desarrollo de criterios para definir un modelo simplificado equivalente a los modelos refinados, en el sentido de representar, tan precisamente como sea posible, las propiedades dinámicas y resistencias correspondientes así como las incertidumbres asociadas a ellas, a sus respuestas estructurales y a sus márgenes de seguridad. Como complemento indispensable, se calibran los modelos simplificados comparando sus predicciones relativas a confiabilidad con las obtenidas a partir de los modelos detallados.

II. EQUIVALENCIA ENTRE MODELOS PARA ANALISIS DE CONFIABILIDAD

Partiendo de un sistema estructural complejo, mediante el cual se intenta representar el comportamiento de una estructura real que se proyectará y construirá de acuerdo con criterios y procedimientos establecidos de diseño, construcción y control de calidad, se pretende definir un modelo simplificado mediante el cual se pueda estimar la distribución de probabilidades de los índices más significativos de la respuesta y del comportamiento del sistema detallado, ante la acción de sismos de características inciertas.

Para lograr lo anterior, debemos tomar en cuenta, primero, cuales variables de respuesta y/o comportamiento del sistema detallado deberán estimarse con el modelo simplificado; posteriormente deben seleccionarse las propiedades mecánicas globales del sistema detallado que intentan representarse y por lo tanto se concluirá sobre la forma que adoptará el modelo simplificado, sobre las variables que determinan sus propiedades mecánicas y sobre las reglas de transformación entre las propiedades de las componentes de los sistemas detallado y simplificado, incluyendo las reglas relativas a la transformación de incertidumbres asociadas a las propiedades de las componentes de ambos sistemas. Por último, de la comparación de los resultados obtenidos con modelos detallados y simplificados deberán calibrarse estos últimos, esto es, establecer las relaciones (probabilistas) entre los índices de respuesta y confiabilidad predichos con modelos de ambos tipos.

Si se logra lo antes dicho, se podrán realizar estudios paramétricos extensos con el sistema simplificado y obtener relaciones probabilistas entre las respuestas de este sistema y las del sistema detallado, empleando menor tiempo de computación que el necesario para realizar estos estudios directamente con el sistema detallado.

Con el fin de que el empleo de modelos simplificados equivalentes sea útil, práctico y eficiente, es necesario deducir sus parámetros mediante operaciones simples a partir de las propiedades de los sistemas reales o de sus modelos detallados.

Las reglas de transformación de propiedades para el sistema simplificado serán más complicadas mientras más amplia sea la variedad de características que se intenten representar de un sistema detallado, y mayores serán las incertidumbres asociadas a las relaciones entre las predicciones de ambos tipos de modelos. Como lo que se pretende es definir las propiedades de los modelos simplificados mediante operaciones simples, es conveniente reducir el campo de aplicación de cada modelo simplificado a una "familia homogénea" de casos detallados, pero se debería aplicar el criterio propuesto a diversas "familias" para cubrir los casos de interés práctico.

Este trabajo se limitará en su estudio a una familia de casos correspondientes a edificios de concreto reforzado, los cuales no presentan excentricidades importantes en planta y que basan su

resistencia lateral exclusivamente en marcos continuos. Estrechando aún más el campo que consideraremos propio de la "familia homogénea" en estudio, se incluirán únicamente aquellos casos en los que la variación de rigideces y resistencias de entrepiso es lineal con la altura de edificio. Se ignoran los efectos P- Δ y de interacción suelo-estructura.

Los modelos detallados que representan a los casos de la "familia homogénea" lo constituyen marcos estructurales cuyas propiedades dinámicas y de resistencia así como sus incertidumbres asociadas reflejan con mayor detalle el comportamiento de la estructura real. El modelo simplificado equivalente que se propone aquí concentra las rigideces y resistencias de las trabes y columnas de cada nivel en un número menor de miembros dispuestos en forma de un marco estructural simplificado representado por una sola cruzía, como se muestra en la figura 2.1.

III. PROPIEDADES DE SISTEMAS EQUIVALENTES

En este capítulo se describen los criterios utilizados para obtener las propiedades de los sistemas simplificados equivalentes basándose en las propiedades de los sistemas detallados correspondientes. Se obtienen expresiones para definir un sistema simplificado equivalente a uno previamente especificado del tipo marco estructural. Primero trataremos con las propiedades del sistema en su intervalo de respuesta lineal y posteriormente se estudiarán las resistencias de fluencia y otros parámetros relevantes en el intervalo de respuesta no lineal.

3.1. Criterios de equivalencia relacionados con la rigidez

Para determinar las propiedades de rigidez de los sistemas simplificados consideremos el marco de la figura 3.1, el cual consta de "n" niveles y de "m" crujiás (m+1 columnas). De este marco conocemos sus dimensiones y sus propiedades así como las rigideces de traveses y columnas definidas como $K_{a_{ij}} = EI_{a_{ij}} / L$ (en donde a puede ser

trabe o columna, i es el nivel y j el número de elemento), además de sus masas. Para obtener un marco equivalente con el mismo número de niveles y con las mismas alturas de columnas pero con una sola crujía (fig. 3.2), asignamos a cada intersección entre trabe y columna de cada nivel una masa igual a la mitad de la suma de todas las masas correspondientes al mismo nivel de piso del marco inicial, lo que implica tener en cada nivel del sistema simplificado una masa igual a la suma de las masas del nivel correspondiente de sistema detallado. Entonces necesitamos que en el nuevo marco las columnas de cada nivel tengan una rigidez igual a la mitad de la suma de las rigideces de las columnas del entrepiso considerado del marco original y que el valor de la rigidez de las traveses sea igual a la suma de las traveses del primer marco que se encuentran en el mismo nivel. Por lo tanto se considera que las columnas del mismo nivel en el sistema simplificado tienen las mismas propiedades. En lo que sigue se hablará únicamente de las propiedades de la columna del nivel i sabiendo de antemano que son dos columnas por nivel con iguales propiedades. De igual forma se obtendrán propiedades de la viga i sabiendo que las propiedades en ambos extremos de una misma viga son iguales.

Resumiendo, si K_{c_i} , K_{t_i} y m_i son respectivamente la rigidez de la columna, la rigidez de la trabe y la masa del nivel i en el sistema simplificado, estas quedarían definidas de la siguiente manera:

$$K_{c_i} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_c} K_{c_{ij}} \quad (3.1)$$

$$K_{t_i} = \sum_{r=1}^{Nt} K_{t_{ir}} \quad (3.2)$$

$$m_i = \sum_{a=1}^{Ncru} m_{i_a} \quad (3.3)$$

Donde: $K_{t_{ij}}$ es la rigidez de la columna j del nivel i del sistema detallado; Nc es el número de columnas por nivel. $K_{t_{ir}}$ es la rigidez de la trabe r del nivel i del sistema detallado; Nt es el número de trabes por nivel. m_{i_a} es la masa de la crujía a del nivel i del sistema detallado; $Ncru$ es el número de crujías.

En el capítulo siguiente se describirá como se incluye la incertidumbre en estas propiedades.

3.2. Criterios de equivalencia relacionados con la resistencia

Los criterios para asignar resistencias a los miembros del modelo simplificado, basados en las resistencias del modelo detallado se describen en esta sección. Estos criterios son simplistas, por lo cual permiten el manejo de fórmulas sencillas para obtener las propiedades del sistema simplificado. El pretender utilizar criterios que no fuesen simplistas, implicaría el manejo de fórmulas muy elaboradas que conducirían a un trabajo excesivo, con lo cual no sería práctico el estudio paramétrico de marcos empleando modelos simplificados equivalentes. En tal caso sería mejor realizar el estudio directamente con los marcos estructurales. Como se dice en el punto anterior, referente a las rigideces, obtendremos propiedades para el elemento i sabiendo que en el sistema simplificado las propiedades de las columnas del mismo nivel son iguales, así como las propiedades en ambos extremos de cada viga.

a) Momentos internos debidos a carga vertical.

El momento de empotramiento en cada extremo de la trabe del nivel i del sistema equivalente se considera igual a la suma de los momentos de empotramiento del extremo correspondiente de todas las trabes que se encuentran en el mismo nivel en el sistema detallado, esto es:

$$M_{E_i} = \sum_j^{Nt} M_{E_{ij}} \quad (3.4.)$$

en donde $M_{\kappa_{ij}}$ es el momento de empotramiento del extremo izquierdo (o derecho) de la trabe j del nivel i del sistema detallado.

Los momentos internos en las columnas de sistema simplificado serán los que resulten de distribuir los momentos de desequilibrio en los nudos.

b) Fuerzas cortantes en las vigas debidas a carga vertical.

En cada viga del sistema simplificado se supone una fuerza cortante en cada extremo debida a cargas verticales igual a la mitad de la suma de las fuerzas cortantes de las vigas en el entrepiso correspondiente del sistema detallado. Si V_i es la fuerza cortante de cada extremo de la viga del entrepiso i del sistema simplificado y V_{ij} es la fuerza cortante de la viga j del entrepiso i del sistema detallado, entonces:

$$V_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{Nc} V_{ij} \quad (3.5)$$

c) Claro de la cruzía en el sistema simplificado.

Se considera que el claro de la cruzía del sistema simplificado es tal que en el desplante la fuerza axial debida al sistema de carga laterales es igual a un medio de la suma de los valores absolutos de las cargas que se obtienen en el desplante de las columnas del sistema detallado.

d) Resistencias de fluencia de las trabes.

La resistencia de fluencia de la trabe del nivel i será igual a la suma de las resistencias del extremo correspondiente de las trabes del mismo nivel del sistema detallado. Esto es, si M_{ν_i} es el momento de fluencia del extremo izquierdo (o derecho) de la trabe del nivel i del sistema simplificado y $M_{\nu_{ij}}$ es el momento de fluencia del extremo correspondiente de la trabe j del nivel i del sistema detallado, tenemos:

$$M_{\nu_i} = \sum_{j=1}^{Nl} M_{\nu_{ij}} \quad (3.6)$$

e) Resistencias de fluencia de columnas.

Se considera que el diagrama de interacción de las columnas del sistema simplificado tiene la forma dada en la figura 3.3, en donde cada punto del diagrama (exceptuando el punto correspondiente a la falla balanceada) se obtiene como la mitad de la suma del punto correspondiente del diagrama de interacción de cada una de las columnas del sistema detallado, así:

$$P_{y_i} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{Nc} P_{y_{ij}} \quad (3.7)$$

$$T_{y_i} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{Nc} T_{y_{ik}} \quad (3.8)$$

$$M_{y_i} = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{Nc} M_{y_{il}} \quad (3.9)$$

Ahora, para obtener el punto correspondiente a la falla balanceada, se introduce la siguiente notación:

$$M_{b_i} = M_{y_i} (1 + \lambda_i) \quad (3.9)$$

$$P_{b_i} = \rho_i P_{y_i} \quad (3.10)$$

En donde:

$$\lambda_i = \sum_l r_{\lambda_{ij}} \lambda_{ij}, \quad \rho_i = \sum_l r_{\rho_{ij}} \lambda_{ij} \quad (3.11.a, b)$$

En estas últimas ecuaciones, $r_{\lambda_{ij}}$ y $r_{\rho_{ij}}$ son factores de peso que se definirán en el capítulo siguiente.

IV. PARAMETROS ESTADISTICOS DERIVADOS DE LOS CRITERIOS DE EQUIVALENCIA DE LAS PROPIEDADES.

Hasta el capítulo anterior únicamente se han obtenido los criterios de equivalencia entre las propiedades del sistema simplificado y las del sistema detallado de manera determinista, es decir sin tomar en cuenta la incertidumbre que afecta a esas propiedades.

La incertidumbre se asocia con muchas variables, por ejemplo: las propiedades geométricas de los elementos estructurales (que dependen de sus dimensiones); las propiedades físicas de los materiales empleados (como lo es el módulo de Young, f_c , F_y , etc.); la intensidad, distribución y localización de las cargas muertas y vivas (para las cargas muertas no existen incertidumbres muy grandes, no así para las cargas vivas, pues estas dependen del uso que se le da a la estructura, de los cambios que sufren estas cargas durante la vida útil de la estructura [refs. 3 y 4], por lo cual su intensidad, distribución y localización es aleatoria); la intensidad, distribución y localización de las solicitaciones accidentales (sismo, viento, etc.).

Por lo tanto, para obtener valores numéricos de los parámetros del modelo que aquí se estudia (propiedades físicas y geométricas, así como las acciones que intervendrán en los análisis) necesitamos, primero, determinar que parámetros se considerarán como inciertos, posteriormente saber de que depende esa incertidumbre y por último, encontrar la forma de tomarla en cuenta.

En este trabajo la incertidumbre de los parámetros (ya sean propiedades o solicitaciones) se expresa en términos de la media y la varianza de ellos, así como de su función de distribución. Los parámetros considerados como inciertos se describen en este capítulo.

Por lo dicho en el párrafo anterior, para determinar las propiedades del sistema simplificado será necesario obtener su media y su varianza, para lo cual utilizaremos aproximaciones de Benjamin y Cornell [ref. 7]. En el apéndice A se describen estas.

4.1. Propiedades de las rigideces de los elementos

4.1.1. Propiedades de los elementos en el sistema equivalente

Sea K_a la rigidez de un elemento cualquiera en el sistema simplificado (en donde "a" puede ser c_i para columnas o t_i para trabes), entonces:

$$K_a = \phi_a \sum_{j=1}^{NE} K_{a_j} \quad \left\{ \begin{array}{l} \phi = 1 \text{ para vigas} \\ \phi = \frac{1}{2} \text{ para columnas} \end{array} \right. \quad (4.1)$$

en donde NE será número de vigas o de columnas.
La esperanza de K_a esta dada por:

$$E(K_a) = \phi_a \sum_{j=1}^{NE} E(K_{a_j}) \quad (4.2)$$

y su covarianza por:

$$\begin{aligned} \text{Cov}[K_a, K_b] &= E[K_a K_b] - E[K_a] E[K_b] \\ &= E\left[\left(\phi_a \sum_i^a K_{a_i}\right)\left(\phi_b \sum_j^b K_{b_j}\right)\right] - E\left[\phi_a \sum_i^a K_{a_i}\right] E\left[\phi_b \sum_j^b K_{b_j}\right] \\ &= \left[\phi_a \phi_b \sum_i^a \sum_j^b E[K_{a_i} K_{b_j}]\right] - \left[\phi_a \phi_b \sum_i^a \sum_j^b E[K_{a_i}] E[K_{b_j}]\right] \end{aligned}$$

de donde:

$$\text{Cov}[K_a, K_b] = \phi_a \phi_b \sum_i^a \sum_j^b \text{Cov}[K_{a_i}, K_{b_j}] \quad (4.3.a)$$

con lo cual para vigas y columnas tenemos:

$$\text{Cov}[K_{t_i}, K_{t_j}] = \sum_k^{Nt} \sum_l^{Nt} \text{Cov}[K_{t_{ik}}, K_{t_{jl}}] \quad (4.3.b)$$

$$\text{Cov}[K_{c_i}, K_{c_j}] = \frac{1}{4} \sum_m^{Nc} \sum_n^{Nc} \text{Cov}[K_{c_{im}}, K_{c_{jn}}] \quad (4.3.c)$$

4.1.2. Propiedades de los elementos en el sistema detallado.

a) Vigas.

Si se define la rigidez de un elemento cualquiera como:

$$K_{v_i} = \frac{E_i I_i}{L_i} \quad \text{donde} \quad \begin{cases} E_i = a_i \sqrt{f'_c} \\ I_i = \frac{b_i h_i^3}{12} \end{cases} \quad (4.4)$$

sustituyendo:

$$K_{v_i} = \alpha_i \sqrt{f'_c} b_i h_i^3 \quad (4.5)$$

en donde $\alpha_i = \frac{a}{12L}$ se considera determinista y $\sqrt{f'_{c_i}}$, b_i y h_i son inciertas y se consideran independientes.

Por lo tanto, la esperanza de K_{V_i} esta dada por:

$$E [K_{V_i}] = \alpha_i E \left[\sqrt{f'_{c_i}} \right] E [b_i] E [h_i^3] \quad (4.6)$$

y la varianza por:

$$\begin{aligned} \text{Var} [K_{V_i}] = & \alpha_i^2 \left\{ \text{var} \left[\sqrt{f'_{c_i}} \right] E^2 [b_i] E^2 [h_i^3] + \right. \\ & + \text{var} [b_i] E^2 \left[\sqrt{f'_{c_i}} \right] E^2 [h_i^3] + \text{var} [h_i^3] E^2 \left[\sqrt{f'_{c_i}} \right] E^2 [b_i] + \\ & + \text{var} \left[\sqrt{f'_{c_i}} \right] \text{var} [b_i] E^2 [h_i^3] + \text{var} \left[\sqrt{f'_{c_i}} \right] \text{var} [h_i^3] E^2 [b_i] + \\ & \left. + \text{var} [b_i] \text{var} [h_i^3] E^2 \left[\sqrt{f'_{c_i}} \right] + \text{var} \left[\sqrt{f'_{c_i}} \right] \text{var} [b_i] \text{var} [h_i^3] \right\} \\ & \dots\dots\dots(4.7) \end{aligned}$$

su coeficiente de variación será igual a:

$$\begin{aligned} V_{ki}^2 = & V_{\sqrt{f'_{c_i}}}^2 + V_{b_i}^2 + V_{h_i^3}^2 + V_{\sqrt{f'_{c_i}}}^2 V_{b_i}^2 + V_{\sqrt{f'_{c_i}}}^2 V_{h_i^3}^2 + V_{b_i}^2 V_{h_i^3}^2 + V_{\sqrt{f'_{c_i}}}^2 V_{b_i}^2 V_{h_i^3}^2 \\ & \dots\dots\dots(4.8) \end{aligned}$$

b) Columnas (rigidez a flexión)

Definiendo la rigidez a flexión de una columna cualquiera como:

$$K_{c_i} = \frac{E_i I_i}{L_i} \quad \text{donde} \quad \begin{cases} E_i = a_i \sqrt{f'_{c_i}} \\ I_i = \frac{c_i d_i^3}{12} \end{cases}$$

sustituyendo:

$$K_{c_i} = \alpha_i \sqrt{f'_{c_i}} c_i d_i^3$$

en donde $\alpha_i = \frac{a}{12L}$ se considera determinista y $\sqrt{f'_{c_i}}$, b_i y h_i son inciertos y se consideran independientes.

La media, la varianza y el coeficiente de variación están dados por

las mismas expresiones dadas por las ecs. 4.6, 4.7 y 4.8 respectivamente, unicamente haciendo $b_i = c_i$ y $h_i^3 = d_i^3$.

c) Columnas (rigidez axial)

Si se define la rigidez axial de una columna cualquiera como:

$$K_{A_i} = \frac{E_i A_i}{L_i} \quad \text{donde} \quad \begin{cases} E_i = a_i \sqrt{f'_{C_i}} \\ A_i = c_i d_i \end{cases} \quad (4.9.a)$$

sustituyendo:

$$K_{A_i} = \alpha_i \sqrt{f'_{C_i}} c_i d_i \quad (4.9.b)$$

en donde $\alpha_i = \frac{a}{L}$ se considera determinista y $\sqrt{f'_{C_i}}$, c_i y d_i son inciertos y se consideran independientes.

Por lo tanto, la esperanza de K_{A_i} esta dada por:

$$E [K_{A_i}] = \alpha_i E \left[\sqrt{f'_{C_i}} \right] E [c_i] E [d_i] \quad (4.9.c)$$

y la varianza por:

$$\begin{aligned} \text{Var} [K_{A_i}] = \alpha_i^2 \left\{ \text{var} \left[\sqrt{f'_{C_i}} \right] E^2 [c_i] E^2 [d_i] + \right. \\ + \text{var} [c_i] E^2 \left[\sqrt{f'_{C_i}} \right] E^2 [d_i] + \text{var} [d_i] E^2 \left[\sqrt{f'_{C_i}} \right] E^2 [c_i] + \\ + \text{var} \left[\sqrt{f'_{C_i}} \right] \text{var} [c_i] E^2 [d_i] + \text{var} \left[\sqrt{f'_{C_i}} \right] \text{var} [d_i] E^2 [c_i] + \\ \left. + \text{var} [c_i] \text{var} [d_i] E^2 \left[\sqrt{f'_{C_i}} \right] + \text{var} \left[\sqrt{f'_{C_i}} \right] \text{var} [c_i] \text{var} [d_i] \right\} \\ \dots\dots\dots (4.9.d) \end{aligned}$$

su coeficiente de variación será igual a:

$$V_{k_i}^2 = V_{\sqrt{f'_{C_i}}}^2 + V_{c_i}^2 + V_{d_i}^2 + V_{\sqrt{f'_{C_i}}}^2 V_{c_i}^2 + V_{\sqrt{f'_{C_i}}}^2 V_{d_i}^2 + V_{c_i}^2 V_{d_i}^2 + V_{\sqrt{f'_{C_i}}}^2 V_{c_i}^2 V_{d_i}^2 \\ \dots\dots\dots (4.9.e)$$

4.1.3. Covarianzas entre las rigideces.

a) Vigas

Necesitamos obtener las covarianzas que existen entre una viga y otra del sistema detallado, para resolver la ec. 4.3 y así poder calcular las covarianzas en las vigas del sistema simplificado. Entonces:

$$\text{Cov} [K_{V_i}, K_{V_j}] = E [K_i K_j] - E [K_i] E [K_j] \quad (4.10)$$

en donde:

$$\begin{aligned} E [K_{V_i}, K_{V_j}] &= E \left[\alpha_i \alpha_j \sqrt{f'_{C_i}} \sqrt{f'_{C_j}} b_i b_j h_i^3 h_j^3 \right] \\ &= \alpha_i \alpha_j E \left[\sqrt{f'_{C_i}} \sqrt{f'_{C_j}} \right] E [b_i b_j] E [h_i^3 h_j^3] \end{aligned}$$

substituyendo esta última en la 4.10, obtenemos:

$$\begin{aligned} \text{Cov} [K_{V_i}, K_{V_j}] &= \alpha_i \alpha_j \left\{ E \left[\sqrt{f'_{C_i}} \sqrt{f'_{C_j}} \right] E [b_i b_j] E [h_i^3 h_j^3] - \right. \\ &\quad \left. - E \left[\sqrt{f'_{C_i}} \right] E \left[\sqrt{f'_{C_j}} \right] E [b_i] E [b_j] E [h_i^3] E [h_j^3] \right\} \end{aligned}$$

Desarrollando la anterior:

$$\begin{aligned} \text{Cov} [K_{V_i}, K_{V_j}] &= \alpha_i \alpha_j \left\{ \text{cov} \left[\sqrt{f'_{C_i}}, \sqrt{f'_{C_j}} \right] \text{cov} [b_i, b_j] \text{cov} [h_i^3, h_j^3] + \right. \\ &\quad + \text{cov} \left[\sqrt{f'_{C_i}}, \sqrt{f'_{C_j}} \right] \text{cov} [b_i, b_j] E [h_i^3] E [h_j^3] + \\ &\quad + \text{cov} \left[\sqrt{f'_{C_i}}, \sqrt{f'_{C_j}} \right] \text{cov} [h_i^3, h_j^3] E [b_i] E [b_j] + \\ &\quad + \text{cov} [b_i, b_j] \text{cov} [h_i^3, h_j^3] E \left[\sqrt{f'_{C_i}} \right] E \left[\sqrt{f'_{C_j}} \right] + \\ &\quad + \text{cov} \left[\sqrt{f'_{C_i}}, \sqrt{f'_{C_j}} \right] E [b_i] E [b_j] E [h_i^3] E [h_j^3] + \\ &\quad + \text{cov} [b_i, b_j] E \left[\sqrt{f'_{C_i}} \right] E \left[\sqrt{f'_{C_j}} \right] E [h_i^3] E [h_j^3] + \\ &\quad \left. + \text{cov} [h_i^3, h_j^3] E \left[\sqrt{f'_{C_i}} \right] E \left[\sqrt{f'_{C_j}} \right] E [b_i] E [b_j] \right\} \\ &\dots\dots\dots(4.11.a) \end{aligned}$$

b) Columnas

4) Para rigidez a flexión de columnas el desarrollo es similar,

simplemente haciendo $b = c$ y $h = d$.

$$\begin{aligned}
 \text{Cov} [K_{c_i}, K_{c_j}] = & \alpha_i \alpha_j \left\{ \text{cov} \left[\sqrt{f'_{c_i}}, \sqrt{f'_{c_j}} \right] \text{cov} [c_i, c_j] \text{cov} [d_i^a, d_j^a] + \right. \\
 & + \text{cov} \left[\sqrt{f'_{c_i}}, \sqrt{f'_{c_j}} \right] \text{cov} [c_i, c_j] E [d_i^a] E [d_j^a] + \\
 & + \text{cov} \left[\sqrt{f'_{c_i}}, \sqrt{f'_{c_j}} \right] \text{cov} [d_i^a, d_j^a] E [c_i] E [c_j] + \\
 & + \text{cov} [c_i, c_j] \text{cov} [d_i^a, d_j^a] E \left[\sqrt{f'_{c_i}} \right] E \left[\sqrt{f'_{c_j}} \right] + \\
 & + \text{cov} \left[\sqrt{f'_{c_i}}, \sqrt{f'_{c_j}} \right] E [c_i] E [c_j] E [d_i^a] E [d_j^a] + \\
 & + \text{cov} [c_i, c_j] E \left[\sqrt{f'_{c_i}} \right] E \left[\sqrt{f'_{c_j}} \right] E [d_i^a] E [d_j^a] + \\
 & \left. + \text{cov} [d_i^a, d_j^a] E \left[\sqrt{f'_{c_i}} \right] E \left[\sqrt{f'_{c_j}} \right] E [c_i] E [c_j] \right\} \\
 & \dots\dots\dots(4.11.b)
 \end{aligned}$$

ii) Para rigidez axial el desarrollo es análogo, obtenemos

$$\begin{aligned}
 \text{Cov} [K_{A_i}, K_{A_j}] = & \alpha_i \alpha_j \left\{ \text{cov} \left[\sqrt{f'_{c_i}}, \sqrt{f'_{c_j}} \right] \text{cov} [c_i, c_j] \text{cov} [d_i, d_j] + \right. \\
 & + \text{cov} \left[\sqrt{f'_{c_i}}, \sqrt{f'_{c_j}} \right] \text{cov} [c_i, c_j] E [d_i] E [d_j] + \\
 & + \text{cov} \left[\sqrt{f'_{c_i}}, \sqrt{f'_{c_j}} \right] \text{cov} [d_i, d_j] E [c_i] E [c_j] + \\
 & + \text{cov} [c_i, c_j] \text{cov} [d_i, d_j] E \left[\sqrt{f'_{c_i}} \right] E \left[\sqrt{f'_{c_j}} \right] + \\
 & + \text{cov} \left[\sqrt{f'_{c_i}}, \sqrt{f'_{c_j}} \right] E [c_i] E [c_j] E [d_i] E [d_j] + \\
 & + \text{cov} [c_i, c_j] E \left[\sqrt{f'_{c_i}} \right] E \left[\sqrt{f'_{c_j}} \right] E [d_i] E [d_j] + \\
 & \left. + \text{cov} [d_i, d_j] E \left[\sqrt{f'_{c_i}} \right] E \left[\sqrt{f'_{c_j}} \right] E [c_i] E [c_j] \right\} \\
 & \dots\dots\dots(4.11.c)
 \end{aligned}$$

iii) Covarianza entre rigidez a flexión y rigidez axial de columnas

$$\begin{aligned}
\text{Cov} [K_{c_i}, K_{A_j}] = & \alpha_i \alpha_j \left\{ \text{cov} \left[\sqrt{f'_{c_i}}, \sqrt{f'_{c_j}} \right] \text{cov} [c_i, c_j] \text{cov} [d_i^a, d_j] + \right. \\
& + \text{cov} \left[\sqrt{f'_{c_i}}, \sqrt{f'_{c_j}} \right] \text{cov} [c_i, c_j] E [d_i^a] E [d_j] + \\
& + \text{cov} \left[\sqrt{f'_{c_i}}, \sqrt{f'_{c_j}} \right] \text{cov} [d_i^a, d_j] E [c_i] E [c_j] + \\
& + \text{cov} [c_i, c_j] \text{cov} [d_i^a, d_j] E \left[\sqrt{f'_{c_i}} \right] E \left[\sqrt{f'_{c_j}} \right] + \\
& + \text{cov} \left[\sqrt{f'_{c_i}}, \sqrt{f'_{c_j}} \right] E [c_i] E [c_j] E [d_i^a] E [d_j] + \\
& + \text{cov} [c_i, c_j] E \left[\sqrt{f'_{c_i}} \right] E \left[\sqrt{f'_{c_j}} \right] E [d_i^a] E [d_j] + \\
& \left. + \text{cov} [d_i^a, d_j] E \left[\sqrt{f'_{c_i}} \right] E \left[\sqrt{f'_{c_j}} \right] E [c_i] E [c_j] \right\} \\
& \dots\dots\dots(4.11.d)
\end{aligned}$$

c) Covarianza entre rigideces de vigas y columnas

Esta es la covarianza de una viga (columna) cualquiera contra una columna (viga) cualquiera. Supongamos que k = No. de viga y l = No. de columna.

