2
2 9

Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE CIENCIAS

Material de apoyo para el curso de Cibernética y Computación II en el CCH, vía paquetes de Computación

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

M A T E M A T I C O

P R E S E N T A

AGUSTIN ANTONIO CALDERON REYES

MEXICO, D. F. 1990

INDICE

INTRODUCCION

Este trabajo se elaboró pensando en los alumnos que cursan la materia Cibérnetica y Computación II en el Colegio de Ciencias y Humanidades. También es útil para aquellos alumnos que no cursan esa materia y hallan díficil el aprendizaje de las matemáticas.

El texto se ha dividido en cuatro capitulos. En el primero se da una introducción a las hojas de cálculo y a los paquetes integrados. Los siguientes tratan de las aplicaciones de tres paquetes de computación en las materias de matemáticas del bachillerato del CCH. Así, el capitulo segundo aborda diversos ejemplos en la hoja de cálculo y las gráficas de Symphony. El tercero muestra los posibles usos de muMATH. El cuarto explora la utilización de Derive.

Algunos ejemplos diseñados para la hoja de cálculo se retoman en muMATH y posteriormente en Derive.

El material está distribuido en Clases y Prácticas.

Las primeras sirven para explicar conceptos de los paquetes que se emplean, resolver dudas, motivar a los alumnos a proporcionar otras aplicaciones en las materias que cursan en ese semestre y a invitarlos a sugerir mejoras en los modelos de matemáticas planteados. La duración del sexto semestre es de dieciocho semanas. La primera se excluye porque es la presentación del curso. La última se usa para la evalución del curso. De esta forma, quedan treinta y dos horas de Cibernética y Computación. Cada una corresponde a una Clase. Veinte horas son de Symphony. Seis son de muMATH. Y seis de Derive.

Las prácticas son el complemento de las clases. Hay dieciseis de ellas en el semestre. Los alumnos deberán realizar una por semana. Dado lo extenso del tema de hoja de cálculo, se le dedican doce prácticas. Los paquetes muMATH y Derive cuentan con dos prácticas cada uno.

La evaluación de la materia se puede realizar como mejor convenga al profesor. Se propone:

a) que cada alumno cuente con una copia de la práctica a desarrollar
b) no permitir la entrada al laboratorio a ningun alumno que no lleve el texto de su práctica
c) solicitar al encargado del laboratorio la constancia de asistencia de los alumnos a través de su firma y si es posible, sellar la práctica
d) si un alumno no entrega su práctica firmada y sellada en la clase siguiente, no tendrá derecho a calificación del curso
e) recoger los discos de trabajo de los alumnos para comprobar la asistencia al laboratorio y la ejecución de las prácticas; así se contará con otro aspecto en la calificación definitiva
f) aplicar un examen final.

Es muy importante que cada alumno cuente con sus disquetes de los tres paquetes y sus discos de trabajo.

Esta evaluación no se aplica en el caso de que los profesores que imparten cualquier materia del área de matemáticas deseen tomar este material como apoyo para sus cursos en temas específicos.

Se invita a todos los profesores del área a leer este material, a sugerir mejoras, a señalar errores y, muy importante, a que se aventuren en el aprendizaje de la computación orientada a servir de herramienta en la educación.

CAPITULO I

¿Qué es una hoja de cálculo electrónica?

"El claro antecedente de estas hojas y el origen de su nombre está en las hojas de cálculo manuscritas de los contables, con filas y columnas donde se registran las operaciones (...)".[1]

"Aunque los primeros usuarios de la hoja de cálculo electrónica fueron los contables, las hojas de cálculo se hicieron rápidamente populares entre mucha gente que necesitaba manipular números, pero que no deseaba manejar los números con papel y lápiz."[2]

Hacer operaciones con papel y lápiz es lento. Usar una calculadora hace el trabajo mas rápido, pero aun los resultados deben ser anotados en papel. Las hojas de cálculo sirven para otras aplicaciones que no sean las de los contables (o contadores)[3]. Calcular el promedio de 10 calificaciones, por ejemplo, o decirle a un alumno su calificación final, o trazar una gráfica de barras para Estadística, o dibujar gráficas cartesianas, son algunos ejemplos del uso de la hoja de cálculo.

La mayoría de los textos sobre computación, se refieren a aplicaciones administrativas de la hoja de cálculo. Es posible diseñar modelos en otras áreas en las que el uso de fórmulas, funciones matemáticas y la presentación de una o varias gráficas, sean también importantes y atractivas para el alumno que incursiona por vez primera en la computación, para los profesores que imparten la materia, y para todo aquel interesado en conocer las ventajas de la hoja de cálculo.

Una hoja de cálculo, por otra parte, no suple a un lenguaje de programación. Pero para quienes tienen un conocimiento mínimo o nulo de un lenguaje, estos paquetes facilitan la introducción de fórmulas, construcción de gráficas, escritura de letreros y otras características, que, en el caso de los lenguajes de programación, deben programarse.

Es muy importante, antes de usar un paquete de cómputo, conocer un lenguaje de programación, con objeto de tener una idea concreta sobre la computación, cuyo fundamento son los lenguajes. Los paquetes fueron hechos para facilitar el

[1] Paquetes de Aplicaciones, Biblioteca Básica Informática, Vol. 13, Ingelek, Chile, 1986, pág. 49.

[2] Coburn, E. J., Curso completo de microinformática, Gustavo Gili, Barcelona, 1987, pág. 210.

[3] Los dos libros citados, fueron traducidos al Español por españoles. Ellos manejan la palabra contable para referirse a los contadores.

trabajo de quienes no son expertos en cómputo.

Principales características.

La hoja de cálculo puede imaginarse como una gran tabla[4] integrada por filas y columnas. Las filas se numeran: 1, 2, 3, ..., y las columnas con letras: A, B, C, ... La intersección de una fila y una columna da lugar a una celda o casilla. Estas se identifican por la columna y el renglón. Por ejemplo, la celda formada por la columna C y la fila 8, será: C8. "El sistema de designación es similar al utilizado en el popular juego de los barcos: una retícula con las casillas identificadas por el cruce de fila y columna."[5].

Una retícula es, simplemente, una cuadrícula.

A continuación se muestra una pantalla de una hoja de cálculo.

```
A1:                                                                 SHEET
-------A---------B---------C---------D---------E---------F---------G---------H-------

2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
--------------------------------------------------------------------------------MAIN
13-Aug-90  07:05 PM
```

(Fig. 1)

---

4 Conocida en matemáticas por: matriz.

5 Enciclopedia Software, Ed. Nueva Lente-Ingelek, México, s.a., Vol 4, pag. 179.

Las casillas pueden alojar esta información:

a) letreros: "que servirán únicamente para realizar descripciones de otros elementos de la hoja electrónica"[6]

b) números: "que pueden ser utilizadas para representar la información manejada"[7]

c) fórmulas: que manejarán los datos numéricos de la hoja para producir resultados"[8]

Algunos ejemplos de letreros:

ESTA ES UNA PRUEBA

Primera Hoja

En los paquetes Symphony y Lotus 1-2-3, estos letreros se teclean tal como aparecen aquí. En otras hojas electrónicas, puede variar la forma de escribirlos.

Como ejemplo de números:

25

25.14

14.372

0.01

3.14159

En ambos casos, después de anotar la información, se presiona la tecla <Enter>.

El empleo de fórmulas quedará claro luego del siguiente ejemplo.

Supóngase que en la celda A5 se coloca el número 8. En la casilla B7, el número 125, y en C1 se quiere guardar la suma de esos números. En la pantalla de hoja de cálculo se tendrá esto:

---

[6] Ibid.

[7] Idem.

[8] Idem.

	A	B	C	D
1			133	
2				
3				
4				
5	8			
6				
7		125		
8				
9				

Se introdujo, en la celda C1, la formula: +A5+B7. El signo + (mas) es el primer caracter de una formula. Asi, la computadora distingue entre una operacion aritmetica y un letrero.

En la parte superior de la pantalla, se vera la formula: C1: +A5+B7. Esto contiene, en realidad, la casilla C1. Al variar el contenido, ya sea de A5 o de B7, cambia el resultado en C1, pero la formula permanece igual.

Otra caracteristica de las hojas electronicas es un conjunto de funciones. Estas difieren de un paquete a otro, pero en general quedan en cuatro grupos:

- funciones matematicas.
- funciones financieras.
- funciones logicas.
- funciones especiales.

Las funciones son como "Formulas predefinidas para permitir al usuario hacer todo tipo de calculos matematicos"[9].

Por ejemplo, la funcion @SUM de Symphony, permite sumar una lista de valores, por fila, por columna, o un conjunto de filas y columnas.

Los paquetes de hoja de calculo tienen distintas dimensiones:

> "Visicalc tiene 63 columnas -etiquetadas de A hasta Z y luego AA hasta BK- y 255 filas."[10]

---

[9] Coburn, E. J., op. cit., pag. 215.

[10] Ibid., pag. 212.

Multiplan está formado por 255 líneas y 63 columnas.[11]

Symphony y Lotus 1-2-3 (en su versión 2.0) cuentan con 256 columnas (A hasta Z, y luego AA hasta IV) y 8192 filas.

Anteriormente, se mostró una pantalla típica de una hoja de calculo. En la pantalla no se pueden apreciar todas las filas y columnas. Para observar otras porciones, se utilizan las teclas de movimiento del cursor (arriba, abajo, izquierda, derecha). Otra forma de moverse, es a través del uso de ventanas. Segun el paquete que se tenga, es posible dividir la pantalla en varias zonas (dos o cuatro, en algunos casos), observando lo que sucede en cada una de ellas sin afectar a las demas:

> "esta va desplazandose sobre la hoja electronica y va mostrando distintas porciones de la misma. De esta forma, el movimiento del cursor siempre será relativo al movimiento de la ventana dentro de la hoja."[12]

Una característica más de las hojas de cálculo electrónicas, es el "que pasa si...":

> "Si un número concreto se utiliza en el calculo y ese número se modifica, el resultado del cálculo se recalcula automáticamente".[13]

El siguiente ejemplo aclarará lo anterior.

Se quiere calcular los cuadrados de cada uno de los números de una lista. En las celdas A1, A2, A3, A4 y A5, se introducen los numeros: 1, 2, 3, 4 y 5, respectivamente. La casilla B1 contendrá: A1^2[14]. Podremos observar esto:

	A	B	C	D
1	1	1		
2	2			
3	3			
4	4			
5	5			
6				

La fórmula de B2 es: +A2^2. B3 contiene: +A3^2. Se

[11] Enciclopedia Software, op. cit., pag. 457.

[12] Ibid, pag. 100.

[13] Coburn, op. cit. pag. 210.

[14] Estos es, A1 al cuadrado. El simbolo ^ indica potenciacion.

escriben fórmulas análogas en B4 y B5: se eleva al cuadrado cada número de la columna A y el resultado queda anotado en la columna B.

Terminado el proceso, la pantalla de hoja de cálculo muestra:

	A	B	C	D
1	1	1		
2	2	4		
3	3	9		
4	4	16		
5	5	25		
6				

Ahora, ¿qué pasa si se cambia el valor de A1? Al reemplazar 1 con 15, se tienen estos resultados:

	A	B	C	D
1	15	225		
2	2	4		
3	3	9		
4	4	16		
5	5	25		
6				

El dato que había en B1, ha sido recalculado automáticamente. Lo mismo sucede si si alteran los números de B2, B3, B4 y B5.

Algunos modelos más complicados y útiles, donde hay funciones y fórmulas más elaboradas, se aprecia mejor el recálculo de celdas. Ejemplos:

1) La creación de un presupuesto para el año que viene. Ante el rumor de un aumento en las tarifas eléctricas, se pueden probar varios valores para tener una idea de los posibles cambios en el presupuesto.

2) En los pronósticos de ventas, se tiene a un representante de ventas que no ha funcionado bien en el último año. Se puede predecir si aumentarán las ventas al ofrecérsele un incentivo o qué sucedería con las mismas si se despide al vendedor.[15]

[15] Coburn, E. J., op. cit., pág. 210.

3) Un ejemplo no tan comercial, y más adecuado a las escuelas, es la contabilidad de una cooperativa escolar. Es posible modificar el costo de un producto, por ejemplo tortas, para observar si aumentan o disminuyen las ventas.

La lista siguiente, menciona algunas de las aplicaciones de la hoja de calculo[16]:

- creacion y analisis de modelos financieros.
- simulación de hipotesis acerca del funcionamiento de una empresa.
- el cálculo del precio de un producto en funcion de los costos de produccion y comercializacion.
- la evaluación de inventarios.

Otras aplicaciones son:

- planificaciones financieras de mercado, de personal, etc..
- gestión de procesos de fabricación.
- seguimiento de costos.
- preparación de ofertas.
- estadisticas diversas.

y otras más.[17]

Una última aplicación, es el uso de una plantilla:

> "Una plantilla es una hoja de cálculo con todos los encabezamientos, etiquetas y fórmulas ya preparados, pero sin datos. Esto se usa cuando se necesita dar el programa a alguien que solo necesita entrar los datos para obtener los resultados apropiados."[18]

Las hojas de cálculo electronicas, no son empleadas unicamente por los contadores. La siguiente cita habla de otros usuarios[19]:

> "Podemos afirmar, sin riesgo de exagerar, que practicamente cualquier persona puede ser usuario de una hoja electrónica. (...)
> A continuación se detallan cinco colectivos en los que un programa de hoja electronica puede constituir una eficaz herramienta cotidiana.
> 1. Ejecutivos
> 2. Economistas
> 3. Matemáticos e Ingenieros
> 4. Profesionistas liberales

---

16 Enciclopedia Software, op. cit., pags 78 y 79.

17 Ibid, pag. 178.

18 Coburn, E. J., op. cit., pags 225 y 226.

19 Enciclopedia Software, op. cit., pag. 079.

un médico, un abogado, un corredor de bolsa.
(...).
5. Usuarios domésticos."

¿Qué es un paquete integrado?

"Se trata de paquetes realizados con gran esmero y profesionalidad y que integran en un solo producto varias funciones: tratamiento de textos, hoja electrónica, gestión de una base de datos, obtención de gráficos y, en algunos casos, medios de transmisión de datos".[20]

Un paquete integrado va más allá del procesamiento de valores y el uso de formulas en la hoja de calculo. Si bien es cierto que en Symphony, y en otros paquetes, la hoja de cálculo es la parte fundamental (puesto que a partir de ella se trabaja en otros ambientes), el usuario, a traves de presionar algunas teclas, puede acceder a las otras aplicaciones y manejar las información de acuerdo a sus intereses.

El usuario "no será necesario que realice mas que una unica entrada de datos, ya que la información incluida en un entorno estará disponible desde cualquiera de los restantes."[21]

El paquete integrado Symphony, tiene cinco ambientes de trabajo:

- Hoja de cálculo.
- Base de Datos.
- Graficas.
- Procesador de Textos.
- Comunicaciones.

Para realizar intercambios en la visualización y tratamiento de los datos, se deben presionar, simultáneamente, las teclas <Alt> y F10. La parte superior de la pantalla de hoja de cálculo mostrará:

SHEET DOC FORM GRAPH COMM

SHEET corresponde a la ventana de la hoja de calculo.

DOC se refiere a la ventana del procesador de textos.

FORM es para el manejo de bases de datos.

GRAPH es el graficador.

COMM se usa para establecer comunicaciones con otras computadoras.

En el capitulo II de este texto, se trabajara con la hoja de cálculo y el graficador del paquete Symphony. Abordar los otros tres ambientes, no está dentro de los objetivos de este material.

---

20 Paquetes de Aplicaciones, op. cit., pag. 77.

21 Enciclopedia Software, op. cit., pag. 719.

CAPITULO II

Clase No. 1
Conozcamos el Symphony

Objetivos. El alumno dará sus primeros pasos en el aprendizaje de Symphony.
El profesor explicará los requisitos para el uso del laboratorio de computación, la evaluación del curso, y algunas características del paquete Symphony.
El alumno propondrá aplicaciones en las que crea sea de utilidad el Symphony.

En esta primera clase, conoceremos qué es una hoja de cálculo.

Tomemos una hoja de papel cuadriculado. Girémosla de tal forma que el lado mayor sea la parte superior, y el otro lado mayor sea la parte inferior de la hoja. Los lados menores formarán las partes izquierda y derecha, respectivamente.

A cada par de cuadrados de la parte superior anotenseles las letras: A, B, C, D, E, F, G y H. Ahora a los cuadrados del lado izquierdo anotemosle los números: 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., hasta el 20.

Tracemos líneas horizontales en cada uno de los renglones anteriores. Repítase el procedimiento trazando líneas verticales en cada una de las columnas.

Vamos a contar los rectángulos que se formaron. Debemos estar seguros de que hay 160.

Se numerarán cada uno de esos rectángulos. En el de la esquina superior izquierda escríbase: A1.

En el siguiente rectángulo, a la derecha, escribimos: B1. En ese mismo renglón, hacia la derecha, ponemos: C1. Continuemos así hasta llegar a H1.

Bajemos un renglón. En el rectángulo de la columna A y la fila 2, anótese: A2. Complétese el renglón hasta H2.

Repítase el proceso hasta completar la cuadrícula. A aquellos 160 rectángulos los llamaremos: celdas o casillas. Cada una tiene un nombre. Este se forma por la columna, en primer lugar, y en segundo término, el renglón. A las columnas se les ha puesto las letras A hasta la H, mientras que los reglones se les nombró con los números 1 hasta el 20.

Una vez comprendido el concepto de celda, veamos qué se puede hacer con ellas.

Tómese otra hoja limpia cuadriculada. Vuélvanse a numerar las filas y las columnas.

En la primera columna, anótense (ocupando un renglón por cada número) los siguientes números:

19, 12, 11, 6, 4, 35.

Un renglón abajo escríbase el resultado de la suma de esos seis números.

¿Cuánto se obtuvo?

En la quinta columna, primer renglón (E1), anótese: 51. En la fila de abajo (celda E2), escríbase: 3. En la casilla G1, póngase el resultado de la multiplicación de esos números.

¿Cuál es el resultado?

Anótese en la casilla A10 el número 121. En B10 escríbase: 92. En A11, escríbase el resultado de la resta de estos números. ¿Es 29?

En la celda A15, anótese: 248. En A16, póngase: 8. Ahora, en A17, escríbase el resultado de la división de esos dos números.

¿Es 31?

Hemos manejado las cuatro operaciones básicas:

Suma, resta, multiplicación y división, las que se representan en computación por: +, -, *, /.

Una hoja de cálculo permite hacer muchas cosas más.

Repitamos el ejercicio de numerar filas y columnas en una hoja cuadriculada, pero ahora usemos tres cuadrados por columna.

En la celda D6 escribamos: PRIMERA CLASE.

Bajemos hasta D8. Anotemos: SYMPHONY.

En D10 pongamos: Es el primer mensaje. (No importa que no alcance en D5).

Mediante el procedimiento anterior, se han introducido letreros en la hoja de cálculo. Esto, y el uso de operaciones básicas, son algunas de las herramientas con las que cuenta una hoja de cálculo. En clases posteriores veremos otras.

Por otra parte, el Symphony fue lanzado al mercado en 1984, por la compañía Lotus Development Corporation. Esta misma compañía puso en el mercado, en 1982, el 1-2-3. El Lotus 1-2-3 es uno de los paquetes de hoja de cálculo más populares. El Symphony incluye, como el 1-2-3, hoja de cálculo, gráficas y bases de datos, pero incorpora procesamiento de textos y comunicaciones. Es conveniente aclarar que el Symphony no es el 1-2-3 con dos aplicaciones más, sino un paquete totalmente nuevo y diferente.

La versión con la que se va a trabajar es la 1.1, de 1985.[1]

Este paquete requiere el uso de seis diskettes:

- Diskette del Programa Symphony.
- Diskette de Ayuda.
- Diskette del Programa Printgraph.
- Diskette del Programa Install.
- Diskette de Utilidades.
- Diskette Maestro de Librería.

[1] Ver: Seybold, Patricia y O'Keefe, Linda, Planilla Electrónica Integrada, Mc. Graw Hill, México, 1984. págs. 24 y 25 y la Enciclopedia Software, op. cit. pág. 737.

En nuestro curso usaremos: el diskette del Programa y el Printgraph. Así no va a ser necesario contar con los seis discos; sin embargo, si algún alumno desea tener el paquete completo se le facilitarán los discos.

El trabajo durante el semestre se va a organizar del siguiente modo:

Se formarán equipos de 2 elementos. Cada equipo escogerá el día, uno a la semana, en que deberá entrar al laboratorio. Cada vez que entren al laboratorio, realizarán una práctica. Son 16 en total. (El profesor propondrá al grupo la forma de repartirlas a cada equipo, para fotocopias. Una posibilidad es llevar unas 12 ó 15 de la primera práctica y dar, conforme se vaya necesitando, las otras 15). Mostrarán la práctica al encargado, o encargada, del laboratorio para que la firme y la selle. (Si no hay sello, con la firma y la fecha es suficiente). La práctica se entregará en la siguiente clase que tengan de Cibernética y Computación.

Para terminar, anoten en una hoja, cinco aplicaciones en las que crean pueda usarse el Symphony.

Es todo por esta clase.

Clase No. 2

Profundizando en Symphony. Manejo de los menues

Objetivos. Conocer el manejo de las teclas F9 y F10 (teclas de función.
Identificarse con los dos menues principales de Symphony.

La primera clase sirvió para que conocieramos algunas caracteristicas elementales de Symphony. Veremos otras a continuacion.

Symphony permite trabajar con 256 columnas y 8192 filas. Requiere de:

320 Kilobytes de memoria RAM;
un monitor monocromatico, o uno de color;
dos unidades de disquette, o una unidad y disco duro;

El equipo con que cuenta el laboratorio de Cibernetica y Computacion es[1]: microcomputadoras Printaform con 512 Kb RAM; monitor monocromatico verde; dos unidades de disquete con capacidad de lectura de 360 Kb; y una impresora con carro de 15 pulgadas de ancho, para uso de los alumnos.

La practica No. 1 está orientada al reconocimiento del paquete Symphony por parte de los alumnos. En esta clase, explicaremos el uso de los dos menües principales de Symphony:

- Utilidad
- Menu

El menu de Utilidad (al cual se accede al traves de la tecla F9), es un conjunto de órdenes para trabajar en cualquiera de los entornos del paquete. Asi si estamos trabajando con la Hoja de Calculo (ambiente SHEET), la utilizacion de la tecla F9 permite: salir del paquete, guardar información en disquete, imprimir el trabajo desarrollado, y otras caracteristicas adicionales que mostraremos en el siguiente esquema.

Pensemos en el menu de Utilidad como un árbol, o varios arboles pequeños cuyas raices son los siete mandatos siguientes:

Window File Print Configuration Application Settings New Exit

En español, corresponden a:

Ventana Fichero o Archivo Imprimir Configuración Aplicación Especif Nueva-Sesión Terminar[2]

La primera raiz, Window, tiene asociado este arbol:

---

[1] Al momento de redactar este trabajo, se ha modificado el equipo: se cuenta ya con mas microcomputadoras (algunas con 256 Kb de memoria RAM), y se tienen dos impresoras.

[2] En el libro de Baras, "Symphony, Guia del usuario", Ed. Mc. Graw Hill, asi como en el Manual del Usuario de Symphony, las instrucciones aparecen en español, pues se refieren a la version en español de Symphony.

Window

Use Create Delete Layout Hide Isolate Expose Pan Settings Quit

Corresponden en español a:

Usar Crear Borrar Diseñar Ocultar Aislar Exponer Fraccionar Especif Salir

La tabla[3] que se muestra a continuación describe cada uno de los mandatos de Window:

Mandato	Descripcion
Use	Convierte una ventana en actual
Create	Crea una nueva ventana (de los tipos: SHEET, FORM, GRAPH o COMM)
Delete	Borra una ventana
Layout	Modifica la posicion y/o dimensiones de una ventana
Hide	Suprime la visualizacion de una ventana
Isolate	Suprime la visualizacion de todas las ventanas, excepto la ventana actual
Expose	Expone todas las ventanas ocultas
Pane	Divide la ventana en mitades o cuartos
Settings	Establece o modifica las propiedades de la ventana actual
Quit	Salir

Una ventana se usa para ver la información en otros ambientes del Symphony, o dentro de la misma hoja de calculo, se utiliza para ver la informacion contenida en otras zonas de la hoja.

Por otra parte, cada uno de los mandatos anteriores, a su vez, tiene nuevas ordenes asociadas. No entraremos en detalle sobre las caracteristicas de cada uno, porque nos llevaria varias clases hacerlo y, no los utilizaremos a

[3] Tomado del Manual del Usuario de Symphony, pag 0

todos en nuestro curso.

Por ahora, pasemos a revisar el mandato File.

File, es Archivo o Fichero, en español. Esta instrucción la usaremos frecuentemente, puesto que es la que permite grabar información en disco o recuperar la que ya se guardó con anterioridad. File tiene asociado el siguiente submenú:

File

Save Retrieve Combine Xtract Erase Bytes List Table Import Directory

En español son:

Grabar Recuperar Combinar Xtraer Eliminar Bytes Listar Tabla Importar Directorio

La tabla[4] siguiente muestra un resumen de los comandos de File:

[4] Idem, pag 30.

Mandato	Resultados
Save	Copia la hoja de trabajo actual en un fichero del disco
Retrieve	Copia una hoja de trabajo del fichero de disco en la memoria
Combine	Incorpora la parte especificada de otro fichero de hoja de trabajo en la hoja de trabajo actual
Xtract	Copia una parte de la hoja de trabajo actual de la memoria en un fichero de disco.
Erase	Borra un fichero del disco
Bytes	Indica cuanto espacio en disco (en bytes) esta libre en la unidad actual.
List	Lista ficheros en el directorio especificado.
Table	Crea una tabla de informacion de ficheros en la hoja de trabajo.
Import	Incorpora texto y/o numeros de un fichero ASCII (texto) standard en la hoja de trabajo actual.
Directory	Modifica el directorio y unidad de disco actual, ignorando los valores por omision especificados en la hoja de especificaciones de configuracion.

Nuevamente, no entraremos en detalles sobre cada una de las instrucciones anteriores. Para poder comprender esas y otras instrucciones de Symphony, el alumno o el profesor interesado, deberá sentarse durante varias horas frente a la microcomputadora, acompañados del Manual del Usuario, o de este trabajo, o de alguno de los libros citados en la bibliografía.

El paquete Symphony es tan amplio, que su aprendizaje a fondo es largo, pero al mismo tiempo es interesante, y siempre queda el interés por descubrir nuevas aplicaciones.

Las instrucciones: Configuration, Application y Settings, del menu Services, las omitimos por no ser de extrema importancia para una clase introductoria. Al final de esta clase mencionaremos las instrucciones New y Exit.

A continuacion veremos brevemente la instruccion Print (imprimir).

Algunas veces necesitaremos imprimir un trabajo, ya sea una carta, o un reporte para alguna materia, o un resumen de un libro, o los datos contenidos en la hoja de calculo, o un informe de la base de datos. Print sirve para esos propósitos.

El submenu asociado a Print es:

[Print]

Go Line-Advance Page-Advance Align Settings Quit

En español son:

Imprimir Linea-Avance Avance-Pagina Realinear Especif Salir

La tabla siguiente, muestra los mandatos de impresion:

Mandato	Descripcion
Go	Imprime los datos en la impresora, los escribe en un dispositivo logico, o los almacena en un fichero o rango actual en un fichero del disco
Line-Advance	Avanza el papel de la impresora hasta la siguiente linea
Align	Establece la parte superior de pagina restableciendo en contador de numero de linea y pagina en 1.
Settings	Proporciona acceso a la hoja de especificaciones de Imprimir.
Quit	Cierra cualquier fichero abierto si se esta imprimiendo en un dispositivo logico, y abandona el menu de Imprimir.

Concluiremos nuestro paseo por el menu de Utilidad, con dos instrucciones New y Exit.

New sirve para borrar de la memoria la hoja actual. Debemos grabar en disco nuestro trabajo antes de usar New, pues si no lo hemos hecho se perderá todo. Es recomendable estar grabando (mediante File, Save) constantemente nuestra tarea. Cualquier falla en la energía eléctrica podría echar a perder toda la labor de varias horas. Suele ocurrir que nos involucramos tanto en lo que estamos tecleando, que nos olvidamos de guardar la información en disco. Si llega a irse la energía eléctrica, sentiremos un gran coraje por haber perdido todo lo que había en memoria, y deberemos empezar a teclear desde el principio. Symphony no genera archivos de respaldo.

El comando New, avisa con "No Yes" antes de adoptar la decisión de borrar la hoja. "Yes", limpia la pantalla. "No" devolverá el cursor a la celda donde se encontraba antes de haberse seleccionado F9.

El comando Exit, sirve para salir del paquete, dentro del Program Disk, hacia el sistema operativo. Igual que con New, si no se grabó el trabajo, se pierde toda la información. La instrucción Exit, avisa con "No Yes" al usuario para que esté totalmente seguro de su decisión.

La Hoja de Calculo es el principal ambiente de trabajo en Symphony. Cuenta con su propio menú de órdenes: el Menu, activado al presionar la tecla F10. Este Menu no es el mismo para los otros ambientes del paquete. Por ejemplo, en el procesador de textos, es posible: copiar bloques de texto, borrar bloques de texto, justificar el texto, reemplazar datos, y otras.

El Manual del Usuario, dedica 68 paginas a la explicación del menu de la Hoja de Calculo. Son bastantes para poder abarcarlos en esta clase. Nuevamente, mencionaremos que, no está dentro de nuestros objetivos, y dentro del limite de estas clases profundizar en el Symphony. Semejante material, enriquecido con ejemplos, ejercicios y practicas de laboratorio, puede servir para dar un curso sobre el manojo de las instrucciones del menu.

En la siguiente hoja, aparece un arbol con las instrucciones y submenues del menu F10.

- Copy
- Move
- Erase
- Insert
  - Columns
  - Rows
  - Global
- Delete
  - Columns
  - Rows
  - Global
- Width
  - Set
  - Restore
  - Hide
  - Display
- Format
  - Currency
  - Punctuated
  - Fixed
  - %
  - General
  - Date
  - Time
  - Scientific
  - Other
  - Reset
- Range
  - Name
  - Transpose
  - Values
  - Label-Alignment
  - Protect
  - Fill
  - Distribucion
  - What-If

- Graph
  - Preview
  - 1st-Settings
  - 2nd-Settings
  - Image-Save
  - Quit
- Query
  - Settings
  - Find
  - Extract
  - Unique
  - Delete
  - Record-Sort
  - Parse
  - Quit
- Settings
  - Label-Prefix
  - Recalculation
  - Titles
  - Format
  - Width
  - Quit

Por último, la tabla del MENU y una explicación sobre cada una de las instrucciones[5]:

---

5 Manual del Usuario, op. cit., pag 127.

Mandato	Significado
Copy	Copia el contenido de las celdas en un rango.
Move	Mueve el contenido de las celdas en un rango.
Erase	Elimina el contenido de las celdas en un rango, dejandolas en blanco. No afecta a filas y columnas enteras.
Insert	Añade filas o columnas vacias en una hoja de trabajo ajustando las formulas y el contenido de las filas y columnas ya existentes.
Delete	Elimina el contenido de las columnas o filas, ajustando las formulas y contenido de las columnas o filas restantes.
Width	Modifica u oculta el ancho de columnas individuales en la hoja de trabajo.
Format	Determina un formato de visualizacion numerico para una celda o rango de celdas.
Range	Manipula un rango de celdas.
Graph	Define, preve y produce un grafico.
Query	Ejecuta operaciones de la base de datos en el entorno Hoja.
Settings	Controla las especificaciones para la ventana actual y la hoja de trabajo.

En las proximas clases, daremos ejemplos de aplicaciones del Symphony.

La tercera clase esta dedicada a conocer las Funciones (@ Funciones) de Symphony.

Estas dos sesiones, junto con la practica No. 1, sirven para introducirse a Symphony. Esperamos que el paquete motive a los alumnos a aprender algo diferente, de los lenguajes de programacion, dentro de la computacion.

Es todo por esta clase.

Clase No. 3
Funciones en Symphony.

Objetivos. Conocer las @Funciones del Symphony.
Mencionar unas cuantas funciones con diversos ejemplos, que se completarán en la clase no. 4.

En nuestras dos primeras clases, vimos características generales del Symphony. En está sesión, veremos las @Funciones de Symphony.

¿¡Qué es una función?

En matemáticas es un regla de correspondencia que asocia a cada elemento del primer conjunto llamado dominio, un elemento y solo uno, de un segundo conjunto llamado codominio.

En Symphony, una función se define de otra forma:

"Una @función es una fórmula estandard, incluida en Symphony que permite realizar los cambios de una forma más rápida y sencilla. (Se llaman @funciones simplemente porque todas empiezan con el carácter @)."[1]

El formato, o sintáxis, estandard para usar una función en Symphony es:

@nombre(argumento;argumento;...;argumento)

en dónde:

- nombre, se refiere al nombre de la función. Veremos más adelante la lista de funciones.
- argumento, es un número, o un letrero, o una lista de valores, etc., que Symphony procesará devolviendo otro valor.
- ; , es un separador de argumentos.
- ( ) indican el principio y el fin de la zona de argumentos.

Las @Funciones se clasifican en cuatro grupos:

- Funciones Matemáticas.
- Funciones Financieras.
- Funciones Estadísticas.
- Funciones Estadísticas de la base de datos.
- Funciones de Fecha y Hora.
- Funciones de Cadenas.
- Funciones Lógicas.
- Funciones Especiales.

Las funciones matemáticas son:

---

[1] Manual del Usuario, op. cit., pag 371

@ABS	valor absoluto
@ACOS	arco coseno
@RAND	numero aleatorio entre 0 y 1
@ASIN	arco seno
@ATAN	arco tangente en 2 cuadrantes
@ATAN2	arco tangente en 4 cuadrantes
@COS	coseno de un ángulo
@INT	parte entera de un número
@EXP	exponencial (e^x)
@LN	logaritmo natural
@LOG	logaritmo en base 10
@PI	pi=3.14159
@SQRT	raiz cuadrada de un número
@ROUND	redondeo de un número
@MOD	residuo del cociente de dos números
@SIN	seno de un ángulo
@TAN	tangente de un ángulo

Muchas de las funciones de la lista han sido ya usadas por ustedes (aunque no en esa misma estructura) en sus cursos previos de matemáticas, y también las conocen porque casi todas las calculadoras de bolsillo incluyen algunas funciones matemáticas.

Una forma rápida y sencilla de utilizar una @función la apreciaremos en el siguiente ejemplo:

Se quiere obtener el área de un circulo, dado el radio. Este vamos a introducirlo en la celda B5 de nuestra hoja de cálculo (el valor del radio puede estar en cualquier otra celda). Probemos con un radio de 3 unidades. De este modo: B5:3, es decir, en B5 está el número 3. En la casilla C5, escribimos el letrero RADIO. En la celda B7, escribimos la fórmula: @PI*B5^2. En C7, por último, escribimos: AREA.

Imaginemos que estamos frente a la pantalla de la computadora. Veriamos esto:

```
A1:                                                                                     SHEET
┌────────A────────B────────C────────D────────E────────F────────G────────H────────┐
1
2
3
4
5                    3 RADIO
6
7             28.27433 AREA
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
└───────────────────────────────────────────────────────────────────────────MAIN┘
13-Aug-90  07:14 PM
```

(Fig. 1)

Cualquier valor que se introduzca en B5, servirá para que en B7 se calcule el área de un círculo.

La celda E7 la usaremos para obtener el perimetro de una circunferencia. Veamos cómo hacerlo.

Escribimos en E7:

@PI*2*B5.

Al terminar la introducción de la fórmula (al través de la tecla <Enter>) el resultado de la fórmula anterior es: 18.84.

En la celda F7, anotamos el letrero: PERIMETRO.

La hoja de cálculo mostrará ahora:

```
A1:                                                                    SHEET
┌─────────A─────────B─────────C─────────D─────────E─────────F─────────G─────────H────────┐
1
2
3
4
5                  3 RADIO
6
7           28.27433 AREA               18.84955 PERIMETRO
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
└═══════════════════════════════════════════════════════════════════════════════════MAIN┘
13-Aug-90  07:15 PM
```

(Fig. 2)

Las @funciones de Symphony permiten hacer muchas cosas más. Poco a poco, en el transcurso de las clases y las prácticas de laboratorio, irán apareciendo algunas funciones y el uso de ellas.

Enseguida, pasemos a ver la lista de las funciones financieras del Symphony:

@PMT	calcula el pago de amortización por periodo de un capital principal.
@CTERM	cuanto tiempo tardará una determinada inversión en convertirse en una cantidad superior.
@DDB	depreciación acelerada de un bien disponible.
@TERM	Calcula el periodo de una anualidad ordinaria.
@SLN	depreciación lineal de un activo para un periodo.
@SYD	suma de la depreciación para cada año del activo durante un periodo especificado.
@RATE	tasa periódica de inversión.
@IRR	tasa interna de retorno.
@PV	valor actual de una anualidad.
@FV	valor futuro de una renta anual.
@NPV	valor actual neto de una serie de flujos de caja futuros.

El uso de estas funciones, requiere algunos conocimientos de Contabilidad. No daremos una explicación sobre el significado de los términos contables que aparecen en la lista de funciones anteriores, porque no está dentro de los objetivos del curso. Aquellos alumnos que deseen conocer los conceptos de la contabilidad , acudan con su profesor de Administración, o con su profesor de Economía.

Symphony cuenta también con funciones estadísticas. No es, debemos advertirlo, el mejor paquete para hacer cálculos estadísticos, pero las funciones estadísticas nos van a ser útiles en los modelos de las prácticas que, sobre algunos modelos estadísticos, se desarrollan más adelante en este trabajo.

La lista de funciones estadísticas es:

@COUNT	número de entradas de celdas en una lista.
@MAX	máximo valor en una lista.
@AVG	media (promedio) en una lista.
@MIN	mínimo valor en una lista.
@STD	desviación típica de los valores en una lista.
@SUM	suma de los valores en la lista.
@VAR	varianza de los valores en lista-argumentos.

Un ejemplo sencillo, mostrará el uso de tres funciones estadísticas.

Tenemos cinco calificaciones de examenes:

7.5, 8.4, 10, 9, 6.1.

Obtendremos el promedio, la máxima calificación y la mínima calificación. Olvidemos por ahora, la hoja de cálculo hecha antes y supongamos que estamos frente a la microcomputadora[1]:

En la celda A4, introduzcase: 7.5.

En B4: 8.4.

En C4: 10.

En D4: 9.

En E4: 6.1.

Ahora, en la casilla F4, escribimos la función:

@AVG(A4..E4).

Al presionar la tecla <Enter> (en caso de estar frente a la microcomputadora), veríamos el resultado del cálculo anterior: 8.2. Este número es el promedio de las cinco calificaciones anteriores. En términos matemáticos, se están sumando las cinco calificaciones y el resultado se está dividiendo entre 5. Sea C_i, la calificación i-ésima, para i=1,2,3,4,5. Entonces, el promedio queda expresado como:

$$\frac{C_1+C_2+C_3+C_4+C_5}{5}$$

o:

$$\frac{7.5+8.4+10+9.4+6.1}{5}$$

En la celda G4, escribimos: @MIN(A4..E4).

El resultado es: 6.1.

En H4, escribimos: @MAX(A4..E4).

Obtenemos, como resultado: 10.

Con el fin de tener más claridad en el modelo, en la celda A2 escribimos: Cal 1.

Luego, en la celda B2: Cal 2.

En C2: Cal 3. En D2: Cal 4. En E2: Cal 5.

F2 tiene el letrero: Promedio.

La celda G2: min. cal., y la celda H2: max. cal.

En la celda A6, calculamos el número de calificaciones en la lista mediante la función @COUNT.

La casilla A6 tiene: @COUNT(A4..E4), pues en las celdas A4, B4, C4, D4 y E4, están las cinco calificaciones dadas

[1] Todos los ejemplos que aparecen en las clases, son ejemplos gis y pizarron. Naturalmente, los alumnos pueden, si tienen tiempo y hay equipo disponible en el laboratorio, desarrollar esos mismos ejemplos en la microcomputadora. Pero para efectos de las clases, los ejemplos se desarrollan en el pizarron.

antes. El valor devuelto por Symphony es: 5.
El modelo será como este:

A1: SHEET

	A	B	C	D	E	F	G	H
2	Cal 1	Cal 2	Cal 3	Cal 4	Cal 5	Promedio	min. cal.	max. cal.
4	7.5	8.4	10	9	6.1	8.2	6.1	10
6	5							

MAIN

13-Aug-90 07:16 PM

(Fig. 3)

Estamos en posibilidad de desarrollar muchos modelos en la hoja de cálculo, con ayuda de las @funciones. Los alumnos que estén cursando Estadística II, pueden traer modelos de esa materia para desarrollarlos en Symphony.

Cerramos esta clase, escribiendo la lista de las funciones estadísticas de la base de datos:

@DCOUNT	número de valores seleccionados.
@DMAX	máximo de los valores seleccionados.
@DAVG	media aritmética de los valores seleccionados.
@DMIN	mínimo de los valores seleccionados.
@DSTD	desviación típica de los valores seleccionados.
@DSUM	suma de los valores seleccionados.
@DVAR	varianza de los valores seleccionados.

Hemos visto cuatro grupos de las @funciones de Symphony.

En la próxima clase, revisaremos los otro cuatro grupos de funciones.

Para la siguiente clase, se deja hacer de tarea:

cinco ejercicios referentes a aplicaciones en las que se usarian funciones matemáticas y funciones estadisticas.[1]

Es todo por esta clase.

---

[1] Nota para el profesor: Buscamos que los cinco ejercicios despierten la inquietud de los alumnos en el uso de la hoja de calculo. Las aplicaciones que los alumnos propongan pueden servir para desarrollarlas en clase, sustituyendo a los modelos que se dan a lo largo de este trabajo.

Clase No. 4
Ejemplos de Modelos con funciones

Objetivos. Se continuará con el estudio de las @Funciones de Symphony.
Se dará un ejemplo de un modelo donde se usan @Funciones.
El alumno propondrá usos de las @Funciones.

En la clase anterior, vimos cuatro grupos de @Funciones. En esta clase, revisaremos los otros cuatro.

Empecemos con:

Funciones de fecha y hora:

@NOW	Proporciona un número, correspondiente a la fecha o a la hora.
@DATE	Da un número de serie de una fecha especificada.
@DATEVALUE	Proporciona un número de serie de una fecha especificada introducida como cadena.
@TIMEVALUE	Número de serie de una determinada hora del dia introducida como cadena.
@TIME	Número de serie de una determinada hora del dia.
@YEAR	Número de año (0 a 199) del número de serie (100=año 2000), 199=año 2099).
@DAY	Número de dia (1 a 31) del número de serie.
@HOUR	Número de hora (0 a 23) del número de serie.
@MONTH	Número de mes (1 a 12) del número de serie.
@MINUTE	Número de minuto (0 a 59) del número de serie.
@SECOND	Número de segundo (0 a 59) del número de serie.

La explicación de lo que hace cada una de las funciones anteriores fueron tomadas de la "Referencia Rápida" de Symphony. No describe en detalle el próposito, ni los argumentos que pueden colocarse dentro de las funciones. Los alumnos tendrán oportunidad de probar algunas funciones en sus prácticas de laboratorio.

El Symphony contiene en total 90 @funciones. Algunas de ellas son de uso común al trabajar en la hoja de cálculo, mientras que a otras se las utiliza en tareas especiales. En el desarrollo de esta clase, exponemos más adelante, un ejemplo del uso de las @funciones.

Ahora, veremos otro grupo de las @Funciones:

Funciones de cadenas

@FIND	Posición en la cual se encuentra la cadena de busqueda dentro de la cadena 1.
@S	Valor cadena de una celda.
@CHAR	Carácter ASCII/LICS representado por número.
@CODE	Código ASCII/LICS del primer carácter en cadena.
@RIGHT	Devuelve los <u>numero</u> caracteres de la derecha de la cadena.
@CLEAN	Elimina los caracteres de cóntrol de una cadena.
@EXACT	Verifica si dos cadenas contienen exactamente los mismos caracteres.
@LEFT	Devuelve los <u>numero</u> caracteres de la izquierda en la cadena.
@LENGHT	Número de caracteres en la cadena.
@UPPER	Convierte en mayúsculas los caracteres en la cadena.
@MID	Extrae <u>numero2</u> de caracteres de cadena, a partir de la posición de <u>numero1</u>.
@LOWER	Convierte en minúsculas los caracteres en la cadena.
@N	Valor número en una celda.
@PROPER	Convierte en mayúscula el primer carácter alfabético en cada palabra de la cadena.
@REPEAT	Repite n veces la cadena de caracteres.
@TRIM	Suprime los espacios superfluos en la cadena.
@REPLACE	Sustituye un número especificado de caracteres de una cadena inicial por la cadena por la cadena sustitución.
@VALUE	Convierte una cadena en su valor númerico correspondiente.

Este grupo de funciones no vamos a usarlo a lo largo del trabajo; sin embargo, los alumnos pueden buscar ejemplos donde se usen las cadenas.

Pasamos ahora a las funciones lógicas:

Funciones lógicas:

@ISSTRING	Si el <u>argumento</u> tiene valor de cadena, el valor de la función es 1 (VERDAD): en caso contrario el valor será 0 (FALSO).
@ISERR	Si el <u>argumento</u> tiene valor ERR, el resultado es 1; en caso contrario 0.
@ISNUMBER	Si el <u>argumento</u> tiene valor númerico (incluyendo ERR y ND), el resultado es 1 (VERDAD); en caso contrario, es 0.
@FALSE	El valor 0 (Falso).
@IF	Calcula el valor de arg1., si el número no es cero; el valor del arg2. si el número es 0.
@TRUE	El valor 1 (Verdad).

En el desarrollo de este trabajo, empleamos únicamente la función @IF.

El último grupo de las @funciones es:

Funciones especiales.

@@	Referencia indirecta a una celda por otra celda.
@CELL	Aspecto (por ejemplo, valor o ancho de columna) de una celda determinada.
@COLS	Número de columnas en un rango.
@HLOOKUP	Realiza una tabla comparando un <u>argumento-selector</u> con una fila de argumentos.
@VLOOKUP	Realiza una tabla comparando un <u>argumento-selector</u> con una columna de argumentos.
@CHOOSE	Selecciona el valor del argumento en base a su posición en una lista.
@ERR	El valor de la función es ERR (error).
@ROWS	Número de filas en un rango.
@CELL POINTER	Aspecto de la celda actualmente resaltada por el indicador de celda.
@INDEX	Busqueda de la posición (número-col; número-fila) dentro de un rango.
@NA	Valor ND (no disponible).

Este grupo representa el último de la lista de las @funciones del Symphony.

Ahora, desarrollaremos un ejemplo donde usaremos las funciones @INT y @MOD.

Se trata de convertir un número en base 10 a un número en base 2. Recordemos que en el sistema númerico de base 2, llamado también sistema binario, se tienen los dígitos 0 y 1. Algunos números en base 2 son:

0	cero
1	uno
10	dos
11	tres
100	cuatro

El algoritmo, es decir, los pasos ordenados para resolver el problema, consiste en:

1.- Dado un número n en base 10, dividirlo entre 2.
2.- El residuo de la división, se nombra: X0.
3.- Se toma el cociente de la división anterior. Este cociente se vuelve a dividir entre 2.
4.- Al residuo se le llama: X1.
5.- El procedimiento se sigue hasta que el cociente de la división sea 0.
6.- Se escribe el número partiendo de X0, seguido de los dígitos X1, X2,..., a la izquierda del dígito anterior. Esto es:
    ... X3 X2 X1 X0.

Trabajemos con la hoja de cálculo.

La celda A1 contiene el número a convertir, en base 10.

La celda A3 sirve para obtener la parte entera de la división, del número en base 10 entre 2.

La casilla A5 es para obtener el residuo de la división, del número en base 10 entre 2.

La celda G1 y las celdas ubicadas abajo de ella, son para albergar los dígitos que formarán parte del número en base 2. Los dígitos se leerán de abajo hacia arriba con el fin de conocer la equivalencia entre el número en base 2 y el número en base 10.

Los pasos que seguiremos son:

1o. Poner en la celda A1 el número en base 10.
    Como ejemplo el número en A1 es 19.
2o. En la casilla B1, anotamos: NUMERO.
3o. En A3, la fórmula: @INT(A1/2).
4o. En B3, el letrero: COCIENTE.
5o. En A5, otra fórmula: @MOD(A1/2).
6o. El número que se calculó en el paso 5o., se copia en la celda G1.
7o. En H1, como letrero: X0.
    Los resultados están en la siguiente hoja:

```
A1: 19                                                              SHEET
+---------A----------B----------C----------D----------E----------F----------G----------H--------+
1         19 NUMERO                                                        1 X0
2
3          9 COCIENTE
4
5          1
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
+=========================================================================================MAIN+
17-Aug-90  04:14 PM                                                         Num
```

(Fig. 1)

8o. Anotar en A1 el número que se obtuvo en el paso 3o. Tal número es 9, correspondiente a la celda A3. En consecuencia, A1: 9.

9o. A3 es recalculado automáticamente por la hoja de cálculo de Symphony. En nuestro ejemplo, el número calculado es: 4. Así, A3: 4.

10o. A5 también varió en su contenido. Ahora el residuo es 1. Tenemos, en A5: 1.

11o. En la celda G2, anotamos el nuevo residuo: 1.

12o. En la celda H2, anotamos el letrero: X1.

La segunda pantalla de la hoja de trabajo, muestra esto:

```
G2: 1                                                                    SHEET
┌────────A────────B────────C────────D────────E────────F────────G────────H───────┐
1          9 NUMERO                                                  1 X0
2                                                                    1 X1
3          4 COCIENTE
4
5          1
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
└═════════════════════════════════════════════════════════════════════════MAIN┘
17-Aug-90  04:15 PM                                                  Num
```

(Fig. 2)

13o. Como hicimos antes, anotamos en A1 el cociente calculado en A3, que se convierte en el nuevo número. En está ocasión es 4. A1: 4.
14o. El nuevo valor que arroja A3 es 2.
15o. A5 cambió. El residuo de 4 entre 2 es 0. Así, A5: 0.
16o. En la celda G3, copiamos el número anterior: 0.
17o. En H3, ponemos el letrero: X2.

La tercera pantalla es:

```
A1: 4                                                                   SHEET

┌────A──────B──────C──────D──────E──────F──────G──────H──────┐
1        4 NUMERO                                      1 X0
2                                                      1 X1
3        2 COCIENTE                                    0 X2
4
5        0
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
└────────────────────────────────────────────────────────MAIN┘
17-Aug-90  04:21 PM                                    Num
```

(Fig. 3)

18o. A3 tiene el número 2. Igual que antes, escribimos ese número en la casilla A1. De esta forma, A1: 2.

19o. El nuevo valor de A3, evaluado por la fórmula @INT, es 1. Tenemos, A3: 1.

20o. El resultado en A5 es 0.

21o. G4, contiene el residuo de 2 entre 2; esto es, en G4 anotamos el resultado de A5: 0.

22o. En H4, escribimos el letrero: X3.

La cuarta pantalla nos muestra:

```
A1: 2                                                                    SHEET
┌──────A──────────B──────────C──────────D──────────E──────────F──────────G──────────H──────┐
1         2 NUMERO                                                      1 X0
2                                                                       1 X1
3         1 COCIENTE                                                    0 X2
4                                                                       0 X3
5         0
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
└══════════════════════════════════════════════════════════════════════════════════MAIN┘
17-Aug-90  04:23 PM                                                    Num
```

(Fig. 4)

23o. Cuando el cociente sea cero (así lo establece el paso 5), habremos acabado. En este instante tenemos 1 como cociente. Debemos seguir.
En A1, anotamos el valor de A3. A1: 1.

24o. El resultado proporcionado por la fórmula @INT(A1/2), en la celda A3, es 0. Esto indica que llegamos al final del proceso. Nos falta obtener un residuo.

25o. El número que da la celda A5, resultado de la fórmula @MOD(A1/2), es 1.

26o. Por último, G5 contendrá el número 1, idéntico al de la celda A5.

27o. En H5, anotamos el letrero: X4.

La pantalla final para al algoritmo de conversión base 10-base 2, es:

```
A1: 1                                                                    SHEET

┌────A──────B──────C──────D──────E──────F──────G──────H────┐
1       1 NUMERO                                 1 X0
2                                                1 X1
3       0 COCIENTE                               0 X2
4                                                0 X3
5       1                                        1 X4
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
└──────────────────────────────────────────────────────MAIN┘
17-Aug-90  04:25 PM                                  Num
```

(Fig. 5)

El número formado por las celdas G1, G2, G3, G4 y G5, lo leemos de abajo hacia arriba:

X4	X3	X2	X1	X0
1	0	0	1	1

De este modo, el 19 en base 10, corresponde al:

10011

en base 2.

El procedimiento con el cual trabajamos en esta clase, resulta ser muy largo. Imaginemos que pasaría si quisieramos convertir el número 1257.

Desarrollamos este modelo, aclarando cada paso realizado, para mostrar el uso de dos funciones: @INT y @MOD.

La clase próxima, está enfocada al uso de las macro-instrucciones de Symphony. ¿Qué son? ¿Para qué sirven? ¿Cuándo se las usa?

Después de contestar estas preguntas, regresaremos al modelo visto en esta clase. Apreciaremos el uso de una macro-instrucción par obtener una solución más rápida al algoritmo de conversión de un número en base 10 a base 2.

En otras palabras, haremos nuestro primer programa en Symphony.

Tarea para los alumnos:

Busquen, o inventénse 5 modelos en los cuáles se usen

las @funciones vistas en esta clase.
Es todo.

Clase No. 5
Las macro-instrucciones.

Objetivos. Introducir las macro-instrucciones como pequeños programas en Symphony.
Definir qué es una macro-instrucción.

Empezamos esta clase definiendo qué es una macro-instrucción.

El Manual de Referencia de Symphony define macro-instrucción como: "Una macro-instrucción es un conjunto de instrucciones que Symphony ejecutará automáticamente"[1].

Al grabar un archivo de trabajo en disco, dentro del Symphony, hacemos los siguientes pasos:

1o. Pulsar la tecla F9
2o. Luego la letra F
3o. Enseguida la S
4o. Se anota el nombre del archivo
5o. Se presiona la tecla <Enter>
6o. Fin del procedimiento.

Una macro-instrucción es un pequeño programa que, como primera característica, resume las pulsaciones de las teclas empleadas en la hoja de cálculo.

¿Cómo hacemos el procedimento de grabación de un archivo, a través de una macro-instrucción?

En primer lugar, debemos ir a una celda vacía de la hoja de cálculo (siempre se inicia una sesión con una hoja limpia, pero si no es así, busquemos una zona no ocupada en nuestra hoja de trabajo con el fin de evitar solapamientos posteriores entre celdas). A continuación tecleamos las instrucciones como si fueran letreros (en caso contrario, Symphony ejecutará inmediatamente tales instrucciones). Después, con las instrucciones: Range, Name, Create (nombramiento de un conjunto de celdas), se le asigna un nombre a la primera celda de la macro-instrucción.

Los nombres permitidos para una macro-instrucción son:

a) \A, \B, \C, ..., \Z
Esto es, letras desde la A hasta la Z, precedidas por el símbolo de diagonal inversa. Para activar una macro nombrada así se presionan, simultáneamente, las teclas <Alt> y la letra correspondiente. Por ejemplo, para activar la macro \D, pulsar <Alt> D.

b) \1, \2, \3, ..., \10
Se pueden también emplear los números del 1 al 10, pues las teclas de función son 10. Para activar estas macros, se presiona la tecla F7 (User = Usuario) y luego la tecla de función correspondiente a la macro creada. Por ejemplo, si una macro-instrucción fue

---

[1] Manual de Referencia, op. cit., pag. 305.

nombrada como \S, se activa presionando F7 y FS.

c) Nombres dados por el usuario, que no incluyan las palabras reservadas del Symphony. Un ejemplo: se elaboró una macro llamada IMPUESTOS. Para activarlo se presiona la tecla F7 y luego se teclea IMPUESTOS.

El criterio que vamos a seguir al construir nuestras macro-instrucciones es el del inciso a, es decir, usaremos únicamente las teclas de las letras del abecedario. Procuraremos que cada macro tenga una letra cuyo propósito sea el de recordarnos lo que hace. Así, la macro para grabar un archivo la llamaremos \G. La activamos a través de presionar, al mismo tiempo, las teclas <Alt> G.

Tomen una hoja de papel en limpio. Dividanla en tres columnas (el profesor divide en tres columnas su pizarrón).

En la columna de la izquierda, anotamos el letrero: PROPOSITO.

En la del centro, el letrero: NOMBRE.

En la de la derecha, el letrero: INSTRUCCION.

Tenemos esto:

PROPOSITO	NOMBRE	INSTRUCCION

Abajo de PROPOSITO, escribimos: Para salvar un archivo.

Abajo de NOMBRE, anotemos: ALT G.

Abajo de INSTRUCCION: {SERVICES} FS ~ .

Así, tenemos:

PROPOSITO	NOMBRE	INSTRUCCION
Para salvar	ALT G	{SERVICES}FS
un archivo		{?}~

¿Qué significa cada instrucción?

{SERVICES} es la forma en que Symphony identifica al menú de utilidad (tecla F9).

Cuando en una macro-instrucción aparezca {SERVICES}, la computadora activa el menú de utilidad y espera la selección de una opción por parte del usuario.

F Corresponde a File (Archivo). En una clase anterior vimos que el submenú de File incluye diez posibilidades de selección.

S Es Save (Guardar). Sirve para grabar un archivo en disquete.

{?} Es para indicarle a Symphony que haga una pausa y espere a que el usuario presione una tecla. En esta macro-instrucción, Symphony toma dos decisiones: si es la primera vez que se va a guardar un archivo en disquete, ignora el mensaje de sustitución de un archivo nuevo por uno viejo; si no es la primera vez, la pausa sirve para ver el mensaje de sustitución de un archivo.

~ Así identifica Symphony a la tecla <Enter>. Es una tilde. Esta tecla está relacionada con la pausa mencionada arriba, es decir, la pausa termina con la pulsación de la tecla <Enter>. Al llegar a la tilde, la macro termina. Symphony grabará el archivo en disco.

Al estar trabajando en la microcomputadora, necesitamos darle un nombre a la macro-instrucción para que Symphony, posteriormente, busque y active la macro instrucción No olvidemos los nombres que pueden darse a una macro, ni la forma en que las activamos.

Una macro-instrucción puede estar en cualquier zona no ocupada de la hoja de cálculo. Es preferible colocarlas en una parte especial fuera de donde hubiera datos o se desee incluirlos. Esto da mayor claridad al trabajo con macro-instrucciones.

La macro elaborada va a quedar colocada en la celda C35. Esto es:

```
A35:                                                            SHEET

 ----A--------B--------C--------D--------E--------F--------G--------H------
35                  {SERVICES}FS{?}~
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
 --------------------------------------------------------------------MAIN
17-Aug-90  06:04 PM                                              Num
```

(Fig. 1)

Una macro está en un conjunto de celdas. Es indispensable darle un nombre a ese conjunto de celdas, a través de las siguientes instrucciones:

Presionemos la tecla F10 (Menú). Seleccionemos Range (basta con presionar la R), luego Name, Create. Symphony pregunta un nombre para el rango. La macro lleva el nombre \G (G es como un recordatorio de Grabar). Terminamos la introducción del nombre con la tecla <Enter>. Ahora la pregunta es por las celdas que ocupa el rango donde está la macro-instrucción. Anotamos C35, pues es única celda ocupada por la macro, y concluimos con <Enter>.

La macro ya puede ser empleada. Basta con presionar, al mismo tiempo, <Alt> G. Por ejemplo, si queremos grabar en disco el archivo PRUEBAS, presionamos <Alt> G, cuando Symphony lo solicite, escribimos PRUEBAS y terminamos con <Enter>.

¿Qué sucede si en una próxima ocasión usaramos el archivo PRUEBAS, lo modificamos y queremos almacenarlo, con los cambios hechos, en disco? ¿O qué tal si en una misma sesión queremos guardarlo una vez más? Symphony tiene en su directorio el archivo PRUEBAS. Para poderlo sustituir, le ofrece al usuario la posibilidad de elegir entre Y (Yes) o N (No). La elección de Y, hace que el archivo anterior desaparezca. N, deja el archivo intacto.

Modificaremos la macro ALT G. Incluiremos una Y al final. De esta forma, cuando activemos ALT G, estaremos seguros de que queremos sustituir el archivo anterior con el archivo modificado; sin embargo, la pausa {?} permite un último arrepentimiento. Una macro-instrucción la interrumpimos al presionar <Ctrl> <Break>. (Break está rotulado en una cara de la tecla <Scroll Lock>).

Anotemos las modificaciones:

PROPOSITO	NOMBRE	INSTRUCCION
Para salvar un archivo	ALT G	{SERVICES}FS {?}~

Con esta macro, automatizamos una función que casi siempre realizamos al trabajar con el paquete Symphony. Nos evitamos repetir la secuencia de pulsaciones de teclas para grabar un archivo. Así, para guardar un archivo de trabajo en disquete, simplemente presionamos las teclas <Alt> G.

Otra macro que se usa en repetidas ocasiones, es la que resume las pulsaciones de teclas para nombrar un rango. Hemos visto, cuando le dimos un nombre a la macro ALT G, las teclas que se usan para nombrar un rango. Es pues, muy sencillo construir la macro de nombramiento de un rango.

El nombre de la macro-instrucción es: \N.

Enseguida, anotamos debajo de la macro ALT G, el propósito, el nombre y la instrucción, para la nueva macro:

PROPOSITO	NOMBRE	INSTRUCCION
Para salvar un archivo	ALT G	{SERVICES}FS {?}~
Para nombrar un rango	ALT N	{MENU}RNC{?} ~{?}~

Desglosemos la macro:

{MENU} Activa el Menú de la hoja de cálculo (Tecla F10).

R Corresponde al submenú Range (Rango).

N Es una de las opciones del submenú Range. Sirve para darle un nombre a un rango (conjunto de celdas).

C Para crear un rango con un nombre cualquiera, de 1 a 15 caracteres.

{?} Pausa para indicarle a Symphony el nombre del rango.

~ <Enter>, para aceptar el nombre del rango.

{?} Nueva pausa para señalar la o las celdas que ocupa el rango.

~ Con este último <Enter> se termina el procedimiento de nombrar un rango.

El siguiente paso es nombrar la macro ALT N. Los pasos para hacerlo son:

a) Tecla F10.
b) R
c) N
d) C
e) Dar el nombre \N
f) Para ser congruentes con la macro ALT G escrita antes, colocamos la macro en la casilla C37. (Aclaramos que puede, si así lo quieren, estar en cualquier parte de la hoja).
g) Indicamos a Symphony que el rango \N está en la celda C37.
h) Después de pulsar <Enter> está concluida la introducción de la macro-instrucción.

Las dos macro-instrucciones, ALT G y ALT N, pueden apreciarse a continuación:

```
A35:                                                            SHEET
 ------A-------B-------C-------D-------E-------F-------G-------H------
35                {SERVICES}FS{?}~
36
37                {MENU}KNC{?}~{?}~
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
 ---------------------------------------------------------------MAIN
17-Aug-90   06:05 PM                                        Num
```

(Fig. 2)

Una de las instrucciones más usadas es la de ampliar una columna de la hoja de cálculo. El ancho por omisión dado por Symphony es de nueve caracteres. Al introducir en dos celdas contuguas letreros o números de longitud mayor a nueve caracteres, el contenido de una celda tapa a la otra. Veamos un ejemplo:

En la celda A5 escribimos: HOJA DE SYMPHONY:

```
A1:                                                                                    SHEET
┌────────A────────B────────C────────D────────E────────F────────G────────H────────┐
1
2
3
4
5   HOJA DE SYMPHONY
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
└══════════════════════════════════════════════════════════════════════════MAIN┘
17-Aug-90   06:06 PM                                                         Num
```

(Fig. 3)

¿Cuántas caracteres, inclusive los espacios, tiene el letrero anterior? Son más de nueve. Al no estar ocupadas ni B5 ni C5, el letrero en A5 se aprecia completo en la pantalla. Pero si en B5 se introduce otro letrero, digamos CALCULO, este tapa al letrero ubicado en A5. Lo que se verá es:

```
A1:                                                                  SHEET

┌────────A────────B────────C────────D────────E────────F────────G────────H────┐
1                                                                            │
2                                                                            │
3                                                                            │
4                                                                            │
5   HOJA DE SCALCULO                                                         │
6                                                                            │
7                                                                            │
8                                                                            │
9                                                                            │
10                                                                           │
11                                                                           │
12                                                                           │
13                                                                           │
14                                                                           │
15                                                                           │
16                                                                           │
17                                                                           │
18                                                                           │
19                                                                           │
20                                                                           │
└════════════════════════════════════════════════════════════════════════MAIN┘
17-Aug-90  06:07 PM                                            Num
```

(Fig. 4)

En la celda A5 aún está el letrero HOJA DE SYMPHONY. No ha desaparecido de la hoja de cálculo, pero el letrero de B5 no lo deja verse. ¿Cómo remediaremos ese problema?

Volvamos a la columna A. Presionemos la tecla F10 (Menú). Escojamos la opción Width (Ancho). En el nuevo menú, seleccionemos: Set (Establecer). Symphony preguntará por el nuevo ancho que se quiera dar a esa columna. Actualmente indica 9. Para poder ver el letrero HOJA DE SYMPHONY completo, necesitamos de al menos 17 caracteres. Tecleamos, entonces, 17 y luego <Enter>. La columna A se ampliará mostrando esto:

```
A1:                                                                    SHEET
┌──────────A──────────B──────C──────D──────E──────F──────G──────┐
1
2
3
4
5  HOJA DE SYMPHONY CALCULO
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
════════════════════════════════════════════════════════════════MAIN
17-Aug-90  06:08 PM                                           Num
```

(Fig. 5)

Una macro para obtener el ancho de cualquier columna, estará constituido por la siguiente secuencia de teclas:

{MENU}WS{?}~

Explicamos cada instrucción:

{MENU}	Se refiere a la tecla F10.
W	Opción de anchura de una columna.
S	Set (establecer). Para dar un nuevo ancho a una columna.
{?}	Pausa para esperar la introducción del nuevo valor, por parte del usuario.
~	Es la tecla <Enter>. De este modo, concluye el cambio de amplitud a una columna.

Anotamos la nueva macro-instrucción en la lista:

PROPOSITO	NOMBRE	INSTRUCCION
Para salvar un archivo	ALT G	{SERVICES}FS {?}~
Para nombrar un rango	ALT N	{MENU}RNC{?} ~{?}
Para ampliar una columna	ALT C	{MENU}WS{?}~

Le hemos llamado \C a la macro. Para darle ese nombre, dentro de la hoja de cálculo, se usa la macro \N. Una vez seremos congruentes, con la ubicación de las otras macros, al colocar la macro \C en la celda C39.

Estas son las tres macros elaboradas:

```
A35:                                                              SHEET
--------------A-----------B---------C---------D--------E-------F--------G------
35                            {SERVICES}FS{?}~Y
36
37                            {MENU}RNC{?}~{?}~
38
39                            {MENU}WS{?}~
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
------------------------------------------------------------------------MAIN
17-Aug-90  06:10 PM                                               Num
```

(Fig. 6)

Las macro-instrucciones no tienen limitaciones. Se pueden incluir en ellas todas las teclas e instrucciones del Symphony. Sin embargo, cuando se incluyen muchas reproducciones de teclas o de instrucciones en una macro-instrucción larga, es difícil saber si existe un error y dónde está. Una macro puede ejecutarse poco a poco. Para hacer esto, se usa la combinación de las teclas <Alt> y F7. En la parte baja de la pantalla, se verá el indicador

"STEP". Symphony irá, paso a paso, ejecutando la macro. Es suficiente presionar cualquier tecla, por ejemplo <Enter>, para ver lo que hace cada instrucción y poder así detectar errores, o modificar las instrucciones que no sean claras.

Symphony usa diversas teclas especiales. Estas pueden aparecer en las macros. En la próxima clase, se proporcionará esa lista. Por otra parte, las macros no son únicamente repetición de teclas y busqueda en menúes y submenúes. Existe todo un conjunto de órdenes similares a un lenguaje de programación. Estas incluyen IF, FOR, LET y otras muy útiles.

La próxima clase, además, nos servirá para retomar el modelo de conversion de un número en base 10 a base 2. Haremos una pequeña macro. De esta forma, compararemos la reproducción de pulsaciones de teclas -teclazos, como hasta ahora lo hemos hecho- con el uso de instrucciones similares a un lenguaje de programación.

Es todo.

Clase No. 6
Ejemplos de macro-instrucciones sencillas.

Objetivos. Mostrar las teclas que pueden ser usadas en las macro-instrucciones.
Continuar con los ejemplos de macro-instrucciones.

En la clase anterior, vimos algunas macro-instrucciones. Dijimos que son reproducciones de las pulsaciones de teclas que Symphony hará automáticamente al activarse la macro a través de la tecla <Alt> y:

a) una letra, o

b) una tecla de función,

o por medio de la tecla F7 y un nombre cualquiera con extensión de 1 a 15 carácteres.

Ahora veremos la lista de las teclas que Symphony permite usar en las macros. Se utilizarán algunas de ellas en los ejemplos que vienen más adelante.

{DOWN}	Permite ir a la celda de abajo.
{ABS}	Activa la referencia absoluta[1] a una celda.
{UP}	Para ir a la celda de abajo.
{HELP}	Solicitar ayuda. Está opción se activa con F1.
{BREAK}	Suspende la ejecución de una macro. Manualmente es: <Ctrl> <Break>.
{CALC}	Tecla F8. Recalcúla las fórmulas en la hoja de trabajo. Symphony trabaja con recálculo automático o manual. Si se está en la opción de recálculo manual, activar la tecla F8 hace que se recalcúlen todas las fórmulas.
{CAPTURE}	Se usa en el ambiente COMMUNIC. Este no se verá durante el curso.
{CENTER}	Se emplea dentro del procesador de textos. Tampoco se trata ese tema en el curso.
{DEL}	Es la tecla Delete. Sirve para borrar el carácter sobre

[1] Cuando en una formula se anota, p. ej.: $A$9, se le indica a Symphony que, no importa en cual parte de la hoja se este trabajando, use el dato que hay en la celda A9.

el que esté el cursor.

{RIGHT}	Mueve el cursor hacia la derecha.
{SPLIT}	Se usa en el procesador de textos.
{EDIT}	Tecla F2. Cuando se quiere ver el contenido de una celda o modificar ese contenido, se emplea EDIT.
{ERASE}	Se utiliza en el procesador de textos.
{END}	Fin. En combinación con las teclas de movimiento del cursor, viaja hacia una celda. Por ejemplo: {END} {DOWN} va a la última celda ocupada, hacia abajo, si fue activada desde una celda no vacia. En caso contrario, se coloca en la primera celda no vacia que encuentre.
{ESC}	La tecla de Escape. Al estar introduciendo en Symphony un dato, quizá se cometa un error. Con Esc, se suspende la introducción de datos. Otro uso de esa tecla es el de salir de un nivel interior de un menú, hacia un nivel exterior.
{HOME}	Coloca el cursor en la celda A1.
{INS}	Sirve para insertar texto en el ambiente DOC, o un registro en una base de datos, en el ambiente FORM.
{GOTO}	Tecla F5. Salta el cursor hacia la celda que se indique a continuación. P. ej.: {GOTO} A27, seguido de Enter, coloca el cursor en A27.
{LEFT}	Desplaza el cursor hacia la izquierda.
{JUSTIF}	Justificación de un texto de acuerdo con los márgenes izquierdo y derecho dados. Se usa en el ambiente DOC.
{MENU}	Tecla F10. En cada uno de los cinco ambientes de trabajo, muestra un conjunto de opciones propias para trabajar en cada uno de ellos.

{SWITCH}	Combinación de Alt F9 para ver una ventana en el tipo anterior que tenía.
{PGDN}	Permite desplazarse una ventana hacia abajo. P. ej.: si se encuentra el cursor en las filas 1 a 20, Pg Dn hará que se aprecien las filas 21 a 40. .
{PGUP}	Desplaza una ventana hacia arriba.
{WHERE}	Se usa en el procesador de textos.
{BACKSPACE} o {BS}	Se utiliza para borrar el carácter a la izquierda del cursor.
{INDENT}	Da sangría a un texto en el ambiente DOC.
{BIGRIGHT}	Desplaza la ventana hacia la derecha.
{BIGLEFT}	Desplaza la ventana hacia la izquierda.
{TAB}	Se usa en el ambiente DOC.
{TYPE}	Sirve para cambiar el tipo de ventana presente. Es una combinación de las teclas Alt y F10.
{DRAW}	Teclas: Alt + F8. Actualiza todas las ventanas. Se usa en el ambiente GRAPH. ~~insertar texto en~~
{SERVICES}	Tecla F9. Exhibe el menú de servicios presente en los cinco ambientes de trabajo.
{WINDOW}	Tecla F6. Se emplea para, una vez dividida la pantalla en ventanas (dos, cuatro u ocho), cambiar hacia otra ventana.
{ZOOM}	Amplia la ventana actual para llenar la pantalla o reduce una ventana a su tamaño anterior.
~	Es una "tilde". Symphony representa con este caracter la tecla Enter.

El Manual de Referencia de Symphony, nos explica algo importante:

> "Para indicar varias pulsaciones consecutivas, sólo tiene que poner el número entre las llaves dentro del nombre de la tecla. De esta forma, {IZDA 7} [{LEFT 7}] significa 'pulse la tecla de

movimiento del cursor a la izquierda siete veces".[2]

A continuación, pasaremos a construir algunas macro-instrucciones.

En la clase 3, creamos una hoja de trabajo que sirvió para obtener el promedio, la calificación menor y la mayor, de un conjunto de cinco calificaciones.

La hoja tenía esta estructura:

A1: SHEET

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2	Cal 1	Cal 2	Cal 3	Cal 4	Cal 5	Promedio	Min Cal	Max Cal
3								
4	7.5	8.4	10	9	6.1	8.2	6.1	10
5								
6	5							
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								

MAIN

17-Aug-90 06:49 PM Num

(Fig. 1)

Este modelo está limitado, pues cuando se quieran anotar nuevas calificaciones en las celdas correspondientes, será necesario seguir estos pasos:

1o. Poner el cursor en A4.
2o. Anotar la nueva calificación.
3o. Llevar el cursor a B4.
4o. Escribir la calificación.
5o. Situar el cursor en C4.
6o. Teclear otra calificación.
7o. Mover el cursor hacia D4.
8o. Introducir una calificación.
9o. Desplazar el cursor a E4.

---

[2] Manual de Referencia de Symphony, pag. 8-2.

10o. Apuntar la calificación.

Es fácil notar que se requieren muchas pulsaciones de teclas. Construyamos una macro-instrucción para facilitar el trabajo.

En el modelo de la clase 3, se escribió en la celda F4. la fórmula: @AVG(A4..E4) con el propósito de obtener el promedio de las cinco calificaciones. En G4 está la función: @MIN(A4..E4) usada para obtener la calificación menor; en H4 se encuentra: @MAX(A4..E4) que calcula la mayor de las calificaciones y por último, se tecleó en la celda A6 la fórmula: @COUNT(A4..E4) que suministra la cantidad de calificaciones introducidas en el modelo.

Aún cuando hemos elaborado un ejemplo de pizarrón, el modelo está completamente diseñado para trabajarse en Symphony. Hecha esa advertencia, supongamos que queremos recuperar desde disco la hoja de trabajo. El procedimiento es: F9, File, Retrieve, <nombre del archivo>.

Ahora, el cursor se ubica en A40. Ahí escribimos:
PARA INTRODUCIR.
Luego en A41:
CALIFICACIONES.

La longitud de cada columna de la hoja de cálculo es de nueve caracteres. Es insuficiente para contener el letrero de la celda A40. La anchura se amplia a 20 espacios a través de: F10, Width, Set, 20 y <Enter>.

En la casilla B40, se pone el nombre de la macro:
ALT I.

La macro se escribirá en C40.

"Poner el cursor en A4" lo traducimos como:
{GOTO}A4~.

"Anotar la nueva calificación" es:
{?}~.

"Llevar el cursor a B4" se convierte en:
{RIGHT}.

"Escribir la calificación" se transforma en:
{?}~.

"Situar el cursor en C4", es ahora:
{RIGHT}.

"Teclear otra calificación" se convierte en:
{?}~.

Las últimas instrucciones, para D4 y E4, son:
{RIGHT}
{?}~
{RIGHT}
{?}~.

Las columnas A, B y C tendrán este aspecto:

```
A59:                                                                        SHEET

  ---------A---------------B--------------C--------------D---------E--------F---------G-------
40  PARA INTRODUCIR      ALT I      {GOTO}A4~{?}~
41  CALIFICACIONES                  {RIGHT}
42                                  {?}~
43                                  {RIGHT}
44                                  {?}~
45                                  {RIGHT}
46                                  {?}~
47                                  {RIGHT}
48                                  {?}~
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
                                                                                        MAIN
17-Aug-90  06:50 PM                                                          Num
```

(Fig. 2)

La macro creada debe llevar un nombre. Le daremos: \I. Las celdas que ocupa son C40..C48. Las instrucciones para nombrar un rango son: F10, Range, Name, Create, <nombre del rango>.

Hay un renglón que se repite cuatro veces en la macro-instrucción. Mediante Copy, se facilita la escritura de un texto que deba repetirse. En este caso, se coloca el cursor en C41. Luego, se presiona F10, se elige Copy, se especifica el rango origen (FROM): C41..C42, <Enter>, el rango destino (TO): C43. Queda duplicado el contenido de C41..C42 en C43..C44. Faltan las instrucciones, de la macro, de los renglones 45 a 48. La réplica del rango C41..C44 en el rango C45..C48 se hace así: presionar la tecla F10, escoger Copy, el rango origen es: C41..C44, el rango destino es: C45.

De esta forma, empezaríamos a teclear la macro:

```
{GOTO}A4~{?}~
{RIGHT}
{?}~.
```

Luego, con ayuda de Copy (como se describió arriba) obtendríamos el bloque de celdas C43..C48.

Los pasos para almacenar en disco el archivo de trabajo, son: F9, File, Save, <nombre del archivo>. Supondremos que guardamos nuestro trabajo con el nombre de: "PROMEDIOS".

En una sesión posterior, se recupera la hoja y si se quieren cambiar las cinco calificaciones, bastará con activar la macro \I, por medio de las teclas Alt e I.

Recordemos el ejercicio desarrollado en la clase 4.

Se trataba de obtener la conversión de un número de base 10 en un número de base 2. No anotaremos aquí todas las instrucciones de aquel modelo, sólo explicaremos que:

A1 guardaba el número de base 10.

A3 contenía el cociente de la división de NUMERO/2.

A5 tenía el residuo de la división de NUMERO/2.

En la columna G se anotaba el número en base 2, cuya lectura se hacía de abajo hacia arriba.

A3 incluía la fórmula: @INT(A1/2). (Parte entera de A1/2).

En A5, se hallaba ls fórmula @MOD(A1/2).

Manualmente, hicimos que el valor de A3 fuera copiado en A1. Se generaba así un nuevo cociente y un nuevo residuo, listos para anotarlos en la columna G.

La macro-instrucción que se escribirá a continuación, emplea la columna A, celdas A1..A29, para generar los siguientes números: NUMERO, COCIENTE y RESIDUO. Después, anota en la columna B , a doble espacio, esos letreros. Luego, en la columna G, escribe los valores de las celdas: A5, A11, A17, A23 y A29. Posteriormente, van en la columna H los letreros: X0, X1, X2, X3 y X4. Enseguida, pone en A32 el número tecleado y en B32 el letrero: "EN BASE 2 ES"; en el rango D32..H32 se escribe el número generado en la columna H. Por último, reduce a una longitud de 2 carácteres, la anchura de las columnas A, B, C, D, E, F, G y H. Esto permite que cada dígito del número en base 2, ocupe sólo dos espacios: uno para el dígito mismo y otro como separador entre el dígito contiguo.

La macro-instrucción se describirá en el pizarrón, así como los resultados que arroja la introducción del número 19. Al estar frente a la computadora, los alumnos experimentarán por su cuenta, el funcionamiento de la macro-instrucción diseñada.

El papel del usuario de la macro-instrucción es: introducir el número a convertir en la celda A1, presionar las teclas Alt C y esperar el resultado de la conversión.

Esta es la macro-instrucción:

macro	comentario
{GOTO}D1~	Se reducen a una anchura de dos carácteres las columnas D, E, F, G y H.
{MENU}WS2~	
{RIGHT}{MENU}WS2~	
{RIGHT}{MENU}WS2~	
{RIGHT}{MENU}WS2~	
{RIGHT}{MENU}WS2~	

{HOME} {RIGHT}NUMERO~ {DOWN 2}COCIENTE~ {DOWN 2}RESIDUO~	Coloca letreros en las celdas B1, B3 y B5.
{MENU}CB1..B5~B7~ {MENU}CB1..B11~B13~ {MENU}CB1..B5~B25~	Copia los letreros de B1..B5 en B7..B29.
{GOTO}A3~@INT(A1/2)~ {DOWN 2}@MOD(A1;2)~ {GOTO}G1~+$A$5~ {RIGHT}'X0~	Se obtiene el digito X0. El último del número en base 2.
{GOTO}A7~+A3~ {DOWN 2}@INT(A7/2)~ {DOWN 2}@MOD(A7;2)~ {GOTO}G2~+$A$11~ {RIGHT}'X1~	Se obtiene el digito X1, el penúltimo.
{GOTO}A13~+A9~ {DOWN 2}@INT(A13/2)~ {DOWN 2}@MOD(A13;2)~ {GOTO}G3~+$A$17~ {RIGHT}'X2~	Se obtiene el digito X2, el antepenúltimo.
{GOTO}A19~+A15~ {DOWN 2}@INT(A19/2)~ {DOWN 2}@MOD(A19;2)~ {GOTO}G4~+$A$23~ {RIGHT}'X3~	Se obtiene el digito X3, el segundo.

```
{GOTO}A25~+A21~              Se obtiene el dígito X4,
{DOWN 2}@INT(A25/2)~         el primero.
{DOWN 2}@MOD(A25;2)~
{GOTO}G5~+$A$29~
{RIGHT}'X4~
{GOTO}A32~+$A$1~             Amplía la columna B y
{RIGHT}{MENU}WS14~           escribe el letrero
EN BASE 2 ES:~               indicado
{RIGHT}+$G$5~                Despliega el número en
{RIGHT}+$G$4~                base 2, de las celdas
{RIGHT}+$G$3~                D32, E32, F32, G32 y H32.
{RIGHT}+$G$2~
{RIGHT}+$G$1~
{LEFT 6}
{DOWN 2}
```

Aquí concluye la macro-instrucción. Automatiza las instrucciones del algoritmo de conversión base 10-base2, pero está limitado: es posible convertir un número en el intervalo $0 \leq$ número ≤ 31. La versatilidad de la macro, radica en que es suficiente cambiar el divisor (2 en este caso) por cualquier otro número, excepto el cero, en el argumento de las fórmulas @INT y @MOD. Por ejemplo: para convertir un número de base 10 a base 8, se reemplaza el número 8 en las fórmulas citadas.

Enseguida se ilustran los resultados de la transformación del número 19, base 10, a su respectivo número de base 2.

```
A1: 19                                                                  SHEET
 ---------A-----------B-----------C-----D-E-F-G-H-------I---------J--------K----------
1         19 NUMERO                         1 X0
2                                           1 X1
3          9 COCIENTE                       0 X2
4                                           0 X3
5          1 RESIDUO                        1 X4
6
7          9 NUMERO
8
9          4 COCIENTE
10
11         1 RESIDUO
12
13         4 NUMERO
14
15         2 COCIENTE
16
17         0 RESIDUO
18
19         2 NUMERO
20
 ===================================================================================MAIN
17-Aug-90  06:54 PM                                                     Num
```

(Fig. 3)

La macro-instrucción que hemos visto es posible mejorarlo por medio de las instrucciones llamadas: "lenguaje de mandatos de Symphony". Un tema interesante, que cae fuera de los objetivos de este curso.

Concluimos con la reflexión de que cualquier tarea, dentro de la hoja de cálculo, es susceptible de automatizarse a través de una macro-instrucción.

La tarea de esta clase consiste en probar, con lápiz y papel, o si tienen permiso de entrar al laboratorio, la macro diseñada con los números:
2, 12, 15, 15, 25 y 30.

Es todo.

Clase No. 7.
Uso de la instrucción Print y la impresora.

Objetivos. El alumno conocerá la instrucción Print.
Aprenderá a imprimir archivos de la hoja de cálculo, en la impresora.

Las clases anteriores, han hecho enfásis en dos actividades: crear archivos de hoja de cálculo y guardarlos en disco. No se ha impreso ninguno de ellos. ¿Por qué?.

Aquellas clases estuvieron dedicadas a la identificación de la hoja de cálculo de Symphony. Ahora empezaremos a emplear la instrucción Print. Todas las indicaciones que aquí se den, se verán reflejadas en la realización de la práctica no. 4.

La orden Print, forma parte del menú "Services" (tecla F9). Se accede a esa orden, mediante: F9 y P.

Las alternativas de Print son:

Go Line-Advance Page-Advance Align Settings Quit

Una breve descripción de estas opciones, aparece enseguida:

Go	Manda los datos a la impresora
Line-Advance	Avanza una línea el papel.
Page-Advance	Avanza hasta el tope de una nueva página.
Align	Pone el contador de número de línea y pagina en 1.
Settings	Para entrar a las especificaciones de impresión. Mas adelante se explica.
Quit	Salir del menú Print. [1]

La instrucción Go se usa una vez que se dieron el o los rangos a imprimir. Recordemos que un rango es un conjunto de celdas, siempre de forma rectangular. Por ejemplo: A5..A10 se refiere a las celdas que forman la columna A y las filas 5, 6, 7, 8, 9 y 10. En la hoja de cálculo se ve así:

[1] Manual del Usuario, op. cit. pags 57 y sigs.

—— A ——— B ——— C ——— D ——— E ——— F ——

5

6

7

8

9

10

En este caso, es una columna. También puede ser una fila. Por ejemplo: B3..F3.

—— A ——— B ——— C ——— D ——— E ——— F ——

1

2

3

4

O una celda: A51.

