

71 20



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
FACULTAD DE PSICOLOGIA

EVALUACION, ENTRENAMIENTO CORRECTIVO Y ANALISIS
DE ERRORES DE CONDUCTA ARITMETICA, EN
NIÑOS DE PRIMARIA.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

TESIS PROFESIONAL
PARA OBTENER EL TITULO DE
LICENCIADO EN PSICOLOGIA
P R E S E N T A N

CONSUELO NOEMI LEON MENDOZA
VERONICA GABRIELA ALVAREZ MALDONADO

DIRECTOR DE TESIS:
VICENTE GARCIA HERNANDEZ



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

* C O N T E N I D O *

I N T R O D U C C I O N

Página

| | |
|---|-----|
| Marco Teórico | |
| Problemas de Aprendizaje..... | 1 |
| Algunas Fallas en la Enseñanza de las Matemáticas..... | 2 |
| Desarrollo de la Conducta Aritmética. Investigaciones Experimentales..... | 6 |
| Instrumentos para Evaluar y Diagnosticar Conocimientos Matemáticos..... | 13 |
| Programas de Corrección..... | 19 |
| Una Investigación de los tipos de Errores en las Operaciones Básicas..... | 21 |
| Método..... | 26 |
| Procedimiento..... | 31 |
| Resultados..... | 36 |
| Discusión..... | 58 |
| Tabla..... | 64 |
| Figuras..... | 65 |
| Apéndices..... | 94 |
| Referencias Bibliográficas..... | 122 |

* I N T R O D U C C I O N *

Dentro del campo de las matemáticas, a pesar de que es interesante y útil en la vida cotidiana, subsisten muchos problemas en el sistema de enseñanza, - Kline (1984) plantea que a menudo la enseñanza de las matemáticas se ve sólo - como un proceso mecánico al cual el estudiante no le encuentra práctica ni - utilidad, provocando con esto desinterés hacia las mismas. Generalmente se di ce que es el estudiante el que tiene el problema y no se considera que los pro blemas en las matemáticas sean consecuencia del sistema de enseñanza.

Algunos autores se han preocupado por diferenciar a los niños con dificul tades en el aprendizaje de aquellos que tienen retardo mental o que son psicó- ticos (Ginsburg, 1983; Kirk, 1963, citado en Gearhear, 1987). Aquellos que -- han estudiado las posibles causas de la dificultad para aprender (Ginsburg, -- 1983, Posner, 1982) las han agrupado en dos categorías: neurológicas y ambien- tales, pero también hay factores asociados al aprendizaje, uno de los cuales - es la atención propia del sujeto; que es un factor determinante para que se dé el proceso de aprendizaje, como lo dice Ross (1985). Todo proceso de aprendi- zaje (incluyendo el de las matemáticas) se conforma de tres aspectos distinti- vos: adquisición, generalización y mantenimiento, y la atención como ya se di- jo, es un factor determinante en dicho proceso. Resulta útil considerar que - los problemas que tiene el niño con dificultades en el aprendizaje son debidos entre otras causas, a fallas en la discriminación de la característica distin- tiva de los estímulos (por ejemplo, en los números, en el signo de las opera- ciones o en la respuesta de "llevar" en las operaciones que así lo requieren).

Algunos investigadores han realizado estudios para el tratamiento de los- niños con dificultades para aprender, utilizando programas de remedio como la-

retroalimentación correctiva (Suppes y Ginsberg, 1962; citados en Anderson, -- 1985), que consiste en proporcionar inmediatamente al sujeto los resultados de su ejecución para que corrija activamente su error. Se han visto sus efectos sobre diversos problemas, por ejemplo, en el uso de procedimientos inadecuados para resolver las operaciones aritméticas básicas de adición, sustracción, multiplicación y división.

Investigando el desarrollo de la conducta aritmética se han realizado estudios comparativos y descriptivos sobre la conducta de contar, que es prerrequisito para el aprendizaje de las operaciones aritméticas básicas (Damián, Villar y García, 1978; Díaz y García, 1980; González y García, 1984), posteriormente a estos estudios se han llevado a cabo otros sobre adquisición, generalización y mantenimiento de la respuesta correcta en las cuatro operaciones aritmeticas básicas (García, Lugo y Lovitt, 1976; García y Rayek, 1978; Reyes y -- García, 1979; García, Equía, Cómiz y González, 1983). En estos estudios se ha investigado el proceso que normalmente sigue el estudiante para adquirir la -- conducta aritmética, pero debido a la emisión de errores en las operaciones -- aritméticas se hace necesaria su evaluación (de los errores) para identificarlos y clasificarlos mediante pruebas formales como el Key Math (Connolly, Nachman y Pritchett, 1976) que evalúa habilidades y conocimientos aritméticos, o mediante pruebas informales (Fowler, 1980; Beattie, 1982).

Inspirado en esto, Martínez (1986) realizó un estudio de los tipos de --- errores en aritmética, pero lo enfocó a cuestiones de adquisición y corrección de procedimientos inadecuados de resolución de operaciones. Otros más, han -- tratado de ir más allá al proponer clasificaciones de los tipos de errores como Kilian, 1980 y Engelhardt, 1982, entre otros. Sin embargo, no se ha sabido de estudios o investigaciones en México (tal vez porque hayan tenido poca difusión), que se hayan preocupado en corregir los errores emitidos en las opera--

ciones por parte de los estudiantes, y mucho menos en estudiar el origen del - por qué se presentan esos errores y con ello prevenirlos. Por tal motivo se - realizó esta investigación y a continuación se presentan el marco teórico y -- los antecedentes que la sustentan.

Problemas de Aprendizaje

En la escuela durante la enseñanza del niño, cuando se presentan problemas se tiende a catalogarlo con un determinado rubro: "disléxico", "discalcúlico", etc., esto sucede porque el maestro tiene escasa información respecto de lo que implican los problemas de aprendizaje, y como consecuencia se cree incapaz de ayudar al niño con su problema, prefiriendo canalizarlo a una institución, donde los especialistas solucionarán el supuesto problema. El término "problemas de aprendizaje", desde que fue propuesto por Kirk en 1963 (citado en Gearheart, 1987) para unificar los problemas como la dislexia, el daño cerebral mínimo, las deficiencias perceptuales, etc., ha sido objeto de estudio para tratar de definirlo y delimitarlo. Varios autores (Hallahan y Kauffman, 1978, citados en Mora, 1989; Ginsburg, 1983) proponen una definición de dicho término de acuerdo a la aproximación teórica que sigue cada uno. Así, algunos afirman que los problemas de aprendizaje son debidos a insuficiencias que tiene el niño, por ejemplo: fisiológicas, sensoriales y neurológicas, pero no consideran que el origen del problema puede estar en un conjunto de factores cuya influencia afecta al niño, y por esto, lo común es explicar el problema como propio del niño, de tal manera, así se justifica y se niega la influencia de algunos factores ambientales, como son el nivel socioeconómico, estructura familiar, sistema educativo, etc., este último es considerado de mayor importancia en el presente estudio, porque los conocimientos y habilidades que adquiriera el niño en la escuela determinarán el éxito futuro que tenga en su vida.

En la enseñanza elemental, la adquisición de la lecto-escritura es determinante para la enseñanza de las demás materias como las matemáticas, donde frecuentemente se reportan niños con "problemas de aprendizaje", sin tomar en cuenta que el problema puede estar en el sistema de enseñanza y más específicamente en los métodos de enseñanza que utiliza el maestro, que generalmente re-

sulta inadecuados y/o tediosos, como se verá en el apartado siguiente.

Algunas Fallas en la Enseñanza de las Matemáticas

A lo largo de los años se ha considerado a las matemáticas como un campo difícil de entender por el lenguaje abstracto que posee y la terminología y -- simbología que maneja. Cuando el niño empieza a tener contacto con cuestiones numéricas en el hogar las va aprendiendo y manejando empíricamente. La práctica de estos conocimientos hace atractivas las actividades, porque les ve sentido y aplicación dentro del ambiente que le rodea.

Una vez que el niño asiste a la primaria, empieza a recibir los conoci--- mientos básicos de las matemáticas, de una manera formal, y a aprender los convencionalismos de esta materia: recitar la cadena numérica, hacer comparacio--- nes de numerosidad, designar a cada símbolo (número) por su nombre, relacionar el símbolo y/o nombre a cantidades de objetos, y posteriormente a aprender los conceptos de los signos que se utilizan en las operaciones aritméticas básicas. Después de que el maestro ha impartido los conocimientos básicos a sus alumnos empieza a presentarles ejercicios de operaciones para que el niño practique y demuestre lo que supuestamente aprendió, pero él no toma en cuenta que por di--- versas causas a algunos niños se les dificultó aprenderlos. Varios autores -- (como Kline, 1984) hacen una crítica a la enseñanza de las matemáticas, porque generalmente se le impone al alumno un proceso mecánico, siendo esto una de -- las causas de las fallas en el aprendizaje, de tal manera que lo que importa - es la memoria y no tanto la comprensión de los conceptos, y la ejecución del - sujeto. La mayoría de las veces, los ejemplos que ha de resolver el alumno -- son tan artificiales y carentes de significado que no les ve aplicabilidad en la vida diaria, y por tanto no se interesa ni se ve motivado a comprender y conocer el mundo de las matemáticas. No sólo hay que interesar a los alumnos -- tratando de enseñarles algunas aplicaciones de la aritmética, sino que la moti

vación debe atraerlos en el momento en que cursan los estudios, y a la vez, enseñarles que las matemáticas existen para ayudar al hombre a comprender el mundo físico, y también en cierta medida, los mundos económico y social, a los cuales pertenece. Por tanto, los ejemplos que se le presenten al estudiante deben ser derivados de los aspectos anteriores (social, económico y físico). El Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas de Estados Unidos (1977) ha tomado en cuenta lo anterior, y se ha preocupado por elaborar programas educativos -- orientados a crear interés y motivación en los estudiantes hacia las matemáticas. De las propuestas que hacen, es trabajar con grupos pequeños y utilizar actividades como el juego, el cual se ha probado que es una forma de facilitar el aprendizaje de las matemáticas, porque se construyen habilidades, como la observación, estimación y atención, además de que es una herramienta del maestro para hacer más interesantes sus clases (Van Etlen, 1976; Beattie, 1982).

Se dice que la dificultad para aprender puede deberse a deficiencias en el sistema de enseñanza, como el dar instrucción a grandes grupos, o por violaciones a procesos generales de enseñanza, como lo menciona Bijou (1976), su proceso incluye los siguientes pasos:

- 1) Especificación de metas de enseñanza
- 2) Impartir la enseñanza al nivel de competencia del niño
- 3) Arreglo de condiciones que faciliten el aprendizaje
- 4) Monitoreo y adecuación de materiales y procedimientos de enseñanza
- 5) Creación de condiciones para la generalización, elaboración y mantenimiento de la conducta aprendida.

Bijou plantea el ideal que se debería de seguir en el proceso de enseñanza, pero lo que se observa en la realidad es lo siguiente:

- Utilización de métodos educativos improvisados
- Deficiencias en la preparación del cuerpo docente

- Programas extensos, recargados e inadecuados a los intereses y condiciones de los niños.
- Escasez en recursos didácticos.
- Exceso de matrícula por curso.
- Pobre remuneración al maestro con el consecuente desinterés hacia su labor. (Ibarrola, S.F.; Candelas, 1982; López, Assael y Newman, 1984; citados en Mora, 1989).

La mayoría de las veces, los maestros inician la enseñanza de acuerdo al programa preestablecido, y sucede que los alumnos no tienen los prerrequisitos necesarios para adquirir nuevas habilidades, y consecuentemente tendrán dificultades para aprender.

En la enseñanza académica, los maestros trabajan en tres aspectos distintos: adquisición, precisión en el dominio y mantenimiento. Específicamente, - en la adquisición se pretende que el niño aprenda nuevas habilidades que no se encuentran en su repertorio; en la precisión en el dominio, el niño ya cuenta con habilidades para ejecutar una tarea específica, y lo que hará será practicarla para dominarla mejor y que se mantenga. En una situación de aritmética - es importante que el maestro identifique qué tipo específico de operación, sus alumnos no están capacitados para resolver todavía, y una vez hecho esto, decide qué intervención empleará con su grupo para obtener resultados eficaces de enseñanza (Smith, 1976). Porque es concebible que el niño falle debido a que sufre de problemas neurológicos, no puede aprender, o porque sufre de otros de sórdenes. Por eso, el maestro y los adultos que rodean al niño deben ser capa ces de diferenciar a los niños que tienen dificultades en el aprendizaje de -- los que no lo tienen, y detectar la causa específica que provoca la dificultad en determinada área.

De tal manera que si se considerara una definición de dificultad para --- aprender ésta ayudaría a detectar a tales niños (como se mencionó en el primer apartado). Las características de los niños con dificultades en el aprendizaje son: "inteligencia normal definida por un C.I. de 90 o mayor, pobres ejecuciones en la escuela, definidas por la calificación obtenida en pruebas estándar de logro (estando dos grados abajo del grupo de su edad), ausencia de problemas emocionales severos, sin daños sensoriales como ceguera y sordera. Cabe remarcar que los niños con retardo mental y los psicóticos no entran en --- esta definición, solamente los niños de inteligencia normal, quienes sin embargo, fallan para aprender" (Ginsburg, 1983, pp.). Este mismo autor menciona -- que entre las posibles causas de la dificultad para aprender, están las causas neurológicas y las medioambientales. En este estudio se dará mayor importan-- cia a los factores ambientales, porque se analizará la ejecución de los suje-- tos, asentando que se seguirá una línea de estudio derivado del Análisis Experimental de la Conducta, aunque no debe olvidarse que las matemáticas también han sido abordadas desde diversas aproximaciones teóricas, como la Psicogenética de Piaget.

Posner (1982) es uno de los investigadores que ha estudiado algunos de -- los factores ambientales. El realizó un estudio para ver el desarrollo de conceptos matemáticos en niños de nivel preescolar y primaria, y niños sin escolaridad, todos ellos provenientes de familias de agricultores y comerciantes. Los niños cuyos padres eran comerciantes, tuvieron mejores ejecuciones que los niños de padres agricultores. Concluyó que la cultura y la escolaridad son -- causas ambientales que influyen en la habilidad matemática. Pero la causa --- obvia ambiental del deficiente logro en matemáticas está en la enseñanza, que es generalmente inadecuada, como lo afirma San Esteban (1989). Por todo esto para que se imparta una adecuada enseñanza de matemáticas es importante tomar en cuenta la atención, que es un factor determinante asociado al proceso de --

adquisición de conocimientos; de tal manera, resulta útil y primordial concebir a la problemática académica que tiene el niño en su ejecución en matemáticas, como una en la cual intervienen fallas en la discriminación de la característica distintiva de los estímulos (números y signos como: +, -, X y ÷) y al orden que se ha de seguir para resolver cualquier tipo de operación aritmética. En este trabajo, la atención se consideró en términos de una atención de tipo-postural por parte de sujeto, es decir, en que su postura y su vista estuvieran en contacto con el tipo de operación que iba a resolver; y segundo, en términos de que sus respuestas estuvieran en función de las demandas que la operación le exigía a través de estímulos, tales como sumar, restar, multiplicar y dividir.

Desarrollo de la Conducta Aritmética. Investigaciones Experimentales.

Para evitar que se presenten dificultades en el aprendizaje de las matemáticas que llevarían a dar tratamientos de remedio, es necesario conocer cómo los estudiantes adquieren los conceptos de las matemáticas en forma acumulativa y ordenada, siguiendo un nivel de complejidad relativo, ya que se sabe que es prácticamente imposible aprender los últimos procesos si no se conocen los anteriores. De esta forma, la conducta de contar es la base de la conducta aritmética; el niño inicia recitando la cadena numérica, después relaciona la palabra (p. ejem. "uno") con la numerosidad (cantidad de objetos) de objetos tangibles, a esto se le conoce como correspondencia uno a uno; posteriormente asocia la palabra con el símbolo (p. ejem. 2) y una vez que el niño tiene bien establecidas estas conductas las relaciona entre sí: símbolo-numerosidad, símbolo-palabra, numerosidad-palabra, numerosidad-símbolo. La conducta de contar también es prerequisite para poder pasar a niveles aritméticos superiores, facilitando al niño la adquisición de las operaciones aritméticas de adición, sustracción, multiplicación y división. Para ayudarse en la solución de las operaciones aritméticas, el niño utiliza sus dedos como referentes físicos de

los números y los seguirá usando como herramienta en la solución de las operaciones aritméticas.

A continuación se mencionan varios estudios que se han llevado a cabo en relación a la conducta de contar y a las operaciones aritméticas básicas.

Díaz y García (1980) realizaron un estudio descriptivo con niños preescolares, manipulando las propiedades físicas de los objetos a contar. Así, realizaron dos tipos de presentaciones, azarosa y secuenciada con objetos homogéneos-desordenados-fijos y heterogéneos-ordenados-movibles. Encontraron que el control de las propiedades físicas de los objetos a contar no tenían efectos sobre la conducta de contar de los niños, porque estos daban la secuencia oral de los números independientemente del número de objetos que se les presentaran, excepto en el grupo de presentación secuenciada. Los sujetos emitieron la cadena verbal de conteo sin correspondencia a los objetos estímulo a contar, y los errores se incrementaron proporcionalmente al incremento de objetos a contar; esto implica que el conteo de los sujetos era casi independiente de los objetos a contar, ya que los sujetos de esta edad emiten una cadena numérica verbal sin correspondencia a los objetos a contar.

En el estudio de González y García (1984) se hizo una extensión del estudio anterior con el fin de analizar las relaciones entre las edades de los sujetos (3, 4 y 5 años), y las características y calidad de las repuestas dadas durante el conteo de conjuntos de objetos. Trabajaron con 36 niños de los tres niveles de preescolar, y los dividieron en dos grupos, utilizando el mismo tipo de presentación de objetos estímulo del estudio anterior. Las repuestas se analizaron con base al criterio propuesto por Damían, Villar y García (1978), que incluían las repuestas de contar, señalar, oral, tocar, coger, mover, hacer pausas y omisión; en cuanto a la calidad de las repuestas se consi

deró el error en la secuencia, las respuestas correctas en correspondencia y - las respuestas aritméticas correctas. Los resultados muestran que la repuesta oral se presentó el 100% de las veces en todos los sujetos, siguiéndole en orden decreciente las respuestas de señalar y tocar, no presentándose o con bajo porcentaje de presentación, las respuestas de coger, mover, pausa y omisión. - Además se observaron mayores porcentajes de respuestas correctas ante la presentación de objetos secuenciados en relación a la presentación de tipo azaroso. Los sujetos de tercero de preescolar mostraron mejores ejecuciones, que - los sujetos de segundo y estos mejor que los de primero, ya que estos últimos sólo tenían la habilidad de recitar la secuencia numérica y no relacionar el - numeral con el objeto (correspondencia uno a uno). Estos resultados fueron si milares a los encontrados en el estudio de Díez y García (1980).

Destaca la importancia de que el niño debería tener bien establecida la - conducta de contar, ya que este es el prerrequisito y la herramienta para que - el niño aprenda a resolver las operaciones aritméticas básicas.

Las investigaciones que se han hecho sobre las operaciones aritméticas, - se han avocado a ver los efectos de los procedimientos de instrucción y retroalimentación sobre la adquisición, el mantenimiento y la generalización de las respuestas a ciertas clases funcionales de respuesta (llevar y no llevar decenas, centenas, etc. de una columna a otra), además de la generalización de pro blemas de suma y resta, en formato vertical después de haber recibido instrucción para resolverlos en formato horizontal.

Es importante distinguir entre una clase de respuesta ("no llevar") y --- otra ("llevar"), porque la clase funcional de respuesta que no requiere llevar da lugar a cadenas de respuestas que se inician con el primer dígito superior de la columna de dígitos, y termina con el dígito inferior de la misma columna

como el resultado de los dígitos de una columna no excede de nueve, cada columna es independiente, a diferencia de la clase de respuesta que requiere llevar en donde el resultado de una columna tiene dos dígitos, escribiendo la unidad en el lugar del resultado y "llevando" la decena a la siguiente columna, provocando el "llevar" la interdependencia entre las columnas. Esta respuesta de mediación entre columna y columna es lo que hace diferentes a las operaciones que sí requieren llevar de las que no lo requieren.

Es vital hacer esta distinción entre ambas clases de respuestas, pues muchas veces se asume que como el niño ya resuelve un tipo de operación (sin llevar), puede generalizar hacia otro tipo de operación (llevando). Lo que se toma en cuenta es el concepto de la operación: adición, sustracción, multiplicación y división, y no la relativa complejidad de la respuesta de mediación que tienen las operaciones que requieren llevar, ya sea suma, resta, multiplicación y división.

Ante este problema, varios autores se propusieron investigar cómo es la generalización en ambas clases funcionales de respuesta en determinada operación.

García, Lugo y Lovitt (1976) llevaron a cabo un estudio con dos niños de 6 años de edad, realizando dos experimentos para evaluar la generalización de respuestas en problemas aritméticos de suma. En el primer experimento se presentaron sumas de 2, 3 y 4 dígitos que no requerían llevar dígitos de una columna a otra, y sumas de 2 dígitos que sí requerían llevar; la instrucción más retroalimentación se llevó a cabo con las sumas de 2 dígitos sin llevar, observándose generalización hacia las sumas de 3 y 4 dígitos de la misma clase de respuesta, no ocurriendo lo mismo en las sumas de dos dígitos llevando. En el segundo experimento se utilizaron sumas con 2, 3, 4 y 5 dígitos llevando; se observó generalización hacia las sumas de 2, 3 y 5 dígitos llevando, cuando la

instrucción se dió en las sumas de 4 dígitos llevando. En este estudio no se consideraron los efectos del adiestramiento en problemas de suma que requerían llevar sobre los problemas de suma que no requerían llevar, por eso el estudio de García y Rayek (1978) se planteó como objetivo evaluar lo anterior. Trabajaron con seis niños de entre 6 y 8 años de edad que cursaban el primero de -- primaria. Formaron dos grupos, al primero se le dió instrucción para resolver problemas de suma que no requerían llevar decenas, centenas etc., de una columna a otra; posteriormente se le dió instrucción para resolver problemas de suma que sí requerían llevar. Para el segundo grupo se siguió el orden inverso. Los resultados permitieron concluir, que cuando se da instrucción sobre la resolución de un tipo de clase de respuesta, hay generalización a ciertos problemas de la misma clase; esa generalización también puede observarse cuando se cambia el formato de presentación de los problemas de suma de (horizontal a -- vertical) y que hay generalización hacia otra clase de respuesta, la de no llevar, cuando se da instrucción sobre resolución de problemas de suma que sí requieren llevar. Lo contrario no ocurre.

De los estudios de suma, los autores concluyen que la organización de clases de respuesta está determinada por la operación de llevar más que por la -- cantidad de dígitos a sumar (García, Lugo y Lovitt, 1976). García y Rayek --- (1978) dicen que en las sumas llevando la cadena de respuestas es más larga, esto se debe a que el resultado de una columna afecta a la que sigue, y que son interdependientes.

Reyes y García (1979) trabajaron con seis niños de 6 y 7 años de edad que cursaban el primer año de primaria. Realizaron dos experimentos, siendo el -- primero igual al estudio de García y Rayek (1978), el segundo experimento utilizó a los mismos grupos del primero. Al grupo uno se le dió instrucción sobre la resolución de problemas de resta de 2 menos 2 dígitos, que no requerían

llevar dígitos de una columna a otra, y luego instrucción a los problemas de resta que sí requerían llevar. El orden inverso se siguió para el grupo 2.

Encontraron que el grupo uno sí generalizó a los problemas sin llevar, y en bajo porcentaje a las restas que requerían llevar. En cuanto al grupo dos sí hubo generalización a los demás tipos de problemas que requerían llevar y además a los problemas sin llevar. En general, concluyen que el número de sesiones de instrucción fueron mayores para los problemas que no requerían llevar (cuando se inicia la instrucción con estos) y para los problemas de suma, en comparación con los problemas de resta. Con esto confirman lo ya reportado por los anteriores autores, en relación a que se observa generalización de respuestas, a problemas en los cuales el sujeto no ha sido entrenado, esto para el caso de dar entrenamiento inicial en problemas que sí requieren llevar, observándose generalización a los que no requieren llevar. Reportan también, -- que la cadena de respuestas en las restas es similar a la de las sumas, pero de manera sustractiva, y que también es similar la respuesta de mediación, ya que tanto en la suma como en la resta se agrega lo que se "lleva" a la columna de la izquierda.

Así como se considera a la suma y la resta como extensión de la conducta de contar, en forma progresiva y regresiva respectivamente, se puede considerar que la solución de operaciones de multiplicación, es una extensión de la suma, pero en forma abreviada, y si esto es así, también son similares sus componentes de estímulo de respuesta (García, Esparza y Cchoa, 1988), también consideran que la complejidad es relativa en cuanto a la adquisición de respuestas aritméticas, y la solución de problemas escritos que también requieren resolver operaciones aritméticas. Realizaron un estudio con 16 niños de segundo año de primaria, entre 7 y 8 años de edad; formaron cuatro grupos de cuatro niños cada uno, a los cuales se expuso a una de cuatro condiciones experimenta--

les (variando la secuencia), las condiciones eran: A.- Línea Base, B.- Introducción a la secuencia instruccional, para resolver operaciones que no requie--rían llevar dígitos de una columna a otra, C.- Fase de instrucción para resolver operaciones que requerían llevar, D.- Instrucción para resolver problemas que no requerían llevar, y E.- Instrucción para resolver problemas que requie--rían llevar. Los resultados revelaron que hubo niveles diferenciales de generalización debido a la secuencia de fases a las que se expuso a los grupos; --así, la evaluación de la cantidad de generalización de respuestas emitidas por los diferentes grupos, se hizo con base a la cantidad y tipo de operaciones y problemas, en que se alcanzó el criterio de 100% de precisión, y por la cantidad de sesiones previas al entrenamiento. La mayor generalización se observó en los grupos en los que se entrenó primero con problemas y operaciones que requerían llevar, siguiéndole el grupo al que se entrenó para resolver problemas que no requerían llevar, y por último fue el grupo al que se entrenó primero en resolver operaciones que no requerían llevar. Esto vuelve a confirmar que la dificultad de la tarea está en proporción directa a la amplitud de la clase de respuesta. Aunque a esto, García, Eguía, Cámiz y González (1983) dicen que "la dificultad es relativa en el caso del análisis de operaciones de división, porque los grados de dificultad se ubican entre la cantidad de dígitos existentes en el dividendo y en el divisor", pp. 12. Mencionan que son prerrequisitos para la solución de la división, las conductas de sumar, restar y multiplicar.

En su experimento, en el cual participaron 16 sujetos, de entre 8 y 10 --años de edad, utilizaron operaciones de división con diferentes grados de dificultad, aplicados en diferente orden de dificultad a cuatro grupos. Reportan que obtuvieron niveles diferenciales de generalización en los grupos; hubo mayor generalización en el grupo que tuvo una secuencia de dificultad media ha--cia mayor dificultad, que de dificultad media a menor dificultad, además de --

que hubo menor dificultad en la secuencia de mayor a menor dificultad. Los -- criterios para evaluar estos resultados fueron similares a los usados en los - estudios citados anteriormente. Es importante mencionar que en los estudios - de multiplicación y división, se les proporcionaron a los sujetos las tablas - de multiplicar impresas en hojas (en la fase instruccional), porque se conside_ ró más importante el conocimiento y ejecución de procedimientos de las opera- ciones, que la memorización de las tablas de multiplicar, ya que el aprendiza- je de estas es un proceso mecánico, y su investigación no era la meta de tales estudios.

