

49  
24

# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA



SIMULADOR NUMERICO BIDIMENSIONAL (X-Y)  
PARA YACIMIENTOS DE ACEITE  
BAJOSATURADO

## TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
INGENIERO PETROLERO  
P R E S E N T A :  
CLAUDIO GABRIEL SANCHEZ MONTALVO

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

MEXICO, D. F.

1990





## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

SIMULADOR BIDIMENSIONAL (X - Y) PARA  
YACIMIENTOS DE ACEITE BAJOSATURADO

I N D I C E

Capítulo	Tema	Página
	INTRODUCCION	2
I.	DEFINICION DEL PROBLEMA	5
II.	CARACTERISTICAS Y DESARROLLO DEL MODELO MATEMATICO	9
	II.1. Ecuación de Continuidad	9
	II.2. Ecuación de Movimiento	13
	II.3. Ecuación de Estado	14
	II.4. Condiciones iniciales y de frontera	16
	II.5. Características y consideraciones del Modelo	17
III.	DISCRETIZACION EN DIFERENCIAS FINITAS (METODO NUMERICO)	19
	III.1. Proceso de discretización	19
	III.2. Aproximación de la primera y segunda derivada en diferencias finitas	20
	III.3. Discretización en diferencias finitas	20
	III.4. Esquemas de solución	23
	III.5. Concepto de transmisividad en un Esquema de Solución	24
	III.6. Conversión de unidades	26

IV.	METODO DE SOLUCION	31
	IV.1. Solución de sistemas de ecuaciones	31
	IV.2. Método de sobrerelajación Lineal sucesiva (LSOR)	31
	IV.3. Algoritmo de Thomas	33
V.	PROGRAMA DE COMPUTO	35
	V.1. Correlación para el cálculo del factor de volumen del aceite bajosaturado	35
	V.2. Correlación para el cálculo de la viscosidad del aceite	37
	V.3. Correlación para el cálculo de la compresibilidad del aceite	37
	V.4. Subrutina KAPE	37
	V.5. Subrutina XY3	38
	V.6. Balance de materia	38
VI.	EJEMPLO DE APLICACION	40
	VI.1 Datos de la prueba de validación	40
	VI.2 Lista de datos requeridos por el modelo	40
	VI.3 Prueba de validación	41
VII.	RESULTADOS Y CONCLUSIONES	43
	BIBLIOGRAFIA	49

# *INTRODUCCION*

## INTRODUCCION

Uno de los problemas fundamentales en la Industria Petrolera, ha sido la explotación racional de hidrocarburos.

Siendo el objetivo principal de la Ingeniería de Yacimientos, el optimizar la recuperación de hidrocarburos, y es precisamente el Ingeniero de ésta área quien se encarga de cumplir este objetivo, buscando una forma de reproducir lo que sucede en un yacimiento, es decir, simular su comportamiento.

En ésta área se ha utilizado la simulación principalmente para optimizar la explotación de hidrocarburos, para lo cual se ha basado en técnicas y ecuaciones que han ido evolucionando con el tiempo gracias a los adelantos de la ciencia, y que en esencia se siguen utilizando actualmente.

Un Simulador, es un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales que expresan la ley de la conservación de masa y/o energía, acoplado a ecuaciones que representan el flujo de fluidos en medios porosos, las cuales generalmente son no lineales debido a la heterogeneidad del yacimiento.

El presente trabajo, muestra un ejemplo de un modelo matemático que permite simular el comportamiento de un yacimiento bajo saturado tipo areal en coordenadas (X, Y), en un medio heterogéneo y anisótropo.

Dado que las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, son No - lineales, su solución requiere de métodos numéricos.

El sistema de ecuaciones que genera el modelo, se resuelve por el Método de Sobrerelajación Lineal Sucesiva (LSOR).

Los resultados que arroja el modelo, son la distribución de presiones en diferentes intervalos de tiempo, el volumen remanente de aceite, la producción acumulada y el error de balance de materia, el cual indica la precisión de los resultados obtenidos.

Finalmente se presenta la validación del modelo comparando los resultados obtenidos del modelo con ejemplos tomados de la literatura.

Cabe indicar que como en todo, la veracidad de los resultados obtenidos dependerá básicamente no solo de lo económico, sino también de los datos proporcionados<sup>(1,3,8,11,2)</sup>.

**CAPITULO I**

***DEFINICION***

***DEL PROBLEMA***

## DEFINICION DEL PROBLEMA

El análisis del comportamiento de yacimientos de aceite bajosaturado generalmente se realiza mediante la Ecuación de Balance de Materia (que es un modelo matemático en el que se considera al yacimiento como un recipiente de volumen constante), conduciendo a errores substanciales al considerar a las propiedades de este como un promedio (porosidad, permeabilidad, saturación, espesor, etc.) cuando en realidad son variables. Esto hace necesario elaborar un modelo matemático de interpretación sencilla que permita simular comportamiento, considerando las características de la formación productora<sup>(7)</sup>.

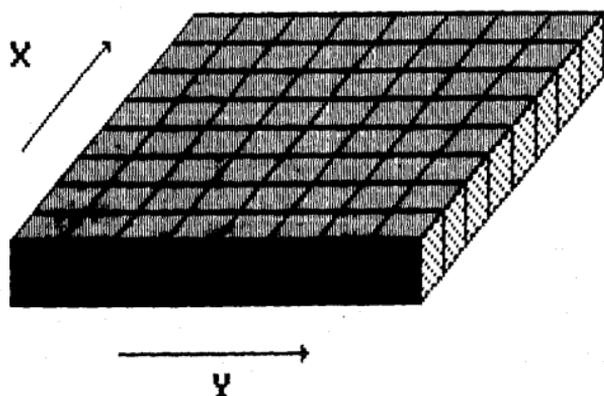
El presente modelo está basado en la representación areal en coordenadas (X, Y) de un yacimiento, dividido en bloques conocidos como celdas, que permitirán establecer un comportamiento representativo de la presión en cada una de estas<sup>(1,11)</sup>.

La ventaja de este modelo, es que permite estudiar al yacimiento como si se aplicara la Ecuación de Balance de Materia a cada una de las celdas, con lo cual se reducen los errores al considerar constantes sus propiedades en porciones pequeñas y no en todo el yacimiento.

Este modelo queda representado por una ecuación diferencial parcial de segundo orden, no lineal y con condiciones iniciales y de frontera.

coordenadas (X, Y).

Como se trata de ecuaciones no lineales, no tienen una solución analítica, por lo que se tendrá que resolver mediante una solución numérica.



