UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

INVERSION DE LAS RESERVAS RELATIVAS AL RAMO DE VIDA DE UNA EMPRESA PRIVADA DE SEGUROS, EN EL PORTAFOLIO DE MERCADO.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

A C T U A R I O

P R E S E N T A :

MARCO ANTONIO GARCIA FERNANDEZ

México, D. F. 1990

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

INDICE

I N T R O D U C C I O N.

Tomando en consideración que la fortaleza de una empresa de Seguros se debe en gran medida a la **seguridad, rentabilidad y liquidez** de sus reservas; fué de mi interés, el aportar una obra que conjuntara los aspectos financiero, estadístico, actuarial y legal, referentes a la finalidad, creación, inversión en portafolio de mercado y análisis de las **Reservas Técnicas relativas al ramo de Vida de las Empresas Privadas de Seguros.**

El contenido de esta tesis, está presentado en siete **capítulos y un apéndice.**

En el capítulo I, se explican y aplican **los elementos financieros básicos;** partiendo del concepto de interés hasta la creación de modelos que necesitan la involucración de éste con funciones de acumulación, funciones monto, valores presentes y anualidades. Además en este capítulo, se pretende brindar una idea de lo que es el **Mercado de Valores** para poder llegar a definir el **Portafolio de Mercado.**

En el capítulo II se explican las medidas estadísticas básicas que nos ayudarán a construir la **línea de mercado de capital** y la **línea de mercado de valores** (ambas esquestas en el capítulo III).

El capítulo IV, titulado **Formulación de Reservas**, constituye la base actuarial del tema de la presente tesis; explicando paso por paso la **formación de las reservas matemáticas** para cada uno de los planes tradicionales de seguro de vida.

Dado que actualmente se han presentado una serie de cambios en la **legislación de seguros**; el capítulo V, tiene la finalidad de exponer lo que hasta el momento la **Ley** dictamina en relación al tema que nos concierne.

Los ejemplos de Portafolios de Mercado expuestos en el capítulo VI, permiten aplicar los conocimientos adquiridos, con el fin de crear y analizar dichos portafolios.

El capítulo VII, se refiere a las conclusiones de la presente obra.

El objetivo principal de este trabajo es la creación de portafolios de mercado, que permitan **maximizar el rendimiento y disminuir el riesgo** de la inversión de las reservas relativas al ramo de vida de las compañías de seguros, sobre bases sólidas de conocimiento.

Deseo apriori, que el contenido de la presente tesis logre la integración armónica de algunos de los conocimientos obtenidos después de estudiar la **Carrera de Actuaría** impartida en la facultad de Ciencias de la **Universidad Nacional Autónoma de México**; con el fin de lograr un **óptimo desarrollo** de las Empresas de seguros en beneficio de los asegurados.

México, D.F.
Julio 25, 1990.

MARCO ANTONIO GARCIA FERNANDEZ.

INVERSION DE LAS RESERVAS RELATIVAS AL RAMO DE VIDA DE UNA EMPRESA PRIVADA DE SEGUROS, EN EL PORTAFOLIO DE MERCADO

TEORIA FINANCIERA

Con la finalidad de entender ampliamente lo concerniente al aspecto financiero de la presente tesis; es necesario el conocimiento y dominio de los elementos básicos que integran la Teoría Financiera.

Los elementos de la Teoría Financiera que utilizaremos son los siguientes:

1) INTERES
2) FUNCION ACUMULACION Y FUNCION MONTO
3) INTERES SIMPLE
4) INTERES COMPUESTO
5) TASAS DE INTERES
6) RELACIONES ENTRE TASAS DE INTERES Y TASAS DE DESCUENTO
7) VALOR PRESENTE
8) ANUALIDADES
9) VALOR PRESENTE NETO(V.P.N.)
10) TASA INTERNA DE RENDIMIENTO(T.I.R.)
11) MERCADO DE VALORES
12) PORTAFOLIO DE MERCADO

El INTERES es el pago o remuneración que el que pide prestado capital, paga al prestador del mismo por su uso.

Considerando otro punto de vista, decimos que el interes es una forma de renta que el que pide prestado, paga al prestador con la finalidad de compensar la pérdida por el uso de capital por parte del prestamista mientras el que pide prestado posee el capital.

En teoría, el capital e interés no necesariamente deben estar expresados en el mismo género; v.gr.,

El pescador A presta su lancha e instrumentos de pesca al pescador B con la condición de que el pesacador B otorgue un porcentaje de lo pescado al pescador A.

En este ejemplo, la lancha y los intrumentos de pesca constituyen el capital; mientras que la porción de pesca que B da a A constituye el interés. Sin embargo, en casi todas las aplicaciones, tanto el capital como el interés son expresados en términos monetarios.

2) FUNCION ACUMULACION Y FUNCION MONTO

Una operacion financiera común es la inversión de una cantidad de dinero a un cierto interés. v.gr., consideremos el caso de una persona que tiene una cuenta de ahorros en un Banco. La cantidad inicial de dinero invertido le denominamos [illegible] la cantidad total recibida después de un período de tiempo, le llamamos VALOR ACUMULADO . A la diferencia entre el valor acumulado y el principal lo llamamos el INTERES ganado durante el período de inversión.

Por el momento consideremos que el principal no es incrementado o decrementado durante el período de inversión, i.e., que cualquier cambio en el fondo es debido estrictamente al efecto del interés.

Consideremos a t como la medida de tiempo en una inversión. El tiempo puede ser medido en varias unidades,v.gr., días, meses, años, lustros,etc., pero comúnmente es medido en años.

Si consideramos la inversión de una unidad de principal, podemos definir una FUNCION DE ACUMULACION a(t), como aquella que nos proporcionará el valor acumulado en un tiempo t>=0 de una inversión original de 1 (entenderemos de aquí en adelante por 1. el valor de una unidad monetaria (u.m.)).

Las 3 propiedades de esta función de acumulación son:

i) a(0)=1.Es decir, que si la unidad de tiempo es cero (t=0), el valor acumulado es igual a la inversión original de una unidad..

[illegible]) a(t)=(1 + i).Implica que después de un período de tiempo t, el valor acumulado será igual a nuestra inversión original de una unidad, más los intereses generados durante está fija por la unidad.

3) *Creciente* y *continua* .Una función de acumulación se considera creciente bajo el supuesto de una tasa de interes positiva.Podría matemáticamente ser posible el concebir la idea de una función de acumulación negativa ó constante; pero hacer ésto involucraría el uso de un interés negativo ó cero respectivamente; lo cual no es válido para la gran mayoría de situaciones consideradas en la práctica.

El fundamento de que una función de acumulación sea continua, se sustenta en el hecho de que el interés se acumula continuamente.

Por la Teoría del Cálculo Diferencial e Integral, sabemos que una función f es continua en un número real a si se satisfacen las 3 condiciones siguientes:

i) f está definida en un intervalo abierto que contiene el valor de a

ii) $\lim_{x \to a} f(x)$ existe

iii) $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$

También existe un teorema que cita lo siguiente: si f es un polinomio, entonces:

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

para todo número real a

Normalmente las funciones de acumulación son polinomios, los cuales están definidos en todos los reales. Por lo expuesto en el teorema anterior tenemos que la función de acumulación es continua debido a que cumplen con las condiciones i),ii) y iii) que acreditan a una función como continua en a.

Ejemplos:

A) Demostrar que $f(x)=1 + i*x$ para $x>=0$ e i constante, es continua para $x>=0$

RESPUESTA:

Calculemos el $\lim_{x\to a} f(x)$:

$$\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} 1 + i*x$$

Sabemos que el límite de la suma es la suma de los límites. i.e.:

$$\lim_{x\to a} f(x) = (\lim_{x\to a} 1) + (\lim_{x\to a} i*x)$$

Existe un teorema que afirma lo siguiente:

Si a y c son números reales cualesquiera, entonces $\lim_{x\to a} c=c$

Aplicando ésto, tenemos que:

$$\lim_{x\to a} f(x) = 1 +(\lim_{x\to a} i*x)$$

Existe otro teorema en Cálculo que dice que si m y a son números reales entonces:

$$\lim_{x\to a} (m*x) = m*a$$

Aplicando lo anterior tenemos:

$$\lim_{x \to a} f(x) = 1 + i*a$$

De aquí se concluye que $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$, resultado obtenido directamente si consideramos que f(x) es un polinomio.

Por lo tanto se cumplen las condiciones i), ii) y iii) y afirmamos que f(x) es continua para x>=0. En el punto 3 del capítulo I, se define a esta función, como la de acumulación considerando interés simple.

B) Demostrar que $f(x) = (1 + i)^x$ para x>=0 e i constante es continua.

Como observamos, f(x) es un polinomio de grado x y haciendo uso del teorema de continuidad en polinomios, sabemos que $\lim_{x \to a} f(x)$ existe y es igual a f(a). Además, como f(x) está definida para todo x>=0 entonces f(x) es continua en x. En el punto 4 del capítulo I, se define a $f(x) = (1 + i)^x$ para x>=0 como la función de acumulación considerando interés compuesto.

Existen infinidad de funciones de acumulación,pero prácticamente las más usuales son dos(una involucra interés simple y otra interés compuesto), las cuales se analizarán con detalle en los puntos relativos a interés simple e interés compuesto.

En general, el principal (capital) invertido no es 1, sino una cantidad k>0. Dado lo anterior estamos en condiciones de definir una FUNCION MONTO A(t). COMO [illegible] dará el valor acumulado en un tiempo $t \geq 0$ de una inversión original de k unidades.

La fórmula de la función monto es:

$$A(t)=k*a(t)$$

A la cantidad de interés ganada durante el período n le denominaremos I_n y la fórmula es:

$$I_n = A(n) - A(n-1) \text{ para } n>=1$$

Notamos entonces que I_n se refiere al interés ganado durante un período de tiempo(para I_n consideramos el período dado por el intervalo (n-1,n]; mientras que A(n) nos representa el monto ganado a un momento determinado n considerando el período de tiempo dado por el intervalo (0,n]).

Como se puede observar la función de acumulación es un caso especial de la función monto para k=1.

3)INTERES SIMPLE

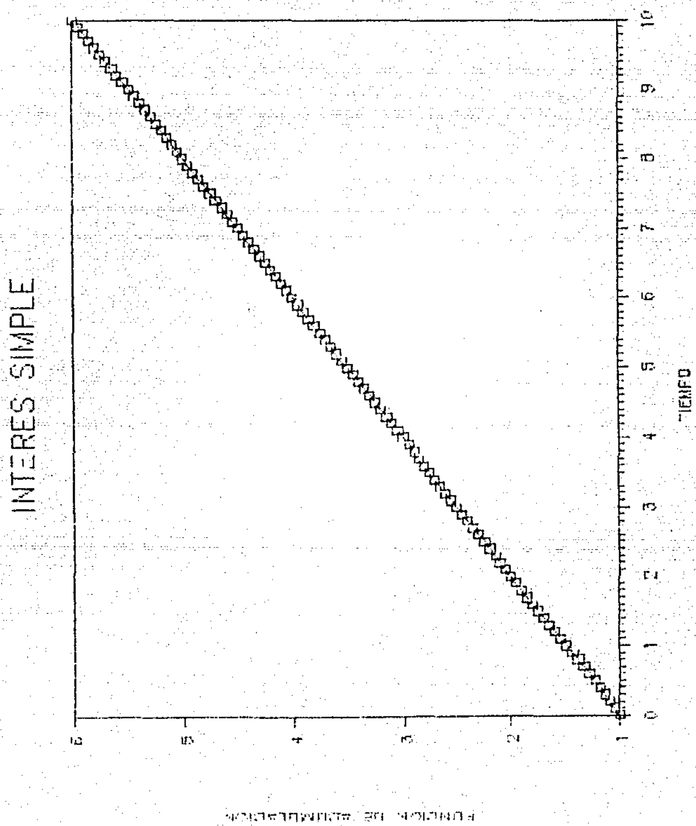
Es el pago por el uso de un capital ajeno considerando que la cantidad de interés ganado durante cada período es constante.

El principio básico del interés simple se refiere a que el interés no es reinvertido para ganar más intereses.

La función de acumulación considerando interés simple es la siguiente:

$$a(t)=1 + i*t \text{ para } t>=0$$

La función de acumulación bajo interés simple, es mostrada a continuación, a través de la gráfica, la cual se calculó con una tasa de interés del 50%.



Ahora resolveremos un ejemplo en el cual se utiliza interés simple.

Cual será el valor monto de 100 u.m. al final de 5 años con una tasa de interés simple del 3%.

RESPUESTA:

$$A(5)=100*(1+.03*(5))=115$$

4) INTERES COMPUESTO

En la teoría del interés compuesto, se considera que cuando el prestamista ó inversionista recibe la suma correspondiente a los intereses, está en condiciones de utilizarlos nuevamente como capital e invertirlos para que devenguen intereses a la misma tasa del préstamo original.

La función de acumulación considerando interés compuesto es la siguiente:

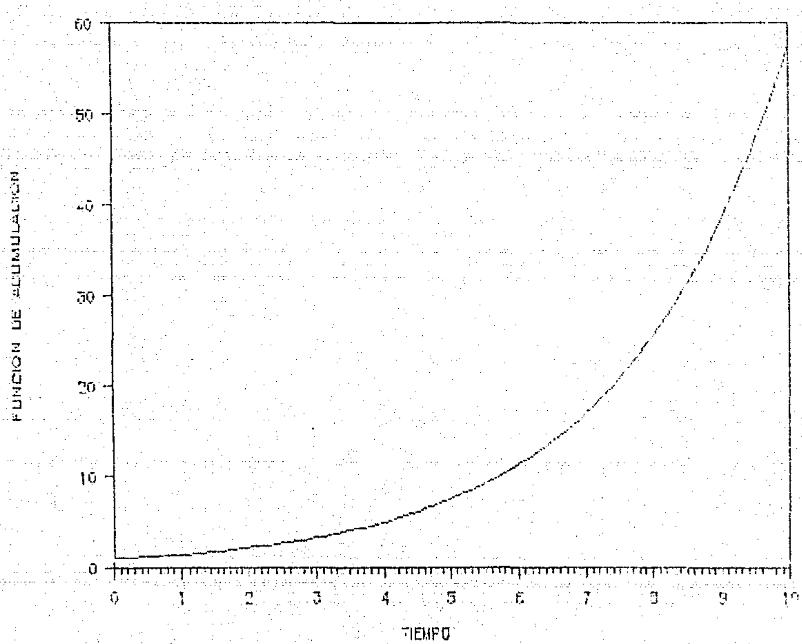
$$a(t)=(1+i)^{t} \quad \text{para } t>=0$$

Por consiguiente, la función monto para el interés compuesto quedaría determinada por:

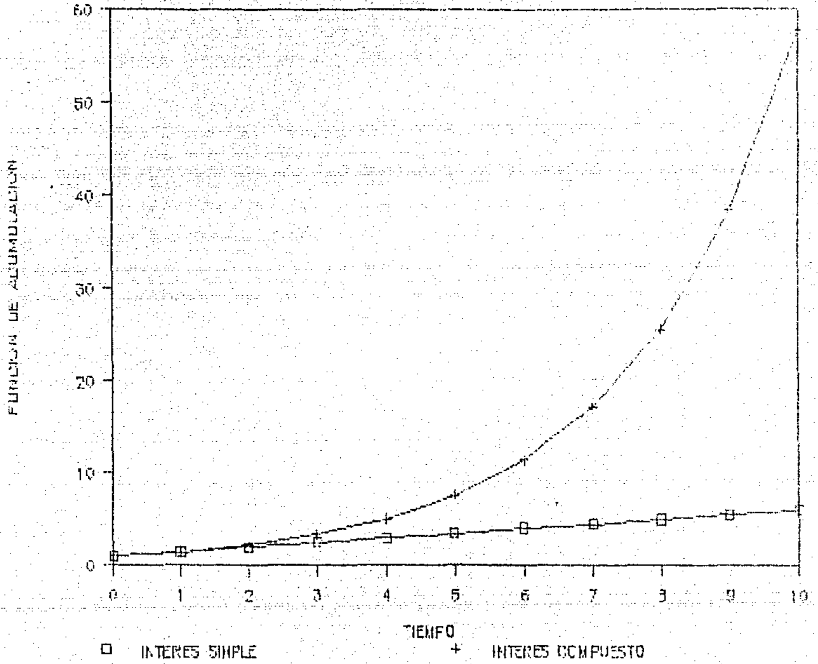
$$A(t)=k*a(t)=k*(1+i)^{t} \quad \text{para } t>=0 \text{ y } k>0$$

A continuación, la gráfica correspondiente a la función de acumulación considerando interés compuesto y otra con los dos tipos de interés, utilizando un interés del 50%.

INTERES COMPUESTO



INTERES SIMPLE E INTERES COMPUESTO



Como se pudo observar, tanto el interés simple como el compuesto, producen el mismo resultado al final del primer año. Posteriormente, el interés compuesto produce un valor acumulado mayor al interes simple; mientras que durante el primer año ocurre lo contrario.

Debido a que en el ambiente financiero y bursátil actual, lo que predomina es el uso del interés compuesto, en lo sucesivo nos refererimos a éste exclusivamente.

5) TASAS DE INTERES

Las tasas de interés más usuales considerando interés compuesto son las siguientes:

I) tasa efectiva de interés

II) tasa nominal de interés

III) fuerza de interés

IV) tasa efectiva de descuento

V) tasa nominal de descuento

VI) fuerza de descuento

VII) tasa real de interés

I) TASA EFECTIVA DE INTERES

Es la cantidad de dinero que un cierto capital gana durante un periodo de tiempo pagándose al final del periodo. Se denota como i .

Normalmente, la tasa efectiva de interés, se expresa como un porcentaje.

La i para cualquier período, la podemos calcular en términos de la función monto como sigue:

$$i=\frac{A(n)-A(n-1)}{A(n-1)}=\frac{I_n}{A(n-1)} \quad \text{para } n>=1$$

Dado lo anterior podemos también definir a la tasa efectiva de interés, como la razón entre la cantidad de dinero que gana durante un período de tiempo un cierto capital invertido al inicio de ese período y el capital en cuestión.

II) TASA NOMINAL DE INTERES

Expresa el interés total que es pagado en un año sobre una unidad invertida al principio del año considerando que cualquier interés pagado durante el año no sea reinvertido.

El símbolo que representa a esta tasa es $i^{(m)}$

Al período de pago de intereses le llamamos "período de convertibilidad de la tasa de interés nominal"

La tasa de interés que se aplica al período de convertibilidad de la tasa de interés nominal es $i'=\frac{i^{(m)}}{m}$

Por ejemplo, si tenemos que $i^{(4)} = 24\%$, asumiremos que esta tasa nominal de interés es pagadera 4 veces al año, con un periodo trimestral de convertibilidad de la tasa de interés nominal y que el interés efectivo correspondiente a cada trimestre es del 6%.

III) FUERZA DE INTERES

Hasta el momento se han analizado tasas de interés, las cuales miden el interés sobre intervalos de tiempo específicos; por lo tanto es de suma importancia estar en condiciones de medir la intensidad con la cual el interés está operando en cada momento de tiempo, i.e., sobre un intervalo de tiempo infinitamente pequeño. A esta medida de interés se le llama FUERZA DE INTERES y se denotará por δ.

IV) TASA EFECTIVA DE DESCUENTO

La tasa efectiva de descuento d, es una medida de interés pagadera al principio del periodo.

Pongamos un ejemplo para entender mejor este tipo de tasa:

Si A pide al Banco 100 u.m. por un año considerando una tasa efectiva de descuento del 6% ;el Banco cobrará por anticipado 6 u.m. y dará a A, solo 94 u.m. y al final del año A pagará al Banco la cantidad de 100 u.m.

Si hubiesemos considerado una tasa efectiva de interés del 6%, entonces el 6% es tomado como un porcentaje de el saldo al principio del año pagándose al final fina del año; mientras que si d=6%, entonces d es tomado como un porcentaje de el saldo al final del año, pagándose al principio del mismo.

Definiremos a d como la razón entre la cantidad de interés (usualmente llamado descuento) ganado durante cierto periodo y la cantidad invertida al final del periodo.

El término DESCUENTO es normalmente usado en lugar de interés cuando se habla de tasas de descuento.

La distinción entre i y d está dada por:

a) **Interés:** pagadera al final del año considerada del saldo al principio del año.

b) **Descuento:** pagadera al principio del año considerada del saldo al final del año.

La tasa efectiva de descuento durante el año n, se denota por d_n y se calcula con la fórmula siguiente:

$$d_n = \frac{A(n) - A(n-1)}{A(n)} = \frac{I_n}{A(n)} \quad \text{para } n>=1$$

V) TASA NOMINAL DE DESCUENTO

El símbolo utilizado para denotar a una tasa nominal de descuento pagadera m veces al año es $d^{(m)}$

La tasa efectiva de descuento para cada periodo de convertibilidad es $d^{(m)} / m$.

VI) FUERZA DE DESCUENTO

Esta medida de interés es igual a la fuerza de interés y la denotaremos por el mismo símbolo δ.

Podemos interpretar a la fuerza de descuento como una tasa nominal de descuento convertible cada instante del año y quedaría como:

$$\lim_{m \to \infty} d^{(m)} = \delta$$

VII) TASA DE INTERES REAL

Dado que en la actualidad, la influencia de la inflación constituye un factor importante a considerar para nuestros cálculos y hasta el momento con las tasas que hemos utilizado no se ha involucrado la inflación; procederemos a construir una TASA REAL DE INTERES de la siguiente forma:

Consideremos un capital al inicio del período de X u.m. y un capital al final del período de X*(1+i) u.m. (donde i es la tasa efectiva de interés por dicho período) como aparece en la siguiente figura:

```
|-------------------------------------|
0                                     1
X                                  X*(1+i)
```

Si afectamos al monto por la tasa de inflación r, tenderemos que el monto se modifica de la siguiente forma:

$$\frac{S*(1+i)}{(1+r)}$$

Por lo tanto nos interesaría conocer la tasa real de interés i_r, que considerara interés e inflación y la calcularemos planteando la siguiente ecuación.

$$X*(1 + i_r) = X*\frac{(1 + i)}{(1 + r)}$$

Despejando de aquí, tenemos que :

$$i_r = \frac{i - r}{1 + r}$$

donde: i_r = tasa real de interés (efectiva)

i = tasa efectiva de interes

r = tasa efectiva de inflación

6) RELACION ENTRE TASAS DE INTERES Y TASAS DE DESCUENTO

Con el objeto de entender y manejar las operaciones entre tasas de interés y descuento , a continuación se muestra la relación entre éstas.

$$(1 + i) = e^{\delta} = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^{m} = (1 - d)^{-1} = \left(1 - \frac{d^{(m)}}{m}\right)^{-m}$$

Esta igualdad se obtuvo considerando el monto después del primer año aplicando cada tasa de interes.

