

881323

3

2ej



**UNIVERSIDAD DEL VALLE DE MEXICO**

PLANTEL LOMAS VERDES

CON ESTUDIOS INCORPORADOS A LA U.N.A.M.

No. DE INCORPORACION 8813-23

**EL LABORATORIO DE MATEMATICA COMO UNA  
ALTERNATIVA DIDACTICA EN EL NIVEL PRIMARIO  
PARA EL APRENDIZAJE DE LA MATERIA**

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

**TESIS PROFESIONAL**

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
LICENCIADO EN PEDAGOGIA**

**P R E S E N T A**

**SILVIA SUSANA CUADRA MANJARREZ**

DIRECTOR DE TESIS: LIC. BENJAMIN HERADIA SERVIN  
SEGUNDO REVISOR: LIC. OFELIA CONTRERAS GUTIERREZ

NAUCALPAN DE JUAREZ, EDO. DE MEXICO

1990



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE.

	Pág.
INTRODUCCION.	1
CAPITULO I: EL LABORATORIO DE MATEMATICA, ANTECEDENTES Y DESARROLLO.	3
1.1. Historia y evolución de la Matemática.	4
1.2. Didáctica de la Matemática.	10
1.3. Utilidad e importancia del uso del Material didáctico.	13
1.4. Inicio del Laboratorio de Matemática como alternativa didáctica.	17
1.5. Alcances del Laboratorio de Matemática en el nivel primario	25
CAPITULO 2: EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA MATEMATICA SEGUN DIVERSOS ENFOQUES.	28
2.1. Evolución del pensamiento en el niño según Piaget.	28
2.2. Formación del concepto de número en el niño.	38
2.3. Teoría Cognoscitiva del aprendizaje.	42
2.4. Teoría Conductista del aprendizaje.	47
2.5. Elementos de las diversas teorías que se utilizan en el salón de clases.	52
2.6. Contenido programático de 5º grado de Primaria.	54
CAPITULO 3: IMPLEMENTACION DE UN LABORATORIO DE MATEMATICA.	58

3.1. Características de la escuela Ford 117.	58
3.2. Hipótesis de trabajo.	59
3.3. Variables y parámetros.	59
3.4. Selección de la muestra.	61
3.5. Selección y validación de instrumentos.	61
3.6. Trabajo en el Laboratorio.	62
3.7. Información obtenida.	65
CAPITULO 4: COMENTARIOS Y CONCLUSIONES.	72
ANEXOS.	77
BIBLIOGRAFIA.	95

## INTRODUCCION.

La dificultad que los niños presentan en el aprendizaje de la Matemática no es algo reciente, sino un problema que se ha venido acarreado desde hace ya bastante tiempo y que se debe de manera prioritaria a los métodos de enseñanza que se utilizan.

De acuerdo a los planteamientos de Piaget, el niño en edad escolar se encuentra en la etapa de operaciones concretas, teniendo como característica principal la necesidad de representaciones visuales del elemento para percibirlo, dado que en dicha etapa, el alumno no cuenta con los elementos necesarios para entender y comprender el nivel abstracto de la Matemática pues no posee la capacidad de interiorizar la acción, es decir, de realizar operaciones con un pensamiento formal.

Considerando que la Matemática ocupa un lugar predominante dentro de los niveles educativos, resulta importante cimentar desde el nivel primario los distintos conceptos numéricos que pasarán a formar la base para los niveles posteriores planificando adecuadamente los contenidos según los distintos grados y aplicando el método didáctico más acorde al desarrollo cognoscitivo del niño.

Es por esto que surge la inquietud de implementar un Laboratorio de Matemática como una alternativa didáctica en el nivel escolar, que ayude a incrementar el nivel de eficiencia en el aprendizaje de la materia.

Para sustentar la propuesta anterior, se consideró pertinente la investigación de todo lo referente a Laboratorios de Matemática tomando en cuenta el proceso E-A de la Matemática según los enfoques de la Teoría Conductista y Cognoscitivista principalmente, estableciendo con ello, los procedimientos y programas que se utilizan en el salón de clases para la enseñanza de la Matemática.

Posteriormente se procedió a la elaboración de un programa de actividades matemáticas para el Laboratorio, aplicándose en una muestra determinada de forma aleatoria en alumnos de 5º grado de Primaria, estableciéndose los parámetros comparativos de evaluación a la muestra, así como la selección y validación de instrumentos.

De acuerdo a los resultados obtenidos podemos señalar que la utilización de métodos didácticos acordes a la manera en la que el niño adquiere el conocimiento, dependiendo de la etapa de desarrollo psicológico en la que se encuentre, favorece notablemente el desarrollo de habilidades lógico-matemáticas. Pudiéndose señalar así mismo, el campo de la innovación didáctica como una de las áreas más importantes y de mayor aporte del Pedagogo al proceso educativo.

## CAPITULO 1.

### EL LABORATORIO DE MATEMATICA, ANTECEDENTES Y DESARROLLO.

Se ha podido encontrar a través de la historia y sobre todo en los últimos años, que las sociedades que han descuidado el cultivo activo de la Matemática y la Ciencia se han topado con la pérdida secuencial de sus potencialidades, debido a que la creatividad matemática y científica han ocupado un lugar muy pobre en diferentes sociedades como ocurre en el continente Americano.

La Matemática dentro del proceso educativo es algo importante y sin embargo es un aspecto que ha sido muy descuidado desde los primeros niveles. Al respecto se puede mencionar que los avances más característicos de Occidente en cuanto a su tecnología, se encuentran íntimamente ligados al pensamiento matemático a partir del s. VI A.C. con las ideas de Pitágoras y sus seguidores - llevando tras de sí el desarrollo de otras ciencias e incitando a la evolución tecnológica, de esta forma se puede decir que la Matemática corresponde a un saber aplicable en muchas áreas y cuyas características favorecen a la transmisión de las capacidades de nuestra cultura. Así se ha considerado que la Matemática es:

"Una Ciencia con fines propios como la ordenación racional y lógica de los aspectos cuantitativos de las estructuras reales y mentales; un arte que consigue, como premio añadido a su esfuerzo por alcanzar sus objetivos específicos, la creación de estructuras mentales y un instrumento poderoso de exploración y transfor-

mación del Universo". (De Guzmán, 1983)

La Matemática es más que nada una actividad, un método de pensamiento para resolver situaciones problemáticas, reales y mentales, lo importante es hacerlo de modo que el individuo quede preparado para realizarlo de forma autónoma e ir más allá.

Por tanto se pretende establecer un Laboratorio donde el escolar a través de la actividad relacione los problemas de la vida cotidiana con las lecciones escolares para favorecer el desenvolvimiento de su pensamiento.

En este capítulo se hace una breve reseña respecto al inicio del Laboratorio de Matemática mostrando en primer término la evolución de la Matemática en sí, en segundo lugar el desarrollo que dentro de la Didáctica ha tenido la Didáctica de la Matemática así como la importancia y utilidad que en dicha área se ha dado a la aplicación de material didáctico para incrementar el rendimiento de los alumnos dando paso así, posteriormente a las investigaciones que se realizaron sobre la implementación del Laboratorio de Matemática y de esta forma conocer los alcances que dicho Laboratorio ha tenido, en el nivel primario específicamente.

### 1.1. HISTORIA Y EVOLUCION DE LA MATEMATICA.

La Matemática empezó con la invención de los números para contar; el hombre prehistórico por su limitada necesidad de con-

tar no desarrolló nombres para las cantidades superiores ya que - sus pertenencias eran pocas y además probablemente su vocabulario para representar grupos era muy escaso.

Los Egipcios eran especialistas en geometría, utilizaban para su enseñanza figuras diseñadas en hojas de papiro, además ocupaban fórmulas sencillas para hallar el volúmen de los sólidos y el área de figuras planas; así la geometría surge por la necesidad que tenían los egipcios de medir sus tierras de labrado después de que el Nilo crecía, para tal operación hacían uso de un cordel que a la vez les servía de regla, compás y escuadra; así hicieron grandes aportaciones con sus métodos para medir terrenos, al conjunto de éstos métodos se les llamó geometría que viene de las raíces; geo=tierra y metron=medir; de este modo fue en la antigua Grecia donde los Filósofos griegos se interesaron por conocer la geometría en sí y no por su utilidad iniciándose así como Ciencia deductiva, gracias a los predecesores de Euclides, como Pitágoras y Tales de Mileto que hicieron grandes descubrimientos geométricos.

Pitágoras introdujo con la Matemática un nuevo elemento a la educación griega, estableció las tablas de multiplicar, la regla de tres, los primeros fundamentos de la acústica, el conocimiento del tiempo que dura el movimiento de las estrellas y el teorema del cuadrado de la hipotenusa o Teorema de Pitágoras con el cual se inicia la geometría racional, aunque aún no se tiene la seguridad de si ésto último es atribuible a Pitágoras o a -

Tales de Mileto, pues a éste se le atribuye el empleo de la circunferencia para la medida de los ángulos así como el hecho de determinar la altura de una pirámide conociendo la sombra que proyecta, esto consistía en: "colocar un bastón en la extremidad de la sombra arrojada por la pirámide y mostrando mediante los dos triángulos formados por los contactos de los rayos solares, que una sombra tiene con la otra, la misma razón que la pirámide con el bastón, utilizando así la proporcionalidad de los lados iguales" (1).

En general los pitagóricos desarrollaron una orientación matemática en varios aspectos, así determinaron numéricamente aspectos del mundo corporal, de la música, la astronomía, etc; de este modo "encontraron la esencia permanente del mundo, en los principios matemáticos" (2).

Posteriormente Euclides crea su libro llamado "los elementos" hacia los años 330 y 320 A.C. en donde se maneja la geometría como Ciencia deductiva, mostrándose en ello un modelo de organización lógica, surgiendo a raíz de este libro lo que se conoce con el nombre de geometría Euclidiana; desarrollándose así la Matemática Egipcia como un instrumento muy valioso y de gran carácter

---

(1) Caballero, A. Matemáticas tercer curso, Ed. Esfinge, 1986, México, p. 69.

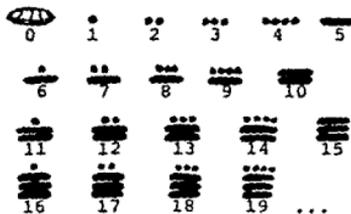
(2) Larroyo, F. Historia general de la Pedagogía, Ed. Porrúa, 1986, México, p. 140.

formativo.

Por otro lado también se desarrolló otro tipo de geometría conocida como analítica y que se refiere al estudio de la geometría mediante los métodos de análisis la cual fue fundamentada - en 1637 por Descartes y se basa en la representación de las coordenadas y en la expresión de las relaciones geométricas mediante métodos algebraicos.

En México, los Mayas destacaron como Matemáticos y Astrónomos; emplearon una numeración vigesimal, es decir que utilizaban como base al número 20 para contar elaborando de esta forma diversos cálculos e inventaron para el cero un signo especial, permitiéndoles esto expresar enormes cantidades y hacer considerables cálculos. (ver figura 1)

Fig. 1.



Así mismo los aztecas utilizaban durante el s. XV; dibujos para la representación de diversos objetos, dichos dibujos incluían símbolos numéricos por ejemplo, con una espiga orlada representaban el número 400 y así cuando deseaban representar números más grandes aumentaban la cantidad de espigas.

También durante la época Precolombina, se utilizaba en el Imperio Inca del Perú el ábaco constituido con granos de maíz para llevar las cuentas trasladando sus resultados a una larga cuerda donde los nudos permitían llevar el registro de impuestos, gastos y estadísticas vitales.

Se cree que algunas tribus antiguas utilizaban una base de 2 ó 3 para contar así como otros utilizaron por ejemplo, los dedos de sus manos o pies como un instrumento de cálculo llegando así a contar hasta el número 20. Por otro lado se tiene la idea de que los comerciantes de las primeras civilizaciones colocaban guijas amontonadas en el suelo para representar los números contados derivándose probablemente de aquí el ábaco que en la actualidad se utiliza aún en las escuelas de educación elemental y del cual se han desarrollado distintas modalidades.

Posteriormente surgen los números para contar, naciendo la idea de la aritmética y álgebra modernas. Una forma elemental de escribir los números fue la de los Romanos (I, II, III ...) y posteriormente los originados por los Indúes y utilizados en la actualidad (1, 2, 3, 4...) quienes también crearon un método de cálculo en base a 10 o decimal.

Ya para el siglo XVI los jóvenes Europeos aprendían aritmética utilizando los contadores de mesa, manipulados al igual que las fichas del ábaco.

Por último se puede mencionar que ya desde los antiguos Griegos se utilizaban calculadores mecánicos que se han ido per-

feccionando desde esa época hasta la fecha constituyéndose una - serie de máquinas de cálculo cada vez más complicadas, así se - pueden mencionar entre otras máquinas por ejemplo, los rodillos de Napier populares en la Europa del s. XVII; "la máquina sumadora de Pascal inventada en 1642, el multiplicador de Babbage en - el s. XIX, el analizador diferencial construido en 1930 por el Dr. Bush, culminando posteriormente en la computadora electrónica que resuelve problemas matemáticos en fracción de segundos, dándose a conocer el primer computador electrónico en 1946 dentro de la Universidad de Pensilvania que realizó una suma en 1/5000 de segundo, localizándose posteriormente en E.U.A. el computador más grande dentro del Departamento Meteorológico conocido como el - EXTENSOR que realiza una suma en 1.5 millonésima de segundo. (3)

Aún así y de acuerdo a lo anteriormente expuesto se debe - mencionar que "la actividad matemática debe de ir acompañada con cierto énfasis por parte del educador, en el poder, la belleza, el sentido humano y profundo de las ideas que se manejan aprovechando todas las ocasiones que la misma materia proporciona" (De Guzmán 1983).

Por lo anterior se ha considerado que desde los Pitagóricos hasta nuestros días atravesando por el cuádrivio de la edad me\_\_

---

(3) Bergamini, D. Matemáticas, Ed. Offset Multicolor S. A., 1968, México, D. F. pp. 18-26.

da, la Matemática ha sido considerada como uno de los ejes fundamentales de la educación ya que se hacen notorias las múltiples aportaciones de la Matemática al proceso educativo, entendido - éste como un proceso de transmisión de una cultura y una preparación para la posible superación de la cultura transmitida.

## 1.2. DIDACTICA DE LA MATEMATICA.

En este rubro nos remitiremos a dar un bosquejo general de lo que a Didáctica de la Matemática se refiere para lo cual iniciaremos por definir que es la Didáctica en sí.