4) Rigidez a flexión en vigas y columnas

$$\text{Cov} [K_k, K_l] = E [K_k K_l] - E [K_k] E [K_l]$$

En donde, si consideramos estocásticamente independientes las dimensiones de las vigas respecto a las dimensiones de las columnas, tenemos:

$$E [K_k K_l] = \alpha_k \alpha_l E \left[\sqrt{f'_{c_k}} \sqrt{f'_{c_l}} \right] E [b_k] E [h_k^a] E [c_l] E [d_l^a]$$

por lo cual:

$$\begin{aligned}
\text{Cov} [K_k, K_l] = & \alpha_k \alpha_l \left\{ E \left[\sqrt{f'_{c_k}} \sqrt{f'_{c_l}} \right] E [b_k] E [h_k^a] E [c_l] E [d_l^a] - \right. \\
& \left. - E \left[\sqrt{f'_{c_k}} \right] E \left[\sqrt{f'_{c_l}} \right] E [b_k] E [h_k^a] E [c_l] E [d_l^a] \right\}
\end{aligned}$$

$$\text{Cov} [K_k, K_l] = \alpha_k \alpha_l \text{cov} \left[\sqrt{f'_{c_k}}, \sqrt{f'_{c_l}} \right] E[b_k] E[h_k^3] E[c_l] E[d_l^3] \dots\dots\dots(4.12.a)$$

u) Rigidez a flexión en vigas y axial en columnas

El desarrollo es análogo y resulta:

$$\text{Cov} [K_k, K_{A_l}] = \alpha_k \alpha_l \text{cov} \left[\sqrt{f'_{c_k}}, \sqrt{f'_{c_l}} \right] E[b_k] E[h_k^3] E[c_l] E[d_l] \dots\dots\dots(4.12.b)$$

En las expresiones anteriores la incertidumbre respecto a la rigidez de los elementos está en función de los parámetros probabilísticos de media, varianza y covarianza de las variables $\sqrt{f'_c}$, b, h, c y d. Los valores de estos parámetros se obtienen utilizando aproximaciones de primer orden de Benjamin y Cornell [ref. 7].

Aplicando las expresiones del Apéndice A tenemos que la media y la varianza de las variables valen:

$$E \left[\sqrt{f'_c} \right] = \sqrt{\bar{f}'_c} - \frac{1}{8} \frac{\text{var} [f'_c]}{(\bar{f}'_c)^{3/2}} ;$$

$$\text{var} \left[\sqrt{f'_c} \right] = \frac{\sqrt{f'_c}}{4 \bar{f}'_c} ; \quad V_{\sqrt{f'_c}}^2 = \frac{1}{4} V_{f'_c}^2 \quad (a)$$

$$E [b] = \bar{b} ; \quad \text{var} [b] ; \quad V_b^2 \quad (b)$$

$$E [h^3] = \bar{h}^3 + 3 \bar{h} \text{var} [h]$$

$$\text{var} [h^3] = 9 \bar{h}^4 \text{var} [h] ; \quad V_{h^3}^2 = 9 V_h^2 \quad (c)$$

$$E [c] = \bar{c} ; \quad \text{var} [c] ; \quad V_c^2 \quad (d)$$

$$E [d^3] = \bar{d}^3 + 3 \bar{d} \text{var} [d] ;$$

$$\text{var} [d^3] = 9 \bar{d}^4 \text{var} [d] ; \quad V_{d^3}^2 = 9 V_d^2 \quad (e)$$

$$E [d] = \bar{d} \quad ; \quad \text{var} [d] = V_d^2 \quad (f)$$

(4.13)

De igual forma para el caso de las covarianzas de las variables:

$$\begin{aligned} \text{cov} \left[\sqrt{\bar{f}'_{C_i}}, \sqrt{\bar{f}'_{C_j}} \right] &\approx \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left[\bar{f}'_{C_i} \right]^2 - \frac{1}{2} \left[\bar{f}'_{C_j} \right]^2 \right] \text{cov} [f'_{C_i}, f'_{C_j}] \\ &\approx \frac{1}{8} \frac{\text{cov} [f'_{C_i}, f'_{C_j}]}{\sqrt{\bar{f}'_{C_i}} \sqrt{\bar{f}'_{C_j}}} \\ &\approx \frac{1}{8} \frac{\rho_{f'_c} \sigma_{f'_{c_i}} \sigma_{f'_{c_j}}}{\sqrt{\bar{f}'_{C_i}} \sqrt{\bar{f}'_{C_j}}} \end{aligned} \quad (4.14)$$

en donde: $\rho_{f'_c}$ es el coeficiente de correlación de f'_c
 $\sigma_{f'_{c_i}}$ es la desviación estandar de f'_{c_i}
 \bar{f}'_{C_i} es el valor medio de f'_c

$$\text{Cov} [b_i, b_j] = \rho_b \sigma_{b_i} \sigma_{b_j} \quad (4.15)$$

en donde ρ_b es el coeficiente de correlación de b
 σ_b^2 es la varianza de b

$$\begin{aligned} \text{Cov} [h_i^3, h_j^3] &\approx \frac{1}{2} 3 (\bar{h})_i^2 3 (\bar{h})_j^2 \text{cov} [h_i, h_j] \\ &\approx \frac{9}{2} (\bar{h})_i^2 (\bar{h})_j^2 \rho_h \sigma_{h_i} \sigma_{h_j} \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\text{Cov} [c_i, c_j] = \rho_c \sigma_{c_i} \sigma_{c_j} \quad (4.17)$$

$$\text{Cov} [d_i^3, d_j^3] \approx \frac{9}{2} (\bar{d})_i^2 (\bar{d})_j^2 \rho_d \sigma_{d_i} \sigma_{d_j} \quad (4.18)$$

$$\text{Cov} [d_i^a, d_j] \approx \frac{3}{2} (\bar{d})_i^2 \rho_d \sigma_{d_i} \sigma_{d_j} \quad (4.19.a)$$

$$\text{Cov} [d_i, d_j] = \rho_d \sigma_{d_i} \sigma_{d_j} \quad (4.19.b)$$

Obteniendo valores para las ecuaciones 4.13 a 4.19 y sustituyendo en las ecs 4.6, 4.7, 4.9.c y d, 4.11 y 4.12 obtenemos valores de la media, varianza y covarianzas de rigideces entre elementos del sistema detallado las cuales nos permiten obtener las esperanzas y covarianzas de rigideces de los elementos del sistema simplificado, empleando las ecs. 4.2 y 4.3.

4.2. Propiedades de las masas

Para obtener la media, la varianza y la covarianza de las masas en el sistema simplificado tomamos la ecuación 3.3:

$$m_i = \sum_{k=1}^{N_{cru}} m_{ik}$$

si $m_{ik} = D_{ik} + V_{ik}$ donde D_{ik} y V_{ik} son las masas del nivel i correspondientes a la crujía j , debidas a las cargas muertas y vivas respectivamente. Entonces la 3.3 se puede escribir como:

$$m_{ik} = \sum_{k=1}^{N_{cru}} (D_{ik} + V_{ik}) \quad (4.20)$$

De esta última tenemos:

$$E [m_i] = \sum_{k=1}^{N_{cru}} (E [D_{ik}] + E [V_{ik}]) \quad (4.21)$$

La covarianza es:

$$\text{Cov} [m_i, m_j] = E [m_i m_j] - E [m_i] E [m_j] \quad (4.22)$$

Para calcular $E [m_i m_j]$ tenemos que:

$$E [m_i m_j] = E \left[\sum_{k=1}^{N_{cru}} (D_{ik} + V_{ik}) \sum_{l=1}^{N_{cru}} (D_{jl} + V_{jl}) \right]$$

desarrollando esta última obtenemos:

$$E [m_i, m_j] = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \text{cov} [D_{ik}, D_{jl}] + \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \text{cov} [V_{ik}, V_{jl}] + E [m_i] E [m_j]$$

Sustituyendo en 4.22:

$$\text{Cov} [m_i, m_j] = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n [\text{cov} [D_{ik}, D_{jl}] + \text{cov} [V_{ik}, V_{jl}]] \quad (4.23)$$

en donde:

$$\text{Cov} [D_{ik}, D_{jl}] = \rho_d (\text{var} [D_{ik}] \text{var} [D_{jl}])^{1/2} \quad (4.24.a)$$

$$\text{Cov} [V_{ik}, V_{jl}] = \rho_d (\text{var} [V_{ik}] \text{var} [V_{jl}])^{1/2} \quad (4.24.b)$$

Con lo cual obtendremos con la 4.21 y la 4.23 las esperanzas y la matriz de covarianzas de las masas. Obviamente, las varianzas estarán en la diagonal principal de la matriz de covarianzas.

4.3. Parámetros relacionados con la carga vertical

4.3.1. Momentos de empotramiento

La esperanza del momento de empotramiento dado en la expresión 3.4 resulta igual a:

$$E [M'_{Ei}] = \sum_j^{N_i} E [M'_{Eij}] \quad (4.25)$$

y la covarianza:

$$\text{cov} [M'_{Ei}, M'_{Ej}] = \sum_k \sum_l \text{cov} [M'_{Eik}, M'_{Ejl}] \quad (4.26)$$

Ahora, para obtener los momentos de empotramiento en el sistema simplificado podemos hacerlo; calculando la esperanza, la varianza y la covarianza mediante las expresiones anteriores, por medio de simulación, o simulando las cargas en el sistema detallado y obtener esos momentos (de acuerdo con el criterio de equivalencia) como las sumas de los momentos de empotramiento resultantes en el sistema detallado.

Para obtener las esperanzas y covarianzas de los momentos de empotramiento del sistema simplificado directamente es posible seguir el planteamiento que a continuación se describe :

El área tributaria de las cargas que actúan en las vigas se considera rectangular de tal forma que se conserve la misma área del triángulo

que se tomó originalmente en el diseño y análisis del marco (fig. 4.1). El área tributaria se discretizó en pequeñas áreas de dimensiones $\Delta x \cdot \Delta y$ y se supuso la carga respectiva concentrada en los centros de estas áreas pequeñas. De acuerdo con estas consideraciones, sean dos tableros cualesquiera del marco, como los mostrados en la fig 4.2. De acuerdo con lo dicho en 3.2, para nuestro modelo necesitamos únicamente momentos de empotramiento izquierdos (ó derechos). Para una carga distribuida de esta forma, el momento de empotramiento para los extremos izquierdos de las vigas correspondientes a los tablero 1 y 2 quedaría definido como:

$$M_1 = \sum_i^{N_x} P_i \frac{x_i (L - x_i)^2}{L^2}$$

$$M_2 = \sum_r^{N_x} P_r \frac{x_r (L - x_r)^2}{L^2}$$

en donde P_i y P_r están dados respectivamente por:

$$P_i = \sum_j^{N_y} w(x_i, y_j) \Delta x \Delta y \quad P_r = \sum_a^{N_y} w(x_r, y_a) \Delta x \Delta y$$

aquí N_x y N_y son el número de divisiones en x y en y respectivamente con $\Delta x = L / N_x$ y $\Delta y = 2a / N_y$; w es la intensidad de carga que es función de la posición, L es la longitud de la viga y a es el ancho del área tributaria equivalente. De esta forma los momentos de empotramiento en los extremos izquierdos de los tableros 1 y 2 resultan:

$$M_1 = \sum_i^{N_x} \sum_j^{N_y} w(x_i, y_j) \Delta x \Delta y \frac{x_i (L - x_i)^2}{L^2}$$

$$M_2 = \sum_r^{N_x} \sum_a^{N_y} w(x_r, y_a) \Delta x \Delta y \frac{x_r (L - x_r)^2}{L^2}$$

de donde la esperanza del momento de empotramiento en cada viga queda dado por:

$$E [M_1] = \sum_i^{N_x} \sum_j^{N_y} E [w(x_i, y_j)] \Delta x \Delta y \frac{x_i (L - x_i)^2}{L^2} \quad (4.27)$$

la varianza es:

$$\text{var} [M_i] = \sum_i^{N_x} \sum_j^{N_y} \sum_k^{N_x} \sum_l^{N_y} \text{cov}[w(x_i, y_j), w(x_k, y_l)] (\Delta x \Delta y)^2 C_{ij} C_{kl}$$

y la covarianza:

$$\text{cov} [M_1, M_2] = \sum_i^{N_x} \sum_j^{N_y} \sum_r^{N_x} \sum_s^{N_y} \text{cov}[w(x_i, y_j), w(x_r, y_s)] (\Delta x \Delta y)^2 C_{ij} C_{rs}$$

En las dos últimas expresiones:

$$C_{ab} = \frac{x_a (L - x_a)^2}{L^2}$$

El problema ahora es definir la covarianza de la intensidad de la carga. Para esto, Peir, [ref. 3], propone una forma de calcular la covarianza de la intensidad de la carga; sin embargo, ese trabajo se limita a estudiar la carga viva en edificios de oficinas. De acuerdo con Peir, la covarianza de la intensidad de la carga está dada por:

$$\text{cov} [w(x_i, y_j), w(x_k, y_l)] = \sigma_b^2 + \sigma_f^2 + \text{cov} [\varepsilon(x_i, y_j), \varepsilon(x_k, y_l)]$$

aquí:

$$\sigma_b^2 = \text{var} [\gamma_b] \quad \text{y} \quad \sigma_f^2 = \text{var} [\gamma_f]$$

en donde γ_b es una variable aleatoria con media nula, que toma en cuenta la variabilidad en la carga de un edificio a otro.

γ_f es una variable aleatoria con media nula, que toma en cuenta la variabilidad de piso a piso.

$\varepsilon(x, y)$ representa la variabilidad local, de un punto a otro del mismo piso.

Peir define a la covarianza de la variabilidad local como:

$$\text{cov} [\varepsilon(x_i, y_j), \varepsilon(x_k, y_l)] = \sigma_{sp}^2 \exp \left[\frac{-r^2}{d} \right]$$

para dos puntos en el mismo nivel, en donde d es una constante y r es la distancia horizontal entre los puntos (x_i, y_j) y (x_k, y_l) .

$$r = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_k - y_l)^2}$$

Para dos niveles diferentes:

$$\text{cov} [\varepsilon(x_i, y_j), \varepsilon(x_k, y_l)] = \rho_m \sigma_{sp}^2 \exp \left[\frac{-r^2}{d} \right]$$

De esta forma la varianza y covarianza para momentos de empotramiento quedarán definidos como:

$$\text{var} [M_i] = \sum_i^{N_x} \sum_j^{N_y} \sum_k^{N_x} \sum_l^{N_y} \left[\sigma_b^2 + \sigma_f^2 + \sigma_{sp}^2 \exp \left[\frac{-r^2}{d} \right] \right] (\Delta x \Delta y)^2 C_{ij} C_{kl}$$

.....(4.28)

$$\text{cov} [M_1, M_2] = \sum_i^{N_x} \sum_j^{N_y} \sum_r^{N_x} \sum_s^{N_y} \left[\sigma_b^2 + \sigma_f^2 + \rho_m \sigma_{sp}^2 \exp \left[\frac{-r^2}{d} \right] \right] (\Delta x \Delta y)^2 C_{ij} C_{rs}$$

.....(4.29)

Como en este trabajo se está considerando carga viva y carga muerta se considera que los parámetros dependen de ambas cargas. Los parámetros se definen en el apéndice B.

Obteniendo valores para los momentos de empotramiento de las vigas del sistema detallado con la ec. 4.27 y sustituyendo estos en la ec. 4.25 obtendremos las esperanzas de los momentos de empotramiento para el modelo simplificado. De igual forma con la ec. 4.28 y la ec. 4.29 podemos resolver la ec. 4.26.

4.3.2. Fuerzas cortantes en vigas debidas a carga vertical

Tomando la ec. 3.5, la esperanza de la fuerza cortante en la viga del entrepiso i del sistema simplificado queda definida como:

$$E [V_i] = \sum_j E [V_{ij}]$$

su varianza y covarianza son:

$$\text{var} [V_i] = \sum_{r=1}^{N_v} \sum_{s=1}^{N_v} \text{cov} [V_{ir}, V_{is}] \tag{4.31}$$

$$\text{cov} [V_i, V_j] = \sum_{r=1}^{N_v} \sum_{t=1}^{N_v} \text{cov} [V_{ir}, V_{jt}] \tag{4.32}$$

Ahora, las fuerzas cortantes en el modelo simplificado pueden calcularse con las expresiones descritas arriba, o bien como sumas de los cortantes que resulten de la simulación de la carga en el sistema detallado (Apéndice b).

Para esto consideremos lo propuesto por Peir. La carga viva en un punto cualquiera de la estructura está dada por la siguiente expresión:

$$W(x,y) = \bar{W} + \gamma_b + \gamma_f + \epsilon(x,y) \quad (4.33)$$

\bar{W} es el valor medio, los demás parámetros están definidos en el punto anterior.

Podemos obtener la varianza y la covarianza de $L(A)$, que es la carga total para una área rectangular, además de su esperanza. De acuerdo con Peir estas son:

$$E[L(A)] = \bar{W} A$$

$$\text{var}[L(A)] = (\sigma_b^2 + \sigma_f^2) A + \sigma_{\sigma_p} \sum \sum \sum \sum \exp[-r/d] \Delta_x \Delta_y$$

$$\text{cov}[L(A)] = (\sigma_b^2 + \sigma_f^2) A + \rho_m \sigma_{\sigma_p} \sum \sum \sum \sum \exp[-r/d] \Delta_x \Delta_y$$

La covarianza entre dos tableros de crujeas distintas estaría dada por la última fórmula de las anteriores, siendo $\rho_m = 1$ si estos se encuentran en el mismo nivel y 0.7 si están en niveles distintos.

4.4. Resistencias de fluencia

4.4.1. Resistencias axiales de fluencia en columnas.

Las cargas axiales a compresión, P_y , de las columnas están correlacionadas entre ellas, pero son independientes de los momentos de fluencia, M_y de columnas y trabes.

Partiendo de la ec. 3.7:

$$P_{y_i} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_c} P_{y_{ij}}$$

En donde P_{y_i} = resistencia axial a compresión de la columna i del sistema simplificado.

$P_{y_{ij}}$ = resistencia axial a compresión de la columna j del nivel i del sistema detallado.

N_c = número de columnas por nivel

De aquí la esperanza y la varianza de P_{y_i} se definen como:

$$E [P_{y_i}] = \frac{1}{2} \sum_j^{Nc} E [P_{y_{ij}}] \quad (4.34)$$

$$\text{var} [P_{y_i}] = \frac{1}{4} \sum_j^{Nc} \sum_k^{Nc} \text{cov} [P_{y_{ij}}, P_{y_{ik}}]$$

esta última puede escribirse como:

$$\text{var} [P_{y_i}] = \frac{1}{4} \sum_j^{Nc} \sum_k^{Nc} \rho_{P_y} \sigma_{P_{y_{ij}}} \sigma_{P_{y_{ik}}} \quad (4.35)$$

Siendo σ las desviaciones estandar de las P_y y ρ es el coeficiente de correlación que se define en el apéndice C. Desde luego vale 1 si $j = k$.

También de la definición dada por la ec. 3.7 se obtiene:

$$\text{cov} [P_{y_i}, P_{y_j}] = \frac{1}{4} \sum_k^{Nc} \sum_l^{Nc} \rho_{P_y} \sigma_{P_{y_{ik}}} \sigma_{P_{y_{jl}}} \quad (4.36)$$

4.4.2. Momentos de fluencia en traveses y columnas.

Se considera que existe correlación entre los momentos de fluencia de los elementos de la siguiente forma:

- Entre una trabe y otra o entre una columna y otra.
- Entre momento positivo y negativo de una misma trabe.
- Entre momentos de traveses (positivos o negativos) y de columnas.

En estos casos el coeficiente de correlación será ρ_{my} , el cual se define en el apéndice D. Por supuesto, cuando se trate del mismo momento en la misma sección crítica, el coeficiente de correlación valdrá 1.

De acuerdo con lo anterior y teniendo en cuenta que

$$M_c y_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{Nc} M_c y_{ij}$$

$$M_t y_k = \sum_{l=1}^{Nl} M_t y_{kl}$$

$$M_{y_r}^- = \sum_{a=1}^{Nt} M_{y_{ra}}^-$$

en donde M_c = momento de fluencia en columna
 M_i^+ = momento de fluencia positivo en traves
 M_i^- = momento de fluencia negativo en traves
 N_c = número de columnas
 N_t = número de traves

se pueden encontrar covarianzas de cualquier pareja de variables que
 interese, recordando que si:

$$A = \sum_{i=1}^{Na} X_i \quad y \quad B = \sum_{j=1}^{Nb} Y_j$$

entonces:

$$\text{var } A = \sum_{i=1}^{Na} \sum_{k=1}^{Na} \text{cov} (X_i, X_k) = \sum_{i=1}^{Na} \sum_{k=1}^{Na} \rho_{my} \sigma_{x_i} \sigma_{x_k}$$

$$\text{cov} (A, B) = \sum_{i=1}^{Na} \sum_{j=1}^{Nb} \text{cov} (X_i, Y_j) = \sum_{i=1}^{Na} \sum_{j=1}^{Nb} \rho_{my} \sigma_{x_i} \sigma_{y_j}$$

de esta forma se obtienen las siguientes expresiones:

$$E [M_{y_i}^c] = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{Nc} E [M_{y_{ij}}^c] \quad (4.37.a)$$

$$E [M_{y_k}^+] = \sum_{l=1}^{Nt} E [M_{y_{kl}}^+] \quad (4.37.b)$$

$$E [M_{y_r}^-] = \sum_{a=1}^{Nt} E [M_{y_{ra}}^-] \quad (4.37.c)$$

$$\text{var} [M_{y_i}^c] = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^{Nc} \sum_{k=1}^{Nc} \rho_{my} \sigma_{M_{y_{ij}}^c} \sigma_{M_{y_{ik}}^c} \quad (4.38.a)$$

$$\text{var} [M_{y_l}^+] = \sum_{m=1}^{Nl} \sum_{n=1}^{Nl} \rho_{my} \sigma_{M_{y_{lm}}^+} \sigma_{M_{y_{ln}}^+} \quad (4.38.b)$$

$$\text{var} [M_{y_q}^-] = \sum_{r=1}^{Nl} \sum_{a=1}^{Nl} \rho_{my} \sigma_{M_{y_{qr}}^-} \sigma_{M_{y_{qa}}^-} \quad (4.38.c)$$

$$\text{cov} [M_{y_i}^c, M_{y_l}^c] = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^{Nc} \sum_{k=1}^{Nc} \rho_{my} \sigma_{M_{y_{ij}}^c} \sigma_{M_{y_{lk}}^c} \quad (4.38.d)$$

$$\text{cov} [M_{y_i}^c, M_{y_l}^+] = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{Nc} \sum_{m=1}^{Nl} \rho_{my} \sigma_{M_{y_{ij}}^c} \sigma_{M_{y_{lm}}^+} \quad (4.38.e)$$

$$\text{cov} [M_{y_i}^c, M_{y_q}^-] = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{Nc} \sum_{r=1}^{Nl} \rho_{my} \sigma_{M_{y_{ij}}^c} \sigma_{M_{y_{qr}}^-} \quad (4.38.f)$$

$$\text{cov} [M_{y_l}^+, M_{y_u}^+] = \sum_{m=1}^{Nl} \sum_{n=1}^{Nl} \rho_{my} \sigma_{M_{y_{lm}}^+} \sigma_{M_{y_{un}}^+} \quad (4.38.g)$$

$$\text{cov} [M_{y_l}^+, M_{y_q}^-] = \sum_{m=1}^{Nl} \sum_{r=1}^{Nl} \rho_{my} \sigma_{M_{y_{lm}}^+} \sigma_{M_{y_{qr}}^-} \quad (4.38.h)$$

$$\text{cov} [M_{y_q}^-, M_{y_v}^-] = \sum_{r=1}^{Nl} \sum_{a=1}^{Nl} \rho_{my} \sigma_{M_{y_{qr}}^-} \sigma_{M_{y_{va}}^-} \quad (4.38.i)$$

con lo cual quedarían definidas todas las relaciones que se describen al inicio de este subcapítulo.

4.4.3. Resistencias a tensión en columnas (T_y)

Si se supone correlación perfecta entre las M_y y las T_y en cada columna, entonces, una vez que se simulan las M_y en las columnas del

sistema simplificado, quedarán definidas las Ty de la siguiente manera:

$$Ty_i = Mcy_i \frac{E (Ty_i)}{E (Mcy_i)} \quad (4.39)$$

4.4.4. Puntos M_b y P_b en el diagrama de las columnas.

Para simular estos valores en el sistema simplificado, se aplican los factores λ y ϕ definidos en el subcapítulo 3.2 inciso e, en el cual se tiene que:

$$r_{\lambda ij} = \frac{1}{2} \frac{E (Mcy_{ij})}{E (Mcy_i)} \quad y \quad r_{\phi ij} = \frac{1}{2} \frac{E (Py_{ij})}{E (Py_i)} \quad (4.40.a , b)$$

Teniendo en cuenta que las λ_{ij} y las ϕ_{kl} son todas mutuamente independientes:

$$\text{var } \lambda_i = \frac{1}{4} \sum_j^{Nc} r_{\lambda ij}^2 \text{ var } \lambda_{ij} \quad ; \quad \text{var } \phi_i = \frac{1}{4} \sum_j^{Nc} r_{\phi ij}^2 \text{ var } \phi_{ij} \quad (4.41.a , b)$$

V. SIMULACION DE PROPIEDADES ESTRUCTURALES

En el capítulo precedente se describe la obtención de los parámetros estadísticos de las variables que se consideran inciertas para el modelo simplificado en estudio. En este capítulo se describen los procedimientos empleados para la simulación de las propiedades estructurales. El método que se utilizó es el denominado Método de Monte Carlo.

El Método de Monte Carlo es muy empleado para la solución de problemas numéricos mediante la simulación de variables aleatorias. Para cada simulación se obtiene una solución del problema y mediante análisis estadístico se determinan las propiedades estadísticas del resultado buscado.

La simulación de Monte Carlo consiste básicamente de los siguientes pasos:

1) Conocidos los parámetros estadísticos de las variables aleatorias y sus funciones de distribución, se generan muestras aleatorias x_i de las mismas.

2) Con los valores generados se determina la solución determinista del problema, es decir:

$$R_i = \Phi(x_1, \dots, x_n)$$

3) Se repiten los pasos 1) y 2) hasta obtener un número suficientemente grande de valores de R , y por último

4) Se analizan estadísticamente los resultados.

A continuación se describen los métodos empleados para la simulación de las propiedades estructurales, de acuerdo con sus funciones de distribución de probabilidades.

Las literales que se emplean son únicamente para la descripción de los métodos. Esta aclaración se considera pertinente para evitar confusiones debido a que se emplean las mismas literales.