—— A ——— B ——— C ——— D ——— E ——— F ——

50

51

52

O varias filas y columnas: A3..C9.

—— A ——— B ——— C ——— D ——— E ——— F ——

3

4

5

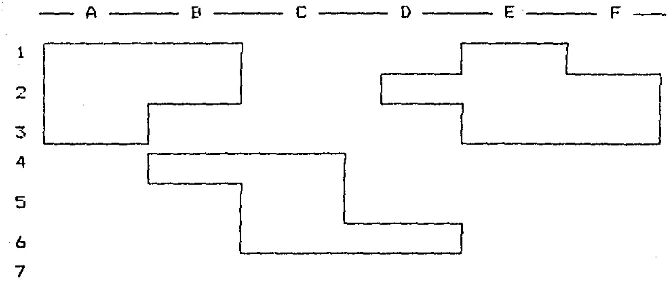
6

7

8

9

Los siguientes conjuntos de celdas no representan rangos:



La instrucción Align, se aplica luego de haber seleccionado el rango de impresión. Así Symphony sabe que debe empezar a imprimir desde el borde superior de la hoja de papel. Es muy importante hacer coincidir la cabeza de la impresora con el tope de la hoja.

La opción Line-Advance, se emplea para avanzar una línea el papel. Esto es práctico si se quieren dejar líneas en blanco al principio, o en medio, o al final de un escrito.

La alternativa Page-Advance se utiliza con el fin de hacer que, en caso de que un texto impreso no ocupe toda una hoja, la información que venga enseguida, se imprima al inicio de una nueva hoja.

El cometido de Quit, es el de permitir la salida del menú Print. Se emplea esta instrucción hasta que la impresora haya finalizado de imprimir lo que se le pidió.

Settings tiene un submenú. Estas son las posibles elecciones:

Page Source Destination Init-String Margins Other Name Quit.

Page, la utilizaremos para modificar la cantidad de líneas a imprimir por hoja. Por oimisión es de 66, pero nosotros requerimos de 88.

Source sirve para indicar a Symphony qué necesitamos imprimir. Se escoge:

Range Data-Bases Cancel.

Range es la instrucción que, por el momento, más nos interesa. Ya hemos aprendido a nombrar un rango en la hoja de cálculo. A través de Range le señalámos o el nombre o las celdas ocupadas por ese rango.

Data-Bases no se tratará en este curso.

Cancel, anula las especificaciones dadas en Source.

Destination no se usará.

Init-String, cambia las letras de un letrero, a diferentes tamaños. No se utilizará.

Margins. Se aplica en la determinación de los márgenes izquierdo, derecho, arriba y abajo, de la hoja de papel para impresión. Por omisión, los márgenes son:
izquierdo: 4 (valores posibles: 0-240),
derecho: 76 (elegible: 0-240),

arriba: 2 (puede ser: 0-16) y
abajo: 2 (0-16).

(Ver figura 1).

Esos márgenes dan: 72 columnas, 84 lineas en hoja tamaño carta (9 1/2 X 11 pulgadas).

Las alternativa No margins, del submenú Margins, hace que Symphony olvide todos los márgenes de la hoja. Empieza a escribir, durante la impresión, en la columna 0 y sigue hasta la columna 80, sin importar hasta donde llegue el texto. Además, imprime desde el renglón 1 y acaba en el último renglón disponible del papel. Si elegimos esta instrucción, es necsario instruir a Symphony sobre el inicio de la hoja de papel, mediante Align, antes de iniciar la impresión.

Ahora ya estamos listos para ordenarle a Symphony que imprima un texto cualquiera.

Retomaremos el modelo de conversión base 10-base 2, para el que el número a convertir se ubica en el intervalo
$0 \leq$ número ≤ 31.

El paso siguiente es recuperar la hoja de cálculo. (F9, File, Retrieve, <nombre del archivo>).

Empezaremos por nombrar el rango de impresión. (Revisen en su cuaderno el desarrollo del modelo de la clase no. 6).

Las columnas A, B, C, D, E, F, G y H, así como las filas 1, 2, 3,..., 32, contienen la información que es necesario imprimir. En otras palabras, se imprimirá: A1..H32.

Las instrucciones para nombrar un rango son:
Tecla F10, Range, Name, Create, el nombre del rango: binario (en este ejemplo), tecla <Enter>, señalar las celdas del rango: A1..H32 y finalizar con <Enter>.

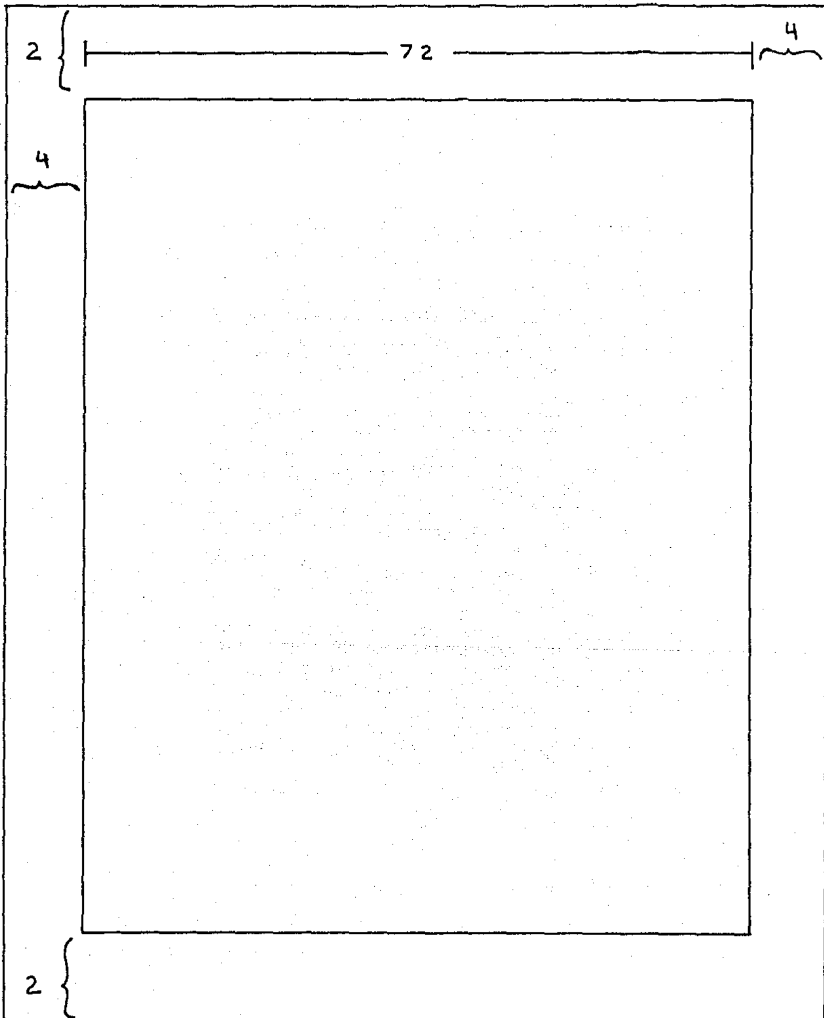
Durante la clase 5, se elaboró la macro-instrucción ALT N, que realiza la función de nombrar un rango. Se puede teclear una vez más,en otra hoja de trabajo, o concretarse a seguir las indicaciones dadas arriba, cuando sea necesario nombrar un rango.

Regresemos a la hoja de cálculo. A continuación, presionamos la tecla F9, escogemos Print, después Settings, seguido de Source, Range, anotar: binario, pulsar <Enter>, elegir Quit para salir de Settings, Align con objeto de ajustar el papel y antes de dar Go, debemos verificar que el tope de la hoja de papel coincida con la cabeza de escritura de la impresora, además, la impresora debe estar activa (ON encendido) y en linea (ON LINE prendido).

Hecha la revisión anterior, ahora si se puede tomar la decisión Go.

Symphony muestra, en la esquina superior derecha de la pantalla, el letrero parpadeante: WAIT. Esto nos dice que esperemos la terminación de la impresión. Si hubiera alguna falla durante el proceso de impresión, Symphony lo indicará por medio del mensaje: Printer Error (error en la impresora). Se abandona el menú Print, a traves de la alternativa Quit.

Se debe llegar, si todo salió bien, a contar con una


2
72
4
4
2

copia impresa en papel del texto que se haya solicitado a Symphony.

¿Cómo crearemos una macro-instrucción para imprimir?

Tengamos en mente las teclas pulsadas durante la impresión y traduzacamos cada una a su equivalente en el lenguaje de las macros de Symphony:

1o. F9 se traduce en: {SERVICES}.
2o. Print se transforma en: P.
3o. Settings es ahora: S.
4o. Source se convierte en: S.
5o. Range pasa a ser: R.
6o. Damos pausa para que la macro se interrumpa y espere la introducción del nombre del rango: {?}.
7o. La tecla Enter, Symphony la entiende así: ~.
8o. La salida del menú Settings se abrevia: Q.
9o. Align se cambia por: A.
10o. Go se reemplaza con: G.
11o. Quit se escribe: Q.

Un nombre apropiado para esta macro-instrucción es: ALT P. Se activa por medio de la presión simultánea de las teclas Alt y P. Se le nombra, en la hoja de cálculo, con los carácteres: \P.

Anotemos, en orden, tanto el Propósito, el Nombre y las Instrucciones, de la macro ALT P:

Propósito	Nombre	Instrucciones
Para imprimir	ALT P	{SERVICES}PSSR
un rango de		{?}QAGQ
información.		

Concluímos esta clase con unas recomendaciones:

Traten con cuidado los equipos del laboratorio, especialmente la impresora.

Cualquier instrucción que no haya quedado clara en esta clase, pregúntenla al responsable del laboratorio.

Se omitieron detalles de impresión (manejo del papel, de la cinta, de los cables, de los interruptores, etc.) en el transcurso de esta clase; sin embargo, no traten de investigar por ustedes mismos: podrían dañar el equipo del laboratorio. Es prudente pedir ayuda del laboratorista.

Es todo por esta clase.

Clase No. 8.
Instrucciones para elaborar gráficas.

Objetivos. Se introduce al alumno al ambiente Graph, del paquete Symphony.
Se darán las instrucciones elementales para elaborar una gráfica.

Hemos dedicado siete clases al estudio de la hoja de cálculo de Symphony, es decir, trabajamos con el entorno SHEET. A partir de esta clase y hasta la número 19, estudiaremos la construcción de gráficas con Symphony. Debemos aclarar que, las gráficas en Symphony, no se imprimen mediante la instrucción Print, como se hace con la información de la hoja de cálculo, sino que se requiere utilizar otro programa: el Printgraph. La clase no. 20 se enfoca a experimentar con ese programa.

Por otro lado, Symphony nos da la posibilidad de elaborar seis tipos distintos de gráficas:

- sectores, llamadas también de pay o pastel.
- tipo XY, conocidas como gráficas cartesianas,
- líneas,
- barras, o histogramas,
- barras apiladas.
- valores bolsa.

En el transcurso de las siguientes clases, centraremos nuestra atención en el empleo de las gráficas de sectores, XY y barras. Los restantes tipos de gráficas no son útiles para los propósitos de este curso.

Las gráficas XY, las conocen ustedes por los cursos de matemáticas I a IV. Aquellos que estén cursando matemáticas V y VI, trabajan con ellas en ambos cursos. Quienes toman las materias de estadística I y II, ya han visto las gráficas de sectores y las de barras.

Ahora, nos introduciremos en los menúes de graficación.

Hemos notado que el menú de la hoja de cálculo, incluye entre sus alternativas: Graph. Al seleccionar esta, Symphony exhibe un submenú:

```
Preview    1st-Settings    2nd-Settings    Image-Save    Quit
```

Preview, se usa para mirar una gráfica diseñada con anterioridad.
Image-Save, se aplica al momento de guardar una gráfica en disco, con la extensión .PIC, que se imprimirá con el auxilio de Printgraph.
1st-Settings y 2nd-Settings, se les emplea cuando se especifican las características de una gráfica: tipo, títulos, escala de los ejes, etc.
Quit, sirve para salir del menú Graph.

Una forma diferente de analizar y de poder controlar las especificaciones de graficación, se logra por medio del cambio de ventana de SHEET a GRAPH. Esto se realiza con la presión simultánea de Alt F10. Symphony muestra:

SHEET DOC GRAPH FORM COMM

El menú de la ventana Graph es diferente al descrito arriba. Reproducimos la descripción que da el Manual de Referencia de Symphony[1].

Mandato	Resultados
Attach	Asocia un grafico nombrado de la hoja de especificaciones con una ventana GRAFICO.
1st-Settings	Establece las especificaciones que utiliza Sympohny para trazar un grafico.
2nd-Settings	
Image-Save	Almacena las especificaciones de graficas actuales.

El árbol de opciones del menú Graph, se muestra a continuación:

Attach

1st-Settings
- Switch
- Type
- Range
- Hue
- Format
- Data-Labels
- Legend
- Cancel
- Name
- Quit

[1] Manual de Referencia, op. cit., pag 247.

Incluimos esta descripcion como complemento teorico, pues no usaremos el menu de la ventana Graph. En todas las ocasiones que construyamos graficas, emplearemos el menu de la hoja de calculo y la instruccion Graph.

Por otra parte, las instrucciones sacadas del citado manual ,aparecen en espanol. Hemos hecho el cambio al ingles, porque asi se encuentran en el disco del programa Symphony empleado en este curso.

2nd-Settings
- Switch
- Titles
- Y-Scale
- X-Scale
- Other
- Name
- Quit

Image Save

El objeto de Switch, es el de facilitar el movimiento entre las opciones 1st-Settings y 2nd-Settings. Así, cuando se defina, por ejemplo, el tipo de gráfica y se desee pasar a especificar un título, basta con presionar la S (inicial de Switch) para ir de una a otra alternativas de especificaciones de gráficas.

El árbol del menú Graph describe todas las opciones posibles a escoger durante la graficación. No lo incluímos aquí, por dos razones: a) no emplearemos todas esas alternativas; b) ocupa mucho espacio en el texto de esta clase. Nos concretaremos a detallar algunas de esas instrucciones.

La elección de 1st-Settings, Type, muestra el submenú:

Line Bar Stacked-Bar XY Pie High-Low-Close-Open

Estos tipos de gráficas se han ya explicado al principio de esta clase.

Al escoger: 1st-Settings, Range, veremos este submenú:

X A B C D E F Quit

Aquí se instruye a Symphony, sobre cuál o cuáles son los rangos en donde se encuentran los datos a graficar. El rango X se utiliza (excepto en las gráficas XY) para los letreros que se colocan a lo largo del eje X (se excluyen las gráficas de sectores). Los rangos A hasta F, se usan para representar datos. En el caso de las gráficas XY, el rango A, representa el codominio, es decir, el conjunto de valores a trazar en el eje Y. Los rangos B, C, D, E y F, en las gráficas XY, representan otros posibles codominios para un mismo dominio.

El resto de las opciones del submenú 1st-Settings, Hue, Format, Data-Labels, Legend, Cancel, Name y Quit, por el momento las hacemos a un lado.

La elección de 2nd-Settings, Titles, nos enseña el submenú:

First Second X-Axis Y-Axis Quit

First, se refiere al primer título que aparecerá en la gráfica. Symphony lo centra en la parte superior de la pantalla.

Second, es un subtitulo que, abajo del primer titulo, figurará con letra más pequeña. También queda centrado.

X-Axis, se emplea para describir, mediante un titulo, los valores de este eje.

Y-Axis, describe los valores del eje y, naturalmente, por medio de un titulo.

De la misma forma que con las opciones de 1st-Settings, dejamos de lado las instrucciones del menú 2nd-Settings que no necesitaremos, por ahora. En las próximas clases veremos casi todas las alternativas de ambos menúes.

A continuación, resumimos las indicaciones para construir una gráfica en Symphony a partir de la hoja de cálculo[2]. Este resumen será la base de la macro-instrucción que diseñaremos más adelante.

"1. Pulse MENU [F10], seleccione Gráfico [Graph], seguido de la-Especificación [1st-Settings].
2. Seleccione Tipo [Type], seguido del tipo de gráfico que prefiera [Line, Bar, Stacked-Bar, XY, Pie, High-Low-Close-Open].
3. Seleccione Rango [Range]. Dispone de siete posibilidades, X y A hasta F.
4. Se le pedirá que especifique el rango.
5. Para representar rangos adicionales, repita el proceso, seleccionando otra letra distinta en el paso 3.
6. Pulse Salir [Quit] para volver al menú principal de Grafico y seleccione Visualizar [Preview].
7. Symphony cambia el entorno de trabajo a GRAFICO y muestra el gráfico, utilizando las definiciones seleccionadas en la hoja de especificaciones de Gráficos.
8. Pulse cualquier tecla para borrar el grafico de la pantalla."

Retomaremos cada uno de los pasos descritos y los convertiremos a una macro-instrucción:

F10, se representa por {MENU},

Graph, se abrevia: G,

1st-Settings, es: 1,

Type, se cambia por: T,

Con objeto de ejemplificar, elegiremos el tipo XY. Se denota por: X,

Range, lo transformamos en: R,

Escogemos definir, en primer lugar y como parte del mismo ejemplo,el rango X (podría empezarse por cualquier otro): X,

Le señalamos a Symphony que espere la definición del rango X: {?},

2 Manual del Usuario, op. cit. pag 5-9.

La tecla <Enter>, es: ~
Después, dentro del ejemplo mencionado, se indica la elección del rango A: A,
Otra vez, damos una pausa: {?},
La tecla <Enter>, es: ~
Quit, será ahora: Q,
Es indispensable indicar otro Quit, antes de pasar a Preview: Q,
Preview, se escribe: P,
Por último, y no como parte de la macro-instrucción, es indispensable oprimir cualquier tecla para salir de la ventana GRAPH.

La macro quedara asi:

{MENU}GITX

RX{?}~

A{?}~

QQP

No se especificaron títulos, escalas y otras caracteristicas que hacen la gráfica presentable y de mejor aspecto. Paulatinamente las añadiremos.

Por último, se muestran las dos hojas de especificaciones, los menúes 1st-Settings y 2nd-Settings:

Switch to 2nd-Settings MENU
Switch Type Range Hue Format Data-Labels Legend Cancel Name Quit

Type: [illegible]

Range	Hue	Format	Data-Labels	Legend
X	1			
A	[illegible]	Both		
B	[illegible]	Both		
C	4	Both		
D	5	Both		
E	6	Both		
F	[illegible]	Both		

Graph 1st-Settings: [illegible]

Graph 1st-Settings [?] [illegible]

```
Switch to 1st-Settings                                                      MENU
Switch  Titles  Y-Scale  X-Scale  Other  Name  Quit
+------------------------------------------------------------------------------+
| Titles                                                   Type: XY            |
|   First:                                    X-Axis:                          |
|   Second:                                   Y-Axis:                          |
| Y-Scale                        X-Scale                       Other           |
|   Type        Automatic          Type        Automatic         Grid:    None |
|     Lower:                         Lower:                      Hide:    No   |
|     Upper:                         Upper:                      Color:   No   |
|   Format:     G                  Format:     G                 Skip:    1    |
|   Exponent:   Automatic          Exponent:   Automatic         Origin:  0    |
|   Width:      9                                                Aspect:  1    |
+--------------------------------------------------GRAPH 2nd-Settings: MAIN----+
```

```
GRAPH 2nd-Settings                                                   NUM
```

Es todo por esta clase.

Clase No. 9.
Distintos tipos de gráficas.

Objetivos. Mostrar los distintos tipos de gráficas que maneja Symphony.
Se comparará, en base a un ejemplo, las gráficas XY, barras y sectores.

Se ha mencionado en la clase anterior, que en Symphony es posible diseñar seis tipos de gráficas: líneas, XY, barras, barras apiladas, sectores y valores-bolsa. Se ha dicho también que centraremos nuestro interés en los tipos XY, barras y sectores.

Veamos una descripción, breve de los seis tipos de gráficos[1]:

"-Bar: Crea un gráfico de barras, representando hasta 6 rangos de datos. Los rangos se diferenciarán por el color o el rayado.
-XY: Los gráficos representan generalmente los valores de forma unidimensional, es decir, no existe escala en el eje X. En gráficas X-Y, no obstante, el rango X representa la escala del eje X, consiguiendóse así un gráfico bidimensional.
-Pie: Crea un gráfico circular. Sólo se puede representar un rango de datos (A). En el gráfico aparecen los datos del rango X como etiquetas próximas a cada sector. También se muestra el porcentaje del circulo que representa cada sector. Se puede asignar un determinado tipo de valores al rango B, con el fin de extraer un determinado sector del circulo."

Estos tres tipos de gráficas, son los que nos interesa aprender. Así lo decidimos porque las gráficas de XY se usan en todas las materias del área de matemáticas. Las gráficas de barras se utilizan en los cursos de estadística I y II, al igual que las de sectores (o de pastel. Pie, en inglés).

Los otros tres tipos de gráficas, las describiremos, aunque no las utilizaremos:

"-Line: Crea un gráfico lineal (empleando líneas, símbolos o ambas cosas), de hasta 6 rangos de datos.
-Stacked-Bar: Crea un grafico de barras superpuestas. En este caso, el área correspondiente a cada rango no se dispone adyacente a la del rango anterior, sino superpuesta.

---

[1] Beneyto, Javier, Symphony. Iniciacion y formacion, Mexico, Plaza & Janes, 1987, pag. 99-101.

-High-Low-Close-Open: Crea un gráfico del tipo 'Máximo-Mínimo-Apertura-Cierre'. Representa cuatro rangos de valores. El valor superior de la línea es el valor Máximo (A), el punto inferior representa el Mínimo (B), la marca de la derecha representa el valor de cierre (C) y la marca de la izquierda el valor de apertura (D)."[2]

Ahora, pasaremos a construir algunas gráficas.

Nuestro primer ejemplo es una gráfica XY, de primer grado o lineal. La función a graficar es:

$$f(x) = 8x + 7 \qquad \text{con } -4 \le x \le 4$$

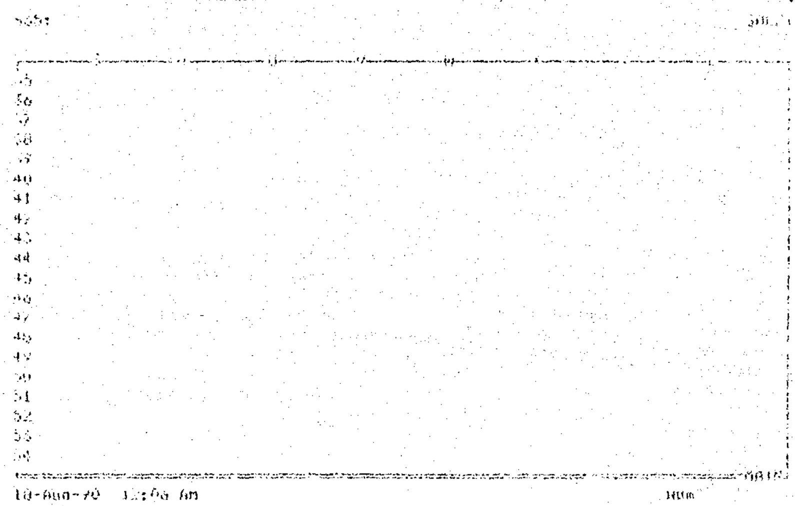
El dominio se ha definido así para fines prácticos. No existe razón alguna para restringir los valores que pueda tomar x, porque la función f está definida en todo $\mathbb{R}$.

Estamos trabajando un ejercicio de pizarrón. Esto lo hemos realizado en todas nuestras clases, pero se ha hecho la advertencia de que esos ejercicios son fácilmente comprobables al estar frente a la computadora, en la experimentación con la hoja de cálculo del paquete Symphony. Prosigamos con nuestra labor.

Ocuparemos una zona de la hoja para anotar el dominio. En la columna a la derecha de aquella, ponemos el codominio. Emplearemos las columnas S y T, con los renglones 35 a 54. No debe olvidarse que hay 256 posibles elecciones para las columnas y 8192 para los renglones. Hemos trabajado con la ventana inicial de la hoja de cálculo (A1-H20) con fines de comprensión, es decir, para que ustedes (los alumnos), conocieran la pantalla que siempre muestra Symphony al comienzo de una sesión.

La pantalla tiene este aspecto:

[2] Deneyto, op. cit., pag. 97.



(Fig. 1)

La celda S35 contendrá el letrero: X.

La casilla T36, el rótulo: Y.

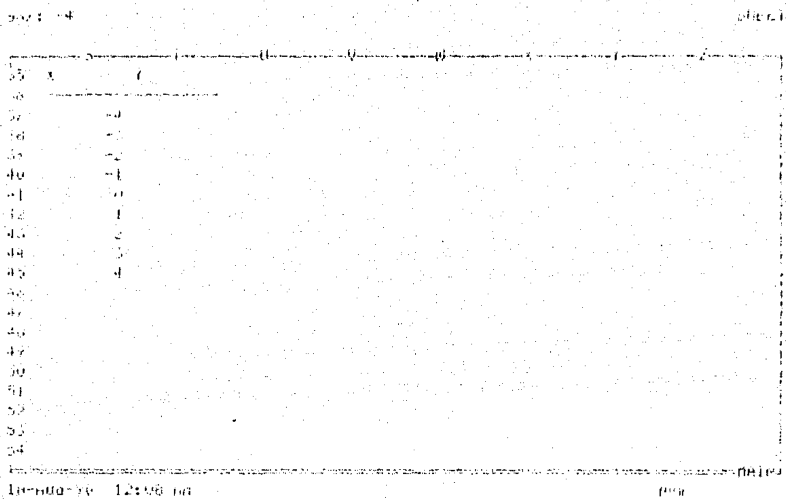
En S36, va un subrayado: \-.

Lo mismo en T36.

Desde S37 y hasta S45, escribiremos los números: -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 y 4. Esta operación ya la hemos practicado en Symphony:

1o. presionar: F10,
2o. escoger: Range,
3o. seleccionar: Fill,
4o. las celdas son: S37..S45,
5o. dar el valor inicial: -4,
6o. las separaciones entre cada valor se dejan en: 1,
7o. el valor final es: 4.

Al terminar ese proceso, la columna S se aprecia de esta manera:



(Fig. 2)

La columna de valores Y se completa por medio de una fórmula que será copiada a todas las celdas que alojan al codominio.

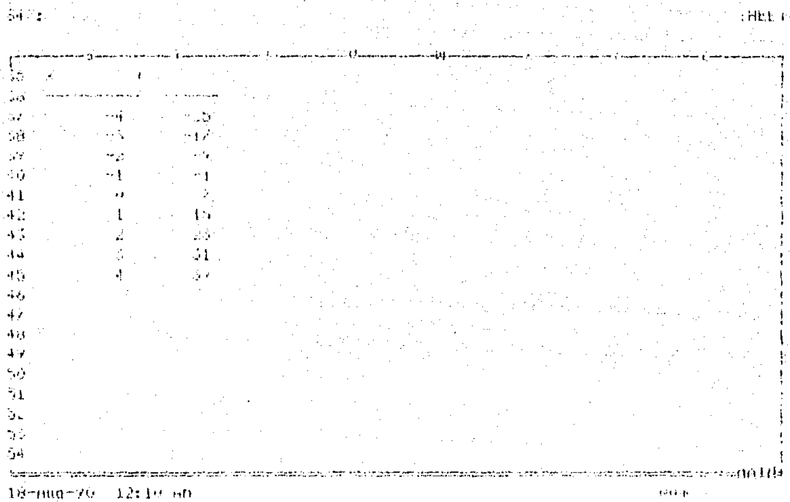
La función es f(x) = 8x + 7. Estos son los pasos a realizar:

1o. poner el cursor en T37.

2o. escribir la fórmula: +S37*8+7
    el valor que regresa es: -25,

3o. copiar la fórmula de T37 en el rango T38..T45:
  - a) ubicar el cursor en T38,
  - b) oprimir F10,
  - c) escoger: Copy,
  - d) apretar la tecla <Esc>,
  - e) colocar el cursor en T37
  - f) apretar <Enter> para aceptar esa celda como rango origen (FROM),
  - g) indicar a Symphony que el rango destino (TO) es: T38..T45,
  - h) cerrar con <Enter>.

La hoja de cálculo queda así:

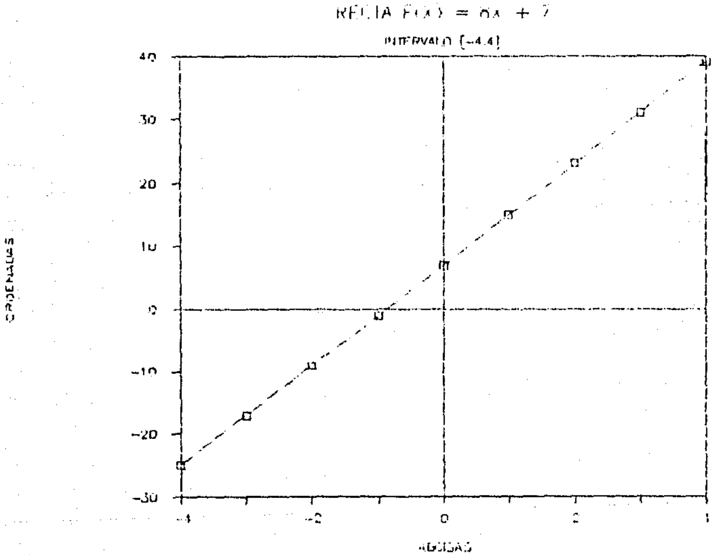


(Fig. 3)

Ya nos hallamos listos para gráficar nuestra función en Symphony. Seguiremos estas instrucciones:

1o. pulsar la tecla F10,
2o. decidirse por: Graph,
3o. seleccionar: 1st-Settings,
4o. elegir: Type,
5o. queremos una gráfica cartesiana: XY,
6o. sigue: Range,
7o. primer rango de valores: X,
8o. las celdas del dominio son: S37..S45,
9o. presionar <Enter>,
10o. segundo rango de valores: A,
11o. sus celdas son: T37..T45,
12o. otro <Enter>,
13o. mediante Quit, salir del submenú Range,
14o. pasar al menú 2nd-Settings, a través de: Switch,
15o. se entra a especificar un titulo: Titles,
16o. el primero se escoge mediante: First,
17o. anotemos: RECTA F(X) = 8X + 7,
18o. un <Enter>,
19o. el segundo título se selecciona por: Second,
20o. este es: INTERVALO [-4,4],

21o. nuevo <Enter>,
22o. para el titulo del eje x, la decisión es: X-Axis,
23o. el titulo es: ABCISAS,
24o. viene <Enter>,
25o. para el titulo del eje y: Y-Axis,
26o. este es: ORDENADAS,
27o. un <Enter> más,
28o. Quit,
29o. una vez más: Quit,
30o. la gráfica se ve a través de la alternativa: Preview, miremos la gráfica:



(Fig. 4)

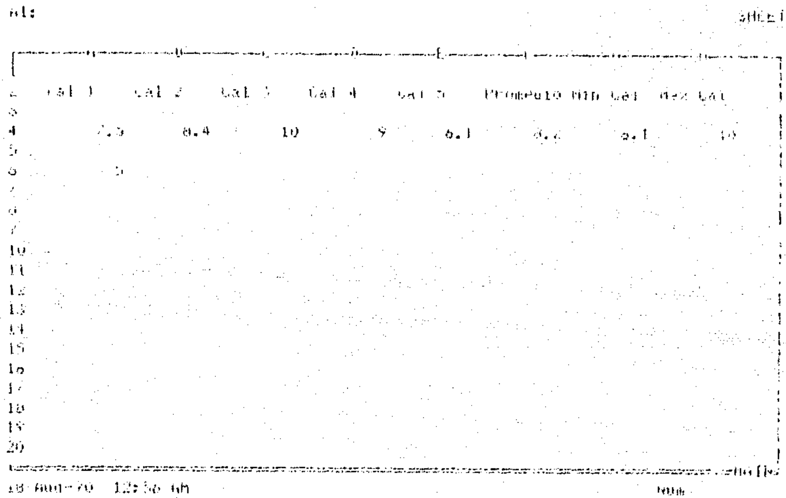
31o. regresamos al menú Graph,al presionar cualquier tecla.

El aspecto de esta gráfica se puede mejorar. En la clase próxima diseñaremos otras gráficas XY con mejor calidad.

Ahora, dediquemos un poco de tiempo a construir una gráfica de barras.

En las clases 3 y 6, hicimos un ejercicio en el cual elaboramos un modelo que sirvió para la obtención, dadas cinco calificaciones, del promedio, la menor y la mayor de las calificaciones y el total de ellas.

Este es el modelo:



(Fig. 5)

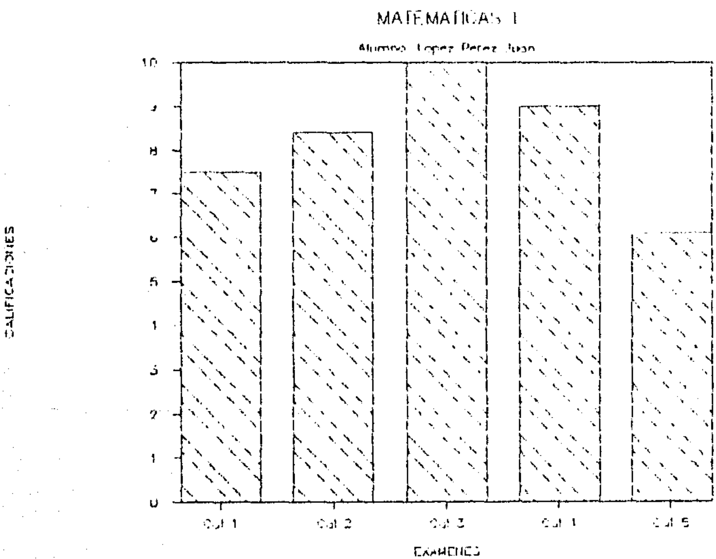
¿Qué debemos hacer para trazar una gráfica de barras a partir de esos datos?

El rango X no es ahora númerico. Lo forman letreros que se colocarán a lo largo del eje X. En este ejemplo, las celdas A2 hasta E2 incluyen los letreros correspondientes a las cinco calificaciones. Los valores que dan la altura a cada una de las barras, son las cinco calificaciones.

Seguiremos estos pasos:

1o. pulsar la tecla F10,
2o. decidirse por: Graph,
3o. seleccionar: 1st-Settings,
4o. elegir: Type,
5o. optamos por: Bar,
6o. sigue: Range,
7o. primer rango de valores: X,
8o. las celdas del dominio son: A2..E2,
9o. presionar <Enter>,
10o. segundo rango de valores: A,
11o. sus celdas son: A4..E4,

12o. otro <Enter>,
13o. mediante Quit, salir del submenú Range,
14o. pasar al menú 2nd-Settings, a través de: Switch,
15o. se entra a especificar un titulo: Titles,
16o. el primero se escoge mediante: First,
17o. anotemos, por ejemplo: MATEMATICAS I,
18o. un <Enter>,
19o. el segundo titulo se selecciona por: Second,
20o. este es, por ejemplo: Alumno: López Pérez Juan,
21o. nuevo <Enter>,
22o. para el titulo del eje x, la decisión es: X-Axis,
23o. el titulo es: EXAMENES,
24o. viene <Enter>,
25o. para el titulo del eje y: Y-Axis,
26o. este es: CALIFICACIONES,
27o. un <Enter> más,
28o. Quit,
29o. una vez más: Quit,
30o. la gráfica se ve a través de la alternativa: Preview, miremos la gráfica:

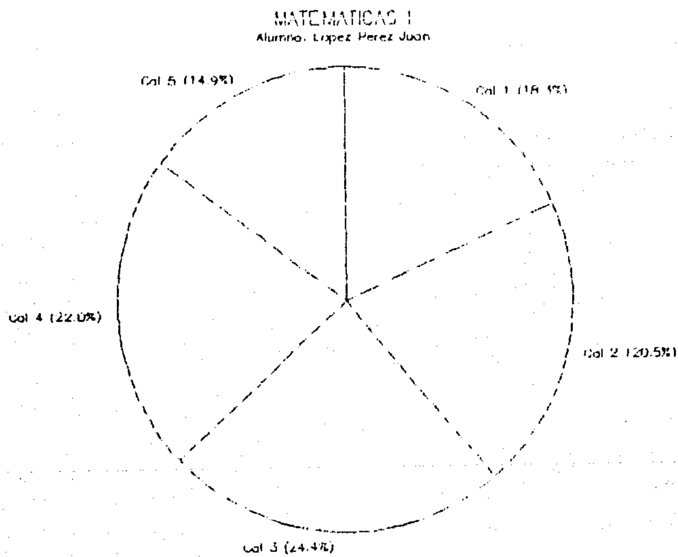


(Fig. 6)

31o. regresamos al menú Graph,al presionar cualquier tecla.

Si queremos hacer una gráfica de pastel, a partir de aquellos datos, Symphony nos da la facilidad de que, con un sencillo cambio en la instrucción Type, cambiemos una gráfica de barras en una de sectores. Además, Symphony recuerda los rangos X y A ya definidos. Con esto en mente, bastará con seguir estas indicaciones para realizar la transformación requerida:

1o. pulsar la tecla F10,
2o. decidirse por: Graph,
3o. seleccionar: 1st-Settings.
4o. elegir: Type,
5o. optamos por: Pie,
6o. escogemos, para salir del submenú Type: Quit,
7o. la gráfica se ve a través de la alternativa: Preview, observemos con atención la nueva gráfica:



(Fig. 7)

8o. regresamos al menú Graph,al presionar cualquier tecla.

La tarea de esta clase, consiste en buscar o pensar, cinco ejemplos en los cuales los tipos de gráficas estudiadas tengan aplicaciones. Investiguen en las otras materias que están cursando este semestre.

Es todo por esta clase.

Clase No. 10.
Gráficas del tipo XY.

Objetivos. Se mostrarán tres aplicaciones de las gráficas XY.
Se explicará como cambiar la escala del eje Y, de automática a manual.

Conocimos en las anteriores clases, los distintos tipos de gráficas que se pueden elaborar en Symphony. En la clase de hoy, haremos enfásis en la construcción de gráficas cartesianas. Iniciamos con un modelo sencillo que, al mismo tiempo, es práctico. Se ha tomado el ejercicio de un libro de matemáticas para administración.

Hemos tomado esta decisión porque consideramos que las matemáticas para los alumnos de bachillerato no debe limitarse a la resolución teórica de ejercicios. No estamos en contra, como matemáticos, de estudiar los fundamentos, las definiciones, los axiomas, los teoremas, etc., de las ramas de las matemáticas que abarca el plan de estudios del bachillerato. Pero el material de este curso no va dirigido a estudiar las matemáticas teóricas. Los profesores que imparten matemáticas I a VI se encargan de explicar todo lo referente a la teoría de las matemáticas. En este curso, por el contrario, nos enfocaremos a mostrar la forma en que un paquete de computación, el Symphony, puede ser útil en la comprensión de las matemáticas por medio de la elaboración de distintos modelos en la hoja de cálculo y las gráficas. También pretendemos que los alumnos se inicien en la computación con ayuda de un paquete de computo, sin que pierdan de vista que es importante conocer también los lenguajes de programación.

Tenemos presente que los alumnos ya han aprendido los fundamentos, por sus cursos previos, de los conceptos de dominio, codominio, regla de correspondencia, plano cartesiano, parejas ordenadas, entre otros. Así que, partimos de este antecedente para mostrar ejemplos de aplicaciones de las matemáticas fuera de ellas.

El primer ejemplo es: Interés Simple.

El texto del problema es:

"Interés simple. Si \$P (capital) se invierte a una tasa de interés de r, entonces la cantidad A que se tiene después de t años se calcula con:

$$A = Prt + P$$

Si \$100 se invierten a 6% ($r = 0.06$), entonces $A = 6t + 100$, $t \geq 0$.

(A) ¿A cuánto ascenderá la cantidad de \$100 después de 5 años?
¿Después de 20 años?

(B) Construya la gráfica de la ecuación para $0 \leq t \leq 20$.

(C) ¿Cuál es la pendiente de la gráfica? (La pendiente indica el aumento en la cantidad A por cada año adicional de inversión)".[1]

La ecuación que nos proporciona el problema es:

$$A = Prt + P$$

La reescribiremos como:

$$A = P\ (1 + rt) \ldots\ldots\ldots (1)$$

Se invierten \$100 a un 6%, es decir:

$$P = 100 \text{ y } r = 0.06$$

Entonces A es:

$$A = 100\ (1 + 0.06t) = 100 + 6t = 6t + 100 \ldots\ldots\ldots (2)$$

¿Por qué t es mayor o igual a cero?

Porque el tiempo se cuenta desde 0 y siempre es positivo. Aunque el dominio de la recta 6t + 100, se halla en los números reales mayores o iguales que cero, el enunciado del ejercicio restringe ese dominio a los enteros no negativos y en consecuencia, la gráfica sería una sucesión de puntos en el plano. No obstante y con el fin de dibujar una recta con auxilio del Symphony, supondremos que la gráfica es continua.

Demos respuesta al inciso A. Sustituimos t = 5 en (2):

$$A = 6(5) + 100 = 130$$

Al final de cinco años el capital es de \$130.

Luego, t = 20, da en (2):

$$A = 6(20) + 100 = 220$$

El capital es de \$220 al cabo de 20 años.

La busqueda de respuesta al inciso B, nos conduce a utilizar Symphony. Se nos pide graficar A en el intervalo $0 \leq t \leq 20$.

¿Cuál instrucción se aplica en la construcción de un intervalo en Symphony?

La opción Range-Fill nos ayuda.

Nos ubicamos en una hoja de cálculo imaginaria. Ya aclaramos que es factible ocupar cualquiera de las 8192 filas y de las 256 columnas de la hoja de cálculo, durante el trabajo con Symphony. Por ahora, emplearemos la columna IA y el renglón 5000:

---

[1] Barnett, Raymond A. Matematicas para Administracion y Ciencias Sociales, 2a ed., Mexico, Nueva Editorial Interamericana, 1985, pag 62.

```
IA5000:                                                                    READY

 -------IA-------IB-------IC-------ID-------IE-------IF-------IG-------IH-------
5000
5001
5002
5003
5004
5005
5006
5007
5008
5009
5010
5011
5012
5013
5014
5015
5016
5017
5018
5019

10-AUG-90  01:13 am                                                        NUM
```

(Fig. 1)

La casilla IA5000 alberga el rótulo: AÑOS.
IB5000, tiene: CAPITAL
El renglón 5001 queda vacio.
A partir de la celda 5002 y hasta la 5022, estarán los valores del dominio. Usamos Range-Fill en el relleno de esas celdas. El valor inicial es: 0; la separación entre números es: 1; el valor final es: 20.
Hecho lo anterior, observaremos esta pantalla:

A5002: 0 READY

A	B
5000ANOS	CAPITAL
5001	
5002	0
5003	1
5004	2
5005	3
5006	4
5007	5
5008	6
5009	7
5010	8
5011	9
5012	10
5013	11
5014	12
5015	13
5016	14
5017	15
5018	16
5019	17

18-AUG-90 01:14 AM NUM

A5020: 18 READY

A	B
5020	18
5021	19
5022	20
5023	
5024	
5025	
5026	
5027	
5028	
5029	
5030	
5031	
5032	
5033	
5034	
5035	
5036	
5037	
5038	
5039	

18-AUG-90 01:15 AM NUM

Hemos tenido la oportunidad de enfrentarnos a fórmulas de la hoja de calculo. Para indicar que la cantidad A es igual a 6 veces el año más 100, pondremos en la casilla IB5002:

+6*IA5002+100

El resultado es: 100.

Ya sabemos duplicar una fórmula de una celda en un conjunto de celdas. El rango origen es: IB5002, mientras que el rango destino es: IB5003..IB5022.

Llegamos a esta pantalla:

5000	AGE	CAPITAL
5001		
5002	0	100
5003	1	106
5004	2	112
5005	3	118
5006	4	124
5007	5	130
5008	6	136
5009	7	142
5010	8	148
5011	9	154
5012	10	160
5013	11	166
5014	12	172
5015	13	178
5016	14	184
5017	15	190
5018	16	196
5019	17	202

18-AUG-90 01:17 AM NUM

5020	18	208
5021	19	214
5022	20	220
5023		
5024		
5025		
5026		
5027		
5028		
5029		
5030		
5031		
5032		
5033		
5034		
5035		
5036		
5037		
5038		
5039		

18-AUG-90 01:20 AM NUM

Los datos de aquellas columnas son suficientes para instruir a Symphony a que trace una grafica. Hemos visto en la clase pasada las instrucciones de graficación.

En resumen, estas son las especificaciones a dar en este caso:

Type: XY.

Range, X: IA5002..IA5022.

Range, A: IB5002..IB5022.

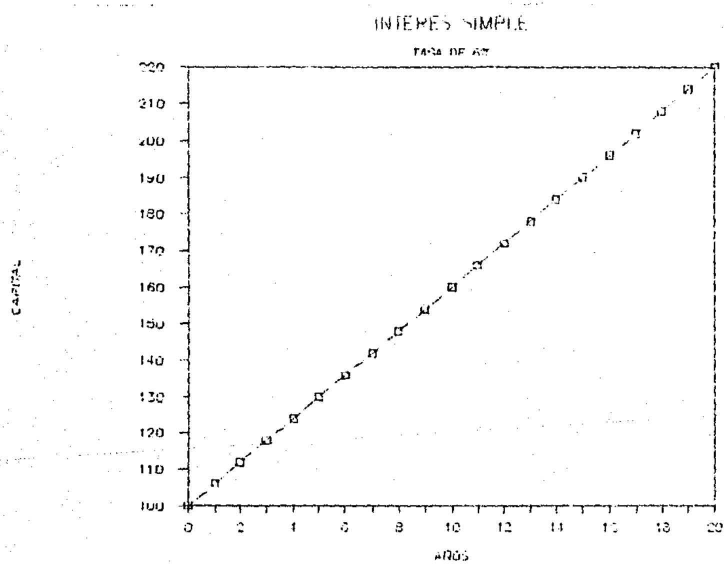
Titles: First: INTERES SIMPLE.

Second: TASA DE 6%,

X-Axis: AÑOS,

Y-Axis: CAPITAL.

Nuestra gráfica se apreciará así:



(Fig. 4)

La presentación de esta gráfica puede mejorarse con ayuda de la instrucción Data-Labels, que coloca letreros en cada punto de una gráfica con objeto de explicar cada una de las coordenadas.

Resolvamos el inciso (C) de nuestro problema.

La ecuación es: $A = 6t + 100$.

¿Cuál es la forma de la ecuación de la recta <u>pendiente-ordenada al origen</u>?. Es $y = mx + b$.

Al establecer una analogia entre esa forma de la recta y la ecuación suministrada por el problema, resulta fácil deducir que la pendiente m buscada es: 6.

Hemos terminado el primer ejercicio de graficación. Pasemos al segundo.

El ejercicio se ha sacado también del libro citado antes[2]:

> "Psicologia. En un experimento de motivación, J.S. Brown, entrenó un grupo de ratas para correr hacia abajo por un pasaje angosto de una jaula, a fin de recibir alimento de una caja considerada como objetivo. A continuación, utilizando arreos y alambre ató a las ratas a un dinamómetro. Colocó una rata a distancias diferentes d (en centimetros) de la caja, y midió la fuerza p (en gramos) que ejercia la rata hacia el alimento. Brown encontró que la relación entre estas dos variables tenia un comportamiento cuasilineal y podria aproximarse por la ecuación
>
> $$p = -\frac{1}{5} d^{*} + 70 \qquad 30 \leq d \leq 175$$
>
> (Vease J.S. Brown, Journal of Comparative Phisiology and Psychology, 1948, 41: 450-465).
>
> (A) ¿Cuál fue la fuerza cuando d = 30? ¿Cuándo d = 175?
>
> (B) Construya la gráfica de la ecuación
>
> (C) ¿Cuál es la pendiente de la recta?"

Para contestar el inciso A, se sustituye d = 30, en la ecuación:

$$p = -\frac{1}{5} d + 70$$

Lo que da:

$$p = -\frac{1}{5} (30) + 70 = 64$$

Ahora, cuando d = 175, p es:

$$p = -\frac{1}{5} (175) + 70 = 35$$

Responderemos (B) con el apoyo de Symphony. Empecemos por anotar en dos columnas de la hoja de cálculo, el dominio y el contradominio:

el dominio es $30 \leq d \leq 175$

el contradominio es $35 \leq p \leq 64$.

Las columnas A y B y los renglones 1 a 20 (la pantalla

---

[2] Barnett, Raymond A., op. cit. pag. 84.

inicial) se utilizarán para anotar el dominio y el contradominio.

En primer lugar, escribimos los letreros en: A1: distancia y en B1: fuerza.

Después, mediante Range-Fill, rellenamos el rango A3..A17, con valor inicial: 30, separación entre valores: 10, y valor final: 170. El número 175, se teclea directamente en la casilla: A18.

En tercer lugar, se escribe la fórmula, en B3: (-1/5)*A3+70.

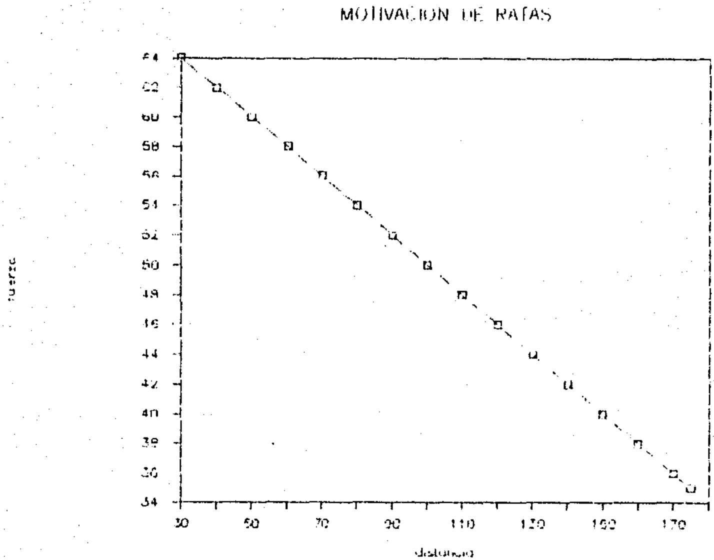
Por último, se duplica la fórmula de B3 en B4..B18.

La pantalla de hoja de cálculo se ve de este modo:

1	distancia	fuerza
2		
3	30	64
4	40	62
5	50	60
6	60	58
7	70	56
8	80	54
9	90	52
10	100	50
11	110	48
12	120	46
13	130	44
14	140	42
15	150	40
16	160	38
17	170	36
18	175	35
19		
20		

(Fig. 5)

La gráfica, del tipo XY, con las especificaciones necesarias dadas en el menú Graph, tiene este aspecto:



(Fig. 6)

La pendiente de la recta p es

$$-\frac{1}{5}$$

Queda contestado el inciso C.

El último ejercicio que resolveremos es[3]:

"Crecimiento exponencial. Si empezamos con 2c y duplicamos esta cantidad cada día, después de n días podríamos tener $2^n c$. Construya la gráfica de $f(n) = 2^n$ para $1 \leq n \leq 10$ (Determine la escala vertical de modo que la gráfica no salga de la hoja de papel)"

No es común que en los cursos de matemáticas se aborden las funciones exponenciales. La diferencia con respecto a las funciones algebráicas radica en que la variable independiente es un exponente: la base es una constante y la gráfica es también distinta a la de las funciones

---

[3] Ibid. pag. 89

algebráicas. Nuevamente, recurrimos a Symphony para trazar la gráfica de la curva que nos ha planteado el problema que resolveremos.

Se nos pide restringir el dominio de f al intervalo [1,10], pero ¿cuanto es 2^{10}? Es 1024. Así el codominio queda restringido al intervalo $2 \leq f(n) \leq 1024$.

Utilizaremos las columnas U y V para los datos n y f(n).

En la casilla U50 anotamos el letrero: dias; luego, en V50: ahorro.

Se rellena el rango U52..U61. con valor inicial de 1 y separaciones de 1.

La celda V52 contiene la fórmula: 2^U52. Esa fórmula se duplica en el rango V53..V61.

Llegamos a estos resultados en nuestra hoja de cálculo:

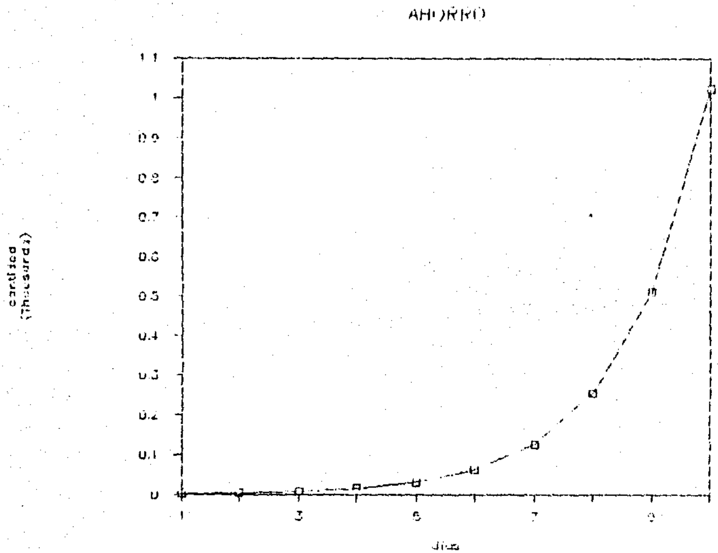
U52: 1

	U	V
50	dias	ahorro
51		
52	1	2
53	[illegible]	4
54	[illegible]	8
55	4	16
56	5	32
57	6	64
58	[illegible]	128
59	8	256
60	[illegible]	512
61	10	1024
62		
63		
64		
65		
66		
67		
68		
69		

10-Aug-90 01:25 am

(Fig. 7)

Al diseñar la gráfica, con las especificaciones correspondientes, notamos que la presentación de las ordenadas no es muy explicativa:

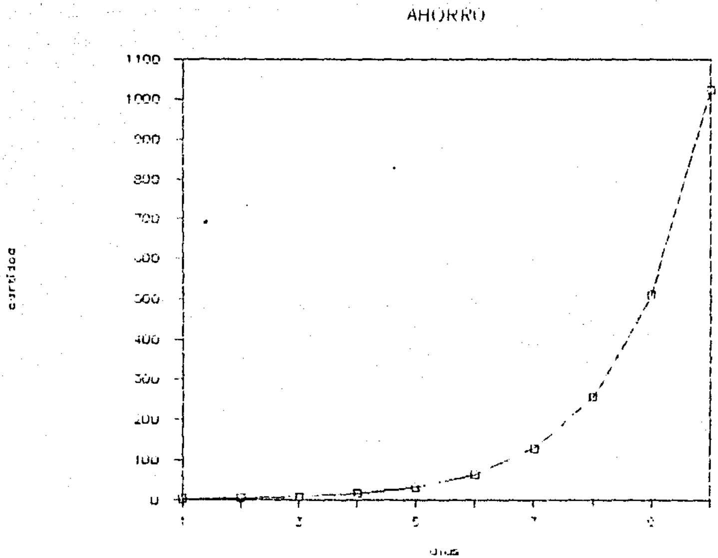


(Fig. 8)

¿Cuáles instrucciones debemos seguir para lograr que, en vez de aparecer el letrero "thousands" se vean números de mil en mil, en el eje y?

Resumiremos los pasos necesarios para tener una gráfica con mejor aspecto:

1o. pulsar la tecla F10,
2o. seleccionar Graph,
3o. ir al menú 2nd-Settings,
4o. escoger: Y-Scale,
5o. seguido de: Type,
6o. la opción adecuada es: Manual-Linear,
   límite inferior, Lower limit: 2 y <Enter>,
   límite superior, Upper limit: 1024 y otro <Enter>,
7o. se requiere un cambio de exponente mediante: Exponent,
8o. seleccionamos: Manual
   el exponente para y, Y Exponent,es: 0 y luego dar <Enter>,
9o. Quit,
10o. Quit
11o. Preview para mirar la gráfica:



(Fig. 9)

Queda como tarea, para los alumnos, investigar algún o algunos usos de las funciones exponenciales.

Clase No. 11
Un ejemplo en Matemáticas I:
Motivación de ratas.

Objetivos. Se muestra el uso del graficador de Symphony en una de las materias del area de matemáticas.
Se busca dar ejemplos donde aparezcan gráficas.

En esta clase, y en las próximas ocho, damos un repaso a las materias del área de matemáticas: Matemáticas I a VI, y Estadística I y II. Veremos qué tan útil puede ser Symphony para resolver problemas (o al menos ver las soluciones desde otro punto de vista).

Tratamos un ejemplo de cada materia. En la clase que nos ocupa, veremos un ejemplo de matemáticas I. El modelo que desarrollamos no está totalmente concluido. Pretendemos que los alumnos lo mejoren al través de corregir las deficiencias habidas, o le añadan algunas variantes.

En la clase no. 10, vimos un ejercicio sobre la motivación de ratas en un experimento de laboratorio. La ecuación que nos proporcionaban es:

$$p = -\frac{1}{5}\, d + 70 \qquad 30 \leq d \leq 175$$

en dónde:

p es la fuerza (en gramos) que ejerce la rata hacia adelante, y

d es la distancia (en centímetros) con respecto a la caja.

Recordemos que la gráfica no intersecta al eje de las x. ¿Qué quiere decir esto? En el contexto del problema, quiere decir que la fuerza ejercida por la rata nunca va ser cero, según el psicólogo que realizó el experimento. Pero nosotros vamos a tomar la ecuación sin ninguna restricción, esto es, no supondremos a priori que la variable d está en el intervalo [30, 175].

Así tenemos:

$$p = -\frac{1}{5}\, d + 70$$

Recordemos de nuestro curso de Matemáticas I que una ecuación de primer grado o lineal tiene como solución:

$$x = -\frac{b}{a} \quad \text{si y solo si} \quad ax + b = 0$$

Llevemos nuestra ecuación anterior a la forma:

$$ax + b = 0$$

obtenemos:

$$-\frac{1}{5}\, d + 70 = 0$$

resolviendo:

$$70 = \frac{1}{5}\, d \quad \text{si y solo si} \quad d = 350$$

Notamos enseguida, que d = 350 sale del contexto del problema original, pues el experimentador considero que d está en el intervalo [30, 175]. ¿qué conclusión sacamos? ¿qué significa p = 0, d = 350?

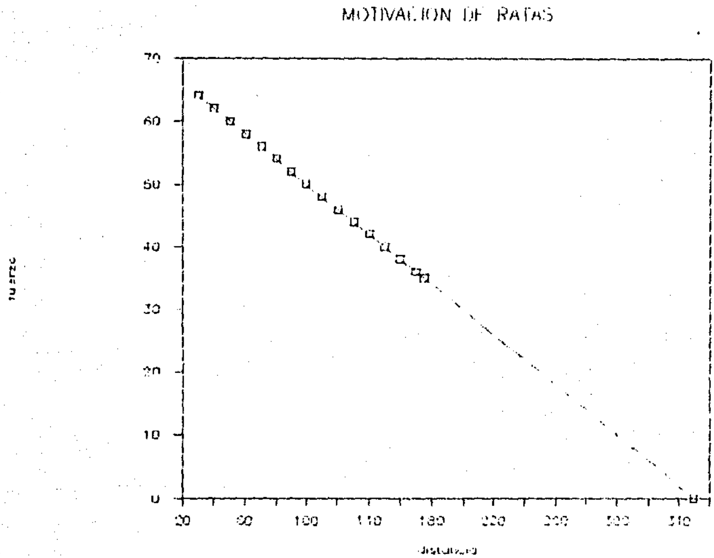
Miremos, antes de contestar, la gráfica de la ecuación. Esta es decreciente, puesto que la pendiente es $-\frac{1}{5}$ y $-\frac{1}{5} < 0$.

En palabras, la recta nos dice: "si la distancia con respecto a la caja aumenta, la fuerza disminuye".

Entonces, cuando la distancia, d, es 350 centimetros (d = 350) la fuerza, p, ejercida es cero (p = 0). ¿Tiene lógica la respuesta?

La tabla en la hoja de cálculo construida para poder gráficar la ecuación anterior, llegó hasta 175 en la columna de las distancias y hasta 35 en la de las fuerzas. Para "alargar" la gráfica hasta el valor 350, en la celda A19 (la última celda ocupada es A18) se anota: 350. Usamos a continuación la orden de Copiar (Copy) para hacer que la fórmula de la celda B18 se duplique en B19. B18 tiene: (-1/5) * A18 + 70. Al realizar la copia. B19 tiene: (-1/5) * A19 + 70.

Para graficar en Symphony, se indica, dentro del submenú gráfico, que el rango X es ahora A3..A19 y el rango A es: B3..B19. Se respetan las especificaciones anteriores y después de seguir los pasos ya indicados en clases anteriores, se obtiene esta gráfica:



(Fig. 1)

El siguiente ejercicio lo tomamos del libro de Barnett[1], ya mencionado antes:

"un concierto de jazz, produjo \$60 000 por la venta de 8 000 boletos. Si los boletos se vendieron a \$6 y \$10 cada uno. ¿Cuántos boletos de cada tipo se vendieron?"

Analicemos qué vamos a hacer con este problema y en qué puede ayudarnos Symphony.

1o. Queremos plantear una ecuación.

2o. Resolver una ecuación.

3o. Comprobar la solución en el contexto del problema.

4o. Graficar la ecuación.

5o. Interpretar la solución gráfica.

Dividemos el trabajo en varios incisos:

a) Procedemos a plantear la ecuación.

Sea $x \equiv$ cantidad de boletos de precio \$6.

Entonces, al haber 8 000 boletos, se tiene:

$8\,000-x \equiv$ cantidad de boletos de precio \$10 ...(1)

---

1 Barnett, Raymond, op. cit., pag 37.

El dinero obtenido por la venta de boletos de $6 es:

$$6x \quad \ldots (2)$$

De (1) y (2) se deduce que, dinero obtenido por la venta de boletos de $10 es $10(8\,000 - x)$ ... (3)

El enunciado del problema afirma que, se obtuvieron $60 000 por la venta de los boletos. Las ecuaciones (2) y (3) se refieren al dinero obtenido por la venta de boletos de $6 y $10, respectivamente. Entonces, la suma de (2) y (3) propvorciona la cantidad de dinero obtenido, que debe ser igual a $60 000; esto es:

$$6x + 10(8\,000 - x) = 60\,000 \quad \ldots (4).$$

b) La ecuación (3), al resolverse, nos dará el número de boletos x de $6 vendidos. Al sustituirse x en la ecuación (2) se conoce el número de boletos de $10, vendidos.

Simplificamos (3):

$$6x + 80\,000 - 10x = 60\,000$$

$$\text{si y sólo si} \quad -4x + 80\,000 = 60\,000$$

$$\text{si y sólo si} \quad 4x = 80\,000 - 60\,000$$

$$\text{si y sólo si} \quad 4x = 20\,000 \quad \ldots (5)$$

$$\text{si y sólo si} \quad x = \frac{20\,000}{4}$$

$$\text{si y sólo si} \quad x = 5\,000$$

c) Comprobación.

Por lo tanto, se vendieron 5 000 boletos de $6, lo que arroja una venta de:

$$\$6 \times 5\,000 \text{ boletos} = \$30\,000$$

Se vendieron

8 000 - 5 000 = 3 000, boletos de $10, lo que deja una venta de:

$$\$10 \times 3\,000 \text{ boletos} = \$30\,000$$

La suma de ambas ventas da: $60 000.

Hemos resuelto bien el problema. Ahora nos queda ver qué beneficios obtendremos usando el Symphony.

Observemos la ecuación (4):

$$4x = 20\,000$$

La reescribimos en la forma $ax + b = 0$:

$$4x - 20\,000 = 0. \quad \ldots (6).$$

La solución general de la ecuación $ax + b = 0$, es:

$$x = -\frac{b}{a}$$

lo que nos da:

$$x = -\frac{-20\,000}{4} = 5\,000$$

Este es el mismo valor al que llegamos resolviendo la ecuación por el procedimiento anterior.

d) Ahora, convirtamos la ecuación (4) en una ecuación de la forma $y = mx + b$:

$$y = 4x - 20\,000.$$

La vamos a graficar usando Symphony.

Necesitamos dar el dominio y el codominio. Es facil deducir que x, el número de boletos vendidos no puede ser menor que 0, ni mayor de 8 000, entonces:

$$0 \leq x \leq 8\ 000$$

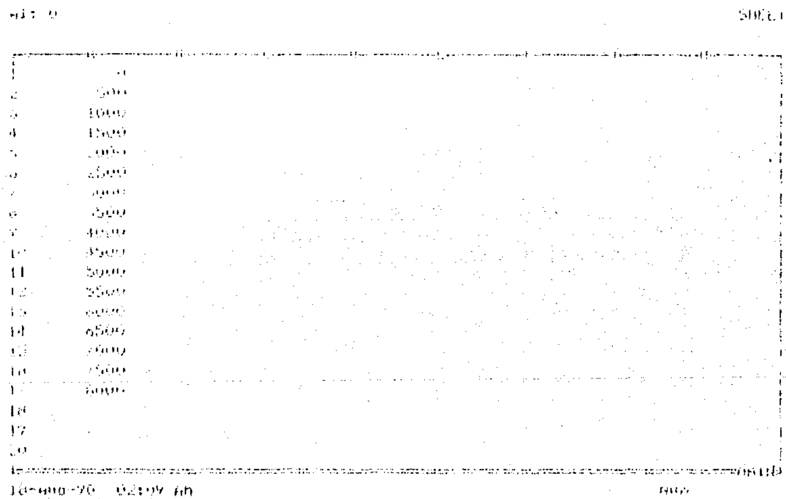
es el dominio de la ecuación.

Con estos valores, construyamos el codominio. En Symphony, hemos mencionado ya, que hay 8192 filas y 256 columnas. Se puede usar cualquier zona no ocupada de la hoja para introducir valores (si hay macro-instrucciones, textos u otros datos, al escribir encima de ellos, estos se pierden). Por costumbre, hemos usado las columnas A hasta H, y las filas 1 a 20, porque así se nos presenta la hoja de cálculo cuando arrancamos el paquete Symphony, o queremos crear un nuevo archivo. Usemos, para no perder la costumbre, las filas 1 a 20 y las columnas A hasta H.

Las instrucciones:

Menú (F10), Range, Fill, Fill Range: A1..A17, Start Value: 0, Step Value: 500, Stop Value: 8192,

llenan la columna A con valores que empiezan en 0, tienen incrementos de 500 y llegan hasta 8 000. La hoja, tendrá el aspecto mostrado en la figura 2:



(Fig. 2)

En la celda B1, anotamos la fórmula:

$$+A1 * 4 - 20000$$

Procederemos a copiarla (al través de F10, Copy), en las otras celdas de la columna B para obtener:

A1: 0

	A	B
1	0	-20000
2	500	-18000
3	1000	-16000
4	1500	-14000
5	2000	-12000
6	2500	-10000
7	3000	-8000
8	3500	-6000
9	4000	-4000
10	4500	-2000
11	5000	0
12	5500	2000
13	6000	4000
14	6500	6000
15	7000	8000
16	7500	10000
17	8000	12000
18		
19		
20		

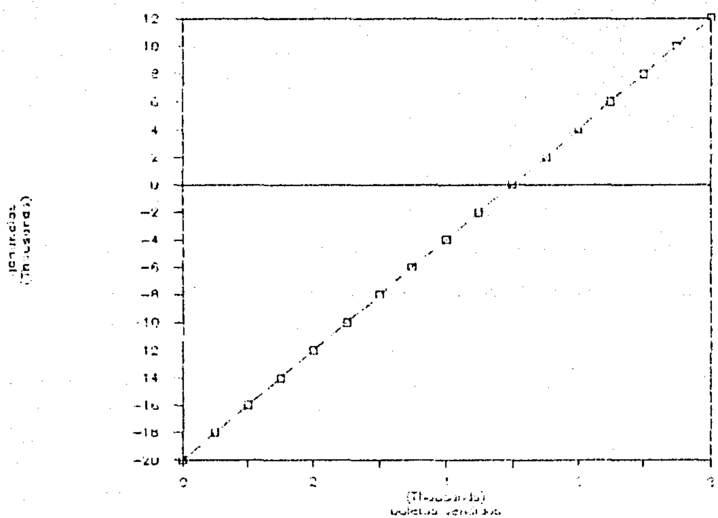
18-AUG-79 02:10 AM

(Fig. 3)

El rango X es: A1..A17; el rango A es: B1..B17; el tipo de gráfica es: XY; el título de la gráfica es: CONCIERTO DE JAZZ; el titulo del eje x: boletos vendidos de $6; el titulo del eje y: ganancia.

La gráfica queda así:

CONCIERTO DE JAZZ



(Fig. 4)

Observemos que ha surgido dos letreros en los ejes. Ambos dicen: (thousands).

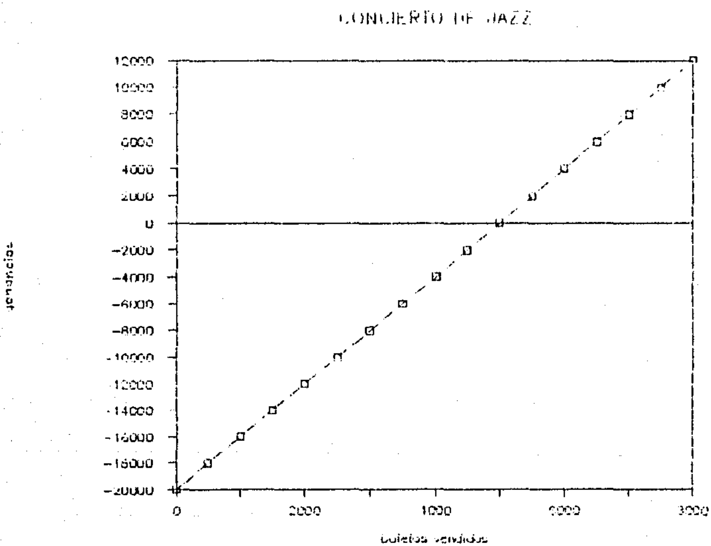
Symphony ha hecho esto porque los datos de las columnas X y Y no caben a lo largo de esos ejes.

Suprimiremos esos letreros con la ayuda de las instrucciones que, para la modificación de escala en los ejes, hemos visto en la clase 10. La siguiente lista de pasos, explica cómo realizar ese cambio de escala que nos permitirá observar una gráfica de presentación más agradable:

1o. tecla: F10,
2o. Graph,
3o. 2nd-Setttings,
4o. X-Scale,
5o. Type,
6o. Manual-Linear,
Lower limit: 0, <Enter>, Upper limit: 8000, <Enter>,
7o. Exponent,
8o. Manual,
X Exponent: 0, <Enter>,

9o. Quit
10o. Y-Scale,
11o. Type,
12o. Manual-Linear,
Lower limit: -20000, <Enter>, Upper limit: 12000, <Enter>,
13o. Exponent,
14o. Manual
Y-Exponent:0, <Enter>,
15o. Quit,
16o. Quit,
17o. Preview,

Claramente notaremos que la gráfica ha cambiado:



(Fig. 5)

e) La gráfica nos indica que para x = 5 000, se tiene y = 0.

Esto es facil deducirlo de la ecuación misma.

Lo que buscamos gráficando la ecuación, es darle una interpretación a la solución de esa ecuación. Así, diremos que cuando la recta que representa la ecuacion intersecta al eje de las x, se tiene una solución a la ecuación.

Cuando se trabaja con ecuaciones cuadráticas, cúbicas o de grado superior, en ocasiones es más fácil trazar la gráfica de la ecuación y después ver sus intersecciones con el eje x, en vez de resolver la ecuación por algún método algebráico o numérico. A las intersecciones de la gráfica con el eje x se les llama raices de la ecuacion.

En el caso lineal, parece que nos complicamos trazando la gráfica por computadora y usando un paquete de computación, puesto que es muy fácil resolver una ecuación de primer grado por metodos algebráicos (despejando, igualando, dividiendo, etc.).

La intención de haber hecho la graficación en Symphony, es motivar a que los alumnos (y también su profesor) busquen la manera de utilizar el ambiente GRAPH de Symphony y la hoja de cálculo para resolver ecuaciones de grado mayor a uno por el método gráfico.

Es todo por hoy.

Clase No. 12.
Matemáticas II: el interés simple y el interés compuesto.

Objetivos. Continuar con el repaso de las materias del área de matemáticas.
Se verá una aplicación del tema de exponentes, en un ejemplo de la vida cotidiana.

La fórmula del interés simple, vista en la clase 10, es:

$$A = P\ (1 + rt).$$

donde:
P = capital invertido,
r = tasa de interés,
t = tiempo de inversión,
A = cantidad final o valor futuro.

Resolvimos un ejercicio para el cual $r = 0.06$ y $P = 100$. La ecuación de A es:

$A = 100\ (1 + 0.06t)$ .... (1)

Al término del año 1, $(t = 1)$, el dinero es:

$A = 100\ (1 + 0.06\ (1)) = 100\ (1 + .06) = 106.$

Al cabo de dos años, $(t = 2)$, se tienen:

$A = 100\ (1 + 0.06\ (2)) = 100\ (1 + 0.12) = 112.$

Notamos que cada año se ganan $6 de capital. Podemos también distinguir, a partir de un análisis de la gráfica, que la relación tiempo-valor futuro es lineal. Nos preguntamos ahora: ¿qué pasará si, en lugar de invertir el dinero a un plazo de un año, este se invierte a tres meses? ¿y luego se reinvierte a otros tres meses? ¿y se vuelve a invertir así hasta finalizar un año? ¿con cuánto dinero se cuenta al acabar un año?

Responderemos estas preguntas.

En (1), t es $\frac{1}{4}$, pues tres meses representan la cuarta parte de un año. A partir de esta información, generamos la formula (2) (A_1 significa: el capital al final del periódo 1):

$A_1 = 100\ (1 + 0.06\ (\frac{1}{4}))$ .... (2).

El desarrollo de esta fórmula nos lleva a:

$A_1 = 100\ (1 + 0.015) = 100\ (1.015) = 101.5$ .... (3).

El capital al cabo de tres meses es: $101.5.

Sea A_2 el capital después del periódo 2. que es el dinero del periódo 1 reinvertido a otros tres meses. De la fórmula (3) se tiene:

$A_2 = 101.5\ (1 + 0.015) = 101.5\ (1.015) = 103.0225$ ... (4).

A_3 es el valor futuro al finalizar el tercer periódo de reinversión. Es el dinero ganado en seis meses, que se reinvierte a otros tres meses. La fórmula (4) da:

$A_3 = 103.0225\ (1 + 0.015) = 103.0225\ (1.015) =$
104.5678375 .... (5).

Por último, A_4 representa el capital total de un año, reinvertido trimestralmente. De (5) se deduce:

$A_4 = 104.5678375\ (1 + 0.015) = 104.5678375\ (1.015) = 106.1363551$ .... (6).

La cantidad, al cabo de un año, es: $106.13.

¿Que comparación se puede establecer con el capital invertido anualmente a interés simple?

El capital que se invierte cada año, al final de un año da $106, mientras que al reinvertirse cada tres meses se obtiene una cantidad mayor: $106.13.

Es un buen ejercicio, para los alumnos, reinvertir el capital bimestralmente, con $t = \frac{1}{6}$.

Volvamos a la fórmula (2):

$$A_1 = 100\ (1 + 0.06\ (\tfrac{1}{4})).$$

A_2 se obtiene al hacer:

$$A_2 = A_1\ (1 + 0.06\ (\tfrac{1}{4})) = 100\ (1 + 0.06\ (\tfrac{1}{4}))^2.$$

Entonces, a A_3 se llega multiplicando A_2 por el factor $(1 + 0.06\ (\frac{1}{4}))$, esto es:

$$A_3 = A_2\ (1 + 0.06\ (\tfrac{1}{4})) = 100\ (1 + 0.06\ (\tfrac{1}{4}))^2\ (1 + 0.06\ (\tfrac{1}{4}))$$

$$= 100\ (1 + 0.06\ (\tfrac{1}{4}))^3.$$

Finalmente:

$$A_4 = A_3\ (1 + 0.06\ (\tfrac{1}{4})) = 100\ (1 + 0.06\ (\tfrac{1}{4}))^3\ (1 + 0.06\ (\tfrac{1}{4}))$$

$$= (1 + 0.06\ (\tfrac{1}{4}))^4.$$

¿A qué es igual A_5?

$$A_5 = A_4\ (1 + 0.06\ (\tfrac{1}{4})) = 100\ (1 + 0.06\ (\tfrac{1}{4}))^4\ (1 + 0.06\ (\tfrac{1}{4}))$$

$$= (1 + 0.06\ (\tfrac{1}{4}))^5.$$

En general, A_n es la cantidad que se tiene al término de n trimestres:

$$A_n = (1 + 0.06\ (\tfrac{1}{4}))^n.$$

La siguiente tabla, es un resumen del cálculo del interés compuesto[1]:

---

1 Barnett, Raymond. A. op. cit., pag. 230. Cualquier libro de matematicas financieras es recomendable para conocer mas sobre el tema.

Cantidad-Interés Compuesto

$$A = P\ (1 + i)^n$$

donde:

$$i = \frac{r}{m}$$

y:

r = tasa anual (cotizada)

m = número de periódos de composición por año

n = número total de periódos de composición

i = tasa por periódo de composición

P = capital (valor presente)

A = cantidad al término de n periódos (valor futuro)

En el ejemplo, las variables toman los siguientes valores:
$r = 0.06$,
$m = 4$,
$n = 4$,
$P = 100$,

$i = \frac{r}{m} = \frac{0.06}{4}$,

En consecuencia, A es:

$$A = (1 + \frac{0.06}{4})^4 = 100\ (1 + 0.015)^4 = 100\ (1.015)^4 =$$
$$= 106.1363551.$$

La fórmula del interés simple, con $P = 100$, $r = 0.06$ y $0 \leq t \leq 20$, da en el año 0:
$A = 100$,
mientras que, al término de 20 años el valor futuro es:
$A = 220$.

Utilizaremos la fórmula del interés compuesto para comparar el capital que se obtiene al final de un año y que se reinvierte cada año hasta llegar a veinte, con el dinero que se gana en una inversión a interés simple.

Realizaremos esa tarea con el apoyo de la hoja de trabajo creada durante la clase 10.

En la columna IC, anotaremos los resultados de los cálculos del capital compuesto anualmente, mientras que en la casilla ID5000 se escribirá 1.06

La casilla IC5002 se usa para el capital inicial: 100.

La fórmula en IC5003 es: +IC5002*$ID$5000.
En IC5004 se halla: +IC5003*$ID$5000.
IC5005 contiene: +IC5004*$ID$5000.

Las fórmulas de las celdas sucesivas son resultado de multiplicar "la celda de arriba por el dato de ID5000". Se recurre a la instrucción Copy, para completar la columna IC. El rango origen es: IC5003; el rango destino es: IC5004..IC5022.

Se escribe en la casilla IC5000, el letrero: INT. COMP., como referencia para saber que en la columna IC se encuentran los capitales compuestos anualmente.

Los resultados se ven así:

5000 [illegible]		CAPITAL	INT. COMP.	1,06
5001				
5002	0	100	100,00	
5003	1	106	106,00	
5004	[illegible]	112	112,36	
5005	[illegible]	118	119,10	
5006	4	124	126,25	
5007	[illegible]	130	[illegible]	
5008	[illegible]	136	141,85	
5009	[illegible]	142	150,36	
5010	[illegible]	148	[illegible]	
5011	[illegible]	154	[illegible]	
5012	10	160	[illegible]	
5013	11	166	[illegible]	
5014	12	172	[illegible]	
5015	[illegible]	178	[illegible]	
5016	14	184	[illegible]	
5017	15	190	[illegible]	
5018	16	196	[illegible]	
5019	17	202	[illegible]	

[illegible] AM

IA5020: 18 SHEET

	IA	IB	IC	ID	IE	IF	IG	IH
5020	18	208	285.43					
5021	19	214	302.56					
5022	20	220	320.71					
5023								
5024								
5025								
5026								
5027								
5028								
5029								
5030								
5031								
5032								
5033								
5034								
5035								
5036								
5037								
5038								
5039								

MAIN

01-Nov-90 12:24 PM

Debe notarse que el formato de visualización de la columna IC se mejoró. Esto se hizo por medio de las siguientes instrucciones:

a) pulsar la tecla F10,
b) escoger: Format,
c) entre las variantes posibles, elegir: Fixed,
d) por omisión, el valor es 2; se acepto con: <Enter>,
e) el rango a formatear es: IC5002..IC5022,
f) un <Enter> para acabar.

Ya hemos deducido que el capital de $100, reinvertido cada año da a ganar más que aquel capital no reinvertido anualmente. Nos formaremos una idea mas clara de esa deducción, al agregar un dibujo mas a la gráfica trazada en la clase 10.

El rango X es: IA5002..IA5022.

B es: IB5002..IB5022.

C lo forman: IC5002..IC5022.

Añadimos al titulo anterior las palabras: INTERES COMPUESTO. El primer titulo queda de este modo: INTERES SIMPLE E INTERES COMPUESTO.

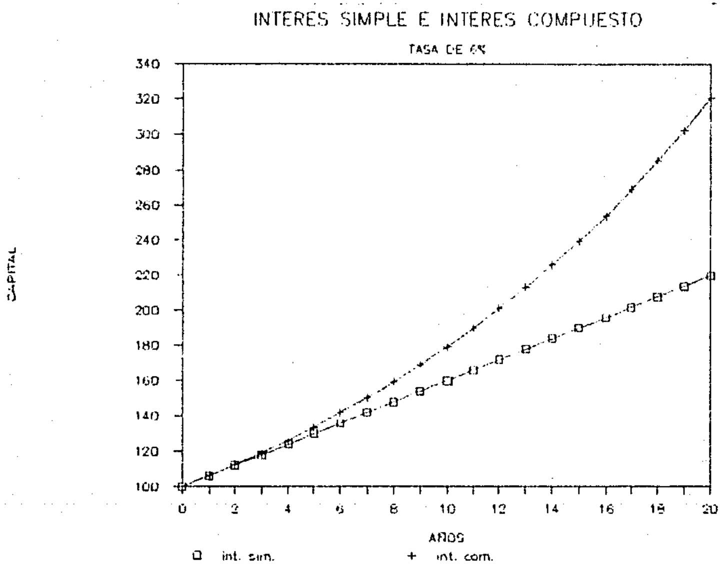
El segundo titulo permanece igual: Tasa de 6%

Los titulos de los ejes X y Y son, respectivamente:

años, capital.

Se añadiran dos rótulos explicativos de cada uno de los rangos que sirvieron para trazar la gráfica. Symphony le asignó al interés simple, en cada punto un cuadrado pequeño, en cambio, al interés compuesto le asignó una pequeña cruz. La instrucción Legend, se emplea para describir el significado de esos símbolos:

a) F10, Graph,
b) 1st-Settings,
c) Legend,
d) seleccionar A,
e) el letrero es: int. sim.
f) un <Enter>,
g) escoger B,
h) el rótulo es: int. com.
i) otro <Enter>,
j) un Quit con el fin de salir de Legend,
k) otro Quit para volver al menú Graph,
l) Preview para mirar la gráfica:



(Fig. 2)

En este ejercicio hemos visto el uso de los exponentes. Este es un tema que resulta dificil para los alumnos que cursan matemáticas, porque no ven alguna aplicación de los exponentes en su vida de todos los dias. ¿Qué sentido tiene escribir $(a + b)^3$ si no se aclara algún posible uso de esa expresión fuera de las matemáticas?.

Es muy importante dar la parte algebráica a los alumnos; pero consideramos que es trascendente mostrar ejemplos de aquellos temas del álgebra en los cuales más se "atoran" los estudiantes de bachillerato. Una motivación de ese tipo, es posible que contribuya a aminorar el pavor que los alumnos sienten por las materias de matemáticas.

El empleo del paquete Symphony, en conjunto con un ejercicio tomado de un área no totalmente matemática (como la contabilidad), puede ayudar al profesor de matemáticas a animar a sus alumnos a estudiar las matemáticas a través de la busqueda de relaciones de esta materia con otras, en donde aparentemente no estan presentes.

El ejercicio realizado en esta clase ha pretendido despertar la curiosidad de los estudiantes por vincular la asignatura de computación, ademas de con las otras materias de matematicas, con todas las materias que cursan en el semestre, invitándolos a investigar y desarrollar nuevos modelos con la hoja de cálculo y el graficador del Symphony.

Es todo por esta clase.

Clase No. 13.

Matemáticas III: ¿Cuántas diagonales tiene un polígono de n lados?

Objetivos. Introducir el método de las diferencias finitas.
Continuar con las aplicaciones del Symphony en las materias del área de matemáticas.

En el curso de matemáticas III se define polígono.

Veámos algunas definiciones sobre polígonos:

"Llamase polígono una porción de un plano limitada por segmentos de rectas.

Estos segmentos se llaman lados del polígono.

Llamase

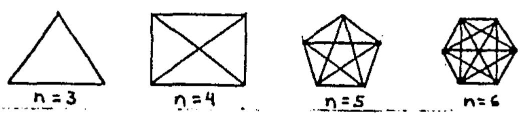
triangulo, un poligono de tres lados;
cuadrilátero, uno de cuatro;
pentágono, uno de cinco;
exágono, uno de seis;
octógono, uno de ocho;
decágono, uno de diez;
dodecágono, uno de doce.

Polígono equilatero es el que tiene todos los lados iguales.

Dícese que un polígono es equiangulo cuando todos sus ángulos son iguales.

Llámase polígono regular el que es a la vez equilátero y equiángulo."[1]

"Una diagonal de un polígono es un segmento de recta que une cualesquier dos vértices no adyacentes. Aquí n representa el número de lados del polígono.



"[2]

En ese mismo libro, se da una tabla en la cual n representa el número de lados y D el número de diagonales. Se pide encontrar desde n=3 hasta n=9 y luego hasta 50, para terminar con la deducción de una fórmula general. La tabla a llenar es esta:

---

[1] Wenworth y Smith, Geometría Plana y del Espacio, Mexico, Porrua, 1988, pag. 68.

[2] Seymour, Dale y Shedd, Margaret, Diferencias Finitas. Mexico, CECSA, 1981, pag. 17.

n	D
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
.	
.	
.	
50	
.	
.	
.	
n	

Usaremos tres métodos para resolver el problema:

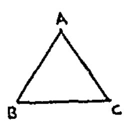
1o. Trazamos las figuras, hasta 7 lados, con sus diagonales. Anotamos el número de diagonales que hay. Este resultado lo escribimos en la tabla. Por último llegamos a una conclusión sobre n=8 y n=9. También apuntamos en la tabla los valores respectivos para D.