La Didáctica entendida de manera general es "una disciplina orientada en mayor grado hacia la práctica toda vez que su objetivo primordial es orientar la enseñanza"... (4); también se encontró dentro del Diccionario de las Ciencias de la Educación - que a la Didáctica se le ha considerado como... "el estudio y aplicación de las disposiciones normativas, hipotéticas y obligatorias que llevan el aprendizaje gracias a la ayuda de los métodos de enseñanza válidos para todos y cada uno de los docentes. para todas y cualesquiera de las materias, para todas y singulares estructuras didácticas, para todos y particulares ambientes como instituciones formales y no formales y para todos y cada uno de los recursos didácticos"...

---

(4) Nérici, I. Hacia una Didáctica General Dinámica, Ed. Kapeluz, 1984, México, p. 54.

La Didáctica por su parte se basa más que nada en el como se va a enseñar y contribuye a hacer más consciente la acción del profesor así como más interesantes y provechosos los estudios del alumno; tiene sobre todo bases científicas puesto que investiga y experimenta nuevas técnicas de enseñanza y además establece normas de acción basándose en datos científicos y empíricos de la educación ya que la didáctica en lo que respecta a práctica y teoría, éstos constituyen dos elementos interrelacionados.

Partiendo de su acepción general, la Didáctica puede enfocarse a campos o áreas específicas de estudio constituyéndose así en una Didáctica particular o específica de acuerdo a lo cual, tenemos que existen didácticas de las especialidades dentro de las que podemos encontrar, entre otras, la Didáctica de la Matemática localizada dentro del plano de la Didáctica y de la Pedagogía de la siguiente manera:



Aunque la Didáctica de la Matemática, como se mencionó ante

riormente, constituye sólo una parte de la Didáctica General ha sido considerada por algunos autores como ... "una ciencia en sí que se encuentra en constante desarrollo y que ayuda a la formación del que está dentro de la escuela"... (5). Sin embargo se refiere por su parte, a las técnicas de enseñanza adecuadas al nivel evolutivo, intereses, posibilidades y peculiaridades del alumno, como se mencionó, al como se va a enseñar la Matemática, es decir dentro de la Didáctica de la Matemática se aplican los principios generales de la Didáctica pero de acuerdo al campo específico de enseñanza de la Matemática para lo cual deben tomarse en cuenta los contenidos programáticos de la misma de acuerdo a los objetivos haciendo notar su extensión y profundidad.

Por lo tanto la enseñanza de la Matemática no debe reducirse a la transmisión de temas por parte del profesor hacia los alumnos, sino que debe basarse en procesos de auténtico descubrimiento por parte de los alumnos, pretendiendo así que éstos transfieran su conocimiento de modo que elaboren técnicas generales para actuar ante una situación problema.

Así se encontró que la Didáctica de la Matemática ha ido evolucionando, se ha perfeccionado en cuanto a su desarrollo y aplicación con la finalidad de lograr el anterior objetivo, de esta

---

(5) Castelnuovo, E. Didáctica de la Matemática Moderna, Ed. Trillas, 1973, México, p. 14.

manera se hace mención en primer término, que la enseñanza de la Matemática al principio sólo se basaba en la simple definición - de conceptos, descripciones a pizarrón y su explicación correspondiente sin embargo, ésto no resultaba suficiente y por más de demostraciones que se le hacían al niño mediante el dibujo, aquel no pasaba de reproducir lo que se le iba mostrando pero sin asimilarlo ni comprenderlo, por ello se procedió posteriormente a - introducir algunos materiales que facilitarían el aprendizaje de los alumnos puesto que al ser un elemento manipulable atraía más la atención del niño en comparación con el dibujo, esto facilitaría al alumno en una edad posterior, entre 11 y 14 años, el paso de lo concreto a lo abstracto.

De esta forma se puede hacer mención a lo que en su libro de la Didáctica de la Matemática Moderna, Emma Castelnuovo afirma: ..."Cuanto más tiempo nuestros niños se dediquen al estudio de - lo concreto, cuanto más tiempo empleen en la observación, tanto mejor pasarán, entonces, a la comprensión de las formas abstractas"... (6)

### 1.3. UTILIDAD E IMPORTANCIA DEL USO DEL MATERIAL DIDACTICO.

Dentro de las disciplinas que se manejan en los diferentes niveles, específicamente en el primario, es muy común notar el -

---

(6) Ibid. p. 79.

uso del material didáctico como apoyo e incentivo que favorece al aprendizaje de las distintas materias, dicho material administrado adecuadamente y en la proporción necesaria es de suma utilidad sobre todo en una disciplina tan abstracta como lo es la Matemática.

Todos los instrumentos utilizados a través de la historia dentro de la Matemática desde los dedos de los pies y manos atravesando por el ábaco, los nudos, las espigas, etc; hasta los que han sido implementados en la actualidad, sobre todo en el primer nivel educativo, han sido considerados como un apoyo didáctico para la enseñanza, ya que ayudan a la formación elemental del niño y son un incentivo para el desarrollo intelectual del adolescente favoreciendo al desenvolvimiento y desempeño de actividades recreativas lo que hace menos pesada y/o monótona la clase, aumentando así la imaginación del individuo; todos estos instrumentos o materiales han sido considerados por Crescimbeni como "dispositivos pedagógicos necesarios" que fungen como un complemento del aprendizaje permitiéndole al escolar relacionar las distintas áreas académicas con las actividades de su vida cotidiana, dicho de otro modo son el nexo entre las palabras y la realidad, lo que torna a las primeras más funcionales, prácticas y divertidas pues en el caso específico de la Matemática, dichos dispositivos permiten que el niño visualice y manipule las relaciones existentes en la particularidad de un problema mediante la utilización de sus sentidos favoreciendo por un lado el descubrimiento de nuevos elementos y por otro la satisfacción de su curiosidad.

De esta forma y puesto que Piaget identifica a los niños en edad de escolaridad primaria dentro de la etapa de operaciones concretas se puede afirmar que el material didáctico favorece a concretizar las actividades que facilitarán a los niños el aprendizaje de la Matemática.

"Estos auxiliares están relacionados con 4 objetivos específicos de la enseñanza de las Matemáticas:

- 1) Establecer sus conceptos fundamentales.
- 2) Ayudar a reintegrar los procesos y operaciones fundamentales.
- 3) Lograr que la enseñanza de la aritmética sea más interesante y estimulante.
- 4) Lograr una tendencia hacia la motivación del estudio intenso de las operaciones numéricas" (7).

El material didáctico por sí solo no produce un efecto totalmente satisfactorio en el alumno, sino que requiere de la vitalidad que el profesor le da, quien lo torna atractivo al pensamiento del escolar; así se puede decir que la finalidad en general del material didáctico es:

"1) Aproximar al alumno a la realidad de lo que se quiere enseñar, ofreciéndole una noción más exacta de los hechos o fenóme

---

(7) Crescimbeni, J. Actividades de mejoramiento aritmético para niños de escuela primaria, Ed. Diana, 1979, México, p. 12.

nos estudiados.

2) Motivar la clase.

3) Facilitar la percepción y la comprensión de los hechos y -  
conceptos.

4) Concretar e ilustrar lo que se está exponiendo verbalmente.

5) Economizar esfuerzos para conducir a los alumnos a la com-  
prensión de hechos y conceptos.

6) Contribuir a la fijación del aprendizaje a través de la im-  
presión más viva y sugestiva que puede provocar el material.

7) Dar oportunidad para que se manifiesten las aptitudes y el  
desarrollo de habilidades específicas como, el manejo de aparatos  
o la construcción de los mismos por parte de los alumnos." (8)

Para cumplir con esta última finalidad es necesario tomar -  
en cuenta que cuando se trabaja con material didáctico en alguna  
clase, se de la posibilidad a los alumnos de participar en su ela  
boración, para que dentro de este proceso les sea más fácil ana-  
lizar la relación que dicho material tiene con la realidad que se  
le presenta, de manera que satisfaga a sus intereses.

Los materiales didácticos por el papel que desempeñan de -  
auxiliar en la clase, deben de ir de acuerdo con el tema que se  
trate en clase favoreciendo o facilitando su manejo, deben cons-  
tituir motivaciones que interesen al alumno incrementando de es-  
ta forma su actividad y participación en clase así como su nivel

---

(8) Nérici, I. Ob. Cit. pp. 329-331.

de comprensión.

#### 1.4. INICIO DEL LABORATORIO DE MATEMATICA COMO ALTERNATIVA DIDACTICA.

Para presentar como es que se ha dado el inicio de un Laboratorio de Matemática que favorezca al proceso E-A; es necesario en primer término dar a conocer lo que se entiende por un Laboratorio de Matemática.

Emma Castelnuovo hace referencia al Laboratorio como la escuela en sí a lo cual agrega que ... "si suprimimos el Laboratorio, la didáctica de cada disciplina se seca y se muere"... (9); más para dicha afirmación antes menciona que no se ha logrado ni se logrará una conclusión sobre el terreno de la Didáctica de una forma definida por ello es necesario tener presentes los resultados que se han obtenido mediante distintas disciplinas como, - Pedagogía, Psicología, y Matemática; además considera a la escuela diaria como las explicaciones y los ejercicios y cuestiones surgidas por y para los alumnos.

Al Laboratorio también se le ha considerado como Taller por algunos profesores que aún en la actualidad los manejan y que nos brindaron sus respectivas definiciones.

---

(9) Castelnuovo, E. Ob. Cit. p. 184.

En primer término se tiene la definición propuesta por la Lic. Carolina Rodríguez profesora del colegio de Ciencias y Humanidades Sur: "El taller de Matemática es el lugar que junto con su material y la estructuración de los talleres tiene por objeto que los alumnos construyan los conceptos involucrados en los cursos de Matemática".

Y en segundo lugar la definición que da el Lic. Pedro Estrada profesor del CETIS #49 de Xochimilco quien dice que: "El Laboratorio es el lugar o espacio diferente al del aula tradicional donde se enseña de manera más práctica y amable las Matemáticas básicas o fundamentales"; a esto último se aclara que sólo se ha hecho énfasis en enseñar dentro de los talleres los aspectos iniciales de los temas tratados en el nivel medio superior y terminal, es decir que se manejan sólo a un nivel medio básico, sin haber llegado aún a desarrollar el trabajo del Taller dentro del nivel superior universitario.

De acuerdo a las anteriores definiciones se resume que más que el lugar, el Taller o Laboratorio se refiere al material que se utilice y a la importancia que se de a dicha utilidad; así el Laboratorio de Matemática es: La diversidad de materiales que con un fin didáctico por su color, forma y aplicación se emplean de forma adecuada y en la proporción necesaria con base en el nivel de Matemática que se pretende enseñar, con la finalidad de elevar el rendimiento académico de los alumnos, tomando en cuenta para cumplir con lo anterior, la etapa de desarrollo cognoscitivo en que se encuentra el escolar. Que en el caso específico de este es

tuño se refiere a la etapa de operaciones concretas.

Una vez aclarado lo que se entiende por Laboratorio de Matemática se procederá a mostrar lo que en la práctica se ha intentado y logrado al respecto.

Antes de que se implantara el Laboratorio de Matemática en sí, se realizaron varios intentos por implementar dentro de la enseñanza de la Matemática diversos materiales con la finalidad de favorecer al aprendizaje de la misma.

"Así se pueden mencionar en primer lugar los llamados juegos matemáticos o materiales recreativos entre los que se encuentra la Torre de Hanoi; los resultados obtenidos mostraron que se pueden conseguir altos beneficios en cuanto al desarrollo del pensamiento matemático y la formación del alumno sin alterar la marcha de los programas, sobre todo, en el nivel medio favorece al desarrollo en los adolescentes de las formas superiores del pensamiento" (Gómez 1979).

Se ha encontrado además que los medios audiovisuales permiten una mayor y más rápida comprensión de las estructuras matemáticas (Ojeda 1981); lo cual con la participación activa de la mayor parte de los alumnos permite a éstos llegar a la comprensión, simbolización y transferencia facilitando así la generalización.

Compilando más información con respecto al Laboratorio se llegó a la revisión de una tesina que podría representar en su desenvolvimiento un intento por desarrollar de un modo muy gene-

ral un Laboratorio a nivel secundaria abierta basado principalmente en la concepción de la Didáctica de la Matemática como la forma en que se va a enseñar; en dicha tesina presentada por el alumno Edgardo Oikion en la Universidad Nacional Autónoma de México en el año de 1986 con el nombre de "La sistematización de la elección de actividades de aprendizaje del álgebra en educación abierta a nivel secundaria"; se manejan como sujetos de investigación a los asesorados de los círculos de estudio del segundo curso de secundaria abierta y que son alumnos cuyas edades oscilan entre el adolescente y el adulto tomando en cuenta una edad mínima de 15 años, que han ingresado a la enseñanza abierta por distintas causas, principalmente su nivel socioeconómico bajo. Una vez descrita la población que se maneja procede a establecer ciertos criterios para la selección de actividades de aprendizaje que apoyen al segundo curso de matemática de secundaria abierta, entre otros, dichos criterios toman en cuenta: las características de cada grupo y dentro de cada grupo las de cada asesorado, sus opiniones, experiencias previas y la interacción que tienen con la realidad, así se busca que encuentren diversas soluciones a un problema cada vez más complejo acercándolos así al conocimiento y favoreciendo su retroalimentación.

Posteriormente y tomando en cuenta los criterios antes mencionados presenta un bosquejo de lo que podría hacerse al respecto para mejorar el libro de apoyo que para el segundo curso de secundaria abierta se maneja basándose en una crítica constante de lo que ya existe, es decir, no se plantea un nuevo libro de -

apoyo o mejoras en el mismo modo que se pueda llevar a la práctica para obtener resultados que sean comparables al progreso de los alumnos, por lo tanto no deja de ser un buen intento pero sin frutos que nos permitan reconocer los puntos a favor que presenta la aplicación de dichos criterios para la selección de actividades de aprendizaje.

Por otra parte ya en los últimos años se ha manejado el Laboratorio o Taller de Matemática como tal pero sólo a nivel medio superior, es decir, bachillerato y carrera terminal; así en primer lugar se menciona la Cecyt #4, en donde se trabajó con el Taller durante cuatro ciclos escolares, de 1980 a 1984; para el desenvolvimiento de éste se asignó de entre los demás un salón donde se reunían los alumnos a desarrollar su agilidad en cuanto a la resolución de problemas sólo que con la ayuda de material didáctico elaborado en su mayoría, en madera pintada de diversos colores a los cuales no se les destinaba ningún efecto didáctico; sin embargo, por ser voluntaria la asistencia, tuvo como consecuencia poca demanda por parte de los alumnos y terminó por suprimirse el Laboratorio en la escuela.