5.1. Simulación de variables aleatorias

El primer paso para la simulación de variables aleatorias consiste en la generación de números aleatorios con una función de distribución dada, lo cual es en sí un problema. Sin embargo, existen en la literatura diversos procedimientos para este fin [Refs. 7, 8 y 9]; por lo tanto nos limitaremos a describir brevemente las técnicas empleadas para la obtención de variables aleatorias con una función de densidad de probabilidades dada y mencionaremos en cada una la forma de obtener los números aleatorios.

5.1.1. Generación de variables aleatorias con distribución Normal

Una variable aleatoria con media μ y varianza σ^2 se dice que está normalmente distribuida si su función de densidad de probabilidades (f.d.p.) está dada por:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right] \quad -\infty < x < \infty \quad (5.1)$$

la cual es denotada como $\sim N(\mu, \sigma^2)$.

Dada una variable aleatoria z con distribución Normal estándar $\sim N(0,1)$ podemos obtener una variable aleatoria x con distribución Normal mediante la siguiente relación [refs. 8 y 9]:

$$x = \mu + \sigma z \quad (5.2)$$

Para obtener la variable aleatoria z , consideremos la aproximación propuesta por Box y Muller [ref. 8], la cual consiste en lo siguiente:

Dadas dos variables aleatorias independientes U_1 y U_2 con distribución uniforme $\sim U(0,1)$, entonces las variables:

$$z_1 = (-2 \ln U_1)^{1/2} \cos(2\pi U_2) \quad (5.3.a)$$

$$z_2 = (-2 \ln U_1)^{1/2} \sin(2\pi U_2) \quad (5.3.a)$$

son variables aleatorias independientes con distribución Normal estándar.

De esta forma para generar variables aleatorias con distribución Normal $\sim N(\mu, \sigma^2)$ realizamos el siguiente procedimiento:

- 1) se generan 2 variables aleatorias con distribución uniforme $\sim U(0,1)$
- 2) se calculan simultáneamente z_1 y z_2 mediante las ecuaciones 5.3
- 3) empleando la ec. 5.2 se calcula el valor de la variable de interés con distribución normal $\sim N(\mu, \sigma^2)$.

5.1.2. Generación de variables aleatorias con distribución Lognormal

Una de las propiedades de la distribución Lognormal es que si y es una variable aleatoria con distribución Normal $\sim N(\mu, \sigma^2)$ entonces $x = \exp[y]$ tiene una distribución logarítmico-Normal $\sim LN(\mu_1, \sigma_1^2)$ por

lo tanto el procedimiento para simular una variable con distribución lognormal es:

- 1) Generar y como variable aleatoria con distribución Normal $\sim N(\mu, \sigma^2)$ mediante el algoritmo descrito en 5.1.2.
- 2) Hacer $x = \exp [y]$

este último paso nos dará una variable aleatoria x con distribución Lognormal.

Debemos notar lo siguiente: cuando intentamos simular una variable aleatoria con distribución Lognormal contamos con μ_1 y con σ_1 , por lo tanto para simular la variable y necesitamos hacer una transformación de variables para obtener la media μ y la desviación σ correspondientes a la distribución Normal. La transformación es la siguiente:

si x es una variable aleatoria con distribución Lognormal $\sim LN(\mu_1, \sigma_1^2)$ donde $\mu_1 = E [x]$ y $\sigma_1^2 = \text{var} [x]$, podemos obtener la media y la varianza (μ, σ^2) de la variable aleatoria y y cuya distribución es Normal mediante las relaciones siguientes:

$$\mu = \ln \left[\frac{\mu_1^2}{(\sigma_1^2 + \mu_1^2)^{1/2}} \right] \quad (5.4.a)$$

$$\sigma^2 = \ln \left[\frac{\sigma_1^2 + \mu_1^2}{\mu_1^2} \right] \quad (5.4.b)$$

Con lo cual podemos generar variables aleatorias independientes con distribución Lognormal.

5.1.3. Generación de variables aleatorias con distribución Gamma

Una variable aleatoria x tiene una función de distribución Gamma si su función de densidad de probabilidades está dada por:

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{x^{\alpha-1} e^{-(x/\beta)}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)}, & 0 \leq x < \infty, \alpha > 0, \beta > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

la cual es función de los parámetros α y β y se denomina como $G(\alpha, \beta)$ y $\Gamma(\alpha)$ está definida como:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt, \quad \alpha > 0$$

la cual, para $\alpha =$ entero vale $\Gamma(\alpha) = (\alpha-1)!$

La esperanza y la varianza están definidas como:

$$E[\alpha] = \alpha \beta \quad ; \quad \text{var}[\beta] = \alpha \beta^2$$

de donde podemos obtener los parámetros α y β , por sustitución simple:

$$\alpha = E^2[x] / \text{var}[x] \quad \text{y} \quad \beta = \text{var}[x] / E[x]$$

El algoritmo empleado para generar variables aleatorias independientes con distribución Gamma se obtuvo de la ref. 9 y es el siguiente:

- 1) si $\alpha < 1$ realizar los pasos 2)-6), en caso contrario ir a 7)
- 2) hacer $b = (e + \alpha)/e$ (e es el exponencial)
- 3) generar U_1 con distribución uniforme $\sim U(0,1)$
- 4) hacer $p = b * U_1$, si $p > 1$ ir a 6), en caso contrario hacer 5)
- 5) hacer $y = p^{1/\alpha}$, y generar $U_2 \sim U(0,1)$. Si $U_2 \leq e^{-y}$ hacer $x = y$ y terminar, en caso contrario regresar a 3).
- 6) hacer $y = -\ln[(b-p)/\alpha]$ y generar $U_2 \sim U(0,1)$. Si $U_2 \leq y^{\alpha-1}$ entonces $x = y$ y terminar, en caso contrario ir a 3).
- 7) hacer $a = (2\alpha - 1)^{1/2}$, $b = \alpha - \ln[4]$, $q = \alpha + (1/a)$, $\theta = 4.5$ y $d = 1 + \ln[\theta]$
- 8) generar U_1 y U_2 como variables aleatorias independientes con distribución $\sim U(0,1)$
- 9) hacer $v = a \ln[U_1/(1 - U_2)]$, $y = \alpha e^v$, $z = U_1^2 U_2$ y $w = b + qv - y$
- 10) si $w + d - \theta z \geq 0$, entonces hacer $x = y$, y terminar, en caso contrario continuar con 11)
- 11) si $w \geq \ln z$, hacer $x = y$, y terminar; en caso contrario regresar a 8)

Con el el algoritmo anterior obtenemos x como una simulación de una variable aleatoria cuya función de distribución es $G(\alpha, \beta)$

5.2. Simulación de variables aleatorias correlacionadas

5.2.1. Simulación Normal Multivariada

Sea un vector aleatorio $X = (x_1, \dots, x_n)$ con distribución Multinormal, cuya función de densidad de probabilidades está dada por:

$$f_X(x) = \frac{\exp \left[-\frac{1}{2} \{x - \mu\}^t \Sigma^{-1} \{x - \mu\} \right]}{\sqrt{2\pi} \quad |\Sigma|^{1/2}}$$

denotada como $\sim Mn(\mu, \Sigma)$, en donde μ es el vector de medias, Σ es la matriz de covarianzas ($n \times n$), la cual es simétrica y positiva definida, de tal forma que existe una matriz C triangular inferior única que cumple la siguiente relación:

$$\Sigma = C C^T$$

donde C es conocida como la descomposición de Cholesky. En forma análoga a la simulación Normal univariada, el vector X de variables aleatorias puede representarse como:

$$X = C Z + \mu$$

en donde Z es un vector de variables normales con media cero y matriz de covarianzas igual a la matriz identidad, esto es todos los componentes z_i están distribuidos de acuerdo a la distribución normal estándar $\sim N(0,1)$.

El algoritmo es el siguiente [refs. 8 y 9]:

- 1) obtener la matriz triangular inferior C de Σ por medio de la descomposición de Cholesky
- 2) generar z_1, \dots, z_n variables aleatorias con distribución $\sim N(0,1)$
- 3) para $i=1, \dots, n$ hacer

$$x_i = \mu_i + \sum_{j=1}^i c_{ij} z_j$$

donde las x_i ($i=1, n$) será el vector simulado de variables aleatorias con distribución Normal Multivariada.

5.3.2. Simulación de variables aleatorias con distribución Lognormal Multivariada

Para simular un vector aleatorio con distribución Lognormal Multivariada se sigue un procedimiento análogo al de la distribución

Lognormal Univariada.

Sea un vector $Y = (y_1, \dots, y_n)$ con distribución Lognormal Multivariada denotada como $\sim \text{Ln}(\mu_y, \Sigma_y)$, donde μ_y es su vector de medias y Σ_y es su matriz de covarianzas. Sea un vector X tal que $x_i = \ln y_i$; por lo tanto X tiene una distribución Multinormal cuyo vector de medias μ y matriz de covarianzas Σ están dados por las siguientes relaciones [Ref. 17]:

$$\mu_i = \ln \mu_{y_i} + 1/2 \sigma_{ii}^2 \quad (5.7.a)$$

$$\sigma_{ij}^2 = \ln [1 + \sigma_{y_{ij}}^2 / (\mu_{y_i} \mu_{y_j})] \quad (5.7.b)$$

en donde las μ_{y_i} son las medias de variable con distribución lognormal multivariada y las $\sigma_{y_{ij}}^2$ son las covarianzas de la misma variable.

De esta forma se pueden generar X como se describió en 5.2.1 y obtener el vector Y simplemente como:

$$y_i = e^{x_i}, \dots, y_n = e^{x_n}$$

5.2.3. Simulación de variables aleatorias multivariadas con distribución Gamma

Simular un vector X correlacionado cuyas funciones de distribución marginales sean Gamma representa una dificultad que sobrepasa los objetivos de este trabajo, por lo tanto se adopta el procedimiento siguiente considerando que para la variable aleatoria a simular se tiene su vector de medias, su vector de varianzas y un solo coeficiente de correlación entre todas las variables, es decir que la correlación entre dos elementos cualesquiera es la misma.

Se supone que cada una de las variables x_i se pueden obtener como el producto:

$$x_i = \gamma_i x \quad (5.8)$$

en donde γ_i y x son variables independientes.

Se hace $\bar{\gamma}_i = 1$ y $\bar{x} = \bar{x}_i$ con lo cual se tiene:

$$\begin{aligned} \text{cov} [x_i, x_j] &= E [x_i x_j] - E [x_i] E [x_j] \\ &= E [\gamma_i \gamma_j] E [x^2] - E [\gamma_i] E [\gamma_j] E [x_i] E [x_j] \\ &= E [\gamma_i \gamma_j] E [x^2] - E^2 [x] \end{aligned}$$

pero $E[x^2] = \text{var } x + E^2[x]$, por lo que:

$$\begin{aligned} \text{cov}[x_i, x_j] &= E[\gamma_i \gamma_j] (\text{var } x + E^2[x]) - E^2[x] \\ &= E[\gamma_i \gamma_j] (V_x^2 + E^2[x]) - E^2[x] \\ &= E[\gamma_i \gamma_j] E^2[x] (V_x^2 + 1) - E^2[x] \end{aligned}$$

que será igual a $\text{var } x$, si $i \neq j$, es decir:

$$\begin{aligned} \rho_{ij} \sigma_{xi} \sigma_{xj} &= V_x^2 E^2[x] \\ \rho_{ij} V_{xi}^2 E^2[x] &= V_x^2 E^2[x] \\ \rho_{ij} V_{xi}^2 &= V_x^2 \end{aligned} \quad (5.9)$$

El coeficiente de variación de x_i , de acuerdo a la relación propuesta en la ec. 5.8 resulta:

$$V_{xi}^2 = V_{\gamma_i}^2 + V_x^2 + V_{\gamma_i}^2 V_x^2$$

de donde:

$$V_{\gamma_i}^2 = \frac{V_{xi}^2 - V_x^2}{1 + V_x^2} \quad (5.10)$$

De esta forma, con las ecs. 5.9 y 5.10 podemos obtener los coeficientes de variación de las variables γ_i y x , posteriormente simular estas últimas y finalmente realizamos el producto dado en la ec. 5.8 y obtenemos la variable que necesitamos simulada con una función de distribución Gamma.

VI. CASOS EN ESTUDIO

6.1. Sistema detallado

6.1.1. Descripción general

En este trabajo, el sistema detallado que se utilizó para comparar las respuestas del sistema simplificado y para obtener las propiedades de este último, representa a un marco que forma parte de un edificio de 14 niveles que tiene una planta cuadrada de 14m por lado. El edificio está formado por tres marcos de dos crujiás cada uno en dos direcciones ortogonales (fig. 6.1.a). Cada crujía tiene vigas secundarias al centro del claro apoyadas en las trabes principales. Se supone la altura del primer entrepiso mayor que las alturas de los entrepisos superiores. Se considera que la estructura no está completamente empotrada en el suelo, sino que tiene una contratrase de cimentación con la que se intenta representar la flexibilidad de la cimentación (fig. 6.1.b)

Para el análisis y el diseño se supone que cada nivel la estructura soporta una carga total (muerta + viva) de 900 Kg/m^2 . El diseño se simplificó suponiendo que todas las vigas tienen la misma sección transversal, además se supuso que todas las columnas de un mismo nivel tienen la misma sección transversal y que esta cambia cada dos entrepisos.

En el análisis de este modelo se tomó en cuenta la carga por área tributaria correspondiente (fig. 6.2), así como las cargas que transmiten las vigas secundarias a las trabes principales.

Al realizar el análisis sísmico estático se consideraron dos casos, de acuerdo a la relación C/Q (en donde C es el coeficiente sísmico y Q el factor de comportamiento sísmico); uno con $C/Q = 0.125$, al que llamaremos caso 1; y otro con $C/Q = 0.2$, que será el caso 2. Se realizó también un análisis modal espectral utilizando el criterio de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados, para la superposición de respuestas modales.

En las tablas 6.1 y 6.2 se muestran las dimensiones nominales de los elementos y las áreas de acero nominales obtenidas a partir del diseño realizado, basándose en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño de Estructuras de Concreto del Reglamento para Construcciones del Distrito Federal (1987).

Para el análisis dinámico no lineal, se emplearon dos familias de acelerogramas, una correspondiente a sismos reales registrados en la zona de terreno blando del Distrito Federal (figs 6.3 a 6.7) y otra que corresponde a sismos simulados (figs 6.8 a 6.12) con características semejantes al sismo registrado en SCT (E-W) ocurrido el 19 de septiembre de 1985 [ref. 10].

Como medida de intensidad de los sismos se adoptó la máxima

aceleración del terreno y los sismos se recortaron para utilizar únicamente la parte más intensa. El criterio para recortarlos fue el de eliminar la parte correspondiente al 5% de la energía al comienzo y el 2% al final. La tabla 6.3 muestra los intervalos entre los cuales fueron recortados los sismos.

Las intensidades sísmicas utilizadas variaron de 0.04g a 0.32g (g es la aceleración de la gravedad). Se emplearon intervalos equidistantes, de los cuales de 0.04 a 0.20 se utilizaron los sismos reales y de 0.24 a 0.32 se tomaron los acelerogramas simulados. Debido a que los sismos tienen diferentes aceleraciones máximas, para obtener la intensidad deseada en el análisis se emplearon factores de escala.

6.1.2. Parámetros estadísticos de las propiedades del sistema detallado.

Para el sistema detallado se consideraron como variables aleatorias la resistencia a compresión del concreto, f'_c , el esfuerzo de fluencia del acero, F_y , las dimensiones transversales de los elementos, así como el recubrimiento de dichas secciones. También se consideran como variables inciertas la ductilidad de entrepiso y las sollicitaciones.

a) Concreto

La variación de la resistencia del concreto se debe, entre otros factores, a la variación de las propiedades de los materiales que lo componen, a las proporciones, a la variación del mezclado, transportación, colocado y curado. Existen diversos estudios que proporcionan valores a los parámetros estadísticos necesarios para simulación, realizados en distintos países.

La obtención de esos parámetros se basó en estudios estadísticos realizados en México [ref. 12] de donde se adoptaron los valores siguientes: la media de $f'_c = 242.70$ y la desviación estandar 40.84 (ambos en kg/cm^2). En dichos estudios se recomienda utilizar la distribución normal para representar la variación de las resistencias del concreto.

b) Acero

La variación en la resistencia nominal del acero de refuerzo obedece a distintas causas (composición química, proceso de fabricación, condiciones de enfriamiento, variación del área transversal, etc.) y existen diversos estudios sobre la misma. En este trabajo la obtención de los parámetros estadísticos se basó en estudios hechos en el Distrito Federal.

En el estudio realizado por Villanueva y Meli [ref 12] se concluye que la variación de la resistencia de las barras de grado 42 puede representarse como una función normal de distribución de probabilidades. La media del esfuerzo de fluencia resulta de 4680 kg/cm^2 y la desviación estándar de 450 kg/cm^2 . Para el esfuerzo máximo la media y la desviación resulta de 7600 y 750 (kg/cm^2), respectivamente.

C) Dimensiones en los elementos

Los procesos constructivos proporcionan variaciones en las dimensiones de los elementos estructurales y en la forma, respecto a lo proyectado, dependiendo estas variaciones principalmente de la calidad de la mano de obra y del equipo empleado.

Para las vigas, Mirza y MacGregor [ref. 13] recomiendan que se emplee una distribución normal con una desviación media respecto de la nominal de +0.254 cm y una desviación estándar de 0.366 cm para la base, b, y una desviación de -0.279 cm con una desviación estándar de 0.544 cm para el peralte, h. Para el recubrimiento, r, se supone una desviación de +0.16 respecto del valor nominal con una desviación estándar de 1.11 cm.

En lo que respecta a las columnas se recomienda una función de distribución normal, una desviación media respecto de la nominal de +0.159 cm para la base y la altura (c y d respectivamente), y una desviación estándar de 0.635 cm. Para el recubrimiento se toma la siguiente relación [ref. 14]:

$$r_m = r_n + 0.635 + 0.004 h$$

en donde: r_m es el valor medio del recubrimiento

r_n es el valor nominal del recubrimiento

h es la dimensión transversal de la columna

con una desviación estándar de 0.420 cm para cualquier sección.

d) Ductilidad

La ductilidad de entrepiso se considera variable en este trabajo, la capacidad esperada de ductilidad de entrepiso, $\bar{\mu}$, depende del valor nominal, μ , y de $V\mu$. Debido a que los valores de la ductilidad pueden ser mayores o iguales a uno se adoptó una función de distribución de probabilidades lognormal de una nueva variable, $Q = \mu - 1$ (función trasladada de la ductilidad, el dominio de la demanda de ductilidad debe estar entre 0 e ∞). Para la simulación de los valores de la ductilidad se adoptó un valor medio de μ igual a 6 con un coeficiente de variación, $V\mu$, igual a 0.2.

En la tabla 6.4 se muestran los parámetros de las funciones de distribución empleados para las variables del sistema detallado, incluyendo los coeficientes de correlación para cada variable.

6.2. Sistema simplificado

Para el sistema simplificado se consideró, como ya se dijo, un marco con el mismo número de niveles y con las mismas alturas, pero con una sola crujía (fig. 6.13), se tomó un caso por cada uno de los del sistema detallado, y los parámetros estadísticos de sus propiedades se especificaron en el capítulo IV. Únicamente falta especificar la

función de distribución que se supuso para cada una de ellas.

Como la masa en el sistema simplificado depende de la carga del sistema detallado y esta última se supuso con una distribución Gamma, a la masa del sistema simplificado se le considera una distribución de probabilidades del mismo tipo.

Los parámetros a los que se les supuso una función de distribución lognormal y se consideraron correlacionados, se describe a continuación.

Las rigideces de las vigas y columnas se suponen correlacionadas entre sí y se simularon como variables aleatorias con distribución lognormal multivariada, de acuerdo con lo que se describió en el capítulo anterior. Lo mismo se supone a las resistencias de fluencia en lo que respecta a los momentos de fluencia, no así para las resistencias axiales de fluencia que se suponen correlacionadas entre sí pero independientes de los momentos. Los coeficientes de correlación para las resistencias de fluencia se obtienen como se muestra en los apéndices C y D.

Los factores λ y ϕ , que definen el punto correspondiente a la falla balanceada en el diagrama de interacción de las columnas, se supusieron no correlacionados y se simularon como variables con distribución normal.

Los momentos de empotramiento y a las fuerzas cortantes en las vigas se obtuvieron a partir de la simulación de las cargas del sistema detallado, las cuales se consideraron correlacionadas entre sí y se les supuso una función de distribución gama, pero se consideró que la correlación entre la carga de dos vigas cualesquiera era la misma, por lo que se siguió el procedimiento descrito en el capítulo anterior para simulación de variables aleatorias correlacionadas con distribución gamma.

VII. RESPUESTAS Y CONFIABILIDADES

7.1. Análisis de resultados

En el presente trabajo se realizaron 80 simulaciones para cada uno de los sistemas en estudio, de las cuales 40 corresponden al caso 1 ($C/Q = 0.125$) y 40 al caso 2 ($C/Q = 0.2$). Las propiedades que se consideraron como inciertas para el sistema detallado son: f'_c , F_y , b , h , c , d y r , así como las sollicitaciones (carga y sismo); mientras que para el sistema detallado fueron la masa, la rigidez de trabes y columnas, los momentos de empotramiento y cortantes en vigas debidos a carga vertical y las resistencias de fluencia. Con lo anterior se obtuvieron 40 sistemas detallados y 40 simplificados para cada uno de los casos en estudio.

Se simularon propiedades para cada sistema de acuerdo con la función de probabilidades adoptada, con las que, para el sistema detallado, se calcularon las propiedades de rigidez y resistencia de fluencia, así como las cargas, mientras que para el sistema simplificado se simularon directamente estas propiedades.

Estos grupos de sistemas se excitaron con dos grupos de sismos, elegidos de manera aleatoria, de los cuales 5 corresponde a sismos reales registrados en la zona de terreno compresible del Distrito Federal, y 5 a sismos simulados con características similares a las del sismo de SCT-EW, registrado el 19 de septiembre de 1985.

Se utilizaron 8 valores de la intensidad sísmica que van de 0.04g a 0.32g, escalando los acelerogramas para obtener dichas intensidades. Las intensidades corresponden a las aceleraciones máximas de los sismos.

Se simularon las ductilidades disponibles para cada entrepiso de cada uno de los casos en estudio.

Para cada estructura con propiedades simuladas se obtuvo la respuesta estructural, mediante análisis paso a paso, utilizando el programa para análisis inelástico de estructuras DRAIN-2D [ref. 18].

La ductilidad desarrollada se obtiene como el cociente de la rigidez inicial, calculada al aplicar al marco un sistema de cargas laterales, entre la rigidez mínima instantánea.

En las tablas 7.1 y 7.2 se presentan los resultados que corresponden a las ductilidades máximas de entrepiso correspondientes a las 40 simulaciones para cada caso de los sistemas simplificados. En las tablas nivel 1 corresponde al entrepiso en el en que se obtuvo la relación máxima de ductilidad requerida entre ductilidad disponible; nivel 2 corresponde al entrepiso en el cual se obtuvo la demanda máxima de ductilidad. En las tablas citadas se aprecia que la ductilidad máxima desarrollada en el caso 1, se presenta en los entrepisos superiores, mientras que para el caso 2, esta varía en relación con la intensidad, para intensidades bajas son los entrepisos superiores los

que desarrollan mayor ductilidad y para intensidades altas son los entrepisos inferiores (en este caso particular es el segundo entrepiso).

En las tablas 7.3 y 7.4 se presentan los resultados anteriores adicionando los resultados obtenidos para el sistema detallado. En esas tablas, las columnas 7 y 8 corresponden a la demanda de ductilidad (o ductilidad requerida) para el sistema simplificado y detallado, respectivamente; mientras que las columnas 6 y 9 corresponden a la relación entre ductilidades requeridas y disponibles para los mismos sistemas.

Los resultados anteriores se aprecian con mayor claridad en las figuras 7.1 a 7.2. Las cuales representan la ductilidad requerida vs intensidad, para ambos sistemas.

En la figura 7.1, que corresponde al caso 1, se aprecia que las respuestas para ambos sistemas el comportamiento es en general similar, aunque existen discrepancias mayores en los resultados de la intensidad igual a 0.2g. Para el caso 2, tabla 7.2, sucede algo similar a lo ocurrido en el caso 1, pero en este caso las respuestas del sistema simplificado tienden a ser menores que las del sistema detallado.

En cuanto a las relaciones de ductilidad requerida entre ductilidad disponible, los resultados se muestran en las tablas 7.3 y 7.4, correspondientes al caso 1 y caso 2, respectivamente. En ellas se aprecia que los resultados respecto a los anteriores debido a que las ductilidades disponibles también se simulan y no siempre es el mismo entrepiso el que desarrolla mayor ductilidad que en el que se obtiene la mayor relación de ductilidades.

Las figuras 7.3 y 7.4 muestran las relaciones de ductilidad de entrepiso (requerida entre disponible) para el sistema simplificado, mientras que las figuras 7.5 a 7.6 las muestran para el sistema detallado. La superposición de los resultados se muestra en las figuras 7.7 y 7.8.

7.2. ANALISIS DE CONFIABILIDAD. REGLAS DE TRANSFORMACION.

El objetivo del presente trabajo es la obtención de reglas de transformación para calcular confiabilidades de sistemas complejos, representados por marcos estructurales, a partir de estudios realizados con sistemas más simples, representados en este estudio por marcos estructurales de una sola cruzía. Las propiedades geométricas y mecánicas de estos últimos, incluyendo la descripción de las incertidumbres que se les asocian se obtuvieron mediante reglas pre-establecidas a partir de las correspondientes propiedades del sistema que representa lo más fielmente posible al sistema real (sistema de marco estructural completo). En el caso de las respuestas interesa obtener reglas para estimar las predicciones del modelo detallado partiendo de los resultados obtenidos con el sistema simple. Estas predicciones además de considerar las propiedades mecánicas de los modelos inciertas, incluyen la incertidumbre en el movimiento del

terreno al cual se le considera como un proceso estocástico. La variable básica que nos interesa describir (X), es la relación de la ductilidad máxima que desarrolla el sistema sobre la ductilidad disponible.

De esta manera sean X_D y X_S los índices de comportamiento o relaciones de ductilidades asociadas respectivamente a los modelos detallado y simplificado. Estas variables podrán conocerse únicamente a nivel de distribución de probabilidades en vista de la incertidumbre en su comportamiento mecánico y en la excitación. Si las formas de X_D y de X_S se suponen iguales, el problema a resolver será obtener las reglas de transformación de los parámetros de la función de densidad de probabilidades (f.d.p) de X_S a los que corresponden a X_D . Esta reglas dependerán en forma general tanto de la intensidad del movimiento como de la resistencia del sistema. De acuerdo con los tamaños de las muestras de valores X_S y X_D con los que se trabaje, tanto los parámetros de sus distribuciones de probabilidad como los asociados con las reglas de transformación que los relacionan habrán de estimarse empleando los métodos de la estadística clásica o de la bayesiana, según sea el caso.

Como aquí no es posible generar suficiente información para efectuar un análisis estadístico convencional, se hace uso de los métodos de la estadística bayesiana. El planteamiento propuesto es el siguiente.

Sean m_{XD} , m_{XS} , σ_{XD} y σ_{XS} parámetros probabilísticos que definen a las funciones de densidad de probabilidades de X_D y X_S las cuales son conocidas y además no se considera incertidumbre en su forma. Es posible expresar la relación entre esos parámetros mediante unas funciones de transformación tales que:

$$m_{XD} = T_m m_{XS} \quad (7.1.a)$$

$$\sigma_{XD} = T_\sigma \sigma_{XS} \quad (7.1.b)$$

en donde los parámetros de las f.d.p. de X_D y X_S pueden ser función de la intensidad, y , y del coeficiente de diseño, \mathcal{R} . Si se expresa T como función de estos últimos en términos de un conjunto de parámetros θ_T que las relacionan, el problema a resolver es el de estimar estos parámetros.