2o. Sin trazar las figuras, analizamos a partir del número de lados, y de las diagonales, una fórmula general para n, la cual aplicamos para n=50.

3o. Recurrimos al método de las diferencias finitas en la deducción de la fórmula general.

Iniciemos por el primer método.

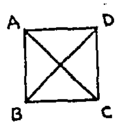
Dibujemos un triángulo:



¿Cuántas diagonales hay? Cero.

Por lo tanto, tenemos: n=3, D=0.

Tracemos un cuadrado de vértices A, B, C, y D.

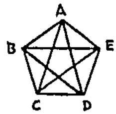


Las diagonales son: AC y BD.

Así: n=4, D=2.

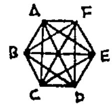
Con un pentágono de vértices A, B, C, D y E, las diagonales son:

AC, AD, BD, BE y CE.



n=5, D=5.

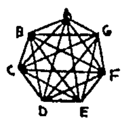
El siguiente dibujo es un exágono de vértices A, B, C, D, E y F.



Sus diagonales son: AC, AD, AE BD, BE, BF, CE, CF y DF.

n=6, D=9.

A continuación, trazamos el polígono de siete lados. Sus vértices son: A, B, C, D, E, F y G.



Las diagonales son: AC, AD, AE, AF, BD, BE, BF, BG, CE, CF, CG, DF, DG y EG.

Entonces: n=7, D=14.

Apuntamos los resultados en la tabla:

n	D
3	0
4	2
5	5
6	9
7	14

Sin dibujar los polígonos de ocho y nueve lados, ¿cómo podemos saber el número de sus diagonales?

En la columna D, restemos el segundo dato del primero: 2-0 = 2.

Hagamos lo mismo con el segundo y el tercero: 5-2 = 3.

Con el tercero y el cuarto: 9-5 = 4.

Cuarto y quinto: 14-9 = 5.

Observamos que la diferencia aumenta en una unidad repecto de la anterior. Entonces, cuando n=8, D se obtiene al sumar 6 al total de diagonales de n=7; esto es: n=8, D = 14+6 = 20.

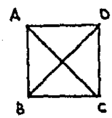
De la misma forma, n=9, da D = 20+7 = 27.

Hemos completado la tabla para n desde 3 hasta 9. (No hemos resuelto para n=50 y para cualquier n. Esto lo realizaremos con el segundo de los métodos propuestos).

n	D
3	0
4	2
5	5
6	9
7	14
8	20
9	27

2o. Método.

Iniciemos con el polígono de cuatro lados.



El vértice A se une, por medio de rectas, con tres vértices.

Hay tres rectas que unen al vértice A con los otros vértices. Dos de las rectas son lados del polígono. De aquí que, hay: 3-2 = 1 diagonal para el vértice A.

El mismo razonamiento nos lleva a que existen: 3-2 = 1 diagonal para el vertice B.

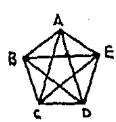
Si razonamos en la misma forma, obtenemos que para C y D hay también una diagonal, pero estas se repiten. En otras palabras, se hallan:

1 X 4 = 4 diagonales. Dos se contaron dos veces:
AD = DA y BC = CB.

Por lo tanto, el número de diagonales es:

$$\frac{1 \times 4}{2} = 2$$

Miremos el polígono de cinco lados:



Unimos el vértice A, con los otros cuatro, mediante cuatro rectas, de las cuales dos son diagonales del polígono. Para el vértice A encontramos: 4-2 = 2 diagonales.

Similar resultado se logra para los vértices B, C, D y E: 2 diagonales. Habría, entonces:

$2 \times 5 = 10$ diagonales, pero 5 contadas 2 veces: AC = CA, AD = DA, BD = DB, BE = EB y CE = EC.

∴ El total de diagonales es:

$$\frac{2 \times 5}{2}$$

En general:

$n \equiv$ número de lados del polígono,

$n - 1 \equiv$ son las rectas que unen cada vértice con los otros,

$(n - 1) - 2 = n - 3 \equiv$ representa las diagonales por cada vértice del polígono; se sustraen dos rectas porque estas unen un vértice con los dos adyacentes y forman lados del polígono.

$n (n - 3) \equiv$ número de diagonales en n vértices.

$\dfrac{n (n - 3)}{2} \equiv$ número correcto de diagonales, porque hay diagonales repetidas.

Hemos llegado a la fórmula general: para un n cualquiera, el total de diagonales en el polígono de n lados, es:

$$D = \frac{n (n - 3)}{2}$$

Si n es 3, entonces:

$$D = \frac{3 (3 - 3)}{2} = \frac{3 (0)}{2} = 0$$

Si n es 4, entonces:

$$D = \frac{4 (4 - 3)}{2} = \frac{4 (1)}{2} = 2$$

Si n es 7, entonces:

$$D = \frac{7 (7 - 3)}{2} = \frac{7 (4)}{2} = 14$$

Si n es 50, entonces:

$$D = \frac{50 (50 - 3)}{2} = \frac{50 (47)}{2} = 1175$$

Cuando se tiene un polígono de 50 lados, las diagonales son 1175.

3er. Método.

Este es el método de las <u>diferencias</u> <u>finitas</u>.[3]

[3] Consultar: Seymour, op. cit. pags. 41 y 65.

Aplicamos ese método directamente al ejercicio que estamos resolviendo:

n	D
3	0
4	2
5	5
6	9
7	14
8	20
9	27

Se obtienen las primeras diferencias al restar: 2-0, 5-2, 9-5, 14-9, 20-14 y 27-20.

Apuntamos los resultados:

n	D	
3	0	
		2
4	2	
		3
5	5	
		4
6	9	
		5
7	14	
		6
8	20	
		7
9	27	

Para las segundas diferencias, restamos: 3-2, 4-3, 5-4, 6-5 y 7-6:

n	D		
3	0		
		2	
4	2		1
		3	
5	5		1
		4	
6	9		1
		5	
7	14		1
		6	
8	20		1
		7	
9	27		

El método de las diferencias finitas se detiene al llegar a una diferencia común.

La siguiente tabla [4] sirve para que nos formemos una

[4] Ibid., pag. 41.

idea sobre la forma general que deberá tener la fórmula buscada:

diferencia común en		grado de la expresión		forma general
primera sustracción	→	expresión de primer grado	→	$an + b$
segunda sustracción	→	expresión de segundo grado	→	$an^2 + bn + c$
tercera sustracción	→	expresión de tercer grado	→	$an^3 + bn^2 + cn + d$
cuarta sustracción	→	expresión de cuarto grado	→	$an^4 + bn^3 + cn^2 + dn + e$

En el ejercicio que hemos estado resolviendo, la segunda sustracción proporcionó constantes. Así, la forma general de la ecuación buscada debe ser de segundo grado.

Las operaciones que realizaremos a continuación, nos servirá para encontrar los coeficientes a, b y c del polinomio buscado.

n	D		
3	0		
		2	
4	2		1
		3	
5	5		1
		4	
6	9		1
		5	
7	14		1
		6	
8	20		1
		7	
9	27		

n	$D = an^2 + bn + c$
3	$9a + 3b + c$
4	$16a + 4b + c$
5	$25a + 5b + c$
6	$36a + 6b + c$
7	$49a + 7b + c$
8	$64a + 8b + c$
9	$81a + 9b + c$

Se han sustituido, en la tabla del lado derecho, los valores de n para cada D. Relacionaremos los resultados para D en la tabla del lado izquierdo, con los resultados correspondientes en la tabla del lado derecho. Llegamos a un sistema de siete ecuaciones con tres incógnitas. Por comodidad, nos enfocamos a las tres primeras ecuaciones (se encuentra solución al sistema con cualesquiera de las otras cuatro ecuaciones):

$$9a + 3b + c = 0 \qquad (1)$$
$$16a + 4b + c = 2 \qquad (2)$$
$$25a + 5b + c = 5 \qquad (3)$$

Para conocer a,b y c, se puede usar cualquiera de los métodos de solución de ecuaciones simultáneas que se estudian en matemáticas II, o mediante la regla de Cramer, o por medio de la triangularización de la matriz de coeficientes del sistema. Se resolverá el sistema a través del método de suma y resta. Este es un método más familiar a los alumnos.

Restemos (1) de (2):

$$\begin{array}{r} 16a + 4b + c = 2 \\ 9a + 3b + c = 0 \\ \hline 7a + b = 2 \end{array}$$

Identificaremos a esta expresión con el número (4):

$$7a + b = 2 \qquad (4)$$

Ahora, restamos (2) de (3):

$$\begin{array}{r} 25a + 5b + c = 5 \\ 16a + 4b + c = 2 \\ \hline 9a + b = 3 \end{array}$$

La expresión (5) es:

$$9a + b = 3 \qquad (5)$$

Las expresiones (4) y (5) forman un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Una vez más empleamos suma y resta en la solución del sistema. Restamos (4) de (5):

$$\begin{array}{r} 9a + b = 3 \\ 7a + b = 2 \\ \hline 2a = 1 \end{array}$$

La solución para a es:

$$a = \frac{1}{2}$$

Al sustituir a en (4), se tiene:

$$7\left(\frac{1}{2}\right) + b = 2 \rightarrow b = 2 - \frac{7}{2} \rightarrow b = -\frac{3}{2}$$

Sustituimos a y b en (1):

$$9\left(\frac{1}{2}\right) + 3\left(-\frac{3}{2}\right) + c = 0 \rightarrow \frac{9}{2} - \frac{9}{2} = 0 \rightarrow c = 0$$

Ya con los tres coeficientes del polinomio de segundo grado, a, b y c, es posible construir la expresión para D:

$$a = \frac{1}{2}, \; b = -\frac{3}{2}, \; c = 0 \rightarrow$$

$$D = \frac{1}{2} n^2 - \frac{3}{2} n + 0 = \frac{n^2 - 3n}{2} = \frac{n(n-3)}{2}$$

Esta es la misma fórmula que obtuvimos antes.

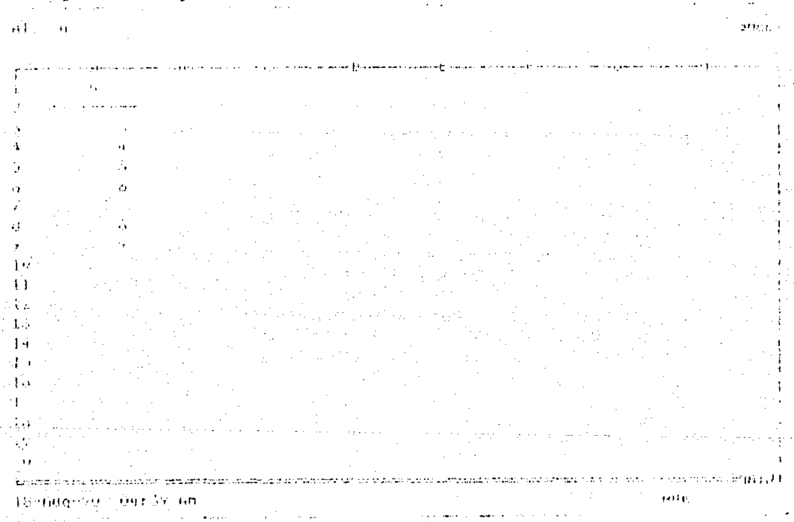
Podemos utilizar el Symphony para trazar una gráfica del comportamiento de n y de D. Si bien, en realidad se tiene una sucesión de valores D: 0, 2, 5, 9, 14, 20, 27, ..., supongamos que, con fines de comprensión, es factible dibujar una curva continua a partir de los datos n y D. Asumimos también, que D es una función de n; esto es:

$$D = f(n) = \frac{n\ (n - 3)}{2} \quad \text{para } n \geq 3 \text{ y } n \in \mathbb{Z}^{+}$$

Los valores de n anotados en la tabla desarrollada antes, harán el papel del rango X. El rango A lo integran los valores de D, o bien, se escribe la fórmula para calcular D a partir de n en la primera celda, y luego se duplica dicha fórmula en las celdas que estan abajo de aquella. Haremos esto último:

Las columnas elegidas para la escritura de datos, son A y B.

Los resultados de la columna A se observan en la siguiente figura:

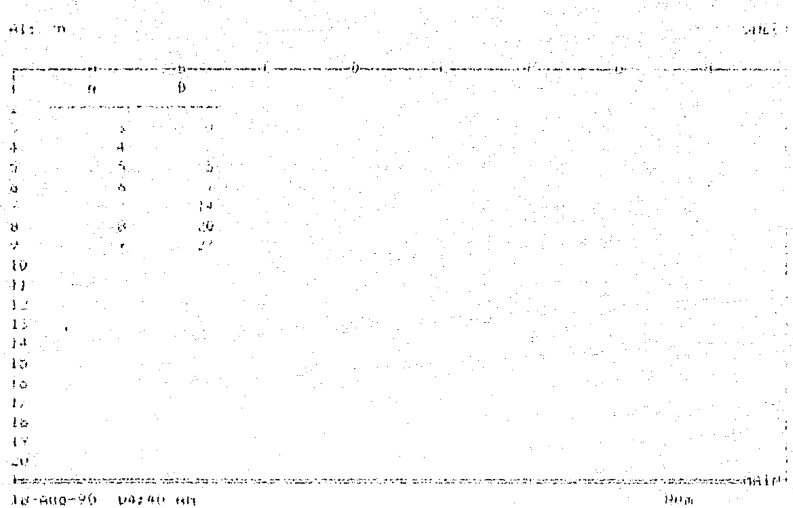


(Fig. 1)

En la casilla B3, apuntamos la fórmula: +A3*(A3-3)/2.

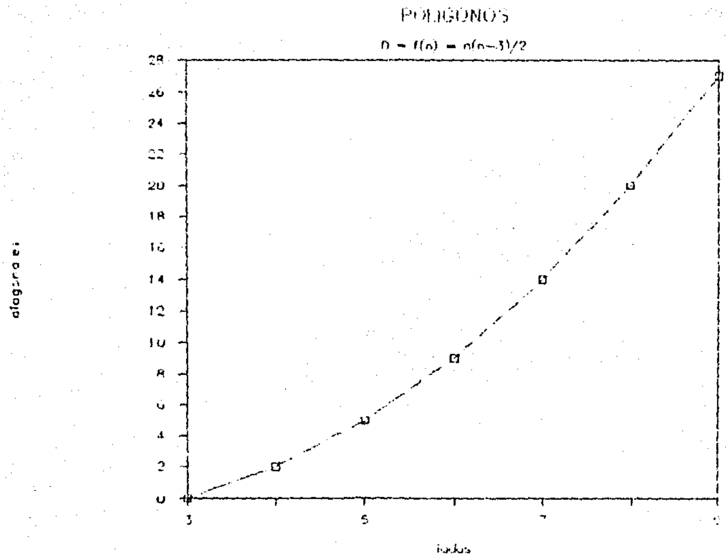
La orden Copy, coloca la fórmula de B3 en el conjunto de celdas B4..B9.

Así se aprecian las columnas A y B:



(Fig. 2)

La gráfica es de tipo: XY.
Los titulos son: primero: POLIGONOS,
segundo: $D = f(n) = n(n - 3)/2$,
eje X: lados,
eje Y: diagonales.
Miremos el dibujo de la función D:

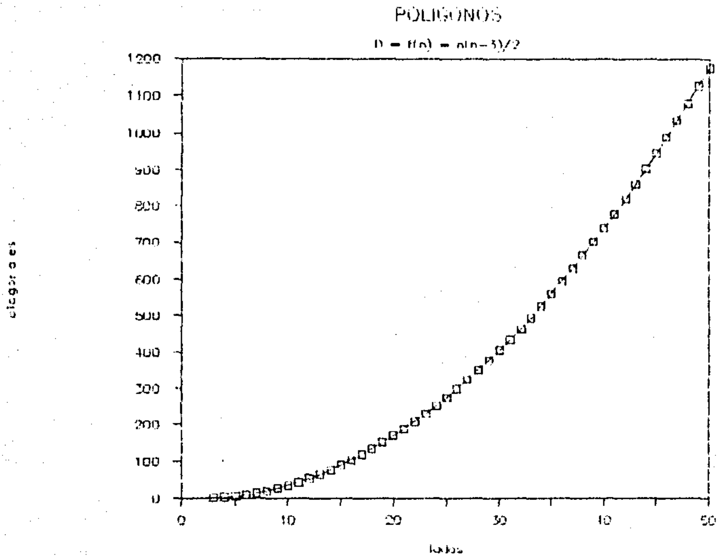


(Fig. 3)

El dominio seleccionado fue [3,9]; ¿qué sucede con los valores de n, entre 10 y 50? ¿cómo se comporta la curva?

De antemano conocemos que la gráfica es una parábola y es creciente en ese intervalo. Así que, al aumentar n aumenta también D. La preocupación al extender n hasta 50, estriba en observar si hay problemas de escalamiento para Symphony. Ya nos enfrentamos a esa dificultad en clases anteriores. Pudimos apreciar que surge el letrero "thousands" a lo largo de los ejes X y Y.

En la gráfica mostrada a continuación, se ha extendido el rango X desde A10 hasta A50, es decir el rango X es ahora: A3..A50, y el rango A, a través de la copia de la fórmula de B9 en B10..B50, se amplió para quedar como: B3..B50. Realizamos los ajustes necesarios en la escala del eje Y (que es realidad el único eje afectado) con el fin de suprimir el molesto letrero. Arribamos así a una nueva gráfica:



(Fig. 4)

Hay aún muchos ejercicios en los cuales puede usarse el método de diferencias finitas. La intención al incluirlo aquí es, relacionar la geometría euclidiana con: un polinomio de segundo grado, las ecuaciones simultáneas, las funciones y las gráficas en Symphony. Hemos, de esta forma, mostrado una aplicación del graficador de Symphony en la materia de matemáticas III.

Nuevamente queda abierta la invitación, para los profesores y los alumnos, a profundizar en la utilidad de las hojas de cálculo y sus gráficas dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en el bachillerato. El ejercicio resuelto en esta clase es uno de los muchos que es factible resolver con la ayuda de la hoja de cálculo.

Es todo.

Clase No. 14.
Matemáticas IV. Geometría Analítica.

Objetivos. Continúa la revisión de las aplicaciones del paquete Symphony en las asignaturas de matemáticas.
Se aborda un ejemplo de la geometría analítica.

Esta clase la dedicaremos al estudio de un ejercicio de geometría analítica. Lo solucionaremos tanto algebraica como geométricamente. Symphony servirá en el trazado de las gráficas. Las soluciones algebraicas se obtienen en el pizarrón para fomentar la participación de los alumnos.

El ejercicio propuesto tiene el siguiente texto:[1]

"Considerese el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 16 \\ x = c, \qquad \text{donde } c \text{ es una constante} \end{cases}$$

(a) La gráfica de una ecuación tal como $x = c$ se llama a veces familia de líneas, puesto que hay una línea única para cada número real c, pero todas las líneas tienen una característica en común. Escojánse algunos números reales para c y grafíquense los elementos. (Por ejemplo, si $c = 3$, la ecuación de la línea es $x = 3$). ¿Cuál es la característica común a esta familia de líneas?

(b) Graficar $x^2 + 4y^2 = 16$ sobre el mismo sistema coordenado que se haya usado en la parte (a).

(c) Resolver el sistema algebraicamente y determinar para qué valores de c el sistema tiene

(1) dos soluciones reales iguales.

(2) dos soluciones reales distintas.

(3) soluciones no reales.

(d) Dar una interpretación gráfica de cada una de las tres situaciones algebraicas descritas en la parte (c)."

Reolvemos el inciso (a)

Elegimos: $c = -5$, $c = -4$, $c = -3$, $c = 3$, $c = 4$ y $c = 5$.

Las rectas serán $x = -5$, $x = -4$, $x = -3$, $x = 3$, $x = 4$ y $x = 5$.

Para $c = -5$, empleamos la columna A, en la cual anotaremos en una casilla el número 5 y la duplicaremos en las celdas inferiores:
en A1, escribimos:-5; a través de Copy, Symphony repite el

---

[1] Lovaglia, Florence, Algebra, Mexico, Harla, 1978, pag. 277.

contenido de A1 en A2..A11.

Ahora, en la columna B, celdas B1..B11, utilicemos las instrucciones: Range, Fill, con valor inicial de -5 y pasos de 1, para formar el intervalo [-5,5].

Los datos introducidos se ven de esta forma:

A1: -5 READY

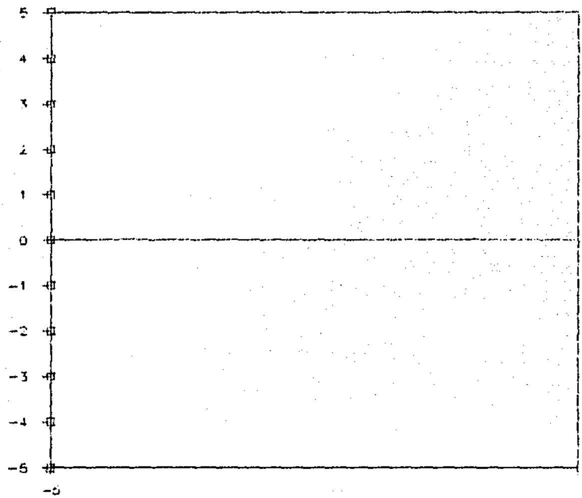
	A	B	C
1	-5	-5	
2	-5	-4	
3	-5	-3	
4	-5	-2	
5	-5	-1	
6	-5	0	
7	-5	1	
8	-5	2	
9	-5	3	
10	-5	4	
11	-5	5	
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			

18-Aug-90 04:43 AM NUM

(Fig. 1)

En el transcurso de varias clases, hemos estudiado las instrucciones básicas de graficación. El tipo de gráfica es: XY; el rango X es: A1..A11; y el rango A es: B1..B11.

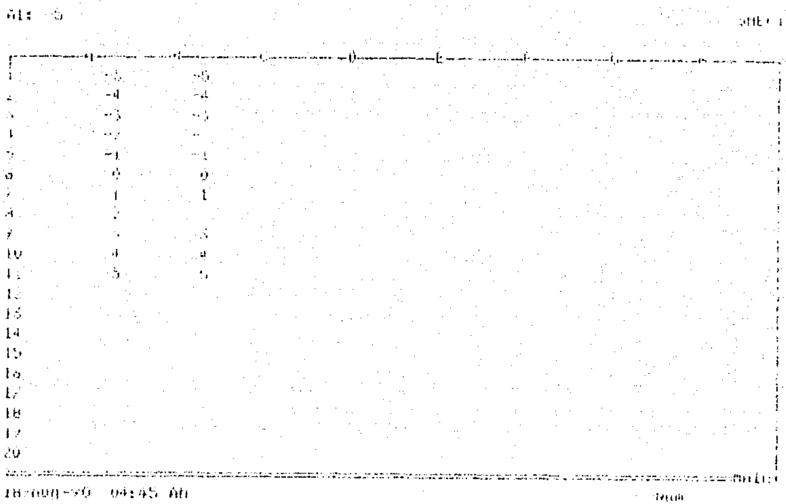
Obtenemos esta gráfica:



(Fig. 2)

Si queremos trazar otra recta, se deberán cambiar los datos del rango X; pero queremos, en realidad, ver varias rectas para valores distintos de c. ¿Cómo resolvemos este problema?

Empecemos por modificar los valores del rango X. Mediante Range, Fill, con valor inicial -5 y separación de 1 entre los números, llegamos a la hoja de trabajo siguiente:



(Fig. 3)

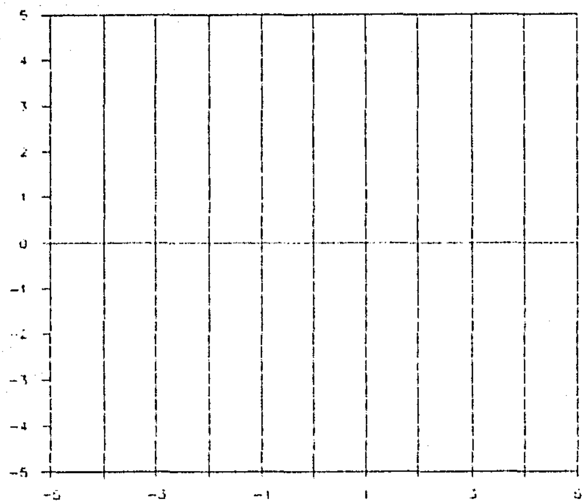
El rango X, para la gráfica, permanece en las celdas: A1..A11. El rango A sigue como: B1..B11. En lugar de trazar una recta, requerimos de observar toda una familia de rectas. Emplearemos la opción Grid (Malla, en español), del menú 2nd-Settings con objeto de mirar la familia de rectas.

El orden de las instrucciones es este:
F10, Graph, 2nd-Settings, Other, Grid, Vertical.

Con el fin de evitar que Symphony trace una recta que una los puntos de las columnas A y B (y dibuje la recta y = x), haremos uso de la instrucción Format para el rango A, con la elección de Neither (ninguno). De este modo, no se apreciarán líneas, ni símbolos de la gráfica.

Las selecciones, dentro de los diversos menúes, son:
F10, Graph, 1st-Settings, Format, A, Neither.

Observemos la familia de rectas que se ha generado:



(Fig. 4)

La característica común a esta familia de rectas es que todas ellas son paralelas al eje de las Y.

Pasemos a la parte (b).

Desde el punto de vista de la Geometría Analítica, tenemos la ecuación de una elipse. Sin embargo, en los cursos de Matemáticas IV no se estudia esa curva. Los alumnos interesados en el tema pueden consultar cualquier libro de Geometría Analítica; o bien, seguir el ejercicio en su desarrollo algebraico y gráfico sin preocuparse, por el momento, del estudio de la elipse.

Pondremos la ecuación en términos de y:

$$x^2 + 4y^2 = 16 \leftrightarrow 4y^2 = 16 - x^2 \leftrightarrow y^2 = \frac{16 - x^2}{4} \leftrightarrow$$

$$y = \pm\sqrt{\frac{16 - x^2}{4}} \leftrightarrow y = \pm\frac{\sqrt{16 - x^2}}{2}$$

La ecuación anterior tiene soluciones reales para y, si y sólo si:

$16 - x^2 \geq 0 \leftrightarrow 16 \geq x^2 \leftrightarrow |x| \leq 4 \leftrightarrow -4 \leq x \leq 4.$

Así, el rango X abarca desde -4 hasta 4.

Hay una raíz positiva y otra negativa. El rango B, en el submenú Range de Graph, incluirá la parte positiva de la curva, y el rango B contendrá la parte negativa.

Hacemos unos cambios al rango X definido antes. El valor iniacial será ahora: -4; la diferencia entre cada valor será: 0.5; y el valor final: 4. Se generan 18 valores para el rango X, cuyas celdas son: A1..A17.

La columna C contendrá los datos de la raíz cuadrada positiva. Esta se traduce, para la hoja de cálculo en la fórmula: @SQRT(16-A1^2)/2.

Escribimos esa fórmula en la casilla C1 y luego la replicamos en las celdas C2 hasta C17.

La siguiente figura resume la información descrita:

A1: -4 READY

1	-4	-5	[illegible]
2	-3.5	-4	0.968245
3	-3	-3	1.322875
4	-2.5	-2	1.561249
5	-2	-1	1.732050
6	1.5	0	1.854049
7	-1	1	1.936491
8	-0.5	2	1.984313
9	0	3	[illegible]
10	0.5	4	1.984313
11	1	5	1.936491
12	1.5		1.854049
13	2		1.732050
14	2.5		1.561249
15	3		1.322875
16	3.5		0.968245
17	4		0
18			
19			
20			

18-Aug-90 04:47 AM NUM

(Fig. 5)

A continuación, en la celda D1 anotámos la fórmula: -@SQRT(16-A1^2)/2. La duplicamos en el rango C2..C17.

La hoja de cálculo muestra esto:

D12: -@SQRT(16-A12^2)/2 READY

	A	B	C	D
1	-4	-5	0	0
2	-3.5	-4	0.968245	-0.96824
3	-3	-3	1.322875	-1.32287
4	-2.5	-2	1.561249	-1.56124
5	-2	-1	1.732050	-1.73205
6	-1.5	0	1.854049	-1.85404
7	-1	1	1.936491	-1.93649
8	-0.5	2	1.984313	-1.98431
9	0	3	2	-2
10	0.5	4	1.984313	-1.98431
11	1	5	1.936491	-1.93649
12	1.5		1.854049	-1.85404
13	2		1.732050	-1.73205
14	2.5		1.561249	-1.56124
15	3		1.322875	-1.32287
16	3.5		0.968245	-0.96824
17	4		0	0
18				
19				
20				

10-Aug-90 04:46 AM NUM

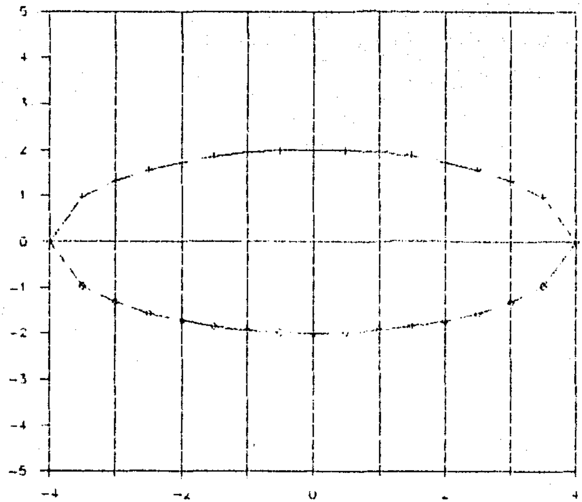
(Fig. 6)

La gráfica de la elipse puede construirse en este momento.

Los rangos utilizados, con sus celdas, son:
X: A1..A17; A: B1..B17; B: C1..C17; C: D1..D17.

No incluimos títulos.

Después de seguir con cuidado las indicaciones para graficar, practicadas varias veces en estas clases, obtenemos la curva que resuelve la parte (b) de nuestro ejercicio:



(Fig. 7)

Enseguida, corresponde dar respuesta al inciso (c)
Se nos pide resolver algebraicamente el sistema

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 16 \\ x = c, \quad \text{donde } c \text{ es una constante} \end{cases}$$

Daremos el nombre de (1) a la ecuación: $x^2 + 4y^2 = 16$:

$$x^2 + 4y^2 = 16 \qquad (1)$$

Al sustituir $x = c$, en la ecuación (1), se llega a:

$$\begin{cases} c^2 + 4y^2 = 16 \\ x = c, \end{cases}$$

El sistema tiene solución si y sólo si:

$4y^2 = 16 - c^2$ si y sólo si

$$y = \pm \frac{\sqrt{16 - c^2}}{2}$$

Dos soluciones reales iguales se encuentran al igualar el discriminante a 0:

$16 - c^2 = 0 \leftrightarrow c = 4$ ó $c = -4$.

Así, para $x = c = 4$ y $x = c = -4$, se tiene: $y = 0$.

Para las soluciones reales distintas, es necesario resolver: $16 - c^2 > 0$.

Las soluciones de esa ecuación son:

$|c| < 4$ si y sólo si $-4 < c < 4$.

De lo anterior, concluimos que, para $x = c$, con $c \in (-4, 4)$, hay dos soluciones reales distintas para y. Por ejemplo, si $x = c = 0$:

$$y = \pm \frac{\sqrt{16}}{2} \quad ó \quad y = \pm \frac{4}{2} \quad ó \quad y = \pm 2$$

Por último, se obtienen dos raíces no reales cuando $16 - c^2 < 0$; pues la raíz cuadrada de un número negativo no pertenece a $\mathbb{R}$.

Sin embargo, la desigualdad anterior si tiene solución:

$16 - c^2 < 0 \leftrightarrow |c| > 4 \leftrightarrow c > 4$ ó $c < -4$.

Resta contestar la parte (d) del ejercicio.

Interpretamos geometricamente las soluciones halladas en (c).

Si miramos la gráfica de la elipse, encontramos que para $x = 4$ y $x = -4$, la recta intersecta una vez a la elipse, en los puntos $(-4,0)$ y $(4,0)$. Decimos, en consecuencia, que cuando las rectas de la familia $x = c$ intersecten a la curva en un punto, se tienen dos raíces reales iguales.

Las rectas cuyas ecuaciones son $x = c$, donde $-4 < c < 4$, intersectan a la curva en dos puntos. Vimos antes que si $x = c = 0$, y es: $y = \pm 2$. Esto proporciona los puntos $(0,2)$ y $(0,-2)$. La conclusión es que, cuando las rectas $x = c$ intersecten a la gráfica en dos puntos, se obtienen raíces reales distintas.

Las rectas para las que $c > 4$ ó $c < -4$, se nota con apoyo de la gráfica, que no intersectan a la curva en ningún punto. La interpretación geometrica es que, cuando las rectas de la familia $x = c$ no intersecten a la gráfica en ningún punto, estaremos ante dos raíces no reales.

Hemos concluido la exploración de una de las posibles aplicaciones del paquete Symphony en matemáticas IV.

Aunque hemos tratado el ejercicio desde la óptica de la geometría analítica, intentamos mostrar la relación entre el álgebra y la geometría y la graficación en Symphony.

Queda abierta la invitación, tanto a profesores como a alumnos, a buscar nuevas aplicaciones de la hoja de cálculo en las distintas materias de matemáticas, pues el tema no se agota con la solución de un ejercicio

Es todo.

Clase No. 15.
Matemáticas V. Un problema de optimización.

Objetivos. Continuar con las aplicaciones del Symphony en matemáticas.
Mostrar un posible uso de la hoja de cálculo en matemáticas V.

En esta clase, trataremos un problema de optimización. Este tema es uno de los más interesantes de aplicaiones de la derivada.

El ejercicio a resolver, se extrajo de un libro de matemáticas para administración. Hemos procedido así porque queremos dar a los alumnos una aplicación de las matemáticas. El libro mencionado, no trata en rigor los conceptos matemáticos; no obstante, contienen abundantes ejemplos interesantes e ilustrativos, que pueden resolverse por los alumnos con todo el apoyo de la teoría vista en los cursos regulares de matemáticas.

El texto del ejercicio es:[1]

"Renta de automoviles. Una agencia renta 100 automóviles diarios a razón de \$10 por día. Por cada \$1 de aumento en el precio, se rentan cinco automóviles menos. ¿A qué precio deben rentarse los automóviles para producir un ingreso máximo?"

Tratemos de entender el problema.

La agencia cuenta con 100 automóviles. La renta es de \$10 por día. La agencia obtiene, con este precio, un ingreso de: 100 (\$10) = \$1000

Se quiere maximizar ese ingreso.

Definimos dos variables:

$A \equiv$ el total de automóviles en renta, y

$p \equiv$ el costo de la renta.

De lo anterior, el ingreso es el producto del total de automóviles por el precio de renta. Nombramos al ingreso con la letra I:

$I \equiv$ ingreso

$I \equiv A\, p.$

El ingreso depende del costo de la renta. Así, podemos describir a I en función de p:

$$I = f(p) = A\, p$$

Pero aún falta definir A en términos de p. Sabemos que, conforme p aumenta en 1, A disminuye en 5. Construiremos una tabla para analizar el comportamiento de A y p:

$p = 10,$	$A = 100$
$p = 11,$	$A = 95$
$p = 12,$	$A = 90$
$p = 13,$	$A = 85$
$p = 14,$	$A = 80.$

[1] Barnett, Raymond, op. cit., pag. 352.

Con estas cinco parejas es suficiente para encontrar una relación entre A y p, a través del método de las diferencias finitas. Este se introdujo en la clase número 13.[2]

La tabla inicial del método es esta:

p	A
10	100
11	95
12	90
13	85
14	80

Calculamos las primeras diferencias finitas:
95 - 100, 90 - 95, 85 - 90, 80 - 85.

Apuntamos esos resultados en la tabla:

p	A	
10	100	
		-5
11	95	
		-5
12	90	
		-5
13	85	
		-5
14	80	

De acuerdo con la tabla vista en la clase número 13, cuando se alcanzan diferencias comúnes en la primera sustracción, la relación es de primer grado y de la forma: an + b.

Escribimos una tabla del lado derecho con objeto de encontrar la relación buscada entre A y p, así como los coeficientes a y b:

2 Si los alumnos notan de inmediato cual es la relacion entre A y p, a eleccion del profesor, puede omitirse la aplicacion del metodo de las diferencias finitas.

p	A
10	100
11	95
12	90
13	85
14	80

p	A = ap + b
10	10a + b
11	11a + b
12	12a + b
13	13a + b
14	14a + b

Se debe resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$10a + b = 100 \qquad (1)$$
$$11a + b = 95 \qquad (2)$$

Resolvemos por suma y resta:

$$\begin{array}{r} 10a + b = 100 \\ -(11a + b = 95) \\ \hline -a + 0 = 5 \end{array}$$

La solución para a es: $a = -5$.

Sustituimos ese valor de a en la ecuación (1):

$10(-5) + b = 100 \rightarrow b = 100 + 50 \rightarrow b = 150.$

La expresión para A es:

$$A = -5p + 150.$$

I queda definido, en función de p, por:

$$I = f(p) = (-5p + 150)\,p$$

A continuación hallaremos el máximo para p:

1. $f(p)$ es continua en $\mathbb{R}$.
2. Derivamos $f(p)$ para encontrar los puntos críticos:
   $f'(p) = -10p + 150,$
   $f'(p) = 0 \leftrightarrow -10p + 150 = 0 \leftrightarrow 10p = 150 \leftrightarrow p = 15.$
   Para $p = 15$, es decir, un costo de \$15, se tiene un punto crítico. No hay otro.
3. Analicemos si corresponde a un máximo o a un mínimo, mediante el criterio de la segunda derivada:
   $f''(p) = -10,$
   como $f''(p) < 0$, para $p = 15$ se obtiene un máximo. Se trata de un máximo absoluto porque $p = 15$constituye el único punto crítico de $f(p)$.
4. La ganancia máxima la obtenemos al sustituir $p = 15$ en $f(p)$:
   $f(15) = (-5(15) + 150)\,15 = (-75 + 150)\,15 = 75\,(15) = 1125.$
   El ingreso máximo que puede esperar el dueño de la agencia de automóviles es:
   \$1125 diarios, rentando un auto en \$15 y el número de autos es 75.

Profundicemos un poco más en el problema, con el fin de graficar la función e interpretar su trazo en el contexto del ejercicio que estamos tratando:

$f(p)$ es creciente cuando $f'(p) > 0$:

$f'(p) > 0 \quad \leftrightarrow \quad -10p + 150 > 0 \quad \leftrightarrow \quad 150 > 10p \quad \leftrightarrow$

$p < 15$; pero al mismo tiempo, $p \geq 10$ (la agencia renta los autos a un costo mínimo de \$10).

Por lo tanto $f(p)$ es creciente en el intervalo $[10,15)$.

$F(p)$ es decreciente si $f'(p) < 0$;

$f'(p) < 0 \quad \leftrightarrow \quad -10p + 150 < 0 \quad \leftrightarrow \quad 10p > 150 \quad \leftrightarrow$

$p > 15$.

Con el fin de conocer el otro extremo del intervalo, calculémos los ceros de $f(p)$:

$f(p) = 0$ si y sólo si $(-5p + 150)\, p = 0$ si y sólo si $p = 0$ ó $-5p + 150 = 0$ si y sólo si $p = 30$.

De esta forma, $f(p)$ es decreciente en el intervalo $(15,30]$.

Tenemos que, cuando la renta por auto es de \$0, el ingreso es \$0; y cuando la renta es \$30, el ingreso es también \$0. En este último caso, los autos rentados son: $A = -5(30) + 150 = 0$.

Si la agencia quiere obtener ganancia a un precio alto, debe rentar los autos a \$29. Esto le daria un ingreso de $(-5\ (29) + 150)(29) = (-145 + 150)(29) = 5(29) = 145$.

Los autos en renta serian 5, lo cual no conviene a la agencia.

Aunque matemáticamente p puede tomar valores entre 0 y 30, la agencia estableció como precio inicial, $p = \$10$; pero si renta un automóvil a \$30 o más, no hay cliente alguno y además, hay pérdidas.

Ahora, usemos Symphony para la construcción de la gráfica de la función $f(p) = (-5p + 150)\, p$.

Establecemos que $p \in [10,30]$.

Con las instrucciones: F10, Range, Fill, aplicadas en el rango A1..A21, con valor inicial 10, intervalo 1 y valor final 20, damos forma a la tabla de valores de p en la columna A de la hoja de cálculo.

En la columna B, apuntamos todas las fórmulas que relacionan p con el ingreso. Así, la casilla B1 contiene la fórmula: -5*A1^2+150*A1. Luego, duplicamos esa fórmula en el conjunto de celdas B2..B21.

Los resultados se muestran en la siguiente hoja:

A1: 10 READY

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	10	1000						
2	11	1045						
3	12	1080						
4	13	1105						
5	14	1120						
6	15	1125						
7	16	1120						
8	17	1105						
9	18	1080						
10	19	1045						
11	20	1000						
12	21	945						
13	22	880						
14	23	805						
15	24	720						
16	25	625						
17	26	520						
18	27	405						
19	28	280						
20	29	145						

18-Aug-90 04:52 AM NUM

A21: 30 READY

	A	B	C	D	E	F	G	H
21	30	0						
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								
31								
32								
33								
34								
35								
36								
37								
38								
39								
40								

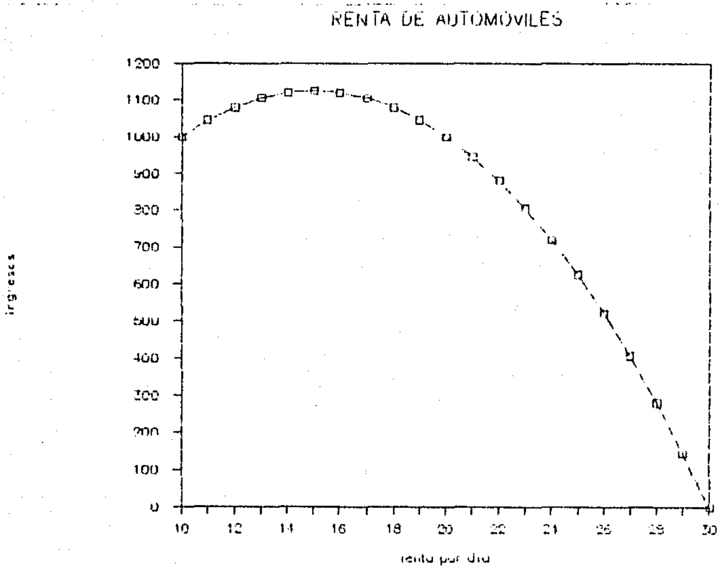
18-Aug-90 04:53 AM NUM

El rango X de la gráfica es: A1..A21.
El rango A lo constituye: B1..B21.
El tipo de gráfica se elige: XY.
Los títulos dicen:
primer título: RENTA DE AUTOMOVILES;
eje x: renta por día;
eje y: ingresos.

Con el fin de evitar el molesto letrero "thousands" en el eje y, realizamos un ajuste a la escala de ese eje, mediante estas instrucciones:

a) 2nd-settings,
b) Y-Scale,
c) Type,
d) Manual-Linear,
   Lower limit: 0,
   Upper limit: 1125,
e) Exponent,
f) Manual,
g) Y Exponent:
   0,
h) Quit,
i) Quit,
j) Preview.

Llegamos a observar esta gráfica:



(Fig. 2)

Los libros de cálculo contienen muchos ejercicios sobre el tema de optimización. Hemos querido, a través de este ejemplo de una aplicación de la derivada, relacionar las matemáticas de quinto semestre (aunque no todos cursan matemáticas V) con la computación. Si bien, hemos abordado el problema planteado al inicio de la clase desde el punto de vista tradicional, nuestra aportación ha sido el uso de las gráficas de un paquete de computación en una microcomputadora. A la luz de esta última consideración, los alumnos de cibernética II, pueden hallar una aplicación de lo aprendido en matemáticas llevándolo a la elaboración de modelos dentro de la hoja de cálculo. Otros alumnos, no necesariamente de computación, pueden beneficiarse, si tienen acceso a una computadora, de las ventajas de usar una hoja de cálculo con gráficas. Una vez se invita a los profesores de matemáticas a: 1) usar la computadora y 2) trabajar con un paquete de hoja de cálculo.

Por último, un ejercicio para los alumnos:[1]

[1] Barnett, op. cit. pag. 355.

"*Sensibilidad a los medicamentos*. Una hora después de haberse administrado a un paciente x miligramos de un medicamento especial, el cambio en la temperatura del cuerpo en grados farenheit se calcula con la fórmula

$$T(x) = x^2 \left[1 - \frac{x}{6} \right] \qquad 0 \leq x \leq 6$$

La rápidez con la que t cambia con respecto a la magnitud de la dosis T'(x), es la sensibilidad del cuerpo a esa dosis. Calcule la magnitud de la dosis que producirá la máxima sensibilidad [Sugerencia: máximice T'(x)]"

Es todo por esta clase.

Clase No. 16.
Matemáticas VI. La regla del trapecio.

Objetivos. Seguir con las aplicaciones de la hoja de cálculo y sus gráficas, en matemáticas.
Proponer un posible uso en matemáticas VI.

Los libros de cálculo diferencial e integral muestran el dearrollo de algunos métodos que permiten calcular integrales numéricamente cuando no es fácil encontrar una antiderivada de la función a integrar.

Uno de tales métodos es la regla del trapecio. Esto se basa en que, para calcular integrales mediante la suma de Riemman, se utilicen trapecios en lugar de rectángulos.

No entraremos en detalles sobre el desarrollo de la regla del trapecio[1]; simplemente usaremos tal método para calcular integrales con apoyo de la hoja de cálculo del paquete Symphony.

Anotamos en seguida, la regla del trapecio:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{1}{2}\Delta x\,[f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \ldots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

donde

$$\Delta x = \frac{b-a}{n}$$

$n \equiv$ particiones del intervalo $[a,b]$

$x_i = a + i\Delta x \qquad i = 0, 1, 2, \ldots, n$

$f(x)$ es una función continua en $[a,b]$

En el ambiente de hoja de cálculo de Symphony, usaremos varias columnas para anotar los valores de: i, x_i, $f(x_i)$, a, b, n, Δx, y algunas fórmulas que necesitaremos para la obtención del valor numérico de la integral.

El ejercicio que resolveremos con apoyo de Symphony, requiere de unas cuantas definiciones de funciones trigonométricas y funciones trigonométricas inversas. Nuevamente dejamos los detalles a la consulta de los libros de Cálculo[2]:

---

[1] Para una mejor comprensión de esta regla, consultar: Leithold, Louis, El calculo, Ed. Harla, pag. 544; o Cruse-Oranberg, Lectures on Freshman Calculus, Addison-Wesley, pag. 424.

[2] Leithold, Louis, op. cit., pags. 481-491.

"La <u>funcion tangente inversa</u> denotada por $\tan^{-1}$, se define como sigue:

$$y = \tan^{-1}x \text{ si y sólo si } x = \tan y \quad \text{y}$$

$$\frac{1}{2}\pi < y < \frac{1}{2}\pi$$

El dominio de $\tan^{-1}$ es el conjunto de todos los números reales y el rango es el intervalo abierto

$$\left(-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2} \right)"$$

Esta función es derivable:

"El dominio de la derivada de la función tangente inversa es el conjunto de todos los números reales.

Si u es una función diferenciable de x, obtenemos de (11) y de la regla de la cadena

$$Dx\ (\tan^{-1} u) = \frac{1}{1 + u^2}\ Dx\ u"$$

La ecuación (11), en ese libro, es:

$$Dx(\tan^{-1}x) = \frac{1}{1 + x^2}$$

La integral de dicha función, se obtiene mediante:

$$\int \frac{1}{a^2 + u^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{u}{a} + c$$

En resumen, contamos con las definiciones de: función $\tan^{-1}x$, llamada también <u>arcotangente de x</u> o ángulo cuya tangente es x; la derivada de esa función, y la integral de la misma.

Con estos conceptos en mente, solucionemos un ejercicio sacado del libro de Leithold.[3]

Este ejercicio tiene como fin aproximar el valor de la integral siguiente:

$$\int_0^3 \frac{1}{16 + x^2}\, dx$$

Se pide:

a) tomar n =6;

b) expresar el resultado con tres cifras decimales, y

c) comprobar el resultado encontrando el valor exacto de la

---

[3] Ibid, pag. 546.

integral definida.

Reescribimos la regla del trapecio en la forma siguiente:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x + \frac{1}{2}\left[\, f(a) - f(b) \,\right] \Delta x$$

Hicimos esta transformación con objeto de simplificar las operaciones y fórmulas en la hoja de cálculo.

Antes de resolver el problema de la integral, graficaremos la función

$$f(x) = \frac{1}{16 + x^2}$$

La columna I alojará los valores de $x \in [0,3]$.

La columna J contendrá los números de f(x).

Escribimos a continuación algunos letreros en las casillas:

I1: X,
J1: F(x),
I2: \-, y
J2: \-.

El rango I3..I23, se usará para definir el rango de la función. Las instrucciones son:
F10, Range, Fill, valor inicial: 0, intervalo: 0.15 y valor final: 3.

La columna J alberga los datos de f(x). En la celda J3 escribimos la fórmula: +1/(16+I3^2).

Duplicamos esa fórmula en las celdas inferiores de la columna J, por medio de las instrucciones:
F10, Copy, De: J3, En: J4..J23.

Los resultados son:

I1: SHEET

	I	J
1	[illegible]	[illegible]
2		
3	0	0.0625
4	0.15	0.062412
5	0.3	0.062150
6	0.45	0.061718
7	0.6	0.061124
8	0.75	0.060377
9	0.9	0.059480
10	1.05	0.058479
11	1.2	0.057339
12	1.35	0.056108
13	1.5	0.054794
14	1.65	0.053411
15	1.8	0.051975
16	1.95	0.050496
17	2.1	0.048995
18	2.25	0.047477
19	2.4	0.045955
20	2.55	0.044439

MAIN

16-Aug-90 04:55 AM NUM

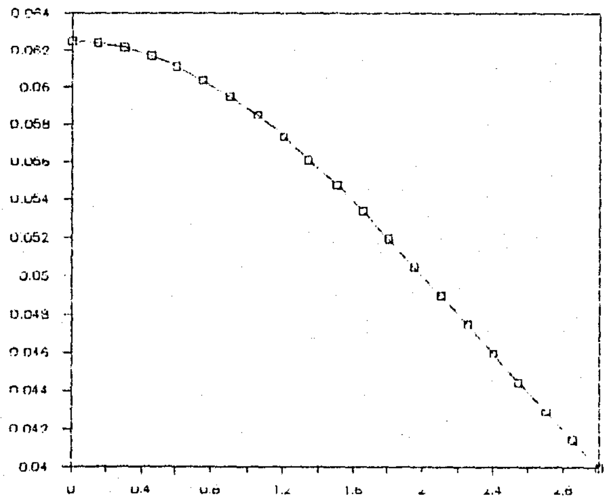
I21: 2.7 SHEET

	I	J
21	2.7	0.042936
22	2.85	0.041455
23	3	0.04
24		
25		
26		
27		
28		
29		
30		
31		
32		
33		
34		
35		
36		
37		
38		
39		
40		

MAIN

16-Aug-90 04:56 AM NUM

El tipo de gráfica que elegimos, en el menú gráfico de Symphony, es: XY.
El rango X lo dan las celdas: I3..I23.
El rango A lo integran: J3..J23.
Observemos la gráfica generada:



(Fig. 2)

Nuestra siguiente actividad es resolver la integral:

$$\int_{0}^{3} \frac{1}{16 + x^{2}}\, dx$$

por medio de la regla del trapecio.
Se nos pide tomar $n = 6$. Sabemos que $a = 0$ y $b = 3$. De aquí, calculamos Δx, que es:

$$\Delta x = \frac{b - a}{n} = \frac{3 - 0}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$$

La medida de cada subintervalo es, entonces: 0.5.
El índice i va desde 0 hasta 6.

Cada x_i es $x_i = a + i\ \Delta x = 0 + i\ (0.5)$.

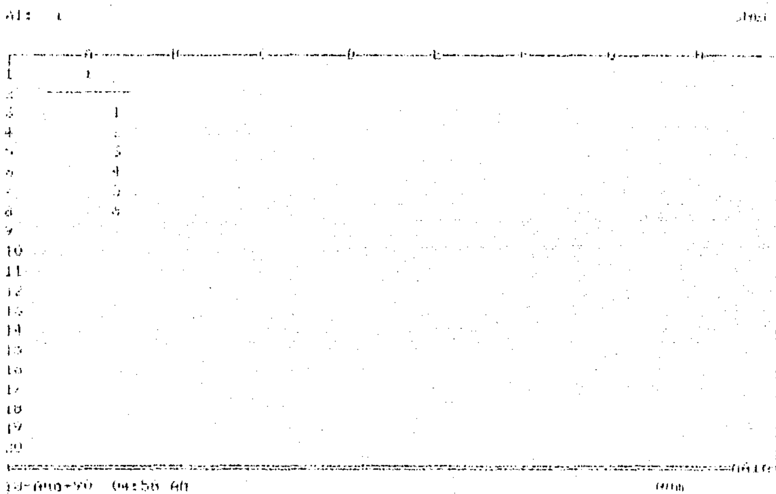
Utilizamos la columna A, con el propósito de anotar los valores del índice i.

En la casilla A1 escribimos: ^i. Luego, en A2: \-. Esto da un subrayado de nueve caracteres (recordémos que la anchura por defecto de cada celda es de nueve).

El conjunto de celdas desde A3 hasta A8, albergará los números: 1, 2, 3, 4, 5 y 6, que constituyen las seis particiones del intervalo [0,3].

Las indicaciones para el rellenado del rango A3..A8, son: F10, Range, Fill, rango: A3..A7, valor inicial: 1, intervalo: 1, y valor final: 6.

Hasta este momento, la hoja está así:



(Fig. 3)

Escribimos en la columna B, celda B1, el rótulo: ^Xi. Otro subrayado se incluye en B2: \-. Esta información pudo obtenerse también a través de la copia de la celda A2 en B2.

La columna B usará la información tecleada en las celdas F2 y F5, para generar las x_i.

En F5 quedará Δx. Para obtener ese número, deberemos realizar la diferencia entre b y a, y luego dividir entre

n. El dato a, donde a = 0, se introducira en la casilla F2; esto es, F2: 0. F3 se utilizará para anotar b = 3; así, F3: 3. Luego, en F4 irá el número n, que es n = 6; de este modo, F4: 6. Por último, para tener Δx, emplearemos la celda F5, la cual contendrá la fórmula (F3-F2)/F4.

La fórmula de la celda B3 será: +$F$2+A3*$F$5[4]. En palabras, esa fórmula expresa que, el valor en F2 (a = 0) súmalo al producto de A3 (i = 1) con F5 (Δx = 0.5). El resultado para B3 es: 0.5.

Copiamos esa fórmula a las celdas B4 hasta B8. Recordemos que las ies, se hallan en la columna A. Las instrucciones para desarrollar la copia son:
F10, Copy, From: B3, To: B4..B8.

Reflexionemos un poco en los resultados a los que se llega por medio de la copia de las fórmulas.

En cada una de las celdas del rango B4..B8, le estamos señalando a Sympohny que haga esto:
el valor de la celda F2, agregalo al dato que tienes a la izquierda previamente multiplicado por el dato que se encuentra en F5. La información de F2 y F5 no varía de una fórmula a otra, mientras que el índice i cambia desde 1 hasta 6.

La lista de fórmulas es:

B4: +$F$2+A4*$F$5
B5: +$F$2+A5*$F$5
B6: +$F$2+A6*$F$5
B7: +$F$2+A7*$F$5
B8: +$F$2+A8*$F$5

Los resultados parciales son:

[4] Los signos $ indican referencia absoluta a una celda.

	i	Xi
3	1	0.5
4	2	1
5	3	1.5
6	4	2
7	5	2.5
8	6	3

(Fig. 4)

Utilizaremos la columna C para obtener los $f(x_i)$, donde $i = 1,\ldots,6$.

La función $f(x)$ que integraremos es:

$$f(x) = \frac{1}{16 + x^2}$$

Esta función, en términos de x_i, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, $x_i = i + \Delta x$, es:

$$f(x_i) = \frac{1}{16 + x_i^2}$$

Sabemos que en la columna b se hallan los datos para x_i, necesarios para evaluar $f(x_i)$. En consecuencia, traducimos la fórmula para C3 como: 1/(16+B3^2). De esta manera, instruimos a Symphony para que, el número a la derecha de la casilla C3 lo eleve al cuadrado, después le sume 16 y finalmente obtenga el inverso multiplicativo de ese número.

Necesitamos evaluar $f(x_i)$ para todas las x_i generadas en la columna B. Duplicaremos el contenido de C3 en C4..C8.

mediante las instrucciones:
F10, Copy, From: C3, To: C4..C8.

Esta es la lista de las fórmulas de la columna C:

C4: 1/(16+B4^2)
C5: 1/(16+B5^2)
C6: 1/(16+B6^2)
C7: 1/(16+B7^2)
C8: 1/(16+B8^2)

Agregamos el letrero ^f(Xi) y un subrayado en las celdas C1 y C2, respectivamente.

Los resultados hasta ahora logrados en la hoja de cálculo, se muestran a continuación:

	A	B	C	F
1	i	Xi	f(Xi)	
2				0
3	1	0,5	0,061538	3
4	2	1	0,058823	2
5	3	1,5	0,054794	0,5
6	4	2	0,05	
7	5	2,5	0,044943	
8	6	3	0,04	

(Fig. 5)

Uno de los sumandos en la regla del trapecio reescrita, es

$$\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\ \Delta x = \Delta x \sum_{i=1}^{n} f(x_i)$$

El resultado de la suma, se guardará en la celda F6. Se obtendrá con ayuda de la función @SUM aplicada a las celdas C3, C4, C5, C6, C7 y C8. Así, en F6 colocaremos: @SUM(C3..C8).

El producto

$$\Delta x \sum_{i=1}^{n} f(x_i)$$

lo escribiremos en la casilla F8, por medio de la fórmula: +F6*F5.

El segundo sumando de la regla del trapecio es:

$$\frac{1}{2}\left[\, f(a) - f(b) \,\right] \Delta x$$

y se conocen: $f(a) = f(0)$, $f(b) = f(3)$.

El valor de a está en la celda F2. El dato b se halla en F3. Δx se encuentra en F5. Con esto, en la celda G2, tecleamos la fórmula:

+1/2*(1/(16+$F$2^2)-1/(16+$F$3^2))*$F$5.

La última fórmula calculará la suma de los resultados anteriores. De esta forma se obtiene el valor aproximado de la integral, calculada a través de la regla del trapecio.

En la celda A2, anotamos: $F$8+$G$2.

Hemos llegado a esto:

F10: +$F$8+$G$2 READY

	A	B	C	D	E	F	G
1	i	xi	f(xi)				
2						0	0.005625
3	1	0.5	0.061538			3	
4	2	1	0.058823			6	
5	3	1.5	0.054794			0.5	
6	4	2	0.05			0.310096	
7	5	2.5	0.044943				
8	6	3	0.04			0.155050	
9							
10						0.160673	
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							

18-Aug-90 09:04 am NUM

(Fig. 6)

Añadiremos letreros, con el fin de tener claridad sobre los resultados de las columnas F y G, en la columna E. Así, en:

E1 escribimos: f(x) = 1/(16+x^2),

E2 anotamos: a = ,
E3: b = ,
E4: n = ,
E5: delta x = ,
E6: suma = ,
E7: suma * ,
E8: delta x = ,
E9: Integral
E10: aprox = .

El último letrero explica el contenido de G2:
en G1 apuntamos: '1/2*((f(a)-f(b))*delta x = .

Ampliamos la longitud de algunas columnas con objeto de evitar que la información entre una columna y otra se vea muy junta.

Las columnas ampliadas con su respectivo número de caracteres son:

columna	anchura
C	15
E	11
G	17

La siguiente hoja muestra el modelo final que, para el cálculo de integrales a través de la regla del trapecio, hemos desarrollado en la hoja de cálculo:

A1: 'i SHEET

	A	B	C	D	E	F
1	i	Xi	f(Xi)		f(x) = 1/(16+x^2)	
2					a =	0
3	1	0.5	0.0615384615		b =	3
4	2	1	0.0588235294		n =	6
5	3	1.5	0.0547945205		delta x =	0.5
6	4	2	0.05		suma =	0.270100
7	5	2.5	0.0449438202		suma *	
8	6	3	0.04		delta x =	0.135050
9					integral	
10					approx =	0.140675
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						

MAIN

18-Aug-90 05:05 AM · NUM

B1: '1/2*((f(a)+f(b))*delta x = SHEET

	B	C	D
1	1/2*((f(a)+f(b))*delta x =	x	f(x)
2	0.005625		
3		0	0.0625
4		0.15	0.062412
5		0.3	0.062150
6		0.45	0.061718
7		0.6	0.061124
8		0.75	0.060377
9		0.9	0.059488
10		1.05	0.058470
11		1.2	0.057339
12		1.35	0.056108
13		1.5	0.054794
14		1.65	0.053411
15		1.8	0.051975
16		1.95	0.050498
17		2.1	0.048995
18		2.25	0.047477
19		2.4	0.045955
20		2.55	0.044435

MAIN

18-Aug-90 05:06 AM · NUM

Por otra parte, se consiguen mejores resultados en la aproximación al valor exacto de la integral, si:

a) se elige, en f4, un n mayor a 6,

b) se llena la columna A con más números para i, de acuerdo con el n escogido,

c) se anotan igual cantidad de fórmulas, en la columna B, para x_i, y

d) se procede como en el punto c) para $f(x_i)$.

Symphony recalcula automáticamente las fórmulas en las cuales estén involucrados los datos a, b, n, Δx, i. Si, por ejemplo, se quiere calcular la integral anterior en el intervalo [0,6], debe anotarse en F3 el número 6; así, se recalcula Δx y todas las fórmulas dependientes de él. Lo mismo sucede si se anota, como ejemplo, n = 20 en la casilla F4. Queda como ejercicio para los alumnos probar el modelo desarrollado, con n = 20, y con el intervalo [0,6].

Como actividad final, calculamos el valor exacto de la integral:

$$\int_0^3 \frac{1}{16 + x^2}\, dx = \frac{1}{4} \tan^{-1} \frac{x}{4} \Bigg|_0^3 =$$

$$\frac{1}{4} (\tan^{-1}(3/4)) - \tan^{-1}(0)) = \frac{1}{4} (0.6435 - 0) = 0.1609$$

con cuatro cifras decimales.

Podemos considerar que aproximamos bien el valor de la integral en al menos tres cifras decimales:

integral por trapecios: 0.1606,

integral exacta: 0.1609.

Reiteramos (y lo hemos hecho a lo largo de todo el trabajo) la invitación a profesores y alumnos, a mejorar este modelo y todos los que hemos visto antes a lo largo de estas clases.

Estamos conscientes de que, en el Symphony, como en otras hojas de cálculo, un modelo de hoja de trabajo (worksheet, en inglés), nunca se halla totalmente terminado; son la imaginación y el empeño del que trabaja con esta herramienta de la computación, los factores que mejoran un modelo.

Continuaremos con otros ejemplos, pero ahora se referirán a las materias: estadística I y II.

Es todo.

Clase No. 17.
Construcción de gráficas de barras y de pastel.

Objetivos. Se mostrarán dos ejemplos sencillos referentes a la construcción de gráficas de barras y de pastel.
Se darán algunas indicaciones sencillas del menú de graficación de Symphony.

Dejemos de lado las materias de matemáticas I a VI.

En esta clase veremos cómo se pueden construir gráficas de barras y de sectores (llamadas también de pastel o de pay), por medio del Symphony.

Muchas de las instrucciones de graficación, han sido estudiadas en clases y prácticas previas. No será necesario, pues, repetirlas en esta ocasión. Nos concretaremos a dar unas cuantas explicaciones sobre los cambios que se presentan al hacer gráficas de sectores y de barras, con respecto a las gráficas de tipo XY.

Iniciamos con un ejercicio sencillo[1].

Se trata de un "Estudio acerca de la relación existente entre la evaluación que hace un estudiante de su maestro y el aprovechamiento del estudiante".

Se utilizaron cinco variables:

x1 = calificación total en las pruebas.
x2 = calificación en el examen final.
x3 = calificación total en el curso (x1 + x2).
x4 = promedio de calificaciones.
x5 = calificación asignada al maestro por sus alumnos (de 1 a 5).

La tabla que se obtuvo en el estudio citado, incluye 147 datos por cada variable. Emplearemos esa tabla en la clase siguiente. Por el momento, con la variable x1 = calificación total en las pruebas, y con únicamente 20 datos, dibujaremos dos gráficas: una de barras y otra de sectores.

Reproducimos los datos:

---

1 Hoel, Paul Gerhard. Estadística Elemental, Mexico, CECSA, 1981, pag. 373.

x_1	x_1
57	170
144	125
110	136
159	106
113	121
140	109
76	147
121	144
159	144
129	49

Los ordenamos de menor a mayor:

x_1	x_1
49	129
57	136
76	140
106	144
109	144
110	144
113	147
121	159
121	159
125	170

Notamos que, el dato 121 aparece dos veces, el 144 tres veces y el 159 dos veces. Todos los otros datos aparecen una sola vez en la tabla. Por esto, no es posible construir un histograma a partir de la frecuencia de cada dato en la tabla. Deberemos, entonces, agrupar los datos en distintas clases.

El dato menor es 49. El mayor es 170.
Elegimos siete clases. Los límites de clase son:

47.5 - 67.5

67.5 - 87.5

87.5 - 107.5

107.5 - 127.5

127.5 - 147.5

147.5 - 167.5

167.5 - 187.5

La siguiente tabla resume los datos para el conjunto de 20 alumnos:

clase	limites de clase	Frecuencia de clase
1	47.5 - 67.5	2
2	67.5 - 87.5	1
3	87.5 - 107.5	1
4	107.5 - 127.5	6
5	127.5 - 147.5	7
6	147.5 - 167.5	2
7	167.5 - 187.5	1

A partir de esta tabla,y con auxilio del Symphony, estamos en posibilidad de graficar los datos en un histograma. Acudimos otra vez a la hoja de cálculo.

Por costumbre, aunque no es una restricción, empleamos las celdas A-H y las filas 1-20.

Escribimos en la celda A1, el letrero: ' 47.5 - 67.5.

Después, en A2: ' 67.5 - 87.5.

Seguimos así, celda por celda de la columna A, hasta completar los letreros correspondientes a cada límite de clase.

Estos son los resultados:

```
A1: ' 47.5 -  67.5                                                              SHEET

┌──────A──────────B─────────C─────────D─────────E─────────F─────────G─────────H──────┐
1     47.5 -  67.5
2     67.5 -  87.5
3     87.5 - 107.5
4    107.5 - 127.5
5    127.5 - 147.5
6    147.5 - 167.5
7    167.5 - 187.5
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
└═══════════════════════════════════════════════════════════════════════════════MAIN┘
20-Aug-90  04:33 PM                                                        Num
```

(Fig. 1)

En la columna B anotaremos las frecuencias para cada uno de los intervalos de clase. Pero antes de escribir información en la columna B, es prudente ampliar la columna A a 15 caracteres, pues los letreros escritos ocupan más de los nueve espacios asignados por omisión a cada celda. No repetimos las indicaciones, porque ya las hemos practicado en otras clases.

Una vez cambiado el ancho de las celdas de la columna A, escribimos en la columna B los siguientes números:
B1: 2, B2: 1, B3: 1, B4: 6, B5: 7, B6: 2 y B7: 1.

La hoja de cálculo, con información en las columnas A y B, tiene este aspecto:

```
A1: ' 47.5 -  67.5                                                              SHEET

    ----------A-----------B---------C---------D---------E---------F---------G----------
1      47.5 -  67.5        2
2      67.5 -  87.5        1
3      87.5 - 107.5        1
4     107.5 - 127.5        6
5     127.5 - 147.5        7
6     147.5 - 167.5        2
7     167.5 - 187.5        1
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
    ==================================================================================MAIN
20-Aug-90   04:35 PM                                                         Num
```

(Fig. 2)

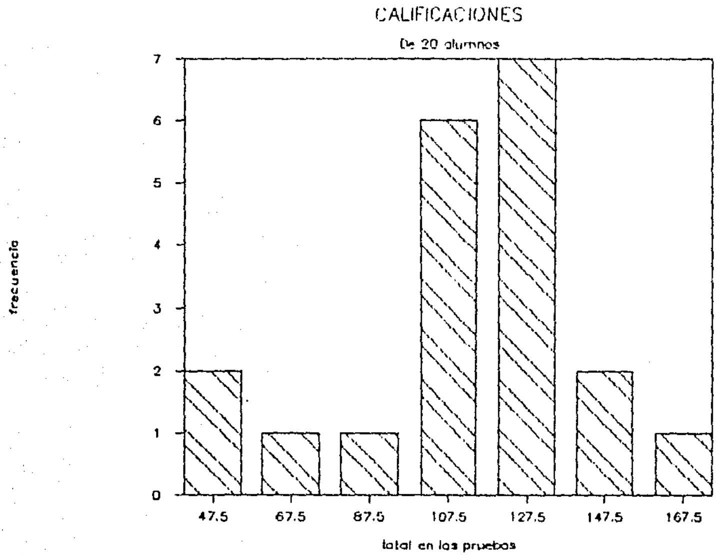
Con los datos de las columnas A y B, es suficiente para iniciar el diseño de una gráfica de barras.

Recordemos los pasos para graficar en Symphony:

1o. Presionar la tecla F10.
2o. En el menú, seleccionar Graph.
3o. En el submenu presente, elegir 1st-Settings.
4o. Luego, Type; en este caso es Bar,
5o. Después se le indica Range; iniciamos con X, en las gráficas de barras, el rango X son letreros. Para nuestro ejemplo, es la información de las celdas A1 hasta A7.
6o. El rango A es el que sirve para construir las barras a partir de la frecuencia de cada intervalo de clase. En este ejemplo, el rango A lo forman las celdas B1 hasta B7.
7o. Dar Quit.
8o. Con Switch pasamos a 2nd-Settings. Aqui se ponen titulos a la gráfica, en el eje x, el eje y, y la parte superior de la gráfica.
9o. El primer titulo (First) daremos: CALIFICACIONES.
10o. El segundo titulo: De 20 alumnos.
11o. El titulo del eje X (X-Axis) es: total en las pruebas.

12o. El titulo del eje Y (Y-Axis): frecuencia.

Después de seguir las otras instrucciones para ver una gráfica en la pantalla (se dieron detalles en clase no. 9), Symphony muestra la gráfica de barras que queremos:



(Fig. 3)

Explicamos, durante la clase no. 9, que para trazar una gráfica de sectores a partir de una gráfica de barras, es suficiente con cambiar el tipo de gráfica de Bar hacia Pie. En este instante podemos hacerlo, pero preferimos tomar otra variable del estudio citado antes.

A partir de la variable x5 = calificación asignada al maestro por sus alumnos [1 a 5], construiremos una gráfica de sectores.

Los datos son:

x5	x5
5	5
3	4
3	4
4	4
5	4
5	3
4	4
4	4
5	4
4	4

La tabla de frecuencias va a sernos útil también en este ejemplo.

El dato menor es: 3.

El dato mayor es: 5.

No es necesario dar intervalos de clase.

Esta es nuestra tabla:

Clase	Frecuencia
3	3
4	12
5	5

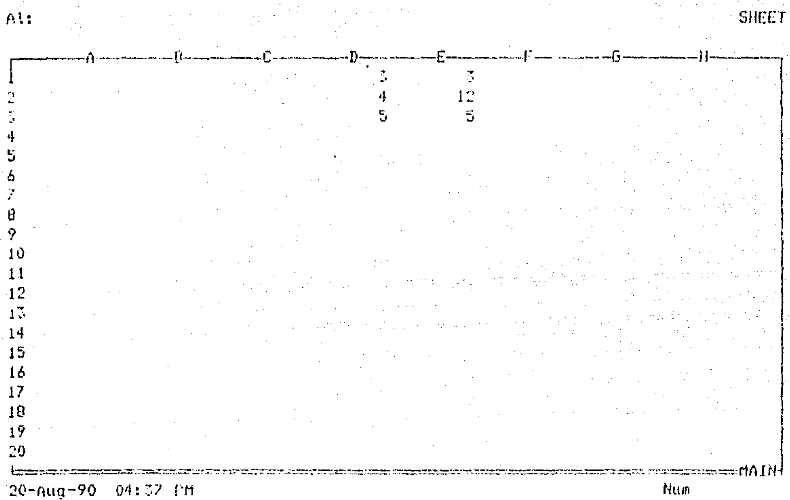
Estos datos los anotaremos en la hoja de cálculo.

La columna D alojará los datos de cada clase. Estos representarán los letreros explicativos de cada sector de la gráfica de pastel. En la casilla D1 escribimos: 3. En D2: 4. Y en D3: 5.

La frecuencia se almacenará en la columna E. Estos valores son los que determinarán el ancho de cada "rebanada" del pastel.

En la E1, introducimos: 3. En E2: 12. Y en E3: 5.

La hoja tiene aspecto:



(Fig. 4)

Después de entrar al menú Graph, elegimos el tipo de gráfica. Para este ejemplo es: Pie.

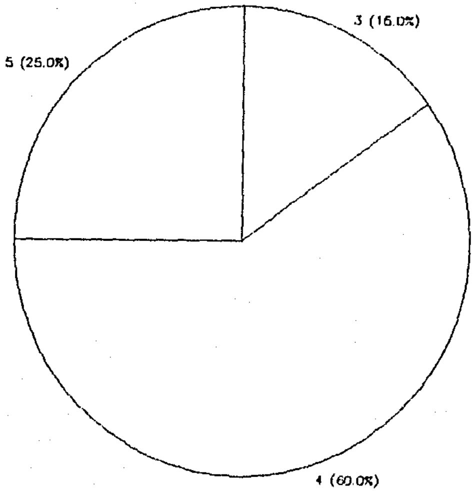
El rango X está en: D1..D3.

El rango A son las celdas: E1..E3.

Damos como primer título a la gráfica: CALIFICACION DEL PROFESOR.

Seguimos las instrucciones para llegar a la opción Preview y así podemos observar esta gráfica:

CALIFICACION DEL PROFESOR



(Fig. 5)

Notamos que más de la mitad del grupo (un 60%) le asigna una calificación de 4 a su profesor.

Concluímos esta clase con algunas reflexiones:

a) Hemos usado únicamente veinte datos correspondientes a la calificación total en las pruebas de los alumnos. Son pocos para poder decir cuál es la tendencia que siguen esas calificaciones.

b) Las gráficas de barras y las de sectores describen solamente los datos. Hace falta usar medidas de tendencia central y de dispersión para explicar mejor a la población.

c) El estudio tiene cinco variables. Cada una de ellas es factible de describirse sola, o bien se puede buscar una correlación entre dos de ellas, o analizar si existe una regresión lineal entre, por ejemplo, el promedio de calificaciones de un alumno y la calificación que ese mismo alumno da a su profesor.

d) En el estudio que hemos mencionado, se dividieron los datos en dos cursos: curso A y curso B. El curso A tiene

82 alumnos y el curso B cuenta con 65.

e) El Symphony nos ayudará a obtener conclusiones sobre los datos de la muestra, a través de sus funciones estadísticas. En la hoja de cálculo se incluirán todos los datos para uno de los cursos y una de las variables.[2]

Es todo por esta clase.

[2] Se proponen como ejercicios, el análisis de las variables x1, x2, x3 y x5, con todos sus datos.

Clase No. 18.
Medidas de Tendencia Central y de Dispersión. Gráficas. Histogramas.

Objetivos. Mostrar el uso de las funciones estadísticas de Symphony.
Explicar, en base a un ejemplo, las medidas de tendencia central y de dispersión que pueden usarse en la hoja de cálculo.
Dibujar un histograma para describir los datos de algunas variables del ejercicio visto en la clase anterior.

Durante la clase pasada, vimos la forma en que la hoja de cálculo puede ayudarnos a hacer una gráfica de barras y una gráfica de sectores.

En esta clase calcularemos algunas medidas de tendencia central y de dispersión. Pero antes listaremos las funciones estadísticas que podemos usar en Symphony[1]:

@COUNT(lista-argumentos)	Número de valores en lista-argumentos.
@MAX(lista-argumentos)	Máximo valor numérico en lista-argumentos.
@AVG(lista-argumentos)	Media aritmética de valores en lista-argumentos
@MIN(lista-argumentos)	Mínimo valor numérico en lista-argumentos.
@STD(lista-argumentos)	Desviación típica de los valores en lista-argumentos.
@SUM(lista-argumentos)	Suma de los valores en lista-argumentos.
@VAR(lista-argumentos)	Varianza de los valores en lista-argumentos.

En términos matemáticos, la <u>media</u> es:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

donde x_1, x_2, ..., x_n son los n datos de una muestra.

Para utilizar esta función en la hoja de cálculo, se introducen los datos en una columna, o en una fila, o en un <u>rectángulo de filas y columnas</u>. Recordemos que a un arreglo

[1] Symphony, Referencia Rapida, pag. 9.

rectangular de celdas lo llamamos rango.

Veamos un ejemplo. Dados los números 7, 9, 14, 17 y 23, se desea calcular su media aritmética.

Tecleamos esos datos en la hoja de cálculo:

```
A1: 7                                                                    SHEET

  ------A--------B--------C--------D--------E--------F--------G--------H------
1        7
2        9
3       14
4       17
5       23
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
  ----------------------------------------------------------------------MAIN
20-Aug-90  05:07 PM                                                   Num
```

(Fig. 1)

Luego, en la casilla A6 escribimos la función:

@AVG(A1..A5).

Obtenemos 14.

Este resultado también podría haberse logrado con auxilio de una calculadora, porque se tienen pocos datos, o al hacer las operaciones con lápiz y papel. Sin embargo, Symphony será útil cuando se deba calcular la media artimetica de un conjunto de muchos datos.

La desviacion tipica se calcula por medio de la raiz cuadrada de la varianza. Así que debemos conocer primero la varianza. Esta se define así:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n - 1}$$

Symphony calcula la varianza con la fórmula:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

De aquí, podemos deducir que, la desviación típica es:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

y la fórmula que maneja Symphony es:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Las otras cuatro funciones estadísticas se explican por sí mismas. No es necesario pues, entrar en detalles sobre la forma en la que Symphony obtiene resultados en base a ellas.

Continuemos con el ejemplo anterior. Ahora queremos calcular la varianza.

Para hacer eso en la hoja de calculo, escribimos en la celda A7, la fórmula:

@VAR(A1..A5).

El resultado es: 32.8.

Construimos una tabla que ilustra cómo hacemos los cálculos usando papel y lápiz:

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})$
7	-7	49
9	-5	25
14	0	0
17	3	9
23	9	81

La primera columna se ha empleado para anotar los datos de la muestra que, con fines ilustrativos, hemos inventado.

La segunda columna alberga las diferencias entre cada dato y la media muestral.

La última columna aloja los cuadrados de las diferencias anteriores.

Calculamos la varianza por medio del cociente del total de la tercera columna y 5. Esto es:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{5} (x_i - \overline{x})^2}{5} = \frac{164}{5} = 32.8$$

El número obtenido coincide con el que se logró mediante el uso de la función @VAR.

También es posible teclear en la hoja de cálculo la descripción anterior de los datos. Lo haremos así:

En la columna A, celda A1, escribir el letrero: ^Xi.

Después, en B1: ^Xi - Xm.

Hemos usado Xm en lugar de $\overline{X}$ porque en la hoja de cálculo no se cuenta con el símbolo $-$.

Y en C1: '$(Xi - \overline{X})$^2.

No hay manera de colocar 2 como exponente. Por esta razón, aparece ^2.

Mediante la combinación de las teclas \-, se colocan subrayados en las casillas A2, B2 y C2.

Nuestro nuevo modelo se ve así:

```
A1: ^Xi                                                          SHEET

 ------A---------B---------C---------D---------E---------F---------G---------H------
 1        Xi       Xi - Xm (Xi - Xm)^2
 2     ------------------------------
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
 ----------------------------------------------------------------------------MAIN
20-Aug-90  05:09 PM                                                   Num
```

(Fig. 2)

Capturamos los datos de la muestra que citamos antes, en las celdas:

A3: 7; A4: 9; A5: 14; A6: 17; y A7: 23.

La celda A8 será usada para guardar la media aritmética. La fórmula que tecleamos es:

@AVG(A3..A7)

en palabras, le estamos pidiendo a Symphony "calcula el promedio de aquellos datos ubicados en las celdas A3, A4, A5, A6 y A7".

Necesitamos también, para el cálculo de la varianza y de la desviacion tipica, conocer el total n de datos.

Escribimos, en la casilla A9, la fórmula:

@COUNT(A3..A7)

le esatamos solicitando a Symphony "cuenta cuántos datos hay en la lista de las celdas A3, A4, A5, A6 y A7".

Miremos cómo va el modelo en la hoja de calculo:

```
A1: ^Xi                                                              SHEET

------A----------B----------C----------D----------E----------F----------G----------H------
1        Xi      Xi - Xm (Xi - Xm)^2
2   ---------------------------------
3         7
4         9
5        14
6        17
7        23
8        14
9         5
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
---------------------------------------------------------------------------------------MAIN
20-Aug-90  05:11 PM                                                  Num
```

(Fig. 3)

Con el fin de conocer las diferencias $x_i - x_m$, haremos, en cada celda de la columna B: "la diferencia entre el número de la izquierda y el numero ubicado en la casilla A8."

De este modo, en la celda B3 estará la fórmula:

+A3-$A$8

el resultado en B3 es: -7.

Las restantes fórmulas de la columna B (obtenidas mediante Copy), son:

B4: +A4-$A$8
B5: +A5-$A$8
B6: +A6-$A$8
B7: +A7-$A$8

Miremos una vez más la hoja de cálculo:

```
A1: ^Xi                                                            SHEET

     A          B          C         D        E        F        G        H
1     Xi     Xi - Xm  (Xi - Xm)^2
2  ---------------------------------
3       7        -7
4       9        -5
5      14         0
6      17         3
7      23         9
8      14
9       5
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
                                                                        MAIN
20-Aug-90  05:14 PM                                             Num
```

(Fig. 4)

Los cuadrados de los números de la columna B, que se alamcenarán en la columna C, se obtendrán a partir de: "el cuadrado del número situado a la izquierda".

Así, en C3 se hallará:

+B3^2

y en las celdas inmediatamente inferiores:

C4: +B4^2
C5: +B5^2
C6: +B6^2
C7: +B7^2

No olvidemos que, contamos con la orden Copy para duplicar el contenido de C3 hacia las casillas C4, C5, C6 y C7, sin necesidad de teclearlas una por una en la hoja de cálculo.

Nuestros resultados hasta el momento son:

A1: ^Xi SHEET

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Xi	Xi - Xm	(Xi - Xm)^2					
2	----------	----------	----------					
3	7	-7	49					
4	9	-5	25					
5	14	0	0					
6	17	3	9					
7	23	9	81					
8	14							
9	5							
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								

MAIN

20-Aug-90 05:16 PM Num

(Fig. 5)

La varianza, utilizando n como denominador, la calcularemos en la celda D3.

Antes es prudente, con el fin de que no se junten los letreros, ampliar la columna C a 12 caracteres.

Ahora, colocamos, en D1, el rótulo: ^Var(n).

Esto indica que se calculará la varianza con n como denominador.

Ponemos otro subrayado en D2: \-.

En D3, va la fórmula:

@SUM(C3..C7)/$A$9

Traducido a palabras esta fórmula expresa: "suma todos los datos de la columna C y luego divídelos entre la cantidad de ellos, la cual se encuentra en la celda A9"; y matemáticamente es la varianza de los datos de la columna A:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{5} (x_i - \bar{x})^2}{5}$$

Utilizaremos la columna E para el cálculo de la varianza, pero ahora con n-1 como denominador.

Anotemos en E1, el letrero: ^Var(n-1).

En E2, el subrayado: \-.

Y en E3 la fórmula:

@SUM(C3..C7)/($A$9-1)

La hoja de calculo se ve así:

A1: ^Xi SHEET

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Xi	Xi - Xm	(Xi - Xm)^2	Var(n)	Var(n-1)			
2	-------	-------	-------	-------	-------			
3	7	-7	49	32.8	41			
4	9	-5	25					
5	14	0	0					
6	17	3	9					
7	23	9	81					
8	14							
9	5							
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								

MAIN

20-Aug-90 05:17 PM Num

(Fig. 6)

Los cálculos finales se enfocan a la obtención de las desviaciones típicas, con n en un caso, y n-1 en el otro.

Apuntamos, en F1: ^Desv(n).

En F2, un subrayado: \-.

En F3, la fórmula:

@SQRT(D3)

Matemáticamente, la fórmula en F3 es:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5} (x_i - \overline{x})^2}{5}}$$

En G1, escribimos: ^Desv(n-1).

En G2, otro subrayado: \-.

En G3, la fórmula:

@SQRT(E3)

Esto es:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5} (x_i - \bar{x})^2}{5 - 1}}$$

Por otra parte, anotaremos unos letreros explicativos en la columna B.

En B8: <--- MEDIA; esto explica el contenido de A8.

En B9: <--- TOTAL DE DATOS; así aclaramos lo que hay en A9.

La siguiente hoja ilustra el modelo en su parte final:

```
A1: "Xi                                                               SHEET

 ------A--------B---------C----------D---------E---------F---------G--------H--
1       Xi      Xi - Xm (Xi - Xm)^2  Var(n)   Var(n-1)  Desv(n)  Desv(n-1)
2      ------------------------------------------------------------------------
3        7        -7        49        32.8        41 5.727128 6.403124
4        9        -5        25
5       14         0         0
6       17         3         9
7       23         9        81
8       14 <--- MEDIA
9        5 <--- TOTAL DE DATOS
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
 ---------------------------------------------------------------------------MAIN
20-Aug-90  05:19 PM                                                  Num
```

(Fig. 7)

Ahora estamos listos, una vez revisadas y explicadas las fórmulas estadísticas de la hoja de cálculo, para enfrentar un problema más grande.

En la clase previa (17), trazamos una gráfica de barras y una de sectores, en base a los datos de un estudio sobre "la relación existente entre la evaluación que hace un estudiante de su maestro y el aprovechamiento del estudiante".

