

03073

03033

① 2g

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES
UNIDAD ACADEMICA DE LOS CICLOS PROFESIONALES Y DE POSGRADO

INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATERIALES

LABORATORIO DE ENERGIA SOLAR

ESPECIALIZACION EN HELIODISEÑO Y MAESTRIA EN ENERGIA SOLAR

ESTUDIO HIDRODINAMICO TRIDIMENSIONAL DE LA CONVECCION NATURAL
EN UNA CAVIDAD CON RAZON DE ASPECTO PEQUEÑA.

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN ENERGIA SOLAR PRESENTA:

RICARDO GOMICIAGA PEREDA

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

OCTUBRE 1990



Universidad Nacional
Autónoma de México

UNAM



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

CAPITULO 1	INTRODUCCION	
1.1	Objetivos.	2
CAPITULO 2	CONCEPTOS GENERALES	
2.1	Convección natural en cavidades.	4
2.2	Cavidades con calentamiento en su frontera inferior.	5
2.3	Definición del número de Rayleigh.	9
2.4	Definición del número de Prandtl.	13
CAPITULO 3	ANTECEDENTES	
3.1	Cavidades con razón de aspecto mucho mayor que uno.	15
3.2	Cavidades con razón de aspecto de aproximadamente uno.	26
CAPITULO 4	METODOS OPTICOS PARA VISUALIZACION DE FLUJOS	
4.1	Clasificación general.	30
4.2	Medición de velocidades por medio de trazadores.	32
4.3	Medición de temperaturas.	34
4.4	procesamiento digital de imágenes.	36
CAPITULO 5	DESCRIPCION DEL EQUIPO Y PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL	
5.1	Celda y sistemas periféricos.	39
5.2	Sistema óptico.	44
5.3	Metodología experimental.	49
CAPITULO 6	RESULTADOS EXPERIMENTALES	
6.1	Introducción.	51
6.2	Análisis de resultados.	51
6.2.1	Condiciones iniciales tipo escalón.	52
6.2.2	Condiciones iniciales tipo rampa.	86
CAPITULO 7	MODELO Y RESULTADOS TEORICOS	
7.1	Modelo teórico.	96
7.1.1	Condiciones a la frontera.	97
7.1.2	Ecuaciones adimensionalizadas.	98
7.1.3	Condiciones a la frontera adimensionales.	99
7.2	Método de solución.	99
7.3	Características de la solución numérica.	103
7.4	Resultados numéricos.	104
7.4.1	Solución para números de Prandtl y Rayleigh pequeños.	105
7.4.2	Solución para números de Prandtl y Rayleigh grandes.	110
7.4.3	Solución para otros casos estudiados.	126

7.4.4	Solución para parámetros experimentales.	126
7.5	Seguimiento de partículas en los patrones de movimiento.	126
7.5.1	Seguimiento para el flujo con números de Prandtl y Rayleigh pequeños.	130
7.5.2	Seguimiento para el flujo con números de Prandtl y Rayleigh grandes.	135
CAPITULO 8	DISCUSION Y CONCLUSIONES	
8.1	Comparación teórico experimental.	147
8.2	Propuesta de trabajo futuro.	148
8.2.1	Experimental.	148
8.2.2	Numérica.	149
APENDICE A	CARACTERIZACION DEL FLUIDO DE TRABAJO	
A.1	Medición de viscosidad.	150
A.2	Medición de conductividad.	153
APENDICE B	ARCHIVO DE DATOS UTILIZADO EN PHOENICS	
B.1	Generalidades.	158
BIBLIOGRAFIA		161
LISTA DE VARIABLES		166

CAPITULO 1

INTRODUCCION.

La palabra convección tiene sus raíces en el Latín y proviene del verbo *convehere*, el cual significa "trayendo junto o llevando hacia algún lugar". En el contexto de este trabajo, la palabra convección se usa para describir el transporte de calor debido al movimiento macroscópico de un fluido.

La convección es un fenómeno muy complejo que ha sido tradicionalmente dividido para su estudio en dos tipos: convección natural y convección forzada. La primera surge cuando el fluido se encuentra en un estado no isotérmico y sujeto a una fuerza de cuerpo mientras que la segunda se refiere al transporte de calor debido al flujo de un fluido promovido por agentes externos que actúan sobre las fronteras. Obviamente, esta clasificación no excluye la posibilidad de un fenómeno mixto en el que aparecen ambos tipos de convección.

El estudio de convección y su entendimiento tiene una importancia fundamental en diversos campos de la ciencia como son: Meteorología, Oceanografía, Geofísica, Astrofísica, etc., y en aplicaciones prácticas entre las que se pueden citar: Ingeniería de Potencia, Combustión, Ciencia de Materiales, Tecnología Espacial etc. Y aún con mucho más precisión en fenómenos tan diversos como: estanques solares, granulación solar, formas estructurales de las atmósferas de otros planetas, movimientos de las placas continentales, estructura y control de una flama, circulación atmosférica, sistemas de reactores nucleares, almacenamiento de energía, etc.

En esta tesis se llevará a cabo el estudio teórico-experimental de la convección natural en una cavidad rectangular de razón de aspecto pequeña (ver definición en Capítulo 2). La elección de las condiciones particulares adoptadas obedece fundamentalmente a que el sistema propuesto puede ser estudiado en el laboratorio con relativa facilidad y analizado numéricamente con los recursos disponibles. Es probable que los resultados obtenidos tengan relevancia en otros casos más allá de un sencillo dispositivo de laboratorio. De hecho, algunas de las características de la convección aquí encontradas, están directamente involucradas en numerosas aplicaciones prácticas.

Desde el punto de vista de ciencia básica, el sistema propuesto es ideal para estudiar flujos laminares dependientes e independientes del tiempo, flujos turbulentos y la transición entre ellos. En particular, este tipo de sistemas presentan soluciones múltiples en estado permanente. Este es un fenómeno íntimamente conectado con transiciones a flujos dependientes del tiempo y a flujos turbulentos que están lejos de ser correctamente entendidos.

Para el estudio de estos fenómenos se han creado dispositivos experimentales que consisten en dos placas de extensión grande en donde el fluido se encuentra confinado. El análisis de los flujos se ha centrado principalmente en este tipo de contenedores. Sin embargo para cavidades con razón de aspecto pequeña aún no se tiene información detallada. En esta tesis se hace una revisión para los sistemas con razón

de aspecto grande mencionando los diferentes patrones de movimiento que se presentan bajo determinadas condiciones como un preámbulo al estudio del patrón de flujo dentro de una cavidad con razón de aspecto pequeña. Cavidades con razón de aspecto pequeña se comportan como sistemas con pocos grados de libertad haciendo sospechar que su dinámica es más sencilla y su estabilidad mayor que en cavidades con razón de aspecto grande.

1.1 OBJETIVOS

El principal objetivo de esta tesis es determinar los patrones de flujo que se presentan en una cavidad rectangular con razón de aspecto pequeña cuando es calentada por su parte inferior, bajo condiciones de estado permanente.

A nivel experimental, este objetivo se alcanza mediante la medición del campo de velocidades del flujo convectivo para diferentes números de Rayleigh a través de la utilización de técnicas ópticas. A nivel teórico, el objetivo se alcanza por medio de un estudio numérico del comportamiento del flujo; esto último permite analizar el fenómeno en un amplio intervalo de los parámetros gobernantes.

Las técnicas utilizadas en esta tesis para la evaluación cuantitativa y cualitativa del patrón de flujo dieron buen resultado. Las adaptaciones realizadas permitieron hacer más versátiles algunas técnicas que habían sido propuestas con anterioridad permitiendo su utilización en un campo más amplio de experimentos con condiciones similares. Es importante notar que el camino que abre el estudio de estos fenómenos está relacionado con una amplia gama de disciplinas científicas incluyendo óptica y procesamiento de imágenes.

El contenido de la tesis está estructurado de la siguiente manera:

En el Capítulo 2 se introduce al lector al principio básico del movimiento de la convección natural y se definen los parámetros adimensionales que rigen el fenómeno.

En el Capítulo 3 se presenta una revisión bibliográfica de los estudios realizados para cavidades con razón de aspecto grande y pequeña.

En el Capítulo 4 se hace una breve revisión bibliográfica de las técnicas ópticas y se explican los principios de operación de los sistemas que se utilizaron en este trabajo.

En el Capítulo 5 se describe el equipo experimental y la metodología que se empleó para llevar a cabo los experimentos.

En el Capítulo 6 se presentan los resultados experimentales obtenidos para las diferentes condiciones de operación.

En el Capítulo 7 se discuten los resultados teóricos obtenidos a partir de la solución numérica de las ecuaciones de balance. Se presentan campos tridimensionales de velocidad y temperatura.

En el Capítulo 8 se presenta la comparación de resultados teóricos y experimentales así como las conclusiones generales del trabajo.

Finalmente se tienen los Apéndices A y B en los que se describe el método para la determinación experimental de las propiedades físicas del fluido de trabajo y el archivo de datos usado en el código numérico PHOENICS.

CAPITULO 2

CONCEPTOS GENERALES

2.1 CONVECCION NATURAL EN CAVIDADES.

Debido a su importancia y ubicuidad en la naturaleza y la tecnología, en los pasados treinta años ha habido mucho interés y preocupación por el entendimiento de los movimientos en los flujos generados o modificados por fuerzas de flotación. Los flujos inducidos por fuerzas de flotación son muy complejos debido a la interacción entre el transporte de calor y el patrón de movimiento. Por un lado, el movimiento del fluido es generado por el efecto combinado de la fuerza de gravedad y gradientes de temperatura que a su vez generan gradientes de densidad. Por otro lado, el movimiento del fluido tiene influencia en el transporte de calor y consiguientemente modifica los campos de temperatura. El estudio de los flujos de convección natural que se encuentran confinados en un espacio cerrado son aún más complejos ya que dependen de un factor extra que es la geometría del contenedor.

La dificultad en el progreso del entendimiento de los fenómenos de convección natural puede ser atribuida a dos aspectos. El primero se relaciona con la interacción entre los transportes de cantidad de movimiento y energía. Este tipo de fenómenos está descrito por sistemas de ecuaciones diferenciales parciales, no lineales y fuertemente acopladas. Es bien sabido que no se conocen soluciones analíticas generales para estos problemas y por consiguiente se debe invocar la ayuda de computadoras y códigos adecuados para obtener soluciones numéricas. Sin embargo es importante notar que este tipo de soluciones son en su gran mayoría aproximadas; la estrategia más adecuada para comprender los fenómenos de manera integral es incorporar en el estudio observaciones experimentales y resultados teóricos. El segundo aspecto es relativo a la normalización adecuada de las ecuaciones, también conocida como la aplicación del análisis dimensional o análisis de escalamiento. Un punto de vista expresado por Ostrach [1] indica lo siguiente: "Es un problema notar, que a pesar de la existencia clara de lineamientos explícitos respecto a como normalizar los problemas de convección natural, estos sean escalados en muchas formas inadecuadas (aún para problemas iguales). El análisis de escalamiento es esencial para indicar la resolución requerida tanto en los estudios experimentales como en los numéricos. La falta de apreciación de estos aspectos vitales, los cuales están muy bien documentados, es difícil de entender". Modulando esta apreciación, se debe mencionar que aunque existen parámetros adimensionales bien identificados que dan información sobre el comportamiento cualitativo de los flujos, hay fenómenos cuyo escalamiento está lejos de ser correctamente definido. Este problema es más agudo para flujos laminares en estado transitorio, flujos en transición y flujos turbulentos.

La convección natural se presenta en numerosas instancias que difieren entre sí en cuanto a su geometría, acoplamiento con otros fenómenos, escala, etc. Sin embargo, en todos los casos, se pueden distinguir básicamente dos modos de convección. El primero se presenta cuando el gradiente de densidad tiene una componente normal al vector de gravedad. En este caso, la convección se manifiesta para cualquier

gradiente de temperatura diferente de cero. El segundo modo ocurre cuando el gradiente de densidad es antiparalelo al vector de gravedad. En esta situación, el fluido se encuentra en un estado inmóvil de equilibrio para gradientes de densidad pequeños; pero si se sobrepasa el valor crítico del gradiente de densidad, el fluido comienza a moverse. Cuando el gradiente de densidad es paralelo al vector de gravedad, se tendrá siempre un fluido estratificado sin movimiento.

Restringiendo la discusión a la convección en cavidades, se debe aclarar que el fenómeno ha sido estudiado alrededor de dos geometrías básicas, cilindros y cavidades con forma de prisma rectangular (figura 2.1). En estas últimas las razones de aspecto η_x y η_z definidas como el cociente de las dimensiones horizontales X y Z entre la distancia vertical Y de la celda son de gran importancia, y sus intervalos van desde menos de la unidad hasta muchas veces ésta. En cuanto a condiciones de frontera, se ha estudiado el flujo de calor en más de una dirección, o con una cavidad inclinada. La atención también se ha incrementado sobre situaciones en las cuales se presentan efectos de flotación combinados debidos a los gradientes de temperatura y de concentración. Estos casos se han estudiado considerando varias orientaciones relativas entre los gradientes y la gravedad, la riqueza y variedad de resultados sobre la convección natural en cavidades es enorme y presentar una revisión completa excedería los alcances de esta tesis. El lector interesado puede consultar las referencias [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8], que son artículos de revisión y libros que han aparecido recientemente en la literatura y donde se discuten ampliamente los conceptos aquí presentados.

2.2 CAVIDADES CON CALENTAMIENTO EN SU FRONTERA INFERIOR.

La convección en capas de fluidos calentados en su frontera inferior y en presencia de la fuerza de gravedad, ha llamado la atención como un sistema hidrodinámico simple en el cual se presenta una enorme riqueza de comportamientos dinámicos en régimen laminar, incluyendo flujos con soluciones múltiples en estado permanente y flujos oscilatorios. También constituye un ejemplo sencillo que permite estudiar la transición a la turbulencia y flujos turbulentos totalmente desarrollados. La fuerza que rige el flujo convectivo es la de flotación, y su magnitud está determinada por la diferencia de temperaturas entre la frontera superior e inferior de la capa de fluido. La complejidad del problema se manifiesta cuando se reconoce que bajo ciertas condiciones la distribución de temperaturas puede ser fuertemente alterada por el mismo flujo convectivo, el cual transporta calor desde la parte inferior hacia la superior en la capa de fluido. Consiguientemente la fuerza que domina el flujo esta sujeta a modificaciones por el flujo mismo.

Para explicar con más detalle el fenómeno, se considerará un modelo simplificado en el que se tiene un fluido entre dos placas horizontales como se presenta en la figura 2.2a, adaptada de Velarde [8]. En la placa inferior se mantiene una temperatura constante y uniforme. Esto mismo se hace para la capa superior pero con una temperatura menor a la de la placa inferior. En ausencia de movimiento, la distribución de temperaturas con respecto a la distancia que las separa es lineal. La fuerza de gravedad es la única fuerza de cuerpo que interactúa con el fluido, y el campo gravitacional es uniforme en todo el volumen. Para simplificar, se considera que solo una propiedad física del fluido es alterada por la variación de temperatura. Esta propiedad es la densidad,

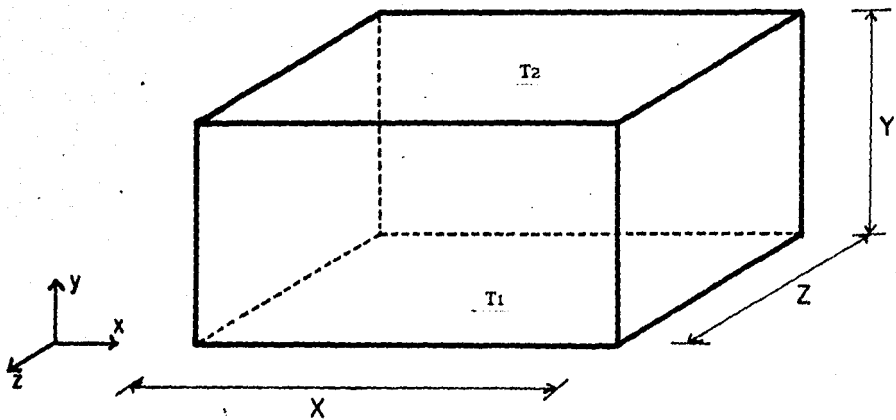


Figura 2.1. Cavity rectangular. $\eta_x=X/Y$, $\eta_z=Z/Y$ son las razones de aspecto.

que disminuye con el aumento de temperatura. Imagínese que una porción de fluido ha sido desplazada hacia arriba o hacia abajo de su posición original; las fuerzas que actúan sobre esa porción de fluido desplazado determinarán sus movimientos subsecuentes. La porción de fluido puede tener cualquier tamaño y forma, con la condición de que el desplazamiento sea pequeño. Considérese un elemento de fluido cerca de la parte inferior de la capa; debido a la elevada temperatura en la placa inferior, el elemento de fluido tiene una densidad menor que el promedio de densidad de todo el resto del volumen. Mientras el elemento de fluido se encuentre en su posición original, este estará rodeado por elementos de fluido de su misma densidad, y por lo tanto tendrá una flotación neutra, es decir, todas las fuerzas se encuentran balanceadas. Supóngase ahora que debido a una perturbación, el elemento de fluido es ligeramente movido hacia arriba. En ese momento el elemento es rodeado por fluido más denso y más frío, y como resultado este tiene una flotación positiva, por lo que tiende a subir. La fuerza neta hacia arriba es proporcional a la diferencia de densidades y al volumen del elemento. Así, el desplazamiento hacia arriba de un fluido caliente es amplificado por el gradiente de densidad, y esta amplificación da un aumento a las fuerzas causando un mayor movimiento hacia arriba. Un análisis similar puede ser hecho para un ligero desplazamiento hacia abajo de un elemento de fluido frío que se encuentre en la parte superior de la capa de fluido cerca de la placa fría. En cuanto se mueve, el elemento entrará en un ambiente de promedio de densidad más bajo y el elemento resultará más pesado que su alrededor; esto hará que se "hunda", amplificándose la perturbación inicial. La convección natural es el resultado de estos dos movimientos hacia arriba y hacia abajo que se combinan en toda la capa de fluido. La implicación de este análisis es que el movimiento convectivo debería ser observado en cuanto existiera un gradiente de temperaturas, no importando que tan pequeño fuera. Aún en gradientes infinitesimales una perturbación hacia arriba de fluido caliente, o hacia abajo en un fluido frío parecería ser suficiente para establecer un flujo. En la realidad tal extremo de sensibilidad no es observado; el gradiente de temperatura debe alcanzar un valor crítico antes de que el flujo convectivo comience. En el fenómeno de convección se deben tomar en cuenta al menos otras dos influencias sobre el movimiento del fluido. Una de estas es la fuerza de arrastre, que es el equivalente en los fluidos a la fuerza de fricción. Esta fuerza es la que se opone directamente al movimiento del fluido y es función directa de la viscosidad. Los esfuerzos viscosos cuantifican la resistencia al movimiento relativo de cualquiera dos regiones adjuntas (figura 2.2b). Si la velocidad no es grande, la magnitud de la fuerza de arrastre es proporcional a la viscosidad. Es claro que si la fuerza de flotación es igual o menor a la fuerza de arrastre, no habrá movimiento. El segundo factor que se debe considerar es que la convección no es el único medio de transporte de calor en el fluido. La transferencia de calor por radiación, o la difusión (conducción), intervienen también en el proceso. La transferencia de calor por difusión tiende a disipar los gradientes de temperatura; los efectos causados por este modo de transferencia de calor pueden ser explicados, si se considera una porción de fluido caliente que se desplaza de su posición de equilibrio hacia un ambiente más frío. Las moléculas que se encuentran en una porción de fluido deben tener un promedio de velocidad más alto que su alrededor de fluido frío. Las moléculas pueden libremente atravesar la frontera imaginaria que define la porción de fluido, y el efecto de intercambio en ambas direcciones hará que la diferencia de temperaturas se equilibre en las dos zonas. En otras palabras el calor fluirá fuera de la porción de

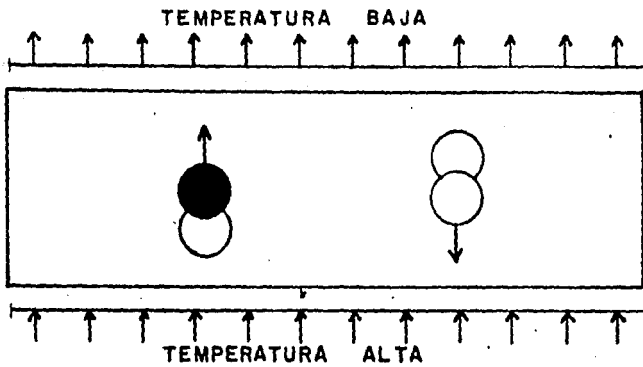


Figura 2.2a. Efecto de las fuerzas de flotación.

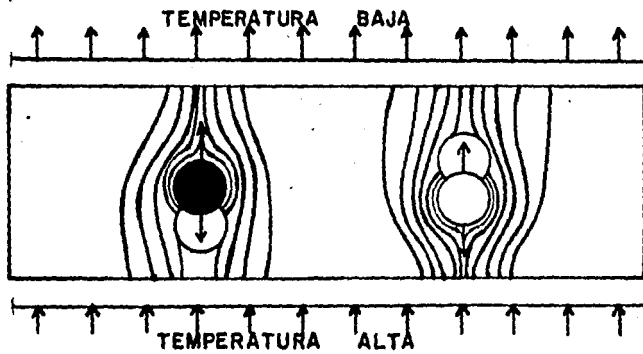


Figura 2.2b. Efecto de las fuerzas viscosas.

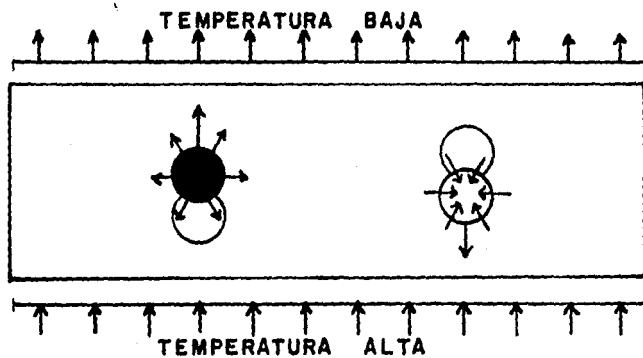


Figura 2.2c. Efecto de la difusión térmica.

fluido caliente, hacia la parte de fluido frío hasta que eventualmente se alcance el equilibrio a una misma temperatura (figura 2.2c). El tiempo requerido para que la porción de fluido llegue al estado de equilibrio con sus alrededores está dado por la difusividad térmica. La escala de tiempo de este proceso es inversamente proporcional a la constante de difusividad, y directamente proporcional al área de transferencia. Si el tiempo de la difusión térmica es comparable con el tiempo que se requiere para que la porción de fluido se mueva una distancia característica, tal como su propio diámetro, la fuerza de flotación será nula. En otras palabras, si el fluido no tiene un movimiento tan rápido como su pérdida de calor por difusión no se mantendrá un flujo convectivo. En este caso el flujo de calor que entra al sistema a través de la frontera inferior, atravesará la capa de fluido por conducción, esto es, un mecanismo de difusión sin ningún movimiento macroscópico en la capa de fluido.

2.3 DEFINICION DEL NUMERO DE RAYLEIGH.

El hecho de tener un gradiente de temperaturas no basta para que exista un movimiento convectivo. Para que el efecto de flotación genere movimiento, es necesario que la fuerza generada por el gradiente térmico exceda las fuerzas de fricción y las fuerzas generadas por efectos difusivos. La energía potencial gravitacional liberada por el hundimiento de fluido frío y el movimiento ascendente del caliente debe ser más grande que la energía disipada por el arrastre y la difusión. La relación de estos efectos puede ser expresada como la razón adimensional entre las fuerzas de flotación divididas entre el producto de las fuerzas viscosas de arrastre y de difusión de calor. Esta razón es llamada número de Rayleigh y en símbolos se expresa como:

$$Ra = \frac{g\beta(\Delta T)L^3}{\nu\alpha} \quad (2.1)$$

donde :	g = aceleración de la gravedad	$\{ms^{-2}\}$
	β = coeficiente de expansión volumétrica	$\{K^{-1}\}$
	α = difusividad térmica	$\{m^2s^{-1}\}$
	ν = viscosidad cinemática	$\{m^2s^{-1}\}$
	ΔT = diferencia de temperaturas	$\{K\}$
	L = distancia entre placas	$\{m\}$

El significado del número de Rayleigh (Ra), puede ser claramente entendido a través de un estudio de estabilidad sobre los posibles modos de movimientos en un fluido. Es conveniente definir estabilidad en términos de una curva potencial o superficie potencial, que representa la energía de un sistema en función de alguna variable. Cuando el sistema está en un extremal (máximo o mínimo) de la curva, se tienen condiciones de equilibrio. El sistema evoluciona naturalmente hacia un estado de mínima energía, que corresponde al punto más bajo en la gráfica de la curva potencial. Al hecho de que un sistema regrese a su estado inicial después de haber sido perturbado se le conoce como equilibrio estable (figura 2.3a). En estos casos, la curva de potencial presenta un mínimo (global ó local).

Cuando la curva potencial contiene un punto máximo, y el sistema se encuentra ahí todas las fuerzas que actúan sobre el sistema están balanceadas, y si no existe perturbación alguna, permanecerá en esa posición indefinidamente. Si el sistema se perturba, no importando que

tan pequeña sea la perturbación, el sistema no regresará a su punto de equilibrio y por el contrario cada momento se alejará más. La perturbación es amplificada, y por lo tanto se dice que el estado de equilibrio es inestable (figura 2.3b). Existe una tercera posibilidad, cuando el potencial es constante. En este caso, cuando el sistema es perturbado no regresa a su estado original ni continúa alejándose de él, por lo que permanece en equilibrio en su nueva posición. En una curva potencial plana cada punto representa un estado neutral o una estabilidad marginal (figura 2.3c).

En el modelo del elemento de fluido que se utilizó con anterioridad, por razones de simetría, el movimiento descendente de un elemento más denso tiene la misma probabilidad de ocurrir que el movimiento ascendente de un elemento de fluido menos denso. Pero si se considera únicamente un punto dentro de la capa de fluido, se verá que el fluido solo puede tener un movimiento, ya sea ascendente o descendente, pero solo uno. Cuando el movimiento convectivo empieza, la dirección de la velocidad es escogida de algún modo en un punto dado. La equiprobabilidad puede ser mostrada esquemáticamente como en la figura 2.4a y b. En el número de Rayleigh crítico hay una bifurcación que forma dos brazos idénticos. Esta propiedad de simetría y bifurcación es contrastada para cuando el gradiente de temperatura es horizontal en vez de vertical. En el caso de gradiente horizontal, la configuración es inmediatamente inestable; no es necesario someter al elemento de fluido a un examen de estabilidad. En estado permanente cualquier elemento de fluido caliente subirá mientras que cualquier elemento de fluido frío descenderá no importando que tan pequeños sean los gradientes de temperatura. No existe un punto crítico para la convección debido a los gradientes de temperatura horizontales, de donde tampoco existe la ambigüedad en la dirección de la velocidad, necesariamente el fluido en la placa caliente ascenderá y el fluido en la placa fría descenderá. En el caso de la capa de fluido calentada uniformemente por abajo, la selección entre un brazo de la bifurcación o el otro es completamente arbitraria. Es razonable suponer que en la práctica, una pequeña imperfección, tal como la presencia de un gradiente horizontal en la pared que confina al fluido puede inducir el movimiento. Generalmente las paredes laterales donde se encuentra el fluido, tienen una difusividad térmica muy alta comparada con la del fluido utilizado. Si se sobrepasa la diferencia de temperaturas crítica por un calentamiento repentino en la placa inferior, la rápida difusión de calor en las paredes laterales hará que estas estén por un momento más calientes que el fluido ocasionando gradientes horizontales favoreciendo un movimiento ascendente y determinando el brazo de la bifurcación. Si por el contrario, se enfría la placa superior, se verá por un argumento similar que la convección empieza con un movimiento descendente en las paredes. Otro tipo de efecto que se puede presentar en los experimentos es cuando el contacto entre la placa inferior y las paredes laterales es distinto al de la placa superior con las paredes laterales. En este caso la temperatura de la pared permanecerá más caliente que el fluido provocando un movimiento ascendente. Finalmente debe mencionarse que cualquier imperfección en el campo de temperaturas del fluido puede romper la equiprobabilidad. Por estos argumentos es claro que para sistemas con números de Rayleigh superiores al crítico se tiene al menos una doble posibilidad de movimiento.

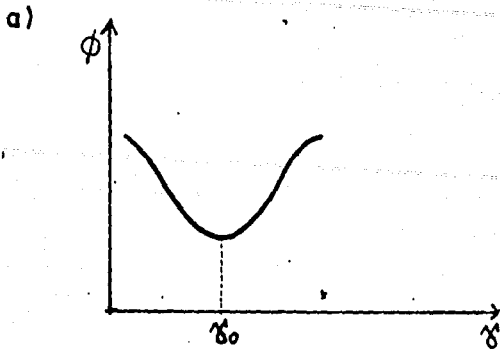


Figura 2.3a. Curva de potencial (ϕ) como función del parámetro (γ) para un sistema estable en γ_0 .

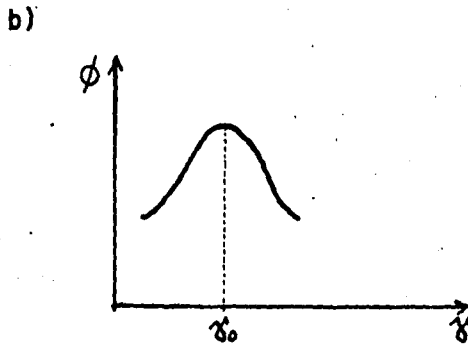


Figura 2.3b. Curva de potencial (ϕ) como función del parámetro (γ) para un sistema inestable.

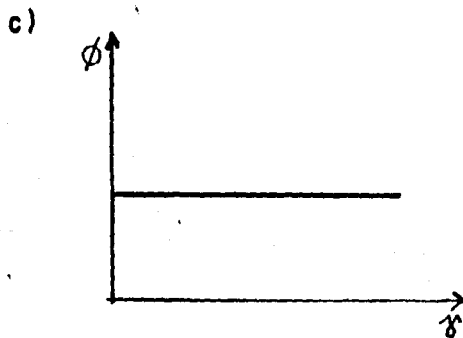


Figura 2.3c. Curva de potencial (ϕ) como función del parámetro (γ) para un sistema con estabilidad neutra.

a)

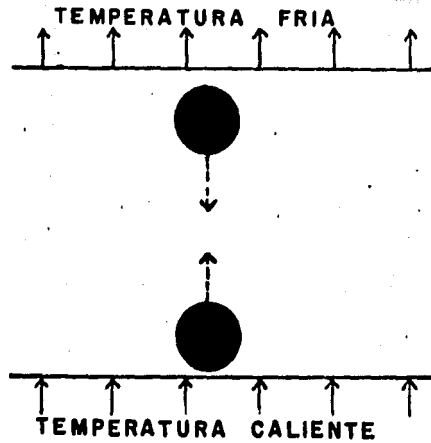


Figura 2.4a. En un sistema de convección natural existe la posibilidad de los dos movimientos simétricos.

b)

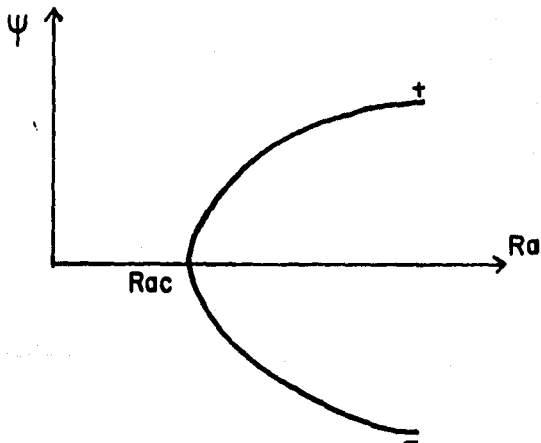


Figura 2.4b. Gráfica de un parámetro (ψ) que describe el sistema de convección natural como función del número de Rayleigh. Para $Ra < R_{ac}$ la única posibilidad es $\psi=0$. Para $Ra > R_{ac}$ existe la posibilidad de dos soluciones simétricas.

2.4 DEFINICION DEL NUMERO DE PRANDTL.

Además del número de Rayleigh y la geometría, el patrón de movimiento convectivo depende del número de Prandtl. Este parámetro adimensional se define como la razón entre la viscosidad cinemática y la difusividad térmica (difusividad de momento / difusividad térmica).

Para entender este concepto se considerará el siguiente experimento. Se tiene una capa de cualquier fluido isotrópico, por ejemplo agua, confinada entre dos placas horizontales de una alta conductividad térmica y una temperatura constante en ambas placas. Si se le aplica una diferencia de temperaturas ΔT durante un periodo de tiempo lo suficientemente largo tal que la superficie inferior sea la temperatura fría, el flujo de calor (θ) que cruza la capa establece un perfil de temperatura lineal. El flujo de calor que se requiere para mantener constante la diferencia de temperaturas es:

$$\theta = -Ak \frac{\Delta T}{\Delta Y} \quad (2.2)$$

donde: k = conductividad térmica
 ΔT = diferencia de temperaturas
 ΔY = distancia entre placas
 A = área de transferencia.

Del mismo modo, si se aplica una diferencia de velocidades entre la frontera superior e inferior, se establece un perfil de velocidades lineal cuando el gradiente de velocidad es constante y la distancia ΔY pequeña. La fuerza requerida para mantener la frontera superior en movimiento esta dada por:

$$F = \mu A \frac{\Delta u}{\Delta Y} \quad (2.3)$$

donde: μ = viscosidad dinámica
 A = área de aplicación de la fuerza
 Δu = gradiente de velocidad en la dirección y
 ΔY = distancia en la dirección y

Por otro lado imagínese que se tiene las mismas condiciones en cuanto a la geometría, pero que la diferencia de temperaturas (o el esfuerzo cortante) se aplica súbitamente. Al principio solo la región de fluido que se encuentra pegada a la placa se calentará (o se deformará) formando una pequeña capa límite en donde se tendrá un pequeño perfil lineal. La propagación de este gradiente localizado a través de toda la capa de fluido hasta la placa fría (o en reposo), esta gobernado por la ecuación de difusión. El coeficiente de difusión térmica es:

$$\alpha = \frac{k}{\rho C} \quad (2.4)$$

donde: ρ = densidad del fluido
 C = calor específico

y el de difusión del gradiente de velocidades es:

$$\nu = \mu/\rho \quad (2.5)$$

Estos coeficientes permiten calcular la magnitud de tiempo de relajación característico τ de los gradientes a la profundidad ΔY . Para la temperatura $\tau_t \propto (\Delta Y)^2 / \alpha$; y para la velocidad $\tau_v \propto (\Delta Y)^2 / \nu$. La razón de estos tiempos es el número de Prandtl que da idea del comportamiento temporal de la capa de fluido sometida a dos clases de gradientes.

$$\text{Pr} = \frac{\tau_t}{\tau_v} = \frac{\nu}{\alpha} \quad (2.6)$$

Con respecto al número de Prandtl, típicamente se consideran dos situaciones opuestas:

a) Fluidos con números de Prandtl altos: la difusión de cantidad de movimiento es más rápida que la difusión de calor. Entonces, los perfiles dinámicos se establecen rápidamente seguidos por el acomodo de las distribuciones de campos de temperaturas.

b) Número de Prandtl bajo: la distribución de temperaturas se establece antes que el campo de velocidades.

CAPITULO 3

ANTECEDENTES.

3.1 CAVIDADES CON RAZON DE ASPECTO MUCHO MAYOR QUE LA UNIDAD.

El primer estudio sistemático de la convección en una capa de fluido fué el trabajo realizado por Henri Bénard en 1901 [9, 10]. Este estudio analiza los movimientos convectivos en una pequeña capa usando un fluido altamente viscoso (molten spermaceti) sobre una placa metálica uniformemente calentada a 100°C en su parte inferior usando vapor de agua. El área experimental fué un plato circular de 10 cm de diámetro. Se emplearon capas de fluido de espesores que se encontraban en el intervalo entre 0.5 mm y 1 mm, y la superficie superior del líquido se encontraba a temperatura ambiente. Habiendo aplicado calentamiento por un periodo de tiempo largo, Bénard observó un régimen de flujo permanente, mostrando un patrón regular de forma hexagonal. La regularidad del patrón se incrementaba cuando el espesor de la capa era menor. Esto es equivalente a reducir el número de Rayleigh. Un esquema del patrón observado por Bénard se muestra en la figura 3.1. El movimiento del fluido podía ser observado con grafito o polvo de aluminio añadido al líquido o a través de métodos ópticos. El movimiento del fluido era ascendente en el centro de la celda y descendente en las paredes. Una inspección muy detallada revela que en el centro de la celda existe una pequeña depresión de aproximadamente 1µm. Se requirió un considerable esfuerzo para efectuar la medición del tamaño característico de la celda; de acuerdo con Bénard, la distancia promedio entre los centros de la celdas era mayor cuando la diferencia de temperaturas era grande, y disminuía a valores muy pequeños del gradiente de temperaturas. Observó que existía un gradiente de temperaturas crítico en el que el movimiento convectivo comienza formando celdas cuadradas y hexagonales, y que a medida que pasaba el tiempo bajo las mismas condiciones las celdas se uniformizaban siendo todas hexagonales. Finalmente, Bénard hizo mediciones de el tiempo que una partícula se tardaba en dar una vuelta en una celda cuando la profundidad del líquido era de 1 mm y el gradiente en un valor supercrítico encontrando que lo hacía en aproximadamente 1 segundo. Las observaciones de Bénard se centraron en las celdas hexagonales que por mucho tiempo se pensó que era el único movimiento representativo de la convección en una placa. Ahora se sabe que en sus experimentos el aire en la parte superior del líquido introduce efectos de tensión superficial, los cuales eran amplificados por la poca profundidad del líquido, por lo que las celdas hexagonales que observó Bénard fueron causadas principalmente por una inestabilidad debida a la variación de la tensión superficial con la temperatura.

Lord Rayleigh [11], inspiró su análisis clásico en las observaciones hechas por Bénard. Su estudio se basó en el hecho de que una capa de fluido de cierta densidad se mantendría estable bajo la acción de la viscosidad y la difusión de calor, hasta que el gradiente de temperaturas vertical fuera lo suficientemente grande para poder romper con estas fuerzas estabilizadoras. Empleando una teoría de perturbaciones lineales para resolver las ecuaciones de balance, Lord Rayleigh fué capaz de determinar que las condiciones requeridas para el inicio de la convección en una capa de fluido son que el número de Rayleigh (ecuación 2.1) exceda los valores de 1100 y 1708 para fronteras horizontales libres y rígidas respectivamente. Esta teoría exhibe la forma de la curva en la que el

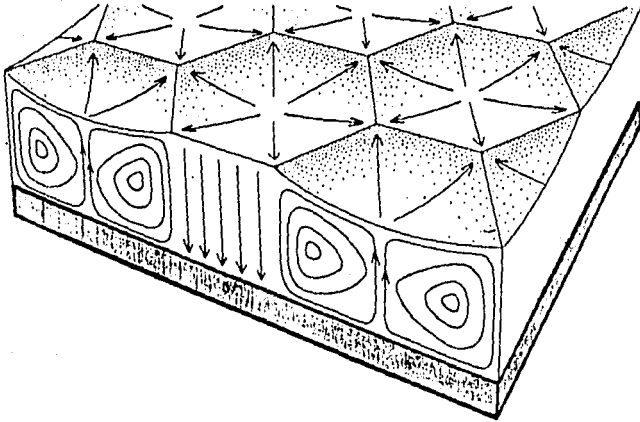


Figura 3.1. Esquema del patrón de celdas hexagonales observado por Bénard.

número de Rayleigh determina la forma de la curva marginal y divide las zonas de movimiento y no movimiento en el flujo convectivo (figura 3.2). Si el número de Rayleigh es cero, no existe movimiento y es obvio el estado estable. Para que el fluido se mueva requiere un aumento en su energía interna. Si el número de Rayleigh es muy grande se sobrepasan los efectos disipativos y el fluido reduce su energía potencial estableciendo un flujo convectivo. Debe existir un punto intermedio entre estos dos extremos donde las fuerzas de flotación y las fuerzas disipativas tengan la misma magnitud. Este es el número de Rayleigh crítico y es definido por la estabilidad neutral.

La figura 3.2, muestra la curva de estabilidad para la teoría de convección en una cavidad calentada en su frontera inferior y con fronteras horizontales rígidas e infinitas. En esta gráfica se tiene en las ordenadas el número de Rayleigh y el número de onda (a) en las abscisas. Se distinguen tres zonas bien delimitadas que representan los lugares en donde hay movimiento convectivo (Zona 1), en donde no hay movimiento (Zona 2), y por último la curva marginal (Zona 3) que es donde el movimiento comienza y es donde las fuerzas disipativas tienen igual magnitud al de las fuerzas de flotación.

El número de onda está definido como $a = 2\pi/\lambda$, donde λ es la longitud de onda y refleja la dimensión horizontal característica del movimiento.

De particular importancia es el mínimo que presenta la curva en donde se encuentra el número de Rayleigh crítico (R_{ac}) y su correspondiente número de onda crítico (a_c). De acuerdo a esta teoría, el movimiento iniciará con movimientos cilíndricos cuya separación es de tamaño $\lambda = 2.01$ (ver figura 3.2).

Existen teorías analíticas más modernas que refinan y extienden el análisis de Lord Rayleigh, considerando términos no-lineales (Eckhaus [12]) o relajando condiciones geométricas (Davis [13]). Los resultados obtenidos son en general cualitativamente similares a los de la teoría de Rayleigh. Debe tenerse presente que la teoría de Rayleigh da solo una guía limitada, y aún las teorías no-lineales son criticadas debido a que no predicen todas las características de una circulación convectiva plenamente desarrollada. Aunque la evolución del flujo no puede ser deducida matemáticamente con estas teorías, se puede dar una descripción cualitativa del inicio del fenómeno.

Alrededor de 10 años después del trabajo realizado por Bénard, Dauzere [14] realizó experimentos sobre convección con cera fundida. Él observó un decremento en el número de las celdas cuando se aumentaba el gradiente de temperaturas, es decir, el patrón de movimiento de celdas hexagonales se destruía para dar lugar a un movimiento de convección no uniforme. Otro trabajo hecho por Dauzere mostraba patrones tipo rollos cilíndricos irregulares y patrones con celdas circulares. Estas celdas circulares fueron la primera manifestación de las celdas tipo anillo; este tipo de celdas se presentaron en contenedores con la misma geometría que en el experimento de Bénard, pero con diferentes condiciones iniciales. Esto demostró experimentalmente la posibilidad de soluciones múltiples.

A mediados de los años treinta un gran número de investigaciones fueron hechas sobre movimientos convectivos en gases. Graham [15] planteó

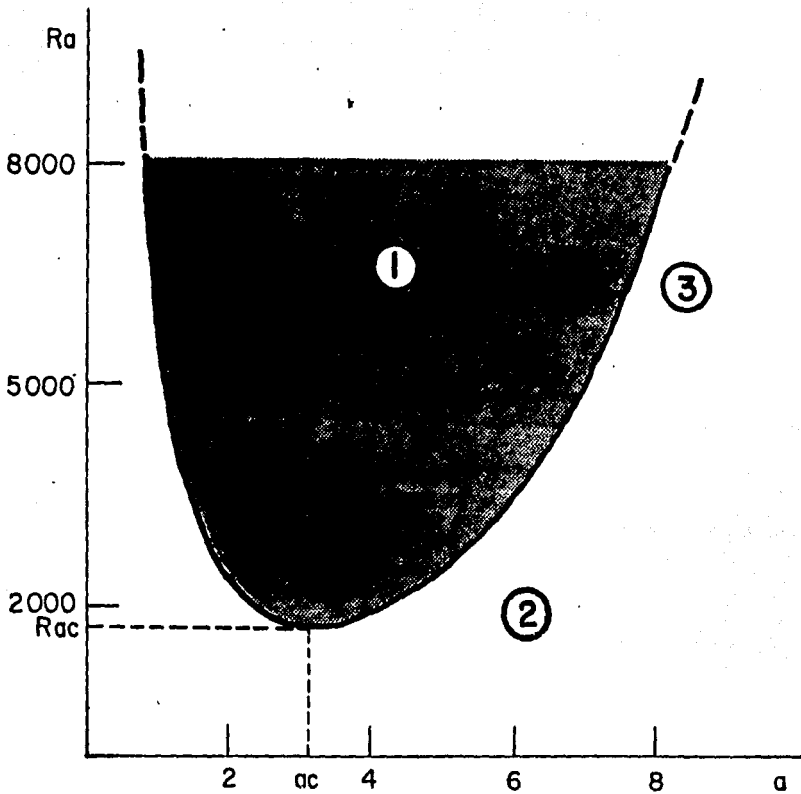


Figura 3.2. Curva de estabilidad marginal Ra v.s. a . $R_{ac}=1707$, $a_c=3.11$.

la existencia de polígonos irregulares y cilindros en una capa de aire calentada por su frontera inferior. El movimiento del aire fué visualizado agregando humo de cloruro de amonio. Bajo condiciones estables, el movimiento fué descendente en el centro de la celda, contrariamente al movimiento ascendente en los centros de las celdas en líquidos. Graham y Tippelskirch [16] argumentaron que la variación de viscosidades respecto a la temperatura ($\partial\nu/\partial T > 0$ en gases, y $\partial\nu/\partial T < 0$ en líquidos) era la causa de la dirección del movimiento. En otras palabras, Graham consideró que los movimientos convectivos en los líquidos empiezan donde la viscosidad es más baja, a saber, en el fondo en los líquidos y en la superficie en los gases. Actualmente, el conocimiento de las soluciones múltiples y la dependencia de las condiciones iniciales en las soluciones dan otro panorama, por lo que la sugerencia de Graham no necesariamente es cierta; en esta tesis se discuten estas ideas. Chandra [17] también trabajó con capas de aire, haciéndolas visibles con humo de tabaco. Con espesores de capas de 1 cm observó cilindros o polígonos hexagonales (hexágonos imperfectos) cerca del número de Rayleigh crítico. El movimiento en el centro de la celda era descendente. El diámetro de los polígonos se incrementaba cuando el gradiente de temperatura se aumentaba. Cuando la capa de aire era menor de 6 mm un tipo diferente de movimiento ocurría, al que se le llamó de Tipo II, y es una inestabilidad que ocurre a números de Rayleigh subcríticos. Actualmente existe mucha discusión alrededor de este punto. Experimentos con capas de aire son también descritos por Bénard y Asvec [18].

Otro conjunto de experimentos hechos en los años treinta fué relacionado con la transferencia de calor a través de un flujo convectivo. Schmidt y Milverton [19] descubrieron que el comienzo de la convección está acompañado de un súbito incremento en la transferencia de calor a través del líquido. El calor transferido en un fluido en reposo está acompañado por una conducción molecular y es linealmente proporcional al gradiente de temperaturas (ΔT). Cuando la convección comienza el calor es también transferido por el movimiento del fluido. Por lo tanto, un definitivo cambio en la curva de transferencia de calor debe ocurrir cuando se alcanza el gradiente de temperaturas crítico. Usando este concepto, Schmidt y Milverton [19] encontraron por primera vez una medida cuantitativa del número de Rayleigh crítico obteniendo el valor de $Ra = 1770 \pm 140$ para fronteras rígida-rígida y razón de aspecto grande. También hicieron un estudio óptico del movimiento de la capa entre dos placas translúcidas (superior e inferior). Observaron que una vez que la convección comenzaba una variación periódica y estable del índice de refracción ocurría en el fluido. Esto es debido a variaciones horizontales del gradiente de temperaturas vertical causado por el movimiento de las celdas.

Schmidt y Saunders [20] repitieron el experimento mencionado, encontrando un segundo cambio severo en la pendiente de la curva del número de Nusselt como función del número de Rayleigh, para números de Rayleigh alrededor de 45,000 argumentando que se debe a que el flujo se convierte en turbulento. De cualquier modo el aparato no fué lo suficientemente sofisticado para hacer válido este resultado. También continuaron los estudios ópticos de Schmidt y Milverton y observaron que el ancho de la celda fué cerca de dos veces la profundidad del líquido cuando el movimiento celular estaba bien establecido. Observaron que el índice de refracción tendía a variar periódicamente y que la longitud de onda era más grande en estado turbulento que en los primeros movimientos celulares.