Si tanto X_D como X_S son muestras pequeñas, entonces m_{XD} , m_{XS} , σ_{XD} y σ_{XS} serán inciertos. En tal caso la estimación bayesiana de la distribución de los parámetros θ_T constará de dos pasos:

a) Tomando en cuenta la muestra de valores de X_S , se estima la f.d.p posterior de m_{XS} para cada intensidad para la que se tengan datos. Si

m_{x_s} se expresa en función de un vector de parámetros desconocidos θ_s , entonces este primer paso consistirá en obtener la f.d.p posterior de θ_s . A esta función se le designará por f'_{θ_s} .

b) Se obtiene la f.d.p posterior de θ_T que resulta de aplicar el teorema de Bayes para el caso en que se suponen conocidas m_{x_s} y σ_{x_s} , con lo que se calcula la distribución de probabilidades posterior de los parámetros θ_T dados θ_s y luego se pesan los resultados con respecto a la f.d.p de θ_s .

7.2.1. Distribución de probabilidades de θ_s

La variable empleada para describir la respuesta de los sistemas simplificados es X_s , que se define como la máxima relación de la ductilidad desarrollada en un entrepiso entre la ductilidad disponible para ese entrepiso, en toda la estructura. La forma de la distribución de probabilidades se definió arbitrariamente y se tomó independiente de la intensidad y y de la resistencia R de la estructura. Estas variables influirán únicamente en el valor de los parámetros probabilísticos m_{x_s} y σ_{x_s} que la definen.

En las figuras 7.3 y 7.4 se muestran los resultados de la muestra, obtenidos para cada intensidad y y para los coeficientes de diseño estudiados.

Como se dijo, tanto la variable X_s como los parámetros probabilistas que definen su distribución de probabilidades dependerán de y y de R , por lo que es apropiado expresar estos parámetros en función de ellos. Para encontrar la función que los relaciona se hace uso de los resultados de la muestra. Las expresiones propuestas para la media y para el coeficiente de variación son:

$$m_{x_s} = a R^{-b} y^c \quad (7.2.a)$$

$$V_{x_s} = d \quad (7.2.b)$$

En las expresiones anteriores los parámetros probabilistas m_{x_s} y V_{x_s} están relacionados con las variables estudiadas y y R mediante unos coeficientes cuyos valores la definen. Por lo tanto, el análisis bayesiano que se haga en este primer paso estará enfocado a encontrar la distribución de probabilidades de estos coeficientes.

Así, sea la distribución de probabilidades fundamental de X_s cuyos valores de media y coeficiente de variación son función de los parámetros θ_s (a, b, c y d) igual a una del tipo lognormal:

$$f_{X_a}(\theta_a) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} X_S \sigma_{\ln X_a}(\theta_a)} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln X_S - m_{\ln X_a}(\theta_a)}{\sigma_{\ln X_a}(\theta_a)} \right)^2 \right] \quad (7.3)$$

donde:

$$m_{\ln X_a}(\theta_a) = \ln m_{X_a}(\theta_a) - \frac{1}{2} \sigma_{\ln X_a}^2(\theta_a) \quad (7.4)$$

$$\sigma_{\ln X_a}^2(\theta_a) = \ln(1 + V_{X_a}^2(\theta_a)) \quad (7.5)$$

La distribución de probabilidades conjunta *a posteriori* de los parámetros θ_S estará dada por :

$$f'_{\theta_S}(\theta_S | \text{muestra}) = \mathcal{L}(\theta_S | \text{muestra}) f'_{\theta_S}(\theta_S) \quad (7.6)$$

Para un experimento donde las observaciones que forman la muestra constituyen un conjunto de variables aleatorias independientes ($X_{a1}, X_{a2}, \dots, X_{an}$) la función de verosimilitud es:

$$L(\theta_S | X_{a1}, \dots, X_{an}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \prod_{i=1}^n (X_{ai} \sigma_{\ln X_a}(\theta_a))} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\ln X_{ai} - m_{\ln X_a}(\theta_a)}{\sigma_{\ln X_a}(\theta_a)} \right)^2 \right] \quad (7.7)$$

Una vez obtenida la función de verosimilitud y conocida la f.d.p *a priori* de θ_S , f'_{θ_S} , es posible calcular $f'_{\theta_S}(\theta_a)$. No se tiene ningún conocimiento sobre la posible distribución de probabilidades conjunta *a priori* de θ_S , por lo que se supuso que los parámetros θ_S tenían la misma probabilidad de ocurrencia para todos los valores reales y

además eran independientes entre si, por lo que

$$f'_{\theta_a}(\theta_a) = \text{constante} \quad (7.8)$$

Lo anterior implica que $F''_{\theta_a}(\theta_a)$ tenga una forma idéntica a la función de verosimilitud de la muestra:

$$F''_{\theta_a}(\theta_a) = \mathcal{E} L(\theta_s | \text{muestra}) \quad (7.9)$$

donde \mathcal{E} es igual a $\int L(\theta_s | \text{muestra}) d\theta_s$. Así, la f.d.p. a posteriori de θ_s queda igual a:

$$f''(\theta_s) = \mathcal{E} \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \prod_{i=1}^n (\sigma_{\ln x_d}(\theta_a))} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\ln X_{a_i} - m_{\ln x_d}(\theta_a)}{\sigma_{\ln x_d}(\theta_a)} \right)^2 \right] \quad (7.10)$$

7.2.2. Distribución de probabilidades de θ_r

De la misma forma que en el caso de los sistemas simplificados, la variable que nos describe la respuesta en los sistemas detallados es X_p . Como se mencionó anteriormente se busca establecer una relación entre las respuestas que se obtienen con el sistema simplificado respecto a las que corresponderían de un sistema detallado. Estas respuestas solo se conocen a nivel de distribución de probabilidades debido a las incertidumbres ya mencionadas. Si las formas de las distribuciones de probabilidad de ambos sistemas se conocen, es necesario por lo tanto establecer las funciones que relacionan a los parámetros que las definen (media y desviación estandar). Las expresiones de estos parámetros, así como sus distribuciones de probabilidades para los sistemas simplificados se plantearon en el punto anterior. Falta entonces establecer las reglas de transformación que las relacionan con los del sistema detallado, de acuerdo con las ecs. 7.2.a y b.

En las figs. 7.5 y 7.6 se muestran los resultados del análisis de los sistemas detallados para las diferentes intensidades y coeficientes de diseño en estudio. Basados en estos resultados y en los de las figuras 7.3 y 7.4, se proponen las siguientes reglas de transformación para la media y el coeficiente de variación, considerandose estas independientes de la intensidad y el coeficiente de diseño:

$$T_m = e \quad (7.11)$$

$$T_\sigma = h \quad (7.12)$$

A los coeficientes e y h los llamaremos θ_T . Los parámetros θ_T definen los valores de T_m y T_σ y por lo tanto la media (m_{XD}) y el coeficiente de variación (V_{XD}) de X_D . Por su naturaleza los parámetros θ_T son inciertos y nuestro siguiente paso consiste en encontrar su distribución de probabilidades.

De acuerdo al inciso b) de los pasos dados al principio de este subcapítulo, la obtención de la distribución de θ_T se realiza en dos etapas.

Primera etapa. Obtención de la f.d.p. posterior de θ_T , suponiendo conocidos los valores de m_{Xa} y V_{Xa} .

Sea la f.d.p. de X_D una del tipo lognormal con valores de media y desviación estandar iguales a:

$$m_{XD}(\theta_T) = T_m m_{XS} = e m_{XS} \quad (7.13)$$

$$V_{XD}(\theta_T) = T_\sigma V_{XS} = h m_{XS} \quad (7.14)$$

La expresión de la f.d.p de X_D estará dada por:

$$f_{XD}(XD) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} X_D \sigma_{\ln XD}(\theta_T)} \exp \left[-\frac{1}{2} \left[\frac{\ln X_D - m_{\ln XD}(\theta_T)}{\sigma_{\ln XD}(\theta_T)} \right]^2 \right] \quad (7.15)$$

donde

$$m_{\ln XD}(\theta_T) = \ln m_{XD}(\theta_T) - \frac{1}{2} \sigma_{\ln XD}^2(\theta_T) \quad (7.16)$$

$$\sigma_{\ln XD}^2(\theta_T) = \ln \left(1 + V_{XD}^2(\theta_T) \right) \quad (7.17)$$

La f.d.p a posteriori de los parámetros θ_T dado que se conoce θ_S está dada por:

$$f'_{\theta_T}(\theta_T | \text{muestra}, \theta_S) = \mathcal{N} L(\text{muestra} | \theta_S, \theta_T) f'_{\theta_T}(\theta_T) \quad (7.18)$$

Para un experimento en el que las observaciones constituyen un conjunto de variables aleatorias independientes ($X_{D1}, X_{D2}, \dots, X_{Dr}$) la función de verosimilitud es:

$$L(\text{muestra} | \theta_S, \theta_T) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}r} \prod_{i=1}^r (X_{Di} \sigma_{\ln X_{Di}}(\theta_T, \theta_S))} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \left(\frac{\ln X_{Di} - m_{\ln X_{Di}}(\theta_T, \theta_S)}{\sigma_{\ln X_{Di}}(\theta_T, \theta_S)} \right)^2 \right] \quad (7.19)$$

Al igual que para el caso de X_S se tiene un desconocimiento total sobre la f.d.p a priori de los parámetros θ_T . Suponiendo nuevamente que estos parámetros tienen la misma probabilidad de ocurrencia para todos los valores reales y además que existe independencia entre ellos:

$$f'_{\theta_T}(\theta_T) = \text{constante} \quad (7.20)$$

y por lo tanto la f.d.p. a posteriori de θ_T es:

$$f'_{\theta_T}(\theta_T | \text{muestra}, \theta_S) = \mathcal{N} \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}r} \prod_{i=1}^r (X_{Di} \sigma_{\ln X_{Di}}(\theta_T, \theta_S))} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \left(\frac{\ln X_{Di} - m_{\ln X_{Di}}(\theta_T, \theta_S)}{\sigma_{\ln X_{Di}}(\theta_T, \theta_S)} \right)^2 \right] \quad (7.21)$$

en donde \mathcal{N} es un factor de normalización igual a :

$$\int L(\theta_T | \text{muestra}, \theta_S)$$

Segunda etapa. Obtención de la f.d.p. de θ_T

Obtenida $f''(\theta_T | \text{muestra}, \theta_S)$, sus valores se pesan respecto a la f.d.p. de θ_S

$$f'_{\theta_T}(\theta_T) = \int f'_{\theta_T}(\theta_T | \text{muestra}, \theta_S) f'_{\theta_S}(\theta_S) d\theta_S \quad (7.22)$$

Una vez conocida $f'_{\theta_T}(\theta_T)$ es posible conocer algunas descripciones probabilísticas de los parámetros θ_T tales como sus distribuciones marginales y sus correspondientes momentos.

7.2.3. Probabilidad de falla

Establecidas las reglas de transformación, así como la distribución de probabilidades de los parámetros que la definen es posible comparar las confiabilidades que obtenemos con ellas.

Para hacer la comparación y estimar la bondad de los resultados que se calculan con las reglas de transformación, falta definir la probabilidad de falla.

Aquí se define como falla a la condición en que la relación entre la ductilidad máxima del entrepiéso a la ductilidad disponible sea mayor que 1, es decir:

$$X_a > 1$$

(donde a puede corresponder al sistema detallado o simplificado), es decir,

$$P_f = P_{X_a}(X_a > 1) = 1 - \int_0^1 \tilde{f}_{X_a}(X_a) dx_a = 1 - \tilde{F}_{X_a}(X_a=1) \quad (7.23)$$

en donde, para el sistema simplificado, $\tilde{f}_{X_a}(X_a)$ es la f.d.p bayesiana de $f_{X_a}(X_a)$ calculada como:

$$\tilde{f}_{X_a}(X_a) = \int f_{X_a}(X_a | \theta_S) f'_{\theta_S}(\theta_S) d\theta_S \quad (7.24)$$

y $\tilde{F}_{X_a}(x_a)$ es la f.d.p. bayesiana de $F_{X_a}(X_a)$ igual a:

$$\tilde{F}_{X_a}(X_a) = \int F_{X_a}(X_a | \theta_s) f'_{\theta_s}(\theta_s) d\theta_s \quad (7.25)$$

7.3. Comparación de resultados

Encontrar las distribuciones de probabilidad y los momentos de θ_s aún representa un problema, pues la evaluación analítica de las expresiones es complicada. Una forma sencilla de solucionar el problema es discretizándolo, de esta manera se maneja a las variables θ_s (a, b, c y d) como una serie de puntos discretos, a los cuales se les asigna una determinada probabilidad de ser ciertos. Los puntos que se tomen y el valor de su probabilidad dependen del intervalo de valores más probables que tenga cada variable y de la posible forma de la distribución de probabilidades que presenta cada una.

En este trabajo se supone que los parámetros de θ_s tienen una distribución de probabilidades conjunta *a priori* uniforme en todo el rango de valores reales. Por tanto, la distribución *a posteriori* depende solo de la función de verosimilitud de la muestra.

Debido a que no es posible cubrir todo el rango de valores reales en forma discreta, debemos elegir el intervalo de valores para cada variable con los que se cubran aquellos que sean más probables. Además, al definirse cada intervalo es importante conocer el número de puntos necesarios para representar convenientemente la forma de la distribución probabilística de la variable correspondiente.

La discretización en este trabajo se basó en la inspección de los resultados de la muestra, con lo que se supuso que los valores medios de los parámetros θ_s , estarían muy próximos a los que esas variables toman al ajustar la expresión para la media (ec. 7.2.a) a los valores de la muestra. Los valores que se obtuvieron de esta forma nos sirven de referencia para realizar algunas pruebas, en un intento de ubicar más claramente el intervalo más adecuado de las variables θ_s . Estas pruebas consistieron en elegir un intervalo de valores para cada variable, discretizando cada intervalo en cinco puntos, con los que se calculó la distribución de probabilidades $f'_{\theta_s}(\theta_s)$ (ec. 7.10), así como las distribuciones de probabilidades marginales de cada una de las variables θ_s . Dependiendo de como variaba la distribución de probabilidades marginal de cada parámetro a, b, c y d se fueron cambiando los intervalos hasta encontrar uno que proporcionara los mejores resultados posibles.

En la tabla 7.5 se muestran los valores discretos de los parámetros a,

b, c y d que se tomaron finalmente para encontrar la distribución de probabilidades conjunta *a posteriori* discretizada de las variables θ_s , dada por la ec. 7.10 así como sus valores medios. A partir de esta última se obtienen las probabilidades de falla para el sistema simplificado mediante las ecs. 7.23-7.25. En la fig. 7.9 se muestran las probabilidades de falla del sistema simplificado para los casos 1 y 2 en estudio.

La fig. 7.10 muestra las probabilidades de falla para el sistema detallado. El procedimiento para la obtención de los parámetros θ_D es similar al descrito, pero utilizando la muestra de los resultados de este sistema dados en las figs. 7.7 y 7.8. Los parámetros discretos de θ_D (a_D , b_D , c_D y d_D) que se tomaron para este modelo se muestran en la tabla 7.6.

Para la obtención de la distribución de probabilidades *a posteriori* $f'_{\theta_T}(\theta_T)$, el procedimiento es análogo, discretizar los parámetros θ_T (e y h). En la tabla 7.7 se muestran los valores discretos de los parámetros e y h que finalmente se tomaron para obtener la distribución de probabilidades conjunta *a posteriori* discretizada de las variables θ_T dada por la ec. 7.

En la fig. 7.11 se presentan las probabilidades de falla para el sistema detallado calculados mediante las reglas de transformación para las diferentes intensidades y para los dos coeficientes de diseño estudiados.

Al superponer los resultados obtenidos para el sistema detallado utilizando las reglas de transformación con los calculados directamente (fig. 7.12), se aprecia que las reglas de transformación dan una buena aproximación de la probabilidad de falla de este sistema. Para intensidades bajas existen diferencias notables. Lo anterior talvez lo provoque el suponer a los parámetros θ_T independientes de la intensidad y de la resistencia.

VIII. CONCLUSIONES

En este trabajo se estudió la respuesta de sistemas estructurales detallados calculada a partir de sistemas simplificados equivalentes. Los sistemas estructurales simplificados se representan mediante marcos estructurales de una sola cruzja mientras que los sistemas detallados son marcos estructurales de varias cruzjas.

Se establecen criterios de equivalencia para obtener las propiedades geométricas y mecánicas de los sistemas simplificados, así como las incertidumbres que se les asocian, partiendo de las propiedades correspondientes de sistemas detallados previamente definidos.

Se estudiaron dos coeficientes de diseño sísmico realizando cuarenta simulaciones de cada sistema estudiado, para cada uno de dichos coeficientes. Para el análisis paso a paso de los sistemas simulados. Se utilizaron 10 acelerogramas, 5 correspondientes a sismos reales registrados en la zona blanda del Distrito Federal y 5 a sismos simulados con características similares al sismo SCT, registrado el 19 de septiembre de 1985. Se utilizaron 8 valores de la intensidad sísmica que van de 0.04g a 0.32g, escalando los acelerogramas para obtener dichas intensidades.

Por último se realizó un análisis de confiabilidad y se definieron reglas para estimar la probabilidad de falla de los sistemas detallados en función de los resultados obtenidos para los sistemas simplificados. Las probabilidades de falla de los sistemas detallados obtenida de esta manera se comparan con las obtenidas directamente para estos sistemas.

Los resultados muestran que el empleo de reglas de transformación (ecs. 7.1.a y 7.1.b) para estimar la probabilidad de falla de sistemas que representan lo más fielmente posible al sistema real a partir de las respuestas de sistemas simplificados proporciona una buena aproximación, sobre todo para intensidades altas, con lo cual se hace palpable la posibilidad de estudiar sistemas complejos estimando su respuesta mediante la obtenida para sistemas más simples. No obstante deberán realizarse estudios adicionales considerando otros sistemas que simplifiquen aún más al sistema real, para que de esta forma se pueda tener un modelo más simple que el estudiado en este trabajo, así el ahorro de tiempo de máquina sería mayor que el logrado aquí, además se tendría así una visión más amplia respecto del estudio de sistemas simplificados.

Debido a las diferencias obtenidas entre las probabilidades de falla estimadas a partir del sistema simplificado y las calculadas directamente con el sistema detallado para intensidades bajas, los factores de transformación talvez deberían plantearse como función de la intensidad del sismo y de la resistencia del sistema, como se hizo para el valor de los parámetros que definen la media del sistema simplificado.

REFERENCIAS

1. Esteva, L., "DAMAGE AND RISK CONSIDERATIONS FOR SELECTING SEISMIC REQUIREMENTS", Vancouver Iabse congress, (septiembre 1984)
2. Esteva, L. and Ruiz, S., "SEISMIC FAILURE RATES OF MULTISTORY FRAMES", Journal of Structural Engineering, Vol. 115 No. 2 (febrero, 1989)
3. Peir, J. C., "A STOCHASTIC LIVE LOAD MODEL FOR BUILDINGS", Research report 1271-35, Department of Civil Engineering, MIT, Cambridge, Mass., (1971).
4. Esteva, L., "STRUCTURAL LOAD SYSTEMS", written version of Keynote Lecture presented in Third International Conference on Applications of Probability and Statistics in Soils and Structural Engineering, University of New South Wales, Sidney, Australia, (1979)
5. Rosenblueth, E., "TEORIA DE LA CARGA VIVA EN EDIFICIOS", Ingeniería, México D.F., (1959).
6. Rosenblueth, E., Esteva, L., "RELIABILITY BASIS FOR SOME MEXICAN CODES", ACI, SP-31, Detroit (1972).
7. Benjamin, J.R. and Cornell, C.A., "PROBABILIDAD Y ESTADISTICA PARA INGENIERIA CIVIL", McGraw-Hill (pp 176-182).
8. Rubinstein, R. Y., "SIMULATION AND THE MONTE CARLO METHOD", Edit. John Wiley & sons inc (1981).
9. Law, A. and Kelton, D. "SIMULATION MODELING AND ANALYSIS", McGraw-Hill Book Company (1982).
10. Ruiz, S.E. y Lira, E., "SIMULACION DE ACELEROGRAMAS PARA TERRENO BLANDO", reporte interno, proyecto 5745, Instituto de Ingeniería, UNAM, México (1987).
11. Meli, R., "ESTUDIO ESTADISTICO DE PROPIEDADES DE MATERIALES Y ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO EN EL DISTRITO FEDERAL", Informe del Instituto de Ingeniería elaborado para la Administración del Uso del Suelo de DDF, (julio, 1985).
12. Villanueva, J.M. y Meli, R., "ESTUDIO ESTADISTICO DE LAS IMPERFECCIONES EN COLUMNAS DE CONCRETO", informe interno, Instituto de Ingeniería, UNAM, (mayo, 1984).
13. Mirza, S.A. and MacGregor, J., "VARIATION IN DIMENSIONS OF REINFORCED CONCRETE MEMBRES", Journal of the Structural Division, ASCE, 105, ST4, (abril, 1979)
14. Gant, L.H., "A MONTE CARLO STUDY OF THE STRENGTH VARIABILITY OF RECTANGULAR TIED REINFORCED CONCRETE COLUMNS", Universidad de Alberta, Canada, (1978).

15. Meli, R., "BASES PARA LOS CRITERIOS DE DISEÑO ESTRUCTURAL DEL PROYECTO DEL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES PARA EL DISTRITO FEDERAL", Instituto de Ingeniería, UNAM, No 375, (junio 1976).
16. Mitchell, R. and Woodgate, R.W., "FLOOR LOADINGS IN OFFICES. THE RESULTS OF A SURVEY", Dept. of Envir., Building Desing Station, cp 3/71, Garston, United Kingdom, (1971).
17. Ordaz, M., "CALCULO DE RESPUESTAS ANTE TEMBLORES ALEATORIOS EN SITIOS CON PROPIEDADES INCIERTAS", informe interno, proyecto 8762, Instituto de Ingeniería, UNAM, pp 19-20, (agosto, 1989).
18. Powell, G. H., "DRAIN-2D, USER'S GUIDE", Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley Cal., (septiembre, 1973).

A G R A D E C I M I E N T O S:

Al Dr. ORLANDO J. DIAZ LOPEZ, por su constante apoyo durante mi estancia en el Instituto de Ingeniería y en el desarrollo de esta tesis.

Al Dr. LUIS ESTEVA M., asesor de esta tesis, por sus comentarios y por el apoyo brindado durante el desarrollo de este trabajo.

A J. A. Escobar y J. García, por su apoyo constante.

A ROSALBA, CELIA, MANOLO, FERNANDO, LETICIA, JAVIER y a quienes participaron de alguna manera en el transcurso de la maestría y en el desarrollo de esta Tesis.

CASO 1 (C/Q=0.125)

VIGAS
 BASE = 30 CM
 ALTURA = 65 CM
 RECUB. = 4 CM

NIVEL	CRUJIA	A's	As	NIVEL	CRUJIA	A's	As
1	1	10.0946	29.7015	8	1	10.6493	33.1685
1	2	10.5533	29.4926	8	2	13.2662	30.1863
2	1	13.7702	33.7301	9	1	8.1021	30.8943
2	2	14.6936	32.5791	9	2	10.4016	27.7847
3	1	15.5217	35.6144	10	1	5.9083	28.9496
3	2	16.8929	34.2499	10	2	8.3008	25.4029
4	1	16.1062	36.4824	11	1	4.8225	25.5682
4	2	17.8847	34.6862	11	2	4.8375	21.4329
5	1	15.1497	36.1621	12	1	4.8225	21.5918
5	2	17.1407	34.0689	12	2	4.8225	17.7819
6	1	14.3376	35.8000	13	1	4.8225	17.1068
6	2	16.6910	33.3449	13	2	4.8225	13.6797
7	1	12.2862	34.3659	14	1	5.0466	11.6088
7	2	14.6341	31.6694	14	2	4.9257	10.9234

COLUMNAS

NIVEL	COL No	DIM	REC.	AS 1	As 2	As 3	As 3
1	1	95 X 95	5.0	27.290	13.650	13.650	27.290
1	2	95 X 95	5.0	25.320	12.660	12.660	25.320
2	1	95 X 95	5.0	14.327	7.163	7.163	14.327
2	2	95 X 95	5.0	14.327	7.163	7.163	14.327
3	1	90 X 90	5.0	12.857	6.428	6.428	12.857
3	2	90 X 90	5.0	12.857	6.428	6.428	12.857
4	1	90 X 90	5.0	12.857	6.428	6.428	12.857
4	2	90 X 90	5.0	12.857	6.428	6.428	12.857
5	1	80 X 80	5.0	10.160	5.080	5.080	10.160
5	2	80 X 80	5.0	10.160	5.080	5.080	10.160
6	1	80 X 80	5.0	10.160	5.080	5.080	10.160
6	2	80 X 80	5.0	10.160	5.080	5.080	10.160
7	1	70 X 70	5.0	7.780	3.890	3.890	7.780
7	2	70 X 70	5.0	7.780	3.890	3.890	7.780
8	1	70 X 70	5.0	7.780	3.890	3.890	7.780
8	2	70 X 70	5.0	7.780	3.890	3.890	7.780
9	1	60 X 60	5.0	5.710	2.860	2.860	5.710
9	2	60 X 60	5.0	5.710	2.860	2.860	5.710
10	1	60 X 60	5.0	5.710	2.860	2.860	5.710
10	2	60 X 60	5.0	5.710	2.860	2.860	5.710
11	1	50 X 50	5.0	7.895	3.948	3.948	7.895
11	2	50 X 50	5.0	6.188	3.094	3.094	6.188
12	1	50 X 50	5.0	8.765	4.383	4.383	8.765
12	2	50 X 50	5.0	6.197	3.099	3.099	6.197
13	1	45 X 45	5.0	8.248	4.214	4.214	8.248
13	2	45 X 45	5.0	4.828	2.414	2.414	4.828
14	1	45 X 45	5.0	11.880	5.945	5.945	11.880
14	2	45 X 45	5.0	3.210	1.610	1.610	3.210

TABLA 6.1. SECCIONES Y AREAS DE ACERO NIMINALES
 PARA EL CASO 1 (SISTEMA DETALLADO)

CASO 2 (C/Q=0.2)

VIGAS

BASE = 40 CM
 ALTURA = 65 CM
 RECUB. = 4 CM

NIVEL	CRUJIA	A's	As	NIVEL	CRUJIA	A's	As
1	1	25.4507	44.4366	8	1	23.8882	46.7016
1	2	26.0828	44.1582	8	2	27.2232	42.6451
2	1	31.7299	50.1546	9	1	19.4761	43.0489
2	2	32.9616	48.5581	9	2	22.1477	38.7743
3	1	34.2435	52.3824	10	1	15.5333	39.7768
3	2	35.7622	50.5352	10	2	18.4189	35.2749
4	1	34.7540	53.2086	11	1	10.9603	34.7500
4	2	36.4909	50.7905	11	2	12.4511	28.8769
5	1	32.5658	52.2014	12	1	6.4300	28.1755
5	2	35.1542	49.3749	12	2	7.9013	23.0290
6	1	30.7593	51.2964	13	1	6.4300	21.0024
6	2	33.9520	48.0057	13	2	6.4300	16.5638
7	1	26.9722	48.8087	14	1	6.4300	12.8590
7	2	29.9889	45.1468	14	2	6.4300	11.8379