Dada la forma en que se construyen las tasas mencionadas:

tenemos la relación de orden siguiente entre ellas:

$$i > i^{(m)} > \delta > d^{(m)} > d$$

A continuación, algunos ejemplos sobre tasas de interés y descuento:

a)Encontrar la tasa efectiva equivalente a una tasa de interés del 6% convertible semestralmente.

RESPUESTA: Tenemos los siguientes datos:

$$m=2 \text{ y } i^{(2)}=6\%$$

Consideremos la igualdad que relaciona a la i con la $i^{(m)}$

$$(1+i)=\left(1+\frac{i^{(m)}}{m}\right)^{m}$$

Despejando a i tenemos:

$$i=\left(1+\frac{i^{(m)}}{m}\right)^{m}-1$$

Basta sustituir los datos que tenemos en la anterior fórmula de donde obtenemos que $i=6.09\%$

b)Encontrar la tasa nominal convertible trimestralmente correspondiente a una tasa efectiva del 4% anual.

RESPUESTA: Tenemos: $i=4\%$

$m=4$

Despejando a $i^{(m)}$ de la igualdad que relaciona a i con $i^{(m)}$ tenemos:

$$i^{(m)}=[\,(1+i)^{1/m}-1\,]*m$$

Basta sustituir y obtenemos que $i^{(4)} = 5.94\%$

c) Encontrar la fuerza de interés o descuento equivalente a una tasa nominal convertible mensualmente del 7%

RESPUESTA: Tenemos: $m=12$

$i^{(m)} = 7\%$

Considerando la igualdad que relaciona a $i^{(m)}$ con δ tenemos:

$$\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^{m} = e^{\delta}$$

Despejamos a δ

$$\delta = m*\ln\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)$$

Sustituyendo encontramos que $\delta = 6.97\%$

d) Encontrar la tasa nominal de descuento convertible semestralmente, equivalente a una tasa efectiva de descuento del 8%.

RESPUESTA: Tenemos que $m=2$ y $d=8\%$

Considerando la igualdad que relaciona a $d^{(m)}$ con d tenemos:

$$(1 - d)^{-1} = \left(1 - \frac{d^{(m)}}{m}\right)^{-m}$$

Despejando a $d^{(m)}$ tenemos:

$$d^{(m)} = m*(1-(1-d)^{1/m})$$

Aplicando esto tenemos que $d^{(2)} = 8.16\%$

Para mayor facilidad en los cálculos, a lo largo de la tesis trabajaremos con tasas efectivas por periodo, de tal forma que si tenemos un tipo de tasa de interés o descuento, encontraremos primero su equivalente tasa efectiva por periodo.

7) VALOR PRESENTE

Hasta el momento, hemos visto que una inversión de 1, acumulará a 1 + i al final de un año bajo el efecto de algún tipo de tasa de interés compuesto. Al término 1+i usualmente se le llama ACUMULACION.

Frecuentemente es necesario determinar cuando se debe invertir al inicio del año para obtener 1 al final de éste. La respuesta es $(1 + i)^{-1}$

Ahora definimos un nuevo símbolo v como:

$$v = \frac{1}{(1+i)}$$

Al término v usualmente se le llama factor de descuento en virtud de que descuenta del valor de una inversión al final de un año, el valor al principio del año.

Podemos generalizar el resultado anterior a periodos de tiempo distintos de un año, para encontrar la cantidad a invertir para acumular una cantidad de 1 al final de t años.

Esta generalización, la logramos a través del recíproco de la función de acumulación, i.e., $a^{-1}(t)$ y por lo tanto esta cantidad acumulada al final de t años. nos dara 1 , i.e.

$$a^{-1}(t)*a(t) = 1$$

Llamaremos a $a^{-1}(t)$ VALOR PRESENTE.

De esta forma obtenemos los siguientes resultados para $t>=0$

$$\text{INTERES SIMPLE:} \quad a^{-1}(t) = 1 / (1 + i*t)$$

$$\text{INTERES COMPUESTO:} \quad a^{-1}(t)= 1/(1+i)^{t} = v_{i}^{t}$$

Ejemplo:Encontrar la cantidad que debe ser invertida a una tasa de interes nominal del 6% convertible semestralmente para acumular $1000 al final de 3 años.

RESPUESTA: Tenemos: $i^{(2)}=.06$

Por lo tanto la tasa efectiva por semestre es .03

Si x representa la cantidad a invertir entonces:

$$x=1000*v_{.03}^{6}=1000*(1/(1.03)^{6})=837.48$$

B) ANUALIDADES

Una ANUALIDAD es una serie de pagos de sumas generalmente iguales que se hacen o se reciben durante un periodo especifico de tiempo, considerando el factor de la tasa de interes.

Originalmente el significado de la palabra anualidad fué restringido para pagos anuales, pero ésto ha sido extendido a pagos hechos a otros intervalos regulares ó irregulares de tiempo también.

Una ANUALIDAD CIERTA consiste en una serie de pagos periodicos que deben efectuarse con certeza e independientemente de cualquier evento fortuito durante un cierto tiempo establecido.Ejemplos de anualidades ciertas podrían ser:

-El pago de intereses sobre un bono de renta fija

-Los pagos periodicos que se efectúan para liquidar una hipoteca de una casa, independientemente de cualquier contingencia , hasta la extinción de la deuda

-Los pagos periodicos que por concepto de la renta de un terreno, recibe una persona o sus beneficiarios.

No todas las anualidades son ciertas y a éstas anualidades en las cuales la serie de pagos se efectuán sujetos a algún evento fortuito se les llama ANUALIDADES CONTINGENTES. Ejemplos de estas anualidades son:

-La serie de pagos que recibe un pensionista hasta su fallecimiento,momento en el cual se deja de pagar el beneficio.

-El pago de la prima de un seguro ordinario de vida se efectúa mientras el asegurado se encuentre con vida, ya que en caso contrario, la compañía aseguradora paga al beneficiario la suma asegurada.

-El propietario de una casa que paga una prima de seguro contra incendio hasta el momento en que ocurre el siniestro y desaparece el bien asegurado.

A lo largo de este capitulo, enfocaremos nuestra atención a anualidades ciertas(por comodidad omitiremos la palabra cierta y únicamente hablaremos de anualidad, entendiéndose que se está considerando una anualidad cierta).

La frecuencia con la cual se hacen los pagos se llama PERIODO DE PAGO.

Consideremos una anualidad en la cual los pagos de 1 unidad son efectuados al final de cada año durante n años. Una anualidad con estas caracteristicas es llamada ANUALIDAD VENCIDA.

En el siguiente diagrama de tiempo se muestran los pagos de esta anualidad:

```
         1   1    .      .      .    1   1
     |---|---|-----------------------|---|
         1   2    .      .      .   n-1  n
     A                                   B
```

El punto A se encuentra un año antes de ser realizado el primer pago. El valor presente de la anualidad en el punto A es denotado por $a_{\overline{n}|i}$. El punto B se encuentra n años después del punto A, exactamente cuando el último pago es efectuado. El valor acumulado de la anualidad en el punto B es denotado por $s_{\overline{n}|i}$.

Podemos derivar una expresión para $a_{\overline{n}|i}$ como una ecuación de valor al principio del primer año. El valor presente del pago de 1 ubicado al final del primer año es v. El valor presente del pago de 1 localizado al final del segundo año es v^2 y así sucesivamente hasta el valor presente del pago de 1 al final del año n es v^n. El valor presente total $a_{\overline{n}|i}$ es igual al valor presente de cada pago , i.e.,

$$a_{\overline{n}|i} = v + v^2 + . . . + v^{n-1} + v^n$$

Como se puede ver claramente, ésto es una suma de n términos que forman una progresión geométrica de razón v y por lo cual tenemos:

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{v(1-v^n)}{1-v}$$

Multiplicando y dividiendo por (1+i) tenemos:

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - v^n}{i}$$

La expresión para $s_{\overline{n}|i}$ se deriva de manera análoga ,con la salvedad de que la ecuación de valor tendrá como punto de valuación el año n. El valor acumulado del pago de 1 ubicado al final del primer año es $(1+i)^{n-1}$. El valor acumulado del pago de 1 situado al término del segundo año, es $(1+i)^{n-2}$ y así sucesivamente hasta el valor acumulado pago de 1 ubicado al final del año n que sería 1. El valor acumulado total $s_{\overline{n}|i}$ es igual a la suma de los valores acumulados de cada pago, i.e.,

$$s_{\overline{n}|i} = 1 + (1+i) + \ldots + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1}$$

Como se nota, ésto es una suma de n términos que forman una progresión geométrica de razón $(1+i)$ y por lo tanto tenemos que:

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

EJEMPLOS:

1) Encontrar el valor presente de una anualidad con pagos de \$50 al final de cada año durante 20 años, considerando una tasa efectiva de interés del 5%.

RESPUESTA:

$$X = 50 * a_{\overline{20}|.05} = \$623.11$$

2) Encontrar el valor acumulado inmediatamente después del último pago de una anualidad con pagos de \$25 cada 2 meses por 10 años, si la tasa de interés es del 6% convertible 6 veces al año.

RESPUESTA: Tenemos que m=6 ya que la tasa de interés es convertible 6 veces al año; por lo tanto $i^{(6)} = 6\%$

Primeramente encontramos la tasa efectiva por bimestre :

$$i' = \frac{i^{(6)}}{6} = .01$$

Como existen 10 años de pago y cada pago es cada 2 meses; dado que obtuvimos una tasa efectiva por bimestre, tenemos que el número de pagos total es de 60.

Por último, el valor acumulado x estará dado por:

$$x = 25 * s_{\overline{60}|.01} = \$2041.74$$

3)Si una persona invierte \$1000 al 4% convertible semestralmente; Cuánto puede retirar al final de cada 6 meses para que el fondo se agote al final de 20 años?

RESPUESTA: Tenemos que la tasa de interés nominal es $i^{(2)} = 4\%$

La tasa efectiva por cada 6 meses es i'=.04/2=2%

Basta plantear una ecuación de valor valuada en este momento , que involucrará al valor presente de una anualidad con 40 pagos(dado que tenemos una tasa efectiva por semestre y son 20 años a considerar),la cual se resolverá despejando al pago, a continuación enunciado:

$$1000 = R * a_{\overline{40}|.02}$$

$$===>>> \quad R = \$36.56$$

Existe otro tipo de anualidad , cuya caracteristica es que el primer pago se efectúa al principio del momento de la operación y el último en el año n-1. Este tipo de anualidades se les conoce como ANUALIDADES ANTICIPADAS y se denotan como $\ddot{a}_{\overline{n}|i}$.

Como ejemplo de estas anualidades tenemos las primas de seguros, rentas de inmuebles o casas en que los intereses se pagan por adelantado.

Dado lo anterior, el valor de $\ddot{a}_{\overline{n}|i}$ será:

$$\ddot{a}_{\overline{n}|i} = 1 + v + v^{2} + \dots + v^{n-1}$$

Al igual que en las anualidades vencidas, se puede observar que se trata de la suma de n términos que forman una progresión geométrica de razón v.

$$\ddot{a}_{\overline{n}|i} = (1 + i) * a_{\overline{n}|i}$$

De forma análoga procedemos a calcular el valor acumulado de la anualidad anticipada, ubicados en el año n. A esto se le denota como $\ddot{s}_{\overline{n}|i}$ y se calcula de la siguiente forma:

$$\ddot{s}_{\overline{n}|i} = (1+i) + (1+i)^{2} + \dots + (1+i)^{n}$$

Desarrollando y considerando que se está analizando una progresión geométrica de razón (1+i) tenemos:

$$\ddot{s}_{\overline{n}|i} = (1+i) * s_{\overline{n}|i}$$

Si consideramos que el primer pago se efectúa después de un cierto número de años o periodos, estaremos analizando ANUALIDAD DIFERIDA denotada por ${}_{m|}a_{\overline{n}|i}$.

Su construcción es la siguiente: supongamos que se tiene una anualidad unitaria pagadera durante n años o periodos, diferida m años, i.e., que el primer pago se hará en el año m+1 y el último en m+n como se ilustra en el siguiente diagrama de tiempos.

```
                                       1   .   .   .    1       1
|-------|---------------|-------|-------|---------------|-------|
0       1              m-1      m      m+1            m+n-1    m+n
```

Si tomamos como punto de valuación el origen tenemos:

$$m|a_{\overline{n}|i} = v^{m+1} + v^{m+2} + \ldots + v^{m+n-1} + v^{m+n}$$

Factorizando en el segundo miembro de la ecuación v^m tenemos:

$$m|a_{\overline{n}|i} = v^m (v + v^2 + \ldots + v^{n-1} + v^n)$$

Y obtenemos que:

$$m|a_{\overline{n}|i} = v^m * a_{\overline{n}|i}$$

Existen otros tipos de anualidades, las cuales son combinaciones o casos especiales de éstas, por lo tanto entendiendo ampliamente y con criterio lo expuesto anteriormente, podremos llegar a deducir cualquier tipo de anualidad que queramos.

9) VALOR PRESENTE NETO (V.P.N.)

En ocasiones es indispensable decidir sobre la aceptación de un proyecto que tiene costos y ganancias involucrando cantidades, tiempo y tasa de interés sobre otros proyectos.

En particular en esta tesis, es importante conocer algunos métodos que nos permitan elegir un portafolio de inversiones sobre otro.

Un método que nos permitirá hacer ésto es el denominado VALOR PRESENTE NETO (abreviamos con VPN). Para llevar a cabo este metodo se obtiene el valor presente de los flujos netos de efectivo que se esperan de una inversión, descontados al costo de capital, restando el costo inicial o costos a lo largo del período de que se trate para llevar a cabo el proyecto.

Si los costos se distribuyen durante varios años, esto debe tomarse en cuenta. Supongamos por ejemplo que una empresa compró un terreno en 1978, construyó un edificio en 1979; instaló equipo en 1980 y empezó la producción en 1981. Dado lo anterior se considerará al año de 1978 como año base, y se compararán el valor presente de los costos a partir de 1978 con el valor presente de los beneficios a partir de esa misma fecha.

Si el VPN es positivo, el proyecto debe ser aceptado; si es negativo, el proyecto será rechazado. Si el VPN es cero es indiferente aceptarlo o rechazarlo. Si los dos proyectos son mutuamente excluyentes; el que tenga el VPN más alto es el que debe elegirse.

La ecuacion para el VPN es:

$$VPN=\left(\frac{F_1}{(1+k)^1}+\frac{F_2}{(1+k)^2}+\dots+\frac{F_N}{(1+k)^N}\right)-\left(\frac{C_1}{(1+k)^1}+\frac{C_2}{(1+k)^2}+\dots\right.$$

$$\left.+\frac{C_N}{(1+K)^N}\right)=\sum_{i=1}^{N}\frac{F_i}{(1+K)^i}-\sum_{i=1}^{N}\frac{C_i}{(1+k)^i}$$

donde: F_1, F_2, ..., F_N representan los flujos netos de efectivo

k representa la tasa de oportunidad del dinero

C_1, C_2, ..., C_N representan los costos del proyecto

N representa la vida esperada del proyecto

Ejemplo: A continuación se tienen 2 cuadros en donde existen flujos de efectivo y costos para el proyecto A y B respectivamente los cuales tienen una inversión inicial de 1000 u.m.

PROYECTO A

Año	Flujo neto de efectivo	i	Valor presente del flujo de efectivo (redondeando)
1	500	.10	455
2	400	"	331
3	300	"	225
4	100	"	68
5	10	"	6
6	10	"	5

valor presente de los fujos de efectivo: 1,091
menos costo inicial: 1,000

VPN: 91

PROYECTO B

Año	Flujo neto de efectivo	i	Valor presente del flujo de efectivo (redondeando)
1	100	.10	91
2	200	"	165
3	300	"	225
4	400	"	273
5	500	"	310
6	600	"	337

valor presente de los flujos de efectivo: 1,403
menos costo inicial: 1,000

VPN: 403

El proyecto A tienen un VPN de 91 , mientras que el VPN del proyecto B es de 403. Sobre esta base , ambos proyectos deben ser aceptados si son independientes (dado que su VPN es mayor que cero), pero el proyecto B debera ser el escogido si ambos son mutuamente escluyentes.

Cuando una empresa acepta un proyecto con VPN > 0 , el valor de la empresa aumenta en una cantidad igual a la del VPN.

En este ejemplo, el valor de la empresa aumentara 403 u.m. si toma el proyecto B, mientras que si toma el proyecto A incrementara el valor de la empresa en 91 u.m.

10) TASA INTERNA DE RENDIMIENTO (T.I.R.)

Otro metodo que nos ayuda a elegir entre un proyecto y opuesto es el de la TIR.

La TIR es la tasa de interés que iguala el valor presente de los flujos de efectivo esperados para el futuro o ingresos, con los costos del proyecto. La identificaremos por R.

La ecuación para calcular la TIR es:

$$\frac{F_1}{(1+R)^1} + \frac{F_2}{(1+R)^2} + \dots + \frac{F_N}{(1+R)^N} - \left(\frac{C_1}{(1+R)^1} + \frac{C_2}{(1+R)^2} + \dots + \frac{C_N}{(1+R)^N} \right) = 0 \quad \text{i. e.:} \quad \sum_{i=1}^{N} \frac{F_i}{(1+R)^i} - \sum_{i=1}^{N} \frac{C_i}{(1+R)^i} = 0$$

Aquí conocemos los valores de $C_1, C_2, \dots, C_N$; los de $F_1, F_2, \dots, F_N$ pero desconocemos R.

Algún valor de R hará que la suma de los ingresos descontados sea igual a los costos del proyecto, lo que hace que la ecuación sea igual a cero y que el valor de R se defina como la TIR.

La TIR puede encontrarse mediante tanteo. Primero, calcúlese el valor presente de los flujos de efectivo, usando una tasa de interés arbitrariamente seleccionada. Después se compara el valor presente así obtenido con el costo de la inversión. Si el valor presente de los flujos de efectivo es es alto que la cifra del costo, se toma una tasa de interés más alta y se repite el procedimiento. A la inversa si el valor presente es más bajo que la cifra del costo, se disminuye la tasa de interés y se repite el procedimiento. Se continúa hasta que el valor presente de los flujos provenientes de la inversión sea aproximadamente igual a sus costos.

A fin de reducir el número de ensayos que se requieren para encontrar la TIR, es importante reducir el error de cada iteración. Un método razonable consiste en hacer que la primera aproximación sea lo más exacta posible, y posteriormente en establecer la TIR haciendo cambios bastante grandes en la tasa de interés al principio del proceso iterativo.

En la práctica, cuando se evalúan muchos proyectos o bien cuando éstos comprenden un número considerable de años, se pueden usar calculadoras manuales para encontrar la TIR.

Consideremos el ejemplo que se citó con anterioridad para explicar el VPN.

Si consideremos K=10% para el proyecto A: el valor presente de los flujos de efectivo es 1091 y el valor presente de los costos es de 1000. Como el valor presente de los flujos es mayor que el valor presente del costo entonces incrementamos la K a 15% .

Considerando esta tasa, el valor presente de los flujos de efectivo es de 1000; igual al valor presente del costo; por lo tanto la TIR es del 15% . i.e. R=15%

Si consideramos R=10% para el proyecto B; el valor presente de los flujos de efectivo es de 1403 mientras que el valor presente de los costos es de 1000; por lo tanto incrementamos la R a 15%.

Considerando R=15%, el valor presente de los flujos de efectivo es de 1,172 y el valor presente del costo es 1000 ; por lo tanto incrementamos R a 20%.

Considerando R=20%, el valor presente de los flujos de efectivo es de 991 y el valor presente del costo es de 1000 ; por lo tanto podemos afirmar que la TIR es aproximadamente 20%.

Dado que la TIR del proyecto A es del 15% y la del proyecto B es aproximadamente 20%, debemos preferir el proyecto B sobre el A.

Si la TIR excede a k(tasa de oportunidad del dinero del VPN), el valor de la empresa aumenta. En caso contrario, tomar el proyecto causaría una disminución en el valor de la empresa. En el caso en que la TIR sea igual a k no causaría algún cambio en el valor de la empresa.

El método de la TIR requiere la aceptación de proyectos independientes; donde R, la tasa interna de rendimiento, era mayor que I, la tasa de oportunidad del dinero y la elección entre proyectos mutuamente excluyentes dependiendo de cual tenga la TIR más alta.

Normalmente, los dos metodos (TIR y VPN) producen las mismas decisiones de aceptar o rechazar el proyecto en base a proyectos especificos. Si un proyecto es aceptado bajo el criterio del VPN, también lo será bajo el metodo de la TIR.

Sin embargo los metodos VPN y TIR pueden asignar una categoria diferente a los proyectos, bajo las siguientes condiciones:

1.-El costo de un proyecto es mayor al del otro

2.-La periodicidad de los flujos de efectivo de los proyectos difiere, v. gr., los flujos de efectivo de un proyecto pueden aumentar con el tiempo, en tanto que los del otro disminuyen.

Pero, dado que los valores presentes netos miden las contribuciones de los proyectos al valor de la empresa, y por lo tanto el que tenga el valor presente neto más alto es el que debe contribuir más al valor de la empresa; nos lleva a la conclusión de que las empresas deben en general usar el VPN al evaluar las propuestas de inversiones de capital.

11)MERCADO DE VALORES

El **mercado de valores** es el organismo que permite la emisión, colocación y distribución de valores inscritos en el Registro Nacional de Valores y aprobados por la Bolsa

Mexicano de Valores.

La oferta está constituida por los títulos emitidos tanto por el sector público como por el privado; y la demanda son los fondos disponibles para inversión, tanto de personas físicas como de morales.

El **mercado** es el conjunto de mecanismos que facilitan el intercambio de bienes y servicios entre diferentes personas o entidades, o sea, los oferentes y los demandantes.

El mercado de valores está dividido en: Mercado de Dinero y Mercado de Capital.

MERCADO DE DINERO

Es la actividad crediticia a corto plazo, donde los concurrentes depositan fondos para el mantenimiento equilibrado de los flujos de recursos.