Ahora bien ¿y qué resultados se obtuvieron?; pues como se puede ver éste fué sólo un intento más que aunque sí llegó a la aplicación no se lograron muy buenos resultados ya que sólo se limitó a crear en los alumnos una destreza en la resolución de problemas, es decir se vuelve a la misma rutina de una clase de Matemática, realizar ejercicios con la finalidad de comprender o memorizar el proceso de resolución de problemas.

En segundo lugar se encontró el Taller de Matemática del Colegio de Ciencias y Humanidades Sur, dirigido por la Profesora - Carolina Rodríguez, Lic. en Matemática y Psicología que funciona desde 1985 hasta la fecha, en éste taller se pone más énfasis a los materiales que se utilizan los cuales se guardan en una bodega a la que se acude si se requiere del material en la clase; para el trabajo en el salón los alumnos se organizan en grupos de 4 ó 5 personas en mesas cuadradas acomodadas a lo largo del salón en donde el profesor sólo es guía de la práctica correspondiente y de vez en cuando realiza indicaciones sobre el uso del material, aparte se proporciona a los alumnos un material de apoyo escrito dividido en temas sobre geometría y álgebra. En su gran mayoría el material es de madera coloreada pero sin ningún fin didáctico en específico.

Este Taller como se dijo, aún está en pie y tiene como objetivo el que los alumnos participen de él o más bien en la utilización del material, no memorizando conceptos sino transfiriendo sus conocimientos de un problema a otro con un grado de complejidad mayor. Con esto aventaja al anterior Taller pues se trata de que los alumnos conozcan y comprendan todo el proceso que implica la resolución de un problema, ¿por qué surge? y cuales son las posibilidades de solución del mismo; todo esto con ayuda del material que sólo en contadas ocasiones emplea el color, sobre todo el rojo, con una finalidad didáctica como lo es el que facilita al alumno el captar y grabar en su mente las situaciones favoreciendo el análisis de las mismas.

En tercer lugar se encuentra el Taller de Matemática del - Centro de Estudios Tecnológicos, Industrial y de Servicios #49 - que funciona a cargo del Profesor Pedro Estrada Lic. en Matemática y que se ha desenvuelto desde 1986 hasta la fecha; dicho Taller en el principio contó con el apoyo de una Pedagoga. El Taller se encuentra ubicado en un área específica y está destinado a los alumnos que llevan las materias de aritmética y álgebra durante el primer semestre de la carrera.

El Taller tiene un cupo de 54 alumnos los cuales para el - trabajo se dividen en nueve equipos de 6 integrantes cada uno; - el material que se utiliza fue elaborado por alumnos de la escuela a base de madera; los materiales sobre todo son juegos de distinto tipo que permiten desarrollar la destreza de los alumnos - en la Matemática, en éstos juegos se manejan principalmente los números positivos, negativos, los literales y exponentes, debido al nivel elemental que se maneja de la Matemática por el carácter terminal de las carreras impartidas en este colegio.

En el caso de este Taller se le toma más importancia al color de los materiales, por ejemplo; al manejar los números positivos y negativos se hace de acuerdo a los colores rojo y azul - respectivamente; además de este material se les proporciona a los alumnos unas prácticas (en material escrito) organizadas de acuerdo al grado de complejidad de las mismas y que se distribuyen a lo largo del ciclo escolar en un orden ascendente.

De acuerdo a los resultados obtenidos en este Taller por el

profesor Pedro Estrada, se puede decir que presenta algunas ventajas con respecto a los anteriores; en primer lugar hay una mayor organización de los materiales y alumnos, puesto que aunque en el anterior también se ordenan a los alumnos por equipo, éstos se deben desplazar de un edificio a otro con el material cuando requieren de él; en segundo lugar a los materiales se les da mayor importancia respecto a la finalidad que tiene su aplicación por su forma y color, además el hecho de que el material sea elaborado por los propios alumnos proporciona a éstos mayor interés y estímulo para el estudio de la aritmética, por otra parte el hecho de que todos los materiales se manejan a manera de juego, lo que aumenta todavía más el interés de los alumnos así como el desarrollo de su inteligencia, su creatividad e imaginación; también dentro de las ventajas cabe mencionar la participación de la Lic.en Pedagogía para la implantación del Laboratorio en su inicio, considerándose de gran ayuda los conocimientos que sobre Didáctica haya podido aportar, favoreciendo ésto a la elaboración de los materiales y de las prácticas en sí, como a la mayor sistematización del taller.

Pero por otro lado encontramos que también existen algunas desventajas y que aunque son menos que las ventajas, es necesario tomarlas en cuenta para el presente trabajo de tesis; principalmente se hace notar que el número de alumnos que se atiende en el Taller en cada clase es demasiado, pues el cupo del Taller es de 54 alumnos y aunque para algunos autores el Laboratorio es la clase en sí misma habría que reconsiderar el hecho de que entre

mnos alumnos sean, mayor será la atención que se les pueda dar y mayor por tanto el rendimiento que éstos obtengan; aún así se trabajó en un principio con dos grupos control y dos experimentales para determinar la influencia del Taller en el aprendizaje de los alumnos obteniéndose buenos resultados.

De acuerdo a todo lo anterior sobre el establecimiento del Taller en las escuelas, se hace constar la presencia de dos aspectos muy importantes dentro del proceso E-A de la Matemática y a los que anteriormente se hizo referencia; por un lado la colaboración del alumno en la construcción del material de acuerdo a sus intereses y necesidades y por otro su participación activa dentro del papel que juega en el Laboratorio.

Curiosamente el orden en que se presenta el desenvolvimiento de los Talleres antes expuesto, es el orden en que se visitaron y dentro del cual se dejan ver las ventajas e igualdades que cada uno va adquiriendo sobre el anterior, es decir, su desarrollo y organización se va haciendo cada vez más formal y sistemática así como también el aumento en importancia que se le da dentro de cada Laboratorio al uso de los materiales y a los resultados obtenidos por ello.

#### 1.5. ALCANCES DEL LABORATORIO DE MATEMÁTICA EN EL NIVEL PRIMARIO.

Como se observa en el punto anterior, todos los intentos que se han realizado hasta la fecha por establecer un Laboratorio o

Taller de Matemática han sido fundamentalmente en el nivel medio; bueno pero y ¿qué sucede entonces en el nivel primario?, el cual como su nombre lo indica es el nivel elemental y que requiere de un mayor entrenamiento y preocupación por parte del maestro así como una mayor preparación del alumno puesto que constituye los cimientos para los próximos niveles y del cual va a depender la formación posterior del alumno, es necesario así que en éste nivel queden plasmados en los niños los distintos conceptos numéricos como base para los niveles posteriores con la finalidad de reducir los índices de reprobación en Matemática y mejorar la actitud de los niños hacia el aprendizaje de la misma.

De las investigaciones que se realizaron sobre la existencia de Laboratorios de Matemática a nivel primario se encontraron una gran cantidad de bibliografías al respecto, libros como el de - Joseph Crescimbeni sobre actividades de mejoramiento aritmético para niños de escuela primaria y el de Emma Castelnuovo sobre la Didáctica de la Matemática moderna donde se plantea la clase como un Laboratorio de Didáctica Matemática, entre otros, y sólo - una escuela, el Colegio Yancuic que maneja las clases de Matemática a manera de Taller pero se desconoce el grado o grados en - que se desenvuelve.

Es por ello que el objeto principal de la presente tesis es, identificar el efecto que el Laboratorio de Matemática tendrá en el rendimiento académico de los niños de 5\* grado de primaria de la escuela Ford 117 tratando de propiciar a los alumnos al auto-descubrimiento de los conceptos matemáticos de modo tal que trans

fieran sus conocimientos de un problema a otro, tomando en cuenta que el grado de dificultad de éstos o la situación en que se presentan sea la misma.

## CAPITULO 2.

### EL PROCESO DE E-A DE LA MATEMATICA SEGUN DIVERSOS ENFOQUES.

En el presente capítulo se muestra la concepción que sobre el proceso E-A establecieron dos teorías principalmente, la Teoría Conductista y la Cognoscitiva retomándose para ello como base el desarrollo de la inteligencia en el individuo y dentro de éste el momento en que surge o se da la formación del concepto - de número en el niño.

Así de acuerdo a esta información y conjuntando los aspectos principales de ambos enfoques con el programa que para Matemática de 5° grado se maneja, se establece el desarrollo del proceso E-A de la Matemática dentro del nivel primario específicamente - para el 5° grado, con la finalidad de implantar posteriormente - en base a esta información un Laboratorio de Matemática adecuado al nivel del escolar.

#### 2.1. EVOLUCION DEL PENSAMIENTO EN EL NIÑO SEGUN PIAGET.

El desarrollo de la inteligencia en general, desde la primera infancia hasta que el individuo es adulto, va evolucionando - en distintas etapas o estadios de acuerdo a Piaget quien dice - que la inteligencia se complejiza cada vez más debido a que en - cada etapa adquiere diversos esquemas por medio del desenvolvi - miento de su actividad intelectual y del medio externo que rodea a la misma. (ver cuadro 1).

CUADRO 1

CONTINUO DEL DESARROLLO COGNOSCITIVO.

MODALIDAD DE INTELIGENCIA	FASES	ESTADIOS	EDAD CRONOLOGICA APROX.
Inteligencia Sensoriomotriz	Sensoriomotriz	1) Uso de reflejos	0 a 1 mes
		2) Primeros hábitos y reacciones circulares primarias	1 a 4 1/2 meses
		3) Coordinación de la visión y la prensión, reacciones circulares secundarias	4 1/2 a 9 meses
		4) Coordinación de esquemas secundarios y su aplicación a nuevas situaciones	9 a 12 meses
		5) Diferenciación de esquemas de acción mediante las reacciones circulares terciarias descubrimiento de nuevos medios	12 a 18 meses
		6) Primera internalización de esquemas y solución de algunos problemas de deducción.	18 a 24 meses
Inteligencia representativa mediante operaciones concretas	Preconceptual	1) Aparición de la función simbólica y comienzo de acciones internalizadas acompañadas de representación	2 a 4 años
		2) Organizaciones representacionales basadas en la asimilación de la propia acción	4 a 5 1/2 años
	Pensamiento intuitivo	3) Regulaciones representacionales articuladas	5 1/2 a 7 años

Inteligencia representativa mediante operaciones formales.

Fase operacional concreta

1) Operaciones simples (clasificaciones, seriaciones, correspondencias término a término, etc)

7 a 9 años

2) Sistemas totales (coordenadas euclidianas, conceptos proyectivos, simultaneidad)

9 a 11 años

Fase operacional formal

1) Lógica hipotético-deductiva y operaciones combinatorias

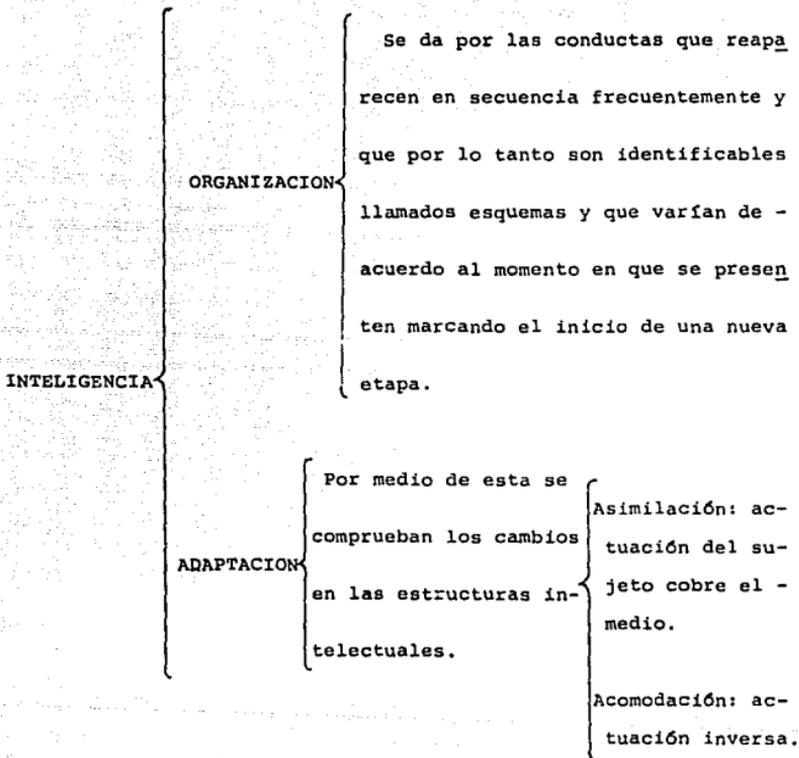
11 a 14 años

2) Estructura de reticulado y el grupo de 4 transformaciones.\*

14 años en adelante.

\* Maier, H. Tres teorías sobre el desarrollo del niño: Erikson, Piaget y Sears, Ed. Amorrortu, 1976, Argentina, p. 166.

Piaget considera a la inteligencia como una facultad biológica de todo ser humano y que se constituye de la siguiente manera:



Respecto a la asimilación y acomodación se puede decir que éstos en una situación complementaria brindan un equilibrio que desarrolla la capacidad de adaptación en el individuo dando paso así a la formación de nuevos esquemas y por lo tanto a una nueva etapa de desarrollo intelectual.

La primera etapa o estadio a la que hace referencia Piaget es el período sensoriomotor o sensoriomotriz que abarca desde el nacimiento hasta los dos años y dentro del cual afirma que "la inteligencia tiene su punto de origen en la sensación y la actividad motriz" (1); es decir, el niño conoce e incorpora los nuevos esquemas a su estructura por medio del contacto que tiene con los objetos gracias a la asimilación y a la acomodación, por lo que es muy común en esta etapa la exploración por parte del niño hacia los distintos objetos que se encuentran a su alrededor por ejemplo sus juguetes y su propio cuerpo; dentro de este período se da la adquisición de dos esquemas; la relación medios-fines y la permanencia o constancia de los objetos; para la primera Piaget marca cuatro etapas:

---

(1) Newman y Newman. Desarrollo del niño, Ed. Limusa, 1983, México, p. 230.

1) Se utilizan esquemas que el niño conoce para obtener un resultado que también conoce.