Las variables de dicho estudio son:

$x1$ = calificación total en las pruebas,

$x2$ = calificación en el examen final,

x3 = calificación total en el curso (x1 + x2),
x4 = promedio de calificaciones,
x5 = calificación asignada al maestro por sus alumnos (de 1 a 5).

Los resultados se dividieron en dos: curso A y curso B.

El curso A cuenta con 82 alumnos. El B con 65.

Haremos un ejercicio con los 82 alumnos del curso A y con la variable x4.

La primer medida que calcularemos es la media aritmètica.

En una zona no ocupada de la hoja de cálculo, introduciremos los ochenta y dos datos para la variable x4. Por costumbre elegimos las columnas A y B.

En la celda A1, escribimos: 'Dato No.

En A2 ponemos un subrayado: \-.

En A3, usaremos de nuevo las instrucciones para llenar un rango con números:
F10, Range, Fill, el rango es: A3..A9, valor inicial: 1, paso de: 1, y valor final: 82.

Apuntamos el rótulo, en B1: X4 = promedio de calificaciones.

Las celdas B2, C2, D2 y E2 almacenarán subrayados: \-.

Las casillas desde B3 y hasta B84, se emplearán para la captura de los ochenta y dos datos del curso. Esta es, sin duda la parte más laboriosa. Despuès de que tengamos esos datos en la hoja de cálculo estaremos en posibilidad de calcular la media, la varianza, la desviación típica, y otras medidas como moda y mediana.

La columna C la utilizaremos de apoyo para realizar las sumas de los datos, en grupos de diez. Así, en la casilla C12 irá la fórmula:

@SUM(B3..B12)

en C22:

@SUM(B13..B22)

en C32:

@SUM(B23..B32)

continua el proceso hasta C84, donde estará la fórmula:

@SUM(B73..B84)

Los datos capturados se muestran a continuación:

A1: 'Dato no. SHEET

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Dato no. X4 = promedio de calificaciones							
2	--							
3	1	2.6						
4	2	2.2						
5	3	2.5						
6	4	3.5						
7	5	2						
8	6	2.8						
9	7	2.3						
10	8	2.5						
11	9	2						
12	10	2	24.4					
13	11	3.3						
14	12	3.3						
15	13	3.2						
16	14	2.3						
17	15	2						
18	16	2.4						
19	17	2.4						
20	18	2.5						

MAIN

20-Aug-90 05:21 PM Num

A21: 19 SHEET

	A	B	C	D	E	F	G	H
21	19	2						
22	20	2.6	26					
23	21	3.3						
24	22	2.7						
25	23	4						
26	24	2.5						
27	25	2						
28	26	2.8						
29	27	2.7						
30	28	2.2						
31	29	3.2						
32	30	3.5	28.9					
33	31	2						
34	32	2.2						
35	33	2.6						
36	34	2.4						
37	35	3						
38	36	2.7						
39	37	2.4						
40	38	2.6						

MAIN

20-Aug-90 05:22 PM Num

A41: 39 SHEET

	A	B	C	D	E	F	G	H
41	39	3.6						
42	40	3.5	27					
43	41	2						
44	42	3.2						
45	43	2						
46	44	2.7						
47	45	3.4						
48	46	2.9						
49	47	2.7						
50	48	2.9						
51	49	1.6						
52	50	2.6	26.[illegible]					
53	51	3.5						
54	52	2.7						
55	53	3.1						
56	54	2.1						
57	55	2.6						
58	56	2.9						
59	57	3						
60	58	2.8						

MAIN

20-Aug-90 05:25 PM Num

A61: 59 SHEET

	A	B	C	D	E	F	G	H
61	59	2						
62	60	2.8	27.5					
63	61	3.8						
64	62	2.5						
65	63	2.3						
66	64	2.9						
67	65	3.4						
68	66	3						
69	67	2						
70	68	2.2						
71	69	3						
72	70	2	27.1					
73	71	2						
74	72	2.5						
75	73	2.1						
76	74	1.5						
77	75	1.9						
78	76	2.9						
79	77	2						
80	78	2.9						

MAIN

20-Aug-90 05:25 PM Num

```
A81: 79                                                                  SHEET

    ------A---------B---------C---------D---------E---------F---------G---------H------
81        79       2.4
82        80       2.9
83        81         3
84        82       3.6      29.7
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
    -------------------------------------------------------------------------MAIN
20-Aug-90  05:26 PM                                                      Num
```

(Fig. 8)

Añadimos los siguientes rótulos:
en A86: ^MEDIA = ,
en C85: ^Total: .

La fórmula de la celda B86 es:

@AVG(B3..B84)

Aquí se calcula la media de los ochenta y dos datos capturados, correspondientes al promedio de calificaciones de los alumnos.

La fórmula de C86 es: +C12+C22+C32+C42+C52+C62+C72+C84. Aquí se suman los resultados parciales de los datos agrupados de diez en diez. Esto lo hicimos con el fin de facilitar, en un ejercicio de pizarrón, el cálculo de la media a partir de la suma de los datos entre el total de ellos. Al teclear este modelo en la hoja de cálculo, las fórmulas de C12, C22, C32, C42, C52, C62, C72, C84 y C86 son redundantes, pues la fórmula ubicada en B86 ejecuta la media, sin usar los resultados de la columna C.

En las páginas anteriores, hemos calculado la varianza a traves de la fórmula:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

porque es así como la obtiene Symphony. Dijimos que se calcula también con n-1 en el denominador; pero para realizar eso, es necesario construir las diferencias: $x_i - \bar{x}$ y $(x_i - \bar{x})^2$.

En vista de que la muestra contiene una gran cantidad de datos, nos conformaremos con obtener la varianza a partir de la fórmula que suministra Symphony.

Escribimos en la celda A87: ^Var(n) =.

Luego, en B87, colocamos la fórmula:

@VAR(B3..B84).

La desviación típica se calcula mediante:

@STD(B3..B84).

Esta fórmula se ubicará en la casilla B88.

Por último, ponemos un letrero en A88: ^Desv(n) =.

Los resultados de las medidas calculadas se aprecian a continuación:

```
A81: 79                                                          SHEET

-------A---------B---------C---------D---------E---------F---------G---------H------
81          79        2.4
82          80        2.9
83          81          3
84          82        3.6      29.7
85                          Total:
86   MEDIA = 2.645121        216.9
87  Var(n) = 0.293451
88  Desv(n) =0.541711
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
----------------------------------------------------------------------------MAIN
20-Aug-90  05:20 PM                                              Num
```

(Fig. 9)

La mediana se define como el valor medio de un conjunto de datos.

Para calcularla, se ordenan los datos en forma creciente. El dato que quede enmedio, cuando hay un número impar de datos, es la mediana. Si hubiera una cantidad par de datos, se suman los dos datos de enmedio y se divide el resultado entre 2.

Nuestro ejercicio abarca ochenta y dos datos. Se debe ordenarlos de menor a mayor.

El menú de la hoja de cálculo posee la opción Query. Se usa para el manejo de bases de datos. Hasta ahora no hemos experimentado sobre como crearlas ni como modificarlas. Emplearemos esa instrucción sin preocuparnos de la información que nos solicite Symphony.

Una vez escogida Query, en el submenú asociado elegimos Settings. Esta opción permite el manejo de las especificaciones de una base de datos. A continuación, seleccionamos Basic, para indicar los rangos con los que se trabajará. La elección inmediata es Database. Symphony nos pregunta sobre la ubicación de la base de datos. Estos se hallan en las filas 3 hasta 84 de la columna B. Sin embargo, si señalamos que aquellas celdas forman la base de datos (Database), al realizar la ordenación de datos Symphony altera la posición de ellos en la columna B. Lo que se quiere es tener los datos, en esa misma columna, sin modificar su orden.

El problema anterior lo resolveremos por medio de la copia de los datos hacia la columna F.

La celda F1 albergará el letrero: Datos ordenados.

En F2 y G2 ponemos un subrayado: \-.

Por último las casillas desde F3 hasta F84 alojarán los datos de las celdas B3 hasta B84. Recordemos los pasos para realizar una copia:

1. tecla: F10,
2. orden: Copy,
3. rango origen (From): B3..B84,
4. rango destino (To): F3..F84.

Después de esta copia, las primeras 20 filas de la hoja de cálculo muestran esto:

A1: "Dato no. SHEET

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Dato no.	X4 = promedio de calificaciones				Datos ordenados		
2	----------	----------				----------		
3	1	2.6				2.6		
4	2	2.2				2.2		
5	3	2.5				2.5		
6	4	3.5				3.5		
7	5	2				2		
8	6	2.8				2.8		
9	7	2.3				2.3		
10	8	2.5				2.5		
11	9	2				2		
12	10	2	24.4			2		
13	11	3.3				3.3		
14	12	3.3				3.3		
15	13	3.2				3.2		
16	14	2.3				2.3		
17	15	2				2		
18	16	2.4				2.4		
19	17	2.4				2.4		
20	18	2.5				2.5		

MAIN

20-Aug-90 05:29 PM Num

(Fig. 10)

Experimentaremos con el ordenamiento de los datos, en la columna F.

En base a las instrucciones descritas antes, indicamos a Symphony que el rango de base de datos es: F1..F84.

¿Por qué incluimos las dos celdas inmediatamente superiores al rango de datos? Porque Symphony nunca toma en cuenta la primera celda de una base de datos. Esa celda se destina, por lo regular, a un titulo descriptivo de los datos; por ejemplo: apellido. En nuestro ejercicio el titulo "Datos ordenados" describe la información de la columna F (aunque todavia no hayamos ordenado los datos). Así Symphony conoce que en la columna F se encuentran los datos, celdas F1 hasta F84; pero los que interesan se hallan en F3..F84. Continuemos.

Después de la elección de Database, se debe seleccionar Quit con el fin de volver al submenú anterior. Aqui se elige Record-Sort. Esto se refiere a las claves de ordenación[2]. Hay tres alternativas: 1st-Key, 2nd-Key y 3rd-Key. De estas seleccionamos: 1st-Key[3]. Symphony coloca el cursor sobre la casilla F1. No hay problema y por medio de <Enter> aceptamos la primera clave.

Ahora Symphony señala si el orden será: ascendente (A) o descendente (D). El cursor parpadea bajo la A. Presionamos la tecla <Enter> pues estamos de acuerdo con esa forma de ordenación.

Mediante Quit, regresamos al menú principal de Query. Aqui se opta por Record-Sort. De esta forma se procede ya a ordenar los datos; pero Symphony plantea dos alternativas: Unique y All. Unique ordena eliminando los datos duplicados y All ordena sin importar los datos repetidos. Esta ultima opción satisface nuestras necesidades de ordenación.

Transcurren unos cuantos segundos antes de poder ver, en la columna F, los datos ya ordenados.

Estos son los veinte primeros datos ordenados:

---

2 Si se tuvieran: Apellido Paterno, Apellido Materno y Nombre, se puede optar por cualquiera de ellos para ordenar los datos, como clave de ordenacion

3 En el ejemplo previo, las tres caracteristicas de un nombre pueden ser utiles. Si dos personas se apellidan Perez, la segunda clave de ordenacion sera el apellido materno. Si aun hubiera empate, que fueran Perez Reyes ambos, sera necesario ver una tercera clave: el nombre. Asi, podria haber dos personas llamadas: Perez Reyes Julio y Perez Reyes Eduardo. Al ordenarlos por nombre, Perez Reyes Eduardo queda en primer lugar en la lista.

A1: "Dato no. SHEET

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Dato no.	X4 = promedio de calificaciones				Datos ordenados		
2	----------	----------	----------	----------	----------	----------		
3	1	2.6				1.5		
4	2	2.2				1.6		
5	3	2.5				1.9		
6	4	3.5				2		
7	5	2				2		
8	6	2.8				2		
9	7	2.3				2		
10	8	2.5				2		
11	9	2				2		
12	10	2	24.4			2		
13	11	3.3				2		
14	12	3.3				2		
15	13	3.2				2		
16	14	2.7				2		
17	15	2				2		
18	16	2.4				2		
19	17	2.4				2		
20	18	2.5				2.1		

MAIN

20-Aug-90 05:31 PM Num

(Fig. 11)

La mediana se calculará observando los datos que quedaron, luego de la ordenación, en las celdas F43 y F44, que corresponden a las posiciones 41 y 42. Se suman esos números y se dividen entre dos.

En la casilla H1, escribimos: MEDIANA.

En H2, un subrayado: \-.

En H3, una fórmula que hará referencia a la celda donde se obtiene la mediana: $H$43.

Y en H43 irá: +(F3+F4)/2.

Los resultados son:

A1: ^Dato no. SHEET

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Dato no.	X4 = promedio de calificaciones				Datos ordenados		MEDIANA
2								
3	1	2.6				1.5		2.6
4	2	2.2				1.6		
5	3	2.5				1.9		
6	4	3.5				2		
7	5	2				2		
8	6	2.8				2		
9	7	2.3				2		
10	8	2.5				2		
11	9	2				2		
12	10	2	24.4			2		
13	11	3.3				2		
14	12	3.3				2		
15	13	3.2				2		
16	14	2.3				2		
17	15	2				2		
18	16	2.4				2		
19	17	2.4				2		
20	18	2.5				2.1		

MAIN

20-Aug-90 05:33 PM Num

H43: (F43+F44)/2 SHEET

	A	B	C	D	E	F	G	H
41	39	3.6				2.6		
42	40	3.5	27			2.6		
43	41	2				2.6		2.6
44	42	3.5				2.6		
45	43	2				2.6		
46	44	2.7				2.7		
47	45	3.4				2.7		
48	46	2.9				2.7		
49	47	2.7				2.7		
50	48	2.9				2.7		
51	49	1.6				2.7		
52	50	2.6	26.3			2.8		
53	51	3.5				2.8		
54	52	2.7				2.8		
55	53	3.1				2.8		
56	54	2.1				2.9		
57	55	2.6				2.9		
58	56	2.9				2.9		
59	57	3				2.9		
60	58	2.8				2.9		

MAIN

20-Aug-90 05:34 PM Num

La última medida que calcularemos es la moda. Esta se define como el dato que aparece más veces en una muestra.

Obtendremos la moda a través de la observación de los datos directamente en la hoja de cálculo. Es una tarea laboriosa, pero contamos con los datos ordenados en la columna F. Así, para el 4, por ejemplo, bastará con contar las veces que aparece en la lista, anotar en una hoja de papel ese dato, proceder al siguiente en el orden, y después de mirar todos los datos, terminar notando cuál estuvo más veces.

Reproducimos, en las siguientes hojas, las pantallas de la hoja de cálculo en las que se aprecia la lista de los 82 datos ordenados. Se deja como ejercicio, para los alumnos, calcular la moda. Debe llegarse a que es: 2. Así el promedio de calificaciones que obtenida por el mayor número de alumnos es 2.

A1: "Dato no. SHEET

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Dato no.	X4 = promedio de calificaciones				Datos ordenados		MEDIANA
2	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------
3	1	2.6				1.5		2.6
4	2	2.2				1.6		
5	3	2.5				1.9		
6	4	3.5				2		
7	5	2				2		
8	6	2.8				2		
9	7	2.3				2		
10	8	2.5				2		
11	9	2				2		
12	10	2	24.4			2		
13	11	3.3				2		
14	12	3.3				2		
15	13	3.2				2		
16	14	2.3				2		
17	15	2				2		
18	16	2.4				2		
19	17	2.4				2		
20	18	2.5				2.1		

MAIN

20-Aug-90 05:37 PM Num

A21: 19 SHEET

	A	B	C	D	E	F	G	H
21	19	2				2.1		
22	20	2.6	26			2.2		
23	21	3.3				2.2		
24	22	2.7				2.2		
25	23	4				2.2		
26	24	2.5				2.3		
27	25	2				2.3		
28	26	2.8				2.3		
29	27	2.7				2.4		
30	28	2.2				2.4		
31	29	3.2				2.4		
32	30	3.5	28.9			2.4		
33	31	2				2.4		
34	32	2.2				2.5		
35	33	2.6				2.5		
36	34	2.4				2.5		
37	35	3				2.5		
38	36	2.7				2.5		
39	37	2.4				2.5		
40	38	2.6				2.6		

MAIN

20-Aug-90 05:38 PM Num

A41: 39 SHEET

	A	B	C	D	E	F	G	H
41	39	3.6				2.6		
42	40	3.5	27			2.6		
43	41	2				2.6		2.6
44	42	3.5				2.6		
45	43	2				2.6		
46	44	2.7				2.7		
47	45	3.4				2.7		
48	46	2.9				2.7		
49	47	2.7				2.7		
50	48	2.9				2.7		
51	49	1.6				2.7		
52	50	2.6	26.3			2.8		
53	51	3.5				2.8		
54	52	2.7				2.8		
55	53	3.1				2.8		
56	54	2.1				2.9		
57	55	2.6				2.9		
58	56	2.9				2.9		
59	57	3				2.9		
60	58	2.8				2.9		

MAIN

20-Aug-90 05:39 PM Num

A61: 59 SHEET

	A	B	C	D	E	F	G	H
61	59	2				2.9		
62	60	2.8	27.5			2.9		
63	61	3.8				3		
64	62	2.5				3		
65	63	2.3				3		
66	64	2.9				3		
67	65	3.4				3		
68	66	3				3.1		
69	67	2				3.2		
70	68	2.2				3.2		
71	69	3				3.3		
72	70	2	27.1			3.3		
73	71	2				3.3		
74	72	2.5				3.4		
75	73	2.1				3.4		
76	74	1.5				3.5		
77	75	1.9				3.5		
78	76	2.9				3.5		
79	77	2				3.5		
80	78	2.9				3.5		

MAIN

20-Aug-90 05:41 PM Num

A81: 79 SHEET

	A	B	C	D	E	F	G	H
81	79	2.4				3.6		
82	80	2.9				3.6		
83	81	3				3.8		
84	82	3.6	29.7			4		
85			Total:					
86	MEDIA = 2.645121		216.9					
87	Var(n) = 0.293451							
88	Desv(n) =0.541711							
89								
90								
91								
92								
93								
94								
95								
96								
97								
98								
99								
100								

MAIN

20-Aug-90 05:43 PM Num

Con los 82 datos podemos construir un histograma.

El dato menor es: 1.5, y el mayor es: 4.

Dividiremos el rango: 4 - 1.5 = 2.5, en seis intervalos de longitud 0.5 cada uno, iniciando en 1.

Los resultados son:

clase	intervalo de clase	frecuencia
1	1.0 - 1.5	1
2	1.6 - 2.1	18
3	2.2 - 2.7	30
4	2.8 - 3.3	22
5	3.4 - 3.9	10
6	4.0 - 4.5	1

La frecuencia se obtiene al contar los datos de la muestra que caen en cada uno de los intervalos de clase.

Emplearemos las columnas J, K y L de la hoja de cálculo, para anotar la información de aquella tabla.

Apuntamos en J1: ^clase.

Luego, en J2 un subrayado: \-.

Las celdas J3, J4, J5, J6, J7 y J8 se utilizan para los letreros: ^1, ^2, ^3, ^4, ^5 y ^6, respectivamente.

Ahora, en K1, ponemos el rótulo: intervalo de clase.

Para no traslapar el contenido de K1 con L1, se amplia la columna K a 20 espacios. No hace falta repetir el procedimiento respectivo.

Otro subrayado va en K2: \-.

K3 aloja el letrero: ^1-1.5.

K4: ^1.6-2.1.

K5: ^2.2-2.7.

K6: ^2.8-3.3.

K7: ^3.4-3.9.

K8: ^4.0-4.5.

Pasemos a la columna L.

Escribimos en L1: frecuencia.

En L2 y M2, subrayados: \-.

En las casillas L3, L4, L5, L6, L7 y L8, colocamos los números: 1, 18, 30, 22, 10 y 1, respectivamente.

La información tecleada se ve así:

J1: ^clase SHEET

	J	K	L	M	N	O	P
1	clase	intervalo de clase	frecuencia				
2	----------	----------	----------				
3	1	1-1.5	1				
4	2	1.6-2.1	18				
5	3	2.2-2.7	30				
6	4	2.8-3.3	22				
7	5	3.4-3.9	10				
8	6	4.0-4.5	1				
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							

MAIN

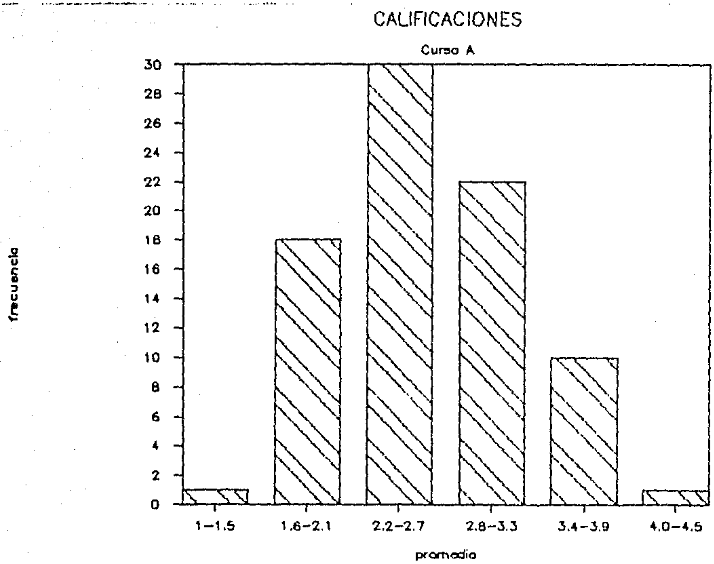
20-Aug-90 05:46 PM Num

(Fig. 15)

Durante la clase 17, estudiamos la forma de construir un histograma (gráfica de barras) en Symphony. No repetiremos, en este momento, los pasos para trazar un histograma. Nos concretaremos a mencionar las caracteristicas básicas de la gráfica que ahora deseamos dibujar:

tipo (type): Bar,
rango x (range, x): K3..K8,
rango a (range, a): L3..L8,
primer titulo (titles, first): CALIFICACIONES,
segundo titulo (titles, second): Curso A,
titulo del eje x (titles, x-axis): promedio,
titulo del eje y (titles, y-axis): frecuencia.

Observemos la gráfica diseñada:



(Fig. 16)

Quedan todavía muchos temas por tratar en estadística, con la hoja de cálculo y el graficador. Hemos visto apenas una muestra de la gran cantidad de aplicaciones que pueden darse a las hojas de cálculo; si bien hay paquetes estadísticos como SPSS o Number Cruncher, dedicados exclusivamente a resolver problemas estadísticos, el Symphony, o cualquier hoja de cálculo, puede ayudar a los alumnos de bachillerato, en el aprendizaje de estadística descriptiva, a comprender algunos temas de las matemáticas que quedan poco claros en el salón de clases.

Por último, recomendamos a profesores y alumnos que trabajen más con el ejercicio desarrollado en esta clase. Los modelos propuestos son susceptibles de modificación.

Es todo.

Clase No. 19.
Estadística II: Regresión y Correlación Lineal.

Objetivos. Terminar con la construcción de gráficas y el uso de la hoja de cálculo en las materias del área de matemáticas.
Mostrar un ejemplo sobre correlación y regresión.
Explicar algunos conceptos de regresión y correlación.

Un tema interesante de la estadística, en el cual podemos utilizar la hoja de cálculo, es la regresión lineal. En este tema, se trata de ajustar una recta a un conjunto de puntos en el plano, con el objetivo de hacer estimaciones de la variable y, llamada variable dependiente, a partir de la variable x, llamada variable independiente, a través de la ecuación de una recta de la forma:

$$y = a + b\,x$$

La ordenada al origen a, y la pendiente b, se calculan mediante el método de mínimos cuadrados[1]. No entraremos en detalles sobre ese método. Los alumnos pueden consultar cualquier libro de estadística para profundizar en el tema.

Centraremos nuestro interés en explorar el uso de la hoja de cálculo en estadística.

Los coeficientes a y b, en el método de mínimos cuadrados, se definen así:

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \qquad b = \frac{n\sum xy - \left(\sum x\right)\left(\sum y\right)}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2}$$

Ya hemos trabajado con sumas en otras clases y en prácticas de laboratorio. Hemos utilizado la función @SUM.

Para calcular b, se requiere efectuar cuatro sumas:

$$\sum xy, \quad \sum x, \quad \sum y, \quad \sum x^2$$

Con el fin de que las ideas sobre regresión y correlación (que se explicarán más adelante) queden claras, veamos un ejercicio[2]:

> "La tabla 8-3 muestra las respectivas estaturas x,y de una muestra de 12 padres y sus hijos mayores. (a) Construir un diagrama de dispersión. (b) Hallar la recta de regresión de mínimos cuadrados de y sobre x. [...]

[1] Spiegel, Murray S., Probabilidad y Estadística, Mexico, McGraw-Hill, 1984, pags. 259-260.

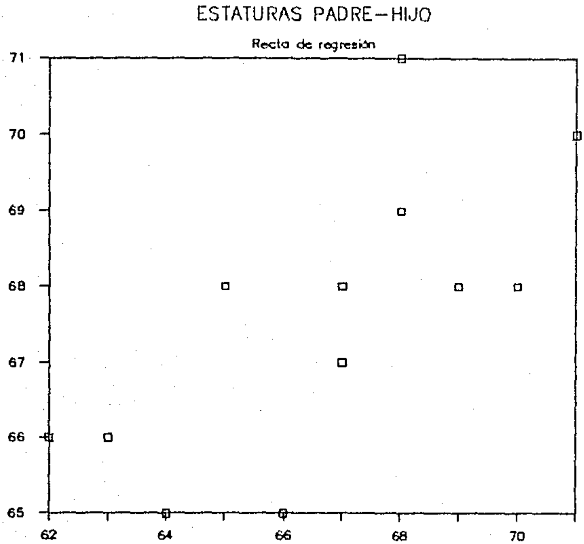
[2] Ibid., pag. 273.

Tabla 8-3

Estatura x del padre (pulgadas)	65 63 67 64 68 62 70 66 68 67 69 71
Estatura y del hijo (pulgadas)	68 66 68 65 69 66 68 65 71 67 68 70

Se tienen doce estaturas de padres y doce de hijos.
Sea x_i, $i = 1, 2, \ldots, 12$, la estatura del i-ésimo padre,
y sea y_i, $i = 1, 2, \ldots, 12$, la estatura del i-ésimo hijo.

Graficamos cada x_i con su correspondiente y_i, en el plano cartesiano. Es posible hacerlo en una hoja de papel, o través del graficador del paquete con el que hemos trabajado: Symphony. Omitimos los detalles sobre el procedimiento de graficación y únicamente mostramos el dibujo de esos puntos:



(Fig. 1)

A la gráfica de este conjunto de puntos se le llama, en estadística: diagrama de dispersión. A partir de la observación del dibujo puede deducirse si la relación entre la variable independiente y la variable dependiente es lineal o no.

Construiremos ahora, la recta de mínimos cuadrados de los datos que proporciona el ejemplo anterior. Emplearemos las fórmulas ya conocidas para calcular los coeficientes a y b.

Necesitamos solamente de una hoja de papel y una calculadora. Si no tienen calculadora a la mano, pueden realizar las operaciones sin ella, pues los cálculos no son difíciles.

Arreglamos los datos en dos columnas:

X	Y
65	68
63	66
67	68
64	65
68	69
62	66
70	68
66	65
68	71
67	67
69	68
71	70

Para obtener b, se requiere calcular $\sum xy$.

En una tercera columna escribiremos el producto de x_i con y_i, para i = 1, 2, ..., 12.

El primer producto es: $x_1 y_1 = 4420$.

Los otros resultados son:

x	y	xy
65	68	4420
63	66	4158
67	68	4556
64	65	4160
68	69	4692
62	66	4092
70	68	4760
66	65	4290
68	71	4828
67	67	4489
69	68	4692
71	70	4970

Con ayuda de una calculadora, llegamos a que $\sum xy = 54107$.

El siguiente sumando, en el numerador de la fórmula para b. es: $(\sum x)(\sum y)$.

¿Cuál es el total de sumar todas las x_i?

$$\sum x = 800$$

¿y al sumar las y_i?

$$\sum y = 811.$$

Falta un término del denominador: $\sum x^2$.

Construiremos una cuarta columna para x^2:

x	y	xy	x^2
65	68	4420	4225
63	66	4158	3969
67	68	4556	4489
64	65	4160	4096
68	69	4692	4624
62	66	4092	3844
70	68	4760	4900
66	65	4290	4356
68	71	4828	4624
67	67	4489	4489
69	68	4692	4761
71	70	4970	5041

¿Cuánto da $\sum x^2$? 53418.

Ahora, debemos saber el resultado de $(\sum x)^2$. Ya conocemos que $\sum x = 800$; en consecuencia:

$(\sum x)^2 = 640000$.

Un último dato es $n = 12$.

Juntamos todos los números anteriores para obtener el coeficiente b:

$$b = \frac{12\ (54107) - (800)\ (811)}{12\ (53418) - 640000}$$

El resultado aproximado, con auxilio de la calculadora, o a mano, para b es: 0.476.

Recordemos que a se obtiene mediante la fórmula:

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$\bar{y}$ es el promedio de las y_i, esto es:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$$

Calculamos antes $\sum y$; así:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{811}{12} = 67.583$$

y también podemos deducir $\bar{x}$:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{800}{12} = 66.666$$

Al sustituir $\bar{y}$, $\bar{x}$ y b, en la ecuación para a, tenemos:

$$a = 67.58 - (0.476)(66.666)$$

a es, aproximadamente: 35.82.

La ecuación de la recta de regresión de las estaturas de los padres respecto a sus hijos, es:

$$y = 35.82 + 0.476\ x$$

Es natural que, en este momento, queramos trazar la gráfica de y, con la intención de ver si la recta se ajusta a los datos originales del problema.

La forma de construir una recta, dada su ecuación, la conocemos de matematicas de la secundaria. Además, hemos tenido ya oportunidad, en clases anteriores de este curso, de estudiar las indicaciones para dibujar una recta.

En nuestro ejercicio, a cada una de las x_i, i = 1, 2, ..., 12, la multiplicamos por 0.476 (el término b) y le sumamos 35.82 (el término b), para conocer cada una de las y_i, i = 1, 2, ..., 12. A estas y_i, calculadas a partir de la ecuación de la recta de regresión, se les llama en estadística: y estimada. En otras palabras, es una y totalmente diferente (aunque podría coincidir) de la y suministrada por los datos del problema original. El método de mínimos cuadrados trata de ajustar la mejor recta haciendo que los errores sean mínimos.

Diseñaremos una tabla de valores de x y de y estimada. La notación para y estimada es $\hat{y}$.

La tabla puede hacerse en una hoja de papel, con auxilio de una calculadora, o mediante el apoyo de la hoja de cálculo. Por ahora, usaremos una hoja de papel.

Iniciémos con la colocación, en una columna, de los datos x citados en hojas anteriores:

x
65
63
67
64
68
62
70
66
68
67
69
71

Estimaremos las y's. Hagan las operaciones en su cuaderno.

La primera pareja es: $x_1 = 65$, $\hat{y}_1 = 66.789$.

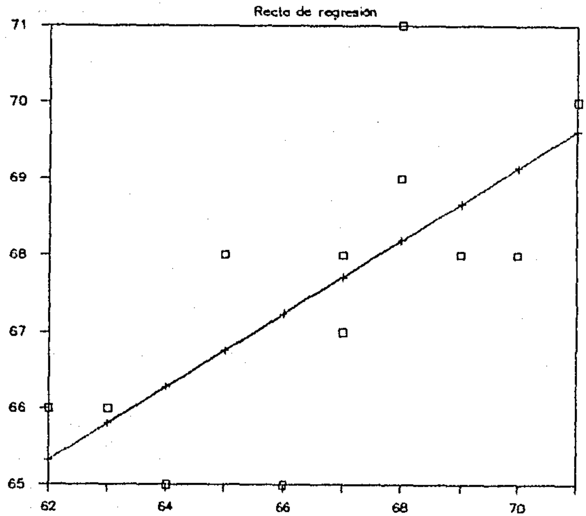
Las restantes parejas quedan en la siguiente tabla:

x	$\hat{y}$
65	66.760
63	65.808
67	67.712
64	66.284
68	68.188
62	65.332
70	69.140
66	67.236
68	68.188
67	67.712
69	68.664
71	69.616

En el mismo sistema coordenado en el que trazaron la gráfica del diagrama de dispersión, dibujen ahora la recta de regresión.

Ahora, se muestra el dibujo de esa recta trazada a través del graficador de Symphony:

ESTATURAS PADRE–HIJO



(Fig. 2)

La recta de regresión sirve para hacer predicciones. Por ejemplo, si alguien pregunta: ¿cuál es la estatura de un hijo cuyo padre mide 61 pulgadas de alto? Respondemos a esta cuestión por medio de la sustitución del número 61 en x, y calculamos la y correspondiente:

$$y = 35.82 + 0.476\ (61)$$
$$y = 64.856$$

Diremos que es de esperarse, de acuerdo con la recta de regresión, una estatura de 64.856 de un hijo cuyo padre mide 61 pulgadas.

Otro tema relacionado con la regresión es el de la Correlación Lineal[3]:

"Algunas veces es deseable tener un indicador del

[3] Mendenhall, William, Introduccion a la Probabilidad y a la Estadistica, Wadsworth International Iberoamerica, EU, 1982, pags. 368-369.
Spiegel, Murray S., op. cit., pag. 263.

grado de intensidad o fuerza de la relación lineal entre dos variables y y x, que sea independiente de sus respectivas escalas de medición. A esto lo llamaremos coeficiente de correlación lineal entre y y x.
La medida de correlación lineal comúnmente usada en estadística se llama <u>coeficiente de correlacion del momento producto de Pearson</u>"

Se demuestra en estadística que el coeficiente de correlación lineal r está entre -1 y 1:

$$-1 \leq r \leq 1$$

Si $r = -1$ o $r = 1$ se tiene correlación lineal perfecta.

Hay formas, equivalentes entre sí, de calcular r. La que utilizaremos es esta:

$$r = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2][n \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

Casi todos los números involucrados en el cálculo de r han sido ya calculados por nosotros. Si observamos con cuidado la fórmula de r notamos que hace falta obtener:

$$\sum y^2$$

Volvamos a apuntar los datos y, en una columna, y calculemos y_i^2, para i = 1, 2, ..., 12:

y	y^2
68	4624
66	4356
68	4624
65	4225
69	4761
66	4356
68	4624
65	4225
71	5041
67	4489
68	4624
70	4900

¿Cuánto da el total de $\sum y^2$? : 54849.

Sustituimos los resultados de todas las sumas, y n, en la fórmula para el coeficiente de correlación lineal. Llegamos a:

$$r = \frac{12\ (54107) - (800)(811)}{\sqrt{\left[\ 12\ (53418) - (800)^2\ \right]\left[\ 12\ (54849) - (811)^2\ \right]}}$$

Con ayuda de una calculadora, o si prefieren hacerlo a mano, calculen el valor de r.

r es: 0.7026.

¿Qué podemos decir de r?

¿r es cercano a 1?

Podemos concluir que, la recta aproxima bien a los datos, pero la correlación lineal no es perfecta. Esto es difícil lograrlo. No olvidemos que el método de mínimos cuadrados aproxima un conjunto de puntos en el plano por una recta o una curva, logrando que los errores sean mínimos; pero si de antemano notamos que los datos quedan todos sobre una recta, no tiene caso calcular la recta de regresión. Simplemente tomaríamos dos puntos y construiríamos la recta, de la misma forma que en geometría analítica.

Concluiremos esta clase con un repaso de las ideas vistas.

En base a una tabla de datos de estaturas de padres e hijos, dibujamos un diagrama de dispersión. Luego, calculamos los coeficientes de la recta de regresión y de ahí, construimos la recta. Después la graficamos y observamos si había una buena aproximación al conjunto de puntos. Por último, calculamos el coeficiente de correlación lineal con el objeto de deducir si la relación, entre las estaturas padre-hijo, era lineal. Hemos trabajado con un ejemplo sencillo (doce parejas de datos). Hemos procedido así porque, en el salón de clases, no contamos con el tiempo suficiente, ni con la ayuda de una microcomputadora, para trabajar con muchos datos. Sin embargo, la práctica no. 11 se dedica a desarrollar un ejercicio en base al estudio de las calificaciones en dos grupos de alumnos (consultar clase 18). Se emplea el grupo B de ese estudio. Hay 65 alumnos. Se comparan:

x_4 = promedio de calificaciones, y

x_5 = calificación asignada al maestro por sus alumnos.

La tarea de esta clase consiste en la busqueda de otros ejercicios, en libros de estadística, de los temas de regresión y correlación.

Es todo.

Clase No. 20.
Uso del programa PrintGraph.

Objetivos. Explicar el uso del programa PrintGraph.
Concluir el estudio del ambiente Graph de Symphony.

Durante las clases 8 a 19, hemos trabajado con la hoja de cálculo y el graficador de Symphony. Hemos seguido estos pasos: primero, se introducían los datos en una o varias columnas de la hoja de cálculo; luego, mediante las instrucciones del submenú Graph, se indicaban todas las características que se requieren para ver una gráfica a partir de los datos de la hoja de cálculo.

A lo largo de las prácticas 5 a 11, se construyeron y guardaron en disco, gráficas para imprimirse a través del programa PrintGraph. La práctica 12 se enfoca al propósito de explicar la impresión de gráficas.

El PrintGraph es un disco independiente del disco del programa de Symphony (el program disk). Se entra al PrintGraph por medio de dos opciones:

a) Teclear, con el disco del programa Symphony en la unidad A: access (o ACCESS). Enseguida surge un menú en el cual se aprecia, entre otras alternativas, Printgraph. Se lleva el cursor hasta esa opción y se presiona la tecla <Enter>. Normalmente, hemos trabajado con dos unidades de disco. Así que, se nos solicitara el cambio del disco Symphony por el de PrintGraph en la unidad de discos A. Hecho lo anterior, se oprime la tecla <Enter> para arrancar el programa PrintGraph.

b) A partir del indicador A>, insertar el disco Printgraph en la unidad A, teclear pgraph (o PGRAPH), presionar <Enter> y esperar a que el programa muestre el menú principal.

El menú inicial de Printgraph lo constituyen seis elecciones:

Image-Select Settings Go Align Page Exit

Extraemos del Manual del Usuario de Symphony la descripción de cada una de aquellas alternativas[1]:

" Mandatos PrintGraph.

Mandato Image-Select.

Este mandato le permite especificar cuáles de los ficheros de gráficos (.PIC) se van a imprimir.

Mandato Settings.

Este mandato le permite introducir o modificar detalles en la hoja de especificaciones del programa PrintGraph.

Mandato Go.

---

1 Symphony, Manual del Usuario, op. cit., pags. 5-16 a 5-21.

Indica al programa PrintGraph que comience a imprimir el (los) gráfico(s) seleccionado(s). (Pulse BREAK para detener la impresión de un gráfico).

Mandato Align.

Si ha ajustado la posición del papel en la impresora desde el comienzo de la sesión de PrintGraph, utilice el mandato Align para indicar al programa PrintGraph que la posición actual del papel coincide con la parte superior de la página.

Mandato Page.

Avanza el papel en la impresora o plotter hasta la parte superior de la página siguiente.

Mandato Exit.

Termina la sesión de PrintGraph y le devuelve al programa en el cual se inició el programa PrintGraph".

De este conjunto de selecciones, dos son las que interesa describir: Settings e Image-Select.

Antes de adentrarnos a la explicación de esas dos opciones, veámos el menú en árbol de PrintGraph:

Image-Select

Settings
- Image
- Hardware
- Action
- Save
- Reset
- Quit

Go

Align

Page

Exit

Desglosamos las opciones de Settings:

- Image
  - Size
  - Font
  - Range-Colors
  - Quit
- Hardware
  - Graphs-Directory
  - Fonts-Directory
  - Interface
    - 1
    - 2
    - 3
    - 4
    - 5
    - 6
    - 7
    - 8
  - Printer
  - Size-Paper
  - Quit
- Action
  - Pause
  - Eject
  - Quit
- Save
- Reset
- Quit

Desglosamos ahora la opción Image:

- Size
  - Full
  - Half
  - Manual
    - Top
    - Left
    - Width
    - Height
    - Rotation
    - Quit
  - Quit
- Font
  - 1
  - 2
- Range-Colors
  - X
  - A
  - B
  - C
  - D
  - E
  - F
  - Quit

De todas las especificaciones que aparecen en el arbol sólo nos interesa explicar algunas de ellas, pues no serA conveniente modificarlas en cada sesión de trabajo con Printgraph. Este programa muestra una hoja de especificaciones cuando es usado por primera vez. La hoja que se aprecia al iniciar el programa, en los discos que ustedes recibieron al inicio del curso, ya ha sido alterada en algunas instrucciones. Se ha puesto como directorio de gráficas: b:\. Esto es así porque, como norma hemos dicho que, el disco de archivos de trabajo estará colocado siempre en la unidad B; mientras que los discos de programas, o de paquetes, o de compiladores, se hallaran siempre en la unidad A.

Reproducimos la hoja de especificaciones de Printgraph de nuestros discos:

```
Copyright 1985 Lotus Development Corp.  All Rights Reserved.  V1.1          MENU
--------------------------------------------------------------------------------
Specify colors, fonts and size
Image  Hardware  Action  Save  Reset  Quit
================================================================================
  GRAPH       IMAGE OPTIONS                         HARDWARE SETUP
  IMAGES      Size                 Range Colors      Graphs Directory:
  SELECTED     Top          .395   X Black             B:\
               Left         .750   A Black           Fonts Directory:
               Width       6.500   B Black             A:\
               Height      4.691   C Black           Interface:
               Rotate       .000   D Black             Parallel 1
                                   E Black           Printer Type:
              Font                 F Black             IBM Graphics/hi
               1  BLOCK1                             Paper Size
               2  BLOCK1                               Width      8.500
                                                       Length    11.000

                                                    ACTION OPTIONS
                                                     Pause: Yes  Eject: No



                                                            NUM
```

(Fig. 1)

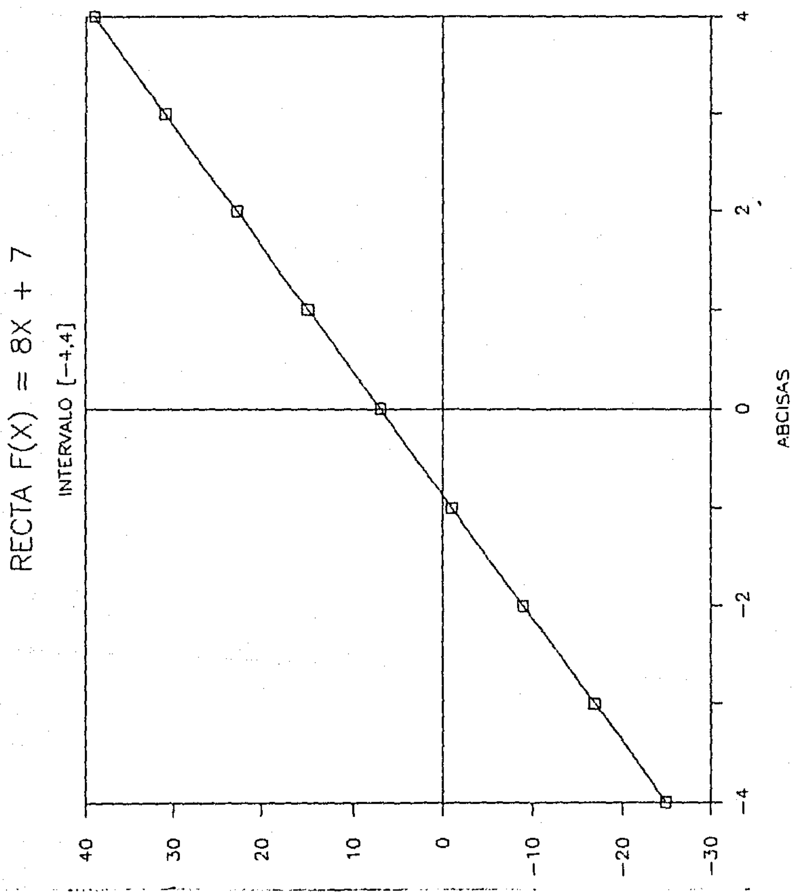
La primera opción del menú Settings es: Image. Esta controla el aspecto del gráfico, es decir, la presentación que tendrá al finalizar la impresión. El submenú de Image lo forman:

Size   Font   Range-Colors   Quit

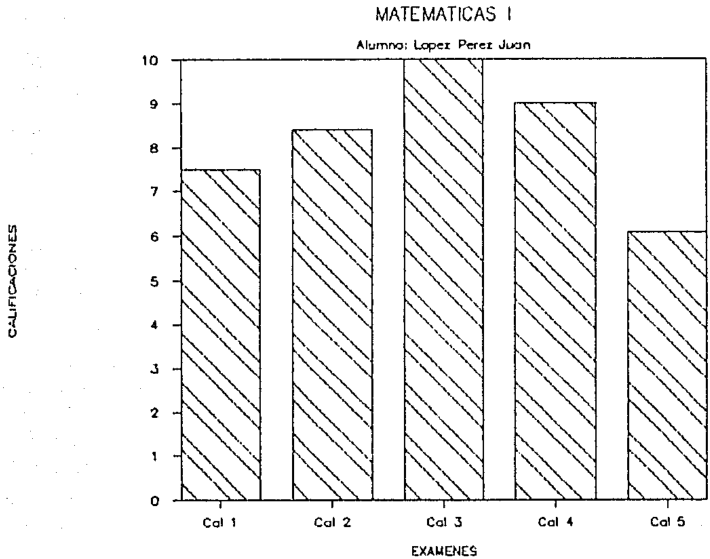
Size, a la vez, contiene:

Full   Half   Manual   Quit

Si elegimos Full, la gráfica se imprimirá a lo largo de la hoja, con el eje x ubicado ahí, y el eje y en la parte más ancha del papel. Este es un ejemplo:



Si se opta por Half, el eje x quedará a lo ancho de la hoja, mientras que el eje y se situará a lo largo del papel. Otro ejemplo:



(Fig. 3)

Por omisión el tamaño es Half.

Al observar las dos gráficas anteriores, notaremos que el dibujo de tamaño completo (Full) es más atractiva que la de tamaño medio (Half). El primer tamaño fue elegido para la impresión de nuestras gráficas en la práctica 12.

La elección de Manual, en el mismo submenú Size, permite dar los márgenes izquierdo, derecho, arriba y abajo, establecer la anchura y longitud de la página, y la rotación (en grados) de impresión de la gráfica. No nos preocuparemos de alterar el tamaño de la página, ni de los márgenes.

Por otra parte, Font se utiliza para seleccionar los distintos tipos de letra de los titulos de la gráfica. Hay las alternativas: 1 y 2. 1 se emplea para la primera línea del titulo. 2 tiene aplicación en los otros titulos, los números en los ejes, los letreros que se hayan puesto a la

gráfica, etc. A continuación, una lista de los tipos de letra:
Block 1, Block 2, Bold, Forum, Italic 1, Italic 2, Lotus, Roman 1, Roman 2, Script 1, Script 2.

El tipo de letra que se eligió para imprimir nuestras gráficas es: Block 2.

La última opción de Image es Range-Colors. Mediante ella, se asignan colores a los diferentes rangos de la gráfica. Esto, desde luego, si se cuenta con un plotter. Pero en una impresora común, en blanco y negro, Printgraph asigna distintos tipos de rayado a cada barra, en los histogramas, y a cada sector, en las gráficas de pastel. Tampoco modificaremos estas características en nuestro disquete.

La opción que viene después, en el submenú Settings, es Hardware. Dentro de este nuevo submenú hallamos, en primer lugar: Graphs-Directory (el directorio de gráficas). Por medio de esta selección instruímos a PrintGraph sobre el sitio en el cual debe buscar las gráficas a imprimirse. Líneas arriba mencionamos que el disco de trabajo, en el que hay gráficas, debe hallarse en la unidad de discos B.

La segunda opción, de Hardware, es Fonts-Directory (o directorio de tipos de letra). Por omisión es A:\. No tenemos intención de cambiar eso, puesto que en la unidad A, se coloca el disco Printgraph que contiene esos tipos de letra. Asimismo, las opciones Interface y Size-Paper (tamaño del papel) las dejamos sin alteración.

Printer se definió al preparar, por medio de Install, el programa Symphony. Ahí se establecieron dos tipos de impresoras:
IBM Graphics Printer-Low density, e
IBM Graphics Printer-High density.

Queremos lograr gráficas de buena calidad. Por esta razón, elegimos IBM Graphics Printer-High density, mediante la flecha de movimiento del cursor hacia abajo, luego presionamos la barra espaciadora y terminamos con la tecla <Enter>.

Dentro del submenú Settings, encontramos: Action. Esta controla lo que debe hacerse entre la impresión de una gráfica y la siguiente. Las elecciones posibles son:

Pause Eject

Veámos una descripción de ellas[2]:

"Pause. Controla si PrintGraph se detiene después de imprimir cada gráfico antes de empezar a imprimir el siguiente (por ejemplo para permitirle cambiar el papel o las plumas de un plotter). Pulse la barra de

[2] Manual del Usuario, op. cit., pag. 5-20.

espacios para continuar cunado este preparado.

Eject. Controla si PrintGraph avanza el papel automáticamente hasta la página siguiente después de imprimir un gráfico".

Nos decidimos por Eject, porque queremos tener impresa una gráfica por hoja de papel.

Luego de Action, vienen Save y Reset. Anotamos una descripción de ambas[3]:

"Save. Almacena las especificaciones del programa Printgraph en el fichero PGRAPH.CNF.

Reset. Lee las especificaciones del fichero PGRAPH.CNF. Utilice Reset si modifica las especificaciones durante la sesion actual y luego desea devolver los valores de las especificaciones iniciales".

Con Save, según la descripción anterior, guardamos en el disco de Printgraph los cambios que hemos hecho. Así, en una sesión posterior, cuando queramos imprimir gráficas sólo necesitaremos seleccionarlas, por medio de Image-Select, y después usar las instrucciones Align y Go, con el fin de obtener las impresiones de las gráficas. Pero si en una sesion posterior se desea modificar las especificaciones de impresión, se puede hacer sin almacenarlas en disco, y mediante Reset restablecer las especificaciones iniciales.

Concluimos esta clase mostrando un ejemplo sobre el empleo de la instrucción Image-Select en la impresion de gráficas[4]:

"Ejemplo

El disco de datos contiene los ficheros .PIC siguientes: GASTOS, INGRESOS, MENSUAL y ANUAL.

Primero se desea imprimir MENSUAL, y después, GASTOS.

Se ilumina MENSUAL, pulsa un espacio, ilumina GASTOS, y pulsa otro espacio.

El simbolo # aparece junto a MENSUAL y GASTOS:

PIC	FECHA	HORA	TAMAÑO
#GASTOS	03-11-85	15:02	8832
INGRESOS	26-11-85	15:40	15488
#MENSUAL	26-11-85	14:20	13568
ANUAL	10-12-85	14:23	33289

[3] Ibid.

[4] Symphony, Manual de Referencia, pag. 422.

Se pulsa RC [<Enter>]. MENSUAL y GASTOS estan listados debajo de Graficos Imagenes Seleccionado [Graph Images Selected] en el mismo orden que aquel en el que se seleccionaron.
Printgraph imprime ambos al seleccionar Imprimir [Go]".

En la practica no. 12, los alumnos tendran oportunidad de experimentar todas las instrucciones que han sido mencionadas en esta clase. Se imprimiran todas las graficas hechas en las practicas 5 a 11.

Esta sesión cierra el estudio del paquete Symphony. Las próximas doce clases se dedicaran a dos paquetes totalmente matemáticos: muMATH y Derive.

Es todo.

Práctica No. 1
"Introducción a la Hoja de Cálculo".

Objetivos. Esta práctica introduce al alumno al manejo del Symphony, permitiendóle identificarse con el paquete desde la puesta en operación del mismo, hasta el final de una sesión.
Conocerá el uso de algunas de las teclas para mover el cursor a través de la hoja.

I. Encendido de la microcomputadora.

1. Introduce el disquete etiquetado "MS-DOS" en la unidad A (la que está en la parte supérior). Baja la palanca de seguridad de la unidad.
2. Enciende la máquina (en la parte posterior) y el monitor en la parte delantera).
3. Espera a que la pantalla indique la fecha. Si está correcta, presiona la tecla <Enter>. Si no lo está, tecleála de acuerdo con el formato: mes-día-año (con dos dígitos cada uno), y presiona la tecla <Enter>.
4. Ahora la pantalla muestra la hora. Si está correcta, presiona la tecla (enter). Si no lo está, tecléala de acuerdo con el formato: horas:minutos:segundos (con dos dígitos cada uno), y presiona la tecla <Enter>.
5. Espera que el cursor A>_ se vea en la pantalla.

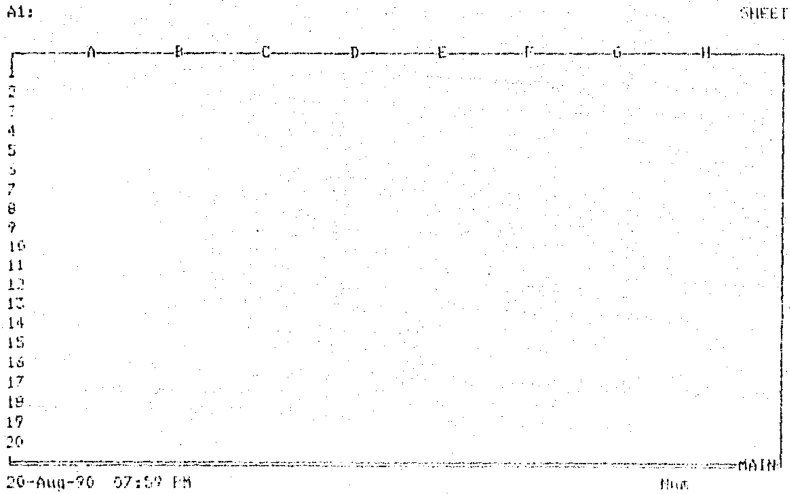
II. Inicio de la sesión en Symphony.

6. Retira el disquete del "MS-DOS" de la unidad A.
7. Introduce el disquete número 1 de Symphony, etiquetado como "Symphony Program Disk". Cierra la unidad.
8. Teclea SYMPHONY (no importa si es con mayúsculas o minúsculas) y a continuación presiona la tecla <Enter>.
9. Después de unos segundos, observa la pantalla con el Copy Right (Derechos de Copia) de la compañía Lotus, y una descripción general del paquete:

```
                    S Y M P H O N Y

                    Copyright 1985
             Lotus Development Corporation
                  All Rights Reserved
               (serial number not found)
                     Release 1.1

   To make the following Symphony features available, replace the
Program Disk with the Help and Tutorial Disk.  Press [RETURN] to begin.

         * On-Line Help Facility           (SYMPHONY.HLP)
         * Symphony Electronic Tutorial (TUTORIAL.APP)
         * Add-in Applications                    (.APP)
         * Stored Communications Settings         (.CCF)
         * Automatically-Loaded Worksheet         (.WR1)
```

(Fig. 1)

10. **Presiona la tecla (enter).**
11. **A continuación observa la hoja de cálculo que se ve en la pantalla:**



(Fig. 2)

Hay un rectángulo en color verde en la celda A1. No se ha escrito nada en la hoja de cálculo. Antes de introducir cualquier dato, observarás algunos movimientos del cursor a través de la hoja.

III. Movimiento del cursor

Antes de pasar al paso 12, asegúrate de que el indicador NUMLOCK no aparece en la parte inferior de la pantalla.

12. Presiona la tecla marcada con flecha a la derecha (→) (ésta se encuentra en la parte derecha del teclado con el número 6 arriba) una vez. ¿Qué notas en la esquina superior izquierda de la pantalla?

    ____

    ____

    ¿A qué celda llegó el cursor?

    ____

13. Presiona la tecla de flecha abajo (↓) (tiene el número 2 arriba) cinco veces.

¿En cuál celda se encuentra el cursor?__________

14. Ahora veamos dos movimientos más del cursor. Presiona la tecla de flecha izquierda (←) (el número 4 está arriba, en la misma tecla)
¿Qué celda es? __________
15. Presiona una vez más esa tecla.
¿Qué oiste? __________
16. Usa la flecha de movimiento hacia arriba (↑) (ubicada abajo del número 8)
¿Dónde está el cursor?__________
17. La tecla <Home> tiene un uso especial (el número 7 está arriba, en la misma tecla). Presiónala.
¿A qué celda llegó el cursor?__________
18. Otra tecla también útil es <Pg Dn> (está acompañada del número 3). Presiona esa tecla.
¿En cuál celda está el cursor? __________
La pantalla se ha movido 20 renglones hacia arriba, mostrando las filas 21 a 40.
19. De nuevo, presiona <Pg Dn>. ¿Qué renglones se ven en la pantalla?__________
20. Ahora, observa los renglones que se muestran al usar la tecla <Pg Up> (tiene el número 9 arriba). Presiónala. ¿Cuáles son los renglones que se ven?__________
Esta tecla regresa 20 filas hacia arriba.
Siempre que sea necesario ir a una pantalla ubicada arriba, se usa esa tecla.
21. Regresa el cursor a la celda A1. Presiona para ello la tecla <Home>.
Las ocho teclas usadas hasta este momento, te han permitido ubicar algunas celdas de la hoja y conocer el efecto sobre el cursor al presionar esas teclas. Las columnas que haz podido observar son: A, B, C, D, E, F, G y H. Estas no son las únicas columnas de la hoja de cálculo.
El uso de la tecla <Ctrl> combinada con la tecla de movimiento a la derecha, permite ver las columnas más allá de la columna H.
22. Presiona, y no la sueltes, la tecla <Ctrl>. Ahora presiona la tecla de flecha a la derecha, una sola vez.
¿Cuáles columnas aparecieron? __________
La combinación de las teclas <Ctrl> y flecha izquierda tienen el efecto contrario a <Ctrl> derecha. Observa.
23. Presiona simultáneamente las teclas <Ctrl> y flecha a la izquierda. ¿Cuáles columnas se ven ahora?__________
¿Cuántas columnas tiene la hoja de cálculo de Symphony?. ¿Cuántos renglones o filas? Para contestar estas preguntas está la tecla <End>

(localizada junto con el número 1, en la zona derecha del teclado). Esta tecla, combinada con las de moviento arriba, abajo, derecha e izquierda, facilita un desplazamiento rápido por toda la hoja.

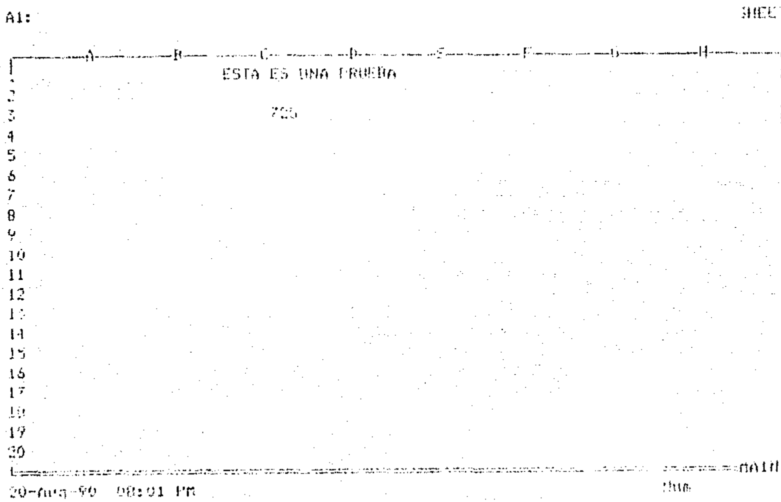
24. Presiona la tecla <End>.
¿Qué letrero apareció en la parte baja de la pantalla? ______________________
25. Presiona a continuación la tecla de flecha a la derecha.
¿A cuál celda se desplazó el cursor? _______
La columna que observas al último es la 256-ava. Así, la hoja de cálculo de Symphony tiene 256 columnas.
26. Vuelve a presionar la tecla <End>, y enseguida la flecha a la izquierda. ¿Dónde está ahora el cursor? ______________________
27. Otra vez, presiona la tecla <End>, pero ahora usala combinada con la tecla de flecha abajo.
¿A cuál renglón llegó el cursor? ______________
¿Cuántos renglones tiene la hoja de cálculo de Symphony? ________________
28. Una vez más, presiona la tecla <End>, seguida en esta ocasión de la tecla de flecha arriba.
¿En cuál celda está ubicado el cursor? ________
Luego de este viaje alrededor de la hoja de cálculo, prepárate para introducir algunos datos en la hoja.

IV. Introducción de datos.

29. Para ir a la celda C1, presiona dos veces la tecla de flecha a la derecha.
30. Se va a introducir un letrero en mayúsculas. En la parte baja de la pantalla debe estar el indicador: CAP. Si no está, presiona la tecla <Caps Lock>.
Esta tecla sirve para alternar entre letras minúsculas y mayúsculas.Al estar encendida la luz en esa tecla, las letras son mayúsculas. En caso contrario, son minúsculas.
31. Teclea el siguiente letrero (sin quitar ni agregar nada):
ESTA ES UNA PRUEBA
Mientras tecleas, ¿Qué dice el rectángulo de la esquina superior derecha?______________________
32. Presiona (enter) cuando termines.
33. Observa que en la esquina superior izquierda de la pantalla está:
C1:'ESTA ES UNA PRUEBA
Veamos esto en calma:

C1 es la celda donde introdujiste la información.
' este apóstrofe indica la alineación del letrero a la izquierda dentro de una celda.
Por último está el letrero que tecleaste:
ESTA ES UNA PRUEBA.

34. Para terminar, introduce el número 725 (puede ser cualquier otro número) en la celda C3. El cursor está en C1. Para ir a C3, presiona la tecla de flecha abajo dos veces.
Mientras tecleas el 7, ¿qué dice el rectángulo de la esquina superior derecha?___________
35. Presiona (enter) para acabar.
36. La información visualizada en la pantalla de tu computadora debe ser:

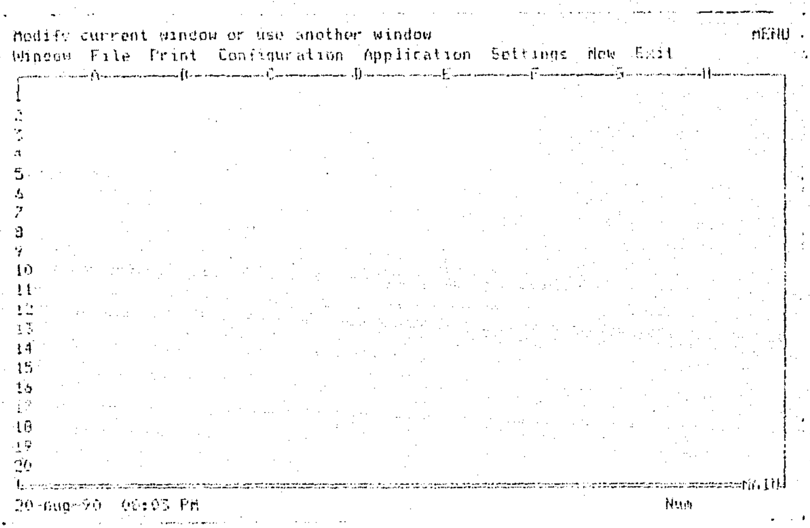


(Fig. 3)

Si no observas aquello, hubo un error en la introducción de datos. Regresa al paso 29.

V. Fin de la sesión

Para acabar tu primera práctica con Symphony:
37. Presiona la tecla F9. Observa el menú:



(Fig. 4)

Este es el llamado MENU DE UTILIDAD (o SERVICES, en inglés). Sirve para el manejo de la información en disco, o en pantalla, o enviarla a la impresora.

38. Retira el disquete de Symphony de la unidad A e introduce el disquete de MS-DOS.
39. Escoge la opción Exit. Usa la flecha de movimiento a la derecha hasta tener iluminada Exit, y presiona (enter), o usa la barra espaciadora en la misma forma, o simplemente presiona la letra E.
    ¿Qué mensaje envía Symphony a la pantalla?______

    ____
40. Presiona Y.
41. La pantalla muestra el cursor A>.

Ha terminado tu primer contacto con Symphony. Se han visto algunas características del paquete, pero aún hay otras. Las futuras sesiones que tendrás en el laboratorio te permitirán aprender más sobre el paquete Symphony. En ellas verás: funciones, fórmuylas, ventanas, macro-instrucciones, y muchos más.

Como última actividad, haz un resúmen con las impresiones recibidas en esta práctica. Anota también tres aplicaciones en las que creas pueda usarse Symphony.

RESUMEN

Práctica No. 2
"Una aplicación usando funciones"

Objetivos. Introducir al alumno al uso de las funciones de Symphony.
Presentar un ejemplo práctico.

I. Introducción

El modelo a desarrollar en esta ocasión está tomado de la Enciclopedia Software (ver Bibliografía) en las págs. 237 y 238. El nombre del modelo es:

GASTO ORIGINADO POR DOS VEHICULOS

Textualmente dice:

> "[...] se utilizará la hoja electrónica para controlar los gastos producidos por dos coches que se identificarán por medio de las letras A y B. Para ello, se tendrán en cuenta, por un lado, los kilómetros recorridos por cada coche, y por otro, los gastos totales producidos por cada uno de ellos. Estos últimos se desglosan en los apartados de combustible, reparaciones y mantenimiento. El objetivo es obtener el gasto que origina cada coche por kilómetro recorrido, y el gasto conjunto de ambos vehículos."

La función usada en esta práctica es:
@SUM.
Se introducen las instrucciones COPY y RANGE.
La sesión termina con la forma de guardar un archivo en disquete.

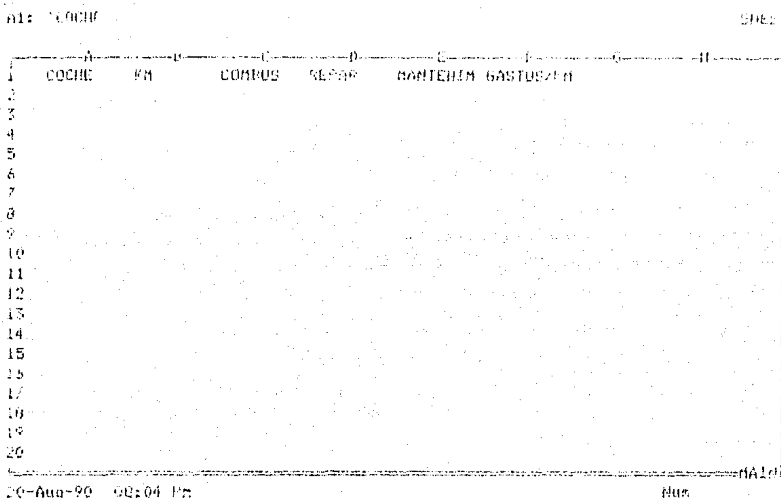
II. Puesta en marcha de Symphony.

La práctica anterior te mostró como iniciar una sesión con Symphony. Repite los mismos pasos para iniciar esta vez. Si tienes dudas, pregunta a tu profesor antes de acudir al laboratorio.

III. Introducción de letreros.

1. Presiona la tecla <Caps Lock>. Symphony pone el indicador [CAP] en la parte inferior de la pantalla.
2. El cursor está en A1. Teclea: COCHE.
3. Presiona <Enter>.
4. Mueve el cursor hacia B1. Presiona para ello la tecla marcada con flecha a la derecha. Ahí teclea: KM.
5. Presiona <Enter>.
6. Lleva el cursor a C1. Teclea: COMBUS, y presiona <Enter>.

7. Igual que antes, mueve el cursor hacia la derecha. En D1 teclea: REPAR, y a continuación presiona <Enter>.
8. En E1 escribe: MANTENIM. A continuación debes presionar <Enter>.
9. El último letrero en este renglón va en la celda F1. Escribe: GASTOS/KM. Presiona <Enter>.
   La pantalla muestra los letreros en el renglón 1:



(Fig. 1)

Si existen diferencias, realiza de nuevo los pasos anteriores.
El segundo renglón quedará en blanco. En las celdas F3, F4, B6, C6, D6, E6 y F6, se introducirán funciones.

IV. Uso de GOTO (Tecla F5).

A continuación, vas a desplazar el cursor hasta A6 para introducir un letrero. Pero no lo hagas usando las flechas de movimiento del cursor (esto te llevaría diez "teclazos"). La tecla F5 permite llevar el cursor a dónde quieras dentro de la hoja de cálculo.

10. Presiona la tecla F5.

¿Qué te pregunta la computadora? ______________

____

11. Contesta A6, y presiona enseguida <Enter>.
12. Observa que el cursor se encuentra en A6. Teclea: TOTAL.
13. Presiona <Enter>.
14. Usa la tecla F5 para desplazar el cursor hacia la celda F3.

V. Funciones.

Los caracteres que están arriba de los números, así como los que están en la parte superior de otras teclas, se activan presionando <Shift> y, sin soltar esa tecla, se presiona el carácter buscado.

15. ¿En cuál tecla está el carácter @? ____________
16. El cursor está en la celda F3. Escribe: @SUM(C3..E3).
17. Presiona <Enter>.
    Observa que en esa celda hay un cero (0). Esto es así porque en las celdas C3, D3 y E3 no se han introducido valores. La computadora les asigna cero a esas localidades, es decir, está sumando tres veces cero en la celda F3.
18. En la celda F4, teclea: @SUM(C4..E4).
19. Presiona <Enter>.
20. Mueve el cursor hasta B6. Usa la tecla F5.
21. Introduce: @SUM(
22. Presiona la tecla marcada con flecha arriba, tres veces.
23. La función, en la línea superior, indica: B3:@SUM(B3
24. Teclea un punto (.) .
25. Mueve el cursor hacia abajo.
26. ¿Qué indica la computadora? ______________
27. Para completar la función, cierra el paréntesis:).
    ¿Qué indica la computadora? ______________

    ____
28. Presiona <Enter>.
    ¿Qué número hay en B6? ____________________

    Los pasos 14 a 26, mostraron dos formas de introducir el argumento de una función. La primera es indicando, a través del teclado, el principio y el fin de un rango de valores, es decir, un conjunto de celdas de forma rectangular. La segunda es apuntando, mediante las teclas de movimiento del cursor, todo el rango.

VI. Copia.

En C6, D6 y E6 estarán las sumas de C3 y C4, D3 y D4, E3 y E4, respectivamente.
Esas sumas pueden introducirse directamente por el teclado. Pero Symphony permite usar la orden COPY (Copiar) para ahorrar trabajo en lo anterior. Así, en caso de tener una fórmula o una función en una celda, se utiliza COPY para repetirla en una u otras celdas.

29. Lleva el cursor a C6.
30. Presiona la tecla F10. Esto te lleva al segundo menú de Symphony.
    ¿Cuáles opciones hay en el menú? ________________

    ____
31. Presiona la letra C.
    ¿Qué pregunta la computaora? ________________

    ____
32. Presiona la tecla <Esc>.
33. Lleva el cursor hasta B6.
34. Presiona <Enter>.
    Ha quedado fijo el rango origen (FROM) que es B6. La computadora indica C6. Esta celda es el inicio del rango destino (TO).
35. Teclea un punto (.) . Esto sirve para fijar el rango destino (TO).
    ¿En cuáles celdas se va a copiar la fórmula de B6? ________________________

    ¿Cuál es el rango destino (TO) ? ________________

    ____
36. Completa ese rango, llevando el cursor hasta E6. Para ello, presiona la tecla de movimiento a la derecha dos veces.
    ¿Qué indica la parte superior de la pantalla? _

    ____
37. Presiona <Enter> para terminar.
    Observa que C6 tiene la fórmula :
    C6: @SUM(C3..C4).
    ¿Cuál es el contenido de la celda D6? __________

    ¿Y el de la celda E6? ________________________

    A través de los pasos anteriores, realizaste lo que en Symphony se llama "copia relativa". En B6 está la suma de B3 y B4, esto es, la suma de la celda colocada tres renglones arriba con la celda ubicada un renglón abajo. Por consiguiente, al copiar en C6 está suma, Symphony asume que se va a llevar a cabo la suma de las celdas ubicadas "tres renglones arriba más un renglón abajo". Lo mismo sucede con D6 y E6.

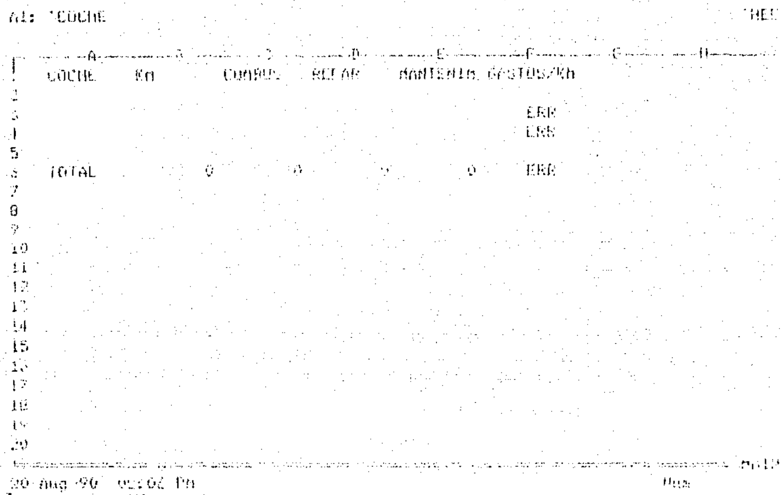
38. Observa el renglón 6.
¿Qué valores tienen las celdas B6, C6, D6 y E6?
____
¿Por qué es así? ______________________________
____

VII. Evaluación de los gastos.

39. Se introducirá una última fórmula en F6:
@SUM(C6..E6)/B6.
No olvides presionar <Enter>.
Esta última fórmula evalúa los gastos totales en combustible, reparaciones y mantenimiento, por kilómetros recorridos.
40. En la celda F6 hay: ERR (error).
¿A qué se debe esto? __________________________
____

En las celdas F3 y F4, se deben calcular los gastos de cada autómovil por kilómetro recorrido. En este momento, esas celdas tienen una fórmula de suma. Se va a corregir eso. Para ello:
41. Coloca el cursor en F3. Usa la tecla F5 o tres veces la tecla de movimiento hacia arriba.
42. Presiona la tecla F2.
Observa, en la parte superior izquierda, la fórmula anteriormente introducida y que el cursor está ubicado al final de la fórmula.
La tecla F2 es la tecla de Edición, Se utiliza para modificar el contenido de una celda, agregando letras o números, o suprimiendo algunos de ellos.
43. Introduce /B3. A continuación presiona <Enter>.
Ha aparecido un mensaje de error, ¿por qué? ___
____
44. Posiciona el cursor en F4.
45. En esta celda, haz lo mismo que en los pasos 42 43, pero teclea: /B4. Termina con <Enter>.
Otra vez hay un mensaje de error, ¿por qué? ____
____

Toma un momento de descanso para observar lo que haz introducido en la hoja de cálculo. Compara tus resultados con los de la figura 2:



(Fig. 2)

46. Con las teclas F5 y <Enter>, pon el cursor en la celda A3.
47. Teclea: CARIBE. No presiones <Enter>.
48. Presiona la tecla de flecha abajo.
49. El cursor está en A4. Escribe: ICHI VAN. No presiones <Enter>.
50. Presiona la tecla de flecha abajo.
    No usaste la tecla <Enter> después de escribir cada letrero de las casillas A3 y A4. En algunos casos, las teclas de movimiento del cursor funcionan igual que la tecla <Enter>. En otros, por ejemplo al usar F2 (Edición), es necesario, al completar la introducción de datos, presionar <Enter>, pues si no es así, Symphony no los acepta.
    Rellena los valores en las celdas B3 hasta E4 (el rango B3..E4), con los siguientes datos (puedes usar <Enter> al terminar con cada uno, o las teclas marcadas con flechas):
51. B3: 6255 (sin coma, después del 6).
    ¿Qué valor tiene F3? ______________________
    ¿Por qué? ______________________________

¿Qué muestra B6? ______________________________

¿Por qué? ______________________________________

¿Qué número hay en F6? ________________________

¿Por qué? ______________________________________

52. C3: 90135.
53. D3: 55127.
54. E3: 40233.

¿Qué nuevo valor tiene F3? ____________________

¿Cuál número hay ahora en B6? _________________

¿En C6? ______________________

¿En D6? ______________________

¿En E6? ______________________

¿En F6? ______________________

55. B4: 525.
56. C4: 15613.
57. D4: 17832.
58. E4: 1555.

Los resultados, en la hoja de cálculo, deben ser iguales a los que se muestran en la figura 3.Si hay diferencias, revisa los datos escritos en las celdas B3 hasta E4.

A1: 'COCHE SHEET

	A	B	C	D	E	F
1	COCHE	KM	COMBUS	REPAR	MANTENIM	GASTOS/Km
2						
3	CARIBE	6255	90135	55127	40231	29.65547
4	TCH VAN	525	15613	17832	1555	66.66666
5						
6	TOTAL	6780	105748	72959	41786	32.52130

MAIN

20-Aug-90 08:06 PM Num

(Fig. 3)

VIII. Mejor presentación de los datos.

Los números en las celdas B3, C3, D3, B4, C4 y D4, pueden mejorar en su aspecto. Son números de más de tres dígitos, excepto B4.

Symphony proporciona una instrucción para el formateo o visualización de números: Format. Esta opción está incluida en el Menú (F10). A su vez, Format tiene un submenú:

Currency Puntuated Fixed % General Date Time Scientific Other Reset.

Se va a usar Puntuated para poner comas separando los miles:

59. Presiona la tecla F10.
60. Elige: Format.
61. Ahora, Puntuated.
    ¿Qué pregunta Symphony? ____________________
62. Anota: 0.
    ¿Qué solicita ahora Symphony? ________________

    ____
63. El rango es B3..E4. Escríbelo así, o marcalo con las flechas de movimiento del cursor.

64. Presiona <Enter>.
65. Repite los dos pasos anteriores, pero hazlo para las celdas de los totales, esto es, B6, C6, D6 y E6.

    En la columna de gastos/km, los números aparecen con varios decimales. La presentación así no es atractiva. Se ve mejor con únicamente dos decimales. La opción <u>Fixed</u>, de Format, hace lo anterior:
66. Lleva el cursor a F3.
67. Presiona la tecla F10.
68. Elige: Format.
69. Escoge aquí: Fixed.
70. Symphony indica 2 para los decimales. Acepta esto presionando <Enter>.

    ¿Cuál es el rango a formatear? ________________

    Indica a Symphony ese rango. Presiona <Enter>.

    ¿Cuál de las presentaciones de los datos te gusta más? ______________________________

    ¿Por qué? ______________________________

    La nueva hoja de cálculo se muestra ahora en la figura 4. Compárala con la hoja que tienes en la pantalla de tu microcomputadora. Una vez más, si no están iguales, rectifica los errores:

A1: 'COCHE SHEET

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	COCHE	KM	COMBUS	REPAR	MANTENIM	GASTOS/KM		
2								
3	CARIBE	6,255	90,135	55,127	40,233	29.66		
4	ICHI VAN	525	15,613	17,832	1,555	66.67		
5								
6	TOTAL	6,780	105,748	72,959	41,788	32.52		
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								

MAIN

20-Aug-90 08:09 PM Num

(Fig. 4)

IX. Ejercicio.

Vas a poder experimentar con tus propios datos en este modelo de la hoja de cálculo. Puedes usar las celdas A3 y A4 para escribir otros nombres de autómoviles; las celdas B3, B4, C3, C4, D3, D4, E3 y E4 para el kilometraje y los gastos totales.

Advertencia: No escribas nada, ni intentes modificar el contenido de las celdas: B6, C6, D6, E6 y F6, porque destruirías el modelo. Asimismo, no alteres los letreros de las celdas: A1, B1, C1, D1, E1, F1 y A6.

71. Introduce los valores que quieras en las celdas: B3, B4, C3, C4, D3, D4, E3 y E4. En A3 y A4, escribe los nombre de autómoviles de tu preferencia.
72. Anota aquí tus respuestas:
    A3 ____________
    A4 ____________
    B3 ____________
    B4 ____________

C3 __________

C4 __________

D3 __________

D4 __________

E3 __________

E4 __________

F3 __________

F4 __________

F6 __________

B6 __________

C6 __________

D6 __________

X. Guardar la hoja elaborada.

Esta sesión termina con la grabación del trabajo hecho, en disquete.

73. Introduce en la unidad de discos B, un disco que contenga <u>exclusivamente</u> los programas de trabajo de tu equipo.
74. Cierra la unidad de discos.
75. Presiona la tecla F9.
76. A continuación, las teclas F (de File=Archivo) y S (de Save=Alamacenar o Grabar).
77. Symphony pregunta un nombre para el archivo. Escribe: GASTOS.
78. Presiona <Enter>, para acabar.
    Observa que se enciende la luz roja de la unidad B. Symphony indica, en la perte superior derecha de la pantalla WAIT. Se debe entonces, esperar a que se guarde el archivo en el disquete.

XI. Fin de la sesión.

En la práctica anterior, aprendiste la forma de terminar una sesión con el paquete Symphony. Repite, en este momento, los pasos para salir de Symphony. Haz un resumen, en donde anotes lo que más te gustó de esta práctica. Anota también, tres sugerencias para mejorar la hoja elaborada.

Resumen

Práctica No. 3
"Programación de macro-instrucciones sencillas"

Objetivos. Se busca automatizar algunas de las operaciones que se repiten más frecuentemente al manejar una hoja de cálculo.
Introducir al alumno en la programación de instrucciones de la hoja de cálculo.

I. Introducción.

En esta práctica se creará una tabla de grados centigrados para convertirlos a grados farenheit. La práctica siguiente lo hará de grados farenheit a centígrados y se verán gráficas.
Se emplearán las ordenes Copy, Range-Name (no olvidar que un rango es un conjunto de celdas de forma rectangular) y Range-Fill, que permitirán construir y manipular esa tabla. Se crearán macro-instrucciones (elaboradas, paso a paso, en una zona especial de la hoja) para no repetir tareas largas.

II. Iniciación de Symphony.

Las dos prácticas anteriores han principiado por pedirte que recuerdes, cada vez que trabajes con Symphony, los pasos para iniciar una sesión (desde el encendido de la computadora). En ambas prácticas, se ha partido de hojas en blanco, sin recuperar algún trabajo hecho antes. Por esa razón, siempre ves el cursor en la celda A1. En las prácticas sucesivas, no se mencionará la forma de introducirse a Symphony. Si aún tienes dudas sobre esto último, recurre a tu profesor o al (la) encargado (a) del laboratorio.

III. Escritura de los encabezados.

1. Mueve el cursor a la casilla C1.
2. Introduce el letrero:
   CONVERSION DE TEMPERATURAS.
3. Presiona <Enter>.
4. Lleva el cursor a la celda A2.
5. Teclea: \- y a continuación <Enter>.
6. ¿Qué contiene la celda A2? ______________________ .
7. Ve a la celda B2.
8. Presiona la tecla F10.

IV. Copia.

9. A continuación, presiona la C (de Copy).
10. ¿Qué rango te señala Symphony? _______________ .
11. Presiona la tecla <Esc> (para desanclar el cursor).
12. Lleva el cursor a A2. Presiona para ello, la tecla de flecha a la izquierda.
13. ¿Qué te indica Symphony? _____________________ .
14. Este es el rango deseado. Presiona <Enter> para aceptar el rango FROM (rango fuente).
15. La computadora está esperando que introduzcas el rango TO (rango destino).
16. Teclea un punto (.) . Esto se hace para fijar el inicio del rango.
17. ¿Qué te indica la pantalla? __________________ .
18. Lleva el cursor hasta E2. Usa tres veces la tecla marcada con flecha a la derecha (→).
19. Presiona <Enter> para acabar.
    Observa un momento la pantalla. Se han introducido: el letrero que encabeza la hoja y una línea de subrayados para separar ese encabezado del resto de la información en la hoja. El procedimiento anterior llevó doce pasos (desde el 8 hasta el 19). La orden Copy es muy útil, pero a la vez lleva muchas pulsaciones de teclas. Se evitará esto, con la creación de la primera macro-instrucción.

V. Macros.

20. Sitúa el cursor en la celda A50 (no olvides usar F5 (GOTO)).
    Aquí principia la zona de macros para esta hoja. En la columna A se introducirá una descripción de la macro-instrucción. En la columna B, va un nombre para ella, y en la columna C la propia instrucción.
21. Escribe, en A50, el letrero:
    PARA COPIAR.
22. Presiona <Enter>.
23. Pon el cursor en A51.
24. Teclea: RANGOS.
25. Coloca el cursor en la celda B50.
26. Teclea: ALT C.
27. Presiona <Enter>.
28. ¿Qué pasó con el letrero en A50? _______________
    __________________ .

    Esto es así porque Symphony le da a cada columna de la hoja, por omisión (default), una longitud de nueve caracteres. Como el letrero "PARA

COPIAR" tiene once caracteres, en principio se ve completo al estar vacía B50, pero al ocupar B50 con información, los caracteres sobrantes en la celda A50 no se pueden ver. Se superará ese problema al través de la ampliación de la anchura de las celdas de la columna A.

VI. Expansión de la longitud de las celdas.

29. Ubica el cursor en A50.
30. Presiona la tecla F10.
31. En el menú, busca la opción Width (Ancho). Presiona la W.
32. Symphony muestra: Set Restore Hide Display. Selecciona: Set (Establecer, en español). Por omisión aparece 9. Se desea que la columna tenga una longitud de 15 para poder ver con claridad los letreros a introducir.
33. Escribe: 15, y a continuación presiona <Enter>.
34. ¿Qué puedes decir de A50? ____________________

    ¿Y de B50? ____________________
35. Haz lo mismo para ampliar las columnas: B, C, D y E. Lleva el cursor a cualquier celda de esas columnas y dales una anchura de 15 caracteres.
36. ¿Qué observas en cada una de ellas? ____________

    ____

    Se continúa ahora, el trabajo con la macro-instrucción.
37. En C50, introduce: {MENU}C{ESCAPE} Termina con <Enter>.
38. En C51, teclea: {?}~{?}~. Pulsa <Enter>, para finalizar. En detalle, cada instrucción sirve para:

{MENU}	Llama al menú de la hoja de cálculo (tecla F10).
C	Es la orden Copy.
{ESCAPE}	Indica la tecla <Esc>.
{?}	Hace una pausa para esperar el rango FROM (DE).
~	Tecla <Enter>, la cual da el usuario al terminar de señalar el rango FROM.
{?}	Espera el rango TO (EN).
~	Indica el <Enter>. Termina el rango TO y la macro-instrucción.