**Figura I.1. Modelo Areal en  
Coordenadas (X, Y)**

**CAPITULO II**  
***CARACTERISTICAS Y***  
***DESARROLLO DEL***  
***MODELO MATEMATICO***

# CARACTERISTICAS Y DESARROLLO DEL MODELO MATEMATICO

La simulación es una herramienta que permite describir con gran aproximación los fenómenos físicos que se presentan en los yacimientos. Obtener las ecuaciones que gobiernan estos procesos, no es una tarea fácil debido a la complejidad del flujo de fluidos en medios porosos, y por lo tanto será necesario considerar las siguientes ecuaciones <sup>(1,2,3,4)</sup>:

- 1) Ecuación de Continuidad
- 2) Una Ecuación de Movimiento
- 3) Una Ecuación de Estado,

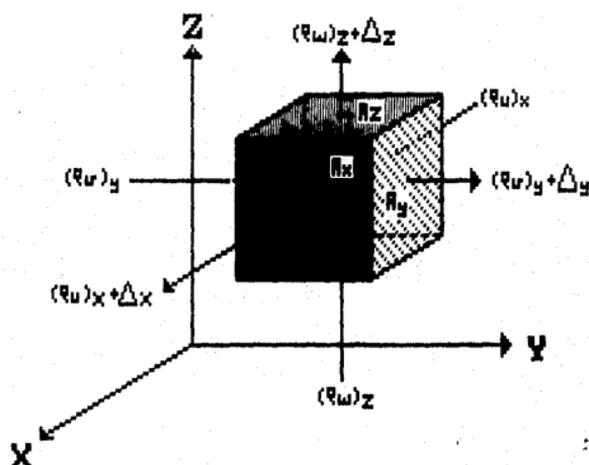
las cuales se describen a continuación:

## II.1 Ecuación de Continuidad <sup>(1,2,3,4,7)</sup>:

La Ley de la conservación de masa, establece que la cantidad de masa que entra a un sistema no varía con el tiempo, es decir,  $dm/dt = 0$ .

Una de las aplicaciones de ésta Ley, es la "Ecuación de Continuidad", la cual dice que para un elemento del medio poroso, la rapidez de crecimiento de la masa dentro de éste es igual al flujo neto de masa hacia él mismo, tal como lo muestra la figura II.1 <sup>(1,2)</sup>.

\* Nomenclatura y referencias al final



**Figura II.1. Representación de una celda en tres dimensiones ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ).**

Aplicando la Ecuación de Continuidad que nos describe el flujo de fluidos a través del medio poroso a una representación de una celda del yacimiento en estudio para un período de tiempo  $\Delta t$ , se tiene<sup>(2,7)</sup>:

$$\left[ \begin{array}{c} \text{Masa que entra al} \\ \text{Volumen de} \\ \text{Control} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \text{Masa que sale del} \\ \text{Volumen de} \\ \text{Control} \end{array} \right] \pm TF = \left[ \begin{array}{c} \text{Masa Acumulada} \\ \text{en el Volumen} \\ \text{de Control} \end{array} \right]$$

El flujo de masa en términos de densidad, se determina mediante:

$$\rho = \frac{M}{Vol} \quad \Rightarrow \quad Vol = \frac{M}{\rho} \quad \dots \text{ (II.1)}$$

$$q = vA \quad \Rightarrow \quad vA = \frac{Vol}{t} \quad \dots \text{ (II.2)}$$

Sustituyendo (II.1) en (II.2)

$$vA = \frac{M}{\rho t} \quad \Rightarrow \quad vA\rho = \frac{M}{t} \quad \dots \text{ (II.3)}$$

Que es un gasto másico.

Por otra parte, se considera que la masa que entra o se inyecta, tiene signo positivo (+), y la masa que sale o se produce, tiene signo negativo (-), con lo cual se tiene un término fuente ó sumidero<sup>(1,2,9)</sup>.

$$q^* \rho$$

Aplicando la ecuación de Continuidad al volumen de control:

+ Masa que entra al Volumen de Control:

$$\left[ \begin{array}{c} \text{Masa que entra} \\ \text{en dirección X} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \text{Masa que entra} \\ \text{en dirección Y} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \text{Masa que entra} \\ \text{en dirección Z} \end{array} \right]$$

$$(\rho U)_x \Delta y \Delta z \Delta t + (\rho V)_y \Delta x \Delta z \Delta t + (\rho W)_z \Delta x \Delta y \Delta t \quad \dots \text{ (II.4)}$$

+ Masa que sale del Volumen de Control:

$$\left[ \begin{array}{l} \text{Masa que sale} \\ \text{en dirección X} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{l} \text{Masa que sale} \\ \text{en dirección Y} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{l} \text{Masa que sale} \\ \text{en dirección Z} \end{array} \right]$$

$$(\rho U)_{x+\Delta x} \Delta y \Delta z \Delta t + (\rho V)_{y+\Delta y} \Delta x \Delta z \Delta t + (\rho W)_{z+\Delta z} \Delta x \Delta y \Delta t \dots (II.5)$$

+ Masa Acumulada en el Volumen de Control:

$$\left[ \begin{array}{l} \text{Masa acumulada en el} \\ \text{Volumen de Control} \\ \text{en } t \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{l} \text{Masa acumulada en el} \\ \text{Volumen de Control} \\ \text{en } t + \Delta t \end{array} \right]$$

$$\Delta x \Delta y \Delta z (\rho \phi So)_{t+\Delta t} + \Delta x \Delta y \Delta z (\rho \phi So)_t \dots (II.6)$$

Sustituyendo las ecuaciones (II.4), (II.5) y (II.6) y factorizando:

$$\begin{aligned} & - [(\rho U)_{x+\Delta x} - (\rho U)_x] \Delta y \Delta z \Delta t \\ & - [(\rho V)_{y+\Delta y} - (\rho V)_y] \Delta x \Delta z \Delta t \\ & - [(\rho W)_{z+\Delta z} - (\rho W)_z] \Delta x \Delta y \Delta t \\ & \pm \dot{q} \rho \\ & = \Delta x \Delta y \Delta z [(\rho \phi So)_{t+\Delta t} - (\rho \phi So)_t] \dots (II.7) \end{aligned}$$

Dividiendo la ecuación (II.7) entre el volumen y  $\Delta t$

$$\begin{aligned} & \frac{(\rho U)_{x+\Delta x} - (\rho U)_x}{\Delta x} - \frac{(\rho V)_{y+\Delta y} - (\rho V)_y}{\Delta y} - \frac{(\rho W)_{z+\Delta z} - (\rho W)_z}{\Delta z} \pm \\ & \frac{\dot{q} \rho}{\Delta x \Delta y \Delta z} = \frac{(\rho \phi So)_{t+\Delta t} - (\rho \phi So)_t}{\Delta t} \dots (II.8) \end{aligned}$$

Derivando y tomando como límites  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ , y  $\Delta t$ , la ecuación

(II.8) queda:

$$-\frac{\partial(\rho U)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho V)}{\partial y} - \frac{\partial(\rho W)}{\partial z} = \frac{\partial(\rho \phi S_o)}{\partial t} \quad \dots \quad (II.9)$$

Recordando que:

$$\nabla f = \frac{\partial f(U)}{\partial x} + \frac{\partial f(V)}{\partial y} + \frac{\partial f(W)}{\partial z}$$

La ecuación (II.9) resulta:

$$-\nabla(\rho V) \pm \frac{q \rho}{\Delta x \Delta y \Delta z} = \frac{\partial(\rho \phi S_o)}{\partial t} \quad \dots \quad (II.10)$$

Que es la Ecuación de Continuidad en forma Vectorial<sup>(2,3,4)</sup>

Considerando el flujo en las direcciones X y Y en la ecuación

(II.10) y haciendo  $\Delta z = h$ , la ecuación de continuidad queda:

$$-\frac{\partial(\rho U)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho V)}{\partial y} \pm \frac{q \rho}{\Delta x \Delta y h} = \frac{\partial(\rho \phi S_o)}{\partial t} \quad \dots \quad (II.11)$$

## II.2. Ecuación de Movimiento<sup>(1,2,3,4)</sup>

El movimiento de los fluidos a través del medio poroso, está dado por la Ecuación de Darcy, la cual establece que el gasto es proporcional al gradiente de presiones, es decir:

$$\bar{V} = -\frac{K}{\mu} \nabla p$$

en la que se desprecian los efectos capilares y gravitacionales, considerando que el flujo es isotérmico y en régimen laminar.