COLUMNAS

NIVEL	COL No	DIM	REC.	AS 1	AS 2	AS 3	AS 3
1	1	95 X 95	5.0	37.548	18.774	18.774	37.548
1	2	95 X 95	5.0	53.912	26.956	26.956	53.912
2	1	95 X 95	5.0	14.327	7.163	7.163	14.327
2	2	95 X 95	5.0	14.327	7.163	7.163	14.327
3	1	90 X 90	5.0	12.857	6.428	6.428	12.857
3	2	90 X 90	5.0	12.857	6.428	6.428	12.857
4	1	90 X 90	5.0	12.857	6.428	6.428	12.857
4	2	90 X 90	5.0	12.857	6.428	6.428	12.857
5	1	80 X 80	5.0	10.160	5.080	5.080	10.160
5	2	80 X 80	5.0	10.160	5.080	5.080	10.160
6	1	80 X 80	5.0	10.160	5.080	5.080	10.160
6	2	80 X 80	5.0	10.160	5.080	5.080	10.160
7	1	70 X 70	5.0	10.452	5.226	5.226	10.452
7	2	70 X 70	5.0	13.422	6.711	6.711	13.422
8	1	70 X 70	5.0	7.780	3.890	3.890	7.780
8	2	70 X 70	5.0	14.380	7.190	7.190	14.380
9	1	60 X 60	5.0	8.868	4.434	4.434	8.868
9	2	60 X 60	5.0	14.856	7.428	7.428	14.856
10	1	60 X 60	5.0	8.797	4.398	4.398	8.797
10	2	60 X 60	5.0	17.707	8.853	8.853	17.707
11	1	50 X 50	5.0	14.243	7.122	7.122	14.243
11	2	50 X 50	5.0	16.449	8.250	8.250	16.449
12	1	50 X 50	5.0	13.077	6.538	6.538	13.077
12	2	50 X 50	5.0	15.617	7.808	7.808	15.617
13	1	45 X 45	5.0	12.223	6.112	6.112	12.223
13	2	45 X 45	5.0	11.287	5.644	5.644	11.287
14	1	45 X 45	5.0	13.640	6.820	6.820	13.640
14	2	45 X 45	5.0	5.970	2.985	2.985	5.970

TABLA 6.2. SECCIONES Y AREAS DE ACERO NIMINALES
 PARA EL CASO 2 (SISTEMA DETALLADO)

INTENSIDAD DESEADA							
	Ti	Tf	Amax	39.24	78.48	117.72	156.96
F A C T O R							
HCD	9.76	88.36	46.971	0.83541	1.67082	2.50623	3.34164
HPD	8.72	87.80	45.207	0.86801	1.73601	2.60402	3.47203
ACD	5.44	90.00	59.902	0.65507	1.31014	1.96521	2.62028
APD	5.08	85.12	55.032	0.71304	1.42608	2.13912	2.85216
GD	13.42	91.74	43.276	0.90674	1.81348	2.72021	3.62695

INTENSIDAD DESEADA						
		Amax	196.20	235.44	274.68	313.92
F A C T O R						
SIM 1		231.845	0.84626	1.01551	1.18476	1.35401
SIM 2		276.600	0.70933	0.85119	0.99306	1.13492
SIM 3		138.410	1.41753	1.70103	1.98454	2.26804
SIM 4		156.709	1.25200	1.50240	1.75280	2.00320
SIM 5		130.432	1.50423	1.80508	2.10592	2.40677

TABLA 6.3 PARAMETROS DE LOS REGISTROS SISMICOS Y
 DE LAS SIMULACIONES EMPLEADAS

	DISTRIB.	VALOR	VALOR	DESVIA.	CORRELA.
ANCHO COL.	NORMAL	95 cm	95.160	.64	.8
RECUB.	NORMAL	5 cm	6.015	.42	.8
ANCHO COL.	NORMAL	90 cm	90.160	.64	.8
RECUB.	NORMAL	5 cm	5.995	.42	.8
ANCHO COL.	NORMAL	80 cm	80.160	.64	.8
RECUB.	NORMAL	5 cm	5.955	.42	.8
ANCHO COL.	NORMAL	70 cm	70.160	.64	.8
RECUB.	NORMAL	5 cm	5.915	.42	.8
ANCHO COL.	NORMAL	60 cm	60.160	.64	.8
RECUB.	NORMAL	5 cm	5.875	.42	.8
ANCHO COL.	NORMAL	50 cm	50.160	.64	.8
RECUB.	NORMAL	5 cm	5.835	.42	.8
ANCHO COL.	NORMAL	45 cm	45.160	.64	.8
RECUB.	NORMAL	5 cm	5.815	.42	.8
BASE VIGA	NORMAL	30 cm	30.25	0.37	.8
BASE VIGA	NORMAL	40 cm	40.25	0.37	.8
PERAL. VIG	NORMAL	65 cm	64.72	0.54	.8
RECUB.	NORMAL	4 CM	4.16	1.11	.8
$F'c$	NORMAL	250 KG/CM	242.7	40.824	.8
Fy	NORMAL	4200 KG/C	4680.0	450.000	.8
DUCTI.	LOGNORM.	4	4.00	1.2	.7

TABLA 6.4 PARAMETROS DE LAS FUNCIONES DE DISTRIBUCION UTILIZADAS
PARA EL SISTEMA DETALLADO

No. DE SIMULACION	INT.	NIVEL 1	RIG.		Q	Q	QR/QD	QR	NIVEL 2
			INIC.	MINIMA					
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
1	0.04	12	51.5929	46.0405	1.1206	3.3261	0.3369	1.1985	14
2	0.04	10	56.5291	50.9778	1.1089	3.1291	0.3544	1.1397	5
3	0.04	6	76.9256	66.964	1.1488	3.6661	0.3133	1.2237	14
4	0.04	2	95.5584	86.5213	1.1044	3.1383	0.3519	1.1892	14
5	0.04	11	55.1932	49.3394	1.1186	3.2108	0.3484	1.256	14
6	0.08	10	58.7345	38.1289	1.5404	3.6992	0.4164	1.5404	10
7	0.08	13	47.7652	41.8895	1.1403	2.8549	0.3994	1.3878	11
8	0.08	2	98.5021	67.365	1.4622	3.1418	0.4654	1.7714	10
9	0.08	10	63.9396	42.3953	1.5082	3.4689	0.4348	1.5082	10
10	0.08	10	56.7271	39.6115	1.4321	2.5168	0.569	1.4321	10
11	0.12	10	58.326	28.1114	2.0748	4.2832	0.4844	2.0748	10
12	0.12	3	87.2463	46.6095	1.8719	2.8231	0.6631	1.9654	10
13	0.12	2	102.1421	55.5573	1.8385	3.5328	0.5204	1.8252	10
14	0.12	3	81.3861	50.462	1.6128	3.3413	0.4927	1.5033	10
15	0.12	9	52.4811	27.6781	1.8961	4.0452	0.4687	1.9262	10
16	0.16	9	58.8415	30.2384	1.9459	4.1954	0.4638	1.9257	10
17	0.16	9	63.5336	22.2932	2.8499	5.1356	0.5549	3.096	10
18	0.16	9	58.4525	26.156	2.2348	6.2204	0.3593	2.3431	10
19	0.16	9	56.8807	26.5598	2.1416	6.584	0.3253	1.9113	10
20	0.16	9	57.8756	22.6635	2.5537	3.6328	0.703	2.1605	10
21	0.2	9	55.471	7.8321	7.0825	6.0677	1.1672	8.3297	11
22	0.2	7	60.3086	13.9283	4.3299	2.9545	1.4655	4.4705	11
23	0.2	7	67.6452	9.2574	7.3071	5.5664	1.3127	9.5652	11
24	0.2	7	75.5783	16.5016	4.5801	4.7519	0.9638	2.4134	11
25	0.2	7	65.0584	13.9877	4.6511	6.2023	0.7499	3.7083	11
26	0.24	7	73.2924	9.806	7.4742	4.3815	1.7059	4.2644	11
27	0.24	7	69.3233	12.4042	5.5887	3.9252	1.4238	2.2385	11
28	0.24	7	65.052	12.1064	5.3734	11.1347	0.4826	4.639	11
29	0.24	7	59.5322	11.1472	5.3406	4.9213	1.0852	3.5899	11
30	0.24	7	61.8303	11.6414	5.3112	4.9038	1.0831	6.1008	11
31	0.28	7	61.2308	8.7579	6.9915	4.5371	1.541	7.299	11
32	0.28	7	60.8394	11.2142	5.4252	3.9993	1.3565	4.7603	11
33	0.28	7	64.5405	12.7929	5.045	4.849	1.0404	4.7468	11
34	0.28	7	63.813	8.7904	7.2594	2.6925	2.6962	6.072	11
35	0.28	8	60.9996	7.6559	7.9677	3.2227	2.4724	5.4473	11
36	0.32	8	58.996	7.6462	7.7157	7.3017	1.0567	10.2331	11
37	0.32	8	62.8736	10.3151	6.0953	5.8866	1.0355	6.2217	11
38	0.32	8	64.7477	6.4503	10.0379	7.6096	1.3191	12.9752	11
39	0.32	10	61.6162	4.2834	14.3849	3.5571	4.044	13.1719	11
40	0.32	10	53.6249	5.8102	9.2294	4.1615	2.2178	10.3048	11

(2) INTENSIDAD ENTRE q (aceleración de la gravedad)

TABLA 7.1. RESULTADOS PARA EL CASO 1 DEL SISTEMA SIMPLIFICADO

No. DE SIMULACION	INT.	NIVEL 1	RIG. INIC.	RIG. MINIMA	Q REQUERIDA	Q DISPON.	QR/QD MAX	QR MAX	NIVEL 2
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
1	0.04	8	90.8775	80.7283	1.1257	2.9817	0.3775	1.1765	14
2	0.04	8	86.9509	76.1933	1.1412	3.8859	0.2937	1.2602	14
3	0.04	2	132.0486	119.3682	1.1062	2.7143	0.4076	1.2017	14
4	0.04	3	106.5273	93.46	1.1398	2.6081	0.437	1.273	14
5	0.04	11	62.832	56.1948	1.1181	3.4221	0.3267	1.2435	14
6	0.08	2	113.7556	103.4278	1.0999	3.9043	0.2817	1.1336	14
7	0.08	5	104.6126	92.5242	1.1307	3.323	0.3403	1.1656	14
8	0.08	9	79.0562	71.5244	1.1053	3.1353	0.3525	1.1878	14
9	0.08	4	98.9667	88.5708	1.1171	3.8482	0.2903	1.1298	14
10	0.08	8	81.7416	74.1874	1.1018	3.0149	0.3655	1.1503	14
11	0.12	11	64.356	59.401	1.0834	3.0653	0.3534	1.1194	4
12	0.12	12	66.6161	61.7368	1.079	3.6259	0.2976	1.1157	4
13	0.12	2	125.6395	115.5807	1.087	3.4424	0.3158	1.1211	14
14	0.12	2	113.9464	106.5184	1.1336	3.6444	0.311	1.1692	12
15	0.12	9	75.1463	69.1138	1.0873	3.2486	0.3347	1.23	12
16	0.16	2	119.7357	86.7228	1.3807	3.9244	0.3518	1.2673	12
17	0.16	12	57.4067	40.1365	1.4303	3.7216	0.3843	1.4303	12
18	0.16	12	63.0404	46.7513	1.3484	4.5528	0.2962	1.3484	12
19	0.16	2	120.0707	104.7733	1.146	2.9725	0.3855	1.4196	12
20	0.16	14	46.6777	40.0791	1.1846	3.4193	0.3406	1.1646	14
21	0.2	5	93.1622	57.1976	1.6288	3.9517	0.4122	1.726	2
22	0.2	2	115.8733	71.8545	1.6126	2.5412	0.6346	1.6126	2
23	0.2	6	80.9124	40.369	2.0043	3.4748	0.5768	2.0728	2
24	0.2	6	95.8742	71.9158	1.3331	3.822	0.3488	1.5895	2
25	0.2	6	83.4143	63.6456	1.3106	4.7264	0.2773	1.4935	2
26	0.24	5	87.1179	26.0379	3.3458	3.5109	0.953	3.6989	2
27	0.24	2	131.6435	41.5355	3.1694	3.7971	0.8347	3.1694	2
28	0.24	4	91.1741	26.8889	3.3908	3.9265	0.8636	3.5131	2
29	0.24	2	116.303	23.9049	4.8652	3.2162	1.5127	4.8652	2
30	0.24	4	102.823	27.1417	3.7884	3.9774	0.9525	4.4074	2
31	0.28	3	105.9065	24.1455	4.3862	2.8938	1.5157	5.1219	2
32	0.28	2	118.4314	17.0286	6.9549	3.9424	1.7641	6.9549	2
33	0.28	2	108.2725	31.9635	3.3874	3.5986	0.9413	3.3874	2
34	0.28	2	131.0933	33.7846	3.8803	3.8941	0.9964	3.8803	2
35	0.28	4	101.042	20.4504	4.9408	3.7247	1.3265	5.2783	2
36	0.32	2	128.0867	18.977	6.7496	4.3395	1.5554	6.7496	2
37	0.32	2	137.4115	25.0404	5.4876	4.31	1.2732	5.4876	2
38	0.32	2	124.1663	23.6968	5.2398	4.2603	1.2299	5.2398	2
39	0.32	2	110.219	13.6243	8.0899	4.6691	1.7327	8.0899	2
40	0.32	2	117.4928	17.7728	6.6108	8.7685	0.7539	6.6108	2

(2) INTENSIDAD ENTRE g (aceleración de la gravedad)

TABLA 7.2. RESULTADOS PARA EL CASO 2 DEL SISTEMA SIMPLIFICADO

INT.	SISTEMA SIMPLIFICADO					SISTEMA DETALLADO			
	FIG. INIC.	FIG. MINIMA	Q REQUERIDA	Q DISPON.	QR/QD MAX	QR MAX	QR MAX	QR/QD MAX	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
0.04	51.5929	46.0405	1.1206	3.3261	0.3369	1.1985	1.2231	0.2004	
0.04	56.5291	50.9778	1.1089	3.1291	0.3544	1.1397	1.1344	0.2571	
0.04	76.9256	66.964	1.1488	3.6661	0.3133	1.2237	1.1678	0.2307	
0.04	95.5584	86.5213	1.1044	3.1383	0.3519	1.1892	1.1393	0.2626	
0.04	55.1932	49.3394	1.1186	3.2108	0.3484	1.256	1.1424	0.2336	
0.08	58.7345	38.1289	1.5404	3.6992	0.4164	1.5404	1.5498	0.3602	
0.08	47.7652	41.8895	1.1403	2.8549	0.3994	1.3878	1.5993	0.3266	
0.08	98.5021	67.365	1.4622	3.1418	0.4654	1.7714	1.2203	0.2436	
0.08	63.9396	42.3953	1.5082	3.4689	0.4348	1.5082	1.1317	0.2584	
0.08	56.7271	39.6115	1.4321	2.5168	0.569	1.4321	1.3178	0.2711	
0.12	58.326	28.1114	2.0748	4.2832	0.4844	2.0748	2.1831	0.425	
0.12	87.2463	46.6095	1.8719	2.8231	0.6631	1.9654	2.1233	0.5518	
0.12	102.1421	55.5573	1.8385	3.5328	0.5204	1.8252	2.2117	0.3882	
0.12	81.3861	50.462	1.8128	3.3413	0.4827	1.5033	2.1076	0.3836	
0.12	52.4811	27.6781	1.8961	4.0452	0.4687	1.9262	2.857	0.3462	
0.16	58.8415	30.2384	1.9459	4.1954	0.4638	1.9257	4.7215	0.8871	
0.16	63.5336	22.2932	2.8499	5.1356	0.5549	3.096	4.1665	0.8624	
0.16	58.4525	26.156	2.2348	6.2204	0.3593	2.3431	3.9356	0.8242	
0.16	56.8807	26.5598	2.1416	6.584	0.3253	1.9113	5.7916	0.6542	
0.16	57.8756	22.6635	2.5537	3.6328	0.703	2.1605	3.8435	0.6705	
0.2	55.471	7.8321	7.0825	6.0677	1.1672	8.3297	4.1121	0.6868	
0.2	60.3086	13.9283	4.3299	2.9545	1.4655	4.4705	4.2418	0.7841	
0.2	67.6452	9.2574	7.3071	5.5664	1.3127	9.5652	3.9136	0.6074	
0.2	75.5783	16.5016	4.5801	4.7519	0.9638	2.4134	4.174	0.6757	
0.2	65.0584	13.9877	4.6511	6.2023	0.7499	3.7083	4.6658	0.7359	
0.24	73.2924	9.806	7.4742	4.3815	1.7059	4.2644	5.0061	0.8524	
0.24	69.3233	12.4042	5.5887	3.9252	1.4238	2.2385	5.6207	1.1421	
0.24	65.052	12.1064	5.3734	11.1347	0.4826	4.639	8.4713	1.29	
0.24	59.5322	11.1472	5.3406	4.9213	1.0852	3.5899	6.2507	0.8121	
0.24	61.8303	11.6414	5.3112	4.9038	1.0831	6.1008	5.408	0.8331	
0.28	61.2308	8.7579	6.9915	4.5371	1.541	7.299	6.9361	1.4831	
0.28	60.8394	11.2142	5.4252	3.9993	1.3565	4.7603	9.1765	1.3708	
0.28	64.5405	12.7929	5.045	4.849	1.0404	4.7468	7.1605	0.9525	
0.28	63.813	8.7904	7.2594	2.6925	2.6962	6.072	7.3604	1.3427	
0.28	60.9996	7.6559	7.9677	3.2227	2.4724	5.4473	6.4749	1.6074	
0.32	58.996	7.6462	7.7157	7.3017	1.0567	10.2331	13.9147	2.8794	
0.32	62.8736	10.3151	6.0953	5.8866	1.0355	6.2217	6.7709	1.3529	
0.32	64.7477	6.4503	10.0379	7.6096	1.3191	12.9752	9.3025	1.2702	
0.32	61.6162	4.2834	14.3849	3.5571	4.044	13.1719	6.0411	1.639	
0.32	53.6249	5.8102	9.2294	4.1615	2.2178	10.3048	12.8754	2.1911	

TABLA 7.3. RESULTADOS MAXIMOS PARA SISTEMA SIMPLIFICADO Y DETALLADO (CASO 1)

INT.	SISTEMA SIMPLIFICADO					SISTEMA DETALLADO		
	RIG. INIC. (1)	RIG. MINIMA (2)	Q REQUERIDA (4)	Q DISPON. (5)	QR/QD MAX (6)	QR MAX (7)	QR MAX (8)	QR/QD MAX (9)
0.04	90.8775	80.7283	1.1257	2.9817	0.3775	1.1765	1.1218	0.1939
0.04	86.9509	76.1933	1.1412	3.8859	0.2937	1.2602	1.1897	0.2228
0.04	132.0486	119.3682	1.1062	2.7143	0.4076	1.2017	1.1711	0.2446
0.04	106.5273	93.46	1.1398	2.6081	0.437	1.273	1.1019	0.2591
0.04	62.832	56.1948	1.1181	3.4221	0.3267	1.2435	1.1566	0.2408
0.08	113.7556	103.4278	1.0999	3.9043	0.2817	1.1336	1.1735	0.2616
0.08	104.6126	92.5242	1.1307	3.323	0.3403	1.1656	1.1173	0.2228
0.08	79.0562	71.5244	1.1053	3.1353	0.3525	1.1878	1.1754	0.2823
0.08	98.9667	88.5908	1.1171	3.8482	0.2903	1.1298	1.1621	0.2229
0.08	81.7416	74.1874	1.1018	3.0149	0.3655	1.1503	1.1507	0.2522
0.12	64.356	59.401	1.0834	3.0653	0.3534	1.1194	1.107	0.2632
0.12	66.6161	61.7368	1.079	3.6259	0.2976	1.1157	1.2895	0.2562
0.12	125.6395	115.5807	1.087	3.4424	0.3158	1.1211	1.1241	0.187
0.12	113.9464	100.5184	1.1336	3.6444	0.311	1.1692	1.3585	0.2368
0.12	75.1463	69.1138	1.0873	3.2486	0.3347	1.23	1.2578	0.2306
0.16	119.7357	86.7228	1.3807	3.9244	0.3518	1.2673	1.209	0.2467
0.16	57.4067	40.1365	1.4303	3.7216	0.3843	1.4303	1.346	0.3027
0.16	63.0404	46.7513	1.3484	4.5528	0.2962	1.3484	1.2372	0.2622
0.16	120.0707	104.7733	1.146	2.9725	0.3855	1.4196	1.8747	0.3384
0.16	46.6777	40.0791	1.1646	3.4193	0.3406	1.1646	1.321	0.2096
0.2	93.1622	57.1976	1.6288	3.9517	0.4122	1.725	3.8566	0.646
0.2	115.8733	71.8545	1.6126	2.5412	0.6346	1.6126	2.8227	0.4674
0.2	80.9124	40.369	2.0043	3.4748	0.5768	2.0728	2.038	0.4268
0.2	95.8742	71.9158	1.3331	3.822	0.3488	1.5895	3.3843	0.58
0.2	83.4143	63.6456	1.3106	4.7264	0.2773	1.4935	3.7344	0.6689
0.24	87.1179	26.0379	3.3458	3.5189	0.953	3.6989	4.6103	1.0279
0.24	131.6435	41.5355	3.1694	3.7971	0.8347	3.1694	4.4107	0.725
0.24	91.1741	26.8889	3.3908	3.9265	0.8636	3.5131	3.3909	0.5327
0.24	116.303	23.9049	4.8652	3.2162	1.5127	4.8652	4.0372	1.0637
0.24	102.823	27.1417	3.7884	3.9774	0.9525	4.4074	3.059	0.5358
0.28	105.9065	24.1455	4.3862	2.8938	1.5157	5.1219	7.5391	1.2822
0.28	118.4314	17.0286	6.9549	3.9424	1.7641	6.9549	4.1346	1.0239
0.28	108.2725	31.9635	3.3874	3.5986	0.9413	3.3874	6.2654	1.2316
0.28	131.0933	33.7846	3.8803	3.8941	0.9964	3.8803	5.5106	1.075
0.28	101.042	20.4504	4.9408	3.7247	1.3265	5.2783	5.7807	1.2101
0.32	128.0867	18.977	6.7496	4.3395	1.5554	6.7496	4.7698	0.8967
0.32	137.4115	25.0404	5.4876	4.31	1.2732	5.4876	8.9065	1.6682
0.32	124.1663	23.6968	5.2398	4.2603	1.2299	5.2398	5.7701	0.9996
0.32	110.219	13.6243	8.0899	4.6691	1.7327	8.0899	6.0858	1.2061
0.32	117.4928	17.7728	6.6108	8.7685	0.7539	6.6108	5.6278	1.0214

TABLA 7.4. RESULTADOS MAXIMOS PARA SISTEMA SIMPLIFICADO Y DETALLADO (CASO 2)

PRIMER PARAMETRO				SEGUNDO PARAMETRO					
NP	VALOR	A PRIORI	A POSTERIORI	NP	VALOR	A PRIORI	A POSTERIORI		
1	.0000050	.200000	.067599	1	.3400000	.200000	.066380		
2	.0000300	.200000	.306851	2	.6300000	.200000	.586046		
3	.0000550	.200000	.345212	3	.9200000	.200000	.268261		
4	.0000800	.200000	.213069	4	1.2100000	.200000	.062420		
5	.0001050	.200000	.067269	5	1.5000000	.200000	.016893		
MEDIA			=	.000052639	MEDIA			=	.739446151
DESVIACION ESTANDAR			=	.000025623	DESVIACION ESTANDAR			=	.223493293
COEFICIENTE DE VARIACION			=	.486771342	COEFICIENTE DE VARIACION			=	.302244177
TERCER PARAMETRO				CUARTO PARAMETRO					
NP	VALOR	A PRIORI	A POSTERIORI	NP	VALOR	A PRIORI	A POSTERIORI		
1	1.3000000	.200000	.011476	1	.3400000	.200000	.091190		
2	1.4400000	.200000	.209977	2	.3800000	.200000	.301893		
3	1.5800000	.200000	.460784	3	.4200000	.200000	.342479		
4	1.7200000	.200000	.263374	4	.4600000	.200000	.194571		
5	1.8600000	.200000	.054389	5	.5000000	.200000	.069868		
MEDIA			=	1.599491354	MEDIA			=	.414001325
DESVIACION ESTANDAR			=	.118581679	DESVIACION ESTANDAR			=	.042298041
COEFICIENTE DE VARIACION			=	.074137118	COEFICIENTE DE VARIACION			=	.102168853

TABLA 7.5. VALORES DISCRETOS DE LOS PARAMETROS θ_s EMPLEADOS Y SUS RESPECTIVOS MOMENTOS BAYESIANOS

PRIMER PARAMETRO

NP	VALOR	A PRIORI	A POSTERIORI
1	.0000075	.200000	.053138
2	.0000305	.200000	.581332
3	.0000535	.200000	.340280
4	.0000765	.200000	.012821
5	.0000995	.200000	.012428
MEDIA =			.000038552
DESVIACION ESTANDAR =			.000015152
COEFICIENTE DE VARIACION =			.393038442

SEGUNDO PARAMETRO

NP	VALOR	A PRIORI	A POSTERIORI
1	.5500000	.200000	.003283
2	.7000000	.200000	.222737
3	.8500000	.200000	.009212
4	1.0000000	.200000	.711310
5	1.1500000	.200000	.053458
MEDIA =			.938338546
DESVIACION ESTANDAR =			.135347855
COEFICIENTE DE VARIACION =			.144242028

TERCER PARAMETRO

NP	VALOR	A PRIORI	A POSTERIORI
1	1.3500000	.200000	.002464
2	1.4500000	.200000	.224616
3	1.5500000	.200000	.642506
4	1.6500000	.200000	.077276
5	1.7500000	.200000	.053138
MEDIA =			1.545400859
DESVIACION ESTANDAR =			.072262213
COEFICIENTE DE VARIACION =			.046759527

CUARTO PARAMETRO

NP	VALOR	A PRIORI	A POSTERIORI
1	.2200000	.200000	.049736
2	.2500000	.200000	.355460
3	.2800000	.200000	.398887
4	.3100000	.200000	.159771
5	.3400000	.200000	.036146
MEDIA =			.273313927
DESVIACION ESTANDAR =			.026984776
COEFICIENTE DE VARIACION =			.098731800

TABLA 7.6. VALORES DISCRETOS DE LOS PARAMETROS θ_D EMPLEADOS Y SUS RESPECTIVOS MOMENTOS BAYESIANOS

PRIMER PARAMETRO				SEGUNDO PARAMETRO					
NP	VALOR	A PRIORI	A POSTERIORI	NP	VALOR	A PRIORI	A POSTERIORI		
1	.7550000	.200000	.083993	1	.4600000	.200000	.019084		
2	.7800000	.200000	.253116	2	.5600000	.200000	.290207		
3	.8050000	.200000	.340467	3	.6600000	.200000	.434785		
4	.8300000	.200000	.229844	4	.7600000	.200000	.207019		
5	.8550000	.200000	.092580	5	.8600000	.200000	.048904		
MEDIA			=	.804847553	MEDIA			=	.657645205
DESVIACION ESTANDAR			=	.027262775	DESVIACION ESTANDAR			=	.087671256
COEFICIENTE DE VARIACION			=	.033873216	COEFICIENTE DE VARIACION			=	.133310872

TABLA 7.7. VALORES DISCRETOS DE LOS PARAMETROS θ T INCLUYENDO LOS VALORES DE SU MEDIA Y DESVIACION BAYESIANOS

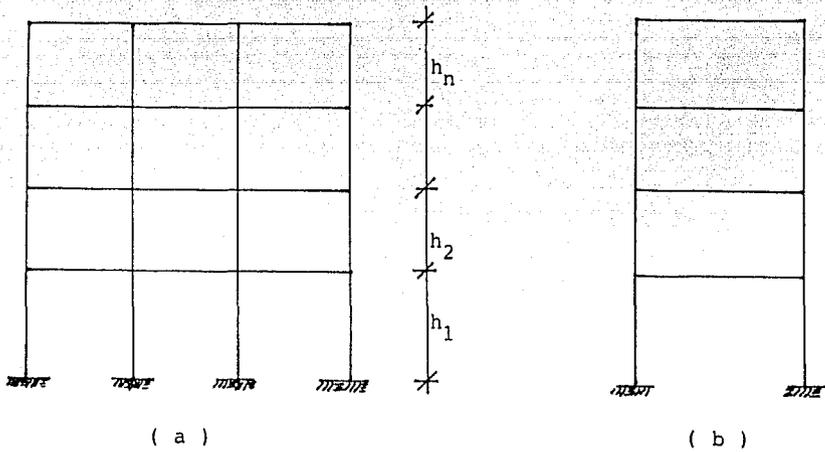


Fig. 2.1 Sistemas en estudio, a) sistema detallado y b) sistema simplificado.