Se observa que en el desarrollo de la conducta aritmética, el primer paso es el establecimiento de la conducta de contar. No basta recitar la cadena nu- mérica, sino que hay que relacionarla a la cantidad de objetos a contar; poste- riormente esta conducta permitirá adquirir el conocimiento de las operaciones- aritméticas básicas, donde en la operación de suma se utiliza el conteo en for- ma progresiva y en la resta en forma regresiva. Con el manejo correcto de las conductas de adición y sustracción y la distinción entre las operaciones que - requieren llevar, de las que no lo requieren, se puede adquirir la operación - de multiplicación, que es una suma pero en forma abreviada. La operación de - división requiere para su solución de las tres conductas aritméticas anterio- res.

Si en el proceso de enseñanza de las operaciones aritméticas se toma en - cuenta ambas clases funcionales de respuesta (sin llevar y llevando), y se ma- nejan de manera adecuada, la adquisición y generalización de las cuatro opera- ciones aritméticas, se facilitará, como lo demostraron los estudios anteriores.

Instrumentos para Evaluar y Diagnosticar Conocimientos Matemáticos.

Se hace necesario que los encargados de la educación, tengan conocimiento

de las investigaciones referidas a la conducta de contar y a las operaciones aritméticas y sus consecuentes implicaciones a la enseñanza, así como que conozcan también los instrumentos que existen para evaluar y diagnosticar los conocimientos y habilidades matemáticas de sus alumnos; por señalar algunos: -- Diagnostic Chart for Fundamental Processes in Arithmetic of Buswell and John, 1925; Diagnostic Test and Self-Helps in Arithmetic of Brueckner, 1955; Stanford Diagnostic Arithmetic Test of Beatty, Madden and Gardner, 1966; Basic Educational Skills Inventory: Math of Adamson, Shrago and Van Etten, 1972 (citados en Wallace y Mc Loughlin, 1975); Diagnostic Arithmetic Test Key Math of Connolly, Nachtman and Pritchett, 1976, y el California Achievement Test (CAT) of Tieg and Clark, 1963 (citado en Tinney, 1978). Estos dos últimos tests -- también sirven para detectar a niños con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Esto lo comprueban los estudios realizados con niños de primaria (Tinney, 1978), y con niños de secundaria (Price, 1984), en los que se aplicó la sección de matemáticas del California Achievement Test (CAT), y toda la prueba del Key Math para comparar si sus contenidos eran similares y si eran igualmente efectivos para detectar a niños con problemas de aprendizaje. Ambos autores encontraron que para la población bajo estudio, el Key Math es un instrumento tan válido como el CAT, para determinar los niveles de logro matemático.

Además de las pruebas formales, también existen las pruebas informales, la diferencia entre ellas es que las primeras están estandarizadas, siguen un orden preestablecido; en las pruebas informales, el número y complejidad de ejercicios varía de acuerdo a la persona que la elabora y aplica. Thompson (1977), ideó una prueba informal con la cual diagnosticó dificultades en el aprendizaje de las operaciones básicas, logrando ubicar al niño al nivel de conocimiento en el que trabajaba: abstracto o concreto, y saber el conocimiento que tiene el niño de las operaciones aritméticas. Otra prueba informal es la

llamada "evaluar para enseñar", sugerida por Fowler (1980) y Beattie (1982) - la cual puede ser elaborada por el propio maestro, para que se dé cuenta a qué nivel de conocimiento se encuentra el niño, y conocer qué estrategias de solución de las operaciones utiliza, y a partir de ahí, empazar la enseñanza como lo recomienda Bijou (1976). Esta prueba consta de varios tipos de operaciones que varían en número y complejidad, dependiendo del nivel escolar del niño. -- Se ha encontrado que el proceso de evaluar para enseñar, ayuda a detectar errores específicos en las operaciones aritméticas, y a saber si los errores que comete el niño son casuales o consistentes (Grossnickle y Rezkeh, 1973; citado en Fowler, 1980).

Anderson (1985) considera que los errores obstruyen el aprendizaje, y por lo mismo los alumnos aprenden tendencias al error, por tanto, los errores no son sólo un signo de que el estudiante tiene un comportamiento deficiente, sino que son también una fuente de confusión futura. McKillip (1979) dice que - una posible causa de los errores, es el inadecuado entendimiento de los conceptos y/o procedimientos por parte del alumno, "los errores emitidos más frecuentemente por los estudiantes, indican la necesidad de que el maestro vuelva a impartir la instrucción" pp. 40. Mediante el análisis del "evaluar para enseñar", se puede identificar el origen de los errores y examinar los procedimientos que el estudiante emplea para resolver una operación. Encontró que los errores más comunes que emiten son: sumar los números independientemente del valor del lugar que ocupan (unidades, decenas, centenas, etc.), y el inadecuado entendimiento del significado del cero (que es un error presente en todos los tipos de operaciones). A través de es tipo de análisis del proceso de error, es posible para el maestro llegar a ciertas conclusiones tentativas, como con los ejemplos anteriores, el maestro puede concluir que el niño que emite esos errores tiene un adecuado conocimiento de las habilidades básicas de un determinado tipo de operación, pero presenta fallas en el procedimiento.

El "evaluar para enseñar", es un procedimiento que involucra el uso de los resultados para valorar y planear programas educacionales por parte del maestro. Haciendo esto se ahorrará tiempo y dolores de cabeza. Esta evaluación se puede aplicar en todas las clases, en todos los sujetos y en todas las áreas, es una aproximación a la individualización, que es efectiva a pesar de la estructura de la clase o de la organización del currículum.

Un complemento opcional del "evaluar para enseñar", es la entrevista del maestro con el alumno, la cual tiene como objetivo principal averiguar sus estrategias para resolver una determinada operación aritmética. Con estas entrevistas se ha encontrado (Beattie, 1979) que la mayoría de los errores, pueden ser atribuidos a la aplicación sistemática de varios procedimientos, para encontrar una respuesta a la operación, y estos ocurren cuando el procedimiento o estrategia es deficiente o defectuoso, o tan complejo que esto mismo conduce al error. Myers (1977) también se planteó investigar los orígenes y el por qué de los fracasos, a través de la entrevista con niños que tienen éxito en el dominio de las operaciones. Encontró que los niños proveen ideas clave, ya que utilizan operaciones fáciles para hallar la respuesta a las difíciles, por ejemplo: $6+6=12$ y $6+7$ es uno más, 13.

Pelosi (1983) utilizó la técnica de la entrevista, presentándoles a sujetos con dificultades en aritmética, una hoja con una operación específica; una vez resuelta le pedía al sujeto que explicara cómo la resolvió, de esta forma podía determinar qué procedimientos estaba usando e idear un programa de remedio.

En el caso de la resta, la falla principal que encontró fue en relación al manejo del cero. El sujeto utilizaba la siguiente regla: $0-n=n$ ó $n-0=n$, en los ejemplos $\begin{array}{r} 600 \\ -499 \end{array}$ y $\begin{array}{r} 699 \\ -400 \end{array}$ el sujeto contestó "299" en ambas, fue evidente que -

el alumno estaba confundido con las restas que incluían cero.

Beattie (1979) menciona cuatro categorías de las cuales el maestro puede identificar el procedimiento que utiliza el niño para resolver la resta, son:

- 1) Conteo Progresivo
- 2) Conteo Regresivo
- 3) Derivación (de otras operaciones encontrar la respuesta)
- 4) Puente (partiendo del diez resuelve la resta).

El dice que en la mayoría de los casos los errores de resta pueden ser -- atribuidos a algún procedimiento de conteo.

Kilian (1980) realizó una investigación con estudiantes de varias escue-- las, tanto públicas como privadas; él les presentaba operaciones de multiplica-- ción y les pedía que las resolvieran, con estos datos desarrolló una clasifica-- ción de errores, que se presenta a continuación:

I. Errores de Procedimiento.

- a) Omite multiplicar un multiplicando
- b) Fallas en el "llevar"
- c) Fallas en el manejo del cero
- d) Columnas colocadas en un lugar incorrecto

II. Errores de Cálculo.

- a) Error en la suma del resultado
- b) Error en las tablas del 1 - 5
- c) Error en las tablas del 6 - 9

El autor halló que en los errores de procedimiento, los errores más frecuen-- tes incluyen el proceso de llevar un dígito de una columna a otra, mientras --

que en los errores de cálculo, los errores más frecuentes fueron en las operaciones que incluyen las tablas del 6 al 9. Enfatiza que de haber utilizado el cero en todas las operaciones, este error de procedimiento habría sido más frecuente. Concluye que los maestros deberían observar estos tipos de errores y proveer instrucción extra, y práctica dirigida a reducir su frecuencia.

Engelhardt (1982) realizó una clasificación más detallada de errores relacionados al cálculo, en las cuatro operaciones básicas, estos son:

- 1) No respetar el valor del lugar que ocupa el número
- 2) No saber llevar dígitos de una columna a otra
- 3) Colocar las columnas en lugares incorrectos
- 4) Olvidar colocar un cero en el resultado, o insertar el cero como poseedor de un lugar propio
- 5) Sumar mal lo que lleva
- 6) Colocar un dígito en lugar incorrecto
- 7) No tomar en cuenta lo "prestado", restar directamente, resta incompleta
- 8) Procedimiento incorrecto, falla estimar el "pedir prestado".

también sugiere que existen cuatro tipos básicos de errores:

Mecánicos.- Respuesta incorrecta como resultado de una dificultad motora o perceptivo-motora.

Descuido.- Respuesta incorrecta como resultado de responder a la tarea sin interés.

Conceptual.- Respuesta incorrecta como resultado de la ausencia de conceptos o principios incorrectos.

Procedimiento inadecuado.- Respuesta incorrecta como resultado de un mal ordenamiento de los pasos del procedimiento o procedimientos inadecuados.

Subraya que casi todos los maestros tienden a considerar que la mayoría - de los errores son de procedimiento y no atienden a otras posibilidades.

Meyer (1982) pp. 10, afirma que "el proceso de enseñanza de la división - larga, es el de mayor dificultad en el programa de matemáticas de la escuela elemental". Dice que la causa de esto puede ser la manera en cómo el proceso es desarrollado en el programa de enseñanza elemental, y no es debido al nivel de dificultad del proceso mismo. Irons (1981) por su parte dice que los estudiantes encuentran que el número de pasos para resolver la operación de división (los cuales aparentemente pueden ser memorizados), son difíciles para encadenarlos sin interrupción, y en general, ven poca relación entre esos pasos. Esto apoya lo que menciona Meyer (1982), en relación a que la mayoría de los errores en la división, pueden ser atribuidos a la falta de habilidad en el procedimiento de resolución de la división, y no a habilidades subordinadas como la resta y la multiplicación.

Resumiendo lo anterior, se observa que con el empleo de pruebas formales e informales se puede detectar fácilmente errores específicos, que se emiten - en las operaciones aritméticas, y permitir la clasificación de errores como - lo hicieron los autores de los estudios anteriores. Los errores mencionados - son sólo algunos de los que se pueden presentar, pero existe una amplia variedad de ellos, como lo reportan Wallace y Mc Loughlin (1975, pp. 445-446).

Programas de Corrección.

Teniendo conocimiento del desarrollo que sigue la enseñanza y aprendizaje de la conducta aritmética, los errores que se presentan en las operaciones básicas, y de las pruebas formales e informales para detectarlos, se facilita la elaboración de programas de corrección adecuados a la falla específica que presenta el niño en su ejecución, como por ejemplo: si no sabe las tablas de mul-

tiplicar, se le pueden proporcionar impresas en una hoja, mientras se ejercita y refuerza la memorización de las tablas de multiplicar, si el problema es por que la conducta de contar se realiza en forma incorrecta, el objetivo será establecer en el niño la correspondencia uno a uno.

Por otro lado, si el problema es de atención se puede realizar lo que propone Ross (1985), "el tratamiento de los niños con deficiencias en la atención parece bastante productivo cuando se encauza a ayudarlos a adquirir estrategias para responder a estímulos complejos o multidimensionales. Esto puede hacerse, modificando los estímulos que se presentan al niño, reforzando la atención hacia los rasgos distintivos, enseñándoles designaciones verbales y repitiéndolas o induciendo la autoinstrucción" pp. 140.

De estos tratamientos se ha probado su eficacia en varias áreas académicas, y así, se ha observado que la retroalimentación correctiva, y la de conocimiento mediato de resultados, suelen acelerar el aprendizaje en el caso de los niños (Suppes y Ginsberg, 1962; citados en Anderson, 1985). La investigación indica que el conocimiento de los resultados, es más efectivo cuando contiene información acerca de lo que debe ser la respuesta correcta, en vez de sólo permitir al estudiante saber que está equivocado (Anderson, 1985). En la retroalimentación correctiva, la meta es hacerle ver al niño en qué partes debe fijar su atención, para resolver correctamente cualquier problema que se le presente, como por ejemplo, atender a la característica distintiva de los estímulos, que en aritmética son los números y signos que se utilizan, además, de que le ayuda a corregir activamente los errores que emite en el procedimiento.

Reflexionando sobre lo anterior, resalta la importancia de que los maestros conozcan cómo es el proceso de aprendizaje de las matemáticas en el niño, que al igual que el proceso general de aprendizaje, incluye el adquirir, gene-

realizar y mantener los conocimientos recibidos. Si se altera el proceso de enseñanza de las matemáticas, se pueden presentar fallas consistentes en la ejecución del alumno, llegándolo a catalogar como "niño con dificultad en el aprendizaje". De llegar a esta situación, se hace necesario canalizar al niño con una persona preparada, para que le proporcione el tratamiento adecuado a las fallas que presenta.

Una Investigación de los Tipos de Errores en las Operaciones Básicas.

Martínez (1986) tomó en cuenta lo referente al desarrollo de la conducta aritmética, la respuesta aritmética incorrecta y el empleo de la retroalimentación, para realizar un estudio sobre errores en las operaciones aritméticas -- con niños de primaria, de los seis grados escolares, que tenían dificultades en las operaciones de suma, resta, multiplicación y división. Se propuso analizar la ejecución de los sujetos, en la adquisición y generalización de las respuestas, y el efecto de la instrucción sobre el tipo de errores, que cometen en operaciones aritméticas específicas. Realizó una evaluación con la prueba Key Math, para determinar qué tipo de operaciones debían ser sometidas a línea base y dar entrenamiento, éste consistió en dar instrucción acerca de los procedimientos de resolución de las operaciones. Una vez que el sujeto -- terminaba de resolver las operaciones de esa sesión, el experimentador le decía si era correcta o incorrecta su respuesta, (retroalimentación de conocimiento mediato de los resultados), pero no le decía a qué se debía el error, cuando la respuesta era incorrecta. Dos meses después de terminada la fase de instrucción, realizó una sola sesión de seguimiento.

Encontró que de las cuatro operaciones, la resta tuvo mayor incidencia, con una más amplia variedad de errores; en la resta que no requería de la respuesta de llevar, se presentaron los errores: 1.- (resta mal las columnas, con teo incorrecto), 2.- (escribe un "cero" cuando desconoce el resultado), 3.-

(coloca números que no tienen relación con la operación), 7.- (escribe el resultado correcto y agrega otro número) y 8.- (resta el minuendo con el total, combinando las columnas), que son propios de la respuesta de sustraer, como lo menciona el autor. En fase de seguimiento reaparecieron los errores 1 y 3.

En la operación de resta llevando se emitieron casi todos los errores --- (ver tabla de errores, apéndice D), los de mayor frecuencia fueron el tipo 1 y el 6 (omite restar las que presta, resta directamente), en fase de seguimiento se emitieron menos errores, manteniéndose el 1 y 6. Los errores presentados se emitieron a una relativa alta frecuencia, y mostraron resistencia a los --- efectos de instrucción, siendo lento el decremento de las respuestas incorrectas. En la suma (sin llevar y llevando dígitos de una columna a otra), la secuencia instruccional fue efectiva para disminuir los tipos de errores emitidos por los sujetos; específicamente los errores que se presentaron en la suma sin llevar, fueron el 1 (anota los números del sumando en el resultado), 2 (el resultado es sumado con los sumandos), 3 (coloca en la raya el número que aparece como total), 4 (suma mal las columnas), 5 (escribe el resultado correcto y agrega otro número), 6 (escribe en la raya un número de cada dato que se leyó), 7 (escribe números que no tienen relación con la operación), 12 (suma en forma horizontal todos los sumandos) y 16 (suma los sumandos sin tomar en cuenta el resultado). Los errores 4 y 12 fueron los únicos que reaparecieron en la fase de seguimiento.

En la suma llevando se presentaron casi todos los tipos de errores, siendo el 4, el 10 (omite sumar las que lleva), y el 11 (suma cada columna independientemente), los de mayor frecuencia, y que decrementaron en mayor número de sesiones. De los errores que se mantuvieron en fase de seguimiento fueron el 2, 4, 5, 6, 10, 8 (omite sumar una columna) y 9 (resta el sumando con el total).

En la operación de multiplicación sin llevar, los errores que se presentaron con mayor frecuencia fueron el 3 (utiliza la tabla de multiplicar incorrecta), y 4 (multiplica el multiplicando con el resultado); los errores que se mantuvieron en fase de seguimiento fueron el 3 y el 6 (suma mal el resultado de la multiplicación). En la multiplicación llevando los errores 3, 6 y 10 (no toma en cuenta las que lleva), fueron los de mayor frecuencia y que se mantuvieron en las tres fases del estudio. En las operaciones de multiplicación que requieren llevar, se emitió una cantidad de errores menor en comparación a las que no requieren llevar, pero fueron menos susceptibles de decrementar por problemas de tipo atentivo. En cuanto a la operación de división, la tendencia en la frecuencia de errores fue decreciente en ambas clases de respuesta (sin residuo y con residuo). Los errores de mayor frecuencia en la división sin residuo fueron el tipo 1 (baja el dividendo como residuo), 2 (divide cada número del dividendo por separado, con cada uno de los números del divisor), 3 (utiliza la tabla de multiplicar incorrecta) y 9 (no baja los números al residuo para continuar con la operación, divide directamente), y en la división con residuo los errores de mayor frecuencia fueron el 3 y el 5 (obtienen un residuo incorrecto). Se observó decremento en todos los tipos de error durante la fase de instrucción, sin embargo, en fase de seguimiento reaparecieron algunos errores pero en menor frecuencia; en división sin residuo fueron los tipos 2, 3, 5 y 9, y en la división con residuo fueron 2, 3 y 5.

Para analizar los resultados de las operaciones aritméticas, Martínez (1986) diferenció entre errores de procedimiento y errores propios de la operación; los errores de procedimiento se debían a no seguir los pasos correctos en la solución de la operación; y los errores propios de la operación eran exclusivos, por ejemplo: el fallar "pedir prestado" es un error de la resta que no puede presentarse en la división o en la multiplicación. Concluyó que muchos errores posiblemente tienen su origen en deficiencias formadas desde la

enseñanza inicial de la aritmética, las cuales se van acumulando proporcionalmente al proceso de aprendizaje de nuevas operaciones aritméticas. Propone -- que se corrijan oportunamente los errores, para que no se mantengan y fortalezcan, resalta que se considere lo importante de la consistencia en la instrucción de los sujetos, el empleo sistemático de la retroalimentación mediata, -- así como la secuencia de operaciones y el empleo de criterios de dominio.

Cabe resaltar que los autores que han trabajado con las operaciones aritméticas (los citados en este estudio) han diferenciado las operaciones que requieren llevar dígitos, de una columna a otra, de las que no lo requieren, pero ninguno ha profundizado en la relación funcional existente entre ambas respuestas como García Y Rayek (1978), quienes observaron en sus estudios que en la respuesta que requiere llevar, está incluida la respuesta que no requiere llevar.

Todos los estudios anteriores muestran la importancia que tiene la conducta aritmética, su estudio y aplicaciones en la Psicología para beneficio de la educación, que a través de una buena planeación de la enseñanza, se puede lograr que los estudiantes adquieran, generalicen y mantengan las operaciones aritméticas básicas, que muchas veces por los inadecuados procedimientos de la enseñanza, se convierten en aversivas o se complica su aprendizaje y/o estudio porque se cree que son más complejas y difíciles de lo que en realidad son.

Considerando que los estudios realizados sobre conducta aritmética, se han enfocado más al análisis de los procesos conductuales de adquisición y generalización de respuestas, así como al manejo de programas de remedio encadenados a incrementar la probabilidad de ocurrencia de la respuesta aritmética correcta, es conveniente realizar investigaciones que se ocupen del análisis de los tipos de errores, que emiten los sujetos en las operaciones, para evitar que sigan acumulándose y que no se dificulte su aprendizaje.

El presente trabajo es una extensión del estudio de Martínez (1986), ---- quien se avocó al análisis de problemas aritméticos, y a la adquisición del mejor procedimiento de resolución de las operaciones. A diferencia del anterior este estudio tuvo como finalidad la corrección de errores con base a la estrategia que ya utilizaba el sujeto, así como identificar el origen de las fallas en dicho procedimiento de resolución. Con la información obtenida se intenta dar a conocer los errores que emiten los alumnos, para que los encargados de la educación sean capaces de identificar los pasos en el procedimiento de solución de una operación, que causan dificultad y que en un futuro próximo puedan prevenir más que remediar estos errores, mediante una adecuada planeación de la instrucción que imparten.

Para tal fin, el propósito de esta investigación es analizar la conducta aritmética, específicamente las fallas en el procedimiento de resolución, con base en el entrenamiento correctivo a errores que emiten los sujetos, en las cuatro operaciones básicas, en las dos clases funcionales de respuesta (sin -- llevar y llevando dígitos de una columna a otra), esto para conocer qué tipo -- de errores se presentan en los seis grados escolares de primaria, y cuál error se mantiene e identificar el origen de la emisión de tales errores.

* M E T O D O *

Sujetos

Participaron 19 sujetos de los seis grados escolares: de primer año, 3 niños y 1 niña de 7 años de edad; de segundo año, 2 niños y 1 niña de 8 años; de tercero, 3 niños y 1 niña de 9 años; de cuarto, 2 niños y 3 niñas de 10 años; de quinto, 1 niña de 11 años; y de sexto, 1 niño y 1 niña de 11 años 6 meses de edad. Procedentes de una escuela primaria particular. Estos niños habían sido reportados por presentar fallas en el procedimiento de resolución de las operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división.

Escenario

Se trabajó en un salón dentro de la escuela de los sujetos, este medía -- 4 X 4.5 mts., con buena iluminación y ventilación, aislado de ruidos, con un escritorio, una silla y seis mesabancos.

Materiales

Prueba de Evaluación Diagnóstica Key Math * (Connolly y Cols., 1976). Láminas y gomas, tablas de multiplicar impresas en hojas tamaño carta. Hojas tamaño carta con operaciones de suma, resta y multiplicación, que requerían o no llevar decenas, centenas, etc., de una columna a otra en formato vertical, y operaciones de división, con y sin residuo, en formato de "casilla" ($\overline{\quad}$) la presentación fue la siguiente:

Operaciones de suma que no requerían llevar, con 1, 2, 3 y 4 columnas y 2 fi-

las de dígitos:

| | | | |
|------------|-------------|--------------|---------------|
| 6 | 65 | 854 | 8436 |
| <u>+ 1</u> | <u>+ 33</u> | <u>+ 143</u> | <u>+ 1342</u> |

* Esta prueba fue traducida al español y adaptada para fines de investigación, por Vicente García Hernández.

Operaciones de Suma que requerían llevar, con 2, 3 y 4 columnas y 2 filas

| | | | |
|-------------|-------------|--------------|---------------|
| de dígitos: | 64 | 354 | 6583 |
| | <u>+ 46</u> | <u>+ 866</u> | <u>+ 5438</u> |

Operaciones de Resta que no requerían llevar, con 1, 2, 3 y 4 columnas y

| | | | | |
|---------------------|------------|-------------|--------------|---------------|
| 2 filas de dígitos: | 5 | 65 | 646 | 5879 |
| | <u>- 4</u> | <u>- 52</u> | <u>- 525</u> | <u>- 4523</u> |

Operaciones de Resta que sí requieren llevar con 2, 3 y 4 columnas y 2 fi

| | | | |
|-----------------|-------------|--------------|---------------|
| las de dígitos: | 47 | 746 | 5384 |
| | <u>- 29</u> | <u>- 358</u> | <u>- 4576</u> |

Operaciones de Multiplicación que no requieren llevar, con 1, 2, 3 y 4 dígitos en el multiplicando, por 1 y 2 dígitos en el multiplicador:

| | | | |
|------------|------------|-------------|-------------|
| 6 | 44 | 321 | 3212 |
| <u>X 2</u> | <u>X 2</u> | <u>X 23</u> | <u>X 12</u> |

Operaciones de Multiplicación que sí requerían llevar, con 2, 3 y 4 dígitos en el multiplicando por 1, 2 y 3 dígitos en el multiplicador:

| | | | |
|------------|-------------|--------------|--------------|
| 56 | 35 | 365 | 8724 |
| <u>X 5</u> | <u>X 76</u> | <u>X 247</u> | <u>X 317</u> |

Operaciones de División sin residuo, con 1, 2, 3, y 4 dígitos en el dividendo, y 1 y 2 dígitos en el divisor: $3/\overline{6}$ $2/\overline{10}$ $35/\overline{805}$ $26/\overline{5460}$

Operaciones de División con residuo, con 1, 2, 3 y 4 dígitos en el dividendo, y 1 y 2 dígitos en el divisor: $5/\overline{8}$ $3/\overline{49}$ $55/\overline{266}$ $26/\overline{5420}$

Definición de Conductas y Variables

SUMA.- Adición de cantidades numéricas; los números de la parte superior e inferior se llaman sumandos y el resultado suma o total.

RESTA.- Sustracción de cantidades numéricas; la cantidad de arriba se llama minuendo y la cantidad de abajo sustraendo, el resultado se llama resta.

MULTIPLICACION.- Adición del multiplicando por sí mismo, tantas veces como lo especifique el multiplicador para hallar el resultado; la cantidad de arriba se llama multiplicando y la cantidad de abajo se llama multiplicador, - el resultado se llama producto.

Se considerará en estas tres operaciones aritméticas dos clases de respuesta: sin llevar y llevar decenas, centenas, etc., de una columna a otra. Las operaciones que no requieren llevar son aquellas donde las columnas de dígitos son independientes, y en las operaciones que requieren llevar las columnas son interdependientes, ya que el resultado de una columna afecta a la que sigue -- por la respuesta de mediación ("llevar" decenas, centenas, etc., de una columna a otra).

DIVISION.- Cálculo del número de veces que el divisor cabe en el dividendo; la cantidad externa en la casilla se llama divisor, la cantidad en el interior de la casilla se llama dividendo y el resultado se llama cociente. Se -- considerarán dos clases de respuestas: sin residuo, cuando al término de la división el residuo es igual a cero; y con residuo, cuando al término de la división el residuo tiene un valor numérico mayor a cero.

Respuesta Aritmética Correcta.- Cuando el resultado de la operación es -- igual a la clave que tenía el experimentador (la clave eran los resultados co-- rrectos de las operaciones).

Respuesta Aritmética Incorrecta.- Cuando el resultado de la operación -- era desigual a la clave que tenía el experimentador.

Error Conceptual.- Se determina que es un error conceptual cuando no se han adquirido los principios para poder responder ante una operación aritmética específica y: 1) Responde colocando números que no tienen relación con la operación; 2) Escribe ceros al azar; 3) No toma en cuenta el signo de la operación y 4) Realiza otra operación. Ver apéndice G.

Error de Procedimiento.- Se determina que es un error de procedimiento como resultado de la utilización de algoritmos inadecuados para resolver una determinada operación. Ver apéndice G.

Variable Independiente.- Fue la introducción de un programa de entrenamiento correctivo, sobre la resolución de una operación aritmética específica, que incluía el dar retroalimentación correctiva (conocimiento inmediato de los resultados).