Las ecuaciones que representan la velocidad del fluido en el medio poroso, son:

$$V_x = -\frac{K_x}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \quad \dots \quad (II.12)$$

$$V_y = -\frac{K_y}{\mu} \frac{\partial P}{\partial y} \quad \dots \quad (II.13)$$

Sustituyendo (II.12) y (II.13) en (II.11)

$$\frac{\left[ -\frac{\rho K x}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right]}{\partial x} - \frac{\left[ -\frac{\rho K y}{\mu} \frac{\partial P}{\partial y} \right]}{\partial y} \pm \frac{q^* \rho}{\Delta x \Delta y h} - \frac{\partial(\rho \phi S_o)}{\partial t} \dots \text{(II.14)}$$

### II.3. Ecuación de Estado<sup>(1,2,3,4)</sup>

Una Ecuación de Estado, es una expresión que relaciona la densidad como una función de la presión y la temperatura.

La ecuación de estado para un fluido ligeramente compresible, es:

$$C = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial P} \dots \text{(II.15)}$$

$$\rho = \frac{M}{V} \implies V = \frac{M}{\rho} \dots \text{(II.16)}$$

Sustituyendo (II.16) en (II.15)

$$C = -\frac{\rho}{M} \frac{\partial \left[ \frac{M}{\rho} \right]}{\partial P} \implies C = -\rho \frac{\partial \left[ \frac{M}{\rho} \right]}{\partial P} \dots \text{(II.17)}$$

Derivando:

$$C = -\frac{1}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial P} \dots \text{(II.18)}$$

Sustituyendo (II.18) en (II.17) y simplificando, resulta la ecuación:

$$C = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P} \implies C \partial P = \frac{\partial \rho}{\rho} \dots \text{(II.19)}$$

Integrando:

$$\int_{P_0}^P dP = \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho}$$

$$C(P - P_0) = \ln \frac{\rho}{\rho_0} \implies e^{C(P - P_0)} = \frac{\rho}{\rho_0}$$

Finalmente:

$$\rho = \rho_0 e^{C(P - P_0)}$$

Tomando la densidad a un tiempo t

$$\rho = \rho_0 e^{CP} \dots (II.20)$$

Expandiendo en Serie de Taylor:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!}$$

Haciendo  $X = CP$  y tomando los dos primeros términos de la serie:

$$e^{CP} = 1 + \frac{CP}{1!} \implies e^{CP} = 1 + CP \dots (II.21)$$

Sustituyendo (II.21) en (II.20)

$$\rho = \rho_0 (1 + CP) \dots (II.22)$$

De la ecuación (II.19)

$$\frac{\partial P}{\partial X} = \frac{1}{CP} \left[ \frac{\partial \rho}{\partial X} \right] \dots (II.23)$$

$$\frac{\partial P}{\partial Y} = \frac{1}{CP} \left[ \frac{\partial \rho}{\partial Y} \right] \dots (II.24)$$

Sustituyendo (II.23) y (II.24) en (II.14)

$$\frac{\partial \left[ \frac{Kx}{\mu C} \frac{\partial \rho}{\partial X} \right]}{\partial X} + \frac{\partial \left[ \frac{Ky}{\mu C} \frac{\partial \rho}{\partial Y} \right]}{\partial Y} \pm \frac{q^* \rho}{\Delta x \Delta y h} = \frac{\partial (\rho \phi S_0)}{\partial t} \dots (II.25)$$

Sustituyendo la ecuación (II.22) en la (II.25)

$$\frac{\partial \left[ \frac{Kx}{\mu C} \frac{\partial \rho_0 (1+CP)}{\partial X} \right]}{\partial X} + \frac{\partial \left[ \frac{Ky}{\mu C} \frac{\partial \rho_0 (1+CP)}{\partial Y} \right]}{\partial Y} \pm \frac{q^* \rho}{\Delta x \Delta y h} = \frac{\partial (\rho_0 (1+CP) \phi S_0)}{\partial t}$$

Multiplicando por  $\mu C$

$$\frac{\partial \left[ K_x \frac{\partial \rho_o (1+CP)}{\partial X} \right]}{\partial X} + \frac{\partial \left[ K_y \frac{\partial \rho_o (1+CP)}{\partial Y} \right]}{\partial Y} = \frac{\phi \mu C S_o \partial (\rho_o (1+CP))}{\partial t}$$

Derivando y considerando  $\rho_o$  y  $C$  constantes

$$\frac{\partial \left[ K_x \frac{\partial P}{\partial X} \right]}{\partial X} + \frac{\partial \left[ K_y \frac{\partial P}{\partial Y} \right]}{\partial Y} \pm \frac{q \mu}{\Delta x \Delta y h} = \phi \mu C S_o \frac{\partial P}{\partial t} \quad \dots \quad (II.26)$$

Que es la Ecuación de Difusividad, que representa el flujo de aceite a través del medio poroso<sup>(1,2,3)</sup>.

#### II.4. Condiciones iniciales y de frontera.

Para tener completamente definido el problema, será necesario establecer las condiciones iniciales y de frontera, las cuales son:

a) Condiciones iniciales:

$$P(X, Y, 0) = P_i$$

b) Condiciones de frontera:

Para la dirección X:

$$\left. \frac{\partial P}{\partial X} \right|_{x=0} = 0$$

$$\left. \frac{\partial P}{\partial X} \right|_{x=LX} = 0$$

Para la dirección Y:

$$\left. \frac{\partial P}{\partial Y} \right|_{y=0} = 0$$

$$\left. \frac{\partial P}{\partial Y} \right|_{y=LY} = 0$$

## II.5. Características y consideraciones del Modelo<sup>(1,3,4)</sup>

Una vez establecida la Ecuación de Difusividad, el siguiente paso será hacer suposiciones inherentes que surgen al desarrollar el modelo matemático, las cuales son:

- Fluido ligeramente compresible
- Medio anisótropo y heterogéneo
- Viscosidad constante
- Compresibilidad de la formación constante
- No existe reacción entre el fluido y el Medio Poroso
- El modelo abarca desde una presión inicial hasta la Presión de Burbujeo
- Se desprecian efectos capilares y gravitacionales
- Flujo monofásico de aceite
- Se considera el término fuente o sumidero
- La viscosidad y la compresibilidad únicamente son función de la presión y se evalúan al inicio de cada intervalo de tiempo.
- Yacimiento tipo areal en coordenadas (X, Y)
- Flujo laminar e isotérmico
- Utiliza una malla con nodos centrados
- Las condiciones de frontera en las direcciones (X, Y), se simulan haciendo las transmisividades igual a cero para hacer el cierre de fronteras.