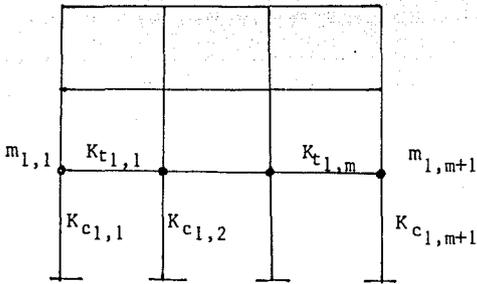


Fig. 3.1 Masa y rigideces en el sistema detallado.

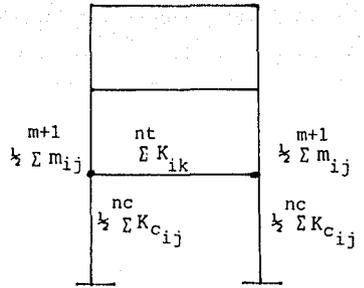


Fig. 3.2 Masas y rigideces en el sistema simplificado.

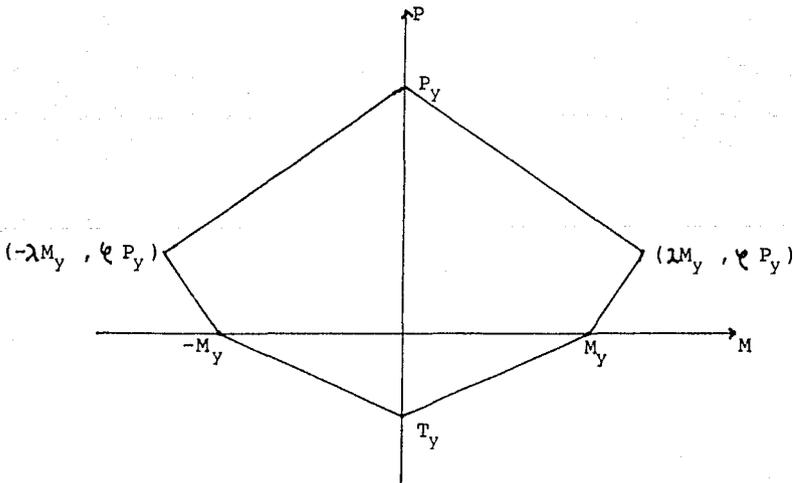
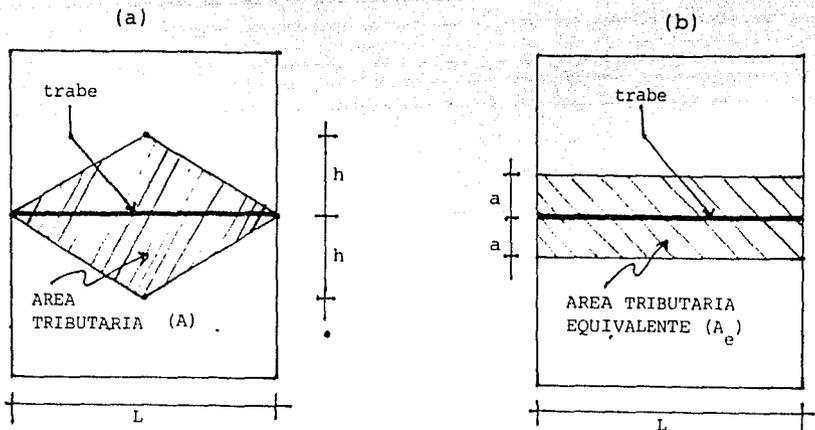


Fig. 3.3 Diagrama de interacción para columnas



si $a = \frac{1}{2}h$ entonces $A_e = A$

Fig. 4.1 Areas tributarias, a) triangular para el sistema detallado; b) área tributaria equivalente para la obtención de momentos de empotramiento para el sistema simplificado.

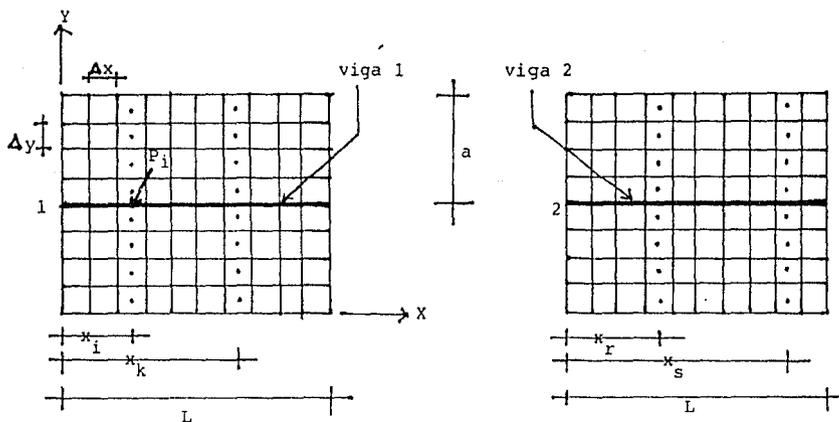


Fig. 4.2 Discretización de áreas tributarias para la obtención de momentos de empotramiento en el sistema simplificado y sus parámetros estadísticos.

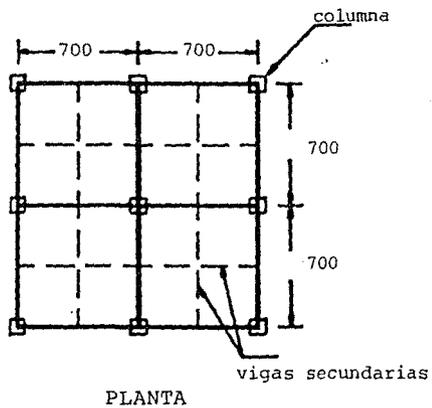
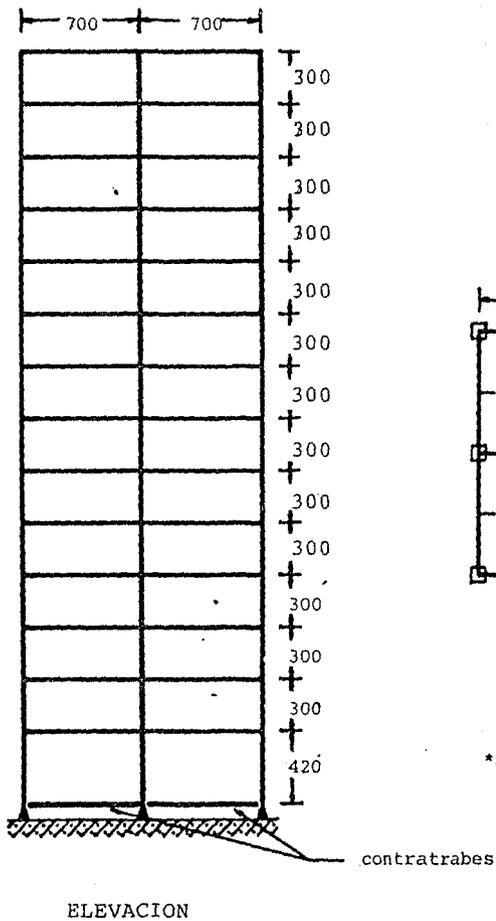


Fig. 6.1 Elevación y planta del sistema detallado

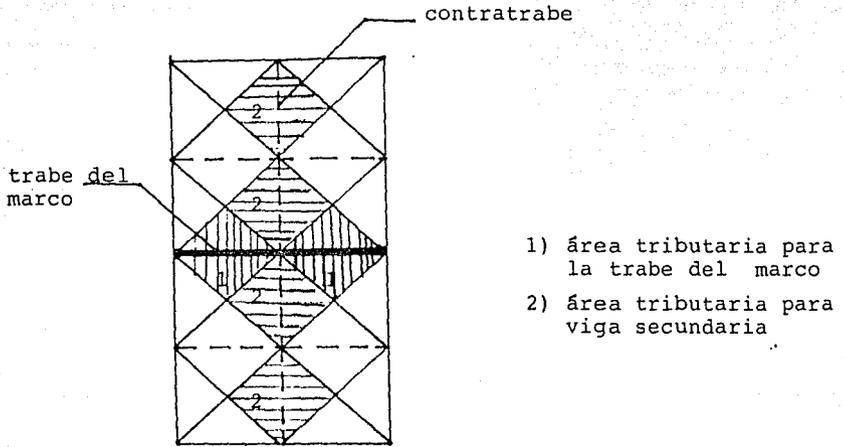


Fig. 6.2 Areas tributarias en el sistema detallado.

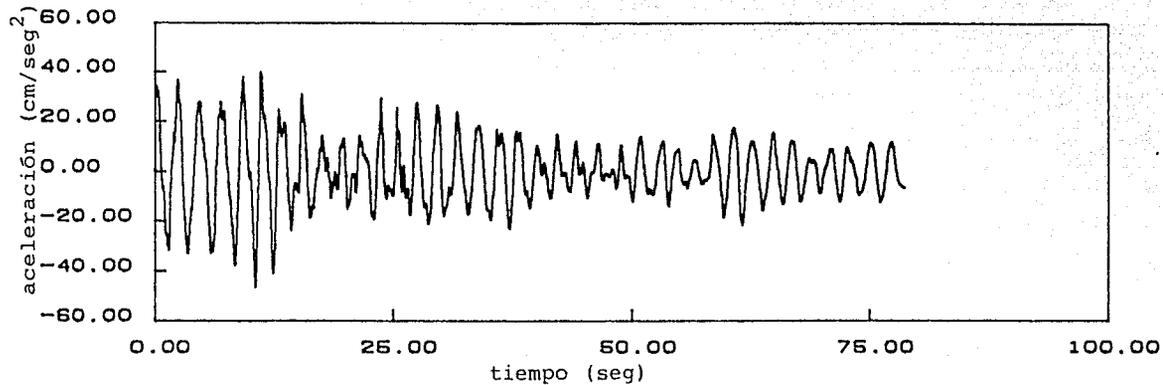


Fig. 6.3. Sismo Hidalgo cimentación (recortado)

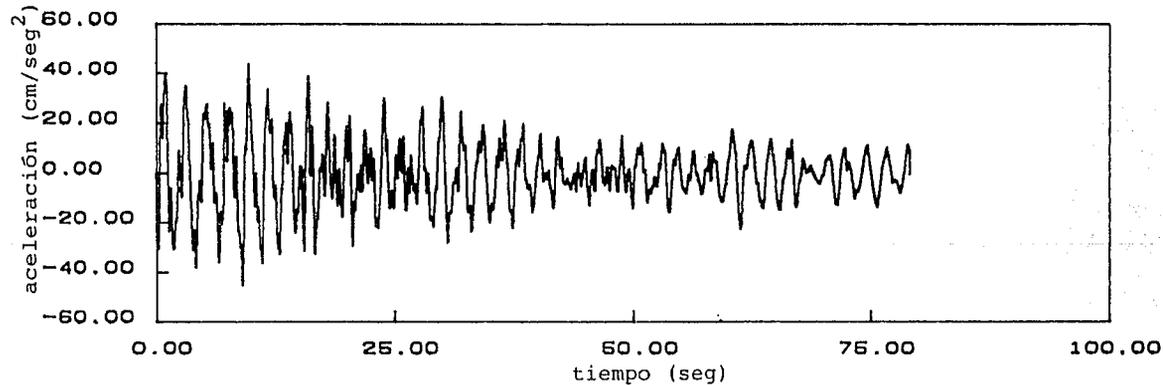


Fig. 6.4. Sismo Hidalgo patio (recortado)

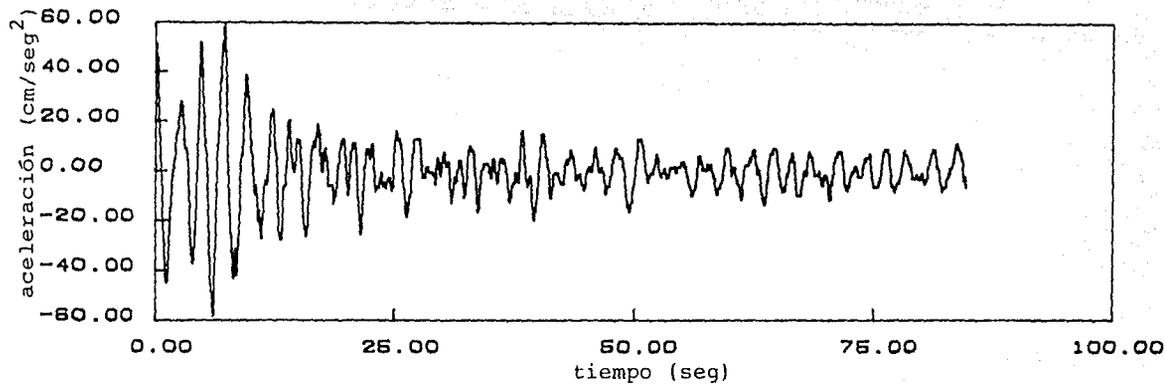


Fig. 6.5 Sismo Atizapán cimentación (recortado)

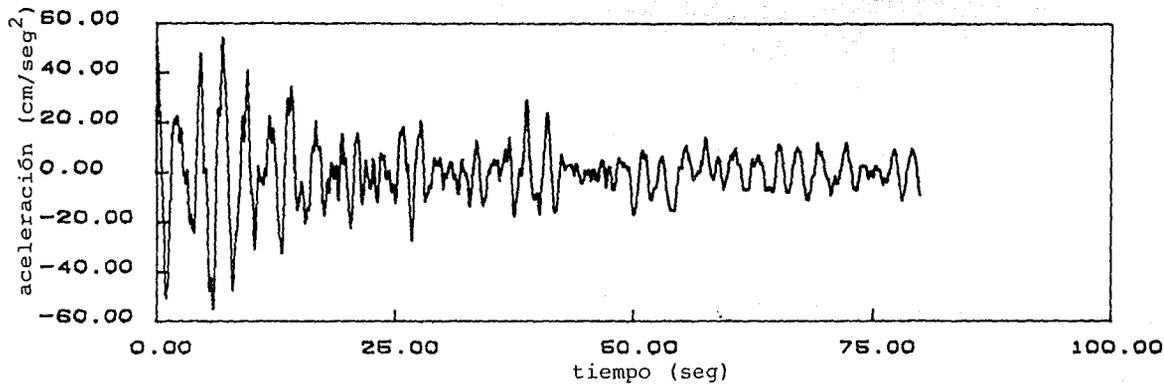


fig. 6.6 Sismo Atizapán patio (recortado)

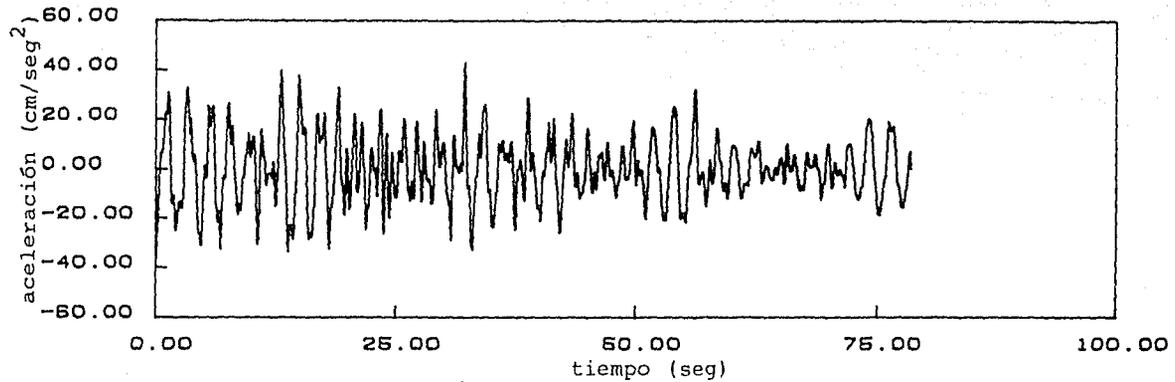


Fig. 6.7 Sismo González (recortado)

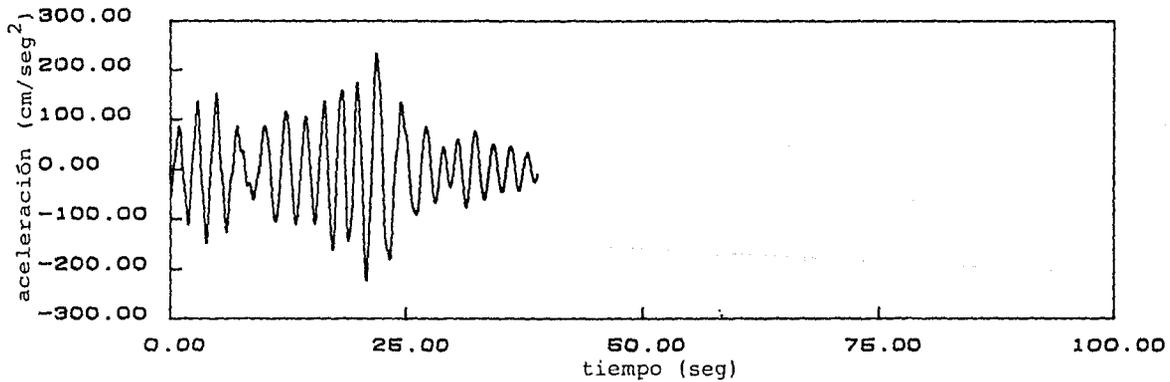


Fig. 6.8 Simulación 1 (recortada)

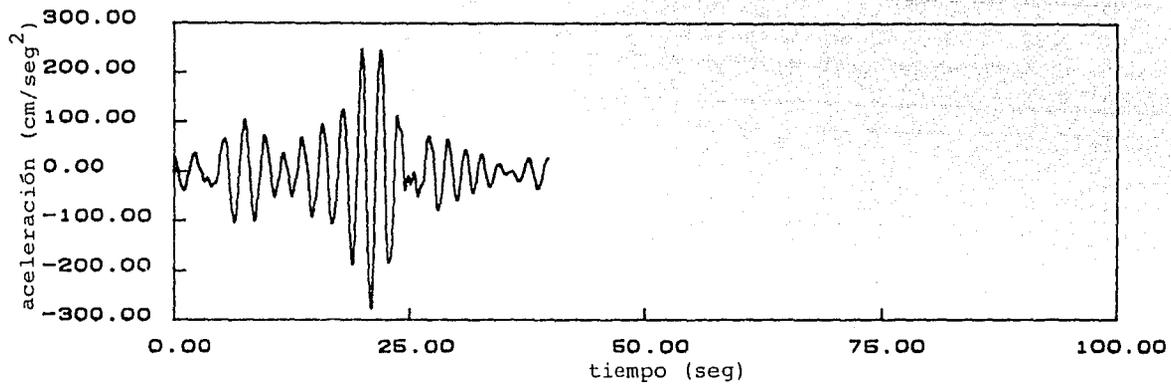


Fig. 6.9 Simulación 2 (recortada)

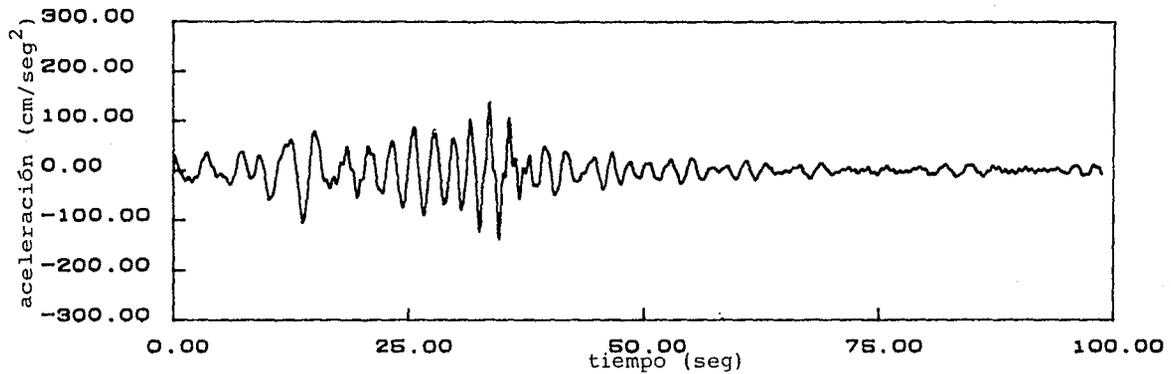


Fig. 6.10 Simulación 3 (recortada)

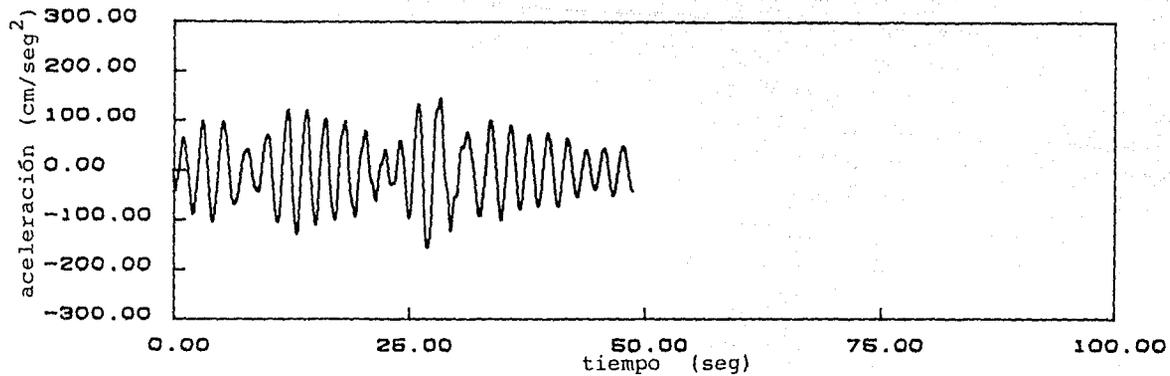


fig. 6.11 Simulación 4 (recortada)

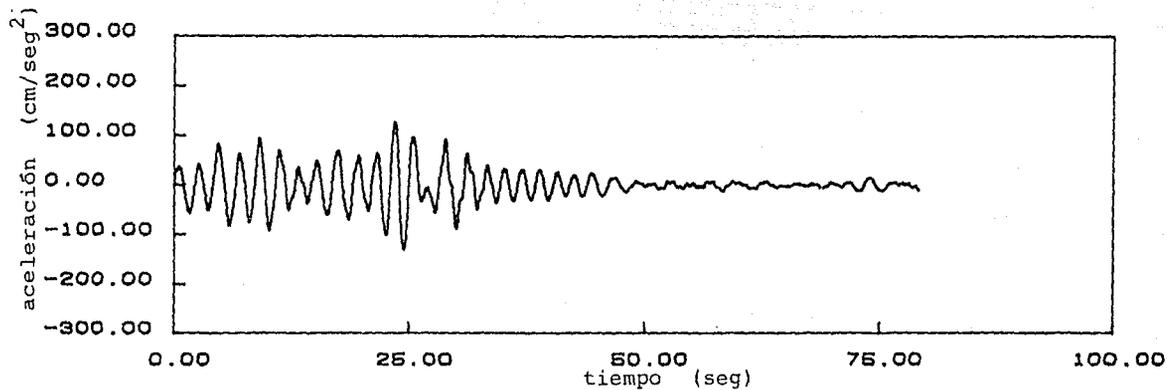


Fig. 6.12 Simulación 5 (recortada)

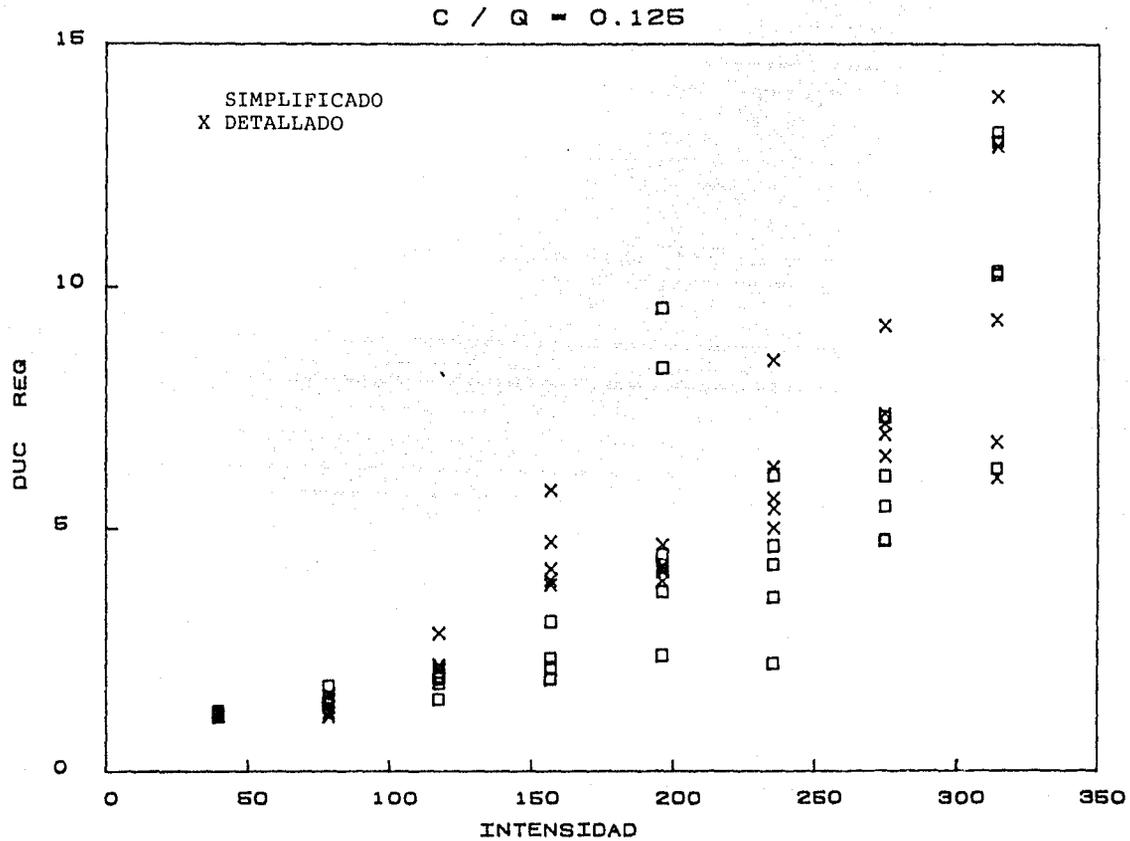


Fig. 7.1 Ductilidad requerida VS intensidad para el caso 1.