Una medida muy exacta de la transferencia de calor de un flujo convectivo fué hecha por Silveston [21], quien uso cinco líquidos con diferentes viscosidades. El número de Rayleigh crítico que encontró fué de 1700 ± 51 . Del mismo modo que en el experimento de Schmidt y Milverton, cuando se alcanzaba el número de Rayleigh crítico un súbito incremento en la transferencia de calor aparecía con el inicio de la convección. La transferencia de calor se midió hasta valores supercríticos de números de Rayleigh $\approx 10^6$ obteniéndose la curva de la figura 3.3. La incertidumbre en el número de Nusselt y en el número de Rayleigh es de 3% y 10% respectivamente. Medidas más recientes hechas por Pallas [22] confirmaron la curva de la figura 3.3 excepto por el rompimiento en la pendiente de la curva para el número de $Ra = 3 \times 10^4$. Más mediciones de la transferencia de calor a través de pequeñas capas de aceite de silicón, agua y mercurio fueron hechas por Rossby [23]. Él determinó el flujo de calor midiendo la caída de temperatura a través de una capa epóxica (barrera térmica), puesta entre la fuente de calor y el plato inferior, así como entre la placa superior y el sumidero de calor. Desafortunadamente el fluido de trabajo estaba en medio de dos placas poco conductivas siendo que la conductividad del agua es por lo menos 3 veces mayor y la del mercurio unas 50 veces. Los números de Rayleigh críticos para el aceite de silicón, agua y mercurio fueron de 1810, 1760 y 1680 respectivamente. La curva de transferencia de calor es muy similar a la de Silveston en el caso del aceite de silicón; habiendo encontrado pequeñas desviaciones en las del agua y desviaciones muy grandes para el mercurio.

En muchos de los experimentos en los que la visualización es posible, las fronteras superior e inferior son de materiales transparentes cuya conductividad no es alta, existiendo así una discrepancia con la teoría, ya que siempre supone que las fronteras tienen conductividad infinita. Una excepción de esto fueron los trabajos llevados a cabo por Krishnamurti [24] quien uso un rayo de luz colimado, partículas de aluminio como trazadores, y una cámara diseñada para que las diferentes partes del flujo fueran enfocadas a través de las paredes laterales en diferentes fotografías. Esto le hizo posible lograr una medida muy exacta en la transferencia de calor, y al mismo tiempo observar la naturaleza del flujo.

Debido a la posibilidad de soluciones múltiples, es importante fijar cuidadosamente las condiciones de frontera en los experimentos. Muchos experimentalistas hacen las observaciones con condiciones iniciales no controladas y esto causa incertidumbre en la forma del patrón inicial. El problema ha sido estudiado, con el propósito de compararlo con la teoría. Chen y Whitehead [25], y Busse y Whitehead [26], colocaron una malla y un foco alejado de ésta 1.5 m, con el fin de calentar el fluido ligeramente. La malla proyectaba franjas iluminadas sobre la celda, calentando solo ciertas regiones. La malla fué quitada cuando se alcanzó el número de Rayleigh adecuado para ese experimento. Aunque la perturbación debida a la malla fué menor de 0.05°C , fué suficiente para iniciar la convección y generar flujos cilíndricos de una longitud de onda igual al espaciamiento de la malla. Para números de onda en la cercanía del número de onda crítico pero no estrictamente iguales, los cilindros permanecen estables para números de Rayleigh menores de 22600. Estos experimentos fueron llevados a cabo con aceites con número de Prandtl alto ($Pr > 20$).

En la convección de Rayleigh-Bénard para placas infinitas, se espera que se presente un patrón de movimiento en estado estable de cilindros

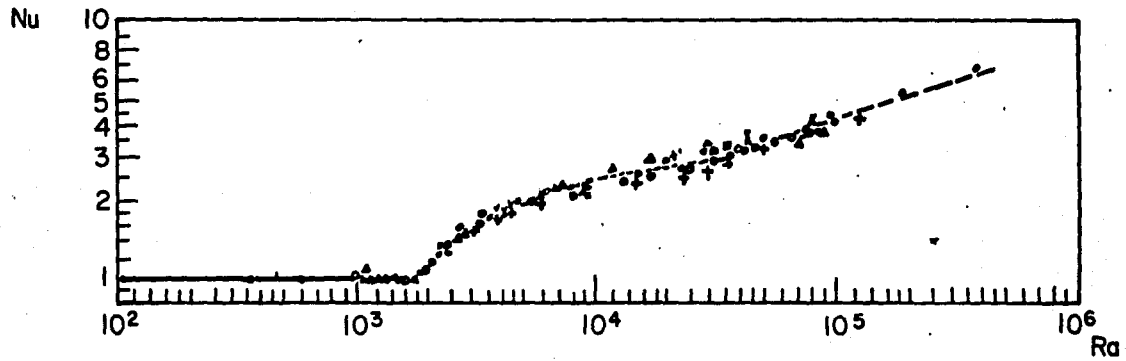


Figura 3.3. Número de Nusselt como función del número de Rayleigh. Tomada de Silveston [17].

paralelos para condiciones de número de Rayleigh ligeramente por encima del número de Rayleigh crítico. Sin embargo, para números de Rayleigh superiores, muchas han sido las inestabilidades térmicas que se han visto tanto experimental como numéricamente. La idea es dar una breve descripción y mostrar por medio de la figura 3.4 las fotografías de algunas inestabilidades visualizadas experimentalmente con la técnica de sombras. Durante los experimentos las razones de aspecto infinitas se aproximan con cavidades con η_x y η_z de aproximadamente 100.

Para valores del número de Rayleigh arriba del crítico, la inestabilidad Eckhaus representa un mecanismo puramente bidimensional en forma de cilindros, y está restringida a un rango de números de onda estables alrededor del número de onda crítico (Busse [29]); también se dá a números de onda mayores dentro de un intervalo pequeño con un número de Prandtl menor que la unidad (Tabla 3.1).

Las inestabilidades zig-zag y de rollo cruzado (cross-roll) han sido mencionadas por Schlüter, Lortz y Busse [27], discutidas más ampliamente por Busse [28, 29], y observadas experimentalmente por Busse y Whitehead [26]. La inestabilidad zig-zag es un doblamiento de los cilindros originales formando un patrón de cilindros ondulados. Se presenta para números de onda arriba del crítico, números de Prandtl mayores a dos y para números de Rayleigh arriba de 8000. La inestabilidad de rollo cruzado al igual que la zig-zag, aparece para números de Prandtl mayores a dos. La inestabilidad de rollo cruzado se define como la presencia de cilindros que emergen perpendicularmente a los cilindros originales para números de onda entre el valor crítico y 1.2, con un número de Rayleigh entre 2.8×10^4 y 3.6×10^4 . Presentan una alta tasa de transferencia de calor debido a un eficiente modo de mezclado. Para valores intermedios del número de onda (2.3-5.9) los cilindros presentan una inestabilidad denominada "bimodal" que es una solución estacionaria tridimensional entre los números de Rayleigh 20000 y 70000, con un número de Prandtl de 16. Este tipo de inestabilidad ha sido estudiada y discutida por Rossby [23], Krishnamurti [24, 30], Willis [31], Busse [29].

Para números de Prandtl intermedios (2-10) y un número de Rayleigh entre 4.4×10^4 y 5.5×10^4 , se encontró la inestabilidad denominada nudo (knot) (Busse y Clever [32]); esta causa una transición a otra inestabilidad denominada rayo (spoke) a altos números de Rayleigh ($\approx 9 \times 10^4$) y número de Prandtl de 16. La inestabilidad oblicua (skewed-varicose), se forma a números de onda de 1.38, y números de Rayleigh del orden de 1.1×10^4 . Estas inestabilidades coinciden en forma cualitativa con la teoría (solución numérica) desarrollada para placas infinitas. Ambas inestabilidades desaparecen para números de Prandtl bajos (≈ 2) y altos (≈ 16). En contraste con la inestabilidad oblicua, la inestabilidad nudo cae en una nueva forma convectiva denominada rayo. La inestabilidad nudo produce la transición desde la convección bimodal a la inestabilidad rayo (Busse y Whitehead [33]). La inestabilidad rollo cruzado, originando la convección bimodal, tiene normalmente grandes razones de crecimiento, pero finalmente siempre es suprimida por la inestabilidad nudo en la región donde ambas pueden ocurrir. Por otro

1

Los nombres que se utilizarán en este trabajo para las inestabilidades se tradujeron de manera aproximada de los artículos originales.

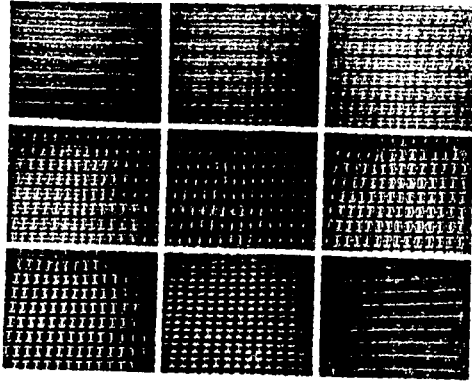


Figura 3.4a. Inestabilidad Bimodal $Pr=450$, $Ra=65000$, $a=3.4$. El tiempo entre la primera y la última imagen es de 4 horas. Tomada de Busse et.al. [26].

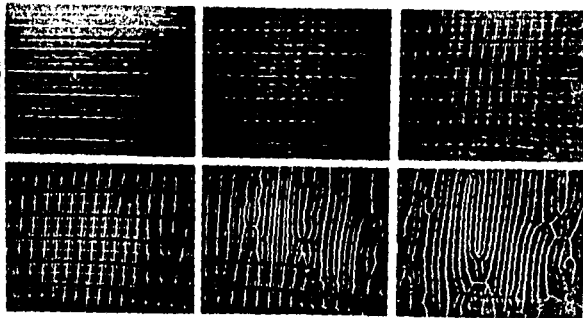


Figura 3.4b. Inestabilidad Rollo cruzado $Pr=450$, $Ra=24000$, $a=2.09$. El tiempo entre la primera y la última imagen es de 25 minutos. Tomada de Busse et.al. [26].

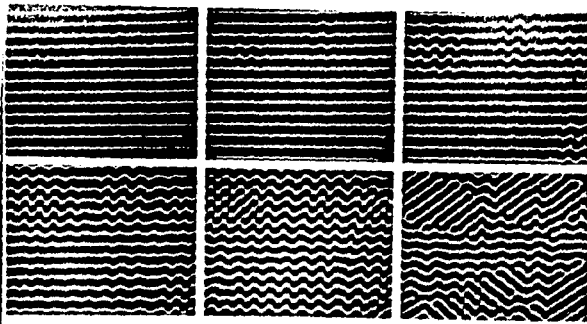


Figura 3.4c. Inestabilidad Zig-Zag $Pr=450$, $Ra=36000$, $a=2.2$. El tiempo entre la primera y la última imagen es de 72 minutos. Tomada de Busse et.al. [26].

lado, los patrones regulares tipo rayo permanecen estables solo cuando la longitud de onda de los cilindros básicos es grande. De otra manera la inestabilidad oblicua modificaría el patrón rayo. Las observaciones experimentales indican que las diferentes inestabilidades de cilindros convectivos bidimensionales continúan operando en aquellas regiones donde los cilindros ya han sido reemplazados por una forma convectiva tridimensional. A valores relativamente grandes del número de onda, la inestabilidad nudo, no difiere mucho de la inestabilidad rollo cruzado, la cual limita la región de estabilidad de los cilindros hacia números de onda grandes (Busse y Clever [34]). La inestabilidad oscilatoria-par fue observada experimentalmente por Willys y Deardorff [31] y descrita teóricamente por Busse [35]. Esta inestabilidad se manifiesta como ondas que se propagan a través del eje del cilindro. La existencia de las inestabilidades oblicua y la oscilatoria han sido confirmadas experimentalmente, pero la evolución de los flujos resultantes a partir de su comienzo no ha sido estudiada con técnicas capaces de resolver la estructura espacial en forma cuantitativa. Existen dos inestabilidades más, encontradas por Bolton, Busse y Clever [36]; estas son resultados de experiencias numéricas en placas infinitas, aunque también se han visto experimentalmente (Busse [33]). Estas inestabilidades son transiciones que ocurren para llevar al flujo de la convección bimodal a una tipo rayo. La inestabilidad más vista es la BE1, debido a que en gran parte de los experimentos se usa un número de Prandtl arriba de 10, donde este patrón es dominante. Para números de Prandtl bajos entre 2 y 6 se tiene que la inestabilidad BO2 domina el movimiento, mientras que para número de Prandtl entre 6 y 12 domina la inestabilidad BE1. Si se continúa aumentando el número de Rayleigh nuevas inestabilidades no determinadas van presentándose hasta alcanzar un flujo turbulento.

A manera de resumen, podemos enmarcar en la Tabla 3.1 las inestabilidades que se han encontrado para placas horizontales de longitud infinita.

INESTABILIDAD	NUMERO DE PRANDTL	NUMERO DE ONDA
Rollo cruzado	$1.1 \leq Pr$	$\geq ac$
Nudo	$1.1 \leq Pr \leq 10$	$\geq ac$
BO2	$2 \leq Pr \leq 8$	$< ac$
BE1	$7 \leq Pr \leq 12$	$< ac$
Zig-zag	$2 \leq Pr$	$< ac$
Oscilatoria	$Pr \leq 2.5$	$\leq ac$
Eckhaus	$Pr \leq 1$	$> ac$
Oblicua	$Pr \leq 30$	$< ac$

Tabla 3.1. Inestabilidades para fronteras rígidas y razón de aspecto grande (Busse [36]).

Hasta aquí se ha discutido en forma general las inestabilidades que se han encontrado únicamente para placas infinitas, y la fuerte dependencia que existe entre estas y los números adimensionales Rayleigh, Prandtl y número de onda. En la figura 3.5 (Craik [37]) se aprecian las regiones donde se encuentran localizadas las inestabilidades.

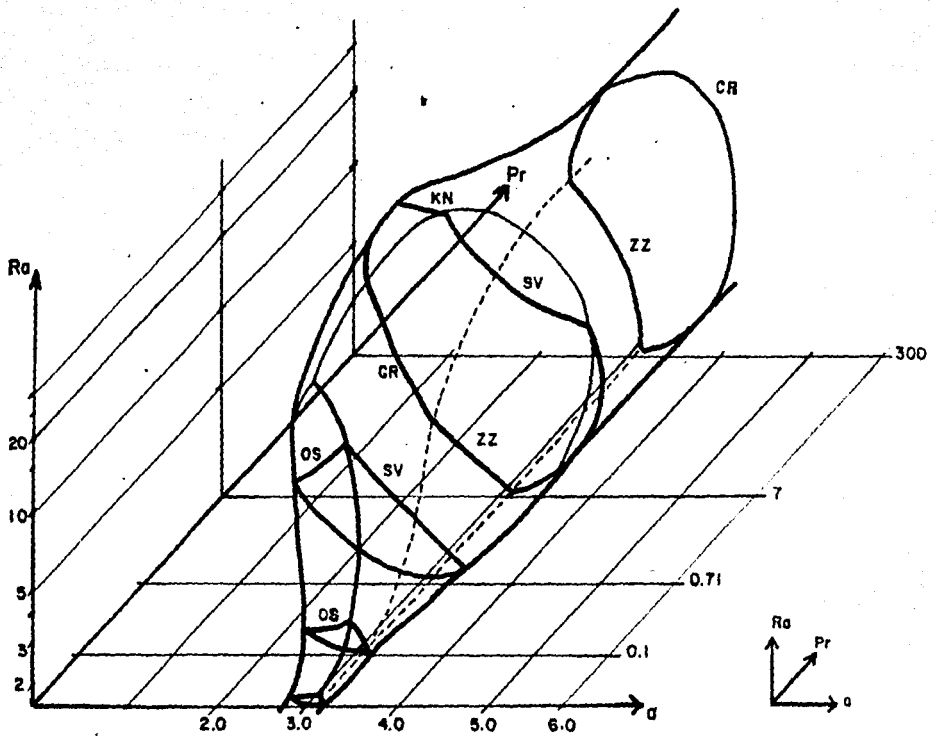


Figura 3.5. Espacio paramétrico Ra , Pr , a para una celda con η_x , y η_z mayor que 100. CR rollo cruzado, ZZ zig-zag, OS oscilatoria, SV oblicua, KN nudo. Tomada de Craik [37]

3.2 CAVIDADES CON RAZON DE ASPECTO DE APROXIMADAMENTE UNO.

En lo referente al estudio del fenómeno en una geometría pequeña, algunos autores han identificado inestabilidades similares a las encontradas para placas infinitas, además de algunos otros efectos como oscilaciones periódicas múltiples. De cualquier modo, el dominio de los efectos de flotación en cavidades con razones de aspecto pequeñas, ha hecho imposible la comparación cualitativa de los resultados experimentales con la teoría computacional, a excepción de casos especiales.

Las cavidades con razón de aspecto pequeña se han agrupado en términos generales en dos tamaños: cavidades con razón de aspecto entre 5 y 15 aproximadamente, y aquellas con razón de aspecto de 5 o menos. En estas cavidades es importante la influencia que las paredes ejercen en las facetas de formación y la dependencia con el tiempo. Ya que existe una considerable evidencia de que los detalles del patrón espacial del flujo influyen fuertemente en el fenómeno de dependencia con el tiempo, es importante entender el patrón de flujo espacial en detalle como lo apuntan Gollub y Benson [38], y Behringer [39]. En contenedores pequeños ($5 < \eta_x, \eta_z < 15$), los cambios en el patrón de flujo son severamente restringidos por las fronteras y el flujo llega a ser dependiente del tiempo de una manera similar a lo que se observó en los sistemas dinámicos de baja dimensión (Gollub y Benson [38]; Maurer y Libchaber [40]; Dubois y Berge [41]). En contraste, parece poco probable que para capas de fluido de razón de aspecto grande, la dinámica esté apegada a los sistemas dinámicos de baja dimensión. Por otro lado las cavidades con razón de aspecto entre 5 y 15 se consideran un paso intermedio entre las cavidades cuando $\eta_x, \eta_z \rightarrow \infty$ y $\eta_x, \eta_z \rightarrow 0$. Estas son lo suficientemente grandes para poder observar cambios en el patrón de flujo antes de que comience un movimiento caótico dependiente del tiempo y lo suficientemente pequeñas para observar la influencia de las paredes (Kolodner, Walden, Passner y Surko [42]). Las transiciones entre patrones de flujo ocurren a números de Rayleigh y de onda cualitativamente similar con las predicciones para la teoría de placas infinitas. La inestabilidad oblicua y la nudo, desaparecen cuando se tiene razón de aspecto finita, a números de Rayleigh 30% superiores de los predichos para placas infinitas. Por otro lado, el inicio de la inestabilidad rollo cruzado se encuentra ligada de algún modo a las condiciones de frontera, mientras que la convección bimodal aparece debido al incremento en el número de Rayleigh y principalmente el inicio de esta inestabilidad se da en las esquinas del contenedor a algunos números de Rayleigh abajo de los predichos para la teoría de placas infinitas (Kolodner, Walden, Passner y Surko [42]). Así, la convección bimodal es iniciada por la inestabilidad rollo cruzado y hace que se formen cilindros a un ángulo recto con respecto a los originales. Se da aproximadamente a un número de Rayleigh igual a 12 veces el número de Rayleigh crítico. Cuando el número de Rayleigh es 100 veces el Rayleigh crítico los números de Rayleigh y Prandtl no parecen ser suficientes parámetros para definir el sistema. Con modelos numéricos bidimensionales se ha podido estimar las modificaciones en el transporte de calor debidas a inestabilidades tridimensionales. Por ejemplo, cuando se inicia la inestabilidad de rollo cruzado o la nudo, el número de cilindros originales se ven disminuidos con lo que el transporte de calor se reduce también. Las variaciones en la transferencia de calor se asocian a los diferentes patrones de movimiento. En la convección bimodal, el transporte de calor es perturbado por la aparición de la inestabilidad rollo cruzado. Cuando el flujo se vuelve dependiente del

tiempo, no parece tener ningún efecto intrínseco del número de Nusselt promedio, a menos que esté asociado con cambios significativos en el patrón de movimiento (Kolodner, Walden, Passner y Surko [43]). Las observaciones de los flujos muy cerca del número de Rayleigh crítico confirman que el flujo es tridimensional como lo sugirió Edwards [44] y Greenside y Coughran [45]. Para números de Rayleigh grandes, es claro que los modelos tridimensionales son requeridos para describir las propiedades del flujo, incluyendo el transporte de calor. Para números de Rayleigh intermedios, se ha mostrado que un modelo bidimensional provee una buena aproximación de las propiedades del transporte de calor, siempre y cuando se consideren condiciones de frontera adecuadas. Es probable que las discontinuidades que aparecen en las curvas experimentales del transporte de calor reportadas, estén asociados con las transiciones en el patrón de flujo; por lo menos hasta un número de Rayleigh menor o igual a 80 veces el número de Rayleigh crítico. Quizás existan también cambios estructurales en el flujo turbulento que expliquen las discontinuidades de la derivada en la curva del número de Nusselt v. s. el número de Rayleigh. En forma general se puede afirmar que para números de Rayleigh mucho mayores que el número de Rayleigh crítico y número de Prandtl ≤ 10 transiciones de patrones de movimiento en forma de cilindros con un pequeño número de onda (pocos cilindros) son estimuladas por inestabilidades como la nudo y la oblicua (Kolodner et. al. [43]). A medida que el número de Rayleigh es incrementado el patrón de movimiento va cambiando de forma. En el periodo en el que el número de Rayleigh es aumentado, la distorsión del patrón se empieza a dar pero de manera muy lenta, mientras que el flujo de calor permanece constante. Después, en un periodo de unas cuantas veces la difusión vertical, un cilindro o a veces un par desaparece del patrón original. En seguida de la transición, los cilindros que quedaron se reacomodan formando nuevamente cilindros paralelos con un número de onda aproximadamente uniforme. Después de muchas transiciones más, muchas inestabilidades pueden ser encontradas cuando el número de Rayleigh es incrementado, las cuales resultan en complicados patrones tridimensionales o comportamientos dependientes del tiempo o ambos. Para números de Prandtl ≥ 10 y Rayleigh mucho mayores que el número de Rayleigh crítico la primera inestabilidad encontrada es la rollo cruzado la cual llega a la convección bimodal en la que los cilindros paralelos son creados en la capa de fluido y superimpuestos en ángulo recto a los cilindros originales (Kolodner, Walden, Passner y Surko [43]).

En lo referente a los estudios numéricos, se ha encontrado que las mediciones experimentales del número de Rayleigh crítico no ha sido lo suficientemente exacta como para la validación de algún modelo. De cualquier modo es conveniente examinar las diferencias entre valores de número de Rayleigh crítico (como función del número de onda) calculados para muchos modelos numéricos.

Una gran variedad de modelos para determinar el número de Rayleigh crítico han sido estudiados numéricamente. Aunque los estudios individualmente no han reunido los parámetros o las condiciones de frontera de los experimentos, conjuntamente estos proveen una imagen razonable. Los valores para el número de Rayleigh crítico derivados o extrapolados de muchos de estos modelos se muestran en la Tabla 3.2. Valores de número de Rayleigh crítico en un recipiente rectangular con paredes laterales perfectamente conductoras fueron calculados por Davis [13] y por Catton [46], usando funciones de prueba, con un método de Garlekin que daba un valor máximo para el número de Rayleigh crítico.

Muchos estudios numéricos de Davis-Jones [47], para cajas rectangulares con condiciones de frontera libre, con paredes o conductoras o aisladas; o Charlson y Sanl [48] para una caja cilíndrica; o Catton [46, 49] con una razón de aspecto muy pequeña, indicaron que el número de Rayleigh crítico para paredes conductoras o aisladas e incluso con una gran variedad de razones de aspecto no difieren mucho una de otra.

RAZON DE ASPECTO	TEORICO			EXPERIMENTAL
	PAREDES CONDUCTORAS	PAREDES AISLADAS		
CATTON [43]	CATTON [44]	B.F. EDWARDS [48]		STORK [56]
2 x 6	2271	1998	1985	2153
3 x 6	2100	1878	1793	1912
6 x 6	1991	1796	1766	1844

Tabla 3.2. Números de Rayleigh crítico para algunas razones de aspecto.

En la exploración de los efectos de las paredes laterales con una conductividad finita Davis-Jones [47] demostró que el "finite roll" de las funciones de prueba usadas en el cálculo con el método de Garlekin no es una solución exacta del problema de convección linealizado, y que la solución real siempre da valores más bajos del número de Rayleigh crítico para cualquier condición de frontera lateral.

Luijckx y Platten [50] extendieron el trabajo de Davis [13], Catton [51] y Davis-Jones [47], a través del uso de cálculos totalmente tridimensionales para cavidades rectangulares con paredes laterales aisladas y placas horizontales infinitas. Edwards [44] empezó con las mismas funciones de expansión de velocidad usadas por Catton [46] para una caja con paredes laterales aisladas, obteniendo cilindros paralelos de estructura tridimensional. La solución exacta de un fluido confinado debe de ser tridimensional aún para el principio de la convección como lo probaron Davis-Jones [47], Frick y Clever [52]. Para cavidades con baja razón de aspecto, solo pocas soluciones con diferentes números de cilindros existen. En los experimentos de Gollub y Benson [38] se observaron diferentes flujos con el mismo número de cilindros. Aunque las diferencias entre flujos son relativamente pequeñas, cada una de las configuraciones parece ser estable por un periodo razonable de tiempo; esto es explicado por la influencia de las diferentes condiciones iniciales en los experimentos. Las condiciones iniciales también son críticas en el estudio de las transiciones de flujos dependientes del tiempo para cajas pequeñas, que ocurren cuando se incrementa el número de Rayleigh. Variando el número de Prandtl, la geometría y las condiciones iniciales, Gollub y Benson [38] identificaron cuatro distintas secuencias de inestabilidades en el flujo convectivo: dos o tres frecuencias independientes, el fenómeno "phase locking" de estas frecuencias, flujos intermitentes no periódicos y bifurcación de desdoblamiento de periodo para flujo periódico. Subarmónicos fueron también observados por Jäger [53] en experimentos con una geometría similar. Las relaciones generales entre la estructura espacial del flujo y el comportamiento dinámico del sistema son aún desconocidas. Además de los resultados experimentales,

las simulaciones numéricas de flujos tridimensionales para pequeñas cavidades proveen importante información acerca del inicio de las diferentes inestabilidades. Los datos de los campos de temperatura y velocidad obtenidos para flujos dependientes del tiempo dan información detallada del comportamiento espacial y temporal del campo. Cálculos hechos por Upson [54], mostraron un flujo de convección oscilatoria en una cavidad con paredes adiabáticas. La frecuencia calculada esta de acuerdo con los experimentos hechos por Maurer y Libchaber [55]. Por otro lado, se han calculado líneas de corriente para cavidades pequeñas, con paredes laterales conductoras y aisladas, encontrando para las primeras, que el flujo empieza en el centro de la celda y termina en las esquinas de la cavidad. Para paredes adiabáticas las líneas de corriente empiezan en el centro de la celda y terminan en los extremos de estas, recirculándose hacia el centro. Es importante notar que efectos como intercambios de masa entre cilindros vecinos, la estructura elíptica de los cilindros, y los vórtices secundarios no pueden ser detectados con un sistema bidimensional (Kessler [56]). En este tipo de cavidades se han determinado algunos valores de número de Rayleigh crítico para flujos dependientes del tiempo tanto experimentales como numéricos en diferentes razones de aspecto, por ejemplo los mostrados en la Tabla 3.3.

Nº DE PRANDTL	Nº DE RAYLEIGH	PARED ADIABATICA	PARED CONDUCTORA	EXP	NUM	REF
0.71	33,200 ± 50	-	x	-	3D	[53]
0.71	33,400 ± 50	x	-	-	3D	[53]
7.0	39,000 ± 100	x	x	-	3D	[53]
7.0	34,000	-	x	x	-	[50]
2.5	29,000 ± 1700	-	x	-	2D	[34]
0.71	23,500 ± 50	-	x	-	2D	[36]

Tabla 3.3. Valores del número de Rayleigh crítico para flujos dependientes del tiempo.

Importantes preguntas permanecen aún sin contestar para número de Rayleigh menores a cuando aparecen las inestabilidades secundarias. ¿Como se acomoda la estructura de los flujos cilindricos con la frontera en grandes sistemas donde en las variaciones del campo de velocidades se permite el juego de las tres dimensiones espaciales?. ¿Cuales son los mecanismos de evolución del patrón?. ¿Como afectan pequeñas perturbaciones la estabilidad del rollo?.

En este estudio se hará una modesta contribución al entendimiento de flujos discutidos en este capítulo; la respuesta a las preguntas planteadas en el parrafo anterior requerirá de amplios estudios en un espíritu similar al del presente trabajo.

CAPITULO 4

METODOS OPTICOS PARA VISUALIZACION DE FLUJOS.

4.1 CLASIFICACION GENERAL.

La visualización de flujos es una de las principales herramientas en los estudios experimentales de mecánica de fluidos. Amplias discusiones sobre este tipo de métodos se pueden encontrar en referencias como Merzkirch [57] y Grigull [58]. Los métodos de visualización de flujos se pueden clasificar en tres grupos. Los primeros son aquellos en los que al fluido se le agrega alguna substancia como trazador para que siga el movimiento del flujo. Las partículas deben ser visibles, y si además son muy pequeñas, se puede suponer que el movimiento de las partículas es el mismo que el del flujo en dirección y magnitud. Estos métodos permiten encontrar resultados fácilmente sobre todo en flujos en estado permanente. El segundo grupo está relacionado con el cambio que sufren las propiedades ópticas de los fluidos debido a sus movimientos o gradientes térmicos. Ya que el índice de refracción es función de la densidad y la temperatura, flujos compresibles o no-isotérmicos pueden ser visualizados por métodos ópticos sensibles al cambio en el índice de refracción. El campo del flujo con variaciones de densidad es en términos ópticos, el objeto fase; esto es, un rayo de luz transmitido a través de ese objeto es afectado con respecto a su fase debido al cambio en el índice de refracción. Es importante enfatizar que el cambio en la fase de la onda electromagnética es independiente del cambio en su amplitud. La atenuación en la intensidad de la luz es el resultado del cambio en la amplitud de la onda y se mide usando el parámetro de extinción. Las perturbaciones de fase y amplitud de la luz debidas a su interacción con la materia, se sintetizan en el marco de la teoría clásica electromagnética con la introducción del concepto de índice de refracción complejo (Siegel y Howel [59]). El tercer grupo es una combinación de los dos anteriores. En este caso lo que se le añade al flujo es energía en forma de calor o de descarga. Debido al incremento de energía, ciertos elementos pueden ser distinguidos del resto del fluido. En ocasiones, el nivel de energía es tal que los elementos del fluido marcados llegan a ser luminosos por ellos mismos y por lo tanto pueden ser vistos directamente.

Con la aplicación de los métodos ópticos, se evita la perturbación del patrón de flujo debido a la presencia de los sensores; esto explica el creciente interés en los métodos ópticos. La información del proceso de interacción de la luz con el flujo puede ser obtenida de dos formas:

- 1.- Recibiendo la luz transmitida a través del flujo y comparandola con su estado original.
- 2.- Grabando la luz que es reflejada en una dirección específica en cierto punto en el interior del flujo

Atendiendo a la propiedad de la luz que es modificada, se puede hacer la siguiente clasificación de los métodos de medición (Merzkirch [57]):

CANTIDAD MODIFICADA Y MEDIDA

METODO DE MEDICION

Amplitud	Medida de extinción
Dirección	Técnica de sombras (shadowgraph), métodos estrioscópicos
Frecuencia	Doppler, métodos estrioscópicos.
Fase	Interferometría

Algunas de las ventajas que tienen los métodos ópticos son que las mediciones prácticamente no perturban el flujo, si la energía absorbida por el medio es muy pequeña comparada con la del sistema. Además, excepto en el método de visualización con trazadores, los cambios rápidos en el flujo pueden ser seguidos con mucha exactitud. Se puede tener toda la información almacenada en fotografías o videograbaciones, y se puede extraer la información de cada punto en un campo completo a partir de una fotografía o un cuadro de videocinta. Las mediciones bajo estos métodos son de gran sensibilidad y exactitud con respecto a otras técnicas como termopares, termistores, anemómetros de hilo caliente, etc. Sin embargo, también se tienen algunas desventajas, por ejemplo: el medio bajo consideración debe ser transparente a la radiación, las dimensiones físicas del sistema deben ser relativamente pequeñas, el flujo debe estar encerrado entre paredes con calidad óptica, etc. Además los métodos ópticos relacionados con la medición del índice de refracción requieren de cálculos subsecuentes para la interpretación de los resultados (Hauf y Grigull [58]).

Los métodos ópticos también pueden ser clasificados de acuerdo al número de puntos en los que se pueden medir propiedades del flujo simultáneamente, es decir métodos unipuntuales y multipuntuales. Mediciones de velocidades en un solo punto son usualmente hechas con anemometría laser. La resolución espacial de estos instrumentos es aproximadamente de 1 a 2 mm en la dimensión del eje mayor que forman los haces de luz al cruzarse, su exactitud alrededor de 0.1% a 1% , y su respuesta de frecuencia esta determinada esencialmente por el tiempo que requiere el trazador para atravesar el volumen de medición. Se pueden hacer arreglos especiales de métodos puntuales para medir al mismo tiempo varios puntos. En la actualidad se hacen esfuerzos por construir anemómetros laser multipuntuales. Sin embargo estos caminos están limitados por el costo y por la perturbación que se provoca al flujo. Los métodos multipuntuales de visualización de flujos proveen información valiosa acerca del comportamiento global del flujo, pero usualmente no se emplean para la obtención de datos cuantitativos. En la utilización para la estimación de la velocidad, normalmente se tienen errores alrededor de un orden de magnitud mayor al que se tiene con los métodos puntuales, del 1% al 10% de exactitud y alrededor de 10 mm de resolución. Los métodos multipuntuales más comunes son: partículas y tintas trazadoras, fotografía Schlieren e interferometría. hilos de burbujas de hidrógeno, humo, etc.

La utilidad de las técnicas de formación de imágenes es obvia en el estudio de flujo en dos fases o más, donde es natural que se siga el movimiento de partículas, o materia suspendida. Si se quisiera estudiar un medio monofásico con trazadores, estos no deben perturbar el flujo, por lo que se requiere que tengan las siguientes propiedades: flotabilidad neutra, ser pequeñas comparadas con la distancia

característica de los gradientes de velocidad, y de forma esférica de tal manera que su interacción con el flujo sea isotrópica. El número de partículas debe ser suficientemente grande para poner en evidencia los detalles del flujo, pero suficientemente pequeño para no modificar la dinámica del flujo monofásico. En flujos de fácil determinación, la necesidad de una medición en muchos puntos no es estrictamente necesaria ya que se puede obtener información global con la medición de pocos puntos correctamente distribuidos. Sin embargo, cuando el flujo es complejo o inestable las técnicas unipuntuales o de pocos puntos son insuficientes. Las técnicas multipuntuales son capaces de proveer fotografías instantáneas del campo de flujo, información que es muy útil en el estudio de flujos turbulentos, donde es reconocido que los registros instantáneos del flujo pueden tener semejanzas con la estructura promedio. La necesidad de estudio de las estructuras coherentes instantáneas no promediadas ha sido una de las motivaciones primarias para el desarrollo de métodos de medición multipuntual (Adrian [60]). En este trabajo se utilizaron dos de los métodos descritos anteriormente, que serán discutidos más ampliamente en las secciones siguientes.

4.2 MEDICION DE VELOCIDAD POR MEDIO DE TRAZADORES (Método multipuntual).

La determinación de la velocidad de los flujos por medio de trazadores involucra la medición del desplazamiento de estos en un intervalo de tiempo conocido, esto es:

$$u_p = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad (4.1)$$

donde u_p es la velocidad promedio y x_1 ($i = 1, 2$) es la posición de la partícula al tiempo t_1 . En el límite cuando $t_2 \rightarrow t_1$, la velocidad promedio es la velocidad instantánea.

El desplazamiento $\Delta x = x_2 - x_1$ es encontrado por el monitoreo del movimiento de un trazador que presumiblemente se mueve con el fluido. Típicamente, el trazador es un sitio de dispersión óptico tal como una partícula sólida, una burbuja gaseosa en un flujo líquido, o una gota líquida en un flujo gaseoso. En experimentos a escala de laboratorio, las partículas pueden ser tan pequeñas como una fracción de micra o tan grandes como milímetros, dependientes de la magnitud característica del flujo. En las técnicas de formación de imágenes los tiempos t_1 y t_2 son fijos y lo que se mide es la posición de la partícula x_1 y x_2 . Por ejemplo, en un sistema de doble exposición la partícula es iluminada con pulsos de luz a los tiempos t_1 y t_2 , las imágenes son grabadas ópticamente, y la distancia que viaja la partícula, $\Delta x = x_2 - x_1$, es determinada por la distancia entre puntos en las imágenes. El intervalo de tiempo que permite obtener información de manera óptima, está determinado por el tiempo característico del fenómeno. Los flujos laminares en estado permanente normalmente requieren intervalos relativamente largos mientras que flujos turbulentos requieren tiempos cortos.

Los sistemas de formación de imágenes con partículas codifican la luz a un tiempo. Existen muchas formas de codificación de la luz. El código más simple es el código de línea, en el cual un solo pulso largo ilumina los trazadores, y las imágenes de los trazadores sobre el medio

de grabación forman líneas cuyas longitudes son proporcionales a la velocidad de la partícula. La duración del pulso largo es $t_2 - t_1$. Una iluminación estable también puede ser usada, y el obturador es el que determina el tiempo de separación $t_2 - t_1$. Pulsos cortos pueden ser utilizados en varias combinaciones, la más simple es cuando se tiene un sistema de doble pulso. El principal propósito de la codificación es identificar el comienzo del tren de pulsos, que determina la dirección del movimiento del fluido (Adrian [60]).

La iluminación puede tomar la forma de una delgada hoja de luz plana (típicamente de 1 a 10 mm de espesor) o bien, se puede iluminar todo el volumen de interés. Esta última forma de iluminación es necesaria cuando se desean mediciones tridimensionales, pero presenta una restricción debida a la alta concentración de partículas en el campo de visión y a la falta de resolución en profundidad. Un plano de iluminación permite normalmente un número suficiente de partículas por unidad de área, y por lo tanto información de velocidad. La duración del pulso de luz determina el tiempo de exposición de las imágenes de los trazadores. Los laser pulsados son capaces de producir pulsos muy cortos, y por lo tanto permiten la medición de velocidades muy altas. Los obturadores de las cámaras tienen tiempos mínimos de exposición de alrededor de un millsegundo, que es aproximadamente cuarenta mil veces más lento que el pulso del rayo laser.

Las imágenes pueden ser grabadas en dos o tres dimensiones. Grabaciones bidimensionales pueden hacerse usando película fotográfica, placas fotográficas, cámaras de video o películas termoplásticas. Estas últimas son un medio de fotografía electrónica reutilizable. Imágenes estereográficas son hechas usando técnicas de fotografía tradicional con dos cámaras para lograr mediciones tridimensionales.

Existen muchos métodos para el análisis de las imágenes grabadas. Por ejemplo, se tiene la técnica de imagen por imagen que consiste via una cámara de TV y un sistema de digitalización, enviar la imagen a una computadora. Una vez convertida a información digital se usa software de procesamiento de imágenes para definir y localizar los centroides de las partículas y medir la distancia entre imágenes de una misma partícula. El principal problema de esta técnica es determinar la identidad de las imágenes que pertenecen a la misma partícula. Cuando existen muchas marcas por unidad de área grabada, esta técnica consume mucho tiempo. Por ejemplo una fotografía de 120 mm x 100 mm con 10 marcas por milímetro cuadrado tiene 12×10^4 imágenes de partículas. Si se requiriera un segundo para determinar el desplazamiento de cada partícula, el tiempo total de análisis de la fotografía sería de treinta horas. El principio de operación de esta técnica es uno de los más antiguos y simples en el análisis de flujos (Van Dyke [61]).

Los planos de iluminación son útiles con el método de seguimiento de partículas para definir el movimiento del fluido en el plano. Sin embargo, esta técnica presenta algunas dificultades en flujos con características fuertemente tridimensionales. Una solución a este problema fué dada por Kobayashi y Yoshitake [62], quienes usaron partículas fluorescentes, estimuladas por un pulso de luz que dejan una estela de su movimiento. Para la determinación de la velocidad se mide el tamaño de la estela, que incluso muestra la dirección del movimiento. Una variación de estas técnicas es el uso de cámaras estereoscópicas que pueden medir trayectorias de las partículas en tres dimensiones. Sheu,

Chang y Tatterson [63] filmaron el movimiento de partículas de "Pliolite" con 400-500 μm de diámetro en una cámara de mezclado turbulento usando un cinematógrafo estéreo con 400 cuadros por segundo. Con estos comentarios se pretende destacar que estas técnicas multipuntuales son de vital importancia en la dinámica de fluidos.

Es necesario hacer refinamientos antes de que se cuente con métodos estandar. Los procedimientos se simplifican cuando la grabación fotográfica es reemplazada por grabadoras videográficas con una resolución adecuada. En esta línea, la grabación termográfica tiene gran interés. Numerosos métodos han sido descritos, pero el método óptimo en términos de exactitud, resolución espacial, seguridad y eficiencia computacional no ha sido determinado aún. Preguntas específicas, como ¿cuales son los promedios de volumen óptimos?, ¿cuales son los efectos de deformación a escalas pequeñas con las mediciones de volúmenes?, ¿cual es la relación fundamental entre trayectorias de partículas en un sistema lagrangiano y mediciones en un sistema euleriano?, etc, deben responderse en cada caso particular.

Aunque queda aún mucho trabajo por hacer, los métodos ópticos multipuntuales se están utilizando actualmente para hacer mediciones en fluidos, y se han desarrollado al punto de que son aplicables en un buen número de estudios experimentales.

4.3 MEDICION DE TEMPERATURAS

Existen muchas técnicas ópticas para medir la temperatura en un fluido en un punto particular en el dominio espacio-tiempo (x,y,z,t) . En los métodos clásicos, tales como Interferometría, Estrioscopia y Gráficas de sombras, se visualizan las variaciones en el índice de refracción inducidas por cambios de temperatura (de densidad, o de presión). Las técnicas interferométricas, permiten medir directamente diferencias en las longitudes del camino óptico, dando el campo de índices de refracción. Con las técnicas estrioscópicas (Schlieren), se determina la primera derivada del índice de refracción en una dirección normal a la dirección de propagación del rayo de luz. Las técnicas de gráfica de sombras (Shadowgraph), se usan para determinar la segunda derivada del índice de refracción en una dirección normal al rayo de luz.

Las propiedades de cada una de las tres técnicas depende del arreglo óptico particular y consiguientemente permiten estudiar una gran variedad de fenómenos. Aquí se limitará la presentación a las técnicas estrioscópicas.

Las técnicas estrioscópicas, mejor conocidas como técnicas Schlieren (del alemán "schliere", inhomogeneidad local en un medio transparente), surgen como método para control de calidad en la fabricación de grandes objetivos astronómicos de alto poder de resolución, a sugerencia de León Foucault. Augusto Töpler aplicó el método al estudio de inhomogeneidades en gas. Su trabajo fue de tal trascendencia que en muchas partes se conocen a las técnicas estrioscópicas como método Töpler. El campo de aplicación de las técnicas es muy amplio y abarca desde el estudio de cristales en minerales hasta el estudio de fenómenos hidrodinámicos.

Algunas de las características más importantes de los métodos estrioscópicos son:

1) La inhomogeneidad en el campo de índice de refracción se visualiza por medio de un dispositivo que causa cambios de fase o amplitud en una parte del haz luminoso, resultando una redistribución de la iluminación en el plano de la imagen. Esta es una de las principales diferencias con los otros dos métodos, ya que en los métodos de gráficas de sombras no se emplea ningún dispositivo y en los métodos interferométricos todo el haz luminoso sufre cambios de fase o amplitud.

2) El cambio de iluminación es examinado en un plano conjugado al plano de la inhomogeneidad, a diferencia de los métodos de gráficas de sombras.

3) La cantidad medida es el ángulo de la desviación de la luz debida a la inhomogeneidad.

4) El dispositivo puede ser una navaja de Foucault, rejilla, vidrio divisor de caras planas, etc.

5) Al mover el dispositivo (opaco) en ángulos rectos al eje óptico, se presenta una extinción uniforme e instantánea de la imagen.

6) Parte de la luz que pasa por la inhomogeneidad óptica alcanza el ojo del observador y la inhomogeneidad aparece iluminada contra un fondo oscuro. Si se rota el diafragma 180° , la inhomogeneidad aparecerá oscura contra un fondo brillante.

7) Si la fuente puntual es remplazada por una fuente extensa, la fuente de imagen es cubierta gradualmente por el diafragma. La sensibilidad del método, por lo tanto, depende del tamaño de la fuente de luz.

El fundamento analítico de todas las técnicas basadas en el índice de refracción está dado por la relación Lorenz-Lorentz, para un medio transparente homogéneo, entre la densidad (ρ) y el índice de refracción (n)

$$\frac{n^2-1}{\rho(n^2+2)} = K\rho \quad (4.2)$$

donde K es una constante.

De esta expresión se obtiene:

$$\frac{6n}{(n^2+2)^2} \delta n = K \delta \rho \quad (4.3)$$

Considerando que la densidad del líquido es lineal con respecto a su temperatura, la expresión anterior toma la forma:

$$\frac{\delta n}{(n^2+2)^2} \delta n = K' \delta T \quad (4.4)$$

De donde la variación del índice de refracción es proporcional a la variación de la temperatura.

La ecuación 4.4 es la relación clave del estrioscopio, para líquidos.

En el presente trabajo se aplicó el método Schlieren con un pequeño vidrio divisor. La figura 4.1, muestra el arreglo óptico. Básicamente se presenta el sistema Schlieren con una fuente de luz laser y un pequeño vidrio que genera franjas de interferencia al incidir la luz en las caras delantera y trasera del vidrio. Esta técnica se ha utilizado para flujos bidimensionales y transparentes. Es considerada como de una sola vía debido a que no se requiere dividir el haz de luz antes de pasar por el medio en consideración. Presenta ventajas de fácil ajuste y costo. La interpretación de los interferogramas se simplifica cuando las franjas que aparecen en la pantalla aún no han sido perturbadas por el medio, y son explicados geoméricamente.

La aplicación práctica de esta técnica no es trivial, sobre todo cuando las características del flujo impiden el seguimiento de la identidad de las franjas de interferencia. De cualquier modo esta técnica puede servir para medir de una manera cualitativa el estado de la región de estudio al inicio de los experimentos al igual que el comienzo del movimiento convectivo.

4.4 PROCESAMIENTO DIGITAL DE IMAGENES

El procesamiento digital de imágenes ha sido utilizado en una infinidad de aplicaciones que van desde astronomía a medicina pasando por aplicaciones industriales. Información detallada sobre esto se puede encontrar en la referencia Niblack [64].

En todos los casos, el procesamiento digital de imágenes se refiere al procesamiento de imágenes por computadora, es decir, imágenes que han sido convertidas a una forma digital. Estas pueden ser manejadas como matrices y ser modificadas con las operaciones básicas; también mediante histogramas, se detectan los niveles de iluminación que las imágenes presentan, y en base a estos se les hace modificaciones destacando alguna región de la imagen. Las imágenes pueden llegar de diferentes fuentes, como grabadoras de video o cámaras de TV. En general, el procesamiento digital de imágenes se usa para mejorar la imagen de algún modo, o extraer información de ella.

Debido a la gran cantidad de información que se maneja ordinariamente en el procesamiento digital de imágenes, resulta necesaria la compactación de los datos. Esto mejora la rapidez de procesamiento y reduce los requerimientos de memoria.

Existen gran cantidad de técnicas para resaltar ciertas características en la imagen (por lo general, una estructura). Algunas de las técnicas más usadas, y que dan mejores resultados, son:

1.- Manipulación del contraste (reforzamiento o reducción): consiste en

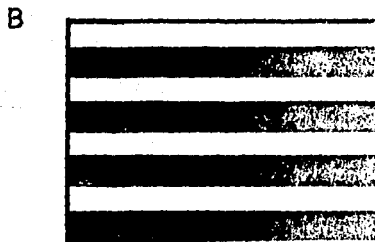
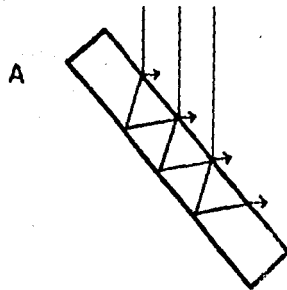
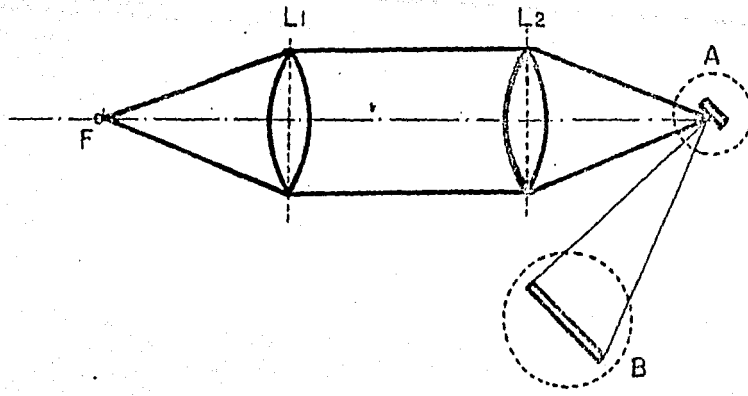


Figura 4.1. Arreglo Schlieren con vidrio divisor de haz. F fuente de luz, L1 y L2 lentes biconvexas, A vidrio divisor de haz, B patrón de franjas de interferencia.

el aumento o disminución de los valores de nivel de gris en algunas regiones de la imagen.