Variable Dependiente.- Las respuestas de los sujetos se analizaron con base al porcentaje promedio de respuesta correctas, obtenidas en el Key Math en pre y postest por área y por subtest. Porcentaje de respuestas aritméticas incorrectas; las omisiones no se consideraron para fines de análisis. Ejecución de los sujetos en términos de porcentaje de cada tipo de error en las cuatro operaciones aritméticas. (ver apéndices C, D, E y F) durante las tres fases del estudio.

Respecto a las evaluaciones del Key Math, se plantearon hipótesis para ver los efectos del entrenamiento en términos de significancia estadística (ver apéndice A.1).

Confiabilidad

La obtención de la confiabilidad de las operaciones y la identificación de los tipos de errores, fue diaria y a lo largo de todo el estudio, mediante-

la fórmula siguiente:

$$C = \frac{\text{Acuerdos}}{\text{Acuerdos} + \text{Desacuerdos}} \times 100$$

Diseño

Todos los sujetos fueron expuestos a una evaluación global inicial del repertorio aritmético, con base en el instrumento denominado Key Math, posteriormente fueron expuestos a las siguientes fases:

Fase 1.- Línea Base de las operaciones de suma, resta y multiplicación - que requerían o no llevar decenas, centenas, etc., de una columna a otra y divisiones con y sin residuo.

Fase 2.- Entrenamiento en el procedimiento correcto en la resolución de operaciones aritméticas, con base en las operaciones en que tuvo dificultades el sujeto.

Fase 3.- Seguimiento de las operaciones aritméticas a las que se les dió entrenamiento correctivo.

Finalmente, se hizo un retest con el instrumento Key Math.

* P R O C E D I M I E N T O *

Los 19 sujetos que participaron en el estudio, fueron reportados por sus maestros como niños con dificultades en la resolución de las operaciones aritméticas. Con la lista de estos sujetos los experimentadores se entrevistaron con los maestros de cada grado, para llenar la ficha de identificación y obtener mayor información sobre el sujeto. Se dió inicio al estudio.

En el transcurso del estudio al finalizar cada sesión, se obtenía la confiabilidad de las operaciones y la identificación de los tipos de errores, -- (ver apéndices C, D, E, y F), con la clave de respuestas y basándose en la fórmula antes descrita.

Los experimentadores realizaron una evaluación global inicial con el Key Math, esto se hizo para conocer el repertorio de entrada del sujeto, acerca de los conocimientos y habilidades matemáticas que manejaba, esto se realizó en forma individual una vez que el experimentador había establecido rapport con el sujeto. La mayoría de los reactivos de la prueba se presentaron oralmente al sujeto, conforme se le mostraban las láminas de la misma; el Key Math contnía una hoja con operaciones aritméticas que el sujeto contestó a lápiz. Las respuestas del sujeto las iba anotando el evaluador en la hoja de respuestas, con tres respuestas erróneas consecutivas se suspendía la aplicación de ese subtest, y se pasaba al siguiente hasta completar las 14 subpruebas. Al finalizar se daban las gracias al sujeto y se le llevaba a su salón.

Calificada la prueba, con el puntaje total crudo que se obtenía se buscó en las tablas del manual el grado equivalente, que le correspondía a cada sujeto, y con este se conocía la ubicación (si era superior o inferior) del sujeto con respecto a su grado escolar, tal como lo indica el procedimiento del propio Key Math.

Al terminar la evaluación de todos los sujetos, se pasó a la fase 1, donde se realizó la línea base de las cuatro operaciones aritméticas, esto se hizo grupalmente durante tres sesiones. Estando cada sujeto en un mesabanco se les dieron las siguientes instrucciones: "les vamos a dar unas hojas con operaciones (5 ejercicios de cada tipo de operación), resuelvan las que sepan, y -- las que no déjenlas en blanco. Traten de resolver todas las que puedan". El experimentador permanecía cerca de los sujetos, cuando alguno pedía ayuda los experimentadores sólo le repetían las instrucciones anteriores. Conforme iban terminando se les daban las gracias y eran conducidos a su respectivo salón.

Se calificaban las operaciones basándose en la clave de respuestas correctas, al revisar cada operación se iba anotando el tipo de error que omitía el sujeto y simultáneamente se realizó la clasificación de los errores: en errores de concepto cuando el resultado de la operación era incorrecto por colocar ceros, números que no tenían relación con la operación o realizaban otro tipo de operación; y en errores de procedimiento, cuando al resolver la operación omitía un paso como por ejemplo: "pedir prestado", o realizar incorrectamente un paso del mismo procedimiento, como el utilizar la tabla de multiplicar incorrecta.

Con los datos obtenidos en esta fase se hizo una tabla que contienen las operaciones en las que el sujeto cometió errores, y en las cuales se les dió entrenamiento correctivo (ver tabla 1).

En la fase 2 se realizó el entrenamiento y los experimentadores se hicieron cargo de un número determinado de sujetos, y trabajaron con ellos individualmente; según el grado escolar del sujeto se iniciaba con una operación específica, por ejemplo: con un sujeto de 1º. se iniciaba con la suma que no requería llevar, y con un sujeto de 4º. con la resta o la multiplicación llevan-

do, dependiendo dónde tuviera dificultades. El experimentador se sentaba en un mesabanco junto al sujeto y le proporcionaba una hoja con una operación específica, diciéndole: "Quiero que resuelvas esta suma en voz alta, para que yo sepa cómo lo haces", (ver apéndice B2). El experimentador permanecía atento a la ejecución del sujeto y a cualquier conducta que presentara (como el conteo con ayuda de sus dedos). Esto con el fin de conocer la estrategia que utilizaba, y evitar confundirlo al darle otro tipo de procedimiento de resolución, como en la resta; saber a qué dígito de la columna de la izquierda le "pedía --- prestado", ó si la resolvía por conteo progresivo o conteo regresivo. Una vez que el sujeto terminaba de resolver la operación y habiendo identificado el experimentador qué fallas emitió en el procedimiento, se le decía al sujeto: "Mira, te equivocaste aquí (señalándole) sumaste uno de más, vamos a resolverla de nuevo juntos", si la operación era una suma (
$$\begin{array}{r} 86 \\ + 47 \\ \hline \end{array}$$
) y el error era por conteo incorrecto, se le decía: "¿cuánto es 6 más 7?, a ver, cuenta despacio tus dedos, fíjate en contar sólo los dedos necesarios", si el sujeto al contar contaba de más ó de menos, y respondía, "son 14", se le decía "te equivocaste de nuevo, contaste uno de más. Mira tienes 6, ahora muéstrame 7 de tus dedos, entonces si tenemos 6, más 1 son 7, más otro son 8..." se proseguía así hasta terminar con los 7 dedos, y que el sujeto llegara a la respuesta correcta, en este caso 13. Se le decía: "Escribe el resultado", si el sujeto colocaba el dígito correcto, se le decía "esta bien, llevamos 1, escríbelo arriba del 8, ahora cuántos son 8 más 4, recuerda contar bien tus dedos para que no cuentes de más o de menos. Tienes 3 ahora muéstrame 4 dedos, entonces si tenemos 3 más 1, son 9 más otro son 10..." así hasta terminar y llegar al resultado, se le decía, "son 12 más uno que llevamos son...13. Ahora resuelve estas otras operaciones (en promedio 5 ejercicios de cada tipo de operación), recuerda contar con cuidado y fíjate en las que llevas, para que todas las tengas correctas." El experimentador permanecía cerca para recalcar la instrucción si presentaba de nuevo el error, y si el sujeto tenía la respuesta correcta le decía "lo hiciste bien, no te equivocaste al contar". El reforzamiento que se les -

dió a los sujetos, fue de tipo social.

En las demás operaciones se procedió en forma similar para cada sujeto, - pero adecuado el entrenamiento correctivo y la retroalimentación inmediata al tipo de error que emitía el sujeto. Aún cuando el sujeto corregía una determinada operación, el experimentador anotaba los errores en la hoja del sujeto al terminar la sesión, con el fin de analizar la presencia y consistencia de cada tipo de error, además se clasificaba cada tipo de error, como en la fase de línea base en errores de concepto y errores de procedimiento.

En las operaciones de multiplicación y división, a los sujetos que requirieron entrenamiento, se les proporcionaron las tablas de multiplicar, como -- apoyo para la resolución de las mismas.

Se tomó como criterio de cambio de fase, que cuando el sujeto lograra en tres sesiones consecutivas el 100% de respuesta aritmética correcta, en un tipo de operación, se daba por concluido el entrenamiento, y en la sesión si--- siguiente se comenzaba con la siguiente fase, (seguimiento), para esa operación-- mientras que la(s) otra(s) operación(es), continuaba su entrenamiento respectivo. El número de sesiones en la fase de entrenamiento, fue variable para cada sujeto, por cuestiones de tiempo.

La fase 3, consistió en el seguimiento, donde se le proporcionó al sujeto una hoja que tenía de dos a cinco operaciones de cada tipo, (en las que ya había recibido entrenamiento correctivo), para que las resolviera él solo, los -- experimentadores continuaron trabajando individualmente con sus respectivos sujetos. Se les volvió a proporcionar la hoja con las tablas de multiplicar, a los sujetos que lo requerían, como en la fase anterior. El experimentador permaneció cerca del sujeto, y al terminar de resolver las operaciones, le dió -- las gracias y lo condujo a su salón, se dió de una a tres sesiones. Posterior

mente se calificaron las operaciones de acuerdo a la clave de los resultados - correctos, y se realizó la clasificación de los errores, como en las 2 fases - anteriores. (en los apéndices B.1 - B.8, se presentan las instrucciones específicas para cada operación).

Finalmente, se realizó una evaluación global final del repertorio aritmético de los sujetos, con la prueba Key Math.

A lo largo de todo el estudio se trabajó diariamente por la mañana, en sesiones de entre 30 y 40 minutos, con cada sujeto, excepto en la fase de línea-base que fue grupal; también, varió debido al tiempo que permitía el maestro, y al ritmo en que trabajaba cada sujeto.

Con los datos obtenidos, se procedió a obtener la confiabilidad de todas las operaciones administradas, y la identificación del tipo de error emitido.

* R E S U L T A D O S *

La confiabilidad de las operaciones y de los tipos de errores, a lo largo del estudio, fue de entre 98 y 100% para ambos.

Los resultados que se presentan a continuación, describen las ejecuciones de los sujetos por cada grado escolar, en las tres áreas que componen la prueba Key Math: Contenido, Operaciones y Aplicaciones, en la pre y post evaluación; que en promedio tuvieron una diferencia temporal de tres meses, entre una y otra. De acuerdo al Key Math, los sujetos se ubicaron en su grado escolar, o por encima de este, pero no por esto sus ejecuciones eran correctas al 100%. En las figuras 1 a 6, se presentaron en la abscisa las tres áreas del Key Math, y en la ordenada el porcentaje promedio de respuestas correctas, obtenido en las dos evaluaciones.

Los sujetos de primer grado (N=4) obtuvieron en la prueba del Key Math, - en el área de contenido, ver figura 1, un porcentaje promedio de respuestas correctas, de 45 en el pre test y 54 en el postest, habiendo una diferencia de 9 puntos. En el área de operaciones en la primera aplicación tuvieron un promedio de 32 por ciento, y en la segunda aplicación 45 por ciento, con una diferencia de 13 puntos. En el área de aplicaciones obtuvieron 20 y 32 por ciento de promedio, en el pre y en el postest respectivamente, siendo de 12 puntos la diferencia entre ambos promedios.

Se observa en la figura 2, que el grupo de segundo grado (N=3) alcanzó, - en el área de contenido en la primera aplicación de la prueba, 62% en promedio de respuestas correctas y 73% en promedio en la segunda aplicación, la diferencia entre ambos promedios fue de 11 puntos. En el área de operaciones, los porcentajes promedios obtenidos en pre y postest, fueron 45 y 61 respectivamente, siendo la diferencia entre ambas aplicaciones de 16 puntos. En el área de

aplicaciones obtuvieron 52 y 50% promedio, con una diferencia de 2 puntos negativos.

En cuanto al grupo de tercer grado (N=4) los porcentajes promedios obtenidos en el área de contenido, ver figura 3, fueron 65 y 75 en la primera y segunda aplicación, siendo la diferencia de 10 puntos. 53 y 70 fueron los porcentajes promedios obtenidos en el área de operaciones, con una diferencia de 17-puntos. 62 y 66 por ciento de promedio se obtuvo en el área de aplicaciones, - habiendo una diferencia de 4 puntos.

Los sujetos de cuarto grado (N=5), obtuvieron en el pre y en el postest - respectivamente 76 y 85 por ciento en promedio en el área de contenido, ver figura 4, habiendo una diferencia de 9 puntos. En el área de operaciones sus porcentajes promedio fueron de 70 y 83, con una diferencia de 13 puntos. En el - área de aplicaciones, los porcentajes promedio fueron de 73 y 84, habiendo una diferencia de 11 puntos.

El grupo de quinto grado (N=1), obtuvo un porcentaje promedio de respuestas correctas de 78 y 91, en el área de contenido en el pre y postest respectivamente, ver figura 5, siendo de 13 puntos la diferencia entre ambas aplicaciones, 78 y 83% en promedio fue lo obtenido en el área de operaciones, siendo la diferencia de 5 puntos. En el área de aplicaciones obtuvo porcentajes promedio de 88 y 97, encontrándose una diferencia de 9 puntos.

El grupo de sexto año (N=2), en la primera y segunda aplicación obtuvo en promedio porcentajes de 85 y 91, con una diferencia entre ambos de 6 puntos. - En el área de operaciones, obtuvo porcentajes promedio de 73 y 80, con una diferencia de 7 puntos entre las dos. En el área de aplicaciones sus porcentajes promedio fueron de 91 y 88, hallándose 3 puntos negativos de diferencia. - Esto puede observarse en la figura 6.

En general, se observaron incrementos en las tres áreas en todos los grados, en la segunda aplicación del Key Math. Al revisar en detalle la ejecución de los sujetos, se observó, que en los grupos de segundo y sexto año hubo un ligero decremento, en el área de aplicaciones, debido tal vez a la falta de atención de los sujetos a los últimos subtest de la prueba. Específicamente en el área de operaciones, los grupos de primero a cuarto grado, obtuvieron un incremento de 15 puntos, en el porcentaje promedio de sus respuestas correctas y los grupos de quinto y sexto año, obtuvieron 7 puntos de incremento en el porcentaje promedio de sus respuestas correctas, en las tres áreas del Key Math. Esto es consecuencia del entrenamiento, en la corrección de errores en las operaciones aritméticas, así como, por el aprendizaje adquirido en el salón de clases.

Para tener una evaluación precisa de los posibles efectos del entrenamiento en la corrección de errores, sobre las operaciones aritméticas, en la segunda aplicación del Key Math, se realizó un análisis del porcentaje promedio de respuestas correctas, en los subtest de las cuatro operaciones básicas.

Se representa en las figuras 7 - 12, en la abscisa, los cuatro subtest del Key Math correspondientes a las operaciones aritméticas, y en la ordenada, el porcentaje promedio de respuestas correctas en la pre y post evaluación. Se observa en la figura 7, que el grupo de primer grado (N=4), obtuvo en el subtest de adición en la preevaluación, un porcentaje promedio de 27 y en la post evaluación de 65, habiendo una diferencia de 28 puntos. En el subtest de sustracción, los porcentajes promedio de pre y postest fueron de 41 y 52 respectivamente, con una diferencia de 11 puntos. En el subtest de multiplicación, los porcentajes promedio fueron de 11 y 14, siendo la diferencia de 3 puntos. En el subtest de división, los porcentajes promedio de 20 en ambas aplicaciones.

En la figura 8, los sujetos de segundo grado (N=3) obtuvieron en el subtest de adición un porcentaje promedio de 47 en el pretest, y de 71 en el posttest, siendo la diferencia de 24 puntos. En el subtest de sustracción, obtuvieron un porcentaje promedio de 50 y 55 en las dos aplicaciones, la diferencia fue de 5 puntos. En el subtest de multiplicación, los porcentajes promedio fueron de 30 en el pretest y de 60 en el posttest, con una diferencia de 30 puntos. En el subtest de división, obtuvieron porcentajes promedio de 20 y 43 respectivamente, con una diferencia de 23 puntos.

En la figura 9, el grupo de tercer grado (N=4) obtuvo en el subtest de adición, un porcentaje promedio de 65 en el pretest y de 78 en el posttest, la diferencia fue de 13 puntos. 45 y 64 fueron los porcentajes promedio obtenidos en el subtest de sustracción, habiendo una diferencia de 19 puntos. Los porcentajes promedio de la pre y post evaluación del subtest de multiplicación fue de 48 y 73, y la diferencia fue de 25 puntos. En el subtest de división los porcentajes promedio fueron de 25 y 60 en ambas aplicaciones, habiendo 35 puntos de diferencia.

Se observa en la figura 10, que para el grupo de cuarto grado (N=5), los porcentajes promedio en el subtest de adición, fueron de 80 en el pretest y 83 en posttest, con una diferencia de 3 puntos. En el subtest de sustracción, los porcentajes promedio fueron de 50 y 76 respectivamente, habiendo una diferencia de 26 puntos. 64 y 80 fueron los porcentajes promedio obtenidos en el subtest de multiplicación, con una diferencia de 16 puntos. Los porcentajes promedio en el subtest de división, fueron de 60 y 82 respectivamente, con una diferencia de 22 Puntos.

En la figura 11, el grupo de quinto grado (N=1), obtuvo en el subtest de adición, porcentajes promedio respectivamente de 67 y 80, con una diferencia de 13 puntos. 71 y 79 fueron los porcentajes promedio obtenidos en el subtest

de sustracción, habiendo 8 puntos de diferencia. En el subtest de multipli---
ción, los porcentajes promedio de la pre y post evaluación fueron de 73. En el
subtest de división fue de 70 en ambas aplicaciones.

En la figura 12, en el grupo de sexto año (N=2) los porcentajes promedio-
en pre y post evaluación, fueron de 73, no habiendo diferencias en el subtest-
de adición. En el subtest de sustracción, los porcentajes promedio fueron de-
75 y 68 respectivamente, siendo la diferencia de 7 puntos negativos. En el --
subtest de multiplicación, los porcentajes promedio fueron de 77 y 82 en pre y
postest, siendo de 5 puntos la diferencia. Finalmente, en el subtest de divi-
sión, los porcentajes promedio fueron de 60 y 70 respectivamente, siendo la di-
ferencia de 10 puntos.

De lo anterior, resalta que en la mayoría de los subtest de la prueba Key
Math (adición, sustracción, multiplicación y división) hubo incrementos en pro-
medio de 16 puntos, en los seis grados escolares; en las dos evaluaciones rea-
lizadas. Puede verse que en el grupo de primer año, no hubo diferencias en la
pre y post evaluación en el subtest de división, porque no se les dió entrena-
miento y no se les enseñaron en el salón, pues no entran en el programa esco-
lar.

En el grupo de segundo grado, aunque no se les dió entrenamiento a todos-
los sujetos en la operación de división (por falta de tiempo), se observa in-
cremento en la segunda evaluación, ya que ésta operación estaba siendo adquiri-
da en el salón de clases, y esto aunado al entrenamiento dado a uno de los su-
jetos, es lo que afectó el porcentaje promedio del grupo.

Los grupos de tercero y cuarto año, mostraron incrementos en los cuatro -
subtest en la post evaluación del Key Math, por lo que se observa que afectó -
positivamente el entrenamiento correctivo, que se proporcionó a los sujetos so

bre el procedimiento de resolución de las operaciones aritméticas, además de - que sirvió de práctica a los sujetos, ya que estaban manejando estas operacio- nes en el salón de clases. Hubo diferencias principalmente en los subtest de - multiplicación y división.

En los grupos de quinto y sexto año, en los subtest en los que no mostra- ron diferencias notables entre la primera y segunda aplicación de la prueba, - aún habiendo recibido entrenamiento correctivo, fue debido a que las operacio- nes del Key Math, eran sencillas para el nivel escolar en el que se encontra- ban, además de que al calificar las operaciones conforme al manual, aunque el - resultado estuviera aritméticamente correcto, si faltaba el signo de pesos o - el punto decimal, la operación era calificada como incorrecta; este error fue - común en los dos grados, en ambas evaluaciones. Por otra parte, las operacio- nes de fracciones se enseñaron en el salón de clases, pero los experimentadores no proporcionaron entrenamiento correctivo, porque no estaba en el objetivo de la investigación y solamente algunos de los sujetos las resolvieron correcta- mente, en la prueba del Key Math.

Con los resultados anteriores y con objeto de conocer si las diferencias - fueron significativas al nivel de .05, entre los porcentajes de ejecución de - los sujetos en las tres áreas generales, y en los subtest de las cuatro opera- ciones aritméticas, en la pre y post evaluación del Key Math, se utilizó la -- prueba de Rangos Señalados y Pares Igualados de Wilcoxon (Siegel, 1986), tomán - dose la regla de decisión siguiente: "cuando la t calculada es menor o igual a la t de tablas la hipótesis nula se rechaza".

Se encontró que en área de contenido, la N fue de 18 (ya que se eliminó - un dato que no tuvo diferencias en las aplicaciones, porque así lo especifica - ba la prueba), la t calculada fue de 8 y la t de tablas de 40. En el área de - operaciones, con una N de 19, el valor de la t calculada fue de 1, y el de t -

de tablas fue de 46. Con respecto al área de aplicaciones, la t calculada fue de 42 y la t de tablas de 46, con una N de 19.

En cuanto a los subtest de las cuatro operaciones aritméticas, en el subtest de adición, se obtuvo una t calculada de 9 y una t de tablas de 25, la N fue de 15, porque en los porcentajes de 4 de los sujetos, no hubo diferencias y no se utilizaron esos datos. En el subtest de sustracción ($N=18$) se obtuvo una t calculada de 12.5 y una t de tablas de 40. Mientras que en subtest de multiplicación ($N=12$), se obtuvo una t calculada de 0 y una t de tablas de 14. En el subtest de división ($N=15$) el valor de t calculada fue de 10.5 y el de t de tablas fue de 25, (ver apéndices A2.I - A2.VII).

Con estos datos, se rechazó la hipótesis nula (ver apéndice A.1) y se aceptó que sí hay diferencias significativas en los porcentajes de ejecución de los sujetos de primaria, entre la pre y post evaluación del Key Math, debidas al entrenamiento correctivo, que se proporcionó en el procedimiento de resolución de las operaciones aritméticas básicas.

A continuación se presenta un análisis de los resultados obtenidos en las fases 1, 2 y 3, estos describen los tipos de errores que se emitieron en una operación específica, y el porcentaje de cada error emitido por los seis grados escolares. Se representan en la abscisa los tipos de errores y en la ordenada el porcentaje de error, aclarando que la escala se cortó a 25 por ciento, porque se obtuvieron valores menores a este porcentaje, pero los valores están dados al 100 por ciento.

FASES DE LINEA BASE, ENTRENAMIENTO Y SEGUIMIENTO

Adición.

En la operación de suma que no requiere llevar dígitos de una columna a otra, ver figura 13, se presentó el error tipo 4 (apéndice C) que se refiere a "suma mal las columnas, conteo incorrecto", en la fase de línea base con un porcentaje de 6, en fase de entrenamiento con un porcentaje de 1, y en fase de seguimiento con un porcentaje de 3. El error tipo 7 "escribe números que no tienen relación con la operación", fue emitido solamente en la fase de línea base con un porcentaje de 1. El error tipo 8 "omite sumar una columna", fue emitido en línea base con un porcentaje de 2, y en las fases siguientes no se presentó. El error tipo 18 "resta en una columna en vez de sumar", se presentó en las tres fases con un porcentaje de 1.

En la operación de suma que requiere llevar a sumar (décenas, o centenas etc.) dígitos de una columna de números a otra, (ver figura 14), el error tipo 4 "suma mal las columnas, conteo incorrecto", se emitió en fase de línea base con un porcentaje de 15, en entrenamiento de 5 y en seguimiento de 7. El error tipo 7 "escribe números que no tienen relación con la operación", se emitió en línea base con un porcentaje de 3, y en las fases de entrenamiento y seguimiento con un porcentaje de 1. El error tipo 8 "omite sumar una columna", presentó un porcentaje de 4 en línea base, y de 1 en entrenamiento. El error tipo 10 "omite sumar las que lleva", presentó un porcentaje de 9 en línea base de 3 en entrenamiento y de 1 en fase de seguimiento. El error tipo 11 "suma cada columna independientemente", presentó un porcentaje de 5 en línea base, y en las siguientes fases ya no se emitió dicho error. El error tipo 13 "coloca el número anterior con respecto al resultado", únicamente se presentó en fase de entrenamiento, con un porcentaje de 1. El error tipo 18 "resta en una columna en vez de sumar", se presentó en las tres fases, con un porcentaje de 1.

El error tipo 19 "suma mal las que lleva", se presentó en las dos primeras fases, con un porcentaje de 1. y en la fase de seguimiento desapareció. El error tipo 20 "omite el sumar un número y sólo suma las que lleva con un sumando", sólo se presentó en línea base y entrenamiento, con un porcentaje de 1; y el error tipo 21 "omite poner un número del resultado", únicamente se presentó en la fase de línea base, con un porcentaje de 1.

Es notorio el decremento en el porcentaje de los errores a lo largo de las tres fases, en ambas clases de respuesta (sin llevar y llevando); la mayoría de los errores que se emitieron en la operación de suma sin llevar, se eliminaron a partir del entrenamiento correctivo, y sólo algunos sujetos mantuvieron sus errores, porque ésta operación de adición la estaban ejercitando en el salón de clases, y aún no lograban el dominio de esta conducta aritmética (específicamente el grupo de 1º). En la operación de suma llevando, los errores fueron más difíciles de decrementar, pero sí disminuyó su porcentaje, incluso algunos errores desaparecieron desde la fase de entrenamiento, manteniéndose en seguimiento sólo unos cuantos, y con menor porcentaje, que en línea base, como se puede apreciar con el error tipo 4.

A algunos grupos (5º y 6º) no se les dió entrenamiento ni seguimiento, -- porque no se consideró necesario, debido a que sus errores eran ocasionales. -- El error tipo 4 tuvo el porcentaje más elevado en ambas clases de respuesta; -- este es un tipo de error de procedimiento (ver apéndice G), pero es debido a -- la realización de un conteo incorrecto, este error fue resistente al entrenamiento, pues se mantuvo hasta la fase de seguimiento, aunque disminuyó su porcentaje. El error tipo 7 es de tipo conceptual, ya que los sujetos que lo emitieron (principalmente los tres primeros grados), escribían números que no tenían relación con la operación, pero este error se presentó en bajo porcentaje e incluso desapareció desde el entrenamiento. El resto de los errores son de procedimiento, ya que eran debidos a fallas u omisión de algún paso en el --

mismo procedimiento, en su gran mayoría estos errores disminuyeron o se eliminaron desde la fase de entrenamiento.

Sustracción.

En la operación de resta que no requiere llevar dígitos de una columna a otra, ver figura 15, se presentó el error tipo 1 (apéndice D), "resta mal las columnas, conteo incorrecto" en fase de línea base, con un porcentaje de 3, en fase de entrenamiento con un porcentaje de 1, y en fase de seguimiento con un porcentaje de 2. El error tipo 2 "escribe un cero cuando desconoce el resultado", sólo se presentó en la fase de seguimiento, con un porcentaje de 3. El error tipo 3 "coloca números que no tienen relación con la operación", se presentó en fase de línea base, con un porcentaje de 2, y en entrenamiento con un porcentaje de 1. El error tipo 10 "no toma en cuenta una columna", únicamente se presentó en la fase de entrenamiento, con un porcentaje de 1. El error tipo 11 "suma las columnas en vez de restar", se presentó en línea base con un porcentaje de 5, en entrenamiento de 1, y en seguimiento de 2.