Antes de probar la primera macro, se creará una segunda. Esta tendrá como finalidad nombrar los rangos que se están usando (ya sea para copiarlos, imprimirlos u otras aplicaciones).

39. Lleva el cursor a A53. Escribe: PARA NOMBRAR. Presiona <Enter>.
40. En A54, introduce: NUEVOS RANGOS. Presiona <Enter>.
41. Ve a la celda B53. Teclea: ALT N.
42. Presiona <Enter>.
43. Pon el cursor en C53. Escribe: {MENU}RNC. Presiona <Enter>, o la flecha de movimiento del cursor hacia abajo.
44. En la celda C54 introduce: {?}~{?}~. Concluye con <Enter>. Completa la información en la columna derecha. Esto da una explicación de la macro:

{MENU}	________________________
R	________________________
N	________________________
C	________________________
{?}	________________________

~ ______________________

{?} ______________________

~ ______________________

Esta macro permite dar un nombre a los rangos. Ese nombre debe tener entre uno y quince caracteres. La macro-instrucción se llama ALT N, pero eso lo sabe el usuario no Symphony. Curiosamente, esa macro le da un nombre a un rango, sin embargo, no puede nombrarse a sí misma. Esto es necesario hacerlo a mano. Después de haberle dado el nombre a la macro, se podrá usar para nombrar otros rangos.

45. Lleva el cursor hasta la casilla C53.
46. Presiona la tecla F10.
47. Selecciona: Range.
48. Ahora: Name.
49. Después: Create.
50. El nombre es: \N.
51. Presiona <Enter>.
    ¿Qué dice el mensaje en la parte superior de la pantalla? ______________________
52. Teclea un punto para fijar el rango. Luego, presiona la tecla de flecha abajo.
    ¿Cuál es ahora el mensaje en la parte superior de la pantalla? ______________________
53. Presiona <Enter>.
    En el paso 50, se pidió introducir el nombre: \N. Symphony identifica una macro-instrucción por medio de: un nombre, una tecla de función, o la combinación de las teclas \ y una letra (A-Z). Se ha identificado la última macro como \N. De este modo, para ponerla en funcionamiento, se presiona la tecla <Alt> y luego, sin soltar <Alt>, la N.

VII. Aplicación de la macro.

54. Lleva el cursor a C50.
55. Presiona las teclas <Alt> N.
    ¿Qué te muestra Symphony en la parte superior de la pantalla? ______________________
56. El nombre es: \C.
57. Presiona <Enter>.
58. Las celdas son C50 y C51. Señala el rango, como en los pasos 52 y 53.
    Ya se han creado dos macros, pero todavía no se ha iniciado el trabajo con la tabla de conversión de temperaturas. La elaboración de

las macros fue para ahorrar tantas pulsaciones de teclas antes de empezar el trabajo, y además fueron hechas con el fin de tener una idea de qué son y para qué sirven las macro-instrucciones.

59. Pon el cursor en la casilla A3. Emplea GOTO (tecla F5).
60. Introduce, en minúsculas: grados.
61. Presiona <Enter>.
62. Con el cursor en A4, escribe: centígrados. Luego pulsa <Enter>.
63. Lleva el cursor hasta B3.
64. Teclea: grados. Presiona la tecla de flecha a la derecha.
65. El cursor está en B4. Anota: farenheit. Concluye con <Enter>.
66. Translada el cursor hacia A6.
    Desde la casilla A6 hasta la casilla A16, estarán los valores de los grados centígrados. Iniciarán en 0, acabarán en 10, e irán de 1 en 1. Se utilizará la instrucción Range-Fill (Rango-Rellenar).
67. Pulsa la tecla F10.
68. Elige la opción: Range, seguida de Fill.
    Symphony pregunta por el rango a rellenar (Fill Range:).
    ¿Cuál es? ________________ . Indica el rango en la forma usual.
69. Una vez indicado el rango, se te pregunta por el valor inicial (Start Value:). ¿Cuál es? ________
    ¿Cuál valor proporciona Symphony por omisión? __
    ________ .
    Presiona la tecla <Enter>.
70. La cuestión es ahora por el incremento (Step Value:). ¿Cuál es? __________ . ¿Coincide con el valor suministrado por Symphony? __________ .
    Presiona <Enter>.
71. Por último, se solicita el valor final (End Value:).
    ¿Cuál valor debes dar? __________ .¿Cuál es el valor por omisión? __________ .
    Presiona <Enter>.
    Observa la columna A, ¿Cuáles valores están en los renglones 6 a 16? __________ .
    Es necesario rellenar la columna de los grados farenheit. La fórmula de conversión entre ambas escalas, usada en los cursos de Física, es:

$$°F = \frac{9}{5} °C + 32$$

¿Cómo se escribe esa fórmula en Symphony?
Se llevará el cursor a una celda de la columna B, en este caso B6. Se introducirá la fórmula:

+A6*(9/5)+32.

El signo +, al principio de la fórmula, se usa para distinguir entre una fórmula y un letrero.
En A6 está una temperatura en grados centígrados, se multiplicará por 9/5 y se le sumará 32.

72. Translada el cursor hasta B6.
73. Teclea: + .
    ¿Qué dice el indicador de estado (esquina superior derecha? __________ .
74. Sigue con la escritura de la fórmula: A6*(9/5)+32.
75. Para acabar, pulsa <Enter>.
76. ¿Cuál es el valor en B6? __________ .

    En la práctica anterior se mencionó el concepto de copia relativa. Se empleará para completar la tabla de grados farenheit.
    Además, se usará la macro ALT C cuyo propósito es copiar un rango de celdas en otra parte de la hoja de cálculo.
77. Ubica el cursor en la casilla B7.
78. Por medio de la pulsación simultánea de las teclas <Alt> C, aplica la macro ALT C. Esto realizará la copia de la información de B6 en B7, B8, ..., B16.
    ¿Qué dice el letrero en el centro de la parte baja de la pantalla? __________ .
79. ¿Cuál es el rango origen? __________ .
    Indícale ese rango a Symphony y luego presiona <Enter>.
80. ¿Cuál es el rango destino? __________ .
    Señala o escribe ese rango, luego pulsa <Enter>.
81. Si todos los pasos fueron hechos con cuidado, debes tener una pantalla similar a esta:

CONVERSION DE TEMPERATURAS

grados centígrados	grados farenheit
[illegible]	[illegible]
1	33.8
2	35.6
3	[illegible]
4	[illegible]
5	41
6	42.8
7	44.6
8	46.4
9	48.2
10	50

(Fig. 1)

Se concluirá esta práctica con la grabación de la hoja, en disco.

Para ello:

82. Introduce, en la unidad de discos B, el disco con tus programas. Cierra la palanca de seguridad de la unidad.
83. Presiona la tecla F9, luego elige: File, seguido de Save.
84. Puedes darle cualquier nombre, de ocho caracteres como máximo y empezando con una letra, a la hoja de trabajo creada en esta sesión. Sin embargo, con objeto de tener uniformidad entre el texto que tienes en tus manos y la información que guardarás en disco, escribe el nombre: GRADOSCF.
85. Presiona la tecla <Enter>.

VIII. Reflexiones finales.

Haz salvado en disco tu segundo archivo de trabajo. La instrucción referente al almacenamiento de un archivo en disco, es una de las que más se repiten durante el trabajo con Symphony. En la práctica número 4, se elaborará una macro-instrucción para evitar pulsar, varias veces, las mismas teclas al guardar un archivo en disco.

Por otra parte, el modelo descrito en esta práctica, no está limitado a 10 temperaturas. Es posible y deseable, extenderse a más temperaturas, o agregar una columna con temperaturas en grados Kelvin. Consulta los libros de Física o de Química, o acude con los profesores de esas materias.

Por último, haz un resumen con tus opiniones, o críticas, o sugerencias, sobre el contenido de esta práctica.

Resumen

Práctica No. 4
"Impresión de la hoja de cálculo"

Objetivos. Se retoma el modelo de conversión de °C a °F.
Se realiza la conversión de °F a °C.
Se imprime la hoja de cálculo.

I. Introducción.

En esta práctica se recupera la hoja grabada en la práctica anterior. El modelo desarrollado convirtió de °C a °F. En esta ocasión se hará al revés la conversión de temperaturas: de °F a °C. Se empleará el archivo GRADOSCF y las instrucciones Copy, Range-Fill y Print.

II. Inicio de la sesión en Symphony.

La puesta en operación de este paquete ha sido detallada en las prácticas anteriores. Corresponde que tú lo hagas sólo, sin ayuda.

III. Recuperación de la hoja de trabajo GRADOSCF.

1. Con el disquete de tus archivos de trabajo en la unidad de discos B, presiona la tecla F9. Luego, elige File, seguido de Retrieve.
2. Busca el archivo: GRADOSCF. Las teclas F9 y F10 te ayudan a localizar más rápidamente un archivo, pues despliega, cualquiera de las dos, el directorio en toda la pantalla.
3. Una vez localizado el archivo, usa las teclas de movimiento del cursor con el fin de iluminar el nombre del archivo, o bien, escribe el nombre. En ambos casos, se presiona <Enter> para terminar.
4. Espera a que Symphony recupere la hoja.

IV. Copia de letreros.

5. Translada el cursor hacia la celda I3. Aplica la macro ALT C.
6. El rango FROM es A3..A4. Introdúcelo y presiona <Enter>.
7. El rango TO es I3..I4. Indícalo y luego pulsa <Enter>.
   ¿Cuáles datos hay en I3..I4? ________________ .
8. Sin cambiar el cursor de la columna I, presiona la tecla F10. Ahora selecciona: Width, Set, para fijar el ancho de la columna I.
9. Cuando Symphony lo pida, escribe: 15. Pulsa <Enter>.

10. Lleva el cursor a J3.
11. Nuevamente, amplía la columna a 15 espacios.
12. Aplica la macro ALT C. Se copia el letrero de B3..B4 en J3..J4.
13. ¿Cuál letrero está en J3..J4? ______________ .

V. Rellenado del rango de temperaturas en °F.

Construirás, a continuación, la columna de temperaturas en grados Farenheit.

14. Pon el cursor en I6.
15. Presiona F10. Escoge: Range.
16. Selecciona: Fill.
17. El rango a rellenar es I6..I16. Escríbelo, o presiona 10 veces la tecla de movimiento hacia abajo.
18. El valor inicial es 32. Anótalo y pulsa <Enter>.
19. El incremento es 1. Tecléalo y luego <Enter>.
20. ¿Cuál es el valor final en °F ? _____________ .

    Escribe ese número. Termina con <Enter>.
    En las celdas J6 a J16 estarán las temperaturas convertidas de °F a °C.
    La fórmula de conversión que se utiliza en los cursos de Física es:

$$^{\circ}C = \frac{5}{9} \ (F - 32).$$

    Recuerda que los operadores matemáticos son:
    división: / .
    resta: - .
    producto: * .
    suma: + .
    exponenciación: ^ .

21. Lleva el cursor a la celda J6.
22. Introduce: +(5/9)*(I6-32).
23. Pulsa <Enter>.
    ¿Cuál valor apareció? ___________ .

    Al través de esa fórmula, se le está indicando a Symphony: "resta a la temperatura de la celda a la izquierda la cantidad 32, a lo que resulte multiplícalo por 5/9."
    Se requiere copiar aquella fórmula en las celdas J7 a J16. ¿Cómo se hace? ___________ .

    Se cuenta con la macro ALT C. Usala.

24. ¿Cuál es el rango origen (FROM)? _____________ .
25. ¿Cuál es el rango destino (TO)? _____________ .
26. ¿Cuáles valores observas en J7..J16? ____________

____ .

VI. Almacenamiento del trabajo elaborado.

Es conveniente, en este momento, guardar en disquete el trabajo realizado, porque de lo contrario, si llegará a suceder una interrupción en la corriente eléctrica, se perderá la información.

27. Presiona la tecla F9. Selecciona: File, Save.
28. ¿Cuál mensaje da Symphony en la parte superior de la pantalla? ______________________ .
29. Presiona <Enter>.
30. Observa el mensaje que te proporciona Symphony. ¿Qué dice? ______________________________ .
31. Contesta que sí, a través de presionar la letra Y, estás seguro de reemplazar la antigua versión del archivo.
    La tarea anterior también puede automatizarse por medio de la construcción de una macro-instrucción.

VII. Diseño de la macro para grabar un archivo.

Introdujiste antes, en la columna A, una descripción de las macros ALT C y ALT N. En la columna B apuntaste un nombre para cada una, y en la columna C, las instrucciones de la macro. Las celdas ocupadas son: A50 hasta C54.
En la casilla A56 escribirás la nueva macro.

32. Pon el cursor en A56.
33. Teclea: PARA SALVAR.
34. Pulsa <Enter>.
35. Translada el apuntador hacia A57.
36. Anota: INFORMACION.
37. Pulsa la tecla <Enter>.
38. Lleva el cursor a B56.
    El nombre para esta macro es ALT G. La G sirve para recordar que la finalidad de la macro es "grabar" información en disquete. Así la letra "mágica" que ayudará a no olvidar cuál tecla pulsar después de <Alt> cuando se necesite almacenar información, será la G.
39. Escribe: ALT G.
40. Ubica el cursor en C56.
41. Apunta: {SERVICES}FS.
42. Presiona <Enter>.
43. Coloca el cursor en C57.
44. Anota: {?}~Y.
45. Pulsa <Enter>.
    ¿Cuál es el propósito de la macro ALT N? _______

____ .

46. Sitúa el apuntador en la celda C56.
47. Aplica: ALT N.
¿Cuáles nombres de rangos hay en la lista? _____

____ .

48. El nombre del rango es: \G. Tecléalo.
49. Presiona <Enter>.
50. ¿En cuáles celdas reside \G? ______________ .

Indícale tales celdas a Symphony y después, pulsa <Enter>.
Haz una prueba con la macro elaborada:

51. Presiona simultáneamente: <Alt> G.
¿Qué observas? __________________________ .

52. Pulsa <Enter>.
Completa la siguiente descripción de la macro ALT G:

{SERVICES} ______________________ .

F ______________________ .

S ______________________ .

{?} ______________________ .

~ ______________________ .

Y ______________________ .

VIII. Instrucción PRINT.

Las siguientes actividades consisten en, por una parte, imprimir el archivo GRADOSCF paso a paso, y por otra, diseñar la macro-instrucción ALT P con objeto de imprimir cualquier rango de información en la hoja de cálculo.

53. La microcomputadora en la que estás trabajando, debe estar conectada a la impresora y la misma, encendida, con su respectivo papel. Si no tienes la micro en conexión con la impresora, guarda el archivo de trabajo en disquete para luego transladarte hacia la micro adecuada.
54. Presiona la tecla F9.
55. En el menú, selecciona Print.
56. ¿Cuáles opciones integran el submenú Print? _____

____ .

57. Elige <u>Settings</u>.
58. Apunta todas las alternativas que hay en Settings:

____

____ .

59. Escoge Source.
60. Anota las instrucciones que forman parte de Source: ______________________________

____ .

61. Selecciona Range.
62. Symphony pregunta por un nombre de rango, o las celdas de un rango.
63. Teclea: A1..J16.
64. Pulsa <Enter>.
65. Elige: Quit. Esto sirve para salir del submenú Range.
66. Opta por Align.
    Antes de dar la G (de Go = Imprimir) revisa que: la impresora esté activa, el papel se encuentra bien alineado con la cabeza de escritura y que la luz del indicador ON LINE se halle prendida.

IX. Impresión.

67. Ahora sí, escoge: Go.
    ¿Qué indica Symphony en la esquina superior derecha? ______________________________ .
68. Espera el listado que te proporciona la impresora.
    Si no lo obtuvieras, consulta con el responsable del laboratorio. Es posible que la impresora no esté bien conectada a la computadora; o cometiste un error al dar las instrucciones de impresión; o el papel no fué insertado con corrección en los "tractores" de la impresora; o no pusiste en funcionamiento la impresora; u olvidaste encender el botón ON LINE. Cualquiera que haya sido la falla, pregunta al encargado del laboratorio. No te quedes con la duda del por qué no lograste el listado que querías.
69. Para salir del submenú Print, elige Quit.
    El rango que contiene la información impresa es A1..J16. Lo nombrarás mediante la macro ALT N. Esto se hace con el objetivo de recordar un rango a imprimir por su nombre, en lugar de acordarse de las celdas que lo integran.
    El rango de impresión se llamará TEMPERATURAS.

X. Nombrar el rango TEMPERATURAS.

70. Sitúa el cursor en A1 por medio de la tecla <Home>.
71. Activa la macro ALT N.
72. El nombre del rango es: TEMPERATURAS.

73. Presiona <Enter>.
74. ¿Cuáles celdas ocupa el rango? ______________ .
75. Pulsa <Enter>.

XI. Elaboración de la macro ALT P.

Construirás la macro-instrucción ALT P con la intención de automatizar la impresión de cualquier rango de información.

76. Translada al apuntador hacia A59. Emplea la tecla F5 (GOTO).
77. Escribe el letrero: PARA IMPRIMIR.
78. Concluye con <Enter>.
79. Ubica el cursor en A60.
80. En esta casilla, anota: UN RANGO.
81. Ahora, <Enter>.
82. Pon el apuntador en B59.
83. Teclea: ALT P.
84. Pulsa <Enter>.
85. Mueve el cursor hasta C59.
86. Apunta las instrucciones: {SERVICES}PSSR.
87. Presiona <Enter>.
88. Lleva el cursor a C60.
89. Escribe: {?}~OAGO.
90. Pulsa <Enter>.
91. Sitúa el apuntador en C59.
92. Activa la macro ALT N.
93. ¿Cuál nombre le das al rango de la macro? ______ __________.
94. Anótalo y luego da <Enter>.
95. ¿Cuáles celdas ocupa ese rango? ______________ .
96. Señala tales celdas y termina con <Enter>. Symphony indica que el nombre es GRADOSCF.

XII. Descripción de ALT P.

Aquí está una explicación de la macro-instrucción ALT P. Llena los renglones en la columna derecha:

(SERVICES) ______________________ .

P ______________________ .

S ______________________ .

S ______________________ .

R ______________________ .

(?) ______________________ .

~ ______________________ .

Q ______________________ .

A ______________________ .

G ______________________ .

Q ______________________ .

XIII. Impresión con ALT P.

97. Activa la macro ALT P.
98. ¿Cuál es el rango a imprimir? ______________ .
99. Pulsa <Enter>.
100. Espera el impreso.
Nuevamente, si hubiera fallas durante o al final de la impresión, recurre al laboratorista.

XIV. Fin de la sesión.

101. Guarda en disquete el archivo de trabajo a través de la macro ALT G.
102. Retira tus discos de las unidades. Si algún compañero va a usar la computadora no la apagues; pero si no hay ninguna persona interesada en utilizar la micro, pregunta al laboratorista cómo proceder con el equipo.

Al igual que en las sesiones anteriores, redacta un resumen sobre el contenido de esta práctica. Agrega el listado impreso en la actividad IX.

Resumen

____

____

____

Práctica No. 5.
"Elaboración de Gráficas".

Objetivos. El alumno conocerá el uso del graficador de Symphony.
Se retoma el modelo de la práctica no. 3, para construir la gráfica lineal.

I. Introducción.

Las prácticas 3 y 4, sirvieron para construir una tabla de conversión de temperaturas de grados centígrados a grados farenheit y otra tabla de grados farenheit a grados centígrados. En esta práctica se elaborarán dos gráficas lineales usando, en un caso, los grados centígrados como dominio y los grados farenheit serán el contradominio, mientras que en el otro caso se hará a la inversa.

II. Recuperación de la hoja de trabajo GRADOSCF.

Ya conoces el proceso para iniciar una sesión con Symphony y también sabes cómo recuperar archivos desde disquete. Lleva a cabo el procedimiento descrito en la práctica No. 4 con el fin de tener el archivo GRADOSCF.

III. Menú Graph.

1. Presiona la tecla F10.
2. En el menú, selecciona Graph .
3. ¿Cuáles opciones te muestra el submenú Graph? __

   ____ .

4. Escoge la instrucción 1st-Settings .
5. Ahora, elige Type .
   Existen seis tipos posibles de gráficas. Apunta esos tipos aquí ________________________________

   ____ .

6. Opta por el tipo XY.
7. Symphony volvió al menú anterior. Selecciona Range.
   Observa que se te solicitan los rangos: X, A, B, C, D, E, F. El rango X sirve para dar los valores, en el caso de las gráficas de tipo XY, correspondientes al dominio. En la gráfica que se construirá tales valores son los grados centígrados.

IV. Definición del rango X.

8. Elige: X.
9. Symphony pregunta por las celdas del rango. Pon el cursor en A6. Utiliza: <Home> y cinco veces la tecla de flecha abajo.
10. En la celda A6 principia el rango X. Pulsa la tecla de punto (.) con objeto de fijar el cursor en A6.
11. Presiona, sucesivamente, <End> y (↧). Con esto, Symphony toma el rango X como A6..A16.
12. Pulsa <Enter>.

V. Definición del rango A.

13. El codominio para la gráfica puede introducirse en los rangos A hasta F, de esta forma, es posible trazar hasta seis gráficas juntas. Por ahora, elige A.
14. Symphony pide las celdas que ocupa el rango A. Tales celdas son B6..B16. Ya sabes cómo introducir un rango. Hazlo.
15. Elige: Quit.

VI. Escritura de titulos.

Agregarás títulos a la gráfica con la finalidad de que esta tenga un mejor presentación. Para ello:

16. Opta por Switch .
    A través de lo anterior se entra al menú 2nd-Settings (2a-Especificación, en español).
17. Dentro de ese menú escoge: Titles .
18. Apunta las opciones con las cuáles cuenta Titles (Titulos, en español) ________________________
    ____ .
19. Selecciona First (para el primer titulo).
20. Teclea: CONVERSION DE TEMPERATURAS.
21. Pulsa la tecla <Enter>.
22. Escoge Second (para el segundo titulo).
23. Escribe: Cent. a Far.
24. Ahora, la tecla <Enter>.
25. Elige: X-Axis .
26. Anota el titulo del eje x: centigrados.
27. Presiona <Enter>.
28. Opta, en el menú, por: Y-Axis .
29. Apunta el letrero: farenheit.
30. Concluye con la tecla <Enter>.
31. Selecciona la alternativa Quit . De este modo, se sale hacia el menú 2nd.-Settings.
32. Escoge Quit. Así se regresa al menú Graph.

VII. Visualización de la gráfica.

Nota que, como parte del menú Graph, existe la opción Preview . Por medio de Preview, se observa una gráfica hecha con todas o casi todas, las especificaciones habidas en los submenúes del menú Graph.

33. Elige la instrucción Preview.
    ¿Qué observas? ______________________________
    ____.
34. Utiliza cualquier tecla para volver a la hoja de cálculo. Por ejemplo, emplea <Esc>.

VIII. Creación de una hoja de gráficos.

35. Selecciona 2nd-Settings.
36. Entre las opciones del menú escoge Name .
    Por medio de esta instrucción se le asigna un nombre al grupo de especificaciones gráficas que has dado a Symphony. En sesiones posteriores será factible utilizar dichas especificaciones sin indicarlas de nuevo.
37. Symphony muestra un nuevo menú. Apunta aquí todas las alternativas ______________________
    ____.
38. La decisión es por Create.
39. El nombre a teclear es: TEMPCF.
40. Hecho lo anterior, presiona <Enter>.

IX. Salvar la gráfica para su utilización con el programa Printgraph.

41. Elige Quit con el fin de volver al menú 2nd-Settings.
42. De nueva cuenta, emplea Quit para salir hacia el menú Graph.
    Se grabará la gráfica con la intención de poder usarla dentro del programa Printgraph. Mediante este programa se imprimen gráficas elaboradas desde la hoja de cálculo de Symphony. Por otra parte, la instrucción Image-Save almacena en disco un archivo con la extensión .PIC. Así, cuando se emplee Printgraph, Symphony lee sólo aquellos archivos con la extensión mencionada.
43. Escoge Image-Save .
44. Symphony solicita un nombre para el archivo (recuerda no emplear más de ocho caracteres). Apunta: CONVCF.
45. Finaliza al través de <Enter>.

Aguarda a que Symphony concluya la labor. Al término de la sesión, revisa en el directorio de tu disco de trabajo, la existencia del archivo CONVCF.PIC.

46. Abandona el menú Graph optando por Quit.

X. Grabar el archivo de trabajo actual.

47. En la hoja de trabajo, reside una macro-instrucción de nombre ALT G, diseñada con el propósito de almacenar información en disco. Haz uso de ella en este instante.
    De este modo, se guardó el trabajo hecho hasta aquí en el archivo GRADOSCF.

XI. Modificaciones de los rangos X y A.

48. Acude otra vez al menú Graph: tecla F10 y luego Graph.
    Repetirás algunos de los pasos dados antes, durante la construcción de la gráfica lineal, pero ahora se quiere dibujar la recta de conversión farenheit-centigrados.
49. Elige la instrucción 1st-Settings.
50. A continuación, la opción Range.
51. Luego, la alternativa X.
    Nota como Symphony no olvida que en las celdas A6..A16 está el rango X. Sucede así porque Symphony presupone que se quiere utilizar una vez más esas celdas para el rango X. Lo mismo acontece con Type (el tipo de gráfica) pues Symphony cree que se intenta dibujar una gráfica XY. Sin embargo, puesto que construirás otra gráfica similar a la anterior, no se cambiará la decisión del tipo XY.
52. Libera el cursor de las celdas actualmente señaladas, a través de la tecla <Esc>.
53. Lleva el cursor hasta la celda I6. Usa las teclas <Ctrl> (→), simultáneamente.
54. Con el objetivo de definir el nuevo rango X, presiona el símbolo de punto y luego <End> (↧)
    El rango es entonces, I6..I16.
55. Pulsa <Enter>.
56. Selecciona el rango A.
    Este es el rango de temperaturas en grados farenheit. Debe modificarse la dirección de las celdas del rango A porque en J6..J16 están las otras temperaturas.
57. Oprime <Esc>.
58. Translada el cursor a J6.
59. Teclea un punto (.) .

60. Emplea <End> (⤓).
61. La definición del rango A termina con <Enter>. Hecho lo anterior, el nuevo rango A incluye a las casillas J6 hasta J16.
62. Elige Quit para salir del submenú Range e ir hacia el menú 1st-Settings.

XII. Observación de la nueva gráfica.

63. Escoge Switch con el propósito de pasar al menú 2nd-Settings.
64. Selecciona la opción Titles.
65. El primer título de la gráfica no lo alteres. Toma la decisión por Second.
    ¿Cuál título apareció? ________________________ .
66. Borra ese letrero empleando la tecla Backspace (←——) doce veces, hasta desaparecer la C. (La tecla a emplear es la flecha a la izquierda color gris. No la confundas con la que se encuentra en el teclado numérico).
67. Apunta: Far. a Cent.
68. Ahora, la tecla <Enter>.
69. Opta por la instrucción X-Axis.
    ¿Cuál es el título del eje x?__________________ .
70. Suprime ese rótulo por medio de Backspace hasta desaparecer la C.
71. Escribe: farenheit.
72. Pulsa <Enter>.
73. Elige Y-Axis.
    ¿Cuál título tiene el eje y?___________________ .
74. Igual que en los pasos previos, elimina ese letrero.
75. Teclea: centígrados.
76. Después, pulsa <Enter>.
77. Con el objetivo de regresar al menú Graph, escoge Quit dos veces (un Quit por cada submenú).
78. La gráfica se halla lista para ser observada. Selecciona la alternativa Preview.
    ¿Han aparecido cambios con respecto a la gráfica trazada antes?_____. Describe los cambios que encuentres ____
    ____
    ____ .
79. Utiliza la tecla <Esc> para volver a la hoja de cálculo.

XIII. Creación de otra hoja de gráficos.

80. Elige la instrucción 2nd-Settings.
81. Escoge, dentro del menú: Name.
82. Enseguida: Create.
83. El nombre que se introduce es: TEMPCF.
84. Presiona <Enter>.
    ¿Cómo se llama la hoja de gráficas elaborada en la actividad VIII? ______________________ .
85. Selecciona Quit dos veces, con el fin de salir hacia el menú Graph.

XIV. Almacenar en disquete la nueva gráfica.

86. Dentro del menú Graph, opta por Image-Save.
    Observa que Symphony recuerda el nombre de la hoja anterior.
87. Se ignora ese nombre presionando <Esc> una vez.
88. Anota: CONVFC.
89. Concluye a través de <Enter>.
90. Elige Quit para salir del menú Graph.

XV. Revisión del directorio de archivos de trabajo.

Este es un buen momento para echar una mirada al directorio del disco de trabajo. Podrás ver si haz guardado correctamente todos los archivos de esta práctica y de las anteriores.

91. Pulsa la tecla F9.
92. Utiliza File .
93. A continuación, List .
    ¿Cuáles instrucciones integran el submenú List?

    ______________________________________ .
94. Escoge All. Así podrás mirar la totalidad de archivos en el disco de la unidad B.
95. Presiona la tecla F10. De este modo, Symphony coloca, sobre la hoja de cálculo, una pantalla con todos los archivos de trabajo.
    Apunta todos los archivos que ves en la pantalla

    ____

    ______________________________________ .
96. Emplea la tecla <Esc> para regresar a la hoja de cálculo.

XVI. Ultima grabación del archivo de trabajo actual.

97. Aplica la macro-instrucción ALT G.
    Symphony indica que el nombre es GRADOSCF.

98. Acepta ese nombre mediante la presión de la tecla <Enter>.

XVII. Fin de sesión.

Ha terminado la primera práctica de gráficas. Hay aún cuatro más por realizar y otra de impresión de gráficas. Por ahora, retira tus disquetes de la micro y deja a otro compañero trabajar en ella. Pero si no hubiera nadie interesado en la máquina, prosigue con alguna tarea en Symphony; o si quieres retirarte del laboratorio, adelante. Escribe en las lineas siguientes, un resumen con las impresiones que dejó en tí esta práctica.

Resumen

Práctica No. 6.
"Un ejemplo en Matemáticas II:
Ecuaciones Simultáneas."

Objetivos. Mostrar un ejemplo en donde interviene la solución de ecuaciones simultáneas de 2 X 2.
Usar la eliminación de Gauss como método alterno a los que se enseñan en los cursos de matemáticas, para la solución de ecuaciones simultáneas.

I. Introducción.

En el curso de matemáticas II, tu profesor explica los métodos de solución de ecuaciones simultáneas: sustitución, suma y resta, y graficación.
Hay otros métodos: la regla de Cramer y la eliminación de Gauss (que involucra matrices).
El último método citado, se empleará en esta práctica.
La eliminación de Gauss, consiste en que, dada una matriz[1] formada por los coeficientes de los términos de las ecuaciones, se hagan sucesivas eliminaciones en los renglones de la matriz, hasta llegar a una forma triangular. De ahí la solución es inmediata.
Esquemáticamente, en un ejemplo de 3 X 3, es así:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12}^{*} & a_{13}^{*} \\ 0 & a_{22} & a_{23}^{*} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

El símbolo ~ significa que se transforma, a través de eliminación en los renglones, la matriz A en una matriz triangular.
Lo mismo sucede con el vector b integrado por los términos del lado derecho:

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} b_1^{*} \\ b_2^{*} \\ b_3 \end{bmatrix}$$

[1] Una matriz es un arreglo rectangular formado por renglones y columnas. Por ejemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}$$

es una matriz de dos renglones y dos columnas.

Las soluciones al sistema de ecuaciones simultáneas

$$a11\ x1 + a12\ x2 + a13\ x3 = b1$$
$$a21\ x1 + a22\ x2 + a23\ x3 = b2$$
$$a31\ x1 + a32\ x2 + a33\ x3 = b3$$

son:

$$x3 = \frac{b3^*}{a33^*}$$

$$x2 = \frac{b2^* - a23^*\ x3}{a22^*}$$

$$x3 = \frac{b1 - a12\ x2 - a13\ x3}{a11}$$

El problema es encontrar los números, llamados multiplicadores, que hagan cero una entrada en la matriz.
Con objeto de hacer a21=0, se busca un número M tal que multiplicado por a11 se sume a a21.
Entonces:

$$M\ a11 + a21 = 0$$

de donde:

$$M = -\frac{a21}{a11}$$

Se multiplica el primer renglón por M y se le suma al segundo. Esto da:

$$\begin{bmatrix} a11 & a12 & a13 \\ 0 & a22^* & a23^* \\ a31 & a32 & a33 \end{bmatrix}$$

En esta nueva matriz:

$$a22^* = -\frac{a21}{a11}\ a12 + a22 \qquad y$$

$$a23^* = -\frac{a21}{a11}\ a13 + a23$$

Luego se aplica la misma operación al lado derecho del sistema:

$$\begin{bmatrix} b1 \\ b2^* \\ b3 \end{bmatrix}$$

Así:

$$b2^{*} = - \frac{a21}{a11} b1 + b2$$

Después se necesita de un M, distinto del anterior, que lleve a a31=0. El número M es ahora:

$$M = - \frac{a31}{a11}$$

Se hace el producto de M por la matriz y por el vector llegándose a:

$$\begin{bmatrix} a11 & a12^{*} & a13^{*} \\ 0 & a22^{*} & a23^{*} \\ 0 & a32 & a33 \end{bmatrix} \quad y \quad \begin{bmatrix} b1 \\ b2^{*} \\ b3 \end{bmatrix}$$

El último paso es lograr que a32=0.
El número M requerido es:

$$M = - \frac{a22^{*}}{a32^{*}}$$

Se multiplica M por el segundo renglón, tanto en la matriz como en el vector. Así se tiene:

$$\begin{bmatrix} a11 & a12^{*} & a13^{*} \\ 0 & a22 & a23^{*} \\ 0 & 0 & a33 \end{bmatrix} \quad y \quad \begin{bmatrix} b1 \\ b2^{*} \\ b3 \end{bmatrix}$$

Nota: $a33^{*}$ y $b3^{*}$ no son los mismos números que arriba, pues se transforman al multiplicarse por M. En términos de las ecuaciones que dieron origen a la matriz A y al lado derecho b, el nuevo sistema de ecuaciones simultáneas es:

$$\begin{aligned} a11\ x1 + a12\ x2 + a13\ x3 &= b1 \\ a22^{*}\ x2 + a23^{*}\ x3 &= b2^{*} \\ a33^{*}\ x3 &= b3^{*} \end{aligned}$$

Las soluciones se calculan mediante los pasos siguientes:

1) resolver la última ecuación
2) sustituir el valor de x3 en la segunda ecuación
3) con los valores de x3 y x2 calculados, se obtiene x1.

Ahora, por medio de un ejemplo, se verá cómo puede ayudar la hoja de cálculo de Symphony y sus opciones gráficas, a calcular las soluciones del sistema de ecuaciones y a observar las gráficas de tales

ecuaciones.
Se desarrollará un ejercicio de dos ecuaciones con dos incógnitas. Al final de esta práctica, se deja como tarea resolver un sistema de 3 por 3. Esa tarea puede realizarse en la hoja de cálculo, con la ayuda del diagrama de flujo puesto en una de las últimas hojas del texto de la práctica siguiente: o por medio de un lenguaje de programación: Basic o Pascal, por ejemplo, también con el auxilio del mismo diagrama de flujo.
El ejercicio a solucionar es:

> "Los animales de un experimento deben mantenerse bajo una dieta estricta. Cada animal debe recibir, entre otras cosas, 20 gramos de proteína y 6 gramos de grasa. El técnico del laboratorio puede comprar dos mezclas de alimento de las siguientes composiciones:

Mezcla	Proteína (%)	Grasa (%)
A	10	6
B	20	2

> ¿Cuántos gramos de la mezcla podrían utilizarse para obtener la dieta correcta de un sólo animal?.[2]

Se plantearán las ecuaciones:
Sean $x1$ = gramos de la mezcla A que se requieren.
$x2$ = gramos de la mezcla B necesarios.
Entonces:

$$\frac{10}{100}\, x1 = \text{gramos de proteína en la mezcla A.}$$

$$\frac{6}{100}\, x1 = \text{gramos de grasa en la mezcla A.}$$

$$\frac{20}{100}\, x2 = \text{gramos de proteína en la mezcla B.}$$

$$\frac{2}{100}\, x2 = \text{gramos de grasa en la mezcla A.}$$

---

2 Barnett, Raymond, op. cit., pag 119.

De acuerdo con el enunciado del problema, se deben resolver:

$$\frac{10}{100}\,x1 + \frac{20}{100}\,x2 = 20$$

$$\frac{6}{100}\,x1 + \frac{2}{100}\,x2 = 6$$

$$\frac{x1}{10} + \frac{x2}{100} = 20$$

$$\frac{3\,x1}{50} + \frac{x2}{50} = 6$$

o bien:

$$x1 + 2\,x2 = 200$$

$$3\,x1 + x2 = 300$$

Este último sistema de ecuaciones se va a resolver por medio de la eliminación de Gauss.

II. Inicio de la sesión en Symphony.

1. Si la microcomputadora está activa, empieza a trabajar con Symphony. En caso contrario, recuerda el procedimiento para comenzar desde el encendido de la máquina.
   Partirás desde una hoja en blanco. Se utiliza la hoja empezando en la columna A, pero ten presente que puedes emplear cualquier zona de la hoja de cálculo, es decir, cuentas con 8192 renglones y 256 columnas.

III. Escritura de letreros.

2. Ubica el cursor en la celda C1.
3. Ahí introduce el letrero: Eliminación de Gauss.
4. Finaliza a través de <Enter>.
5. Lleva el cursor a A3.
6. En esta casilla teclea: Solución de ecuaciones simultáneas.
7. Emplea la tecla de movimiento hacia abajo con objeto de transladar el cursor hasta A4.
8. Anota: \ - .
   ¿Para qué se usan estos símbolos? ______________

   ____
9. Oprime la tecla <Enter>.
10. Copia, ya sabes la forma de hacerlo, el

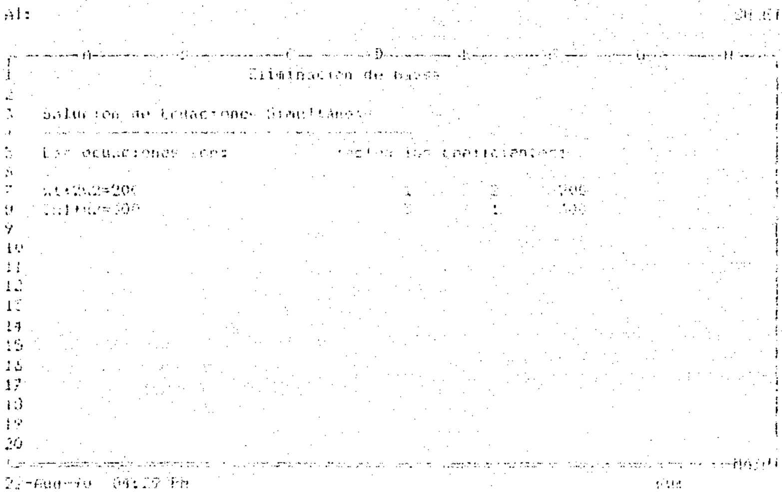
contenido de la celda A4 en las celdas B4..D4.

11. Después de haber hecho la copia, coloca el cursor en A5.
12. Apunta el rótulo: Las ecuaciones son:
13. Termina por medio de <Enter>.
14 .Sitúa el cursor en la casilla A7.
15. En ese lugar escribe: x1 + 2 x2 = 200.
16. Pulsa <Enter>.
17. En la celda A8, anota: '3 x1 + x2 = 300.
18. Concluye con <Enter>.
    ¿Por qué se debió anteponer un apóstrofe al escribir la ecuación? ______________________

    ____ .
19. Translada el cursor a la celda D5.
20. Introduce el letrero: Teclea los coeficientes.
21. Luego, presiona <Enter>.

IV. Escritura de números.

22. Pon el cursor en D7.
23. Aquí teclea el número: 1.
24. Mediante la tecla de movimiento a la derecha, sitúa el cursor en E7.
25. Introduce el número: 2.
26. Otra vez, utiliza la tecla de movimiento a la derecha. La celda es ahora: F7.
27. Anota aquí el número: 200.
28. En la celda D8 va el número: 3.
29. Luego, en la casilla E8: 1.
30. Por último, a la celda F8 le corresponde el número: 300.
    Se muestran los resultados parciales logrados hasta este momento:



(Fig. 1)

Observa y compara los datos ahí presentes con la información tecleada por ti. Si existieran diferencias, rehaz los pasos pertinentes de tal forma que coincidan los datos entre ambas hojas.

V. Definición de los rangos X, A y B.

Antes de entrar a la solución del sistema, se trazarán las gráficas de las ecuaciones.

31. Lleva el cursor a A9.
32. Copia el subrayado de las celdas A4..D4 en A9..D9.
33. Después ubica el cursor en A10.
34. En esta casilla, anota: Zona de graficación.
35. Coloca el cursor en A12, por medio de la tecla de flecha abajo dos veces.
36. Ahora, presiona la tecla de menú (F10).
37. Elige: Range, seguido de Fill.
    El grupo de celdas a rellenar es desde A12 hasta A32. Usa la tecla <Pg Dn> y luego <Enter>.
38. ¿Cuál es el valor inicial proporcionado por Symphony? __________ .

39. Aceptalo, a través de la tecla <Enter>.
40. ¿Cuál número indica como "Step Value"? ________ .
41. Teclea: 10.
42. Presiona <Enter>.
43. ¿Cuál es el valor por omisión para "Final Value"? __________ .
44. No se cambiará ese número. Termina mediante <Enter>.
45. ¿Cuál es el primer valor en el conjunto de celdas rellenadas antes? __________ .
46. ¿Cuál es el último dato? (usa <Pg Dn> para mirarlo __________ .
47. El cursor debe volver a la celda B11. Existen dos posibilidades para hacer eso: primera. emplear la tecla <Home>, con lo que se llega a A1, y luego se desplaza el cursor unos cuantos renglones hacia abajo; o la segunda posibilidad que consiste en utilizar la tecla <Pg Up> hasta situar el cursor veinte renglones arriba y por último pulsar la tecla de flecha arriba.
    Elige el camino que más te agrade.
48. En ese sitio. escribe: '1a. recta.
49. Por medio de la flecha abajo. translada el cursor a B12.
    En esta celda y en las inferiores hasta B32, se hallarán las ordenadas correspondientes a las abcisas de la columna A.
    ¿Cuál es la primera ecuación del sistema? ______
    ____
    Después de despejar x2 se tiene:

$$x2 = \frac{200 - x1}{2}$$

    Traducido a una fórmula para la hoja de cálculo es:

    (200-A1)/2.
50. Anota. en B12: (200-A1)/2.
51. Pulsa <Enter>.
    ¿Cuál es el resultado? __________ .
52. Copia la fórmula de B12 en B13..B32.
53. Mueve el cusor hasta C11.
54. En ese lugar, anota: '2a. recta.
55. Presiona <Enter>.
56. La información en las columnas B y C se aprecia muy junta. Emplea las instrucciones de ampliación de la longitud de una columna con objeto de tener una mejor visión. Un número

adecuado para la amplitud de las columnas B y C es: 15.
Las celdas C12 hasta C32 albergarán las ordenadas para la segunda recta. Por comodidad, se toma el dominio dado en la columna A para la primera recta, con la intención de poder hacer más fácil la graficación en Symphony. El rango X es el mismo en las dos rectas. Se usarán los rangos A y B.
El despeje de x2 en la segunda ecuación da:

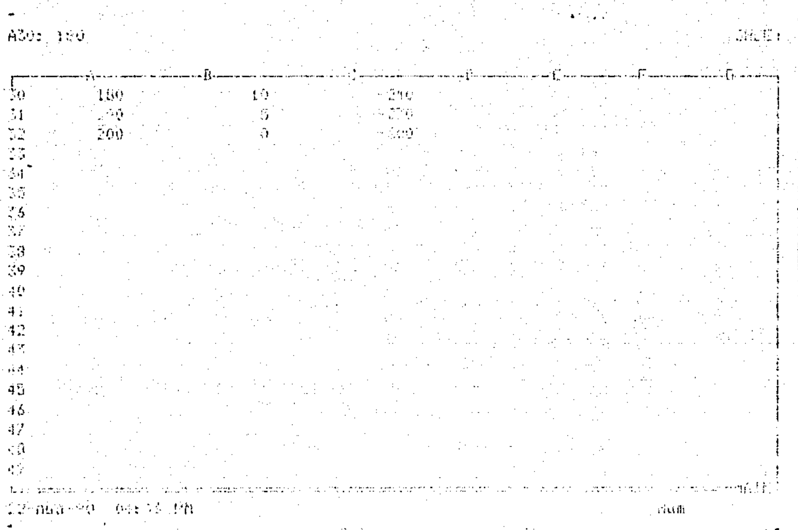
$$x2 = 300 - 3x1$$

En términos de la hoja de cálculo es:

300-3*A12

57. Apunta, en la casilla C12: 300-3*A12.
58. Acaba la escritura de la fórmula a través de <Enter>.
    ¿Qué resultado da? __________ .
59. Nuevamente, con ayuda de la orden Copy, copia esa fórmula en el rango C13..C32.
    La hoja de cálculo debe ser similar a la que aparece a continuación:

[illegible]	[illegible]		
[illegible]		[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	20	[illegible]	240
15	30	[illegible]	210
[illegible]	[illegible]	[illegible]	180
[illegible]	50	[illegible]	150
[illegible]	60	70	[illegible]
[illegible]	[illegible]	65	[illegible]
[illegible]	80	60	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	100	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	45	[illegible]
24	120	40	-60
25	[illegible]	35	-90
26	140	[illegible]	[illegible]
27	150	[illegible]	150
28	160	[illegible]	[illegible]
29	[illegible]	[illegible]	[illegible]



(Fig. 2)

Si no fuese igual la información entre las dos hojas, rectifica las fallas en la hoja de tu microcomputadora.

VI. Gráfica de las ecuaciones.

60. Presiona la tecla F10.
61. Elige: Graph.
62. Después: 1st-Settings.
63. Ahora: Type.
64. Enseguida: XY.
65. Luego: Range.
66. Por último, selecciona: X.
67. ¿Cuáles son las celdas del rango X? ____________ .

    Apunta el rango y presiona la tecla <Enter>.
68. Escoge: A.

    ¿Cuáles casillas forman el rango A? ____________ .

    Indica ese rango. Después <Enter>.
69. Elige: B.

    Las celdas que integran el rango B son __________

________ .

Introduce el rango. Termina mediante <Enter>.

70. Toma la opción Quit. Así se llega al menú 1st-Settings.
71. Escoge Switch.
72. En este nuevo menú, 2nd-Settings, selecciona: Titles.
73. A continuación: First.
74. Teclea: Ecuaciones Simultáneas.
75. Hecho lo anterior, pulsa <Enter>.
76. Opta en dos ocasiones, por Quit. De ese modo se está otra vez en el nivel principal del menú Graph.
77. ¿Cuál es la orden que se utiliza para observar una gráfica? ______________ .

    Elige esa instrucción.
78. ¿Qué aprecias en la pantalla? ______________

    ____

    ____

    ¿Ves la solución al sistema de ecuaciones? ____

    ________ .
79. Por medio de la tecla <Esc> regresa hacia el menú Graph en la hoja de cálculo.

VII. Almacenamiento de la gráfica en disco.

Se guardará la gráfica creada para usarla, junto con el programa Printgraph, en la impresión de esta y otras gráficas salvadas en prácticas anteriores.

80. Escoge: Image-Save.
    No olvides insertar en la unidad de discos B,el disquete que contiene tus archivos de trabajo.
81. Escribe: Nutric.
82. Presiona <Enter>.
83. Utiliza Quit, con el fin de abandonar el menú Graph.

VIII. Salvar el trabajo hecho y fin de la práctica.

En este momento, aún no se ha resuelto el sistema de ecuaciones simultáneas. Se deja para la próxima práctica el desarrollo de la solución.

84. A través del procedimiento realizado en casi todas las prácticas, guarda en disco el archivo: NUTRI2_2.
85. Sal del paquete Symphony y apaga la computadora, si nadie la va a usar.
    El punto terminal de esta sesión es redactar un

resumen con lo que consideres más importante.

Resumen

Práctica No. 7
"Solución del ejercicio: Dieta de animales"

Objetivos. Retomar el ejercicio de la solución de ecuaciones simultáneas.
Concluir el modelo de solución por eliminación, en la hoja de cálculo.

I. Introducción.

La práctica anterior preparó el esqueleto para la solución del problema de la dieta. Además, se explicó el método de eliminación para resolver ecuaciones simultáneas. Quedó pendiente la solución misma del sistema. En otras palabras, falta conocer las cantidades exactas de cada mezcla con el fin de darle a un animal su alimento balanceado. Esta práctica se enfoca a ese tema.

II. Recuperación de la hoja de trabajo.

1. Mediante la inserción del disco del paquete Symphony (el "Program Disk") en la unidad A y en base a las explicaciones dadas en las prácticas anteriores, carga en memoria el programa Symphony.
2. Inserta el disco de archivos de trabajo en la unidad B.
3. Recuerda los pasos para recobrar un archivo de disco y aplícalos en la recuperación del archivo NUTRI2_2.
4. ¿Cuál fué la última celda ocupada? ____________
5. Con el propósito de observar la hoja desde la celda inicial (A1), pulsa la tecla <Home>.

III. Desarrollo de la solución.

La matriz original se va a quedar en las celdas D7, E7, F7, D8, E8, F8, En las celdas H7, I7, J7, H8, I8, J8, se copiará esa matriz. La última matriz es la que se llevará a una forma triangular para de ahí, obtener las soluciones de x1 y x2.

6. Pon el cursor en H7.
7. Copia, a través de la orden Copy, el contenido del rango D7..F8 en la celda H7.
8. Para ver la matriz copiada, presiona la flecha derecha dos veces.
9. Después, lleva el cursor a H10.
10. Teclea: ^M.
11. Ubica el cursor en H11.
12. Anota la combinación de: \-.
¿Para qué sirve esto? ________________________

13. Presiona <Enter>.
¿Cuál número multiplicado por 1 y sumado a 3 da 0? __________ .

Recuerda que en las primeras hojas de la práctica anterior, se dijo que tal número recibe el nombre de "multiplicador". M es tal que:

$$M = \frac{-\ a21}{a11}$$

En el ejemplo que estás desarrollando en la hoja de cálculo, a21 es 3 y a11 es 1. Entonces M es:

$$M = \frac{-\ a21}{a11} = \frac{-3}{1} = -\ 3$$

a21 se corresponde con la cleda D8 y a11 con D7. Así, M es:

$$M = \frac{-\ D8}{D7}$$

A continuación se introducirá esa fórmula en la hoja de cálculo.

14. Translada el cursor a H12.
15. Escribe: -D8/D7.
16. Pulsa <Enter>.
Ahora, para hacer el desarrollo de la eliminación, se multiplica el primer renglón, celdas H7, I7 y J7, por el número M y se suma al segundo renglón, celdas H8, I8 y J8.
En Symphony, se traduce como:
H8: +D7*$H$12+D8.
17. Coloca el cursor en H8.
18. Anota la fórmula: +D7*$H$12+D8.
19. Concluye con <Enter>.
¿Cuál es el resultado? __________ .

De la misma forma, se multplica M por el siguiente coeficiente de la matriz en el primer renglón y se suma al segundo coeficiente en el segundo renglón.

20. Lleva el cursor hasta I8.
21. Teclea: +E7*$H$12+E8.
22. Presiona la tecla <Enter>.
¿Cuánto se obtuvo? __________ .

Falta multiplicar M por el término del otro lado de la igualdad, es decir:

b2 = M*b1

23. Pon el cursor en la casilla J8.
24. Aquí apunta la fórmula: +F7*$H$12+F8.
25. Pulsa <Enter>.
¿Qué número hay en J8? __________ .

En este momento la matriz A de coeficientes del sistema, está triangularizada. Para llegar a las soluciones de x1 y x2 se hace el despeje de x2

en la segunda ecuación y se sustituye ese valor en la primera ecuación.
Se tiene un sistema equivalente al primero:

$$x1 + 2x2 = 200$$
$$- 5x2 = -300$$

Sin recurrir a la hoja de cálculo, se nota que la solución para x2 es: x2 = 60.
Al sustituir ese número en la primera ecuación se obtiene para x1: x1 = 80.
En la hoja de cálculo se introducirán fórmulas que hagan el despeje y la sustitución anteriores. De esta forma, el modelo de eliminación de Gauss queda completo para un sistema de 2 por 2.
Se usará una parte de la hoja de cálculo, abajo de los renglones ocupados por la matriz del sistema equivalente. Tal matriz se encuentra en las columnas H, I, J, y en los renglones 7 y 8. Además, se ocuparon los renglones 10, 11 y 12 en la columna H, para calcular el valor de M. En consecuencia, se va a trabajar desde el renglón 18, columna G.

26. Ubica el cursor en G18.
27. Escribe el letrero: Soluciones del sistema.
28. Presiona <Enter>.
29. En la celda G19, anota: \-.
30. En H19, también apunta: \-.
31. Translada el cursor hasta G21.
32. Teclea: ^x1.
33. En H21, escribe: ^x2.
34. En G22, pon: \-.
35. Sitúa el cursor en H22.
36. Aquí, anota: \-.
37. Enseguida, <Enter>.

Para poder conocer el valor de x2 se hace la división del número que está en J8 entre el número que hay en I8.
En matemáticas, esto es:

$$x2 = \frac{b2}{a22} = \frac{-300}{500}$$

Para Symphony se hará lo siguiente:

38. Pon el cursor en H23.
39. Apunta la fórmula: +J8/I8.
40. Concluye por medio de <Enter>.

¿Cuál número hay en H23? ___________ .

Este es el valor de x2 que se debe sustituir en la primera ecuación para conocer el valor de x1.
Matemáticamente es:

$$x1 = \frac{b1 - a12\ x2}{a11}$$

¿A cuál celda corresponde, en la matriz del sistema equivalente, b1? ____________ .

¿A cuál a12? ____________ .

¿Cuál es la celda para x2? ____________ .

¿Y a cuál corresponde a11? ____________ .

41. Translada el cursor a G23.
42. Escribe la fórmula: (J7-I7*H23)/H7.
43. Pulsa <Enter>.
    ¿Cuánto dió? ____________ .

    En el contexto del enunciado del problema original, ¿qué interpretación le das a x1 y x2?

    ____

    ____

IV. Almacenamiento de la información en disco.

A continuación, se guardará el trabajo desarrollado en la hoja de cálculo, en el disco de archivos de trabajo. Con esto termina la práctica.

44. Presiona la tecla F9.
45. Escoge: File.
46. Luego: Save.
    ¿Cuál nombre te indica Symphony? ________________

    ____________ .
47. Acepta dicho nombre mediante <Enter>.
    ¿Se quiere sustituir el archivo de trabajo anterior por este nuevo archivo? ____________ .
48. Pulsa la letra Y.
49. Retira tus discos de la microcomputadora. Lee lo que viene a continuación.
    Como reflexiones finales, este modelo es muy rudimentario, pues en base principalmente a fórmulas, se llegó a un sistema equivalente al original, pero en forma triangular. De ahí, se calcularon sus soluciones. Cuando se trabajara tal modelo para un sistema de 3 por 3 o de dimensiones mayores, el método usado aquí se complicaría. Sería necesario anotar muchas fórmulas y manejar varios números. Es muy posible que, después de un rato de hacer eso, se llegara a confusiones entre lo que calcula cada fórmula y el resultado al que se quiere llegar.
    Con el propósito de dar una vía alterna para la

solución de un sistema de ecuaciones, en la siguiente hoja se muestra un diagrama de flujo.[1] Este diagrama puede convertirse a fórmulas en la hoja de cálculo, pero como se dijo arriba, es complicado. Una mejor elección es programar en un lenguaje de alto nivel: Basic, Pascal, o alguno otro.

Para finalizar, un ejercicio:

> "Dieta. En un experimento con ratones, un zoólogo encuentra que necesita una mezcla de alimentos que contiene, entre otras cosas, 23 gramos de proteína, 6.2 gramos de grasa y 16 gramos de humedad. El investigador dispone de mezclas que tienen las siguientes composiciones:

Mezcla	Proteína (%)	Grasa (%)	Humedad (%)
A	20	2	15
B	10	6	10
C	15	5	5

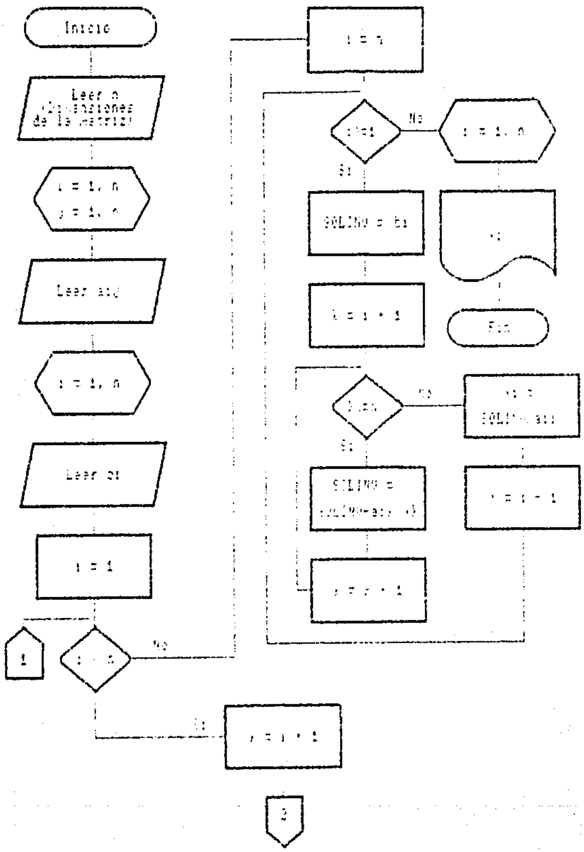
> ¿Cuántos gramos de cada mezcla debe utilizar para obtener la dieta deseada?"[2].

El planteamiento del problema lleva a un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas. Prueba a resolverlo. Hazlo primero con lápiz y pápel. Luego, en la hoja de cálculo. Por último, haz un programa en Basic o en Pascal.

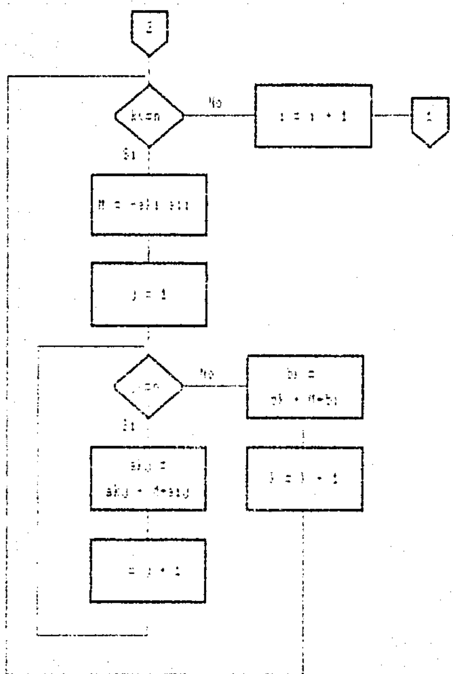
---

[1] Vease: Forsythe, et. al., Lenguajes de Diagramas de Flujo, Mexico, Limusa, 1981, pag. 367.

[2] Barnett, Raymond, op. cit., pag. 114.



Inicio
Leer n
(Dimensiones
de la matriz)
Leer aij
Leer bi
No
Si
SOLINV = bi
Fin



No
Si
No
Si

Práctica No. 8.
"Matemáticas VI: La regla del trapecio".

Objetivos. Se desarrolla un ejemplo sobre un posible uso de la hoja de cálculo y su graficador en la materia de matemáticas VI.
Se concluye el recorrido por las gráficas del tipo XY.

I. Introducción.

En la práctica No. 5 te introdujiste al ambiente gráfico de Symphony. Pudiste ver los distintos tipos de gráficas que Symphony permite dibujar. En esta práctica, usarás la regla del trapecio para calcular una integral numéricamente. El ejercicio consiste en obtener un valor aproximado para π por medio del cálculo de la siguiente integral[1]:

$$\pi = \int_{0}^{1} \frac{4}{1 + t^2} \, dt$$

El valor de n será 30. No olvides que mientras mayor elijas el valor de n, se logra una mejor aproximación al valor exacto de la integral. El método para evaluar integrales por la regla del trapecio fue explicado en la clase 12. Si tienes dudas sobre tal método, preguntale a tu profesor.

II. Inicio de la sesión.

1. En este punto, recupera de disco el programa Symphony, de la misma forma en que lo has hecho en prácticas anteriores. Iniciarás con una hoja de cálculo en blanco.
2. ¿Cuáles filas se ven en la parte izquierda de la pantalla? ______________________.
3. ¿Cuáles son las columnas que se ven? __________ ______________________________.

III. Definición del dominio y del codominio.

4. Pon el cursor en la celda I1.
5. Escribe: x.

[1] Vease: Cruse-Granberg, Lectures on Freshman-Calculus, , Addison-Wesley, pags. 424-496.

6. Para llevar el cursor a la celda I2, pulsa la tecla de flecha abajo.
7. Ahí teclea: \-. Esto hace que la casilla se llene con guiones.
8. Presiona <Enter>.
9. Sitúa el cursor en I3.
10. Oprime la tecla F10.
11. Escoge la opción: Range.
12. A continuación: Fill.
13. El conjunto de las celdas a rellenar es: I3..I23. Indícaselo a la computadora y termina con <Enter>.
14. El valor inicial es: 0. Presiona simplemente <Enter>.
15. El intervalo (Step Value) es: 0.05. Anótalo y da <Enter>.
16. El valor final es: 1. Symphony exhibe: 8191. Deja ese valor mediante la pulsación de <Enter>.
17. ¿Cuáles valores hay en las celdas I3..I23? ____

____

____ .

18. Translada el cursor hasta J1.
19. Anota: f(x).
20. Ahora, <Enter>.
21. Ubica el cursor en J2.
22. En J2 escribe: \-. Presiona <Enter> al acabar.
23. Lleva el cursor a J3.
24. Introduce la fórmula: +4/(1+I3^2).
25. Pulsa <Enter>.
26. ¿Qué valor hay en J3? ______________________ .
27. Pon el cursor en J4.
28. Haz lo siguiente: presiona F10; elige: Copy, pulsa <Esc>.
29. Sitúa el cursor en J3. Presiona <Enter>. De este modo, se acepta J3 como el rango FROM.
30. Symphony indica J4 como el rango TO. Oprime el punto (.) y luego <Pg Dn>.
    Observa que ahora la pantalla enseña: J4..J24 como el rango destino (TO). Tal rango no es el que se quiere. Para quitarlo:
31. Utiliza la flecha arriba una vez.
32. ¿Cuál rango indica ahora Symphony? __________

____ .

    Ese rango es el que se requiere. Dile que está correcto por medio de <Enter>.
33. ¿Qué relación existe entre cada valor de la columna I con su correspondiente en la columna J? ______________________________________

____

____.

IV. Tipo de gráfica.

34. Activa el menú de la tecla F10.
35. Elige: Graph.
36. Enseguida: 1st-Settings.
37. A continuación: Type.
38. Aquí selecciona: XY.
39. Toma la opción Range y luego X.
    El rango X está formado por las celdas de la columna I introducidas antes.
40. Señala a Symphony que el rango es: I3..23. Después, da <Enter>.
41. La siguiente definición es la del rango A.
42. Las casillas son: J3..J23. Anótalas o señálalas y termina con <Enter>.
43. Usa Quit para volver al menú de 1st-Settings, y luego otro Quit para regresar Al menú Graph.
44. En este último menú, elige: Preview.
    Anota tus comentarios respecto a la gráfica que observas en la pantalla. ____________________

    ____

    ____

    ____
45. Emplea <Esc> para abandonar la ventana gráfica, y después Quit para dejar el menú Graph.

V. Valores para i.

46. Translada el cursor a A1. Usa la tecla <Home>.
47. En A1 anota: i.
48. Baja el cursor a A2.
49. Teclea: \-.
50. Termina con <Enter>.
    En la columna A se hallarán las 30 particiones del intervalo [0,1].
51. Pon el cursor en A3.
52. Haz la siguientes instrucciones: F10, Range, Fill.
    Nota como Symphony recuerda el rango definido anteriormente. Con el fin de hacer que lo olvide, pulsa <Esc>.
53. El rango es A3..A32. Introdúcelo y concluye con <Enter>.
54. El valor inicial es: 1. Apúntalo y da <Enter>.
55. El paso es: 1. Escríbelo y luego <Enter>.

56. El valor final es 30. Puedes anotarlo, o bien presionar únicamente <Enter>.

VI. Valores para xi.

Cada xi está definida como: xi = a + i Δx. En una celda especial debe introducirse a. También se deben anotar b, n y Δx. Δx se define como:

$$\Delta x = \frac{b - a}{n}$$

Los valores correspondientes a aquellas variables se escribirán en la columna F.

57. Lleva el cursor a F2.
58. Anota: 0. Concluye mediante <Enter>.
59. Ubica el cursor en F3.
60. Apunta: 1. Pulsa <Enter>.
61. En F4, escribe: 30 y luego da <Enter>.
    El valor de Δx se obtiene de la fórmula:

$$\Delta x = \frac{F3 - F2}{F4}$$

62. En la casilla F5, anota:+(F3-F2)/F4
63. Presiona <Enter>.
    ¿Cuál resultado arrojó la fórmula? ____________ .

    Regresa el cursor a la columna B. Ahí se introducirán, ya conocido Δx, los valores para xi.
64. Sitúa el cursor en B1.
65. Escribe: Xi. Termina con <Enter>.
66. En la celda B2, anota: \-. Concluye con <Enter>.
    El valor de a se encuentra en F2. Δx está en F5. i se toma de la celda a la izquierda, es decir, B3 toma el valor para i de A3. De igual manera lo hacen: B4, B5, ..., B32.
67. Coloca el cursor en B3.
68. Introduce la fórmula: $F$2+A3*$F$5.
69. Presiona <Enter>.
70. ¿Qué resultado se obtiene en B3? ______________ .

    Copia la fórmula anterior hacia las celdas B4..B32. Para hacer eso:
71. Translada el cursor hacia B4.
72. Desarrolla esta secuencia de instrucciones: F10, Copy, <Esc>
73. Ubica el cursor en B3. Acepta dicha celda como el rango FROM a través de <Enter>.
74. Symphony indica que el rango TO es: ____________
    ____________ .

    Señálale que el rango destino es B4..B32. Luego, pulsa <Enter>.

75. ¿Qué resultados observas en la columna B? _____
____ .

VII. Valores para f(xi).

76. Sitúa el cursor en C1.
77. Escribe: f(xi). Termina con <Enter>.
78. En la celda C2 anota: \-. Concluye mediante <Enter>.

Los valores para f(xi) se obtienen a partir del cálculo de la función que se halla dentro del integrando. Esto es:

$$f(x) = \frac{4}{1 + x^2} \quad \text{o} \quad f(xi) = \frac{4}{1 + xi^2}$$

Los datos para xi se encuentran en la columna B. En base a lo anterior, se debe tomar el número en la columna B, elevarlo al cuadrado, sumarle 1 y por último dividir 4 entre el total de la suma anterior. En Symphony se dan estas instrucciones:

79. Pon el cursor en C3.
80. Teclea la fórmula: 4/(1+B3^2). Finaliza mediante <Enter>.
81. ¿Cuál es el resultado de C3? ____________ .

La fórmula escrita arriba se copiará en C4 hasta C32.

82. Translada el cursor hacia C4.
83. Repite los pasos ya aprendidos para copiar. Hazlo con los rangos C3 y C4..C32.
¿Cuál es el rango FROM? ____________ .
¿Cuál es el rango TO? ______________ .

VIII. Primer sumando en la regla del trapecio.

La regla del trapecio, reescrita, es:

$$\int_a^b f(x)\,dx \cong \sum_{i=1}^{n} f(xi)\,\Delta x + \frac{1}{2}\,[\,f(a) - f(b)\,]\,\Delta x$$

El primer sumando es equivalente a:

$$\Delta x \sum_{i=1}^{n} f(xi)$$

En las celdas C3..C32 se encuentran los valores de f(xi), Bastará, por lo tanto, sumarlos y a ese resultado multiplicarlo por el valor de Δx, que a su vez está en la casilla F5.

84. Pon el cursor en F6.
85. Escribe: @SUM(C3..C32). Termina a través de <Enter>.
86. ¿Qué número se obtuvo? ______________ .
87. Sitúa el cursor en F8.
88. Teclea la fórmula: +F6*F5. Luego presiona <Enter>.
    Así se realizó:

$$\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\ \Delta x$$

89. ¿Cuál número hay en F8? ____________ .

IX. Segundo sumando en la regla del trapecio.

Para evaluar el segundo sumando se conocen y están en la hoja de trabajo: a, b y Δx.
f(a) y f(b) son:

$$f(a) = \frac{4}{1 + a^2} \quad , \quad f(b) = \frac{4}{1 + b^2}$$

a se halla en F2 y b en F3. Δx está en F5.
La fórmula que calculará el segundo sumando se introducirá en la casilla G2.

90. Ubica el cursor en G2.
91. Anota: +1/2*(4/(1+$F$2^2)-4/(1+$F$3^2))*$F$5. No olvides usar la tecla <Enter>.
92. ¿Qué resultado dió en G2? _______________ .

X. Cálculo del valor aproximado de la integral.

Se requiere sumar los datos de las celdas F8 y G2 para poder conocer el valor aproximado de la integral:

$$\int_{0}^{1} \frac{4}{1 + t^2}\ dt$$

93. Translada el cursor a la celda F10.
94. Ahí apunta: $F$8+$G$2. Después <Enter>.
95. ¿Qué valor se obtuvo? _______________ .

¿Consideras que es una buena aproximación a π ? __________ . ¿Por qué? __________________________

____ .

XI. Adición de algunos rótulos.

Se agregarán algunos letreros explicativos de los datos de la columna F, en las celdas de la columna E. En la columna F se han calculado: a, b, n, $\sum f(xi)$, $\Delta x \sum f(xi)$ y la integral aproximada por la regla del trapecio.

96. Lleva el cursor a E1.
97. Teclea: f(x) = 4/(1 + x^2). Presiona <Enter>.
98. Ahora, pon el cursor en E2.
99. Escribe: a = . Después, emplea <Enter>.
100. Utiliza la tecla de flecha abajo con el fin de ubicar el cursor en la celda E3.
101. Anota: b = . Usa flecha abajo. El cursor se halla en E4.
102. Introduce: n =. Desplaza el cursor hacia E5.
103. Apunta: delta x = . Coloca el cursor en E6.
104. Teclea: suma =. Baja el cursor a E7.
105. Escribe: suma * . Pon el cursor en la celda inferior a E7, es decir, en E8.
106. Anota: delta x =. Utiliza la flecha de movimiento hacia abajo. La celda presente es E9.
107. Ahí introduce: INTEGRAL. Baja el cursor hacia E10.
108. Teclea: APPROX = . Finaliza con <Enter>.

    Falta añadir un rótulo en la casilla G1. El propósito es explicar el resultado del segundo sumando en la regla del trapecio.
109. Translada el cursor hacia G1.
110. Escribe el letrero: '1/2 (f(a) - f(b)) delta x =. Termina a través de la tecla <Enter>.

    ¿Por qué se antepone un apóstrofe en la escritura del letrero? ______________________

    ____ .

XII. Grabación de la hoja.

En una de las prácticas anteriores, se usó una macro-instrucción de nombre ALT G, para almacenar archivos en disco. En esta práctica no se encuentra tal macro en la hoja de trabajo. Podrías teclearlo otra vez dentro de la hoja actual, o por medio de las instrucciones: F9, File, Combine, Copy, traerlo del archivo GRADOSCF hacia un conjunto de celdas vacías. Luego, le pides a Symphony que nombre el rango \G, y por último aplicarías la macro-instrucción. Elige la opción que más te agrade. Por ahora, se guardará el archivo en la forma acostumbrada:

111. Presiona la tecla F9.
112. Elige la instrucción: File.
113. Luego, escoge: Save.
    El nombre que se dará a este archivo es: TRAPECIO. No olvides que el disco de tus archivos de trabajo debe hallarse en la unidad de discos B.
114. Teclea: TRAPECIO, y enseguida <Enter>.
    Espera a que Symphony termine de guardar el archivo.

XIII. Ejercicio.

Amplía, mediante las instrucciones: F10, Width, Set, y el ancho que creas adecuado, las columnas de la hoja de trabajo que se aprecien muy juntas.
Después, vuelve a grabar el archivo en disco.

XIV. Fin de la sesión.

Retira tus discos de las unidades A y B. Apaga la computadora y el monitor.

Esta práctica sirvió para hacer un repaso, aunque breve, junto con las prácticas realizadas antes, de los conceptos de las materias de matemáticas I a VI. Es tan vasto el contenido de esos cursos, que llevaría muchas horas el cubrirlo con prácticas en Symphony. En tus ratos libres, si hay equipo disponible en el laboratorio de cibernética y computación, puedes prácticar desarrollando otros ejercicios de matemáticas, o por qué no pruebas a mejorar los que han aparecido en estas prácticas.
Escribe, como última actividad, un resumen con tus impresiones de la práctica no. 8.

Resumen

Práctica No. 9
"Un uso de gráficas en Estadística"

Objetivos. En esta práctica se introducen las gráficas de barras y de sectores.
Se ve, a través de un ejemplo, la construcción de un histograma y una gráfica de sectores.
Se analizan algunas medidas de tendencia central y de dispersión del mismo ejemplo.

I. Introducción.

Esta práctica sirve de complemento a las clases 17 y 18. En dichas clases se vió como, a partir de un conjunto de datos, se obtienen conclusiones a partir de la construcción de una gráfica de sectores o de barras, y también por medio del cálculo de las medidas de tendencia central y de dispersión. Se explicó ya la forma de construir esas gráficas, pero únicamente se hizo en el pizarrón, por lo que es posible que las instrucciones y especificaciones para graficar en Symphony no hayan quedado claras. Con objeto de aclarar todas aquellas dudas, se verá, en vivo la elaboración de las gráficas de barras y de sectores.
La fuente de donde se extrajeron los datos, así como las variables consideradas en el estudio citado, ya fueron mencionadas en las clases 13 y 14.
Para recordar las cinco variables usadas, se describirán estas a continuación:
x1 = calificación total en las pruebas
x2 = calificación en el examen final
x3 = calificación total en el curso (x1 + x2)
x4 = promedio de calificaciones
x5 = calificación asignada al maestro por sus alumnos.
La variable x3, se empleará en esta práctica para realizar un ejercicio en Symphony. Los datos de esta variable corresponden al grupo B, que incluye a 65 alumnos.

II. Recuperar Symphony.

Si tienes alguna duda sobre la realización de este proceso, recurre a las prácticas anteriores.

III. Introducción de letreros.

1. En la celda A1, escribe el letrero: Dato No.
2. Presiona la tecla <Enter>.
3. Ahora, en la celda A2, anota: \-, y luego usa la

tecla <Enter>.
¿Para que sirven los caracteres \-? ____________

____

4. Translada el cursor hacia la celda B1.
5. Anota el letrero: x3 = calificación total en el curso.
6. Termina mediante <Enter>.
7. Para ir a la casilla B2 usa la tecla de flecha abajo.
8. Teclea otra combinación de las teclas \-
9. Ahora, presiona <Enter>.

IV. Rellenar el rango en la columna A.

10. Ubica el cursor en A3.
11. Pulsa la tecla F10.
12. En el menú presente en la pantalla, elige Range.
13. A continuación, escoge Fill.
Hay 65 alumnos en la población. Se usará la columna A para numerarlos. El número 1 se encontrará en A3.
¿Hasta cuál celda debe llegar la numeración? ___

____

14. ¿Cuál es el rango a rellenar? ________________
Teclea ese rango y después presiona <Enter>.
15. El valor inicial es: ________________ .
Escríbelo y concluye con <Enter>.
16. La separación entre los números es de una unidad. Así lo indica Symphony. Utiliza <Enter> para aceptar aquello.
17. El valor final es 8191. No existe inconveniente en dejar tal valor, puesto que, al completar los 65 números pedidos, se detendrá el procedimiento de rellenado del rango. Pulsa <Enter> para dejar ese número.
18. La lista de los números puedes mirarla completa mediante el uso de las teclas <Pg Dn> y <Pg Up>.
¿Qué números observas en la columna A? __________

____

V. Captura de los datos de la muestra.

Los datos que se capturarán, para realizar el análisis, son:

x3	x3	x3	x3	x3	x3
245	295	297	289	175	267
339	167	195	311	197	247
270	245	281	228	195	170
175	261	300	183	253	181
181	200	222	336	239	322
183	206	253	272	220	222
195	181	300	261	200	231
231	302	261	284	275	264
306	378	322	253	225	220
264	397	292	303	322	228

x3
256
295
225
256
256

Estos datos corresponden al curso B, del estudio que ya se explicó al principio de esta práctica.
Para teclearlos en la hoja de cálculo:

19. Coloca el cursor en B3.
20. Teclea el primer número: 245.
21. Presiona la tecla de flecha abajo.
22. Ahora, en B4, anota: 339.
23. Presiona la tecla de flecha abajo.
24. En la casilla B5, escribe: 270
25. Presiona la tecla de flecha abajo.
    Haz introducido tres datos en la hoja de cálculo. El procedimiento para la introducción de los 62 datos faltantes es similar: se teclea el número y se baja el cursor a la celda inmediata inferior. La siguiente actividad a realizar, es que teclees esos sesenta y dos datos en las celdas B6 hasta B67.

Al finalizar, tus datos en la hoja de cálculo deben ser iguales a estos:

	A		C
1	Dato No.	[illegible]	
3	1		[illegible]
4	2		[illegible]
5	[illegible]		[illegible]
6	4		175
7	5		191
8	6		183
9	[illegible]		[illegible]
10	[illegible]		271
11	9		[illegible]
12	10		264
13	[illegible]		[illegible]
14	[illegible]		[illegible]
15	13		145
16	14		181
17	15		200
18	16		
19	[illegible]		101
20	[illegible]		302

01-Jan-80 02:30 AM

A21: 19 READY

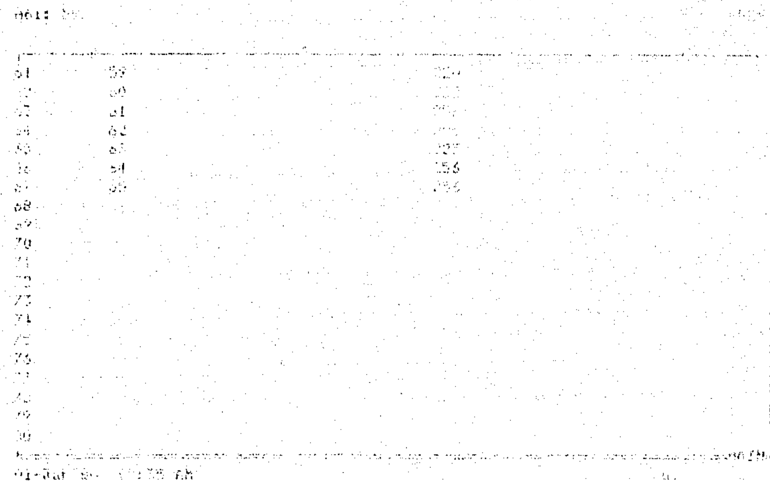
A	B	C
21	19	[illegible]
22	20	[illegible]
23	21	[illegible]
24	22	[illegible]
25	23	[illegible]
26	24	[illegible]
27	25	[illegible]
28	26	257
29	27	300
30	28	261
31	29	[illegible]
32	30	[illegible]
33	31	209
34	32	[illegible]
35	33	[illegible]
36	34	[illegible]
37	35	[illegible]
38	36	272
39	37	[illegible]
40	38	[illegible]

01-Jan-80 02:31 am NUM

A41: 39 READY

A	B	C
41	39	[illegible]
42	40	[illegible]
43	41	175
44	42	[illegible]
45	43	[illegible]
46	44	[illegible]
47	45	[illegible]
48	46	[illegible]
49	47	[illegible]
50	48	[illegible]
51	49	[illegible]
52	50	[illegible]
53	51	[illegible]
54	52	[illegible]
55	53	170
56	54	101
57	55	[illegible]
58	56	[illegible]
59	57	[illegible]
60	58	[illegible]

01-Jan-80 02:33 am NUM



VI. Cálculo de la media.

Luego de contar ya con los sesenta y cinco datos, se calculará su media aritmética. Para hacer esto:

26. Sitúa el cursor en B1.
27. Activa el Menú (tecla F10).
28. Selecciona: Width. Con esto se cambia el ancho de la columna.
29. Elige: Set.
30. El ancho de la columna B será: 35.
31. Después de indicarlo a Symphony, presiona <Enter>.
    La ejecución de los pasos anteriores, sirvió para lograr que el letrero de la celda B1 no invada la celda C1. Esta última se necesita para poner un letrero.
32. Lleva el cursor a C1.
33. Escribe el letrero: "MEDIA.
34. Concluye con <Enter>.
    ¿Cuál efecto tiene, sobre un letrero, el carácter " ? ______________________________
    ____

35. En la casilla C2, anota: \-
36. Luego, pulsa <Enter>.
37. Pon el cursor en C3.
38. Teclea la fórmula: @AVG(B3..B67)
39. Presiona <Enter>.
    ¿Cuál es la media? ______________________

    La fórmula @AVG(B3..B67) se usa para calcular la media aritmética o promedio de los datos de la columna B. Así, en la celda C3 se halla el promedio de las calificaciones totales en el curso, de los 65 alumnos.
    ¿Qué puedes decir de la media aritmética? ______

    ____

VII. Cálculo de la varianza.

La varianza de un conjunto de datos se calcula a partir de la siguiente fórmula:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

Symphony tiene la función @VAR que calcula la varianza en base a la fórmula anterior. En los libros de Estadística se explica y se demuestra, que es una mejor medida la varianza con el denominador n-1:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

En la hoja de cálculo se anotarían en una columna las fórmulas para calcular la diferencia $x_i - \bar{x}$; en otra columna se calcula $(x_i - \bar{x})^2$; luego se suman estas últimas diferencias y el resultado se divide entre n-1. En la clase 14 se explicó, a través de un ejemplo, el procedimiento anterior. Por ahora, se calculará la varianza usando la función @VAR de Symphony:

40. Coloca el cursor en D1.
41. Teclea el letrero: Var(n)
42. Presiona <Enter>.
43. Pon el cursor en D2.
44. Anota:\-.
45. Termina con <Enter>.
46. En la celda D3, teclea la fórmula: @VAR(B3..B67)

47. Concluye a través de <Enter>.
    ¿Cuál es la varianza de los datos? ______________

    ¿Qué puedes decir de la varianza? ______________

    ____

VIII. Cálculo de la desviación estándar.

La desviación estándar, o desviación típica, es la raíz cuadrada de la varianza:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

También:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

La función @STD de Symphony calcula la desviación estándar mediante la primera fórmula. Esto también es posible hacerlo con ayuda de la función @SQRT, que calcula la raíz cuadrada, usando como argumento la varianza, es decir, @SQRT(@VAR(B3..B67)). En esta práctica se usará la función @STD.

48. Lleva el cursor a la celda E1.
49. Escribe el letrero: Desv(n)
50. Presiona la tecla de flecha abajo con objeto de colocar el cursor en E2.
51. Teclea: \-.
52. Presiona <Enter>.
53. En la casilla E3, anota la fórmula: @STD(B3..B67).
54. Pulsa la tecla <Enter>.
    ¿Cuál es la desviación estándar? ______________

    ¿Qué puedes decir de este resultado? ______________

    ____

IX. Almacenamiento del trabajo hecho.

55. Guarda, por medio de las instrucciones aprendidas en las otras prácticas, el trabajo que llevas hecho hasta ahora. Asígnale al archivo el nombre: CURSO_B.

X. Copia de los datos de la columna B en la columna F.

El cálculo de la mediana requiere de la ejecución de los siguientes pasos:
1o. Copiar lo datos que se tienen, en una columna distinta de la columna B.
2o. Ordenarlos en esa nueva columna en orden creciente; esto es, de menor a mayor.
3o. Observar y anotar el dato que quedó en medio; en este caso, el dato en el lugar treinta y tres.
Realizarás la copia:
56. Sitúa el cursor en la casilla F1.
57. Escribe este letrero: datos ordenados.
58. Presiona la tecla <Enter>.
59. En la casilla F2, escribe: \-.
60. Enseguida, con el cursor ubicado en la celda F3, presiona la tecla F10.
61. Selecciona: Copy, en el menú.
62. Pulsa la tecla <Esc>.
63. Presiona cuatro veces la tecla de flecha izquierda.
¿En cuál celda se halla el cursor? ____________
64. Teclea un punto.
65. Pulsa la tecla <End> y a continuación la tecla de flecha abajo.
¿Cuál rango indica Symphony, como rango origen?
____________________________________ .
66. Por medio de la tecla <Enter>, acepta tal rango. Symphony regresó a la celda F3. Esta es la primera celda del rango destino. Symphony copiará todos los valores de las celdas B3 hasta B67 en las celdas F3 hasta F67. Esto se hará así:
67. Presiona <Enter>.
¿Cuáles datos hay en las celdas F3 hasta F67?
____________________________________ .
¿Cómo son respecto a los de la columna B? ______
________________ .

XI. Ordenación de los datos.

El siguiente paso es ordenar los datos. Symphony maneja las instruciones de ordenación como si se estuviera trabajando en una ventana de base de datos (FORM); solicita rangos, orden (ascendente o descendente), claves de ordenación y otras instrucciones que serán explicadas más adelante. Por ahora:
68. Presiona la tecla F10.