Los intrumentos más comunes que entran dentro del Mercado de Dinero son:

i) Pagaré bancario
ii) Letra de cambio
iii) CETES
iv) Papel comercial bursátil
v) Papel comercial extrabursátil
vi) Aceptación bancaria
vii) Pagafe

i)**Pagaré bancario.**- Son títulos bancarios a plazo de uno, tres, seis, nueve y doce meses nominalmente, cuyo capital principal e intereses son pagados íntegramente al vencimiento. Se documentan en pagarés expedidos por las instituciones de credito a nombre del inversionista.

ii)**Letra de cambio.**- Es el instrumento que quien lo emitio se compromete a pagarlos a plazo pactado , por tanto el emisor se convierte en deudor del inversionista, poseedor del titulo emitido.

iii)**CETES.**- Los Certificados de la Tesoreria de la Federación (CETES), son titulos de credito donde se consigna la obligación del Gobierno Federal de pagar una suma fija de dinero en fecha determinada.

Determinados a plazo fijo sin exceder de un año.

No causan interés. Rendimiento fijo al vencimiento, y se opera en base a la tasa de descuento.

iv)**Papel comercial bursátil.**- Instrumento de financiamiento e inversion a corto plazo.

Se emite en forma de pagaré por una empresa cuyas acciones esten en el Registro Nacional de Valores y la Bolsa Mexicana de Valores.

Normalmente no se operan en Bolsa y salen máximo a 91 días, No causa interés y se operan en base a la tasa de descuento con rendimiento fijo al vencimiento.

v)**Papel comercial extrabursátil.-** Es igual que el bursátil pero con empresas que no estén registradas en la Bolsa.

vi)**Aceptación Bancaria.-** Son letras de cambio emitidas por empresas pequeñas o medianas y avaladas por instituciones bancarias, en base a créditos que la banca concede a las empresas emisoras. El plazo máximo de vencimiento es de 182 días.

No causa interés. Se opera en base a tasa de descuento y tiene un rendimiento fijo al vencimiento.

vii)**Pagafe.-** Los Pagares de la Federación (Pagafe) son pagarés emitidos por el Gobierno Federal a través de SHCP emitidos en dólares, pero se consigna pagar en moneda nacional equivalente a dólares. Se maneja a tasa de descuento y paga una tasa de rendimiento competitiva con los depositos en E.U.A. . Su valor nomial es 1000 dlls.

MERCADO DE CAPITALES

Es el punto de concurrencia de fondos provenientes de las personas, empresas y gobierno, con los demandantes de dichos fondos que normalmente lo solicitan para destinarlo a la formación de capital fijo a través de una inversión.

La oferta y la demanda de [illegible]

Los instrumentos del Mercado de Capitales, [illegible]

i) Acciones
ii) Caps
iii) Obligaciones
iv) Petrobonos
v) BIBS
vi) CORES

i) **Acciones.-** Son títulos valor nominativo que representa una de las partes iguales en que se divide el capital social de la empresa.

Son valores emitidos en serie o masa. Hay 3 tipos de acciones:

- **comunes.**-El tenedor tiene voz y voto. No se garantiza pago de dividendos.
- **preferentes.**- Garantizan un dividendo anual mínimo y el tenedor tiene voto limitado.
- **convertibles.**- Son acciones preferentes que después de un periodo dado se transforman en acciones comunes.

ii) **Caps.** - Son las acciones de los Bancos.

En los Caps existen dos tipos de series: serie A y B. La serie A está suscrita por el Gobierno Federal; mientras que [illegible] ser adquiridas por cualquier persona mexicana o extranjera. En la serie B no se puede tomar más del 1% del total.

iii)**Obligaciones.**- Son los títulos valor que forman parte proporcional de un crédito emitido por una empresa.

Se emiten generalmente de 5 a 20 años. Existen varios tipos de obligaciones:

-**quirografarias.**- El nombre de la empresa es la garantía.

-**hipotecarias.**- El pago está respaldado por los bienes inmuebles o los activos de la emisora.

-**convertibles.**- Son obligaciones hipotecarias o quirografarias que se capitalizan, esto es que se puede convertir en acciones en vez de amortizarse.

iv)**Petrobonos.**-Son títulos valor emitidos por Nacional Financiera como Sociedad Financiera, mediante un fideicomiso irrevocable constituido entre el Gobierno Federal (a través de la SHCP) y Nacional Financiera.

Tienen como garantía los derechos derivados de un contrato de compra-venta de petróleo crudo con Pemex. Se emiten a 3 años para su amortización.

El interes que se paga es interés bruto variable pagadero trimestralmente en base al valor que tenga una determinada cantidad de petróleo.

v)**BIBS.**- Los Bonos de Indemnización Bancaria (BIBS), son títulos valor emitidos por el Gobierno Federal donde se consigna la obligación de pagar una suma fija de dinero en fecha determinada.

Son emitidos a 10 años , más 3 años de gracia.

El interés es bruto pagadero trimestralmente en base al promedio aritmético de los rendimiento máximos que las instituciones de crédito están autorizadas a pagar por depósitos en moneda nacional a plazo de 90 días, 4 semanas antes del trimestre respectivo.

vi) **BORES.-** Los Bonos de Renovación Urbana (BORES) son títulos valor emitidos por el Gobierno Federal donde se consigna la obligación de pagar una suma de dinero en fecha determinada.

Son emitidos a 10 años , más 3 de gracia.

Los intereses son pagados trimestralmente, determinados en base al promedio aritmético de las tasas máximas que las instituciones de crédito del país están autorizadas a pagar por depósitos bancarios en moneda nacional a 90 días, 4 semanas antes del trimestre respectivo.

12)PORTAFOLIO DE MERCADO

El **portafolio de mercado** es una combinación de los valores antes descritos en una cierta proporción y cantidad.

El elemento que nos induce a la combinación de valores es el **RIESGO:** por lo tanto cuando se consideran los efectos de cartera o portafolio de mercado, la inversión combinada se hace atractiva sin que exista un gran riesgo de pérdida considerable.

TEORIA ESTADISTICA

Los elementos estadísticos a utilizar a lo largo de la tesis son los siguientes:

1) MEDIA

2) DESVIACION ESTANDAR

3) COVARIANZA

4) CORRELACION

1) MEDIA

La **media** es la medida de tendencia central más usual. El concepto de media aplicado a los rendimientos, la denominaremos **rendimiento medio** y su fórmula es la siguiente:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{N} P_i * X_i$$

donde: P_i es la probabilidad con la que ocurre un estado determinado i

X es el rendimiento resultante para la empresa bajo el estado i

La fórmula nos dice que para calcular el rendimiento medio, debemos sumar los productos de las probabilidades después de multiplicarlos por sus rendimientos respectivos.

Por ejemplo: Consideremos la siguiente tabla en donde con cierta probabilidad obtendremos un determinado rendimiento:

Probabilidad	Rendimiento
.5	1000
.3	3000
.2	6000

Por lo tanto el **rendimiento medio** es :

$$E(X) = \sum_{i=1}^{N} P_i * X_i = .5*1000+.3*3000+.2*6000=2600$$

2) DESVIACION ESTANDAR

Es la medida estadística básica de dispersión de la distribución de probabilidad.

La **desviacion estandar** se designa con el símbolo griego (sigma) y es igual a la raíz cuadrada de la varianza.

La varianza se obtiene:

1) calculando las desviaciones que existan respecto de la media

2) elevando al cuadrado dichas desviaciones y multiplicar cada desviación por su probabilidad

3) obteniendo la suma de las desviaciones elevadas al cuadrado multiplicadas por su probabilidad antes de obtener la suma

La expresión de la varianza es:

$$\text{varianza} = \sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} P_i * (X_i - \bar{X})^2$$

La varianza siempre debe ser positiva.

Por lo tanto la desviación estandar está dada por :

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} P_i * (X_i - \bar{X})^2}$$

Considerando $\bar{X}$ y σ podemos trazar la distribucion de probabilidad en su totalidad. Suponemos que la distribución de probabilidad es continua, por lo tanto podemos estimar probabilidades para un gran numero de valores.

Por ejemplo; consideremos las oportunidades de inversión A y B, con probabilidades y rendimientos cada una, tal como se muestra en los siguientes cuadros:

OPORTUNIDAD DE INVERSION A

PROBABILIDAD (P_i)	RENDIMIENTO (X_i)
.05	.05
.20	.10
.50	.15
.20	.25
.05	.30

$$\text{donde} \quad \sum_{i=1}^{5} P_i = 1$$

PROBABILIDAD (P_i)	RENDIMIENTO (X_i)
.03	-.40
.04	-.30
.06	-.20
.08	-.10
.10	.00
.15	.05
.20	.10
.15	.15
.10	.20
.05	.25
.04	.30

donde $\sum_{i=1}^{11} P_i = 1$

Calculamos el rendimiento esperado ($\bar{X}$) y la desviacion estandar (σ) para ambas oportunidades de inversión.

rendimiento esperado para la oportunidad de inversion A $\longrightarrow \bar{X}_a = P_i * X_i = .1625$

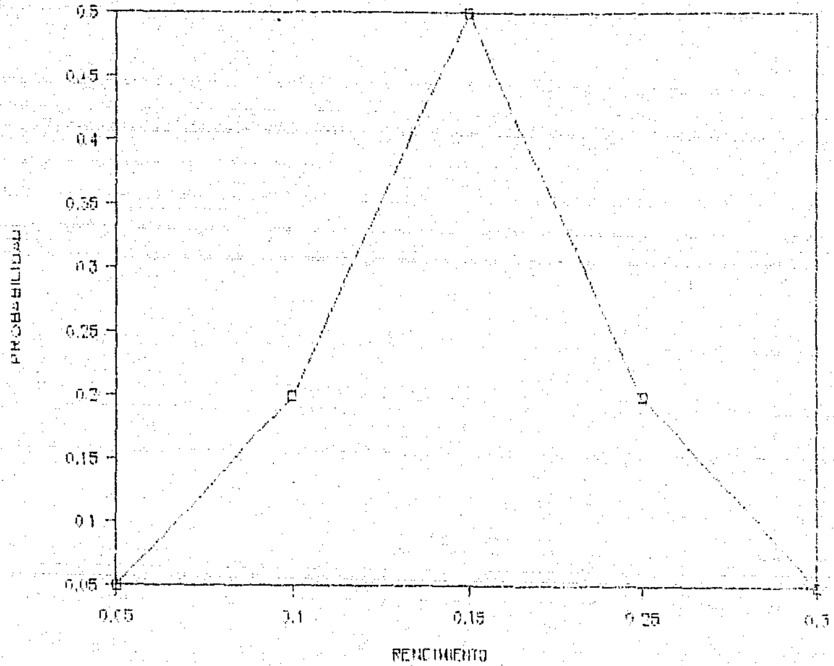
desviacion estandar para la oportunidad de inversion A $\longrightarrow \sigma_a = \sqrt{\sum_{i=1}^{5} P_i * (X_i - \bar{X}_a)^2} = .063$

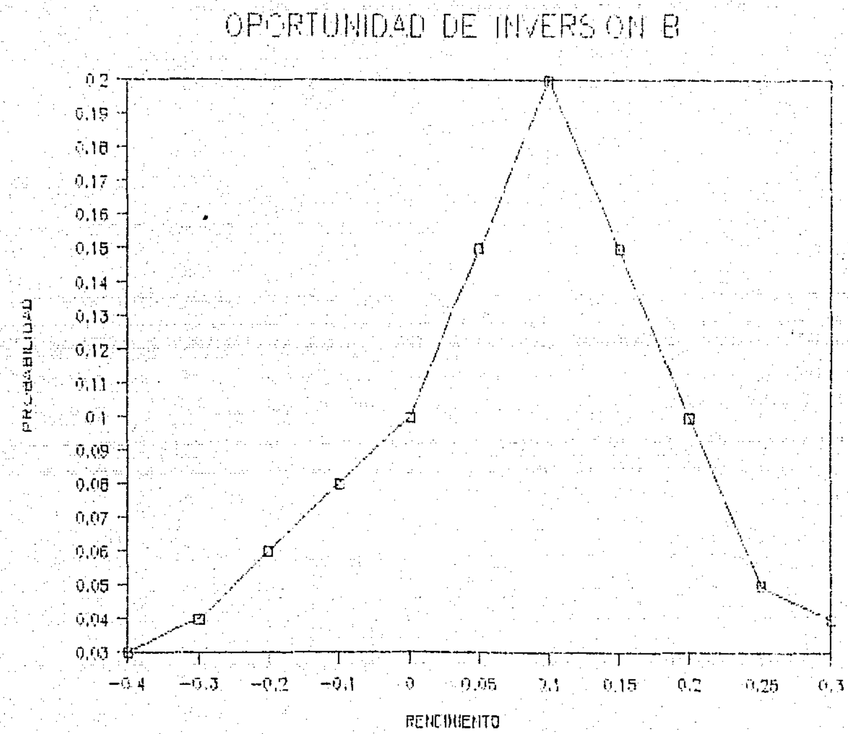
rendimiento esperado para la oportunidad de inversion B $\longrightarrow \bar{X}_b = P_i * X_i = .0505$

desviacion estandar para la oportunidad de inversion B $\longrightarrow \sigma_b = \sqrt{\sum_{i=1}^{11} P_i * (X_i - \bar{X}_b)^2} = .016$

Las distribuciones de probabilidad para las 2 oportunidades de inversión se muestran en las siguientes graficas:

OPORTUNIDAD DE INVERSION A





OPORTUNIDAD DE INVERSION B
PROBABILIDAD
RENDIMIENTO
0,2
0,19
0,18
0,17
0,16
0,15
0,14
0,13
0,12
0,11
0,1
0,09
0,08
0,07
0,06
0,05
0,04
0,03
-0,4
-0,3
-0,2
-0,1
0
0,05
0,1
0,15
0,2
0,25
0,3

En general la **desviación estándar** refleja la dispersión de las distribuciones de los resultados en torno de los valores esperados de los resultados.

3) COVARIANZA

La **covarianza** mide la forma de como los cambios entre 2 rendimientos X_i, X_j se encuentran relacionados.

Se denota por Cov (X_i , X_j)

Para cada inversión, simplemente se calculan las desviaciones de los rendimientos respecto de la media y se multiplican. Posteriormente se multiplica por las probabilidades. Después de multiplicar el producto de la desviación por las probabilidades, simplemente se suma y obtenemos la Cov (X_i , X_j).

Como ejemplo podemos considerar 2 inversiones C y D con probabilidades y rendimientos cada una tal como se especifica en los siguientes cuadros.

INVERSION C

Probabilidad (P_i)	**Rendimiento** (X_i)
.2	-.20
.5	.18
.3	.50

donde $\sum_{i=1}^{3} P_i = 1$

INVERSION D

Probabilidad (P_i)	Rendimiento (X_i)
.2	.50
.5	.18
.3	-.20

donde $\sum_{i=1}^{3} P_i = 1$

A continuación el cálculo de la **covarianza**

PROBABILIDAD	$(X_c - \bar{X}_c)(X_d - \bar{X}_d)$	$P_i * (X_c - \bar{X}_c)(X_d - \bar{X}_d)$
.2	-.4 * .37 = -.1480	-.0296
.5	-.02* .05 = -.0010	-.0005
.3	.30*-.33 = -.0990	-.0297

Por lo tanto $Cov(X_c, X_d)$ es -.0598.

4) CORRELACION

La **correlación** es otra medida de la forma en que covarían los rendimientos X_i y X_j, la cual se ha estandarizado de tal modo que la amplitud, de los valores para los coeficientes de correlación queda restringida limitándose a valores que van de 1 a -1.

La correlación entre 2 rendimientos X_i y X_j se denota y calcula de la siguiente manera:

$$\rho_{ij} = \frac{cov(X_i, X_j)}{\sigma_i * \sigma_j}$$

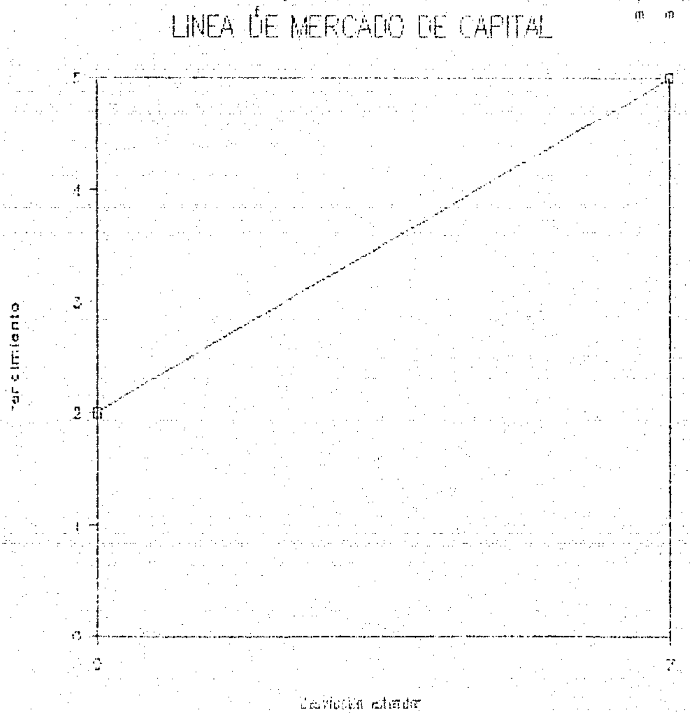
Dado que ya analizamos la Teoría Financiera y la Teoría Estadística; en el siguiente capítulo explicaré 2 conceptos importantes para la formación de portafolios de mercado:

- Línea de mercado de capital
- Línea de mercado de valores

LINEA DE MERCADO DE CAPITAL

La **línea de mercado de capital** representa todas las combinaciones factibles mas altas entre valores libres de riesgo y valores con riesgo , considerando riesgo y rendimiento.

Consideremos la siguiente figura ,en donde el punto (0,2) corresponde a $(0,r_f)$ y el punto (7,5) corresponde a (σ_m, r_m).



El punto $(0, r_f)$ representa a aquel portafolio integrado por valores libres de riesgo exclusivamente (por lo tanto no existe riesgo alguno y la desviación estándar es cero).

En el punto (σ_m, r_m) ubicamos a aquel portafolio integrado por valores con y sin riesgo que nos proporciona el rendimiento esperado (r_m) sobre la cartera del mercado con un riesgo σ_m.

Todas las posibles combinaciones del portafolio de valores con y sin riesgo, se hallan en algún punto sobre la línea que une al punto $(0, r_f)$ con el punto (σ_m, r_m).

Por nuestros conocimientos en Geometría Analítica, sabemos que la ecuación de la recta que une a los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) está dada por:

$$(y - y_i) = m*(x - x_i)$$

donde $i = 1$ ó 2

$$y \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Por lo tanto aplicando ésto a nuestros valores, tenemos que la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(0, r_f)$ y (σ_m, r_m) es:

$$(y - r_f) = \frac{r_m - r_f}{\sigma_m} * x$$

$$y = r_f + \frac{r_m - r_f}{\sigma_m} * x \qquad \ldots 3.1$$

Donde y es el rendimiento deseado por el inversionista y x es el riesgo con el que se obtiene este rendimiento.

Podemos interpretar la ecuación 3.1 , como sigue: el rendimiento esperado sobre cualquier portafolio es igual a la tasa libre de riesgo (r_f), más una prima de riesgo igual a $\frac{r_m - r_f}{\sigma_m}$ multiplicada por la desviación estándar del portafolio.

A $\frac{r_m - r_f}{\sigma_m}$ la podemos considerar como una prima de riesgo normalizada que refleja las actitudes de los individuos en forma conjunta (i.e., de todos los inversionistas) hacia el riesgo.

Por lo tanto , **la recta del mercado de capital** mantiene una relación lineal entre el rendimiento esperado y el riesgo.

La aplicación fundamental de la línea de mercado de capital, consiste en dado un riesgo (σ), encontramos el rendimiento (r) correspondiente a este riesgo y viceversa.

A continuación expondré un ejemplo de la línea de mercado de capital.

Supongamos que $\sigma_m = .04$ y que el inversionista desea sólo la mitad de dicha desviación estándar (i.e., $\sigma_p = .02$). Considerando que $r_f = .08$ y $r_m = .12$ obtendremos que el rendimiento que obtiene el inversionista, esta dado por:

$$r_p = .08 + \left(\frac{.12 - .08}{.04}\right) * .02 = 10$$

Esto implica que si el inversionista desea un riesgo del 2%, obtendrá un rendimiento del 10%.

Como el inversionista optó por considerar la mitad de la desviación estándar del mercado, se concluye que el 50% de los fondos se invertirán en valores libres de riesgo. Si representamos por a, la proporción invertida en valores libres de riesgo, entonces el rendimiento del inversionista (10%) estará dado como una combinación lineal de los valores libres de riesgo con los valores con riesgo, i.e.,

$$.10 = a * r_f + (1-a) * r_m$$

$$\text{--------->} \quad .10 = a*(.08) + (1-a)*(.12)$$

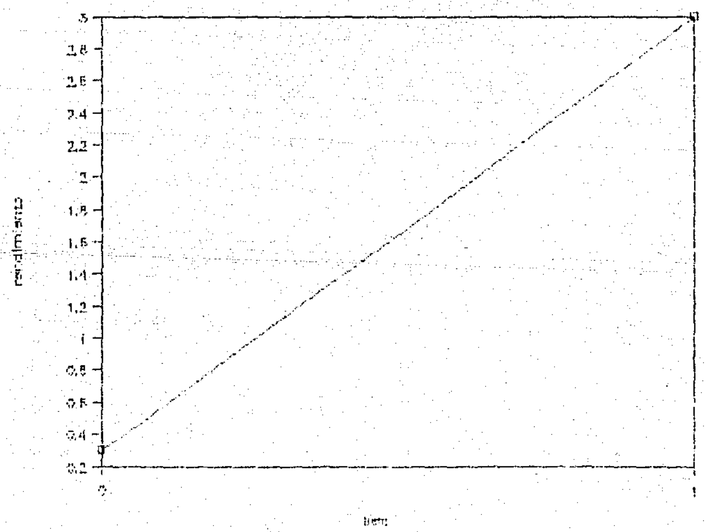
donde a=.5

LA LINEA DE MERCADO DE VALORES

Una vez que se analizaron los posibles portafolios de valores con riesgo y sin riesgo , considerando la desviación estándar como medida de riesgo: es conveniente saber la relación que existe entre los cambios en los rendimientos de nuestro portafolio con los cambios en los rendimientos del mercado en general. La **línea de mercado de valores** es la que se encargará de resolver esta situación.

Consideremos la siguiente figura, donde el punto (0,.3) corresponde a $(0,r_f)$; mientras que el punto (1,3) representa $(1,r_m)$.