En la operación de resta que requiere llevar dígitos de una columna a otra ver figura 16, se presentó el error tipo 1 "resta mal las columnas, conteo incorrecto", en línea base con un porcentaje de 10, en fase de entrenamiento con un porcentaje de 4, y en seguimiento con un porcentaje de 7. El error tipo 2 "escribe un cero cuando desconoce el resultado", presentó un porcentaje de 6 en fase de línea base, y de 1 en fases de entrenamiento y seguimiento. El error tipo 3 "coloca números que no tienen relación con la operación", se presentó con un porcentaje de 5 en fase de línea base, y de 1 en las fases de entrenamiento y seguimiento. El error tipo 4 "resta de arriba hacia abajo", presentó un porcentaje de 23 en línea base, y de 1 en entrenamiento. El error tipo 5 "todas las columnas las adapta a unidades, resta cada columna independientemente", sólo se presentó en las fases de línea base y entrenamiento, con un porcentaje de 1. El error tipo 6 "omite restar las que presta, resta directa-

mente", se presentó con un porcentaje de 18 en línea base, de 7 en entrenamiento, y de 5 en seguimiento. El error tipo 10 "no toma en cuenta una columna" - sólo se presentó en fase de línea base, con un porcentaje de 1. El error tipo 11 "suma las columnas en vez de restar", se presentó en fases de línea base y entrenamiento, con un porcentaje de 1. El error tipo 15 "falla estimar el pedir prestado", se presentó con un porcentaje de 15 en línea base, 3 en entrenamiento y 2 en seguimiento.

Como puede observarse, en la operación de resta sin llevar, se emitieron sólo algunos errores y con muy bajo porcentaje, principalmente por los grupos de 1º, 2º y 3º, y fue decrecentándose desde el inicio del entrenamiento correctivo. De igual manera, en la operación de resta que requiere llevar, fue disminuyendo el número y el porcentaje de los errores, e incluso algunos errores se eliminaron. Los errores 1, 2, 6 y 15, fueron los que se mantuvieron a lo largo de las 3 fases, aunque su porcentaje fue disminuyendo. Sin embargo, el error tipo 4 cuyo porcentaje fue alto en línea base, se logró disminuir en el entrenamiento e incluso se eliminó en el seguimiento. Al grupo de 5º no se le dió entrenamiento ni seguimiento, porque su porcentaje y presencia de errores fue muy bajo.

El error tipo 1 es un error de procedimiento (ver apéndice G), pero es debido al conteo incorrecto que realizaba el sujeto; este error fue difícil de decrementar, aunque se logró disminuir su porcentaje, en los grupos de 1º, 3º y 4º. Los errores de tipo conceptual que se presentaron, fueron el 2, 3 y 11 por los grupos de 1º, 2º y 3º principalmente, ya que los sujetos que lo emitieron no tenían bien establecido el concepto de ésta operación, o no lo habían adquirido. En el entrenamiento disminuyó su porcentaje, y aún más, llegaron a eliminarse los errores 3 y 11 en fase de seguimiento.

Los errores 4, 6 y 15 son de procedimiento porque se presentaba omisión - de algún paso del procedimiento ó éste se realizaba en forma incorrecta. El - error tipo 15 lo presentó en mayor porcentaje el grupo de 1º, porque todavía - no manejaba adecuadamente el procedimiento de sustraer en operaciones que re- - querían "pedir prestado", pero se obtuvo un favorable decremento en las si- - guientes fases. De igual manera, al no saber manejar el "pedir prestado", los - sujetos de 1º presentaron el error tipo 4, resolviendo la operación como una - resta que no requería llevar, esto mismo sucedió en los grupos de 3º y 4º, pe- - ro el entrenamiento correctivo fue favorable y se llegó a eliminar este error.

El error tipo 6, lo presentaron con alto porcentaje, los grupos de 2º, 3º y 4º, ya que al "pedir prestado" omitían restar las que prestaban y restaban - directamente, obteniendo respuestas aritméticas incorrectas. En la fase de en - trenamiento, los grupos de 1º y 3º, incrementaron este error, los de 1º porque - estaban adquiriendo el concepto de sustracción en el salón de clases, y los de 3º porque no lo habían adquirido correctamente, y omitían el paso de restar -- las que prestaban, siendo este un error de procedimiento.

Multiplicación.

En la operación de multiplicación que no requiere llevar dígitos de una - columna a otra, ver figura 17, se presentó el error tipo 3 (apéndice E) "utili - za la tabla de multiplicar incorrecta", únicamente en la fase de línea base, - con un porcentaje de 2; y el error tipo 15 "no sabe las tablas de multiplicar- - del 6 al 9", se presentó en la fase de línea base, con un porcentaje de 1, y - en seguimiento con un porcentaje de 6.

En la operación de multiplicar que requiere llevar dígitos de una columna a otra, ver figura 18, se presentó el error tipo 2 "Multiplica entre sí los nú - meros del multiplicando", únicamente en la fase de línea base, con un porcenta - je de 1. El error tipo 3 "utiliza la tabla de multiplicar incorrecta", se pre

sentó en la línea base, con un porcentaje de 18, en entrenamiento de 6 y en seguimiento de 10. El error tipo 5 "coloca números que no tienen relación con la operación", se presentó en línea base, con un porcentaje de 2, y en entrenamiento de 1. El error tipo 6 "suma mal el resultado de la multiplicación", se emitió en línea base, con un porcentaje de 5, en entrenamiento de 8, y en seguimiento de 5. El error tipo 8 "agrega un número al resultado correcto", sólo se emitió en línea base, con un porcentaje de 1. El error tipo 10 "no toma en cuenta las que lleva", se presentó en línea base, con un porcentaje de 4, - en entrenamiento de 2 y en seguimiento de 5. El error tipo 12 "omite multiplicar uno de los números del multiplicador y/o del multiplicando", se presentó - en línea base, con un porcentaje de 2, y en fases de entrenamiento y seguimiento con un porcentaje de 1. El error tipo 13 "suma un multiplicando con el multiplicador", únicamente se presentó en fase de línea base, con un porcentaje - de 1. El error tipo 15 "no sabe las tablas del 6 al 9", se presentó en Línea base con un porcentaje de 10 y en entrenamiento de 1. El error tipo 16 "hace multiplicaciones independientes", se presentó en fase de Línea base, con un -- porcentaje de 4, y en fase de seguimiento con un porcentaje de 1. El error tipo 17 "coloca en lugar incorrecto el resultado del segundo multiplicador", se presentó únicamente en fase de seguimiento, con un porcentaje de 1.

Como se puede observar en la operación de multiplicación, en ambas clases de respuestas (sin llevar y llevando) decreció el porcentaje de los errores a partir de la fase de entrenamiento, incluso hubo errores que lograron eliminarse en esta fase. Cabe aclarar que los sujetos tuvieron el apoyo de las tablas de multiplicar, en las fases de entrenamiento y seguimiento, pero no por esto se dejaron de presentar otros errores, como es el caso del error tipo 6, - cuya emisión aumentó en la fase de entrenamiento, principalmente en el grupo - de 4°. Este es un error de procedimiento (ver apéndice G), pero es debido al conteo incorrecto, ó a que suma mal el resultado de la multiplicación y su in-

cremento se debió, quizá, a distracción o descuido por parte de los sujetos ó por contar mal las que llevaba. Sin embargo, se hizo hincapié en esta falla, y en seguimiento logró disminuirse el porcentaje de dicho error. El error tipo 15, fue emitido principalmente por los sujetos de 2º, en ambas clases de -- respuesta; se debió a que no se les había enseñado las tablas del 6 al 9, pero en entrenamiento, con ayuda de las tablas de multiplicar, se logró disminuir y eliminar este error. El error 5 es de tipo conceptual se debía a que los sujetos colocaban números que no tenían relación con la operación (quizá porque no sabían la tabla de multiplicar), esto se presentó en los sujetos de 2º, quienes iniciaban el manejo de las tablas de multiplicar del 1 al 5, y los sujetos de 4º lo emitieron porque no manejaban de memoria correctamente las tablas, pero en fase de seguimiento se eliminó este error. El error 16 lo emitió el grupo de 2º, porque estaba adquiriendo en el salón de clases el manejo de la multiplicación sin llevar, y todavía no se les enseñaba la otra clase de respues- ta (llevando), por lo que los sujetos hacían multiplicaciones independientes y no subían el dígito izquierdo del resultado para sumarlo con el otro resultado de la siguiente columna. Este error es de procedimiento, ya que los sujetos - emitían la respuesta de multiplicar, sólo que omitían un paso del procedimien- to; este error logró eliminarse desde el entrenamiento. Los demás errores son de procedimiento, ya que se emitían algunas fallas o se omitía algún paso del procedimiento. El error que tuvo mayor porcentaje fue el error tipo 3, debido a que utilizaban la tabla de multiplicar incorrecta, pero en la fase de entre- namiento, este error disminuyó favorablemente, así como en la siguiente fase.- Los demás tipos de error de procedimiento se presentaron en bajo porcentaje -- desde la fase de línea base.

División.

En la operación de división sin residuo, ver figura 19, se presentó el -- error tipo 3 (apéndice F) "utiliza la tabla de multiplicar incorrecta", en la fase de línea base, con un porcentaje de 10, en entrenamiento de 3 y en seguimiento de 2. El error tipo 4 "sólo coloca el cociente y no obtiene residuo", se presentó únicamente en línea base, con un porcentaje de 3. El error tipo 5 "obtiene un residuo incorrecto, suma de más ó de menos", se presentó en línea base, con un porcentaje de 5, en entrenamiento de 2 y en seguimiento de 5. El error tipo 6 "coloca un número en el cociente y varios en el residuo en forma de una cadena numérica", sólo se presentó en fase de línea base, con un porcentaje de 3. El error tipo 7 "escribe un cero en el cociente cuando desconoce el resultado", únicamente se presentó en línea base, con un porcentaje de 1. El error tipo 9 "divide directamente, un número lo multiplica con el divisor y el resultado lo resta al dividendo, para obtener el residuo", se presentó en línea base con un porcentaje de 5, en entrenamiento 1 y en seguimiento 3. El error tipo 10 "no toma las cifras correctas para iniciar la división del dividendo con respecto al divisor", sólo se presentó en Línea base, con un porcentaje de 3. El error tipo 11 "coloca el cociente en un lugar incorrecto", se presentó en línea base y en entrenamiento, con un porcentaje de 2. El error tipo 12 "coloca números que no tienen relación con la operación", sólo se presentó en línea base, con un porcentaje de 5. El error tipo 15 "hace multiplicaciones", se presentó únicamente en línea base, con un porcentaje de 3; y el error 17 "no termina la división, porque omite colocar los demás cocientes", sólo se presentó en línea base, con un porcentaje de 2.

En la operación de división con residuo, ver figura 20, se presentó el -- error tipo 3, "utiliza la tabla de multiplicar incorrecta" en la fase de línea base, con un porcentaje de 9, en entrenamiento de 5 y en seguimiento con un porcentaje de 2. El error tipo 4 "sólo coloca el cociente y no obtiene resi--

duo", sólo se presentó en la fase de línea base, con un porcentaje de 1. El error tipo 5 "obtiene un residuo incorrecto", se presentó en línea base y seguimiento, con un porcentaje de 13, y en la fase de entrenamiento, con un porcentaje de 10. El error tipo 6 "coloca un número en el cociente y varios en el residuo en forma de una cadena numérica", sólo se presentó en la fase de línea base, con un porcentaje de 4. El error tipo 7 "escribe un cero cuando des conoce el resultado", se presentó en línea base, con un porcentaje de 3, y en entrenamiento con un porcentaje de 1. El error tipo 9 "divide directamente, un número lo multiplica con el divisor y el resultado lo resta al dividendo para obtener el residuo", se presentó en línea base, con un porcentaje de 3, y en entrenamiento con un porcentaje de 1. El error tipo 10 "no toma las cifras correctas para iniciar la división del dividendo con respecto al divisor", se presentó en línea base, con un porcentaje de 3, y en seguimiento de 1. El error tipo 11 "coloca el cociente en un lugar incorrecto", se emitió en línea base, con un porcentaje de 1, y en entrenamiento con un porcentaje de 2. El error tipo 12 "coloca números que no tienen relación con la operación", se emitió en línea base, con un porcentaje de 3, y en seguimiento con un porcentaje de 1. El error tipo 15 "hace multiplicaciones", se emitió en línea base, con un porcentaje de 2, y en entrenamiento con un porcentaje de 1. Por último, el error 18 "no baja los números al residuo para continuar con la operación", sólo se presentó en la fase de línea base, con un porcentaje de 1.

Como se puede apreciar en la operación de división, en ambas clases de respuesta (sin residuo y con residuo) disminuyó el porcentaje de los errores a lo largo de las tres fases, e incluso se eliminaron varios errores, desde la fase de entrenamiento. También, se dió el caso de errores que resistieron al entrenamiento, y se mantuvieron en las tres fases, como el error tipo 3 (error de procedimiento), donde los sujetos por distracción no calculaban bien y utilizaban la tabla de multiplicación incorrecta, aún teniendo el apoyo de las tablas

de multiplicar, esto bien pudo ser consecuencia de que el sujeto perdía interés en la tarea. El error tipo 5 (que también es un error de procedimiento), es debido al conteo incorrecto; los sujetos obtenían un residuo incorrecto y aunque se hizo hincapié en esta falla los sujetos por distracción emitían este error. Sin embargo, se observa un ligero decremento del porcentaje en la fase de seguimiento. Los errores 6, 7, 12 y 15 son de tipo conceptual, ya que los sujetos colocaban números que no tenían relación con la operación, escribían cero en el cociente cuando desconocían el resultado, ó realizaban otro tipo de operación (ver apéndice G).

Es notorio que estos errores se decrementaron, e incluso se eliminaron en la fase de entrenamiento, además, de que los emitió en mayor porcentaje el grupo de 3º, porque la operación estaba siendo adquirida en el salón de clases, y el manejo de las dos clases de respuesta en la fase de entrenamiento, sirvió de práctica y apoyo a los sujetos. El resto de los errores son de procedimiento, porque de acuerdo a la categoría presentada, los sujetos omitían pasos o realizaban algún paso del procedimiento incorrectamente, como el error tipo 3, en donde al utilizar la tabla de multiplicar incorrecta, el resto de la operación resultaba errónea, ó el error tipo 4, donde los sujetos no obtenían residuo aunque el cociente estuviera correcto, o no tomaban las cifras correctas para iniciar la operación, o colocaban el cociente en lugar incorrecto. Con alguna de estas fallas que presentaran en el procedimiento, ya fuera al inicio o al final de la operación, la respuesta estaría incorrecta, porque en la operación de división se requiere de: seguir los pasos en orden y tener adecuadamente establecidas las conductas de adición, sustracción y multiplicación, en ambas clases de respuesta (sin llevar y llevando), para resolver la operación correctamente. El error tipo 15 lo emitió sólo el grupo de 3º, ya que todavía no conocía esta operación cuando se realizó la fase de línea base de éste estudio, pero aún así, los sujetos trataron de resolver las divisiones, con el procedi-

miento de las multiplicaciones. Una vez que se les enseñó el procedimiento -- adecuado en el salón de clases, y con ayuda del entrenamiento correctivo, este error desapareció en la fase de seguimiento.

Con el objeto de tener una visión general del tipo de operación, en la -- que los sujetos tuvieron mayor dificultad para resolver, se obtuvo el porcenta je de respuesta aritmética incorrecta, en cada tipo de operación, con base al número de ejercicios presentados en cada fase. Se representa en las figuras - 21 - 28, en la abcisa, las fases: Línea Base, Entrenamiento y seguimiento; y - en la ordenada el porcentaje de respuesta aritmética incorrecta.

En la operación de suma que no requiere llevar dígitos de una columna a- otra, (ver figura 21), durante la fase de línea base, obtuvo un porcentaje de- respuestas incorrectas de 8; en la fase de entrenamiento el porcentaje fue de- 2, y en seguimiento de 5.

En la operación de suma llevando (ver figura 22), el porcentaje de res- puesta aritmética incorrecta en línea base, fue de 31, de 9 en la fase de en- trenamiento y de 10 en seguimiento.

En la operación de resta sin llevar (ver figura 23) el porcentaje de la- respuesta aritmética incorrecta fue de 13 en línea base, de 2 en entrena- miento y de 7 en seguimiento. En la operación de resta llevando (ver figura- 24), el porcentaje de respuesta aritmética incorrecta, fue de 53 en línea base de 16 en fase de entrenamiento y de 19 en seguimiento.

En la operación de multiplicación sin llevar (ver figura 25), el porcen- taje de la respuesta aritmética incorrecta, fue en línea base de 3, en entrena- miento de 0 y en seguimiento tuvo un porcentaje de 6.

En la operación de multiplicación llevando (ver figura 26), el porcentaje de la respuesta aritmética incorrecta, fue de 41 en línea base, de 13 en entrenamiento y de 20 en la fase de seguimiento.

En la operación de división sin residuo (ver figura 27), el porcentaje de la respuesta aritmética incorrecta, fue de 38 en la fase de línea base, de 8 en la fase de entrenamiento y de 9 en la fase de seguimiento.

Finalmente, en la división con residuo (ver figura 28), el porcentaje de la respuesta aritmética incorrecta, en línea de base fue de 36, en la fase de entrenamiento fue de 20 y en la fase de seguimiento fue de 17.

Es evidente que las operaciones que presentan mayor porcentaje de respuesta aritmética incorrecta, son aquellas que requieren de la respuesta de "llevar", y en esta investigación, también la división sin residuo. La operación que presentó mayor dificultad en su solución, fue la resta que requiere llevar porque los sujetos invertían el procedimiento, resolviéndolas como restas sin llevar. En segundo término de dificultad se encontró la división con residuo; aquí cabe señalar que para poder resolver correctamente dicha operación, es necesario tener los prerrequisitos de una correcta conducta de contar, manejar la suma, la resta y la multiplicación en forma adecuada, y como puede observarse en las figuras 21 - 27, dichos prerrequisitos estaban establecidos inadecuadamente en los sujetos y al aplicarlos en la solución de la operación presentaban fallas en el procedimiento, obteniendo respuestas aritméticas incorrectas. La tercera operación que presentó dificultad en su solución, fue la multiplicación llevando, esta operación necesita para su correcta solución de la conducta de contar, así como el manejo adecuado del procedimiento, que incluye la interdependencia de las columnas, esto mismo es necesario para resolver la operación de suma que requiere llevar, la diferencia entre estas dos es

que la multiplicación es una suma abreviada, pero ambas requieren de los mismos prerrequisitos y se vieron afectadas por la conducta de contar, que estaba mal establecida, como se puede ver en las figuras 14 y 18.

De las operaciones cuya clase de respuesta no requiere "llevar", la división fue la que presentó mayor dificultad a los sujetos; como se mencionó anteriormente, para una correcta solución de esta operación (ya sea que requiera o no de llevar dígitos de una columna a otra) se necesita del manejo adecuado de las conductas de contar, de adición, de la sustracción y de la multiplicación, pero como se observa en las figuras 21 - 26 todas estas conductas presentaban fallas; por lo que se puede afirmar que desde el inicio de la enseñanza y adquisición de los procedimientos de solución de las operaciones aritméticas en la escuela, no se dió adecuada corrección de estas fallas que presentaba el sujeto en la solución de una operación, por lo cual, se fueron acumulando y fortaleciendo las mismas conforme se enseñaban las operaciones. La segunda operación de las que no requieren de la respuesta de llevar, que presentó dificultad fue la suma, siguiéndole la resta y por último, la multiplicación.

En general, se observa que fue eficaz el entrenamiento correctivo en todas las operaciones. En las operaciones que no requieren "llevar", se emplearon menos sesiones para su corrección, dado que se presentó el efecto de generalización de la solución de las operaciones llevando, a las operaciones sin llevar. Se empleó mayor número de sesiones para corregir las fallas en las operaciones que requieren "llevar", y aún con esto, el porcentaje de respuesta aritmética disminuyó en las fases de entrenamiento y seguimiento, en comparación con la fase de línea base, que apesar de haber constado únicamente de tres sesiones, el porcentaje de respuesta aritmética incorrecta, fue mayor en todas las operaciones.

Es evidente que la operación que presentó mayor dificultad para su solución, por parte de los sujetos, es la resta que requiere "llevar", ya que tuvo el mayor porcentaje de respuesta aritmética incorrecta; partiendo de esto, se realizó un análisis de los tipos de errores que se presentaron en los seis grados escolares, en las 3 fases del estudio en esta operación de resta "llevando". En la figura 29, se presenta en la abscisa los tipos de errores de la sustracción y en la ordenada el porcentaje del tipo de error.

Así, se observa en la figura 29 que el error tipo 1 (ver apéndice D) tuvo un porcentaje de 6, el error tipo 2 tuvo un porcentaje de 2, el error tipo 3 - tuvo un porcentaje de 2, el error tipo 4 tuvo un porcentaje de 5, el error tipo 5 tuvo un porcentaje de 1, el error tipo 6 tuvo un porcentaje de 9, el error tipo 10 tuvo un porcentaje de 1, el error tipo 11 tuvo un porcentaje de 1, y el error tipo 15 tuvo un porcentaje de 5.

Con base en la categoría de errores (ver apéndice G) se observa que en la operación de resta que requiere llevar, los errores de tipo conceptual que se presentaron fueron el tipo 2, el tipo 3 y el tipo 11, los emitieron principalmente los sujetos de primero y segundo grado, ya que el concepto de la sustracción no lo tenían bien establecido, porque esta operación estaba siendo adquirida en el salón de clases al momento de la investigación. Debido a lo anterior, algunos sujetos de primero, segundo, tercero y cuarto año resolvían esta operación utilizando un procedimiento inadecuado, emitiendo el tipo 4 (resta de arriba hacia abajo) y el tipo 5 (todas las columnas las adapta a unidades, - resta cada columna independientemente). En la mayoría de las operaciones el error tipo 4 se presentaba simultáneamente a la emisión del error tipo 15 (falla estimar el pedir prestado), esto se daba así, porque al resolver la resta que requiere llevar, como una operación que no requiere llevar, se omitía el paso característico de esta clase funcional de respuesta, que consiste, preci-

samente, en pedir prestado. Todos los sujetos llegaron a emitir el error tipo 6 (omite restar las que presta, resta directamente), consecuentemente, es el error que tuvo mayor porcentaje, siguiéndole el error tipo 1 (resta mal las columnas, conteo incorrecto) y el error tipo 10 (no toma en cuenta una columna)- aunque cabe mencionar que este error se emitió con un porcentaje muy bajo. La presencia de estos errores se debió a distracción por parte de los sujetos al resolver la operación, porque al omitir y/o fallar en algún paso del procedimiento, llegaban a resultados aritméticos incorrectos.

Los resultados de la post evaluación de la prueba Key Math, se presentan junto con la descripción de la pre evaluación.

* D I S C U S I O N *

De los resultados obtenidos en el presente estudio, se aprecia una serie de aspectos importantes. Primero, los datos proporcionados por el Key Math -- (Connolly y Cols., 1976) muestran que en la pre y post evaluación que se realizó en los seis grados escolares, hubo diferencias notables, así lo indica el porcentaje promedio de la respuesta aritmética correcta, esto hace suponer que fue debido al entrenamiento correctivo que se proporcionó a los sujetos. Aunque estas dos evaluaciones tuvieron como finalidad proporcionar un índice del logro matemático de los sujetos (tal como lo hicieron Tinney, 1978 y Price, -- 1984), también sirvió como referencia y apoyo en la fase de línea base, para conocer si ya dominaban una determinada operación, y así planear el entrenamiento correctivo que se le proporcionó a cada sujeto.

Segundo, la incidencia de los errores en las operaciones aritméticas básicas, fue decreciendo a lo largo de las tres fases del estudio, pues como ya se mencionó anteriormente, el entrenamiento correctivo resultó eficaz, porque ayudó a reforzar la atención en pasos clave del procedimiento de resolución de las operaciones, de tal manera que se fue decreciendo la probabilidad de ocurrencia de la respuesta aritmética incorrecta. La mayoría de las veces, los sujetos sí tenían el concepto de la conducta de adición, sustracción, multiplicación y división, pero al resolver una operación por ejemplo de suma, fallaban por sumar mal las columnas al realizar un conteo incorrecto, omitir sumar una columna, omitir sumar las que se llevan ó sumar cada columna independientemente (en las operaciones que requerían "llevar"). En la operación de sustracción, los errores más frecuentes y consistentes eran restar mal las columnas por contar incorrectamente, restar de arriba hacia abajo (en las operaciones que requerían "llevar"), omitir restar las que "pedían prestadas" ó por fallar al estimar pedir prestado. En la operación de multiplicación, los errores más --

frecuentes, eran por utilizar la tabla de multiplicar incorrecta, sumar mal el resultado de la operación, por contar incorrectamente, omitir sumar las que se lleva u omitir multiplicar uno de los números del multiplicando o del multiplicador. En la operación de división los errores más frecuentes, eran por utilizar la tabla de multiplicar incorrecta, obtener un residuo incorrecto, dividir directamente o colocar el cociente en un lugar incorrecto. De acuerdo a estas fallas y a la categoría de errores que se elaboró (ya que la de Martínez, 1986 no asienta los lineamientos para determinar de qué tipo es un error, además de resultar insuficiente), esta nueva categoría se conforma de: error conceptual y error de procedimiento (incluido en este último está el error por conteo incorrecto). Se observa que los errores conceptuales se debían principalmente a que a los sujetos aún no se les habían enseñado los conceptos de las operaciones en el salón de clases, ó porque habiéndoselos enseñado, tenían escasa práctica. Esto sucedió principalmente durante la fase de línea base, pero se eliminaron gran parte de estos errores en la fase de entrenamiento, y sólo algunos errores conceptuales se mantuvieron (con bajo porcentaje), porque los sujetos, ya fuera por cansancio o por centrar su atención en otras actividades --- (por ejemplo: que se acercara la hora de su descanso), se distraían y respondían escribiendo números sin relación con la operación, ceros ó realizaban una operación diferente (por ejemplo: sumar en vez de restar). Los errores de procedimiento fueron los que se presentaron con mayor porcentaje en las fases de línea base, entrenamiento y seguimiento. Los sujetos tenían un adecuado conocimiento de las habilidades básicas de un determinado tipo de operación, pero por resolver con rapidez las operaciones o por falta de práctica con éste, tendían a omitir sumar las que llevaban, realizaban un conteo incorrecto o utilizaban la tabla de multiplicar incorrecta (Beattie, 1979; Engelhardt, 1982 y -- Martínez, 1986). Ante esto, Mackillip (1979), dice que "la posible causa de los errores es el deficiente entendimiento de los conceptos y/o procedimientos que utiliza el sujeto" pp. 40, y aunque esto es cierto, él no considera que --

los errores pueden deberse también a que los sujetos no tienen los prerrequisitos necesarios o los tienen deficientemente establecidos. Tal es el caso de la conducta de contar, que como se observó en los resultados, fue el error de procedimiento que se presentó con mayor porcentaje y consistentemente en todos los sujetos en las cuatro operaciones aritméticas.

A lo largo del estudio los experimentadores observaron que los sujetos de primero y segundo año, no tenían bien establecida la correspondencia entre la cadena numérica y su referente físico, por lo mismo, aún con ayuda de sus dedos obtenían resultados incorrectos. Los sujetos de tercero, cuarto, quinto y sexto año, aunque ya deberían de manejar la conducta de contar a un nivel memorístico, es decir, sin ayuda de referentes físicos, al utilizar sus dedos fallaban por realizar rápido el conteo o por distracción. Esto apoya lo citado por Díaz y García (1980), en relación a que la conducta de contar es prerrequisito para el aprendizaje de las operaciones aritméticas.