2.- Manipulación de la escala de grises : consiste en el aumento o disminución de la brillantez de toda la imagen.

3.- Obtención de la imagen complemento con respecto a un valor de la escala de grises.

4.- Manipulación del umbral: se asigna un valor constante de gris a las regiones en un intervalo determinado.

5.- Adición o sustracción entre dos imágenes: obtención de las imágenes máscara o patrón.

6.- Promedio de n imágenes: el ruido aleatorio se cancela, mientras que la señal se refuerza.

7.- Modificación del histograma en base a filtros en el dominio de Fourier o mediante convolución:

Pasa-bajas: se eliminan los números de onda que sean mayores a un valor determinado.

Pasa-altas: se eliminan los números de onda menores a un valor determinado.

Pasa-banda: se eliminan los números de onda que estén fuera de un intervalo determinado.

Promedio aritmético: se promedian matrices de diferentes tamaños mediante funciones de peso y se asignan al elemento de imagen central de imagen central.

8.- Representación con falso color: se sustituye la escala de grises por una escala variable de colores.

En este trabajo se emplearon técnicas de procesamiento de imágenes a nivel exploratorio.

CAPITULO 5

DESCRIPCION DEL EQUIPO Y PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL.

Para realizar la medición de los campos de velocidad y temperatura del movimiento convectivo en una celda¹, se diseñó y construyó un sistema experimental que se compone de dos partes principales:

- a) Celda y sistemas periféricos.
- b) Sistema óptico.

La celda contiene el fluido de trabajo y es la componente principal; el sistema óptico permite determinar los campos de velocidad, y en principio los campos de temperatura del fluido dentro de la celda.

5.1 CELDA Y SISTEMAS PERIFERICOS.

La celda consiste básicamente de 3 secciones (ver figura 5.1). La parte superior está formada por un intercambiador de calor construido de acrílico y diseñado para hacer circular un fluido de enfriamiento (o calentamiento) en dirección radial (figura 5.2); esto se hace con el fin de uniformizar la temperatura en la superficie de intercambio que es simultáneamente la pared superior de la cavidad intermedia que contiene el fluido de trabajo (figura 5.1). Las paredes de intercambio son de vidrio con un espesor de 4 mm. La parte inferior es un segundo intercambiador diseñado de manera simétrica al descrito anteriormente. Dos de las paredes laterales de la cavidad intermedia, están construidas con vidrios de caras planas, constituyendo un sistema óptico de caras paralelas con tolerancias de 1.5λ ($\lambda = 0.6350 \mu\text{m}$) y dimensiones $55 \times 25 \times 12$ mm de largo, alto y espesor respectivamente. A través de estas caras se visualiza el movimiento. Las dos caras restantes de la cavidad son bloques deslizantes de acrílico que permiten modificar la razón de aspecto (η_x) desde 0 hasta 2. Las dimensiones máximas de la cavidad son: $50.8 \times 25.4 \times 25.4$ mm. de largo, alto y ancho respectivamente (figura 5.3). La celda fué instrumentada con seis termopares distribuidos en las posiciones mostradas en la figura 5.4. Los termopares de cobre-constantan tienen un diámetro de 0.127 mm con una velocidad de respuesta de $0.1^\circ\text{C}/\text{segundos}$, y se monitorean por medio de un sistema de adquisición de datos HP-3421A, acoplado a una computadora HP9133-216 con una frecuencia de medición máxima de 3 s^{-1} por canal. El fluido de trabajo empleado en la celda es aceite de silicón. Las propiedades físicas del fluido de trabajo se muestran en la Tabla 5.1.

1 Frecuentemente se emplea el termino "Celda de Bénard" para describir dispositivos similares al empleado en este trabajo, sin embargo, estrictamente hablando, la celda usada por Bénard para observar el patrón de movimiento o movimiento convectivo no contaba con cubierta superior y consiguientemente la tensión superficial jugaba un papel importante. En cavidades cerradas la tensión superficial no influye en el fenómeno.

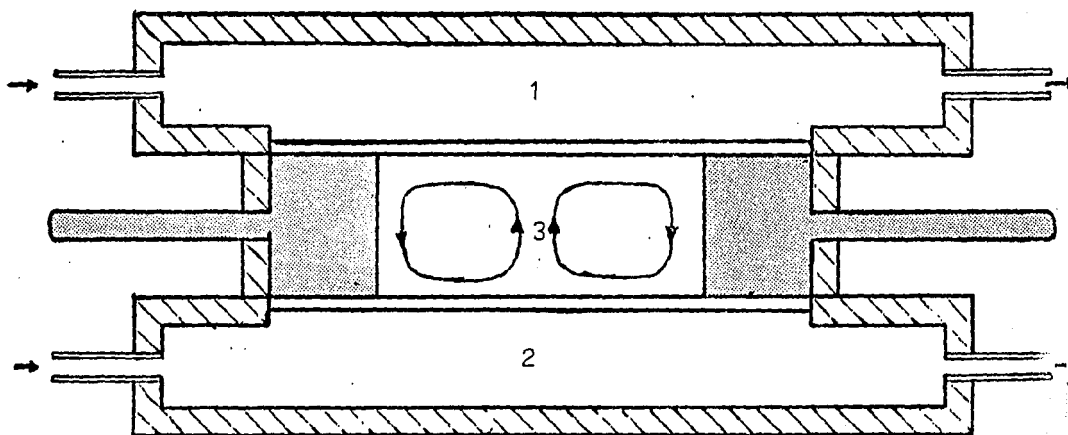


Figura 5.1. Dispositivo experimental. 1 Intercambiador del fluido de enfriamiento, 2 Intercambiador del fluido de calentamiento, 3 Celda.

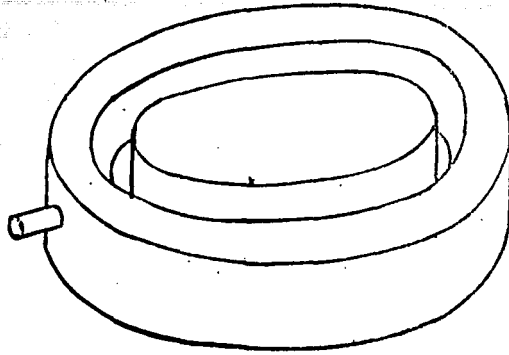


Figura 5.2a. Parte inferior del intercambiador de calor para el fluido de calentamiento.

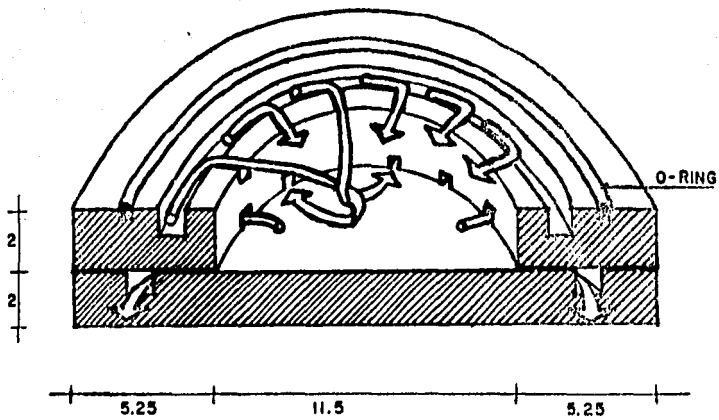


Figura 5.2b. Corte del intercambiador para el agua de calentamiento mostrando la dirección del flujo.

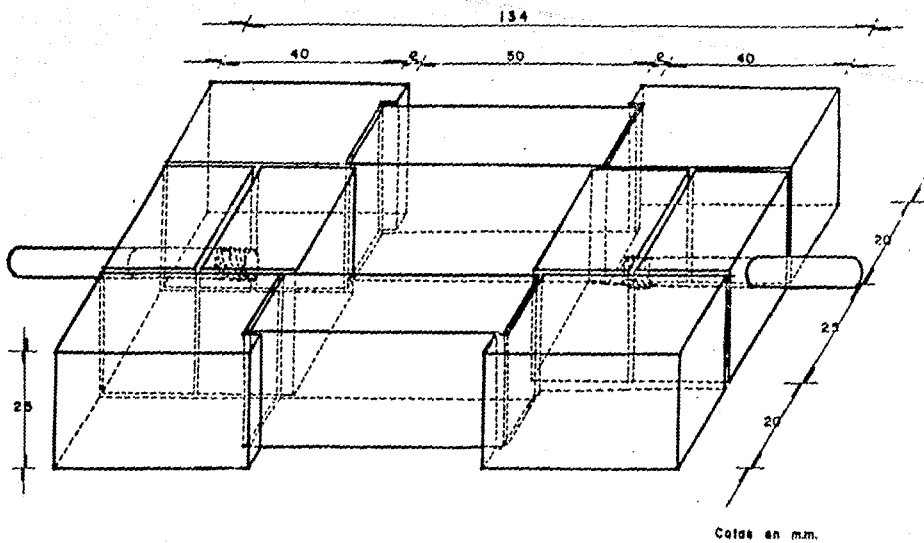


Figura 5.3. Perspectiva de la celda.

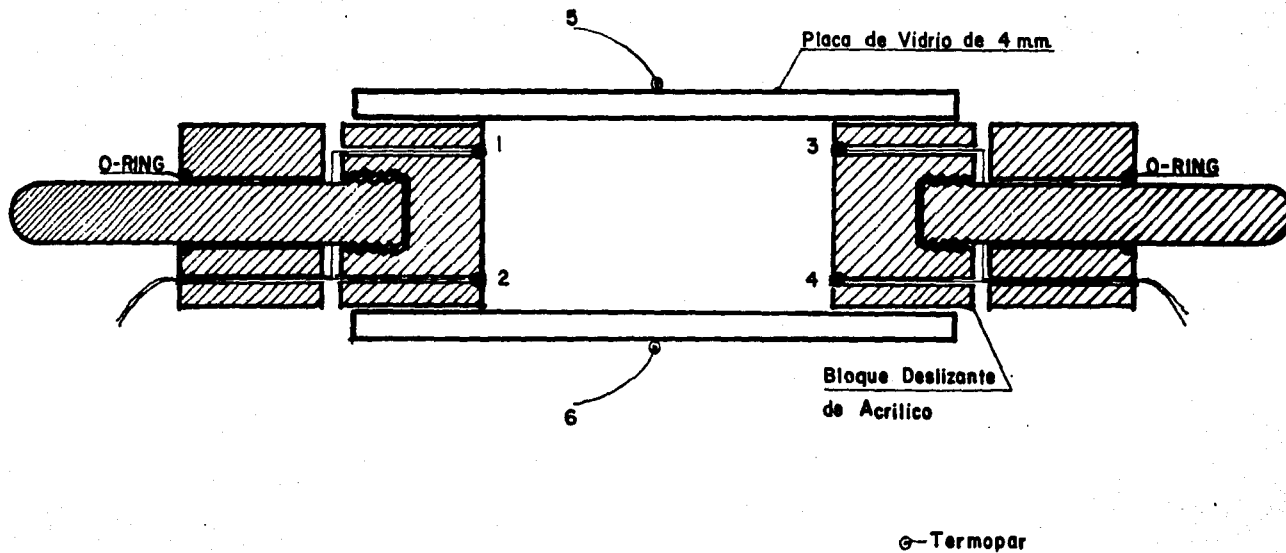


Figura 5.4. Corte de la celda mostrando la distribución de los termopares.

PROPIEDAD		VALOR	UNIDADES	CLAVE**
Densidad	(ρ)	955.0	[kg m ⁻³]	1
Viscosidad cinemática	(ν)	30x10 ⁻⁶	[m ² s ⁻¹]	2
Viscosidad dinámica	(μ)	28x10 ⁻³	[kg m ⁻¹ s ⁻¹]	3
Coefficiente de expansión térmica	(β)	0.00106	[°K ⁻¹]	1
Conductividad	(k)	0.214	{J °K ⁻¹ m ⁻¹ s ⁻¹ }	2
Capacidad Calorífica	(C)	1477.5 ₇	[J °K ⁻¹ kg ⁻¹]	1
Difusividad térmica	(α)	1.5x10 ⁻⁷	[m ² s ⁻¹]	3
Número de Prandtl	(Pr)	197.0	adimensional	3
Índice de refracción	(n)	1.64	adimensional	1

- ** 1 Datos del fabricante.
 2 Determinadas experimentalmente
 3 Encontrados con los valores de 1 y 2.

Tabla 5.1. Propiedades físicas del fluido de trabajo.

La diferencia de temperatura entre las paredes horizontales de la cavidad está en el intervalo de 0⁰ a 13⁰C.

Se construyó una red de tuberías para transportar el agua de intercambio a la zona de trabajo de tal modo que se formaran dos sistemas de recirculación para alimentar de agua fría y caliente a los intercambiadores superior e inferior de la celda respectivamente. Cada circuito de recirculación cuenta con una bomba centrífuga, y una válvula que permite regular el flujo en el intervalo de 0 a 5x10⁻⁵ m³/s. El circuito de agua fría circula a temperatura ambiente. La temperatura del agua en el circuito de agua caliente se regula con una resistencia conectada a un variac de tal modo que se puede ajustar el paso de corriente y por lo tanto la temperatura deseada alcanzando 15⁰C por arriba de la temperatura ambiente como máximo. Para conservar el agua de intercambio a temperatura constante, se instalaron recipientes de poliuretano con capacidad de 0.028 m³ que además de conservar el calor, amortiguan las variaciones de temperatura del sistema. El sistema de recirculación de agua se muestra en la figura 5.5.

La diferencia de temperaturas entre las paredes horizontales de la celda se midió con los termopares 5 y 6 mostrados en la figura 5.4.

5.2 SISTEMA OPTICO

El sistema óptico se compone de una fuente de luz (Laser He-Ne, potencia nominal de 5 mW y $\lambda_L = 0.6350 \mu\text{m}$), un sistema de filtrado espacial (orificio de 10 μm), espejos esféricos de 2.0 m de distancia focal, 4.0 m de radio de curvatura y 0.20 m de diámetro, dos espejos planos de primera cara y una placa divisora de haz. El sistema de captura y procesamiento de imágenes se compone de una cámara de televisión (IKEGAMI mod. ITC46, 512 líneas horizontales, 33 cuadros por segundo), una grabadora de video, una microcomputadora, un monitor ordinario de televisión y un monitor de alta resolución. En la microcomputadora está instalada una tarjeta digitalizadora de alta resolución (CHORUS, PC-EYE), que acepta como entrada la señal analógica de una cámara de televisión o de una grabadora de video, convierte la señal de video analógica a digital y transfiere esta información a la microcomputadora;

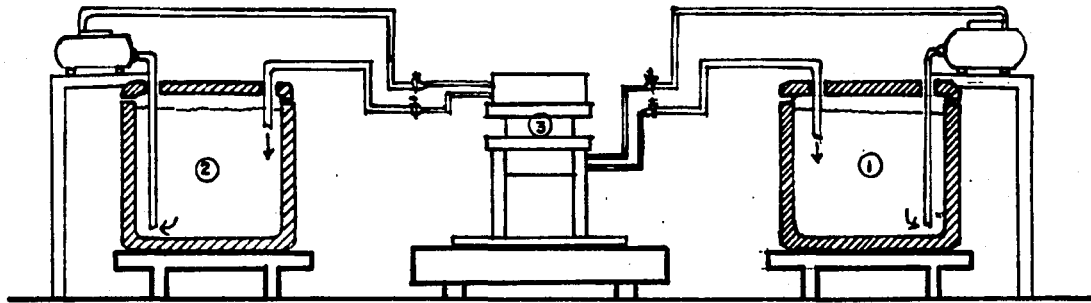


Figura 5.5. Sistema de recirculación para los intercambiadores de calor. 1 Agua caliente, 2 Agua fría, 3 Celda.

puede resolver 1024 x 1024 elementos de imagen (cada elemento se denomina pixel, del inglés "picture element") y provee 256 niveles de gris. También se cuenta con una minicomputadora HP9000 serie 540 que tiene a su cargo las funciones de procesamiento de las imágenes.

Con este equipo se crearon dos arreglos. El primero se muestra en la figura 5.6, y es una variante del método Schlieren. El camino que recorre la luz es como sigue: pasa primeramente por un expansor de haz, en seguida por una lente convergente (objetivo de microscopio) que concentra el haz de luz. En el punto focal de esta lente se coloca el filtro espacial. En seguida se encuentra un espejo esférico de 0.20 m de diámetro que intercepta el haz de luz divergente que proviene de su punto focal. La luz reflejada constituye un haz de luz paralelo que encuentra un espejo plano de primera cara que desvía la luz hacia la zona de prueba. Posteriormente se tiene otro espejo plano que nuevamente desvía la luz hacia el segundo espejo esférico, que concentra la luz en su punto focal. En esta posición se coloca un vidrio divisor de caras paralelas de 1.5 mm de espesor con el que se hace la interferencia.

El área de prueba se encuentra localizada entre los dos espejos planos donde se coloca el objeto a visualizar. Dentro de este arreglo óptico se tienen puntos importantes que conviene destacar. El rayo de luz debe ser colimado para conseguir un campo de iluminación aproximadamente uniforme. Esto se logra con el objetivo de microscopio y el filtro espacial. Además se debe tener cuidado con el tamaño relativo del área de prueba y la zona de iluminación uniforme, ya que cuando la luz pasa por el filtro espacial se forma un disco central y anillos concéntricos con intensidad radialmente simétrica (anillos de Fraunhofer). Consiguientemente se tiene una área finita con iluminación uniforme que debe ser mayor que el campo de prueba. Otro punto interesante consiste en enfatizar que el vidrio con el que se hace la interferencia debe ser de caras planas y paralelas para que pueda existir interferencia uniforme. La interferencia es creada por los rayos de luz que son reflejados por la cara inferior y superior del vidrio, ya que los rayos provenientes de la cara inferior se traslapan en un mismo punto con el reflejado en la primera cara y dado que tienen el mismo frente de onda pero con diferente fase estos dos valores se anulan y generan franjas oscuras, o se superponen y generan franjas brillantes. Cuando no hay perturbaciones en el área de prueba las franjas son rectilíneas y equidistantes. El tamaño de la franja es inversamente proporcional al espesor del vidrio.

En el caso del Schlieren es importante tener imágenes cuando la celda no ha sido perturbada ya que esta imagen es la que servirá de referencia. Desde el momento en que se empieza a establecer el gradiente de temperaturas, el patrón de franjas inicial se va a ver modificado cambiando a formas distintas mientras se encuentra en un proceso transitorio. En la medida que el flujo se acerca al estado permanente las franjas toman un patrón definido que no varía con respecto al tiempo. El cambio que sufre la imagen final con respecto a la imagen de referencia indica el campo de gradiente térmico.

El segundo arreglo óptico mostrado en la figura 5.7 se utilizó para cuantificar la velocidad del flujo por medio de los trazadores contenidos en el fluido. En principio se busca que los trazadores tengan la misma velocidad del fluido y consiguientemente se debe usar un material que tenga la misma densidad del fluido de trabajo. Una aproximación a las

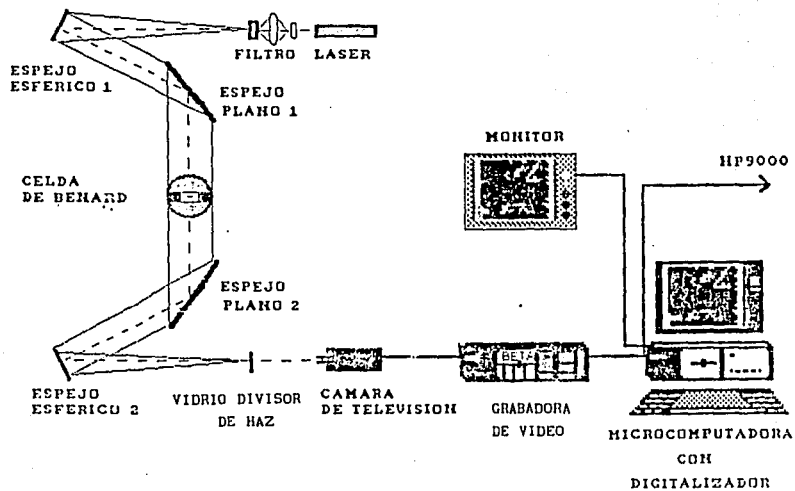


Figura 5.6. Esquema del dispositivo experimental para la formación de franjas de interferencia.

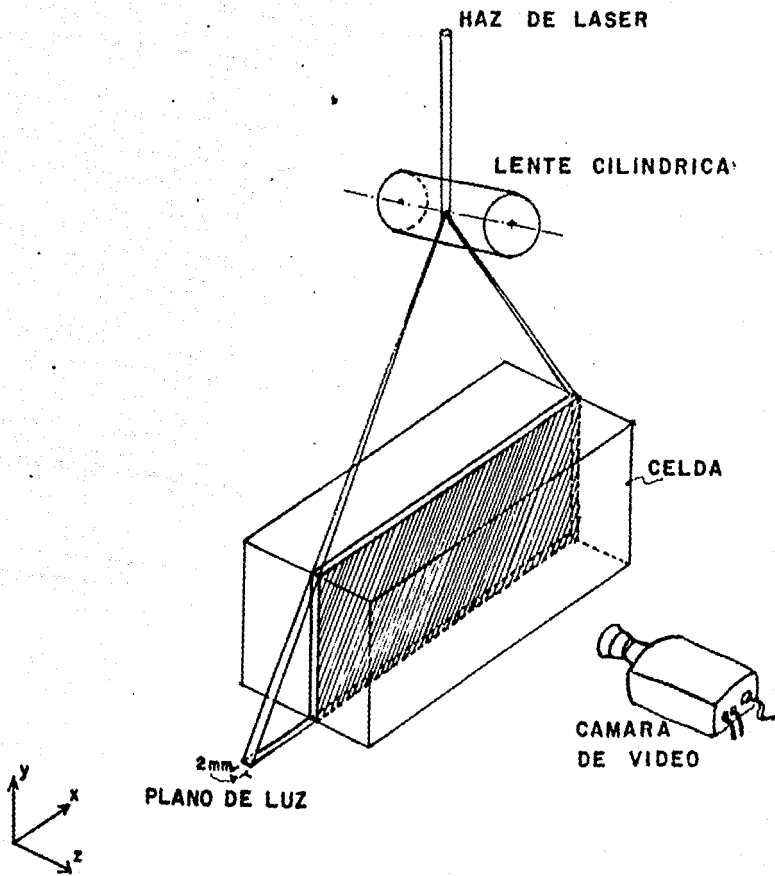


Figura 5.7. Arreglo óptico para visualización de partículas.

condiciones ideales usando aceite de silicón como fluido de trabajo se consigue empleando partículas pequeñas ($\approx 300 \mu\text{m}$) de polvo de latón. Para observar el movimiento de las partículas en el fluido se iluminó con un plano de luz que se formó usando una lente cilíndrica de 1 cm diámetro. Con la idea de observar un plano en el dominio de estudio cuya posición pudiera ser modificada con precisión, se instaló un dispositivo capaz de cambiar su posición con respecto a la dirección z a intervalos pequeños. Es importante notar que el plano formado es perpendicular al plano x-z sin modificar su orientación. Las imágenes que forman los trazadores que se encuentran en el plano de luz son registradas por la cámara de televisión colocada frente a la cavidad y almacenadas en un videocassette.

5.3 METODOLOGIA EXPERIMENTAL

El principio de funcionamiento de la celda es muy sencillo ya que lo único que se requiere para que el fluido de trabajo se mueva es una diferencia de temperaturas superior a la diferencia de temperaturas crítica. Esto se consigue pasando agua caliente a una cierta temperatura por el intercambiador inferior y agua fría de manera similar por el intercambiador superior.

A continuación se explicará la manera en que fueron llevados a cabo los experimentos. La idea es describir el procedimiento general y algunos pasos importantes en la preparación y ejecución de los experimentos. Debido a que no sería práctico describir detalladamente cada uno de los experimentos, se tomará uno de ellos y se explicará ampliamente; de los demás, se mencionará únicamente la variante que se hizo con respecto al experimento descrito en detalle. Para llevar a cabo un experimento, se prepara la celda dándole la razón de aspecto requerida e introduciendo el fluido de trabajo; este debe dejarse por lo menos 12 horas en reposo para tener equilibrio térmico y dinámico. En seguida se debe poner a punto el sistema de adquisición de datos (S.A.D.) que cuenta con un programa diseñado para registrar la información. Lo más delicado de la preparación, es tener correctamente ajustado el sistema de iluminación óptico. Esto consiste en hacer pasar el haz de luz paralela en forma perpendicular a la cara lateral de la celda. Otro aspecto importante del arreglo óptico es cuidar que el vidrio utilizado como divisor de haz en donde se generan las líneas de interferencia esté colocado exactamente en el punto focal del segundo espejo esférico. En un extremo del arreglo se coloca la cámara de televisión interceptando los rayos que han sido previamente separados en el divisor de haz. La señal de la cámara es enviada a la grabadora de video. Por último, el sistema de recirculación se prepara para mantener el agua de calentamiento a la temperatura requerida. Una vez preparado el equipo se puede pasar al inicio del experimento.

El procedimiento experimental se inicia accionando el S.A.D. 10 minutos antes de circular agua por los intercambiadores. Esto con el fin de monitorear las temperaturas en las condiciones iniciales cuando el sistema está en reposo. El S.A.D. genera una gráfica de temperatura con respecto al tiempo de los 6 termopares que se encuentran localizados en la celda y distribuidos de acuerdo con la figura 5.4. Durante este intervalo preliminar, se hace una filmación del patrón de franjas de interferencia que se tiene en condiciones de reposo. Pasado este tiempo se activa el sistema de recirculación de agua para que ésta pase por los

intercambiadores y comience el movimiento convectivo. Desde luego, todo el experimento es grabado con la cámara de televisión y almacenado en un videocassette. Se tiene conocimiento del movimiento del flujo cuando el patrón de franjas comienza a moverse así como cuando el flujo alcanza el estado permanente debido a que el patrón de franjas de interferencia no cambia con el tiempo. A partir de ese momento se hacen las mediciones.

Una vez alcanzadas las condiciones de estado permanente, se hace pasar el haz de luz laser por el segundo arreglo óptico que crea un plano de luz que ilumina a la celda desde la parte superior, y forma planos bidimensionales² en el área de estudio. Con este sistema y los trazadores contenidos en el fluido de trabajo, se puede determinar el campo de velocidades del fluido en ese plano. Es importante tener cuidado de que el rayo de luz incida siempre de manera perpendicular a la cara superior de la celda. En seguida se barre toda la celda en la dirección z y se graba el movimiento de los trazadores en cinco planos. La duración de los experimentos fué de entre 5 y 7 horas aproximadamente.

Es importante aclarar que se obtuvo información del campo de velocidades con el sistema óptico y aunque en principio se podría haber obtenido también el cambio de temperaturas con el método interferométrico, esto no se consiguió debido a limitación en el tiempo en que debía llevarse a cabo este estudio. Las imágenes de interferencia se usaron principalmente para determinar los tiempos en que se alcanzaba el estado permanente.

2 La región iluminada no es estrictamente bidimensional, pero se considera así debido a que es un plano muy delgado de espesor de 1 mm aproximadamente.

CAPITULO 6

RESULTADOS EXPERIMENTALES

6.1 INTRODUCCION

El objetivo de este capítulo es hacer la descripción y análisis de los resultados obtenidos experimentalmente. La descripción cualitativa y cuantitativa del patrón de flujo en estado permanente constituye el resultado principal. El patrón fué analizado por medio de seguimiento de trazadores encontrándose el campo de velocidades en el dominio tridimensional. Este estudio fué auxiliado con un análisis de sombras y de interferometría que proporcionó información cualitativa acerca del estado del sistema. También se presentan gráficas de las temperaturas en las fronteras como función del tiempo. En todos los experimentos se trabajó con razones de aspecto $\eta_x = 2$, $\eta_z = 1$, y con aceite de silicón de 30 centistokes como fluido de trabajo. Consiguientemente el número de Prandtl en todos los casos fué de 197. El número de Rayleigh empleado se encuentra en el intervalo: $2.2 \times 10^5 < Ra < 5.0 \times 10^5$. De acuerdo a la teoría de Catton [46] el número de Rayleigh crítico es aproximadamente 3×10^5 para las razones de aspecto aquí estudiadas. Esto indica que los experimentos se llevaron a cabo con $Ra \approx 116 Ra_c$.

El interés principal es estudiar el flujo en estado permanente; sin embargo, se hizo el seguimiento de la evolución temporal observando el cambio en las franjas de interferencia. Se empleó una función de calentamiento de la pared inferior de la celda de tipo escalón; esto se logró de manera aproximada con el siguiente procedimiento: al inicio del experimento, el agua que circula por el intercambiador de calentamiento se hace pasar a la temperatura de trabajo, generando un cambio repentino en la temperatura de la pared inferior de la celda. Idealmente, el cambio de temperatura debería llevarse a cabo instantáneamente, pero debido a la inercia térmica del sistema, se consiguen velocidades de calentamiento en la pared inferior de aproximadamente $0.1 \text{ } ^\circ\text{C s}^{-1}$. Obsérvese que la temperatura del intercambiador corresponde a la temperatura de la cara externa de la pared de la celda (ver figura 5.4). Con el fin de examinar el comportamiento del flujo en la celda, en particular la ocurrencia de soluciones múltiples, como función de las condiciones iniciales se efectuaron experimentos con calentamiento tipo rampa. Esto se logró incrementando paulatinamente la temperatura en el intercambiador de calentamiento a razón de $0.03 \text{ } ^\circ\text{C min}^{-1}$. En estos casos, también se siguió la evolución temporal por medio de los patrones de interferencia. Con la finalidad de facilitar la interpretación de los resultados, se usarán las variables $x' = x/Y$, $y' = y/Y$, $z' = z/Y$, donde $Y = 0.025 \text{ m}$.

6.2 ANALISIS DE RESULTADOS

En la Tabla 6.1 se muestra una lista parcial de los experimentos efectuados en este estudio; ahí se indican también las condiciones iniciales y valores del número de Rayleigh. Los experimentos se pueden dividir en dos grupos: experimentos con condiciones iniciales tipo escalón y tipo rampa.














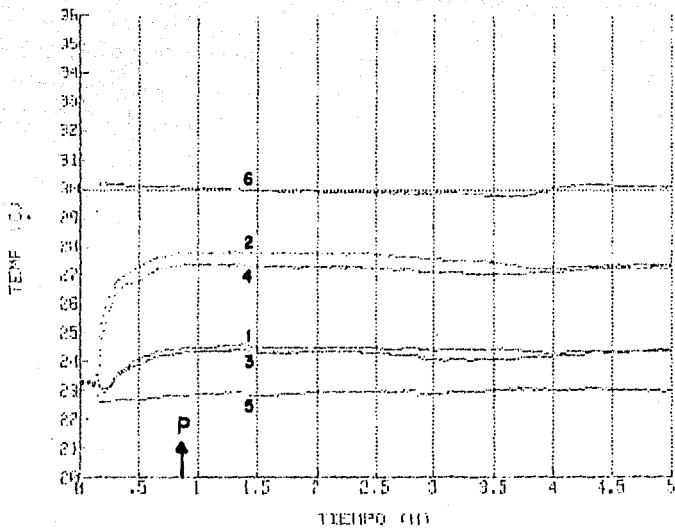
EXP	CONDICION INICIAL	TEMPERATURA PARED (°C) CALIENTE	TEMPERATURA PARED (°C) FRIA	$\Delta\bar{T}$ (°C)	Ra	TEMPERATURA AMBIENTE (°C)	INTERVALO		
							z1	z2	z3
1	 ↑	30.0±0.2	22.8±0.2	7.2	2.6×10 ⁵	23.3	10	40	250
2	 ↑	30.0±0.3	23.1±0.2	7.0	2.5×10 ⁵	23.8	10	40	250
3	 ↑	29.8±0.2	23.7±0.2	6.1	2.2×10 ⁵	23.9	10	40	250
4	 ↑	32.9±0.2	23.3±0.3	9.6	3.4×10 ⁵	24.0	10	40	250
5	 ↑	33.0±0.2	24.2±0.2	8.8	3.1×10 ⁵	24.3	10	40	250
6	 ↑	33.0±0.2	23.0±0.4	10.0	3.6×10 ⁵	23.6	10	40	250
7	 ↓	32.9±0.1	24.0±0.1	8.9	3.2×10 ⁵	24.5	10	30	200
8	 ↑	37.4±0.4	23.5±0.5	13.9	5.0×10 ⁵	24.8	10	40	250
9	 ↑	30.0±0.4	22.5±0.2	7.5	2.7×10 ⁵	23.5	10	90	200
10	 ↑	32.3±0.1	22.6±0.2	9.7	3.5×10 ⁵	23.8	10	230	70
11	 ↑	31.7±0.2	24.0±0.2	7.7	2.9×10 ⁵	24.5	20	340	60
↑ Flujo ascendente en el centro de la celda ↓ Flujo descendente en el centro de la celda  Condición inicial tipo escalón  Condición inicial tipo rampa z1, z2, z3 Intervalos de tiempo correspondientes a las zonas en las trazas de temperatura en función del tiempo									

Tabla 6.1 Condiciones de los experimentos realizados.

6.2.1 CONDICION INICIAL TIPO ESCALON.

El Experimento 1 se efectuó con una diferencia de temperaturas promedio de 7.2°C y con una función de calentamiento tipo escalón. La gráfica de la figura 6.1 se obtuvo con el sistema de adquisición de datos y muestra las lecturas de temperaturas proporcionadas por los termopares en la celda durante el tiempo total del experimento (la distribución de los termopares en la celda se presenta en la figura 5.4). Esta gráfica se dividirá en 3 zonas para su descripción. La primera, muestra los valores de la temperatura de referencia cuando la celda está en equilibrio térmico, es decir, en este primer periodo la celda no ha sido perturbada y como se puede observar todos los termopares tienen una temperatura aproximada de 23.3° ± 0.1°C. Transcurrido este tiempo (10 minutos) se hace pasar el agua de recirculación por los intercambiadores, con el fin de iniciar la convección dentro de la cavidad. Como se puede apreciar, la función de calentamiento es de tipo escalón y a partir de ese momento hasta el final del experimento, las temperaturas de los termopares 5 y 6 se encuentran relativamente constantes, siendo las variaciones máximas



A B C D

21 22 23

Figura 6.1. Temperaturas como función del tiempo para el Experimento 1. Los números en las curvas corresponden a la disposición de los termopares en la figura 5.4.

del termopar 5 aproximadamente de 0.3°C en 5 horas y el del termopar 6 de 0.4°C , en el mismo intervalo de tiempo. Los termopares 1, 2, 3, y 4 indican la temperatura en las paredes. La temperatura registrada por estos termopares se estabilizó aproximadamente 40 minutos después de iniciado el experimento. Finalmente se tiene una tercera etapa de 250 minutos de duración, en la que se observa que los valores de temperatura no cambian con respecto al tiempo. Las fluctuaciones de temperatura son causadas por pequeños cambios en las temperaturas de los intercambiadores. La diferencia de temperaturas entre los termopares 1 y 3 o 2 y 4 acusan probablemente una asimetría en el flujo que desaparece en la última hora de monitoreo. Las curvas de temperatura dan indicación del comportamiento estable del flujo dentro de la celda. Sin embargo, el hecho de que se tenga un patrón de temperaturas estable en las fronteras de la celda, no quiere decir necesariamente que el patrón de movimiento convectivo se encuentre en estado permanente. La técnica óptica de Schlieren interferométrico ofrece una indicación más precisa del estado del flujo. Paralelamente al monitoreo de las temperaturas se grabó el patrón de franjas de interferencia, con el fin de determinar cuando el flujo entra en estado permanente. De acuerdo al patrón de interferencia, el fluido entra en estado permanente en aproximadamente 40 minutos. Este punto está señalado en la gráfica 6.1 con la letra P. Durante las siguientes dos horas y cuarenta minutos se dejó que el experimento corriera y continuamente se observó el patrón de franjas para comprobar el estado permanente en el movimiento convectivo. Para ilustrar este fenómeno se muestran el estado inicial (reposo) y final (estado permanente) de las imágenes de franjas en la figura 6.2a y 6.2b. Una vez asegurado el estado permanente bajo las condiciones mencionadas, se cambió el sistema óptico al arreglo 2 descrito en el Capítulo 5. Primeramente se iluminó el plano $z'=4/4$ ($z=0.025$ m) y se filmaron los trazadores durante 15 minutos. Después se pasó al plano $z'=3/4$ ($z=0.019$), que se filmó igualmente durante 15 minutos. El mismo procedimiento se adoptó para los planos $z'=2/4$ ($z=0.012$), $z'=1/4$ ($z=0.006$) y $z'=0$. Los tiempos de filmación están señalados en la figura 6.1 con las letras A, B, C, D y E respectivamente.

El primer plano iluminado fué $z'=4/4$, es decir, el plano que se encuentra ubicado contiguo a la pared de la celda más cercana al punto de observación. Con la ayuda del paquete de digitalización PC-EYE y una videgrabadora capaz de "congelar" la imagen, se tomaron secuencias de imágenes que sumadas permiten reconstruir los movimientos de partículas (ver sección 5.2). Las figuras 6.3a, b, c, d y e son imágenes de partículas sumadas a diferentes tiempos. Por ejemplo, en la figura 6.3a, se tienen sumadas las primeras 7 imágenes tomadas a intervalos de 10 segundos dando un intervalo de tiempo total de 70 segundos. En la figura 6.3b, se tienen 4 imágenes sumadas, que corresponden a la continuación de la figura 6.3a y que son las tomas 8 a 11. En esta última figura el tiempo entre tomas es de 20 segundos, resultando un intervalo total de 80 segundos. Siguiendo el mismo procedimiento se encuentran las figuras 6.3c, d, y e que son continuaciones de la figura 6.3b. Si se sobreponen todas las figuras 6.3, se encuentran las trayectorias que las partículas siguieron durante un intervalo igual a 490 segundos, esto es ocho minutos y 30 segundos en un total de 29 imágenes. Esto último se muestra en la figura 6.4.

Antes de describir las características del movimiento de los trazadores en las figuras obtenidas por la digitalización, deben hacerse

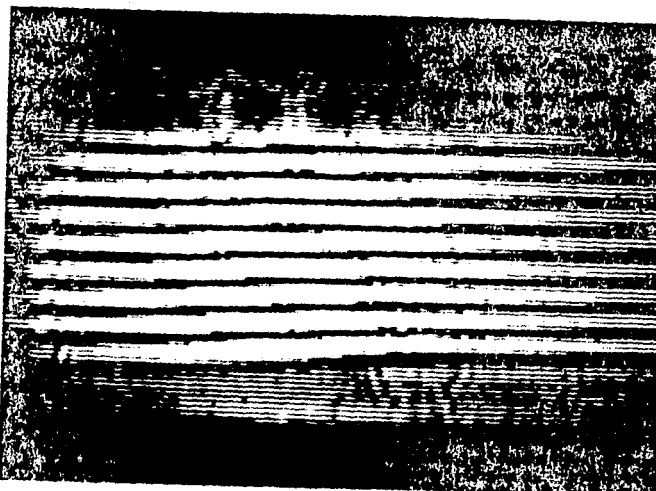


Figura 6.2a. Patron de franjas de interferencia para el Experimento 1 al tiempo $t=0$.



Figura 6.2b. Patron de franjas de interferencia para el Experimento 1 al tiempo $t=250$ minutos.

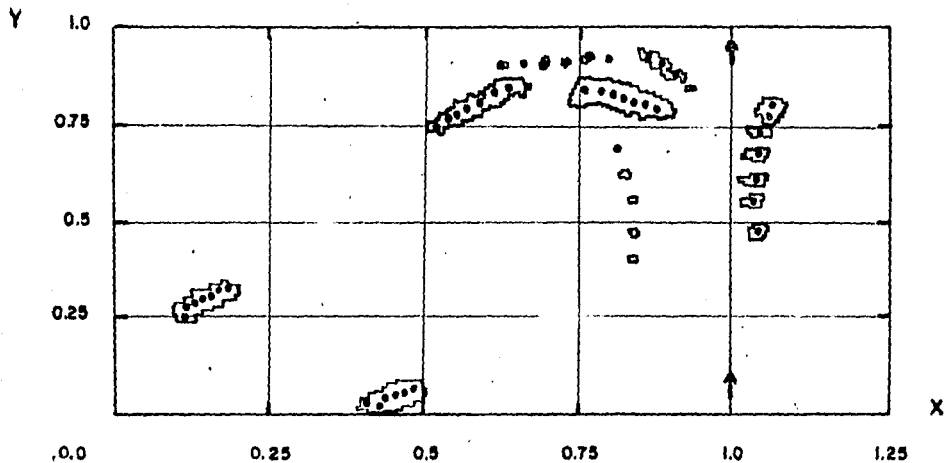


Figura 6.3a. Suma de 7 imágenes de partículas para el Experimento I plano $z'=4/4$. Intervalo entre imágenes igual a 10 segundos. Tiempo total 70 segundos.

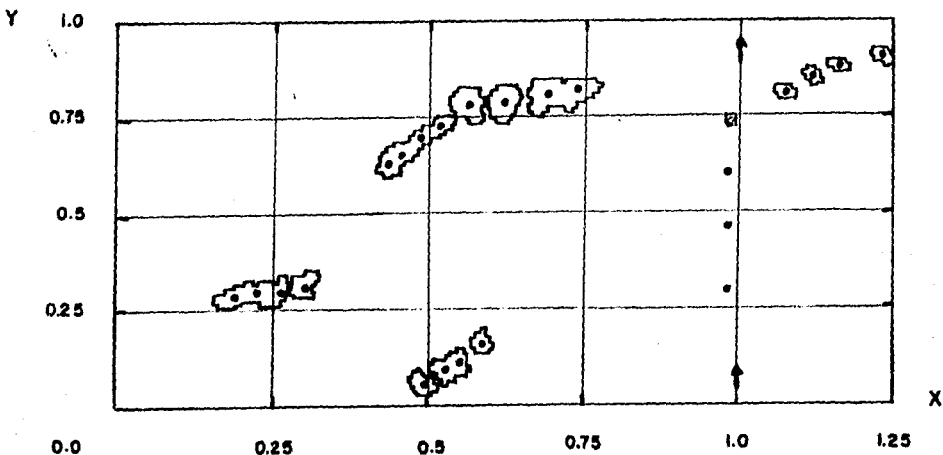


Figura 6.3b. Suma de 4 imágenes de partículas para el Experimento I plano $z'=4/4$. Intervalo entre imágenes igual a 20 segundos. Tiempo total 80 segundos.

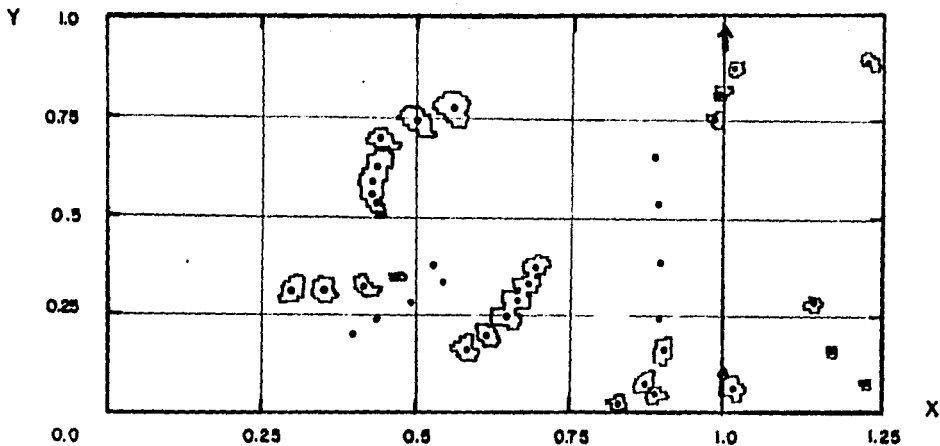


Figura 6.3c. Suma de 5 imágenes de partículas para el Experimento 1 plano $z'=4/4$. Intervalo entre imágenes igual a 20 segundos. Tiempo total 100 segundos.

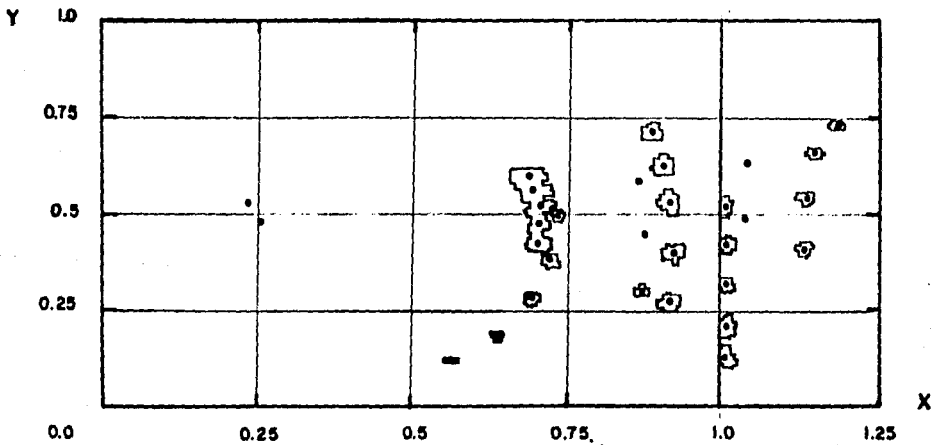


Figura 6.3d. Suma de 5 imágenes de partículas para el Experimento 1 plano $z'=4/4$. Intervalo entre imágenes igual a 20 segundos. Tiempo total 100 segundos.

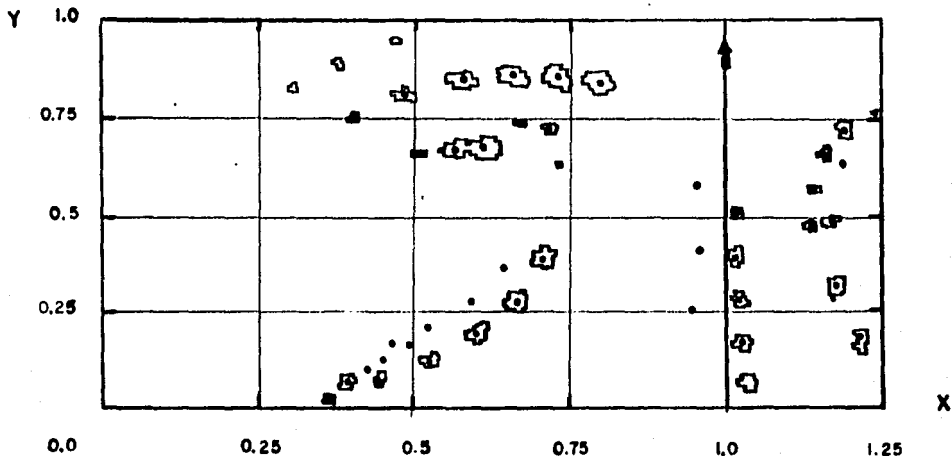


Figura 6.3e. Suma de 7 imágenes de partículas para el Experimento 1 plano $z'=4/4$. Intervalo entre imágenes igual a 20 segundos. Tiempo total 140 segundos.