69. Elige, dentro de ese menú: Query.
70. ¿Cuáles instrucciones forman el submenú Query?

____

____

71. Selecciona: Settings.
Anota todas las opciones que te brinda el submenú Settings ______________________

____ .

72. Escoge: Basic.
73. Ahora: Database.
74. Señala a Symphony que el rango de la base de datos es: F1..F67.
75. Hecho lo anterior, presiona <Enter>.
Se le ha indicado a Symphony, dos celdas que no forman parte del conjunto de datos. Se hizo así, porque Symphony no toma en cuenta, al ordenar los datos, la primera celda del rango que es, por lo general, un encabezado.
76. Utiliza Quit, con el fin de salirdel submenú actual.
77. Toma la opción Sort-Keys.
Esta alternativa da entrada al menú en el cual se indican las claves de ordenación de los datos.
¿Cuáles son las opciones posibles en el submenú Sort-Keys? ______________________

____ .

78. De entre ellas, elige: 1st-Key.
¿Cuál mensaje muestra Symphony? ______________

____ .

79. Esa celda está correctamente seleccionada. Aceptála a través de <Enter>.
¿Qué indica Symphony? ______________________ .
80. La A está como parpadeando. Por omisión, Symphony supone que se desea ordenar los datos en forma ascendente. En vista de que esto es lo que se requiere, presiona <Enter>.
81. Emplea Quit, para salir.
Se volvió al submenú Query.
82. Elige: Record-Sort.
¿Qué pregunta Symphony? ______________________ .
83. Selecciona A (All) con el fin de que Symphony deje intactos todos los datos.
¿Qué observas en la columna F? ______________

____ .

84. Abandona este submenú mediante la opción Quit.

XII. Salvar el trabajo hecho.

85. Guarda en disco, como ya sabes hacerlo, el archivo CURSO_B.
86. Sal del paquete Symphony y si nadie va a usar la computadora, apágala.
    Ahora, redacta un resumen con tus impresiones del trabajo desarrollado en esta práctica.

Resumen

Práctica No. 10
Gráficas en Estadística. Parte II.

Objetivos. Continuar con el análisis de los datos del curso_b.
Construir gráficas descriptivas de los datos de ese mismo curso.

I. Introducción.

Durante la práctica anterior, se han calculado algunas medidas descriptivas de los datos del curso_b. Quedó pendiente la evaluación de la mediana y de la moda. En esta práctica se calcularán dichas medidas y se construirán un histograma y una gráfica de sectores.

II. Recuperación de la hoja de trabajo.

El archivo a recuperar, luego de que hayas iniciado la sesión en Symphony, se llama CURSO_B. Carga tal archivo en memoria. Recuerda las instrucciones dadas en las prácticas previas.

III. Cálculo de la mediana.

¿Cuántos datos se tienen en la hoja de cálculo?. Son sesenta y cinco. Se explicó en la clase No. 14 que, luego de que se ordenan los datos en forma ascendente, la mediana es el dato que queda enmedio de todos, cuando hay un número impar de ellos. En el ejercicio presente, donde hay sesenta y cinco datos, la mediana es el dato que quedó en la posición treinta y tres. A continuación se obtendrá la mediana.

1. Sitúa el cursor en la celda F35.
   ¿Cuál número hay en F35? ___________ .
2. Presiona la tecla <Pg Up>.
3. Lleva el cursor hasta F1.
4. Pulsa la tecla F10.
5. Elige: Width.
6. Luego: Set.
7. Teclea: 18 y termina a través de <Enter>.
   Se le dió una anchura mayor a la incial a la columna F para no tener problemas de claridad en los letreros.
8. Coloca el cursor en G1.
9. Introduce el letrero: "MEDIANA.
10. Finaliza con <Enter>.
11. Ahora, en G2 anota: \-.
12. Usa <Enter> cuando termines.

13. En la casilla G3 va la fórmula: $F$35.
14. Luego de teclearla, da <Enter>.
¿Cuál número ha aparecido en G3? __________ .

La fórmula $F$35 indica que no importa cuáles sean los datos en la columna F, siempre se encontrará la mediana en la celda F35. Ese valor se copiará, en todo caso, a G3.

IV. La moda.

¿Qué es la moda? La moda se define como el dato que aparece el mayor número de veces que los otros en uma muestra.
En el ejercicio hay sesenta y cinco datos ordenados. No es necesario que esten así para poder deducir la moda.
El proceso a seguir es observar los datos uno por uno, desde el quedó hasta arriba en la lista. Luego contar cuántas veces aparece ese dato en toda la lista. Anotarlo a un lado. Después ver el siguiente número en el orden, contar las apariciones de ese dato en la lista. Seguir así hasta completar la revisión de todos los datos. El dato con el mayor número de apariciones es la moda. Se verá enseguida como deducir la moda.

15. Pon el cursor en la celda F3.
Observa el dato que quedó como el menor de todos ellos.
Anota ese dato __________ .

¿Cuántas veces aparece? __________ .

16. Mira el siguiente dato que no sea igual al o a los que viste arriba.
¿Cuál dato hallaste? __________ .

Escribe el número de apariciones que tiene __________ .

Anota, en la siguiente hoja, en blanco, cada uno de los datos que se encuentran en la lista, seguido del número de veces que aparece en dicha lista. Por ejemplo:
El 200 aparece 5 veces.
El 135 aparece 1 vez.
Hazlo así con todos los datos del curso_b.
17. Al terminar con el trabajo anterior, contesta:
¿Cuál es la moda? __________ .

V. Construcción de un histograma.

18. ¿Cuál es el menor de los sesenta y cinco datos?

__________ .

19. ¿Cuál es el mayor? __________ .

20. Haz la diferencia entre el mayor y el menor. ¿Cuál es la diferencia? __________ .

    Este número se llama rango (o recorrido) de la muestra. El rango se dividirá en 10 intervalos de longitud 25. Después, se contará la frecuencia de acuerdo con los datos de la muestra y a partir de ella se harán las gráficas de barras y de sectores.
    Los pasos para construir la tabla de frecuencias son largos y laboriosos para el tiempo disponible en una práctica de laboratorio. Es recomendable que intentes construir esa tabla en tu cuaderno y con toda calma. Con el objeto de ahorrar tiempo, se anotarán los resultados en la hoja de cálculo:

21. Sitúa el cursor en la celda J1.
22. Escribe el letrero: clase.
23. Luego, pulsa <Enter>.
24. En la casilla J2, pon:\-.
25. Utiliza las instrucciones de rellenado de un rango con las celdas J3,J4,...,J12. Los valores van desde 1 hasta 10.
26. Ubica el cursor en K1.
27. Escribe: intervalo de clase.
28. Termina mediante <Enter>.
29. Presiona la tecla F10
30. Selecciona: Width
31. Enseguida: Set.
32. Escoge 20, como anchura.
33. Después, pulsa <Enter>.
34. En la celda K2, anota:\-.
35. Presiona <Enter>.
36. Coloca el cursor en K3.
37. Teclea: ^165.5-190.5.
38. Presiona la tecla de flecha abajo.
39. En K4, anota: ^190.5-215.5.
40. Después, en K5: ^215.5-240.5.
41. En K6: ^240.5-265.5.
42. En K7: ^265.5-290.5.
43. En K8: ^290.5-315.5.
44. En K9: ^315.5-340.5.
45. En K10: ^340.5-365.5.
46. En K11: ^365.5-390.5.
47. En K12: ^390.5-415.5.
48. Translada el cursor a L1.
49. Escribe: frecuencia.
50. Finaliza con <Enter>.
51. En la celda L2, teclea: \-.

52. Anota: 9, en la celda L3.
53. En L4: 7.
54. En L5: 11.
55. En L6: 14.
56. En L7: 7.
57. En L8: 10.
58. En L9: 5.
59. En L10: 0.
60. En L11: 1.
61. En L12: 1.
62. Ubica el cursor en K3.
63. Presiona la tecla F10.
64. Escoge: Graph.
65. Selecciona: 1st-Settings.
66. Ahora: Type.
67. Después: Bar.
68. Luego: Range.
69. Elige: X.
    ¿Qué te indica Symphony? ______________________ .
70. Para fijar el inicio del rango X, teclea un punto.
71. Pulsa la tecla <End> y a continuación la tecla de flecha abajo.
    ¿Cuál rango indica? ______________________ .
72. Acepta ese rango por medio de <Enter>.
73. Escoge: A.
74. Symphony dejó el cursor en la celda K3. Mediante la tecla de flecha derecha, pon el cursor en L3.
75. Presiona un punto.
76. Presiona <End> y flecha abajo.
    ¿Cuál es el rango? ______________________ .
77. Presiona <Enter>.
78. Elige la opción Quit.
79. Selecciona: Switch.
80. Escoge: Titles.
81. Después: First.
82. El primer título es: CALIFICACIONES.
83. Concluye con <Enter>.
84. Toma la opción: Second.
85. El segundo título es: Curso B.
86. Al terminar de escribir el letrero, pulsa <Enter>.
87. Elige: X-Axis.
88. Escribe: Total en el curso.
89. Pulsa <Enter>.
90. Escoge: Y-Axis.
91. Anota: Frecuencia.
92. Después, <Enter>.
93. A través de Quit, 2 veces, regresa al menú principal de Graph.

94. Selecciona: Preview.
95. ¿Qué comentarios puedes hacer de la gráfica? ___

____

____

____ .

96. Emplea <Esc> para volver a la ventana de hoja de cálculo.

VI. Salvamento del histograma.

Luego de haber visto la gráfica, ésta se guardará en disco para imprimirse en papel por medio del programa Printgraph.

97. Elige la opción: Image-Save.
¿Cuáles nombres han aparecido? _______________

____ .

98. Symphony requiere de un nombre para la gráfica. Anota: CURSO_B.
99. Hecho lo anterior, presiona <Enter>.
100. Abandona el menú Graph a través de Quit.
Así se cuenta ya con un archivo listo para su impresión con Printgraph. En la siguiente práctica se imprimirá esa gráfica, junto con otros archivos de gráficas creados por ti en prácticas anteriores. La siguiente actividad consiste en hacer una gráfica de sectores.

VII. Gráfica de sectores.

Se construirá una gráfica de sectores a partir de la de barras, simplemente cambiando el tipo de gráfica. Symphony recuerda el rango X establecido antes, así como el rango A, los títulos primero y segundo, pero no los títulos del eje x ni del eje y.

101. Pulsa la tecla F10.
102. Elige: Graph.
103. Después: 1st-Settings.
104. Selecciona: Type.
¿De cuál tipo era la gráfica anterior? __________

_____________ .

105. Toma la decisión por: Pie.
106. Escoge Quit, con objeto de volver al menú principal de Graph.
107. La opción Preview permitirá mirar la nueva gráfica.
¿Qué observas? ______________________________

____ .

108. Pulsa <Esc>, con el fin de volver a la ventana de hoja de cálculo.

VIII. Almacenamiento de la gráfica de sectores.

La gráfica de sectores se almacenará en disco como un archivo de gráficas. Hasta este momento hay cuatro de ellas en el directorio de tus archivos: CONVCF.PIC, CONVFC.PIC, NUTRIC.PIC y CURSO_B.PIC.
Sin dejar el menú Graph:

109. Elige: Image-Save.
Observa que Symphony exhibe los tres nombre de los archivos de gráficas.
110. Teclea: SECTOR_B.
111. Presiona <Enter>.
Espera unos segundos a que Symphony guarde el archivo.
112. Escoge: Quit. De este modo dejas el menú Graph.

IX. Guardar el archivo en disco.

Para concluir esta práctica, se grabará en disco el archivo de trabajo. Recuerda que esta es una hoja de cálculo con gráficas. Las gráficas se ven a través de cambiar la ventana SHEET a una ventana GRAPH, por medio de ALT F10; o bien, se entra a la opción Graph del menú de hoja de cálculo. Las gráficas sólo es posible imprimirlas vía Printgraph. La práctica 12 se enfoca a ese tema.

113. Presiona la tecla F9.
114. Elige: File.
115. Ahora: Save.
¿Cuál mensaje manda Symphony? ____________________
116. Presiona <Enter>.
Anota el mensaje que hay en la pantalla ________
____ .
117. Selecciona: Y.
118. Cuando Symphony haya acabado de grabar el archivo, retira el disquete Symphony Program Disk de la unidad A.
119. Introduce el disquete del MS-DOS.
120. Pulsa la tecla F9.
121. Elige: Exit.
122. Enseguida: Yes.
123. Apaga la máquina (en la parte posterior) y el monitor (en la parte delantera).
124. Retira el disquete de tus archivos de la unidad B y el disco del MS-DOS de la unidad A.
Haz un resumen con tus impresiones de esta práctica.

Resumen

Práctica No. 11.
Estadística II: Regresión Lineal.

Objetivos. Mostrar la construcción de la recta de mínimos cuadrados.
Tratar de ajustar una recta a los datos del estudio citado en clases y prácticas anteriores.
Ver si existe una relación entre las calificaciones finales de los alumnos de dicho estudio y la calificación asignada a su profesor por ellos mismos.

I. Introducción.

En las prácticas 9 y 10, trabajaste con los datos de un estudio basado en las calificaciones de alumnos de un curso. Aquellas prácticas te sirvieron para aprender a calcular algunas medidas de tendencia central y de dispersión; también aprendiste a construir gráficas de sectores y de barras. La práctica que tienes en tus manos te ayudará a conocer un nuevo tema: la regresión lineal. En la clase No. 19 se explican ese tema y otros conceptos relacionados.
Se retomarán algunos de los datos del estudio mencionado. Las variables a considerar en esta ocasión son:
X4 = promedio de calificaciones, y
X5 = calificación asignada al maestro por sus alumnos (de 1 a 5).
Los datos son del grupo B. Este tiene 65 alumnos. Se va a buscar si existe una relación entre el promedio de calificaciones obtenido por un alumno y la calificación que este asigna a su profesor. En otras, se quiere ver si un alumno con calificación alta en su promedio da igüalmente una calificación a su profesor y viceversa, si un alumno obtuvo una calificación baja, se trata de estimar si le da una calificación también baja a su profesor; o si no existe ninguna relación entre ambas calificaciones.

II. Inicio de la sesión en Symphony.

Carga en la memoria el programa Symphony. Si has procedido con cuidado y con orden en las prácticas anteriores, no debes tener problemas con este paso.

III. Introducción de letreros.

1. Pon el cursor en la celda C1.
2. Escribe el letrero: Regresión Lineal.

3. Concluye con <Enter>.
4. Con el cursor situado en C2, teclea:\-.
5. Termina mediante <Enter>.
6. En las celdas D2 y E2 pon también un subrayado (\-).
7. Coloca el cursor en C3, presionando la tecla de flecha abajo y luego la tecla de flecha izquierda.
8. Anota: mínimos cuadrados.
9. Después, presiona <Enter>.
10. En las celdas C4 y D4, anota:\-.
11. Ubica el cursor en A6.
12. Escribe: ^X. (Observa el carácter ^. No olvides que se utiliza para centrar un letrero en una celda).
13. En A7, pon otra combinación de:\-.
14. Ahora, en B6 anota:^Y.
15. Por último, en B7: \-.

IV. Captura de los datos.

Las columnas A y B se usarán para anotar las sesenta y cinco parejas de datos. Después se construirá un diagrama de dispersión.
Sigue con mucho cuidado las instrucciones que vienen a continuación.

16. Sitúa el cursor en A8.
17. Escribe: 2.0.
18. Presiona la tecla con flecha a la derecha.
    ¿En cuál celda está el cursor? ________________ .
19. En esa celda, anota: 3.
20. Pon el cursor en A9.
21. Teclea: 3.5.
22. Translada el cursor a B9.
23. Aquí va: 4.
    Hasta este instante, has capturado dos parejas de datos. La captura de las sesenta y tres parejas faltantes es similar. Representa un proceso laborioso, pero servirá para redondear las ideas que se han estado desarrollando en las clases y prácticas anteriores que tratan de Estadística.
    Las sesenta y cinco parejas de datos se hallan en los siguientes renglones. Recuerda que ya tienes anotadas dos parejas en la hoja de cálculo. Usa los renglones 8 hasta 72 y las columnas A y B, de la misma hoja de cálculo.

x4	x5	x4	x5
2.0	3	2.0	2
3.5	4	2.8	3
2.3	5	2.0	3
1.9	4	3.0	3
2.5	4	2.0	3
2.5	1	3.0	5
2.2	3	2.1	3
3.0	3	2.6	5
2.5	3	4.0	3
3.6	1	3.5	5

x4	x5	x4	x5
3.0	4	2.5	4
2.8	3	3.0	4
2.7	3	3.0	3
2.7	3	2.5	4
2.0	5	3.7	5
2.3	1	3.4	5
2.6	4	2.4	4
2.4	3	2.9	4
2.0	5	2.2	3
2.6	2	3.0	3

x4	x5	x4	x5
3.0	3	2.5	3
2.9	2	2.3	5
2.3	3	2.5	5
3.1	3	2.0	5
2.9	3	2.2	5
2.5	5	3.0	3
2.0	4	2.8	4
2.7	3	3.0	4
3.8	3	3.0	3
2.2	4	3.0	4

x4	x5
3.0	5
2.0	5
3.0	5
2.4	5
2.8	4

Después de que hayas introducido todos los datos, estos deben aparecer en la hoja de cálculo así:

```
A1:                                                          SHEET

                        Regresion Lineal
                        ----------------
                        [illegible]
                        ----------------

 6        x        y
 7   ------------------
 8        2        2
 9      3.5        4
10      2.[illegible]  [illegible]
11      1.9        [illegible]
12      2.5        4
13      [illegible].5  1
14      [illegible].2  [illegible]
15        3        [illegible]
16      2.5        [illegible]
17      3.6        1
18        2        2
19      [illegible]  [illegible]
20        2        [illegible]

01-Jan-[illegible]  [illegible]                              NUM
```

A21: 2 [illegible]

21	2	[illegible]
22	2	[illegible]
23	[illegible]	5
24	2.1	[illegible]
25	2.6	5
26	4	[illegible]
27	3.3	5
28	3	[illegible]
29	2.8	[illegible]
30	2.7	3
31	[illegible]	[illegible]
32	2	5
33	2.3	1
34	2.6	4
35	2.4	[illegible]
36	2	5
37	2.6	[illegible]
38	2.5	4
39	3	4
40		

01-Jan-80 02:[illegible] AM NUM

A41: 2.5 [illegible]

41	2.5	[illegible]
42	3.7	[illegible]
43	3.4	5
44	2.4	4
45	2.9	4
46	2.2	[illegible]
47	3	[illegible]
48	[illegible]	[illegible]
49	[illegible]	2
50	[illegible]	3
51	[illegible]	[illegible]
52	[illegible]	[illegible]
53	[illegible]	5
54	2	[illegible]
55	2.7	[illegible]
56	3.8	5
57	[illegible]	1
58	2.5	[illegible]
59	[illegible]	[illegible]
60	2.5	[illegible]

01-Jan-80 02:52 AM NUM

61	[illegible]	[illegible]
62	2.2	[illegible]
63	[illegible]	[illegible]
64	[illegible]	[illegible]
65	3	4
66	[illegible]	[illegible]
67	[illegible]	4
68	3	[illegible]
69	[illegible]	[illegible]
70	[illegible]	[illegible]
71	[illegible]	[illegible]
72	2.8	[illegible]
73		
74		
75		
76		
77		
78		
79		
80		

01-Jan-80 [illegible] AM

V. Diagrama de dispersión.

Se construirá un diagrama de dipersión a partir de las sesenta y cinco parejas de datos. Servirá para analizar si existe una recta que ajuste las parejas de datos.

24. Presiona la tecla F10.
25. En este submenú, elige: Graph. (Es suficiente presionar la G).
26. Enseguida, debes seleccionar: 1st-Settings.
27. Escoge: Type.
28. El tipo de gráfica es: XY.
29. A continuación: Range, seguido de: X.
    ¿Cuáles celdas forman parte del rango X? ________ ________ .
    Teclea ese rango y después presiona <Enter>.
30. El siguiente rango a definir es: A.
    Las celdas que ocupa el rango a son: ________ ________ .
    Indícalas y al terminar da <Enter>.

31. La opción Quit se emplea para regresar al submenú 1st-Settings.
32. Otra vez en este submenú, escoge: Format.
33. Luego: A.
Las opciones mostradas por Symphony son: ________
____.
34. La decisión es por: Symbols.
35. Mediante Quit, dos veces, vuelve al menú principal de Graph.
36. Para ver la gráfica creada, usa: Preview.
¿Qué gráfica se obtuvo? ________________________
____.
¿Observas alguna relación lineal entre las dos variables? ____________ .
37. Usa <Esc> para salir de la gráfica.
38. Escoge Quit. Esto hace que estés de nuevo en la hoja de cálculo.

VI. Zona de resultados.

La ecuación de la recta de mínimos cuadrados es de la forma :

$$y = a + bx$$

donde:

$$a = \overline{y} - b\overline{x}$$

y:

$$b = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - \left(\sum x \right)^2}$$

En las celdas H1 hasta M20, se realizarán los cálculos para obtener los coeficientes a y b; mientras que en las celdas D6 hasta G15, se escribirán los resultados de aquellos cálculos.
39. A través de la tecla <Home>, lleva el cursor hacia la celda A1.
40. Enseguida, sitúa el cursor en D6.
41. Ahí, anota: Resultados.
42. Una línea de subrayados (\-) va en las celdas D7 y E7.
43. En D9, escribe: "a=.
44. En D11: "b=.
Ten presente que las comillas se usan para ajustar un texto a la derecha en una celda.
45. La casilla D13, contendrá: La ecuación de la recta es.
46. Termina con <Enter>, la escritura de ese letrero.
Aún no se han cálculado a y b. Los coeficientes en la recta de mínimos cuadrados aparecerán después de desarrollar las operaciones en las

columnas H, I, J, K, L, M. Posteriormente, se copiarán a y b en las celdas E9 y E11.

VII. Zona de cálculos.

Si observas con atención, para obtener a y b se rquiere realizar algunas sumas. En la zona de cálculos se desarrollarán esas sumas y luego, algunos despejes de términos con objeto de conocer los coeficientes de la recta de mínimos cuadrados.

47. Coloca el cursor en J1.
48. Apunta: Zona de cálculos.
49. A continuación, en H2: \-.
50. Finaliza mediante <Enter>.
51. Emplea la orden Copy del menú, con el fin de duplicar el contenido de H2, en las celdas I2, J2,...,M2.
52. Ahora, en H4, escribe: ^x.
53. Y en I4: ^y.
54. En J4: ^x*y.
55. En K4: ^x^2.
56. Hecho lo anterior, translada el cursor hacia H5.
57. Copia el subrayado de H2..K2 en H5..K5.
58. Después, ubica el cursor en H6.
    Se necesitan los sesenta y cinco datos de x y de y para calcular algunas sumas.
    ¿Escribirás otra vez las sesenta y cinco parejas de datos? __________ . ¿Por qué? ______________

    ____ .

    ¿Cuál instrucción conoces para evitar hacer lo anterior? ______________________________ .
59. Duplica los datos de A8..B72 en H6.
    ¿Qué observas en las columnas H e I? __________

    ____ .

    ¡Ya tienes los datos x e y en las columnas H e I!. Para conocer b, es necesario calcular las siguientes sumas:

    $$\sum xy,\ \sum x,\ \sum y,\ \sum y \ \ y \ \ \sum x^2 .$$

    La suma $\sum xy$, estará en la columna J.

    En la columna K se pondrá: $\sum x^2$.
60. Lleva el cursor a J6.
61. Anota la fórmula: +H6*I6.
62. Presiona <Enter>.
    ¿Cuál número puede verse en J6? ______________ .

    Este es resultado de multiplicar el primer dato x (H6) por el primer dato y (I6).

Aquella fórmula se repetirá en las celdas sucesivas a J6, en la columna J.

63. Por medio de la instrucción Copy, duplica el contenido de J6 en el rango J7..J70.

En las lineas que aparecen abajo, apunta los resultados de las casillas indicadas:

J7 ____________ .

J8 ____________ .

J9 ____________ .

J10 ____________ .

J11 ____________ .

64. Ubica el cursor en K6.
65. Teclea la fórmula: +H6^2.
66. Presiona <Enter>.

¿Qué resultado obtuviste? ____________ .

Ese número es el cuadrado del primer dato (x) que está en la celda H6. Se quiere obtener el cuadrado de todos los datos x de la columna H, en la columna K.

Por lo tanto debes hacer esto:

67. La orden Copy se emplea en este punto para reproducir la fórmula ubicada en K6, en las celdas K7..K70.

Escribe algunos de los resultados:

K7 ____________ .

K8 ____________ .

K9 ____________ .

K10 ____________ .

K11 ____________ .

En las columnas L y M, se anotarán los resultados de las sumas explicadas antes y que son necesarios para calcular b.

68. Translada el cursor a L4.
69. Teclea: ^Suma de x =.
70. Concluye mediante <Enter>.

¿Cómo aprecias el espacio entre las columnas K y L? ____ .

71. Expande la columna L, por medio de la siguiente secuencia de instrucciones: F10, Width, Set, 20,

<Enter>.

72. Teclea en L6: ^Suma de y =.
73. Enseguida, en L8: ^Suma de x*y =.
74. En L10: ^Suma de x^2 =.
75. En L12: ^n =.
76. Luego, en L14: ^Prom x =.
77. En L16: ^Prom y =.
78. En L18: ^b =.
79. Por último, en L20: ^a =.
80. ¿Cuál es la @función que permite sumar un rango de números? ________________ .
81. Pon el cursor en M4.
82. Teclea la fórmula: @SUM(H6..H70).
83. Finaliza a través de <Enter>.
    ¿Cuál es el número en M4? ___________ .

    Por otra parte, es necesario sumar los datos de la columna I que corresponden a los datos y.
84. Coloca el cursor en M6.
85. ¿Cuál fórmula introduces en esta celda, con el fin de sumar los datos y? ______________________ .

    Teclea esa fórmula y después presiona <Enter>.
    ¿Qué resultado dió? ____________ .

    La siguiente suma que se necesita es la de x*y.
    Una vez más se usa la función @SUM.
86. Ubica el cursor en M8.
87. Escribe: @SUM(J6..J70).
88. Presiona <Enter>.
    ¿Qué número hay en M8? __________ .

    Observa el letrero en L10, ¿cuál operación falta realizar? ____ .
89. Translada el cursor hasta M10.
90. Teclea: @SUM(K6..K70).
91. Termina con <Enter>.
    ¿Cuál número apareció en M10? ___________ .

    Con objeto de conocer n, es importante contar la cantidad de datos en la muestra. Se tienen sesenta y cinco parejas. La funcióm que permite contar cuántos datos hay en un conjunto de celdas es @COUNT.
92. Coloca el cursor en M12.
93. Introduce: @COUNT(H6..H70).
94. Termina mediante <Enter>.
    ¿Cuál resultado se tiene en M12? ___________ .
95. ¿Cuál es la @función que se utiliza para obtener el promedio de un conjunto de datos? ____________ ____ .

96. Con el cursor situado en M14, teclea: @AVG(H6..H70).
97. Luego, pulsa <Enter>.
¿Cuál número obtuviste? __________ .

El siguiente paso es calcular el promedio de las y. Se usa también @AVG.

98. Pon el cursor en M16.
99. Introduce: @AVG(I6..I70).
100. Luego, pulsa <Enter>.
El resultado en M16 es __________ .

Ya se calcularon las sumas indispensables para conocer b. Falta traducir la fórmula vista antes para b, a celdas de la hoja de cálculo.
Contesta:
¿En cuál celda está n? __________ .

¿En cuál $\sum xy$? __________ .

¿$\sum y$? __________ .

¿$\sum x^2$? __________ .

Con estas respuestas es fácil escribir la fórmula para conocer b:

101. Sitúa el cursor en M18.
102. Con mucho cuidado, teclea: (M12*M8-M4*M6)/(M12*M10-M4^2).
103. Concluye por medio de <Enter>.
¿Cuál valor dió para b? __________ .

A continuación, traducirás a en términos de la hoja de cálculo.
Contesta:
¿En cuál celda está $\overline{y}$? __________ .

¿En cuál b? __________ .

¿En cuál $\overline{x}$? __________ .

104. Ubicado el cursor en M20, teclea: +M16-M18*M14.
105. Finaliza con <Enter>.

VIII. Almacenamiento de la información.

El análisis de la información no ha concluído en está práctica. Se pospone hasta la siguiente práctica el desarrollo de algunas actividades adicionales que responderán a la interrogante planteada al inicio de esta práctica sobre si existe una relación entre el promedio de calificaciones obtenido por un alumno y la calificación que este asigna a su profesor. También se imprimirán todas las gráficas elaboradas en las prácticas previas.

106. Emplea la secuencia de instrucciones ya practicada, con objeto de guardar en disco el archivo: REGLINEA.

107. Después, apaga la máquina si ya nadie la va a usar; pero si alguien la necesita, abandona el paquete Symphony y deja el apuntador del sistema operativo en la pantalla (A> o B>).

Haz un resumen en el que expreses lo que te gustó y lo que no, de esta práctica.

Resumen

Práctica No. 12.
Estadística II: Regresión Lineal. Parte II.
Impresión de Gráficas a través de Printgraph.

Objetivos. Concluir el análisis de los datos iniciado en la práctica 11.
Imprimir gráficas con el auxilio del programa Printgraph.

I. Introducción.

El análisis de los datos de la práctica 11 quedó inconcluso debido a que la misma era ya muy grande en extensión. Ahora se concluirá dicho análisis, además de construir la gráfica de la recta de mínimos cuadrados y deducir si existe una correlación lineal. Por otra parte, se explicará cómo imprimir las gráficas almacenadas en prácticas anteriores, a través del programa Printgraph.

II. Recuperación de la hoja.

1. Empieza la práctica con el almacenamiento en la memoria, del programa Symphony (el Symphony Program Disk).
2. La hoja de trabajo elaborada en la práctica 11 se nombró: REGLINEA. Mediante F9, File, Retrieve, recupera esa hoja del disco de tus archivos de trabajo.

III. Presentación de los resultados.

La finalidad de realizar todos los cálculos de la práctica anterior, fue conocer los coeficientes a y b de la recta de mínimos cuadrados. Se regresará a la primera pantalla de la hoja de cálculo, filas 1 a 20 y columnas A hasta G, para diseñar la presentación de los resultados de a, b y la recta de mínimos cuadrados que se deriva de esos coeficientes.

3. El cursor viaja hasta A1 mediante la tecla <Home>.
4. Coloca el cursor, con auxilio de F5 (Goto), en E9.
   ¿En cuál celda está el número a? ______________ .
5. En la celda F9, teclea: $M$20.
6. Después, pulsa <Enter>.
   ¿Cuál número hay en E9? ___________ .
7. Presiona dos veces la tecla de flecha abajo.
   ¿Cuál es la celda en que se halla el número b? _

__________ .

8. En E11, teclea: $M$10.
9. Termina con <Enter>.
   ¿Cuál número dió? __________ .
10. Lleva el cursor a C15.
11. Introduce: "y =.
12. Pulsa la tecla <Enter>.
13. En D15, anota: $E$9.
14. Finaliza por medio de <Enter>.
15. En E15, pon: ^+.
16. Luego en F15: $E$11
17. Por último, en G15: x.
    ¿Cuál es la recta de mínimos cuadrados? ________
    ____ .

IV. Construcción de la recta de mínimos cuadrados.

En el transcurso de la práctica anterior se construyó un diagrama de dipersión en base a los datos x, y. Se constuirá, a continuación, la recta de mínimos cuadrados con el objetivo de ver si se ajusta una recta a los datos del problema.

18. Ubica el cursor en R1.
19. Escribe: Recta de mínimos cuadrados.
20. Las celdas: R2, S2 y T2 contendrán: \-
21. O4 tendrá: ^x.
22. O5 lleva: \-.
23. Copia los datos (emplea Copy) de A6..A72 en la casilla O6.
    En base a los coeficientes de a y b, celdas E9 y E11, y los datos de la columna O, se construirá la y estimada: y est.
24. En la celda P4, teclea: ^y est.
25. Luego, en P5: \-.
26. La fórmula para P6 es: $E$9+$E$11*O6.
27. Al terminar de teclearla, presiona <Enter>.
    ¿Qué número se obtuvo? __________ .
28. Emplea la instrucción Copy para reproducir la fórmula de P6 en el conjunto de casillas P7..P70.
    Anota, en las líneas de abajo, algunos de los resultados que arrojan aquellas fórmulas:

P7 ____________ .

P8 ____________ .

P9 ____________ .

P10 ___________ .

P11 ___________ .

Los datos de las columnas O y P son la base para la elaboración de la gráfica de la recta de mínimos cuadrados. Para hacer eso:

29. Translada el cursor hacia P6.
30. Ahora, pulsa la tecla F10.
31. Elige: Graph.
32. Después: 1st-Settings.
33. Enseguida: Range y B.
    ¿Cuál es el rango B? ________________ .

    Tecleálo o señála las celdas respectivas. Luego: <Enter>.
34. Por medio de Quit, sal de ese menú.
35. En este nuevo menú, escoge: Format y B.
36. Selecciona: Both.
37. Para volver al menú principal de Graph, presiona Q (de Quit) dos veces.
38. La gráfica se ve al optar por Preview.
    ¿Ajusta la recta de mínimos cuadrados a los datos del diagrama de dsipersión? ______________

    ¿Por qué? ____ .
39. Regresa a la ventana de hoja de cálculo mediante <Esc>. Después, elige Quit para salir del menú Graph.

V. Salvar la gráfica.

Esta gráfica se imprimirá, junto con otras cinco, en esta misma practica; más adelante se explicará cómo hacerlo.

40. En el menú Graph, elige: Image-Save.
    ¿Cuáles nombres de gráficas aparecen? (Puedes usar la tecla F10 para verlos todos en la pantalla). ____

    ____ .
41. El archivo de esta práctica se llama: REGLINEA.
42. Después de haberlo tecleado, pulsa <Enter>.
43. Mediante Quit, deja el menú Graph.

VI. Correlación lineal.

44. Ubica el cursor en R4.
45. Escribe: Coeficiente de Correlación.
46. En las casillas R5, S5 y T5, anota: \-.
47. Coloca el cursor en R7.
48. Introduce el letrero: "r =.
49. Termina con <Enter>.
50. Translada el cursor hacia U4.
51. Anota: ^Cálculo de y^2.
52. Con objeto de ver con mayor amplitud los datos de la columna U, amplia la anchura de esa columna a 20 espacios.
53. En U5 y V5, escribe: \-.
54. En U7, anota: ^y^2.
55. Finaliza con <Enter>.
56. En U8, pon: \-.
57. Pulsa <Enter>.
58. Anota, en V7: Suma de y^2 =.
59. Acaba por medio de <Enter>.
    El coeficiente de correlación lineal se calcula por la fórmula:

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2]\,[n \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

    Se han calculado ya:

    $\sum xy$, $\sum x$, $\sum y$, $\sum x^2$ y se conoce n.
    La suma que aún no se tiene, para poder conocer r, es:

$$\sum y^2.$$

    El cuadrado de los datos y, se desarrollará en las celdas U9 hasta U73; mientras que, en la celda V9 se anotará la fórmula de suma de las y^2; por último, en la celda S7 se calculará el coeficiente de correlación lineal.
60. En la celda U9, anota la fórmula: +I6^2.
61. Presiona <Enter>.
    ¿Cuál número se obtuvo? __________ .
62. Duplica esa fórmula, con la orden Copy, en el rango U10..U73.
    Escribe, en las siguientes líneas, algunos de los resultados:

U10 ____________ .

U11 ____________ .

U12 ____________ .

U13 ____________ .

U14 ____________ .

La suma de las y^2 se calcula con ayuda de la función: @SUM, aplicada al rango U9..U73.

63. En la casilla V9 escribe: @SUM(U9..U73).
64. Pulsa <Enter>.
    ¿Qué resultado dió? ____________ .
65. Contesta las siguientes preguntas:
    ¿En cuál celda está el valor de n? ____________ .

    ¿En cuál está $\sum xy$? ____________ .

    ¿En cuál $\sum x$? ____________ .

    ¿En cuál $\sum y$? ____________ .

    ¿$\sum x^2$? ____________ .

    ¿$\sum y^2$? ____________ .

    Después de esto, se puede ya escribir, en términos de la hoja de cálculo, la fórmula para la correlación lineal.
66. En la casilla S7 anota, com mucho cuidado, la siguiente fórmula:
    ($M$12*$M$8-$M$4*$M$6)/@SQRT(($M$12*$M$10-$M$4^2)*($M$12*$V$9-$M$6^2)).
67. Al finalizar, presiona <Enter>.
    ¿Cuál número ha aparecido en S7? ____________ .

    En Estadística, si r = ± 1, se dice que hay una correlación lineal perfecta entre las dos variables y también ,que existe regresión lineal perfecta. En el ejemplo de estas dos prácticas, no apareció una correlación lineal perfecta, pues r es muy cercano a 0. Desde el diagrama de dispersión elaborado al prncipio de la práctica anterior, se pudo observar que no existe una correlación lineal entre las variables X4 = promedio de calificaciones de un alumno y x5 = calificación asignada al maestro por su alumno. Es posible que exista, sin embargo, una correlación no lineal entre las variables. Ese tema está fuera de los objetivos de este trabajo y de los contenidos del curso de Estadística II del CCH.

VII. Almacenamiento de la información en disco.

Con el cálculo del coeficiente de correlación lineal términa el análisis de los datos de la muestra que se explicó en detalle, al principio de la práctica 11. El paso siguiente es guardar en disquete el archivo de hoja de cálculo.

68. Presiona la tecla F9.
69. Elige: File.
70. Selecciona: Save.
71. El nombre para este archivo es: REGLINEA. Recuerda que así se le llamó en la práctica anterior.
72. Ante la pregunta de Symphony sobre la sustitución del archivo existente en disco, contesta: Y. Así el nuevo archivo de hoja de cálculo ocupará el espacio del archivo anterior.
73. Retira el disco del Symphony Program Disk de la unidad de discos A.
74. Introduce el disquete del MS-DOS en la unidad A
75. Presiona otra vez la tecla F9.
76. Escoge: Exit.
77. Luego: Yes.

Es lógico salir de Symphony en este momento, porque ya has acabado el trabajo propuesto en estas dos prácticas; no obstante, la práctica 12 abarca varias actividades adicionales, pero en el programa Printgraph. Por ahora, contesta: ¿Cuáles otras variables usarías para ver si existe una correlación lineal entre ellas? ______

____

¿Por qué? ____________________________________

____.

Antes de pasar a experimentar con el Printgraph, haz un resumen en el que expreses lo que te gustó de la primera parte de la práctica 12.

Resumen

____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

VIII. Uso del programa Printgraph.

En prácticas anteriores, has guardado en disco archivos para impresión de gráficas, a través de las instrucciones:
F10, Graph, Image-Save, <nombre del archivo>.
Se mencionó, en forma repetitiva, que los archivos de gráficas se imprimen a través del programa Printgraph, que es ajeno al Program Disk, pero forma parte del paquete Symphony.
En esta práctica aprenderás la forma en que es posible imprimir las gráficas con auxilio del Printgraph.
Necesitas:

a) Llevar al laboratorio de computación el disquete "Printgraph". (Una copia de ese programa debió proporcionártela tu profesor).
b) Emplear la microcomputadora conectada a una impresora. (Explica al responsable del laboratorio que usarás durante varios minutos ese equipo).
c) Desde luego, debes llevar el disquete de tus archivos, donde se encuentran los programas de gráficas.

IX. Inicio de la sesión con Printgraph.

1. La segunda parte de la práctica 12, principia con la inserción del disco Printgraph en la unidad de discos A.
2. Ahora, cierra la palanca de seguridad de la unidad.
3. Teclea: PGRAPH.
4. Después, pulsa <Enter>.
   Los pasos 3 y 4 sirvieron para iniciar la experimentación con Printgraph. No es necesario entrar al programa Symphony, pues el Printgraph es independiente de aquel. Una forma alterna de entrar a Printgraph, es mediante el programa Access: se introduce el disco de Symphony en la unidad A; se teclea: ACCESS; luego, se escoge la opción Printgraph, en el menú, y cuando Symphony solicita el disco de Printgraph, se introduce este en la unidad A (naturalmente, se debió extraer antes el disco del programa Symphony).
5. Contesta:
   ¿Qué puedes observar en la pantalla? ____________
   ____.

   Nota que el cursor, señalado por el rectángulo,

se halla ubicado en Image-Select. Esta instrucción facilita la eleccion de las gráficas que se imprimirán.
Antes de seleccionar Image-Select, revisa que el disco de tus archivos de trabajo se encuentre en la unidad B.

6. Ahora si, pulsa la tecla <Enter>, con el fin de escoger Image-Select.
¿Qué apareció en la pantalla? ______________________
_______________________________________.

Se imprimirán, en el orden que se guardaron, los seis archivos de gráficas. Las teclas para el movimiento del cursor se usan ,junto con la barra espaciadora, en la eleccion de cualquiera o todos esos archivos. Ahora verás cómo:

7. El primer archivo tiene por nombre: ____________
_______.
8. Aceptálo por medio de la barra espaciadora.
¿Cuál carácter apareció a la izquierda del nombre del archivo? __________.
Esto indica que ese archivo ha sido seleccionado para impresión y será el primero de la lista.
9. Presiona la tecla de flecha abajo.
¿Cuál aPchivo está iluminado por el cursor? ____
____________.
10. Para poder escogerlo, emplea la barra espaciadora.
¿Cuál archivo sigue en la lista? _____________.
11. Selecciónalo, mediante la barra espaciadora.
Resta elegir los otros tres archivos para impresión. Repite las instrucciones descritas arriba para tener ya listos los seis archivos.
12. Luego de contar con esos seis archivos, pulsa la tecla <Enter>.
Hecho lo anterior, se aceptan los seis archivos, en el orden indicado y se regresa al menú principal de Printgraph.
La instrucción a continuación, consiste en escoger el tipo de letra para los encabezados de la gráfica y los titulos de los ejes x, y.
13. En el menú presente, la opción es: Settings.
Ha surgido un nuevo menú. Anota todas las alternativas posibles ___________________________
_______________________________________.
14. De aquí, la decisión es: Image.
15. Enseguida, debe ser: Font.

16. Acompañada de: 1.
17. Después: 2.
¿Qué muestra la pantalla? ______________________

____ .

El tipo de letra que se empleará es Block 2. Esta es más oscura que la Block 1 y además, da más claridad al imprimirse con la impresora del laboratorio de computación.
18. Mueve el cursor hacia Block 2.
19. Presiona la barra espaciadora.
20. Pulsa la tecla <Enter>.
21. Elige: Font 2 y Block 2, una vez más.
22. Selecciona: Quit, con el fin de salir hacia el menú Settings.
23. De nuevo: Quit, para ir hacia el menú principal. Nota que en este menú existe la orden Go. Al activarla, la computadora envia la información, a través del puerto de impresión y del cable interface, a la impresora. Pero antes de imprimir, deben tomarse en cuenta algunos detalles:
24. Revisa que el papel esté bien alineado con la mica de plástico. Esto indica que la hoja se imprimirá desde el tope.
25. Observa que la impresora esté encendida y que el indicador ON LINE se halle prendido.
26. El indicador NLQ debe estar activo. Si está así, la gráfica será impresa con una tonalidad oscura. Si no se encuentra activo NLQ, desactiva ON LINE y vuelve a activar NLQ.
Es indispensable señalar a Printgraph que el papel , en la impresora, se ha colocado hasta el tope de la hoja. En caso contrario, empezaría a imprimir más abajo del inicio de la hoja.
27. Escoge: Align.
28. ¿Cuál es la primera gráfica que se imprimirá? __

__________ .

29. Ahora sí: Go.
¿Qué notas en la pantalla? ______________________

____ .

¿Qué sucede en la impresora? ____________________

____ .

¿Qué muestra la pantalla en la esquina superior derecha? ______________________________ .
30. El programa está configurado para que, antes de imprimir una gráfica, espere a que el usuario pulse la barra espaciadora. Presiona esa tecla.

Si la gráfica no está siendo impresa como se quiere, a través de las teclas <Ctrl> y <Break> se interrumpe el proceso de impresión. Será necesario repetir los pasos desde el 24 hasta el 29.
Si la gráfica está imprimiendose correctamente, espera a que termine la impresión de la primera gráfica.
Observa la hoja de papel, ¿dónde terminó de imprimirse la primera gráfica? ____________________
____________ .

¿Qué sucedió con la segunda gráfica? ____________
____ .

¿Cuántas gráficas salen impresas en cada hoja? _
__________ .

31. El papel se avanza al principio de la siguiente hoja mediante la elección de: Page.
32. Selecciona otra vez: Go.
¿Cuál es la tercera gráfica? _________________ .
33. Repite el proceso de impresión hasta completar las seis gráficas.
34. Corta el papel luego de la última hoja impresa.
Las seis gráficas las entregarás junto con esta práctica sellada y firmada por el responsable del laboratorio de computación.
35. Si ningún compañero va a utilizar la impresora apagala.
36. Retira el disco de Printgraph de la unidad de discos A.
37. Inserta el disco del MS-DOS.
38. Elige: Exit, en el menú principal de Printgraph.
¿Cuál pregunta apareció en la pantalla? _________
____ .
39. Mediante Y, acabas la sesión con Printgraph.
40. Con el cursor A> en la pantalla, saca el disco del MS-DOS de la unidad A.
41. Quita también el disco de tus archivos de la unidad B.
42. Si nadie va a trabajar con la computadora, apágala en la parte posterior y el monitor en la parte delantera.
43. Contesta:
¿Cuáles son los tipos de las gráficas que se imprimieron? ____________________________
____ .

Escribe el nombre de cada gráfica y el tipo que le corresponde:

Nombre Tipo

1. ______________________________ .

2. ______________________________ .

3. ______________________________ .

4. ______________________________ .

5. ______________________________ .

6. ______________________________ .

¿Qué sugieres para mejorar el aspecto de las gráficas? ______________________________

______________________________ .

¿Conoces otras aplicaciones, en las materias que has cursado, en donde se usen gráficas? ________

Anota algunas de esas aplicaciones ____________

______________________________ .

La última actividad, con la que finalizan la práctica 12 y la exploración por la hoja de cálculo, las gráficas y el programa Printgraph de Symphony, consiste en redactar un resumen en el cual expreses tus impresiones de esta práctica.

Resumen

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

CAPITULO III

Clase No. 21.
Introducción a muMATH.
Solución de una ecuación de primer grado.

Objetivos. Trabajar con un software distinto a la hoja de cálculo.
Mostrar algunas aplicaciones de muMATH en las materias de matemáticas.
Presentar un ejemplo en matemáticas I.

El segundo capítulo de este trabajo, se enfocó al estudio del paquete Symphony. Hicimos énfasis en la hoja de cálculo y el graficador porque estos dos ambientes son los más adecuados y a la vez, los más útiles para explorar un poco de la matemática en la computadora. Sin embargo, la hoja de cálculo no realiza álgebra, sino aritmética. Cuando nos referíamos a una término cuadrático, x^2 por ejemplo, escribíamos un número en una celda, digamos que en J5 ponemos 12; luego, para calcular el cuadrado de ese número anotamos en otra celda, J7 para ilustrar, J5^2, y el resultado es 144. Y así podemos seguir operando con números. La hoja de cálculo no maneja matemática simbólica del tipo $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$. Para enfrentar esta carencia, nos abocaremos al estudio y análisis de algunos temas matemáticos, en dos paquetes: muMATH, en este capítulo, y Derive, en el siguiente.

Empecemos por señalar que muMATH trabaja en dos modos, o ambientes:

- el modo calculadora, y
- el modo programación.

En el ambiente calculadora, a través de la recuperación de algunos archivos de disquete, se opera con aritmética, álgebra, cálculo diferencial e integral, funciones trigonómetricas, solución de ecuaciones, variable compleja, ecuaciones diferenciales, y muchos otros temas. El ambiente calculadora, o mejor llamado modo directo, es el que vamos a aprender durante las próximas seis clases y dos prácticas. El ambiente programación requiere de más tiempo para estudiarse y comprenderlo. Preferimos primer tomar la calculadora aritmética y algebráica de muMATH, explorar la variedad de operaciones, los resultados que da, y sus limitaciones, dentro de las matemáticas del bachillerato de CCH.

Para trabajar con muMATH, se necesitan dos discos flexibles de 5 1/4 pulgadas, en los cuales se halla este paquete. Debe contarse con una microcomputadora PC compatible, equipada con al menos una unidad de disco. La memoria RAM requerida es de 128 Kb. mínimo.

El primer ejercicio exploratorio de lo que podemos hacer con muMATH, es la solución de una ecuación de primer grado:

$$\frac{9b + 1}{15} = \frac{2}{3}$$

La instrucción para entrar a muMATH es, al tener el indicador del sistema: A> musimp, y oprimir la tecla <Enter>.

Inmediatamente veremos un letrero de CopyRight de la compañía fabricante de muMATH. Al terminar ese rótulo, aparece el símbolo de interrogación: ?. Este carácter lo usa muMATH para decirnos que se encuentra listo para recibir ordenes. La primera de ellas es la recuperación desde disco del sistema MATSOL.SYS. Esto tecleamos:
? LOAD (MATSOL); y naturalmente, <Enter>.

Hay dos detalles que recalcar: a) los nombres de todas las instrucciones, o funciones, o subpaquetes, o sistemas de muMATH, se escriben con mayúsculas; b) el carácter de finalización de una orden, es: ;. Si no se observa la primera medida, muMATH enviará un mensaje de error; mientras que la omisión de ;, ocasionará una pausa sólo terminable al oprimir ese carácter.

La función SOLVE, que viene dentro del sistema MATSOL, nos proporcionará, en un instante, el valor de b que satisface la ecuación. Escribimos, sin contar el ? y siempre acabar con <Enter>, lo siguiente:

```
? SOLVE ((9b + 1)/15 == 2/3, b);
```

El argumento de esa función, contiene: el lado izquierdo de la ecuación; el signo de igualdad dos veces, pues así lo maneja muMATH; el lado derecho de la ecuación; luego una coma que separa la ecuación de la variable respecto de la cual se resulve la ecuación, esta es: b. La solución es:

```
@: {b == 1}
```

El carácter @ es, a la vez una variable temporal y un regresador de resultados, por así decirlo. Es una variable temporal porque se puede emplear en una operación inmediatamente posterior a la que la generó. Más adelante, veremos un ejemplo de esta posibilidad.

Queremos hallar la solución a la ecuación a través de las propiedades de la igualdad. El primer paso es eliminar los denominadores en ambos lados de la ecuación. Multiplicaremos por 15. Antes de realizar este producto, asignamos a la variable DEN1, el valor 15:

```
? DEN1: 15;
@: 15
```

Esta variable se puede utilizar en operaciones posteriores. Su valor permanece en 15, mientras no se le hagan modificaciones. Ahora, deberemos también anotar la variable ECUA a la que asignamos la primera ecuación, es decir:

```
? ECUA: (9b + 1)/15 == 2/3;
```

@: 1/15 + 3/5 b == 2/3

En forma automática, muMATH ha reducido los términos del lado izquierdo de la ecuación: en lugar de 9/15 ha colocado 3/5.

Ya es factible desarrollar el producto de DEN1 y ECUA. Esta operación nos dará una ecuación reducida casi lista para resolverse:

```
? DEN1*ECUA;
@: 1 + 9 b == 10
```

Es equivalente a tener 9b + 1 = 10. Nuestra intención es dejar 9b del lado izquierdo. Se requiere restar 1 en ambos miembros de la igualdad. Introduciremos la variable DIFER, con el valor -1:

```
? DIFER: -1;
@: -1
```

A continuación, y puesto que no almacenamos el producto DEN1*ECUA, tecleamos: DIFER+DEN1*ECUA:

```
? DIFER+DEN1*ECUA;
@: 9b == 9
```

La solución es ya obvia: b = 1. Un camino distinto para llegar a la forma anterior de la ecuación, esto es 9b = 9, es definiendo dos variables: LADOIZQ y LADODER, en las que se anotan los lados respectivos de la igualdad. Después se les agrega la variable DIFER, y para acabar, se igualan ambas sumas. Las próximas líneas ilustran los pasos seguidos para llegar a 9b = 9:

```
? LADOIZQ: 1 + 9b;
@: 1 + 9 b
? LADODER: 10;
@: 10
? LADOIZQ+DIFER;
@: 9 b
? LADODER+DIFER;
@: 9
? LADOIZQ+DIFER == LADODER+DIFER;
@: 9 b == 9
```

Aquí, solicitamos a muMATH que resuelva la expresión guardada en @, variable temporal, con respecto a la incógnita b. La función SOLVE realiza esa tarea:

```
? SOLVE(@, b);
@: {b == 1}
```

A través de una vía distinta arribamos a la solución de la ecuación original, y: b = 1. Aún antes de buscar la solución de la ecuación mediante el uso de SOLVE, pudimos haber ejecutado un paso intermedio:

$$\frac{1}{9}\ (9b) = \frac{1}{9}\ (9)$$

Introducimos la variable FACTOR, a la cual asignamos 1/9:

? FACTOR: 1/9;
@: 1/9

La ecuación 9b = 9, no se guardó en ninguna variable. Por esta razón, la colocamos en ECUAFIN. Así:

? ECUAFIN: 9b == 9;
@: 9b == 9

Efectuamos el producto de FACTOR y ECUAFIN:

? FACTOR*ECUAFIN;
@: b == 1

Esta es la tercera ocasión en que aparece la solución de la ecuación. Sólo nos resta comprobar si b = 1, satisface la igualdad. La incógnita b, se anota con su valor correspondiente: 1:

? b: 1;
@: 1

Y a continuación, escribimos la ecuación original. muMATH asume que b es 1, porque así lo hemos tecleado:

? (9b + 1)/15 == 2/3;
@: 2/3 == 2/3

La comprobación es satisfactoria: b = 1 es la solución correcta de la ecuación

$$\frac{9b + 1}{15} = \frac{2}{3}$$

En lugar de escribir la información colocada enseguida de ?, pudimos haber anotado el valor de b:

? (9*1 + 1)/15 == 2/3;

obtendriamos, al igual que antes:

@: 2/3 == 2/3

Hasta aquí la exploración en muMATH, por lo que respecta a esta clase. En las clases sucesivas estudiaremos algunos ejemplos que representan posibles aplicaciones de muMATH en las materias del área de matemáticas. Los ejemplos que veremos no deben considerarse terminados, ni que ilustren todo lo que es susceptible desarrollar con el muMATH. Sin embargo, el capítulo dedicado a Derive, nos hace reflexionar sobre las limitaciones de muMATH, pues este no hace gráficas, y aquel tiene un menú variado de opciones de graficación. Esta desventaja de muMATH ocasionará que enfoquemos nuestras energías a laborar únicamente con álgebra.

Para terminar esta clase, se queda de tarea resolver el siguiente ejercicio:

Ejercicio. Hallar la solución de la ecuación:

$$\frac{3a}{2} + \frac{a - 4}{4} = 5 - \frac{a - 2}{4}$$

a) Paso a paso, es decir, aplicando las propiedades de la igualdad.

b) En forma inmediata, mediante la función SOLVE

Nota: la instrucción para salir de muMATH es:
? SYSTEM ();

sin embargo, esto no funcionó cuando intentamos abandonar muMATH. Prueben esa orden. Si no sirviera, den Reset a la máquina, si cuenta con una tecla especial para ello, o pulsen <Ctrl> <Alt> <Del>, o cómo último recurso, apaguen y prendan la computadora.

Es todo por esta clase.

Clase No. 22.
Solución de una ecuación de segundo grado.

Objetivos. Estudiar un posible uso de muMATH en un tema de matemáticas II.
Proseguir con la exploración de algunas aplicaciones de muMATH en las materias del área de matemáticas.

En la clase anterior, revisamos la solución de una ecuación de primer grado. Analizamos las facilidades que nos da muMATH, a través de la función SOLVE, para encontrar, en forma inmediata, el valor de la incógnita de esa ecuación. Notamos que, la utilización de aquella función no nos ilustra sobre el procedimiento seguido al resolver ecuaciones de primer grado. Fue necesario realizar operaciones algebráicas hasta hallar el valor desconocido b.

Ahora, trataremos de resolver una ecuación de segundo grado. Otros temas factibles de estudiar con ayuda de muMATH son: ecuaciones lineales simultáneas, exponentes polinomios, y otros.

La ecuación que deseamos resolver es:

$$2x^2 + 5x + 2 = 0$$

Entramos a muMATH, como ya sabemos hacerlo, y recuperamos desde disco el sistema MATSOL.

Definimos la variable ECUA, a la que asignamos:

2 x^2 + 5 x + 2 == 0. Así obtenemos:

```
? ECUA: 2 x^2 + 5 x + 2 == 0;
@: 2 + 5 x + 2 x^2 == 0
```

El orden que da muMATH, por omisión, a los exponentes es creciente.

Empleamos otra vez, la función SOLVE, que nos proporcionará las soluciones de la ecuación cuadrática:

```
? SOLVE(ECUA, x);
@: { x == -1/2,
   x == -2}
```

No hemos visto, igual que con la ecuación de primer grado, el proceso de solución. Veámos si podemos emplear la factorización. El paquete muMATH posee la función FCTR, pero como apreciaremos en este momento, no satisface nuestro deseo de tener la ecuacion cuadrática factorizada. Tecleamos lo siguiente:

```
? FCTR(ECUA);
@: 2 + x*(5 + 2 x) == 0
```

Hubieramos esperado tener el producto de dos factores lineales iguales a 0. Haremos un nuevo intento al factorizar @:

```
? FCTR(@);
@: 2 + x*(5 + 2 x) == 0
```

No pasó nada. Esta función no realiza una factorización completa. En consecuencia, tomaremos otro camino: el método de completar cuadrados.

La idea de este método, es llevar el trinomio cuadrático, a un trinomio cuadrado perfecto, que se factoriza como un binomio al cuadrado. Se extraen raíces cuadradas a ambos lados de la igualdad y se encuentran las dos soluciones buscadas.

Primero, dividimos entre 2 la ecuación:

```
? ECUA: ECUA/2;
@: 1 + 5/2 x + x^2 == 0
```

Esto es equivalente a:

$$x^2 + \frac{5}{2} x + 1 = 0$$

Hemos asignado a la variable ECUA la operación ECUA/2. En computación, estas asignaciones no implican igualdad. Por ejemplo: a = a + 1, significa: "incrementar la variable a en 1 y guardar el resultado otra vez en a".

Se debe restar 1 en ambos lados de la ecuación. Esto lo realizaremos al asignar a ECUA, ECUA - 1:

```
? ECUA: ECUA-1;
@: 5/2 x + x^2 == -1
```

o, en forma equivalente:

$$x^2 + \frac{5}{2} x = -1$$

El coeficiente del término lineal en la ecuación cuadrática es $\frac{5}{2}$, esto es, $b = \frac{5}{2}$. Para completar el trinomio cuadrado perfecto, se agrega, en ambos miembros de la igualdad, $\left(\frac{b}{2} \right)^2$, es decir:

$$\left(\frac{\frac{5}{2}}{2} \right)^2 = \left(\frac{5}{4} \right)^2$$

La ecuación queda así:

$$x^2 + \frac{5}{2} x + \left(\frac{5}{4} \right)^2 = -1 + \left(\frac{5}{4} \right)^2$$

En muMATH, a la variable ECUA agregamos (5/4)^2:

```
? ECUA: ECUA + (5/4)^2;
@: 25/16 + 5/2 x + x^2 == 9/16
```

El lado izquierdo de la ecuación, el trinomio

$$x^2 + \frac{5}{2} x + \frac{25}{16}$$

es un cuadrado perfecto. Su factorización es:

$$\left(x + \frac{5}{4} \right)^2$$

y el lado derecho es:

$$\frac{9}{16} = \left(\frac{3}{4} \right)^2$$

Así, tenemos:

$$\left(x + \frac{5}{4} \right)^2 = \left(\frac{3}{4} \right)^2$$

la solución es casi inmediata. Veámos si muMATH nos la da. Probaremos la factorización de ECUA. que está almacenada en la variable @:

```
? FCTR(@);
@: (25 + 8*(5 + 2 x))/16 == 9/16
```

Definitivamente, no avanzamos por aquí. El muMATH no nos ha sido útil en los métodos anteriores.

Intentaremos, como última posibilidad, en el método de completar cuadrados, extraer raíz cuadrada a ambos lados:

```
? (ECUA)^(1/2);
@: (25/16 + 5/2 x + x^2)^(1/2) == 3/4
```

No logramos tener la expresión:

$$x + \frac{5}{4} = \pm \frac{3}{4}$$

de aquí, las soluciones son:

$$x_1 = \frac{3}{4} - \frac{5}{4} = - \frac{1}{2}$$

y

$$x_2 = - \frac{3}{4} - \frac{5}{4} = - 2$$

Podemos concluir, que el método de completar cuadrados no fue realizable con ayuda de muMATH. El método gráfico, no es aplicable debido a la carencia de un ambiente para graficación en muMATH.

Nos queda hacer un último esfuerzo por medio de la fórmula general.

Escribimos, en la variable ECUAGEN, la forma general de una ecuación de segundo grado:

```
? ECUAGEN: a x^2 + b x + c == 0;
@: c + x b + x^2 a == 0
```

Ahora, le pedimos que la resuelva y la alojamos en SOLUC:

```
? SOLUC: SOLVE(ECUAGEN, x):
@: { x == -b/(2 a) + (-4 a c + b^2)^(1/2)/(2 a),
     x == -b/(2 a) - (-4 a c + b^2)^(1/2)/(2 a) }
```

Estas soluciones nos son familiares. Se trata de las expresiones:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Definimos las variables a, b y c, antes de definir x_1 y x_2, pues si fuera a la inversa, muMATH no toma en cuenta, para x_1 y x_2, los valores anteriores de a, b y c. Haremos, entonces, esto:

```
? a: 2;
@: 2
? b: 5;
@: 5
? c: 2;
@: 2
```

En la variable x_1, asignamos la solución que tiene la raíz cuadrada positiva:

```
? x1: -b/(2 a) + (-4 a c + b^2)^(1/2)/(2 a);
@: -1/2
```

muMATH sustituyó los valores de a, b y c. Hemos obtenido la primera solución. La segunda se alcanzará del mismo modo. Basta con asignar a x2 la otra solución de la ecuación general:

```
? x2: -b/(2 a) - (-4 a c + b^2)^(1/2)/(2 a);
@: -2
```

Comprobaremos las soluciones. Anotamos la ecuación, pero en lugar de x, escribimos, en el primer caso: -2:

```
? 2*(-2)^2 + 5*(-2) + 2 == 0;
@: 0 == 0
```

Para la segunda solución, reemplazamos x por -1/2:

```
? 2*(-1/2) + 5*(-1/2) + 2 == 0;
@: 0 == 0
```

Las soluciones son correctas. Terminamos así, la revisión del posible uso de muMATH para resolver ecuaciones de segundo grado. La fórmula general representó la única vía de solución paso a paso. Naturalmente, la función SOLVE nos da en forma inmediata la respuesta, pero no vemos el método de solución.

Una ventaja de contar con una función que resuelve ecuaciones, es poder trabajar con una gran variedad de ecuaciones de segundo grado, de cualquier forma, sin preocuparse por el procedimiento de solución. Se obtienen las soluciones y se concluye, por ejemplo, en las ecuaciones sin la constante c, al variar a y b, que un resultado es siempre $x = 0$ y el otro es $x = -\frac{b}{a}$.

Las desventajas de emplear muMATH se hallan en su función FCTR, que, como hemos visto, no factoriza totalmente una expresión algebráica, y en la imposibilidad de trazar gráficas.

Aún a pesar de sus carencias, este paquete es utilizable en muchos temas de las matemáticas. La labor del profesor es estructurar sus propias clases. Los textos propuestos en este trabajo no deben considerarse terminados, ni representan el único camino de abordar un tema.

Para acabar con esta clase, un ejercicio:

Ejercicio. Resolver la ecuación $x (x - 2) = 15$

a) usar la función SOLVE

b) emplear la fórmula general.

Es todo.

Clase No. 23.
¿Cuántas diagonales tiene un polígono de n lados?

Objetivos. Estudiar un ejercicio relacionado con matemáticas III.
Retomar un ejemplo trabajado con ayuda de la hoja de cálculo.
Continuar con la revisión de posibles aplicaciones de muMATH en las materias del área de matemáticas.

El título de esta clase, nos trae a la memoria un ejercicio ya desarrollado en la hoja de cálculo de Symphony. La clase no. 13 se dedicó a hallar el total de diagonales de un polígono de n lados, a través del método de las diferencias finitas. Ahora, nos proponemos resolver el sistema de ecuaciones deducido al trabajar con ese método. Las ecuaciones son:

$$9a + 3b + c = 0$$
$$16a + 4b + c = 2$$
$$25a + 5b + c = 5$$

Abordaremos tres vías para la solución de estas tres ecuaciones:

a) empleo de la función SOLVE
b) suma y resta
c) construcción de la matriz A, el vector b, y el producto $x = A^{-1} b$

Hemos dicho antes, que para entrar a muMATH y poder usar el sistema MATSOL se teclea: A> musimp, y <Enter>; luego se escribe: ? LOAD (MATSOL); y otro <Enter>. Nos ahorraremos la instrucción LOAD, si anotamos esto:
A> musimp matsol, y oprimir <Enter>. Así, muMATH carga en memoria el programa musimp, base de todo el paquete, y además el sistema MATSOL.

Utilizaremos la función LINEQN cuyo propósito es dar los valores de las incógnitas de un sistema de ecuaciones lineales simultáneas. Su sintáxis es:
LINEQN ([ecu1, ecu2, ...], [incog1, incog2, ...])

El primer paso es escribir nuestras ecuaciones como argumento de la función LINEQN:

```
? LINEQN([9 a + 3 b + c == 0, 16 a + 4 b + c == 2, 25 a + 5
b + c == 5], [a,b,c]);
@: [a == 1/2, b == -3/2, c == 0]
```

Con estas soluciones, podemos construir la fórmula para, dado un polígono de n lados, calcular el total de diagonales. El polinomio buscado es de la forma:

$$D = an^2 + bn + c$$

Las constantes a, b y c, deben introducirse con sus respectivos valores:

```
? a: 1/2;
@: 1/2
```

```
? b: -3/2;
@: -3/2
? c: 0;
@: 0
```

A continuación, a la variable POL le asignamos el polinomio de segundo grado. Esto es:

```
? POL: a n^2 + b n + c;
@: -3/2 n + n^2/2
```

Pedimos a muMATH que factorice la expresión que se encuentra en @, y la almacenamos de nuevo en POL:

```
? POL: FCTR(@);
@: n*(-3 + n)/2
```

De esta forma, D, el número de diagonales, se calcula por medio de:

$$D = \frac{n\ (n - 3)}{2}$$

Queremos saber el número de diagonales para, por ejemplo, un polígono de 25 lados. Le damos a n un valor de 25:

```
? n: 25;
@: 25
```

Solicitamos POL:

```
? POL;
@: n*(-3 + n)/2
```

muMATH no sustituyó la n que tecleamos. Debemos, en consecuencia, escribir otra vez la fórmula para D:

```
? n*(n - 3)/2;
@: 275
```

Ya conoce muMATH que n es 25. Por esa razón, al anotar la expresión n*(n -3)/2, obtenemos el resultado 275. Así, un polígono de 25 lados tiene 275 diagonales.

Para otro polígono, digamos el de 30 lados, volvemos a definir n:

```
? n: 30;
@: 30;
```

y reescribimos la fórmula descrita antes:

```
? n*(n -3)/2;
@: 405
```

La función LINEQN nos dió respuesta, de un modo sencillo, al sistema de ecuaciones lineales, pero, de nueva cuenta, no vimos el proceso seguido para hallar las soluciones. Nuestra siguiente tarea, será resolver el sistema por medio de suma y resta, y sustitución.

Es necesario apagar y prender la máquina. ¿Por qué? Porque muMATH sabe cuánto valen a, b y c. Si tecleamos cada una de las ecuaciones del sistema, serán sustituidos a, b y c, por sus respectivos valores. Tendremos, en el caso de la primera ecuación:

```
? ECUA1: 9 a + 3 b + c == 0;
@: 0 == 0
```

Lo que observamos es la comprobación de las soluciones, es decir, que $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{9}{2}$, $c = 0$, satisfacen la primera ecuación.

Reiniciamos el trabajo con muMATH. Recuperamos el sistema MATSOL.

Ahora, apuntaremos las tres ecuaciones: ECUA1, ECUA2, ECUA3:

```
? ECUA1: 9 a + 3 b + c == 0;
@: 9 a + 3 b + c == 0
? ECUA2: 16 a + 4 b + c == 2;
@: 16 a + 4 b + c == 2
? ECUA3: 25 a + 5 b + c == 5;
@: 25 a + 5 b + c == 5
```

Restamos la ecuación 1 de la ecuación 2 (puede empezarse con cualquier otra pareja de ecuaciones) y la guardamos en la variable ECUA4:

```
? ECUA4: ECUA2 - ECUA1;
@: 7 a + b == 2
```

Luego, hacemos la diferencia entre las ecuaciones 2 y 3. La asignamos a ECUA5:

```
? ECUA5: ECUA3 - ECUA2;
@: 9 a + b == 3
```

Las variables ECUA4 y ECUA5, forman un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$7a + b = 2$$
$$9a + b = 3$$

Para hallar a y b, utilizamos, una vez más, el método de suma y resta. El resultado se almacena en ECUA6:

```
? ECUA6: ECUA5 - ECUA4;
@: 2 a == 1
```

Existen dos formas de obtener el valor de a: podemos pedir que muMATH resuelva @, o hacer el cociente @/2. Veamos ambos casos.

Primero, empleamos la función SOLVE:

```
? SOLVE(@, a);
@: {a == 1/2}
```

Después llamamos a ECUA6 para contar con 2a = 1 en @:

```
? ECUA6;
@: 2 a == 1
```

Ahora, dividimos @ entre 2:

```
? @/2;
@: a == 1/2
```

Reemplazaremos $a = \frac{1}{2}$, en la ecuación $9a + b = 3$. Definimos a:

```
? a: 1/2;
@: 1/2
```

Anotamos aquella ecuación, pues si solicitamos ECUA5 en la pantalla, muMATH no toma en cuenta el valor de a que hemos dado:

```
? 9 a + b == 3;
```

@: 9/2 + b == 3

Solicitamos la solución de la variable @ para b:

```
? SOLVE(@,b);
@: {b == -3/2}
```

Guardamos en la constante b, el número -3/2:

```
? b: -3/2;
@: -3/2
```

Falta conocer c. Cualquiera de las tres ecuaciones nos sirve para reemplazar los valores de a y b. Nos decidimos por la ecuación 3, pero debemos anotarla otra vez:

```
? 25 a + 5 b + c == 5;
@: 5 + c == 5
```

En lugar de resolver @, como hicimos antes, restaremos 5 a ambos lados para tener c del lado izquierdo. Así:

```
? @ - 5;
@: c == 0
```

Almacenamos en c, el número 0:

```
? c: 0;
@: 0
```

El polinomio que permite calcular la cantidad de diagonales es: $an^2 + bn + c$. Lo asignamos a DIAG. Notemos que se sustituirán los valores de a, b y c:

```
? DIAG: a n^2 + b n + c;
@: -3/2 n + n^2/2
```

Esta es la misma expresión es igual a POL.

Solicitamos la factorización de DIAG:

```
? FCTR (DIAG):
@: n*(-3 + n)/2
```

Hemos logrado la misma fórmula para el número de diagonales:

$$D = \frac{n\ (n - 3)}{2}$$

Por ejemplo si n = 50, D se calculará de esta forma:

```
? n: 50;
@: 50
? n*(n - 3)/2;
@: 1175
```

Existe una tercera vía para obtener las soluciones del sistema de ecuaciones lineales: el empleo de matrices.

Matrices es un tema que no se trata en los cursos de matemáticas de bachillerato. Es posible realizar el siguiente ejercicio sin explicación previa de qué es una matriz, y remitir a los alumnos a libros de álgebra lineal, o a elección del profesor, se abrirá un paréntesis con objeto de dar una breve introducción a matrices.

Recordemos las tres ecuaciones del sistema:

$$9a + 3b + c = 0$$
$$16a + 4b + c = 2$$
$$25a + 5b + c = 5$$

Formamos la matriz A de coeficientes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

El vector b lo forman los coeficientes del lado derecho del sistema:

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

y el vector x es:

$$x = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

El sistema de ecuaciones es $Ax = b$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Para hallar las incógnitas a, b y c, se debe calcular: $x = A^{-1}\,b$.

Se introduce una matriz en muMATH del siguiente modo:

```
? A: {[9, 3, 1], [16, 4, 1], [25, 5, 1]};
@: {[9, 3, 1],
    [16, 4, 1],
    [25, 5, 1]}
```

Declaramos el vector columna b. La forma de escribir un vector columna en muMATH es:

```
? b: { [0], [2], [5] };
@: { [0],
     [2],
     [5]}
```

La inversa de la matriz A, A^{-1}, la almacenaremos en la variable INV, y debemos teclear esto:

```
? INV: A^-1;
@: { [1/2, -1, 1/2],
     [-9/2, 8, -7/2],
     [10, -15, 6]}
```

Procedemos a hacer el producto de A^{-1} y b. Esto nos proporcionará el vector x de soluciones del sistema. El operador * no nos es útil para multiplicar matrices. Se emplea el punto:

```
? x: INV.b;
@: { [1/2],
   [-3/2],
   [0] }
```

De aquí, deducimos que a, b y c son:

$$a = \frac{1}{2},\ b = -\frac{3}{2},\ c = 0$$

Las anotamos:

```
? a: 1/2;
@: 1/2
? b: -3/2;
@: -3/2
? c: 0;
@: 0
```

La variable POL nos dará, por tercera vez, la expresión para D, número de diagonales en un polígono de n lados:

```
? POL: a n^2 + b n + c;
@: 1175
```

¿A qué se debe que POL sea 1175? La causa es que la varible n tiene 50. Intentemos redefinir n:

```
? n: n;
@: 50
```

n no cambió. Entonces, usaremos m para construir POL:

```
? POL: a m^2 + b m + c;
@: -3/2 m + m^2
```

Factorizamos POL:

```
? FCTR (POL);
@: m*(-3 + m)/2
```

Una vez más D es:

$$D = \frac{m\ (m - 3)}{2}$$

En la clase 13, luego de llegar a la fórmula para calcular D, trazamos la gráfica para n ∈ [3, 50]. muMATH, en la versión del paquete con la que trabajamos, no puede dibujar gráficas. Debido a esa carencia, el ejercicio propuesto, así como todos los desarrollados con muMATH, no va más allá de las soluciones algebráicas. No obstante, muMATH es utilizable en temas en los cuales las operaciones algebráicas sean el objetivo de aprendizaje. Un ejemplo: operaciones entre polinomios.

Al enfrentarnos a Derive, conoceremos la gran versatilidad de este paquete, y veremos que supera a Symphony y muMATH, en la elaboración y solución de ejercicios en matemáticas. Por ahora, seguiremos nuestra exploración, enfocada a las materias del área de matemáticas, de algunas aplicaciones de muMATH. Estas, repetimos, no son las únicas que pueden abordarse.

Por último, este ejercicio:

Ejercicio. Resolver el sistema:

$$\begin{aligned} 36a + 6b + c &= 9 \\ 49a + 7b + c &= 14 \\ 64a + 8b + c &= 20 \end{aligned}$$

por medio de:

a) la función LINEQN,

b) suma y resta,

c) el producto $x = A^{-1}\, b$.

Clase No. 24.
El área de un triángulo.

Objetivos. Mostrar una aplicación de muMATH en matemáticas IV.
Continuar con los ejemplos sobre algunos posibles usos de muMATH en las materias del área de matemáticas.

Usaremos muMATH para calcular el área de un triángulo formado por tres puntos en el plano cartesiano.

Se quiere hallar el área del triángulo formado por los vértices: A(-1,1), B(3,4), C(5,-1).

Una manera de resolver el ejercicio la da la siguiente fórmula:

$$\text{Area} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

Lo que se halla entre | |, es un determinante. Para profundizar en el tema de determinantes, los alumnos pueden recurrir a los libros de álgebra lineal.

El determinante se obtiene al realizar estas operaciones:

$x_1(y_2(1) - y_3(1)) - y_1(x_2(1) - x_3(1)) + 1(x_2\ y_3 - x_3\ y_2)$

Nota: se deberá tomar el valor absoluto del determinante, porque no existen áreas de medida negativa.

Iniciamos el trabajo con muMATH.

Desde el sistema operativo, con el indicador A>, tecleamos: musimp matsol, y presionamos <Enter>.

Las x_i's y las y_i's, son:

$x_1 = -1$, $y_1 = 1$, $x_2 = 3$, $y_2 = 4$, $x_3 = 5$, $y_3 = -1$.

Asignamos esos valores a seis variables con esos nombres:

```
? x1: -1;
@: -1
? y1: 1;
@: 1
? x2: 3;
@: 3
? y2: 4;
@: 4
? x3: 5;
@: 5
? y3: -1;
@: -1
```

Para calcular un determinante, se emplea la función DET. Como argumento, se introducen las filas del arreglo rectangular, del que se desea obtener el determinante.

Guardaremos en la variable AREA, el producto de 1/2 y el determinante:

```
? AREA: 1/2*DET({[x1,y1,1], [x2,y2,1], [x3,y3,1]});
@: -13
```

Es necesario calcular el valor absoluto del área. muMATH cuenta con la función ABS para cumplir ese objetivo. Escribimos lo siguiente:

```
? AREA: ABS(AREA);
@: 13
```

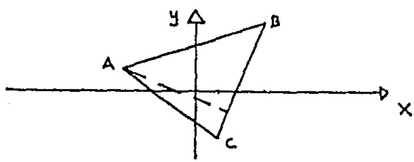
También es válido:

```
? AREA: ABS(@);
```

Existe otra vía para el cálculo del área, aprendida desde la enseñanza primaria. ¿La recuerdan?:

$$\text{Area} = \frac{(\text{Base})\ (\text{altura})}{2}$$

En el siguiente dibujo, asumimos que BC es la base. La altura es la distancia de la perpendicular trazada de BC hacia el vértice A.



Antes de realizar las operaciones que nos lleven a la altura, anotaremos la ecuación de la recta que une a los puntos B(3,4) y C(5,-1). La almacenamos en la variable BASE:

```
? BASE: (y - y2)/(x - x2) == (y3 - y2)/(x3 - x2);
@: (-4 + y)/(-3 + x) == -5/2
```

La altura se obtendrá al utilizar esta fórmula:

$$\text{DISTANCIA} = \frac{|\ ax_1 + by_1 + c\ |}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Manipularemos BASE para llegar a una expresión del tipo: ax + by + c = 0

Primero, eliminamos el denominador (-3 + x):

```
? BASE: BASE*(x - 3);
@: - 4 + y == 15/2 - 5/2 x
```

Nos estorba el 2. Multiplicamos BASE por 2:

```
? BASE: BASE*2;
@: -8 + 2 y == 15 - 5 x
```

Colocamos -5x del lado izquierdo. Sumemos 5x a BASE:

```
? BASE: BASE + 5 x;
@: -8 + 2 y + 5 x == 15
```

Sólo falta pasar 15 al lado izquierdo. Restamos 15 a BASE:

```
? BASE: BASE - 15;
@: -23 + 2 y + 5 x == 0
```

Tenemos así, que los coeficientes a, b y c son:
a = 5, b = 2, c = -23

Deberemos introducirlos para poder después calcular la distancia:

```
? a: 5;
@: 5
? b: 2;
@: 2
? c: -23;
@: -23
```

x_1 y y_1, los conoce muMATH. De esta manera, al teclear la expresión para la DISTANCIA, sabremos la altura del triángulo:

```
? DISTANCIA: ABS(a x1 + b y1 + c)/(a^2 + b^2)^(1/2);
@: 26/29^(1/2)
```

La altura es, entonces: $$\frac{26}{\sqrt{29}}$$

La longitud de la base, es decir, la distancia entre $B(x_2, y_2)$ y $C(x_3, y_3)$ es:

$$\sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}$$

La variable LONGBASE albergará la distancia entre B y C:

```
? LONGBASE: ((x3 - x2)^2 + (y3 - y2)^2)^(1/2);
@: 29^(1/2)
```

La base es: $\sqrt{29}$

El producto de DISTANCIA y LONGBASE, dividido entre 2, nos da el área:

```
? AREA: (DISTANCIA*LONGBASE)/2:
@: 13
```

El área del triángulo es 13 u^2.

Observen que hemos empleado el operador *, para el producto. Casi siempre hemos dejado un espacio entre dos factores al realizar una multiplicación. El paquete muMATH nos proporciona la facilidad de omitir el *. Hemos aprovechado esa ventaja, pues es más comodo oprimir la barra espaciadora, que presionar <Shift> y la tecla del 8.

muMATH, como ya fue mencionado en las clases anteriores, no cuenta con una ventana, o con instrucciones, de graficación. Hemos perdido por ello, la posibilidad de dibujar el triángulo, construyendo las tres rectas que forman sus lados. No podremos realizar ejercicios de la geometría analítica con ayuda de muMATH. Unicamente llegaríamos a efectuar operaciones algebráicas y cuando quisieramos ver una gráfica, lo que es fundamental en geometría analítica, nos deberíamos detener. Ahora bien, no debemos sentirnos frustrados con el paquete muMATH. Reconozcamos sus fallas, pero también sus virtudes: no hace dibujos, pero es una buena calculadora algebráica. La seguiremos empleando hasta mostrar un ejercicio en matemáticas VI. Posteriormente, exploraremos el programa Derive. Ahí si dibujaremos todas las gráficas que muMATH no nos ha dejado ver, es más, ni siquiera hacer.

La siguiente clase, se enfoca a revisar, en la óptica de muMATH, un ejercicio de la hoja de cálculo sobre optimización. Esto corresponde a matemáticas V.

Para finalizar, un ejercicio:

Ejercicio. Hallar el área del triángulo cuyos vértices son: A(-3,3), B(5,5), C(2,-4)

Usar los dos procedimientos vistos en esta clase. Aparte, hacer, en una hoja de papel, el dibujo del triángulo.

Clase No. 25.
Un problema de optimización.

Objetivos. Resolver un ejercicio tratado en la hoja de cálculo.
Mostrar un ejemplo sobre el uso de muMATH en matemáticas V.
Seguir con la exploración de algunas de las posibles aplicaciones de muMATH en las materias del área de matemáticas.

La clase 15, de hoja de cálculo de Symphony, fue utilizada para resolver un ejercicio sobre optimización. Se buscaba hallar el ingreso máximo de una agencia al rentar automóviles a un cierto costo. Las variables manejadas fueron:
A ≡ número de autómoviles en renta,
p ≡ precio de renta,
I ≡ ingreso, en dólares

El ingreso I se define como el producto: A p, esto es:

$$I(p) = A\ p$$

mientras que, la ecuación para A es:

$$A = -5p + 150$$

por lo tanto:

$$I(p) = (-5p + 150)\ p$$

Encontraremos, con ayuda de muMATH el valor de p que maximice el ingreso.

Para trabajar con cálculo diferencial, muMATH incluye el sistema CALCULUS. Lo cargamos desde disco al mismo tiempo que el programa musimp:

```
A> musimp calculus
```

La variable INGRESO albergará la función I(x). Escribimos lo siguiente (el carácter ? no se teclea):

```
? INGRESO: (-5 x + 150) x;
@: 150 x - 5 x^2
```

Derivaremos INGRESO con objeto de conocer sus puntos criticos.

La función interna DIF de muMATH se usa para la obtención de derivadas. Guardaremos en la variable GANANCIA, la derivada del ingreso:

```
? GANANCIA: DIF (INGRESO, x);
@: 150 - 10 x
```

De aquí, en x = 15 hay la pendiente de la tangente es 0. Ahora bien, ¿hay un máximo o un mínimo?

Realizamos la segunda derivada de la función INGRESO. Se añade un 2 al argumento de DIF para indicar con ello, que queremos calcular una derivada de segundo orden:

```
? DIF (INGRESO, x, 2);
@: -10
```

Así, para x = 15, la función INGRESO tiene un máximo absoluto. La ordenada se tendrá al sustituir el valor de x en INGRESO. Introducimos x0 = 15:

```
? x0: 15;
@: 15
```

Anotamos otra vez la expresión de INGRESO, pero la asignamos a ING2:

```
? ING2: -5 x0^2 + 150 x0;
@: 1125
```

El ingreso máximo es $1125, con una renta de $15.

¿Cuántos autos se rentan?

La variable NUMAUTOS almacenará la expresión -5x + 150, que da el total de autos en renta:

```
? NUMAUTOS: -5 x0 + 150;
@: 75
```

Conclusión: al rentar a $15 cada carro, se ganan $1125 y se alquilan 75 coches. Nota: las cantidades son en dólares.

Nos gustaría trazar varias tangentes a la curva, sin dibujar la curva misma, para ver su comportamiento. Desafortunadamente, muMATH no sirve para gráficar. Construiremos unas cuantas rectas.

La pendiente de la recta tangente a la curva

$$I(x) = (-5x + 150)\ x$$

es la derivada de I(x), esto es: 150 - 10 x

Antes de escribir PENDIENTE, iniciemos con $x_1 = 0$:

```
? x1: 0;
@: 0
```

Ahora sí, escribimos PENDIENTE, con la siguiente expresión:

```
? PENDIENTE: 150 - 10 x1;
@: 150
```

Luego, definimos INGRESO para x_1. Lo llamamos ING3:

```
? ING3: (-5 x1 + 150) x1;
@: 0
```

Podemos construir la ecuación de la recta y, de la forma punto pendiente:

```
? y: ING3 + PENDIENTE*(x - x1);
@: 150 x
```

Tratemos de ver si, al cambiar x_1 por 5, $x_1 = 5$, muMATH nos proporciona tanto el ingreso, como la pendiente y la nueva recta:

```
? x1: 5;
@: 5
```

Solicitamos PENDIENTE:

```
? PENDIENTE;
@: 150
```

Observemos que no sustituyó $x_1 = 5$. Lo mismo esperamos de ING3:

```
? ING3;
@: 0
```

No hubo cambios. ¿Qué haremos? Se deben definir tres variables cada vez que modifiquemos x_1: ingreso, pendiente y la recta y. Podríamos analizar las tangentes en los puntos x_1 entre 0 y 30, que es el dominio de la función INGRESO; sin embargo, esto nos llevaría bastante tiempo. Elaboraremos las rectas para x_1 = 10 y x_1 = 15, con el fin de ilustrar el comportamiento de la tangente.