Tercero, en cuanto a los tipos de errores que se presentaron en ambas clases de respuestas, sin "llevar" y "llevando", la mayor emisión de errores se encontró en las operaciones que requieren llevar decenas, centenas, etc., de una columna a otra. La operación de resta tuvo mayor porcentaje en los tipos de errores, siguiéndole la operación de división, después la operación de multiplicación y por último la operación de suma. Los errores que se presentaron en el estudio de Martínez (1985), fueron similares a los encontrados en este estudio, tanto en porcentaje como en consistencia en cada tipo de operación, por lo que se puede afirmar que los errores se deben al deficiente manejo de la conducta de contar (como ya se mencionó anteriormente), la cual dificulta el posterior aprendizaje de las conductas aritméticas y promueve la acumulación y fortalecimiento de otros errores.

En las operaciones que requieren llevar dígitos de una columna a otra, se empleó mayor número de sesiones de entrenamiento correctivo, en relación a las operaciones que no requieren llevar, ya que se presentó el efecto de generalización de las operaciones llevando a las sin llevar, porque la respuesta que no requiere llevar está incluida en la respuesta que requiere llevar; por consiguiente, el entrenamiento que se dió a los sujetos de la operación que requiere llevar, sirvió como práctica de la operación que no requiere llevar como lo encontraron García, Lugo y Lovitt (1986), García y Rayek (1978) y Reyes y García (1979). De las operaciones que requieren llevar se encontró que estas presentan mayor dificultad porque la cadena de respuestas es más larga y existe interdependencia entre las columnas por la respuesta de llevar, que es una respuesta de mediación entre una columna y otra, como lo mencionan García y Rayek (1978), McKillip (1979), Kilian (1980) y Engelhardt (1982). Resulta conveniente considerar para la enseñanza de la aritmética no sólo el concepto de las operaciones (adición, sustracción, etc.) sino también que existen dos clases de respuesta. Esto probablemente sea uno de los orígenes de las fallas en el procedimiento de resolución de las operaciones.

También debe considerarse que otro de los orígenes de los errores que emite el sujeto sea el inadecuado manejo de los conceptos básicos. Para las crónicas de adición y sustracción es prerequisite la conducta de contar (adecuada correspondencia uno a uno); en la operación de multiplicación es prerequisite la conducta de sumar y para la solución de la operación de división García, Ey guía, Gámiz y González (1983), Irons (1981) y Meyer (1982), consideran que son necesarias las conductas de adición, sustracción y multiplicación. Para García y Cols, los errores en la división son debidos a la cantidad de dígitos en el dividendo y en el divisor, mientras que para Irons y Meyer los errores son debi dos a la dificultad para ordenar (y memorizar) los pasos del procedimiento. En esta investigación, aunque se observaron mayor número de errores en las divisio nes que tenían una cantidad de dígitos mayor en el dividendo y en el divisor, los errores fueron debidos principalmente a la dificultad para manejar los pasos del

procedimiento (como lo mencionan Irons y Meyer), ya que los sujetos omitían ob- tener algún cociente o el residuo. Como esto no es concluyente, se sugiere se realicen estudios cuyo objetivo sea identificar el origen preciso de los errores en las divisiones.

Ya se mencionó que dentro de los posibles orígenes de las fallas en la -- aritmética se encuentra, en la Enseñanza: que los maestros no consideran la -- clase de respuesta en las operaciones (sin llevar y llevar dígitos de una columna a otra), pero también afecta que no siga un proceso general de enseñanza como el sugerido por Bijou (1976), con el cual evaluarían los prerrequisitos -- del sujeto para iniciar la enseñanza a su nivel de competencia. También los -- diferentes métodos de enseñanza que emplea cada maestro, son los que confunden al niño y hacen que emita fallas, por ejemplo: al niño en primer año se le ense- ña a resolver la resta por medio del conteo progresivo y en segundo año al mo- mento que el maestro resuelve por primera vez una resta en el pizarrón, lo ha- ce por conteo regresivo, provocando que el niño se desoriente y confunda (y -- combine) los procedimientos. Otra dificultad es por el dígito al cual se le -- "pide prestado". Aunque no se debe pasar por alto que la enseñanza también se ve afectada por el exceso de matrícula por curso (Ibarrola, s.f.; Candelas, -- 1982; López, Assael y Newman, 1984; citados en Mora, 1989), pues el dar ins- -- trucción a grandes grupos conlleva un esfuerzo mayor para el profesor y minimi- za la atención que da a los alumnos.

Otro de los orígenes también se puede ubicar en el aprendizaje, porque -- este se ve afectado por la distracción del sujeto o porque cuenta con un inad- equado repertorio de habilidades y conocimientos. Es importante que se identi- fique si el origen de las fallas en la aritmética están en la enseñanza o en -- el aprendizaje antes de que se empiece a etiquetar al sujeto de cierta forma, -- y así, planear el remedio adecuado a la razón por la que se emite el error.

Se espera que la categoría de errores presentada (que aunque no es concluyente sí es más completa en relación a la de Engelhardt, 1982 y Martínez, 1986), puede servir como apoyo a los profesores de educación primaria, para prevenir y/o corregir algunos de los errores que frecuentemente emiten los estudiantes, y que también las tablas de errores de Martínez que se corrigieron y ampliaron sirvan para posteriores estudios, y que se vaya conformando un marco teórico del análisis conductual referente a la conducta aritmética.

Se sugiere que se estandarice la prueba Key Math (Connolly y Cois, 1976), que se realice esta investigación en otra población (que sería una escuela primaria pública) y que se amplíe el número de sujetos para poder generalizar los resultados. Además, que se hagan más estudios en México respecto a la conducta aritmética (errores) considerando operaciones con cero para analizar la incidencia de errores, debidos al inadecuado manejo de este, y que estos estudios tengan difusión para que los encargados de la enseñanza de los niños, cuenten con información que les ayude a elaborar y/o aplicar actividades enfocadas a la eliminación de las fallas en la instrucción de la aritmética para lograr el mejoramiento de la misma.

| Sujeto | Grado | SUMA S/LL | SUMA LL | RESTA S/LL | RESTA LL | MULTIPLIC. S/LL | MULTIPLIC. LL | DIVISION S/R | DIVISION C/R |
|--------|-------|--------------|------------|---------------|-------------|--------------------|------------------|-----------------|-----------------|
| 01 | 1º | | | | | | | | |
| 02 | 1º | | | | | | | | |
| 03 | 1º | | | | | | | | |
| 04 | 1º | | | | | | | | |
| 05 | 2º | | | | | | | | |
| 06 | 2º | | | | | | | | |
| 07 | 2º | | | | | | | | |
| 08 | 3º | | | | | | | | |
| 09 | 3º | | | | | | | | |
| 10 | 3º | | | | | | | | |
| 11 | 3º | | | | | | | | |
| 12 | 4º | | | | | | | | |
| 13 | 4º | | | | | | | | |
| 14 | 4º | | | | | | | | |
| 15 | 4º | | | | | | | | |
| 16 | 4º | | | | | | | | |
| 17 | 5º | | | | | | | | |
| 18 | 6º | | | | | | | | |
| 19 | 6º | | | | | | | | |

Tabla 1. Operaciones en las que se dió entrenamiento correctivo () a los 19 sujetos del estudio.

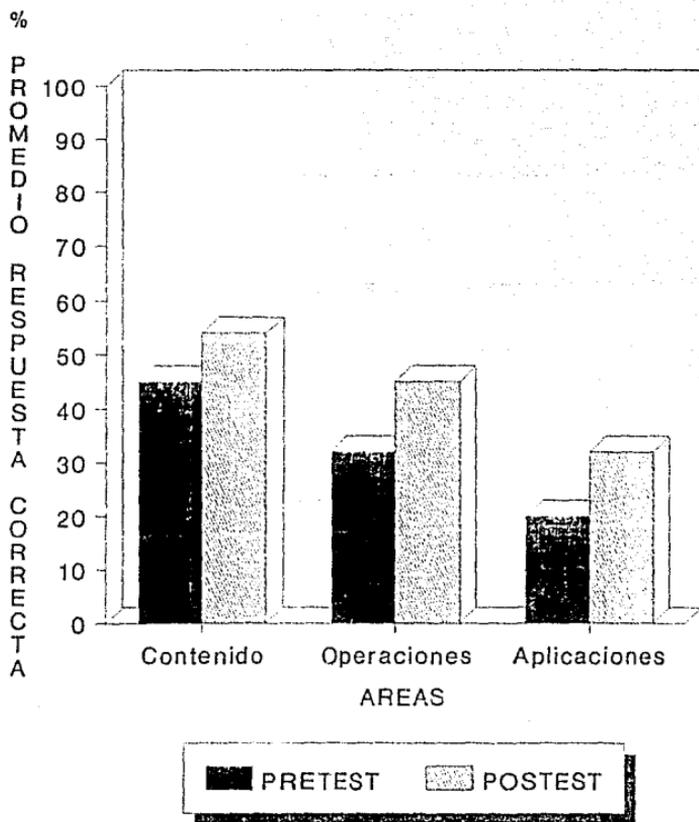


Fig.1 Porcentaje promedio de respuesta correcta emitida en las 3 áreas del - Key Math por el 1er. grado (N=4).

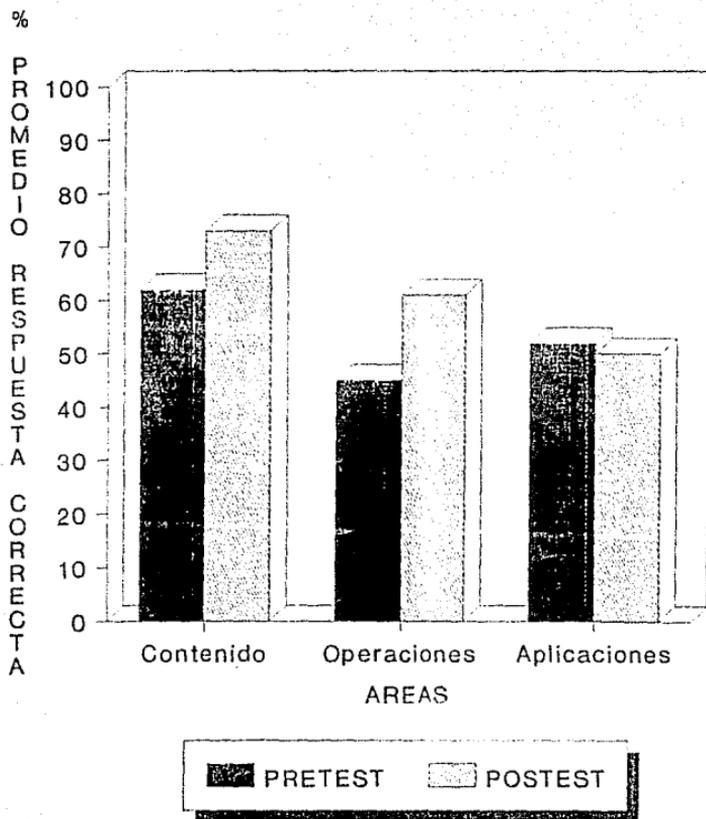


Fig.2 Porcentaje promedio de respuesta correcta emitida en las 3 áreas del - Key Math por el 2º grado (N=3).

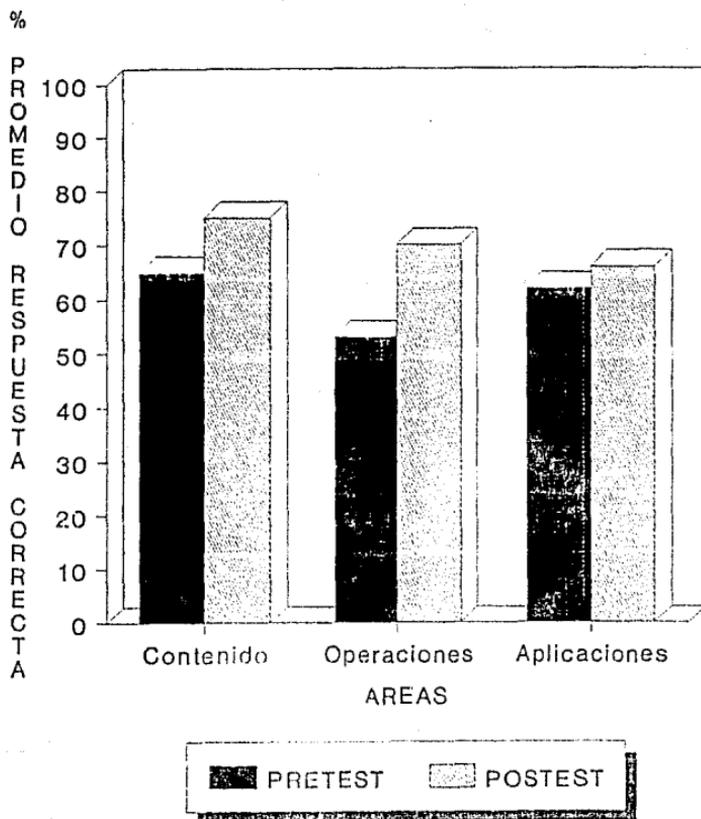


Fig.3 Porcentaje promedio de respuesta correcta emitida en las 3 áreas del - Key Math por el 3er. grado (N=4).

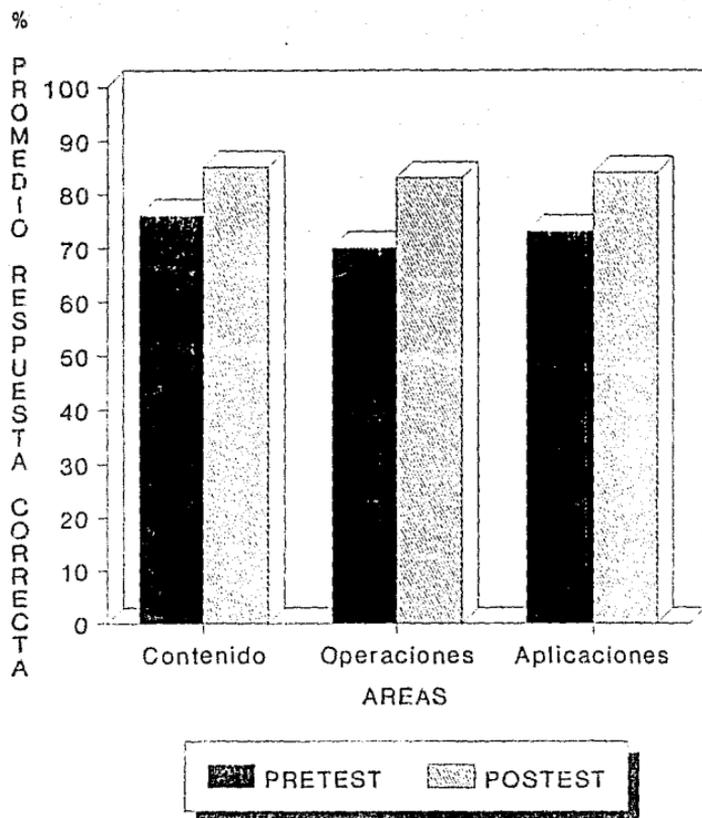


Fig.4 Porcentaje promedio de respuesta correcta emitida en las 3 áreas del - Key Math por el 4º grado (N-5).

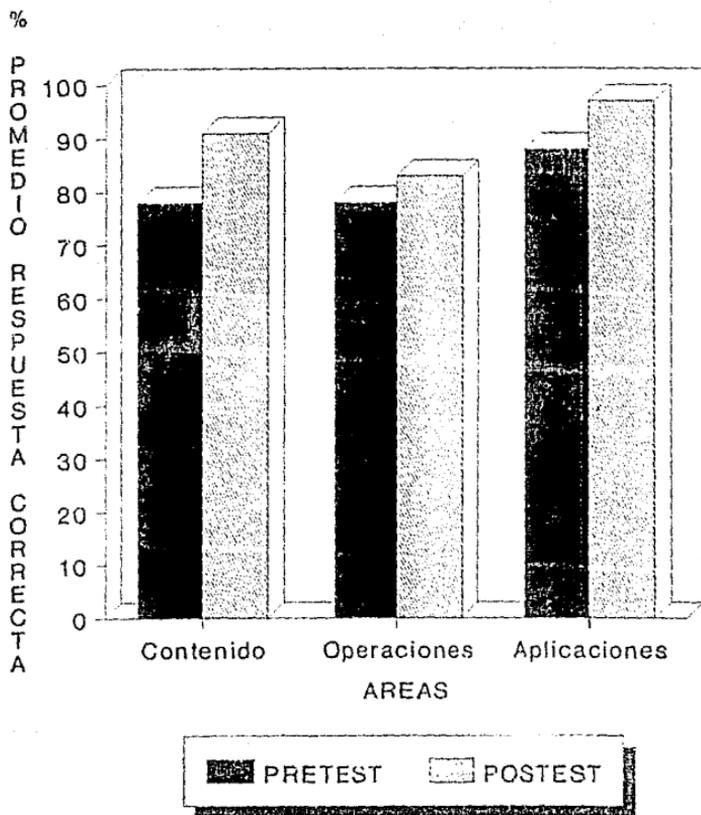


Fig.5 Porcentaje promedio de respuesta correcta emitida en las 3 áreas del - Key Math por el 5º grado (N=1).

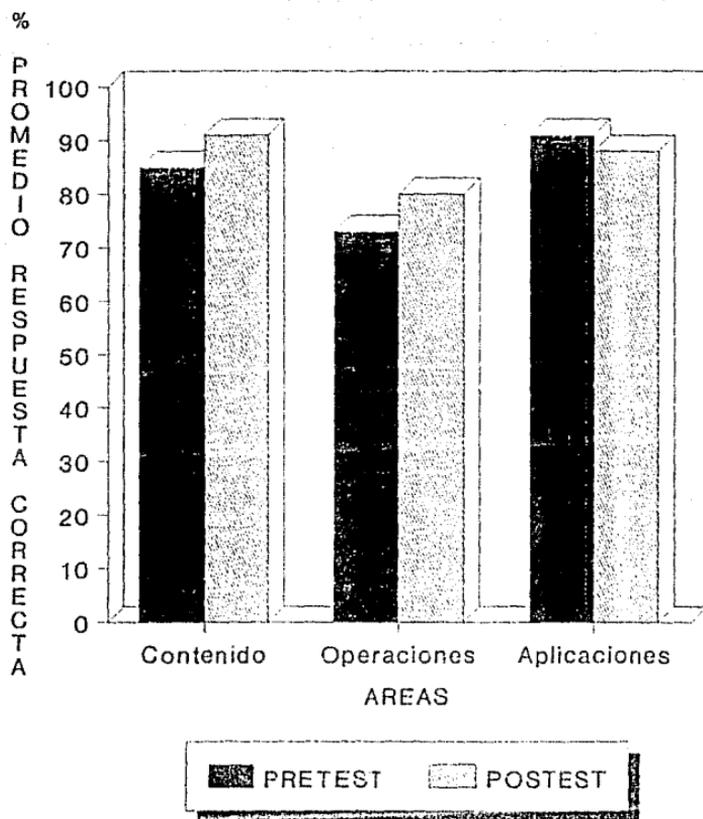


Fig.6 Porcentaje promedio de respuesta correcta emitida en las 3 áreas del - Key Math por el 6º grado (N=2).

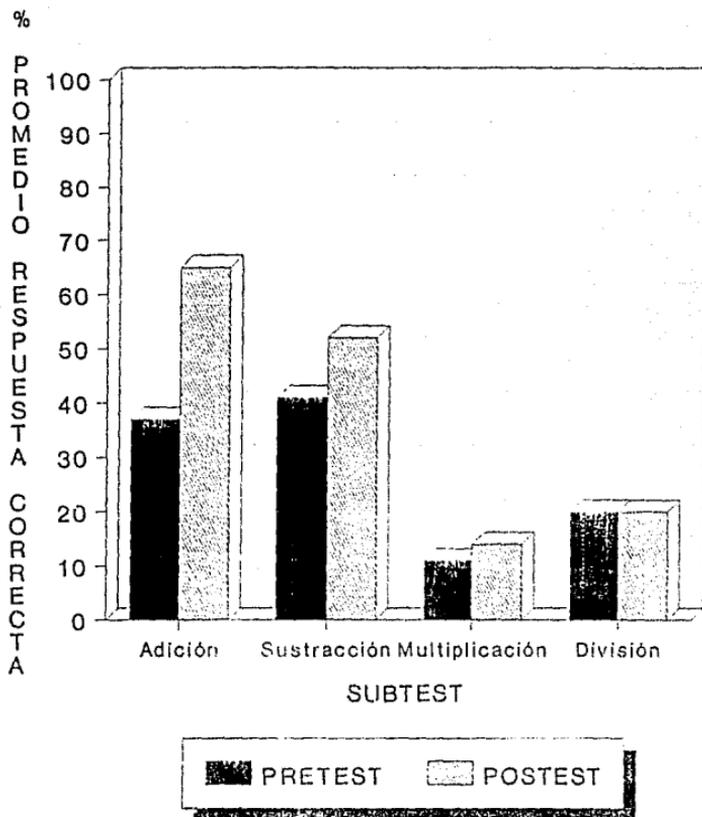


Fig.7 Porcentaje promedio de respuesta correcta emitida en los 4 subtest del Key Math por el 1er. grado (N=4).

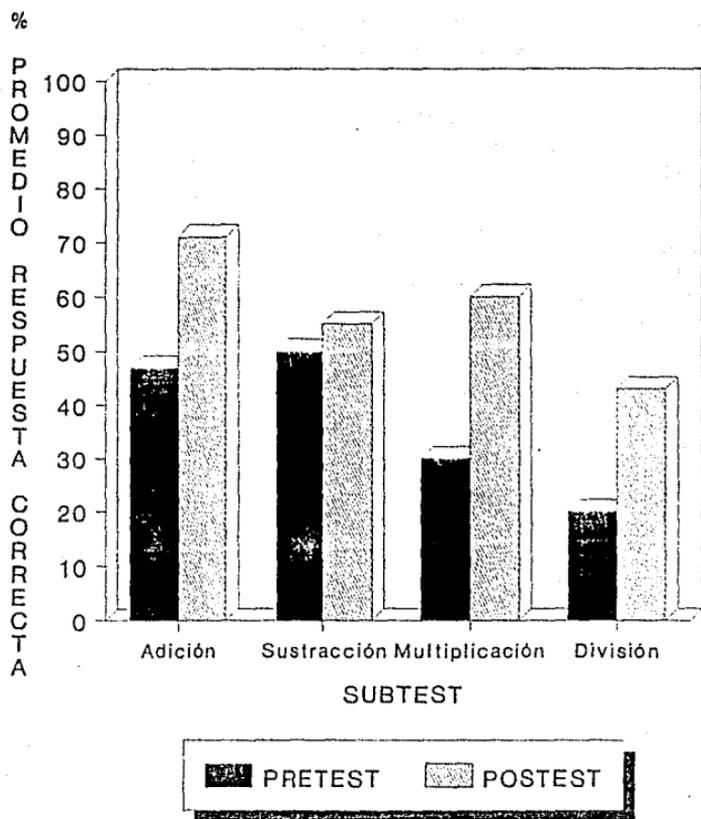


Fig.8 Porcentaje promedio de respuesta correcta emitida en los 4 subtest del Key Math por el 2º grado (N=3).

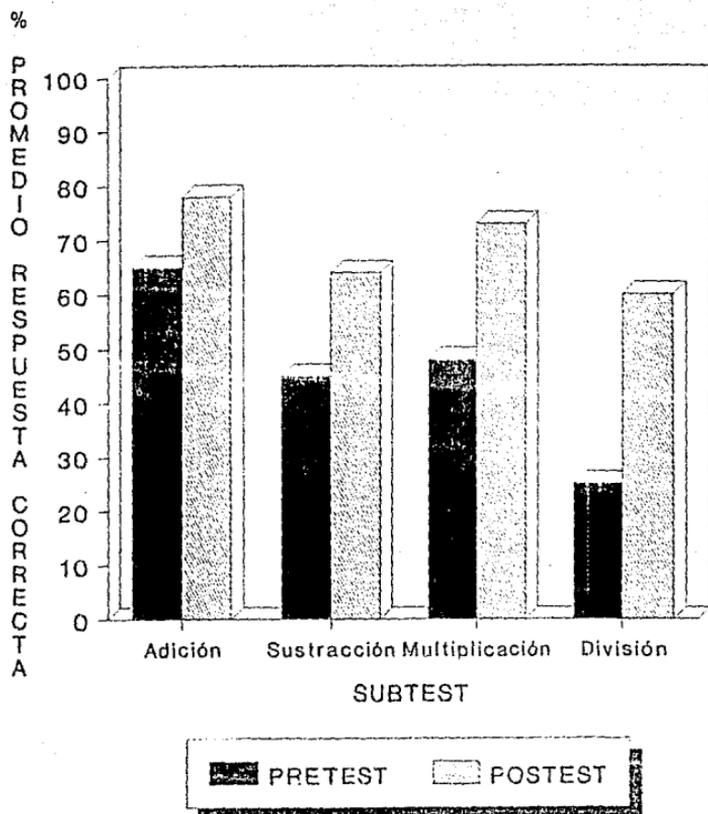


Fig.9 Porcentaje promedio de respuesta correcta emitido en los 4 subtest del Key Math por el 3er. grado (N=4).

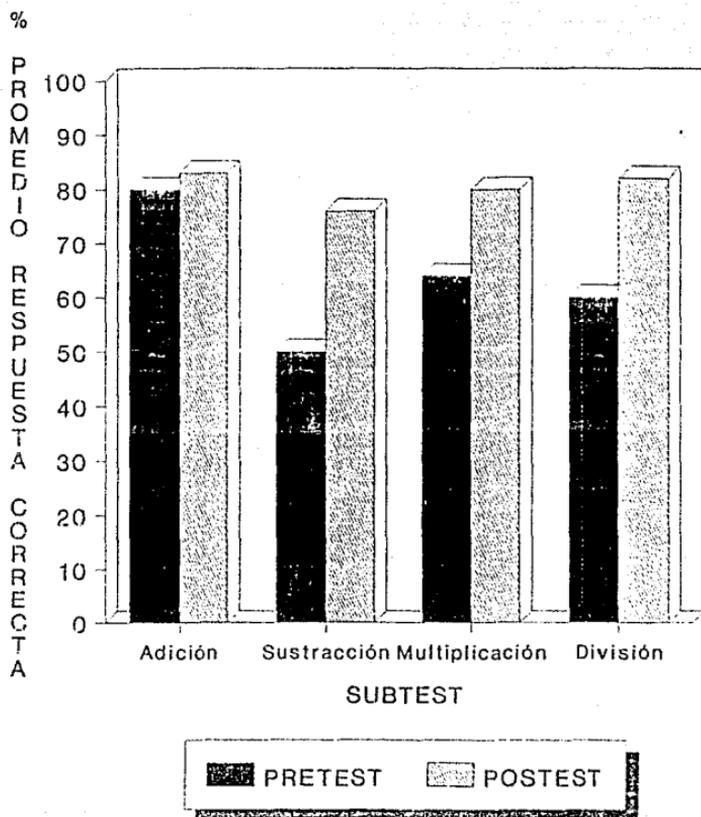


Fig.10 Porcentaje promedio de respuesta correcta emitida en los 4 subtest del Key Math por el 4º grado (N=5).