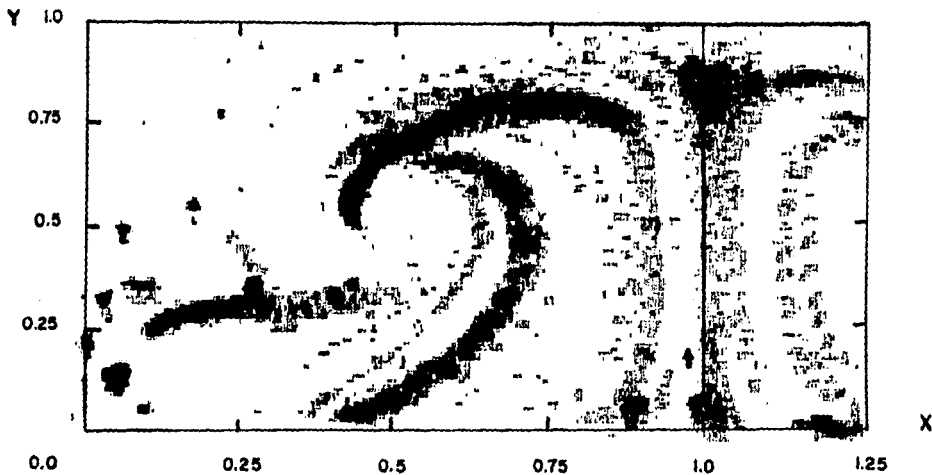


Figura 6.4. Suma de las imágenes de las partículas presentadas en las figuras 6.3a-e. Plano $z'=4/4$, tiempo total $t=490$ segundos.

algunos comentarios respecto al dominio de la imagen. Recuérdese que la razón de aspecto η_x es igual a dos. Las gráficas que se muestran son para esta razón de aspecto; sin embargo, se encuentran reescaladas. La dimensión x' en cualquiera de las figuras 6.3 o 6.4, esta correctamente acotada por las marcas que indican la distancia correspondiente, es decir, $x'=1$ es la mitad de la celda, ya que su longitud total es de 2. Se puede apreciar entonces, que la imagen no muestra la celda completa en esa dirección. Falta 36 % de la imagen total. En la dirección y' se tiene el 100% de la longitud. Sin embargo esta magnitud, está multiplicada por un factor de reducción de 0.65 a causa del proceso de digitalización, lo que hace que las imágenes se vean alargadas en la dirección x' . Desde luego, lo ideal es que las imágenes aparecieran completas y la escala sin deformación, sin embargo es importante enfatizar que esta alteración, no presenta problemas en la interpretación de los resultados.

La figura 6.4 es la suma de las imágenes durante un intervalo de tiempo de 490 segundos y en principio, de ahí se podría extraer información sobre las trayectorias. Sin embargo, como se puede ver, hay problemas de superposición de las imágenes debido al tamaño de partículas y también porque sus trayectorias están demasiado juntas. Para resolver esta dificultad se localiza el centroide de cada una de las partículas. La trayectoria que siguió la partícula se interpola por medio de rectas entre los centroides subsecuentes. De esta manera se puede observar nitidamente el camino trazado por la partícula, en el lapso de tiempo correspondiente. La figura 6.5a muestra 29 imágenes sumadas para la cara $z'=4/4$ del Experimento 1, que es el equivalente a la figura 6.4. Todo lo que se ha descrito se muestra para los planos $z'=3/4$, $z'=2/4$, $z'=1/4$, $z'=0$, en las figuras 6.5b, c, d, y e respectivamente.

En este punto es pertinente hacer un comentario relacionado con el ancho del plano de iluminación. Tratándose de un flujo tridimensional, las partículas pueden pasar por el plano iluminado y posteriormente salir de él; la cámara sólo registrará la fracción de trayectoria en que la partícula está iluminada. Entonces debe existir un balance entre el tamaño de la celda, el de la partícula y que tan aproximadamente bidimensional es el flujo. Si el flujo presenta componentes de velocidad grandes en dirección z' la técnica serviría de poco. Si el plano fuera estrictamente bidimensional no se podría registrar el recorrido de las partículas, y lo único que se vería sería una serie de destellos sobre la pantalla. Tampoco es conveniente que el plano de luz sea demasiado ancho, porque se registrarían desplazamientos en pequeños volúmenes y no se podría resolver los movimientos en la dirección z' . Un ejemplo de esto último se puede apreciar en la figura 6.5a donde se observan dos trayectorias cruzadas. La interpretación correcta de este detalle es la siguiente: en esta región los cambios del flujo en la dirección z' son intensos y el plano formado es muy ancho para resolver los movimientos en z' . Ahí consiguientemente lo que se observa, en realidad está sucediendo en dos planos diferentes pero adyacentes. La línea continua muestra el flujo cercano a la pared, mientras que la línea discontinua muestra lo que sucede aproximadamente a 0.5 mm de la pared. Nótese que la técnica permite obtener información de zonas donde el movimiento es tridimensional. El plano usado tiene un ancho de aproximadamente 1 mm, siendo éste el 4% de la distancia total de la celda en la dirección z' . Se estima que el ancho escogido es adecuado aunque debe observarse que algunas regiones del dominio demandan planos con diferentes espesores. Aquí se decidió emplear un plano de espesor uniforme para analizar todo

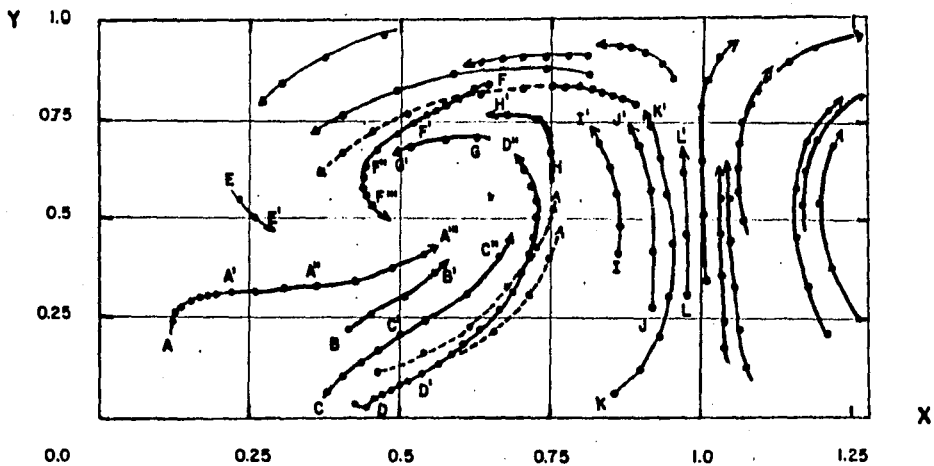


Figura 6.5a. Posiciones de centroides de partículas para el Experimento 1. Plano $z'=4/4$.

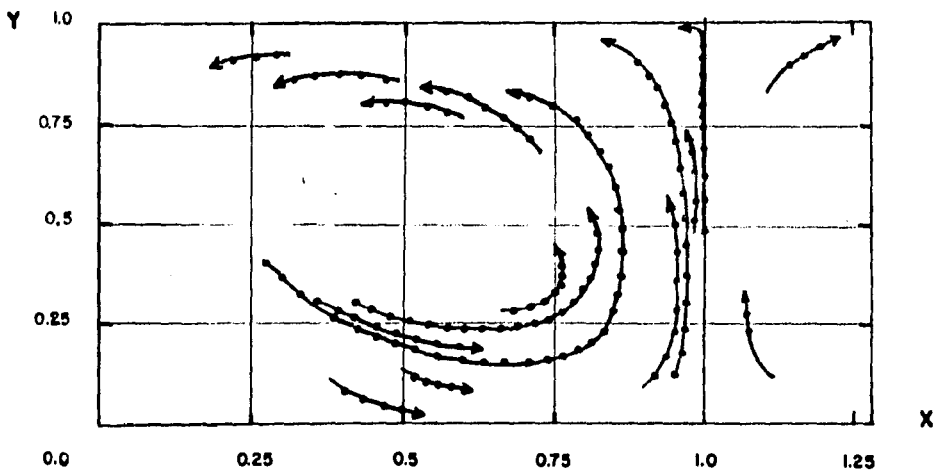


Figura 6.5b. Posiciones de centroides de partículas para el Experimento 1. Plano $z'=3/4$.

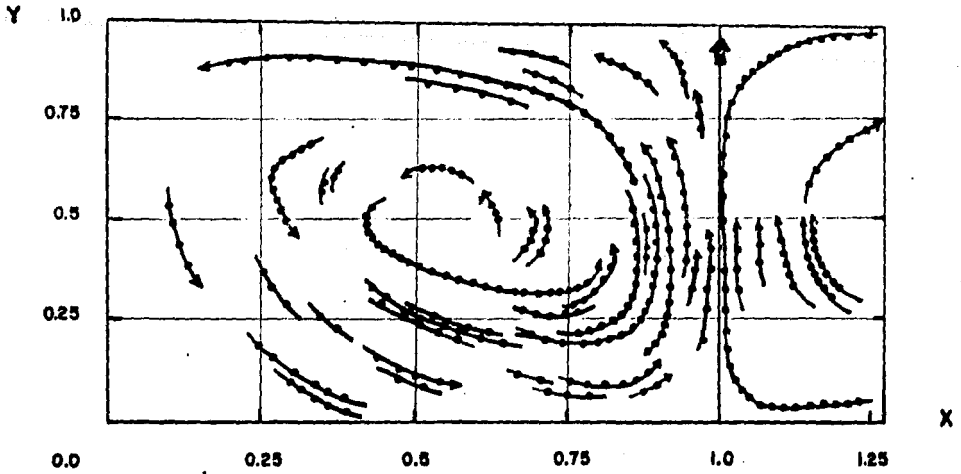


Figura 6.5c. Posiciones de centroides de partículas para el Experimento 1. Plano $z'=2/4$.

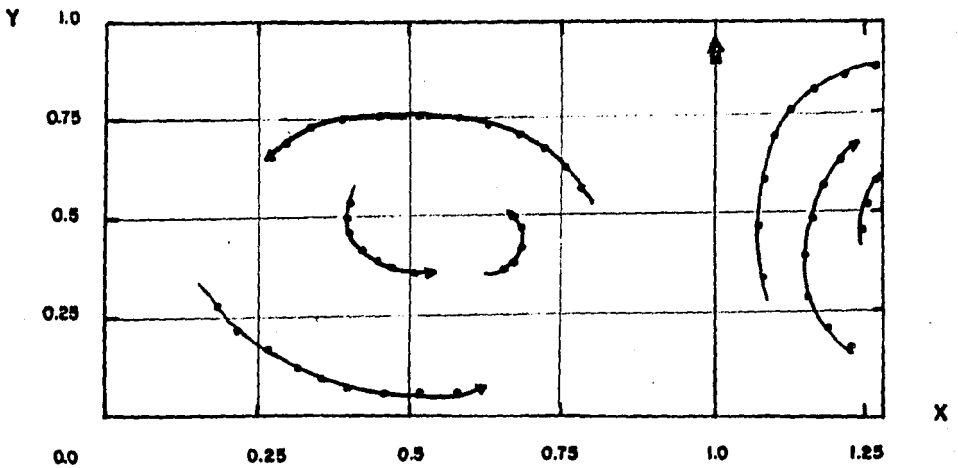


Figura 6.5d. Posiciones de centroides de partículas para el Experimento 1. Plano $z'=1/4$.

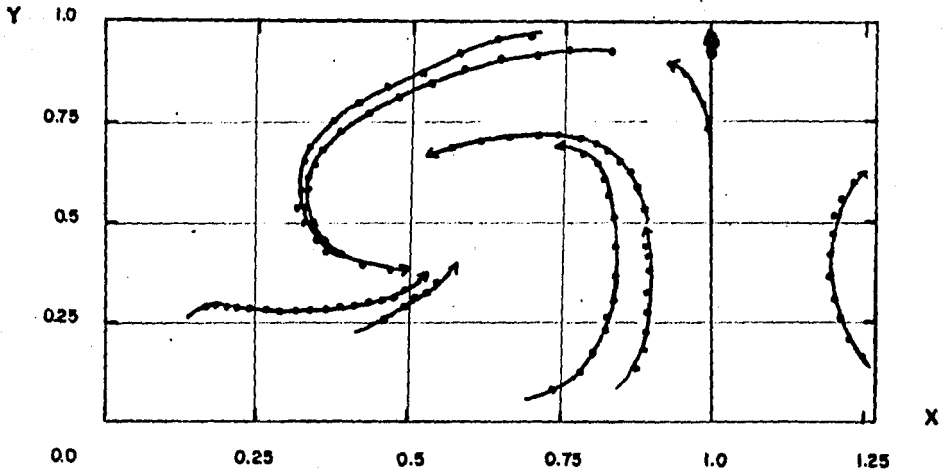


Figura 6.5e. Posiciones de centroides de partículas para el Experimento 1. Plano $z'=0$.

el dominio.

A lo anterior hay que agregar las siguientes observaciones: la primera es que la iluminación en algunas zonas resultó defectuosa debido a reflexiones; la segunda es que el trazador es una pequeña lámina, que al moverse refleja la luz que incide sobre su superficie plana, por lo que, en cuanto la partícula gira sobre sí misma, la luz incidente es enviada en otro ángulo fuera del alcance de la cámara.

Hasta aquí se ha descrito la forma como se obtienen las gráficas y de algunos efectos que en estas aparecen, pero no se ha dicho nada acerca del patrón de movimiento del flujo. Para esto se empezará por analizar una vez más la figura 6.5a, que es el plano $z'=4/4$, y se avanzará hacia el interior de la celda en la dirección $-z'$. Considerando las líneas denotadas por las letras A, B, C y D de la figura 6.5a, y tomando en cuenta la dirección de las flechas, se observa que todas se dirigen hacia la parte central del plano. Se observa también, que las trayectorias E, F, G y H van o tienen tendencia a ir hacia el centro de este mismo plano. Las líneas con letras I, J, K y L son las más alejadas al centro del plano y a su vez las más cercanas a la parte central de la celda $x'=1$. Como se sabe, las líneas de trayectoria son iguales a las líneas de corriente cuando el flujo se encuentra en estado permanente, y además, estas no se pueden cruzar, por lo que si se hace una continuación de las líneas de corriente en forma aproximada, se consigue la figura 6.6a, donde se muestra un movimiento en espiral con flujo ascendente en el centro de la celda ($x'=1$) y descendente en la región cercana a la pared lateral ($x'=0$). El flujo semeja un vórtice cuyas líneas convergen en el centro. Consiguientemente, parte del fluido está saliendo del plano de estudio por la región central del vortice en dirección $-z'$, formando un sumidero en $x'=0.5$, $y'=0.5$. Esto último pone en evidencia el carácter tridimensional del flujo en esta región. Regresando a la figura 6.5a, se puede obtener información cuantitativa respecto a las velocidades. La magnitud aproximada de las velocidades en varias regiones del dominio se muestra en la Tabla 6.2.

EXPERIMENTO 1 PLANO $Z'=4/4$	LÍNEA	VELOCIDAD	LÍNEA	VELOCIDAD
	(SECCION)	PROMEDIO (mm/seg)	(SECCION)	PROMEDIO (mm/seg)
	A - A'	0.17	F - F'	0.3
	A' - A''	0.27	F' - F''	0.2
	A'' - A'''	0.375	F'' - F'''	0.1
	B - B'	0.375	G - G'	0.3
	C - C'	0.2	H - H'	0.3
	C' - C''	0.375	I - I'	0.325
	D - D'	0.2	J - J'	0.5
	D' - D''	0.2	K - K'	0.5
	E - E'	0.25	L - L'	0.55

Tabla 6.2. Cuadro de velocidades promedio para el plano $z'=4/4$.

La velocidad máxima se encuentra en la región central ($x'=1$) y tiene una magnitud de 0.55 mm/seg. Las regiones de velocidad mínima detectable se encuentran cerca de las paredes. Para el plano $z'=3/4$ mostrado en la figura 6.5b se tiene un movimiento ascendente en $x'=1$ y se puede observar

que el fluido gira con respecto a un centro ubicado aproximadamente en el punto $x'=0.5$, $y'=0.5$ describiendo un patrón semejante a una elipse con su eje mayor orientado en dirección dada por los vectores ($x'=0$, $y'=0.75$) ($x'=1$, $y'=0.25$). La reconstrucción probable del campo de líneas de corriente se presenta en la figura 6.6b donde también se muestran los ejes aproximados del movimiento elíptico. Nótese la ausencia de trazadores en el centro de la gráfica, esto se debe probablemente a que en esta región, la dirección del movimiento tiene una fuerte componente en la dirección de la línea de vista (dirección z'). En la figura 6.5c se muestran los resultados para el plano $z'=2/4$ donde se encuentran características similares al plano $z'=3/4$. Conviene observar que el centro de giro está aproximadamente en la misma coordenada para ambos planos, pero en este último se enfatiza el carácter espiral del flujo y se encuentran trazadores en toda el área de observación. El patrón de flujo de la figura 6.5c se puede entender si se supone un flujo prácticamente bidimensional con una fuente de masa en el centro contenido en el plano iluminado. El fluido entra al plano de observación desde las direcciones z' y $-z'$. Nótese que esta suposición respeta la simetría de reflexión en dirección z' . Para el plano $z'=1/4$ se observa un flujo similar a los planos $z'=3/4$ y $z'=2/4$ (ver figura 6.5d). Finalmente para el plano $z'=0$, se encuentra el mismo comportamiento que el plano $z'=4/4$. En este caso el flujo presenta un sumidero en el punto $x'=0.5$, $y'=0.5$, pero en contraste con el plano $z'=4/4$ el fluido sale del plano de observación en la dirección z' debido a la presencia de la pared (ver figura 6.5e). La velocidad del flujo en la región central ($x'=1$) es de 1.0 mm/seg y 1.2 mm/seg para los planos $z'=3/4$ y $z'=2/4$ respectivamente. Las figuras 6.6c, d, e, muestran las trayectorias probables que las partículas siguieron en los planos $z'=2/4$, $z'=1/4$, y $z'=0$ respectivamente.

Habiendo pasado por toda la serie de planos se puede proponer una hipótesis del movimiento completo. Desde $x'=0$ a $x'=1$, el flujo es una celda cilíndrica que va desde la cara $z'=0$ hasta $z'=4/4$, girando en dirección contraria a las manecillas del reloj y con un eje de rotación paralelo al eje z' . Un flujo similar se presenta desde $x'=1$ hasta $x'=0$, por lo que el flujo global está compuesto por dos cilindros con movimiento ascendente en el centro de la celda. Un esquema de este patrón se muestra en la figura 6.7. Pensar que el flujo forma dos cilindros circulares perfectos sería un error, ya que se tienen que tomar en cuenta los efectos en las paredes. Dividiendo la celda por zonas de simetría se tiene la estructura mostrada en la figura 6.8. Debido a estas simetrías, se discutirá el movimiento del flujo únicamente en los cuadrantes 1 y 2. En el plano $z'=4/4$ se tiene un flujo que se mueve en dirección $-z'$, y su movimiento es contrario a las manecillas del reloj. Para el cuadrante 2 se tiene el mismo movimiento antihorario con un flujo que sale del centro del plano $z'=0$ en la dirección z' . Con la ayuda del esquema se puede imaginar el patrón global (figura 6.9). No hay que olvidar que el movimiento preferencial es el circular, por lo que existe un eje sobre el cual gira el flujo y que es precisamente donde se forman las corrientes en la dirección $-z'$ y z' . La superposición de los movimientos resulta en un movimiento espiral. Al centro de la celda, en el plano $z'=2/4$ las corrientes se encuentran en direcciones contrarias formando un flujo prácticamente bidimensional contenido en ese plano.

Además de la información obtenida por medio del seguimiento de partículas, la técnica óptica permite poner en evidencia el patrón de

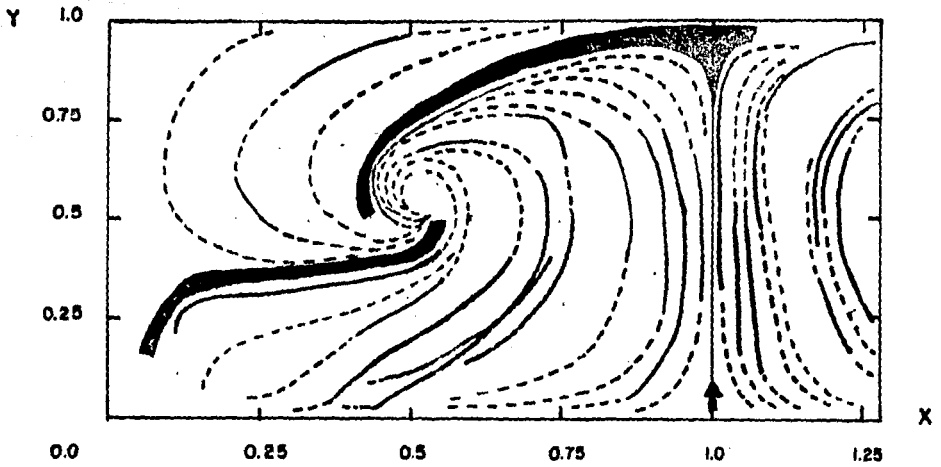


Figura 6.6a. Trayectoria probable de las partículas para el Experimento 1, plano $z'=4/4$. La zona sombreada corresponde a la zona de mayor brillantez de la figura 6.10a.

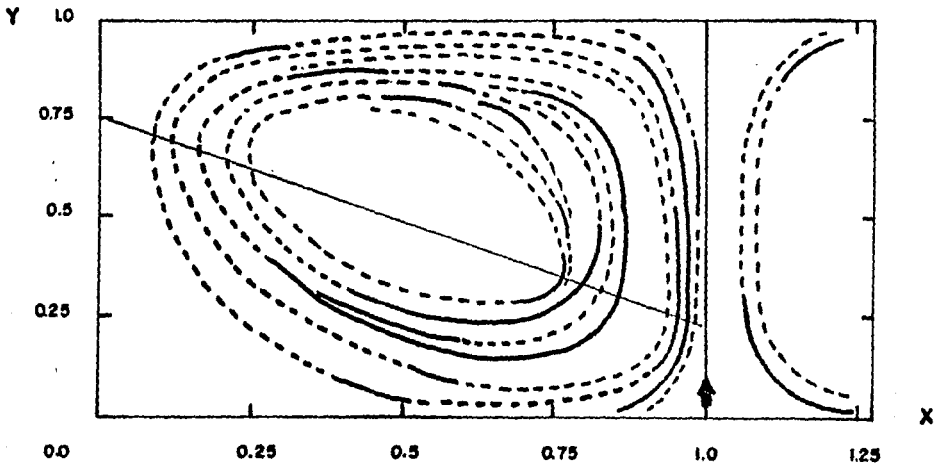


Figura 6.6b. Trayectoria probable de las partículas para el Experimento 1, plano $z'=3/4$.

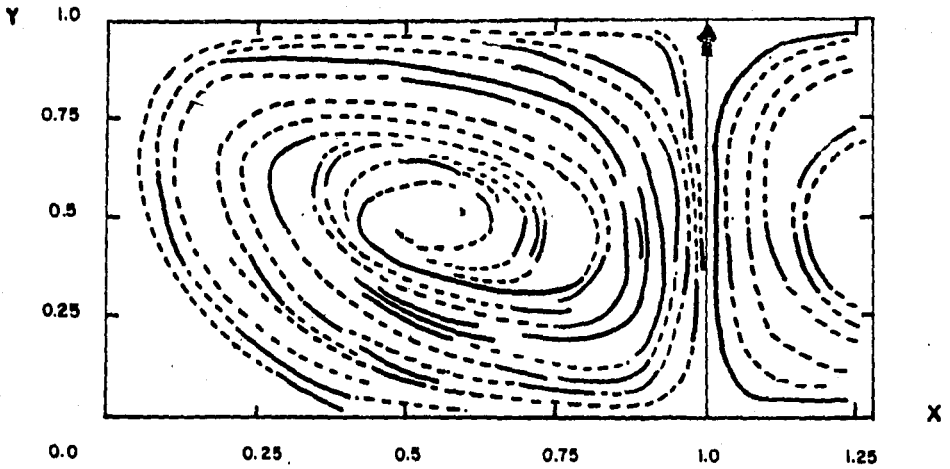


Figura 6.6c. Trayectoria probable de las partículas para el Experimento 1, plano $z'=2/4$.

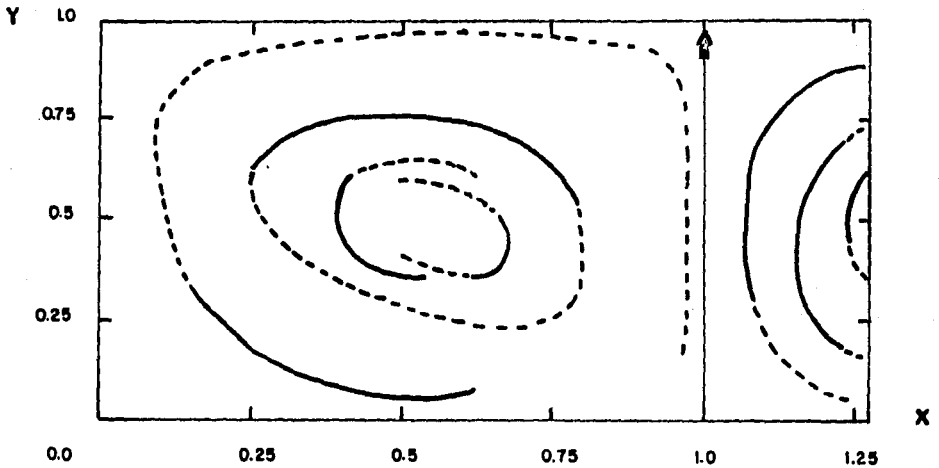


Figura 6.6d. Trayectoria probable de las partículas para el Experimento 1, plano $z'=1/4$.

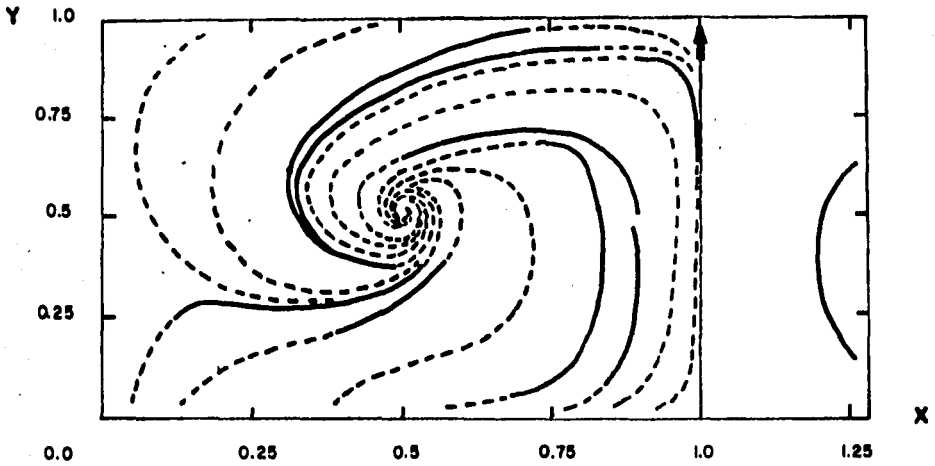


Figura 6.6e. Trayectoria probable de las partículas para el Experimento 1, plano $z'=0$.

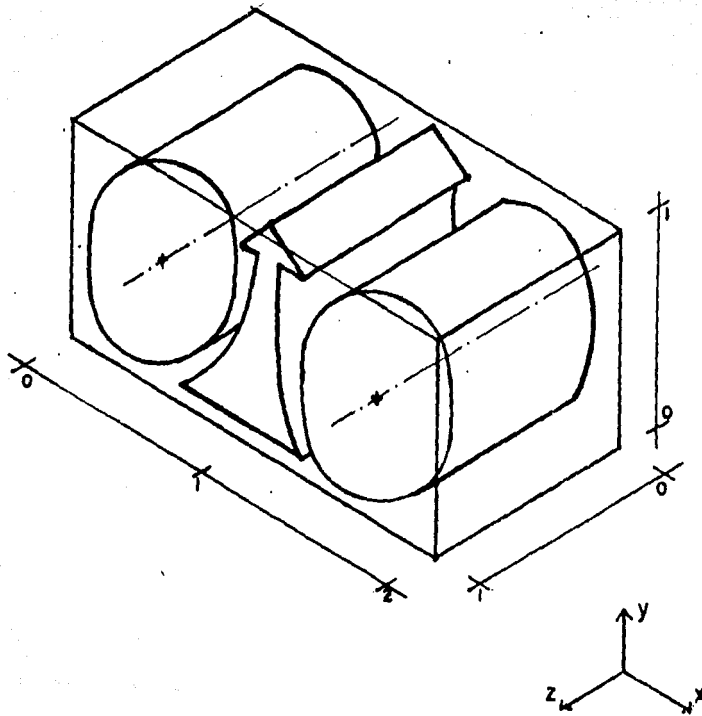


Figura 6.7. Esquema del flujo tipo cilíndrico para el Experimento I.

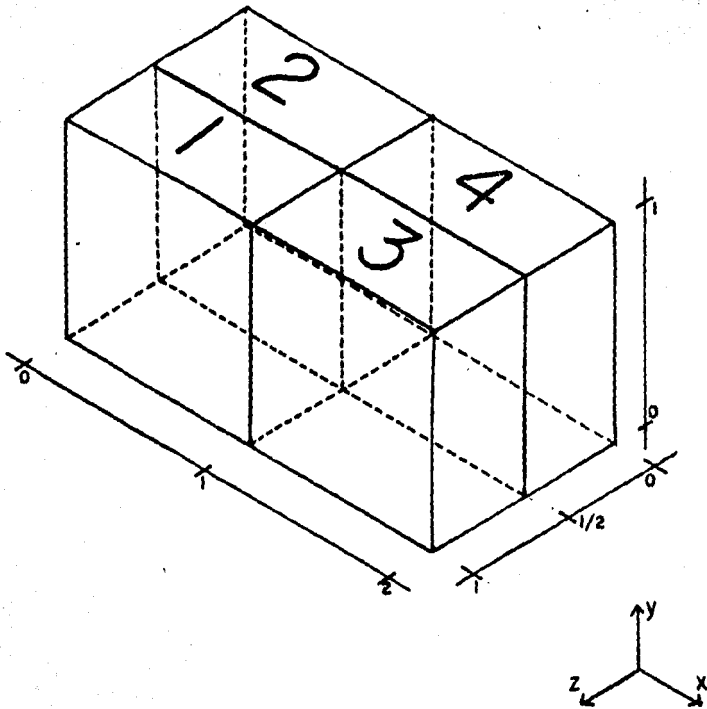


Figura 6.8. División de la celda por cuadrantes.

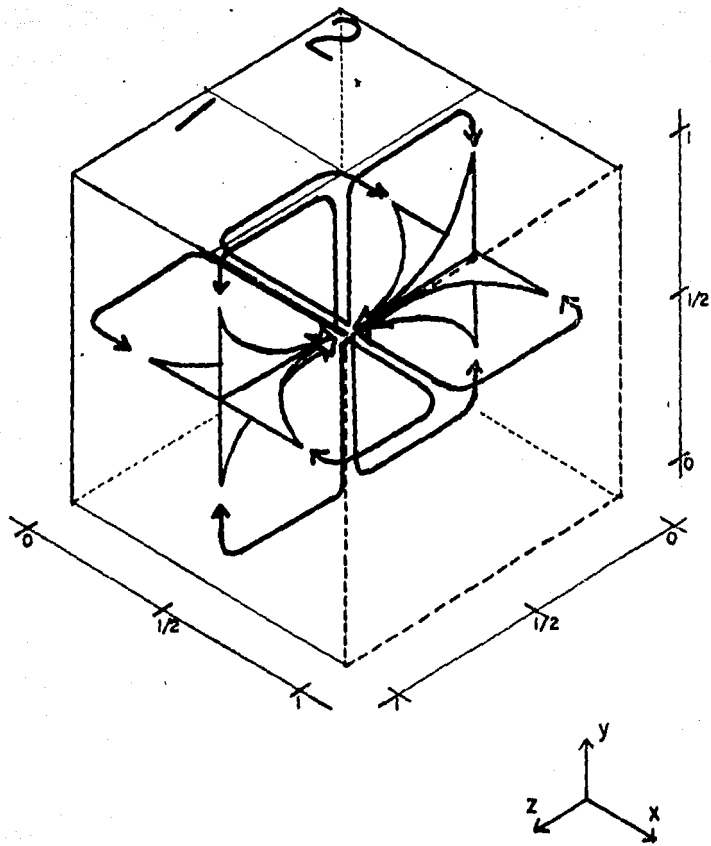


Figura 6.9. Dibujo esquemático del flujo en la celda para el Experimento 1.

movimiento por medio de la distribución de sombras. Usando el mismo arreglo óptico que se empleó en el seguimiento de partículas (segundo arreglo óptico descrito en la sección 5.2 y en la figura 5.7), se observaron regiones brillantes que acompañan el movimiento de las partículas. Se encontró que las trayectorias de estas últimas no cruzan estas regiones brillantes. La figura 6.10a fué obtenida para el plano $z'=8/8$. La forma de las regiones de mayor brillantez en la zona que se extiende de $x'=0$ a $x'=1$ es de dos brazos de una espiral abierta con centro en el punto $x'=0.5$, $y'=0.5$. La región de mayor brillantez se ha dibujado en la figura 6.6a con el fin de poner la distribución de iluminación en el contexto de las trayectorias de partículas. Las figuras 6.10b a 6.10e muestran los planos tomadas a diferentes posiciones equidistantes en dirección $-z'$. En el plano $z'=7/8$ (figura 6.10b) se observa que el radio de curvatura de los brazos de la espiral en la región cercana al centro es menor y las zonas de brillantez tienen un mayor espesor que en la figura 6.10a. En la figura 6.10c tomada en el plano $z'=6/8$ es prácticamente uniforme; mientras que una zona de mayor brillantez similar a un fragmento de un brazo de espiral se manifiesta en la figura 6.10d obtenida en $z'=5/8$ (apenas $1/8$ de separación de la figura 6.10c, equivalente a 1.6 mm). Finalmente, la figura 6.10e ($z'=4/8$) muestra un brazo de espiral similar al descrito en la figura anterior extendiéndose a una región más grande en la celda. La interpretación física de las sombras y el entendimiento de su relación con la dinámica del flujo es difícil. La intensidad no uniforme en la imagen se debe a un campo de índices de refracción inhomogeneos en el fluido y las regiones de mayor o menor intensidad se deben a cambios en la segunda derivada espacial del índice de refracción (Merzklrch [57]). En este trabajo no se intentó hacer una interpretación del campo de índices de refracción (o temperaturas) con la información de sombras. Sin embargo, se considera importante enfatizar que las trayectorias de las partículas no cruzan las zonas brillantes. Para ilustrar esto, se presenta la fotografía de la figura 6.11 donde se observa la trayectoria de partículas en el plano $z'=8/8$ durante 7 minutos. Se pueden identificar partículas que se desplazan aproximadamente paralelas a ambos brazos de las zonas brillantes en forma de espiral. Esto indica una relación entre las sombras y los detalles dinámicos del flujo.

El Experimento 2 efectuado con condiciones iniciales muy similares al Experimento 1 (ver Tabla 6.1) presenta prácticamente el mismo comportamiento, como se observa en las gráficas que se presentan a continuación. La figura 6.12 muestra las condiciones iniciales y las temperaturas que se mantuvieron durante 5 hrs. a lo largo del experimento. La diferencia de temperaturas promedio fué de 7.0°C y las variaciones máximas 0.5°C . Todas las condiciones experimentales fueron similares a las del Experimento 1, teniendo la mayor diferencia de 0.2°C en la temperatura promedio. Al igual que en la figura 6.1 se distinguen tres zonas; la primera donde se tienen las condiciones en estado de reposo, la segunda el estado transitorio de las temperaturas en la celda y el tercero y último con condiciones estables. Bajo estas últimas se realizaron las grabaciones que se discuten a continuación. Las figuras 6.13a, a 6.13c son las gráficas de las trayectorias de partículas en los planos $z'=4/4$, $z'=3/4$, $z'=2/4$ respectivamente. Se encontró que las trayectorias seguidas, el sentido del movimiento, la magnitud de las velocidades y las características globales del patrón de flujo son prácticamente iguales en todos los planos para ambos experimentos. El resultado del Experimento 3 presenta propiedades análogas a los

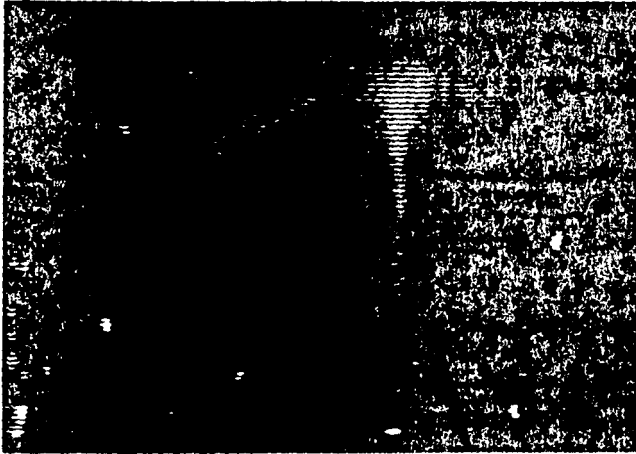


Figura 6.10a. Patrón de iluminación en el Experimento 1. Plano $z'=8/8$.

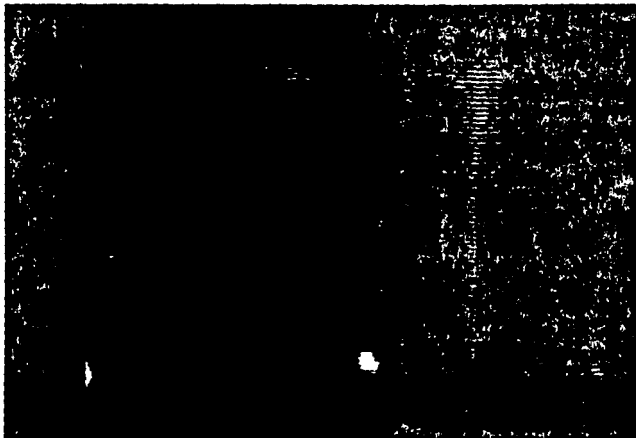


Figura 6.10b. Patrón de iluminación en el Experimento 1. Plano $z'=7/8$.

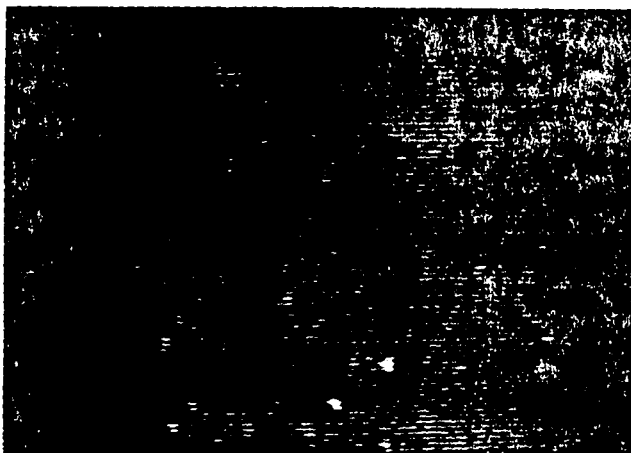


Figura 6.10c. Patrón de iluminación en el Experimento 1. Plano $z'=6/8$.



Figura 6.10d. Patrón de iluminación en el Experimento 1. Plano $z'=5/8$.

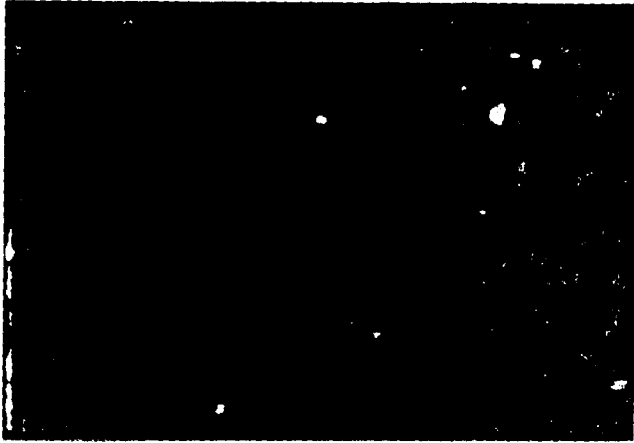


Figura 6.10e. Patrón de iluminación en el Experimento 1. Plano $z'=4/8$.



Figura 6.11. Trayectorias de partículas para el Experimento 1. Plano $z'=8/8$. El obturador de la cámara permaneció abierto durante 7 minutos.

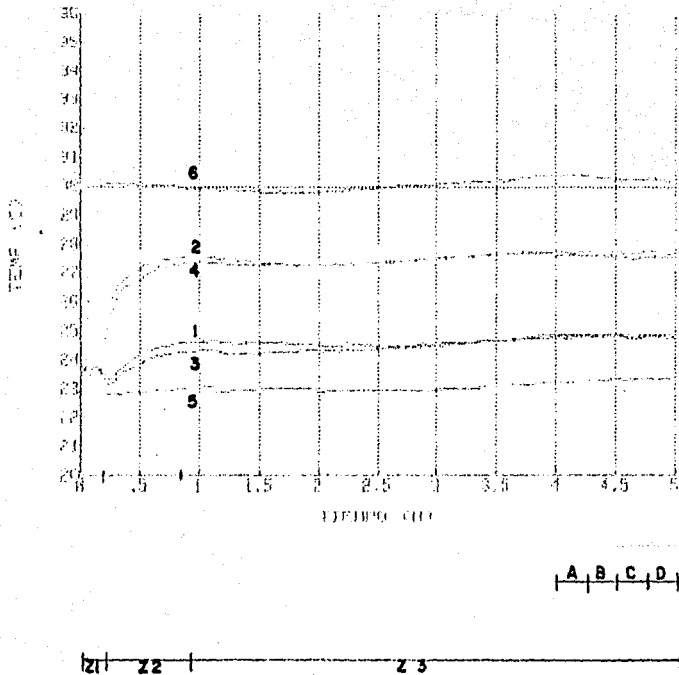


Figura 6.12. Temperaturas como función del tiempo para el Experimento 2. Los números en las curvas corresponden a la disposición de los termopares en la figura 5.4.

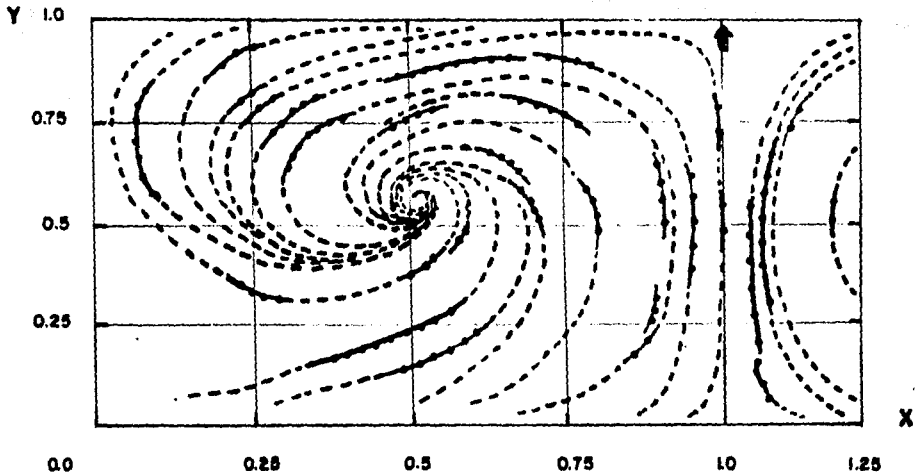


Figura 6.13a. Posiciones de centroides de partículas para el Experimento 2 plano $z'=4/4$. $Ra=2.5 \times 10^5$. [—] Resultados experimentales. [--] Probable continuación de la trayectoria.

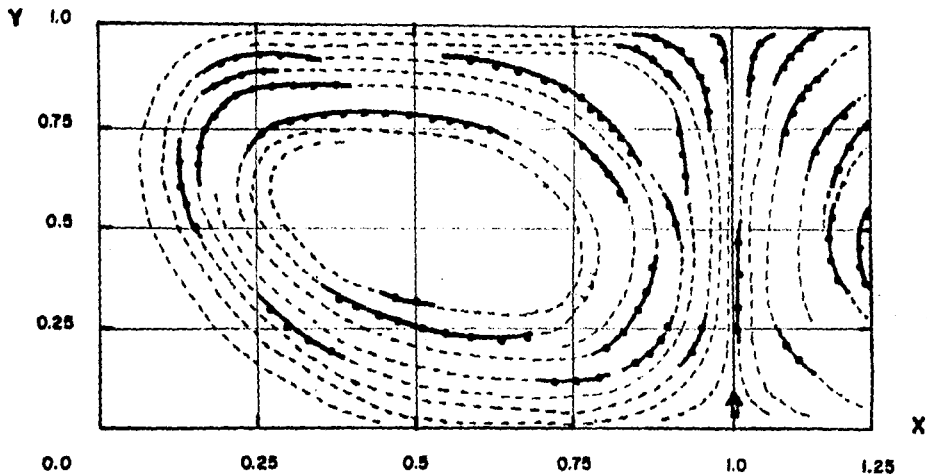


Figura 6.13b. Posiciones de centroides de partículas para el Experimento 2 plano $z'=3/4$. $Ra=2.5 \times 10^5$. [—] Resultados experimentales. [--] Probable continuación de la trayectoria.

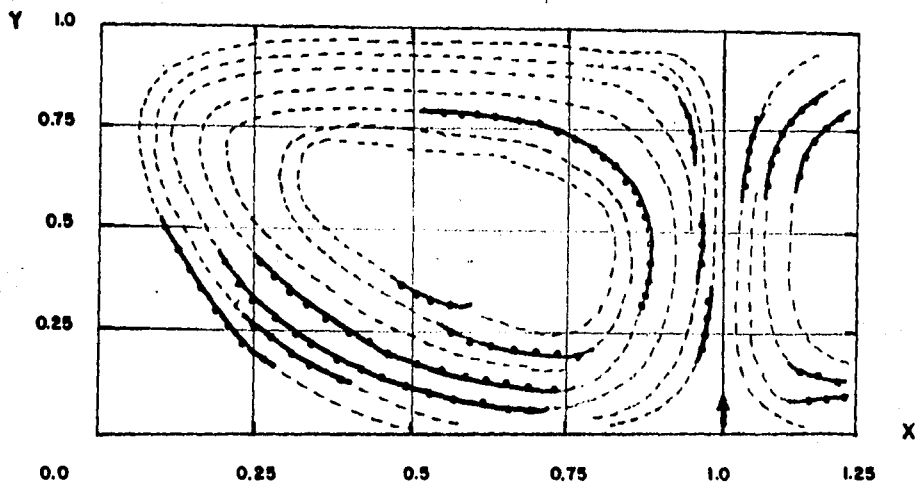


Figura 6.13c. Posiciones de centroides de partículas para el Experimento 2 plano $z'=2/4$. $Ra=2.5 \times 10^5$. [—] Resultados experimentales. [---] Probable continuación de la trayectoria.

ESTA COPIA NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

experimentos 1 y 2.

En el Experimento 4 la diferencia de temperaturas entre las paredes inferior y superior es de 9.6°C , que es 2.4°C mayor que la correspondiente al Experimento 1. En este caso el número de Rayleigh es de 3.4×10^5 . En la figura 6.14a, a 6.14c se presentan los resultados en los planos $z'=4/4$, $z'=3/4$, y $z'=2/4$ respectivamente. El patrón de movimiento seguido para este caso es parecido al mostrado en los casos anteriores (Experimento 1 y 2). La diferencia más importante es la magnitud de la velocidad, que para este caso la velocidad máxima es de 0.75 mm/seg, 1.2 mm/seg, y 1.2 mm/seg, en los planos $z'=4/4$, $z'=3/4$, y $z'=2/4$ respectivamente. Los experimentos 5 y 6 muestran un comportamiento similar al del Experimento 4.

El Experimento 7 se efectuó bajo condiciones similares a las empleadas en los experimentos 1 a 6. La diferencia de temperaturas entre las paredes caliente y fría es de 8.9°C y el número de Rayleigh de 3.2×10^5 . La temperatura ambiente es de 24.5°C (similar a la de todos los experimentos). La condición inicial sobre la temperatura de la pared es de tipo escalón. La figura 6.15 muestra la temperatura como función del tiempo acusada por los termopares localizados en las paredes. La gráfica no muestra diferencias notables respecto a la correspondiente al Experimento 1 (figura 6.1). El patrón de flujo observado es cualitativamente diferente al encontrado en los experimentos 1-6. El flujo presenta un patrón de dos rollos cilíndricos con características parecidas al presentado en la discusión del Experimento 1, pero con el sentido de giro invertido. Esto es, el flujo en la región central es descendente en contraste con el resto de los experimentos (1-6), donde el flujo central asciende. Los detalles del flujo se muestran en la figura 6.16 obtenida para el plano $z'=1/2$. el patrón de flujo es cualitativamente igual al de la figura 6.5c rotado 180° sobre el eje x' . La velocidad en la región central es de 0.9 mm/seg, que es del orden de los experimentos 1 y 4.

Es importante enfatizar que no existe una razón aparente que cause la diferencia cualitativa en el patrón de flujo. Las condiciones iniciales y de frontera, así como la geometría y el fluido de trabajo son similares en los siete experimentos. De los 11 experimentos reportados en la Tabla 6.1, solo se encontró uno con el flujo central descendente, aunque en experimentos preliminares se observó este tipo de flujo en repetidas ocasiones.