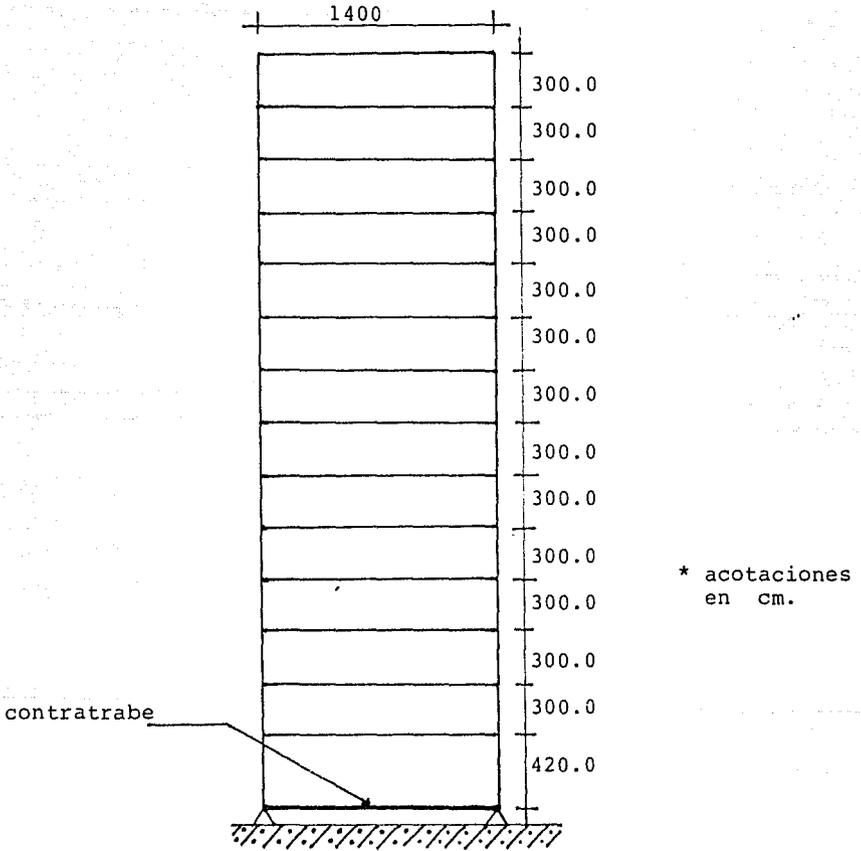


Fig. 6.13 Representación del sistema simplificado en estudio

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

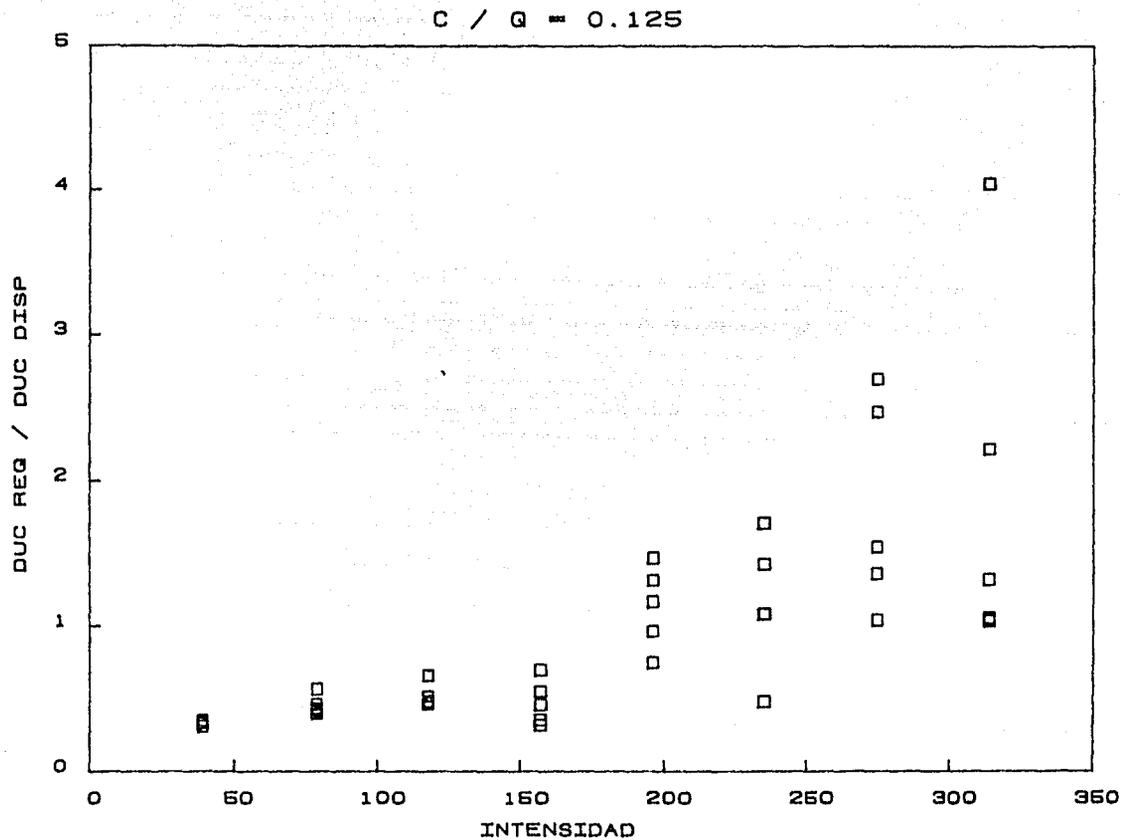


Fig. 7.3 Ductilidad requerida/ductilidad disponible VS intensidad sistema simplificado, caso 1

C / Q = 0.200

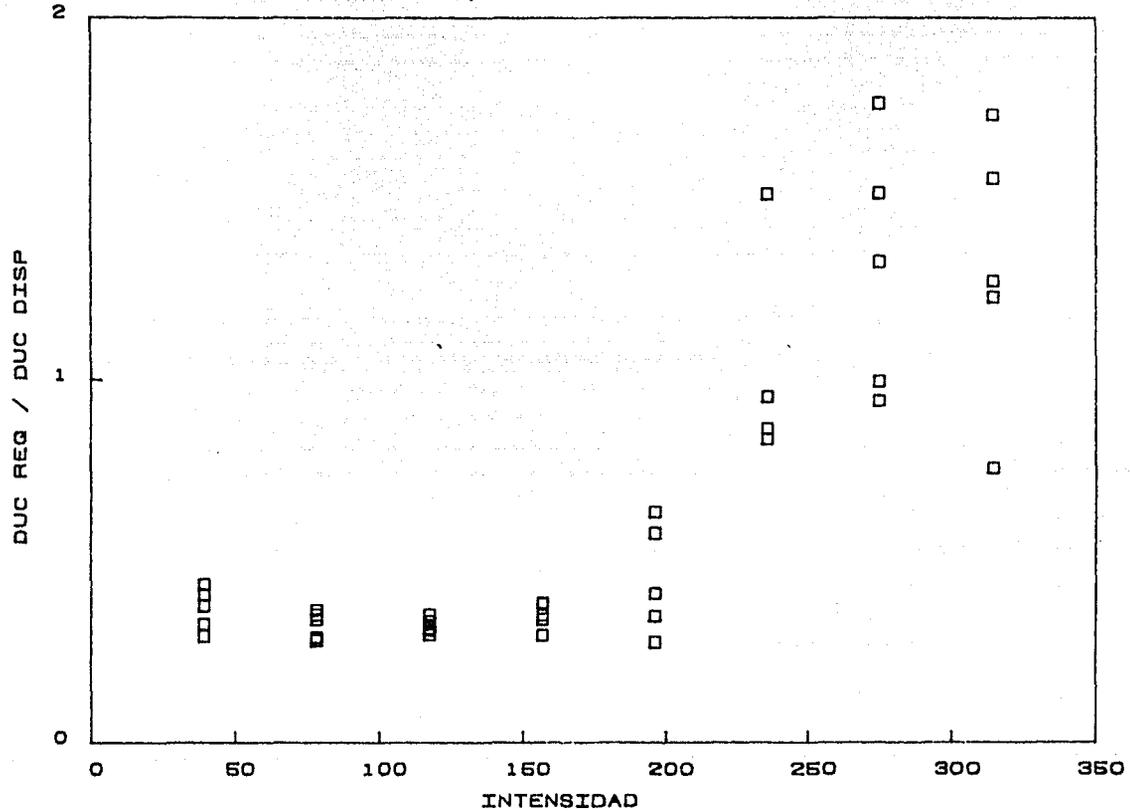


Fig. 7.4 Ductilidad requerida/ductilidad disponible VS intensidad sistema simplificado, caso 2

C / Q - 0.200

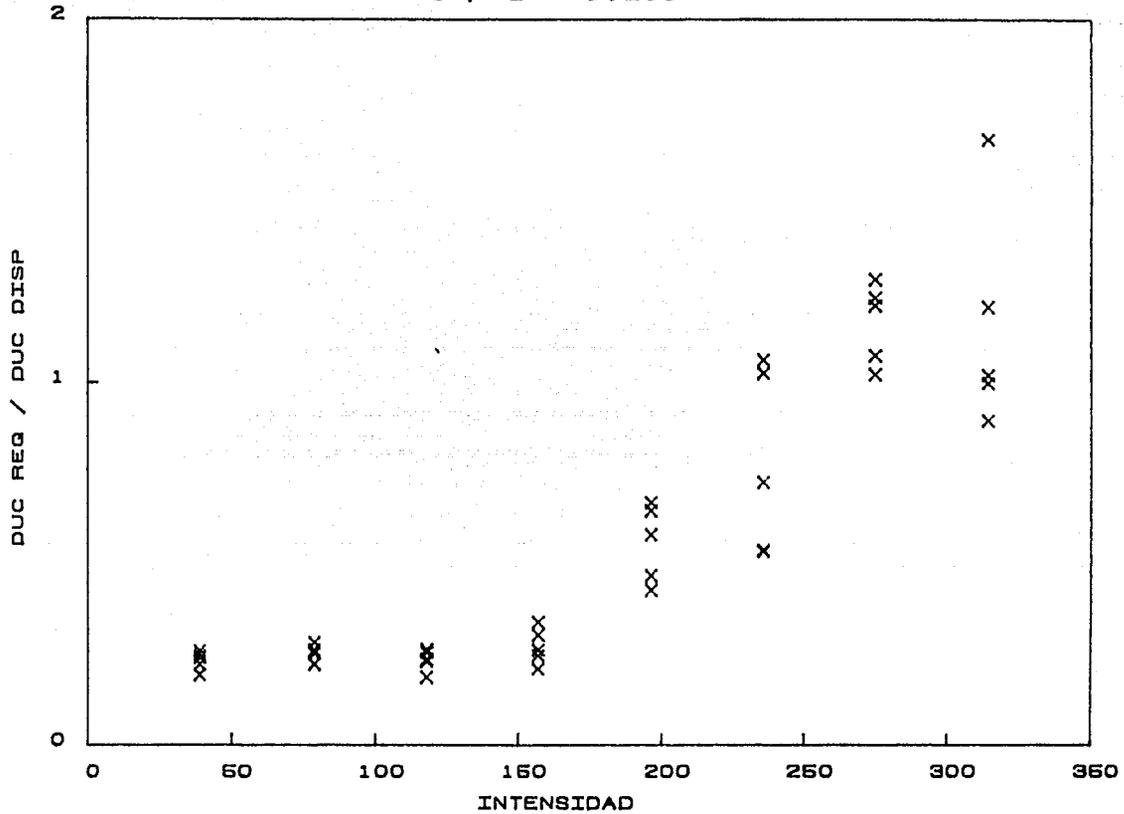


Fig. 7.6 Ductilidad requerida/ductilidad disponible VS intensidad.
Sistema detallado, caso 2

C / Q = 0.125

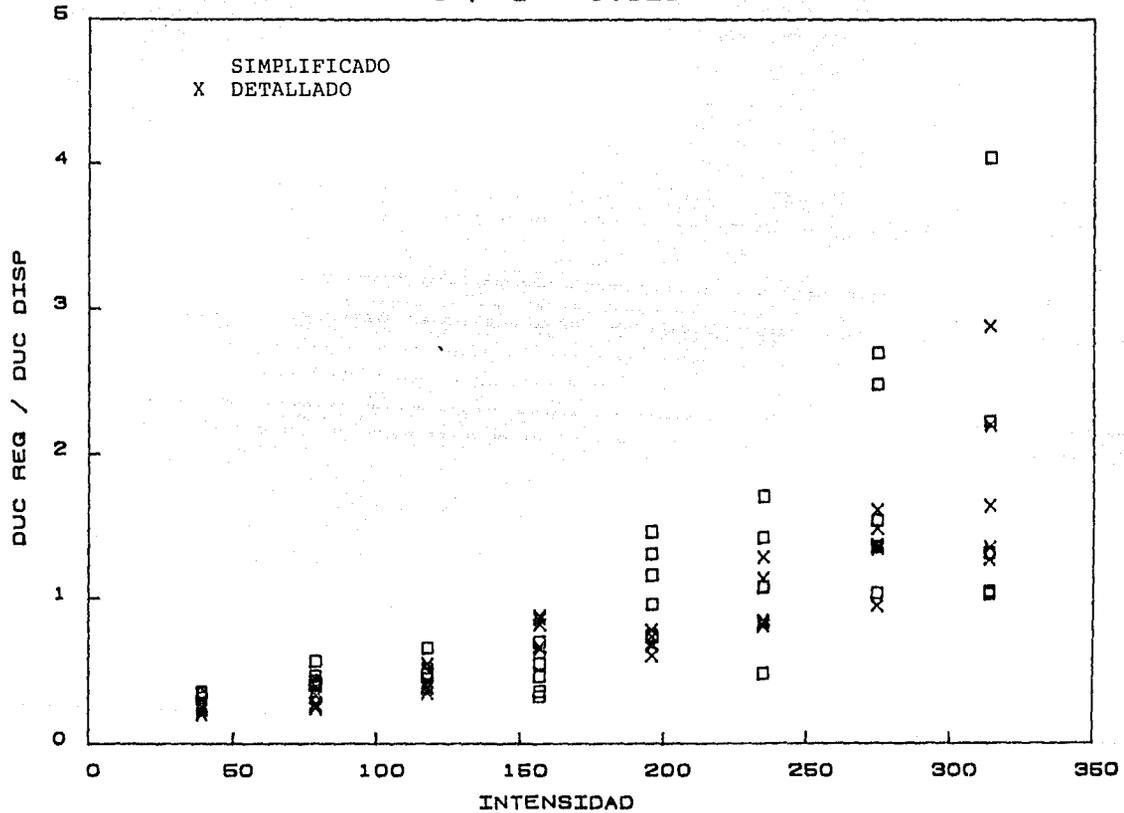


Fig. 7.7 Relaciones de ductilidades para ambos sistemas, caso 1

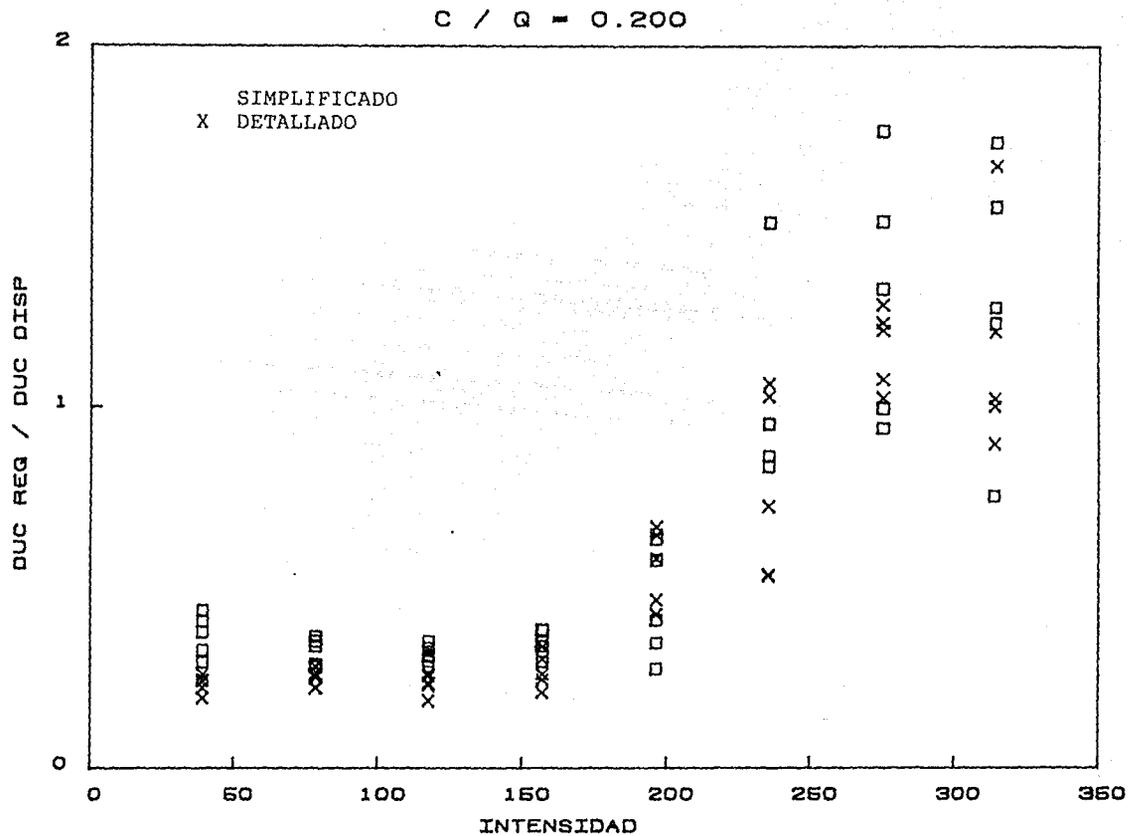


Fig. 7.8 Relaciones de dusctilidades para ambos sistemas, caso 2.

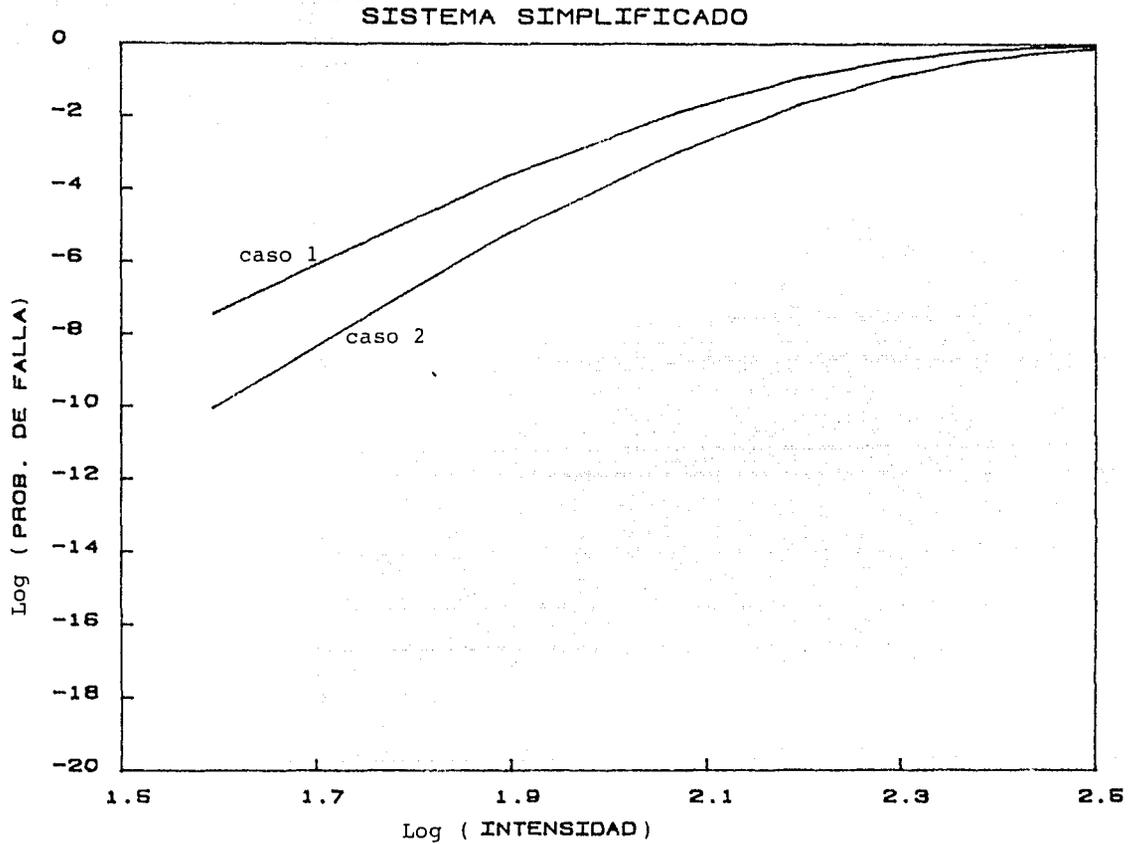


Fig. 7.9 Probabilidad de falla para los sistemas simplificados

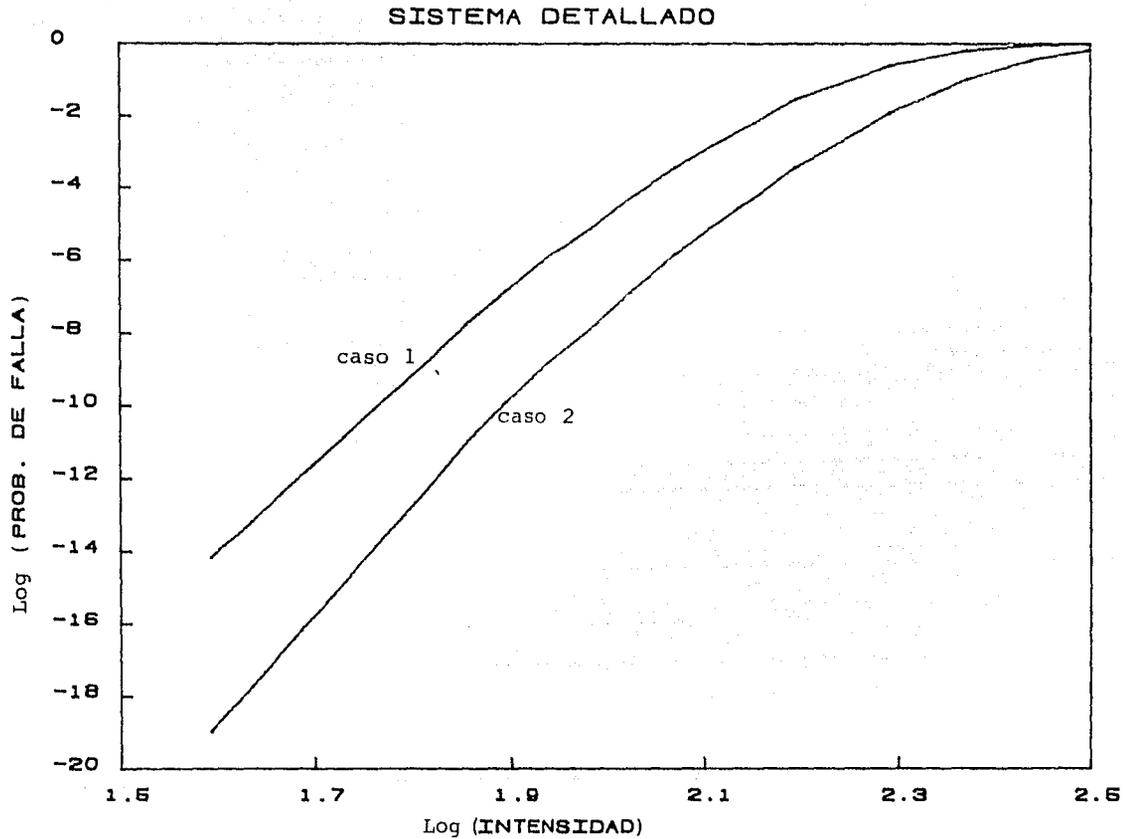


Fig. 7.10 Probabilidad de falla para los sistemas detallados.

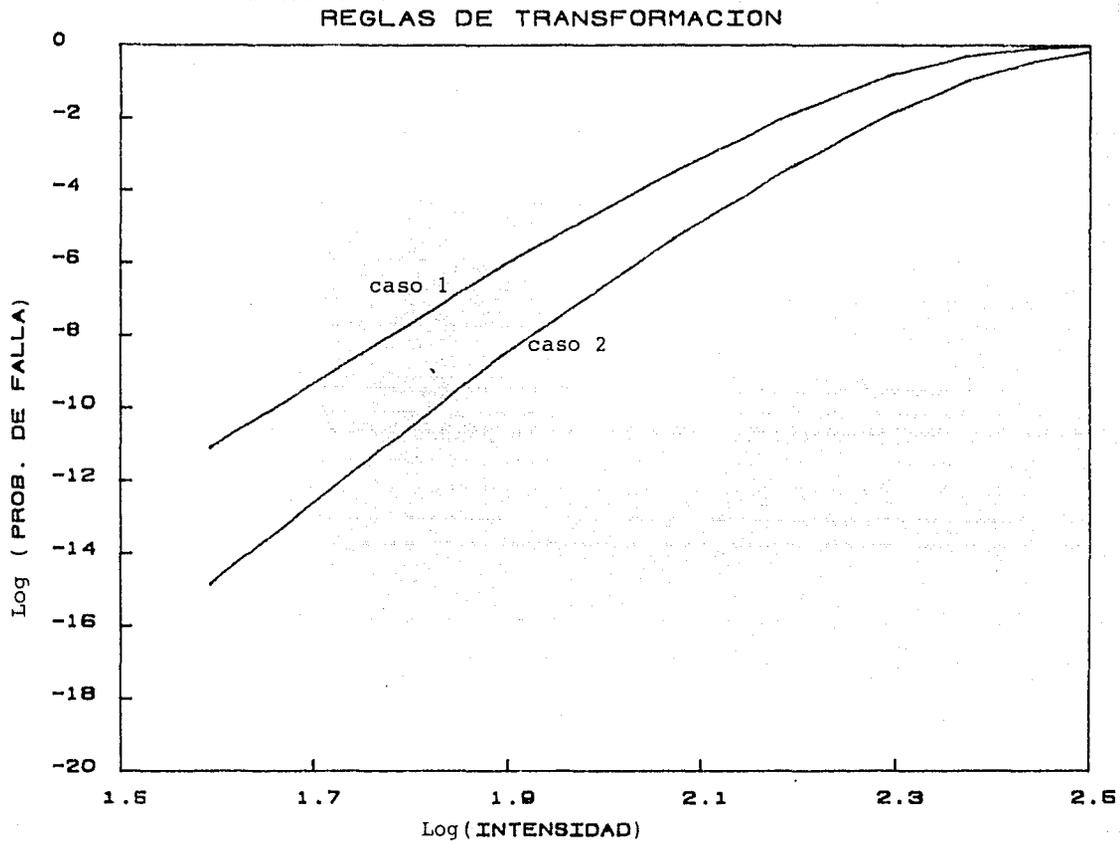


Fig. 7.11 Probabilidad de falla para los sistemas detallados empleado las reglas de transformación obtenidas.

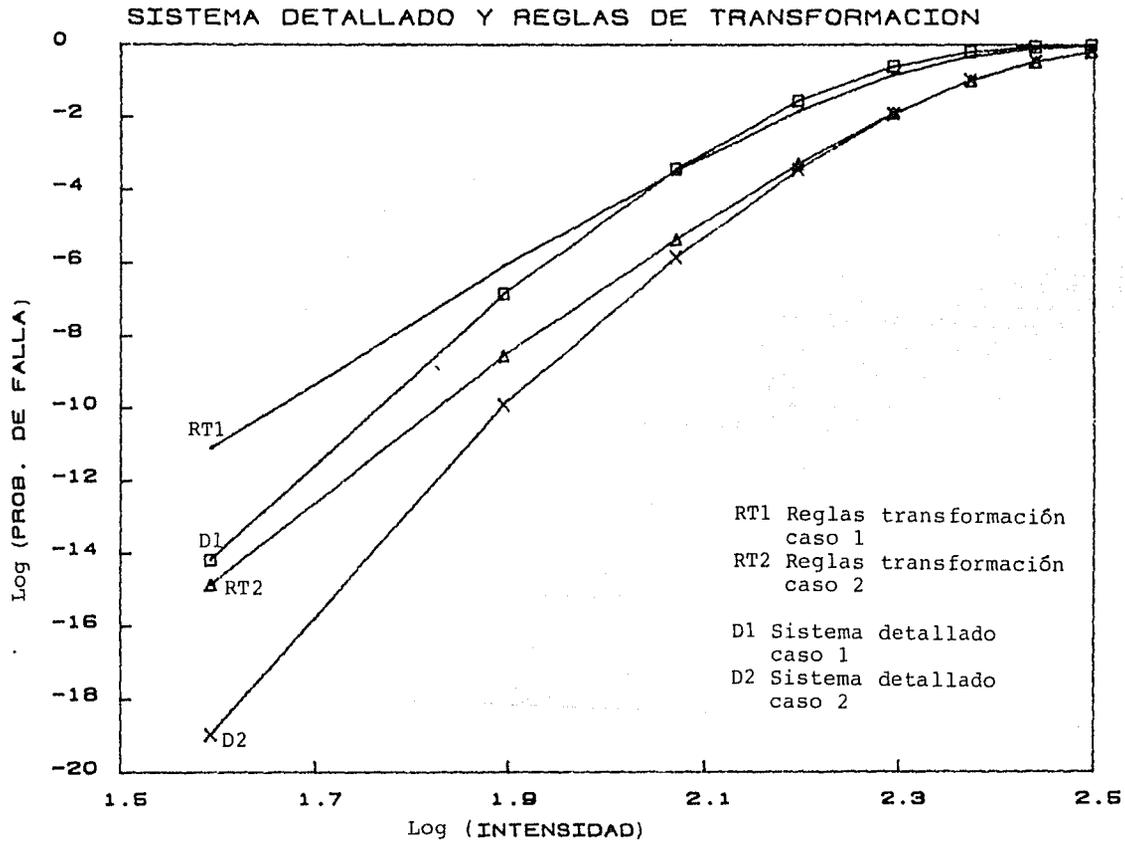


Fig. 7.12 Comparación de las probabilidades de falla obtenidas para el sistema detallado y empleando las reglas de transformación.