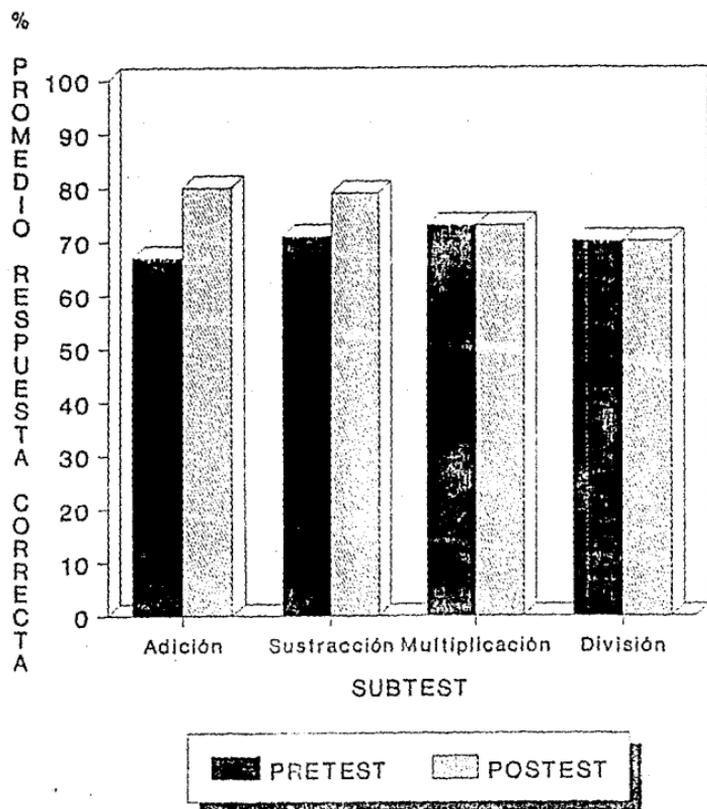


Fig.11 Porcentaje promedio de respuesta correcta emitida en los 4 subtest del Key Math por el 5º grado (N=1).

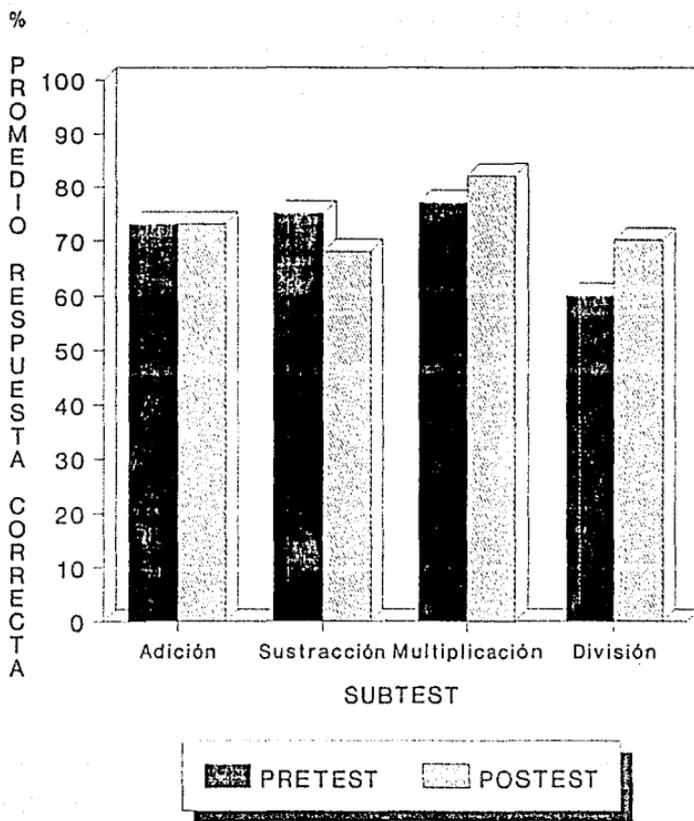


Fig.12 Porcentaje promedio de respuesta correcta emitida en los 4 subtest del Key Math por el 6º grado (N=2).

SUMA S/LL

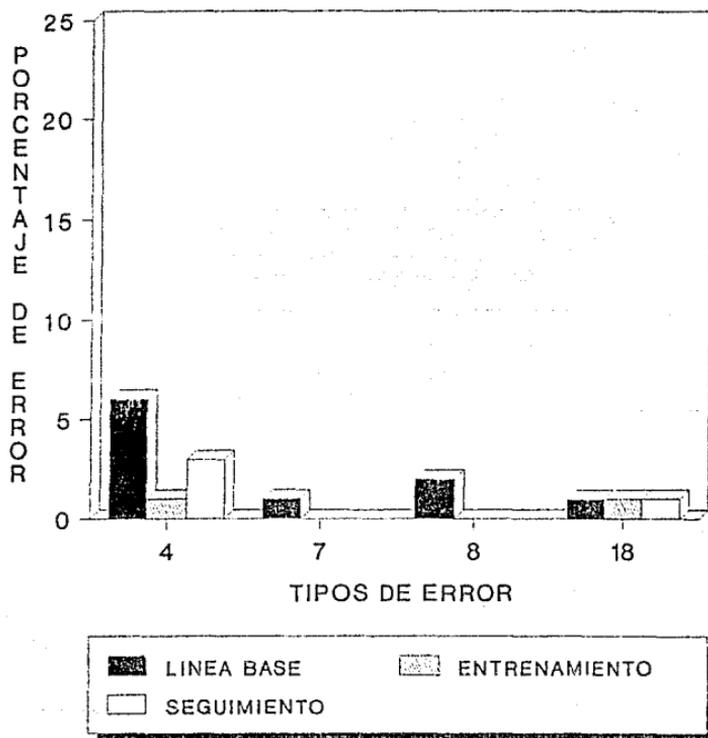


Fig.13 Porcentaje de error en la suma sin llevar de los errores 4,7,8 y 18 emitidos por los grupos de 1º a 6º año.

SUMA LLEVANDO

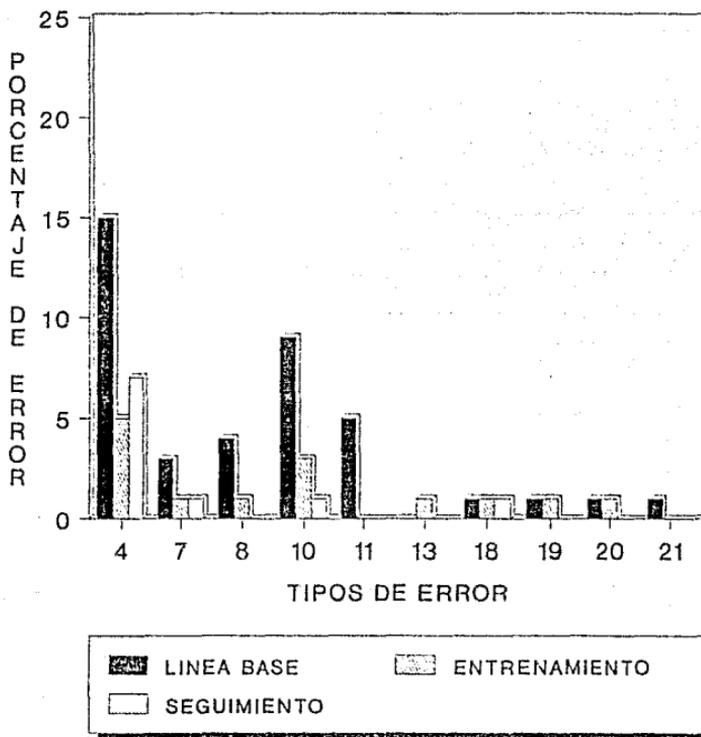


Fig.14 Porcentaje de error en la suma llevando de los errores 4,7,8,10,11,13 18,19,20 y 21 emitidos por 1º a 6º año.

·RESTA S/LL

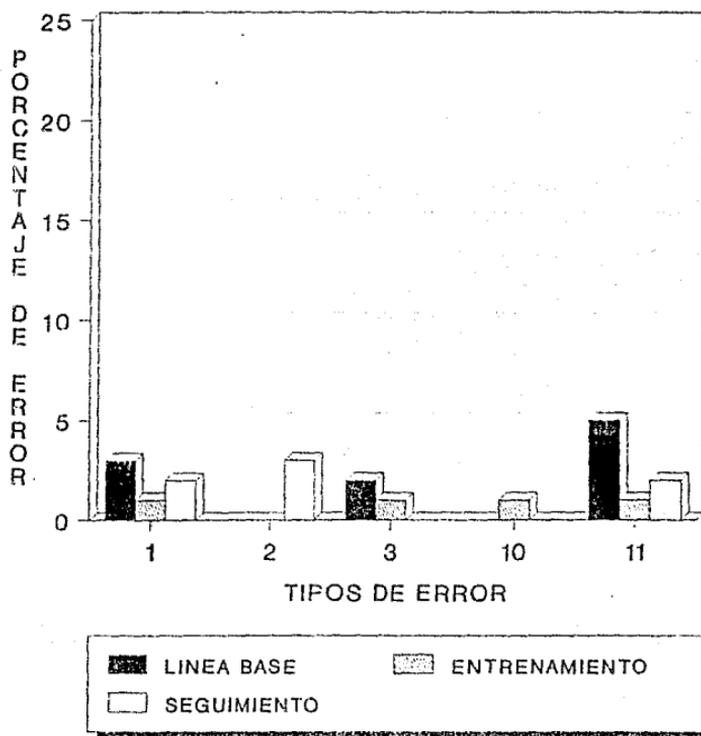


Fig.15 Porcentaje de error en la resta sin llevar de los errores 1,2,3,10 y 11 emitidos por los grupos de 1° a 6° año

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

RESTA LLEVANDO

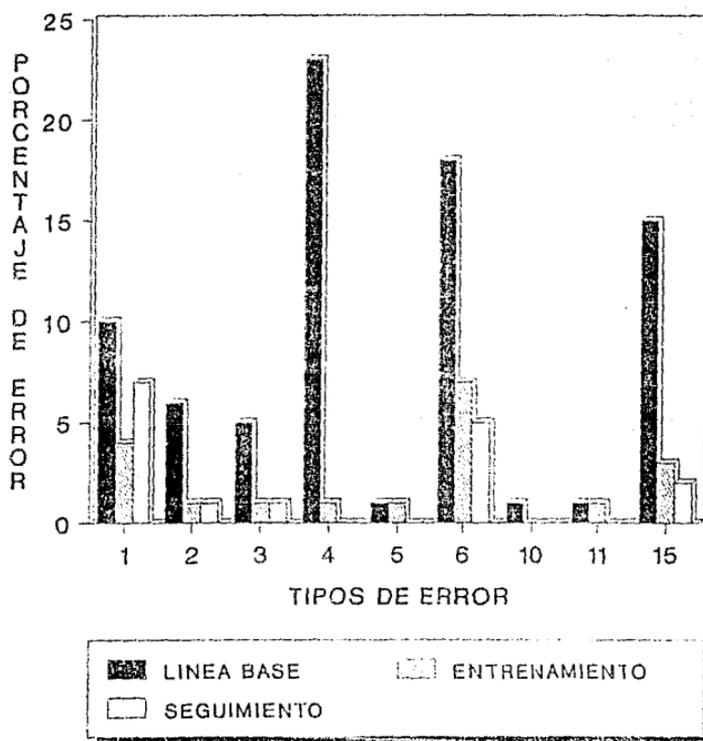


Fig.16 Porcentaje de error en la resta llevando de los errores 1,2,3,4,5,6,10, 11 y 15 emitidos por los gpos. de 1ª a 6ª

MULTIPLICACION S/LL

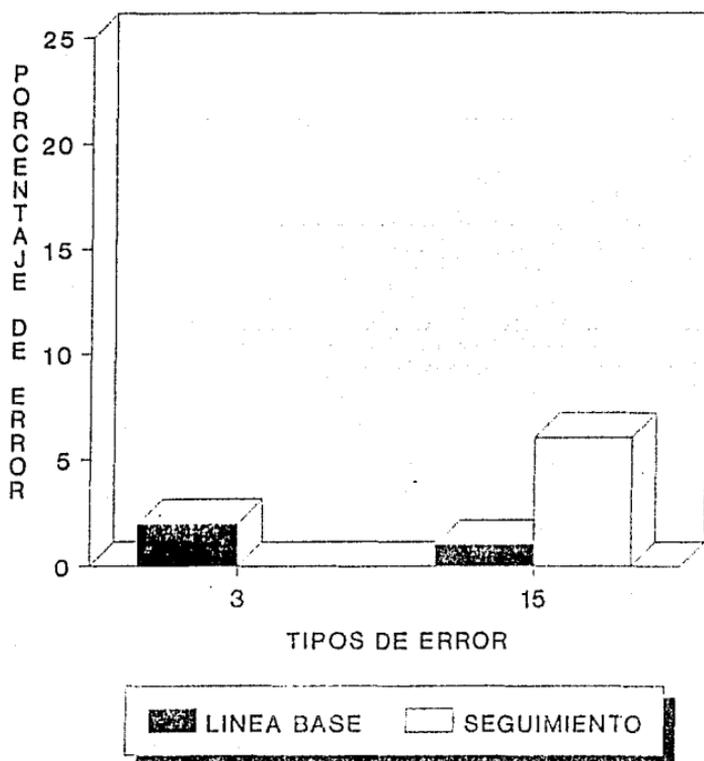


Fig.17 Porcentaje de error en la multiplicación sin llevar de los errores 3 y 15 emitidos por los grupos de 2º a 6º año

MULTIPLICACION LLEVANDO

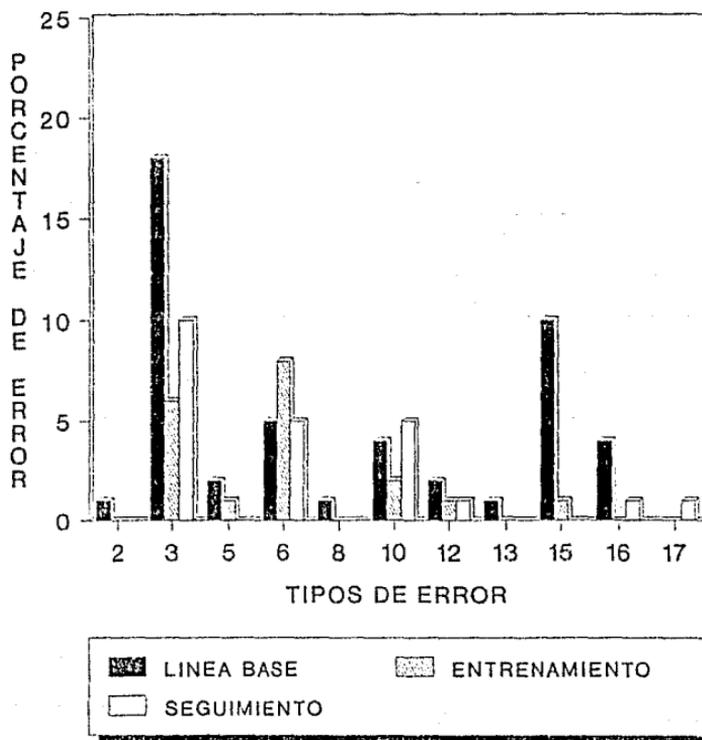


Fig.18 Porcentaje de error en la multiplicación llevando de los errores 2,3,5, 6,8,10,12,13,15,16 y 17 por 2º a 6º año.

DIVISION S/R

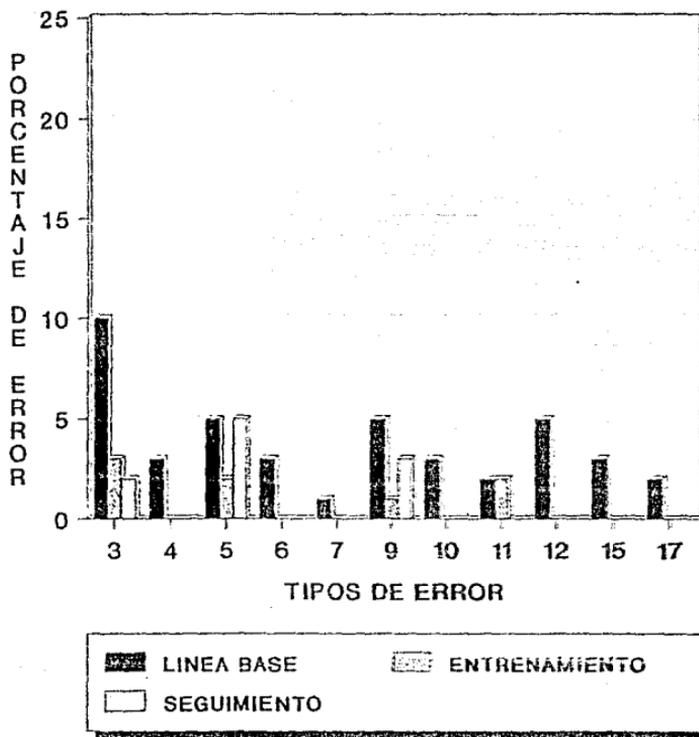


Fig.19 Porcentaje de error en la división sin residuo de los errores 3,4,5,6, 7,9,10,11,12,15 y 17 emitidos por 2^a a 6^a

DIVISION CON RESIDUO

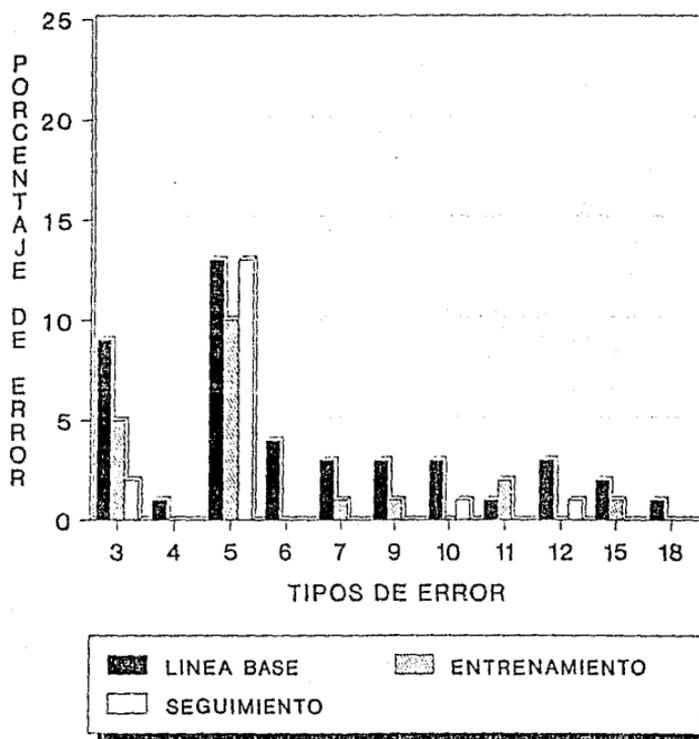


Fig.20 Porcentaje de error en la división con residuo de los errores 3,4,5,6, 7,9,10,11,12,15 y 18 por 2º a 6º año.

SUMA SIN LLEVAR RESPUESTA INCORRECTA

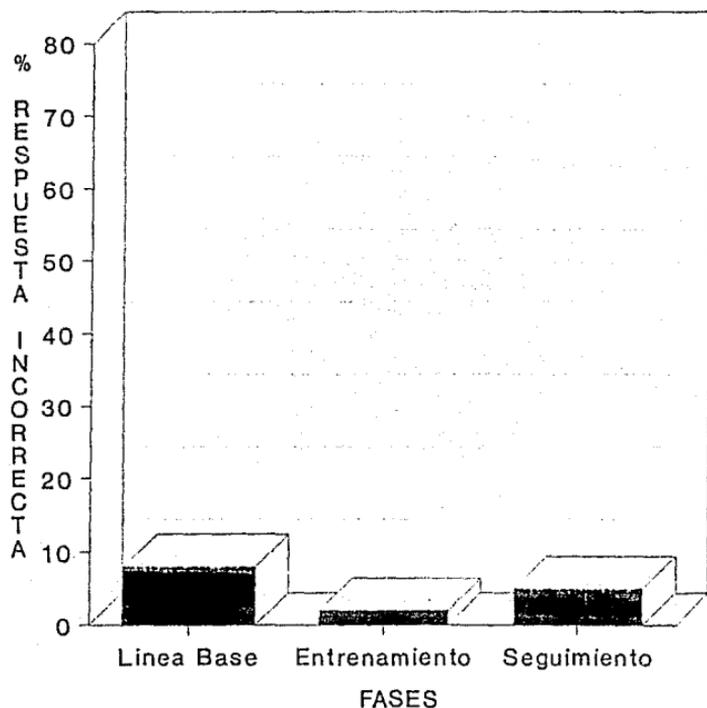


Fig.21 Gráfica del porcentaje de respuesta incorrecta de la operación de suma - sin llevar en las 3 fases del estudio.

SUMA LLEVANDO RESPUESTA INCORRECTA

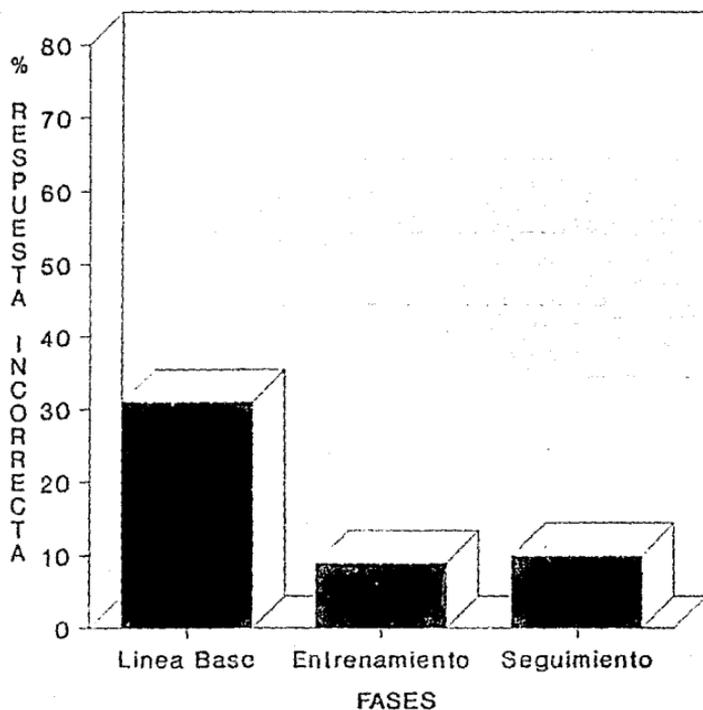


Fig.22 Gráfica del porcentaje de respuesta incorrecta de la operación de suma -- llevando en las 3 fases del estudio.

RESTA SIN LLEVAR RESPUESTA INCORRECTA

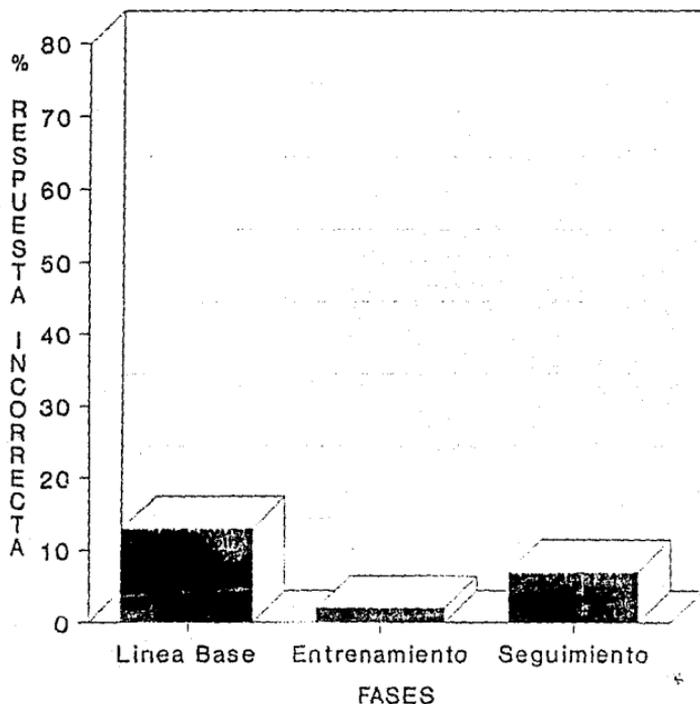


Fig.23 Gráfica del porcentaje de respuesta incorrecta de la operación de resta - sin llevar en las 3 fases del estudio.

RESTA LLEVANDO RESPUESTA INCORRECTA

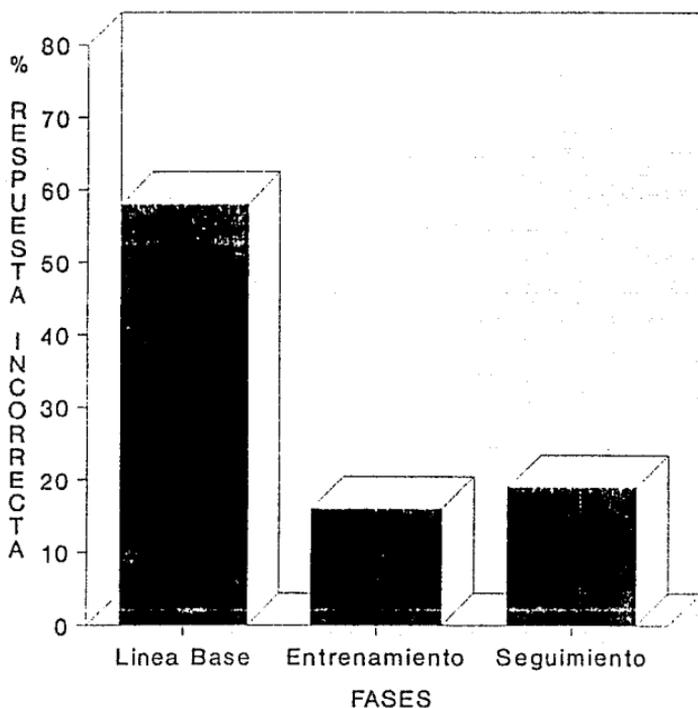


Fig.24 Gráfica del porcentaje de respuesta incorrecta de la operación de resta - llevando en las 3 fases del estudio.

MULTIPLICACION SIN LLEVAR RESPUESTA INCORRECTA

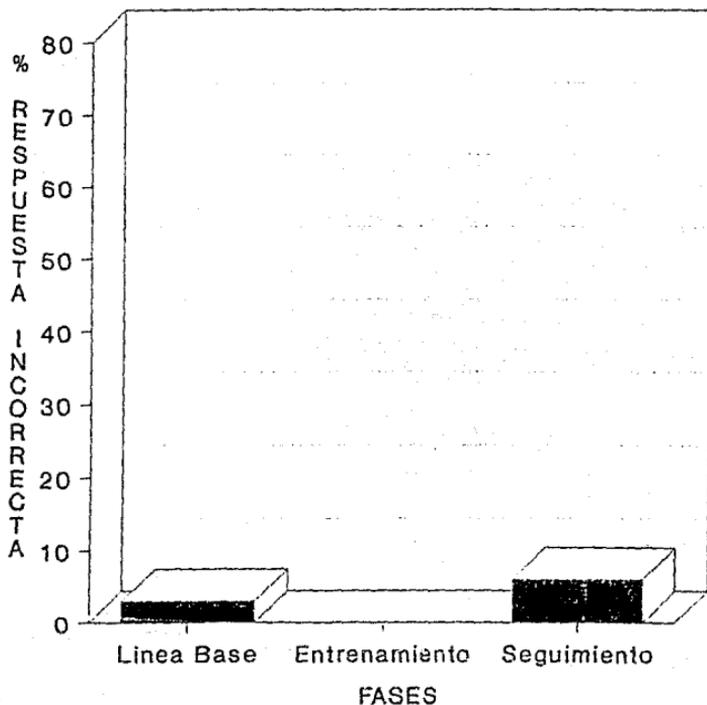


Fig.25 Gráfica del porcentaje de respuesta incorrecta de la operación de multiplicación sin llevar en las 3 fases.