# **CAPITULO III**

## ***DISCRETIZACION EN DIFERENCIAS FINITAS***

# DISCRETIZACION EN DIFERENCIAS FINITAS

## III.1 Proceso de Discretización<sup>(1,2)</sup>

Dado que la Ecuación de Difusividad obtenida es No - Lineal, se requiere de Técnicas Numéricas, para su solución, es decir, la ecuación desarrollada se resolverá numéricamente para obtener los parámetros dependientes, presiones en puntos discretos en espacio (dividiendo al yacimiento en celdas), y en tiempo (considerando pequeños intervalos de tiempo).

La ecuación diferencial obtenida se transformará de continua a discreta mediante el Método de Diferencias Finitas, el cual consiste en cambiar las derivadas de las ecuaciones diferenciales por fórmulas de derivación, es decir, serán sustituidas por su equivalente en diferencias finitas, que pueden obtenerse expandiendo el polinomio de Taylor para generar una función en un punto que posteriormente se resolverá para la derivada requerida.

### III.2. Aproximación de la primera y segunda derivada en diferencias finitas.

a) Diferencia finita progresiva

$$\left. \frac{\partial F}{\partial X} \right|_i = \frac{F_{i+1} + F_i}{\Delta x} + o(\Delta x)$$

b) Diferencia finita regresiva

$$\left. \frac{\partial F}{\partial X} \right|_i = \frac{F_i + F_{i-1}}{\Delta x} + o(\Delta x)$$

c) Diferencia finita central

$$\left. \frac{\partial F}{\partial X} \right|_i = \frac{F_{i+1} - F_{i-1}}{2\Delta x} + o(\Delta x)^2$$

d) Segunda Derivada

$$\left. \frac{\partial^2 F}{\partial X^2} \right|_i = \frac{F_{i+1} - 2F_i + F_{i-1}}{\Delta x^2} + o(\Delta x)^2$$

### III.3. Discretización en diferencias finitas

Dado que la ecuación II.26 no tiene una solución analítica, deberá resolverse por medio del método de diferencias finitas.

Considerando los siguientes términos, la figura III.1 y utilizando diferencias centrales<sup>(1,2)</sup>:

$$U = Kx \frac{\partial P}{\partial X} \dots \quad (\text{III.1})$$

$$V = Ky \frac{\partial P}{\partial Y} \dots \quad (\text{III.2})$$

Se tiene en la dirección X

$$\left. \frac{\partial U}{\partial X} \right|_i = \frac{U_{i+1/2,j} - U_{i-1/2,j}}{\Delta x} \dots \quad (\text{III.3})$$

	$i, j-1$	
$i-1, j$	$i, j$	$i+1, j$
	$i, j+1$	

**Figura III.1 Representación de una celda rodeada por otras**

$$\Delta x_i = (i+1/2) - (i - 1/2) \quad \dots \quad (III.4)$$

$$U_{i+1/2} = K_{i+1/2} \left. \frac{\partial P}{\partial X} \right|_{i+1/2} \quad \dots \quad (III.5)$$

$$U_{i-1/2} = K_{i-1/2} \left. \frac{\partial P}{\partial X} \right|_{i-1/2} \quad \dots \quad (III.6)$$

De las ecuaciones:

$$\left. \frac{\partial P}{\partial X} \right|_{i+1/2} = \frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{\Delta x_{i+1/2}} \quad \dots \quad (III.7)$$

$$\left. \frac{\partial P}{\partial X} \right|_{i-1/2} = \frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{\Delta x_{i-1/2}} \quad \dots \quad (III.8)$$

Sustituyendo (III.5) y (III.6) en la ecuación (III.3)

$$\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\left[ K_{i+1/2} \left. \frac{\partial P}{\partial X} \right|_{i+1/2} \right] - \left[ K_{i-1/2} \left. \frac{\partial P}{\partial X} \right|_{i-1/2} \right]}{\Delta x_i} \quad \dots \quad (III.9)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{1}{\Delta x_i} \left[ K_{i+1/2} \left( \frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{\Delta x_{i+1/2}} \right) - K_{i-1/2} \left( \frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{\Delta x_{i-1/2}} \right) \right]$$

Finalmente:

$$\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{1}{\Delta x_i} \left[ \frac{K_{i+1/2}}{\Delta x_{i+1/2}} \left( P_{i+1,j} - P_{i,j} \right) - \frac{K_{i-1/2}}{\Delta x_{i-1/2}} \left( P_{i,j} - P_{i-1,j} \right) \right] \quad (A)$$

Dado que las características de las celdas en ambas direcciones son semejantes, la discretización en la dirección Y, se realizará en forma similar a la dirección X, quedando:

$$\frac{\partial V}{\partial Y} = \frac{1}{\Delta y_j} \left[ \frac{K_{j+1/2}}{\Delta y_{j+1/2}} \left( P_{i,j+1} - P_{i,j} \right) - \frac{K_{j-1/2}}{\Delta y_{j-1/2}} \left( P_{i,j} - P_{i,j-1} \right) \right] \quad (B)$$

Sustituyendo las ecuaciones (A) y (B) en la ecuación de Continuidad, se obtiene:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta x_i} \left[ \frac{K}{\Delta x_{i+1/2}} \left( P_{i+1,j} - P_{i,j} \right) - \frac{K}{\Delta x_{i-1/2}} \left( P_{i,j} - P_{i-1,j} \right) \right] + \\ & + \frac{1}{\Delta y_j} \left[ \frac{K}{\Delta y_{j+1/2}} \left( P_{i,j+1} - P_{i,j} \right) - \frac{K}{\Delta y_{j-1/2}} \left( P_{i,j} - P_{i,j-1} \right) \right] \pm \\ & \pm q\mu = \phi \mu C S o \Delta x \Delta y h \frac{\partial P}{\partial t} \end{aligned}$$

Que es la ecuación que representa el flujo de fluidos a través del medio poroso, discretizada por el método de Diferencias Finitas en coordenadas (X, Y) y tomando en cuenta las condiciones previamente establecidas.

#### III.4 Esquemas de Solución <sup>(1,2,3)</sup>

Una vez discretizada la ecuación diferencial parcial, será necesario establecer el tiempo en el que se evaluarán los términos de flujo, es decir, un esquema de solución. Para este caso se eligió el esquema de solución mixto, en el cual las presiones se evaluarán en el tiempo "n+1", en tanto las transmisividades se evaluarán en el tiempo "n".

### III.5 Concepto de Transmisividad en un Esquema de Solución

El concepto de Transmisividad (T), se refiere a la capacidad de transmisión de flujo y se define por <sup>(1,2)</sup>:

$$q = TP \quad . . . (a)$$

De la Ecuación de Darcy:

$$q = - \frac{KA}{\mu} \frac{dP}{ds} \quad . . . (b)$$

Sustituyendo la ecuación (b) en la ecuación (a), haciendo  $ds=L$  y despejando T:

$$T = \frac{KA}{\mu L}$$

En la cual se observa que la capacidad de transmisión será distinta en todas las celdas de la malla, y que ésta depende de la geometría del bloque (A, L) y de las propiedades físicas de estos (K,  $\mu$ ).