LINEA DE MERCADO DE VALORES



La **línea del mercado de valores** la calculamos haciendo uso de la Geometría Analítica que nos permitirá obtener la ecuación de la recta que pasa entre los puntos $(0, r_f)$, $(1, r_m)$, la cual estará dada por:

$$(y - r_f) = \frac{r_m - r_f}{1} * x$$

$$\longrightarrow \quad y = r_f + (r_m - r_f) * x$$

Donde y representa el rendimiento deseado por el inversionista y x representa la **Beta** asociada a este rendimiento.

La **Beta(β)** estará dada por: $\beta = \dfrac{Cov(r_i , r_m)}{\sigma^2_m}$

La **Beta** mide las variaciones en los rendimientos escogidos por el inversionista con relación a los rendimientos sobre el mercado.

Si los rendimientos sobre la inversión hecha a través de nuestro portafolio fluctúan en la misma proporción que los rendimientos sobre el mercado como un todo; el valor de la beta es de 1. En esta situación, el rendimiento requerido sobre la inversión de nuestro portafolio es el mismo que el rendimiento requerido sobre el mercado total. Si la variación en los rendimientos de nuestro portafolio es mayor que la variación de los rendimientos del mercado; el valor de beta para nuestro portafolio será mayor que 1.

La β del portafolio, refleja las características de la industria y las políticas administrativas que determinan la fluctuación de los rendimientos en relación con las variaciones que se dan en los rendimientos generales del mercado. Si las condiciones económicas generales son estables; si las características de la industria permanecen a un buen nivel; y si las políticas administrativas tienen continuidad, el valor de β será relativamente estable cuando se calcule a lo largo de diferentes períodos. Sin embargo, si estas condiciones no existen, el valor de β variará a medida que las características de las inversiones en valores cambien con relación al comportamiento del mercado como un todo.

Con todo lo anterior, podemos afirmar que la **línea de mercado de valores** nos representa el rendimiento requerido para diferentes cantidades de riesgo en el cual el riesgo se define en función de la β de la inversión.

FORMULACION DE RESERVAS

Para poder construir los diferentes planes basicos de seguro de Vida que existen y posteriormente analizar la forma en que se conforman las reservas de estos seguros; es prioritario definir y entender los siguientes conceptos:

1) l_x

2) d_x

3) p_x

4) q_x

5) $_np_x$

6) $_nq_x$

7) $\min x^p$

8) $\min x^q$

9) omega (w)

10) Anualidades Contingentes

11) Reserva Matemática

1) Se denota por l_x al número de personas con vida a la edad x.

2) d_x. Representa el número de personas que mueren de edad x. d_x está dado por $d_x = l_x - l_{x+1}$

3) p_x. Probabilidad de que una persona de edad x sobreviva un año.

Haciendo uso de la probabilidad clásica, en donde:

$$\text{probabilidad} = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

Tenemos que p_x estará dada por un cociente en donde el numerador estará formado por el número de personas con vida a edad $x+1$ (casos favorables) y el denominador estará compuesto por el número de personas vivas a edad x (casos posibles), i.e.:

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

Si l_x es cero; ésto implica que no hay personas a edad $x+1$; i.e., que todas las personas murieron de edad x y la probabilidad de que una persona de edad x sobreviva un año (p_x) será igual a 0.

Si l_{x+1} es igual a l_x; ésto implica que todas las personas de edad x sobrevivieron un año; en cuyo caso la p_x sería 1.

Como se puede inducir, considerando lo anterior y apoyándonos de la definición de probabilidad tenemos que:

$$0 \le p_x \le 1$$

En lo sucesivo, cuando hablemos de una probabilidad; entenderemos que su valor se encuentra entre 0 y 1.

<u>4)</u> q_x .Probabilidad de que una persona de edad x muera antes de la edad $x+1$. q_x está dado por:

$$q_x = \frac{d_x}{l_x}$$

Observemos que si sumamos p_x más q_x tendremos que nos da 1.

$$p_x + q_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} + \frac{d_x}{l_x} = \frac{l_{x+1} + l_x - l_{x+1}}{l_x} = 1$$

y por lo tanto, conociendo p_x obtenemos q_x y viceversa.

5) ${}_{n}p_{x}$. Probabilidad de que una persona de edad x sobreviva a la edad $x+n$ y está dada por:

$$ {}_{n}p_{x} = \frac{l_{x+n}}{l_x} $$

6) ${}_{n}q_{x}$. Probabilidad de que una persona de edad x fallezca en un período de n años. Esta dada por:

$$ {}_{n}q_{x} = 1 - {}_{n}p_{x} = 1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x} = \frac{d_x + d_{x+1} + \dots + d_{x+n-1}}{l_x} $$

7) ${}_{m|n}p_{x}$. Representa la probabilidad de que una persona de edad x sobreviva m+n años más. Se calcula de la siguiente manera:

$$ {}_{m|n}p_{x} = \frac{l_{x+m+n}}{l_x} = {}_{m+n}p_{x} $$

8) ${}_{m|n}q_{x}$. Denota la probabilidad de que una persona de edad x sobreviva m años y muera entre las edades $x+m$ y $x+m+n$. Se representa por:

$$ {}_{m|n}q_{x} = \frac{l_{x+m} - l_{x+m+n}}{l_x} $$

9) omega (w). Se define como la edad a la cual nadie sobrevive, i.e.:

$$l_w = 0$$

10) Anualidades Contingentes.

Las anualidades contingentes, previamente descritas en el capítulo de Teoría Financiera; tienen por objeto garantizar un ingreso de por vida al que las compra ó a algún beneficiario.

Las anualidades contingentes que nos servirán de base para construir nuestros planes básicos de seguros son:

i) Anualidad Vitalicia Vencida
ii) Anualidad Vitalicia Anticipada
iii) Anualidad Temporal Vencida
iv) Anualidad Temporal Anticipada

i) Anualidad Vitalicia Vencida

Consideremos la siguiente figura:

```
renta         1      1      1    .   .   .      1      1
        |------|------|------|-------------------|------|
año     0      1      2      3    .   .   .   w-x-1   w-x
edad    x     x+1    x+2    x+3                w-1     w
```

El valor presente de una anualidad a pagar por siempre para una persona de edad x con renta de 1 u.m. cada año(siendo el primer pago dentro de un año, se denota por a_x y su interpretación es la siguiente:

$$a_x = 1*v*{}_1p_x + 1*v^2*{}_2p_x + 1*v^3*{}_3p_x + \ldots + 1*v^{w-x-1}*{}_{w-x-1}p_x$$

$$+ 1*v^{w-x}*{}_{w-x}p_x$$

Pero ${}_{w-x}p_x$ está dada por:

$${}_{w-x}p_x = \frac{l_w}{l_x}$$

Y como sabemos por definición que $l_w = 0$, implica que ${}_{w-x}p_x = 0$ y por lo tanto desaparece el último sumando de a_x

Si factorizamos la renta y desarrollamos las probabilidades, tendremos lo siguiente:

$$a_x = 1*(v*\frac{l_{x+1}}{l_x} + v^2*\frac{l_{x+2}}{l_x} + v^3*\frac{l_{x+3}}{l_x} + \ldots + v^{w-x-1}*\frac{l_{w-1}}{l_x})$$

$$a_x = \frac{v*l_{x+1} + v^2*l_{x+2} + v^3*l_{x+3} + \ldots + v^{w-x-1}*l_{w-1}}{l_x}$$

Si multiplico y divido por v^x tenemos:

$$a_x = \frac{v^{x+1} * l_{x+1} + v^{x+2} * l_{x+2} + v^{x+3} * l_{x+3} + \dots + v^{w-1} * l_{w-1}}{v^x * l_x}$$

Definiremos como **conmutados** a aquellas herramientas que nos permitiran simplificar el calculo de anualidades contingentes, primas netas únicas y niveladas de seguros.Estos conmutados, toman en consideración, la tabla de mortalidad y la tasa de interés técnica escogida.Dos de los primeros conmutados a utilizar son:

$$* \quad D_x = v^x * l_x$$

$$* \quad N_x = D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_{w-1} = \sum_{t=0}^{w-x-1} D_{x+t}$$

Por lo tanto a_x estará finalmente dada por:

$$a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x}$$

Si el valor de la renta k es distinto de 1 u.m. (como por lo general sucede) entonces el valor presente de la anualidad será:

$$k * a_x$$

Nota: En todas las anualidades contingentes que se analizarán, supondremos una tasa de interés efectiva anual i

ii) Anualidad Vitalicia Anticipada

Consideremos la siguiente figura:

renta	1	1	1	1	.	.	.	1	
año	0	1	2	3	.	.	.	w-x-1	w-x
edad	x	x+1	x+2	x+3				w-1	w

El valor presente de este tipo de anualidad; la cual se pagará por siempre para una persona de edad x con renta de 1 u.m. cada año, siendo el primer pago ahora; se representa por $\ddot{a}_x$ y se calcula de la siguiente manera:

$$\ddot{a}_x = 1 + 1 * v * {}_1p_x + 1 * v^2 * {}_2p_x + 1 * v^3 * {}_3p_x + \ldots + 1 * v^{w-x-1} * {}_{w-x-1}p_x$$

$$= 1 + a_x = 1 + \frac{N_{x+1}}{D_x} = \frac{D_x + N_{x+1}}{D_x} = \frac{N_x}{D_x}$$

Obviamente si la renta es k distinta de 1; el valor presente de la anualidad será:

$$k * \ddot{a}_x$$

iii) <u>Anualidad Temporal Vencida</u>

Consideremos la siguiente figura:

```
renta         1      1      1      .    .    .       1      1
       |------|------|------|---------------------|------|
año    0      1      2      3      .    .    .      n-1     n
edad   x     x+1    x+2    x+3                    x+n-1   x+n
```

El valor presente de este tipo de anualidad; la cual se pagará durante n años para una persona de edad x con renta de 1 u.m. cada año siendo el primer pago dentro de un año; se representa por $a_{x:\overline{n}|}$ y su desarrollo es el siguiente:

$$a_{x:\overline{n}|} = 1*v*{}_{1}p_{x} + 1*v^{2}*{}_{2}p_{x} + 1*v^{3}*{}_{3}p_{x} + \ldots + 1*v^{n}*{}_{n}p_{x}$$

Desarrollando tenemos que:

$$a_{x:\overline{n}|} = \frac{v^{1}*l_{x+1} + v^{2}*l_{x+2} + v^{3}*l_{x+3} + \ldots + v^{n}*l_{x+n}}{l_{x}}$$

Multiplicando por $\frac{v^{x}}{v^{x}}$ y aplicando conmutados tenemos:

$$a_{x:\overline{n}|} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_{x}}$$

Si la renta es k distinta de 1, entonces el valor presente de la anualidad estará dada por:

$$k * a_{x:\overline{n}|}$$

iv) <u>Anualidad Temporal Anticipada</u>

Consideremos la siguiente figura:

renta	1	1	1	1	.	.	.	1	
año	0	1	2	3	.	.	.	n-1	n
edad	x	x+1	x+2	x+3				x+n-1	x+n

El valor presente de este tipo de anualidad; la cual se pagará durante n años para una persona de edad x con renta de 1 u.m. cada año, siendo el primer pago en este momento; se representa por $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$ y su desarrollo es el siguiente:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n|}} = 1 + v * {}_1p_x + v^2 * {}_2p_x + v^3 * {}_3p_x + \dots + v^{n-1} * {}_{n-1}p_x$$

$$= 1 + a_{x:\overline{n-1|}}$$

$$= 1 + \frac{N_{x+1} - N_{x+n}}{D_x}$$

$$= \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$$

Si la renta tiene un valor distinto de 1 u.m. entonces el valor presente estará dado por:

$$k * \ddot{a}_{x:\overline{n|}}$$

Existen otras anualidades; pero en realidad las desarrolladas en esta sección son las básicas y las demás son simples combinaciones de estas.

II) Reserva Matemática

Es la cantidad que la compañía de seguros debe tener constituida para hacer frente a las reclamaciones.

Los métodos más comunes para calcular la reserva matemática son los siguientes:

A) Método Prospectivo

B) Método Retrospectivo

C) Método Iterativo (Fórmula de Fackler)

A) Método Prospectivo.- Se define como el exceso del valor presente de los beneficios futuros (obligación futura de la compañía de seguros) sobre el valor presente de las primas futuras (obligación futura del asegurado); en cualquier tiempo t.

B) Método Retrospectivo.- Determina el exceso del valor acumulado de las primas pagadas (obligación pasada del asegurado) sobre el valor acumulado de los beneficios pagados (obligación pasada de la compañía de seguros) en cualquier tiempo t.

C) Método Iterativo (Fórmula de Fackler)

Descrito por el Actuario americano David Parks Fackler; este método nos sirve para encontrar la reserva en el tiempo t, considerando que conocemos una reserva vecina a la que deseamos calcular.

Consideremos la siguiente figura:

```
reserva     t-1V                              tV
              |--------------------------------|
año         t-1                                t
```

Suponemos que se conoce t-1V .

Si nos ubicamos en el año t; dado que conocemos la t-1V; lo que realmente tenemos en el año t-1 es la reserva de los

l_{x+t-1} más las primas(p) de los l_{x+t-1}, Todo esto afectado por (1+i) será igual a la tV de los l_{x+t} más la suma asegurada (S) por los que fallecieron de edad x+t-1 , i.e.,

$$(t{-}1V*l_{x+t-1} + P*l_{x+t-1})*(1+i) = tV*l_{x+t} + S*d_{x+t-1}$$

Factorizando l_{x+t-1} en el primer miembro, tenemos:

$$l_{x+t-1} * (t{-}1V + P)*(1+i) = l_{x+t} * tV + S*d_{x+t-1}$$

Despejando a tV y sustituyendo (1+i) por v^{-1} tengo:

$$tV = \frac{l_{x+t-1} * (t{-}1V+P)*v^{-1} - S*d_{x+t-1}}{l_{x+t}}$$

Multiplicando por $\frac{v^{x+t}}{v^{x+t}}$ se tiene:

$$tV = \frac{v^{x+t-1} * l_{x+t-1} * (t{-}1V+P) - S*v^{x+t} * d_{x+t-1}}{v^{x+t} * l_{x+t}}$$

Definimos: $v^{x+1} * d_x = C_x$

Ahora tenemos:

$$tV = \frac{D_{x+t-1} * (t{-}1V+P) - S*C_{x+t-1}}{D_{x+t}}$$

Definimos: $* \; U_{x+t-1} = \dfrac{D_{x+t-1}}{D_{x+t}}$

$$* \; K_{x+t-1} = \frac{C_{x+t-1}}{D_{x+t}}$$

Haciendo uso de esta definición, tenemos que tV está dado por:

$$tV = (t\text{-}1V + P) * U_{x+t-1} - S*K_{x+t-1}$$

Las reservas que se utilizan en esta Tesis, son reservas terminales al final del año; proporcionándonos una amplia y concisa visión de la forma en que se construyen; pero tengamos presente que existen reservas fraccionadas y reservas instantáneas a cualquier tiempo que obviamente consideran primas y anualidades pagaderas m veces al año.

Una vez estudiados estos 11 conceptos; procederemos a analizar los planes de seguro de vida más usuales desde su construcción, primas, etc., hasta la forma en que cada plan constituye sus reservas matemáticas, utilizando a profundidad los métodos prospectivo, retrospectivo y Fackler, comentados para la determinación de las reservas.

Tipos básicos de Seguro de Vida:

I) TEMPORAL A N AÑOS

II) ORDINARIO DE VIDA

III) DOTAL MIXTO A N AÑOS

I) TEMPORAL A N AÑOS

Un seguro que paga la suma asegurada si la muerte del asegurado ocurre dentro de un período de tiempo específico de n años es denominado SEGURO TEMPORAL A N AÑOS.

El valor presente ó prima neta única a edad x para un seguro que comprende una temporalidad de n años y suma asegurada de 1 u.m., es denotado por $A^{1}_{x:\overline{n}|}$

Consideremos la siguiente figura:

S.A.		1	1	1	. . .	1	1
año	0	1	2	3	. . .	n-1	n
edad	x	x+1	x+2	x+3	. . .	x+n-1	x+n

Podemos calcular $A^{1}_{x:\overline{n}|}$ como sigue:

$$A^{1}_{x:\overline{n}|} = 1*v*{}_{1}q_{x} + 1*v^{2}*{}_{1|}q_{x} + 1*v^{3}*{}_{2|}q_{x} + \dots + 1*v^{n}*{}_{n-1|}q_{x}$$

Factorizando la suma asegurada de 1 u.m. y desarrollando tengo:

$$A'_{x:\overline{n|}} = 1*\left(\frac{v*d_x + v^2*d_{x+1} + v^3*d_{x+2} + \ldots + v^n*d_{x+n-1}}{l_x}\right)$$

Multiplicando por $\frac{v^x}{v^x}$ obtenemos:

$$A'_{x:\overline{n|}} = \frac{v^{x+1}*d_x + v^{x+2}*d_{x+1} + v^{x+3}*d_{x+2} + \ldots + v^{x+n}*d_{x+n-1}}{v^x*l_x}$$

Ahora definiremos otro conmutado:

$$M_x = C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \ldots + C_{w-1}$$

Aplicando conmutados tenemos que:

$$A'_{x:\overline{n|}} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

Tengamos presente las cinco hipótesis más importantes en relación con los seguros de vida:

1) Las muertes esperadas ocurren de acuerdo a la tabla de mortalidad que se utiliza.

2) Las primas que se calculan, son primas netas, i.e., son cantidades suficientes para cubrir las reclamaciones.

3) Las primas se cobran en forma anticipada.

4) Las primas son invertidas en forma inmediata bajo una cierta tasa de interés que producirá un rendimiento (va a formar parte constitutiva de la reserva matemática).

5) Los siniestros son pagados al final del año en que ocurren.

Los seguros de vida son comúnmente pagados a través de una serie de <u>primas netas periodicas contingentes</u> que por una prima neta única.

La primera prima neta se paga al principio del seguro (i.e. en forma anticipada) y las posteriores se pagarán periodicamente en forma contingente (i.e. si el asegurado está con vida).

La prima neta de un seguro de vida se calculará de acuerdo a un <u>principio fundamental dentro de la Teoría del Seguro</u> que dice lo siguiente:

El valor presente de las obligaciones, es igual al valor presente de los derechos al momento de la contratación del seguro.

Dado lo anterior; la obligación del asegurado es pagar las primas netas mientras se encuentre con vida y por otro lado, el derecho del asegurado es recibir la suma asegurada (a través del beneficiario ó beneficiarios) cuando fallezca. Si lo vemos del lado de la compañía de seguros: la obligación de ésta es pagar el seguro cuando la persona fallezca y su derecho es cobrar las primas mientras el asegurado esté vivo. Esto lo podemos ver en la siguiente ecuación valuada a la contratación del seguro que se trate:

$$P * \ddot{a} = A$$

donde : P = prima neta

$\ddot{a}$ = valor presente de una anualidad anticipada contingente

A = prima neta única del seguro

Despejando tenemos que $P = \dfrac{A}{\ddot{a}}$ para cualquier tipo de Seguro de Vida.

En particular para el <u>Seguro Temporal a n Años</u>; su prima neta será denotada por $P^{1}_{x:\overline{n}|}$ y se calculará de la siguiente forma:

$$P^{1}_{x:\overline{n}|} = \frac{A^{1}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} = \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$$

Para construir las reservas matemáticas para este tipo de seguro de vida, nos apoyaremos de la siguiente figura:

año	0	1	2	.	.	.	t	.	.	.	n-1	n
edad	x	x+1	x+2	.	.	.	x+t	.	.	.	x+n-1	x+n

La reserva en el año t de un Seguro Temporal a n años. visto por el <u>método prospectivo</u> se denota por $_tV'^{P}_{x:\overline{n|}}$

Si consideramos como fecha de valuación al año t: la obligación de la compañía a partir del año t es pagar la suma asegurada (S.A.) en caso de que la persona fallezca entre el año t y el año n. La obligación futura del asegurado es pagar las primas entre el año t y n mientras permanezca con vida. Ambas obligaciones deben estar valuadas en el año t y por lo tanto, tenemos lo siguiente:

$$_tV'^{P}_{x:\overline{n|}} = A'_{x+t:\overline{n-t|}} - P'_{x:\overline{n|}} * \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t|}}$$

La reserva en el año t de un Seguro Temporal a n años, visto por el <u>método retrospectivo</u> se denota por $_tV'^{R}_{x:\overline{n|}}$. Antes de deducir su fórmula definieremos la <u>prima neta única de un seguro dotal puro</u> como nEx y se calcula como sigue:

$$_nE_x = v^n * {_np_x} = \frac{v^n * l_{x+n}}{l_x}$$

Multiplicando por $\frac{v^x}{v^x}$ obtenemos:

$$_nE_x = \frac{v^{x+n} * l_{x+n}}{v^x * l_x} = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

La interpretación de $_nE_x$ es que se pagará la suma asegurada de 1 u.m.. en el año n si la persona llega con vida a ese año.

Una vez definido $_nE_x$ podremos citar la $\underset{R}{{}_tV^{1}_{x:\overline{n|}}}$ y explicarla:

$$\underset{R}{{}_tV^{1}_{x:\overline{n|}}} = \left(P^{1}_{x:\overline{t|}} * \ddot{a}_{x:\overline{t|}} - A^{1}_{x:\overline{t|}}\right) / {}_tE_x$$

La obligación del asegurado antes del año t, fué pagar las primas netas mientras se encontrara con vida y la obligación del asegurador antes del año t, fué pagar la suma asegurada en caso de que el asegurado haya fallecido antes del año t. Ambas obligaciones están valuadas en la edad x y multiplicando por $1/{}_tE_x$ nos encontramos en el año t considerando la probabilidad de que la persona de edad x llegue con vida a la edad x+t.

A continuación se expondrá un ejercicio muy completo en donde se aplica todo lo expuesto en relación al <u>Seguro Temporal a n Años</u>.

Haciendo uso de la **TABLA DE MORTALIDAD MEXICANA (EXPERIENCIA MEXICANA 1962-1967)** calculada al 4.5% que es la que actualmente se utiliza para los planes tradicionales de seguros de vida en la Industria Aseguradora actual;la cual se encuentra como tabla 1 en el Apéndice de esta Tesis:consideremos una póliza específica formada por personas de edad 25.

El plan de aseguramiento consiste en un plan temporal a 20 años con pagos cada año y suma asegurada de 1 u.m.