2) Aplica los mismos esquemas pero a nuevas situaciones, es decir que ya existe una diferenciación entre las acciones que realiza y los resultados que desea obtener.

3) Realiza pequeñas experimentaciones cambiando esquemas así como situaciones a las cuales aplicarlos.

4) Primero se da una experimentación mental del esquema y después se aplica favoreciendo así a la formación de insight (2); es decir ya no se da un proceso de ensayo y error, sino que se piensa sobre la situación para encontrar la respuesta correcta.

Durante el desarrollo del periodo sensoriomotriz dentro de las cuatro etapas anteriores se va a dar una diferenciación de los objetos en forma creciente así como de los medios de diferenciación y una unión de causa entre la manipulación y el resultado específico.

Respecto a la permanencia de los objetos, esta se va desarrollando durante el primer estadio hasta que el niño toma conciencia de que los objetos, aunque no están a su alcance visual o de percepción, siguen existiendo, generalizando sobre todos los objetos la misma regla de permanencia; dándose hacia el final de este primer estadio el desarrollo total de dicho principio.

---

(2) Lo que por insight se entiende, se menciona en el punto 2.3.

pio así como el aumento de las alternativas de control del niño sobre los objetos.

La segunda etapa es el periodo de pensamiento preoperacional que va de los 2 a los 6 años donde el niño ya no se basa solamente en la manipulación del objeto sino que utiliza palabras o imágenes mentales para representar al objeto ausente así como la imitación o el juego y dibujo simbólicos en los que participan los esquemas adquiridos durante la primera etapa y la influencia del medio que lo rodea; en dicha representación también se hace notar el egocentrismo en lenguaje y pensamiento sobre todo durante los primeros años de este estadio.

Otro aspecto característico es lo que Piaget llama inclusión de clase en donde el niño no es capaz de poder incluir a un sólo objeto dentro de una clase y una subclase a la vez así como tampoco le es posible ordenar distintos objetos en serie, por ejemplo: de chico a grande o viceversa; además tampoco posee la propiedad de conservación, característica del siguiente periodo en donde se da su desarrollo; los niños en esta segunda etapa piensan que al cambiar de forma un objeto o de recipiente un líquido necesariamente se dará un cambio en la cantidad del mismo.

La tercer etapa es el periodo de las operaciones concretas que se presenta de los 6 ó 7 años a los 11 ó 12, lo que equivale al periodo de la educación elemental o primaria y que en ocasiones dependiendo del sujeto y su medio se extiende hasta la edad adulta; durante este periodo se superan muchos aspectos del ante

rior como la posibilidad de seriación de objetos, clasificación de los mismos de acuerdo a sus distintas clases y subclases a la vez y la propiedad de conservación ya sea de peso, cantidad, etc; y en los cuales se hará incapie más adelante.

Su pensamiento se vuelve más flexible y se desarrolla en base a los principios de la lógica por medio de los cuales explican la experiencia, desarrollándose así un razonamiento deductivo, posibilitando la realización de operaciones o procesos lógicos elementales como la suma, multiplicación y división en una secuencia ascendente de dificultad.

Debido a la importancia que tiene este periodo para la investigación que se va a desarrollar y que se explicará en el capítulo tres es necesario hacer más incapie en el desarrollo de esta etapa y esclarecer cada una de sus características de forma amplia.

Una de esas características es la conservación de las propiedades de los objetos como cantidad, longitud, número, peso, densidad, área y volúmen, es decir, se dan cuenta que aunque cualquier cambio que sufra una porción igual de materia, sus propiedades se mantienen, pues dicho cambio se compensa con otro de manera que en resultado la materia es la misma. Para que se desarrolle en el niño el concepto de conservación es necesario que el niño coordine tres operaciones las cuales se refuerzan al final de la tercera etapa y son:

- 1) La identidad: donde el niño debe tomar conciencia de que al

transformar la materia, continda habiendo la misma cantidad pues to que no se le ha agregado ni se le ha quitado nada.

2) La reversibilidad: en donde al modificarse la materia se pue de hacer que vuelva a su estado original, acomodando todo como - estaba antes, también se refiere a que los niños son capaces de realizar mentalmente las transformaciones teniendo así la posibi lidad de regresar a cada uno de los pasos de un problema si es - que hay equivocación en alguno.

3) La reciprocidad: se refiere a que si existe un cambio éste - se compensa mutuamente con otro, por ejemplo: si una bola de - plastilina se alarga se dice que es más larga pero más delgada y que la bola es más corta pero más gruesa, por lo tanto la canti- dad es la misma, existe una compensación de cambios o lo que es - lo mismo reciprocidad.

En cuanto al principio de conservación se afirma que ésta, en los objetos se establece una a una con intervalos aproximados de un año o dos, así primero se adquiere la conservación de canti dad posteriormente volúmen y así sucesivamente y aunque existen propiedades de un mismo nivel de dificultad se puede dominar la una y no la otra o viceversa, de esta forma para llegar a domi\_\_ nar la conservación de todas las propiedades es necesario que el individuo coordine entre sí; la altura, el ancho y la profundi\_\_ dad, lo cual se da casi al principio de las operaciones formales; este tipo de conservación viene a ser el paso consecutivo a la - conservación del objeto representada por la permanencia del obje\_\_ to en el periodo sensoriomotor.

Otro aspecto característico de esta etapa y que se supera - con respecto a la anterior es la clasificación, el niño en esta etapa y sobre todo al final de la misma es capaz de clasificar a los objetos en una clase y subclase a la vez, por ejemplo: el niño puede reconocer que dentro de la clase de los cuadrúpedos se encuentran algunas subclases como lo serían la de los gatos y la de los perros así requieren de conocer las características de cada cosa por las cuales se incluyen en una clase mayor por algún atributo que los caracterice en común haciendo concordar todos - los criterios de la clase.

Junto con la clasificación y la conservación, existe otro - logro intelectual en esta etapa y que es la combinación expresa- da por medio de los símbolos matemáticos, +, -, ., =; para lo cual es necesario considerar a los números como símbolos de can- tidad, así "reconocer los números como unidades y contar como un sistema de ordenamiento de unidades y la relación de asociación entre las unidades van formando un sistema lógico de habilidad - numérica". (3).

Por medio de la combinación los niños empiezan a hacer uso de las operaciones dentro de su razonamiento ya que se refieren a la relación que existe entre los objetos, sucesos o ideas constituyéndose así como estructuras intelectuales.

---

(3) *Ibid.* p. 239.

Se da también en este período el cambio en el egocentrismo que en términos de Piaget es: "la incapacidad para distinguir al sujeto del objeto, el yo de la experiencia y que nace directamente del nivel de funcionamiento intelectual del sujeto" (4); es decir, en la etapa de operaciones concretas el niño ya va a tomar en cuenta el punto de vista de los demás y a saber que las demás personas mantienen otras perspectivas en diferentes situaciones o con respecto a distintos objetivos; así para poder romper de lleno con dicho egocentrismo es necesario que el niño en los años de escuela desarrolle la habilidad necesaria para poder tomar en cuenta el punto de vista de los demás.

Aún así y habiendo superado tantos aspectos en esta etapa - con respecto a la anterior, los niños de operaciones concretas - también presentan algunas dificultades en comparación con la siguiente etapa; entre éstos podemos encontrar que aún no son capaces de distinguir entre una hipótesis y un hecho, de ahí que se puede hablar de egocentrismo en esta etapa, es decir están sujetos a lo que sucede tal y como lo perciben directamente.

Por último es necesario mencionar que la memoria es otro aspecto que cambia con la edad pues se modifica y mejora, de esta forma la capacidad que los niños presentan en esta etapa para memorizar y repetir las cosas después de un lapso corto o largo es

---

(4) Strommen, H. et all. Psicología del desarrollo, edad escolar, Ed. Manual Moderno, 1982, México, p. 69.

mayor que en la etapa anterior en la que van desarrollando ciertas tácticas para almacenar información como por ejemplo, la repetición constante de lo que quieren memorizar.

La última etapa a la que hace mención Piaget es el período de las operaciones formales que se presenta al inicio de la adolescencia en donde se superan las etapas anteriores en base a los esquemas que de las mismas se adquirieron y que se han ido complejizando poco a poco; por ejemplo, ya en esta etapa el niño es capaz de resolver problemas sin la necesidad de alguna representación concreta, pueden experimentar y razonar sobre una hipótesis que ellos mismos elaboren para rechazarla o aceptarla, pueden ya resolver problemas de relaciones múltiples y asimilar alternativas de solución que no existen en la realidad, son capaces de expresar verbalmente las relaciones lógicas y de aplicar sus razonamientos lógicos a problemas abstractos, son capaces ya de razonar sobre sus propias ideas y las de los demás.

En general durante esta etapa de pensamiento "se puede hacer una mejor integración de las habilidades de representación que se adquirieron en la segunda infancia con las habilidades de operación concreta de la tercera infancia" (5).

Para la investigación que se realizará se tomará como base el estadio de las operaciones concretas debido al período que es

---

(5) Newman y Newman. Ob. Cit. p. 240.

te abarca, el cual va de los 6 ó 7 años a los 11 ó 12 y en donde se manifiestan una serie de logros con respecto al desarrollo intelectual del niño en el que se da un gran paso al desenvolvimiento de sus estructuras lógico-matemáticas, básicas para el óptimo desenvolvimiento de las actividades del niño dentro del Laboratorio de Matemática.

## 2.2. FORMACION DEL CONCEPTO DEL NUMERO EN EL NIÑO.

Habiendo analizado ya, dentro del punto anterior el desarrollo de la inteligencia del individuo, se hará nuevamente referencia al periodo de operaciones concretas para el análisis de este apartado.

Una vez que el niño ha logrado en el estadio de operaciones concretas alrededor de los 7 u 8 años la propiedad de conservación de cantidad en los objetos y por lo tanto la operación de reversibilidad, se puede hacer referencia a 4 periodos de desarrollo de la inteligencia, dichos periodos son:

1) Del nacimiento al 1.5 ó 2 años, en el que no se da una lógica propiamente dicha y donde se organizan las estructuras que preparan a la reversibilidad.

2) De los 2 a los 7 u 8 años, donde el juego simbólico, la imagen diferida, etc; permiten la interiorización de las acciones + ejecutadas materialmente, pero aún no existe una relación lógica elemental, aún no se comprende la conservación de conjuntos.

3) De los 7 u 8 años a los 11 ó 12 años, el niño ya logra una lógica y estructuras operativas concretas, una lógica referida a

los objetos mismos, a la manipulación real o imaginaria de éstos, más no a enunciados verbales todavía, existe una acción sobre el objeto, estructuras reversibles y multiplicativas; la construcción del número se efectúa a la misma edad bajo su forma operativa; la sucesión de números surge hacia los 7 años debido a las operaciones de ordenación y suma con su operación inversa, procurando la conservación del todo, de aquí que la seriación, el medio de distinguir una unidad de la siguiente, el número entero - en sí se concibe como una síntesis de la clase y de la relación aritmética, de ahí por tanto su carácter simultáneo de ordinal y cardinal. Por ello, en esta edad el material didáctico es imprescindible para la comprensión del contenido.

4) Desde los 11 ó 12 años hasta los 14 ó 15 años surgen nuevas operaciones debido a una generalización gradual de las anteriores, surge así la lógica de proposiciones o enunciados verbales, es decir hipótesis, en sí una lógica formal aplicable a cualquier contenido, apareciendo también en éste periodo la noción de proposiciones en el niño, las operaciones de identidad, inversión, reciprocidad y correlatividad, organizándose del todo hacia el final de ésta etapa.

A lo anterior se puede agregar que las operaciones concretas consisten en operaciones aditivas, en clasificaciones, seriaciones, correspondencias, etc; sin embargo, estas operaciones no cubren toda la lógica de las clases y las relaciones, simplemente son estructuras elementales de agrupamientos; las operaciones que permiten reunir (+) o disociar (-) clases son acciones pro-

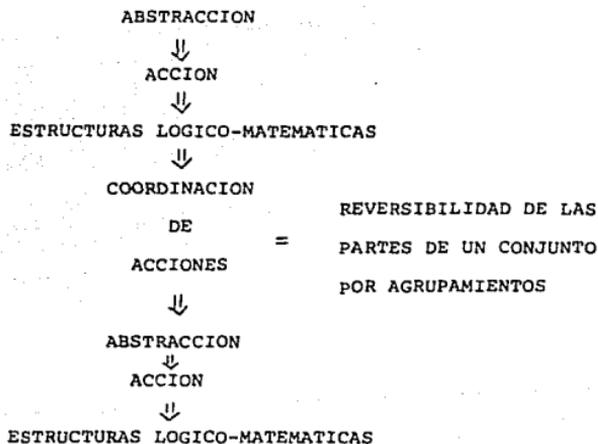
piamente dichas de ser operaciones del pensamiento; además -  
son o constituyen coordinaciones entre acciones antes de ser --  
transpuestas a la forma verbal.

Es necesario mencionar que aunque el niño requiera de poseer  
la conservación de los conjuntos, la condición de orden, la suce-  
sión de elementos y la ley de correspondencia biunívoca, las le-  
yes y el número aún no se forman.

Los avances que respecto al desarrollo intelectual del indi-  
viduo se logran en el periodo de operaciones concretas nos condu-  
cen a descubrir como es que se da la formación del concepto del  
número en el niño así como las operaciones aritméticas básicas -  
durante el desenvolvimiento del escolar en el nivel primario; -  
así por ejemplo, durante la primera infancia se sabe que el núme-  
ro sólo constituye para el niño la cantidad de figuras que el -  
puede percibir de manera intuitiva; 1, 2, etc; y no es sino has-  
ta la etapa de escolaridad primaria, después de los 7 años en -  
adelante que tiene significado para el niño una seriación de nú-  
meros o las operaciones de suma, resta, multiplicación y división  
y esto no se da sino hasta el momento en el que el niño tiene la  
capacidad de manejar a un tiempo la seriación de figuras y la -  
clasificación de éstas dentro de un todo en diversas partes, se  
hace referencia con ésto al número como el todo constituido por  
varias partes iguales por lo tanto correspondientes en donde las  
clases que existen dentro de la totalidad de él son equivalentes  
de acuerdo a ciertas cualidades. Es por ello que ya para la segun-  
da infancia el pensamiento del niño se convierte en un pensamien-

to lógico debido a la elaboración de agrupamientos y operaciones que de cualquier manera se encuentran asociadas entre sí, lográndose con este nuevo paso dentro del desarrollo intelectual un equilibrio.