Para determinar el flujo de un bloque a otro, así como la variación de presión, se requiere determinar la variación de la transmisividad en ambos bloques.

Transmisividades en X

$$T_{x_{i+1/2}} = \Delta y_j h \frac{K}{\Delta x} \Big|_{i+1/2}$$

Transmisividades en Y

$$T_{y_{j+1/2}} = \Delta x_i h \frac{K}{\Delta y} \Big|_{j+1/2}$$

Utilizando promedios armónicos debido a que se considera flujo lineal en un plano horizontal.

$$\frac{\kappa}{\Delta x} \Big|_{i+1/2} = \frac{2(K_{i,j})(K_{i+1,j})}{(\Delta x_i)(K_{i+1,j}) + (\Delta x_{i+1,j})(K_{i,j})} \dots \text{(III.10)}$$

$$\frac{\kappa}{\Delta x} \Big|_{i-1/2} = \frac{2(K_{i,j})(K_{i-1,j})}{(\Delta x_i)(K_{i-1,j}) + (\Delta x_{i-1,j})(K_{i,j})} \dots \text{(III.11)}$$

$$\frac{\kappa}{\Delta y} \Big|_{j+1/2} = \frac{2(K_{i,j})(K_{i,j+1})}{(\Delta y_j)(K_{i,j+1}) + (\Delta y_{i,j+1})(K_{i,j})} \dots \text{(III.12)}$$

$$\frac{\kappa}{\Delta y} \Big|_{j-1/2} = \frac{2(K_{i,j})(K_{i,j-1})}{(\Delta y_j)(K_{i,j-1}) + (\Delta y_{i,j-1})(K_{i,j})} \dots \text{(III.13)}$$

Sustituyendo las ecuaciones (III.10), (III.11), (III.12) y (III.13) en la ecuación (B):

$$\begin{aligned} & \left[ T_{x_{i+1/2}}^n (P_{i+1,j}^n - P_{i,j}^{n+1}) - T_{x_{i-1/2}}^n (P_{i-1,j}^n - P_{i,j}^{n+1}) \right] + \\ & + \left[ T_{y_{j+1/2}}^n (P_{i,j+1}^n - P_{i,j}^{n+1}) - T_{y_{j-1/2}}^n (P_{i,j-1}^n - P_{i,j}^{n+1}) \right] \pm \\ & \pm q\mu = \left[ \phi\mu Co\Delta x\Delta y hSo (P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j}^n) \right] \frac{1}{\Delta \tau} \quad \text{.(C)} \end{aligned}$$

Haciendo:

$$\Gamma_{i,j} = \frac{1}{\Delta \tau} \phi\mu Co\Delta x\Delta y hSo = \frac{1}{\Delta \tau} \phi\mu CoVpSo$$

Sustituyendo en (C)

$$\begin{aligned} & \left[ T_x^n_{i+1/2} ( P^n_{i+1,j} - P^{n+1}_{i,j} ) - T_x^n_{i-1/2} ( P^n_{i-1,j} - P^{n+1}_{i,j} ) \right] + \\ & + \left[ T_y^n_{j+1/2} ( P^n_{i,j+1} - P^{n+1}_{i,j} ) - T_y^n_{j-1/2} ( P^n_{i,j-1} - P^{n+1}_{i,j} ) \right] \pm \\ & \pm q\mu = \Gamma_{i,j} ( P^{n+1}_{i,j} - P^n_{i,j} ) \quad \dots (D) \end{aligned}$$

### III.6 Conversión de Unidades

Partiendo de la ecuación de II.26 para obtener una ecuación equivalente en unidades prácticas, se tiene<sup>(1,2,3,4)</sup>:

Las Unidades de Darcy son:

Símbolo	Unidades	Descripción
q	[cm <sup>3</sup> /seg]	Gasto
K	[D]	Permeabilidad
μ	[cp]	Viscosidad
P	[Atm]	Presión
X,Y	[cm]	Distancias (X,Y)
t	[seg]	tiempo
Co	[Atm <sup>-1</sup> ]	Compresibilidad del aceite

Las Unidades de Campo son:

Símbolo	Unidades	Descripción
q	[bl/día]	Gasto
K	[mD]	Permeabilidad
$\mu$	[cp]	Viscosidad
P	[lb/pg <sup>2</sup> ]	Presión
X, Y	[pie]	Distancias (X, Y)
t	[días]	tiempo
Co	[(lb/pg <sup>2</sup> ) <sup>-1</sup> ]	Compresibilidad del aceite

Haciendo conversiones:

$$q \text{ [cm}^3\text{/seg]} = Q \text{ [bl /día]} = \frac{1'000,000 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} \times \frac{\text{día}}{86,400 \text{ seg}} \times \frac{0.159 \text{ m}^3}{1 \text{ bl}}$$

$$q \text{ [cm}^3\text{/seg]} = 1.8402 \text{ [bl/día]} Q$$

$$k \text{ [Darcy]} = K \text{ [mD]} \frac{\text{Darcy}}{1,000 \text{ mD}} = 0.001 \text{ [mD]} K$$

$$\mu \text{ [cp]} = \mu \text{ [cp]}$$

$$P \text{ [Atm]} = p \text{ [14.7 lb/pg}^2\text{]} = \frac{1 \text{ Atm}}{14.7 \text{ lb/pg}^2} = 0.06804 \text{ [pg}^2\text{/lb]} p$$

$$X, Y \text{ [cm]} = 2.54 \text{ cm} \times 12 \text{ pg} = 30.48 \text{ [pie]} X, Y$$

$$t \text{ [seg]} = T \text{ [día]} \times \frac{86,400 \text{ seg}}{1 \text{ día}} = 86,400 \text{ [seg]} T$$

$$\text{vol [cm}^3\text{]} = \text{Vol [pie}^3\text{]} \times \frac{(30.48)^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ pie}^3} = 28,316.847 \text{ [pie}^3\text{]} \text{ Vol}$$

$$C \text{ [Atm]} = 14.7 \text{ [lb/pg}^2\text{]} c$$

Sustituyendo en la ecuación (II.26)

$$7.3223E-8 \frac{\partial \left[ K \frac{\partial P}{\partial X} \right]}{\partial X} + 7.3223E-8 \frac{\partial \left[ K \frac{\partial P}{\partial Y} \right]}{\partial Y} \pm 6.498E-5 \frac{q\mu}{Vol} = 1.157E-5 \phi \mu CoSo \frac{\partial P}{\partial t}$$

Dividiendo entre 7.3223E-8, resulta:

$$\frac{\partial \left[ K \frac{\partial P}{\partial X} \right]}{\partial X} + \frac{\partial \left[ K \frac{\partial P}{\partial Y} \right]}{\partial Y} \pm 887.311446 \frac{q\mu}{Vol} = 158.025190 \phi \mu CoSo \frac{\partial P}{\partial t}$$