Tenemos x_1 = 5. Tecleamos, de nuevo, PENDIENTE, con su expresión anterior:

```
? PENDIENTE: 150 - 10 x1;
@: 100
```

También, es necesario escribir ING3:

```
? ING3: (-5 x1 + 150) x1;
@: 625
```

Y una vez más, la ecuación de la recta:

```
? y: ING3 + PENDIENTE*(x - x1);
@: 125 + 100 x
```

Al introducir x1 =10, obtenemos estos resultados:

```
? x1: 10;
@: 10
? PENDIENTE: 150 - 10 x1;
@: 50
? ING3: (-5 x1 + 150) x1;
@: 1000
? y: ING3 + PENDIENTE*(x - x1);
@: 500 + 50 x
```

Si x_1 = 15, tenemos:

```
? x1: 15;
@: 15
? PENDIENTE: 150 - 10 x1;
@: 0
? ING3: (-5 x1 + 150) x1;
@: 1125
? y: ING3 + PENDIENTE*(x - x1);
@: 1125
```

Un ejercicio: elaborar las rectas para los valores siguientes de x_1: 13, 14, 16 y 17.

Hasta aquí, la exploración de un ejemplo sobre el uso de muMATH en matemáticas V. Nos vimos frenados en nuestra intención de trazar las tangentes a la curva, porque este paquete matemático es más calculadora que graficador. No obstante, este mismo ejercicio lo recrearemos en el paquete Derive, donde manejar expresiones algebráicas y dibujar rectas y curvas es más sencillo.

Por otra parte, muMATH puede servir para trabajar con una larga lista de derivadas de funciones; o para hallar máximos y mínimos de funciones; o, como lo hicimos en esta sesión, para abordar diversos problemas de aplicación. Dejamos al profesor que use este material, el diseño de sus propias clases, y a su criterio, si el ejemplo mostrado para matemáticas V es suficiente, o lo explota más, o agrega otros.

La última clase que trata sobre muMATH, la dedicaremos a la obtención de una integral por la regla del trapecio. Ya se trató este tema en la clase 16 de la hoja de cálculo. Se incluirá en la próxima clase con el fin de establecer las diferencias entre un paquete no orientado a las matemàticas, el Symphony, y otro cuyo propósito es netamente matemático, el muMATH.

Se deja un ejercicio para trabajarlo con muMATH:
Sensibilidad a los medicamentos. Una hora después de haberse administrado a un paciente x miligramos de un medicamento especial, el cambio en la temperatura del cuerpo en grados Farenheit se calcula con la fórmula

$$T(x) = x^2 \left(1 - \frac{x}{6} \right) \qquad 0 \le x \le 6$$

La rápidez con la que T cambia con respecto a la magnitud de la dosis, T'(x), es la sensibilidad del cuerpo a esa dosis.
Calcule la magnitud de la dosis que producirá la máxima sensibilidad [Sugerencia maximice T'(x)]
Calcular la primera derivada para hallar el punto crítico.
Usar el criterio de la segunda derivada para determinar si el punto crítico es máximo o mínimo.
Construir algunas rectas tangentes.
Dibujar, en una hoja de papel milimétrico, esas rectas.
Al último, dibujar la curva de la función T(x).

Clase No. 26.
La regla del trapecio.

Objetivos. Terminar con la muestra de algunas aplicaciones del paquete matemático muMATH, en las materias del área de matemáticas.
Abordar un ejemplo en matemáticas VI.
Retomar un ejercicio tratado con apoyo de la hoja de calculo.

En esta clase resolveremos una integral que ya estudiamos en la hoja de cálculo de Symphony. Más adelante, este mismo ejercicio se tratará en el paquete Derive.

La integral es:

$$\int_0^3 \frac{1}{16 + x^2}\, dx$$

La regla del trapecio nos sirvió, en Symphony, para obtener el resultado de esa integral. Recordemos que, al reescribir la regla del trapecio, quedó así:

$$\int_a^b f(x)\ dx \approx \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\ \Delta x + \frac{1}{2}\ [f(a) - f(b)]\ \Delta x$$

El sistema CALCULUS es el único requisito para poder calcular integrales en muMATH.

Nos enfocaremos, en principio, a la solución de esa integral a través del uso de una función interna de muMATH. Posteriormente, la regla del trapecio nos dará una aproximación a la integral.

Empecemos por recuperar, desde disco, el programa musimp y el sistema calculus. Tecleamos:

```
A> musimp calculus
```

y pulsamos <Enter>.

La función que integraremos es:

$$f(x) = \frac{1}{16 + x^2}$$

Anotamos la variable F:

```
? F: 1/(16 + x^2);
@: 1/(16 + x^2)
```

La función DEFINT, nos permite calcular una integral definida. Su sintáxis es: DEFINT (expresión, variable, límite inferior, límite superior).

La variable F aloja la expresión a integrar. Ya sabemos que a, el límite inferior, es 0; b, límite superior, es 3; y la variable de integración es x. Al introducir esos datos en muMATH, tenemos:

```
? DEFINT(F, x, 0, 3);
@: ATAN (3/4)/4
```

Almacenamos este valor en la variable TRAP1. Lo copiamos de @:

```
? TRAP1: @;
@: ATAN (3/4)/4
```

A continuación, desarrollamos la regla del trapecio. Apuntamos las constantes a = 0, b = 3 y n = 6:

```
? a: 0:
@: 0
? b: 3;
@: 3
? n: 6:
@: 6
```

Δx, la base de cada trapecio, está definida como

$$\Delta x = \frac{b - a}{n}$$

La variable DELTA albergará esa expresión:

```
? DELTA: (b - a)/n;
@: 1/2
```

Por otro lado, x_i es: $x_i = a + i\,\Delta x$.

Contamos con a y DELTA. Veámos cómo es x_i:

```
? xi = a + i DELTA;
@: i/2
```

Luego, $G(x_i)$ es:

$$G(x_i) = \frac{1}{16 + x_i^2}$$

introduciremos esto en muMATH:

```
? G: 1/(16 + xi^2);
@: 1/(16 + i^2/4)
```

Podemos notar que ha sido sustituido $x_i = \frac{i}{2}$.

La partición del intervalo [0, 3] se hará en seis trapecios. De esta forma, el índice i corre desde 1 hasta 6. Obtendremos los sumandos de

$$\sum_{i=1}^{6} G(x_i)$$

y después haremos el producto de

$$\Delta x \sum_{i=1}^{6} G(x_i)$$

Así, habremos calculado el primer sumando de la regla del trapecio.

Si i = 1, entonces $x_1 = \frac{1}{2}$.

Escribimos esto en muMATH:

```
? x1: 1/2;
@: 1/2
```

Luego, G1:

```
? G1: 1/(16 + x1^2);
@: 4/65
```

Pasemos a i = 2. x_2 es: $x_2 = \frac{2}{2} = 1$:

```
? x2: 2/2;
@: 1
```

Volvemos a calcular $G(x_i)$. En este caso, la variable se llamará G2:

```
? G2: 1/(16 + x2^2);
@: 1/17
```

Para i = 3, x_3 = 3/2, y G_3 es:

```
? x3: 3/2;
@: 3/2
? G3: 1/(16 + x3^2);
@: 4/73
```

Sigue i = 4. Estas son las expresiones para x_4 y G_4:

```
? x4: 4/2;
@: 2
? G4: 1/(16 + x4^2);
@: 1/20
```

Continuamos con i = 5:

```
? x5: 5/2;
@: 5/2
? G5: 1/(16 + x5^2);
@: 4/89
```

Por último, i = 6, arroja estos resultados:

```
? x6: 6/2;
@: 3
? G6: 1/(16 + x6^2);
@: 1/25
```

En todas las variables G_i, es decir, G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 y G_6, están cada uno de los términos de

$$\sum_{i=1}^{6} G(x_i)$$

Utilizaremos la variable S para guardar la suma:

```
? S: G1 + G2 + G4 + G5 + G6;
@: 44525353/143583700
```

Para completar el primer sumando de la regla del trapecio, multiplicamos DELTA y S. Lo colocamos en SUM1:

```
? SUM1: DELTA S;
@: 44525353/287167400
```

Nuestro siguiente trabajo, es la obtención del segundo sumando:

$$\frac{1}{2}\ [f(a) - f(b)]\ \Delta x$$

Usamos la variable F1 para la obtención de f(a). a tiene el valor 0:

```
? F1: 1/(16 + a^2);
@: 1/16
```

Y en F2, colocamos f(b). b vale 3:

? F2: 1/(16 + b^2);
@: 1/25

Realizamos la diferencia entre F1 Y F2. La variable F3 lo alojará:

? F3: F1 - F2;
@: 9/400

Ahora, el producto de $\frac{1}{2}$ y F3 para tener

$$\frac{1}{2}\,[f(a) - f(b)]$$

? F4: 1/2 F3;
@: 9/800

Resta por hacer:

$$\frac{1}{2}\,[f(a) - f(b)]\,\Delta x$$

Utilizamos la variable SUM2, para el producto de F4 y DELTA:

? SUM2: F4 DELTA;
@: 9/1600

La integral aproximada por la regla del trapecio es:

? TRAP2: SUM1 + SUM2;
@: 369125357/2297339200

Los resultados obtenidos son fracciones. Nos gustaría ver su aproximación decimal. muMATH cuenta con la variable POINT, para controlar el despliegue de números racionales.

Anotamos, con objeto de ver hasta siete dígitos décimales:

? POINT: 7$

No hay respuesta @, pues el carácter $, inhibe cualquier respuesta. No hemos usado esta ventaja de muMATH, porque siempre hemos querido que todos los resultados de nuestras operaciones aparezcan en la pantalla.

Realizada la modificación en la forma de apreciar los resultados, pedimos TRAP1:

? TRAP1;
@: 0.25 ATAN (0.75)

muMATH no nos dió el valor de $\tan^{-1}(3/4)$. Con una calculadora, vemos que TRAP1 es:

(0.25) (0.6435011) = 0.160875

Solicitamos también la aproximación de TRAP2:

? TRAP2;
@: 0.1606751

Para acabar, comparamos las dos integrales. De este modo, conoceremos si hay una buena aproxiamción:

? ERROR: TRAP1 - TRAP2;
@: -0.1606751 + 0.25 ATAN (0.75)

Otra vez, una calculadora nos dirá cuál es la diferencia:

-0.1606751 + 0.160875 = 0.0002

Hasta aquí, hemos aproximado la integral

$$\int_{0}^{3} \frac{1}{16 + x^{2}}\, dx$$

con cuatro cifras decimales.

Su valor trigonométrico es:

$$\frac{1}{4} \tan^{-1} \left(\frac{3}{4} \right) \approx \frac{1}{4} \; \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{20}$$

en radianes.

Terminamos con la exploración de algunas de las posibles aplicaciones de muMATH en matemáticas de bachillerato. El tema de integral numérica puede extenderse hacia el estudio de la regla de Simpson, otro método de solución de integrales.

Un camino alterno de trabajo con integrales, consiste en aplicar la función INT, cuyo propósito es calcular la antiderivada de cualquier función matemática, a una larga lista de ejercicios, para sacar conclusiones sobre las limitaciones de muMATH en integración.

Otra posibilidad es dar respuesta a varios ejercicios de integración numérica usando la regla del trapecio.

En síntesis, el profesor debe dar forma a su curso de matemáticas VI si es que desea utilizar la computadora como una herramienta de enseñanza-aprendizaje. Los ejemplos mostrados en este capítulo, así como los que aparecen en Symphony y Derive, ilustran posibles vías de uso de la computadora en las materias de matemáticas. Es prudente señalar que este texto está dirigido a alumnos de cibérnetica y computación II, razón por la cual se han omitido muchas explicaciones teóricas propias de los cursos de matemáticas. Si se emplea la computadora en el salón de clases, en una asignatura específica, en un tema concreto, el docente debe explicar todos los conceptos de matemáticas antes de trabajar con la máquina, e igual criterio debe seguir si quiere impartir todo un semestre con apoyo de la microcomputadora.

El próximo capítulo trata del paquete Derive. Ahí se retoman todos los ejemplos vistos en este capítulo y algunos desarrollados en el capítulo de Symphony.

Práctica No. 13.
Introducción a muMATH.

Objetivos. Conocer el funcionamiento del paquete muMATH.
Trabajar con algunos ejercicios aritméticos.
Confrontar, a través de la solución de un ejercicio visto en la hoja de cálculo, los paquetes Symphony y muMATH.

I. Introducción

Las prácticas anteriores, 1 a 12, te familiarizaron con la hoja electrónica de cálculo de Symphony y su ambiente gráfico. La práctica que tienes en tus manos se aboca al estudio de un paquete matemático: el muMATH. Notarás las diferencias entre las matemáticas que puedes emplear en la hoja de cálculo, con sus limitaciones, y las que es factible utilizar en un paquete elaborado con el propósito específico de servir de herramienta en el aprendizaje de las matemáticas.

II. Puesta en marcha de muMATH.

1. Observa si tu computadora está activa. Si aparece el indicador del sistema, A>, continúa con la práctica. Si no aprecias ese indicador, inserta el disco de MS-DOS en la unidad A y procede a encender el monitor y la CPU. Retira el disco del sistema operativo en la unidad A.
2. Coloca el disco de muMATH en esa unidad.
3. La instrucción DIR, del sistema operativo, se usa para la revisión de los archivos contenidos en un disco. Escribe: DIR, y luego oprime <Enter>.
   El total de archivos en el disco es: __________ .
   ¿Cuántos y cuáles archivos tienen extensión SYS?
   ____
   ______________________________________ .
   ¿Cuántos y cuáles ALG? ________________
   ______________________________________ .
   ¿Y PDS? ______________________________
   ______________________________________ .
   ¿Cuál es de extensión COM? ____________ .
4. Anota: musimp, y termina mediante <Enter>.
5. Ha surgido un mensaje en la pantalla. En resumen, ¿a que hace referencia ese mensaje? ____

______________________________ .

6. El símbolo "?" es el carácter que envía muMATH para informar que se encuentra listo para recibir instrucciones. Estas serán, a lo largo de la práctica, expresiones matemáticas.

III. Operaciones artiméticas.

El paquete muMATH puede ser usado como una simple calculadora, pero mucho más potente. Los siguientes ejemplos ilustran como trabajar con números enteros y racionales.

7. El archivo ALGEBRA.SYS agrupa todas las operaciones aritméticas y algebráicas de muMATH. Este tipo de archivos se recuperan de disco a través de la instrucción LOAD. Teclea esto: LOAD(ALGEBRA);
8. Pulsa <Enter>.
9. Nota que se ha escrito el punto y coma, al final. Este símbolo ortográfico es fundamental para muMATH. Si se presiona la tecla <Enter>, ignorando el ";", muMATH no enviará ninguna respuesta. Podrías esperar esta durante varios minutos.
10. Iniciarás con una sencilla suma. 5 + 6. Tecléala. No olvides el ";".
11. Oprime <Enter>.
12. ¿Cuál es el resultado? ______________ .
13. Un símbolo llamado "arroba": @, se halla a la izquierda del número correspondiente a la respuesta. Puedes hacer caso omiso de él. No obstante, como verás en las clases dedicadas a muMATH, existen situaciones en las cuales @ es de utilidad.
14. Para efectuar multiplicaciones, el operador es asterisco: *. Pero también se escriben los factores dejando entre ellos un espacio en blanco.
    Introduce esto: 4 5;
15. Luego, <Enter>.
16. Realiza la siguiente resta: 5 - 7.
    Anota la respuesta ______________ .

    Estos ejemplos resultan muy simples porque no permiten ver la potencia de muMATH. Se complicarán las cosas al introducir paréntesis.
17. Experimenta con estos ejemplos:
    a) (3+5)^3 (el operador de exponenciación es: ^).
    b) 2*(3+5)/5
    c) 3*((5+9)/(12-4))

d) -(35*(2+5)/((13-4)-(3*5)))
Escribe los resultados:
a) ____________________ .
b) ____________________ .
c) ____________________ .
d) ____________________ .

18. ¿Recuerdas la prioridad de las operaciones, en álgebra? __________________ .

19. Describe la jerarquia de las operaciones: ______
____
____ .

A contiuación, llevarás a cabo operaciones entre fracciones. No es necesario introducir paréntesis en virtud de la jerarquia de las operaciones; pero si crees importante, con objeto de evitar confusiones, utilizalos.

20. Introduce: 3/4 + 4/7;
21. Después, oprime <Enter>.
La suma da: _______________ .

22. Una sencilla resta: 2/5 - 1/3.
La diferencia es: _______________ .

23. Un cociente: (3/4)/(1/2).
Esto vale: _______________ .

24. Ahora, una fracción elevada a una potencia: (5/4)^4.
¿Cuánto es? _______________ .

25. ¿Qué tan grande puede ser un exponente?
Prueba con los siguientes ejercicios:
a) (5/6)^13
b) (5/6)^30
c) (123/456)^50
d) (123/456)^125
Apunta las respuestas:
a) ____ .
b) ____ .
c) ____ .
d) ____ .
¿Fué posible para muMATH ejecutarlas todas? _____
______________ .
¿En cuál o cuáles usó más tiempo? ______________
____ .

26. Una experiencia similar se puede vivir con enteros.
Observa: 2^40.
Da por resultado: ______________________________ .

27. ¿Qué pasa con 2^200?
Escribe el número: ______________________________

______________________________ .

28. ¿Y con 2^800? ______________________________

______________________________ .

29. ¿2^1200? ______________________________

____

______________________________ .

30. 2^2500 es: ______________________________

____

______________________________ .

31. 2^5000 equivale a: ______________________________

____

______________________________ .

¿Puedes contar los dígitos que tiene? ________ .

32. Resuelve los siguientes ejercicios de fracciones. Conviértelos a notación de muMATH. Pon atención en el uso de paréntesis:

a) $\dfrac{35}{9} \; \dfrac{4}{15}$

b) $\dfrac{\dfrac{8}{11}}{\dfrac{3}{7}}$

c) $\dfrac{4}{7} + \dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{5}$

d) $\left(-\dfrac{3}{14} \right)^{7} \left(\dfrac{8}{15} \right)^{3}$

e) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{3}$ $\left(-\frac{1}{4}\right)^{7}$ $\left(-\frac{2}{9}\right)^{5}$

f) $\left(\frac{3457}{2333}\right)^{234}$ $\left(\frac{1212}{8993}\right)^{45}$

Las respuestas a cada ejercicio son:

a) ______________________________ .

b) ______________________________ .

c) ______________________________ .

d) ______________________________ .

e) ______________________________ .

f) ________________________________

____

______________________________ .

¿Cómo se puede determinar que dos fracciones son equivalentes? Cuando quieres comparar $\frac{1}{7}$ y $\frac{5}{35}$, por ejemplo, haces los productos (1)(35) y (5)(7). Si son iguales, afirmas que $\frac{1}{7} = \frac{5}{35}$. En otro caso, una fracción o es mayor o es menor que la otra. muMATH te ayuda a saber si dos fracciones son equivalentes.

33. Escribe estas fracciones:
1/2 = 3/5, y concluye con <Enter>.
¿Qué palabra hay anexa a @? ________________ .
Así, puedes afirmar que: $\frac{1}{2} \neq \frac{3}{5}$.

34. Prueba con 4/6 y 2/3.
La respuesta es: ________________ .
Entonces, $\frac{4}{6}$ y $\frac{2}{3}$ son ________________ .

35. Con ayuda de muMATH, compara las siguientes parejas de fracciones:

a) $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{5}$

b) $-\frac{7}{2}$, $-\frac{9}{4}$

c) $-\dfrac{5}{7}, \dfrac{-3}{-5}$

d) $\dfrac{8096}{325}, \dfrac{7491}{285}$

Anota las respuestas:

a) ________________ .

b) ________________ .

c) ________________ .

d) ________________ .

El paquete muMATH sirve para estudiar todavía muchas cosas en aritmética. Ejemplos: el mínimo común multiplo: el máximo común divisor: operaciones con radicales. En cualquier oportunidad que tengas de acudir al laboratorio de computación practica con diversos ejercicios aritméticos.

Por otra parte, se abordará un problema resuelto en la hoja de cálculo de Symphony, para sentar la o las diferencias que surjan entre muMATH y Symphony al operar con álgebra.

IV. Desarrollo de la solución del problema de la clase no. 11.

Se resolvió este ejercicio:

Un concierto de jazz produjo \$60 000 por la venta de 8 000 boletos. Si los boletos se vendieron a \$6 y \$10 cada uno, ¿Cuántos boletos de cada tipo se vendieron?

La ecuación que soluciona el problema es:

$$6x + 10(8000 - x) = 60000$$

donde x es el total de boletos de \$6.

Una función de muMATH para calcular la solución de una ecuación es: SOLVE. Sin embargo, esta se halla en el sistema MATSOL. Deberás recuperar este archivo de disco.

36. Escribe: LOAD(MATSOL);
37. Finaliza a través de <Enter>.
38. Es importante almacenar un número o una expresión en una variable, si se la va a emplear más adelante en otros cálculos. Por el momento se usará la variable NUMBOL (número de boletos vendidos) para asignarle la ecuación descrita en la página anterior. Anota esto:
    NUMBOL: 6x + 10(8000 - x) == 60000;.

39. Oprime la tecla <Enter>.
¿Qué contiene @? ______________________________ .

El valor de x se obtendrá al aplicar la función SOLVE de esta manera:

40. Teclea: SOLVE(NUMBOL, x):.
41. Luego de presionar <Enter>, x vale: __________ .

Se vendieron ______________ boletos de $6.

Observa que, en el argumento de la función SOLVE es necesario señalar respecto de cuál variable se resuelve la ecuación. Quizá te parezca redundante escribir x enseguida de NUMBOL, pues sólo hay una variable: x. Pero si te encuentras ante una ecuación de dos variables como:

$x^2 + y^2 = 25$, tendrás que aclarar si quieres la solución respecto de x o de y.

42. Asigna 5000 a la variable BOL. Haz lo siguiente: BOL: 5000; y <Enter>.
43. Para conocer el total de boletos de $10, introduce: 8000 - BOL
44. Acaba por medio de <Enter>.
¿Cuántos boletos de $10 se vendieron? ________ .

¿Cuáles diferencias adviertes entre la forma de solucionar este problema en la hoja de cálculo y en muMATH? ______________________________

____

____ .

45. Los siguientes ejercicios se orientan a que experimentes la solución de ecuaciones de primer grado con auxilio de la función SOLVE.
Como muestra para hallar x en la ecuación

$$5x = 37$$

deberás introducir:
SOLVE(5x == 37, x):
muMATH arroja el resultado:
@: {x == 37/5}
Las ecuaciones están en notación corriente. Transfórmalas a escritura de muMATH:

a) $4x + \dfrac{3}{2} = 14$

b) $\dfrac{1}{5}\,x - \dfrac{7}{12} = \dfrac{1}{13}$

c) $ax + b = 0$

$$d)\ \frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} + \frac{3-x}{2} = 0$$

e) $3x + 2y = 5$, para x

f) $3x + 2y = 5$, para y

Tus respuestas son:

a) ______________________________ .

b) ______________________________ .

c) ______________________________ .

d) ______________________________ .

e) ______________________________ .

f) ______________________________ .

Para finalizar la práctica, una vez que hayas retirado tus discos de la computadora y que apagues la máquina, si ya nadie la utilizará, o que la dejes encendida si otro compañero la empleará, redacta un resumen con tus opiniones y sugerencias sobre el contenido de esta práctica.

Resumen

Práctica No. 14.
Monomios y polinomios.
El interés simple y el interés compuesto.

Objetivos. Realizar operaciones algebráicas con muMATH. Retomar un ejercicio tratado en la hoja de cálculo.

I. Introducción.

La práctica 13 tuvo como propósito introducirte a muMATH. Haz podido darte cuenta de que sirve como calculadora aritmética. En la primera parte de la presente práctica experimentarás con álgebra. Para la segunda, se abordará un ejemplo visto en la clase 12 de Symphony. A través de la solución de ese ejercicio con ayuda de muMATH, se busca obtener conclusiones sobre los pros y contras de emplear la hoja de cálculo de Symphony y del paquete muMATH, en matemáticas.

II. Inicio de la sesión.

Quedó explicado el procedimiento en la práctica previa. Si tienes alguna duda, revisa ese texto.

III. Operaciones con monomios.

1. Recupera desde disco, el sistema: ALGEBRA.
2. Para empezar, efectúa esta suma:
   5 x + 8 x
3. Oprime <Enter>.
4. El resultado es: ________________ .
5. Otra suma, con términos de grado 2:
   5 x^2 + 19 x^2
6. Al presionar <Enter>, obtienes: ________________ .
7. Ahora, una resta:
   (1/3) xy - (2/7) xy
8. La diferencia vale: ________________ .
9. Una multiplicación:
   18 x^2 y z 12 x^5 y z^10
10. El producto da: ________________ .
11. Una división:
    (17 x^5 y^2 z^4)/(7 y^4 x^2 z^6)
12. Anota el cociente obtenido: ________________ .
13. Resuelve los siguientes ejercicios. Transfórmalos a notación de muMATH:

    a) $(8z^{-4}\ x^{-1}\ y^{-3})(23y^{-2}\ z^{-11}\ x^{-9})$

b) $(2x^5)(36x^9)(14x)(2y)(3y^4)$

c) $(5x^2)(14xy)$

d) $\dfrac{225\ x^0}{5\ x^4}$

e) $\dfrac{(x^{384}\ y^{497}\ z^{213})^{350}}{(x^{400}\ y^{211}\ z^{101})^{442}}$

Escribe tus respuestas:

a) ____ .

b) ____ .

c) ____ .

d) ____ .

e) ____ .

IV. Ejercicios con polinomios.

Trabajar con polinomios es similar a operar con monomios. Los siguientes ejemplos te mostrarán la manera de hacer sumas, restas, productos, exponenciación y divisiones.

14. Prueba con los siguientes polinomios:
    (12 x y^2 + 3 x^2 y - 4 x^3) + (-10 x y^2 - 3 x^2 y - x^3)
15. ¿Cuánto vale la suma? ________________ .
16. Una suma con más términos:
    (21 x^3 + 16 x^2 + 3 x + 8) + (30 x^3 + 11 x^2 + 9 x + 17)
17. Se obtiene: ________________ .
18. Una resta en la que hay varios paréntesis. Escribe con cuidado:
    (3a - 4b) - ((2a - b) - (3a - b))
19. La diferencia da: ________________ .
20. Para hacer productos entre polinomios. muMATH incluye entre sus funciones. EXPAND. Su propósito es desarrollar una multiplicación de polinomios. o un polinomio elevado a una potencia.
    Teclea:
    EXPAND((a^2 + 2 a b + b^2) (a^3 + 3 a^2 b + 3 a

b^2 + b^3)), y <Enter>.

21. El resultado es: ______________________________

______________ .

22. Emplea, una vez más EXPAND, para la siguiente operación:
$((x + a) + (y - b))^2$

23. Anota la respuesta: ______________________________

______________________________________ .

24. Pide a muMATH, mediante EXPAND, que desarrolle el siguiente binomio elevado a una potencia:
$(2\ x + 1)^7$

25. Obtuviste: ______________________________

______________________________________ .

La división de polinomios se realiza a través de dos funciones: POUOT y PREM. La función POUOT devuelve el cociente mientras que PREM regresa el residuo de la división. La sintáxis de ambas funciones es:
POUOT(dividendo, divisor, variable)
PREM(dividendo, divisor, variable)

26. Introduce:
POUOT(x^6 - 2 x^3 + 1, x^2 - 3 x + 2, x)

27. El cociente es: ______________________________

______________________________________ .

28. A continuación, anota:
PREM(x^6 - 2 x^3 + 1, x^2 - 3 x + 2, x)

29. El residuo vale: ______________________________ .

30. Contesta los siguientes ejercicios. Ten cuidado con los paréntesis. Convierte a notación de muMATH:

a) $\{2 - [3 - (4 + x)]\} + 2\ (7 - x)$

b) $(y^2 - 3y - 1)\ (y^2 + 2y + 2)$

c) $(x + 1)^2$

d) $(x + 1)^3$

e) $(x + 1)^{10}$

f) $(x + 1)^{15}$

g) $(x + 1)^{20}$

h) $(x^5 + 3ax^4 - 7a^2x^3 - 4a^4x + a^5) \div (2x^2 - ax + a^2)$

i) $(x^3 + 4x - 3x^2 + 7) \div (x - 1 + x^2)$

Emplea las funciones: EXPAND, PQUOT y PREM, según se requiera.
Tus resultados son:

a) ______________________________ .

b) ______________________________ .

c) ______________________________ .

d) ______________________________ .

e) ______________________________

______________________________ .

f) ______________________________

______________________________ .

g) ______________________________

______________________________ .

h) ______________________________ .

i) ______________________________ .

V. Factorización.

Una de las fallas de muMATH, es la imposibildad de factorizar expresiones algebráicas. Si cuenta con una función: FCTR; pero, como se verá en los ejemplos, la factorización queda incompleta.

31. Sin usar muMATH, ¿cuál es la factorización de $x^2 - a^2$? ______________________ .
32. Escribe: FCTR(x^2 - a^2); y presiona <Enter>.
33. ¿Qué expresión se obtuvo? ______________ .
34. ¿Qué opinas de la factorización? ____________

______________________________ .

Es más difícil la factorización de: $x^3 - a^3$

35. Introduce: FCTR(x^3 - a^3)
36. Anota la factorización obtenida: __________ .

Un binomio sencillo de factorizar es:

$144\ x^4 + 216$, porque sólo se extrae un factor común de los coeficientes.

37. Teclea: FCTR(144 x^4 + 216)
38. El resultado es: ______________________ .
39. Prueba a factorizar los siguientes polinomios:

a) $y^2 - 6y + 9$

b) $108\ k^2\ z^3 + 57\ k^2\ z^2 - 240\ k^2\ z$

c) $x^6 - y^6$

d) $x^3 - 27$

e) $b^3 - 6b^2 + 12b - 8$

Apunta las expresiones obtenidas:

a) ____ .

b) ____ .

c) ____ .

d) ____ .

e) ____ .

¿Qué opinas de las factorizaciones que realiza muMATH? ________________________________

____ .

VII. Interés simple e interés compuesto.

Se abordará un ejercicio resuelto en la clase 12 de Symphony. Se trata de estudiar la forma en que un capital de $100 (naturalmente, dólares), invertido a una tasa anual de 6%, aumenta cada año.

La fórmula propuesta es:

$$A = 100\ (1 + 0.06\ t)$$

A es el valor futuro

y t es el tiempo; años en este caso, pero puede reinvertirse un capital en periódos de uno o más meses.

Se verá, en primer lugar, la inversión del capital a interés simple, esto es, reinvertido cada año, y más adelante, el capital a interés compuesto reinvertido cada tres meses.

40. En la variable A se almacenará la expresión para el cálculo del interés simple.
    Teclea: A: 100*(1 + 0.06*t)
41. ¿Qué contiene @? ______________________ .

    Se quiere saber a cuánto asciende el capital al cabo de un año.
42. Introduce la variable t con el valor de 1: t: 1.
43. Ahora, pide A, así: A; <Enter>.
    ¿Cuál es el valor de @? ________________ .

    Observa que muMATH no reemplazó t = 1 en A. Entonces, se debe reescribir A, pero con otro nombre: A1.

44. Escribe: A1 = 100*(1 + 0.06*t).

45. ¿Cuál es el capital al final de un año? ______________________ .

46. Con objeto de conocer la variación de los capitales invertidos a dos, tres, cuatro y cinco años, define t = 2, t = 3, t = 4 y t = 5, y teclea las variables A2, A3, A4 y A5, respectivamente. Por ejemplo, para t = 2 y A2, haz esto:
    t: 2;
    A2: 100*(1 + 0.06*t)
    Anota los resultados:
    t = 2, A2 = ______________________ .
    t = 3, A3 = ______________________ .
    t = 4, A4 = ______________________ .
    t = 5, A5 = ______________________ .

    El capital A, que se dedujo en la clase 12, al término de n trimestres, lo da la fórmula:

$$A_n = 100\ (1 + 0.06\ \left(\tfrac{1}{4}\right))^n$$

    Se guardará esa expresión en la variable C.

47. Teclea: C: 100*(1 + 0.06*(1/4))^n.

48. Anota el valor de @: ______________ .

    ¿Cuáles diferencias hay entre las variables A y C? ____ .

49. Al transcurrir un trimestre n vale 1. Defines esa variable: n: 1.

50. El capital al final de un trimestre, se obtiene por medio de la variable C1 con similar expresión a C:
    C1: 100*(1 + 0.06*(1/4))^n.

51. El capital del primer trimestre es: ____________ .

52. Los resultados deben aparecer con decimales. La instrucción para convertir enteros o fracciones a decimales es: POINT: 2$

53. Pide a muMATH que te muestre C1.
    ¿Cuánto es C1? ______________ .

54. El capital C1 se reinvierte tres veces más hasta completar un año. Introduce las variables: n2, n3 y n4, a las que asignarás los números: 2, 3 y 4, respectivamente.

55. Enseguida, teclea las variables: C2, C3 y C4, con las siguientes expresiones:

C2: 100*(1 + 0.06*(1/4))^n2.
C3: 100*(1 + 0.06*(1/4))^n3.
C4: 100*(1 + 0.06*(1/4))^n4.
Anota las cantidades obtenidas:
n2 = 2, C2 = ______________________ .

n3 = 3, C3 = ______________________ .

n4 = 4, C4 = ______________________ .

Contesta:
¿Cuál fórmula de inversión, interés simple o interés compuesto, te da más ganancia? ________

____ .

¿Por qué? ______________________________________

____ .

¿Qué pasaría si se reinvierte el capital cada dos meses? _____________________________________

____ .

¿Y a un mes? ___________________________________

____ .

Para comparar el capital obtenido al final de veinte años, mediante un interés simple, con el capital invertido cada año hasta completar veinte, se declarará otra función porque los periodos de composición definidos para C son trimestrales, mientras que ahora la composición será anual.

56. Asigna 20 a las variables t y m.
57. Introduce la variable CAPITAL con la siguiente expresión:
CAPITAL: 100*(1 + 0.06)^m
58. El capital a interés compuesto es: ___________ .
59. Escribe: A: 100 + 6*t.
60. El capital a interés simple es: ______________ .
61. ¿Es más sencillo trabajar con fórmulas en la hoja de cálculo o en muMATH? _____________ .

¿Por qué lo crees así? __________________________

____

____ .

62. Utiliza <Ctrl> <Break> para salir del paquete muMATH.

Para finalizar, escribe un resumen con tu opinión sobre el material visto en esta práctica. Si tienes alguna sugerencia no dudes en incluirla.

Resumen

CAPITULO IV

Clase No. 27.
Solución de una ecuación de primer grado.

Objetivos. Introducir al alumno en las aplicaciones de Derive en el área de matemáticas.
Resolver un ejercicio de matemáticas I.

Las siguientes seis clases, serán dedicadas al aprendizaje de un paquete matemático: Derive. Este software supera a los vistos en capítulos anteriores porque las gráficas, en comparación con Symphony, tienen mejor presentación, es posible trazar en tres dimensiones y el escalamiento no es problemático. Por lo que respecta a funciones matemáticas, Derive supera a Symphony en cantidad y calidad.

Derive servirá para trabajar con ejercicios de todas las materias de matemáticas. Recrearemos muchos de los modelos desarrollados en la hoja de cálculo y en el muMATH. De esta forma obtendremos un panorama sobre las aplicaciones de tres paquetes de cómputo en matemáticas y podremos sacar conclusiones sobre la viabilidad de utilizar la computadora en el aprendizaje de las matemáticas.

El primer requisito para usar Derive es contar un disco flexible formateado en el cual será copiado este paquete. Es muy importante que cada alumno tenga su propio disco. Se permiten equipos de dos personas. Tres integrantes o más no.

Las instrucciones que deben seguirse para empezar a operar Derive son:

a) insertar el disco del MS-DOS en la unidad de discos A:
b) prender el monitor y la CPU;
c) dar fecha y hora, actualizándolas si es el caso;
d) cambiar el disco del MS-DOS por el de Derive;
e) teclear al ver A>, Derive y presionar <Enter>;
f) se logra un mejor despliegue de texto y gráficas a través de: Options, Display, Graphics, High, y seleccionar el adaptador de video adecuado: Hércules o CGA (esto depende de la máquina con la que estén trabajando: consulten con el responsable del laboratorio).

Empezamos con un ejercicio sencillo, pero que nos ayudará a introducirnos al manejo y aplicaciones de Derive.

Queremos resolver una ecuación de primer grado. Este tema corresponde a matemáticas I:

$$\frac{9b + 1}{15} = \frac{2}{3}$$

El primer paso consiste en teclear esta expresión. Elegimos Author, en el menú principal. Esta elección se realiza al presionar A, o al ser la primera opción, presionar <Enter>.

Se aprecia, en la parte baja de la pantalla:
AUTHOR expression:
escribimos, siempre con notación computacional:
(9b+1)/15=2/3; después <Enter>.

La primera expresión es esta:

$$1: \frac{9b+1}{15} = \frac{2}{3}$$

Debemos resolver esa ecuación. La instrucción soLve, hace esto de inmediato. El resultado es b = 1; pero a donde queremos llegar a resolver la ecuación paso a paso, como lo hacemos en matemáticas I.

Introducimos, a través nuevamente de Author, el número 15. Así:
2: 15

Este número multiplicará ambos lados de la ecuación con el fin de eliminar el denominador del término del lado izquierdo. La instrucción Build construye una nueva expresión a partir de otras expresiones o subexpresiones. Se requiere ahora, construir una nueva expresión a partir de las expresiones 1 y 2. Elegimos Build.

Derive pregunta:
BUILD first expression: #2
esta es la expresión requerida. La aceptamos por medio de <Enter>.

La siguiente solicitud de Derive es por el operador. La multiplicación se indica por: *.

Se nos pide la siguiente expresión:
BUILD next expression: #2
no queremos construir la nueva expresión a partir de esta, sino de la número 1. Señalámos, mediante la pulsación de la tecla de flecha arriba, la expresión #1. Concluímos con <Enter>. Por último, en el submenú Build, aparece señalada, por el cursor luminoso, la opción Done (hecho o concluído). Usamos <Enter> y vemos esto:

$$3: 15 \left[\frac{9b+1}{15} = \frac{2}{3} \right]$$

La siguiente operación es simplificar esa expresión. Con Simplify, Derive elimina los denominadores de la ecuación.

Elegimos Simplify. En la parte baja de la pantalla vemos:
SIMPLIFY expression: #3
basta con <Enter>, para lograr la simplificación:
4: 9b + 1 = 10

La solución es ya inmediata; pero por si aún no se ve evidente, desarrollaremos dos pasos más:

- pasar el número 1 del lado derecho.

- dividir entre 9 ambos lados.

Restaremos 1 en ambos lados de la ecuación. Mediante Author, se introduce: -1:

5: -1

Build nos ayudará a construir una nueva expresión.

La primera expresión es: #4, pero sólo la porción 9b + 1. Ese fragmento se señala al presionar una vez la tecla de flecha arriba y luego la tecla de flecha izquierda. Luego de tener 9b + 1, oprimir <Enter>.

El operador es: +.

La siguiente expresión es la número 5. Una vez indicada, pulsar <Enter> y terminar con Done.

Hemos llegado a esto:

6: 9b + 1 + -1

El 1 debe también restarse en el lado derecho de la ecuación. Una véz más Build lo hará.

La primera expresión es la 4, pero sólo se señala 10.

El operador es: +

La siguiente expresión es #5.

La opción Done, nos proporciona:

7: 10 + -1

Igualamos las expresiones 6 y 7, por medio de Build.

Primera expresión: #6.

El operador es: =.

La segunda expresión es: #7.

Por último, Done nos lleva a:

8: 9b + 1 + -1 = 10 + -1

Bien, ahora falta simplificar esta expresión. Así lograremos tener 9b del lado izquierdo. Escogemos Simplify: Derive señala la expresión #8. Simplemente pulsar <Enter>. Luego de la simplficación, vemos:

9: 9b = 9

Una vez más, la solución es inmediata. Sin embargo, realizaremos otros dos pasos:

- multiplicar por $\frac{1}{9}$ ambos lados de la igualdad

- simplificar la expresión generada.

Introducimos $\frac{1}{9}$ mediante la elección de Author:

10: $\dfrac{1}{9}$

Es equivalente multiplicar $\frac{1}{9}$ por 9b = 9, que $\frac{1}{9}$ por 9b y luego $\frac{1}{9}$ por 9. Para el primer caso se tiene:

$\frac{1}{9}$ (9b = 9), y en el segundo caso:

$\frac{1}{9}$ 9b = $\frac{1}{9}$ 9

Ejecutaremos las operaciones del primer caso.

Construiremos, a través de Build, el producto $\frac{1}{9}$ (9b = 9):

Build,
primera expresión: #10,
operador: *,
segunda expresión: #9,
Done,
y se aprecia esto:

11: $\frac{1}{9}$ (9b = 9)

El paso final consiste en simplificar la expresión 11. Seleccionamos, para ello: Simplify. Derive nos indica que la expresión es #11. Para mirar el resultado, basta con oprimir <Enter>:

12: b = 1.

Podríamos haber obtenido este resultado por medio de soLve e indicando la expresión #1.

Ahora, comprobaremos la solución de la ecuación. Aún sin Derive se puede intentar ver si b = 1 conduce a la solución correcta. Contamos con la ecuación original

$$\frac{9b + 1}{15} = \frac{2}{3}$$

y la solución b = 1.

Al sustituir b = 1, se llega a:

$$\frac{9\ (1) + 1}{15} = \frac{2}{3} \text{ si y sólo si}$$

$$\frac{10}{15} = \frac{2}{3} \text{ si y sólo si}$$

3 (10) = 2 (15) si y sólo si
30 = 30.

Por lo tanto, b = 1 es la solución es correcta.

Con Derive, para comprobar la solución, haremos esto:
Escogemos Manage, en el menú principal.
Después Substitute.
Se debe instruir a Derive que la expresión donde se sustituirán números es #1, es decir, la ecuación original. Tecleamos #1, o lo iluminamos con ayuda de las flechas de movimiento del cursor, o bien pulsar la tecla <Home>. Terminamos mediante <Enter>.
Derive solicita el valor a sustituir:
SUBSITUTE value: b
La solución de la ecuación dió b = 1. De este modo, el número a sustituir es 1. Tecleamos 1, en lugar de b, y se concluye con <Enter>.

La expresión 13 es:

$$13: \frac{9\ 1 + 1}{15} = \frac{2}{3}$$

Con la intención de ver si la igualdad se cumple, se simplifica la expresión 13. Simplify y <Enter> ejecutan lo anterior:

$$14: \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

La solución es correcta. Lo hemos comprobado de dos formas.

Dejamos un ejercicio de tarea.

Desarrollar, paso a paso, la solución de la ecuación

$$\frac{3a}{2} + \frac{a - 4}{4} = 5 - \frac{a - 2}{4}$$

Comprobar la solución por medio de Manage y Substitute.

Resolver la ecuación mediante soLve y posteriormente, verificar su solución a través de Manage y Substitute.

El ejercicio que hemos realizado es muy simple.

Podemos resolver ecuaciones con dos variables; estudiar factorización; operar con polinomios; hacer operaciones matemáticas, y otras operaciones matemáticas.

La siguiente clase será empleada para estudiar la solución de una ecuación de segundo grado.

Es todo.

Clase No. 28.

Solución, por factorización, de una ecuación de segundo grado.

Objetivos. Continuar con las aplicaciones de Derive en matemáticas.
Desarrollar la solución de un ejercicio en matemáticas II.

En la clase anterior, aprendimos a resolver una ecuación de primer grado. Procedimos en dos formas: fuimos desglosando los pasos para llegar al resultado buscado, y, en una etapa posterior, echamos mano de la instrucción soLve, lo que arrojó la solución inmediata. No nos apartaremos, en esta clase, de la solución de ecuaciones. Centraremos nuestra atención en una ecuación de segundo grado:

$$2x^2 + 5x + 2 = 0$$

Resolveremos primero por factorización. Después a través de la observación de las intersecciones de la gráfica con los ejes coordenados. Por último recurriremos a la fórmula general.

Nota: Sería ideal exponer la clase con ayuda de estos textos y, sobretodo, con una computadora en el salón de clases. Si esto no fuera posible, el profesor debe aclarar a sus alumnos que las explicaciones vertidas sólo con gis y pizarrón, se han comprobado en la microcomputadora, y que ellos pueden recrear los ejemplos si lo desean.

Ya conocemos la instrucción Author. A través de ella se introducen todas las ecuaciones, o números, o literales con las que se operará. Así que después de elegir esa instrucción, tecleamos: 2x^2+5x+2=0. Vemos esto:

1: $2x^2 + 5x + 2 = 0$

Hemos empleado la opción soLve. Esta, recordemos, resuelve cualquier ecuación del grado que sea y con las incógnitas que queramos. Nuestra ecuación es de grado 2. Por esta razón, obtendremos dos soluciones.

Seleccionamos soLve, en el menú principal. Derive muestra:

SOLVE expression: #1

oprimimos <Enter> y surgen las soluciones:

2: $x = -2$

3: $x = -\frac{1}{2}$

La serie de instrucciones anteriores no permitió ver el metódo de solución de la ecuación. Unicamente desplegó las raíces. No dudamos de la eficacia de la instrucción soLve.

Sin embargo, es más práctico resolver la ecuación de segundo grado por medio de algunos de los métodos usados en el curso de matemáticas II. Aquí emplearemos el método de factorización.

Movemos el cursor hasta iluminar la expresión #1.

Elegimos, al oprimir la tecla F, la opción Factor en el menú principal.

Derive interroga:

FACTOR expression: #1. La aceptamos mediante <Enter>.

Ahora, la pregunta se refiere a los distintos tipos de factorización:

FACTOR: Amount: Trivial Squarefree Rational radicals Complex.

Nos conviene elegir: Rational.

Luego de unos segundos, se muestra:

4: $(x + 2)\ (2x + 1) = 0$

Apreciamos que las soluciones son:

$x + 2 = 0$, y

$2x + 1 = 0$.

¿Pueden resolver ambas ecuaciones sin ayuda de Derive?

Nos auxiliaremos de la instrucción Build para hallar esas soluciones.

Introduciremos, vía Author: 0. Así:

5: 0.

Señalámos $x + 2$, en la expresión #4. Utilizamos la tecla de flecha arriba, la tecla de flecha izquierda y la flecha abajo. Después, elegimos Author. Al notar el mensaje: AUTHOR expression:, presionamos la tecla F3 con el fin de "bajar" la expresión $x + 2$. De esta forma veremos:

AUTHOR expression: $x + 2$. Presionemos <Enter>.

6: $x + 2$

Construiremos la ecuación $x + 2 = 0$, partiendo de las expresiones 5 y 6.

La primera expresión es: #6.

El operador es: =.

La siguiente expresión es: #5.

Surge la expresión #7:

7: $x + 2 = 0$.

Ejercicio. Separar $2x + 1$, en la expresión 4. Construir dos expresiones a partir de #4 y #5:

a) $2x + 1$

b) $2x + 1 = 0$.

Emplear la instrucción Build.

Debemos haber llegado a esto:

8: $2x + 1$.

9: $2x + 1 = 0$.

Resolver la ecuación $2\ x^2 + 5x + 2 = 0$, es equivalente a resolver las ecuaciones dadas por las expresiones 7 y 9.

Dejamos fijo el cursor en el renglón en el que se encuentra, es decir, en la expresión #9. Sustituir, a continuación, el número 9 por el 7. Terminar con <Enter>.

10: $x = -2.$

Esta es la primera solución, que coincide con la expresión #2.

De igual forma, por medio de soLve e indicando la expresión #9, obtenemos la solución de la segunda ecuación:

$$11:\ x = -\frac{1}{2}$$

¿Las soluciones de la ecuación de segundo grado son correctas? Contestaremos a esta pregunta a través del empleo de la opción Manage, seguida de Substitute.

La expresión en la cual sustituimos datos es: #1.

El valor de sustitución de x es: -2.

La nueva expresión es:

12: $2\ (-2)^2 + 5\ (-2) + 2 = 0.$

La instrucción Simplify, aplicada a la ecuación anterior, nos permitirá deducir si la primera solución es correcta:

13: $0 = 0.$

Se satisface la igualdad. Entonces, es correcta la solución $x = -2$. Veámos si la otra solución está acertada.

Volvemos a utilizar Manage e instrucciones subsecuentes, para tener:

$$14:\ 2 \left[- \frac{1}{2} \right]^2 + 5 \left[- \frac{1}{2} \right] + 2 = 0$$

Y otra vez, echamos mano de Simplify para comprobar la segunda solución:

15: $0 = 0.$

Este es un buen momento para observar la gráfica de la parábola: $2\ x^2 + 5x + 2$. Deberemos, antes de acudir al submenú Plot, señarle a Derive que queremos dibujar una ecuación polinomial. Por medio de Author, escribimos: y.

16: y.

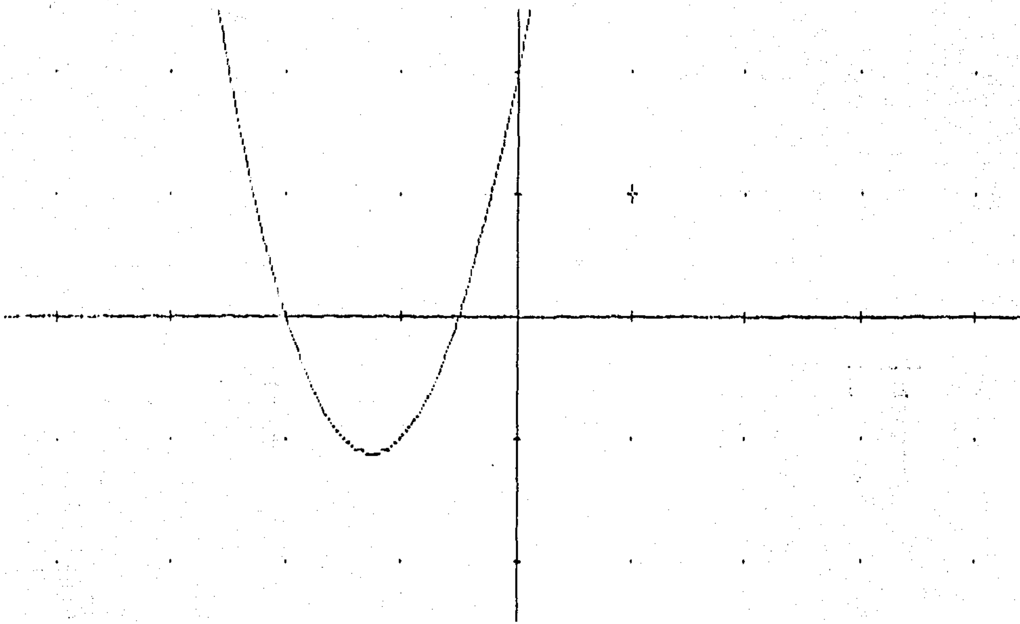
Ahora, la opción Build, la expresión #16, y la porción $2\ x^2 + 5x + 2$ de la expresión #1, construyen:

17: $y = 2\ x^2 + 5x + 2.$

La elección de Plot una vez, lleva al submenú del mismo nombre. Una siguiente elección de Plot, traza la gráfica pedida.

(Fig. 1).

Podemos comprobar las soluciones de la ecuación directamente sobre la gráfica. Notémos que en la pantalla hay una +. Esta se halla en x: 1, y: 1. Así se indica en la parte inferior de la pantalla del submenú Plot. La citada + tiene movimiento: se utilizan las flechas, o <Ctrl> y flecha, o PgUp, o PgDn. Prueben a jugar con estos movimientos hasta que coloquen el símbolo + en la



COMMAND: Algebra Center Delete Help Move Options Plot Quit Scale Ticks Window
Zoom
Enter option
Cross x:1 y:1 Scale x:1 y:1 Derive 2D-plot

intersección de la curva con el eje x. Uno de los mensajes que Derive mandará cuando hayan encontrado esa intersección, es:

Cross: x = -2 y: 0.

Ahí se halla la primera solución.

Jueguen de nuevo con los movimientos de +. Sitúenla en la otra intersección. Deberán mirar este mensaje, una vez que localicen el punto correcto:

Cross: x = -2 y = 0.

Retornamos a la ventana de Algebra, al pulsar la letra A.

Otro ejercicio. Resolver por factorización:

$x\ (x - 2) = 15$

a) usar Expand para verla como una ecuación de la forma
   $ax^2 + bx = -c$
b) emplear: Build, Author, y algunas manipulaciones, con objeto de construir una expresión del tipo
   $ax^2 + bx + c = 0$
c) resolver en forma inmediata la ecuación, por medio de soLve
d) mediante Manage, Substitute y Simplify, comprobar las soluciones del inciso c)
e) factorizar la ecuación de la parte b)
f) solucionar la ecuación para cada uno de los factores obtenidos en e)
g) verificar esos resultados en la ecuación cuadrática
h) construir la ecuación $y = ax^2 + bx + c$
i) graficar esa ecuación, a través de Plot
j) observar las intersecciones de la curva con los ejes coordenados, a través del traslado del apuntador + con las teclas de movimiento, y de la información en la parte baja de la pantalla.

Intentaremos encontrar las soluciones a la ecuación

$$2\ x^2 + 5x + 2 = 0$$

con el auxilio de la fórmula general.

No será necesario que recuerden la famosa expresión de la fórmula general, pues contamos con la instrucción soLve, que nos da solución a cualquier ecuación que le pidamos.

Empezamos por escoger Author y tecleamos la ecuación de segundo grado: ax^2+bx+c. Así:

18: $ax^2 + bx + c$

Aplicamos soLve a la expresión #18 e indicamos a Derive que debe resolver la ecuación con respecto a x. Transcurridos unos cuantos segundos veremos las dos soluciones:

19: $$x = -\frac{\sqrt{(b^2 - 4\ a\ c)} + b}{2\ a}$$

$$20:\ x = \frac{\sqrt{(b^2 - 4\ a\ c)} - b}{2\ a}$$

Al sustituir los valores de a, b y c, en estas dos ecuaciones, obtenemos la solución a la ecuación de segundo grado. La opción Manage nos facilita el trabajo. Pero queremos, en este momento, conocer una nueva instrucción: Declare. Las alternativas, al seleccionarla, son:

Constant Function Variable Matrix vectoR

Nos interesa Function. Esto es así porque deseamos ver cada una de las ecuaciones anteriores como una función de las variables a, b, c y d. De este modo, cada vez que necesitemos resolver una ecuación de segundo grado recurriremos a aquellas funciones donde sustituiremos los datos correspondientes.

El primer paso es escoger Declare. Luego, Function. Se nos pide un nombre para esa función. Tecleamos: SOL1. Enseguida se nos solicita el valor o expresión matemática. En #19, apuntamos, con auxilio de las teclas de movimiento del cursor, la porción

$$-\frac{\sqrt{(b^2 - 4\ a\ c)} + b}{2\ a}$$

enseguida, la tecla F3 para traer a la parte baja de la pantalla esa subexpresión, y al final <Enter>. Esta es la primera función:

$$21:\ SOL1\ (a,\ b,\ c)\ := -\frac{\sqrt{(b^2 - 4\ a\ c)} + b}{2\ a}$$

Desarrollamos la misma secuencia de instrucciones con el fin de obtener la otra función. La llamamos SOL2 y tiene esta forma:

$$22:\ SOL2\ (a,\ b,\ c)\ := -\frac{\sqrt{(b^2 - 4\ a\ c)} - b}{2\ a}$$

Aquí podríamos emplear Manage y Substitute para ver las soluciones. Preferimos abordar otro camino: mediante Author, teclearemos la parte izquierda de las expresiones #21 y #22, en las que cambiaremos las variables a, b y c, por los coeficientes de la ecuación de segundo grado.

Elegimos Author y continuación escribimos: SOL1(2,5,2). Al pulsar <Enter>, aparecerá lo siguiente:

23: SOL1(2,5,2)

Aunque no vemos el lado derecho de la igualdad, Derive lo conoce y nos dará el resultado buscado una vez que hayamos escogido Simplify. Esto da:

24: -2.

Este resultado coincide con el que obtuvimos por los métodos gráfico y factorización.

En forma análoga, pedimos a Derive que calcule la segunda solución. Nos proporciona:

25: SOL2(2,5,2)

$$26: -\frac{1}{2}$$

Dejamos, como último ejercicio de esta clase, obtener las soluciones de la ecuación, a través del uso de Manage y Substitute, y luego Simplify, aplicadas a las expresiones 21 y 22.

Deberán alcanzarse estos resultados:

$$27: \text{SOL1 } (2,\ 5,\ 2) := -\frac{\sqrt{(5^2 - 4\ 2\ 2)} + 5}{2\ 2}$$

28: -2

$$29: \text{SOL2 } (2,\ 5,\ 2) := -\frac{\sqrt{(5^2 - 4\ 2\ 2)} - 5}{2\ 2}$$

$$30: -\frac{1}{2}$$

Cerramos aquí el trabajo con la ecuación cuadrática

$$2\ x^2 + 5x + 2 = 0$$

Hemos obtenido de tres formas distintas las soluciones a esa ecuación, por:

a) factorización

b) gráficamente

c) fórmula general

Queda abierta la posibilidad de trabajar con Derive en otros temas de matemáticas II: solución de ecuaciones lineales simultáneas o funciones; o bien, continuar con las ecuaciones de segundo grado resolviendo con otros métodos, por ejemplo: completar cuadrados.

En la siguiente clase abordaremos un tema de matemáticas III: polígonos.

Es todo.

Clase No. 29.
¿Cuántas diagonales tiene un polígono de n lados?

Objetivos. Resolver un ejercicio en matemáticas III.
Aprender nuevas instrucciones de Derive útiles en matemáticas.
Proseguir con las aplicaciones de ese paquete en las materias de matemáticas.

Iniciamos esta clase, retomando un ejercicio trabajado en las clases 13 y 23. Se trata de hallar una fórmula para saber el total de diagonales en un polígono. Cuando realizamos el ejercicio en la hoja de cálculo, recurrimos al método de las diferencias finitas. Ahora nos enfocaremos a resolver el sistema de ecuaciones derivado de ese método. Recordemos las tres ecuaciones de aquel sistema:

$$9a + 3b + c = 0$$
$$16a + 4b + c = 2$$
$$25a + 5b + c = 5$$

La solución a estas ecuaciones es factible lograrla a través de dos caminos:

a) construir la matriz A, el vector b y hacer el producto $x = A^{-1}\ b$

b) paso a paso, seguir las mismas ideas desarrolladas en la clase 13, del método de suma y resta.

En una práctica de laboratorio, la número 6, se explicaron algunos conceptos relativos a matrices. Así que el tema no es desconocido para los alumnos.

El primer paso, ya dentro del paquete Derive, consiste en introducir la matriz de coeficientes del sistema, por medio de Author y teclear:

[[9,3,1],[16,4,1],[25,5,1]]

La primera expresión es, entonces:

$$1: \begin{bmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

Se debe obtener la inversa de esa matriz. Tenemos dos vías:

a) elegir Author, bajar mediante F3 la expresión 1 y al último teclear: ^-1

b) en una forma más directa, escoger Author y simplemente teclear: #1^-1.

En ambas situaciones llegamos a:

$$2: \begin{bmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

La instrucción que nos permitirá conocer la matriz inversa es Simplify. La aplicamos a la expresión #2. Esto nos da:

$$3: \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \\ -\frac{9}{2} & 8 & -\frac{7}{2} \\ 10 & -15 & 6 \end{bmatrix}$$

Los coeficientes del lado derecho del sistema, los agrupamos en el vector b. Una vez más, se usa Author. Se teclea:

[0,2,5]

y se aprecia:
4: [0, 2, 5]

Tenemos A^{-1} y b. El resultado de multiplicarlos nos dará las soluciones del sistema, agrupadas en el vector x. Se aplica Build a las expresiones 3 y 4, con el operador ., y concluir con Done:

$$5: \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \\ -\frac{9}{2} & 8 & -\frac{7}{2} \\ 10 & -15 & 6 \end{bmatrix} \cdot [0,\ 2,\ 5]$$

La simplificación del producto da:

$$6: \left[\frac{1}{2},\ -\frac{3}{2},\ 0 \right]$$

Las soluciones del sistema son:

$$a = \frac{1}{2}\ ,\quad b = -\frac{3}{2}\ ,\quad c = 0$$

Con ellas, construiremos una ecuación para p. Esto lo hacemos a través de Author y de teclear: p = 1/2n^2-3/2n+0. Así, se llega a:

$$7:\ p = \frac{1}{2} n^2 - \frac{3}{2} n + 0$$

Factorizaremos la ecuación anterior. La opción a escoger es: Factor. La expresión es: #7. La variable 1 es: n. El tipo de factorización es Rational. Después de realizar estas instrucciones, veremos la expresión 8:

$$8:\ p = \frac{n\ (n - 3)}{2}$$

Esta ecuación no nos da una idea de una función. Queremos ver el total de diagonales en función del número de lados del polígono. Es necesario, en consecuencia, declarar la función DIAGPOLI, mediante las instrucciones Declare, Function. Luego, señalamos la porción

$$\frac{n\ (n - 3)}{2}$$

de la expresión #8, presionamos la tecla F3, y oprimimos <Enter>:

$$9:\ \text{DIAGPOLI}\ (n) := \frac{n\ (n - 3)}{2}$$

Si queremos conocer cuántas diagonales hay en un polígono de 25 lados, tecleamos, vía Author: DIAGPOLI(25):

10: DIAGPOLI(25)

Aplicamos Simplify a la expresión anterior:

11: 275.

De este modo, un polígono de 25 lados cuenta con 275 diagonales.

Otra posibilidad es utilizar Manage, Substitute. La expresión donde se sustituye n es #9. El valor para n es 25:

$$12:\ \text{DIAGPOLI}\ (25) := \frac{25\ (25 - 3)}{2}$$

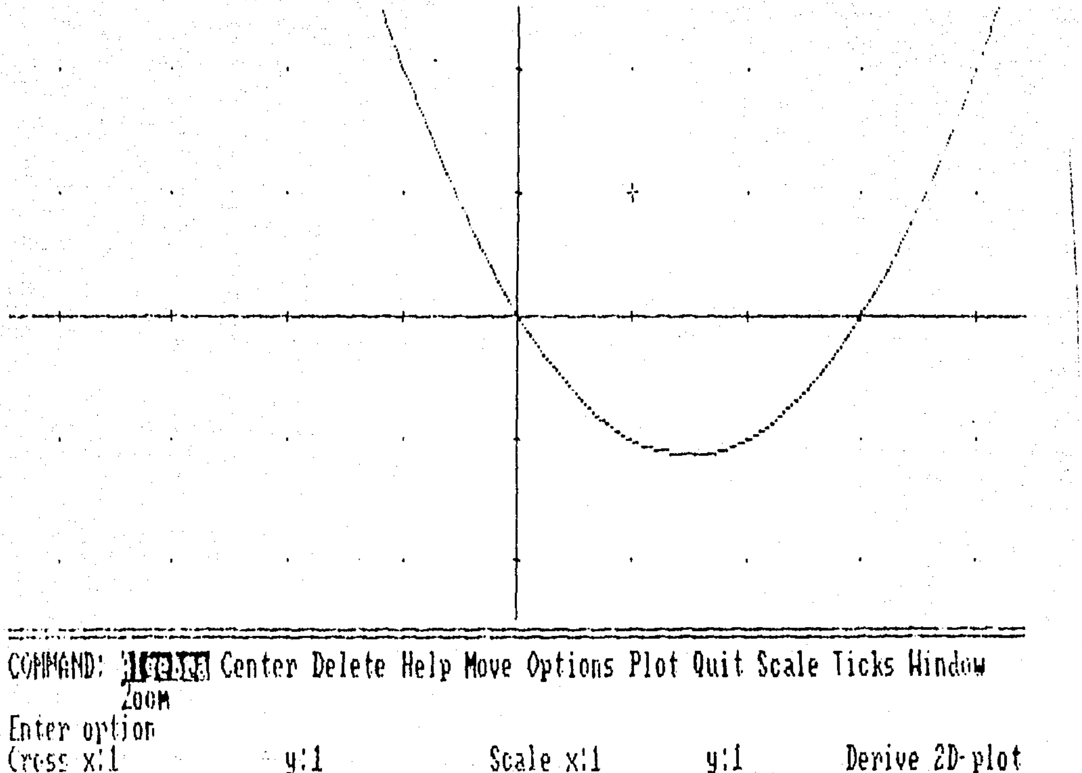
El resultado buscado nos lo proporciona Simplify, aplicado a la expresión 12:

13: 275.

Ejercicio. Calcular el total de diagonales para distintos polígonos, siempre de más de tres lados. Emplear las opciones Manage y Substitute.

¿Qué tal si observamos la gráfica de p ? Llevamos el cursor luminoso hasta la expresión 8. Después, dos elecciones de Plot, trazan la curva deseada. Esta es: (Fig. 1).

Ejercicio. Jugar con las teclas de movimiento del cursor para encontrar las intersecciones de la curva con el eje x.


COMMAND: Center Delete Help Move Options Plot Quit Scale Ticks Window
Zoom
Enter option
Cross x:1 y:1 Scale x:1 y:1 Derive 2D-plot

Las tres ecuaciones del sistema citado al principio de esta clase, se pueden resolver por suma y resta. Si bien se trabaja más por este lado, las operaciones de suma y resta son más comunes en matemáticas II, que el manejo de matrices.

Escribiremos, mediante Author, cada una de las ecuaciones del sistema:

14: $9a + 3b + c = 0$

15: $16a + 4b + c = 2$

16: $25a + 5b + c = 5$

El sistema es de tres ecuaciones con tres incógnitas. Al restar una ecuación de cualquiera de las otras, el sistema se transforma en uno de 2 por 2, pues c desaparece. Así, resulta más fácil encontrar a y b.

Elegimos las ecuaciones 14 y 15. Restamos 14 de 15, con auxilio de la instrucción Build y el operador −. Surge la expresión:

17: $(16a + 4b + c = 2) - (9a + 3b + c = 0)$

Bastará con seleccionar Simplify para ver una ecuación con las incógnitas a y b, sin c:

18: $7a + b = 2$

Restaremos 15 de 16, y simplificaremos, para llegar a otra ecuación con dos incógnitas:

19: $(25a + 5b + c = 5) - (16a + 4b + c = 2)$

20: $9a + b = 3$

Otra vez restamos una ecuación de otra con el fin de hallar las soluciones. Las ecuaciones se encuentran en #18 y #20:

21: $(9a + b = 3) - (7a + b = 2)$

Simplificamos lo anterior y tenemos:

22: $2a = 1$

La solución es obvia. Pero hagamos que Derive nos la dé. Seleccionemos soLve y presionemos <Enter>. La solución para a es:

23: $a = \frac{1}{2}$

Encontrar b una vez hallada a, es muy fácil: basta con sustituir $a = \frac{1}{2}$ en #18 o #20. Nos decidimos por utilizar #20. Las instrucciones Manage y Substitute aplicadas a esa expresión, nos proporcionan:

24: $9 \frac{1}{2} + b = 3$

La solución es sencilla de encontrar sin usar la computadora. Pero aprovechemos la facilidad que nos da Derive de emplear soLve. Resolvemos así la expresión 24:

25: $b = - \frac{3}{2}$

¿Cuánto vale c? Ya conocemos a y b. Cualquiera de las tres ecuaciones originales del sistema nos sirve para hallar c. Optamos por #14. Sustituimos, con ayuda de Manage y Substitute, $a = \frac{1}{2}$ y $b = -\frac{3}{2}$. Esto veremos:

$$26:\ 9\,\frac{1}{2} + 3\left[-\frac{3}{2}\right] + c = 0$$

De nueva cuenta, soLve nos dará el valor de c:

27: $c = 0$

Los tres números calculados, son los coeficientes de la ecuación cuadrática p, obtenida anteriormente en la expresión 7. Podemos construir una vez más esa ecuación. Elegimos Author y tecleamos: d = 1/2n^2-3/2n+0:

$$28:\ d = \frac{1}{2}\,n^2 - \frac{3}{2}\,n + 0$$

Factorizamos la ecuación, a través de Factor:

$$29:\ d = \frac{n\ (n - 3)}{2}$$

Si queremos conocer la cantidad de diagonales en un polígono de 50 lados, echamos mano de las multicitadas instrucciones Manage y Substitute, en la expresión 29:

$$30:\ d = \frac{50\ (50 - 3)}{2}$$

Por último, elegir Simplify nos conduce a:

31: $d = 1175$

Ejercicio. Resolver el sistema:

$36a + 6b + c = 9$
$49a + 7b + c = 14$
$64a + 8b + c = 20$

mediante:

a) el producto $x = A^{-1}b$
b) suma y resta

Hemos resuelto un sistema de ecuaciones simultáneas a través de dos métodos: el producto de la inversa de la matriz de coeficientes del sistema y el vector de términos del lado derecho; el segundo procedimiento fue por suma y resta. Queda abierta la posibilidad de explorar con otros métodos:

- sustitución
- igualación
- regla de Cramer
- graficamente luego de reducir el sistema a 2 ecuaciones con dos incógnitas

y también, experimentar con otros ejercicios del método de las diferencias finitas.

La próxima clase será dedicada al estudio de un ejercicio de aplicación de Derive en matemáticas IV.

Es todo.

Clase No. 30.
El área de un triángulo.

Objetivos. Resolver un ejercicio de matemáticas IV.
Proseguir con la serie de clases de aplicaciones de Derive en las materias de matemáticas.

En esta clase estudiaremos dos formas de calcular el área de un triángulo, dados sus vértices como puntos del plano cartesiano.

La primera forma la explica el siguiente teorema[1]:

"Teorema 12. El área del triángulo que tiene por vértices los puntos $(x1, y1)$, $(x2, y2)$ y $(x3, y3)$ es

$$K = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x1 & y1 & 1 \\ x2 & y2 & 1 \\ x3 & y3 & 1 \end{vmatrix}$$

debiendo tomarse el valor absoluto del determinante"

Un ejercicio aclarará las dudas que pudieran surgir al ver ese teorema. Se trata de hallar el área del triángulo cuyos vértices son $A(-1,1)$, $B(3,4)$ y $C(5,-1)$[2].

Los números que se deben sustituir en el determinante son:

$x1 = -1$, $x2 = 3$, $x3 = 5$, $y1 = 1$, $y2 = 4$, $y3 = -1$

El área del triángulo es:

$$K = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 5 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

¿Cómo obtenemos el determinante? Realizaremos las operaciones para calcularlo. Los detalles sobre el tema de determinantes los dejamos a un consulta posterior en los libros de Algebra.

Multiplicamos -1, el primer elemento del primer renglón, por el producto de 4 y 1 menos el producto de 1 y -1. Esto es:

$(-1)\ ((4)\ (1)\ -\ (-1)\ (1))\ =\ (-1)\ (4\ +\ 1)\ =\ -5$

Luego, realizamos el producto del segundo elemento del

---

1 Lehmann, Charles. Geometría Analítica, Mexico, Limusa, 1982, pag. 88

2 Ibid, Pag. 96.

primer renglón, 1, con signo menos, por el producto de 3 y 1 menos el producto de 1 y 5:

$-(1)\ ((3)\ (1)\ -\ (1)\ (5))\ =\ -\ (3\ -\ 5)\ =\ -\ (-2)\ =\ 2$

Por último, multiplicamos 1 por el producto de 3 y -1 menos el producto de 4 y 5:

$(1)\ ((3)\ (-1)\ -\ (4)\ (5))\ =\ (-3\ -\ 20)\ =\ -23$

El resultado del determinante lo tendremos al sumar los resultados anteriores:

$-5 + 2 - 23 = -28 + 2 = -26.$

Así, el área es: $\frac{1}{2}\ |-26|\ =\ 13$ unidades cuadradas.

Vamos a desarrollar el mismo ejercicio en Derive. Trazaremos, además, las rectas entre cada par de vértices que forman el triángulo.

Antes de introducir cualquier función, o término algebráico, o número, cambiaremos la forma en que Derive maneja las variables. Por omisión, una variable la forma un letra, por ejemplo: x. Si queremos emplear una letra y un número, por ejemplo: x1, Derive asume que debe multiplicar x por 1. La secuencia de instrucciones que nos permitirá manipular variables de más de una letra es:
Options, Input, Word.

Así, nuestras seis variables, x1, y1, x2, y2, x3, y3, serán tratadas como tales y no como productos de una literal y un número.

Definimos la función AREATRI, por medio de Declare, Function. Su argumento, FUNCTION value, es:

$$K = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x1 & y1 & 1 \\ x2 & y2 & 1 \\ x3 & y3 & 1 \end{vmatrix}$$

esto se traduce, para Derive, en:
1/2*DET[[x1,y1,1],[x2,y2,1],[x3,y3,1]]
Aquí, DET se refiere al determinante.

La primera expresión es:

$$1:\ \text{AREATRI (x1, x2, x3, y1, y2, y3)} := \frac{1}{2}\ \text{DET} \begin{bmatrix} x1 & y1 & 1 \\ x2 & y2 & 1 \\ x3 & y3 & 1 \end{bmatrix}$$

Nuestros datos, abcisas y ordenadas de los puntos, son:

x1 = -1, x2 = 3, x3 = 5, y1 = 1, y2 = 4, y3 = -1

Podemos usar Manage y Substitute, para reemplazar esos números en la expresión 1, o directamente por Author cambiamos las variables por sus valores, al teclear:
areatri(-1,3,5,1,4,-1), y <Enter> nos da:

2: AREATRI(-1,3,5,1,4,-1)

La opción Simplify nos proporciona el resultado buscado, pero le falta algo:

3: -13

No existen áreas negativas. Además, el teorema anterior expresa que se debe tomar el valor absoluto del determinante. La función interna ABS nos calculará el valor absoluto de -13. Tecleamos ABS(#3) y <Enter>:

4: $|-13|$

Una vez más elegimos Simplify para mirar el resultado esperado:

5: 13.

El área es 13 unidades cuadradas.

La siguiente actividad es trazar el triángulo. Lo dibujaremos recta por recta.

Empezamos con la recta que une a los puntos A(-1,1) y B(3,4). A través de Declare, Function, y de la escritura del nombre: recta_a_b, y del argumento: y=y1+((y2-y1)/(x2-x1)*(x-x1)), tenemos la ecuación de la recta pedida:

6: RECTA_A_B (x, y, x1, x2, y1, y2): $= y = y1 + \dfrac{y2 - y1}{x2 - x1}$
$(x - x1)$

Sabemos que los x1 = -1, x2 = 3, y1 = 1 y y2 = 4. Los sustituimos en el argumento de la función recta_a_b, y tecleamos, vía Author: recta_a_b(x,y,-1,3,1,4).

La expresión 7 es:

7: RECTA_A_B (x, y, -1, 3, 1, 4)

Utilizamos una vez más, Simplify para ver la primera recta:

8: $y = \dfrac{3x + 7}{4}$

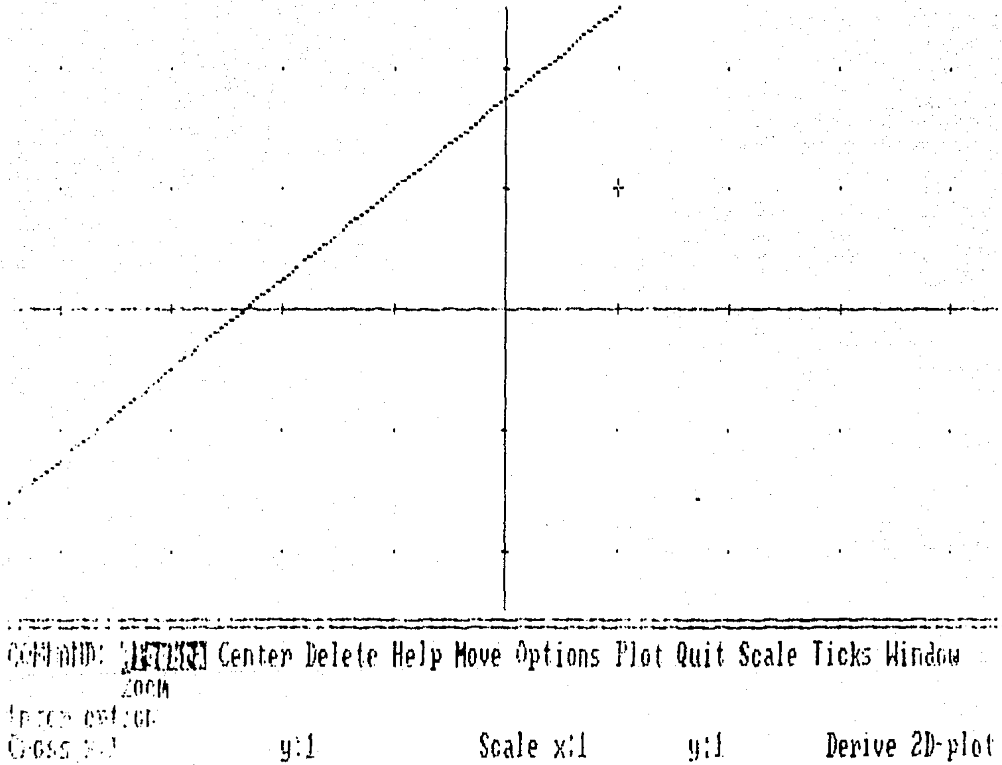
La recta se grafica a través de la selección, dos veces, de Plot. El dibujo es:

(Fig. 1, Pág. 403).

Retornamos a Algebra a construir la recta que unirá a los puntos B(3,4) y C(5,-1). Esto se hace a través de Declare Function. El procedimiento es similar al realizado para obtener la ecuación de la primera recta:

9: RECTA_B_C (x, y, x2, x3, y2, y3): $= y = y2 + \dfrac{y3 - y2}{x3 - x2}$
$(x - x2)$

Reemplazamos las coordenadas de los puntos B y C en la función recta_b_c. Esto por medio de Author. Obtendremos lo siguiente:


Center Delete Help Move Options Plot Quit Scale Ticks Window
Zoom
y:1
Scale x:1
y:1
Derive 2D-plot

10: RECTA_B_C (x, y, 3, 5, 4, -1)

La opción Simplify nos suministra la ecuación de la segunda recta:

$$11: \quad y = -\frac{5x - 23}{4}$$

Pedimos a Derive que grafique esta ecuación. Veremos aparecer además la primera recta:
(Fig. 2, Pág. 405).

En el dibujo notamos el trazo de ambas rectas, pero no se aprecia su intersección. Esto se debe a la escala del plano gráfico. Por omisión es x: 1, y: 1. La cambiaremos luego de realizar el siguiente ejercicio.

Ejercicio. Construir la recta entre los puntos C(5,-1) y A(-1,1). Dibujar esa recta.

Las expresiones obtenidas al resolver el ejercicio, deben ser estas:

$$12: \quad \text{RECTA\_C\_A}(x, y, x1, x3, y1, y3) := y = y3 + \frac{y1 - y3}{x1 - x3}(x - x3)$$

13: RECTA_C_A (x, y, -1, 5, 1, -1)

$$14: \quad y = -\frac{x - 2}{3}$$

Y la gráfica es:
(Fig. 3, Pág 406).

Sin salir del submenú Plot, modificaremos la escala. Elegimos la alternativa Scale. Veremos, en la parte baja de la pantalla:

SCALE: x scale: 1 y scale: 1

El cursor parpadea bajo el número 1. Para cambiar a 2 la escala de ambos ejes, basta con teclear 2, presionar la tecla <Tab>, volver a teclear 2, y oprimir <Enter>. Derive automáticamente traza las rectas con el nuevo escalamiento. Ahora sí se observan los tres puntos de intersección. La parte baja de la pantalla, por otra parte, muestra esto:

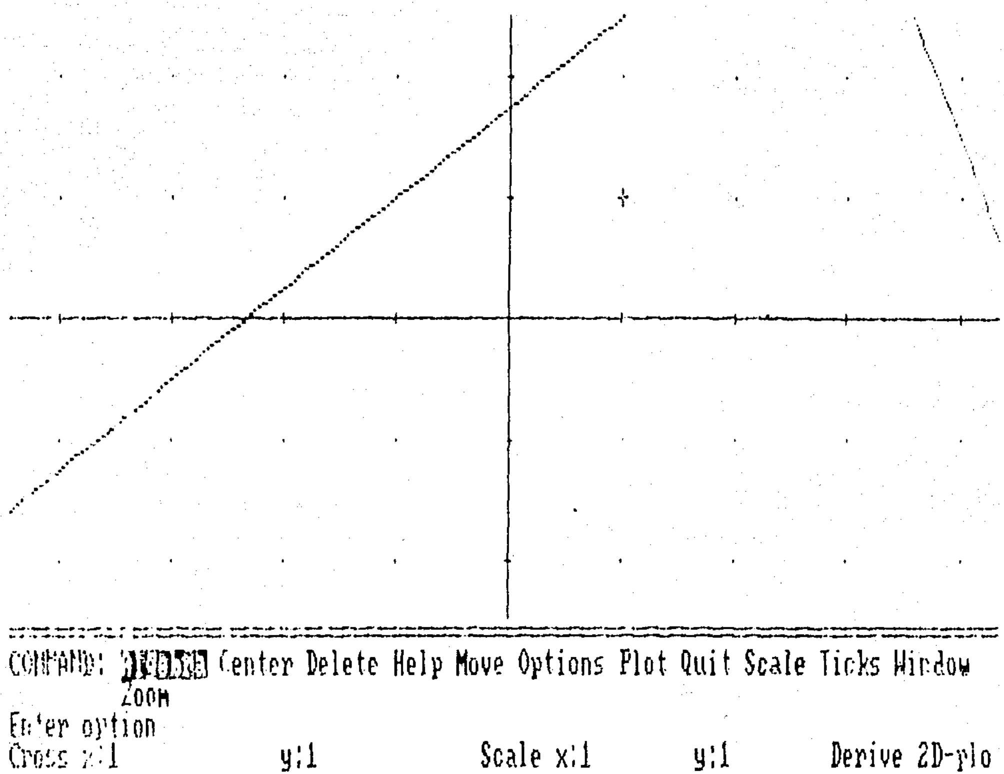
SCALE: x scale: 2 y scale: 2

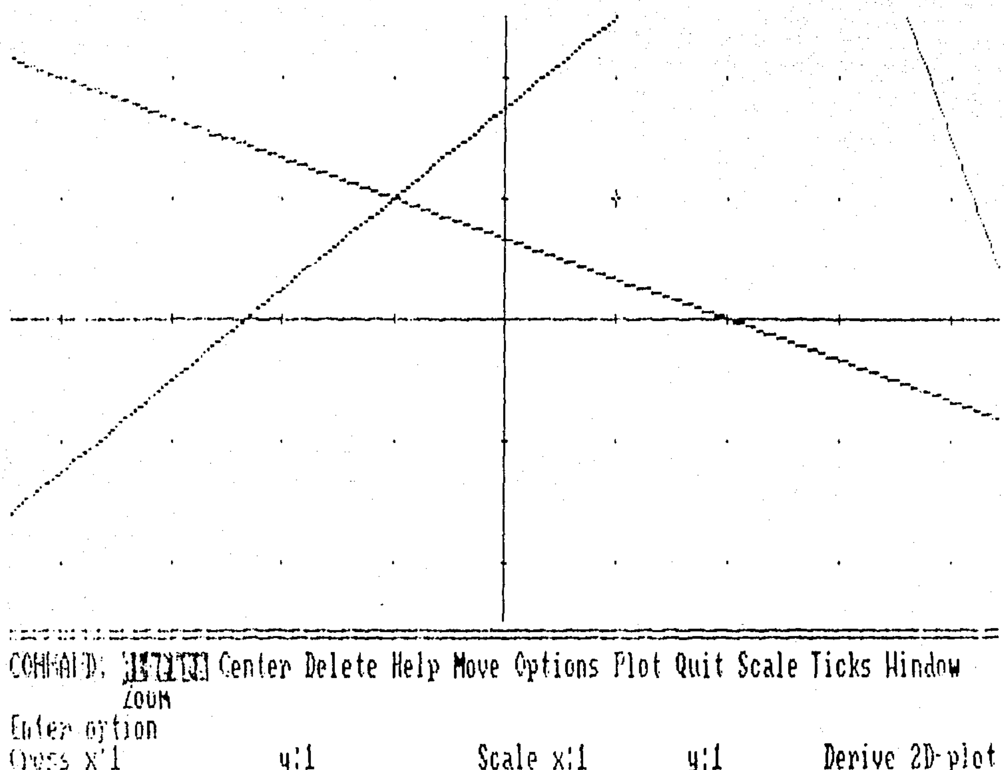
El dibujo de las tres rectas es similar a este:
(Fig. 4, Pág 407).

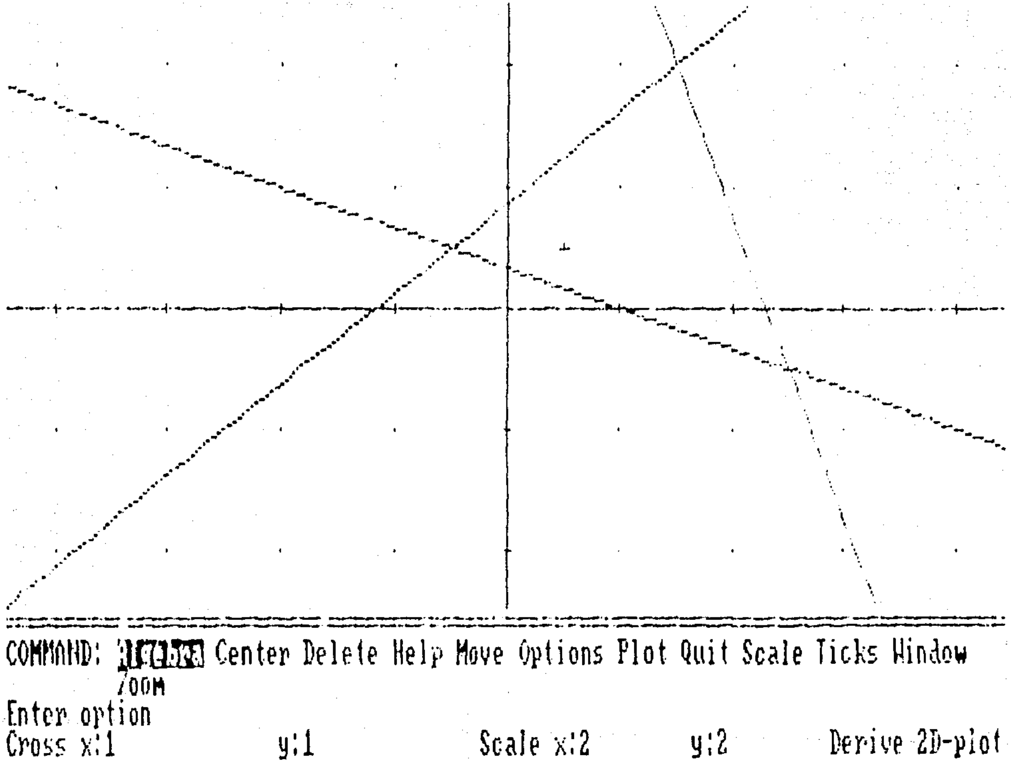
Ejercicio. Encontrar los puntos de intersección de las tres rectas. Jugar con las teclas de movimiento del cursor. Así se obtienen, gráficamente, los tres vértices del triángulo.