Ahora, ¿cómo es que surgen o se constituyen las estructuras de operaciones lógico-matemáticas?, bien pues éstas van a derivar de la acción que a su vez es producto de la abstracción y que se da por la coordinación de las acciones y no de los objetos a través de la reversibilidad de las partes de un conjunto por agrupamientos o grupos, lo cual podría ser representado por medio del siguiente esquema:



En base a lo anterior se han establecido dos hipótesis; por un lado la de los intuicionistas que opinan que "el número se -

construye independientemente de las estructuras lógicas y resulta de intuiciones operatorias primitivas" (6); por otro los que hacen referencia al hecho de que las estructuras numéricas derivan de las estructuras lógicas.

Sin embargo, a pesar de las anteriores afirmaciones se ha demostrado de acuerdo a hechos psicológicos que todos los elementos del número son de naturaleza lógica, pero sin caer solamente en la composición de clases, pues absorbiendo cualidades se requiere de la seriación con la finalidad de identificar las unidades.

Así se establece además, por último que las estructuras lógico-matemáticas constituyen parte de las formas evolucionadas del pensamiento adulto.

### 2.3. TEORIA COGNOSCITIVA DEL APRENDIZAJE.

Después de haber explicado como es que evoluciona el pensamiento del niño y de que manera surge la formación del concepto de número en él, se procederá a exponer como es que conciben al aprendizaje, tanto la teoría cognoscitiva tratada en este punto como la Teoría Conductista a la cual se hará referencia en el siguiente rubro.

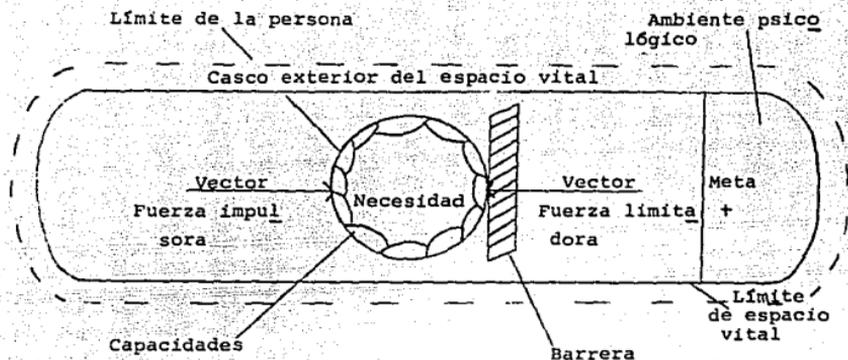
---

(6) Piaget, J. Seis estudios de Psicología, Ed. Seix Barral, S.A. 1981, México, p. 119.

Dentro de la Teoría Cognoscitiva del Aprendizaje se manejan como aspectos centrales a la persona y a su ambiente psicológico, que a su vez constituyen una totalidad de sucesos interdependientes, en donde la persona entiende a su ambiente y a sí misma por medio de su conocimiento. Dicho ambiente va a estar constituido por los estados físico y social de la persona y el significado - que éstos tienen para ella; dentro de la interrelación persona-ambiente se encuentran los conocimientos y capacidades de manipulación de una persona, es decir el estrato perceptual motor que a su vez constituye un instrumento del nivel personal interno - donde se centran las necesidades de la persona que sólo influyen en el ambiente por medio de la región motora; se centran además en la persona los obstáculos para alcanzar sus metas, así como - las relaciones de correspondencia dinámica en las que actúa de - forma consciente.

Dicha interrelación persona-ambiente psicológico se va a - manifestar dentro de un espacio vital en un campo psicológico; - el espacio vital predice las influencias que afectan la conducta del individuo en un periodo ya sea corto o largo y se encuentra rodeado de un casco extraño no psicológico que se refiere a las percepciones potenciales del individuo.

El espacio vital de la persona puede ser representado de la siguiente forma:



En donde los vectores describen la dinámica de una situación pues influyen en el desplazamiento psicológico hacia una meta o hacia la separación de la misma, indican lo que ocurre o es probable que suceda y pueden ser de valencia positiva o negativa; - por otra parte la topología nos muestra la posición de la persona en relación con sus metas funcionales y los obstáculos para alcanzarlas, indicando así las posibilidades para la conducta psicológica considerada como el cambio en un espacio vital psicológico, por lo tanto no observable directamente sino deducible del estudio de la conducta observable.

Para la Teoría Cognoscitiva, el aprendizaje se refiere al -

---

(7) Bigge, M. Teorías de aprendizaje para Maestros, Ed. Trillas, 1982, México, p. 229.

proceso de interacción dinámica mediante experiencias, en el cual la persona adquiere nuevas estructuras cognoscitivas o insight o cambia las antiguas con la finalidad de constituir las en guías útiles para el futuro, el aprendizaje es el descubrimiento del significado por lo que al aprendizaje por descubrimiento se le ha definido como "la enseñanza de una asociación, un concepto o una regla en la que interviene el descubrimiento de la asociación, el concepto o la regla" (8). Dentro del aprendizaje por descubrimiento interviene la inducción, se citan varios ejemplos de un caso más general para que de esta forma el estudiante induzca la proposición global en cuestión y se evalúa el aprendizaje cuando el alumno es capaz de verbalizar la proposición general a la cual llegó mediante la inducción y cuando es capaz de transferirla a diversos ejemplos indicando así su dominio de la proposición general.

Respecto a la transferencia del aprendizaje se puede mencionar que éste se produce durante el proceso del aprendizaje, los conocimientos adquiridos previamente ejercen cierta influencia sobre los nuevos objetivos de aprendizaje favoreciendo así a la adquisición de nuevos elementos o reforzando el material aprendido de antemano sobre todo si existe una semejanza en el aprendizaje.

---

(8) Shulman, L. Aprendizaje por descubrimiento, Ed. Trillas, 1979, México, p. 28.

Retomando la primera definición que sobre aprendizaje se maneja de acuerdo a la Teoría Cognoscitiva, ésta menciona una adquisición de insight, pero ¿a qué se refiere con el término de insight?, pues se trata de un significado particular o general - refiriéndose éste último a una comprensión, al entendimiento de una situación, de su significado y se adquiere haciendo algo real o viendo lo que sucede, con esto se afirma que la base del aprendizaje es la observación y no la ejecución, así establecido por los conductistas.

El insight se logra por medio de una sola experiencia sin embargo se va a volver más significativo si se asegura con un gran número de casos similares permitiendo así la generalización de la idea, es decir se establece una respuesta previamente emitida ante una nueva situación distinta de aquella con la que se dió el insight aunque con cierta similitud; de no haber la transferencia y generalización en el aprendizaje, los individuos tendrían que aprender la conducta adecuada cada vez que se enfrentaran a una nueva situación dando como resultado una conducta desadaptativa en el individuo.

Por otro lado tenemos que el insight colectivo o generalizado va a constituir la estructura cognoscitiva del espacio vital de la persona, por lo que en algunas ocasiones se han considerado como sinónimos. La estructura cognoscitiva se refiere al modo en que la persona percibe los aspectos psicológicos del mundo personal, físico y social; así la modificación en la estructura cognoscitiva del espacio vital predomina en el desarrollo del

lenguaje, las emociones, las actitudes, los actos y las interrelaciones sociales.

Por último se puede agregar que el insight deriva de la interpretación que un sujeto le puede dar a lo que sucede, así la conducta de la persona va a depender en gran parte de la estructura cognoscitiva del espacio vital y va a modificarse como resultado de la diferenciación, generalización y reestructuración de los aspectos de la personalidad, de las actividades específicas, estado de ánimo y pertenencia de grupo. Así la inteligencia se basa en la cantidad y calidad de los insights, dependiendo también del cambio en la motivación de la coordinación corporal y de que la persona sepa distinguir sus propios aspectos de su ambiente y de su realidad imaginativa, además de que la conducta inteligente se va a caracterizar por el deseo de perseguir una meta pero teniendo la idea de como alcanzarla; de esta manera se afirma dentro de la Teoría Cognoscitiva que para que realmente exista un proceso E-A significativo es necesario que se de un cruce entre el espacio vital del Maestro y el del Alumno pretendiéndose de esta forma que el insight educativo se torne significativo y de largo alcance.

#### 2.4. TEORIA CONDUCTISTA DEL APRENDIZAJE.

Un tanto en contraste con la Teoría Cognoscitivista del aprendizaje se encuentra la teoría Conductista, basada principalmente como su nombre lo indica en el estudio de la conducta o conductas observables derivadas de un condicionamiento constante

de estímulo-respuesta (E-R) en donde la respuesta aumenta su probabilidad de aparición debido al reforzamiento que se presenta con un determinado intervalo de tiempo.

Uno de los principales representantes de esta Teoría es Skinner quien consideraba que en las personas su aprendizaje cotidiano era de la misma naturaleza que la de los animales inferiores, por medio del condicionamiento operante, sin ocuparse de los enlaces mentales entre estímulo y respuesta; de esta forma Skinner afirmaba que "la Psicología es la ciencia de la conducta observable y sólo de ella"(9); dentro del condicionamiento, Skinner hace referencia a un Estímulo principal que es el que sigue a la Respuesta y no el que la precede, reforzando así la tendencia de la respuesta a emitirse, modificando la probabilidad de emisión, desarrollándose así una contingencia de reforzamiento representada de la siguiente forma:

$$E \rightarrow R \rightarrow E^{ref}$$

Donde el estímulo discriminativo (E) surge de la naturaleza del espacio en que se encuentra el organismo preparando la ocasión para la respuesta (R) y el estímulo de reforzamiento ( $E^{ref}$ ) sigue al estímulo discriminativo y a la respuesta y del cual va a depender el reforzamiento o la extinción de la respuesta, por lo que para los Conductistas una experiencia constituye un proceso

---

(9) Bigge, M. Ob. Cit. p. 148.

de condicionamiento por el que el ser humano aprende nuevas respuestas; dicha contingencia de reforzamiento difiere del condi\_\_  
cionamiento respondiente de la siguiente forma:

$E \rightarrow R$	$\neq$	$R \rightarrow E$
Condicionamiento respondiente		Contingencia de reforzamiento

Dentro de la contingencia de reforzamiento se puede encon\_\_  
trar que el  $E^{ref}$  puede ser de caracter positivo o negativo; el -  
positivo favorece a la adquisición de la conducta y al aumento -  
de la probabilidad de la respuesta; en el ambito educativo, la -  
aplicación del reforzador positivo depende de las característi\_\_  
cas del sujeto y aumenta el rendimiento escolar, aunque por lo -  
mismo que constituye una satisfacción para el sujeto el obtener-  
los, éste hace más extenso el periodo de su aprendizaje, pero se  
fortalecen las actividades de menor interés para el alumno.

El reforzador negativo o castigo se encarga de suprimir -  
cierta conducta desagradable pero no debe de ser ni tan escaso -  
ni tan extenso, dicha supresión de conducta debe de hacerse obje\_\_  
tivamente observándose las consecuencias de dicho reforzador ne-  
gativo. que constituye la situación inversa del reforzamiento po\_\_  
sitivo, es decir cuando no se produce ya un estímulo reforzante  
después de la respuesta, ésta se hace cada vez menos frecuente -  
constituyéndose así la extinción operante siendo ésta más lenta  
que el reforzamiento operante, pero cuando un organismo responde  
cada vez menos, se da un proceso uniforme de extinción, ésta se  
presentará rápidamente cuando el reforzamiento a la conducta ha-  
ya sido sólo en algunos casos y se dilatará cuando el periodo de

reforzamientos haya sido muy extenso. En ocasiones, cuando la respuesta no se refuerza dentro de la curva de extinción, buscando ésta puede ir acompañada de la frustración o rabia dando como resultado dentro de la curva de extinción oscilaciones cíclicas a base de constitución de respuestas emocionales, desaparición de éstas y establecimiento nuevamente de las mismas.

Cuando no se presenta un proceso de extinción como método eficiente de eliminación de un operante, el olvido cuando se da, se produce muy lentamente, es decir, el olvido es la pérdida de un hábito por el paso del tiempo y la extinción requiere de que la respuesta se emita sin reforzamiento.

En cuanto al reforzamiento se dice que si éste sólo es ocasional, por ejemplo en la conducta de un niño, el comportamiento permanecerá después de que termine o pare el reforzamiento durante más tiempo que si se reforzara cada caso hasta llegar al total de reforzamientos, así no se puede hablar de una relación entre el número de reforzamientos y el de respuestas no reforzadas necesarias para la extinción.

Según Skinner "la enseñanza es la disposición de contingencias de reforzamientos que permiten acelerar el aprendizaje"(10); el cual sólo es un cambio en las posibilidades de que se emita una respuesta, provocándose una transferencia con el aumento de

---

(10) Ibid. p. 171.

probabilidades de que se produzcan en el futuro respuestas de cierto tipo, donde el repertorio de las operantes condicionadas es la base para la transferencia comprendida bajo dos conceptos fundamentales, el reforzamiento condicionado y la inducción que da como resultado la generalización  $E \rightarrow R$  es decir, que un reforzador condicionado se generaliza.

Así cuando el maestro construye comportamientos, proporciona consecuencias arbitrarias y en ocasiones falsas para obtener retroalimentación o reforzamiento; pues la base para enseñar de manera eficaz a pensar así como cualquier otra conducta es la retroalimentación inmediata. Por lo tanto para el condicionamiento de un niño es necesario conocer:

- 1) Que conducta se va a establecer.
- 2) De qué reforzadores se dispone.
- 3) Qué respuestas están disponibles.
- 4) Cómo se pueden programar los reforzamientos eficientemente" (11).

Por su parte Skinner consideraba que para el desarrollo eficaz del condicionamiento o enseñanza de un niño se podrían utilizar las llamadas máquinas de enseñanza ya que de esta manera, el reforzamiento a la respuesta es inmediato y equivaldría a lo que representa un educador particular; de esta manera Skinner mani-

---

(11) Ibid. pp. 174-176.

festaba su inconformidad con los métodos de educación presentes en las escuelas tales como que la conducta se encuentra dominada por la estimulación aversiva, el hecho de que se da un lapso muy extenso entre la conducta y su reforzamiento, la falta de un programa de reforzamiento dirigido hacia la conducta final y el hecho de presentar un reforzamiento poco frecuente de la conducta deseada.