El Experimento 8 se efectuó con una función de calentamiento tipo escalón con una diferencia de temperaturas promedio de 13.9°C . La diferencia entre este experimento y los descritos anteriormente es que la diferencia de temperaturas fué aumentada. En este caso, el patrón de franjas de interferencia se formó de manera similar a los experimentos con las mismas condiciones iniciales, sin embargo la deflexión de la luz fué mayor y por lo tanto el patrón de franjas no es muy claro (figura 6.17). Por consiguiente, no se hizo un análisis detallado de la dinámica del movimiento.

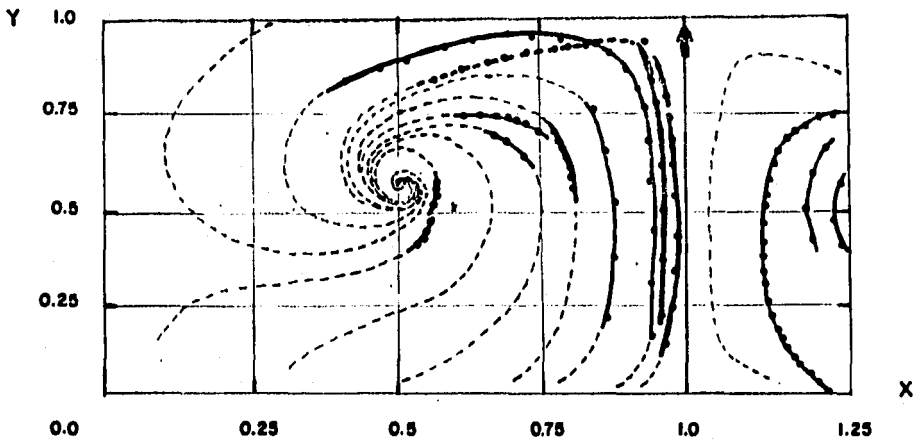


Figura 6.14a. Posiciones de centroides de partículas para el Experimento 4 plano $z'=4/4$. $Ra=3.1 \times 10^5$. [—] Resultados experimentales. [---] Probable continuación de la trayectoria.

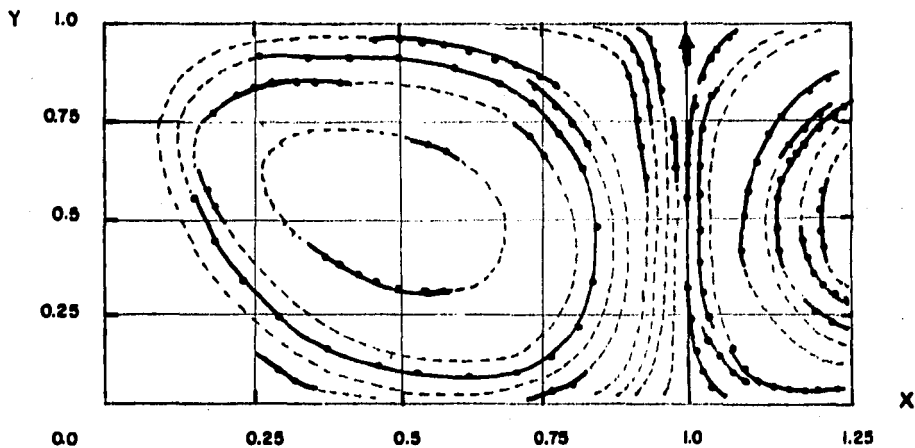


Figura 6.14b. Posiciones de centroides de partículas para el Experimento 4 plano $z'=3/4$. $Ra=3.1 \times 10^5$. [—] Resultados experimentales. [---] Probable continuación de la trayectoria.

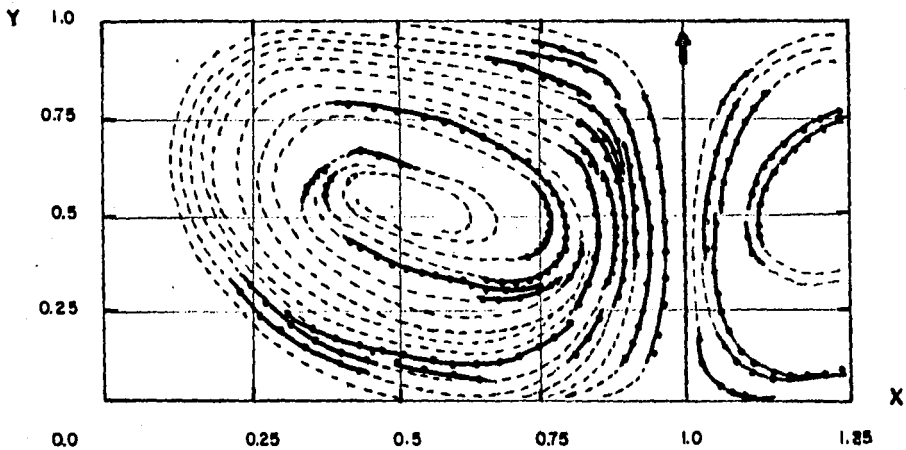


Figura 6.14c. Posiciones de centroides de partículas para el Experimento 4 plano $z'=2/4$, $Ra=3.1 \times 10^5$. [—] Resultados experimentales. [--] Probable continuación de la trayectoria.

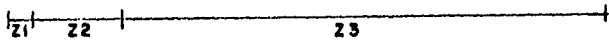
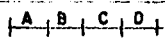
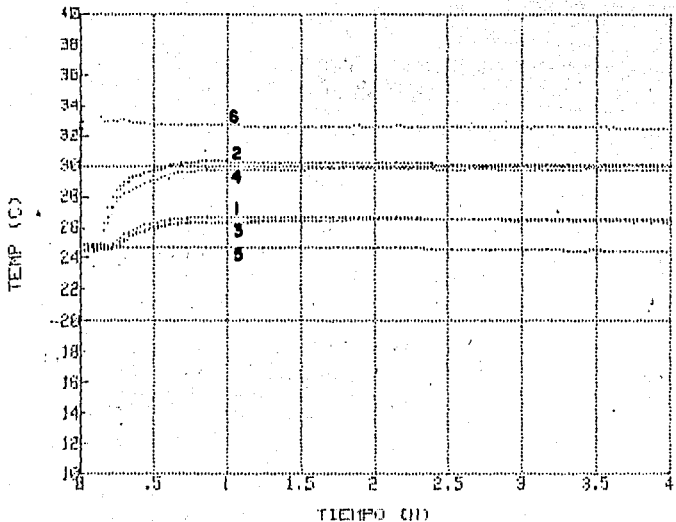


Figura 6.15. Temperaturas como función del tiempo para el Experimento 7. Los números en las curvas corresponden a la disposición de los termopares en la figura 5.4.

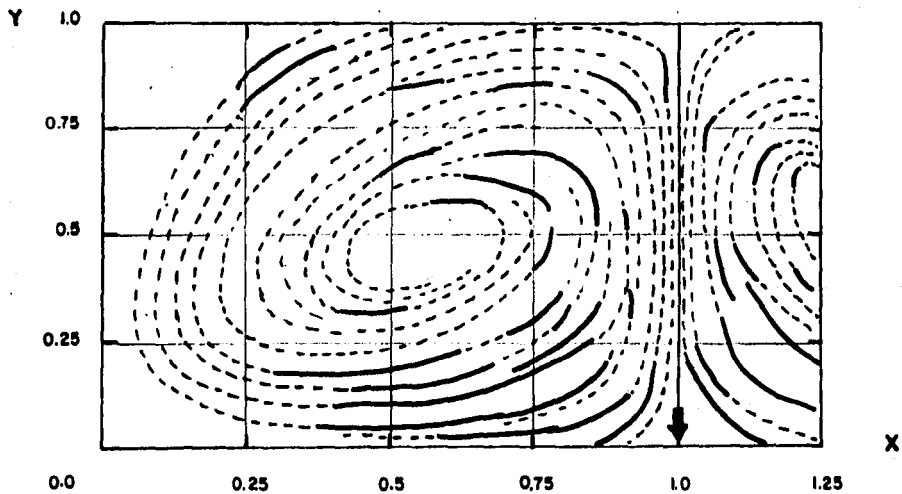


Figura 6.16. Posiciones de centroides de partículas para el Experimento 7 plano $z'=2/4$. $Ra=5.0 \times 10^5$. [—] Resultados experimentales. [---] Probable continuación de la trayectoria.



Figura 6.17. Patrón de franjas de interferencia para el Experimento 8 en estado permanente.

6.2.2 CONDICION INICIAL TIPO RAMPA.

La diferencia principal de estos experimentos con respecto a los descritos en la sección 6.2.1 es la función de calentamiento. Para los experimentos 9, 10 y 11 el calentamiento es de tipo rampa. La idea fué proponer diferentes pendientes de la función para encontrar el cambio en el patrón de movimiento y posteriormente compararlo con los experimentos a los que se aplicó una función de calentamiento tipo escalón.

La metodología utilizada en los experimentos 9, 10 y 11 fué básicamente igual. Todos se iniciaron bajo condiciones isotérmicas. En seguida se fué calentando el agua de recirculación de la frontera inferior de la celda bajo una función predeterminada de temperatura, esto provocó que el movimiento del fluido se presentara de manera paulatina, hasta alcanzar la diferencia de temperatura constante deseada y el estado permanente del patrón de movimiento del flujo.

La figura 6.18 muestra la gráfica correspondiente a la curva de temperatura que se obtuvo para el experimento 9. En ésta como en todas las gráficas de temperatura mostradas a lo largo de la tesis se distinguen tres zonas: la primera con una duración de 10 minutos donde se tiene condiciones en reposo, la segunda donde se muestra la curva que indica la temperatura como función del tiempo en el periodo de calentamiento transitorio que tiene una duración total de 90 minutos y la tercera donde se muestran las condiciones una vez que se alcanzó la diferencia de temperatura constante, que para este caso fué de 7.5°C .

El patrón de franjas de interferencia comenzó su movimiento al minuto 27 cuando se registra una diferencia de temperaturas de 2.5°C aproximadamente. Es importante mencionar que la función de calentamiento no presenta una recta durante el tiempo en que se está modificando la diferencia de temperaturas, sin embargo, se hace una aproximación para asignar una inclinación a la curva en cada experimento. En el Experimento 10 la pendiente de la función de temperatura fué menor que en el Experimento 9 mientras que la diferencia de temperaturas para el estado permanente fué aumentada en 2.2°C . A los 38 minutos las franjas de interferencia comenzaron a moverse registrando una diferencia de temperaturas de 2.7°C . En la figura 6.19 se muestra la gráfica de temperatura para el Experimento 10, nuevamente se presentan las mismas zonas que en la gráfica del Experimento 9. El tiempo de calentamiento hasta alcanzar la temperatura programada fué de 230 minutos. En el Experimento 11 se mantuvo la diferencia de temperaturas final aproximadamente igual que la de el Experimento 9 (con una variación de 0.2°C durante 5 hrs.) pero se cambió la pendiente de la función de temperatura haciéndola aún menor que la del Experimento 10. La diferencia de temperaturas cuando el fluido se comenzaba a mover fué de 1.8°C a los 35 minutos de iniciado el experimento (figura 6.20). El calentamiento se llevó a cabo en un transcurso de 340 minutos antes de alcanzar la diferencia de temperatura constante. En los tres casos se obtuvo un flujo ascendente en la región central y la diferencia de temperaturas crítica promedio es de 2.3°C . Los patrones de interferencia para estos casos son prácticamente iguales entre sí e iguales al correspondiente del Experimento 1 obtenido con condiciones a la frontera tipo escalón (figura 6.2b) por lo que el patrón de movimiento global del flujo fué similar (ver figuras 6.21, 6.22, 6.23).

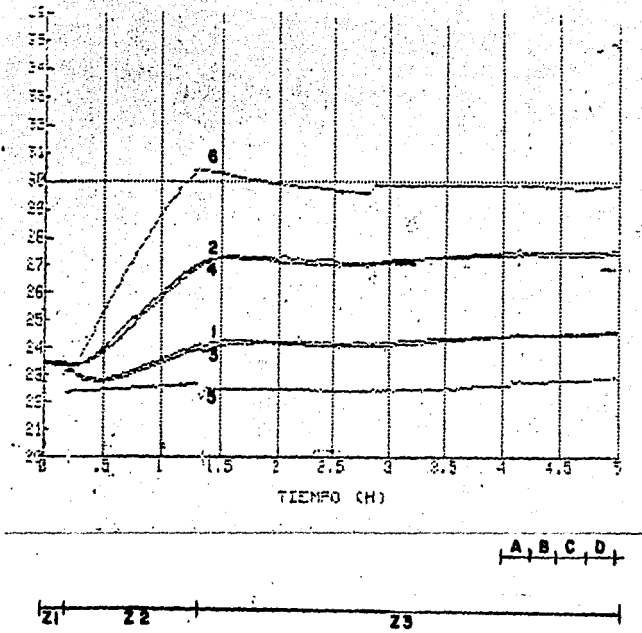


Figura 6.18. Temperaturas como función del tiempo para el Experimento 9. Los números en las curvas corresponden a la disposición de los termopares en la figura 5.4.

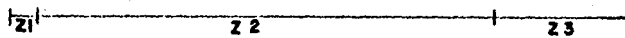
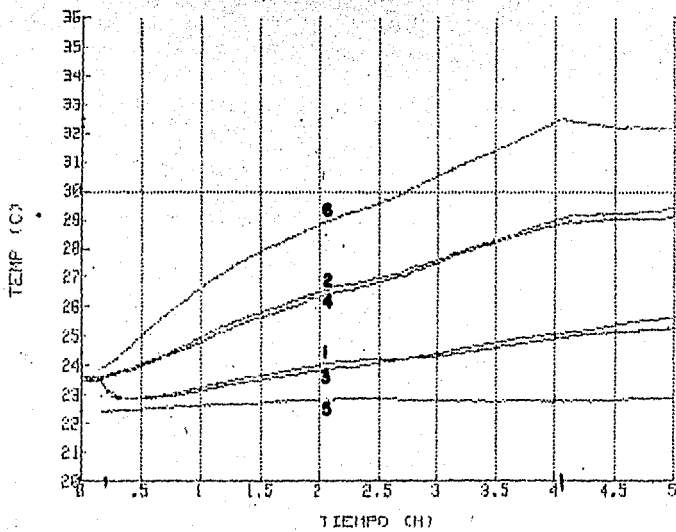


Figura 6.19. Temperaturas como función del tiempo para el Experimento 10. Los números en las curvas corresponden a la disposición de los termopares en la figura 5.4.

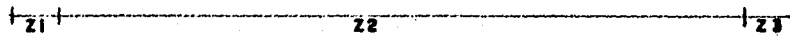
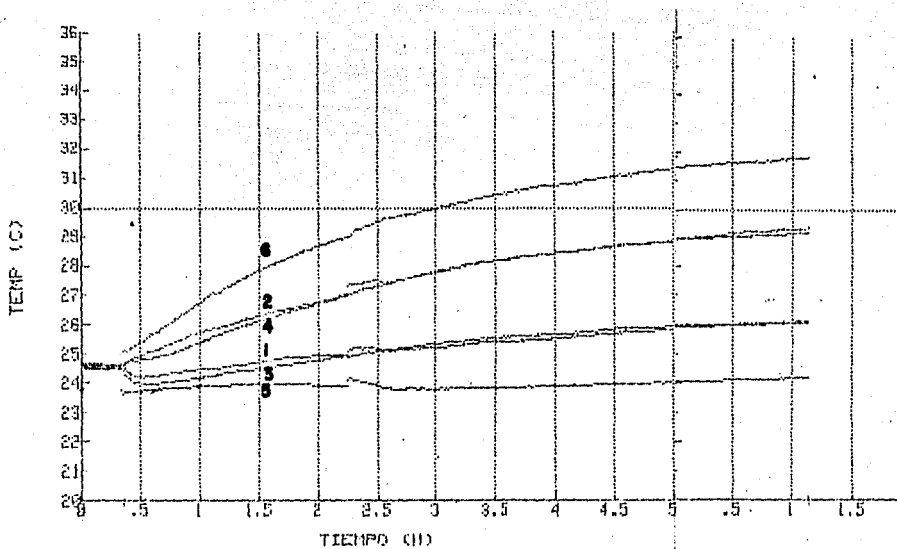


Figura 6.20. Temperaturas como función del tiempo para el Experimento 11. Los números en las curvas corresponden a la disposición de los termopares en la figura 5.4.

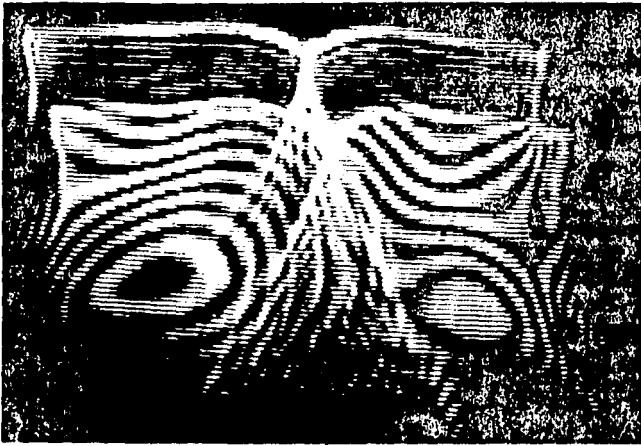


Figura 6.21. Patrón de franjas de Interferencia para el Experimento 9 en estado permanente.

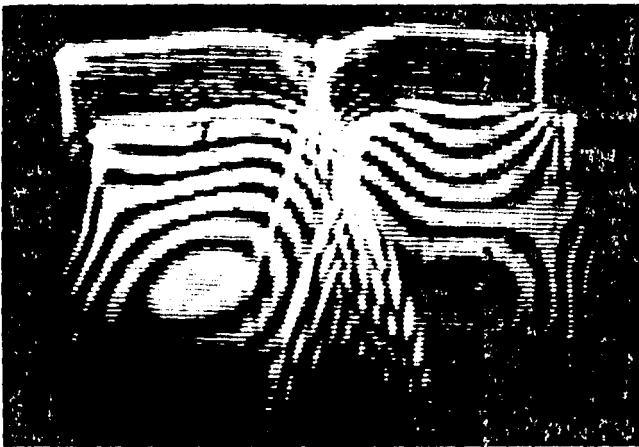


Figura 6.22. Patrón de franjas de interferencia para el Experimento 10 en estado permanente.

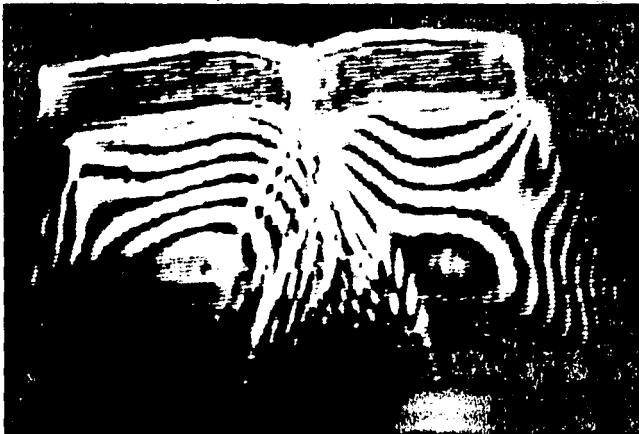


Figura 6.23. Patrón de franjas de interferencia para el Experimento 11 en estado permanente.

La secuencia del movimiento de la franjas se analizó por medio de una serie de fotografías que permiten dar idea de la evolución de las líneas de interferencia hasta su estado final. En las figuras 6.24a-h, se muestran 8 tomas que abarcan toda la celda. La primera imagen muestra el estado inicial cuando el flujo está en reposo. Las figuras siguientes están tomadas a tiempos diferentes hasta llegar a la figura 6.24h que es la imagen cuando el flujo está en estado permanente. En esta secuencia el flujo tiene la forma de dos cilindros con ejes paralelos al lado corto de la celda.

CONCLUSIONES DEL TRABAJO EXPERIMENTAL.

- a) Se desarrolló una técnica óptica que permite determinar cualitativa y cuantitativamente el campo tridimensional de velocidades en el flujo de convección natural dentro de la cavidad.
- b) Se desarrolló una técnica óptica que permite en principio determinar el campo de temperaturas en el flujo mencionado.
- c) Se analizó y discutió las propiedades del campo tridimensional de velocidades para el número de Rayleigh en el intervalo de 2×10^5 a 5×10^5 y número de Prandtl igual a 197.
- d) Se demostró la existencia de soluciones múltiples. Aunque no fué posible identificar las condiciones iniciales que llevan a una u otra solución.

En el siguiente capítulo se presenta un análisis teórico en el cual se han tomado en cuenta estos puntos.

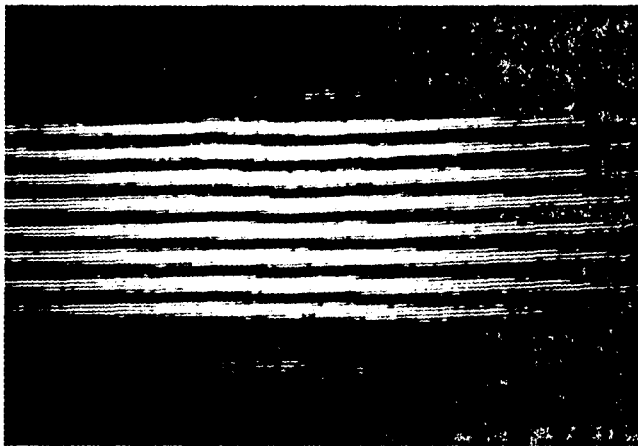


Figura 6.24a. Patrón de franjas de interferencia del Experimento 9 al tiempo $t=0$ min.



Figura 6.24b. Patrón de franjas de interferencia del Experimento 9 al tiempo $t=20$ min.



Figura 6.24c. Patrón de franjas de interferencia del Experimento 9 al tiempo $t=40$ min.

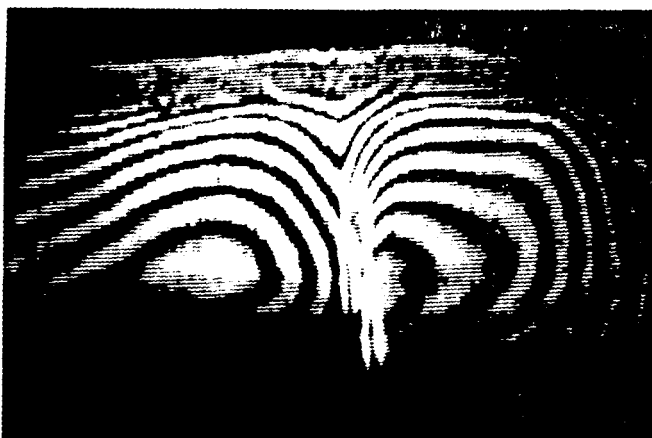


Figura 6.24d. Patrón de franjas de interferencia del Experimento 9 al tiempo $t=50$ min.

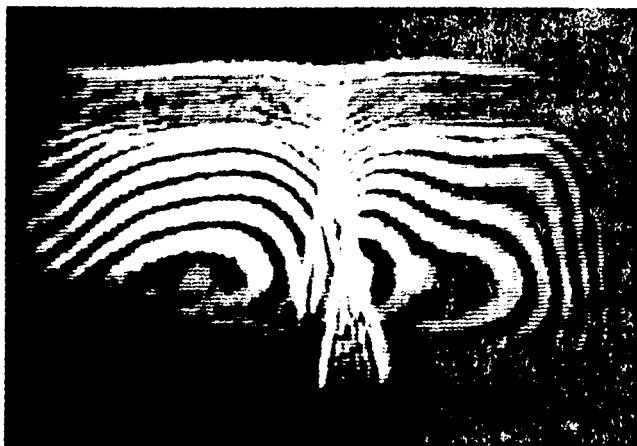


Figura 6.24e. Patrón de franjas de interferencia del Experimento 9 al tiempo $t=60$ min.



Figura 6.24f. Patrón de franjas de interferencia del Experimento 9 al tiempo $t=70$ min.

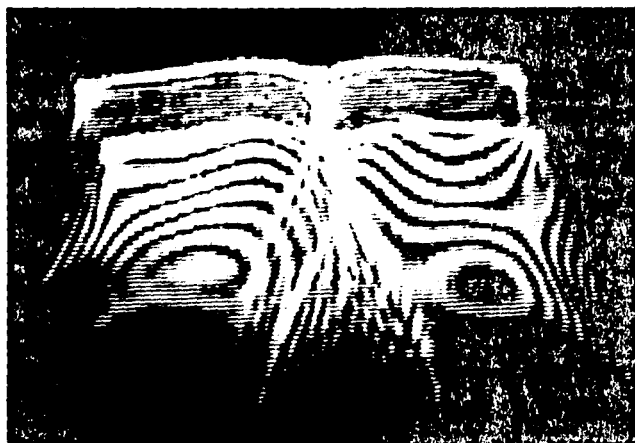


Figura 6.24g. Patrón de franjas de interferencia del Experimento 9 al tiempo $t=90$ min.

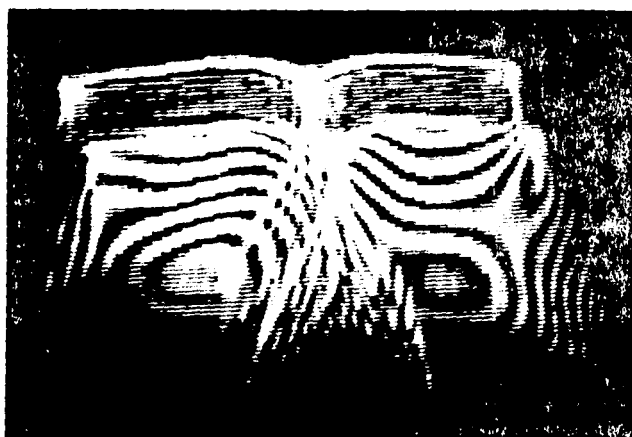


Figura 6.24h. Patrón de franjas de interferencia del Experimento 9 al tiempo $t=110$ min.

CAPITULO 7

MODELO Y RESULTADOS TEORICOS

7.1 MODELO TEORICO.

La convección natural en estado permanente se analizará en una cavidad con dimensiones $X=0.05m$, $Y=0.025m$ y $Z=0.025m$. La cavidad contiene un fluido newtoniano cuyas propiedades físicas son constantes. Las cuatro paredes verticales son adiabáticas, mientras que las paredes horizontales se mantienen a temperatura constante y uniforme. La temperatura en la pared superior (T_2) es menor que la temperatura de la pared inferior (T_1) (la geometría descrita se encuentra esquemáticamente en la figura 2.1). Se considera que la aproximación de Boussinesq es válida y consiguientemente la densidad es constante excepto en el término de fuerza de cuerpo. Bajo estas condiciones, las ecuaciones de balance toman la forma siguiente:

Ecuación de balance de masa

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (7.1)$$

donde (x, y, z) son coordenadas espaciales y (u, v, w) , son las componentes de la velocidad en las direcciones x , y , y z respectivamente.

Ecuación de cantidad de movimiento

en dirección x

$$\rho_0 \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (7.2)$$

en dirección y

$$\rho_0 \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - (\rho - \rho_0) g_y \quad (7.3)$$

en dirección z

$$\rho_0 \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (7.4)$$

donde μ es la viscosidad, p la presión, ρ la densidad, y g_y la aceleración de la gravedad. El subíndice "0" denota el valor de referencia.

El término de fuerza de flotación puede ser calculado considerando una variación lineal de la densidad con la temperatura (T).

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta(T - T_0)) \quad (7.5)$$

el coeficiente de expansión volumétrica β está definido por:

$$\beta = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial T} \Big|_{T=T_0} \quad (7.6)$$

La ecuación 7.5 es una expansión en series de Taylor a primer orden alrededor del punto ρ_0 . Si se sustituye la ecuación 7.5 en el término de flotación se tiene:

$$(\rho - \rho_0)gy = (\rho_0 [1 - \beta (T - T_0)] - \rho_0) gy \quad (7.7)$$

o bien

$$(\rho - \rho_0)gy = \rho_0 \beta gy (T_0 - T) \quad (7.8)$$

Ecuación de energía

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{k}{\rho_0 C} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (7.9)$$

donde k es la conductividad térmica y C la capacidad calorífica.

7.1.1 CONDICIONES A LA FRONTERA.

1.- Paredes verticales

$$0 \leq x \leq X, \quad 0 \leq y \leq Y; \quad z=0 \quad \text{a) velocidad} \quad u, v, w = 0$$

$$\text{b) temperatura} \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

$$z=Z \quad \text{a) velocidad} \quad u, v, w = 0$$

$$\text{b) temperatura} \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

$$0 \leq y \leq Y, \quad 0 \leq z \leq Z; \quad x=0 \quad \text{a) velocidad} \quad u, v, w = 0$$

$$\text{b) temperatura} \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

$$x=X \quad \text{a) velocidad} \quad u, v, w = 0$$

$$\text{b) temperatura} \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

2.- Paredes horizontales

$$0 \leq x \leq X, \quad 0 \leq z \leq Z; \quad y=0 \quad \text{a) velocidad} \quad u, v, w = 0$$

$$\text{b) temperatura} \quad T = T_1$$

$$y=Y \quad \text{a) velocidad} \quad u, v, w = 0$$

$$\text{b) temperatura} \quad T = T_2$$

7.1.2 ECUACIONES ADIMENSIONALIZADAS.

Debe notarse que PHOENICS resuelve las ecuaciones de balance en forma dimensional. Sin embargo, se presentan también las ecuaciones en forma adimensional con el fin de expresarlas en forma general y resaltar la influencia de los parámetros adimensionales que caracterizan el fenómeno.

Las ecuaciones adimensionales pueden ser obtenidas de muy diversos modos dependiendo del tipo de escalamiento que se proponga. En este caso se propusieron las siguientes relaciones:

para las velocidades

$$u' = \frac{u}{\alpha/Y}; \quad v' = \frac{v}{\alpha/Y}; \quad w' = \frac{w}{\alpha/Y}$$

para las variables espaciales

$$x' = \frac{x}{Y}; \quad y' = \frac{y}{Y}; \quad z' = \frac{z}{Y}$$

y para la temperatura¹

$$T' = \frac{T}{\Delta T}; \quad \text{donde } \Delta T = T_1 - T_2$$

Sustituyendo estas relaciones para las variables en las ecuaciones de conservación (7.1 a 7.4 y 7.9) quedan de la siguiente forma:

Ecuación de balance de masa

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} + \frac{\partial w'}{\partial z'} = 0 \quad (7.10)$$

Ecuación de cantidad de movimiento

en dirección x

$$\frac{1}{Pr} \left(u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} + w' \frac{\partial u'}{\partial z'} \right) = - \frac{\partial p'}{\partial x'} + \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial z'^2} \right) \quad (7.11)$$

en dirección y

$$\frac{1}{Pr} \left(u' \frac{\partial v'}{\partial x'} + v' \frac{\partial v'}{\partial y'} + w' \frac{\partial v'}{\partial z'} \right) = - \frac{\partial p'}{\partial y'} + \left(\frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial z'^2} \right) + Ra \Delta T \quad (7.12)$$

en dirección z

$$\frac{1}{Pr} \left(u' \frac{\partial w'}{\partial x'} + v' \frac{\partial w'}{\partial y'} + w' \frac{\partial w'}{\partial z'} \right) = - \frac{\partial p'}{\partial z'} + \left(\frac{\partial^2 w'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 w'}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 w'}{\partial z'^2} \right) \quad (7.13)$$

donde $p' = (Y^2/\rho\alpha\nu)p$; Pr es el número de Prandtl y Ra el número de Rayleigh definidos en el Capítulo 2.

¹ Nótese que la adimensionalización coincide con la correspondiente presentada en la sección 6.1.1

Ecuación de energía

$$u' \frac{\partial T'}{\partial x'} + v' \frac{\partial T'}{\partial y'} + w' \frac{\partial T'}{\partial z'} = \left(\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 T'}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 T'}{\partial z'^2} \right) \quad (7.14)$$

7.1.3 CONDICIONES A LA FRONTERA ADIMENSIONALES.

1.- Paredes verticales

$$0 \leq x' \leq 2, \quad 0 \leq y' \leq 1; \quad z' = 0 \quad \text{a) velocidad} \quad u', v', w' = 0$$

$$\text{b) temperatura} \quad \frac{\partial T'}{\partial z'} = 0$$

$$z' = 1 \quad \text{a) velocidad} \quad u', v', w' = 0$$

$$\text{b) temperatura} \quad \frac{\partial T'}{\partial z'} = 0$$

$$0 \leq y' \leq 1, \quad 0 \leq z' \leq 1; \quad x' = 0 \quad \text{a) velocidad} \quad u', v', w' = 0$$

$$\text{b) temperatura} \quad \frac{\partial T'}{\partial x'} = 0$$

$$x' = 2 \quad \text{a) velocidad} \quad u', v', w' = 0$$

$$\text{b) temperatura} \quad \frac{\partial T'}{\partial x'} = 0$$

2.- Paredes horizontales

$$0 \leq x' \leq 2, \quad 0 \leq z' \leq 1; \quad y' = 0 \quad \text{a) velocidad} \quad u', v', w' = 0$$

$$\text{b) temperatura} \quad T' = 1/(1-T'^{\bullet})$$

$$y' = 1 \quad \text{a) velocidad} \quad u', v', w' = 0$$

$$\text{b) temperatura} \quad T' = 1/[(1/T'^{\bullet}) - 1]$$

donde $T'^{\bullet} = T_2/T_1$

7.2 METODO DE SOLUCION

En muchos problemas de convección natural, es imposible en el presente obtener soluciones analíticas, por lo que es necesario recurrir a soluciones por medio de métodos numéricos. Para la solución del problema planteado en la sección anterior, se utilizó un paquete comercial diseñado para la integración de las ecuaciones de transporte denominado PHOENICS (Parabolic Hyperbolic or Elliptic Numerical Integration Code Series). PHOENICS se compone esencialmente de dos códigos base y dos auxiliares. Uno de los códigos base es un preprocesador denominado SATELLITE el otro es el procesador denominado EARTH. Los códigos auxiliares son PHOTON y GUIDE. SATELLITE es un intérprete entre la información que el usuario manda a través de un archivo de datos denominado Q1 y EARTH que es el código que integra las

ecuaciones de balance. Los resultados se encuentran en los archivos de salida RESULT y PHIDA. Este último, es leído por el código auxiliar PHOTON que muestra gráficamente los resultados. Cuando se requiere interactuar con EARTH, PHOENICS permite esto a través de subrutinas contenidas en el código GROUND (Spalding [65]).

PHOENICS utiliza el esquema de volumen finito para la discretización de las ecuaciones de transporte (Patankar [66]). Para obtener la solución numérica de los campos de velocidad y temperatura con este esquema, el dominio se divide en un número determinado de celdas o volúmenes de control como el que se muestra en la figura 7.1 para el caso de un dominio bidimensional.

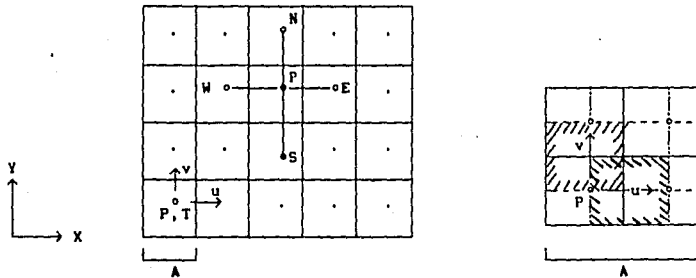


Figura 7.1. Geometría de un dominio bidimensional. Las líneas continuas forman los volúmenes para variables escalares, las líneas punteadas forman los volúmenes para las componentes de la velocidad.

Lo más atractivo del método de volumen finito es que las integrales en todo el dominio, se obtienen a partir de la consumación de la integral de masa, cantidad de movimiento y energía para cada volumen. En este punto es conveniente escribir las ecuaciones de balance en forma general de la siguiente manera:

$$u \frac{\partial (\rho\phi)}{\partial x} + v \frac{\partial (\rho\phi)}{\partial y} + w \frac{\partial (\rho\phi)}{\partial z} = \Gamma \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) + S_\phi \quad (7.15)$$

donde ϕ es cualquier variable escalar, incluyendo componentes de variables vectoriales, Γ es el coeficiente de transporte considerado constante y S_ϕ es el término fuente para la variable ϕ .

Las ecuaciones de balance empleadas en el presente modelo (ecuaciones 7.1 a 7.4 y 7.9) pueden obtenerse a partir de la ecuación 7.15 sustituyendo las variables indicadas en la Tabla 7.1 y considerando la densidad constante excepto en el término de fuerzas de cuerpo.

ECUACION	ϕ	Γ	S_ϕ
BALANCE DE MASA	1	0	0
CANTIDAD DE MOVIMIENTO EN X	u	μ	$-\frac{\partial p}{\partial x}$
CANTIDAD DE MOVIMIENTO EN Y	v	μ	$-\frac{\partial p}{\partial y} - (\rho - \rho_0)g$
CANTIDAD DE MOVIMIENTO EN Z	w	μ	$-\frac{\partial p}{\partial z}$
ENERGIA	T	k/c_p	

Tabla 7.1. Variables de la ecuación de transporte.

Integrando la ecuación 7.15 sobre cada celda del dominio, se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones algebraicas para cada una de las componentes de la velocidad (u, v, w), presión p y temperatura T.

$$(\sum_i A_i) \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + A_H \phi_H + A_L \phi_L + b \quad (7.16)$$

donde las A's son los coeficientes que resultan de integrar las ecuaciones en el volumen centrado en P, los subíndices E, W, N, S, H, L, indican las posiciones de los nodos de los volúmenes vecinos, y b el término fuente que incluye las diversas fuentes involucradas. Al centro de cada lado de la celda se evalúa la velocidad normal correspondiente, mientras que la presión y la temperatura o cualquier propiedad escalar son evaluadas al centro de la celda ver figura 7.2.

La ecuación 7.16 se puede reescribir usando notación indicial de la siguiente manera:

$$(\sum_i A_i) \phi_P = \sum_i A_i \phi_i + b \quad (7.17)$$

despejando ϕ_P se tiene:

$$\phi_P = \frac{\sum_i A_i \phi_i + b}{A_P} \quad (7.18)$$

donde: $A_P = \sum_i A_i$
 $i = E, W, N, S, H, L$

El conjunto de ecuaciones algebraicas lineales (7.18) son resueltas iterativamente usando algunos de los métodos tradicionales como TDMA (método de matriz tridiagonal), Jacobi (punto por punto), Gauss-Seidel (punto por punto), o SOR (sobre-relajaciones sucesivas).

PHOENICS emplea el procedimiento iterativo conocido con el nombre de SIMPLER (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Revised), propuesto por Patankar [66]. A grandes rasgos SIMPLER se compone de los siguientes pasos:

- 1) Solución de la presión en una ecuación de tipo Poisson con un campo de velocidades fijo.
- 2) Solución de las ecuaciones de cantidad de movimiento con el campo de presiones encontrado en el paso 1).
- 3) Corrección del campo de presión sujeto a la conservación de masa.
- 4) Regreso al paso 2) si el balance de masa no es satisfactorio.

Para flujos no isotérmicos, el campo de velocidades es el primero en calcularse, posteriormente se calcula el campo de temperaturas.

Se consideran dos criterios de convergencia en el procedimiento de solución. El primero se refiere a la convergencia en las iteraciones y está caracterizado por la magnitud de los residuales. Con el fin de clarificar la definición de residual, considérese el balance de alguna variable conservada; el flujo que cruza las fronteras integrado sobre estas, debe ser igual a las fuentes integradas sobre el volumen. Al hacer la integración numérica, las cantidades referidas no siempre son iguales, y su diferencia se conoce como residual sobre el volumen. El residual global es la suma de los residuales de todos los volúmenes del dominio. En los procesos iterativos convergentes se encuentra que el residual es una función decreciente del número de iteraciones². Se considera que una solución está convergida respecto a este criterio, cuando el residual es menor que un cierto valor predeterminado. El segundo criterio se relaciona a la exactitud de la solución con respecto al tamaño de la malla y la independencia del resultado respecto a esta. En principio, entre más pequeño sea el tamaño de los volúmenes de la malla, menor el error involucrado a causa de la discretización aunque el tiempo de procesamiento es mayor para mallas más finas. Debe encontrarse una malla suficientemente fina que permita obtener resultados precisos pero tal que la solución pueda ser encontrada en un tiempo de procesamiento razonable. Cuando ambos criterios se satisfacen, la solución numérica será una buena aproximación a la solución de las ecuaciones diferenciales.

Como técnica de relajación en las soluciones para estado permanente se emplea el método del falso transiente que estabiliza el procedimiento de cálculo. Esta técnica consiste en sumar a ambos lados de la ecuación 7.17 un término proporcional al inverso de un paso de tiempo hipotético (Δt). En el miembro izquierdo se suma el término $\rho_o V \phi_p / \Delta t$, mientras que en el miembro del lado derecho se agrega $\rho_o V \phi_p / \Delta t$. Despejando ϕ_p se tiene:

$$\phi_p = \frac{\sum_i A_i \phi_i + b + \rho_o V \phi_p^o / \Delta t}{\sum_i A_i + \rho_o V \phi_p / \Delta t} \quad (7.19)$$

donde V es el volumen del elemento y ϕ_p^o es el valor de la variable calculado en el paso anterior. Los factores agregados modifican el comportamiento de convergencia (o falta de ella) del proceso iterativo, pero no tienen significado físico. El término Δt es entonces un factor

²Es común designar el número de iteraciones por la palabra inglesa "sweep".

arbitrario al que se debe asignar el valor óptimo para alcanzar la convergencia. Nótese que en convergencia $\phi_P - \phi_P^0 = 0$ y el valor de los términos sumados no influyen en el valor de ϕ_P .

7.3 CARACTERISTICAS DE LA SOLUCION NUMERICA.

Con el fin de resolver el problema planteado en la sección 7.1 usando el código PHOENICS, se debe proporcionar información respecto a la geometría de las fronteras, propiedades físicas del fluido, características de la malla, condiciones de frontera, parámetros de integración etc. Como se mencionó en la sección anterior, esto se hace por medio del archivo de datos Q1 que permite introducir cómodamente esta información. Un ejemplo del archivo de datos Q1 usado en este estudio se presenta en el anexo B.

El estudio de independencia de malla se llevó a cabo haciendo integraciones con mallas uniformes de $10 \times 10 \times 10$, $15 \times 15 \times 15$, $17 \times 17 \times 17$ y $20 \times 20 \times 20$ volúmenes en las direcciones x', y', z' respectivamente. Nótese que las razones de aspecto de los volúmenes son en todos los casos de $\eta_x=2$ y $\eta_z=1$. Se encontró que las características cualitativas de las soluciones son las mismas en todos los casos y que los valores de las variables tienen una tendencia monótona convergente. La diferencia para valores de temperatura en el centro de la cavidad es inferior al 6% de la temperatura característica para las mallas de $15 \times 15 \times 15$ y $20 \times 20 \times 20$; la diferencia para la temperatura en el mismo punto entre los valores obtenidos con mallas de $17 \times 17 \times 17$ y $20 \times 20 \times 20$ fué menor al 1%. Aunque hubiera sido deseable obtener resultados con mallas más finas, no fué posible efectuar este tipo de análisis debido a limitaciones en memoria y al aumento en el tiempo de procesamiento conforme se incrementa el número de volúmenes; el tiempo requerido para resolver la malla con los volúmenes más grandes es de 6226 segundos, para la malla intermedia es de 24909 segundos y para la más fina es de 72468 segundos (aproximadamente 20 horas). Debido a que el carácter del presente estudio es mayormente cualitativo, se consideró que los resultados obtenidos con la malla de $20 \times 20 \times 20$ son satisfactorios.

El comportamiento de la solución en función del número de iteraciones indica que los residuales disminuyen a medida que se efectúan las iteraciones acusando una convergencia adecuada. Integraciones con 500 iteraciones permiten encontrar soluciones cuyos residuales son inferiores al 5 % del valor característico de las magnitudes conservadas. Los valores óptimos utilizados para el falso transiente ($1/\Delta t$) son de 3.0 para las tres componentes de la velocidad y para la temperatura. Debe recordarse que el dominio de integración tiene dimensiones de $0.05m \times 0.025m \times 0.025m$. Durante todas las corridas para los diferentes casos explorados las condiciones al inicio de la integración numérica fueron las mismas. Para el campo de temperaturas inicial se empezó con temperatura igual a la frontera inferior (T_1), y para el campo de velocidades se inició con valores de cero en todos los nodos. Los cálculos se llevaron a cabo en la computadora HP-9000 serie 540 del Laboratorio de Energía Solar.

7.4 RESULTADOS NUMERICOS

A continuación se describen los resultados obtenidos con la solución numérica de las ecuaciones de transporte. Los estudios se hicieron con la idea de obtener la simulación teórica del flujo descrito en el estudio

experimental presentado en el Capítulo 6 y extender el análisis a un intervalo más amplio de parámetros. En el análisis de los resultados se encontraron propiedades interesantes que llevaron a dividir esta sección de manera natural en un estudio para flujos con números de Prandtl y Rayleigh pequeños ($Pr=5$, $Ra=10^4$), otro para números de Prandtl y Rayleigh grandes ($Pr=50$, $Ra=10^5$), y otro para valores intermedios de los parámetros. Finalmente en esta sección se presenta la descripción del flujo usando valores de parámetros iguales a los empleados experimentalmente.

La descripción del movimiento del flujo se hará de forma cualitativa enfatizando las propiedades globales del patrón de flujo tridimensional. El marco de referencia para la descripción de los resultados es igual al empleado en el Capítulo 6 (figura 6.7). Antes de entrar a la descripción detallada de las gráficas es conveniente definir como están conformadas. La presentación se hace en dos formas básicas que son: campos de velocidad y campos de temperaturas, estas gráficas pueden estar en espacios bidimensionales o tridimensionales. También se emplearon variantes donde los campos vectoriales aparecen en espacios tridimensionales pero con vectores en forma bidimensional, es decir, se suprime una componente al vector obteniéndose la proyección sobre el plano deseado. En el transcurso de la explicación de las gráficas se mencionará cual plano es el que se presenta en forma bidimensional y qué componente es la que se suprimió. Se usará una tercera forma de presentación de los datos, que consiste en el seguimiento de una partícula en el dominio tridimensional. Estas trayectorias coinciden con líneas de corriente puesto que el fenómeno considerado es independiente del tiempo.

El espacio paramétrico (Ra , Pr) se muestra en la figura 7.2; los puntos indican los casos estudiados.

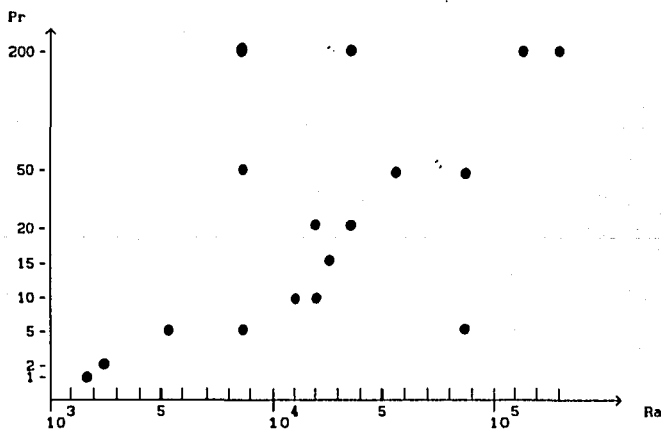


Figura 7.2. Espacio paramétrico Rayleigh v.s. Prandtl

7.4.1 SOLUCION PARA NUMEROS DE PRANDTL Y RAYLEIGH PEQUEÑOS.

El patrón de movimiento que se encontró para este caso fué, en términos generales un par de rollos cilíndricos con sus ejes axiales paralelos al lado corto de la celda. La figura 7.3 obtenida para números de Rayleigh y Prandtl de 8.68×10^3 y 5 respectivamente, está conformada por los vectores de velocidad en 3 planos, $x'=2$, $y'=1$, $z'=1$, es decir, los planos que se encuentran adyacentes a las paredes de la celda. En el plano $z'=1$ se puede apreciar el movimiento rotatorio en dos regiones simétricas con respecto a la línea central $x'=1$, $z'=1$. En la vecindad de $x'=1$, $z'=1$ el movimiento es descendente. Tanto en $x'=1/2$, $y'=1/2$, $z'=1$ como en $x'=3/2$, $y'=1/2$, $z'=1$ se distingue el centro de los circuitos alrededor de los cuales gira el fluido. En el plano $x'=2$ se muestra un flujo ascendente parecido a la pared de un cilindro en movimiento, mientras que en el plano $y'=1$ se observa el equivalente a las caras de los dos flujos cilíndricos en movimiento. Debido a la simetría con respecto al plano $x'=1$ el estudio de los flujos cilíndricos se puede simplificar si se toma uno de ellos y se estudia su comportamiento. Además cada estructura presenta otra simetría con respecto al eje z' que es de esperarse si se recuerda que tanto el plano $z'=0$ como el $z'=1$ tienen las mismas condiciones de frontera. Esto sugiere que el flujo en la región de $z'=0$ a $z'=1/2$, es simétrico (o antisimétrico) respecto al flujo en la región $z'=1/2$ a $z'=1$. De este análisis se concluye que el flujo en la celda se puede analizar dividiendo el volumen en cuatro cuadrantes. El flujo en cualquiera de ellos es simétrico (o antisimétrico) respecto al de los otros tres, ver figura 7.4.