La prima neta para este seguro es:

$$P_{35:\overline{20|}} = \frac{A_{35:\overline{20|}}}{\ddot{a}_{35:\overline{20|}}} = \frac{M_{35} - M_{55}}{N_{35} - N_{55}} = .004915750$$

En la tabla 1 del Apéndice, l_{35} =9580620 y por lo tanto, el total de prima pagada el primer año por l_{35} es:

$$l_{35} * P_{35:\overline{20|}} = 47096$$

Esta prima de todas las personas de edad 35 cuyo monto asciende a 47096: se verá incrementada por los intereses ganados, reducida por los siniestros pagados, llegando a un ajuste determinado por la diferencia de la prima con intereses ganados menos lo pagado. Posteriormente, dividiendo el ajuste entre el número de personas del siguiente año, obtendremos la reserva para cada persona durante los 20 años que cubre el seguro. Al siguiente año, tenemos las primas aportadas por las personas con vida a edad 36 que se verán afectadas por el fondo constituido en el año anterior y se incrementará por los intereses que gane este fondo; siguiendo este comportamiento durante todos los años de cobertura del seguro.

El desarrollo se puede apreciar claramente en la siguiente tabla:

TABLA DE RESERVAS PARA UN SEGURO TEMPORAL A 20 AÑOS CONSIDERANDO:

1)EDAD: 35 AÑOS
2)S.A.: 1 U.M.
3)i = 4.5%
4)TABLA EXP. MEX. 62-67

(1) Año t	(2) Total de primas recibidas $l_{35+t-1} * P$	(3) Total del fondo al principio del año	(4) Fondo c/intereses (1.045)*(3)	(5) Reclamaciones por muerte d_{35+t-1}	(6) Fondo al final del año (4) - (5)	(7) Numero de sobrevivientes l_{35+t}	(8) Fondo por sobreviviente $_tV_{35:\overline{20\rvert}}$ = (6)/(7)
1	47096	47096	49215	28004	21211	9552616	0.00222
2	46958	68170	71237	29288	41949	9523328	0.00440
3	46814	88764	92758	30704	62054	9492624	0.00654
4	46663	108717	113610	32265	81345	9460359	0.00860
5	46505	127850	133603	34000	99603	9426359	0.01057
6	46338	145940	152508	35905	116603	9390454	0.01242
7	46161	162764	170089	38013	132075	9352441	0.01412
8	45974	178050	186062	40346	145716	9312095	0.01565
9	45776	191492	200109	42911	157198	9269184	0.01696
10	45565	202763	211887	45734	166153	9223450	0.01801
11	45340	211494	221011	48838	172173	9174612	0.01877
12	45100	217273	227050	52259	174791	9122353	0.01916
13	44843	219634	229519	56020	173498	9066333	0.01914
14	44568	218066	227879	60146	167733	9006187	0.01862
15	44272	212005	221545	64664	156881	8941523	0.01755
16	43954	200836	209873	69619	140254	8371904	0.01581
17	43612	183865	192140	75030	117110	8796974	0.01331
18	43243	160354	167570	80940	86630	8715934	0.00994
19	42845	129475	135301	87386	47915	8628548	0.00555
20	42415	90331	94396	94396	0	8534152	0.00000

Como se observa en la tabla: el fondo ha constituido la cantidad necesaria y suficiente para pagar los siniestros . La reserva al final del seguro es cero porque las obligaciones y derechos tanto del asegurado como de la aseguradora se han cubierto.

Si hubiéramos querido saber la ${}_5V'_{35:\overline{20|}}$ a través de los métodos descritos para ello con anterioridad (prospectivo, retrospectivo y Fackler) tendríamos:

Prospectivo:

$${}_5^{p}V'_{35:\overline{20|}} = A'_{40:\overline{15|}} - P'_{35:\overline{20|}} * \ddot{a}_{40:\overline{15|}}$$

$$= \frac{M_{40} - M_{55} - .004915*(N_{40} - N_{55})}{D_{40}}$$

$$= .010569621$$

Retrospectivo:

$${}_5^{R}V'_{35:\overline{20|}} = (P'_{35:\overline{20|}} * \ddot{a}_{35:\overline{5|}} - A'_{35:\overline{5|}}) * \frac{1}{{}_5E_{35}}$$

$$= \frac{.004915*(N_{35} - N_{40}) - M_{35} + M_{40}}{D_{40}}$$

$$= .010566979$$

Fackler:

$$ {}_{5}V^{P}_{35:\overline{20|}} = \frac{[illegible]}{[illegible]} $$

$$ \text{donde:} \quad U_{39} = \frac{D_{39}}{D_{40}} = 1.0485[illegible]696 $$

$$ K_{39} = \frac{C_{39}}{D_{40}} = .00250655 $$

Por lo tanto, haciendo operaciones tenemos:

$$ {}_{5}V^{P}_{35:\overline{20|}} = .0123066446 $$

Como podemos observar, los valores correspondientes a la reserva calculados por los 3 métodos distintos son exactamente los mismos (considerando redondeo como método numérico de aproximación) que si se obtuviera a través de la tabla de reservas para este plan temporal a 20 años.

II) ORDINARIO DE VIDA

Un seguro que garantiza el pago de la suma asegurada al final del año en que fallezca el asegurado, en cualquier tiempo que esto suceda; es conocido como seguro vitalicio, de vida completa u ordinario de vida.

La prima neta única de un seguro ordinario de vida para una persona de edad x. Se representa por Ax y podemos construirla como el límite de una prima neta única para un seguro temporal de una persona de edad x durante n años, cuando n tiende a los años que le faltan a la persona de edad x para llegar a la edad en la cual nadie sobrevive.

$$A_x = \lim_{n \to (w-x)} A^{1}_{x:\overline{n|}}$$

Sustituyendo a $A^{1}_{x:\overline{n|}}$ por sus correspondientes conmutados, tenemos:

$$A_x = \lim_{n \to (w-x)} \left(\frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} \right)$$

Aplicando la Teoría de los límites tenemos:

$$A_x = \lim_{n \to (w-x)} \frac{M_x}{D_x} - \lim_{n \to (w-x)} \frac{M_{x+n}}{D_x}$$

$$= \frac{M_x}{D_x} - \frac{1}{D_x} * \lim_{n \to (w-x)} M_{x+n}$$

Como sabemos que $l_w = 0 \Rightarrow l_{w+1} = 0 \Rightarrow d_w = 0$

Y como $C_w = v^{w+1} * d_w$ entonces $C_w = 0$ y por lo tanto

$M_w = 0$. Aplicando ésto, tenemos que:

$$\lim_{n \to (w-x)} M_{x+n} = 0$$

Por lo tanto:

$$A_x = \frac{M_x}{D_x}$$

Para el Seguro Ordinario de Vida con pago de primas durante la sobrevivencia del asegurado, la <u>prima neta</u> estará dada por:

$$P_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_x} = \frac{M_x}{N_x}$$

Las reservas terminales a través de los métodos prospectivo y retrospectivo, estarán dadas por:

Prospectivo:

$$ {}_tV_x^{P} = A_{x+t} - P_x * \ddot{a}_{x+t} $$

Retrospectivo:

$$ {}_tV_x^{R} = (P_x * \ddot{a}_{x:\overline{t|}} - \dot{A}_{x:\overline{t|}}) * 1/{}_tE_x $$

Ejemplo:

Consideremos una póliza formada por personas de edad 45.

El plan de aseguramiento, consiste en un <u>seguro ordinario de vida</u> con pagos cada año y suma asegurada de 1 u.m.

La prima neta es:

$$P_{45} = \frac{A_{45}}{\ddot{a}_{45}} = \frac{M_{45}}{N_{45}} = .020790524$$

Haciendo uso de la tabla 1 del Apéndice, tenemos que $l_{45} = 9223450$ y por lo tanto el total de prima pagada en el primer año por l_{45} es:

$$l_{45} * P_{45} = 191760$$

Esta prima de todas las personas de edad 45 cuyo monto asciende a 191760; se verá incrementada por los intereses ganados, reducida por los siniestros pagados, llegando a un ajuste determinado por la diferencia de la prima con intereses ganados menos lo pagado. Posteriormente, dividiendo el ajuste entre el número de personas del siguiente año, obtendremos la reserva para cada persona durante el tiempo que cubre el seguro. Al siguiente año, tenemos las primas aportadas por las personas con vida a edad 46 que se verán afectadas por el fondo constituido en el año anterior y se incrementará por los intereses que gane este fondo:

siguiendo este comportamiento durante todos los años de cobertura del seguro.

El desarrollo se puede apreciar claramente en la siguiente tabla:

TABLA DE RESERVAS PARA UN SEGURO ORDINARIO DE VIDA CONSIDERANDO:

1) EDAD: 45 AÑOS
2) S.A.: 1 U.M.
3) i = 4.5%
4) TABLA EXP. MEX. 62-67

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Año t	Total de primas recibidas $l_{45+t-1} * P$	Total del fondo al principio del año	Fondo c/intereses (1.045)*(3)	Reclamaciones por muerte d_{45+t-1}	Fondo al final del año (4) - (5)	Número de sobrevivientes l_{45+t}	Fondo por sobreviviente $_tV_{45} = (6)/(7)$
1	191760	191760	200390	48838	151552	9174612	0.01652
2	190745	342296	357700	52259	305441	9122353	0.03348
3	189658	495099	517379	56020	461359	9066333	0.05089
4	188494	649853	679096	60146	618950	9006187	0.06872
5	187243	806193	842472	64664	777808	8941523	0.08699
6	185899	963707	1007074	69619	937455	8871904	0.10567
7	184451	1121906	1172392	75030	1097362	8796874	0.12474
8	182692	1280253	1337865	80940	1256925	8715934	0.14421
9	181209	1439134	1503890	87386	1415464	8628549	0.16404
10	179392	1594856	1666624	94396	1572228	8534152	0.18423
11	177429	1749658	1828392	102017	1726375	8432135	0.20474
12	175308	1901684	1987259	110259	1877000	8321876	0.22555
13	173016	2050017	2142267	119169	2023098	8202707	0.24664
14	170539	2193637	2292351	128758	2163593	8073949	0.26797
15	167862	2331454	2436370	139058	2297312	7934991	0.28952
16	164971	2462282	2573085	150064	2423021	7784827	0.31125
17	161851	2584871	2701191	161792	2539399	7623035	0.33312
18	158487	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
19	154865	2799738	[illegible]	197208	2738627	7261510	0.37714
20	150971	2889598	3019630	201013	2818617	7060497	0.39921
21	146791	2965408	3098851	215261	2883590	6845226	0.42126
22	142316	3025906	3162072	229931	2932141	6615305	0.44324
23	137536	3069677	3207812	244892	2962920	6370413	0.46511
24	132444	3095365	3234656	259970	2974686	6110443	0.48683
25	127039	3101725	3241303	274940	2966363	5835563	0.50833

(1) Año t	(2) Total de primas recibidas $l_{45+t-1} * P$	(3) Total del fondo al principio del año	(4) Fondo c/intereses (1.045)*(3)	(5) Reclamaciones por muerte d_{45+t-1}	(6) Fondo al final del año (4) - (5)	(7) Número de sobrevivientes l_{45+t}	(8) Fondo por sobreviviente $_tV_{45} = (6)/(7)$
26	121323	3087696	3226632	289546	2937086	5545957	0.52959
27	115303	3052389	3189747	303463	2886284	5242494	0.55056
28	108994	2995278	3130065	316353	2813712	4926141	0.57118
29	102417	2916129	3047355	327815	2719540	4598326	0.59142
30	95602	2815142	2941823	337407	2604416	4260919	0.61123
31	88587	2693003	2814188	344683	2469505	3916236	0.63058
32	81421	2550926	2665717	349183	2316534	3567053	0.64943
33	74161	2390695	2498277	350453	2147824	3216600	0.66773
34	66875	2214698	2314360	348089	1966271	2868511	0.68547
35	59638	2025909	2117074	341779	1775295	2526732	0.70261
36	52532	1827828	1910080	331292	1578788	2195440	0.71912
37	45644	1624432	1697532	316583	1380949	1878857	0.73499
38	39062	1420011	1483911	297766	1186145	1581091	0.75021
39	32672	1219017	1273873	275186	998687	1305905	0.76475
40	27150	1025837	1072060	249397	822603	1056508	0.77861
41	21965	844568	882574	221178	661396	835330	0.79178
42	17367	678763	709307	191489	517818	643841	0.80426
43	13386	531204	555108	161422	393686	482419	0.81607
44	10030	403716	421883	132106	289777	350313	0.82720
45	7283	297060	310428	104624	205804	245687	0.83766
46	5108	210912	220403	79896	140507	165793	0.84749
47	3447	143954	150432	58601	91831	107192	0.85670
48	2229	94060	98292	41099	57193	66093	0.86535
49	1374	58567	61203	27431	33772	38662	0.87352
50	804	34576	36132	17329	18803	21333	0.88139
51	444	19247	20112	10300	9812	11033	0.88935
52	229	10042	10493	5722	4771	5311	0.89841
53	110	4882	5102	2951	2151	2360	0.91125
54	49	2200	2299	1400	899	960	0.93645
55	20	919	960	960	0	0	NO EXISTE

[illegible] tablas [illegible] fondo [illegible] necesaria y suficiente para pagar los siniestros [illegible] del seguro [illegible] porque [illegible] obligaciones y derechos tanto del asegurado como de la aseguradora [illegible] abierto.

Si hubieramos querido saber la ${}_{1}V_{45}$ a través de los métodos prospectivo, retrospectivo y Fackler, tendríamos:

Prospectivo:

$${}_{1}V^{p}_{45} = A_{46} - P_{45} * \ddot{a}_{46}$$

$$= \frac{M_{46} - (.02079 * N_{46})}{D_{46}}$$

$$= 016517834$$

Retrospectivo:

$${}_{1}V^{R}_{45} = (P_{45} * a_{45:\overline{1|}} - A_{45:\overline{1|}}) * \frac{1}{{}_{1}E_{45}}$$

$$= \frac{.02079 * (N_{45} - N_{46}) - M_{45} + M_{46}}{D_{46}}$$

$$= .016517834$$

[illegible]

$$ {}_1V_{45}^{F} = \frac{D_{45} \; [\text{illegible}]_{45} \; [\text{illegible}]_{45} \; [\text{illegible}]_{45}}{D_{46}} $$

$$ \text{donde:} \quad U_{45} = \frac{D_{45}}{D_{46}} $$

$$ K_{45} = \frac{C_{45}}{D_{46}} $$

Por lo tanto, haciendo operaciones tenemos:

$$ {}_1V_{45}^{F} = .01651782 $$

Como podemos observar, los valores correspondientes a la reserva calculados por los 3 metodos distintos son exactamente los mismos (considerando redondeo como método numérico de aproximación) que si se obtuviera a través de la tabla de reservas para este plan ordinario de vida.

III) DOTAL MIXTO A N AÑOS

En este tipo de seguro, se garantiza el pago de la suma asegurada al final del año en que ocurra el fallecimiento, siempre que éste ocurra dentro del periodo n establecido, o al final de dicho periodo si el aseg[illegible] vida. Se denota por $A_{x:\overline{n|}}$

Consideremos la siguiente figura:

```
S.A.                                                                         1
S.M.             1           1           1    .     .     .     1            1
        |-----------|-----------|-----------|--------------------|-----------|
año     0           1           2           3    .     .     .  n-1          n
edad    x          x+1         x+2         x+3   .     .     .  x+n-1       x+n
```

Dada la definición de este seguro, su prima neta única la podemos expresar como la suma de la prima neta única para un seguro temporal a n años, más la prima neta única de un seguro dotal puro, i.e.,

$$A_{x:\overline{n|}} = A^{1}_{x:\overline{n|}} + {}_nE_x = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

$$A_{x:\overline{n|}} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}$$

La prima neta para este tipo de seguro estará dada por:

$$P_{x:\overline{n|}} = \frac{A_{x:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$$

Las reservas terminales calculadas por los métodos prospectivo y retrospectivo para este seguro, son las siguientes.

Prospectivo:

$${}_tV^{p}_{x:\overline{n|}} = A_{x+t:\overline{n-t|}} - P_{x:\overline{n|}}\ \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t|}}$$

Retrospectivo:

$$ {}_tV^{R}_{x:\overline{n}|} = \left(P_{x:\overline{t}|} * \ddot{a}_{x:\overline{t}|} - A^{1}_{x:\overline{t}|} \right) / {}_tE_x $$

Ejemplo:

Consideremos una póliza formada por personas de edad 20.

El plan de seguro, consiste en un seguro dotal mixto a 15 años , con pagos cada año y suma asegurada de 1 u.m.

La <u>prima nota</u> es :

$$ P_{20:\overline{15}|} = \frac{A_{20:\overline{15}|}}{\ddot{a}_{20:\overline{15}|}} = .047184546 $$

Considerando la <u>tabla de mortalidad Experiencia Mexicana 1962-1967</u> que aparece en la tabla 1 del Apéndice , sabemos que l_{20} = 9909271 y por lo tanto el total de prima pagada el primer año es :

$$ l_{20} * P_{20:\overline{15}|} = 467564 $$

Esta prima de todas las personas de edad 20 cuyo monto asciende a 467564; se verá incrementada por los intereses ganados , reducida por los siniestros pagados, llegando a un ajuste determinado por la diferencia de la prima con intereses ganados menos lo pagado. Posteriormente, dividiendo el ajuste entre el número de personas del siguiente año, [illegible] reserva para cada persona durante los 15 años que cubre el seguro. Al siguiente año, tenemos las primas recaudadas con las personas con edad 21 que se verán afectadas por el fondo constituido en el año anterior y se incrementará por los intereses que gane este fondo; siguiendo este comportamiento durante todos los 15 años de cobertura del seguro.

El desarrollo se puede apreciar claramente en la siguiente tabla:

TABLA DE RESERVAS PARA UN SEGURO DOTAL MIXTO A 15 AÑOS CONSIDERANDO:

1)EDAD: 20 AÑOS
2)S.A.: 1 U.M.
3)i = 4.5%
4)TABLA EXP. MEX. 62-67

(1) Año t	(2) Total de primas recibidas $l_{20+t-1} * P$	(3) Total del fondo al principio del año	(4) Fondo c/intereses (1.045)*(3)	(5) Reclamaciones por muerte d_{20+t-1}	(6) Fondo al final del año (4) − (5)	(7) Numero de sobrevivientes l_{20+t}	(8) Fondo por sobreviviente $_tV_{\overline{20:15}\rvert}$ ==> (6)/(7)
1	467564	467564	488605	18758	469847	9890513	0.04750
2	466679	936526	978670	19020	959650	9871493	0.09721
3	465782	1425432	1489576	19318	1470258	9852175	0.14923
4	464870	1935129	2022209	19645	2002564	9832530	[illegible]
5	463943	2466508	2577501	20010	2557491	9812520	[illegible]
6	462999	3020490	3156412	20410	3136002	[illegible]	[illegible]
7	462036	3598038	3759950	20867	3739083	9771243	[illegible]
8	461052	4200135	4389141	21369	4367772	9749874	0.44798
9	460043	4827815	5045067	21928	5023139	9727946	0.51636
10	459009	5482148	5728844	22549	5706295	9705397	[illegible]
11	457945	6164240	6441671	23245	6418386	9682152	0.66291
12	456848	6875234	7184619	24011	7160608	9658141	0.74141
13	455715	7616323	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
14	454542	8388740	8766233	25808	8740425	9607473	[illegible]
15	453324	9193749	9607468	26852	9580615	[illegible]	[illegible]

Como se observa en la tabla: el fondo ha constituido la cantidad necesaria y suficiente para pagar los siniestros . La reserva al final del seguro, es 1 porque la obligación del asegurador es pagar la suma asegurada de 1 u.m., a aquellas personas que llegaron con vida al final de la cobertura del seguro.

Si queremos saber la reserva en el año 14 a traves de los metodos prospectivo, retrospectivo y Fackler, tenemos:

Prospectivo:

$${}_{14}V^{p}_{20:\overline{15}|} = A_{34:\overline{1}|} - P_{20:\overline{15}|} * \ddot{a}_{34:\overline{1}|}$$

$$= \frac{M_{34} - M_{35} + D_{35} - .047184*(N_{34} - N_{35})}{D_{34}}$$

$$= .909753325$$

Retrospectivo:

$${}_{14}V^{R}_{20:\overline{15}|} = (P_{20:\overline{15}|} * \ddot{a}_{20:\overline{14}|} - A_{20:\overline{14}|}) * \frac{1}{{}_{14}E_{20}}$$

$$= \frac{.047184*(N_{20} - N_{34}) - M_{20} - M_{34}}{D_{34}}$$

$$= .909746764$$

Fackler:

$$
{}_{14}V^{F}_{20:\overline{15|}} = \frac{D_{33} \cdot \left({}_{13}V_{20:\overline{15|}} + P_{20:\overline{15|}} \right) - C_{33}}{D_{34}}
$$

$$
\text{donde:} \qquad U_{33} = \frac{D_{33}}{D_{34}}
$$

$$
K_{33} = \frac{C_{33}}{D_{34}}
$$

Por lo tanto, haciendo operaciones tenemos:

$$
{}_{14}V^{F}_{20:\overline{15|}} = .909748267
$$

Como podemos observar, los valores correspondientes a la reserva calculados por los 3 métodos distintos son exactamente los mismos (considerando redondeo como método numérico de aproximación) que si se obtuviera a traves de la tabla de reservas para este plan dotal mixto a 15 años.

MARCO LEGAL

Antes de comenzar con la parte legal de la inversión de las reservas correspondientes al ramo de vida de una Compañía Privada de Seguros, haré una breve reseña histórica del contrato del seguro, para ver su inicio, desarrollo y podamos comprender que para que la Compañía pueda hacer frente a sus obligaciones con los asegurados, es necesaria la creación de ciertas reservas y en la forma en que estas reservas se invertirán me avocaré una vez concluida la reseña histórica.

RESEÑA HISTORICA DEL CONTRATO DE SEGURO

Desde que el hombre ensayó la vida en comunidad, sintió la necesidad de protegerse contra las consecuencias que podrían acarrearle acontecimientos dañosos, y fue inventando, a través de la historia, instrumentos jurídicos para solucionar tales consecuencias. Así, en el Código de Hamurabi se establecía que si en alguna ciudad, una persona sufría un robo, la ciudad debería reponer su pérdida, y que si un hombre era muerto en defensa de una ciudad, su familia debería ser indemnizada por el tesoro público. En el Talmud se dan los trazos de una organización marinera que indemnizaba a los marinos que perdían sus barcos. Los fenicios inventaron el préstamo a la gruesa, por medio del cual el prestamista asumía el riesgo de la navegación, ya que sólo podía cobrar el importe de su crédito si la mercancía que lo garantizaba llegaba a feliz arribo.