#### 2.5. ELEMENTOS DE LAS DIVERSAS TEORIAS QUE SE UTILIZAN EN EL SALON DE CLASES.

Específicamente hablando de la clase del 5° grado de Primaria de la Escuela Ford 117 ubicada en Av Cristobal Colón s/n Lomas Verdes Edo. de Mex.; se pudo encontrar que los elementos de las teorías antes expuestas se entremesclan; es decir, que la Profesora del grupo organiza la clase de forma que permanecen la tentes aspectos de ambas teorías durante el desenvolvimiento de aquella.

Así pues, la Profesora proporciona a sus alumnos experiencias que les permiten interactuar dinámicamente con los distintos aspectos o temas de la clase favoreciendo con ello al desarrollo de nuevas estructuras cognoscitivas, por ejemplo el hecho de manejar el tema de las fracciones con rectángulos de papel lustre que los mismos niños fraccionan de acuerdo a las instrucciones de la Profesora y que les permite palpar directamente el hecho de que existen fracciones que representan la misma parte de un entero o que son mayores o menores que otras; también les

brinda en ocasiones la posibilidad de lograr sus propias conclusiones mediante diversas preguntas encausadas en forma adecuada permitiéndole descubrir el resultado de algo favoreciendo en los alumnos el desarrollo de insights y estableciendo una secuencia de temas que les permiten transferir sus aprendizajes anteriores a los temas subsecuentes hasta que se presenta un nuevo tema o distinto de la secuencia anterior reafirmandose así el aprendizaje con una variedad de casos similares favoreciendo a la generalización mediante la formación previa de insights que derivan directamente de la interpretación que el sujeto le da a lo que sucede, puesto que para la Teoría Cognoscitiva la base del aprendizaje es la observación.

Aunado al desenvolvimiento de los anteriores aspectos propios en su mayoría de la Teoría Cognoscitiva, encontramos también elementos de la Teoría Conductista tales como la presencia constante de estímulos reforzadores tanto positivos como negativos, aunque éstos últimos en menor proporción(\*) con la finalidad de aumentar la reaparición de respuestas o conductas deseables en los alumnos; dentro de los reforzadores positivos podemos encontrar: la felicitación verbal en mayor proporción, las buenas notas en el cuaderno y el hecho de dejarlos participar en

---

(\*) Al menos durante el periodo de observación del grupo, aunque en los últimos días la proporción de reforzadores negativos, aumentó con respecto a los positivos.

clase si permanecen callados; y dentro de los negativos, se pueden encontrar: el regaño verbal o llamado de atención, las malas notas en el cuaderno, la amenaza verbal por parte de la Directora y el hecho de dejarlos sin recreo durante los tres últimos días de observación.

En general la dinámica de la clase se desenvuelve en primer término con una exposición por parte de la profesora a partir de la cual presenta una serie de preguntas que los alumnos van resolviendo poco a poco de acuerdo a las experiencias que han tenido hasta llegar a la conclusión y en donde el estímulo reforzador positivo es inmediato a la respuesta del alumno intercalando según se crea conveniente de acuerdo a la conducta del grupo, los estímulos negativos.

De esta forma se deja ver el hecho de que si bien ambas teorías contrastan en algunos aspectos, en algunos otros y coordinados de manera adecuada se llegan a complementar favoreciendo así a un óptimo desenvolvimiento y desarrollo del aprendizaje en los alumnos.

## 2.6. CONTENIDO PROGRAMATICO DE 5\* GRADO DE PRIMARIA.

A continuación y por último dentro de este segundo capítulo se procederá a enlistar los principales temas que se manejan durante la primera unidad del temario de Matemática con la cual se trabajará en el Laboratorio, mostrándose con sus respectivos objetivos y actividades.

En cuanto a los objetivos generales de todo el curso, éstos se encuentran divididos por áreas como lo son: números enteros, operaciones y propiedades; fracciones y sus operaciones; geometría, registros estadísticos y probabilidad; y lógica; mismas - que se manejan para establecer los objetivos particulares y específicos.

Dentro de los objetivos particulares que se manejan para la primera unidad se encuentran los siguientes:

Al término de la unidad el alumno será capaz de:

- 1.1 En sistema decimal: aplicar el principio posicional de un sistema de numeración al representar números.
- 1.2. En números enteros, operaciones y propiedades: efectuar - adiciones de números de una cifra utilizando la recta numérica.
- 1.3. En fracciones y sus operaciones: establecer relaciones de orden y equivalencia entre fracciones.
- 1.4. En lógica: señalar semejanzas y diferencias entre figuras dadas.
- 1.5. En registros estadísticos y probabilidad: distinguir entre experimentos deterministas y aleatorios.

En cuanto a los objetivos específicos tenemos, en el orden en que se presentan los siguientes:

Como resultado de las actividades correspondientes, el alumno no será capaz de:

- 1.1.1. Efectuar agrupamientos utilizando diferentes bases.
- 1.1.2. Representar números en diferentes formas utilizando el principio posicional.

- 1.1.3. Representar en diversas formas números hasta el millar.
- 1.5.1. Distinguir entre experimentos deterministas y de azar.
- 1.2.1. Representar los números positivos enteros en la recta numérica.
- 1.2.2. Ilustrar sumas de dígitos sobre la recta numérica.
- 1.3.3. Representar por medio de fracciones, partes de un entero o conjunto.
- 1.4.1. Señalar semejanzas y diferencias entre figuras dadas.
- 1.3.2. Encontrar fracciones equivalentes a otras dadas.
- 1.3.3. Establecer relación de orden entre fracciones.

Para el cumplimiento de los objetivos específicos se proponen como actividades en general, las siguientes:

Para el 1.1.1. Se propone que el alumno represente distintas cantidades de dinero con base a diferentes agrupamientos, y complete igualdades de dinero, que realice agrupamientos de objetos de acuerdo a distintas bases registrando sus resultados.

Para el 1.1.2. La elaboración de una tabla de valores de posición de acuerdo a distintas bases.

Para el 1.1.3. La formación de agrupamientos en base 10 hasta el millar, en el trabajo con el ábaco para la representación de distintos números en base 10 y en notación desarrollada complementado con la escritura y lectura de los mismos números.

Para el 1.2.1 y el 1.2.2. La utilización de la recta numérica para la representación de enteros así como para la suma y resta de dígitos pero con valor positivo.

Para el 1.3.1. La división o fraccionamiento de figuras, como hojas o tiras de papel en tercios, cuartos, etc; la división de conjuntos de la misma forma que las tiras de papel escribiendo para cada parte del conjunto la fracción que le corresponde así como la resolución de problemas en los que se impliquen dichos conocimientos.

Para el 1.3.2. La comparación de porciones correspondientes a fracciones como  $1/2$ ,  $3/6$  y  $4/8$ .

Para el 1.3.3. La comparación de porciones de objetos para señalar cuál es mayor y/o menor, representación en la recta de dichas fracciones para facilitar su comparación, ejercicios de igualación de denominadores para la comparación de fracciones y establecimiento de orden entre fracciones de mayor a menor y viceversa.

Para el 1.4.1. Descripción de características de un objeto en comparación con otros mediante la observación.

Para el 1.5.1. Trabajo con fichas de dominó o monedas para establecer la probabilidad de aparición de cada cara así como el trabajo con piedritas para establecer la diferenciación entre un fenómeno determinista y otro al azar. (\*)

(\*) Los objetivos anteriormente presentados se mostraron tal y como aparecen en el documento oficial aún y cuando manifiesta deficiencias en su redacción.

### CAPITULO 3.

#### IMPLEMENTACION DE UN LABORATORIO DE MATEMATICA.

En este capítulo se mostrará como es que se desarrolló dentro del 5° grado de Primaria de la escuela Ford 117 un Laboratorio de Matemática retomando las bases teóricas presentadas a través de los dos primeros capítulos así como la información y ayuda brindada por la Maestra del grupo y la Directora de la escuela; presentando además las características propias de la escuela y del grupo en específico.

Por otro lado se mencionan las hipótesis de trabajo y los parámetros que se retomaron como base para la comparación de los grupos experimental y control; dando paso así a mostrar los resultados obtenidos a raíz del desenvolvimiento del Laboratorio dentro del grupo en específico.

#### 3.1. CARACTERISTICAS DE LA ESCUELA FORD 117.

La Primaria Ford 117 se encuentra ubicada en Av. Cristobal Colón s/n Lomas Verdes cuya zona es considerada de clase socioeconómica media alta; es una escuela de gobierno a la cual acuden niños de la comunidad de Sn Mateo Nopala en su mayoría, contando así la escuela con una población en general perteneciente a la clase socioeconómica media baja y baja.

La escuela se encuentra integrada por un grupo de cada grado con una demanda que va de 40 a 50 alumnos aproximadamente por

grado y en donde las maestras de los grupos se van turnando cada determinado tiempo en años el grado que imparten.

Los salones son de forma exagonal y un tanto reducidos para el número de alumnos, con poca ventilación e inadecuada iluminación.

La escuela cuenta con servicio de Biblioteca tanto en la mañana como en la tarde, con un patio para honores que a la vez es de recreo, una cooperativa y una pequeña hortaliza en donde a cada grupo se le asigna algo que sembrar bajo la asesoría de la profesora del grupo de 4\* grado.

### 3.2. HIPOTESIS DE TRABAJO.

Los puntajes obtenidos por niños de 5\* grado que participen en un programa de enseñanza de la Matemática mediante un Laboratorio, serán significativamente más altos que los de los niños que no cursen dicho programa en un examen de conocimientos parcial de Matemática.

### 3.3. VARIABLES Y PARAMETROS

Una vez que se ha planteado ya la hipótesis de trabajo correspondiente al experimento que posteriormente se expondrá, se presentan las definiciones operacionales de las variables intervinientes en dicha hipótesis así como los parámetros tomados en cuenta para el mismo fin.

\*Laboratorio de Matemática: se entiende así a la actividad constante que el niño desarrollará mediante la interacción directa con objetos audiovisuales, es decir un contacto real con dichos materiales que le permitan aplicar un pensamiento concreto; se refiere también a la forma de enseñar de una manera más práctica y amable la Matemática para que los alumnos construyan e interioricen los distintos conceptos involucrados en los cursos de Matemática.

\*Puntajes obtenidos: se refiere a una alta calificación obtenida en un examen parcial de conocimientos elaborado por la Maestra del grupo basado en el programa educativo de 5° grado de Primaria.

En lo que a parámetros se refiere se tomarán en cuenta las calificaciones obtenidas en un examen parcial, tanto por los alumnos que participen del Laboratorio como los obtenidos por aquellos que no lo hicieron comparándolas en ambos grupos, experimental y control con las calificaciones obtenidas por los alumnos del grupo en la prueba de exploración correspondiente al inicio del curso, elaborada ésta última al igual que la anterior por la Maestra del grupo.

Se tomarán en cuenta también como parámetros los promedios obtenidos por los niños en el área de matemática durante el curso con la finalidad de mostrar el incremento en capacidad que presentó cada grupo.

### 3.4. SELECCION DE LA MUESTRA.

La Muestra está compuesta de 24 niños que participarán de un Laboratorio de Matemática para 5° grado. Dicha muestra se eligió mediante un procedimiento aleatorio de una población de 48 alumnos que salían de 4° para ingresar a 5° basándose para la elección en la lista de alumnos del 4° grado.

### 3.5. SELECCION Y VALIDACION DE INSTRUMENTOS.

Los instrumentos que se seleccionaron son:

- 1) Una prueba de exploración de habilidades matemáticas, diseñada por la Maestra del grupo (ver anexo 1) que abarca reactivos de los diversos temas comprendidos en el programa de Matemática para 5° grado, con base en esto, sólo se retomaron para efectos de evaluación los reactivos correspondientes a la primera unidad por ser con la que se trabajaría en el Laboratorio.

En cuanto a la validación de este primer instrumento se puede decir que es un instrumento que se ha venido aplicando durante cuatro años a cada grupo que ingresa a 5° año y que hasta la aplicación actual no se le ha hecho modificación alguna, por lo que se puede decir que es un instrumento válido para los fines de exploración de conocimientos de los alumnos que ingresan a 5° grado.

- 2) La prueba parcial de conocimientos aplicada al grupo al término de la primera unidad elaborada por la Maestra del grupo con base en los temas vistos durante este primer periodo y que -

por lo tanto es válida puesto que al igual que la de exploración se ha venido aplicando con muy buenos resultados. (ver anexo 2)

### 3.6. TRABAJO EN EL LABORATORIO.

Para trabajar con el Laboratorio, se escogió una muestra - de 24 niños hombres y mujeres, de una población de 48 alumnos - que integrarían el grupo de 5\* grado de primaria de la escuela Ford 117, dicha elección se llevó a cabo de forma aleatoria con la finalidad de poder en un momento determinado comparar los resultados de la maestra contra los del resto de la población de - ésta forma se decidió utilizar como diseño para dicho trabajo el de pretest-postest con grupo control.

Una vez elegido el diseño y así el grupo experimental, se - inició el trabajo del Laboratorio , para el desempeño de éste se procedió a elaborar un programa o carta descriptiva (ver anexo 3) con base en los temas correspondientes a la primera unidad, con la cual se trabajaría y para la cual se elaboraron los distintos materiales que posteriormente se mostrarán, dicho programa - se elaboró con la secuencia original que el temario que la SEP - envía a través de los libros para el Maestro de acuerdo a cada - grado del nivel primario.

Entre los materiales a los que se hace mención se pueden en - contrar: el dominó, que se utilizó como juego de introducción al trabajo del Taller; el mago eléctrico, con el que se manejaron en conjunto al final de la unidad los diversos temas que se trataron;

la recta numérica, para la suma y resta de hasta dos dígitos pero manejando sólo números positivos; el juego de numerolandia para notación desarrollada; el acertijo de igualación, para fracciones equivalentes; franelógrafo para agrupamientos; la adivinanza del fruto también para fracciones equivalentes; la carta doble y el juego de damas para notación desarrollada hasta decenas de millar; y algunos juegos complementarios para el desarrollo de las clases como beisball, relevo de fracciones y adivinanzas. (ver anexo 4).

Dichos materiales se elaboraron en madera y papel ilustración, haciéndose de este material sólo un juego de cada clase y posteriormente para el trabajo de Laboratorio en hojas de papel - debido al costo que los otros materiales ocasionaban, puesto que el trabajo de Laboratorio se desarrolló en su mayoría por equipos de 4 a 5 niños requiriéndose así más de un ejemplar de cada juego.