Substituyendo las constantes en la ecuación (D)

$$\left[ Tx_{i+1/2}^n (P_{i+1,j}^n - P_{i,j}^{n+1}) - Tx_{i-1/2}^n (P_{i-1,j}^n - P_{i,j}^{n+1}) \right] + \\ + \left[ Ty_{j+1/2}^n (P_{i,j+1}^n - P_{i,j}^{n+1}) - Ty_{j-1/2}^n (P_{i,j-1}^n - P_{i,j}^{n+1}) \right] \pm \\ \pm 887.311446 q\mu = 158.025190 \Gamma_{i,j} (P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j}^n)$$

Haciendo:

$$L = 887.311446 q\mu$$

$$M = 158.025190 \Gamma_{i,j}$$

Desarrollando:

$$Tx_{i+1/2}^n P_{i+1,j}^{n+1} - Tx_{i+1/2}^n P_{i,j}^{n+1} + Tx_{i-1/2}^n P_{i-1,j}^n - Tx_{i-1/2}^n P_{i,j}^{n+1} + \\ + Ty_{j+1/2}^n P_{i,j+1}^{n+1} - Ty_{j+1/2}^n P_{i,j}^{n+1} + Ty_{j-1/2}^n P_{i,j-1}^{n+1} - Ty_{j-1/2}^n P_{i,j}^{n+1} \pm \\ \pm L = MP_{i,j}^{n+1} - MP_{i,j}^n$$

Agrupando términos:

$$\begin{aligned}
 & P_{i,j}^{n+1} ( - Tx_{i+1/2}^n - Tx_{i-1/2}^n - Ty_{i+1/2}^n - Ty_{i-1/2}^n - M ) + \\
 & + Tx_{i+1/2}^n P_{i+1,j}^{n+1} + Tx_{i-1/2}^n P_{i-1,j}^{n+1} + Ty_{j+1/2}^n P_{i,j+1}^{n+1} + Ty_{j-1/2}^n P_{i,j-1}^{n+1} = \\
 & \pm L = MP_{i,j}^{n+1} - MP_{i,j}^n
 \end{aligned}$$

Haciendo:

$$\begin{aligned}
 A &= Tx_{i+1/2}^n & B &= Tx_{i-1/2}^n \\
 C &= Ty_{j+1/2}^n & D &= Ty_{j-1/2}^n
 \end{aligned}$$

$$E = - (A + B + C + D + M)$$

Finalmente:

$$AP_{i+1,j}^{n+1} + BP_{i-1,j}^{n+1} + CP_{i,j+1}^{n+1} + DP_{i,j-1}^{n+1} + EP_{i,j}^{n+1} \pm L = - MP_{i,j}^n$$

Aplicando esta ecuación a cada una de las celdas de la malla, se genera un sistema de ecuaciones lineales que se resolverá mediante un método numérico (LSOR).

# **CAPITULO IV**

## ***METODO DE SOLUCION***

## METODO DE SOLUCION

### IV.1 Solución de Sistemas de Ecuaciones<sup>(12)</sup>

Generalmente los problemas que se presentan en el campo de la Ingeniería, se expresan como un sistema de ecuaciones lineales algebraicas en forma de matriz cuadrada de orden "n x n", como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

Siendo "b" el vector de solución y "x" el vector de incógnitas. La solución del sistema de ecuaciones estará dada por un vector de "n" valores que satisfacen simultáneamente a todas las ecuaciones.

### IV.2 Método de Sobrerelajación Lineal Sucesiva (LSOR)<sup>(10)</sup>

Una gran variedad de técnicas matemáticas están disponibles para la solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales que gobiernan el flujo multifásico de fluidos en los yacimientos.

Uno de estos es el método de Sobrerelajación Lineal Sucesiva (LSOR), que es un método iterativo de solución numérica de sistemas de ecuaciones.

Las ecuaciones que representan a LSOR para un sistema de dos dimensiones, es el siguiente:

$$A\Delta u + Q = C\Delta u$$

La forma de esta ecuación en dos dimensiones es:

$$Au_{l+1,j} + Au_{l-1,j} + Au_{l,j+1} + Au_{l,j-1} - (4A+C)u_{l,j} + b_{l,j} = 0$$

Donde:

$$b_{l,j} = Q_{l,j} + Cu_{l,j}$$

La serie de ecuaciones que representa la malla o renglón, es un sistema de ecuaciones lineales simultáneas. La matriz de coeficientes toma una forma tridiagonal como se muestra a continuación, lo cual hace más veloz la solución de la malla.

$$\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & & \\ a_2 & b_2 & c_2 & \\ & a_3 & b_3 & \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix}$$

El método iterativo (o de barrido) LSOR, consiste en solucionar de la misma forma en que se solucionó un renglón, el resto de los renglones.

#### IV.3 Algoritmo de Thomas<sup>(2,12)</sup>

El Algoritmo de Thomas, es un método de solución de ecuaciones del tipo tridiagonal, cuya matriz de coeficientes se puede factorizar como el producto de dos matrices, es decir,  $A = LU$ , con lo cual se tiene:

$$\alpha_1 = b_1 ; \quad S_1 = d_1 ; \quad a_1 = 0 ; \quad C_n = 0$$

$$\alpha_i = b_i - \frac{a_i C_{i-1}}{\alpha_{i-1}} ; \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$S_i = d_i - \frac{a_i S_{i-1}}{\alpha_{i-1}} ;$$

$$X_i = \frac{S_i - C_i X_{i+1}}{\alpha_i}$$

$$\begin{bmatrix} & b & c \\ a & & \\ & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix}$$

Con las ecuaciones anteriores, será posible obtener los valores del vector de incógnitas,  $X$ , en forma directa por sustitución regresiva.

# **CAPITULO V**

***PROGRAMA***

***DE***

***COMPUTO***

## PROGRAMA DE COMPUTO

Una vez establecidas las ecuaciones del modelo matemático, el siguiente paso es elaborar un programa de cómputo basado en el diagrama de flujo mostrado en la figura V.1<sup>(1,2)</sup>.

El programa de cómputo fue desarrollado en el lenguaje de programación Quick Basic en una microcomputadora personal PC. La información de entrada requerida por el programa, es proporcionada por medio de archivos de datos, que facilitan al usuario la inserción de ésta. La salida de datos, la proporciona el programa por medio de un archivo de resultados que puede ser impreso en papel posteriormente para facilidad de lectura del usuario.

En su desarrollo se utilizaron correlaciones y subrutinas que se muestran a continuación.