En la figura 7.5 se muestran los vectores de velocidad en el plano $z'=1/2$. Nótese primeramente que tiene la misma forma que el plano $z'=1$, esto es, movimiento rotatorio con flujo descendente en $x'=1$. En el análisis de este plano se encuentra que los vectores tienen una componente en la dirección z' muy pequeña por lo que el movimiento se puede considerar prácticamente bidimensional. Otro detalle importante de esta figura es que el patrón de flujo evidenciado por los vectores es de forma marcadamente elipsoidal más que aproximadamente circular. Debe hacerse notar que si bien cualquier corte en la dirección z' muestra un patrón de movimiento similar al mostrado en los planos $z'=1$ a $z'=1/2$, esto no quiere decir que presenten estrictamente las mismas características. Por ejemplo el plano $z'=1/2$ es el único lugar en el interior de la celda donde el flujo es prácticamente bidimensional. Los planos intermedios entre $z'=1/2$ y $z'=1$ presentan velocidades cuyas componentes en dirección z' son comparables con las componentes en dirección x' y y' , por lo que es necesario estudiar otros planos. La figura 7.6 es un corte en el plano $x'=1/2$, es decir, en el plano que se encuentra en el centro del flujo cilíndrico a lo largo de su eje. Los vectores mostrados son la proyección bidimensional de los vectores tridimensionales. En este plano se distinguirán tres secciones para hacer la descripción con mayor facilidad; la primera y segunda se encuentra entre los planos $y'=0$ y $y'=1/4$, y entre $y'=3/4$ y $y'=1$ respectivamente; estas dos secciones tienen propiedades similares pues el flujo se dirige hacia las paredes de la celda. La tercera sección, que es la sección central y se extiende entre los planos $y'=1/4$ a $y'=3/4$ es la región donde el flujo se dirige hacia el centro de la celda. Recuérdese que considerando la celda completa existe simetría con respecto al plano $z'=1/2$ y respecto al plano $x'=1$ por lo que en total se tienen cuatro regiones donde el flujo se dirige hacia el centro de la celda y cuatro hacia las paredes de la celda como se muestra esquemáticamente en la

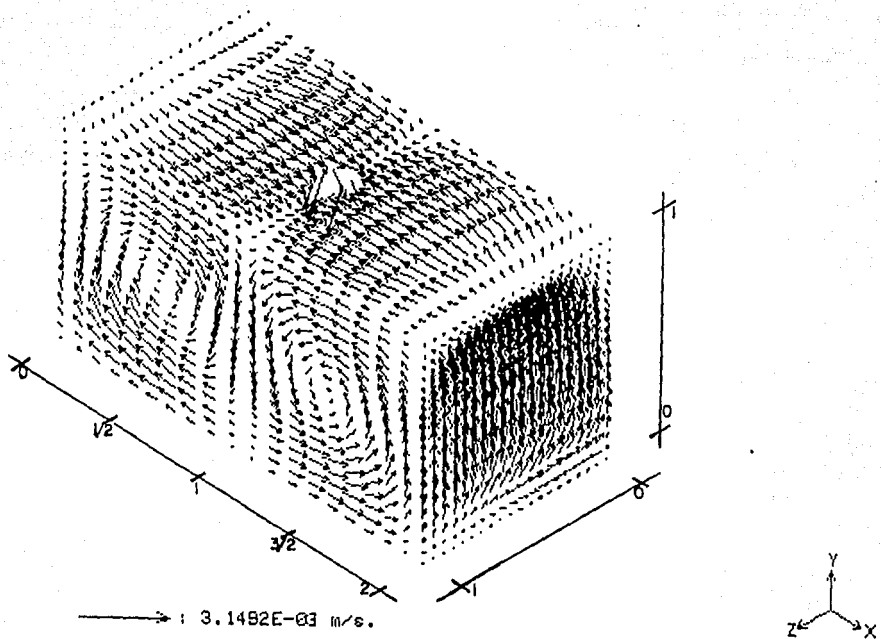


Figura 7.3. Vectores de velocidad en los planos $x'=2$, $y'=1$, $z'=1$. $Pr=5$, $Ra=8.7 \times 10^3$.

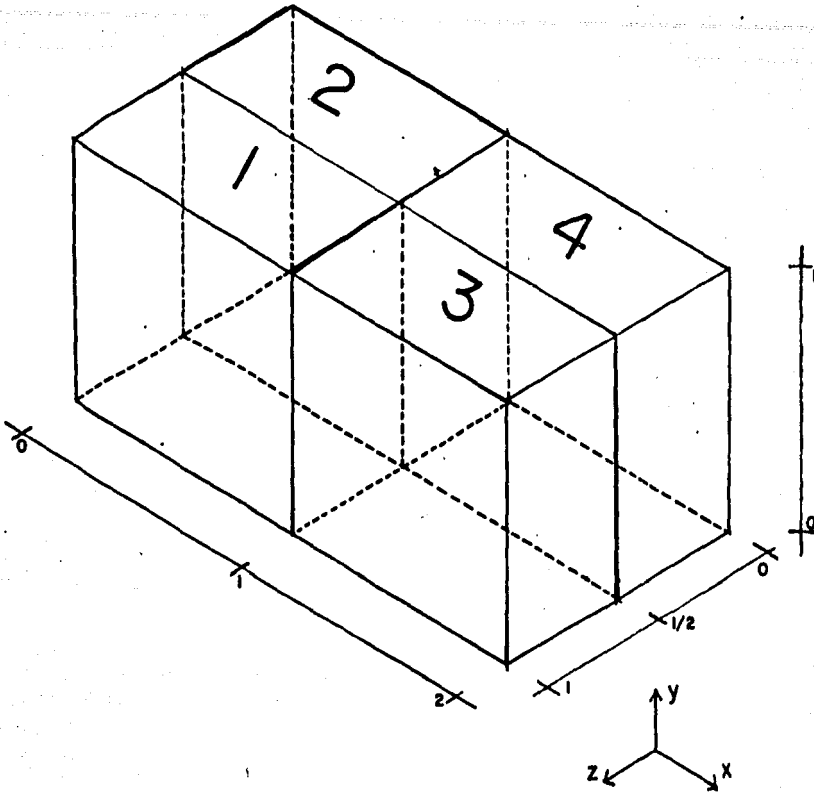


Figura 7.4. División del dominio por cuadrantes.

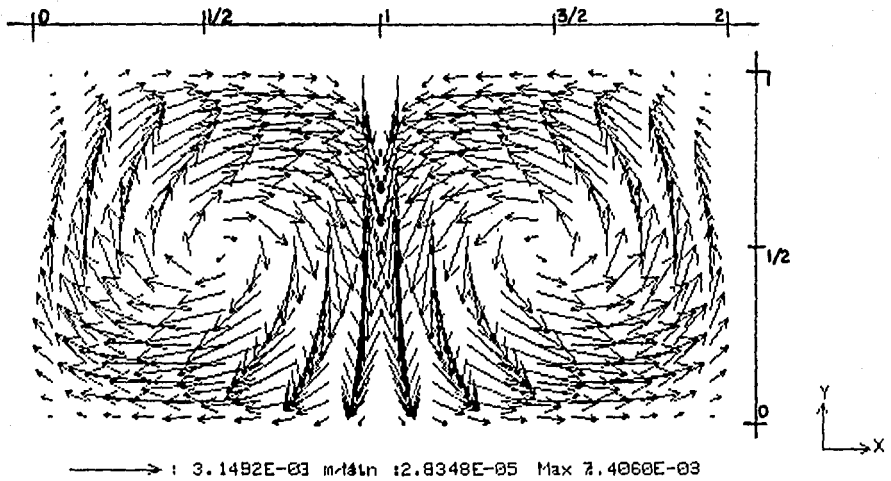


Figura 7.5. Vectores de velocidad en el plano $z'=1/2$. $Pr=5$,
 $Ra=8.7 \times 10^3$.

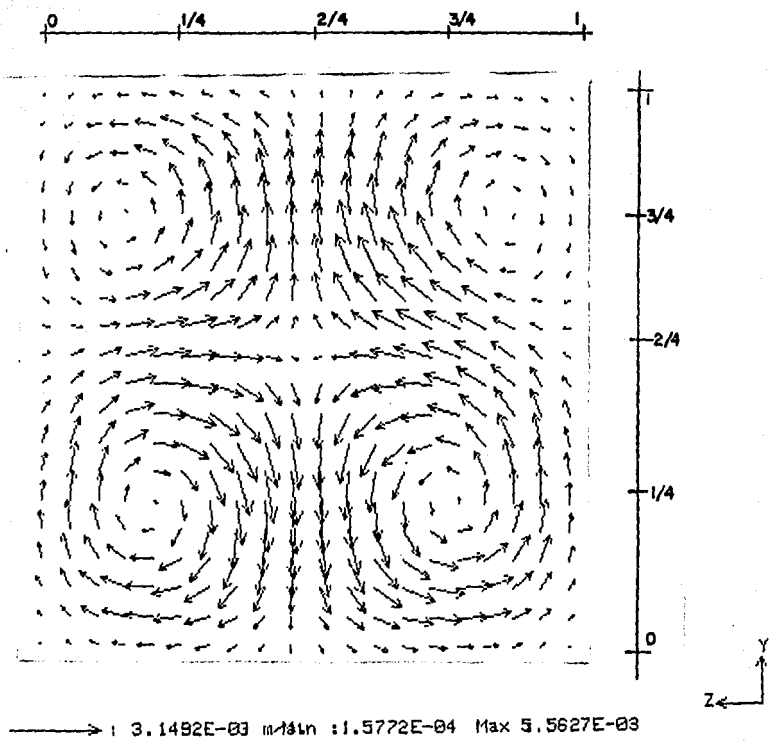


Figura 7.6. Vectores de velocidad en el plano $x'=1/2$. $Pr=5$, $Ra=8.7 \times 10^3$.

figura 7.7. Además, no debe olvidarse que todo el flujo gira alrededor de su eje axial. En este punto se puede hacer un resumen de lo descrito hasta ahora diciendo que se tiene un flujo que se mueve en forma de patrones elípticos con ejes axiales paralelos al lado corto de la celda (eje z'), con flujo descendente en el centro de la celda (plano $x'=1$), y que presenta un movimiento a lo largo de su eje axial en el centro del flujo cilíndrico que se dirige hacia el centro de la celda ($z'=1/2$), mientras que en regiones alejadas del eje axial se tiene un flujo que se dirige hacia las paredes de la celda sobre el eje z' . Este movimiento está superpuesto al movimiento global de giro.

La figura 7.8 muestra vectores en forma tridimensional en el plano $y'=1/2$. Se puede apreciar el movimiento global del flujo cilíndrico y se pueden distinguir los ejes tanto en $x'=1/2$ como en $x'=3/2$ además de la forma descendente del flujo a todo lo largo de $x'=1$. En esta gráfica es difícil analizar el movimiento del flujo en el plano perpendicular al eje y' . Con este propósito, se presenta en la figura 7.9 la proyección sobre el plano $y'=1/2$ de los vectores mostrados en la figura 7.8. Ahí se puede apreciar claramente que en las regiones próximas a los ejes de los cilindros existe un flujo hacia el interior de la celda además de las regiones por donde el fluido regresa a las paredes. En la figura 7.10 se tienen los cortes antes explicados pero en un solo conjunto para dar una mayor idea del movimiento global.

En lo referente al campo de temperaturas en el interior de la celda se presentan las figuras 7.11 y 7.12 que corresponden a los planos $z'=1$ y $z'=1/2$ respectivamente. Las diferencias entre uno y otro son pocas en el sentido de que presentan distribuciones similares de las isotermas. Recordando que el patrón de movimiento tiene un flujo descendente en el centro de la celda ($x'=1$) se puede observar como se deforman las isotermas al centro del plano mostrado en el sentido del flujo creando el mayor gradiente en esa región respecto de las demás regiones. Un ejemplo más claro se tiene si se observa la figura 7.13 donde se muestra la superficie isoterma que se encuentra a la temperatura media de la celda ($T'=2.5$). Debe notarse que la sinuosidad que presenta el plano formado no es fuerte en ninguna de las regiones. La figura 7.14 es otra isoterma con las mismas características de la anterior pero a la temperatura adimensional de 2.3. Se puede ver que la diferencia entre ambas isotermas no es grande y que por lo tanto la distribución de temperaturas en el interior del dominio no presenta fuertes contrastes. Es importante enfatizar que a pesar de que el patrón de flujo es marcadamente tridimensional el campo de temperaturas es aproximadamente bidimensional.

7.4.2 SOLUCION PARA NUMEROS DE PRANDTL Y RAYLEIGH GRANDES.

Para entender este tipo de patrón de movimiento se presentarán los planos en forma similar a la sección anterior. Se puede tener una idea genérica del movimiento del flujo imaginando un toroide confinado a un prisma rectangular de tal manera que el flujo principal desciende por el centro de la celda y sube en las regiones cercanas a las paredes. Todas las gráficas presentadas en esta subsección fueron obtenidas con número de Rayleigh de 8.68×10^4 y número de Prandtl de 50.

Primeramente se muestra la figura 7.15 donde se presentan los planos $x'=2$, $y'=1$, y $z'=1$, que son, como en el caso anterior, los planos adyacentes a las paredes de la celda. El plano $y'=1$ muestra una estructura de flujo con un sumidero en el centro. Esta parte del flujo

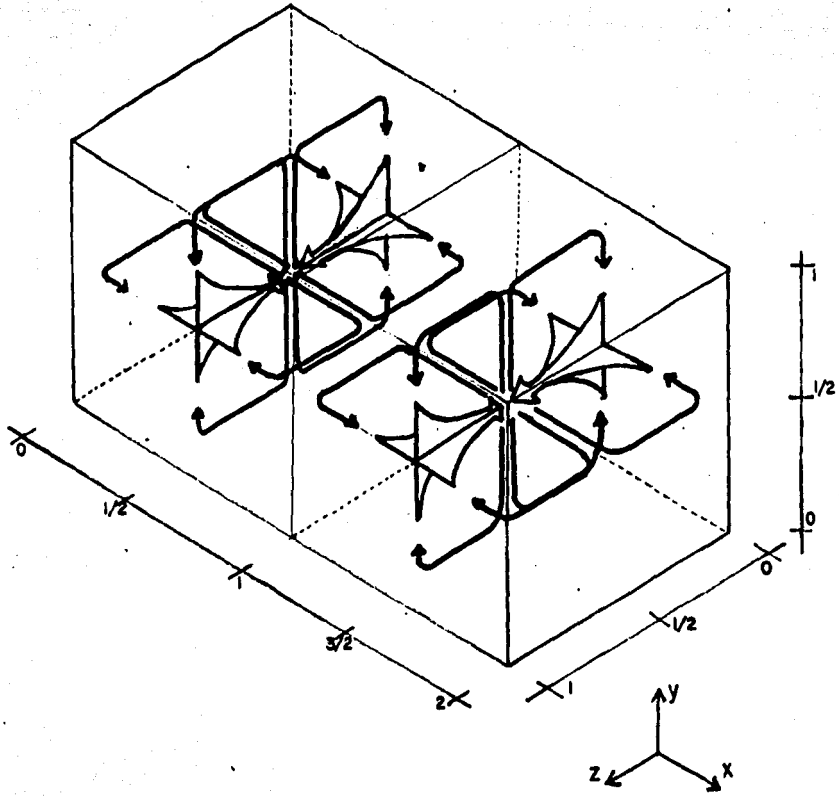


Figura 7.7. Disposición esquemática de los flujos en la celda.

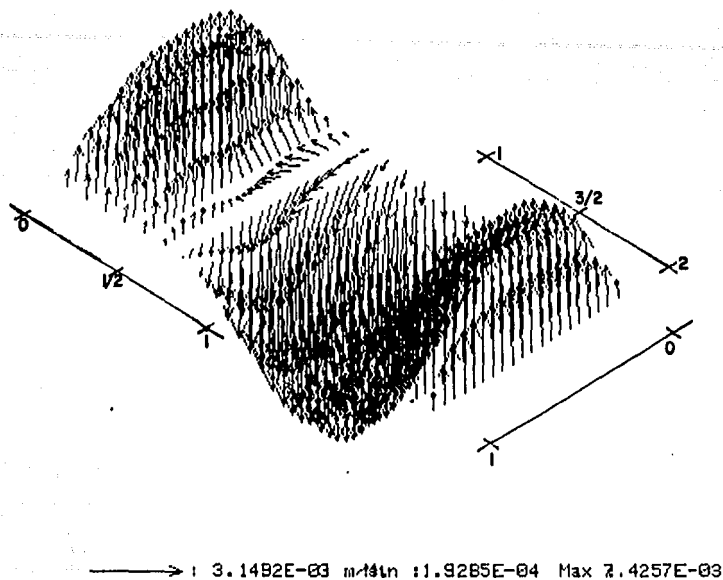


Figura 7.8. Vectores de velocidad en el plano $y'=1/2$. $Pr=5$, $Ra=8.7 \times 10^3$.

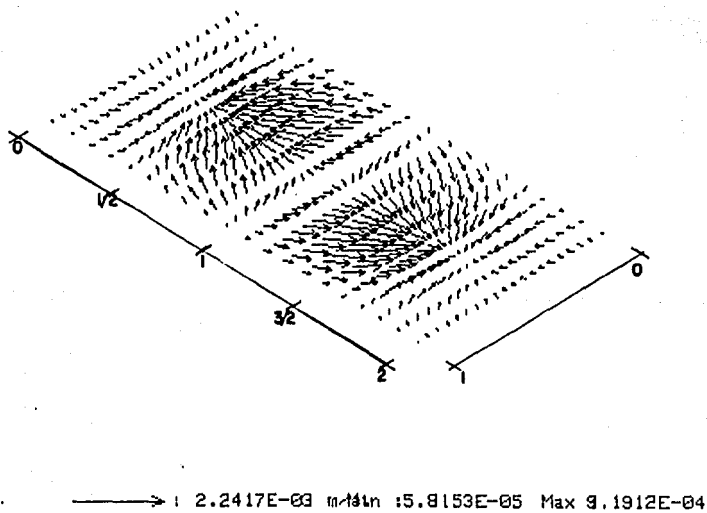


Figura 7.9. Proyección en el plano $y'=1/2$ de los vectores de velocidad en el plano $y'=1/2$. $Pr=5$, $Ra=8.7 \times 10^3$.

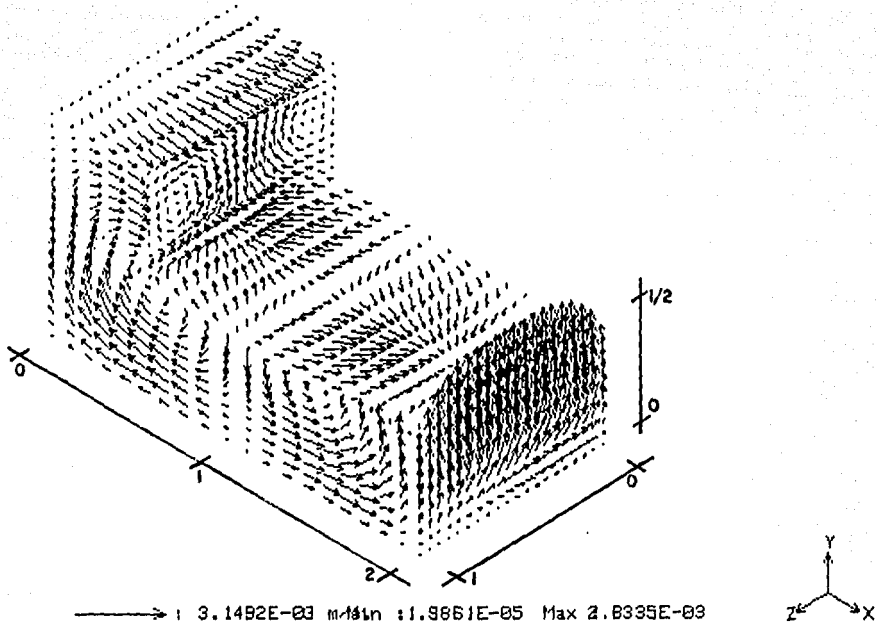


Figura 7.10. Vectores de velocidad en cortes del dominio. $Pr=5$,
 $Ra= 8.7 \times 10^3$.

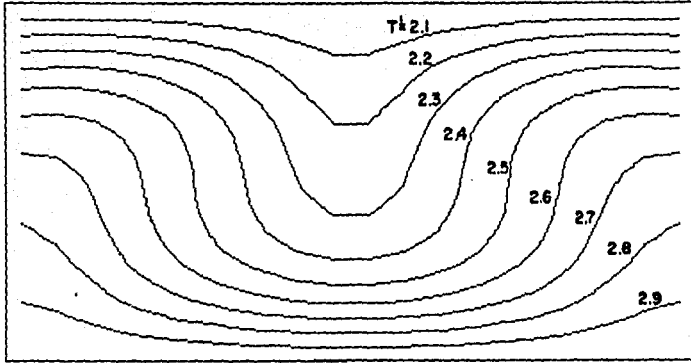


Figura 7.11. Isotermas en el plano $z'=1$. $Pr=5$, $Ra=8.7 \times 10^3$.

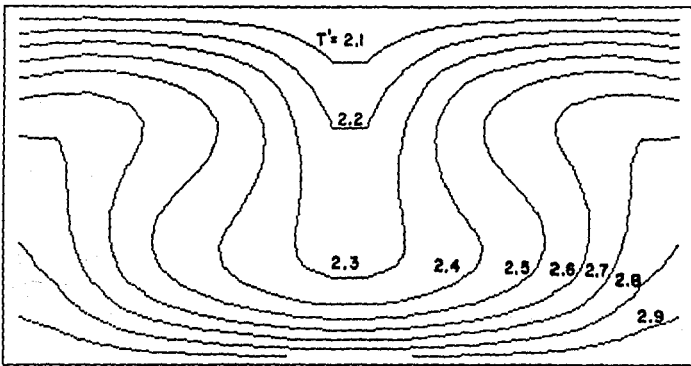


Figura 7.12. Isotermas en el plano $z'=1/2$. $Pr=5$, $Ra=8.7 \times 10^3$.

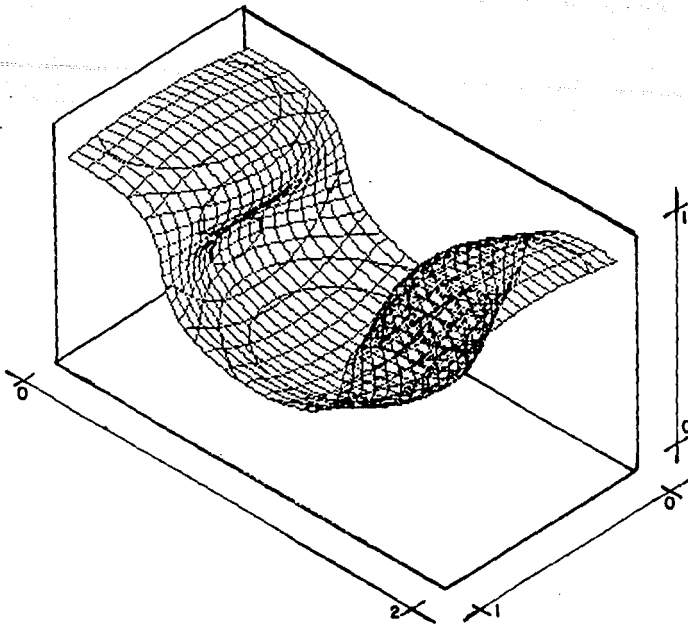


Figura 7.13. Superficie isoterma a $T'=2.5$. $Pr=5$, $Ra=8.7 \times 10^3$.

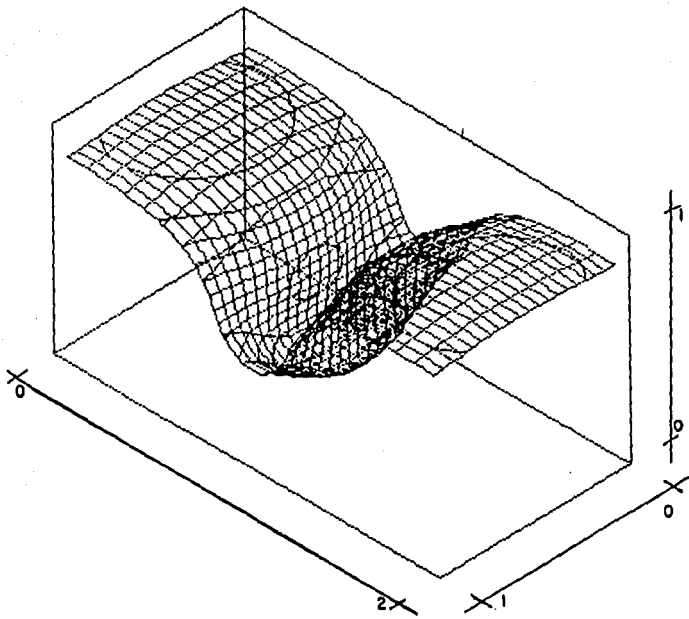


Figura 7.14. Superficie isoterma a $T'=2.3$. $Pr=5$, $Ra=8.7 \times 10^3$.

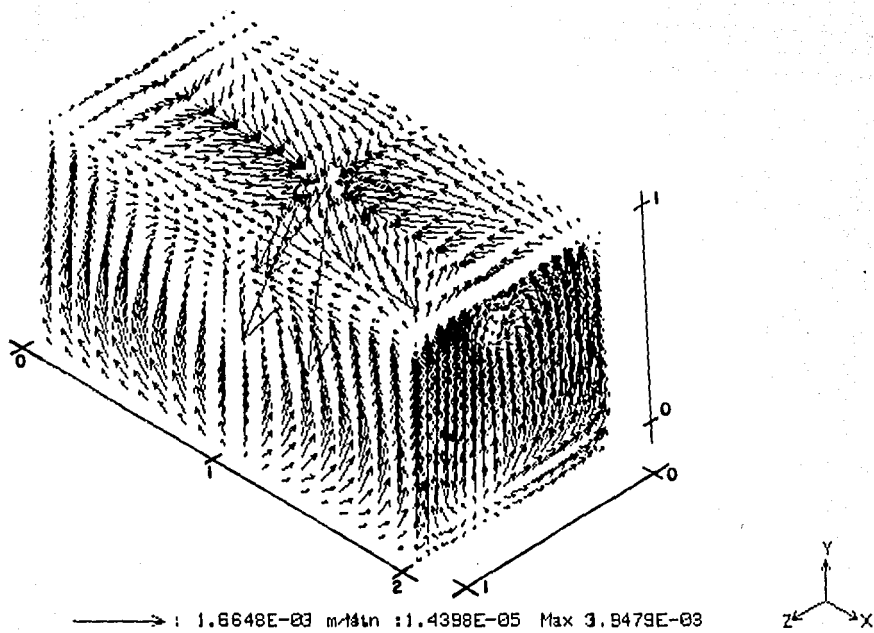


Figura 7.15. Vectores de velocidad en los planos $x'=2$, $y'=1$, $z'=1$. $Pr = 50$, $Ra = 8.7 \times 10^4$.

presenta una estructura de cuatro cuadrantes simétricos respecto a los ejes x' y z' . El plano $z'=1$ muestra básicamente que todo el flujo es ascendente y tiene simetría con respecto a la dirección x' en $x'=1$. El plano $x'=2$ muestra un comportamiento similar con una pequeña recirculación en $z'=1/2$. De lo anterior se infiere que en el interior debe existir un eje alrededor del cual gira el fluido y que tiene una geometría similar a una elipse contenida en el plano horizontal a la altura aproximada de $y'=1/2$; esto genera una estructura global de geometría toroidal. Al hacer cortes a lo largo de la celda, el eje aparece como un par de centros alrededor de los cuales se presenta un movimiento rotacional. La figura 7.16 muestra un corte en el plano $z'=1/2$. En este plano se distinguen dos zonas alrededor de las cuales gira el fluido formando dos centros de rotación. Cabe mencionar que este plano es el único que presenta un comportamiento prácticamente bidimensional. Con el fin de describir el flujo global, se analizarán los planos intermedios en la dirección z' . El análisis se hará avanzando en la dirección positiva de z' comenzando en $z'=1/2$, y se mostrarán 4 planos más. El plano $z'=12/20$, que se encuentra ligeramente desplazado hacia el frente de la mitad ($z'=1/2$), se muestra en la figura 7.17. La diferencia entre este plano y el de la figura 7.16 es poca, pero se puede ver que los centros alrededor de los cuales gira el fluido se recorren ligeramente hacia el centro del plano ($x'=1$), por lo demás las diferencias son pequeñas. En la figura 7.18 se muestra el plano $z'=16/20$. Aquí se puede ver como los centros de rotación se han movido todavía más hacia el centro del plano ($x'=1$), y la dirección de los vectores indica que el flujo es mayormente ascendente. El movimiento alrededor de los centros de rotación, prácticamente se pierde. Un último plano es el $z'=17/20$ (figura 7.19), que se encuentra muy cercano al plano $z'=1$. Los ejes descritos en los planos z' casi han desaparecido y la mayoría de los vectores son ascendentes. La figura 7.20 muestra el lugar en donde se hicieron los cortes correspondientes a las figuras 7.17, 18, 19, 20 y esquemáticamente, parte del toroide descrito. Haciendo un estudio similar en la dirección x' , y tomando nuevamente como plano inicial el correspondiente al del centro de la celda se encuentra el plano $x'=1$, figura 7.21. Este muestra un corte del eje que circunda el toroide y que es equivalente al plano $z'=1/2$ pero en la dirección x' . Del mismo modo como se siguieron los planos para la secuencia en la dirección z' se mostrarán dos cortes más a lo largo de la dirección x' . La figura 7.22 corresponde al plano $x'=28/20$. En este plano se muestra un movimiento muy parecido al del plano $x'=1$, teniendo como diferencias que el flujo descendente no es tan marcado por lo que las trayectorias de los vectores se han ensanchado y los centros de rotación se han recorrido hacia el centro. La figura 7.23 muestra el plano $x'=34/20$ donde se puede apreciar que los ejes de rotación se han acercado corriéndose hacia $z'=1/2$. En los planos que van de $x'=34/20$ hasta $x'=2$ los vectores son únicamente ascendentes. Para entender mejor lo que se está describiendo se hará el análisis del plano $y'=1/2$ en la figura 7.24 en donde se puede apreciar el flujo descendente al centro de la celda y circundando éste se tiene el eje elíptico de rotación. En las esquinas se manifiesta un fuerte flujo ascendente que alimenta la circulación en toda la celda.

En lo referente a las isotermas de temperaturas para el modelo toroidal se muestra la figura 7.25 con temperatura adimensional de 2.5 y la figura 7.26 con una temperatura de 2.4. A pesar de que la diferencia de temperaturas es 0.1 la diferencia entre los planos formados es grande. En el dominio de estudio se encuentran 5 zonas con gradientes fuertes, siendo el mayor alrededor del centro físico de la celda y los cuatro

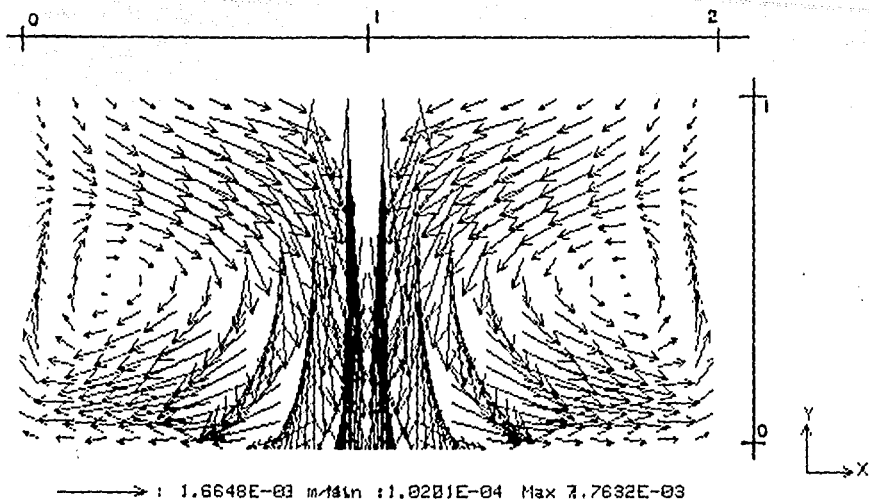


Figura 7.16. Vectores de velocidad en el plano $z'=1/2$. $Pr=50$, $Ra=8.7 \times 10^4$.

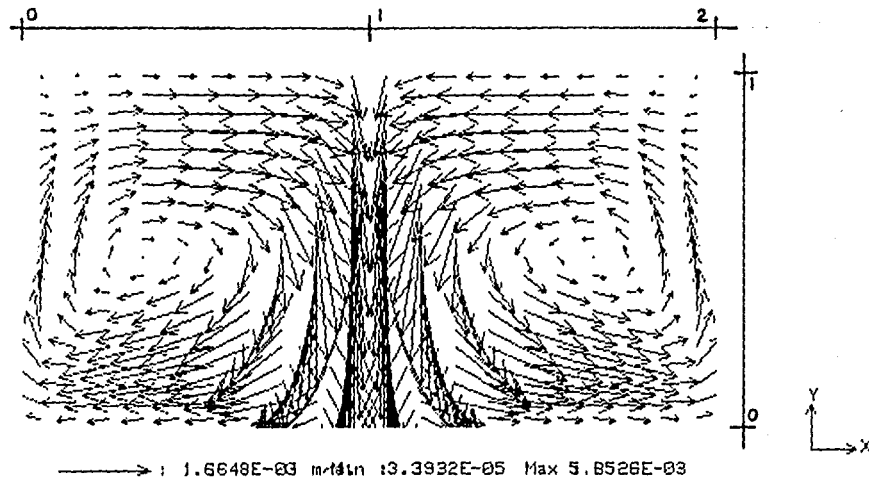


Figura 7.17. Vectores de velocidad en el plano $z'=12/20$. $Pr=50$, $Ra=8.7 \times 10^4$.

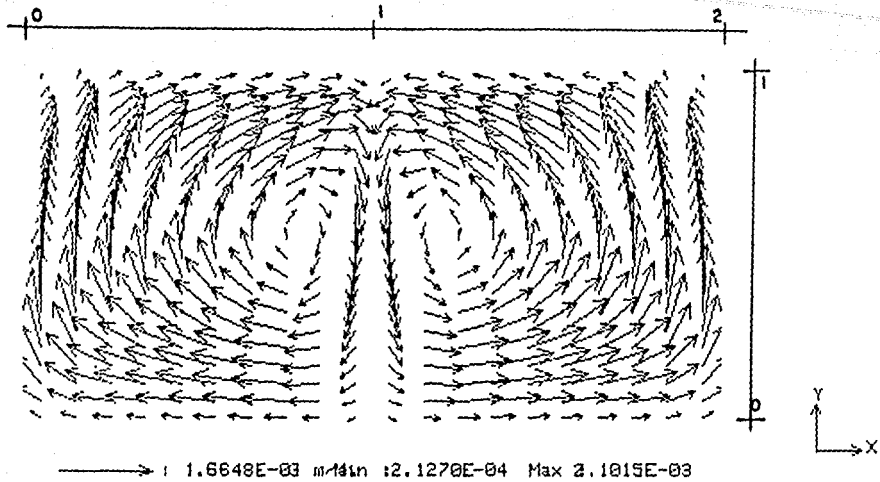


Figura 7.18. Vectores de velocidad en el plano $z'=16/20$. $Pr=50$, $Ra=8.7 \times 10^4$.

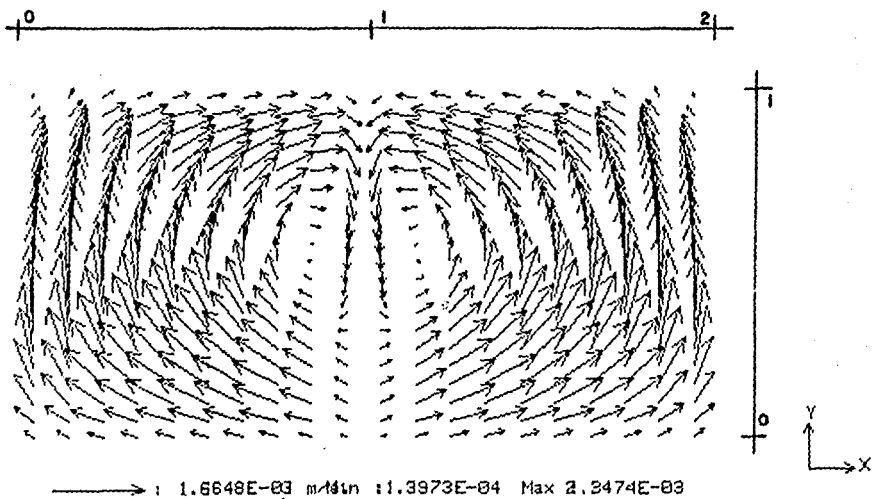


Figura 7.19. Vectores de velocidad en el plano $z'=17/20$. $Pr=50$, $Ra=8.7 \times 10^4$.

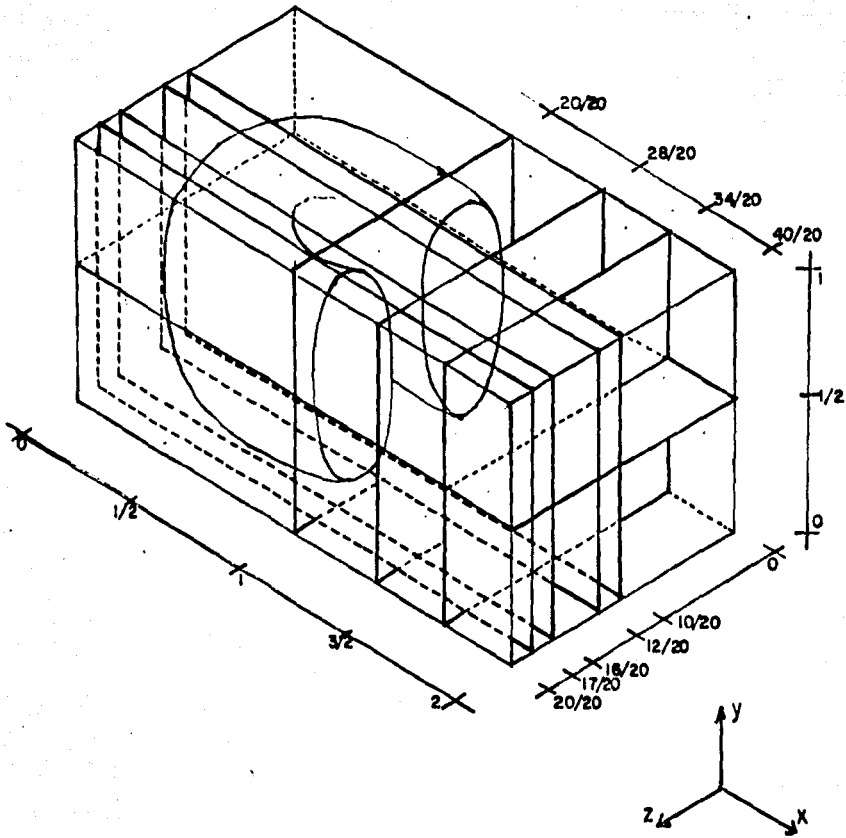


Figura 7.20. Disposición de los planos de corte usados en la descripción del flujo, para $Pr=50$, $Ra=8.7 \times 10^4$.

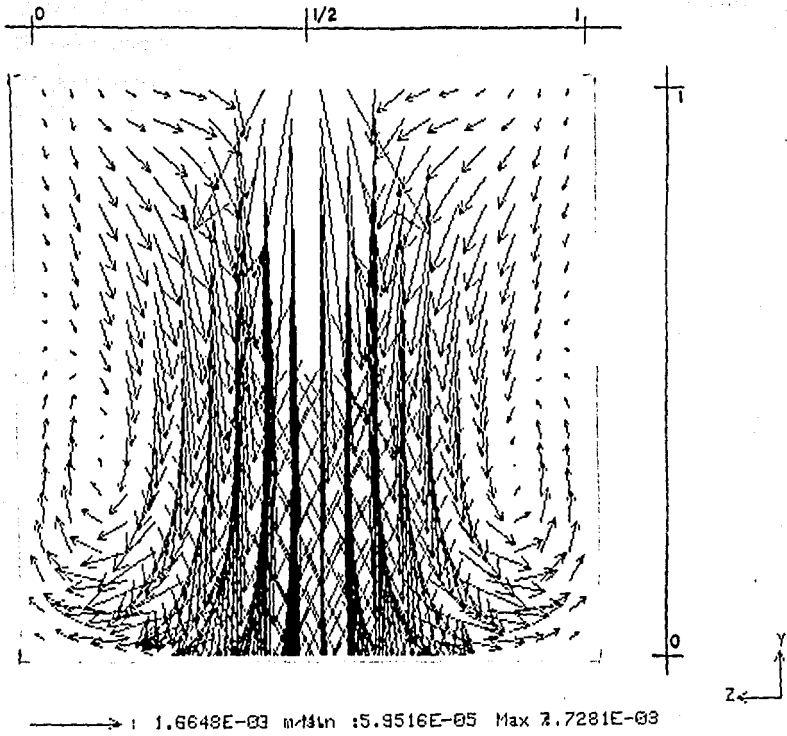


Figura 7.21. Vectores de velocidad en el plano $x'=1$. $Pr=50$,
 $Ra=8.7 \times 10^4$.

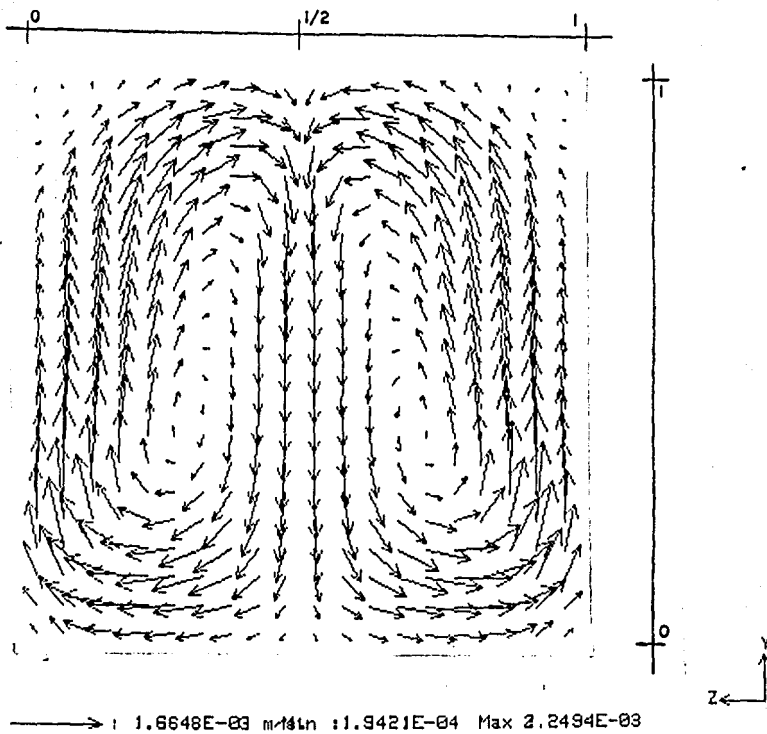


Figura 7.22. Vectores de velocidad en el plano $x'=28/20$. $Pr=50$, $Ra=8.7 \times 10^4$.

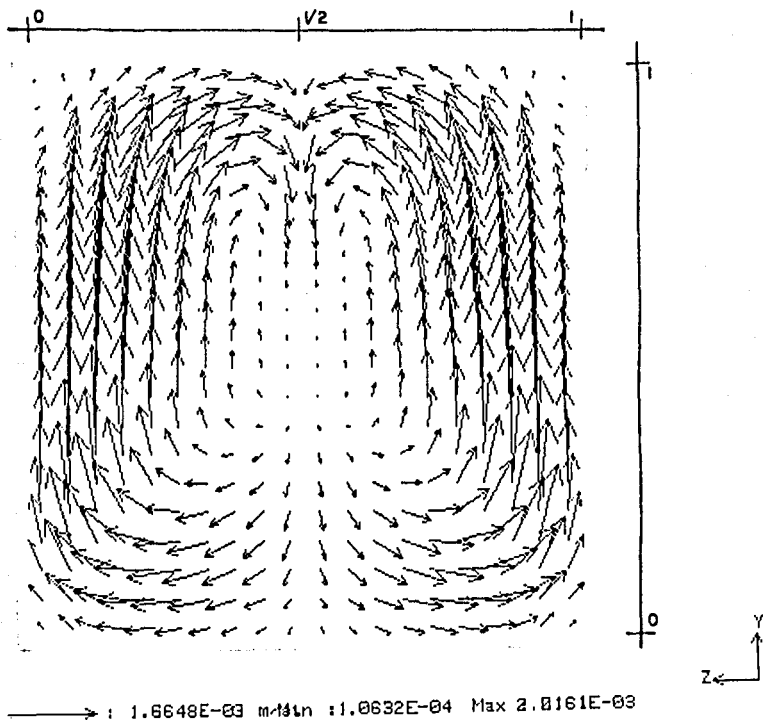


Figura 7.23. Vectores de velocidad en el plano $x'=34/20$. $Pr=50$, $Ra=8.7 \times 10^4$.

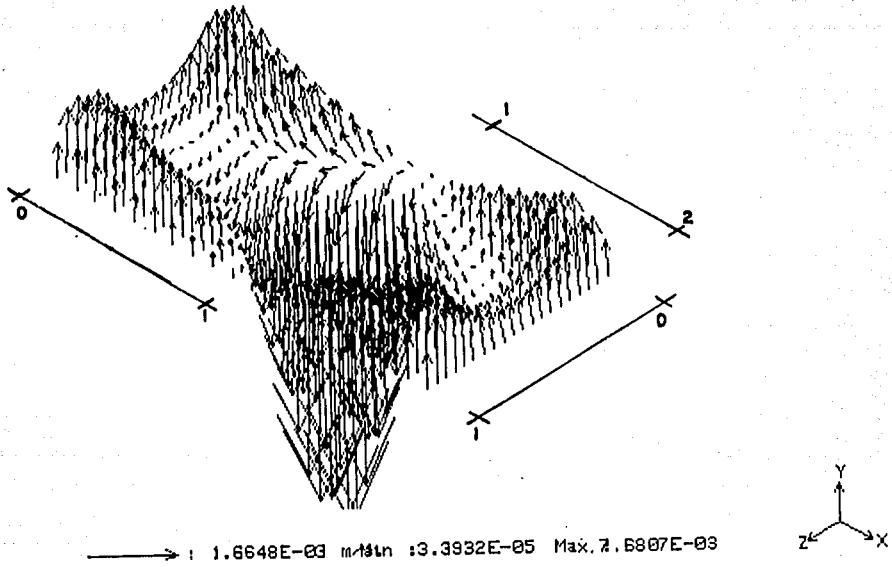


Figura 7.24. Vectores de velocidad en el plano $y'=1/2$. $Pr=50$,
 $Ra=8.7 \times 10^4$.

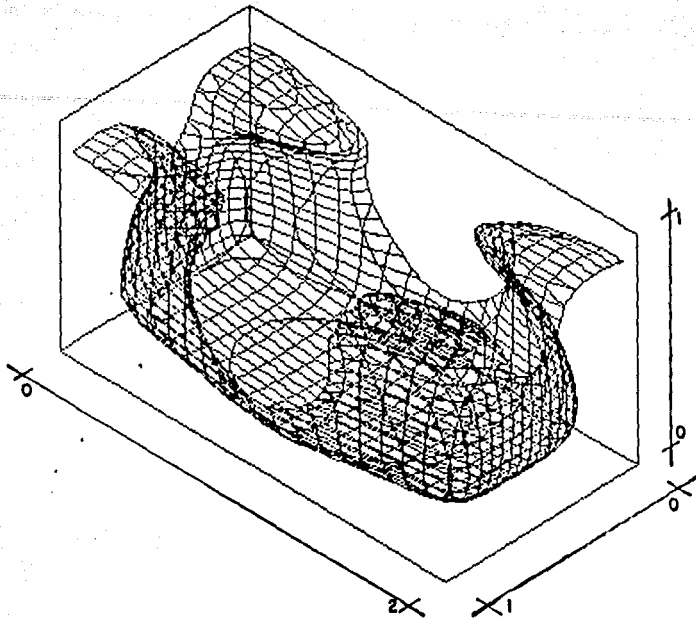


Figura 7.25. Superfície isoterma a $T'=2.5$. $Pr= 50$, $Ra= 8.7 \times 10^4$.