En primera instancia, a los niños en general les causó curiosidad el trabajo, los materiales y el hecho de que se quisiera implantar un Laboratorio de Matemática; éste inició el 8 de Septiembre de 1989 y finalizó el 25 de Septiembre del mismo año, tiempo durante el cual se impartieron tres sesiones por semana, de una hora 30 minutos por sesión; el inicio del Laboratorio se marca a partir del 4 de Septiembre de 1989 pero debido al tiempo que se llevó en avisar a los padres y en la aplicación de las pruebas de exploración no fue posible empezar sino hasta el día 8 como se mencionó anteriormente.

En algunas actividades, el material que se utilizó como lo es el caso específico del franelógrafo, les llevó mucho tiempo - el desempeñar la actividad señalada y como en este caso la participación fue individual, los demás integrantes del grupo se comenzaron a desesperar y a establecer el desorden entre sus compañeros; a raíz de esta experiencia se trató de agilizar un poco más la participación de todos y el manejo del material, reafirmándose así la idea de trabajar por equipos.

Otro de los juegos que provocó inquietud e incertidumbre en el grupo fue el acertijo de igualación (ver anexo 5) que se presenta a manera de rompecabezas, con el que se forma un cuadro y en donde los niños tienen que lograr unir las piezas de acuerdo a fracciones equivalentes, lo cual les creó una confusión que hicieron llegar hasta sus padres lográndose con ello un reto que - después de haber hecho explicaciones gustó a ambos (padres e hijos).

Los juegos que más gustaron entre los niños, fueron: el dominó, el juego de damas para notación desarrollada, el relevo de fracciones, el juego de numerolandia y el mago eléctrico; siendo estos dos últimos de mayor agrado cuando se utilizaron por segunda vez debido a algunos inconvenientes que durante la primera - ocasión no les permitieron manejarlos y conocerlos del todo.

En general la asistencia de los alumnos al Laboratorio fué constante, salvo un día muy lluvioso en el que no habían asistido a clases durante la mañana y en el que sólo existió el 40% de

la asistencia diaria total.

El día 27 de Septiembre se manejó un repaso general de los temas vistos, mediante la utilización y rotación por los equipos de cada uno de los materiales utilizados durante las clases del Laboratorio a modo de refuerzo de conocimientos y resolución de dudas pendientes.

Por último y una vez concluido el temario correspondiente a la primera unidad se procedió a la aplicación de la prueba parcial de conocimientos que se utilizará como un parámetro de valoración para mostrar el avance de los grupos.

### 3.7. INFORMACION OBTENIDA.

La muestra elegida al inicio del curso fue de 24 alumnos sin embargo desde que se procedió a la aplicación de la prueba inicial sólo se contaba con 20 alumnos puesto que para la elección se tomó como base una lista de 4º año, es decir, de los niños - que saldrían de 4º para ingresar a 5º; posteriormente dos niños más elegidos dentro de la muestra tuvieron que retirarse del Laboratorio por problemas de distancia y cambio de residencia teniendo sólo al inicio una muestra poblacional de 18 alumnos la - cual no tardó en incrementarse por la invitación que hicieron 2 de los niños de la muestra a dos de sus compañeros integrantes - de lo que estaría representado por grupo control y a los cuales no se les negó la participación en dicha actividad.

Para efectos de los resultados de la prueba de -xploración

sólo se tomaron en cuenta los reactivos correspondientes a los temas tratados durante la primera unidad, sin embargo como la Maestra prestó los exámenes a los padres para su revisión, no fueron devueltos en su totalidad, así que sólo se mostrarán tanto para el grupo control como para el experimental los resultados de aquellos alumnos de los que sí se poseían sus exámenes.

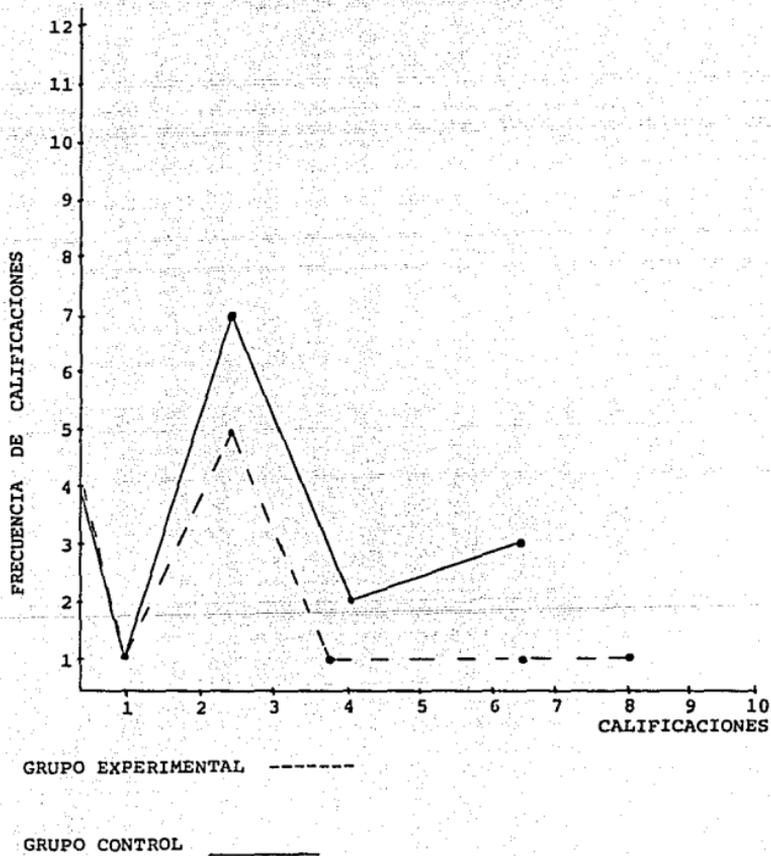
Los resultados obtenidos por ambos grupos para la prueba de exploración son:

GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
Cynthia	6.2	Patricia	2.5
Julio Cesar	2.5	Karen	0
Patricia Mora	4	Ma. de Lourdes	6.5
Thania	2.5	Edgar	0
Bárbara	4	Rogelio	2.5
José Augusto	1.25	Verónica	2.5
José Juan	2.5	Hector	3.75
Lizbeth	6.25	Delia	1.25
Alberto	6.25	Ma. Ines	0
José Hugo	0	Oscar	0
Carlos Alberto	0	Sonia	2.5
Mayra	2.5	José Luis	2.5
Nancy	2.5	Reyna	8
Guillermo	0		
Gabriel	2.5		
Ana Aidé	2.5		
Salvador	0		

(ver gráfica 1)

GRAFICA 1

PRUEBA DE EXPLORACION.

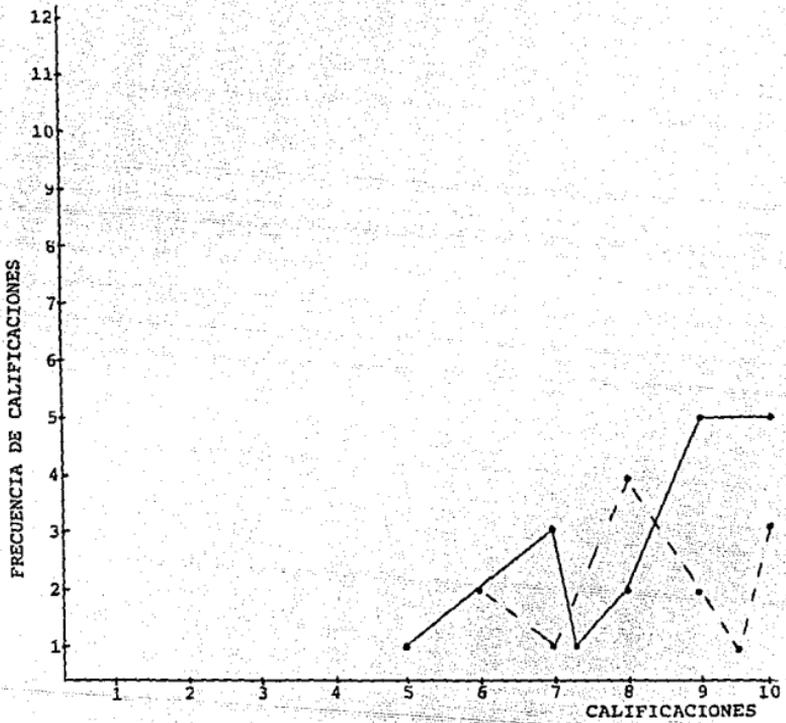


Dentro de la prueba parcial aplicada sólo con base en los reactivos que se trataron durante la primera unidad, los resultados obtenidos por los alumnos enlistados anteriormente y para efectos de comparación entre ambos grupos son:

GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
Cynthia	8	Patricia	9
Julio Cesar	10	Karen	9.5
Patricia Mora	10	Ma. de Lourdes	10
Thania	10	Edgar	6
Bárbara	9	Rogelio	9
José Augusto	9.2	Verónica	8
José Juan	7	Hector	6
Lizbeth	10	Delia	8
Alberto	9	Ma. Ines	8.2
José Hugo	9	Oscar	10
Carlos Alberto	5	Sonia	8
Mayra	8	José Luis	7.3
Nancy	7	Reyna	10
Guillermo	7.3		
Gabriel	10		
Ana Aidé	7		
Salvador	9		(ver gráfica 2)

GRAFICA 2

EVALUACION PARCIAL



GRUPO EXPERIMENTAL -----

GRUPO CONTROL \_\_\_\_\_

De acuerdo a los anteriores resultados correspondientes a -  
ambas evaluaciones, se presentan a continuación los promedios -  
que ambos grupos obtuvieron en cada una de las evaluaciones.

DESVIACION ESTANDAR

GRUPO CONTROL: Prueba Inicial=2.5 ---- 1.91  
Prueba Final =8.4 ---- 1.80

GRUPO EXPERIMENTAL: Prueba Inicial=2.4 - 2.45  
Prueba Final =8.38- 1.35

Obteniéndose para el primer grupo un Coeficiente de correla-  
ción de Pearson de  $-.06$  y para el segundo de  $.29$ , lo cual nos de-  
ja ver que existe dentro de los grupos cierta discrepancia en lo  
que respecta a una prueba y otra, es decir que se presentan gran-  
des incrementos de calificaciones de una evaluación a otra y no  
un aumento proporcionado de las mismas, con base en una califica-  
ción inicial.

Retomando el segundo parámetro (promedio de 4\* grado en Ma-  
temática) se incluye a toda la muestra y el grupo control con la  
finalidad de reconocer el incremento de la capacidad en los alum-  
nos para el desempeño de las actividades matemáticas.

En los resultados que obtuvo el grupo control para ambas -  
evaluaciones (de exploración y parcial) mostradas dentro de la -  
siguiente página, se obtuvo un promedio dentro del primer grupo  
de datos de  $7.68$  y para el segundo de  $8.51$  con un incremento en  
promedio de  $.83$ ; existiendo una desviación estandar para el pri-  
mer grupo de datos de  $.61$  y en el segundo de  $1.40$ , dando ésto co-  
mo resultado un Coeficiente de correlación de Pearson de  $.38$ .

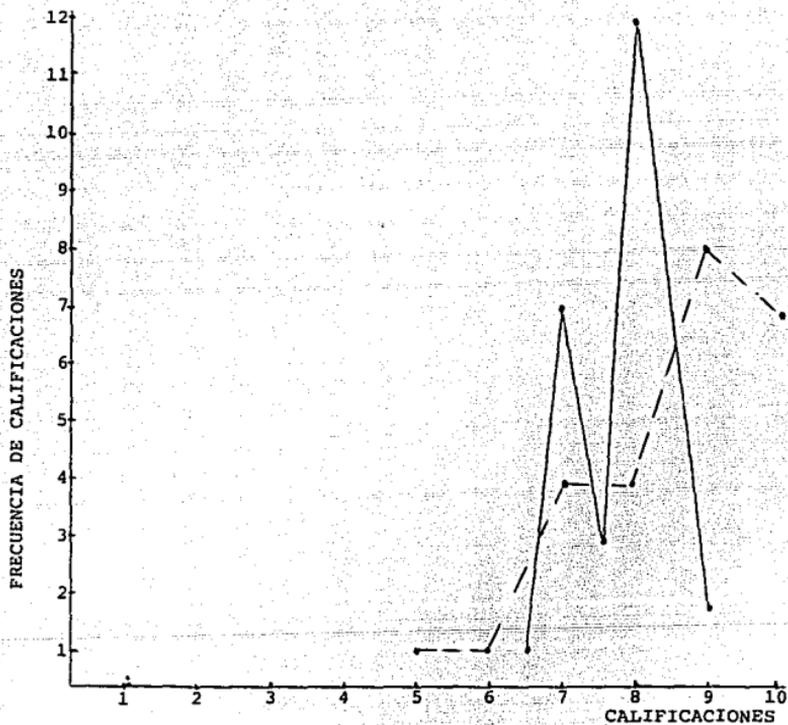
GRUPO CONTROL .

PROMEDIO DE 4*	EVALUACION PARCIAL
Cynthia	7.5
Julio Cesar	8
Patricia Mora	8
Thania	8
Bárbara	8
José Augusto	7.5
José Juan	8
Alberto Corona	8
Lizbeth	9
José Hugo	7
Pierré	8
Jeny	7.5
Ervin	8
Erwin	8
Carlos Alberto	8
Genoveva	9
Hugo Alzaga	7
Yadira	7
Mayra	7
Nancy	6.6
Irma	8
Guillermo	7
Gabriel	8
Ana Aidé	7
Salvador	7

(ver gráfica 3)

GRAFICA 3

GRUPO CONTROL.