### V.1 Correlación para el cálculo del Factor de Volumen del Aceite Bajosaturado

$$FVO = BOB / EXP ( CO * ( P - PB ) )$$

Donde:

FVO : Factor de volumen del aceite en bajosaturado

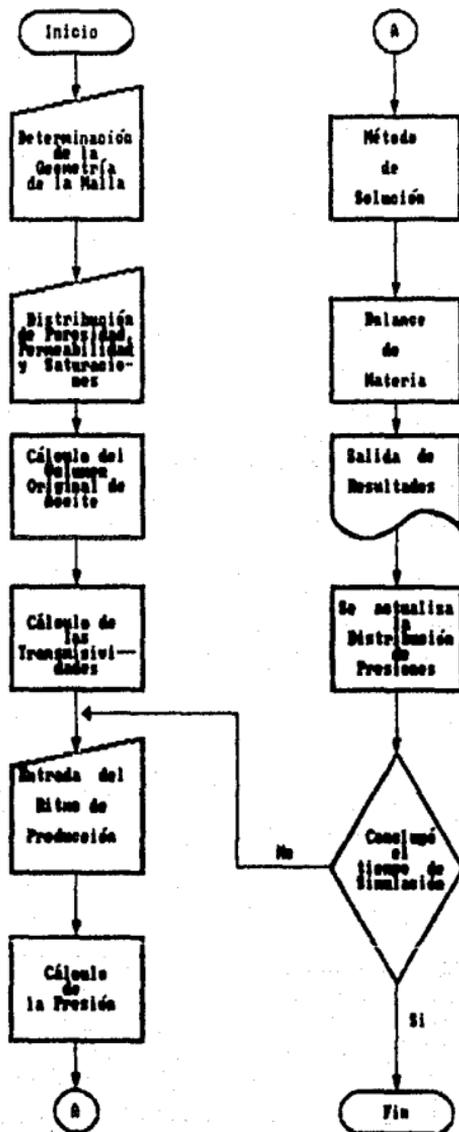
BOB : Factor de volumen del aceite a la presión de burbujeo

P : Presión del yacimiento [lb/pg<sup>2</sup>]

PB : Presión de Burbujeo [lb/pg<sup>2</sup>]

CO : Compresibilidad del aceite [pg<sup>2</sup>/lb]

Figura U.1. Diagrama de Flujo del Programa de Cómputo



## V.2 Correlación para el cálculo de la Viscosidad del aceite

$$\mu_o = \mu_{ob} ( P / P_b )^m$$
$$m = (2.6 * P^{.187}) * \text{EXP}(-11.513 + (-0.0000898 * P))$$

Donde:

- $\mu_o$  : Viscosidad del aceite en bajosaturado (cp)
- $\mu_{ob}$  : Viscosidad del aceite a la presión de burbujeo (cp)
- P : Presión del yacimiento [lb/pg<sup>2</sup>]

## V.3 Correlación para el cálculo de la compresibilidad del aceite

$$C_o = (-1433 + 5R_s + 17.2T - 1180\gamma_g + 12.61\gamma_o) * P * 10^{-5}$$

Donde:

- C<sub>o</sub> : Compresibilidad del aceite [pg<sup>2</sup>/lb]
- R<sub>s</sub> : Relación de solubilidad [pie<sup>3</sup>/bl]
- T : Temperatura del yacimiento [°F]
- $\gamma_g$  : Densidad relativa del gas medida a 100 lb/pg<sup>2</sup>
- $\gamma_o$  : Densidad relativa del aceite
- P : Presión del yacimiento [lb / pg<sup>2</sup>]

## V.4 Subrutina KAPE

Esta subrutina realiza el cálculo de la pendiente de los valores generados por el propio programa, en una tabla de propiedades de los fluidos.

### V.5 Subrutina XY3

Es una subrutina que interpola linealmente los valores de las propiedades de los fluidos para una presión determinada, con la pendiente obtenida en la subrutina KAPE.

### V.6 Balance de Materia

La compatibilidad de los valores de presión obtenidos, se puede obtener mediante el Error de Balance de Materia, el cual se calcula mediante los volúmenes de aceite en el yacimiento obtenidos al inicio y al término del intervalo de tiempo. La diferencia de valores será igual a la producción obtenida durante el intervalo de tiempo en estudio.

El error de Balance de Materia se calcula mediante la siguiente expresión:

$$MBRI = \frac{\sum_i^m (V\phi(S_o/B_o))^n - \sum_i^m (V\phi(S_o/B_o))^{n+1}}{q_o \Delta t}$$

# **CAPITULO VI**

***EJEMPLO DE***

***APLICACION***

## EJEMPLO DE APLICACION

### VI.1 Datos de la Prueba de Validación

Una vez terminado el programa de cómputo, el siguiente paso es realizar una prueba para validar su funcionamiento. Los datos con los que se validó este modelo, corresponden a un yacimiento hipotético y fueron tomados de la literatura<sup>12</sup>.

Se presentan además gráficas comparativas de los resultados obtenidos.

### VI.2 Lista de Datos Requeridos por el Modelo:

Los datos con los que se corrió el programa son los siguientes:

Descripción	Valor	Unidades
- Densidad relativa del aceite	38	°API
- Densidad relativa del gas	0.7	Adim
- Viscosidad del aceite a la Presión de burbujeo	0.505	cp
- Espesor	393.696	pie
- Factor de volumen del aceite a la presión de burbujeo	1.53	pie <sup>3</sup> /pie <sup>3</sup>
- Incrementos de tiempo	60	días
- Número de celdas en X	7 y 10	Adim
- Número de celdas en Y	7 y 10	Adim
- Permeabilidad	150	mD
- Presión de burbujeo	3569.22	lb/pg <sup>2</sup>
- Presión inicial	4436.64	lb/pg <sup>2</sup>
- Relación de Solubilidad	159.8	pie <sup>3</sup> o/pie <sup>3</sup> g

Descripción	Valor	Unidades
- Saturación de aceite	0.87	frac.
- Tamaño de las celdas en las direcciones "x" y "y"	1805.42	pie
- Temperatura del yacimiento	217.34	°F
- Tiempo de simulación	720	días

### VI.3 Prueba de validación.

La prueba se realizó considerando dos yacimientos hipotéticos. En el primer caso (7 celdas en la dirección X y 7 celdas en la dirección Y), se tiene un pozo al centro y se realizaron tres pruebas. En la primera el pozo está produciendo 400 bl/día, en la segunda 800 bl/día y en la tercera 1,200 bl/día. En las tres pruebas se consideraron intervalos de tiempo de 60 días en un periodo de 720 días. Para el segundo caso (10 celdas en la dirección X y 10 celdas en la dirección Y), se dividió al yacimiento en cuatro partes iguales con un pozo al centro de cada una; en este caso los cuatro pozos están produciendo al mismo tiempo y se realizaron las mismas pruebas que en el caso anterior.

# **CAPITULO VII**

***RESULTADOS Y***

***CONCLUSIONES***

## RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Teóricamente al elaborar una gráfica de variación de Presión contra Tiempo de un yacimiento de aceite bajosaturado, se espera obtener un comportamiento lineal, dado que las caídas de presión con respecto al tiempo son constantes debido a que no existe liberación de gas.

Las figuras VII.1 y VII.2, muestran las gráficas que representan el comportamiento de los dos casos mencionados en el capítulo anterior, donde se aprecia que el comportamiento de los dos yacimientos es lineal en las tres pruebas, tal como se esperaba. De los resultados obtenidos en el segundo caso, pudo observarse que el comportamiento de los cuatro pozos fue idéntico, por lo que solo se tomaron los resultados de uno de ellos para la elaboración de las gráficas, comprobándose la validez del modelo, ya que las caídas de presión en los cuatro pozos fueron constantes en intervalos de tiempo iguales.

Con lo anteriormente descrito se comprueba que el modelo cumple con su objetivo, el cual es reproducir o simular el comportamiento de un yacimiento de aceite bajosaturado con las condiciones previamente establecidas.