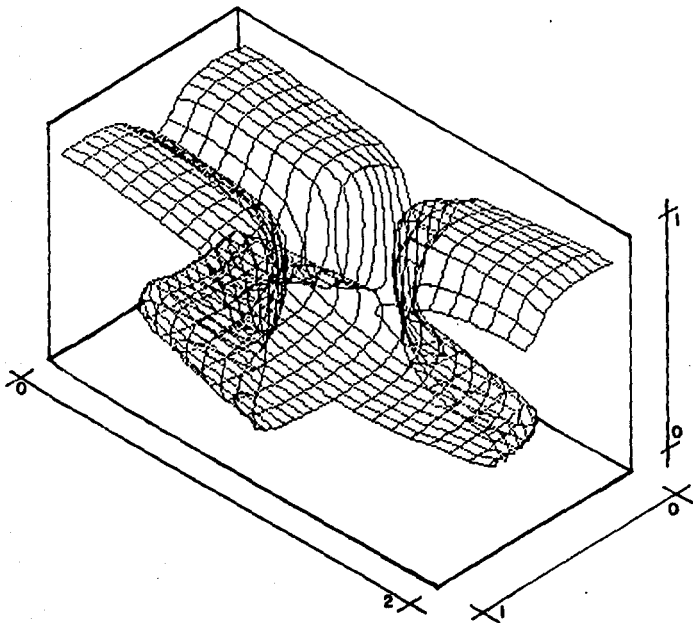


Figura 7.26. Superfície isoterma a $T'=2.4$. $Pr= 50$, $Ra= 8.7 \times 10^4$.
(corte).

restantes en las esquinas superiores de la celda. Debe notarse también que para la misma temperatura en los casos de cilindros y toroide las isotermas son marcadamente diferentes y que esto es debido al cambio en el patrón de movimiento en el flujo. En este caso se tiene que el campo de temperaturas no puede considerarse (ni siquiera aproximadamente) bidimensional.

7.4.3 SOLUCION PARA OTROS CASOS ESTUDIADOS.

En las dos secciones inmediatas anteriores se describen soluciones que presentan características cualitativas diferentes; flujos en forma de rollos cilíndricos y en forma de toroide. En esta sección se muestra la evolución de los patrones de flujo como función de los parámetros Rayleigh y Prandtl. En la figura 7.27 se presenta el espacio paramétrico Ra v.s. Pr y se indica el tipo de solución encontrada. La zona sombreada muestra la región donde la solución es tipo toroide, en el resto se encuentra la solución tipo rollos cilíndricos. La frontera entre las regiones es difícil de definir con precisión debido a que la evolución es paulatina.

Con el fin de ejemplificar el tipo de flujo en la frontera, la figura 7.28 muestra los vectores de velocidad en los planos $x'=2$, $y'=1$, $z'=1$ con número de Rayleigh de 3.5×10^4 y Prandtl de 20. El flujo en el plano $z'=1$ pone en evidencia un patrón similar al de rollos cilíndricos con la particularidad de que los centros de giro se encuentran más próximos entre sí, que en la figura 7.3. Por otro lado, el plano $y'=1$ presenta una estructura similar a la correspondiente a la figura 7.15, donde se muestra un flujo vigoroso en el punto $x'=1$, $z'=1/2$, y que además se observa un flujo descendente en el centro de la celda como en el caso del toroide. Se podría caracterizar genéricamente a este tipo de flujo como un patrón tipo rollo cilíndrico con ejes arqueados, tendiendo a formar un círculo. Esto se muestra claramente en la figura 7.29 (plano $y'=1/2$). Las soluciones para el punto A y B de la figura 7.27 son similares respecto al patrón de movimiento de la figura 7.28, sin embargo los números de Rayleigh y Prandtl para el punto A son de 3.5×10^4 y 200 respectivamente, y para el punto B el número de Rayleigh es de 8.7×10^4 y el número de Prandtl de 5.

7.4.4 SOLUCION PARA LOS PARAMETROS EXPERIMENTALES.

Este caso se estudia de manera especial pues corresponde aproximadamente a los valores de los parámetros empleados en las observaciones experimentales ($Ra=2.4 \times 10^8$, $Pr=200$).

Los vectores de velocidad en los planos $x'=2$, $y'=1$, $z'=1$ se muestran en la figura 7.30. Como puede observarse, la solución es cualitativamente igual a la descrita en la sección 7.4.2; esto es el patrón de tipo toroidal. Es importante notar que para el mismo número de Prandtl ($Pr=200$), y menor número de Rayleigh, la solución tiende a tomar la forma de rollos cilíndricos. La región de esta solución se muestra en la figura 7.27 en el punto C.

7.5 SEGUIMIENTO DE PARTICULAS EN LOS PATRONES DE MOVIMIENTO.

Con el fin de facilitar la comparación teórico-experimental y entender de manera más precisa la dinámica de los flujos, se creó un algoritmo que permite analizar desde un punto de vista lagrangiano los

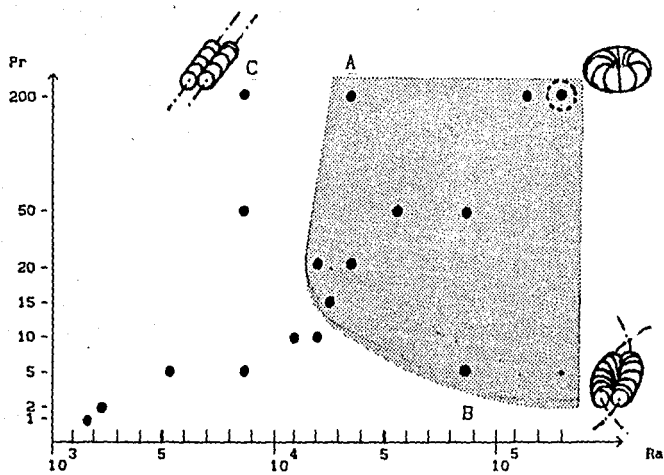
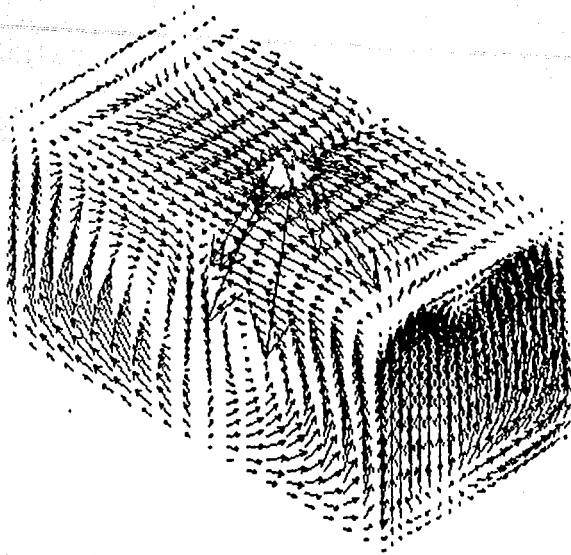


Figura 7.27. Espacio paramétrico donde se muestra la forma cualitativa de la solución. \odot El círculo indica las condiciones experimentales.



→ : 2.2361E-03 m/s.

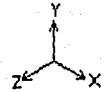
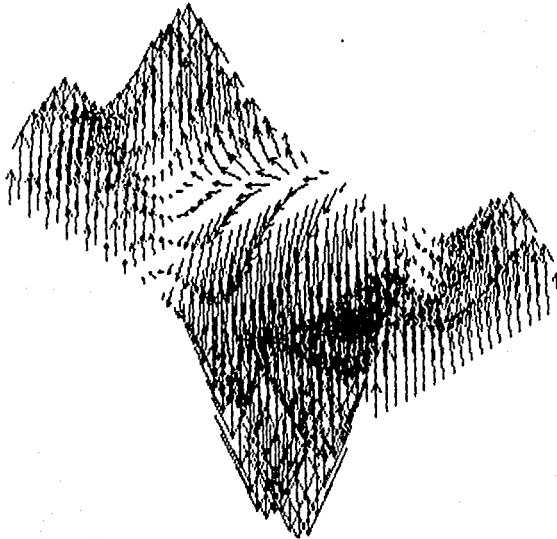


Figura 7.28. Vectores de velocidad en los planos $x'=2$, $y'=1$, $z'=1$. $Pr=20$, $Ra=3.5 \times 10^4$.



→ : 2.2361E-03 m/s.

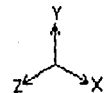


Figura 7.29. Vectores de velocidad en el plano $y'=1/2$. $Pr=20$, $Ra=3.5 \times 10^4$.

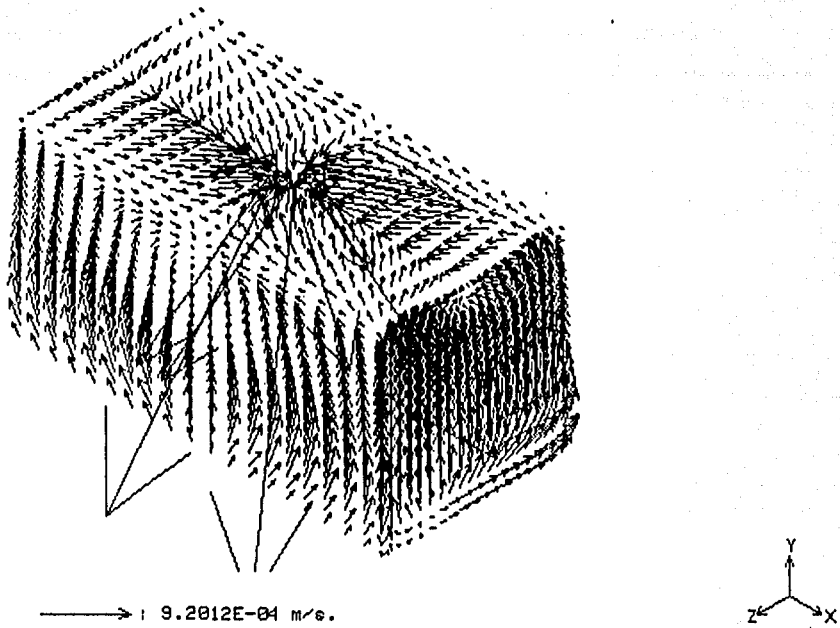


Figura 7.30. Vectores de velocidad en los planos $x'=2$, $y'=1$, $z'=1$. $Pr=200$, $Ra=2.4 \times 10^5$.

patrones de movimiento descritos anteriormente. Esto se hizo siguiendo la trayectoria de partículas que no poseen masa y que se encuentran sumergidas en el flujo, expuestas al campo de velocidades encontrado en la solución numérica. El proceso de cálculo involucra los siguientes pasos: primeramente se escoge el punto inicial (x'_p, y'_p, z'_p) a partir del cual se iniciará el seguimiento, después, se determina la velocidad en ese punto, haciendo una interpolación de velocidades usando los valores de las velocidades en los ocho vértices del cubo que contiene al punto elegido. Obviamente, la promediación debe hacerse para cada una de las componentes de la velocidad por separado. Debe tenerse en consideración que las componentes de la velocidad en una dirección, no coinciden con ninguna de las dos restantes (ver figura 7.31). Una vez conocida la velocidad, se determina la posición (x'_p, y'_p, z'_p) que ocupará la partícula que parte del punto ($x'_{p_0}, y'_{p_0}, z'_{p_0}$) y que viaja con una velocidad ($u'_{p_0}, v'_{p_0}, w'_{p_0}$) durante un tiempo $\Delta t'$, mediante las expresiones siguientes.

$$x'_p = x'_{p_0} + u'_{p_0} \Delta t'; \quad y'_p = y'_{p_0} + v'_{p_0} \Delta t'; \quad z'_p = z'_{p_0} + w'_{p_0} \Delta t' \quad (7.20)$$

Una vez encontrada la nueva posición de la partícula, se considera ésta como punto inicial y se repite el proceso para determinar las posiciones subsecuentes. La trayectoria estará definida por la colección de puntos ocupados por la partícula en los tiempos 0, $\Delta t'$, $2\Delta t'$, ... Es importante enfatizar que en el problema analizado en este trabajo las trayectorias de partículas coinciden con líneas de corriente debido a que el flujo se encuentra en estado permanente. La elección correcta del intervalo de tiempo $\Delta t'$ empleado en las ecuaciones 7.20 es importante; $\Delta t'$ debe ser menor que el cociente de la magnitud característica del volumen más pequeño de la malla dividida entre la velocidad máxima. La precisión de la trayectoria depende obviamente de la malla empleada en la solución numérica, mallas más finas permitirán interpolaciones y trayectorias más precisas. Los resultados obtenidos indican que el algoritmo usado puede ser susceptible a imprecisiones numéricas en las velocidades. Esto se debe principalmente a dos razones: a) los errores son acumulativos; b) pequeñas desviaciones en regiones de gradientes intensos de velocidad provocan grandes desviaciones en las trayectorias.

7.5.1 SEGUIMIENTO PARA EL FLUJO CON NUMEROS DE PRANDTL Y RAYLEIGH PEQUEÑOS.

El seguimiento de partículas en el flujo presentado en la sección 7.4.1 se hizo usando un intervalo de tiempo $\Delta t = 0.05$ ($\Delta t' = 1.2 \times 10^{-5}$) segundos, que es menor que el tiempo $1.25 \times 10^{-3} \text{ m} / 7 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$ obtenido del cociente de la magnitud característica dividida por la velocidad máxima. En las figuras 7.32, 7.33 y 7.34 se muestra la proyección bidimensional en los planos z' y x' respectivamente de la trayectoria de una partícula cuyo punto inicial es $x=0.026, y=0.01, z=0.01$ ($x'=1.04, y'=0.4, z'=0.4$). Las gráficas se obtuvieron con 6000 pasos de tiempo. En las figuras solo se muestra el cuarto cuadrante de la celda (ver figura 7.4). Las trayectorias en los tres cuadrantes restantes se suponen simétricas. La descripción de las trayectorias es muy compleja, por lo que se presentarán primero las características generales; posteriormente se discutirán algunos detalles importantes. En el plano z' figura 7.32 la

³ El intervalo de tiempo dimensional se define como $\Delta t' = \alpha / Y^2$

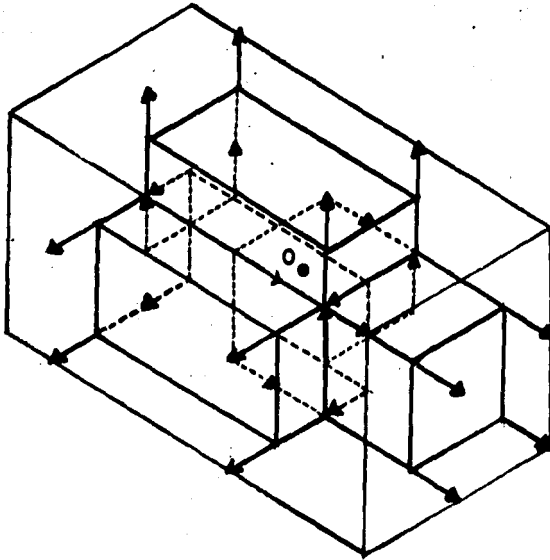


Figura 7.31. Componentes de velocidad usadas en la promediación para la velocidad de la partícula situada en el punto O.

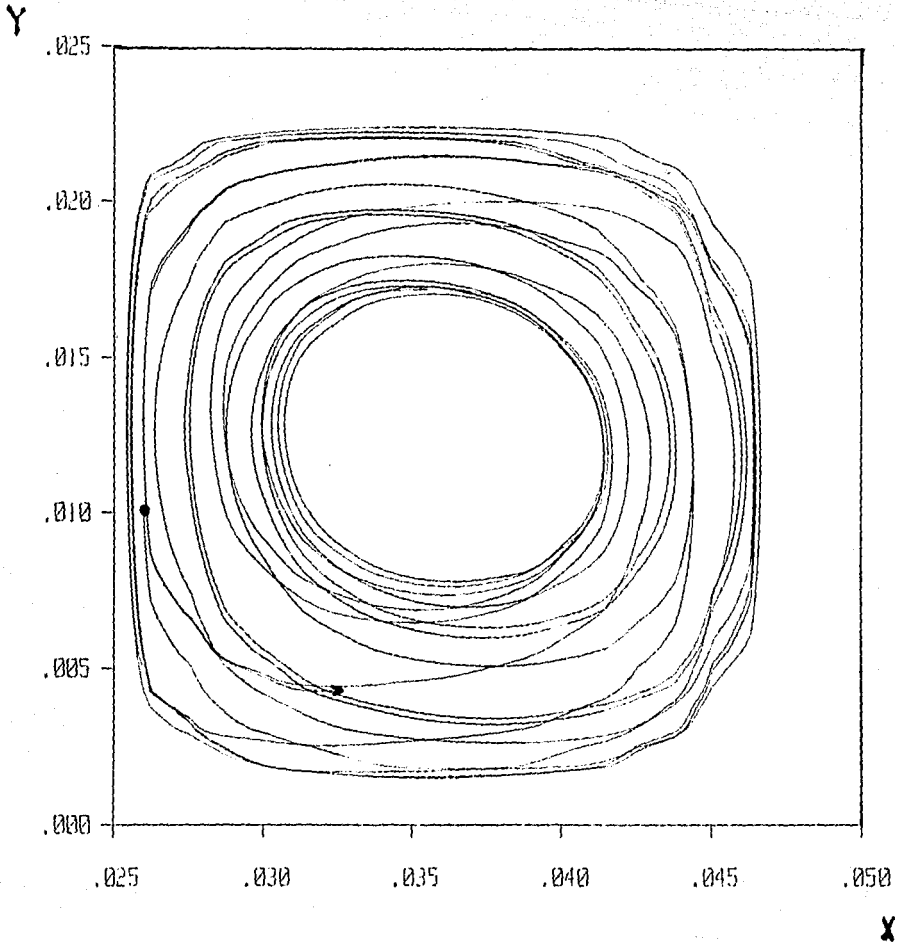


Figura 7.32. Proyección de la trayectoria de una partícula en el plano z' . Punto de inicio $x=0.026$, $y=0.01$, $z=0.01$. Tiempo total $t=300$ seg. $Pr=5$, $Ra=8.7 \times 10^7$.

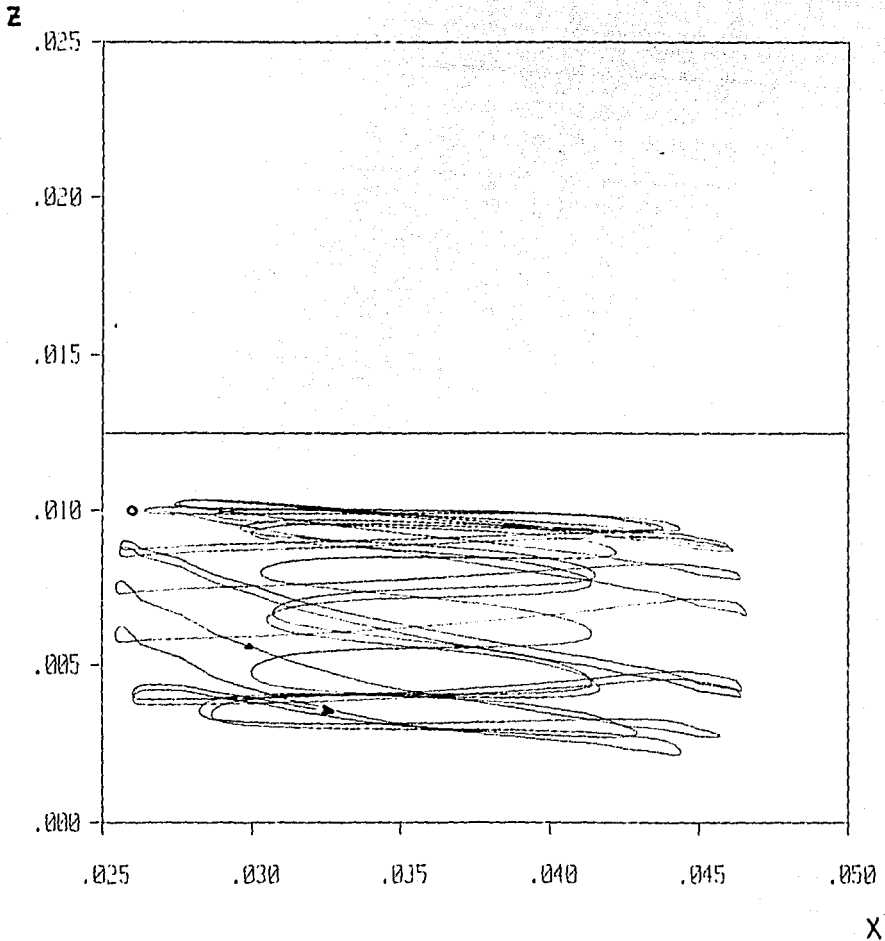


Figura 7.33. Proyección de la trayectoria de una partícula en el plano y' . Punto de inicio $x=0.026$, $y=0.01$, $z=0.01$. Tiempo total $t=300$ seg. $Pr= 5$, $Ra= 8.7 \times 10^3$.

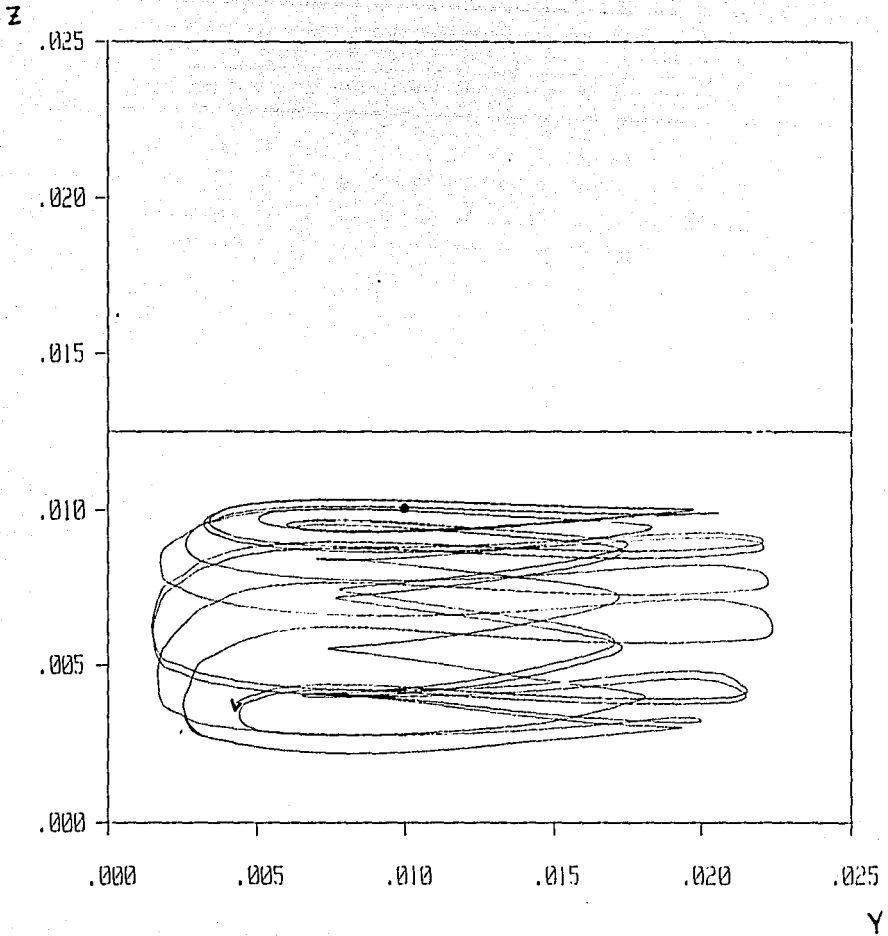


Figura 7.34. Proyección de la trayectoria de una partícula en el plano x' . Punto de inicio $x=0.026$, $y=0.01$, $z=0.01$. Tiempo total $t=300$ seg. $Pr=5$, $Ra=8.7 \times 10^3$.

trayectoria de la partícula es una espiral cuyo radio de curvatura se reduce hasta convertirse en una órbita prácticamente circular de aproximadamente 0.01 m de diámetro. Posteriormente, la trayectoria se convierte otra vez en una espiral pero con radio de curvatura creciente hasta tomar la forma de un circuito aproximadamente cuadrado que constituye el límite externo de la trayectoria. Después de alcanzar el límite externo, la trayectoria inicia un nuevo ciclo al describir una espiral que converge al circuito central. La proyección de la trayectoria en el plano y' , mostrada en la figura 7.33 indica que tanto las órbitas internas como externas son en realidad helicoidales, tomando estructuras similares a dos cilindros concéntricos, el del centro con generatriz aproximadamente circular, el exterior con generatriz de forma similar a un cuadrado. La partícula en órbitas internas se desplaza hacia el centro de la celda, mientras que las órbitas externas, el desplazamiento está dirigido hacia la pared de la celda. El eje axial del movimiento está ubicado a lo largo del eje z' en la vecindad del punto $x=0.036$, $y=0.0125$, ($x'=1.44$, $y'=0.5$). Es interesante notar que con la información disponible esta trayectoria evita ciertas regiones del volumen; notablemente la central y la periférica. Un análisis más detallado permite concluir que el helicoide formado por las orbitas circulares no tiene radio de curvatura constante; el bucle es más pequeño en la coordenada z' media ($z=0.06$, $z'\approx 0.24$) y más amplio en las coordenadas z' externas ($z=0.003$, $z'\approx 0.12$ y $z=0.01$, $z'\approx 0.4$). Esto hace que la hélice interna presente una trayectoria que se encuentra aproximadamente sobre la superficie de una figura geométrica con forma de hiperboloide de revolución. En contraste, el helicoide formado por la órbita externa presenta los bucles de z' extremos más pequeños que en la parte media de la coordenada z' , sugiriendo que el helicoide se encuentra sobre la superficie de un elipsoide con eje mayor a lo largo del eje z' . La proyección de la trayectoria en el plano x' , mostrada en la figura 7.34 confirma los comentarios presentados anteriormente. Con el fin de construir una imagen global de las trayectorias en el flujo; se sigue la trayectoria de varias partículas simultáneamente. Los puntos iniciales son: I($x=0.036$, $y=0.006$, $z=0.0012$), II($x=0.036$, $y=0.008$, $z=0.0012$), III($x=0.036$, $y=0.010$, $z=0.0012$), IV($x=0.038$, $y=0.0125$, $z=0.0012$), V($x=0.040$, $y=0.0125$, $z=0.0012$), VI($x=0.042$, $y=0.0125$, $z=0.0012$). El tiempo total de seguimiento es de 3000 pasos en el tiempo. Las figuras 7.35, 7.36 y 7.37 muestran las proyecciones de las trayectorias en los planos x' , y' , z' respectivamente. Las propiedades generales son similares a las encontradas en las figuras 7.32 a 7.34. Sin embargo, deben enfatizarse algunos detalles importantes: a) las trayectorias cuyos puntos iniciales están más cercanos al centro ($x=0.036$, $y=0.0125$, o $x'=1.44$, $y'=0.5$) describen helicoides con radio de curvatura más pequeño y presentan una velocidad en dirección z' más grande. b) las trayectorias que se inician en puntos cercanos a la pared ($z=0.0012$, $z'=0.048$) describen órbitas más grandes en la dirección z' aproximándose más al plano central $z=0.0125$ ($z'=0.5$). Compárese las figuras 7.33 y 7.36. Las superficies donde se ubican las trayectorias se muestran esquemáticamente en la figura 7.38a, b, c.

7.5.2 SEGUIMIENTO PARA EL FLUJO CON NUMEROS DE PRANDTL Y RAYLEIGH GRANDES.

El seguimiento de partículas en el flujo presentado en la sección 7.4.2 se hizo usando un intervalo de tiempo de $\Delta t=0.025$ ($\Delta t'=6 \times 10^{-6}$) segundos. En las figuras 7.39, 7.40 y 7.41 se muestra la proyección bidimensional en los planos z' , y' , x' respectivamente de la trayectoria

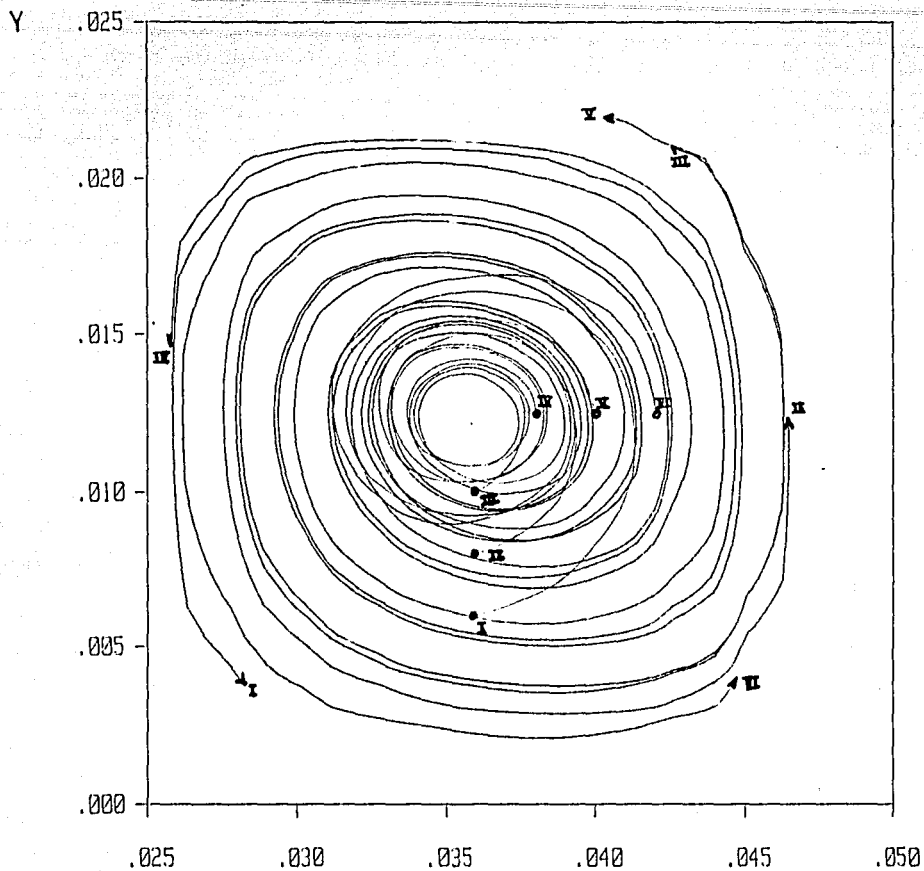


Figura 7.35. Proyección de las trayectorias de 6 partículas en el plano z' . Puntos de inicio I($x=0.036$, $y=0.006$, $z=0.0012$), II($x=0.036$, $y=0.008$, $z=0.0012$), III($x=0.036$, $y=0.010$, $z=0.0012$), IV($x=0.038$, $y=0.0125$, $z=0.0012$), V($x=0.040$, $y=0.0125$, $z=0.0012$), VI($x=0.042$, $y=0.0125$, $z=0.0012$). Tiempo total $t=150$ seg. $Pr=5$, $Ra=8.7 \times 10^5$.

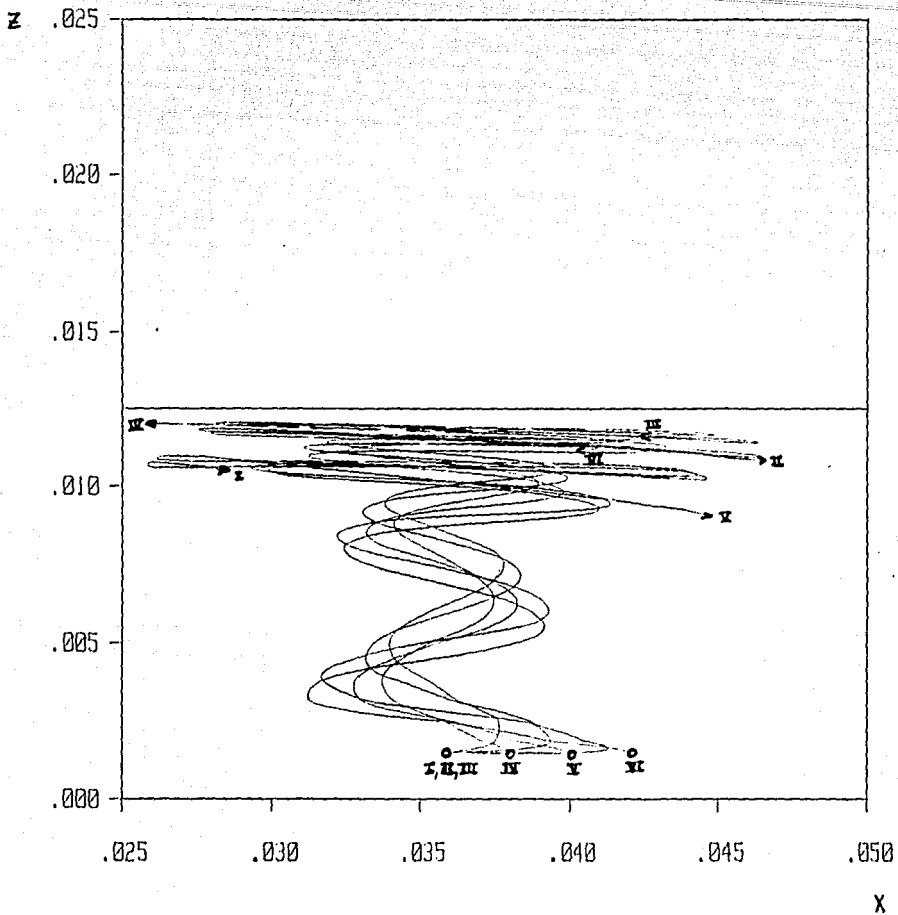


Figura 7.36. Proyección de las trayectorias de 6 partículas en el plano y' . Puntos de inicio I($x=0.036$, $y=0.006$, $z=0.0012$), II($x=0.036$, $y=0.008$, $z=0.0012$), III($x=0.036$, $y=0.010$, $z=0.0012$), IV($x=0.038$, $y=0.0125$, $z=0.0012$), V($x=0.040$, $y=0.0125$, $z=0.0012$), VI($x=0.042$, $y=0.0125$, $z=0.0012$). Tiempo total $t=150$ seg. $Pr=5$, $Ra=8.7 \times 10^3$.

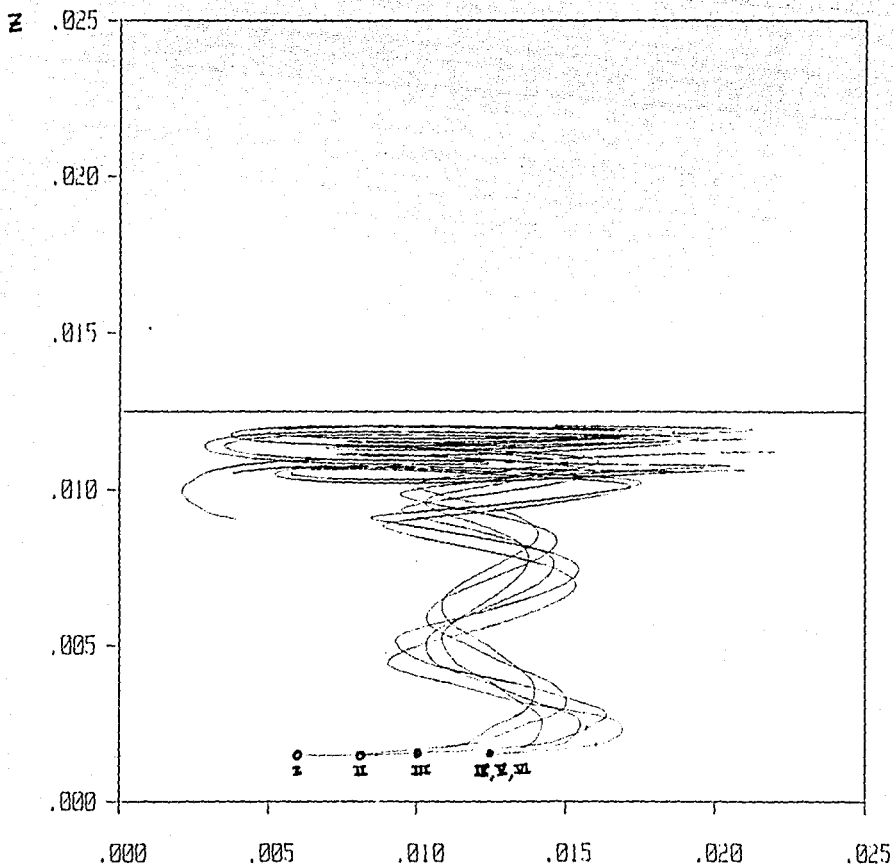


Figura 7.37. Proyección de las trayectorias de 6 partículas en el plano x' . Puntos de inicio I($x=0.036$, $y=0.006$, $z=0.0012$), II($x=0.036$, $y=0.008$, $z=0.0012$), III($x=0.036$, $y=0.010$, $z=0.0012$), IV($x=0.038$, $y=0.0125$, $z=0.0012$), V($x=0.040$, $y=0.0125$, $z=0.0012$), VI($x=0.042$, $y=0.0125$, $z=0.0012$). Tiempo total $t=150$ seg. $Pr=5$, $Ra=8.7 \times 10^3$.

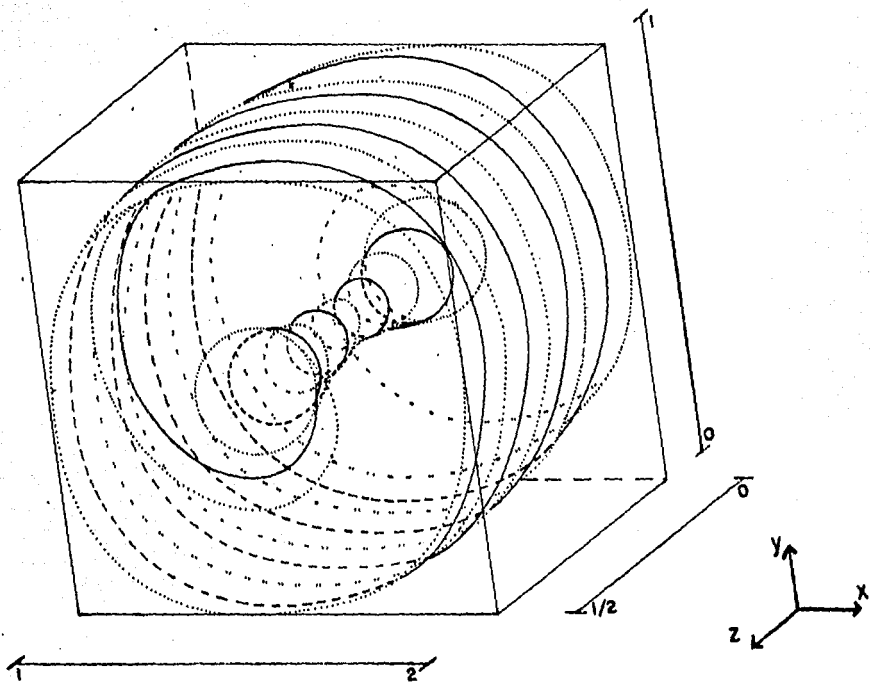


Figura 7.38a. Esquema de la superficie sobre la cual descansa la trayectoria seguida por una partícula en el cuarto cuadrante. Patrón de flujo cilíndrico.

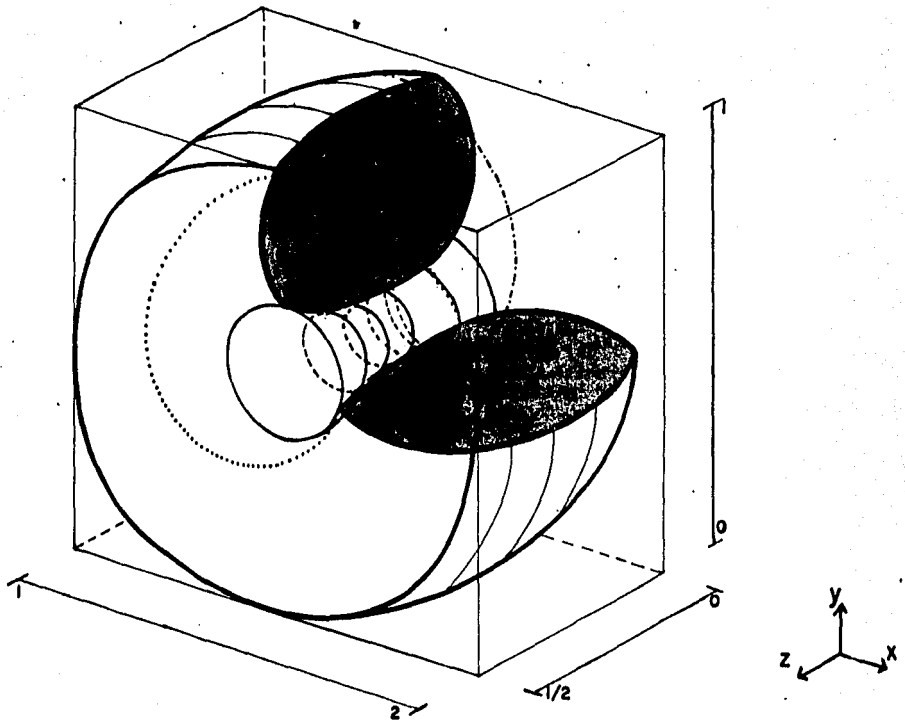


Figura 7.38b. Esquema de la superficie sobre la cual descansa la trayectoria seguida por una partícula en el cuarto cuadrante, mostrando un corte. Patrón de flujo cilíndrico.

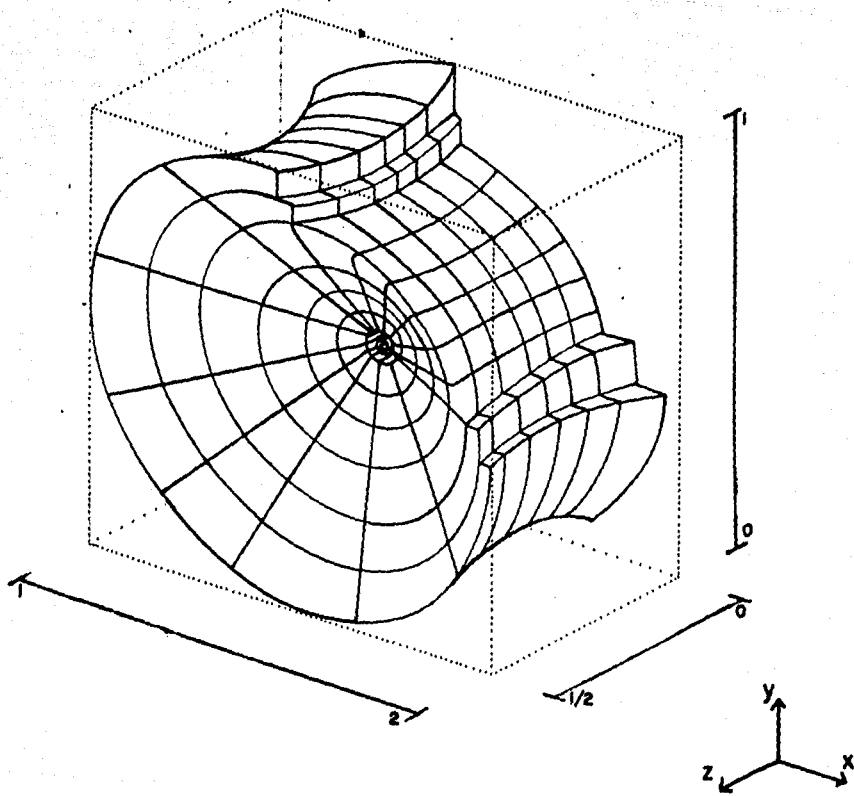


Figura 7.38c. Esquema de la superficies probables que forman las partículas en su recorrido.

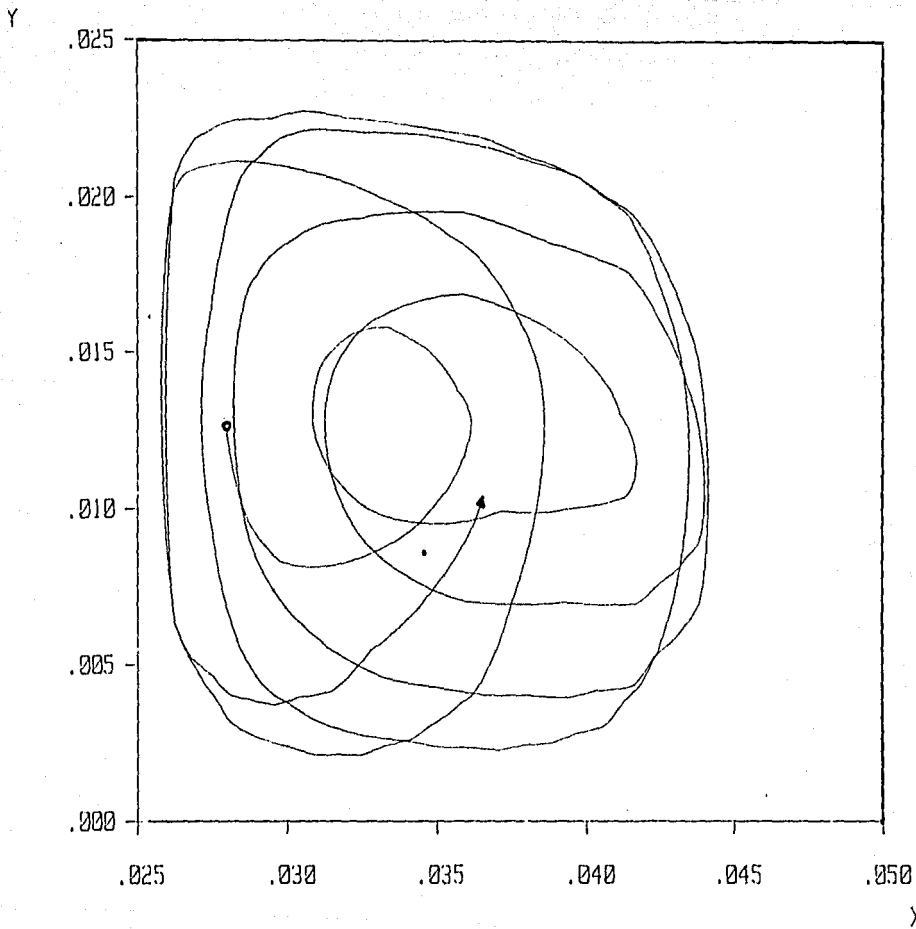


Figura 7.39. Proyección de la trayectoria de una partícula en el plano z' . Punto de inicio $x=0.028$, $y=0.0125$, $z=0.00625$. Tiempo total $t=200$ seg. $Pr= 50$, $Ra= 8.7 \times 10^4$.

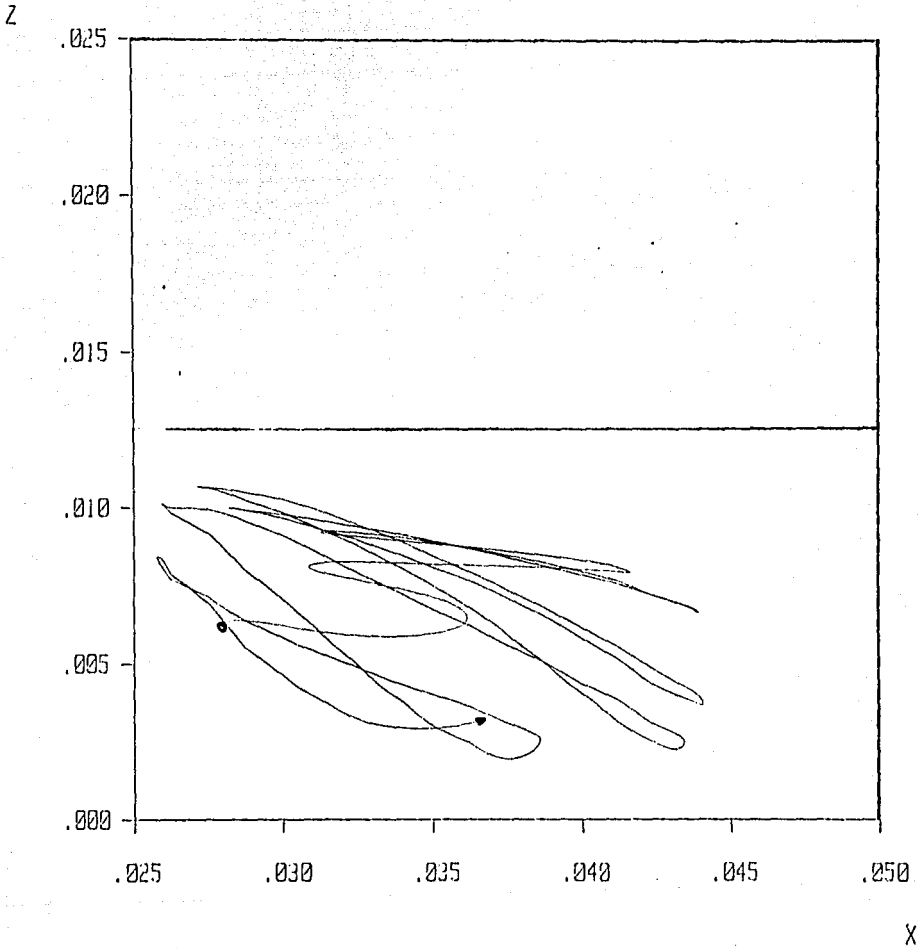


Figura 7.40. Proyección de la trayectoria de una partícula en el plano y' . Punto de inicio $x=0.028$, $y=0.0125$, $z=0.00625$. Tiempo total $t=200$ seg. $Pr= 50$, $Ra= 8.7 \times 10^4$.