Entre los egipcios se formaban ciertas sociedades mutualistas para proveer a los ritos funerarios del socio que falleciera; e instituciones semejantes, basadas en el principio de la ayuda mutua, las encontramos en Grecia, Roma, la India, China, y en casi todos los pueblos antiguos. Pero el seguro bajo forma de contrato que tiene por objeto la transferencia de un riesgo que originalmente incidía sobre la cabeza de una de las partes (el asegurado) a la otra parte (el asegurador), es una institución jurídica que se origina en la Edad Media en las ciudades marítimas italianas. Las primeras leyes aparecieron en Génova (1369) Florencia (1393), Venecia (1468), y al extenderse el comercio marítimo aparecieron en la península ibérica monumentos legislativos como el Consulado del Mar (1424), las ordenanzas de Bilbao (1569) que, como ya indicamos, rigieron estas últimas entre nosotros como principal ordenamiento comercial.

El camino, anota Donati, no fue fácil. Primero, en el campo marítimo, el riesgo se transmitía del prestatario al prestamista en el préstamo a la gruesa; luego se inventó la venta de la cosa sometida a riesgo, que se perfeccionaba cuando el acontecimiento dañoso se producía, por ejemplo, por hundimiento; hasta que las costumbres marítimas italianas perfilaron el contrato de seguro como contrato autónomo, diferente de otro contrato, y cuyo principal objeto era la transferencia de las consecuencias económicas de un acontecimiento dañoso, futuro e incierto.

En el siglo XIII los comerciantes lombardos importaron a Inglaterra el seguro, y poco a poco Londres fue convirtiéndose en el centro de los asuntos del mundo occidental. Las primeras pólizas inglesas se redactaban en italiano; luego, fueron bilingues (en italiano y en inglés). La primera póliza bilingue data de 1545, pero es casi completamente ilegible; y la primera legible data de 1548.

Con el incendio de Londres en 1666, el seguro avanza del campo marítimo al terrestre; con el famoso Lloyd de Londres surge en 1686 la más poderosa empresa aseguradora y en 1774, con la "Gambling Act" se autoriza el seguro sobre la vida de las personas, que inicialmente estuvo prohibido por consideraciones morales.

Con la unión de los aseguradores individuales en el Lloyd, que se distribuían entre sí los riesgos que asumían con la celebración de los contratos individuales, se convierte el seguro en contrato masivo; al distribuirse los riesgos desaparece el alea de los contratos y la empresa aseguradora se mercantiliza en sus funciones, ya que se convierte en la intermediaria en el fenómeno de distribución de las consecuencias económicas de los riesgos.

Aparecen las bases técnicas, fundamentales del seguro moderno y surge el interés jurídico-económico como elemento esencial, que distingue al seguro de la apuesta (no puede haber seguro sin interés asegurable); se descubren las reglas estadísticas, los juegos de los grandes números y los cálculos de probabilidades, que forman las columnas básicas de la gran industria mercantil de los seguros.

En la actualidad un contrato aislado sobre riesgos no tendría la naturaleza jurídica de un contrato de seguro.

LEY GENERAL DE INSTITUCIONES Y SOCIEDADES MUTUALISTAS DE SEGUROS (LGISMS)

Este es el ordenamiento jurídico que define claramente las reservas que una Compañía de Seguros debe constituir, así como señala los procedimientos mediante los cuales se forman y registran tales reservas.

La LGISMS en su Art. 7, dispone las siguientes **operaciones de seguros** que las Instituciones de Seguros están autorizadas para practicar:

I. VIDA
II. ACCIDENTES Y ENFERMEDADES
III. DAÑOS

Además en el Art. 6 , también se explica que las Instituciones de Seguros podrán realizar operaciones de reafianzamiento, previo otorgamiento discrecional del Gobierno Federal por conducto de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP) .

Dado el tema de la presente tesis: únicamente nos referiremos al análisis de la operación de seguro relativa al ramo de Vida de las Instituciones de Seguros.

Las Instituciones de Seguros deberán constituir las siguientes **reservas técnicas**:

I. RESERVAS DE RIESGOS EN CURSO

II. RESERVAS PARA OBLIGACIONES PENDIENTES DE CUMPLIR

III. RESERVAS DE PREVISION

IV. LAS DEMAS PREVISTAS EN ESTA LEY

I. RESERVAS DE RIESGOS EN CURSO

Las reservas de riesgos en curso que deberán constituir las Instituciones de Seguros, por los seguros que practiquen serán:

A. Para los seguros de vida en los cuales la prima sea constante y la probabilidad de siniestro creciente con el tiempo, la reserva matemática de primas correspondientes a las pólizas en vigor en el momento de la valuación, calculada de acuerdo con los métodos actuariales que mediante reglas de carácter general autorice la SHCP.

En ningún caso la reserva matemática de primas será menor de la que resulte de aplicar el método llamado "Año Temporal Preliminar".

B. Para los seguros temporales a un año, la parte de la prima neta no devengada a la fecha de valuación, dentro del período de cada año en vigor.

C. Para otros planes de seguros que tengan características especiales, los que establezcan coberturas adicionales y los que se contraten con personas que tienen un riesgo ocupacional fuera de lo normal o pobreza de salud al suscribir el contrato; las reservas de riesgos en curso que deberán crear las Instituciones de Seguros serán determinadas por la SHCP mediante reglas de carácter general.

II. RESERVAS PARA OBLIGACIONES PENDIENTES DE CUMPLIR

Estas reservas serán:

A. Por pólizas vencidas, por siniestros ocurridos y por repartos periódicos de utilidades; el importe total de las sumas que deba desembolsar la Institución al verificarse la eventualidad prevista en el contrato, debiendo estimarse conforme a las bases siguientes:

i) Para las operaciones de vida, las sumas aseguradas en las pólizas respectivas con los ajustes que procedan, de acuerdo con las condiciones del contrato.

ii) En obligaciones pagaderas a plazos, el valor presente de los pagos futuros, calculado al tipo de interés que fije la SHCP.

iii) Tratándose de rentas, el monto de las que están vencidas y no se hayan cobrado.

B. Por siniestros ocurridos y no reportados. las sumas que autorice anualmente la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF), considerando la experiencia de siniestralidad de la Institución y las estimaciones que ésta hubiere hecho de siniestros en los que tenga evidencias y razonables posibilidades de responsabilidad para la misma.

C. Por la administración de sumas que por concepto de dividendos o indemnizaciones que les confíen a las Instituciones de Seguros los asegurados o sus beneficiarios; el saldo de la suma más los intereses acumulados.

III. RESERVAS DE PREVISION

Para las operaciones de vida, la **reserva de previsión** se constituirá con las cantidades que resulten de aplicar un porcentaje que no será superior al 3% a las primas emitidas durante el año, deduciendo las cedidas por concepto de reaseguro.

La SHCP, determinará el porcentaje aplicable mediante reglas de carácter general, tomando en cuenta el análisis estadístico de la siniestralidad registrada en años anteriores.

Esta reserva será acumulativa y sólo podrá afectarse conforme a las bases y requisitos que determine la CNSF, cuando las siniestralidad de retención presente características extraordinarias en una o varias operaciones o ramos , así como en caso de déficit de las demás reservas técnicas de la Institución.

Las cantidades dispuestas deberán reponerse conforme a las bases que determine la CNSF.

La CNSF podrá autorizar que temporalmente deje de incrementarse esta reserva cuando considere que el monto de la reserva de previsión, es suficiente para cubrir las posibles pérdidas por desviaciones estadísticas conforme a su experiencia de siniestralidad y siempre que la Institución presente una seria situación financiera y mantenga cuando menos el capital mínimo de garantía que resulte de aplicar los procedimientos de cálculo que la SHCP determine mediante disposiciones de carácter general.

IV. LAS DEMAS PREVISTAS POR LA LGISMS

La SHCP podrá ordenar, mediante reglas de carácter general, la constitución de reservas técnicas especiales distintas a las ya mencionadas, o para reforzar tales reservas, cuando considere sean necesarias para hacer frente a posibles pérdidas u obligaciones presentes o futuras a cargo de las Instituciones.

Además de los cuatro tipo de reservas técnicas ya explicadas; las Instituciones de Seguros, deberán constituir una **RESERVA DE CAPITAL PARA FLUCTUACIONES DE VALORES** , con las cantidades que resulten de aplicar a las utilidades que arroje el estado de pérdidas y ganancias formulado de acuerdo con la LGISMS, los porcentajes que sin exceder en ningún caso del 20% para cada operación, señale mediante reglas de carácter general la SHCP, tomando en cuenta la situación económica del País, la del mercado de valores, la composición de la cartera de inversiones de las Instituciones y el rendimiento promedio de dichas carteras.

La reserva de capital para fluctuaciones de valores será acumulativa y sólo podrá afectarse en caso de pérdidas diferenciales por baja en la estimación de los valores de su activo, conforme a las bases y requisitos que determine la CNSF, así como en caso de déficit de las reservas técnicas. Las cantidades dispuestas deberán reponerse si posteriormente desaparece total o parcialmente la pérdida.

La CNSF, podrá autorizar la capitalización de esta reserva cuando, a su juicio, el remanente sea suficiente para cubrir las posibles pérdidas considerando la seguridad de los valores de su activo, así como la adecuada integración de las reservas técnicas que deba mantener la Institución.

El importe total de las reservas ya analizadas (reservas de riesgos en curso, reservas para obligaciones pendientes de cumplir, reservas de previsión, reservas adicionales previstas por la LGISMS y la reserva de capital para fluctuaciones de valores), con excepción del importe que representen los activos y conceptos no computables especificados en la LGISMS (los cuales se darán a conocer una vez concluidos los puntos I, II y III siguientes) deberán mantenerse en los renglones de activo de acuerdo a las siguientes bases:

I. Hasta un 50% de las reservas computables, en depósitos con interés en la Institución u organismos del sector público que determine la SHCP.

II. Hasta un 25% de dichas reservas computables, en los bienes, valores, créditos y otros renglones de activos que señales la SHCP. Este porcentaje podrá elevarse reduciendo en su caso, el correspondiente a los depósitos que establece el punto inmediato anterior. En todo caso, la suma de dichos depósitos y los activos a que éste punto II se refiere, no podrán exceder del 75% de las reservas computables de las Instituciones.

III. No menos del 25% de las reservas computables podrá mantenerse en bienes, valores, créditos y demás activos sin más limitaciones que las establecidas por la LGISMS.

Los activos y conceptos no computables especificados en el Art. 58 de la LGISMS son:

1) el importe de las primas netas pendientes de pago que no tengan más de 30 días de vencidas, en la proporción que determine la SHCP.

2) el importe de las reservas constituidas por primas retenidas correspondiente a operaciones de reaseguro o reafianzamiento, dadas en administración a Instituciones cedentes del País o del extranjero por Instituciones de Seguros.

3) el importe de inversiones en el extranjero o en cumplimiento de otros requisitos necesarios, correspondiente a operaciones practicadas fuera del País.

4) préstamos con garantía de las reservas matemáticas de primas.

5) la parte de obligaciones pendientes por cumplir relativas a siniestros, que corresponda a la participación de reaseguradores.

6) intereses vencidos y pendientes de cobro de valores o préstamos.

7) rentas de bienes raíces.

REGLAS PARA LA INVERSION DE LAS RESERVAS TECNICAS Y DE LA RESERVA PARA FLUCTUACIONES DE VALORES DE LAS INSTITUCIONES DE SEGUROS DICTAMINADAS POR LA SECRETARIA DE HACIENDA Y CREDITO PUBLICO.

La Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, dispone que la SHCP emitirá las reglas para la Inversión de las Reservas Técnicas y la Reserva para Fluctuaciones de Valores de las Instituciones de Seguros.

Mediante las reglas para la Inversión de las Reservas se pretende básicamente:

1) Que las Instituciones de Seguros a través de los recursos que generan sus operaciones , participe dinamicamente en el desarrollo economico del País y contribuya a satisfacer los requerimientos financieros que demanda nuestra economía.

2) Hacer más activo el papel que las Instituciones de Seguros desempeñan en la generación del ahorro interno, para optimizar la asignación de estos recursos, orientándolos a la promoción de las actividades productivas.

3) Lograr que el **sector asegurador** mantenga condiciones adecuadas de **seguridad, rentabilidad y liquidez** apropiadas al destino previsto para cada tipo de recursos.

Se determina como **base neta de inversión** el resultado de la suma de las reservas técnicas deduciendo los activos y conceptos no computables señalados en el Art. 58 de la LGISMS (ya mencionados) y distribuyéndola en **inversión obligatoria y libre** en las proporciones del **30%** y **70%** respectivamente.

PREMISAS IMPORTANTES ACERCA DE LA INVERSION DE LAS RESERVAS TECNICAS Y DE LA RESERVA PARA FLUCTUACIONES DE VALORES:

i) Las Instituciones de Seguros, deberán determinar su base neta de inversión con cifras al último día de marzo, junio, septiembre y diciembre de cada año.

ii) La CNSF será el organismo facultado para autorizar modificaciones o correcciones a la base neta de inversión que calculen las Instituciones de Seguros.

iii) Las inversiones de las Instituciones de Seguros , deberán llevarse a cabo dentro de los 30 días posteriores al cierre del trimestre correspondiente; a excepción de las inversiones correspondientes al 4to. trimestre, las cuales se efectuarán dentro de los 60 días posteriores al cierre del mismo período.

iv) Los trimestres se iniciarán el primer día de los meses de enero, abril, julio y octubre.

v) La SHCP, previo Vo.Bo. del Banco de México y de la CNSF, según corresponda, podrá modificar, reformar y variar los renglones, objetos y límites de inversión.

vi) La SHCP será el organismo facultado para interpretar, aplicar y resolver para efectos administrativos lo relacionado a la inversión de las reservas técnicas y de la reserva para fluctuaciones de valores.

vii) La CNSF podrá establecer la forma y términos en que las Instituciones de Seguros, deberán informarle y comprobarle lo concerniente al manejo de su régimen de inversion.

La inversion de las reservas técnicas y de la reserva para fluctuaciones de valores de las Instituciones de Seguros puede ser de dos tipos:

I. INVERSION EN MONEDA NACIONAL

II. INVERSION EN MONEDA EXTRANJERA

I. INVERSION EN MONEDA NACIONAL

Esta inversión se divide en :

1) **Inversión Obligatoria**

2) **Inversión Libre**

1) **Inversión Obligatoria**

Las Instituciones de Seguros, para cubrir la inversión obligatoria por los riesgos que asuman en moneda nacional, deberán mantener invertido no menos del 30% de su base neta de inversión en cualquiera de los instrumentos siguientes:

*CERTIFICADOS DE LA TESORERIA DE LA FEDERACION

*PAGARES DE LA TESORERIA DE LA FEDERACION

*BONOS DE LA TESORERIA DE LA FEDERACION

*BONOS DE DESARROLLO DEL GOBIERNO FEDERAL

*BONOS AJUSTABLES DEL GOBIERNO FEDERAL

Estos títulos o valores deberán depositarse en el Banco de México.

Dentro de los primeros 10 días hábiles de cada mes, el Banco de México comunicará por escrito a la CNSF y a cada Institución de Seguros, los movimientos de las inversiones registradas en el mes anterior.

En caso de que la CNSF determine faltantes en la inversión obligatoria, concederá a la Institución de Seguros de que se trate, un plazo de 10 días hábiles a partir de la fecha de la notificación para que exponga lo que a su derecho convenga.

Si la CNSF determina comprobado el faltante, impondrá a la Aseguradora de que se trate, intereses penales.

Las Instituciones de Seguros deberán celebrar con el Banco de México un contrato de cuenta de depósito de efectivo sin interés, con el objeto de que en la misma enteren los montos que correspondan a los intereses penales. Dicho entero deberá realizarse dentro de 3 días hábiles a partir de la fecha en que reciba el comunicado por parte de la CNSF; pasando este plazo la CNSF tiene amplia facultad para efectuar la venta de los instrumentos necesarios que la Institución de Seguros mantenga en la cuenta de depósito de títulos en administración en el Banco de México, hasta por el monto de la sanción determinada.

El Banco de México, deberá abonar de manera simultánea a la cuenta general de la Tesorería de la Federación constituida en ese Banco, el importe de dichos intereses penales.

2) Inversión Libre

Las Instituciones de Seguros, deberán mantener invertido hasta el 70% de su base neta de inversión en los bienes, títulos, valores y créditos siguientes:

*BONOS BANCARIOS PARA LA VIVIENDA
*BONOS DE RENOVACION URBANA DEL DISTRITO FEDERAL
*BONOS U OBLIGACIONES EMITIDOS POR LA BANCA DE DESARROLLO

*BONOS DE INDEMNIZACION BANCARIA

*BONOS DE DESARROLLO DEL GOBIERNO FEDERAL

*BONOS DE LA TESORERIA DE LA FEDERACION

*BONOS AJUSTABLES DEL GOBIERNO FEDERAL

*BONOS BANCARIOS PARA EL DESARROLLO INDUSTRIAL

*PAGARES EMITIDOS POR LA TESORERIA DE LA FEDERACION

*CERTIFICADOS DE LA TESORERIA DE LA FEDERACION

*CERTIFICADOS DE APORTACION PATRIMONIAL

*PETROBONOS

*OTROS BONOS Y OBLIGACIONES EMITIDOS CON RESPALDO DEL GOBIERNO FEDERAL

*CERTIFICADOS DE DEPOSITO A PLAZO EN SOCIEDADES NACIONALES DE CREDITO

*CERTIFICADOS DE PARTICIPACION INMOBILIARIA

*PAGARES CON RENDIMIENTO LIQUIDABLE AL VENCIMIENTO

*ACEPTACIONES BANCARIAS

*CREDITOS PRENDARIOS, DE HABILITACION O AVIO Y REFACCIONARIOS, ASI COMO PRESTAMOS CON GARANTIA HIPOTECA--RIA; TODOS PARA FOMENTO DE ACTIVIDADES DE LA PEQUEÑA Y MEDIANA INDUSTRIA

*CREDITOS PRENDARIOS CON GARANTIA DE VALORES DE RENTA VARIABLES APROBADOS POR LA COMISION NACIONAL DE VALORES

*CREDITOS DE HABILITACION O AVIO

*CREDITOS REFACCIONARIOS

*CONTRATOS DE DESCUENTO Y REDESCUENTO A: INSTITUCIONES Y ORGANIZACIONES AUXILIARES DEL CREDITO Y A FONDOS PERMANEN-TES DE FOMENTO ECONOMICO DESTINADOS EN FIDEICOMISO POR EL GOBIERNO FEDERAL EN SOCIEDADES NACIONALES DE CREDITO

*PRESTAMOS HIPOTECARIOS SOBRE INMUEBLES DESTINADOS A LA VIVIENDA

*PRESTAMOS CON GARANTIA HIPOTECARIA

*PRESTAMOS CON GARANTIA DE LA UNIDAD INDUSTRIAL

*OBLIGACIONES

*PAPEL COMERCIAL BURSATIL

*VALORES DE RENTA VARIABLE, APROBADOS POR LA COMISION NACIONAL DE VALORES

*OTROS VALORES APROBADOS POR LA COMISION NACIONAL DE VALORES COMO OBJETO DE INVERSION DE LAS RESERVAS TECNICAS DE LAS INSTITUCIONES DE SEGUROS

*SOCIEDADES DE INVERSION DE RENTA FIJA

*SOCIEDADES DE INVERSION COMUN

*COBERTURAS CAMBIARIAS A CORTO PLAZO (CONTRATO DE COMPRA)

*INMUEBLES DE PRODUCTOS REGULARES

*CUENTA MAESTRA EMPRESARIAL

En caso de que la CNSF determine faltantes en la inversión libre, concederá a la Institución de Seguros de que se trate, un plazo de 10 días hábiles a partir de la fecha de la notificación para que exponga lo que a su derecho convenga.

Si la CNSF determina comprobado el faltante, impondrá a la Aseguradora de que se trate, intereses penales.

Las Instituciones de Seguros deberán celebrar con el Banco de México un contrato de cuenta de depósito de efectivo sin interés, con el objeto de que en la misma enteren los montos que correspondan a los intereses penales. Dicho entero deberá realizarse dentro de 3 días habiles a partir de la fecha en que reciba el comunicado por parte de la CNSF; pasando este plazo la CNSF tiene amplia facultad para efectuar la venta de los instrumentos necesarios que la Institución de Seguros mantenga en la cuenta de depósito de títulos en administración en el Banco de México, hasta por el monto de la sanción determinada.

El Banco de México, deberá abonar de manera simultánea a la cuenta general de la Tesorería de la Federación constituida en ese Banco, el importe de dichos intereses penales.