Finalmente se concluye que los resultados son bastante satisfactorios y que el modelo es una herramienta matemática confiable que permite entre otros aspectos determinar los ritmos de explotación óptimos, diagnosticar el comportamiento futuro del yacimiento, y explotar racionalmente los hidrocarburos.

A continuación se muestran los resultados obtenidos por el simulador:

a) Primer prueba, (gasto = 400 bl/día)

Primer caso		Segundo caso	
t(días)	P(lb/pg <sup>2</sup> )	t(días)	P(lb/pg <sup>2</sup> )
60	4433.7	60	4431.7
120	4431.9	120	4427.8
180	4430.1	180	4424.0
240	4428.3	240	4420.1
300	4426.5	300	4416.9
360	4424.7	360	4412.3
420	4422.9	420	4408.4
480	4421.0	480	4404.5
540	4419.2	540	4400.6
600	4417.4	600	4396.8
660	4415.6	660	4392.9
720	4413.8	720	4389.1

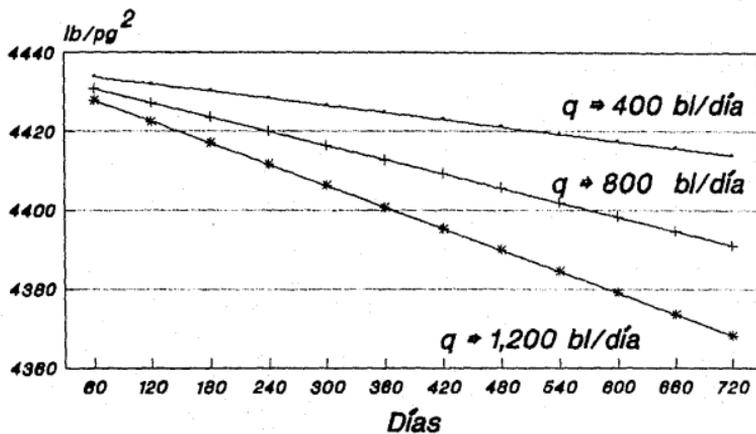
b) Segunda prueba, (gasto = 800 bl/día)

Primer caso		Segundo caso	
t(días)	P(lb/pg )	t(días)	P(lb/pg )
60	4430.8	60	4426.8
120	4427.1	120	4419.0
180	4423.5	180	4411.2
240	4419.9	240	4403.5
300	4416.3	300	4395.7
360	4412.7	360	4388.0
420	4409.1	420	4380.3
480	4405.5	480	4372.6
540	4401.8	540	4364.9
600	4398.2	600	4357.2
660	4394.6	660	4349.5
720	4391.0	720	4341.9

c) Tercer prueba, (gasto = 1,200 bl/día)

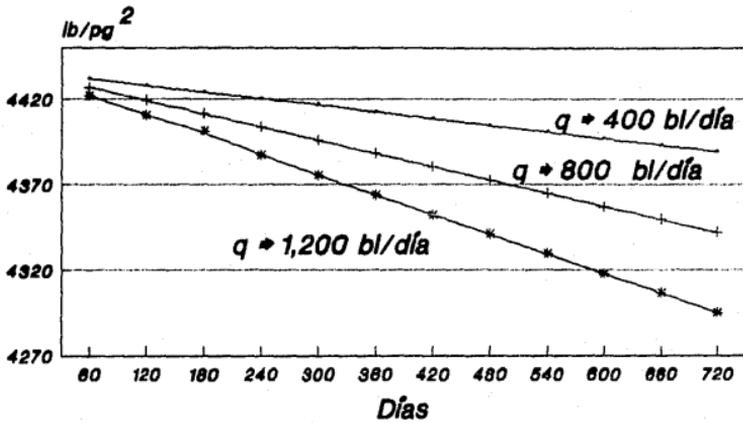
Primer caso		Segundo caso	
t(días)	P(lb/pg <sup>2</sup> )	t(días)	P(lb/pg <sup>2</sup> )
60	4427.8	60	4421.9
120	4422.4	120	4410.2
180	4417.0	180	4400.9
240	4411.5	240	4387.0
300	4406.1	300	4375.4
360	4400.7	360	4363.8
420	4395.2	420	4352.3
480	4389.8	480	4340.8
540	4384.4	540	4329.3
600	4379.0	600	4317.9
660	4373.5	660	4306.5
720	4368.1	720	4295.1

## Gráfica de Presión contra Tiempo



Primer Caso  
Figura VII.1

## Gráfica de Presión contra Tiempo



Segundo Caso  
Figura VII.2

# ***BIBLIOGRAFIA***

1 Apuntes de Simulación Matemática de Yacimientos

Hernández García Miguel Angel y Domínguez Vargas Guillermo

Facultad de Ingeniería, UNAM

2 Apuntes de Clase de la Asignatura de Simulación Matemática de Yacimientos

Osorno Manzo Jorge Alberto

3 Apuntes de Principios de Mecánica de Yacimientos

Rodríguez Nieto Rafael

Facultad de Ingeniería, UNAM

4 Apuntes de Evaluación de la Producción

León Ventura Raúl

Facultad de Ingeniería, UNAM

5 Apuntes de Computación Aplicada a la Ingeniería Petrolera

Berlanga J. M.

Facultad de Ingeniería, UNAM

6 Apuntes de Transporte de Hidrocarburos

Garraicochea Petrirena Francisco

Facultad de Ingeniería, UNAM

- 7 Apuntes de Comportamiento de Yacimientos  
Garaicochea Petrirena Francisco  
Facultad de Ingeniería UNAM
  
- 8 Reservoir Simulation . . . What is it?  
ODEH, S. A.  
JPT, November 1969
  
- 9 Petroleum Reservoir Simulation  
Aziz K., Settari A.  
Applied Science Publishers LTD 1979
  
- 10 Comparison of Altering-Direction and Successive Overrelaxation  
Techniques in Simulation Reservoir Fluid Flow.  
J. BJORDAMMEN, K. H. COATS  
SPEJ, MARCH 1969
  
- 11 Use and Misuse of Reservoir Simulation Models  
Coats K. H.  
JPT, November 1969
  
- 12 Simulador de Configuración de Gas. Manual de Aplicación  
Ing. Fernando Rodríguez de la Garza  
Proyecto D - 2002 - IMP, 1982.

# NOMENCLATURA

A	Area
Bo	Factor de Volumen del Aceite
C	Compresibilidad
Co	Compresibilidad del Aceite
$\Delta$	Incremento
$\phi$	Porosidad
h	Espesor
K	Permeabilidad
L	Longitud
m	Masa
$\mu$	Viscosidad
P	Presión
$\partial$	Parcial
q	Gasto
$\rho$	Densidad
S	Saturación
TF	Término Fuente o Sumidero
T	Temperatura
T	Transmisividad
t	Tiempo
v	Velocidad
Vol	Volumen
Vp	Volumen Poroso
w	Parámetro de Relajación
$\epsilon_{\Delta x}$	Error de Truncamiento

## SUBINDICES

x	Dirección x
y	Dirección y
z	Dirección z
@ c.y.	Medido a condiciones de yacimiento
@ c.B.	Medido a condiciones estándar

## SUPERINDICES

n	Nivel al tiempo presente
n+1	Nivel al siguiente tiempo