MUPLICACION LLEVANDO RESPUESTA INCORRECTA

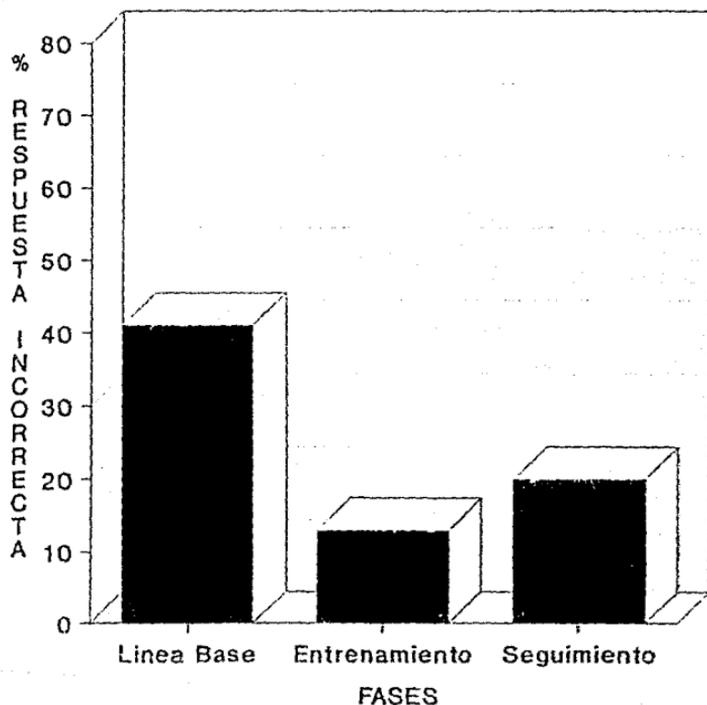


Fig.26 Gráfica del porcentaje de respuesta incorrecta de la operación de multiplicación llevando en las 3 fases.

DIVISION SIN RESIDUO RESPUESTA INCORRECTA

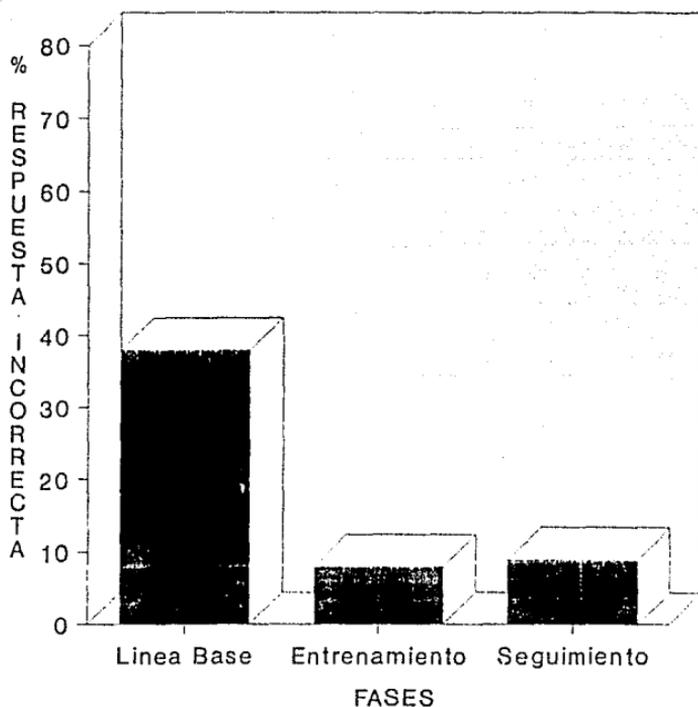


Fig.27 Gráfica del porcentaje de respuesta incorrecta de la operación de división sin residuo en las 3 fases.

DIVISION CON RESIDUO RESPUESTA INCORRECTA

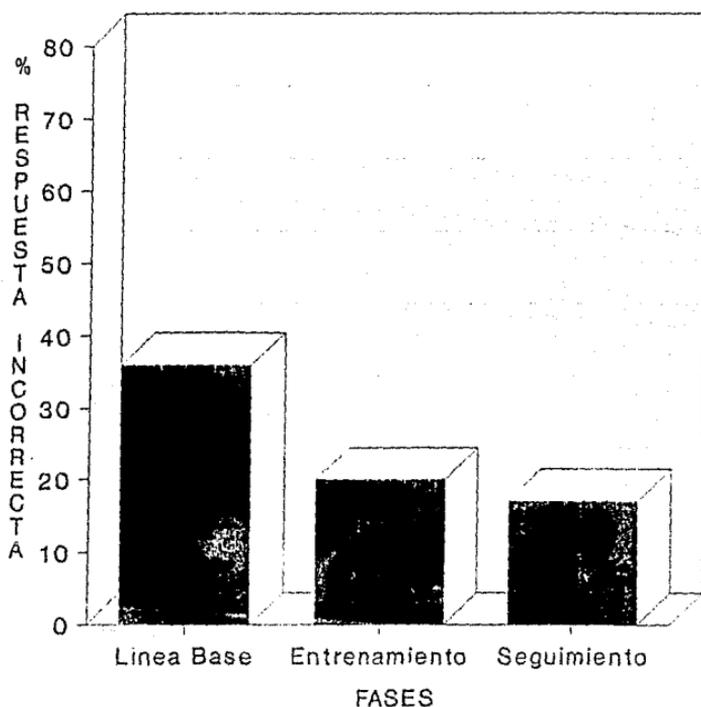


Fig.28 Gráfica del porcentaje de respuesta incorrecta de la operación de división con residuo en las 3 fases.

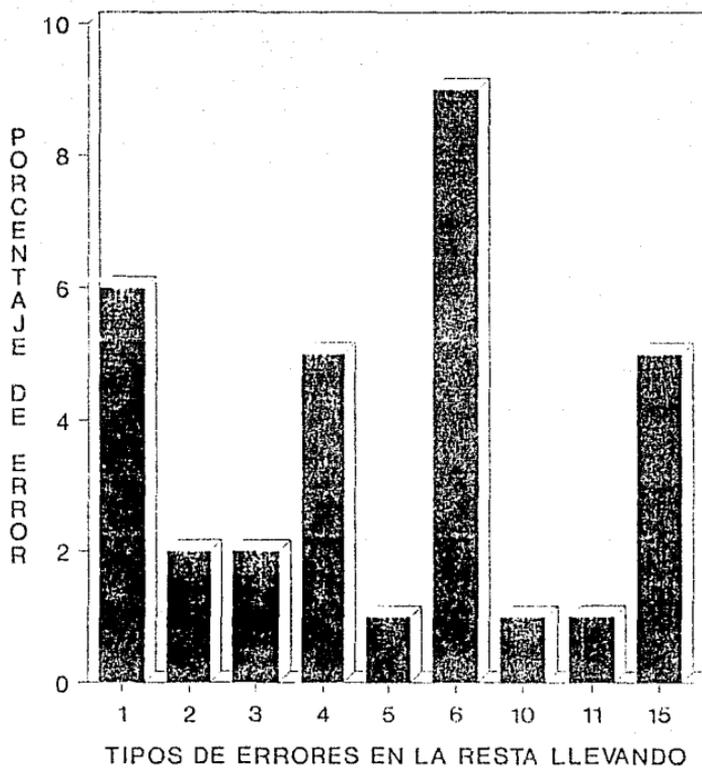


Fig.29 Porcentaje de los tipos de errores presentados en la operación de resta llevando durante las tres fases.

Apéndice Al.

1.a. Ho.- No hay diferencias significativas en los porcentajes de ejecución de los sujetos de primaria, en el área de contenido entre la pre y post - evaluación del Key Math.

1.b. Hi.- Sí hay diferencias significativas en los porcentajes de ejecución en los sujetos de primaria, en el área de contenido entre la pre y post - evaluación del Key Math.

2.a. Ho.- No hay diferencias significativas en los porcentajes de ejecución de los sujetos de primaria, en el área de operaciones entre la pre y post evaluación del Key Math.

2.b. Hi.- Sí hay diferencias significativas en los porcentajes de ejecución de los sujetos de primaria, en el área de operaciones entre la pre y post evaluación del Key Math.

3.a. Ho.- No hay diferencias significativas en los porcentajes de ejecución de los sujetos de primaria, en el área de aplicaciones entre la pre y --- post evaluación del Key Math.

3.b. Hi.- Sí hay diferencias significativas en los porcentajes de ejecución de los sujetos de primaria, en el área de aplicaciones entre la pre y --- post evaluación del Key Math.

4.a. Ho.- No hay diferencias significativas en los porcentajes de ejecución de los sujetos de primaria, en el subtest de adición entre la pre y post- evaluación del Key Math.

4.b. Hi.- Sí hay diferencias significativas en los porcentajes de ejecución de los sujetos de primaria, en el subtest de adición entre la pre y post-evaluación del Key Math.

5.a. Ho.- No hay diferencias significativas en los porcentajes de ejecución de los sujetos de primaria en el subtest de sustracción entre la pre y -- post evaluación del Key Math.

5.b. Hi.- Sí hay diferencias significativas en los porcentajes de ejecución de los sujetos de primaria en el subtest de sustracción entre la pre y -- post evaluación del Key Math.

6.a. Ho.- No hay diferencias significativas en los porcentajes de ejecución de los sujetos de primaria, en el subtest de multiplicación entre la pre- y post evaluación del Key Math.

6.b. Hi.- Sí hay diferencias significativas en los porcentajes de ejecución de los sujetos de primaria, en el subtest de multiplicación entre la pre- y post evaluación del Key Math.

7.a. Ho.- No hay diferencias significativas en los porcentajes de ejecución de los sujetos de primaria, en el subtest de división entre la pre y post evaluación del Key Math.

7.b. Hi.- Sí hay diferencias significativas en los porcentajes de ejecución de los sujetos de primaria, en el subtest de división entre la pre y post evaluación del Key Math.

Apéndice A2.I.

| Sujetos | Porcentaje de ejecución (pretest) | Porcentaje de ejecución (postest) | Diferencia | Rango de diferencia | Rango de signo menos frecuente |
|---------|-----------------------------------|-----------------------------------|------------|---------------------|--------------------------------|
| 01 | 44 | 54 | 10 | 9 | |
| 02 | 51 | 49 | -2 | -1 | 1 |
| 03 | 49 | 58 | 9 | 7 | |
| 04 | 38 | 53 | 15 | 13 | |
| 05 | 51 | 69 | 18 | 17 | |
| 06 | 74 | 78 | 4 | 3.5 | |
| 07 | 60 | 73 | 13 | 11.5 | |
| 08 | 65 | 74 | 9 | 7 | |
| 09 | 73 | 78 | 5 | 5 | |
| 10 | 56 | 74 | 18 | 17 | |
| 11 | 67 | 71 | 4 | 3.5 | |
| 12 | 76 | 67 | -9 | -7 | 7 |
| 13 | 67 | 85 | 18 | 17 | |
| 14 | 71 | 87 | 16 | 14 | |
| 15 | 74 | 91 | 17 | 15 | |
| 16 | 91 | 93 | 3 | 2 | |
| 17 | 78 | 91 | 13 | 11.5 | |
| 18 | 80 | 91 | 11 | 10 | |
| 19 | 91 | 91 | 0 | | |

$$n = 18 \quad t_c = 8 \quad = .05$$

$$t_t = 40$$

Rangos de la diferencia de los porcentajes de ejecución de la pre y post evaluación del área de contenido de la prueba Key Math y valores de t calculada y t de tablas.

Apéndice A2.II.

| Sujetos | Porcentaje de ejecución (pretest) | Porcentaje de ejecución (postest) | Diferencia | Rango de diferencia | Rango de signo menos frecuente |
|---------|-----------------------------------|-----------------------------------|------------|---------------------|--------------------------------|
| 01 | 33 | 50 | 17 | 13.5 | |
| 02 | 25 | 33 | 8 | 5.5 | |
| 03 | 37 | 50 | 13 | 8 | |
| 04 | 32 | 47 | 15 | 12 | |
| 05 | 40 | 58 | 18 | 15.5 | |
| 06 | 58 | 71 | 13 | 8 | |
| 07 | 37 | 55 | 18 | 15.5 | |
| 08 | 54 | 67 | 13 | 8 | |
| 09 | 61 | 85 | 24 | 18 | |
| 10 | 37 | 69 | 32 | 19 | |
| 11 | 61 | 60 | -1 | -1 | 1 |
| 12 | 67 | 69 | 2 | 2 | |
| 13 | 68 | 82 | 14 | 10.5 | |
| 14 | 65 | 82 | 17 | 13.5 | |
| 15 | 73 | 93 | 20 | 17 | |
| 16 | 76 | 90 | 14 | 10.5 | |
| 17 | 78 | 83 | 5 | 3.5 | |
| 18 | 71 | 79 | 8 | 5.5 | |
| 19 | 75 | 80 | 5 | 3.5 | |

$$n = 19 \quad t_c = 1 \quad = .05$$

$$t_t = 46$$

Rangos de la diferencia de los porcentajes de ejecución de la pre y post evaluación del área de operaciones de la prueba Key Math y valores de t calculada y t de tablas.

Apéndice A2.III.

| Sujetos | Porcentaje de ejecución (pretest) | Porcentaje de ejecución (postest) | Diferencia | Rango de diferencia | Rango de signo menos frecuente |
|---------|-----------------------------------|-----------------------------------|------------|---------------------|--------------------------------|
| 01 | 14 | 29 | 15 | 11,5 | |
| 02 | 19 | 43 | 24 | 16 | |
| 03 | 21 | 27 | 6 | 4,5 | |
| 04 | 24 | 28 | 4 | 3 | |
| 05 | 47 | 66 | 19 | 14 | |
| 06 | 54 | 56 | 2 | 2 | |
| 07 | 54 | 28 | -26 | -18 | 18 |
| 08 | 66 | 72 | 6 | 4,5 | |
| 09 | 63 | 83 | 20 | 15 | |
| 10 | 61 | 63 | 2 | 2 | |
| 11 | 56 | 45 | -11 | -10 | 10 |
| 12 | 63 | 88 | 25 | 17 | |
| 13 | 68 | 86 | 18 | 13 | |
| 14 | 74 | 65 | -9 | -8 | 8 |
| 15 | 80 | 89 | 9 | 8 | |
| 16 | 78 | 93 | 15 | 11,5 | |
| 17 | 88 | 97 | 9 | 8 | |
| 18 | 90 | 82 | -8 | -6 | 6 |
| 19 | 93 | 95 | 2 | 2 | |

$$n = 19 \quad t_c = 42 \quad = .05$$

$$t_t = 46$$

Rangos de la diferencia de los porcentajes de ejecución de la pre y post evaluación del área de aplicaciones de la prueba Key Math y valores de t calculada y t de tablas.

Apéndice A2.IV.

| Sujetos | Porcentaje de ejecución (pretest) | Porcentaje de ejecución (postest) | Diferencia | Rango de diferencia | Rango de signo menos frecuente |
|---------|-----------------------------------|-----------------------------------|------------|---------------------|--------------------------------|
| 01 | 53 | 73 | 20 | 7.5 | |
| 02 | 33 | 60 | 27 | 10 | |
| 03 | 27 | 67 | 40 | 15 | |
| 04 | 33 | 60 | 27 | 10 | |
| 05 | 40 | 73 | 33 | 13 | |
| 06 | 73 | 80 | 7 | 3 | |
| 07 | 27 | 60 | 33 | 13 | |
| 08 | 67 | 80 | 13 | 4.5 | |
| 09 | 73 | 87 | 14 | 6 | |
| 10 | 47 | 80 | 33 | 13 | |
| 11 | 73 | 67 | -6 | -1.5 | 1.5 |
| 12 | 80 | 60 | -20 | -7.5 | 7.5 |
| 13 | 80 | 80 | 0 | | |
| 14 | 80 | 80 | 0 | | |
| 15 | 73 | 100 | 27 | 10 | |
| 16 | 87 | 93 | 6 | 1.5 | |
| 17 | 67 | 80 | 13 | 4.5 | |
| 18 | 73 | 73 | 0 | | |
| 19 | 73 | 73 | 0 | | |

$$n = 15 \quad t_c = 9 \quad = .05$$

$$t_t = 25$$

Rangos de la diferencia de los porcentajes de ejecución de la pre y post evaluación del subtest de adición de la prueba Key Math y valores de t calculada y t de tablas.

Apéndice A2.V.

| Sujetos | Porcentaje de ejecución (pretest) | Porcentaje de ejecución (postest) | Diferencia | Rango de diferencia | Rango de signo menos frecuente |
|---------|-----------------------------------|-----------------------------------|------------|---------------------|--------------------------------|
| 01 | 43 | 57 | 14 | 8.5 | |
| 02 | 43 | 36 | -7 | -2 | 2 |
| 03 | 43 | 64 | 21 | 14 | |
| 04 | 36 | 50 | 14 | 8.5 | |
| 05 | 36 | 43 | 7 | 2 | |
| 06 | 71 | 64 | -7 | -2 | 2 |
| 07 | 43 | 57 | 14 | 8.5 | |
| 08 | 43 | 57 | 14 | 8.5 | |
| 09 | 50 | 64 | 14 | 8.5 | |
| 10 | 43 | 79 | 36 | 17 | |
| 11 | 43 | 57 | 14 | 8.5 | |
| 12 | 43 | 57 | 14 | 8.5 | |
| 13 | 43 | 71 | 28 | 15 | |
| 14 | 43 | 79 | 36 | 17 | |
| 15 | 57 | 93 | 36 | 17 | |
| 16 | 64 | 79 | 15 | 13 | |
| 17 | 71 | 79 | 8 | 4 | |
| 18 | 79 | 79 | 0 | | |
| 19 | 71 | 57 | -14 | -8.5 | 8.5 |

$$n = 18 \quad t_c = 12.5$$

$$t_t = 40 \quad = .05$$

Rangos de la diferencia de los porcentajes de ejecución de la pre y post evaluación del subtest de sustracción de la prueba Key Math y valores de t calculada y t de tablas.

Apéndice A2.VI.

| Sujetos | Porcentaje de ejecución (pretest) | Porcentaje de ejecución (postest) | Diferencia | Rango de diferencia | Rango de signo menos frecuente |
|---------|-----------------------------------|-----------------------------------|------------|---------------------|--------------------------------|
| 01 | 9 | 9 | 0 | | |
| 02 | 0 | 9 | 9 | 2.5 | |
| 03 | 18 | 18 | 0 | | |
| 04 | 18 | 18 | 0 | | |
| 05 | 18 | 64 | 46 | 11.5 | |
| 06 | 45 | 64 | 19 | 5 | |
| 07 | 27 | 55 | 28 | 8.5 | |
| 08 | 45 | 73 | 28 | 8.5 | |
| 09 | 64 | 91 | 27 | 6.5 | |
| 10 | 27 | 73 | 46 | 11.5 | |
| 11 | 55 | 55 | 0 | | |
| 12 | 64 | 73 | 9 | 2.5 | |
| 13 | 64 | 73 | 9 | 2.5 | |
| 14 | 55 | 91 | 36 | 10 | |
| 15 | 73 | 73 | 0 | | |
| 16 | 64 | 91 | 27 | 6.5 | |
| 17 | 73 | 73 | 0 | | |
| 18 | 73 | 82 | 9 | 2.5 | |
| 19 | 82 | 82 | 0 | | |

$$n = 12 \quad t_c = 0 \quad = .05$$

$$t_t = 14$$

Rangos de la diferencia de los porcentajes de ejecución de la pre y post evaluación del subtest de multiplicación de la prueba Key Math y valores de t calculada y t de tablas.

Apéndice A2.VII.

| Sujetos | Porcentaje de ejecución (pretest) | Porcentaje de ejecución (postest) | Diferencia | Rango de diferencia | Rango de signo menos frecuente |
|---------|-----------------------------------|-----------------------------------|------------|---------------------|--------------------------------|
| 01 | 20 | 20 | 0 | | |
| 02 | 20 | 10 | -10 | -3.5 | 3.5 |
| 03 | 20 | 20 | 0 | | |
| 04 | 20 | 30 | 10 | 3.5 | |
| 05 | 20 | 20 | 0 | | |
| 06 | 20 | 50 | 30 | 10.5 | |
| 07 | 20 | 60 | 40 | 13 | |
| 08 | 40 | 30 | -10 | -3.5 | 3.5 |
| 09 | 20 | 90 | 70 | 14.5 | |
| 10 | 0 | 70 | 70 | 14.5 | |
| 11 | 40 | 50 | 10 | 3.5 | |
| 12 | 60 | 90 | 30 | 10.5 | |
| 13 | 70 | 80 | 10 | 3.5 | |
| 14 | 40 | 60 | 20 | 7.5 | |
| 15 | 70 | 100 | 30 | 10.5 | |
| 16 | 60 | 80 | 20 | 7.5 | |
| 17 | 70 | 70 | 0 | | |
| 18 | 70 | 60 | -10 | -3.5 | 3.5 |
| 19 | 50 | 80 | 30 | 10.5 | |

$$n = 15 \quad t_c = 10.5$$

$$t_t = 25 \quad = .05$$

Rangos de la diferencia de los porcentajes de ejecución de la pre y post evaluación del subtest de división de la prueba Key Math y valores de t calculada y t de tablas.

INSTRUCCIONES "SUMA QUE NO REQUIERE LLEVAR"

El experimentador se sentaba en un masabanco junto al sujeto y le proporcionaba una hoja con una operación específica, diciéndole: "quiero que resuelvas esta suma ($\begin{array}{r} 24 \\ + 32 \end{array}$) en voz alta para que yo sepa cómo lo haces". Una vez que el sujeto terminaba de resolver la operación y habiendo identificado el experimentador qué falla emitió en el procedimiento, se le decía al sujeto: "Mira, te equivocaste aquí (señalándole), sumastes uno de más, vamos a resolverla de nuevo juntos", si la operación era una suma que no requería llevar y el error era por conteo incorrecto, se le decía: "¿Cuánto es 4 más 2?, a ver, cuenta -- despacio tus dedos, fíjate en contar sólo los dedos necesarios", si el sujeto al contar contaba de más o de menos y respondía, "son 7", se le decía, "te equivocastes de nuevo, contaste uno de más. Mira tienes 4, ahora muéstrame 2 de tus dedos entonces si tenemos 4, más 1 son 5 y más otro son 6", se proseguía así hasta terminar con los dedos y que el sujeto llegara a la respuesta correcta, en este caso 6. Se le decía, "escribe el resultado", si el sujeto colocaba el dígito correcto, se le decía "está bien, ahora pasamos a la siguiente columna; ¿cuántos son 2 más 3?, recuerda contar bien tus dedos para -- que no cuentes de más o de menos. Tienes 2, ahora muéstrame 3 dedos, entonces si tenemos 2 más 1 son 3 más otro son 4...", así hasta terminar con los 3 dedos y llegar al resultado correcto. Se le decía, "ahora resuelve estas otras operaciones, recuerda contar con cuidado y fíjate bien, para que todas las operaciones esten correctas". El experimentador permanecía cerca para recalcar la instrucción, si presentaba de nuevo el error, y si el sujeto tenía la respuesta correcta, se le decía: "lo hiciste bien, no te equivocaste al contar".

Se procedía en forma similar para cada sujeto, pero adecuado el entrenamiento correctivo y la retroalimentación inmediata al tipo de error que emitía el sujeto.

Apéndice B2.

INSTRUCCIONES "SUMA QUE SI REQUIERE LLEVAR"

El experimentador se sentaba en un mesabanco junto al sujeto, y le proporcionaba una hoja con una operación específica diciéndole: "quiero que resuelvas esta suma ($+ \begin{array}{r} 86 \\ 47 \end{array}$) en voz alta para que yo sepa cómo lo haces". Una vez que el sujeto terminaba de resolver la operación y habiendo identificado el experimentador qué fallas emitió en el procedimiento, se le decía al sujeto: "Mira, te equivocaste aquí (señalándole), sumaste uno de más, vamos a resolverla de nuevo juntos", si el error era por conteo incorrecto, se le decía: "¿cuánto es 6 más 7?, a ver, cuenta despacio tus dedos, fíjate en contar sólo los dedos necesarios", si el sujeto al contar contaba de más o de menos y respondía "son 14", se le decía, "te equivocaste de nuevo, contaste uno de más. Mira tienes 6 ahora muéstrame 7 de tus dedos, entonces si tenemos 6 más 1 son 7, más otro -- son 8,..." se proseguía así hasta terminar con los 7 dedos y que el sujeto llegara a la respuesta correcta, en este caso, 13. Se le decía, "escribe el resultado", si el sujeto colocaba el dígito correcto, se le decía, "está bien, - llevamos uno, escríbelo arriba del 8, ahora ¿cuántos son 8 más 4?, recuerda -- contar bien tus dedos para que no cuentes de más o de menos. Tienes 8, ahora muéstrame 4 dedos, entonces si tenemos 8 más 1 son 9, más otro son 10..." así hasta terminar y llegar al resultado, se le decía "son 12 más uno que llevamos son...13. Ahora resuelve estas otras operaciones, recuerda contar con cuidado y fíjate en las que llevas para que todas estén correctas".

El experimentador permanecía cerca para recalcar las instrucción si presentaba de nuevo el error, y si el sujeto tenía la respuesta correcta, se le decía: "lo hiciste bien, no te equivocaste al contar".

Se procedía en forma similar para cada sujeto, pero adecuado el entrenamiento correctivo y la retroalimentación inmediata al tipo de error que emite el sujeto.

Apéndice B3.

INSTRUCCIONES "RESTA QUE NO REQUIERE LLEVAR"

El experimentador presentaba escrita en una hoja de papel una operación de resta y decía al sujeto: "Quiero que resuelvas esta resta en voz alta, para que yo sepa como lo haces". El experimentador permanecía atento a la ejecución del sujeto. Cuando el sujeto terminaba de resolver la operación y habiendo identificado el experimentador qué fallas existió en el procedimiento, se le decía al sujeto: "Mira, te equivocaste aquí (señalándole), al contar te saltaste un número. Vamos a resolverla de nuevo juntos. Aquí tenemos dos (señalando) y para tener 5 nos faltan... cuenta tus dedos. Son dos, y un dedo tres, más otro cuatro y más otro cinco, entonces cuántos nos faltan?". Si el sujeto respondía "3", se le decía "sí, está bien son tres, tú hace un momento habías escrito dos, porque al contar lo hiciste muy rápido y te saltaste un dedo. Debes fijarte muy bien al contar para que no te equivoques. Entonces el resultado es tres, lo escribimos abajo de la primera columna de números. Ahora, tenemos 5 y para tener 6 nos faltan..., cuenta con cuidado"; si el sujeto decía "uno" se le decía "correcto, escríbelo", si por el contrario daba un resultado incorrecto se le corregía. Al terminar se presentaban otras operaciones del mismo tipo y se le pedía que las siguiera resolviendo en voz alta y que tuviera cuidado al contar para que todas las restas las tuviera correctas.

El experimentador permanecía cerca para recalcar la instrucción, si presentaba de nuevo el error o corregir otro error si este se presentaba; si el sujeto resolvía correctamente la operación, se le decía, "lo hiciste bien, no te equivocaste al contar, sigue así".

Apéndice B4.