Las Instituciones de Seguros deberán realizar la inversión libre de acuerdo a lo siguiente:

I. SIN LIMITE

De la base neta de inversión deberán invertir en los siguientes instrumentos financieros sin que exista límite:

*BONOS BANCARIOS PARA LA VIVIENDA
*BONOS DE RENOVACION URBANA DEL DISTRITO FEDERAL
*BONOS U OBLIGACIONES EMITIDOS POR LA BANCA DE DESARROLLO
*BONOS DE INDEMNIZACION BANCARIA
*BONOS DE DESARROLLO DEL GOBIERNO FEDERAL
*BONOS DE LA TESORERIA DE LA FEDERACION
*BONOS AJUSTABLES DEL GOBIERNO FEDERAL
*BONOS BANCARIOS PARA EL DESARROLLO INDUSTRIAL
*PAGARES EMITIDOS POR LA TESORERIA DE LA FEDERACION
*CERTIFICADOS DE LA TESORERIA DE LA FEDERACION
*CERTIFICADOS DE APORTACION PATRIMONIAL
*PETROBONOS
*OTROS BONOS Y OBLIGACIONES EMITIDOS CON RESPALDO DEL

GOBIERNO FEDERAL

II. ESPECIFICOS LIMITES

Las Instituciones de Seguros podrán invertir hasta un 30% de la base neta de inversión en los siguientes instrumentos financieros:

*CERTIFICADOS DE DEPOSITO A PLAZO EN SOCIEDADES NACIONALES DE CREDITO

*CERTIFICADOS DE PARTICIPACION INMOBILIARIA

*PAGARES CON RENDIMIENTO LIQUIDABLE AL VENCIMIENTO

*ACEPTACIONES BANCARIAS

*CREDITOS PRENDARIOS, DE HABILITACION O AVIO Y REFACCIONARIOS, ASI COMO PRESTAMOS CON GARANTIA HIPOTECARIA; TODOS PARA FOMENTO DE ACTIVIDADES DE LA PEQUEÑA Y MEDIANA INDUSTRIA

*CREDITOS PRENDARIOS CON GARANTIA DE VALORES DE RENTA VARIABLES APROBADOS POR LA COMISION NACIONAL DE VALORES

*CREDITOS DE HABILITACION O AVIO

*CREDITOS REFACCIONARIOS

*CONTRATOS DE DESCUENTO Y REDESCUENTO A: INSTITUCIONES Y ORGANIZACIONES AUXILIARES DEL CREDITO Y A FONDOS PERMANENTES DE FOMENTO ECONOMICO DESTINADOS EN FIDEICOMISO POR EL GOBIERNO FEDERAL EN SOCIEDADES NACIONALES DE CREDITO (ACUMULADO)

*PRESTAMOS HIPOTECARIOS SOBRE INMUEBLES DESTINADOS A LA VIVIENDA

*PRESTAMOS CON GARANTIA HIPOTECARIA

*PRESTAMOS CON GARANTIA DE LA UNIDAD INDUSTRIAL

*OBLIGACIONES

*PAPEL COMERCIAL BURSATIL

*VALORES DE RENTA VARIABLE, APROBADOS POR LA COMISION NACIONAL DE VALORES

*OTROS VALORES APROBADOS POR LA COMISION NACIONAL DE VALORES COMO OBJETO DE INVERSION DE LAS RESERVAS TECNICAS DE LAS INSTITUCIONES DE SEGUROS

*COBERTURAS CAMBIARIAS A CORTO PLAZO (CONTRATO DE COMPRA)

*INMUEBLES DE PRODUCTOS REGULARES

*CUENTA MAESTRA EMPRESARIAL

*ACCIONES EN SOCIEDADES DE INVERSION DE RENTA FIJA

*ACCIONES EN SOCIEDADES DE INVERSION COMUN

III. LIMITES POR EMISOR O DEUDOR

- Las Instituciones de Seguros podrán invertir hasta el 15% de la base neta de inversión en valores emitidos por el Gobierno Federal.

- Las Instituciones de Seguros podrán invertir hasta el 30% de la base neta de inversión en valores de Sociedades Nacionales de Crédito.

A continuación se muestra la tabla que considera los porcentajes mínimos de cada reserva que deben destinarse a instrumentos a corto plazo (igual o menor a 1 año) con el fin de mantener **liquidez en las reservas** (considerando obviamente el importe de la base neta de inversión de las reservas técnicas y el de la reserva para fluctuaciones de valores, correspondiente al régimen de inversión libre):

RESERVA	PORCENTAJE DE INVERSION MINIMO
*PARA OBLIGACIONES PENDIENTES POR CUMPLIR	100
*DE RIESGOS EN CURSO	50
*PARA FLUCTUACIONES DE VALORES	30
*MATEMATICA	30
*DE PREVISION	30
*ESPECIAL DE CONTINGENCIAS	30
*DE RIESGOS CATASTROFICOS	20

Aclaramos que los recursos relativos a la reserva de riesgos catastróficos no podrá invertirse en bienes inmuebles o destinarse al otorgamiento a créditos con garantía inmobiliaria.

II. INVERSION EN MONEDA EXTRANJERA

La inversión de las reservas técnicas constituidas en moneda extranjera, en virtud de los riesgos que las Instituciones de Seguros asuman se llevará a cabo de acuerdo a las disposiciones contenidas en las Reglas para operaciones de seguro y reaseguro en moneda extranjera, publicadas en el Diario Oficial de la Federación del 12 de mayo de 1983.

Los puntos sobresalientes sobre la inversión en moneda extranjera contenidas en las Reglas para operaciones de seguro y reaseguro en moneda extranjera celebradas por

Instituciones del País, publicados en el Diario Oficial de la Federación del 12 de mayo de 1983 son:

1) Las actuales condiciones económicas hacen indispensable que la actividad aseguradora responda a las necesidades prioritarias de los distintos sectores del País, para lo cual conviene dotar a las empresas de seguros de instrumentos que les permitan la captación de primas y pago de siniestros en coberturas en moneda extranjera, así como de un adecuado régimen de inversión de sus reservas técnicas y demás pasivos de operación correlativos.

2) Las pólizas en el ramo de vida que se pueden expedir en moneda extranjera se refirán exclusivamente a las personas extranjeras en México, así como las responsabilidades correspondientes.

3) Las Instituciones de Seguros, no podrán expedir pólizas de seguros de vida en moneda extranjera cuando las reservas técnicas de dichas operaciones expresadas en moneda nacional, rebasen el porcentaje que para cada tipo de cobertura autorice para cada empresa aseguradora la Comisión Nacional Bancaria y de Seguros (hoy CNSF), atendiendo a las características de las Institución de Seguros en cuanto a mercado, estructura de cartera, solvencia y liquidez en general, sin que en ningún caso el volúmen de operaciones en moneda extranjera exceda del 30% de sus reservas técnicas totales.

La SHCP, previo Vo.Bo. de la Comisión Nacional Bancaria y de Seguros, podrá autorizar en casos individuales el aumento de dicho porcentaje, cuando considere que la operación de que se trate resulte conveniente al desarrollo de las bases estrategicas de la economía nacional y se ajuste a la técnica y normas de seguro.

4) Las reservas técnicas y demás pasivos que les sean propios a las operaciones en moneda extranjera, deberán invertirse en las Instituciones de Crédito en los instrumentos pagaderos en el extranjero y con el rendimiento que señale el Banco de México.

De acuerdo a las Reglas para la Inversión de las Reservas Técnicas y de la Reserva para Fluctuaciones de Valores de las Instituciones de Seguros dictaminadas por la SHCP: las reservas técnicas y demás pasivos que se originen con motivo de la contratación de seguros de vida denominados en moneda extranjera y pagaderos en moneda nacional, deberán invertirse en valores denominados en moneda extranjera que emita el Gobierno Federal al tipo de cambio libre o que estén registrados en el Registro Nacional de Valores e Intermediarios que lleva la Comisión Nacional de Valores y cuyo pago se fije al tipo de cambio libre.

Para darnos una idea de la actualización de las analizadas reglas para la inversión de las reservas técnicas y de la reserva para fluctuaciones de valores de las Instituciones de Seguros dictaminadas por la SCHP, es pertinente mencionar que fueron expedidas en México D.F., el 1o. de enero de 1990.

EJEMPLOS DE PORTAFOLIOS DE MERCADO

En esta sección, se expondrán 3 portafolios de mercado y se analizarán considerando los siguientes aspectos combinados:

1.-financiero

2.-estadístico

3.-actuarial

4.-legal

Después de haber efectuado una ardua investigación en relación a la inversión de las reservas relativas al ramo de vida de las empresas privadas mexicanas de seguros, llegamos a la conclusión de que por lo general al elaborar sus portafolios de inversiones, consideran los siguientes instrumentos:

1) Cetes

2) Bondes

3) Aceptaciones Bancarias

4) Obligaciones

5) Papel Comercial Bursátil

6) Acciones Bursátiles

7) Dólares

8) Descuento y Redescuento

9) Apoyo Bursátil

10) Acciones no Bursátiles

11) Préstamos Hipotecarios

12) Inmuebles

13) Préstamos sobre pólizas

Considerando lo expuesto en la sección de mercado de valores: notamos que de los instrumentos citados aquellos que forman parte del **mercado de dinero** son:

- Cetes
- Aceptaciones Bancarias
- Papel Comercial Bursátil
- Dólares
- Descuento y Redescuento
- Apoyo Bursátil
- Acciones no Bursátiles

Asimismo, los instrumentos que forman parte del **mercado de capitales** son:

- Bondes
- Obligaciones
- Acciones Bursátiles
- Préstamos Hipotecarios
- Inmuebles
- Préstamos sobre pólizas

Tomando en consideración lo estipulado por la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, la **base neta de inversión** estará formada únicamente por los siguientes instrumentos:

A) Cetes

B) Bondes

C) Aceptaciones Bancarias

D) Obligaciones

E) Papel Comercial Bursátil

F) Acciones Bursátiles

G) Descuento y Redescuento

H) Apoyo Bursátil

I) Acciones no Bursátiles

Dado lo anterior, el importe de nuestras reservas técnicas ya definidas y construidas detalladamente en la sección titulada Teoría de Seguros;considerando el artículo 58 de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros se destinará a inversión obligatoria e inversión libre , de acuerdo a lo dictaminado por la SHCP.

El ejemplo de portafolio de mercado que a continuación se presenta, así como los 2 que le siguen, distribuirán la base neta de inversión en los instrumentos que determine la SHCP en lo relativo a inversión obligatoria sin que en ningún caso sea inferior al 30% de la base neta de inversión y en cuanto a inversión libre, no se excederá del 70% de la base neta de inversión.

Es importante mencionar que en los ejemplos de portafolios de mercado que se expondrán a continuación, no se están considerando los límites de inversión (relativos a inversión libre) especificados en el capítulo III. título segundo de las Reglas para la Inversión de las Reservas Técnicas de las Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros y de la Reserva para Fluctuaciones de Valores de las Instituciones de Seguros emitidas por la SHCP; con el objeto de hacer más claras las diferencias entre los portafolios.

EJEMPLO DE PORTAFOLIO DE MERCADO #1

Instrumento de Inversión	Frecuencia (P_i)	Rendimiento Efectivo Anual (r_i)	Rendimiento Real Efectivo Anual (r'_i)
Cetes	.25	40.90%	8.38%
Bondes	.05	43.23%	11.17%
Aceptaciones Bancarias	.39	44.03%	10.79%
Obligaciones	.01	48.31%	14.08%
Papel Comercial Bursátil	.06	43.48%	10.36%
Acciones Bursátiles	.07	103.10%	56.23%
Descuento y Redescuento	.01	45.37%	11.82%
Apoyo Bursátil	.06	3.02%	-20.75%
Acciones no Bursátiles	.10	.56%	-22.64%
	TOTAL: 1		

NOTA: Para el rendimiento real efectivo anual (columna 4) se considero una tasa anual efectiva de inflación del 30%.

Como podemos observar en el portafolio de mercado #1, encontramos dos tipos de rendimiento (r_i, r'_i). La diferencia entre estos rendimientos, estriba en que r_i considera la tasa efectiva anual de interés: mientras que el otro rendimiento considera la tasa real efectiva anual de interés. Como se explico en la sección relativa a tasas de interés, la tasa efectiva real anual de interés, considera el efecto de la inflación; la cual para nuestros objetivos, es necesario incluir al construir estrategias de inversión óptimas.

En el análisis de este portafolio se tomarán en cuenta los dos rendimientos con el objeto de entender los cambios que la aplicación de ambos rendimientos implica en nuestros resultados. En los siguientes portafolios de mercado se verá el análisis considerando exclusivamente el rendimiento r'_i .

Los rendimientos medios, varianzas y desviaciones estándar considerando inflación y sin considerarla, están dados en el siguiente cuadro:

	con inflación	sin inflación
E(x)	8.11%	40.55%
var(x)	237	524.56
σ	15.37	22.70

Línea de mercado de capital y línea de mercado de valores siñ considerar inflación

Si invirtiéramos toda nuestra base neta de inversión en acciones no bursátiles con rendimiento anual efectivo de .56%; podríamos considerar que el riesgo es casi nulo.

Para poder trazar la línea de mercado de capital para este portafolio, necesitamos los 2 puntos. Estos puntos son los siguientes:

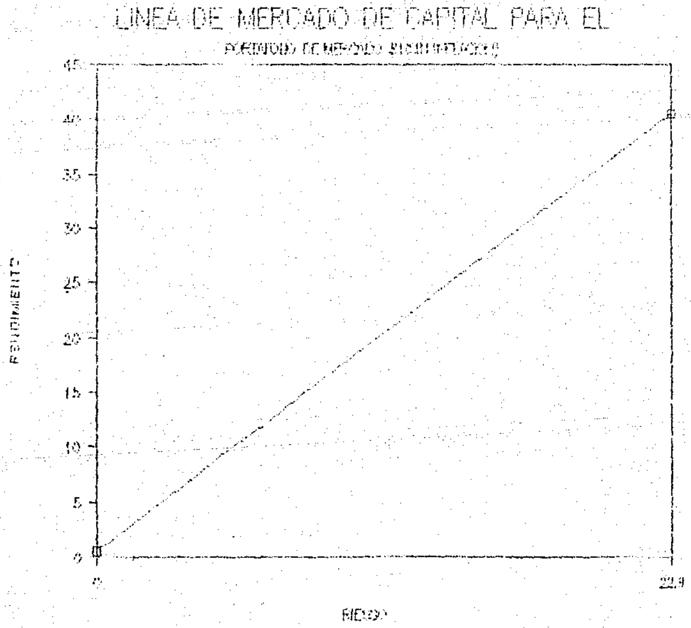
punto 1 ....(σ_f , r_f) => (0,.56) punto 2 .... $(\sigma_m, r_m) = (22.99, 40.58)$

La línea de mercado de capital estará dada por:

$$y = 1.74x + .56$$

Donde: y representa el rendimiento
x representa el riesgo

Gráficamente la línea de mercado de capital para este portafolio de mercado es:



A continuación, se presenta una tabla de resultados de la línea de mercado de capital graficada anteriormente donde para cada riesgo, tenemos su rendimiento respectivo.

RIESGO	RENDIMIENTO
0	0.56
2	4.04
4	7.52
6	11
8	14.48
10	17.96
12	21.44
14	24.92
16	28.4
18	31.88
20	35.36
22	38.84
24	42.32
26	45.8
28	49.28
30	52.76
32	56.24
34	59.72
36	63.2
38	66.68
40	70.16
42	73.64
44	77.12
46	80.6
48	84.08
50	87.56

Para la construcción de la línea de mercado de valores. habrá que encontrar primero el valor de la Beta (β), la cual, dadas las características de la actual situación política, financiera y económica en cuanto a equilibrio se refiere: es casi igual a 1 (dado que los rendimientos sobre nuestro portafolio de mercado fluctúan en la misma proporción que los rendimientos en el mercado sobre un todo?, y por lo tanto, nuestra línea de mercado de valores estará dada por:

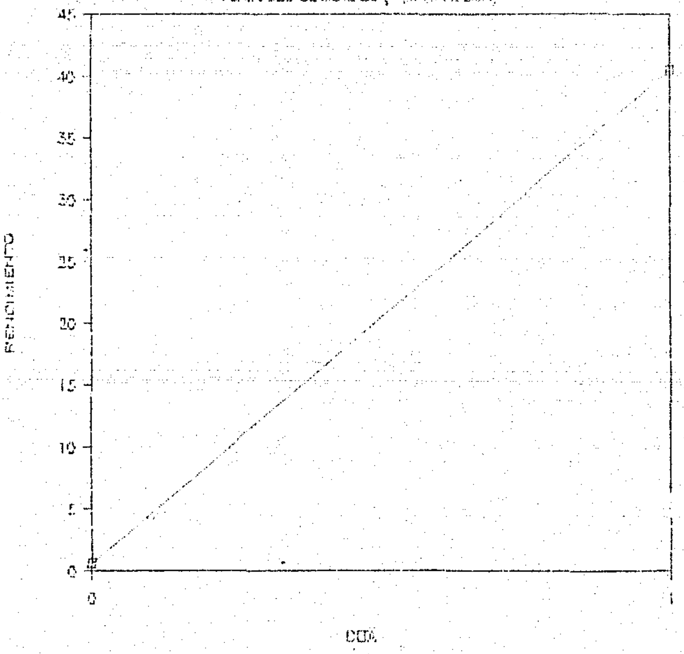
$$y = 39.99 * x + .56$$

Donde: y representa el rendimiento esperado si el mercado se encuentra en equilibrio

x representa el valor de Beta

Gráficamente nuestra línea de mercado de valores. estará dada de la siguiente forma:

LINEA DE MERCADO DE VALORES PARA EL



A continuación se presenta una tabla de resultados de la línea de mercado de valores para el portafolio de mercado #1 (sin considerar el efecto de la inflación), en donde para cada valor de Beta, tenemos su correspondiente rendimiento.

BETA	RENDIMIENTO
0.1	4.559
0.2	8.558
0.3	12.557
0.4	16.556
0.5	20.555
0.6	24.554
0.7	28.553
0.8	32.552
0.9	36.551
1	40.55
1.1	44.549
1.2	48.548
1.3	52.547
1.4	56.546
1.5	60.545
1.6	64.544
1.7	68.543
1.8	72.542
1.9	76.541
2	80.54

Línea de mercado de capital y línea de mercado de valores considerando inflación

Si invirtiéramos toda nuestra base neta de inversión en acciones no bursátiles con rendimiento real anual efectivo de -22.64%; podríamos considerar que el riesgo es casi nulo.

Para poder trazar la **linea de mercado de capital** para este portafolio, necesitamos los 2 puntos. Estos puntos son los siguientes:

punto 1 .... $(\sigma_f , r_f) = (0, -22.64)$

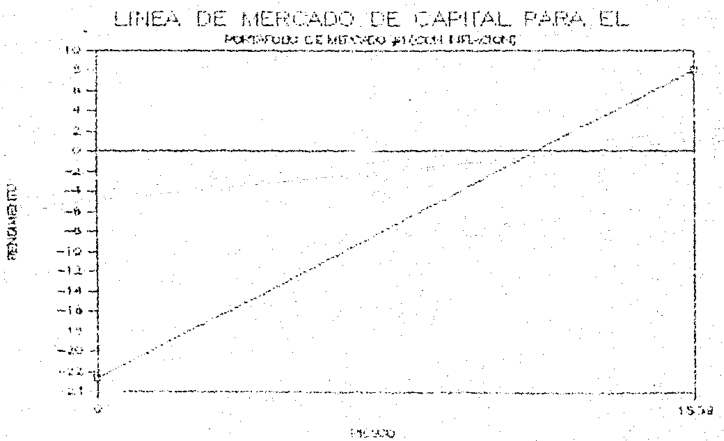
punto 2 .... $(\sigma_m , r_m) = (15.59, 8.11)$

La linea de mercado de capital estara dada por:

$$y = 1.97x - 22.64$$

Donde: y representa el rendimiento
x representa el riesgo

Graficamente la linea de mercado de capital para este portafolio de mercado es:



A continuación, se presenta una tabla de resultados de la línea de mercado de capital graficada anteriormente donde para cada riesgo, tenemos su rendimiento respectivo.

RIESGO	RENDIMIENTO
0	-22.64
2	-18.66
4	-14.68
6	-10.7
8	-6.72
10	-2.74
12	1.24
14	5.22
16	9.2
18	13.18
20	17.16
22	21.14
24	25.12
26	29.1
28	33.08
30	37.06
32	41.04
34	45.02
36	49
38	52.98
40	56.96
42	60.94
44	64.92
46	68.9
48	72.88
50	76.86

La línea de mercado de valores estará dada por:

$$y = 30.75*x - 22.64$$

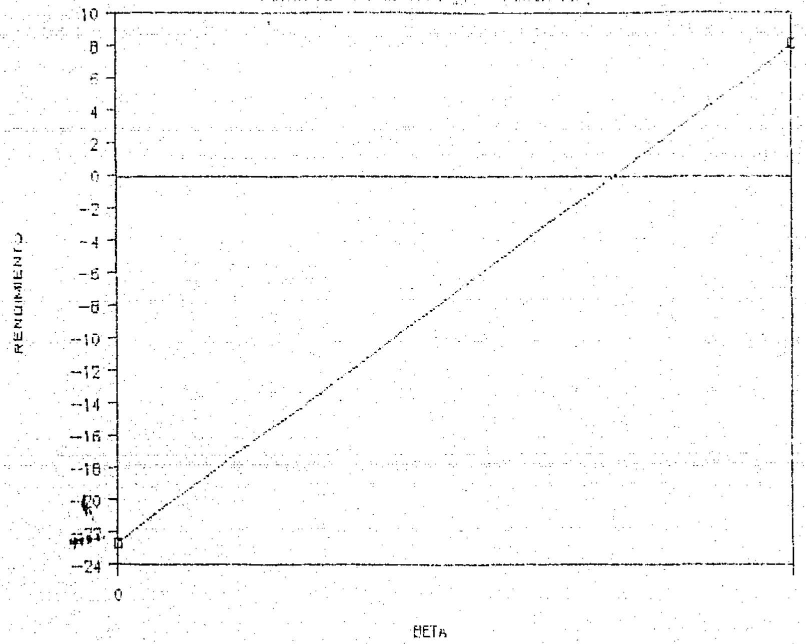
Donde: y representa el rendimiento esperado si el mercado se encuentra en equilibrio

x representa el valor de Beta

Gráficamente nuestra línea de mercado de valores estará dada de la siguiente forma:

LINEA DE MERCADO DE VALORES PARA EL

PORTAFOLIO DE MERCADO #1(CON INFLACION)



A continuación se presenta una tabla de resultados de la línea de mercado de valores para el portafolio de mercado #1 (considerando el efecto de la inflación), en donde para cada valor de Beta, tenemos su correspondiente rendimiento.

BETA	RENDIMIENTO
0.1	-19.565
0.2	-16.49
0.3	-13.415
0.4	-10.34
0.5	-7.265
0.6	-4.19
0.7	-1.115
0.8	1.96
0.9	5.035
1	8.11
1.1	11.185
1.2	14.26
1.3	17.335
1.4	20.41
1.5	23.485
1.6	26.56
1.7	29.635
1.8	32.71
1.9	35.785
2	38.86

EJEMPLO DE PORTAFOLIO DE MERCADO #2

Instrumento de Inversión	Frecuencia (P_i)	Rendimiento Real Efectivo Anual (r'_i)
Cetes	.50	8.38%
Bondes	.10	11.17%
Aceptaciones Bancarias	.02	10.79%
Obligaciones	.02	14.08%
Papel Comercial Bursátil	.02	10.36%
Acciones Bursátiles	.30	56.23%
Descuento y Redescuento	.02	11.82%
Apoyo Bursátil	.01	-20.75%
Acciones no Bursátiles	.01	-22.64%
	TOTAL: 1	

NOTA: Para el rendimiento real efectivo anual (columna 4) se considero una tasa anual efectiva de inflación del 30%.

En el cuadro siguiente se encuentra el valor esperado, varianza y desviación estándar para este portafolio de mercado:

	con inflación
E(r)	22.58%
var(x)	504.66
σ	22.46

Si invirtiéramos toda nuestra base neta de inversión en acciones no bursátiles con rendimiento real anual efectivo de -22.64%; podríamos considerar que el riesgo es casi nulo.