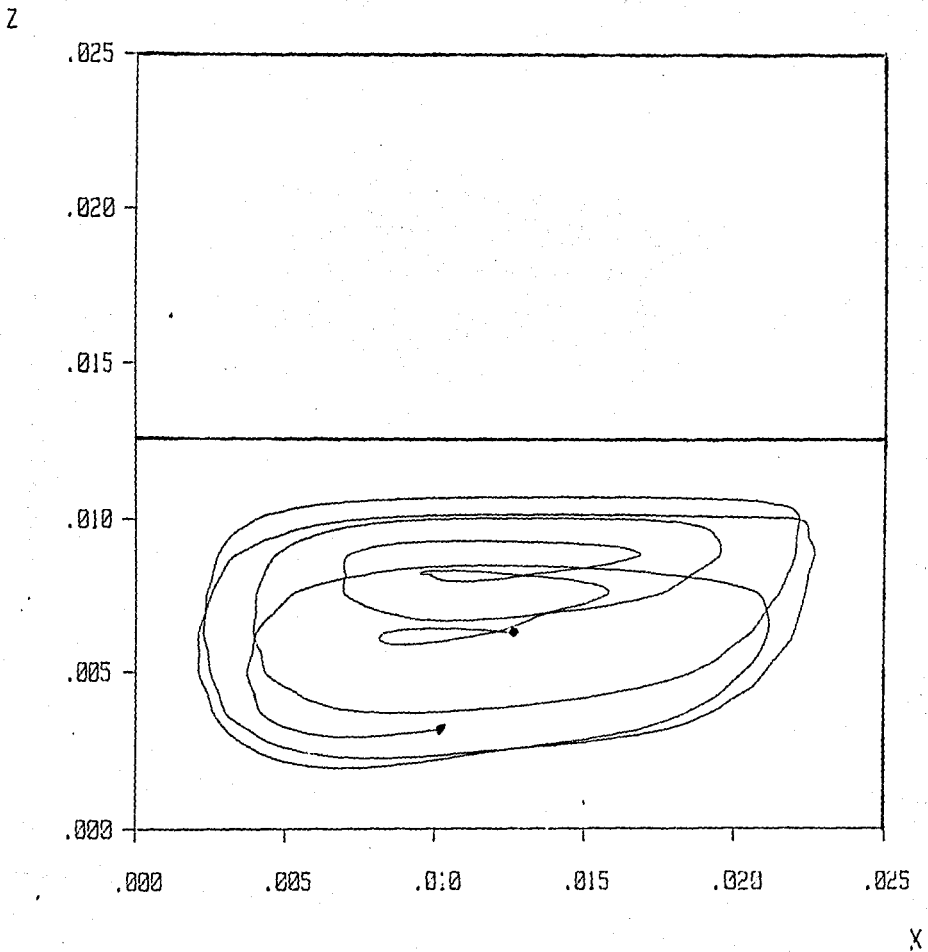


Figura 7.41. Proyección de la trayectoria de una partícula en el plano x' . Punto de inicio $x=0.028$, $y=0.0125$, $z=0.00625$. Tiempo total $t=200$ seg. $Pr=50$, $Ra=8.7 \times 10^4$.

de una partícula cuyo punto inicial es $x=0.028$, $y=0.0125$, $z=0.00625$ ($x'=1.12$, $y'=0.5$, $z'=0.5$). Las gráficas se obtuvieron con 8000 pasos de tiempo. Del mismo modo que en la sección 7.5.1 en las figuras solo se muestra el cuarto cuadrante de la celda (ver figura 7.4). La descripción para este caso será un poco más general ya que el movimiento explicado para el caso de los cilindros tiene similitud con el patrón de movimiento que se describirá a continuación. La proyección de la trayectoria en el plano z' , figura 7.39 muestra la órbita que comienza cerca del eje alrededor del cual gira la partícula. La trayectoria va creciendo en una espiral hasta ocupar casi por completo la altura de la celda. En el plano y' figura 7.40 se muestra que la trayectoria de la partícula forma dos helicoides concéntricos en las que el eje de giro tiene la forma de un cuarto de elipse aproximadamente. El helicoide interno gira alrededor del eje elíptico con un sentido antihorario presentando un radio de curvatura creciente, mientras que el helicoide externo avanza en sentido contrario por una órbita mayor creando una envolvente del helicoide interno. Después de alcanzar el límite externo, la trayectoria inicia un nuevo ciclo al describir una espiral que converge al circuito central. La figura 7.41 muestra la proyección de la trayectoria en el plano x' . Las propiedades encontradas son similares a las descritas en la figura 7.40, confirmando los comentarios anteriores. Es interesante notar al igual que en el caso del flujo cilíndrico la trayectoria evita ciertas regiones del volumen; notablemente la central y la periférica. Esto hace que la hélice interna presente una trayectoria que se encuentra sobre la superficie de una figura geométrica similar a la figura 7.38 pero con el eje central en forma de un cuarto de elipse. En contraste, el helicoide formado por la órbita externa presenta un movimiento que sugiere que el helicoide se encuentra sobre la superficie de un cuarto de toroide deformado. Las superficies donde se ubican las trayectorias se muestran esquemáticamente en la figura 7.42.

Comentarios sobre los resultados teóricos y su relación con los experimentales se presentan en el capítulo siguiente.

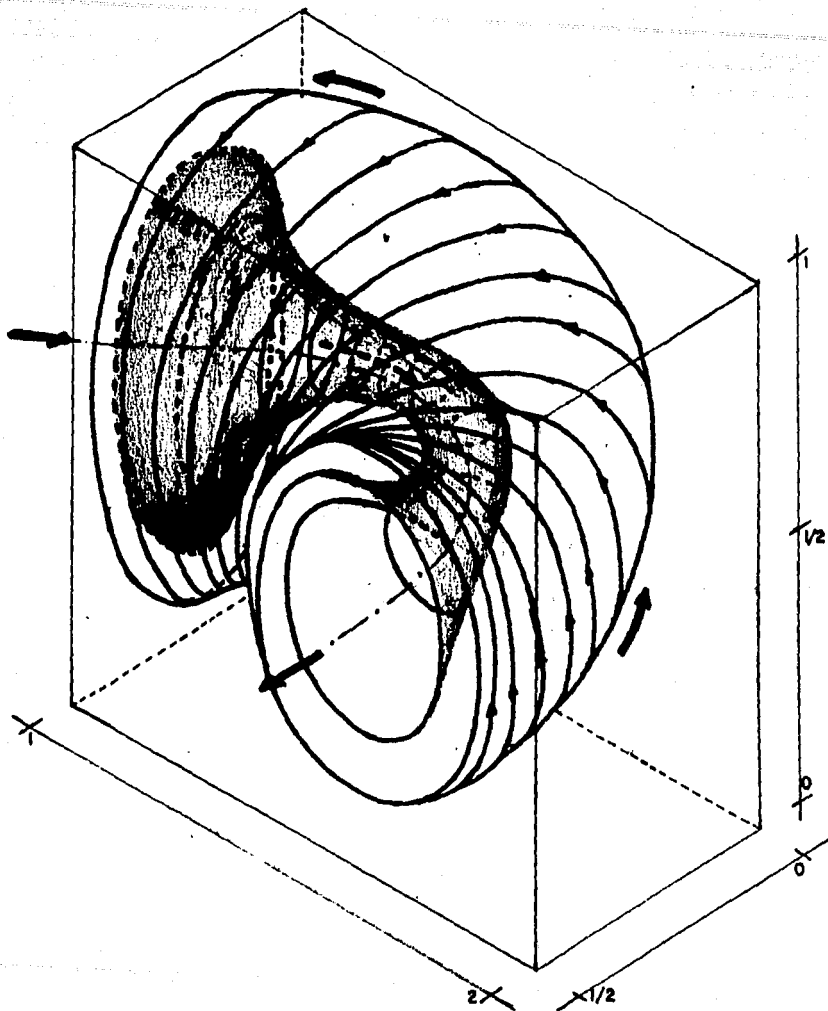


Figura 7.42. Esquema de la superficie sobre la cual descansa la trayectoria seguida por una partícula en el cuarto cuadrante. Patrón de flujo toroidal.

CAPITULO 8

DISCUSION Y CONCLUSIONES.

En este trabajo se hizo una investigación teórica y experimental de la convección natural dentro de una cavidad con geometría de prisma rectangular. Dentro del estudio experimental se consiguió identificar en detalle las características del flujo. Para esto se desarrolló una técnica original que puede tener múltiples aplicaciones. El estudio teórico arrojó resultados sobre la naturaleza del flujo que no habían sido reportados con anterioridad. En la siguiente sección se presentan pormenores de la comparación teórico-experimental.

8.1 COMPARACION TEORICO-EXPERIMENTAL

El patrón de movimiento encontrado experimentalmente y explicado en detalle en el Capítulo 6 tiene la forma de dos flujos cilíndricos aproximadamente elípticos con ejes de simetría paralelos al lado corto de la celda. Sin embargo, el resultado teórico obtenido con aproximadamente los mismos valores de los parámetros de Rayleigh, Prandtl y en la misma geometría, pone en evidencia un patrón de flujo similar a un toroide, discrepando aún cualitativamente con las observaciones experimentales. En este trabajo no fué posible determinar las razones que causan la diferencia. Entre las posibles explicaciones se podrían contar las siguientes: a) Un modelo teórico sobresimplificado. Es decir, que la suposición de la independencia de las propiedades físicas del fluido con respecto a la temperatura no sea válida, o bien que las condiciones a la frontera del modelo teórico no coincidan con las experimentales. Ejercicios teóricos exploratorios efectuados con condiciones a la frontera de aislamiento imperfecto indicaron que esta explicación es poco probable. b) Existencia de soluciones múltiples. Está demostrado que este problema presenta soluciones múltiples; al menos dos fueron observadas experimentalmente. Posiblemente existan soluciones tipo cilíndrico y toroidal para todo el rango explorado de valores de números de Prandtl y Rayleigh. En este caso, se tendrían cuatro soluciones posibles. Debido a su estrategia de integración, el método numérico empleado escoge las soluciones presentadas en el Capítulo 7. Dilucidar la discrepancia entre los resultados teóricos y experimentales, exigirá el análisis detallado de los puntos mencionados anteriormente y quizás de algunos otros. La ambigüedad de soluciones múltiples puede removerse haciendo estudios en estado transitorio. Este tipo de cálculos exigen una enorme capacidad de cómputo.

En el estudio teórico se encontró que la forma cualitativa del flujo usando un número de Prandtl menor de 15, es de tipo cilíndrico, con propiedades muy similares a las observadas experimentalmente donde el número de Prandtl es de orden 200. La similitud cualitativa entre los dos resultados es notable. Comparando los resultados del flujo de los experimentos 1 y 8 con los resultados teóricos presentados en el Capítulo 7 ($Pr=5$) se encuentra que la compleja estructura helicoidal es extremadamente parecida.

Uno de los resultados principales de este trabajo es la demostración experimental de la existencia de soluciones múltiples en el flujo en una cavidad de razón de aspecto pequeña. Aunque este fenómeno ha sido comentado anteriormente desde el punto de vista experimental por

Tippelskirch [16], Krishnamurti [24, 30] para cavidades de razón de aspecto grande, y teórico por Castrejón, Ramos, y L. de Haro [67], el fenómeno esta lejos de ser entendido y probablemente no se le ha dado la atención que merece. Aunque solo se ofrece una contribución, queda demostrada la existencia de soluciones múltiples en cavidades de razón de aspecto pequeña. Entre los puntos que se mantienen como incógnitas queda aclarar cuales son las condiciones iniciales que llevan a una u otra solución. En este estudio, condiciones iniciales aparentemente iguales llevaron a soluciones diferentes, y condiciones iniciales diferentes condujeron a la misma solución. Es importante notar que la mayoría de los resultados experimentales reportados acusan un flujo con movimiento ascendente en la región central, mientras que los resultados numéricos presentan en todos los casos movimiento descendente en la región central.

En este trabajo se desarrolló una técnica que permite analizar el flujo convectivo dentro de una celda (de razón de aspecto pequeña) que es superior a otras reportadas en la literatura. Aunque Stork y Müller [68] encontraron algunas características del flujo usando trazadores, las trayectorias de partículas individuales no podían ser resueltas y consiguientemente muchas propiedades importantes del patrón de movimiento permanecieron sin clasificar en este estudio. Se espera que la técnica desarrollada aquí sea útil en otros estudios.

El seguimiento de partículas fué utilizado de manera exitosa en la comparación cualitativa de los patrones de flujo. Para esto fué necesario desarrollar una técnica numérica correspondiente a la técnica experimental de trazadores. La clasificación de estructuras de flujos tridimensionales se facilita enormemente con la estrategia teórico-experimental de seguimiento de partículas.

8.2 PROPUESTA DE TRABAJO FUTURO.

La continuación de este estudio debe enfocarse a descifrar la compleja estructura que presenta el flujo, y además aclarar la ocurrencia de soluciones múltiples para eventualmente entender el tránsito a flujos de tipo caótico.

Las ideas que se proponen son de caracter específico con respecto al tipo de dispositivo experimental que se utilizó en esta tesis.

8.2.1 EXPERIMENTAL

a) Medir el campo de velocidades con partículas translúcidas esféricas de un material con densidad aceptable al fluido que se esté estudiando, con el fin de evitar la desaparición de las mismas al paso de éstas sobre el plano de iluminación.

b) Con el fluido en estado permanente, depositar una sola partícula con flotabilidad neutra y seguirla a través de varios planos de iluminación.

c) Realizar pruebas con diferentes números de Prandtl.

d) Contruir una celda de tamaño único y posible de visualizar desde diferentes posiciones.

e) Construir un dispositivo más versátil con el que se pueda iluminar cualquier plano de luz en la dirección que se requiera.

f) Hacer la iluminación con planos de diferente color.

g) Continuar con los experimentos de interferometría Schlieren para la medición del campo de temperaturas.

h) Dilucidar bajo qué condiciones iniciales se obtiene una u otra solución en estado permanente.

8.2.2 NUMERICO

a) Realizar exploraciones numéricas con condiciones iniciales diferentes y cambios en los parámetros adimensionales como números de Rayleigh y Prandtl.

b) Realizar corridas con el algoritmo de seguimiento de partículas y realizar su presentación en tres dimensiones.

c) Dilucidar bajo qué condiciones iniciales se obtiene una u otra solución en estado permanente.

d) Hacer refinamientos de mallas no uniformes.

APENDICE A

CARACTERIZACION DEL FLUIDO DE TRABAJO.

A.1 MEDICION DE VISCOSIDAD

La viscosidad, se midió con la ayuda de un viscosímetro Cannon-Fenske del tipo para líquidos transparentes modelo 50 No.P912. El dispositivo se encuentra calibrado de acuerdo con la Sociedad Americana para Pruebas en Materiales, y consiste en un tubo de vidrio en forma de "U" (figura A.1). Los brazos están comunicados mediante un tubo capilar. La muestra del fluido se vierte en el tubo donde se encuentra el capilar hasta la marca M1, en seguida se toma el tiempo (t) requerido para que el fluido pase al tubo mayor y llegue a la segunda marca M2. Posteriormente, el tiempo en segundos es multiplicado por la constante del aparato y el resultado es la viscosidad cinemática (ν) en centistokes (1 centistoke = $1 \text{ mm}^2/\text{s}$). La medición se debe hacer bajo condiciones de temperatura constante por lo que el dispositivo fué puesto en un baño con estas características. A continuación se muestra el procedimiento y los resultados.

Para la obtención de resultados se realizaron tres pruebas bajo las mismas condiciones con el propósito de tener la certeza del valor buscado (Tabla A.1).

La constante del aparato a la temperatura de 100°C es:

$$Ca = 0.004037 \text{ centistokes/seg}$$

PRUEBA	TIEMPO (t) (s)	t x Ca (mm^2/seg)	ν m^2/seg
1	2669	10.8	10.8×10^{-6}
2	2355	9.5	9.5×10^{-6}
3	2257	9.2	9.2×10^{-6}
LA VISCOSIDAD PROMEDIO ES : 9.8×10^{-6} a 100°C			

Tabla A.1. Determinación experimental de la viscosidad para el aceite de silicón.

De acuerdo con los datos presentados por el fabricante de aceites de silicón (figura A.2) las variaciones de los aceites son lineales, por lo que se puede extrapolar al rango de temperaturas al que se va utilizar el fluido.

La viscosidad promedio entre 25°C y 35°C es de:

$$\bar{\nu} = 30 \text{ mm}^2/\text{seg} = 3.0 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}.$$

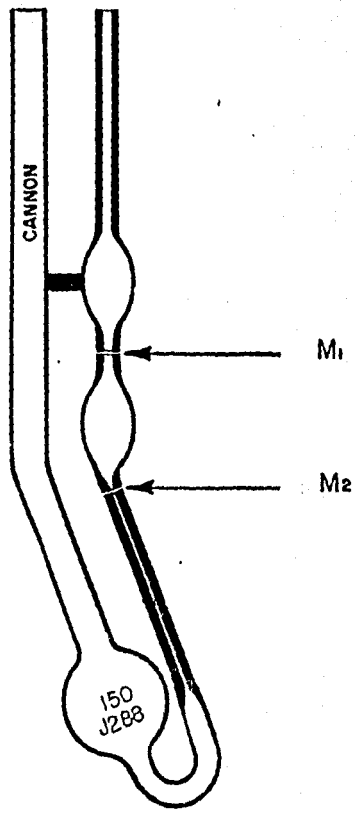


Figura A.1. Viscosímetro tipo Cannon-Fenske.

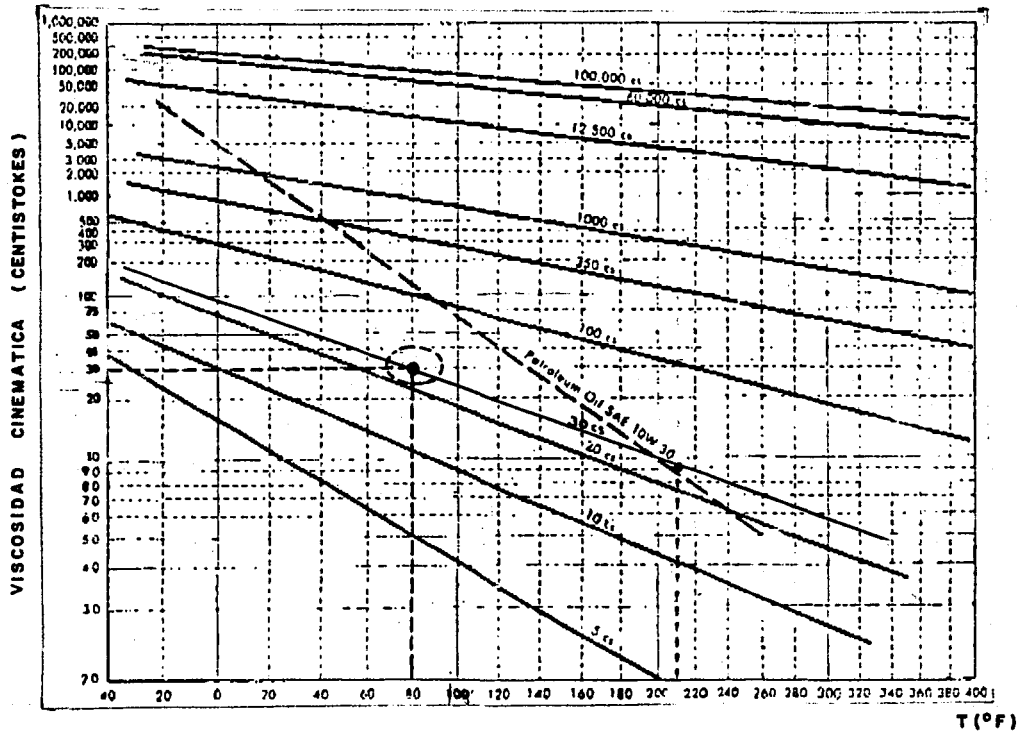


Figura A.2. Viscosidad cinemática como función de la temperatura. Tomada del fabricante (Dow Corning).

De acuerdo al fabricante la densidad del aceite de silicón es aproximadamente $\rho = 954.5 \text{ kg/m}^3$ de donde la viscosidad dinámica es:

$$\mu = \bar{\nu}\rho = 28.63 \times 10^{-3} \text{ kg/ms}$$

A.2 MEDICION DE CONDUCTIVIDAD

Para la determinación de la conductividad térmica se construyó un dispositivo como el mostrado en la figura A.3. En la parte superior (sección A) se tiene un termopanel controlado por una fuente de poder con la que se proporciona el voltaje y corriente adecuados para producir un flujo de calor constante (θ). En la sección B se deposita el fluido de trabajo en un espacio cerrado teniendo como parámetros el área (A) y un espesor (ΔY_P) por donde el flujo de calor va a ser conducido. Finalmente, en la sección C se tiene un baño por donde circula agua recogiendo el calor proveniente del fluido. El dispositivo se instrumentó con termopares previamente calibrados de un diámetro de 0.127 mm de una velocidad de respuesta de 0.1 C/s y colocados en los siguientes puntos: un par conectados en forma diferencial (de donde se obtiene la diferencia de temperaturas ΔT_P) entre la sección A y C. Es decir, la diferencia de temperaturas entre el espesor de la sección B (ΔY_P). Otro par mide la diferencia entre la temperatura de entrada y salida del agua (ΔT_A) en la sección C y uno más mide la temperatura de la placa del termopanel (T_P). Todo esto se conecta a un sistema de adquisición de datos.

Teniendo todo el sistema a punto el experimento se inicia activando el termopanel y haciendo circular el agua de enfriamiento. Es necesario esperar aproximadamente 30 minutos para alcanzar el estado permanente del sistema y llevar a cabo las mediciones en los termopares. La figura A.4 muestra la gráfica de temperatura contra el tiempo en donde se han alcanzado las condiciones de estabilidad del sistema. Para aproximar las pruebas a la teoría se requiere de un buen aislamiento térmico por los costados de manera que el flujo atraviese únicamente el área considerada. Dado que es un fluido lo que se está midiendo, debe tenerse cuidado en la horizontalidad del recipiente que lo contiene de lo contrario se propiciaría un movimiento convectivo.

El balance térmico en la sección C es:

$$\theta = m\Delta T_A \quad (A.1)$$

donde: θ = flujo de calor [J s⁻¹]
 m = flujo másico de agua [kg s⁻¹]
 C = capacidad calorífica del agua [J °K⁻¹ kg⁻¹]
 ΔT_A = diferencia de temperaturas entre la entrada y salida del agua. [°K]

La medición de la conductividad se basa en la Ley de Fourier de conducción de calor en estado permanente que en símbolos toma la forma:

$$\theta = -kA \frac{\Delta T_P}{\Delta Y_P} \quad (A.2)$$

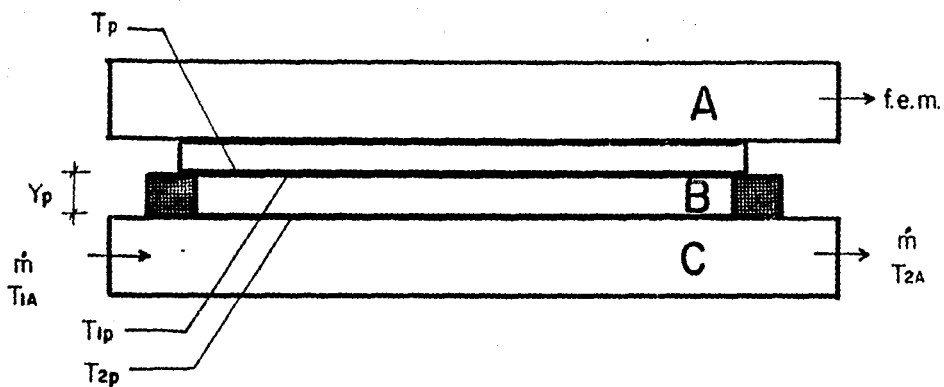


Figura A.3. Dibujo esquemático del dispositivo con el que se midió la conductividad térmica del fluido de trabajo. $\Delta T_p = T_{1p} - T_{2p}$, $\Delta T_A = T_{2A} - T_{1A}$.

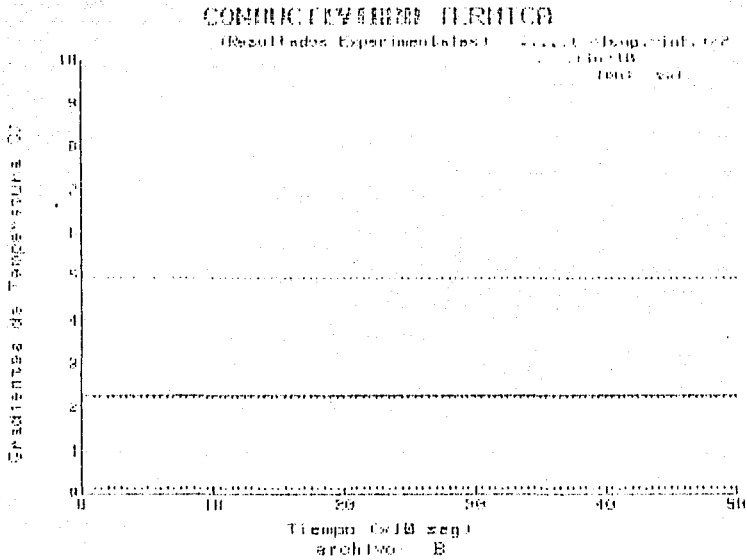


Figura A.4. Temperatura como función del tiempo encontrada en la determinación de la conductividad del flujo de trabajo.

donde: θ = flujo de calor $[J\ s^{-1}]$
 k = conductividad térmica $[J\ K^{-1}\ m^{-1}\ s^{-1}]$
 A = área por donde fluye el calor $[m^2]$
 ΔTP = diferencia de temperatura entre placas $[^{\circ}K]$
 ΔYP = distancia entre placas por donde fluye el calor. $[m]$

Si se despeja la conductividad se tiene

$$k = - \frac{\theta \Delta YP}{A \Delta TP} \quad (A.3)$$

si se sustituye A.1 en A.3 se tiene

$$k = \frac{m C \Delta TA \Delta YP}{A \Delta TP} \quad (A.4)$$

de este modo es determinada la conductividad.

Las propiedades consideradas constantes son:

ρ = densidad del agua a 30 $^{\circ}C$ = 994.4 kg/m 3
 C = capacidad calorífica del agua = 4179.0 J/kg C

Los parámetros experimentales constantes son:

ΔYP = distancia entre placas = 2.75 x 10 $^{-3}$ m
 A = área del flujo de calor = 27.96 x 10 $^{-4}$ m 2

El dispositivo fué calibrado con agua destilada de una conductividad de:

$$k = 0.623 [J/m^{\circ}Cs] \text{ Holmman [69].}$$

La conductividad promedio obtenida experimentalmente fué $\bar{k} = 0.606$ [J mCs] encontrándose un error de 3% con respecto a la referencia para el agua destilada. Un ejemplo de un experimento de calibración particular, se muestra en la Tabla A.2 junto a valores medidos y resultados para ambos fluidos.

PRUEBA	T_P (C)	ΔT_A (C)	ΔT_P (C)	\dot{V} (m 3 /s)	\dot{m} (kg/s)	k (J/s $^{\circ}Cm$)
1 AGUA DESTILADA	45.5	2.5	12.3	7.4 x 10 $^{-7}$	7.4 x 10 $^{-4}$	0.625
2 ACEITE SILICON	49.5	1.3	22.0	8.3 x 10 $^{-7}$	8.3 x 10 $^{-4}$	0.204
3 ACEITE SILICON	49.9	1.4	21.9	7.2 x 10 $^{-7}$	7.1 x 10 $^{-4}$	0.215
4 ACEITE SILICON	49.6	1.7	22.3	7.2 x 10 $^{-7}$	7.1 x 10 $^{-4}$	0.222
5 ACEITE SILICON	48.9	1.5	22.4	7.8 x 10 $^{-7}$	7.7 x 10 $^{-4}$	0.219

Tabla A.2. Determinación experimental de la conductividad para agua destilada y aceite de silicón.

La conductividad promedio del aceite de silicón utilizado en el experimento a la temperatura promedio $\bar{T}_p = 49.4^\circ\text{C}$ es:

$$\bar{k} = 0.214 \pm 3\% \text{ [J/m}^\circ\text{Cs]}$$

APENDICE B

ARCHIVO DE DATOS UTILIZADO EN PHOENICS

B.1 GENERALIDADES

En este apéndice se muestran los datos manejados por el paquete PHOENICS. Su organización consta de 24 grupos donde se colocan los datos según sea el caso que se este resolviendo.

TALK=F;RUN(1, 1);VDU=WESTWARD

GROUP 1. Run title

HEIGHT OF THE CELL-----	YLEN	RG(2)
GRAVITY ACCELERATION -----	GRAV	RG(4)
THERMAL EXPANSION COEFFICIENT-----	BETA	RG(5)
TOP TEMPERATURE-----	TTOP	RG(6)
BOTTOM TEMPERATURE-----	TBOT	RG(7)

TEXT(3D BENARD CELL)

REAL(YLEN, TTOP, TBOT, BETA, TREF, GRAV)

YLEN=0.025; TTOP=24.0; TBOT=31.0

BETA=1.0E-03; TREF=TTOP

GRAV=-10.0

RG(2)=YLEN

RG(4)=GRAV

RG(5)=BETA

RG(6)=TTOP

RG(7)=TBOT

GROUP 2. Transience; time-step specification

GROUP 3. X-direction grid specification

NX=20

GRDPWR(X, 20, 0.05, 1.0)

GROUP 4. Y-direction grid specification

NY=20

GRDPWR(Y, 20, 0.025, 1.0)

GROUP 5. Z-direction grid specification

NZ=20

GRDPWR(Z, 20, 0.025, 1.0)

GROUP 6. Body-fitted coordinates or grid distortion

GROUP 7. Variables stored, solved & named

SOLVE(P1, U1, V1, W1, H1); SOLUTN(P1, Y, Y, Y, P, P, P)

STORE(C1)

GROUP 8. Terms (in differential equations) & devices

TERMS(H1, N, Y, Y, Y, N)

GROUP 9. Properties of the medium (or media)

RHO1=955.0; ENUL=3.00E-05; PRNDTL(H1)=197

GROUP 10. Inter-phase-transfer processes and properties

GROUP 11. Initialization of variable or porosity fields

FIINIT(U1)=0.0

FIINIT(V1)=0.0

FIINIT(W1)=0.0
FIINIT(H1)=TBOT
NAMFI=A

GROUP 12. Convection and diffusion adjustments

GROUP 13. Boundary conditions and special sources
Buoyancy term

PATCH(GRAVITY, PHASEM, 1, NX, 1, NY, 1, NZ, 1, 2000)

COVAL(GRAVITY, V1, FIXFLU, GRND)

Reference pressure

PATCH(REFP, CELL, NX/2, NX/2+1, NY, NY, NZ/2, NZ/2+1, 1, 2000)

COVAL(REFP, P1, FIXP, 0.0)

COVAL(REFP, H1, ONLYMS, SAME)

Top of the cell

PATCH(SURFACE, NWALL, 1, NX, NY, NY, 1, NZ, 1, 2000)

COVAL(SURFACE, H1, 1.0/PRNDTL(H1), TTOP)

COVAL(SURFACE, U1, 1.0, 0.0)

COVAL(SURFACE, W1, 1.0, 0.0)

Bottom of the pond

PATCH(BOTTOM, SWALL, 1, NX, 1, 1, 1, NZ, 1, 2000)

COVAL(BOTTOM, H1, 1.0/PRNDTL(H1), TBOT)

COVAL(BOTTOM, U1, 1.0, 0.0)

COVAL(BOTTOM, W1, 1.0, 0.0)

East Wall

PATCH(ESWALL, EWALL, NX, NX, 1, NY, 1, NZ, 1, 2000)

COVAL(ESWALL, V1, 1.0, 0.0)

COVAL(ESWALL, W1, 1.0, 0.0)

West Wall

PATCH(WSWALL, WWALL, 1, 1, 1, NY, 1, NZ, 1, 2000)

COVAL(WSWALL, V1, 1.0, 0.0)

COVAL(WSWALL, W1, 1.0, 0.0)

High Wall

PATCH(HIWALL, HWALL, 1, NX, 1, NY, NZ, NZ, 1, 2000)

COVAL(HIWALL, U1, 1.0, 0.0)

COVAL(HIWALL, V1, 1.0, 0.0)

Low Wall

PATCH(LOWALL, LWALL, 1, NX, 1, NY, 1, 1, 1, 2000)

COVAL(LOWALL, U1, 1.0, 0.0)

COVAL(LOWALL, V1, 1.0, 0.0)

GROUP 14. Downstream pressure for PARAB=.TRUE.

GROUP 15. Termination of sweeps

LSWEEP=500

GROUP 16. Termination of iterations

RESREF(P1)=1.0E-06

RESREF(U1)=1.0E-06

RESREF(V1)=1.0E-06

RESREF(W1)=1.0E-06

RESREF(H1)=1.0E-06

GROUP 17. Under-relaxation devices

RELAX(U1, FALSDT, 3.0)

RELAX(V1, FALSDT, 3.0)

RELAX(W1, FALSDT, 3.0)

RELAX(H1, FALSDT, 3.0)

GROUP 18. Limits on variables or increments to them

GROUP 19. Data communicated by satellite to GROUND

GROUP 20. Preliminary print-out
ECHO=F

GROUP 21. Print-out of variables

GROUP 22. Spot-value print-out
IXMON=NX/3
I2ZMON=NZ/3; IYMON=NY/3; TSTSWP=1; IPLTL=LSWEEP; NPLT=1

GROUP 23. Field print-out and plot control
OUTPUT(P1, Y, P, P, P, P, P)
OUTPUT(V1, Y, P, P, P, P, P)
OUTPUT(W1, Y, P, P, P, P, P)
OUTPUT(H1, Y, P, P, P, P, P)

GROUP 24. Dumps for restarts
RESTRT(ALL)
SAVE=T
STOP

BIBLIOGRAFIA

- [1] Ostrach S., (1988)
Natural convection in enclosures., Journal of Heat Transfer , 110, 1175.
- [2] Chandrasekhar S., (1961)
Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, Dover.
- [3] Koschmieder E.L., (1972)
Bénard Convection., 3-14.
- [4] Rogers R.H., (1976)
Convection., Rev. Prog. Phys., 39, 1-63.
- [5] Normand C., Pomeau Y., y Velarde M.G., (1977)
Convective instability: A physicist's approach., Reviews of Modern Physics, 49, No. 3, 581-623.
- [6] Berge P. y Dubois M., (1984)
Rayleigh-Bénard Convection., Contemp. Phys., 25, No. 6, 535-582.
- [7] Bejan A., (1984)
Convection Heat Transfer., John Wiley & Sons.
- [8] Velarde M.G., y Normand C., (1983)
Convection., Scientific American., 249, 3-14
- [9] Benard H., (1900)
Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide., Rev. Men. St. Pure. Appl., 11, 1261-1271, 1309-1328.
- [10] Benard H., (1901)
Les tourbillons cellulaires dans une liquide transportant de la chaleur par convection en régime permanent., Ann. Him. Pays., 23, 62-144.
- [11] Lord Rayleigh, (1916)
On convective currents in a horizontal layer of fluid when the higer temperature is on the under side., Phil. Mag., 32, 529-546.
- [12] Eckhaus W., (1965)
Studies in non-linear stability theory., Berlin Heidelberg-New York Springer.
- [13] Davis S.H., (1967)
Convection in a box: liner theory., J. Fluid Mech., 30, 465-478.
- [14] Dazere C., (1913)
Sur une nouvelle espèce de torbillons cellulaires., Compt. Rend., 156, 1228-1230.

- [15] **Graham A., (1933)**
Phil. Trans. Roy. Soc. London., Ser. A, 232, 285-296, (ver referencia [3]).
- [16] **Tippelskirch H.V., (1956)**
Beitr. Phys. Atmos., 29, 37-54, (ver referencia [3]).
- [17] **Chandra K., (1938)**
Stability of fluid heated from below., Proc. Roy. Soc. A., 164, 231-242.
- [18] **Benard H. y Avsec D., (1938)**
Travaux récents sur les tourbillons cellulaires et les tourbillons en bandes; applications a l'astrophysique et a la meteorologie., J. Phys. Radium., 9, 486-500.
- [19] **Schmidt R.J. y Milverton S.W., (1935)**
On the instability of a fluid when heated from below., Proc. Roy. Soc. London Ser. A., 152, 586-594.
- [20] **Schmidt R.J. y Saunders O.A., (1938)**
On the motion of a fluid heated from below., Proc. Roy. Soc. London Ser. A., 165, 216-228.
- [21] **Silveston P.L., (1958)**
Warmedurchgang in waagerechten flüssigkeitsschichten., Forsh. Ing. Wes., 24, 29-32, 59-69.
- [22] **Pallas S.G., (1972)**
PH.D. thesis, University of Texas, Austin, Texas, (ver referencia [3]).
- [23] **Rossby H.T., (1969)**
A study of Bénard convection with and without rotation., J. Fluid Mech., 36, 309-335.
- [24] **Krishnamurti R., (1970)a**
On the transition of turbulent convection. Part 1. Transition from two to three-dimensional flow., J. Fluid Mech., 44, 661-672.
- [25] **Chen M.M. y Whitehead J.A., (1963)**
Evolution of two-dimensional periodic Rayleigh convection cells of arbitrary wave number., J. Fluid Mech., 31, 1-15.
- [26] **Busse F.H. y Whitehead J.A., (1974)**
Instabilities of convection rolls in a high Prandtl number fluid., J. Fluid Mech., 47, part 2, 305-320.
- [27] **Schlüter A., Lortz D, y Busse F.H., (1965)**
On the stability of steady finite amplitude convection., J. Fluid Mech., 23, 129-144.
- [28] **Busse F.H., (1967)**
On the stability of two-dimensional convection in a layer heated from below., Math. & Phys, 46, 140-150.

- [29] Busse F.H., (1971)
Stability regions of cellular fluid flow., Proc. ITUM-Symp.,
Herrenalb, Instability of Continuous Systems (ed. H.
Lelpholz), 41-47 Springer.
- [30] Krishnamurti R., (1970)b
On the transition of turbulent convection. Part 2. Transition
to time-dependent flow., J. Fluid Mech., 42, 309-320.
- [31] Willis G.E. y Deardorff J.W., (1970)
The oscillatory motions of Rayleigh convection., J. Fluid
Mech., 44, 661-672.
- [32] Busse F.H. y Clever R.M., (1979)
Instabilities of convection rolls in a fluid of moderate
Prandtl number., J. Fluid Mech., 91, part 2, 319-335.
- [33] Busse F.H. y Whitehead J.A., (1974)
Oscillatory and collective instabilities in large Prandtl
number convection., J. Fluid Mech., 60, 67-79.
- [34] Clever R.M. y Busse F.H., (1978)
Large wave length convection rolls in low Prandtl number
fluids., Z. angew. Math. Phys., 29, 711-714.
- [35] Busse F.H., (1972)
The oscillatory instability of convection rolls in a low
Prandtl number fluid., J. Fluid Mech., 52, 97-112.
- [36] Bolton E.W., Busse F.H. y Clever R.M., (1985)
Stability of convection rolls in a layer with stress-free
boundaries., J. Fluid Mech., 164, 469-485.
- [37] Craik A.D.D. (1985)
Wave interactions and fluid flows, Cambridge University
Press.
- [38] Gollub J.P. y Benson S.V., (1980)
Many routes to turbulent convection., J. Fluid Mech., 100,
449-470.
- [39] Ahlers G. y Behringer R.P., (1978)
Evolution of turbulence from the Rayleigh-Bénard
instability., Phys. Rev. Lett., 40, 712-716.
- [40] Maurer J. y Libchaber A., (1980)
Effect of the Prandtl number on the onset of turbulence in
liquid 4-He., J. Physique Lett., 41, L515-L518.
- [41] Dubois M. y Berge P., (1980)
Experimental evidence for the oscillators in a convective
biperiodic regime., Phys. Lett., 76A, 53-56.
- [42] Paul K., Walden R.W., Passner A., Surko C.M., (1986)
Rayleigh-Bénard convection in an intermediate-aspect-ratio
rectangular container., J. Fluid Mech., 163, 195-226.

- [43] Walden R.W., Paul K., Passner A., Surko C.M., (1987)
Heat transport by parallel-roll convection in a rectangular container., J. Fluid Mech., 185, 205-234.
- [44] Edwards B.F., (1986)
Comunicación Privada, (ver referencia [3]).
- [45] Greenside H.S. y Coughran W.M., (1984)
Nonlinear pattern formation near the onset of Rayleigh-Bénard convection., Phys. Rev., A30, 398-428.
- [46] Catton I., (1972)
The effect of insulating vertical walls on the onset of motion in a fluid heated from below., J. Heat Transfer, 15, 665-672.
- [47] Davis-Jones R.P., (1970)
Thermal convection in an infinite channel with no-slip side walls., J. Fluid Mech., 44, 695-704.
- [48] Charlson G.S. y Sani R.L., (1970)
Thermoconvective instability in a bounded cylindrical fluid layer., Int. J. Heat Mass Transfer, 13, 1479-1496.
- [49] Catton I., (1972)
Effect of wall conduction on the stability of a fluid in a rectangular region heated from below., J. Heat Transfer, 94, 446-452.
- [50] Luijckx J.M. y Platten J.K., (1981)
On the onset of free convection in a rectangular channel., J. Non-Equibr. Thermodyn., 6, 141-158.
- [51] Catton I., (1970)
Convection in a closed rectangular region: the onset of motion., Trans. ASME., J. Heat Transfer, 92, 186-188.
- [52] Frick H. y Clever R.M., (1980)
Einfluß der Seitenwände auf das Einsetzen der Konvektion in einer horizontalen Flüssigkeitsschicht., Z. angew. Math. Phys., 31, 502-513.
- [53] Jäger W., (1982)
Oszillatorische und turbulente Konvektion-Dissertation., Universität Karlsruhe, Alemania, (ver referencia [56]).
- [54] Upson C.D., Gresho P.M., Sani R.L., Chan S.T., y Lee R.L., (1983)
A thermal convection simulation in three dimensional by a modified finite element method., Numerical Properties and Methodologies in Heat Transfer (ed. T.H. Shih), 245-259, Hemisphere.
- [55] Maurer J. y Libchaber A., (1979)
Rayleigh-Bénard experiment in liquid helium; frequency locking and the onset of turbulence., J. Phys. Lett. Paris, 40, L419-L423.

- [56] Kessler R., (1986)
Nonlinear transition in three-dimensional convection., J. Fluid Mech., 174, 357-379.
- [57] Herzkirck W., (1987)
Flow Visualization., Second Edition, Academic Press.
- [58] Hauf W. y Grigull U., (1970)
Advances in Heat Transfer., J.P. Hart. Mett. y T.F. Irvine eds., Academic Press New York, vol.6)
- [59] Siegel R y Howell J.R., (1972)
Thermal radiation heat transfer., Mc Graw-Hill.
- [60] Adrian R.J., (1986)
Multi-point optical measurements of simultaneous vectors in unsteady flow - a review., Int. J. Heat & Fluid Flow., 7, No. 2, 127-145.
- [61] Van Dyke M., (1982)
An album of fluid motion., Parabolic Press., Stanford, Ca.
- [62] Kobayashi T. y Yoshitake Y., (1985)
An automated analysis method for determining velocity vectors from a path line photograph., Proc. Int. Symp. on Fluid Control and Measurement, Tokyo, Pergamon Press, 729-734.
- [63] Sheu Y.H.E., Chang T.P.K. y Tatterson G.B., (1982)
A three-dimensional measurement technique for turbulent flows., Chem. Eng. Commun., 17, 67-83.
- [64] Niblack W., (1986)
An introduction to Digital Image Processing., Prentice-Hall International.
- [65] Rosten H.I. y Spalding D.B., (1987)
The PHOENICS beginner's guide., CHAM TR/100.
- [66] Patankar S.V., (1986)
Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere Pub. Corp. New York.
- [67] Castrejón A., Ramos E. y Lopez de Haro M., (1988)
Multiple solutions in Bénard convection, in Synergetics, order and chaos., (In honor of Hermann Haken), Ed. M.G. Velarde World Scientific.
- [68] Stork K. y Müller U., (1972)
Convection in boxes: experiments., J. Fluid Mech., 54, part 4, 599-611.
- [69] Holman J.P., (1986)
Transferencia de Calor., C.E.C.S.A.

LISTA DE VARIABLES

VARIABLE	UNIDADES	DESCRIPCION
A	[m ²]	Area.
a	[m ⁻¹]	Número de onda.
ac	[m ⁰]	Número de onda crítico.
C	[J °K ⁻¹ kg ⁻¹]	Capacidad calorífica.
F	[kg m s ⁻²]	Fuerza de arrastre.
g	[m s ⁻²]	Aceleración de la gravedad.
k	[J °K ⁻¹ m ⁻¹ s ⁻¹]	Conductividad.
L	[m]	Distancia en la dirección de la fuerza de cuerpo en la definición del número de Rayleigh.
m	[kg s ⁻¹]	Flujo másico.
n		Índice de refracción.
Nu'		Número de Nusselt.
p	[kg m ⁻¹ s ⁻²]	Presión.
p'		Presión adimensional.
Pr		Número de Prandtl.
Ra		Número de Rayleigh.
Rac		Número de Rayleigh crítico.
S _φ		Término fuente para la variable escalar φ.
T	[°C]	Temperatura dimensional.
T1	[°C]	Temperatura en la pared caliente.
T2	[°C]	Temperatura en la pared fría.
T*		Temperatura adimensional.
T'		Cociente de temperaturas T2/T1.
ΔT	[°C]	Diferencia de temperatura (T1-T2).
ΔTP	[°C]	Diferencia de temperaturas entre placas en la medición de la conductividad.
ΔTA	[°C]	Diferencia de temperaturas entre la entrada y salida del intercambiador en la medición de conductividad.
t	[s]	Tiempo dimensional.
t'		Tiempo adimensional.
Δt'		Diferencia de tiempo adimensional.
u	[m/seg]	Velocidad en la dirección x.
u'		Velocidad adimensional en la dirección x.
V	[m ⁻³]	Volumen.
V̇	[m ³ s ⁻¹]	Flujo volumétrico.
v	[m/seg]	Velocidad en la dirección y.
v'		Velocidad adimensional en la dirección y.
w	[m/seg]	Velocidad en la dirección z.
w'		Velocidad adimensional en la dirección z.
X	[m]	Dimensión de la cavidad en la dirección x.
x	[m]	Magnitud espacial.
x'		Distancia adimensional en dirección x.
Y	[m]	Dimensión de la cavidad en la dirección y.
y	[m]	Magnitud espacial.
y'		Distancia adimensional en dirección y.
Z	[m]	Dimensión de la cavidad en la dirección z.
z	[m]	Magnitud espacial.
z'		Distancia adimensional en dirección z.

LETRAS GRIEGAS

α	$[m^2 s^{-1}]$	Difusividad térmica.
β	$[K^{-1}]$	Coefficiente de expansión volumétrica.
ν	$[m^2 s^{-1}]$	Viscosidad cinemática.
θ	$[J s^{-1}]$	Flujo de calor.
μ	$[kg m^{-1} s^{-1}]$	Viscosidad dinámica.
η_x		Razón de aspecto en la dirección x.
η_z		Razón de aspecto en la dirección z.
τ_t	[s]	Tiempo característico de la difusión térmica.
τ_v	[s]	Tiempo característico de la difusión de momento.
λ	[m]	Longitud de onda.
λ_L	[m]	Valor de la longitud de onda del rayo laser utilizado.
ρ	$[kg m^{-3}]$	Densidad.
ρ_0	$[kg m^{-3}]$	Densidad de referencia.
Γ		Coefficiente de transporte.