INSTRUCCIONES "RESTA QUE SI REQUIERE LLEVAR"

El experimentador se sentaba en un mesabanco junto al sujeto y le proporcionaba una hoja con una operación específica, diciéndole: "quiero que resuelvas esta resta ($\begin{array}{r} 96 \\ - 88 \\ \hline \end{array}$) en voz alta para que yo sepa cómo lo haces". Una vez -- que el sujeto terminaba de resolver la operación y habiendo identificado el experimentador qué fallas emitió en el procedimiento, se le decía al sujeto, "Mira, te equivocaste aquí (señalándole), restaste mal, vamos a resolverla de nuevo juntos", si el error era por conteo incorrecto, se le decía: "¿cuánto es 8 para 16?, a ver, cuenta despacio tus dedos, fíjate en contar sólo los dedos necesarios", si el sujeto al contar contaba de más o de menos y respondía "son 7" se le decía: "te equivocaste de nuevo, contaste uno de menos. Mira tienes 8, ahora vamos a contar cada dedo hasta que llegues a 16, entonces si tenemos 8 más 1 son 9, más otro son 10, más otro son 11..." se proseguía así hasta llegar a la respuesta correcta en este caso 8. Se le decía, "escribe el resultado" si el sujeto colocaba el dígito correcto, se le decía: "está bien, ahora le quitamos uno al 9 porque se lo prestó al 6 y el 9 se vuelve 8, escríbelo arriba del 9. Ahora ¿cuántos son 8 para 8?", si el sujeto respondía "es 0" y el resultado era correcto, se le decía, "está bien, como ya no hay más columnas --- aquí termina la operación, ahora resuelve estas operaciones, recuerda contar con cuidado y fíjate de quitarle uno al que prestó, para que todas las tengas correctas". El experimentador permanecía cerca para recalcar la instrucción si presentaba de nuevo el error, y si el sujeto tenía la respuesta correcta, se le decía: "lo hiciste bien, no te equivocaste al contar".

Se procedía en forma similar para cada sujeto, pero adecuado al entrenamiento correctivo y la retroalimentación inmediata al tipo de error que emitía el sujeto.

INSTRUCCIONES "MULTIPLICACION QUE NO REQUIERE LLEVAR"

El experimentador se sentaba en un mesabanco junto al sujeto y le proporcionaba una hoja con una operación específica, diciéndole: "quiero que resuelvas esta multiplicación ($\begin{array}{r} 231 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$) en voz alta, para que yo sepa cómo lo haces".- Una vez que el sujeto terminaba de resolver la operación y habiendo identificado el experimentador qué fallas emitió en el procedimiento, se le decía al sujeto: "Mira te equivocaste aquí (señalándole), te faltó multiplicar este número de arriba (3), vamos a resolverla de nuevo juntos", si el error era por omitir multiplicar uno de los números, se le decía: "tienes que multiplicar el número de abajo con cada uno de los números de arriba", si el sujeto al multiplicar omitía multiplicar uno de los números y respondía "son 63", se le decía, - "te equivocaste de nuevo, te faltó multiplicar el número 3. Mira decimos 3 por 1 son 3", se le decía "escribe el resultado", si el sujeto iba colocando el dígito correcto en el lugar adecuado, se le decía: "está bien, ahora pasamos al otro número, ¿cuánto son 3 por 3?", si el sujeto respondía "son 9", se le decía: "está bien, escribe el resultado y por último multiplicamos 3 por 2 son...-", si el sujeto respondía "son 6", se le decía: "está bien, ahora el resultado está correcto son 693. Ahora resuelve estas otras operaciones y recuerda multiplicar el número de abajo con cada uno de los números de arriba y fíjate bien que no te falte multiplicar ningún número para que todas las tengas correctas". El experimentador permanecía cerca para recalcar la instrucción si presentaba de nuevo el error y si el sujeto tenía la respuesta correcta, se le decía: "lo hiciste bien, no te equivocaste y no te faltó multiplicar ningún número, sigue haciéndolo así".

Se procedía en forma similar para cada sujeto, pero adecuado el entrenamiento correctivo y la retroalimentación inmediata al tipo de error que emitía el sujeto.

Apéndice B6.

INSTRUCCIONES "MULTIPLICACION QUE SI REQUIERE LLEVAR"

En una hoja de papel el experimentador escribía una operación de multiplicación (por ejemplo $\begin{array}{r} 35 \\ \times 76 \\ \hline \end{array}$), y le decía al sujeto: "Quiero que resuelvas esta operación de multiplicación en voz alta, para que yo sepa cómo lo haces". El experimentador permanecía atento a la ejecución del sujeto para identificar -- las posibles fallas que emitiera.

Cuando el sujeto terminaba de resolver la operación y habiendo identificado el experimentador los errores que emitió en el procedimiento, se le decía: "Mira, te equivocaste aquí (señalándole) utilizaste la tabla de multiplicar incorrecta. Vamos a resolverla de nuevo juntos. Para ayudarte te voy a prestar esta hoja con las tablas de multiplicar; si sabes el procedimiento de resolución de la multiplicación, lo que te falla son las tablas de multiplicar. Aquí tenemos 6 (señalando) por 5 (señalando), busca en la tabla del 6. Bien ¿cuánto es?" si el sujeto respondía "30", se le decía "correcto, escribimos el cero y llevamos 3, escríbelo aquí arriba para que te acuerdes de lo que llevas. Ahora tenemos 6 (señalando) por 3 (señalando) busca cuánto es", si respondía 18 se le decía "muy bien, 18 más 3 que llevábamos son... cuántos. 18 más uno son 19, más otro son 20 y más otro son 21, correcto. Como ya tenemos otro número en el multiplicando escribimos los dos números del 21. Ahora haz lo mismo con el otro multiplicador, el 7 (señalándolo)". Se le corregía cuando cometía algún error y cuando hacía lo correcto, se le decía "vas bien". Al terminar el sujeto de multiplicar, se le indicaba que trazara la línea para sumar los números y obtener el producto de la multiplicación.

Posteriormente se le presentaban otras operaciones de multiplicación, y se le pedía que las siguiera resolviendo en voz alta y con ayuda de las tablas de multiplicar para evitar errores por las tablas.

INSTRUCCIONES "DIVISION SIN RESIDUO"

El experimentador se sentaba en un mesabanco junto al sujeto y le proporcionaba una hoja con una operación específica, diciéndole: "quiero que resuelvas esta división ($4/16$) en voz alta, para que yo sepa cómo lo haces". Una vez que el sujeto terminaba de resolver la operación y habiendo identificado el experimentador qué fallas existió en el procedimiento, se le decía al sujeto "Mira, te equivocaste aquí (señalándole) multiplicaste con la tabla incorrecta, vamos a resolverla de nuevo juntos, pero te voy a prestar una hoja con las tablas de multiplicar, para que sepas cuál utilizar", si el error era por utilizar la tabla incorrecta se le decía: "¿cuántas veces cabe el 4 en el 16?, a -- ver, busca en las tablas de multiplicar y dime qué número multiplicado por 4 -- nos da 16 o se aproxima", si el sujeto respondía "es 3", se le decía: "te equivocaste de nuevo, fijate bien qué tabla de multiplicar es la correcta, porque 3 por 4 son 12 y para 16 sobran 4, entonces alcanza para uno más", se le hacía hincapié al sujeto para que buscara la tabla correcta y una vez hecho esto, se le volvía a preguntar, "entonces, ¿cuántas veces cabe el 4 en el 16?", si el sujeto respondía "es 4", se le decía: "correcto, ahora termina de resolver la operación para ver si está bien", si el sujeto terminaba la operación y obtenía el cociente y el residuo correctos, se le decía "ahora resuelve estas otras operaciones, recuerda utilizar la tabla de multiplicar correcta y fijate bien al contar para que todas las tengas correctas".

El experimentador permanecía cerca para recalcar la instrucción si presentaba de nuevo el error, y si el sujeto tenía la respuesta correcta, se le decía: "lo hiciste bien, no te equivocaste en la tabla de multiplicar".

Se procedía en forma similar para cada sujeto, pero adecuado el entrenamiento correctivo y la retroalimentación inmediata al tipo de error que emitía el sujeto.

Apéndice D8.

INSTRUCCIONES "DIVISION CON RESIDUO"

El experimentador presentaba una operación de división (por ejemplo ----- $3/52$) escrita en una hoja de papel, y le decía al sujeto: "Quiero que resuelvas esta división en voz alta, para que yo sepa cómo lo haces". El experimentador permanecía atento a la ejecución del sujeto, para identificar las posibles fallas que emitiera. Una vez que el sujeto terminaba de resolver la operación y el experimentador había identificado los errores que emitió en el procedimiento, se le decía: "Mira, te equivocaste aquí (señalándole) se te olvidó obtener el residuo. Vamos a resolverla de nuevo juntos. Aquí afuera en el divisor tenemos 3 y adentro en el dividendo 52, ¿cuántas veces cabe el 3 en el 5, puedes ayudarte con las tablas de multiplicar que te dí. Cabe...", si el sujeto respondía "una vez", se le decía "correcto, lo escribimos aquí (señalando) ahora multiplicamos uno por tres (señalando) son tres, para cinco "¿cuántas faltan?", el sujeto tenía que responder 2, si daba otra respuesta se le volvía a instigar para que respondiera correctamente. "Entonces es dos, lo ponemos -- aquí debajo del cinco y bajamos el dos. Ahora, ¿cuántas veces cabe el 3 en el 22?"; busca en las tablas, 3 por cuál número da 22 o se acerca a 22. Si el sujeto respondía 7, se le decía "correcto, ponlo arriba a un lado del uno. Multiplicamos 7 por 3 (señalándolos) son...." el sujeto respondía 21, se le decía "bien, son 21 ¿cuánto nos falta para 22?" si el sujeto respondía "1", se le decía "muy bien, el uno lo escribimos abajo de este dos (señalando). ¿cuántas veces cabe el tres en el uno?, si el sujeto respondía "ninguna", se le decía "sí muy bien, el tres es más grande que el uno y no cabe en él, aquí termina la división ¿te fijaste? te faltaba poner este uno que es el residuo de la división que acabamos de hacer".

"Ahora, resuelve estas divisiones, también en voz alta y recuerda obtener los residuos correctos. Ayúdate de las tablas de multiplicar, para que no te vayas a equivocar por las tablas."

Apéndice C.

ERRORES DE LA OPERACION DE ADICION

| | |
|--|--|
| 1.- Anota los números del sumando en el resultado (S/LL y LL) | 36 36 + 23 + 23 <u>363623</u> |
| 2.- El resultado es sumado con los sumados (S/LL y LL) | 36 + 23 <u>+ 59</u> 82 |
| 3.- Coloca en la raya el número que aparece como el (S/LL y LL) total | 36 36 + 84 + 84 <u>21 120</u> |
| 4.- Suma mal las columnas, de más o de menos (S/LL y LL) conteo incorrecto. | 459 459 <u>+ 378 +378</u> 836 839 |
| 5.- Escribe el resultado correcto y agrega otro número (S/LL y LL) | 459 <u>+ 378</u> 4837 |
| 6.- Escribe en la raya un número de cada dato que se le dió (S/LL y LL) | 459 <u>+ 378</u> 958 |
| 7.- Escribe números que no tienen relación con la operación (S/LL y LL) | 459 <u>+ 378</u> 126 |
| 8.- Omite sumar una columna (S/LL y LL) | 459 <u>+ 378</u> 137 |
| 9.- Resta el sumando con el total (LL) | 459 <u>+ 378</u> <u>- 837</u> 541 |
| 10.- Omite el sumar las que lleva (LL) | 459 <u>+ 378</u> 827 |

| | | | |
|------|--|-------------------------------|--|
| 11.- | Suma cada columna independientemente (LL) | | 459 <u>+ 378</u> 71217 |
| 12.- | Suma en forma horizontal todos los sumandos (S/LL y LL) | | 459 <u>+ 378</u> 36 |
| 13.- | Coloca el número anterior con respecto al resultado (LL) | 459 <u>+ 378</u> 37837 | 459 <u>+ 378</u> 1611 |
| 14.- | a) Coloca los números del resultado en lugares incorrectos b) Coloca los sumandos en lugares incorrectos (LL) | a) 459 <u>+ 378</u> 837 | b) 459 <u>+ 378</u> 4239 |
| 15.- | Suma combinando las columnas (LL) | | 459 <u>+ 378</u> 1323 |
| 16.- | * | | |
| 17.- | Multipliqué en vez de sumar (LL) (S/LL) | | 36 <u>+ 23</u> 108 <u>72</u> 628 |
| 18.- | Resta en una columna en vez de sumar (S/LL y LL) | | 459 <u>+ 378</u> 037 |
| 19.- | Suma mal las que lleva (LL) | | 459 <u>+ 378</u> 947 |
| 20.- | Omite el sumar un número y sólo suma las que lleva con cualquier sumando (LL) | | 459 <u>+ 378</u> 787 |
| 21.- | Omite poner un número del resultado (S/LL y LL) | | 959 <u>+ 378</u> 337 |

NOTA: Esta clasificación está basada en las tablas de errores (ver apéndices-B, C, D y E), utilizada por Martínez 1986.

Apéndice D.

ERRORES DE LA OPERACION DE SUSTRACCION

| | | |
|--|--------------|----------------|
| 1.- Resta mal las columnas, conteo incorrecto (S/LL y LL) | 876 | |
| | <u>- 325</u> | |
| | | 223 |
| 2.- Escribe un "CERO" cuando desconoce el resultado (S/LL y LL) | 876 | |
| | <u>- 588</u> | |
| | | 300 |
| 3.- Coloca números que no tienen relación con la operación (S/LL y LL) | 876 | |
| | <u>- 588</u> | |
| | | 645 |
| 4.- Resta de arriba hacia abajo (LL) | 876 | |
| | <u>- 588</u> | |
| | | 312 |
| 5.- Todas las columnas las adapta a unidades, resta cada columna independientemente (LL) | 876 | |
| | <u>- 588</u> | |
| | | 312 |
| 6.- Omite restar las que presta, resta directamente (LL) | 876 | |
| | <u>- 588</u> | |
| | | 298 |
| 7.- Escribe el resultado correcto y agrega otro número (S/LL y LL) | 876 | |
| | <u>- 588</u> | |
| | | 3288 |
| 8.- Resta el minuendo con el total, combinando las columnas (S/LL y LL) | 876 | |
| | <u>- 588</u> | |
| | | 288 |
| | | <u>312</u> |
| 9.- Anota en la raya el número que aparece como el total (LL) | 876 | |
| | <u>- 588</u> | |
| | | 368 |
| 10.- No toma en cuenta una columna (S/LL y LL) | 876 | 876 |
| | <u>- 588</u> | <u>- 588</u> |
| | | 88 |
| | | 2 8 |

- | | | | |
|---|--------------|--------------|------|
| 11.- Suma las columnas en vez de restar (S/LL y LL) | | 876 | |
| | | <u>- 588</u> | |
| | | | 1464 |
| 12.- Resta correctamente las unidades pero las demás columnas no (LL) | | 876 | |
| | | <u>- 588</u> | |
| | | | 298 |
| 13.- Inicia correctamente la resta, a partir de las decenas - las adapta a unidades, de 3 columnas en adelante (LL) | 876 | 876 | |
| | <u>- 588</u> | <u>- 588</u> | |
| | 318 | 308 | |
| 14.- Escribe el número "tres" cuando desconoce el resultado (LL) (S/LL) | | 876 | |
| | | <u>- 588</u> | |
| | | | 333 |
| 15.- Falla estimar el pedir prestado (LL) | | 876 | |
| | | <u>- 588</u> | |
| | | | 302 |
| 16.- Resta de arriba hacia abajo y el número que está solo lo baja al resultado (LL) | 36 | 365 | |
| | <u>- 7</u> | <u>- 78</u> | |
| | 31 | 313 | |

Apéndice E.

ERRORES DE LA OPERACION DE MULTIPLICACION

| | | | |
|--|--|---------------------|----------------------|
| 1.- Multiplica en forma vertical las columnas independientemente (S/LL) | | | 35 |
| | | | $\frac{X \ 11}{35}$ |
| 2.- Multiplica entre sí los números del multiplicando (S/LL) | | | 35 |
| | | | $\frac{X \ 12}{15}$ |
| 3.- Utiliza la tabla de multiplicar incorrecta (S/LL y LL) | | | 45 |
| | | | $\frac{X \ 6}{265}$ |
| 4.- Multiplica el multiplicando con el resultado (S/LL) | | | 12 |
| | | | $\frac{X \ 2}{24}$ |
| | | | $\frac{28}{28}$ |
| 5.- Coloca números que no tienen relación con la operación (S/LL y LL) | | | 45 |
| | | | $\frac{X \ 6}{74}$ |
| 6.- Suma mal el resultado de la multiplicación; conteo incorrecto (S/LL y LL) | | 45 | 45 |
| | | $\frac{X \ 6}{280}$ | $\frac{X \ 32}{90}$ |
| | | | $\frac{135}{1430}$ |
| 7.- Escribe un "cero" cuando desconoce el resultado (S/LL y LL) | | | 45 |
| | | | $\frac{X \ 6}{00}$ |
| 8.- Agrega un número al resultado correcto (S/LL) | | | 45 |
| | | | $\frac{X \ 6}{3270}$ |
| 9.- Multiplica las unidades correctamente y las decenas las baja al resultado (S/LL) | | | 23 |
| | | | $\frac{X \ 3}{29}$ |

- 10.- No toma en cuenta las que lleva (LL) 45
X 6
240
- 11.- Coloca en la raya el número que está en el resultado (S/LL) 45
X 6
~~270~~
- 12.- Omite multiplicar uno de los números del multiplicador - y/o del multiplicando (S/LL y LL) 434 243
X 5 X 24
220 972
- 13.- Suma un multiplicando con el multiplicador (LL) 434
X 5
1070
- 14.- Multiplica con el número de las que "lleva" y no con el multiplicando cuando este es cero (LL) 305
X 3
935
- 15.- No sabe las tablas de multiplicar del 6 al 9 (S/LL y LL) 875
X 28
2074
1750
19574
- 16.- Hace multiplicaciones independientes (S/LL y LL) 45
X 6
2430
- 17.- Coloca en lugar incorrecto el resultado del segundo multiplicador (S/LL y LL) 875 875
X 28 X 28
7000 7000
1750 1750
182000 8750

Apéndice F.

ERRORES DE LA OPERACION DE DIVISION

| | | | |
|------|--|------------------------|---|
| 1.- | Baja el dividendo como residuo (S/R) | $\frac{4}{4/16}$ 16 | $\frac{1}{5/75}$ 75 |
| 2.- | Divide cada número del dividendo por separado, con cada uno de los números del divisor (S/R Y C/R) | | $\frac{31}{14/35}$ 05 1 |
| 3.- | Utilizó la tabla de multiplicar incorrecta (S/R Y C/R) | | $\frac{3}{4/16}$ 4 |
| 4.- | Sólo coloca el cociente y no obtiene residuo (S/R) | $\frac{4}{4/16}$ | 0 |
| 5.- | Obtiene un residuo incorrecto, suma de más ó de menos (S/R Y C/R) | | $\frac{21}{4/85}$ 05 0 |
| 6.- | Coloca un número en el cociente y varios en el residuo - en forma de una cadena numérica (S/R) | | $\frac{3}{4/16}$ 3 ₄ 5 |
| 7.- | Escribe un "cero" en el cociente cuando desconoce el resultado (S/R) | | $\frac{0}{4/16}$ |
| 8.- | Divide el primer número del dividendo con el primero del divisor, y el segundo lo baja al residuo (S/R) | | $\frac{7}{14/70}$ 04 |
| 9.- | Divide directamente, un número lo multiplica con el divisor y el resultado lo resta al dividendo para obtener el residuo (S/R Y C/R) | | $\frac{12}{7/85}$ 1 |
| 10.- | No toma las cifras correctas para iniciar la división - del dividendo, con respecto al divisor (S/R Y C/R) | $\frac{4}{4/16}$ 16 | 0 |

- 11.- Coloca el cociente en un lugar incorrecto (S/R Y C/R) $\frac{4}{4\overline{)16}}$
0
- 12.- Coloca números que no tienen relación con la operación (S/R Y C/R) $\frac{73}{4\overline{)85}}$
64
3
1
- 13.- Sólo toma un número del divisor para resolver la división (S/R) $\frac{21}{14\overline{)85}}$
05
1
- 14.- Suma en vez de multiplicar el divisor con respecto al dividendo para obtener el cociente (S/R) $\frac{12}{4\overline{)35}}$
4+3+5= 12
- 15.- Hace multiplicaciones (S/R Y C/R) $\frac{36}{4\overline{)9}}$
4x9= 36
- 16.- Cuando el cociente es igual a uno escribe el número que aparece en el divisor y obtiene el residuo correcto (S/R Y C/R) $\frac{48}{4\overline{)75}}$
35
3
- 17.- No termina la división, porque omite colocar los demás cocientes (S/R Y C/R) $\frac{1}{4\overline{)75}}$
35
- 18.- No baja los números al residuo para continuar con la operación (S/R) $\frac{1}{4\overline{)76}}$

Apéndice G.

C A T E G O R I A D E E R R O R E S

FALTA DE ATENCION

C O N C E P T U A L

P R O C E D I M I E N T O

(S/LL Y LL)

C O N T E O

P R O C E D I M I E N T O
I N D E C U A D O

- | | | |
|--|---|--|
| a) Escribe números que no tienen relación con la operación. | a) Coteo incorrecto (mal establecimiento de la correspondencia -- uno - uno). | a) Resolver operaciones que requieren llevar, como una operación que no lo requiere. |
| b) escribe un "cero" cuando desconoce el resultado. | | |
| c) no responde al signo de la operación y resuelve una operación por otra. | | b) omisión de algún paso |

*

- * Cuando el sujeto resuelve todas las operaciones con uno o todos los ejemplos anteriores y que se presentan desde las operaciones que no requieren de la respuesta de "llevar".

* REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS *

- Anderson, C.R., (1985). Psicología Educativa. México, Ed. Trillas. pp. 307 - 319.
- Beattie, I. D., (1979). Children's strategies for solving subtraction fact combinations. Arithmetic Teacher. 27, No. 1. pp. 14 - 15.
- Beattie, J., (1982). Testing for teaching. Arithmetic Teacher. 30, No. 1 -- PP. 47 - 51.
- Bijou, S. W., (1976). Child Development: The Basic Stage of Early Childhood.- Englewood Cliffs, H.J.: Prentice Hall, pp. 173 - 174.
- Connolly, A., Nachman, W., Pritchett, E., (1976). Key Math: Diagnostic Arithmetic Test. Circle Pines Minn: American Guidance Service.
- Damián, M., Villar, G. y García, V. La conducta de contar en niños preescolares: un análisis inicial. Tesis de Licenciatura en Psicología. Facultad de Psicología. UNAM, 1978.
- Díaz, D. y García, V., (1980). La conducta de contar en niños preescolares: un análisis descriptivo. Revista Mexicana de Análisis de la Conducta. 6, No. 1. pp. 59 - 72.
- Engelhardt, J., (1982). Using computational errors in Diagnostic Teaching. --- Arithmetic Teacher. 29, No. 8. pp. 16 - 19.

- Fowler, M. A., (1980).Diagnostic Teaching for elementary school mathematics. Arithmetic Teacher. 27. No. 7. pp. 34 - 37.
- García, V., Lugo, G. y Lovitt, T., (1976). Análisis experimental de la generalización de respuestas en problemas aritméticos de suma. Revista Mexicana de Análisis de Conducta. 2. No. 1 pp. 54 - 67.
- García, V. y Rayek, E., (1978). Análisis experimental de la conducta aritmética: componentes de dos clases de respuestas en problemas aritméticos de suma. Revista Mexicana de Análisis de la Conducta. 4. No. 1. pp. 41 - 58.
- García, V., Eguía, W., Cámiz, L. y Conzález, A., (1983). Análisis experimental de la generalización de respuestas aritméticas de división. Revista Mexicana de Análisis de la Conducta. 9.- No. 1. pp. 11 - 27.
- García, V., Esparza, E. y Ochoa, G., (1980). Análisis experimental de la generalización de respuestas de multiplicar en operaciones y problemas aritméticos. Revista Mexicana de Análisis de la Conducta. 14. No. 1.
- Gearheart, B., (1987). Incapacidades en el Aprendizaje. México, Ed. Manual Moderno. pp. 10.
- Ginsburg, H. P., (1983). The Development of Mathematical Thinking: Children's Psychological Difficulties in Mathematics. pp. 319-350.

- Conzález, A. y García, V., (1984). La conducta de contar en niños preescolares: un análisis comparativo. Revista Mexicana de Análisis-de la Conducta, 10. No. 2. pp. 113 - 123.
- Irons, C. J., (1981). The Division Algorithm: Using an alternative approach. Arithmetic Teacher. 28. No. 5. pp. 46 - 48.
- Kilian, L., (1980). Errors that are common in multiplication. Arithmetic - Teacher. 27. No. 5. pp. 22 - 25.
- Kline, M., (1984). El Fracaso de la Matemática Moderna: por qué Juanitono sabe sumar. México, Ed. Siglo XXI.
- Martínez, R., A.(1986). Evaluación, tratamiento y análisis de conducta aritmética en niños con dificultades en el aprendizaje. Tesis de Licenciatura en Psicología. Facultad de Psicología. UNAM,
- McKillop, W., (1979). Teacher-made test: development and use. Arithmetic Teacher. 27. No. 3. pp. 40 - 41.
- Meyer, R. A., (1982). Transitional division algorithms. Arithmetic Teacher. 29. No. 9. pp. 10 - 12.
- Mora, P. y Rojas, G., (1989). Los problemas de aprendizaje: Un mito, El niño:- la víctima. Tesis de Licenciatura en Psicología. Facultad de Psicología. UNAM.

- Myers, A. C., (1977). The learning disabled child-learning the basic fact. - Arithmetic Teacher. 25. No. 3. pp. 46 - 50.
- National Council of teachers of Mathematics position statement on basic skills- (1977). Arithmetic Teacher. 25. No. 1. pp. 18 - 22.
- Pelosi, P. A., (1983). In Search of Computational Errors. Arithmetic Teacher-30. No. 7. pp. 50 - 51
- Posner, K., (1982). The development of mathematical knowledge in two west-African Societies: Child Development. 53. No. 1 pp. -- 200 - 208.
- Price, A., (1984). A. Comparativestudy of the California Achievement Test (forms C and D) and the Key Math Diagnostic Arithmetic Test with secondary IH students. Journal of Learning - Disabilities. 17. No. 7. pp. 392 - 396.
- Reyes, G. y García, V., (1979). Análisis de la generalización de respuestas en problemas de suma y resta. Tesis de Licenciatura en -- Psicología. Facultad de Psicología. UNAM.
- Ross, O. A., (1985). Terapia de la Conducta Infantil: principios, procedi-- mientos y bases teóricas. México, Ed. Linusa. pp. 121- 140.
- San Esteban, S., (1986). Cuando los niños comenzaron a ser listos. Informa--- ción Científica y Tecnológica. 11. No. 151. pp. 14-18.

- Siegel, S., (1986). Estadística no Paramétrica: aplicada a las ciencias de la conducta. México, Ed. Trillas. pp. 99 - 107, 283.
- Smith, D., (1976). The differential effects of reinforcement contingencies on arithmetic performance. Journal of Learning Disabilities. 9. No. 1. pp. 21 - 29.
- Thompson, S., (1977). Diagnosing difficulties in learning basic math facts.- Journal of Learning Disabilities. 10. No. 9. pp. 585 - 589.
- Tinney, F. A., (1975). A comparison of the Key Math Diagnostic Arithmetic -- Test and the California Arithmetic Test used with learning disabled students. Journal of Learning Disabilities. 8. No. 5. pp. 57 - 59.
- Van Ettlen, C., (1976). Programs, materials and techniques. Journal of Learning Disabilities. 9. No. 9. pp. 541 - 549.
- Wallace, G., Mc Loughlin, J., (1975). Learning Disabilities Concepts and Characteristics. Columbus, Ohio: Charles, E. Merrill.