Para poder trazar la **línea de mercado de capital** para este portafolio, necesitamos los 2 puntos. Estos puntos son los siguientes:

punto 1 ....(σ_f, r_f) => (0,-22.64)

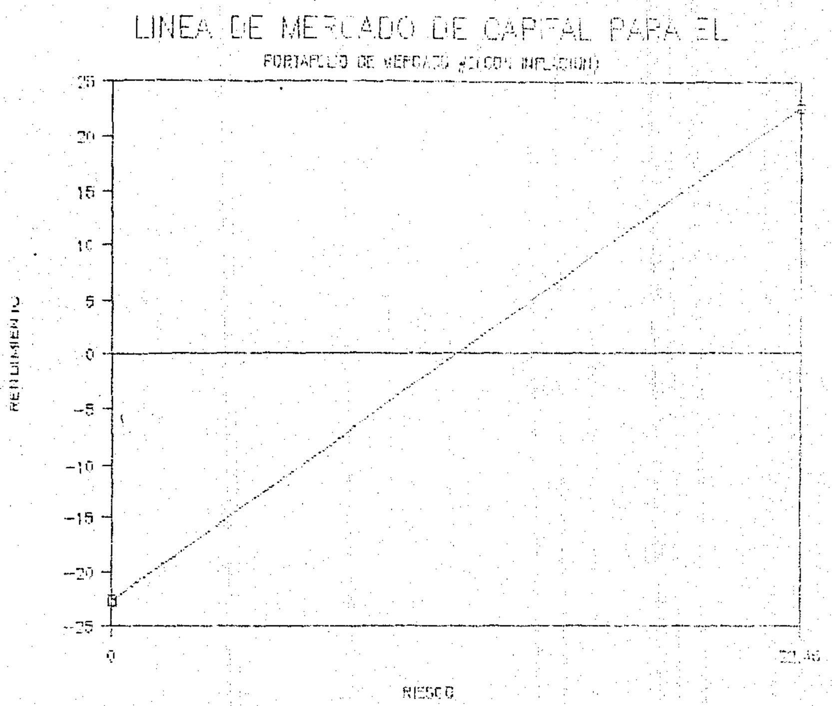
punto 2 ....(σ_m, r_m) => (22.46,22.58)

La línea de mercado de capital estará dada por:

$$y = 2.01*x - 22.64$$

Donde: y representa el rendimiento
x representa el riesgo

A continuación, se dibuja la línea de mercado de capital asociada a este portafolio de mercado:


LINEA DE MERCADO DE CAPITAL PARA EL
PORTAFOLIO DE MERCADO #1(CON INFLACION)
RENDIMIENTO
25
20
15
10
5
0
-5
-10
-15
-20
-25
0
21.46
RIESGO

A continuación, se presenta una tabla de resultados de la línea de mercado de capital graficada anteriormente donde para cado riesgo, tenemos su rendimiento respectivo.

RIESGO	RENDIMIENTO
0	-22.64
2	-18.62
4	-14.6
6	-10.58
8	-6.56
10	-2.54
12	1.48
14	5.5
16	9.52
18	13.54
20	17.56
22	21.58
24	25.6
26	29.62
28	33.64
30	37.66
32	41.68
34	45.7
36	49.72
38	53.74
40	57.76
42	61.78
44	65.8
46	69.82
48	73.84
50	77.86

La línea de mercado de valores estará dada por:

$$y = 45.22*x - 22.64$$

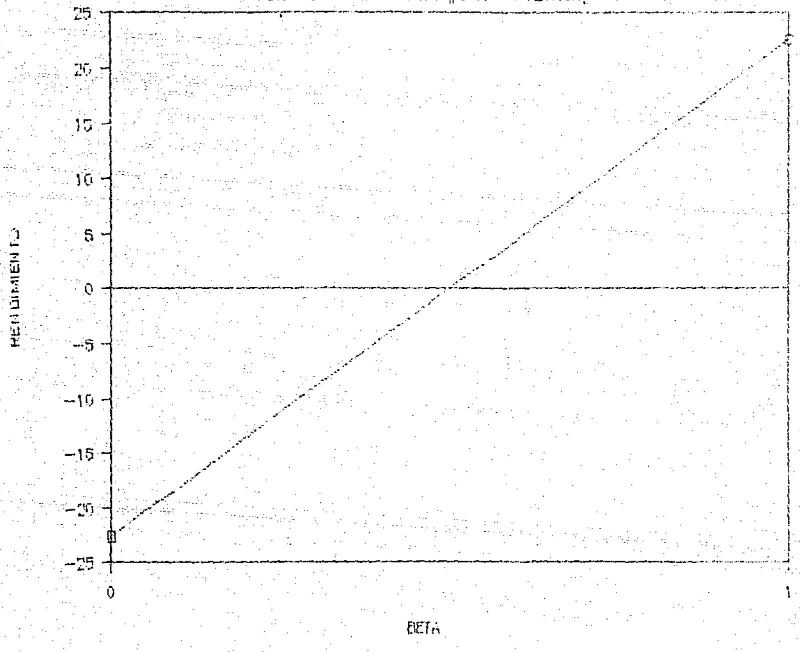
Donde: y representa el rendimiento esperado si el mercado se encuentra en equilibrio

x representa el valor de Beta

Gráficamente nuestra línea de mercado de valores, estará dada de la siguiente forma:

LINEA DE MERCADO DE VALORES PARA EL

PORTAFOLIO DE MERCADO #3 (CON INFLACION)



El cuadro que se presenta a continuación, muestra los resultados de la línea de mercado de valores para el portafolio de mercado #2, en donde para cada valor de Beta, se tiene el rendimiento asociado a éste:

BETA	RENDIMIENTO
0.1	-18.118
0.2	-13.596
0.3	-9.074
0.4	-4.552
0.5	-0.03
0.6	4.492
0.7	9.014
0.8	13.536
0.9	18.058
1	22.58
1.1	27.102
1.2	31.624
1.3	36.146
1.4	40.668
1.5	45.19
1.6	49.712
1.7	54.234
1.8	58.756
1.9	63.278
2	67.8

EJEMPLO DE PORTAFOLIO DE MERCADO #3

Instrumento de Inversión	Frecuencia (F_i)	Rendimiento Real Efectivo Anual (r'_i)
Cetes	.01	8.38%
Bondes	.29	11.17%
Aceptaciones Bancarias	.01	10.79%
Obligaciones	.01	14.08%
Papel Comercial Bursátil	.01	10.36%
Acciones Bursátiles	.64	56.33%
Descuento y Redescuento	.01	11.82%
Apoyo Bursátil	.01	-20.75%
Acciones no Bursátiles	.01	-22.64%
	TOTAL: 1	

NOTA: Para el rendimiento real efectivo anual (columna 4) se considero una tasa anual efectiva de inflación del 30%.

En el cuadro siguiente se encuentra el valor esperado, varianza y desviación estándar para este portafolio de mercado:

	con inflación
E(x)	39.05%
var(x)	543.86
σ	23.32

Si invirtiéramos todo nuestra base neta de inversión en acciones no bursátiles con rendimiento real anual efectivo de -22.64%; podríamos considerar que el riesgo es casi nulo.

Para poder trazar la **línea de mercado de capital** para este portafolio, necesitamos los 2 puntos. Estos puntos son los siguientes:

punto 1 ....(σ_f, r_f) => (0,-22.64)

punto 2 ....(σ_m, r_m) => (23.32,39.05)

La línea de mercado de capital estará dada por:

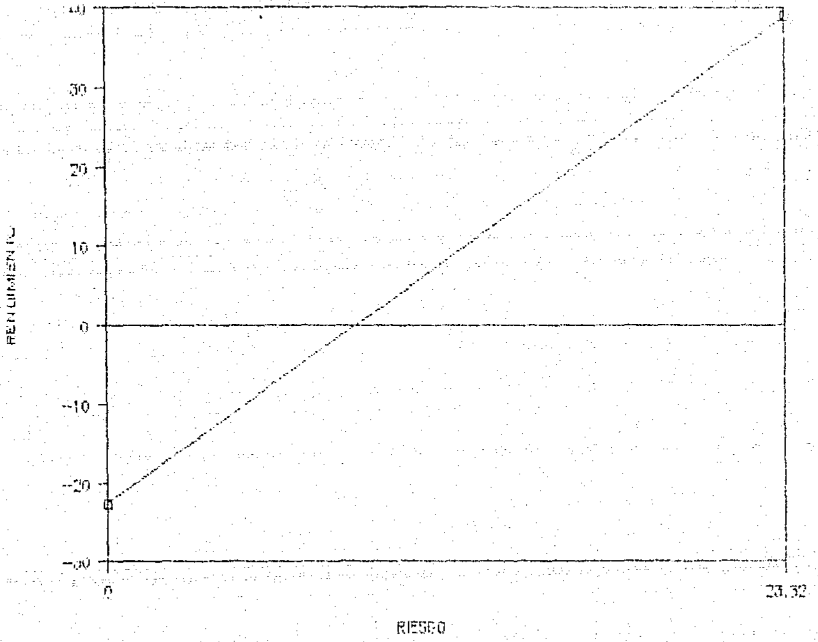
$$y = 2.64*x - 22.64$$

Donde: y representa el rendimiento
x representa el riesgo

A continuación, se dibuja la línea de mercado de capital asociada a este portafolio de mercado:

LINEA DE MERCADO DE CAPITAL PARA EL

PORTAFOLIO DE MERCADO #3 (CON INFLACION)



A continuacion, se presenta una tabla de resultados de la línea de mercado de capital graficada anteriormente donde para cada riesgo, tenemos su rendimiento respectivo.

RIESGO	RENDIMIENTO
0	-22.64
2	-17.36
4	-12.08
6	-6.8
8	-1.52
10	3.76
12	9.04
14	14.32
16	19.6
18	24.88
20	30.16
22	35.44
24	40.72
26	46
28	51.28
30	56.56
32	61.84
34	67.12
36	72.4
38	77.68
40	82.96
42	88.24
44	93.52
46	98.8
48	104.08
50	109.36

La **línea de mercado de valores** estará dada por:

$$y = 61.69*x - 22.64$$

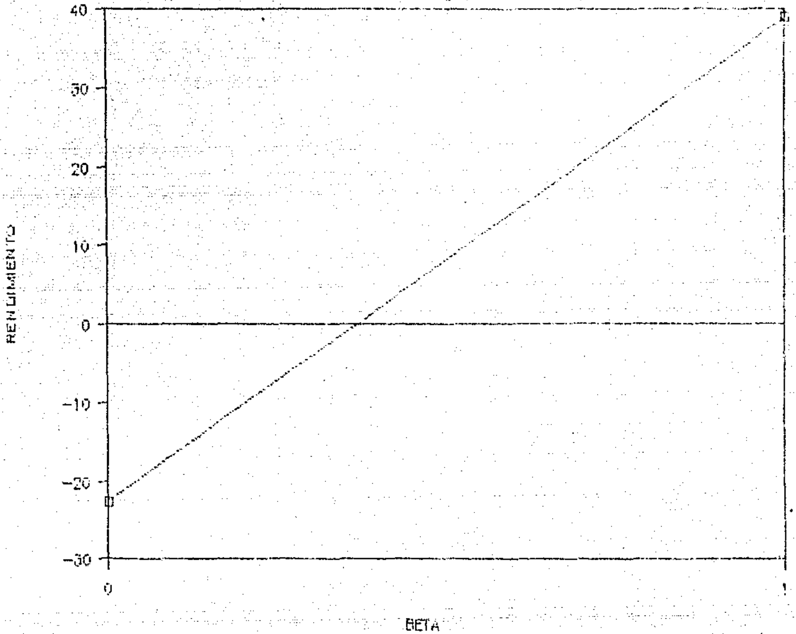
Donde: y representa el rendimiento esperado si el mercado se encuentra en equilibrio

x representa el valor de Beta

Gráficamente nuestra línea de mercado de valores, estará dada de la siguiente forma:

LINEA DE MERCADO DE VALORES PARA EL

PORTAFOLIO DE MERCADO (CON INFLACION)



El cuadro que se presenta a continuación, muestra los resultados de la linea de mercado de valores para el portafolio de mercado #3, en donde para cada valor de Beta, se tiene el rendimiento asociado a éste:

BETA	RENDIMIENTO
0.1	-16.471
0.2	-10.302
0.3	-4.133
0.4	2.036
0.5	8.205
0.6	14.374
0.7	20.543
0.8	26.712
0.9	32.881
1	39.05
1.1	45.219
1.2	51.388
1.3	57.557
1.4	63.726
1.5	69.895
1.6	76.064
1.7	82.233
1.8	88.402
1.9	94.571
2	100.74

Como se pudo observar, una vez expuestos los 3 ejemplos de portafolios de mercado, el portafolio #3, es el que representa mayor rendimiento con un riesgo elevado, mientras que el portafolio #1 representa menor riesgo y obviamente menor rendimiento. El portafolio #2 se encuentra entre el portafolio #1 y portafolio #3 en cuanto a riesgo y rendimiento se refiere.

Al elaborar los portafolios de mercado, debemos tener presente que se necesita maximizar el rendimiento de nuestra inversión, **disminuyendo el riesgo** en una combinación que nos permita tener **márgenes de solvencia sanos** para poder hacer frente a nuestros pasivos contingentes y poder lograr un **óptimo crecimiento financiero** de la Compañía de Seguros; contribuyendo al **fortalecimiento de la economía del País.**

CONCLUSIONES

PRIMERA.- El objetivo de una empresa de seguros es asumir riesgos que deberían recaer sobre otras personas, a cambio del pago de primas que permitan la **maximización de las utilidades** (en la cual las utilidades se describen en términos de valor presente ajustado por riesgo), tomando en consideración los intereses de los empleados y asegurados.

SEGUNDA.- Las decisiones concernientes a estrategias de inversión , son tan importantes como para tomarse basandose en generalizaciones demasiado simplificadas.

TERCERA.- El **riesgo** se podrá acrecentar o se podrá reducir, mediante una mezcla de inversiones.

CUARTA.- Cuando se consideran los efectos de cartera o portafolio de inversiones, la inversión combinada se hace atractiva sin que exista un gran riesgo de perdida considerable.

QUINTA.- Al momento de tomar alguna decisión sobre un portafolio de mercado, es prioritario conocer la forma en que las características de **riesgo-rendimiento** de la inversión se comparan con las del mercado.

SEXTA.- Las aptitudes hacia el riesgo de las personas que toman decisiones de inversiones, pasarán a segundo termino cuando se construyan portafolios de mercado.

SEPTIMA.- Las líneas de mercado de capital y mercado de valores nos proporcionan una visión clara de los portafolios de mercado en cuanto a riesgo y rendimiento se refiere, con el objeto de poder llegar a una **óptima elección**,de acuerdo a las características financieras de la empresa privada de seguros de que se trate.

OCTAVA.- La **reglamentación** legal, con respecto a la inversión de las reservas es muy restrictiva ,pero es fácilmente comprensible dado, que tiene por objeto vigilar que las compañías de seguros puedan hacer frente a sus pasivos contingentes.

NOVENA.- Es necesario incluir el **efecto de la inflación** para construir portafolios de mercado óptimos, ya que de no hacerlo seguirán estrategias de inversión no apegadas a la realidad.

BIBLIOGRAFIA

1.- **BIERMAN, HAROLD.**
Planeación Financiera Estratégica.
Editorial CECSA.
México, 1987

2.- **CERVANTES AHUMADA, RAUL.**
Derecho Mercantil.
Editorial Herrero, S.A.
México, 1986

3.- **DE LA CUEVA, BENJAMIN.**
Matemáticas Financieras.
Editorial Porrúa, S.A.
México, 1986

4.- **JORDAN, CHESTER W.**
Life Contingencies.
The Society of Actuaries.
Chicago, 1967

5.- **KELLISON, STEPHEN G.**
The Theory of Interest.
Universidad de Nebraska.
Illinois, USA 1970

6.- **PEREZ TEJEDA, ALONSO**
Proyecto de Libro de Texto para Calculo Actuarial I.
México, 1985

7.- **SWOKOWSKI, EARL W.**
Calculus with Analytic Geometry.
Prindle, Weber & Schmidt.
Massachusetts, USA, 1975

8.- **WESTON, J. F. AND BRIGHAN, E. F.**
Finanzas en Administración.
Volúmen I.
Interamericana.
México, 1987

9.- **WESTON, J. F. AND BRIGHAN, E. F.**
Finanzas en Administración.
Volúmen II.
Interamericana.
México, 1987

10.- **LEY GENERAL DE INSTITUCIONES Y SOCIEDADES MUTUALISTAS DE SEGUROS**
AMIS, A. C.
México, 1990

A P E N D I C E

TABLA I
TABLA DE MORTALIDAD MEXICANA
(EXPERIENCIA MEXICANA 1962-1967)
4.5%

x	q_x	l_x	d_x	D_x	N_x	C_x	M_x
15	0.001781	10000000	17810	5167204	105819712	8806	610375
16	0.001799	9982190	17958	4935887	100652508	8497	601568
17	0.001819	9964232	18125	4714839	95716621	8207	593071
18	0.001841	9946107	18311	4503601	91001782	7934	584864
19	0.001866	9927796	18525	4301732	86498181	7681	576930
20	0.001893	9909271	18758	4108805	82196449	7443	569248
21	0.001923	9890513	19020	3924431	78087640	7222	561806
22	0.001957	9871493	19318	3748215	74163209	7019	554584
23	0.001994	9852175	19645	3579789	70414995	6831	547564
24	0.002035	9832530	20010	3418605	66835205	6658	540734
25	0.002080	9812520	20410	3264726	63416401	6499	534075
26	0.002131	9792110	20867	3117832	60151475	6358	527577
27	0.002187	9771243	21369	2977213	57033643	6231	521219
28	0.002249	9749874	21928	2842778	54056429	6118	514969
29	0.002318	9727946	22549	2714243	51213652	6021	508870
30	0.002395	9705397	23245	2591341	48499409	5939	502850
31	0.002480	9682152	24011	2473813	45908068	5871	496911
32	0.002574	9658141	24860	2361415	43434255	5817	491040
33	0.002679	9633281	25808	2253910	41072840	5778	485223
34	0.002795	9607473	26853	2151074	38818930	5753	479445
35	0.002923	9580620	28004	2052690	36667856	5742	473692
36	0.003066	9552616	29288	1958555	34615165	5746	467950
37	0.003224	9523328	30704	1868469	32656610	5765	462204
38	0.003399	9492624	32265	1782244	30788141	5797	456439
39	0.003594	9460359	34030	1699700	29005876	5846	450642
40	0.003809	9426359	35905	1620662	27306196	5907	444797
41	0.004046	9390454	38013	1544965	25685535	5985	438889
42	0.004314	9352441	40346	1472451	24140569	6079	432905
43	0.004608	9312095	42911	1402965	22668119	6187	426826
44	0.004934	9269184	45734	1336364	21265153	6310	420640
45	0.005295	9223450	48838	1272507	19928790	6448	414330
46	0.005696	9174612	52259	1211263	18656282	6602	407882
47	0.006141	9122353	56020	1152501	17445019	6773	401280
48	0.006634	9066333	60146	1096099	16292519	6958	394507
49	0.007180	9006187	64664	1041940	15196420	7159	387549
50	0.007786	8941523	69619	989913	14154480	7376	380390

x	q_x	l_x	d_x	D_x	N_x	C_x	M_x
51	0.008457	8871904	75030	939909	13164567	7607	373014
52	0.009201	8796874	80940	891828	12224657	7852	365408
53	0.010026	8715934	87386	845572	11332829	8113	357555
54	0.010940	8628548	94396	801047	10487257	8386	349443
55	0.011954	8534152	102017	758166	9686210	8673	341057
56	0.013076	8432135	110259	716845	8928044	8970	332384
57	0.014320	8321876	119169	677095	8211199	9277	323414
58	0.015697	8202707	128758	638576	7534103	9592	314137
59	0.017223	8073949	139058	601485	6895617	9913	304545
60	0.018912	7934891	150064	565571	6294132	10237	294631
61	0.020783	7784827	161792	531074	5728461	10562	284394
62	0.022854	7623035	174217	497643	5197387	10883	273832
63	0.025146	7448818	187308	465330	4699744	11197	262949
64	0.027682	7261510	201013	434095	4234414	11499	251751
65	0.030488	7060497	215261	403902	3800320	11784	240252
66	0.033590	6845236	229931	374725	3396417	12045	228468
67	0.037019	6615305	244892	346544	3021692	12276	216423
68	0.040809	6370413	259970	319345	2675148	12471	204147
69	0.044995	6110443	274940	293122	2355803	12621	191676
70	0.049618	5835503	289546	267879	2062681	12719	179055
71	0.054718	5545957	303463	243624	1794802	12757	166336
72	0.060344	5242494	316353	220376	1551178	12726	153579
73	0.066546	4926141	327815	198161	1330802	12619	140853
74	0.073376	4598326	337407	177009	1132641	12429	128235
75	0.080894	4260919	344683	156957	955633	12150	115806
76	0.089163	3916236	349183	138049	798675	11779	103655
77	0.098247	3567053	350453	120325	660627	11313	91877
78	0.108216	3216600	348089	103831	540302	10752	80564
79	0.119149	2868511	341779	88607	436471	10103	69812
80	0.131115	2526732	331292	74689	347864	9371	59709
81	0.144200	2195440	316583	62101	273175	8569	50328
82	0.158483	1878857	297766	50858	211074	7713	41769
83	0.174048	1581091	275186	40955	160216	6821	34056
84	0.190976	1305905	249397	32370	119261	5916	27234
85	0.209348	1056508	221178	25060	86891	5020	21319
86	0.229238	835330	191489	18961	61831	4159	16298
87	0.250717	643841	161422	13965	42870	3355	12139
88	0.273911	482419	132196	10027	28585	2620	8784
89	0.298659	350313	104624	6768	18557	1991	6156
90	0.325192	245689	79896	4675	11899	1455	4164
91	0.353459	165793	58601	3020	7213	1021	2709
92	0.383415	107192	41099	1868	4193	684	1688
93	0.415036	66093	27431	1102	2325	439	1002
94	0.448218	38662	17329	617	1222	265	564
95	0.482820	21333	10300	326	605	151	300
96	0.518626	11033	5722	161	279	80	149
97	0.555639	5311	2951	74	118	39	69
98	0.593220	2360	1400	32	44	18	30
99	1.000000	960	960	12	12	12	12