APENDICE A

APROXIMACION DE MOMENTOS

Se describen las aproximaciones de momentos de Benjamin y Cornell dadas en la referencia 7.

Teniendo una función $y = g(x)$, Benjamin y Cornell proponen aproximaciones para el cálculo de la esperanza y la varianza de y , siempre que la relación $y = g(x)$ sea bien comportada y que el coeficiente de variación de x no sea muy grande (la magnitud del coeficiente depende del grado de no linealidad de $g(x)$ en la región entorno a m_x y del grado de error de aproximación aceptable). Estas aproximaciones son:

$$E(y) = E[g(x)] \approx g(E[x]) \quad (a.1)$$

$$\text{var}(y) = \text{var}[g(x)] \approx \text{var}[x] \left[\left. \frac{dg(x)}{dx} \right|_{m_x} \right]^2 \quad (a.2)$$

donde:

$$\left. \frac{dg(x)}{dx} \right|_{m_x}$$

es la derivada de la función $g(x)$ con respecto a x , valuada en la media de x (m_x).

Estas aproximaciones Benjamin y Cornell las justifican al observar que si V_x (coeficiente de variación de x) es pequeño, x es probablemente muy cercano a m_x y por tanto está indicado un desarrollo en serie de Taylor de $g(x)$ en torno a m_x :

$$g(x) = g(m_x) + (x - m_x) \left. \frac{dg(x)}{dx} \right|_{m_x} + \dots + \frac{(x - m_x)^2}{2} \left. \frac{d^2g(x)}{dx^2} \right|_{m_x} + \dots \quad (a.3)$$

Conservando únicamente los dos primeros términos del desarrollo y tomando la esperanza de ambos miembros, por ser $E[x - m_x] = 0$, obtienen la aproximación estipulada para la media de $g(x)$. Análogamente, con los mismos términos y tomando la varianza de ambos miembros, obtienen la aproximación de la ecuación (a-2), puesto que:

$$\text{var}[g(m_x)] = 0$$

y

$$\text{var} \left[\left. \frac{dg(x)}{dx} \right|_{mx} \right] = \left[\left. \frac{d^2g(x)}{dx^2} \right|_{mx} \right] \sigma_x^2 \quad (\text{a.4})$$

Aclaran que es posible mejorar la precisión conservando más términos del desarrollo y haciendo intervenir momentos de orden mayor en las aproximaciones.

Una mejor aproximación para la media se obtiene, en general, utilizando tres términos del desarrollo, esto es:

$$E [g(x)] \approx g (E[x]) + \frac{1}{2} \left[\left. \frac{dg(x)}{dx} \right|_{mx} \right]^2 \text{var}(x) \quad (\text{a.4})$$

Para funciones multivariantes, proponen aproximaciones parecidas, es decir:

$$\text{si } y = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

la aproximación de segundo orden del valor esperado es :

$$E [y] \approx g(mx_1, mx_2, \dots, mx_n) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left. \frac{d^2g}{dx_i^2 dx_j^2} \right|_m \text{cov}(x_i, x_j) \quad (\text{a.5})$$

la cual utiliza la segunda derivada parcial de $g(x_1, \dots, x_n)$ con respecto a x_i y a x_j valuada en la mx_1, \dots, mx_n . El segundo término (el cual se reduce a la mitad de la suma de las varianzas si las x 's no están correlacionadas), es insignificante si los coeficientes de las variaciones de las x_i no son muy grandes, lo mismo que la no linealidad de la función.

La aproximación de primer orden de la varianza resulta ser:

$$\text{var}(y) \approx \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left. \frac{dg}{dx_i} \right|_m \left. \frac{dg}{dx_j} \right|_m \text{cov}(x_i, x_j) \quad (\text{a.6})$$

donde si las x 's no están correlacionadas es:

$$\text{var}(y) \approx \sum_{i=1}^n \left[\left. \frac{dg}{dx_i} \right|_m \right]^2 \text{var}(x_i) \quad (\text{a.7})$$

Si tenemos dos funciones correlacionadas, y_1 y y_2 de las x 's:

$$y = g_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$y = g_2(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

la aproximación de la covarianza resulta:

$$\text{cov}(y_1, y_2) \approx \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left. \frac{dg_1}{dx_i} \right|_m \left. \frac{dg_2}{dx_j} \right|_m \text{cov}(x_i, x_j) \quad (\text{a.6})$$

APENDICE B

PARAMETROS DE CARGAS

Se describen aquí, los procedimientos seguidos para la obtención de los parámetros de cargas empleados en este trabajo. En las referencias [3 y 4] se describen las bases de lo que a continuación se desarrolla. (Otros estudios al respecto refs. 5 y 6).

Para los análisis de los marcos se propuso como intensidad nominal de la carga total 900 kg/cm^2 , de la cual 720 corresponde a la carga muerta y 180 a la carga viva. En la referencia [15] se proponen las siguientes relaciones entre cargas nominales y sus valores medios:

$$S_{dm} = m_{sm} (1 + 2 C_m) \quad (b.1)$$

$$S_{dv} = m_{sv} (1 + 2 C_v) \quad (b.2)$$

en donde: S_{dm} y S_{dv} son los valores nominales de las cargas vivas y muertas respectivamente

m_{sm} y m_{sv} sus valores medios

C_m y C_v sus coeficientes de variación

Como valores de los coeficientes de variación se propusieron, para carga muerta y viva respectivamente, 0.08 y 0.8. De donde resulta, de acuerdo con las ecuaciones b.1 y b.2:

$$m_{sm} = 620.7 \text{ kg/m}^2$$

$$m_{sv} = 69.23 \text{ kg/m}^2$$

En la referencia mencionada, Peir propone una expresión para calcular la carga viva en edificios tomando en cuenta diferentes factores, esta es:

$$l = \bar{l} + \gamma_b + \gamma_f + \epsilon(x,y) \quad (b.3)$$

en donde: l es la carga viva por unidad de área en un punto particular (x,y) de un determinado edificio y un piso particular y \bar{l} es su valor medio

γ_b es una variable aleatoria con media nula que toma en cuenta la variabilidad que existe de un edificio a otro.

γ_f es una variable aleatoria que toma en cuenta la variabilidad de un piso a otro de un mismo edificio.

$\epsilon(x,y)$ representa la variabilidad local, de un punto a otro de un mismo piso.

Para la expresión anterior si hacemos $W(x,y) = l$, tenemos:

$$E [W(x,y)] = \bar{W} \quad (b.4)$$

$$\text{var} [W(x,y)] = \sigma_b^2 + \sigma_f^2 + \sigma_c^2 \quad (b.5)$$

y para dos localizaciones distintas de un mismo piso:

$$\text{cov} [W(x_0, y_0), W(x_1, y_1)] = \sigma_b^2 + \sigma_f^2 + \text{cov} [\varepsilon(x_0, y_0), \varepsilon(x_1, y_1)] \quad (b.6)$$

en donde: $\text{cov}[\varepsilon(x_0, y_0), \varepsilon(x_1, y_1)] = \sigma_{sp}^2 e^{-r^2/d}$ para la cual d es una constante, r es la distancia horizontal entre los puntos (x_0, y_0) y (x_1, y_1) , σ_b^2 y σ_f^2 son, respectivamente las varianzas de γ_b y γ_f .

Si $L(A)$ es la carga viva total para una área rectangular A , deberíamos integrar las expresiones anteriores para obtener la varianza y la covarianza, pero de acuerdo a la discretización hecha (subcapítulo 4.3.1) y considerando que A es el área tributaria de una viga tenemos:

$$E [L(A)] = \bar{W} A$$

$$\text{var} [L(A)] = \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \sum_{k=1}^{N_x} \sum_{l=1}^{N_y} [\sigma_b^2 + \sigma_f^2 + \sigma_{sp}^2 e^{-r^2/d}] (\Delta_x \Delta_y)^2 \quad (b.7)$$

$$\text{cov} [L(A_1), L(A_2)] = \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \sum_{k=1}^{N_x} \sum_{l=1}^{N_y} [\sigma_b^2 + \sigma_f^2 + \sigma_{sp}^2 e^{-r^2/d}] (\Delta_x \Delta_y)^2 \quad (b.8)$$

Las expresiones anteriores son similares, la diferencia radica en la distancia r .

B.1 Obtencion de los parámetros σ_b^2 , σ_f^2 y σ_{sp}^2

Peir, con base en estudios estadísticos realizados por Michel y Woodgate [ref. 16], propone los valores siguientes:

$$\sigma_b^2 + \sigma_f^2 = 20.25 \text{ (psf)}^2$$

transformado unidades resulta

$$\sigma_{(\gamma_b + \gamma_f)} = 21.96 \text{ kg/m}^2$$

$$\sigma_b^2 = 3 \text{ (psf)}^2$$

que equivale a

$$\sigma_b = 8.45 \text{ kg/m}^2$$

por lo tanto:

$$\sigma_b / \sigma_{(\gamma_b + \gamma_f)} = \frac{8.45}{21.96} = 0.38 \quad (\text{b.9})$$

Considerando válido el planteamiento para cuando tenemos carga muerta y viva podemos escribir:

$$W_{ij} = D_{ij} + L_{ij}$$

$$\sigma_b = \sigma_{bD} + \sigma_{bL}$$

$$\sigma_f = \sigma_{fD} + \sigma_{fL}$$

$$\sigma_{sp} = \sigma_{spL}$$

Esta última relación implica considerar que no existe variación espacial en la carga muerta.

$$\text{Haciendo: } \bar{D} = m_{sm} = 620.7 \text{ kg/m}^2$$

$$\bar{L} = m_{sv} = 69.23 \text{ kg/m}^2$$

para carga muerta tenemos:

$$V_D = C_m = 0.08 \quad ; \quad \sigma_{D_{ij}}^2 = (V_D \bar{D})^2 = 2465.7 \text{ (kg/m}^2)^2$$

$$\sigma_{D_{ij}}^2 = \sigma_{bD}^2 + \sigma_{fD}^2 \quad (\text{b.10})$$

considerando que se mantiene la relación dada en la ec. (b.9):

$$\sigma_{bD} / \sigma_{D_{ij}} = 0.38$$

de donde:

$$\sigma_{bD}^2 = (0.38)^2 \sigma_{D_{ij}}^2 = 356.05 \text{ (kg/m}^2)^2$$

y de la ec. (b.10):

$$\sigma_{fD}^2 = \sigma_{D_{ij}}^2 - \sigma_{bD}^2 = 2109.65 \text{ (kg/cm}^2\text{)}^2$$

Para carga viva tenemos:

$$V_L = C_v = 0.80 ; \quad \sigma_{L_{ij}}^2 = (V_L \bar{L})^2 = 3067.38 \text{ (kg/m}^2\text{)}^2$$

$$\sigma_{L_{ij}}^2 = \sigma_{bL}^2 + \sigma_{fL}^2 \quad (\text{b.11})$$

considerando que se mantiene la relación dada en la ec. (b.7) :

$$\sigma_{bL} / \sigma_{L_{ij}} = 0.38$$

$$\sigma_{bL}^2 = (0.38)^2 \sigma_{L_{ij}}^2 = 422.93 \text{ (kg/m}^2\text{)}^2$$

y de la ec. (b.11):

$$\sigma_{fL}^2 = \sigma_{L_{ij}}^2 - \sigma_{bL}^2 = 2644.45 \text{ (kg/cm}^2\text{)}^2$$

con estos valores:

$$\begin{aligned} \sigma_f^2 &= \sigma_{fD}^2 + \sigma_{fL}^2 = 4754.10 \text{ (kg/cm}^2\text{)}^2 \\ \sigma_f &= 68.95 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_b^2 &= \sigma_{bD}^2 + \sigma_{bL}^2 = 778.93 \text{ (kg/cm}^2\text{)}^2 \\ \sigma_b &= 27.91 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

El problema ahora es obtener σ_{sp}^2 , que es la varianza de la distribución espacial de la carga. Para ello, tomemos la ecuación (b.7), en donde σ_b^2 , σ_f^2 y σ_{sp}^2 son constantes, por lo tanto:

$$\text{var [L(A)]} = \left[\sigma_b^2 + \sigma_f^2 \right] A^2 + \sigma_{sp}^2 \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \sum_{k=1}^{N_x} \sum_{l=1}^{N_y} [e^{-r^2/d}] (\Delta_x \Delta_y)^2 \quad (\text{b.10})$$

Peir, propone los siguientes valores:

$$\sigma_b + \sigma_f = 21.96 \text{ kg/m}^2$$

$$\sigma_{ap} = 78.69 \text{ kg/m}^2$$

$$d = 0.84 \text{ m}^2$$

Haciendo "suma" igual al valor de la sumatoria de la expresión anterior, para los valores propuestos se obtuvo (con $N_x = 30$ y $N_y = 15$) para carga viva:

$$\begin{aligned} \text{var [L(A)]} &= 606329.67 \text{ kg} \\ \text{suma} &= 51.17 \end{aligned}$$

haciendo $F = \text{var [L(A)]} / \sigma_{ap}^2$ se obtuvo $F = 97.92$

Considerando que la relación F se mantiene constante, podemos obtener la varianza de la distribución espacial de la carga para los valores que corresponde a nuestro modelo, considerando únicamente la carga viva. Estos son:

$$\sigma_{bl} = 20.56 \text{ kg/m}^2$$

$$\sigma_{fl} = 51.42 \text{ kg/m}^2$$

$$A = 24.5 \text{ m}^2$$

entonces:

$$\text{var [L(A)]} = \left(\sigma_b^2 + \sigma_f^2 \right) A^2 + \sigma_{ap}^2 \text{ suma}$$

para obtener la misma relación F dividimos la expresión anterior entre σ_{ap}^2 :

$$\frac{\text{var [L(A)]}}{\sigma_{ap}^2} = \frac{(\sigma_{bL}^2 + \sigma_{fL}^2) A^2}{\sigma_{ap}^2} + \text{suma}$$

esto es igual a:

$$F = \frac{(\sigma_{bL}^2 + \sigma_{fL}^2) A^2}{\sigma_{ap}^2} + \text{suma}$$

despejando σ_{ap}^2 :

$$\sigma_{sp}^2 = \frac{(\sigma_{bL}^2 + \sigma_{fL}^2) A^2}{F - \text{suma}}$$

substituyendo valores obtenemos:

$$\sigma_{sp} = 198.45 \text{ kg/m}^2$$

Para el caso de carga muerta no se considera variación espacial.

B.2. Obtención del coeficiente de correlación para las cargas del sistema detallado

Para calcular los parámetros estadísticos de la carga W_i del sistema detallado, hicimos uso de la expresiones para esperanza, varianza y covarianza descritas arriba, con los valores obtenidos para los valores de σ_b^2 , σ_f^2 y σ_{sp}^2 calculados. Existe solamente una diferencia, que radica en el cálculo de la covarianza entre cargas en niveles distintos del edificio, que es la introducción de un coeficiente ρ_m , como factor de la varianza de la distribución espacial de la carga, con lo que la covarianza queda:

$$\text{cov} [L(A_1), L(A_2)] = \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \sum_{k=1}^{N_x} \sum_{l=1}^{N_y} [\sigma_b^2 + \sigma_f^2 + \rho_m \sigma_{sp}^2 e^{-r^2/d}] (\Delta_x \Delta_y)^2$$

ρ_m sera igual a 1, si se trata del mismo nivel, e igual a 0.7, cuando se trate de dos niveles diferentes (ref. Peir), con lo que se obtuvo lo siguiente:

$$\text{var} [L(A)] = 0.5334054 \text{ E}+07 ; \quad \rho = 1.0$$

igual para todos los tableros.

$$\text{cov} [L(A_{a1}), L(A_{a2})] = 0.3400947 \text{ E}+07 ; \quad \rho = 0.638$$

que son la covarianza y el coeficiente de correlación entre la carga de dos tableros que se encuentren en el mismo nivel;

$$\text{cov} [L(A_{a1}), L(A_{b1})] = 0.4730198 \text{ E}+07 ; \quad \rho = 0.887$$

que son la covarianza y el coeficiente de correlación entre dos tableros de la misma crujía pero de distinto nivel.

$$\text{cov} [L(A_{a1}), L(A_{b2})] = 0.3377023 \text{ E}+07 ; \quad \rho = 0.633$$

que corresponden a dos tableros de crujías diferentes y nivel distinto.

De donde se tomó como valor de coeficiente de correlación $\rho = 0.75$.

APENDICE C

COEFICIENTE DE CORRELACION PARA RESISTENCIAS
AXIALES ENTRE COLUMNAS

Sean dos columnas cualesquiera (fig c.1), para las cuales su resistencia a compresión está dada por:

$$P_1 = a_1 b_1 f'_{c_1} + A_{T_1} F_{y_1}$$

$$P_2 = a_2 b_2 f'_{c_2} + A_{T_2} F_{y_2}$$

en donde: P_i es la resistencia a compresión de la columna i
 a_i y b_i son las dimensiones de la columna i
 f'_{c_i} es la resistencia a compresión del concreto en la columna i
 A_{T_i} es el área total de acero en la columna i
 F_{y_i} es la resistencia a tensión del acero de la columna i
 i puede ser 1 o 2

El coeficiente de correlación se define como:

$$\rho_{P_y} = \frac{\text{cov} [P_1 , P_2]}{\sigma_{P_1} \sigma_{P_2}} \quad (c.1)$$

La covarianza y la varianza son:

$$\text{cov} [P_1 , P_2] = E [P_1 P_2] - E [P_1] E [P_2] \quad (c.2)$$

$$\text{var} [P_a] = E [P_a^2] - E^2 [P_a] \quad ; a = 1,2 \quad (c.3)$$

Ahora, la esperanza de P_i la calculamos de la siguiente manera:

$$E [P_i] = E [a_i b_i f'_{c_i}] + E [A_{T_i} F_{y_i}]$$

Considerando todas las variable independientes (se considera únicamente correlación entre la misma variable) tenemos:

$$E [P_1] = E [a_1] E [b_1] E [f'_{c_1}] + E [A_{T_1}] E [F_{y_1}]$$

$$E [P_2] = E [a_2] E [b_2] E [f'_{c_2}] + E [A_{T_2}] E [F_{y_2}]$$

El producto $P_1 \times P_2$ resulta:

$$P_1 P_2 = (a_1 \ b_1 \ f''_{c_1}) (a_2 \ b_2 \ f''_{c_2}) + (a_1 \ b_1 \ f''_{c_1}) F_{y_2} A_{T_2} + \\ + (a_2 \ b_2 \ f''_{c_2}) F_{y_1} A_{T_1} + (F_{y_1} A_{T_1}) (F_{y_2} A_{T_2})$$

y su esperanza:

$$E [P_1 P_2] = E [a_1 a_2] E [b_1 b_2] E [f''_{c_1} f''_{c_2}] + \\ + E [a_1] E [b_1] E [f''_{c_1}] E [F_{y_2}] E [A_{T_2}] + \\ + E [a_2] E [b_2] E [f''_{c_2}] E [F_{y_1}] E [A_{T_1}] + \\ + E [F_{y_1} F_{y_2}] E [A_{T_1} A_{T_2}] \quad (c.4)$$

El producto de las esperanzas es:

$$E [P_1] E [P_2] = E [a_1] E [b_1] E [f''_{c_1}] E [a_2] E [b_2] E [f''_{c_2}] + \\ + E [a_1] E [b_1] E [f''_{c_1}] E [F_{y_2}] E [A_{T_2}] + \\ + E [a_2] E [b_2] E [f''_{c_2}] E [F_{y_1}] E [A_{T_1}] + \\ + E [F_{y_1}] E [A_{T_1}] E [F_{y_2}] E [A_{T_2}] \quad (c.5)$$

Sustituyendo las ecuaciones (c.4) y (c.5) en (c.2) y en (c.3):

$$\text{cov} [P_1 P_2] = E [a_1 a_2] E [b_1 b_2] E [f''_{c_1} f''_{c_2}] + \\ + E [F_{y_1} F_{y_2}] E [A_{T_1} A_{T_2}] - \\ - E [a_1] E [a_2] E [b_1] E [b_2] E [f''_{c_1}] E [f''_{c_2}] - \\ - E [F_{y_1}] E [F_{y_2}] E [A_{T_1}] E [A_{T_2}] \quad (c.6)$$

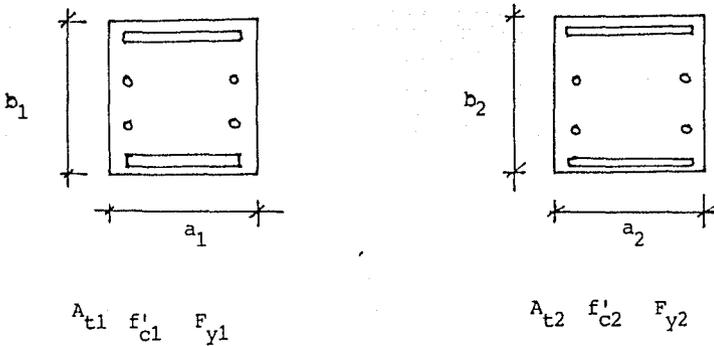
$$\text{var} [P_1] = \text{var} [a_1] \bar{b}_1^2 \bar{f}_{c_1}^2 + \text{var} [b_1] \bar{f}_{c_1}^2 \bar{a}_1^2 + \text{var} [f''_{c_1}] \bar{b}_1^2 \bar{a}_1^2 + \\ + \text{var} [b_1] \text{var} [f''_{c_1}] \bar{a}_1^2 + \text{var} [b_1] \text{var} [a_1] \bar{f}_{c_1}^2 +$$

$$\begin{aligned}
 & + \text{var} [a_i] \text{var} [f'_c] \bar{b}_i^2 + \text{var} [a_i] E [b_i] \text{var} [f'_c] + \\
 & + \text{var} [A_{T_i}] \bar{F}_{y_i}^2 + \text{var} [F_{y_i}] \bar{A}_{T_i}^2 + \text{var} [A_{T_i}] \text{var} [F_{y_i}] \quad (c.7)
 \end{aligned}$$

En la ecuación anterior la varianza del área de acero se consideró nula.

Con las ecuaciones (c.6) y (c.7) se calculó el coeficiente de correlación y se encontró que en todos los casos, resultó alrededor de 0.6. Por lo tanto se tomó 0.6 como valor del coeficiente de correlación para la resistencia axial de las columnas.

Fig. c.1



APENDICE D

COEFICEINTE DE CORRELACION ENTRE
MOMENTOS DE FLUENCIA DE TRABES

Tomemos dos trabes cualesquiera de una estructura, considerando que están simplemente armadas (fig d.1).

Empleando la notación de la fig. d.1, los momentos de fluencia para una viga i (donde i puede ser 1 o 2) resultan:

$$M_{y_i} = A_{a_i} F_{y_i} d_i + \frac{A_{a_i}^2 F_{y_i}^2}{2 b_i f_c^2}$$

La cual, al sustituir el valor de $d_i = a_i - r_i$ resulta

$$M_{y_i} = A_{a_i} F_{y_i} a_i - A_{a_i} F_{y_i} r_i + \frac{A_{a_i}^2 F_{y_i}^2}{2 b_i f_c^2} \quad (d.1)$$

Calculando la varianza y la covarianza por medio de las aproximaciones de Benjamin y Cornell, descritas en el Apéndice A como:

$$\text{var} [M_{y_i}] = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_m \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_m \text{cov} (x_i, x_j) \quad (d.2)$$

$$\text{cov} [M_{y_i}] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial g_1}{\partial x_i} \Big|_m \frac{\partial g_2}{\partial x_j} \Big|_m \text{cov} (x_i, x_j) \quad (d.3)$$

tenemos:

$$\begin{aligned} \text{var}[M_{y_i}] \approx & \left(F_{y_i} a_i - F_{y_i} r_i - \frac{A_{a_i} F_{y_i}^2}{2 b_i f_c^2} \right) \text{var}(A_{a_i}) + \\ & + \left(A_{a_i} a_i - A_{a_i} r_i - \frac{A_{a_i}^2 F_{y_i}}{2 b_i f_c^2} \right) \text{var} (F_{y_i}) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (A_{i_1} F_{y_i})^2 \text{var} [a_i] + (-A_{i_1} F_{y_i})^2 \text{var} [r_i] + \\
& + \left[\frac{A_{i_1}^2 F_{y_i}^2}{2 b^2 f_{c_i}'} \right]^2 \text{var} [b_i] + \left[\frac{A_{i_1}^2 F_{y_i}^2}{2 b f_{c_i}^{\prime 2}} \right]^2 \text{var} [f_{c_i}'] \\
& \hspace{15em} \text{(d.4)}
\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}
\text{cov} [M_{y_i}, M_{y_j}] &= \left[F_{y_i} a_i - F_{y_i} r_i - \frac{A_{i_1} F_{y_i}^2}{2 b_i f_{c_i}'} \right] \times \\
&\times \left[F_{y_j} a_j - F_{y_j} r_j - \frac{A_{j_1} F_{y_j}^2}{2 b_j f_{c_j}'} \right] \text{cov} [A_{i_1}, A_{j_1}] + \\
&+ \left[A_{i_1} a_i - A_{i_1} r_i - \frac{A_{i_1}^2 F_{y_i}}{2 b_i f_{c_i}'} \right] \times \\
&\times \left[A_{j_1} a_j - A_{j_1} r_j - \frac{A_{j_1}^2 F_{y_j}}{2 b_j f_{c_j}'} \right] \text{cov} [F_{y_i}, F_{y_j}] + \\
&+ (A_{i_1} F_{y_i})(A_{j_1} F_{y_j}) \text{cov}[a_i, a_j] + \\
&+ (-A_{i_1} F_{y_i})(-A_{j_1} F_{y_j}) \text{cov} [r_i, r_j] + \\
&+ \left[\frac{A_{i_1}^2 F_{y_i}^2}{2 b^2 f_{c_i}'} \right] \left[\frac{A_{j_1}^2 F_{y_j}^2}{2 b^2 f_{c_j}'} \right] \text{cov} [b_i, b_j] + \\
&+ \left[\frac{A_{i_1}^2 F_{y_i}^2}{2 b f_{c_i}^{\prime 2}} \right] \left[\frac{A_{j_1}^2 F_{y_j}^2}{2 b f_{c_j}^{\prime 2}} \right] \text{cov} [f_{c_i}', f_{c_j}'] \\
& \hspace{15em} \text{(d.5)}
\end{aligned}$$

en donde las covarianzas de cada variable se calcularon como el producto de sus desviaciones por su coeficiente de correlación.

Con las expresiones (d.4) y (d.5) se calculó el coeficiente de correlación entre distintas vigas. El valor de este coeficiente resultó entre 0.45 y 0.30, por lo tanto se tomó 0.37.

Fig. d.1