Otra forma de calcular el área del triángulo es por la fórmula familiar de la geometría vista desde primaria:

Area = $\frac{1}{2}$ (longitud de la base por la altura)

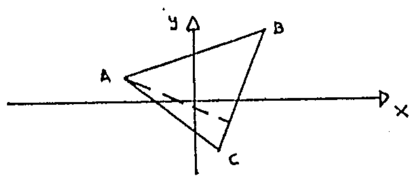

COMMAND: Center Delete Help Move Options Plot Quit Scale Ticks Window
Zoom
Enter option
Cross x:1
y:1
Scale x:1
y:1
Derive 2D-plo


COMMAND: Center Delete Help Move Options Plot Quit Scale Ticks Window
Zoom
Enter option
Cross x:1 y:1 Scale x:1 y:1 Derive 2D-plot


COMMAND: Center Delete Help Move Options Plot Quit Scale Ticks Window
ZOOM
Enter option
Cross x:1 y:1 Scale x:2 y:2 Derive 2D-plot

La altura de un triángulo es la perpendicular trazada desde la base hacia el vértice opuesto. Se usa la fórmula de la distancia para calcular la altura.

En la siguiente figura, BC es la <u>base</u>. Se calcula su longitud, es decir, la distancia entre los puntos B y C. La perpendicular del punto A hacia la recta BC es la <u>altura</u>. Se obtiene, en consecuencia, la distancia de BC hacia A. Luego, se multiplican esas distancias y su producto se divide entre 2. De este modo se obtiene el área de un triángulo a través de otro procedimiento.



Dentro del paquete Derive, se debe definir la función Distancia. Esta calcula la distancia entre un punto y una recta. El siguiente teorema nos será útil para el ejercicio que realizaremos[1]:

> "Teorema 9. La distancia d de una recta $Ax + By + C = 0$ a un punto dado $P_1(x_1, y_1)$ puede obtenerse sustituyendo las coordenadas del punto en el primer miembro de la forma normal de la ecuación de la recta. El valor está dado entonces por
>
> $$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$ "

Construiremos la ecuación de la recta que une los puntos B y C. Posteriormente, llevaremos esa ecuación a la forma $Ax_1 + By_1 + C = 0$ para poder usar el teorema citado arriba.

Por medio de las instrucciones Declare y Function, introducimos la ecuación de la recta:

$$15:\ \mathrm{BASE}\ (x,\ y,\ x2,\ x3,\ y2,\ y3) := \frac{y2 - y3}{x - x2} = \frac{y1 - y3}{x1 - x3}$$

Reemplazamos las coordenadas de los puntos B y C. Esto por medio de Author:

16: BASE (x, y, 3, 5, 4, -1)

Al simplificarse la expresión anterior, mediante

[1] Ibid, pag. 81

Simplify, surgirá la ecuación de la recta:

$$17: \quad \frac{y - 4}{x - 3} = - \frac{5}{2}$$

El primer paso algebráico, en nuestro esfuerzo por obtener los coeficientes A, B y C, estriba en eliminar x - 3 del denominador del lado izquierdo. Así, vía Author, escribimos: x - 3:

18: x - 3

A partir de las expresiones 18 y 17, y con el apoyo de la opción Build, multiplicamos x - 3 por los dos lados de la ecuación. Esto obtenemos:

$$19: \quad (x - 3) \left[\frac{y - 4}{x - 3} = - \frac{5}{2} \right]$$

Se simplifica la operación y se logra esto:

$$20: \quad y - 4 = \frac{15}{2} - \frac{5x}{2}$$

Ahora, es necesario introducir el número 2 con el fin de que, al multiplicar por ese número a la ecuación, desaparezca el denominador del lado derecho. Se hace esto mediante Author:

21: 2

Hacemos el producto de las expresiones 21 y 22, con ayuda de Build:

$$22: \quad 2 \left[y - 4 = \frac{15}{2} - \frac{5x}{2} \right]$$

En lugar de optar por Simplify, usamos Expand, porque queremos que desarrolle todo el producto. Si elegimos Simplify Derive deja indicado el producto de 2 y y -4. Al elegir Expand, se nos pregunta, además de por una expresión, por las variables respecto de las cuales se desarrolla el producto. Hay un mensaje, en la parte inferior de la pantalla, que dice: Return for all or select 1: x, y. Puesto que queremos expandir el producto para las variables x y y, presionamos la tecla <Enter>. Obtendremos:

23: 2y - 8 = 15 - 5x

Tenemos ya casi la ecuación lista para deducir los coeficientes pedidos en el teorema. Pasaremos 5x al lado izquierdo. Tecleamos, luego de elegir Author, 5x:

24: 5x

Seleccionamos Build. Ahora, es + el operador. Hechos los

pasos correspondientes, obtenemos:
25: $5x + (2y - 8 = 15 - 5x)$

Basta con emplear Simplify para mirar la nueva ecuación:
26: $5x + 2y - 8 = 15$

Para poner el 15 del lado izquierdo, tecleamos, mediante la elección de Author, -15:
27: -15

Integramos las expresiones 27 y 26, con ayuda de Build y el operador +:
28: $-15 + (5x + 2y - 8 = 15)$

La instrucción Simplify nos proporciona el resultado buscado a lo largo de las operaciones matemáticas:
29: $5x + 2y - 23 = 0$

De lo anterior, los coeficientes A, B y C, valen:
$A = 5$, $B = 2$ y $C = -23$.

El proceso descrito es largo pero al mismo tiempo ha sido útil para repasar algunas operaciones algebráicas de reducción de términos. Ya estamos en posibilidad de calcular la distancia entre la recta BC y el punto A.

Después de seleccionar Declare y Function y de darle el nombre a la función: DISTANCIA_BC_A, introducimos esta información:
ABS(a*x1+b*y1+c)/SQRT(a^2+b^2)

La nueva expresión es:

30: DISTANCIA_BC_A (a, b, c, x1, y1): $= \dfrac{|\ ax_1 + by_1 + c\ |}{\sqrt{(a^2 + b^2)}}$

Sustituimos los datos que ya conocemos: $a = 5$, $b = 2$, $c = -23$, $x_1 = -1$ y $y_1 = 1$, por medio de Author:
31: DISTANCIA_BC_A (5, 2, -23, -1, 1)

Con Simplify obtenemos la distancia entre la recta BC y el punto A:

32: $\dfrac{26\sqrt{29}}{29}$

Contamos ya con la altura del triangulo. Hace falta calcular la base. Introducimos, mediante Declare, Function, el nombre: LONGITUD_BASE, y tecleamos la fórmula de la distancia entre dos puntos:
sqrt((x3-x2)^2+(y3-y2)^2)

Derive nos presenta lo siguiente:

33: LONGITUD_BASE (x2, x3, y2, y3): $= \sqrt{((x3 - x2)^2 + (y3 - y2)^2)}$

Otra vez, a través de Author, o bien por medio de Manage, Substitute, sustituimos los valores correspondientes a x2, x3, y2 y y3. Nos decidimos por

Author. Tecleamos: longitud_base(3,5,4,-1), y cerramos al presionar <Enter>:

34: LONGITUD_BASE (3, 5, 4, -1)

Al seleccionar Simplify lograremos ver el valor de la base del triángulo:

35: $\sqrt{29}$

Manipularemos las expresiones 32 y 35, además del número $\frac{1}{2}$, para llegar, por fin, al área buscada.

Aplicamos Build a las expresiones 35 y 32, con el operador * (producto):

$$36: \sqrt{29}\ \frac{26\sqrt{29}}{29}$$

Se simplifica, al elegir Simplify esa expresión. Tenemos:

37: 26.

Esta no es aún el área. Nos falta multiplicar por $\frac{1}{2}$ para tener el resultado correcto. Escogemos la instrucción Author para introducir ese número:

Author, 1/2, el operador *, empleamos la tecla F3 para bajar el contenido de #37, y finalizamos con <Enter>. Esta secuencia nos conduce a:

$$38: \frac{1}{2}\ 26$$

El último paso del largo proceso emprendido en la busqueda del área, es simplificar la expresión 38. Seleccionamos Simplify, y apreciamos lo siguiente:

39: 13

El área es de 13 unidades cuadradas. Esta resultado coincide con el que obtuvimos en el primer procedimiento.

Ejercicio. Hallar el área del triángulo cuyos vértices son: A(-3,3), B(5,5), C(2,-4). Hacerlo de dos maneras:

a) usar el teorema 12 del libro de Lehmann,

b) aplicar el teorema 9 del mismo libro.

Trazar las rectas que constituyen los lados del triángulo. Localizar, gráficamente, los puntos de intersección de esas rectas.

Otros temas de la geometría analítica es posible explorar y desarrollarlos en Derive. Por ejemplo: familias de rectas, o familias de circunferencias, o estudiar gráficas de ecuaciones, o las secciones cónicas. En síntesis, el ejercicio mostrado en esta clase es, como todos los ejemplos que aparecen a lo largo de este texto, sólo una muestra de la gran variedad de temas matemáticos que son susceptibles de estudiarse con ayuda de la computación, sin olvidar el papel del profesor en el salón de clases como guía del aprendizaje.

En la próxima clase trabajaremos con un ejercicio que ya resolvimos en una clase dedicada a la hoja de cálculo. Se trata de un caso de optimización. Analizaremos las diferencias entre la hoja de cálculo y el paquete matemático Derive.

Es todo.

Clase No. 31.
Un problema de optimización.

Objetivos. Estudiar un ejercicio de aplicación del paquete matematico Derive en matemáticas V.
Continuar con las aplicaciones de Derive en las materias del área de matemáticas.

Dedicaremos esta clase al estudio de un ejercicio que ya resolvimos, tanto en la hoja de cálculo como en el paquete matemático muMATH. Recordemos que las variables son:
A ≡ número de automóviles en renta
p ≡ precio de renta por día
I ≡ ingreso

Se definió I como: I(p) = A p, y A = -5p + 150; entonces I(p) = (-5p + 150) p

Se busca hallar el máximo ingreso para un precio p y un número A de automóviles en renta.

Derive nos ayudará a encontrar ese dato y ademas, estudiaremos las tangentes a la curva I(p).

La primera actividad es definir la función INGRESO. Ya conocemos las instrucciones Declare y Function. El nombre que damos a la función es: INGRESO, y su argumento o valor es: (-5x+150)x. Después, presionamos la tecla <Enter> y vemos esto:

1: INGRESO (x): = (-5x + 150) x

Queremos conocer el punto critico, es decir, el valor de x, el costo por renta, para el cual el ingreso es máximo. Para hallarlo, derivamos la función INGRESO con respecto a x. Empleamos Author y escribimos: DIF((-5x+150)x,x). La x enseguida de la coma, hace referencia a la variable respecto de la cual se deriva la función anterior. Terminamos con <Enter>:

2: $\frac{d}{dx}$ ((-5x + 150) x)

La derivada la tendremos al utilizar Simplify en la expresión 2:

3: -10 (x -15)

Resolvemos la ecuación anterior para x. La opción a escoger es soLve:

4: x = 15

Hemos obtenido la abcisa del punto crítico. Recurriremos al criterio de la segunda derivada con el fin de determinar si ese punto es un máximo o un mínimo.

En el menú principal, existe la instrucción Calculus. Al optar por ella, podemos escoger diferentes operaciones de Cálculo:

Differentiate Integrate Limit Product Sum Taylor

Nos es útil, por ahora, Differentiate. Derive pregunta por la expresión que debe diferenciar. Le indicamos que es

#1. Luego nos pregunta por la variable de diferenciación. Esta es x. Oprimimos <Enter> y seguimos adelante. La última solicitud es el orden de la variable. Tecleamos 2 y pulsamos <Enter>. La nueva expresión es:

$$5: \left[\frac{d}{dx} \right]^2 (\text{INGRESO } (x) := (-5x + 150)\ x)$$

Las operaciones que realiza Derive, las deja, casi siempre, sin desarrollar. La ventaja que podemos sacar de esto es apreciar todo lo que tecleamos, aparte de que es factible utilizar una ecuación o un número, o una letra en operaciones posteriores, o regresarnos a repasar algún aspecto del tema estudiado que no se haya comprendido bien.

Esta ventaja del poder ir a cualquier expresión en el moemto que queramos, la hemos empleado en nuestras clases anteriores y la usaremos en esta y la última clase.

Pedimos a Derive que simplifique la expresión anterior:

6: -10

La segunda derivada es menor que cero. Así, hay un máximo absoluto en la gráfica de la curva. ¿Cuál es la ordenada de ese máximo? La abcisa es 15. Obtendremos la ordenada a traves de la elección de Manage y Substitute, con x =15, en la expresión 1:

7: INGRESO (15): = (-5 15 + 150) 15

Volvemos a echar mano de Simplify:

8: 1125

De esta manera, en x = 15, y = 1125 está el máximo de la curva; o bien, el ingreso máximo es \$1125, para una renta de \$15.

Deseamos conocer la cantidad de autos en renta a un costo de \$15. Construiremos, entonces, una función, en la forma que ya hemos aprendido. Su nombre es: NUMAUTOS. Su argumento: -5x+150. Llegamos a este resultado:

9: NUMAUTOS (x): = -5x + 150

Si x, que representa el costo de la renta, es 15, sabremos cuántos autos se rentan al introducir, vía Author: NUMAUTOS (15):

10: NUMAUTOS (15)

Echamos mano, por enésima vez, de Simplify:

11: 75.

Concluimos que, a un costo de \$15, se rentan 75 autos por día.

Ahora, nos centraremos en el estudio de la curva del ingreso. Usaremos tres funciones: PENDIENTE, INGRESO y *y*. La primera de ellas la utilizaremos para calcular las pendientes de cada recta tangente a la curva definida por la función INGRESO La tercera función es la ecuación de la recta, de la forma: $y = y_1 + m\ (x - x_1)$.

Antes de definir esas funciones, y con objeto de poder emplear variables de más de un carácter, seleccionamos la secuencia de instrucciones: Options, Input, Word.

Por otro lado, queremos que las variables sean manejadas en el orden siguiente: x, y, x1. Las opciones que deben elegirse son: Manage, Ordering. Por omisión, las variables se hallan en el orden: x y z. Escribimos: x, pulsamos la barra espaciadora, y, otro espacio, x1, presionamos <Enter>.

La primera función es la pendiente. Obtuvimos en la expresión 3, la derivada. Esta es la pendiente de la tangente a la curva en cualquier punto. Otra vez, usando Declare Function, el nombre: PENDIENTE y el argumento: -10*(x1-15), lograremos esto:

12: PENDIENTE (x1): = -10 (x1 - 15)

La expresión 1, se definió como la función INGRESO. Sustituiremos, mediante las instrucciones ya conocidas, la variable x por x1. El INGRESO, en términos de x1 es:

13: INGRESO (x1): = (-5x1 + 150) x1

Una vez introducidas la pendiente y la ordenada, podemos construir la recta tangente. Lo haremos a través de Author:

y=INGRESO(x1)+PENDIENTE(x1)*(x-x1), y <Enter>[1] :

14: y = INGRESO (x1) + PENDIENTE (x1) (x - x1)

Pediremos a Derive que nos trace las rectas correspondientes a diferentes abcisas.

La primera recta es para un ingreso de 0. Esto es x1 = 0. Solicitamos a Derive que reemplace x1 por un 0 en la expresión 13:

15: INGRESO (0): = (-5 0 + 150) 0

Una vez más Simplify:

16: 0

Para $0 de renta, el ingreso es también $0

Indicamos a Derive, que cambie x1 por 0, en la expresión 12. Obtendremos lo siguiente:

17: PENDIENTE (0): = -10 (0 - 15)

La instrucción Simplify, nos conduce a:

18: 150.

Esta es la pendiente de la tangente a la curva del ingreso en x1 = 0. La recta tangente en ese punto, la calcularemos al sustituir x1 por 0, en la expresión 14, mientras que x y y, permanecen en su valor original. Una nueva expresión se ve en la pantalla:

19: y = INGRESO (0) + PENDIENTE (0) (x - 0)

Da igual resultado elegir Simplify o soLve. No obstante,

---

[1] Es también válida esta secuencia de instrucciones:
1) Author. 2) Teclear: y =. 3) Señalar el lado izquierdo de la expresión 13, con flecha izquierda. 4) Bajarlo mediante la tecla F3. 5) Presionar +. 6) Iluminar el lado izquierdo de la expresión 12, con flecha arriba dos veces y flecha izquierda un vez. 7) También bajarlo por medio de F3. 8) Pulsar el signo *. 9) Escribir (x-x1). 10) Tecla <Enter>.

como notaremos en las próximas operaciones. Simplify no desarrolla toda la ecuación de la recta, sino que la deja indicada como producto. Para esta expresión, repetimos, es equivalente el empleo de Simplify o soLve, que nos proporcionarán:

20: y = 150 x

Es prudente mirar esa recta dibujada en el plano cartesiano, pues será la primera de las que se trazarán para analizar el comprtamiento de la curva antes de trazarla. Seleccionamos la alternativa Plot. Sin volver a optar por Plot, modificamos la escala, en la orden Scale. Damos para x: 10, pulsamos la tecla <Tab>, y para la variable y, el valor 700. Finalizamos con <Enter>. Ahora sí, nos decidimos por Plot. La recta tiene este aspecto:

(Fig. 1, pág. 417).

Retornamos al ambiente de Algebra.

Queremos ver la recta tangente en x1 = 5. No es necesario repetir aquí, pero sí al trabajar con Derive, las indicaciones para construir y posteriormente trazar la recta. La serie de expresiones que se logran, antes del dibujo de la segunda recta, con ayuda de las opciones: Manage, Substitute, Simplify y soLve, aplicadas a las expresiones 13, 12 y 14, respectivamente, son:

21: INGRESO (5): = (-5 5 + 150) 5

22: 625

Este resultado nos dice que, para 5 autos el ingreso es de $625.

23: PENDIENTE (5): = -10 (5 - 15)

24: 100

La pendiente de esa recta es 100

25: y = INGRESO (5) + PENDIENTE (5) (x - 5)

26: y = 100 x + 125

Esta es nuestra segunda recta.

Nos trasladamos al submenú Plot. Inmediatamente se dibujará la recta de la expresión 20. Mediante Plot se apreciará la recta dada por la expresión 26. El dibujo de ambas rectas es:

(Fig. 2, pág 418)

¿Pueden notar que queremos tener una idea aproximada de la curva, sin trazarla, esto es, sólo observando las tangentes en distintos puntos?

Para obtener la forma de la recta en x1 = 10, repetimos la serie de instrucciones descritas líneas arriba. Tendremos estas expresiones:

27: INGRESO (10): = (-5 10 + 150) 10

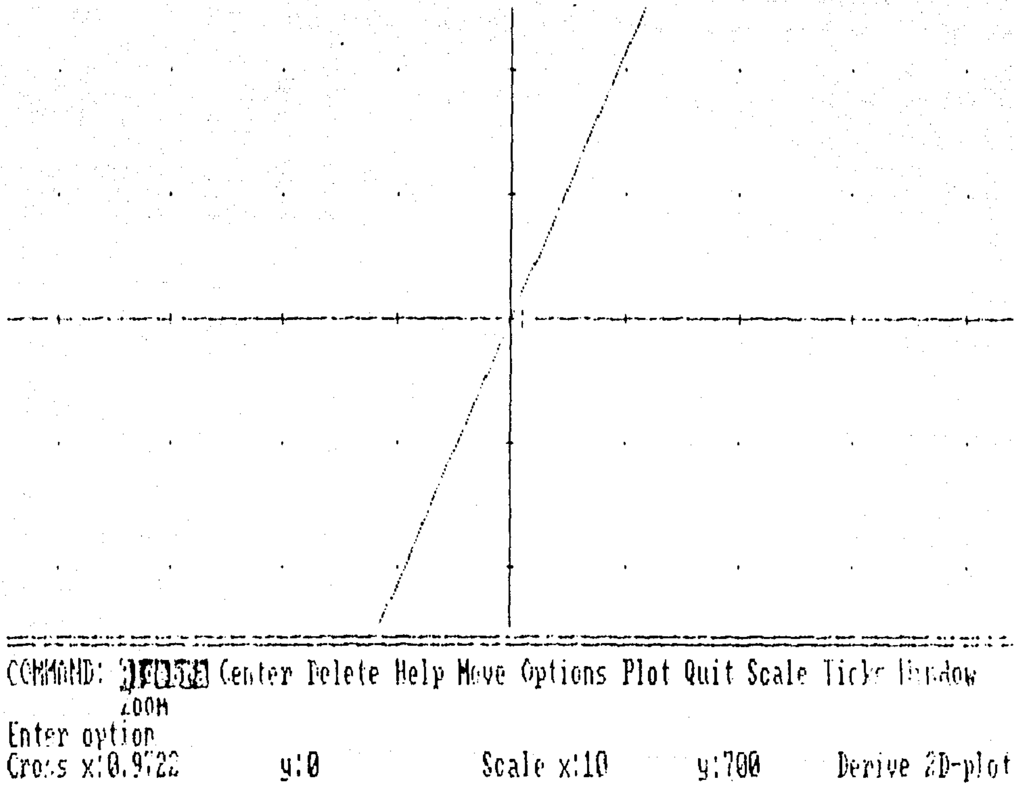
28: 1000

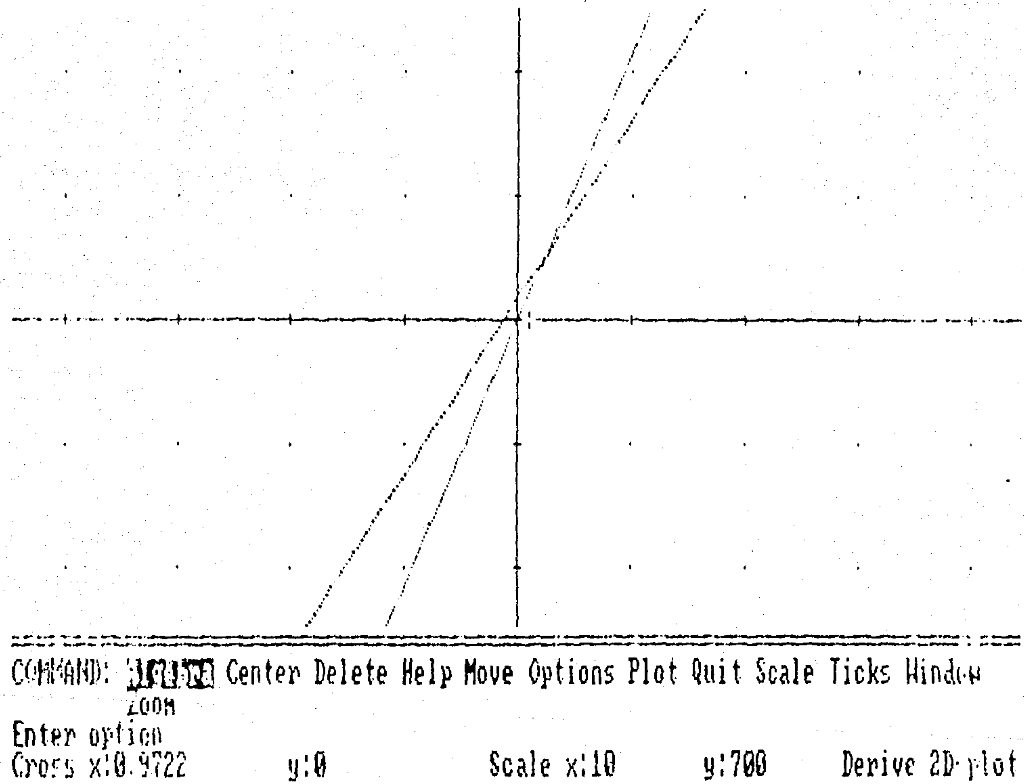
La ganancia es de $1000 con la renta de 10 autos.

29: PENDIENTE (10): = -10 (10 - 15)

30: 50

Una recta de pendiente 50. Esto nos permite concluir que conforme x1 aumenta, la pendiente disminuye, y que por


COMMAND: Center Delete Help Move Options Plot Quit Scale
ZOOM
Enter option
Cross x:0.9722 y:0 Scale x:10 y:700 Derive 2D-plot


COMMAND: Center Delete Help Move Options Plot Quit Scale Ticks Window
Zoom
Enter option
Cross x:0.9722 y:0 Scale x:10 y:700 Derive 2D-plot

lo tanto, nos estamos aproximando al punto crítico.
31: y = INGRESO (10) + PENDIENTE (10) (x - 10)
32: y = 50 x + 500

Esta es la tercera recta.

Acudimos una vez más al submenú Plot. Se dibujarán las rectas de las expresiones 20 y 26. Seleccionamos Plot y apreciaremos las recta dada, ahora, por la expresión 32. El dibujo de las tres rectas tangentes es:
(Fig. 3, pág 420).

Estas tres rectas nos dan una idea aproximada de la gráfica de la curva, pero hace falta trazar otras. Realicen el siguiente ejercicio:

Ejercicio. Construir las rectas para los siguientes valores de x1:
11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 25 y 30.
Substituir en las expresiones 13, 12 y 14, respectivamente.
Dibujar las rectas una por una.
Después, de regreso a Algebra, dibujar la curva de la expresión #1: INGRESO (x): = (-5x + 150) x.
Emplear la tecla <Home>, con el objetivo de señalar esa expresión. Luego, elegir Plot para ver todas las rectas del ejercicio y otra vez Plot para apreciar la curva.

Antes de salir del submenú Plot, comprobar las coordenadas del máximo en la curva. Mover el cursor (+), mediante el uso de las teclas <PgUp> y <Ctrl> →, hasta el punto adecuado y observar la parte inferior de la pantalla.

Al terminar de constestar el ejercicio, deben tener 104 expresiones en la pantalla y 15 rectas en la ventana gráfica. La última expresión, es la ecuación de la recta tangente en el punto x1 = 30.

El último dibujo, con todas las rectas y la gráfica de la curva, es similar a este:
(Fig. 4, pág 421).

Para finalizar esta clase, se deja un ejercicio que se incluyó también en la clase 15. Al contestarlo, los alumnos concluirán sobre las ventajas y desventajas que se tienen al usar un paquete de hoja de cálculo, y un paquete matemático.

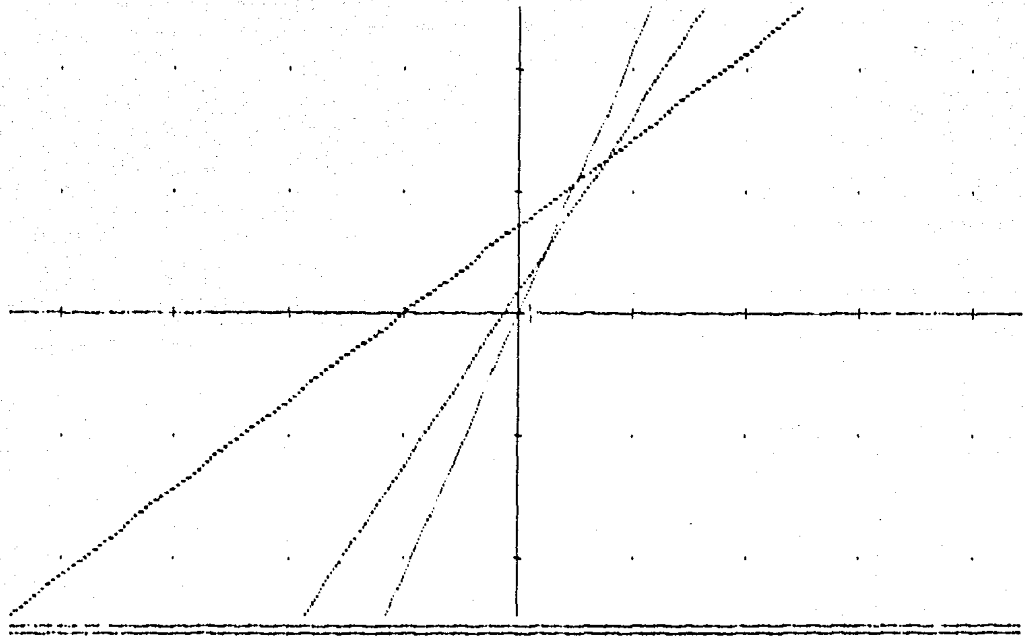
Ejercicio[1]:

"Sensibilidad a los medicamentos. Una hora después de haberse administrado a un paciente x miligramos de un medicamento especial, el cambio en la temperatura del cuerpo en grados Farenheit se calcula con la fórmula

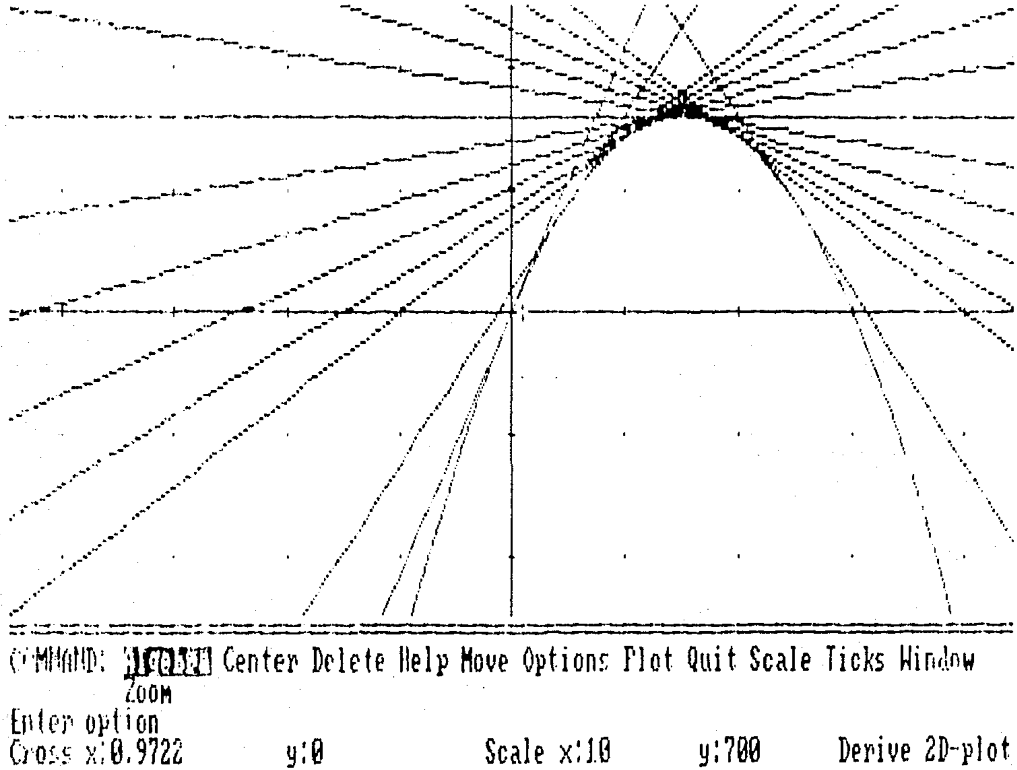
$$T(x) = x^2 \left(1 - \frac{x}{6} \right) \qquad 0 \leq x \leq 6$$

La rápidez con la que T cambia con respecto a la

[1] Barnett, Raymond, op. cit., pag. 955.



COMMAND: Algebra Center Delete Help Move Options Plot Quit Scale Ticks Window
Zoom
Enter option
Cross x:0.9722 y:0 Scale x:10 y:700 Derive 2D-plot


COMMAND:
Center Delete Help Move Options Plot Quit Scale Ticks Window
Zoom
Enter option
Cross x:0.9722
y:0
Scale x:10
y:700
Derive 2D-plot

magnitud de la dosis, T'(x), es la sensibilidad del cuerpo a esa dosis.

Calcule la magnitud de la dosis que producira la máxima sensibilidad [Sugerencia maximice T'(x)]"

Calcular la primera derivada para hallar el punto crítico.
Usar el criterio de la segunda derivada para determinar si el punto crítico es máximo o mínimo.
Construir las funciones adecuadas para obtener las rectas tangentes a la curva.
Dibujar varias de esas rectas.
Al último, dibujar la curva de la función T(x)

Aquí acabamos nuestro repaso de un tema matemático: la optimización. Hemos visto, a través de un ejemplo, una aplicación de la derivada. Esto es sólo una muestra de lo mucho que podemos hacer con la computadora, en matemáticas. El ejemplo es, igual que todos los que desfilaron a lo largo de este texto, susceptible de modificarse: quitar o añadir actividades del alumno; o elegir entre pedir al alumno que él desarrolle todos los ejemplos al trabajar directamente con la micro y el profesor resuelve dudas en clase, o bien trabajar los aspectos matemáticos en clase y dejar todo lo computacional a la asistencia al laboratorio de microcomputadoras. Es la creatividad y el estilo de los profesores lo que puede determinar el tratamiento que se dé a un texto que busca explorar la enseñanza de las matemáticas con ayuda de la computadora.

La siguiente clase, última del semestre y a la vez, de este trabajo, se aboca al estudio de un ejemplo en matemáticas VI. Cerraremos así el esfuerzo que sobre el aprendizaje de las matemáticas y de la computación emprendimos desde el inicio del semestre.

Es todo.

Clase No. 32.
La regla del trapecio.

Objetivos. Concluir con algunas de las aplicaciones de Derive en el área de matemáticas.
Mostrar un ejemplo en matemáticas VI.

El último ejercicio que resolveremos en este curso, y también en el paquete Derive, es el cálculo de una integral ya estudiada en la hoja de cálculo de Symphony y en el paquete muMATH.

La integral es:

$$\int_0^3 \frac{1}{16 + x^2}\, dx$$

Aplicamos la regla del trapecio, en ambos paquetes, como método de solución. Reescribimos esa regla para facilitar las operaciones:

$$\int_a^b f(x)\, dx \simeq \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\, \Delta x + \frac{1}{2}\, [f(a) - f(b)]\, \Delta x$$

El muMATH requiere del subpaquete CALCULUS y de otros archivos de funciones trigonométricas. Luego, la obtención de esa integral es muy sencillo. Derive no requiere de otro subpaquete para realizar una integral. La obtiene en forma inmediata. En ese caso, no necesitaríamos usar ningún método para calcular integrales, porque bastaría con seguir las instrucciones pertinentes de ambos paquetes para tener los resultados buscados. Sin embargo, en una primera etapa del aprendizaje, los alumnos deben conocer y practicar los métodos de solución de integrales; después podrán trabajar con la computadora.

La solución del ejercicio planteado arriba, seguirá la misma línea que han tenido todos los ejemplos vistos en este capítulo de Derive: partiremos desde la definición de las funciones y variables convenientes, haremos algunas operaciones, graficaremos, obtendremos la respuesta al ejercicio, y analizaremos el resultado alcanzado.

Entramos a Derive en la forma que ya describimos en clases previas.

Definiremos (Declare, Function), la función F, con argumento: 1/(16+x^2). Esta es la expresión #1:

$$1:\ F(x) := \frac{1}{16 + x^2}$$

Queremos integrar esta función en el intervalo [0,3]. Durante la clase anterior, conocimos las instrucciones del submenú Calculus. Entre ellas, se halla Integrate. A través de ella, indicaremos a Derive que obtenga la integral.

Al elegir Integrate, se nos pregunta sobre la expresión a integrar. El cursor se encuentra en #1, así que presionamos <Enter>. Ahora la cuestión se refiere a la variable de integración. El cursor parpadea sobre la x. Otra vez oprimimos <Enter>, pues estamos conformes con esa variable. Se nos pide introducir el límite inferior. Tecleamos 0 (porque a = 0), pulsamos la tecla <Tab> para seleccionar el límite superior. Este es 3 (pues b = 3). Lo escribimos, y al dar <Enter>, veremos la siguiente expresión:

$$2: \int_{0}^{3} F(x) := \frac{1}{16 + x^2}\, dx$$

No olvidemos que muchas expresiones al trabajar con Derive quedan indicadas. Esto nos da la ventaja de poderlas emplear más adelante, o bien, de ver todo el desarrollo de las operaciones que hemos realizado. Así que, es necesario simplificar (Simplify) la expresión #2 con objeto de conocer el valor de la integral:

$$3: \frac{\text{ATAN}\left[\frac{3}{4}\right]}{4}$$

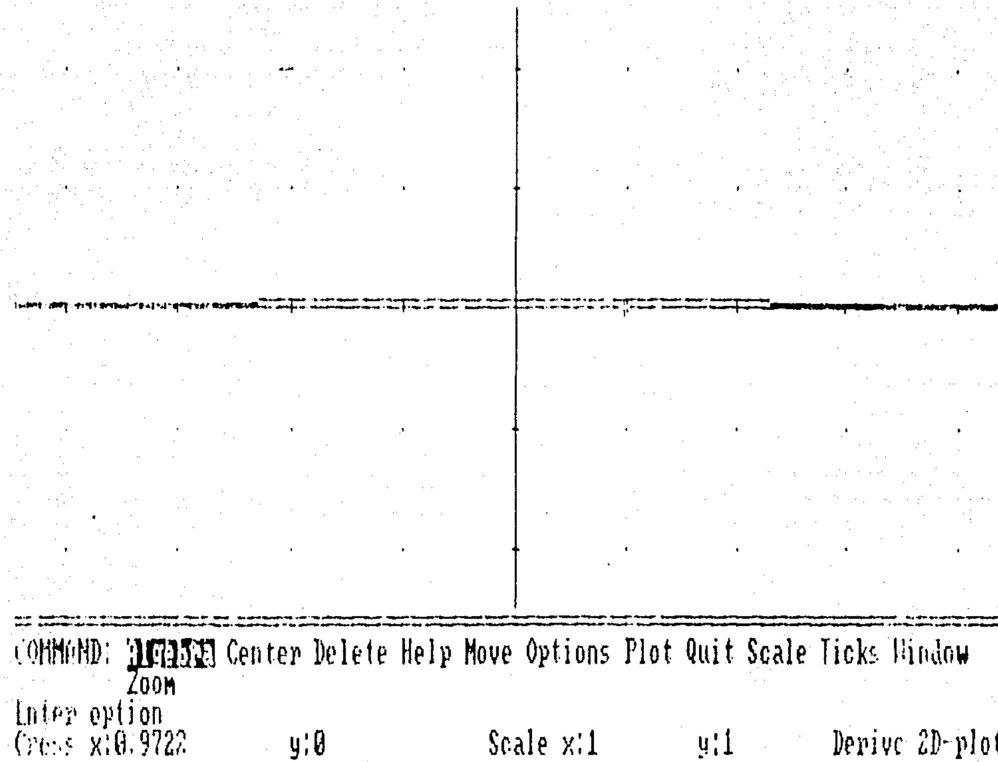
Utilizamos approX para obtener el resultado en decimales:

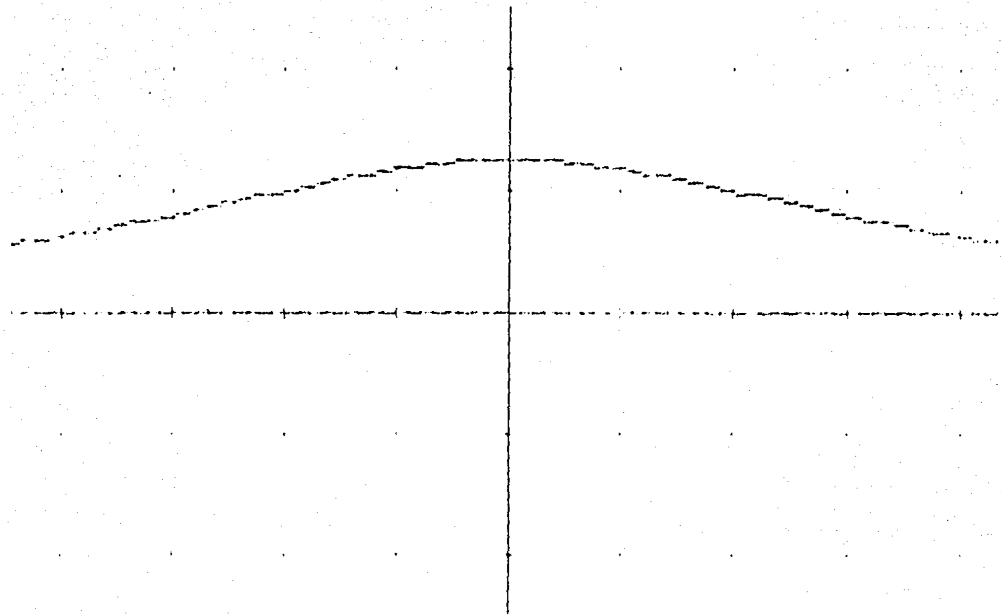
4: 0.160875

El número que apreciamos en la expresión #4, se logró en un sólo paso. Pero de este modo, no notamos el proceso de integración. Por esta razón, recurriremos a la regla del trapecio. El resultado de la expresión #4 nos será útil para compararlo con el que se alcance a través de la aplicación de la regla del trapecio.

A continuación, observaremos la gráfica de la función F. Ya sabemos la forma de hacerlo en Derive. Se coloca el cursor en la expresión.y se elige la instrucción Plot, dos veces. Este es el dibujo que veremos:
(Fig. 1, pág 425).

La curva se "achaparró". Es indispensable hacer un cambio de escala. Luego de realizar varias pruebas, establecemos la escala en: x: 1, y: 0.05. Esta modificación se efectúa a través de la opción Scale, del submenú Plot. Notaremos un mejor trazo de la gráfica de la función:
(Fig. 2, pág 426).


COMMAND: Center Delete Help Move Options Plot Quit Scale Ticks Window
Zoom
Enter option
Cross x:0.9722 y:0 Scale x:1 y:1 Derive 2D-plot



COMMAND: [illegible] Center Delete Help Move Options Plot Quit Scale Ticks Window
ZOOM
Enter option
Cross x:0.9722 y:0 Scale x:1 y:0.05 Derive 2I-plot

Algunas de las variables que utilizaremos emplean más de un carácter. Indicaremos a Derive, nuestra intención de emplear variables de esa longitud, mediante Options, Input, Word.

Por otra parte, introduciremos Δx. Seleccionamos Author y tecleamos: $\delta x=(b-a)/n$. Nota: para obtener el carácter δ, se deben pulsar, al mismo tiempo, las teclas <Alt>, <d>. Así:

$$5: \delta x = \frac{b - a}{n}$$

Sustituimos, (Manage, Substitute), en la expresión #5, los datos que poseemos sobre las variables involucradas: a: 0, b: 3, n: 6, y δx es:

$$6: \delta x = \frac{3 - 0}{6}$$

La n representa el número de particiones del intervalo [0,3]: 6.

Solicitamos a Derive que simplifique la expresión #6:

$$7: \delta x = \frac{1}{2}$$

Con esta información, podemos introducir ya las xi. Estas se definen así: $x_i = a + i\,\Delta x$. La instrucción Author y la escritura de: $xi=a+i*\delta x$, nos dan esto:

$$8: xi = a + i\,\delta x$$

Debemos reemplazar a y δx en la expresión anterior. Los valores que se teclean al optar por Manage, Substitute, son: a: 0, i: i, xi: xi, δx: 1/2:

$$9: xi = 0 + i\,\frac{1}{2}$$

Derive, por medio de Simplify, reduce esa expresión:

$$10: xi = \frac{i}{2}$$

Esa es la abcisa de cada punto del intervalo [0,3]. Dividiremos en seis partes dicho intervalo. i va desde 1 hasta 6, es decir, i = 1, 2, 3, 4, 5, 6. Es necesario caclular cada una de las x_i y luego sustituirlas, una por una, en F(x). Al final, se realiza la suma

$$\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x$$

Con el fin de no alterar la función F, pues está definida en términos de x y no de x_i, usaremos la función G, con argumento: 1/(16+xi^2). Esto debe hacerse mediante las instrucciones Declare, Function. La función G tiene esta forma:

$$11: G(xi) := \frac{1}{16 + xi^2}$$

La i empieza en el número 1. Sustituimos, en la expresión 10: i:1, xi: xi. Así, tendremos la abcisa del primer punto del intervalo:

$$12: xi = \frac{1}{2}$$

Esta x_i se introduce en la expresión #11. Volvemos a emplear Manage, Substitute:

$$13: G\left[\frac{1}{2}\right] := \frac{1}{16 + \left[\frac{1}{2}\right]^2}$$

Ahora, simplificar esa expresión:

$$14: \frac{4}{65}$$

Este número es la altura del primer trapecio.

Tomamos el segundo valor de i: i =2, y lo cambiamos en la expresión #10:

$$15: xi = \frac{2}{2}$$

Nueva sustitución de xi en la función G: xi: 2.

$$16: G(1) := \frac{1}{16 + 1^2}$$

Otra elección de Simplify, nos proporciona la altura del segundo trapecio:

$$17: \frac{1}{17}$$

El siguiente valor para i, a sustituir en la expresión #10 es i = 3. De esta forma, xi es:

$$18: xi = \frac{3}{2}$$

Se sustituye xi por 3/2, en la expresión #11:

$$19: \; G\left[\frac{3}{2}\right] := \frac{1}{16 + \left[\frac{3}{2}\right]^2}$$

Al pedir a Derive que simplifique, a traves de Simplify, la expresión #19, conoceremos la altura del tercer trapecio:

$$20: \; \frac{4}{73}$$

Nos resta sustituir i, por: 4, 5 y 6, en las expresiones 10 y 11. Además, debemos simplificar las expresiones que resulten. Se realiza un proceso similar para cada i. Con el fin de no repetir en este texto las mismas indicaciones, omitimos los pasos que nos conducen a los seis valores de G(xi). No obstante, al trabajar directamente con Derive, si deben seguirse todos los pasos. Esta es la lista de expresiones que se generan:

$$21: \; xi = \frac{4}{2}$$

$$22: \; G(2) := \frac{1}{16 + 2^2}$$

$$23: \; \frac{1}{20}$$

$$24: \; xi = \frac{5}{2}$$

$$25: \; G\left[\frac{5}{2}\right] := \frac{1}{16 + \left[\frac{5}{2}\right]^2}$$

$$26: \; \frac{4}{89}$$

$$27: \; xi = \frac{7}{2}$$

$$28: \; G(3) := \frac{1}{16 + 3^2}$$

$$29: \frac{1}{25}$$

Ya tenemos todos los G(xi), en las expresiones: #14, #17, #20, #23, #26, y #29. Para calcular su suma, tecleamos, luego de elegir Author, lo siguiente: #14+#17+#20+#23+#26+#29. Derive colocará los números correspondientes a cada expresión:

$$30: \frac{4}{65} + \frac{1}{17} + \frac{4}{73} + \frac{1}{20} + \frac{4}{89} + \frac{1}{25}$$

La elección de Simplify, nos mostrara el resultado de la suma de todas esas fracciones:

$$31: \frac{44525353}{143583700}$$

Esta fracción es la suma de las G(xi). Recordemos que, el número de la expresión 4 está en forma decimal. En consecuencia, la fracción de #31, la convertiremos a decimal, mediante el empleo de approX. Lo mismo haremos con el segundo sumando de la regla del trapecio:

32: 0.310100

Hace falta multiplicar la suma anterior por Δx. Esta última vale $\frac{1}{2}$. Por medio de Author, realizamos el producto $\Delta x \sum G(xi)$. Esto es: 1/2*#32:

$$33: \frac{1}{2}\ 0.310100$$

Empleamos una vez más approX, para ver el resultado en forma decimal:

34: 0.155050

Nuestra siguiente tarea es calcular el segundo sumando en la regla del trapecio:

$$\frac{1}{2}\ [f(a) - f(b)]\ \Delta x$$

F(x) lo tenemos en la expresión #1. δx se halla en #7. Sabemos que a = 0 y b = 3. Reemplazamos, en #1, x por a, es decir, toma el valor 0: x: 0. Así:

$$35: F(0) := \frac{1}{16 + 0^2}$$

Aplicamos Simplify a la expresión #35:

$$36: \frac{1}{16}$$

El valor de b es 3. Sustituimos, otra vez en la expresión #1, x por b, esto es: x: 3:

$$37:\ F(3) := \frac{1}{16 + 3^2}$$

Por enésima ocasión, debemos optar por Simplify con objeto de ver un resultado:

$$38:\ \frac{1}{25}$$

Los valores de f(a) y f(b) se encuentran en las expresiones #36 y #38. Haremos su diferencia por medio de Author. También es posible realizarlo con Build. Tecleamos, luego de decidirnos por Author: #36-#38. Al oprimir la tecla <Enter>, tenemos:

$$39:\ \frac{1}{16} - \frac{1}{25}$$

La opción Simplify, resuelve esa diferencia de fracciones:

$$40:\ \frac{9}{400}$$

Hemos logrado la diferencia entre f(a) y f(b). Nos resta multiplicar por $\frac{1}{2}$ y por Δx. Primero, hacemos el producto de $\frac{1}{2}$ y [f(a) - f(b)]. Mediante Author, introducimos: 1/2*#40:

$$41:\ \frac{1}{2}\ \frac{9}{400}$$

Solicitamos a Derive que simplifique la expresión anterior, y nos da:

$$42:\ \frac{9}{800}$$

A este número sólo le queda ser multiplicado por Δx, (que vale $\frac{1}{2}$), para así tener completo el segundo sumando de la regla del trapecio. Es suficiente, luego de elegir Author, teclear: #42*1/2. Obtendremos:

$$43:\ \frac{\frac{9}{800}\ 1}{2}$$

Se simplifica la expresión #43:

$$44: \frac{9}{1600}$$

Así como convertimos a decimal el producto de delta x y la suma de las G(xi), escogeremos approX, para tener también en decimal la expresión #44. Esto se obtiene:

45: 0.005625

Agrupamos en uno sólo, los dos sumandos calculados. Estos se localizan, el primero en la expresión #34, y el segundo en la expresión #45. Podemos elegir Build, con el operador +; o, mediante Author, colocar el cursor en #34, presionar la tecla F3, teclear +, poner el cursor en #42, volver a oprimir F3, y <Enter>; o, como tercer camino, también, mediante Author, escribir: #34+#45. Esta última vía, nos da el siguiente resultado:

46: 0.155050 + 0.005625

Si seleccionaremos Simplify, Derive convertiría la suma de esos números decimales, en una fracción. La instrucción que debemos escoger es approX. La aplicamos a la expresión #46, y veremos esto:

47: 0.160675

La diferencia entre este ultimo valor de la integral y la integral exacta, la obtenemos al hacer la diferencia entre las expresiones #4 y #47. La instrucción elegida es Author. A continuación, tecleamos: #4-#47. Por último <Enter>, y tenemos esto:

48: 0.160875 - 0.160675

Seleccionamos, una vez más, approX, con el fin de ver la diferencia entre ambos valores de las integrales:

$$49: 2.00108\ 10^{-4}$$

Este número es: 0.000200108.

Hemos aproximado la integral con cuatro cifras decimales, con una partición en 6 intervalos. Una selección de n mayor a 6 dará una mejor aproximación al valor exacto de la integral.

Por otro lado, el ejercicio resuelto en esta clase, no es el único que, en el tema de Integral, puede abordarse. Es factible calcular cualquier integral de las que se estudian a nivel bachillerato.

Como conclusión de esta clase, mencionaremos que el material presentado a lo largo de este capítulo representa la versión última del trabajo realizado con Derive. Para llegar a la construcción de todos los ejercicios, se debió pasar por un proceso en el que se quitaron, agregaron y modificaron muchos de los pasos en la solución de un problema, además de adaptar los modelos desarrollados en la hoja de cálculo a este paquete matemático. Es deseable que ningún lector, profesores y alumnos, se formen la idea de que escribir un texto para una clase es fácil, ni que la solución de los problemas llega espontáneamente. Con esto, no se quiere desalentarlos a estudiar matemáticas con ayuda de la computadora. Todo lo contrario. Se les exhorta a diseñar sesiones de trabajo, en las que esté presente la computadora, y en las cuales no necesariamente se labore con paquetes matemáticos, ni con hoja de cálculo. El lenguaje de programación Logo es una buena vía para estudiar geometría. Pascal y Basic cuentan con funciones matemáticas y con instrucciones gráficas potentes. El primer obstáculo, superable, es el miedo a la computadora. Una vez vencido ese temor, sólo las ganas de aprender y el afán de explorar nuevos mundos dentro de la computación, llevarán a cualquier persona, profesor o alumno, tan lejos como se lo proponga.

Es todo.

Práctica No. 15.
Introducción a Derive.

Objetivos. Introducir al alumno al uso del paquete matemático Derive.
Experimentar con algunas operaciones aritméticas.
Comparar la solución de un ejercicio visto en los paquetes Symphony y muMATH.

I. Introducción.

A través de esta práctica, conocerás algunas aplicaciones del paquete matemático Derive. Iniciarás por la recuperación, desde disco, del programa Derive. Posteriormente, harás algunos ejercicios aritméticos, y por último, resolverás un problema visto en una de las clases de Symphony. De este modo, obtendrás conclusiones sobre la potencia de los paquetes matemáticos y de las limitaciones de utilizar una hoja de cálculo en temas matemáticos.

II. Inicio de una sesión en Derive.

Existen dos formas de recuperar Derive de disquete y cargarlo en la memoria de la computadora: a) entrar desde el indicador del sistema operativo (A>); b) encender la máquina con el disco de Derive en la unidad de discos A.
Se empezará desde el sistema operativo, con objeto de ver el directorio del disco de Derive.

1. Observa la pantalla de tu microcomputadora. Si aparece el indicador A>, inserta el disco de Derive en la unidad A. Pero si la máquina se halla inactiva, emplea el disco del MS-DOS para empezar a trabajar con ella. Recuerda los pasos para hacer esto, explicados varias veces a lo largo de este curso.
2. Antes de entrar a Derive, revisa el directorio. La instrucción Dir, te permite realizarlo.
   ¿Cuántos archivos hay en el disco? ____________ .

   ¿Cuántos bytes quedan libres? ________________ .

   ¿Cuántos y cuáles archivos se llaman <u>Derive</u>? ___

   ____ .
3. Teclea: Derive. Luego, oprime la tecla <Enter>.
4. Al transcurrir unos segundos, se aprecia un mensaje, al centro de la pantalla. En síntesis, ¿a qué se refiere ese mensaje? ________________

____.

5. La parte inferior de la pantalla, exhibe un menú. Anota las opciones a elegir que ahí se ven

____

____

____.

III. Operaciones aritméticas.

La instrucción Author es la vía de introducción de información a procesar por Derive. Este paquete es muy completo. Con él puedes hacer todo en matemáticas. Pero por ahora, interactuarás con él mediante unas sencillas operaciones aritméticas.

6. Presiona la letra A. Así eliges Author.
¿Cuál mensaje observas en la parte inferior de la pantalla? ________________________
7. Escribe la siguiente suma: 1.5 + 2.9.
8. Pulsa <Enter>.
Nota como Derive no exhibe el resultado de la suma. Aguarda a que se le diga qué hacer con aquella expresión. Lo más natural es sumar esos números. El signo + ya indica suma, pero si dejará esa expresión sin modificarla y se introdujeran otras, Derive la ignora, o la podría usar posteriormente. Es indispensable, en consecuencia, señalar a Derive qué debe realizar con tal expresión aritmética. La instrucción Simplify proporcionará el resultado de la suma.
9. Oprime la tecla S. Se optó de esta manera, por Simplify.
¿Qué muestra Derive en la parte baja de la pantalla? ________________________.
10. Presiona la tecla <Enter>.
¿Cuál es el resultado? ____________________.

El operador para la multiplicación es el *. Derive te da a elegir entre usar diho carácter, o si lo prefieres, deja un espacio en blanco entre los dos factores. Ahora emplearás el asterisco (así se llama el símbolo *).

11. A través de Author, lleva a cabo la siguiente multiplicación: 1253*5433. No olvides la tecla <Enter> cuando termines de escribir.
12. Enseguida, simplifica el producto.
¿Cuánto dió? ________________________.
13. Elige: Factor, en el menú principal.
¿Cuál expresión supone Derive que se desea

factorizar? ______________________________ .

14. Con el objetivo de aceptar esa expresión, oprime la tecla <Enter>.
15. Anota el resultado de la factorización ________ ____________________ .
16. Prueba a factorizar estos números: 1250, 65536, 12378, 1088497080.
    Escribe en las siguientes líneas los resultados:
    1250 = ______________________________ .
    65536 = ______________________________ .
    12378 = ______________________________ .
    1088497080 = __________________________ .
17. Luego, por medio de Expand, haz que Derive convierta los números a su forma anterior. Aplica Expand a las expresiones: #6, #8, #10, #12 y #14.
    La primera expresión que escribiste fue: 1.5 + 2.9. Se obtuvo: $\frac{22}{5}$. Derive simplificó la suma a un número racional o fracción. La instrucción que sirve para tener resultados decimales es: approX.
18. Selecciona: approX.
    Apunta el mensaje que da Derive ______________ ______________________________________ .
    ¿Es esta la expresión a aproximar? __________ .
19. Puedes emplear la tecla de movimiento hacia arriba hasta llegar a la expresión buscada, o a continuación del símbolo # teclea el número de la expresión, o bien utiliza <Home>. Usa <Enter> cuando finalices.
    El resultado de la suma es __________________ .
20. La siguiente suma: 34.56 + 12.78 + 121.12, pide a Derive que: a) simplifique la expresión; b) la aproxime.
    Escribe aquí las cantidades que dé:
    a) ______________ .
    b) ______________ .
21. ¿Recuerdas el operador que se emplea para la división de dos números? __________ . Anótalo __ ________ .
22. Realiza las siguientes divisiones. Experimenta con Simplify y después con approX:

$$a)\ \frac{126}{23}\ ;\ b)\ \frac{151.38}{0.21}\ ;\ c)\ \frac{345678921}{1000000000}$$

$$d)\ \frac{57}{0}$$

Tus resultados son:

a) ________________ : ________________ .

b) ________________ : ________________ .

c) ________________ : ________________ .

d) ________________ : ________________ .

Las siguientes actividades se enfocan a experimentar con fracciones. Derive es capaz de desarrollar cualquier operación con números racionales. Inicia con la suma.

23. Mediante la instrucción Author, anota: 4/5 + 2/3.

24. Oprime <Enter>.
¿Cómo despliega Derive las fracciones? ____________
____ .

25. Solicita a Derive que te muestre el resultado de la suma. Utiliza Simplify.
¿Cuánto es $\frac{4}{5}+\frac{2}{3}$? ________________ .

El producto de fracciones se ejecuta en forma similar: basta con cambiar el operador + por *. Para el cociente se reemplaza + por /, y para la resta el operador es -.

26. Lleva a cabo estas operaciones:

$$a)\ \frac{35}{9}\ \frac{4}{15}\ ;\ b)\ \frac{\frac{8}{11}}{\frac{3}{7}}\ ;\ c)\ \frac{4}{7}\ \frac{1}{3}\ \frac{2}{5}$$

d) $\dfrac{\dfrac{\dfrac{2}{5}}{2}}{\dfrac{4}{\dfrac{1}{3}}}$; e) $\dfrac{1}{2} - \dfrac{2}{4}$; f) $\dfrac{4}{7} + \dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{5}$

Nota: utiliza paréntesis para evitar confusiones en la escritura de las fracciones.
Anota los resultados de esas operaciones:

a) ________________ b) ________________ .

c) ________________ d) ________________ .

e) ________________ f) ________________ .

27. ¿Cuál operador usabas en muMATH o en Symphony para la exponenciación, es decir, para elevar un número a una potencia? __________ .
28. Teclea, con mucho cuidado: (2/3)^4.
29. Pulsa <Enter>.
30. ¿Cómo desplegó Derive el cociente? __________ .

    ¿Cómo lo exhibe muMATH? __________ .
31. Simplifica el número anterior.
    ¿Cuánto dió? __________ .
32. Efectúa las siguientes operaciones:

a) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{5} \left(\dfrac{5}{6}\right)^{4}$

b) $\left(-\dfrac{3}{14}\right)^{7} \left(\dfrac{8}{15}\right)^{3}$

c) $\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{3} \left(-\dfrac{1}{4}\right)^{7} \left(-\dfrac{2}{9}\right)^{5}$

d) $\left(\frac{3457}{2333}\right)^{234}\left(\frac{1212}{8993}\right)^{45}$

Echa mano de los paréntesis en el lugar adecuado. Anota los resultados:

a) ______________________________ .

b) ______________________________ .

c) ______________________________ .

d) ______________________________ .

Derive tiene muchas otras aplicaciones. Por ejemplo: cálculo de raices cuadradas, o cúbicas, o de raices enésimas; o bien, operaciones entre radicales.
Si trabajas por tu cuenta con el paquete Derive, encontrarás un panorama muy amplio a explorar en matemáticas. Es recomendable que trates de ser autodidacta, sin olvidar la ayuda de tus profesores, pues no debes restringirte a lo que ellos te enseñen en el salón de clases.
Por otra parte y con el principal fin de comparar los paquetes vistos a lo largo de este texto, se retomará un ejercicio visto en una clase sobre la hoja de cálculo de Symphony.

IV. Desarrollo de la solución del problema de la clase no. 11.

El texto de aquel ejercicio es:
Un concierto de jazz produjo \$60 000 por la venta de 8 000 boletos. Si los boletos se vendieron a \$6 y \$10 cada uno, ¿Cuántos boletos de cada tipo se vendieron?
Se planteó una ecuación para dar respuesta al problema:

$$6x + 10(8000 - x) = 60000$$

donde x es el total de boletos de \$6.
Derive posee la opción soLve para obtener la solución de una ecuación. Desde luego, se debe introducir antes la ecuación.

33. Usa Author para escribir:
    6x + 10 (8000 - x) = 60000
34. Pide a Derive que resuelva esa ecuación.
    ¿Qué resultado obtuviste? ____________________ .

    ¿Es igual al que dió Symphony? ____________________ .

¿Y muMATH? _______________ .

Así, puedes concluir que se vendieron 5000 boletos de $6. Esto coincide con la solución de la clase 11.

35. Con objeto de saber el total de boletos de $10 vendidos, anota por medio de Author, la ecuación: 8000 - x.
Las instrucciones Manage y Substitute aplicadas a una expresión, reemplazan el valor de una o más incógnitas. Aquí ya se conoce que x es 5000. Se sustituirá dicho número en la expresión #62.

36. Selecciona: Manage.
Anota las alternativas del menu _______________
_______________________________________ .

37. Elige: Substitute.
¿Cuál expresión señala Derive? _______________ .

38. Oprime la tecla <Enter>.

39. ¿Qué dice el mensaje en la parte inferior de la pantalla? _______________________________ .

40. En lugar de x, pon 5000, y luego presiona <Enter>.

41. Pide a Derive que simplifique la expresión anterior.
¿Cuál es el resultado? _______________________ .

Se vendieron, entonces, 3000 boletos de $10. Está resuelto el problema.
¿Cuáles diferencias notas entre la forma de solucionar este problema y el proceso seguido en Symphony? _______________________________
____
_______________________________________ .

Por otra parte, en la misma clase 11, Symphony dibujó la gráfica de la ecuación y = 4x - 20000. En Derive es mucho más fácil trazar una recta.

42. Por medio de Author, teclea: y = 4x - 20000.

43. La alternativa Plot se usa para definir las características de una gráfica. Escoge Plot.
Anota las opciones de este submenú _______________
_______________________________________ .

44. Una nueva selección de Plot, pinta la expresión que se encuentre señalada en la ventana de Algebra. Elige: Plot.
¿Qué notaste? _______________________________ .

Esto es así porque la escala está en x: 1, y: 1, es decir, cada marca representa una unidad. Se hará el cambio en la escala para observar la recta.

45. En el menú, opta por Scale.
46. En x scale, escribe: 5000.
47. Pulsa <Tab> para poder modificar la escala de y.
48. Ahora, apunta: 5000, y concluye mediante <Enter>.

    ¿Cómo se ve la gráfica? ______________________ .

    El aspecto mejorará con la elección de Options e instrucciones subsecuentes.
49. Escoge: Options.

    Apunta las posibles decisiones a tomar en este submenú ______________________________

    ____ .
50. Selecciona: Display.
51. Ahora, en Mode, opta por Graphics.
52. En: Resolution, elige: High.
53. Nota: si te hallas en un monitor con tarjeta gráfica "Hércules", pulsa H y luego <Enter>. Si la tarjeta es "CGA", simplemente oprime <Enter>.
54. ¿Mejoró la presentación de la recta? __________ .
55. Para volver a Algebra, presiona <Enter>, pues esta opción está señalada por Derive en el menú.

V. Salvar el trabajo.

56. Con objeto de guardar en disco todas las expresiones elaboradas en esta práctica, elige: Transfer.

    ¿Cuáles decisiones puedes tomar? ______________

    ____ .
57. La selección adecuada es: Save.

    Las alternativas de Save son: ______________

    ____ .
58. Escoge: Derive. Pulsa <Enter> para ello.
59. Reemplaza el disco de Derive de la unidad A, por el disco de archivos "Symphony" que has usado a lo largo de este curso. Si no hubiera espacio libre en tu disco, sustitúyelo por uno ya formateado.
60. Teclea: DERIVE_1.
61. Termina por medio de <Enter>. Espera unos cuantos segundos a que Derive almacene en disco toda la información.
62. Coloca el disco del paquete Derive, o el del MS-DOS, en la unidad A.

63. A través de la orden: Quit, abandona el programa Derive.
64. Retira tu disco de la unidad A. Si nadie va a emplear la máquina, apágala.

Elabora un resumen con las impresiones que haya dejado en tí esta practica.

Resumen

Práctica. No. 16.
Monomios y polinomios.
El interés simple y el interés compuesto.

Objetivos. Trabajar con Álgebra en Derive.
Retomar un ejemplo de la hoja de cálculo.

I. Introducción.

La práctica anterior permitió conocer el Derive, la forma de operar con aritmética y el trazo de gráficas. La presente práctica, última del curso, tiene por meta despertar tu interés por trabajar con álgebra en la computadora. Es cierto que Derive da para más; sin embargo, el tiempo del semestre no es suficiente para examinar todas las aplicaciones de este paquete matemático. Corresponde al grupo, profesor y alumnos, decidir cuáles caminos tomar para el aprendizaje de los temas no tratados.
Por otro lado, se confrontará la respuesta dada a un ejercicio de la clase no. 12 de Symphony, con la solución propuesta en Derive. Así, tendrás una visión sobre cuál es más versátil para matemáticas.
Antes, aprenderás a trabajar con operaciones entre monomios. Más adelante verás polinomios.

II. Inicio de la sesión con Derive.

Repasa las instrucciones para empezar a trabajar con Derive vistas en la práctica previa.

III. Operaciones con monomios.

Ejecutar operaciones con monomios, ya conocidos en tu curso de matemáticas II, es muy sencillo. Puedes probar con cualquier expresión algebráica, no importa cuántos términos abarque.

1. Por medio de Author, escribe:
   5x^2 + 19x^2
2. Pulsa <Enter>.
   ¿Qué diferencia hay entre la manera de escribir exponentes, con el símbolo ^, y la forma en la que Derive los presenta? ______________________
   ______________________________________ .
   ¿Cómo los exhibe muMATH? ______________________
   ______________________________________ .
3. La instrucción utilizada para obtener resultados es: Simplify. Aplícala a la expresión #1.
   La suma te dió: ______________________ .

4. Ahora, realiza una resta:
   (1/3)xy - (2/7)xy
5. Pide a Derive que la simplifique.
   La diferencia es: ______________________________ .
6. Corresponde efectuar un producto:
   18x^2yz 12x^5yz^10
7. Nuevamente, solicita a Derive que simplifique.
   El producto da: ______________________________ .
8. Enseguida, otro producto, pero con algunos exponentes negativos:
   19z^4x^(-1)y^3 24y^2z^11x^(-9)
9. Una vez más, utiliza: Simplify.
   ¿Qué se obtuvo? ______________________________ .
10. Procede efectuar un cociente de monomios:
    (17x^5y^2z^4)/(7y^4x^2z^6)
11. Simplify, ¿qué te proporciona? ________________ .

    ¿Cuántas expresiones se han generado, hasta este momento, en Derive? ________________ .
12. Resuelve los siguientes ejercicios:

    a) $(8z^{-4}\ x^{-1}y^{-9})(23y^{-2}z^{-11}x^{-9})$

    b) $(5x)^{1/2}\ (3x)^{1/4}$

    c) $(x^{2}y^{-1}z^{9})^{14}$

    d) $\dfrac{225x^{8}}{5x^{4}}$

    e) $\dfrac{(x^{384}\ y^{497}\ z^{213})^{350}}{(x^{440}\ y^{211}\ z^{101})^{442}}$

    Ten cuidado con los paréntesis.
    Anota los resultados que suministra Derive:
    a) ______________________________ .
    b) ______________________________ .
    c) ______________________________ .
    d) ______________________________ .
    e) ______________________________ .

IV. Operaciones entre polinomios.

Trabajar con polinomios es igual de fácil que hacerlo con monomios. A continuación, verás como realizar sumas, restas, productos y elevación a potencias.

13. Teclea la siguiente expresión, y luego pide a Derive la simplificación de la misma:
(12xy^2+3x^2y-4x^3)+(-10xy^2-3x^2y-x^3)
14. La suma es: ______________________________ .
15. Ahora, una resta con varios paréntesis. Anota, con sumo cuidado:
(3a-4b) - ((2a-b) - (3a-b))
16. Después de elegir Simplify, ¿qué obtuviste? ____

____________________ .

17. Escribe el siguiente producto de polinomios:
(a^2+2ab+b^2)(a^3+3a^2b+3ab^2+b^3)
18. Aplica Simplify a ese producto.
Apunta la expresión resultante ______________

______________ .

19. Pudiste notar que Derive no desarrolló el producto. Una alternativa para la multiplicación de polinomios es: Expand. Escógela.
¿Qué pregunta Derive? ____________________ .
20. Oprime la tecla <Enter>.
¿Cuál es ahora la interrogante? ______________

______________ .

21. Presiona <Enter>.
Escribe el polinomio obtenido ______________

______________ .

Algunas veces, Simplify no funciona porque los factores tienen varios términos. En esas situaciones, Expand es más util. Luego de practicar en repetidas ocasiones con Álgebra, sabrás cuándo emplear cada una de esas instrucciones.

22. El siguiente ejemplo es un polinomio elevado a una potencia. Tecléalo:
((x+a) + (y-b))^2
23. En lugar de Simplify, utiliza Expand, para que Derive desarrolle el producto.
El polinomio obtenido es: ______________

______________ .

24. Escribe el siguiente binomio y luego selecciona Expand:
(2x + 1)^7
¿Cuál es la expansión de ese binomio? ________

______________________________________ .

25. Realiza estos ejercicios:

a) $\{2-[3-(4+x)]\}+2(7-x)$

b) $(y^2-3y-1)(y^2+2y+2)$

c) $2xy(3y-x-1)^2$

d) $(x-1)^5$

e) $(3x+5y)^2$

Emplea Expand o Simplify, segun se necesite. En ambos casos, cuidado con los paréntesis.
Apunta las respuestas que te proporcione Derive:

a) ______________________________ .

b) ______________________________ .

c) ______________________________ .

d) ______________________________ .

e) ______________________________ .

V. Factorización.

Para factorizar polinomios, sea diferencia de cuadrados, o trinomio cuadrado perfecto, o donde se extrae un término común, o cualquier otro, Derive posee la opción Factor. Los próximos ejemplos, así como los ejercicios que se dejan, mostrarán algunas posibilidades de trabajar el tema de factorización con ayuda de Derive.

26. Teclea: x^2 - a^2, y oprime <Enter>.
27. Sin usar la computadora, ¿cuál es la descomposición de $x^2 - a^2$? ____________________ .
28. Escoge: Factor.
¿Qué dice el mensaje de la parte baja de la pantalla? ______________________________ .
29. Con el propósito de aceptar esa expresión, presiona <Enter>.
31. ¿Qué pregunta ahora? ____________________ .
32. Pulsa <Enter>.
33. Escribe las alternativas del submenú Factor: ____
______________________________ .
34. De este conjunto, elige: Rational. El cursor se halla sobre esta selección. Oprime la tecla <Enter>.
35. El resultado es: ____________________ .
36. Un poco más difícil es factorizar: $x^3 - a^3$.

Introduce esa expresión y después solicita a Derive que la factorice.
Se obtiene: ______________________________ .

37. El siguiente polinomio tiene tres literales: x, a y b: $x^2 - 4x(a + b) + 4(a + b)^2$.
¿Cómo se llama este polinomio, en Álgebra? ______ __________ .

38. Anota esa expresión por medio de Author.
39. Se quiere factorizar para x. En consecuencia, cuando Derive pida la primera variable de factorización, deberás escribir: x, y oprimir <Enter>.
40. Enseguida, Derive solicita otras variables. Ignora eso mediante <Enter>.
41. El tipo de factorización es: Rational.
El polinomio factorizado es: ______________ .

¿Cuál nombre se da a este polinomio? __________ ______________ .

42. El binomio: $144x^2 + 216$ es muy sencillo de factorizar. La única posibilidad es extraer un factor común en los coeficientes. Aunque la alternativa Rational de Factor sí funciona, emplearás otra instrucción del submenú Factor, para este caso: Trivial.
Introduce el binomio, elige Factor y Trivial.
43. La factorización da: ______________________ .
44. Un último polinomio:
$40x^6 + 625y^9$
Las indicaciones para la escritura y la factorización vía Rational, son las mismas que antes. Ejecútala para las literales x, y.
Apunta el polinomio resultante: __________ ______________________________ .

45. Ahora prueba a factorizar el binomio con la elección de: Trivial.
Escribe lo que se obtuvo: ______________ ______________ .

46. Lleva a cabo la factorización de las siguientes expresiones algebraicas para las variables pedidas en cada ejercicio. Utiliza: Rational o Trivial según se requiera:

a) $y^2 - 6y + 9$, para y

b) $108k^2z^3 + 57k^2z^2 - 240k^2z$, para z, k

c) $x^6 - y^6$, para x, y

d) $x^3 - 27$, para x

e) $b^3 - 6b^2 + 12b - 8$, para b.

Anota las expresiones obtenidas:

a) ______________________________ .

b) ______________________________ .

c) ______________________________ .

d) ______________________________ .

e) ______________________________ .

VI. Almacenamiento de la información.

Guarda, en tu disco de trabajo, las expresiones introducidas hasta este momento. Las instrucciones son: Transfer, Save , Derive y el nombre del archivo: DERIVE_2. No olvides que el disco de trabajo debe hallarse en la unidad de discos A.

VII. Interés simple e interés compuesto.

Se abordará un ejercicio resuelto en la clase 12 de Symphony. Se trata de estudiar la forma en que un capital de $100 (naturalmente, dólares), invertido a una tasa anual de 6%, aumenta cada año.
La fórmula propuesta es:

$$A = 100\ (1 + 0.06\ t)$$

A es el valor futuro
y t es el tiempo: años en este caso, pero puede reinvertirse un capital en periódos de uno o más meses.
Se verá, en primer lugar, la inversión del capital a interés simple, esto es, reinvertido cada año, y más adelante, el capital a interés compuesto reinvertido cada tres meses.

47. En el menú principal, se encuentra la instrucción: Declare. Selecciónala.
¿Cuáles decisiones se pueden tomar aquí? ________
______________________________ .

48. Escoge: Function.
¿Qué te pregunta Derive? ____________________ .

49. Teclea: A, y termina a través de [Enter].

50. ¿Qué requiere ahora Derive? ____________________

___________________ .

Escribe: 100*(1+0.06*t)
concluye con <Enter>.

51. Apunta la expresión que proporciona Derive: ____ ________________________ .

52. Para saber a cuánto asciende el capital al cabo de un año, se reemplaza t por 1, en la función A. Ya empleaste las órdenes Manage y Substitute en la práctica anterior. Usalas en este momento.
La expresión tiene por número: __________ .

La variable de sustitución es: __________ .

El valor de sustitución es: __________ .

La expresión surgida es: ______________________ .

53. Indícale a Derive que simplifique esa expresión.
54. Contesta: al terminar un año, ¿cuánto dinero se tiene? __________ .

¿Cuál fué la ganancia? __________ . .

55. Con objeto de conocer los capitales invertidos a interés simple, a dos, tres, cuatro y cinco años, sustituye: t = 2, 3, 4 y 5, en la función A. Derive deberá simplificar cada expresión.
Tus respuestas son:
t = 2 da A = _______________

t = 3 da A = _______________

t = 4 da A = _______________

t = 5 da A = _______________

56. La gráfica de A es una recta.
¿Cuál es su pendiente? __________ .

¿Cuál es la ordenada al origen? __________ .

Derive, como ya se vió en la práctica previa, traza una gráfica al dar unas cuantas instrucciones. Ahora, Derive dibujará la recta A.

57. Coloca el cursor en la expresión #60. Utiliza la opción Jump, y escribe enseguida: 60.
58. Elige: Plot, para ir a la ventana gráfica.
59. Mediante: Options y Display, cambia la presentación de la pantalla. Repasa las indicaciones dadas en la práctica anterior.
60. Realizado aquello, selecciona, de nuevo: Plot.
¿Qué pasó con el dibujo? ______________________ .

61. Harás un cambio en la escala de ambos ejes, con el fin de apreciar la recta. Ya manejaste la

instrucción Scale. Define, para x: 100, y para y: 100. Luego, elige: Plot.
¿Qué opinas de la gráfica? ______________________
______________________________________ .

62. Abandona la ventana gráfica.
La cantidad A, que se dedujo en la clase no. 12, al término de n trimestres, fue:

$$A_n = 100\ (1 + 0.06\ (\tfrac{1}{4}))^n$$

63. Se introducirá una función para el cálculo del interés compuesto. Se llamará: C. Nuevamente, utiliza: Declare y Function. Hazlo para esta expresión:
$C = 100\ (1 + 0.06\ (\tfrac{1}{4}))^n$
Ten en cuenta el operador ^ para la exponenciación.
64. Describe las diferencias entre esta función y la función A: ______________________
______________________________________ .
65. Por otra parte, cuando han pasado tres meses, es decir, un trimestre, n vale: 1. Reemplaza, vía Manage y Substitute, n por 1, en la función C. Después, aplica approX.
¿Cuánto dinero hay al terminar un trimestre? ____
__________ .
¿Cuánto se ganó? __________ .
66. Este capital se invierte a otros tres meses. El dinero obtenido vuelve a invertirse a otros tres meses. Así, hasta finalizar un año.
Sustituye n = 2, 3 y 4, en la función C. De este modo, sabrás los capitales al cabo de un año.
Escribe lo que vale C para cada uno de los datos n:
n = 2 da C = ______________
n = 3 da C = ______________
n = 4 da C = ______________
¿Coinciden estos valores con los que dió la hoja de cálculo de Symphony? __________ .
Se dibujará la gráfica para C en el mismo plano dónde se halla A. Esto con la intención de comparar los capitales a interés simple e interés compuesto, mediante la interpretación de sus gráficas.
67. Sitúa el cursor en la función C, expresión #71. Puedes utilizar Jump, o las flechas de

movimiento del cursor hacia arriba.

68. Selecciona: Plot.
    ¿Cuál dibujo surge primero? ________________ .

69. Reelige: Plot
    Ha aparecido el trazo de ________________ .

    ¿En qué difieren ambas gráficas? ________________

    ____ .

    ¿Cuál fórmula de inversión te da más ganancia? _

    ________________ .

    ¿Por qué? ________________________________ .

    ¿Qué pasaría si se reinvierte el capital cada dos meses? ________________________ .

    ¿Y si es a un mes? ________________________ .

    ¿En cual de los paquetes, Symphony y Derive, es más agradable trazar gráficas? ____________ .

    ¿Por qué? ________________________________ .

    Para comparar el capital obtenido al final de veinte años, mediante un interés simple, con el capital reinvertido cada año hasta completar veinte, se declarará otra función porque los periodos de composición definidos para C son trimestrales, mientras que ahora la composición será anual.

70. Declara esta función en Derive:

    $C_1 = 100\ (1 + 0.06)^n$

71. Sustituye en las funciones A y C1, respectivamente, t = 20 y n = 20.
    El capital a un interés simple es: ____________

    y el capital a interés compuesto es: ________ .

72. ¿Es más sencillo trabajar con esas fórmulas en Symphony, o en muMATH, o en Derive? ____________

    ____________ .

    ¿Por qué lo consideras así? ________________

    ____ .

VIII. Guardar la información.

Todo tu trabajo quedará almacenado en el archivo DERIVE_2. Repite los pasos vistos antes para guardar información de Derive en disquete.

Por último, redacta un resumen en el que plasmes las experiencias vividas en esta práctica, y además, propón otros temas de matemáticas que creas puedan abordarse con apoyo del paquete Derive.

Resumen

CONCLUSIONES

El trabajo emprendido busca ayudar a los alumnos de computación y de matemáticas. Los primeros enfrentan dificultades al operar una computadora porque es la primera vez que la tienen enfrente. Otros ya la conocen, pero lo han hecho a través de juegos no todos educativos.

Por otra parte, el curso de Cibernética y Computación II se orienta al lenguaje Pascal. Pensamos que no debe darse, como primera aproximación a la computación, un lenguaje de alto nivel, pues la gran mayoría de los alumnos no poseen una madurez matemática ni intelectual para razonar la solución de un problema de la vida cotidiana en forma lógica, ni hacen con facilidad la transformación de la solución a un lenguaje de alto nivel. Muchos de ellos no continúan sus estudios de licenciatura en el área de computación.

El texto propuesto quiere darle otro enfoque a la materia de Cibernética y Computación II: el estudio de tres paquetes de computación que permitan trabajar con matemáticas y gráficas. Así estos alumnos logran aprender computación y repasar matemáticas.

Los alumnos que no llevan computación se beneficiarán si puede llevarse una microcomputadora al salón de clases de matemáticas, o si se da acceso a cualquier estudiante al laboratorio de cibernética y computación.

Debe advertirse que este trabajo no debe considerarse como algo acabado y perfecto, pues sufrió diversas modificaciones en la idea original, que se basaba en el estudio exclusivo de una hoja de cálculo, y en los problemas mostrados en matemáticas, los cuales debieron pasar por un proceso de: investigación en libros, eliminación de problemas y temas no idóneos para el trabajo con los paquetes elegidos, modelación para la hoja de cálculo, prueba en computadora, corrección de errores, adecuación de los ejercicios para los paquetes matemáticos y elaboración de los guiones didácticos para las clases y prácticas de laboratorio. En el otro aspecto, es posible estructurar otras actividades de aprendizaje en los contenidos de los temarios de las asignaturas del área de matemáticas que no se trataron en este texto.

Hay mucho por aprender y desarrollar en el área de la computación en la educación. Los lenguajes de programación son poderosas herramientas para diseñar actividades en matemáticas. El lenguaje de programación Logo es una buena vía para estudiar geometría. Pascal y Basic cuentan con funciones matemáticas y con instrucciones gráficas potentes.

Existen otros paquetes de apoyo a la educación en biología, español, geografía, física, matemáticas, por citar algunos. Lamentablemente, el software creado para esas materias es importado de Estados Unidos, lo que significa: un idioma distinto al nacional y una cultura también distinta. Son los profesores, en nuestro caso los de bachillerato, quienes deben desarrollar programas o paquetes de computación que ayuden al proceso de enseñanza aprendizaje en las distintas materias del plan de estudios, o bien, utilizar los paquetes ya hechos como: hoja de cálculo, manejadores de bases de datos, juegos educativos, tutoriales, y dar forma a sus propias clases en cualquier tema de las distintas asignaturas del plan de estudios.

El primer obstáculo, superable, es el miedo a la computadora. Una vez vencido ese temor, sólo las ganas de aprender y el afán de explorar nuevos mundos dentro de la computación como herramienta en la escuela, llevarán a cualquier persona, profesor o alumno, tan lejos como se lo proponga.

LIBROS CONSULTADOS

Baras, Edward. M., Symphony. Guía del usuario. Ed. Mc. Graw Hill. Mexico, 1985.

Barnett, Raymond, Matemáticas para Administración y Ciencias Sociales. 2a. ed. Nueva Editorial Interamericana. México, 1985.

Beneyto, Javier, Symphony. Iniciación y formacion. Ed. Plaza & Janes, México, 1987.

Coburn, E. J. Curso completo de microinformática con ejercicios resueltos. Ed. Gustavo Gilli. Barcelona, 1987.

Cruse y Granberg, Lectures on Freshman Calculus. Ed. Addison Wesley.

Derive. User Manual. Soft Warehouse, Inc., Hawaii, USA, 1988.

Enciclopedia Software. Curso práctico de programacion. 4 tomos, Ed. Nueva Lente-Ingelek, México, 1985.

Hoel, Paul Gerhard, Estadística Elemental. CECSA, México, 1981.

Lehmann, Charles, Geometría Analítica. Ed. Limusa, México, 1982.

Leithold, Louis, El Cálculo con geometría analítica. Ed. Harla, México, 1973.

Lovaglia, Florence, et. al., Algebra. Ed. Harla, México, 1978.

Mendenhall, William, Introducción a la Probabilidad y a la Estadística. Ed. Wadsworth International Iberoamérica, EU, 1982.

muMATH-83. Reference Manual. Soft Warehouse, Inc., Hawaii, USA, 1983.

Paquetes de Aplicaciones. Software Pret a Porter. Biblioteca Básica Informática, Vol. 13. Ed Ingelek, Chile, 1986.

Seybold, Patricia y O'Keeffe, Linda, Planilla Electrónica Integrada para Lotus 1-2-3, Context MBA y Symphony. Ed. Mc. Graw Hill, México, 1984.

Seymour, Dale y Shedd, Margaret, Diferencias Finitas. Una técnica para resolver problemas. CECSA, México, 1981.

Spiegel, Murray S., Probabilidad y Estadística. Serie Schaum, Ed. Mc. Graw Hill, México, 1984.

Symphony, Manual de Referencia. Versión 1.2. Lotus Development Corporation, Irlanda, 1985.

Symphony, Manual del Usuario. Versión 1.2. Lotus Development Corporation, Irlanda, 1985.

Symphony, Referencia Rápida. Versión 1.2. Lotus Development Corporation, Irlanda, 1985.

Wenworth, Jorge y Smith, Eugenio, Geometría Plana y del Espacio. Ed. Porrúa, México, 1988.