EVALUACION PARCIAL - - - - -

PROMEDIOS DE 4\* \_\_\_\_\_

En lo que respecta al segundo grupo, los resultados son:

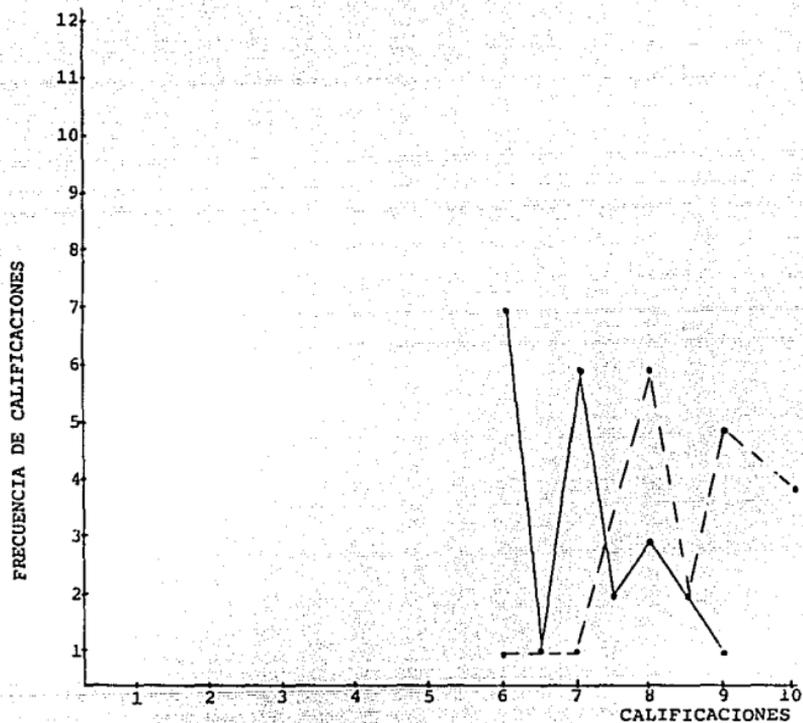
G R U P O E X P E R I M E N T A L .

PROMEDIO DE 4*	EVALUACION PARCIAL	
Selene	6.5	8
Patricia	6	9
Karen	7	9
Lourdes	8	10
Edgar	6	6.5
Rogelio	7.5	9
Verónica	6	8
Hector	6	6
Delia	7	8
Ines	8	8.5
Oscar	8	10
Sonia	6	8
Reyna	9	10
Anabel	7	8
Hazael	7.5	9
José Luis	6	7.3
Manuela	7	8.2
Hugo	7	10
Minerva	6	9
Pedro	7	8.4

(ver gráfica 4).

GRAFICA 4

GRUPO EXPERIMENTAL



PROMEDIOS DE 4\* \_\_\_\_\_

EVALUACION PARCIAL -----

En los resultados del grupo experimental se obtuvo un promedio para el primer grupo de datos de 6.92 y dentro del segundo grupo un promedio de 8.49 obteniéndose un incremento en promedio del.57 y así un coeficiente de correlación de Pearson de .849.

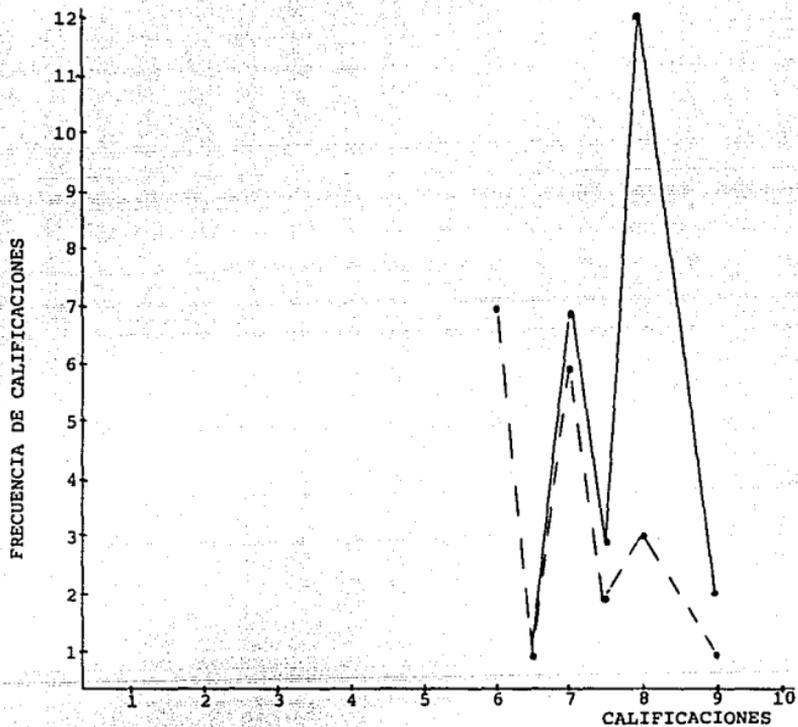
Para ambos grupos, en la utilización del segundo parámetro se obtuvieron correlaciones positivas en donde las variables aumentaron en una sólo dirección, de menor a mayor.

Se obtuvo con esto una desviación estandar para el primer grupo de datos dentro del Grupo Experimental de .66 y para el segundo de 1.11 indicando esto último una correlación mayor con respecto al Grupo Control, además de que el incremento en promedio manifiesta una diferencia del 89% sobre el grupo control.

(ver gráficas 5 y 6)

GRAFICA 5

PROMEDIOS DE 4\* GRADO EN MATEMATICA

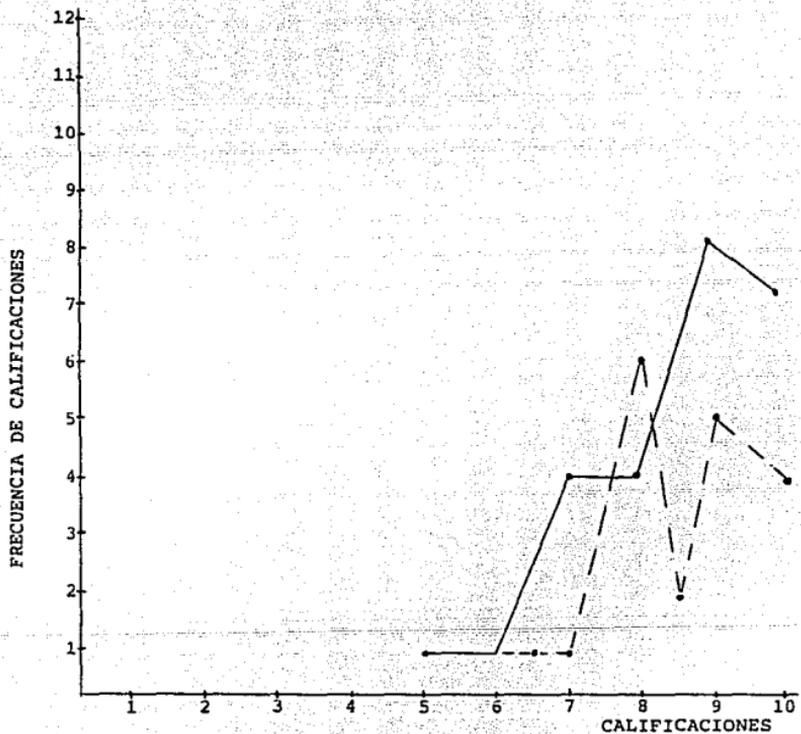


GRUPO EXPERIMENTAL -----

GRUPO CONTROL \_\_\_\_\_

GRAFICA 6

EVALUACION PARCIAL A LA PRIMERA UNIDAD



GRUPO EXPERIMENTAL - - - - -

GRUPO CONTROL ———

## CAPITULO 4.

### COMENTARIOS Y CONCLUSIONES.

Por último y ya una vez explicado en el capítulo anterior - como es que se desarrolló el trabajo en el Laboratorio se procederá en éste capítulo final a comentar todo ese trabajo y a concluir sobre el cumplimiento o no de la hipótesis de trabajo.

En lo que respecta al programa que se utilizó para el desempeño del trabajo en el Laboratorio, se puede mencionar que aunque en un principio se elaboró de acuerdo a la secuencia en temas que marca la S.E.P., posteriormente se modificó pues se decidió seguir el orden que la Maestra del grupo acostumbraba, modificado a raíz de sus anteriores experiencias en el trabajo con los grupos. Una vez elaborado el programa se procedió a la elección de los materiales didácticos más adecuados para la enseñanza de dichos temas, que en casos específicos causó un poco de controversia su uso entre los niños; así se pueden mencionar entre ellos al franelógrafo y el juego de numerolandia; puesto que éstos materiales requerían algo de tiempo para su manipulación, provocándoles esto inquietud, desesperación y por lo tanto, desorden entre los niños.

En general el uso de los materiales fue algo que motivó a los niños a seguir asistiendo al Laboratorio a pesar de las variables extrañas que en ocasiones se pensó, terminarían con dicha asistencia, afectando así los resultados que se esperaban con el establecimiento del Laboratorio; entre esas variables se

pueden encontrar, la lluvia, que causaba inquietud y desorden entre los niños pues dicha situación les causaba angustia; la poca luz con la que contaban los salones y que para la hora en que se trabajó el Laboratorio y debido al clima era muy necesaria, ya que sólo se contaba con la luz que entraba por la ventana y los salones tenían un sólo foco en algunos casos fundido.

Las clases del Laboratorio se impartieron por las tardes, de 4 a 5:30; dicho horario se consideró adecuado puesto que por las mañanas los niños asistían a sus clases y más tarde por la distancia de sus casas no les era posible regresar a la escuela; de esta forma no se interrumpían sus actividades y los niños se encontraban dispuestos a recibir las clases.

El desempeño de las clases del Laboratorio se dió a conocer a grandes rasgos a la Profesora del grupo así como su finalidad, pero al comentar el uso de determinados materiales se encontró que su conocimiento acerca de éstos era casi nulo a excepción de la recta numérica, el ábaco y el juego de numerolandia que ella había ya manejado a manera de maratón acumulativo de los distintos temas vistos en las diferentes áreas. De la misma forma se encontró durante el periodo de observación previo y periódico al desarrollo del Laboratorio la presión constante de la Maestra hacia los alumnos mediante comparaciones y ridiculizaciones, lo que provocó en algunos alumnos la dejades y el querer salir de la escuela y en algunos otros el interés por las clases.

Con lo anterior no se pretende menospreciar y juzgar de an-

temano el trabajo de la Maestra; sólo se pretende mostrar que el uso de los reforzadores negativos pudo haberse aplicado de otra manera tanto por la Maestra como por la Directora de la escuela quien insistía en la ridiculización de los alumnos ante sus compañeros como medio eficaz para hacer responder a los alumnos.

Otro aspecto importante a comentar es la aplicación de una evaluación final al grupo experimental dentro del Laboratorio, - elaborada por la encargada del mismo, ya que se piensa constituyó una descarga de conocimientos para los alumnos afectando así su rendimiento en la evaluación parcial de Matemática elaborada y aplicada por la Maestra del grupo; pues la respuesta de los - alumnos fue buena y su rendimiento en la prueba final del Taller fue por arriba del grupo control en lo que respecta a la evaluación parcial de éste contra la evaluación final de aquel pero \_\_\_ por debajo del grupo control comparando sus evaluaciones parciales; puesto que la evaluación final del Laboratorio se realizó - dos días antes de la evaluación parcial de la Maestra, además de que se insistió demasiado a los niños sobre la facilidad del examen parcial por su parecido con la evaluación final del Laboratorio, por lo tanto se deduce que el grupo experimental se confió ante tanta insistencia en lugar de estudiar más para superar la calificación obtenida en el Laboratorio.

A raíz de lo anterior se obtuvieron dos tipos de comparación entre el grupo control y el experimental; la primera se estableció entre la evaluación previa y posterior de la Maestra para am los grupos, en donde se obtuvieron resultados desfavorables en -

lo que respecta al cumplimiento de la hipótesis de trabajo ya - que como se mostró en el capítulo 3, el grupo experimental obtuvo un puntaje menor en promedio con respecto al grupo control; - 8.4 para Grupo Control y 8.38 para Grupo Experimental; además de que para dicha comparación solamente intervinieron unos cuantos niños de ambos grupos. La segunda comparación se estableció para ambos grupos entre el promedio que los niños traían de 4\* año en el área de Matemática y la calificación que obtuvieron en la evaluación parcial correspondiente a la primera unidad elaborada - por la profesora del grupo, mostrándose con éstos resultados favorables, ya que aunque el Grupo Experimental obtuvo nuevamente un promedio dos décimas menor con respecto al Grupo Control dentro de la evaluación parcial, el incremento que se dió para el Grupo Experimental del promedio a la evaluación fue mayor que el incremento que obtuvo el Grupo Control de una calificación a otra pues el primero poseía de entrada un promedio más bajo que el Grupo - Control; así se tiene que para el Grupo Experimental el promedio obtenido fue de un 6.92 inicial a un 8.49 para la evaluación parcial con un avance de 1.57 en promedio, en tanto que para el Grupo Control el incremento fue de un 7.68 inicial a un 8.51 para la evaluación parcial, con un avance solamente de .83 en promedio.

De acuerdo a lo anterior se afirma que no se puede aceptar ni rechazar la hipótesis de trabajo totalmente o el uso del Laboratorio, por lo tanto se recomienda una investigación que abarque un tiempo mayor con un control más riguroso de variables y -

una muestra que incluya varios grupos del mismo grado; pues el tiempo con el que se contó fue muy escaso para poder apreciar un desarrollo más amplio de los niños y una asimilación mayor por su parte, tanto del trabajo en el Laboratorio como del uso y aplicación de los materiales a nuevas situaciones o a situaciones análogas por iniciativa propia.

## **A N E X O S.**

ANEXO 1.

PRUEBA DE EXPLORACION PARA MATEMATICA DE 5\* GRADO DE PRIMARIA DE LA ESCUELA FORD 117.

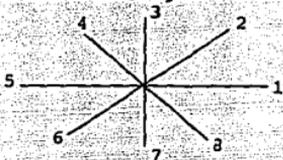
- 1) El juego de baraja es un juego de \_\_\_\_\_
- 2) Los triángulos que tienen tres ejes de simetría se llaman \_\_\_\_\_
- 3) Las rectas que al unirse forman un ángulo recto se llaman \_\_\_\_\_
- \* 4) Escribe el número que se forma con 2 unidades de millar, 4 centenas, 9 unidades y 6 decenas de millar \_\_\_\_\_
- 5) Aplica la propiedad conmutativa y realiza la siguiente operación:  
 $128 + 242 + 175 =$
- 6) Aplica la propiedad asociativa y realiza la operación:  
 $75 + 40 + 12 + 15 +$
- 7) Realiza las siguientes conversiones:  
4864m \_\_\_\_\_ cm  
82dm \_\_\_\_\_ m  
59 m \_\_\_\_\_ mm
- \* 8) Escribe los siguientes números mixtos a fracciones impropias  
 $8 \frac{1}{3} =$                        $5 \frac{2}{4} =$
- 9) Escribe como se leen las siguientes cantidades:  
0.26 \_\_\_\_\_  
7.009 \_\_\_\_\_
- \* 10) Usa los signos  $>$  o  $<$  para comparar los siguientes números  
0.326    0.165                      0.587    0.987

- \* 11) Encierra en un círculo la fracción equivalente:

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{6} \quad \frac{4}{6}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{12}{20} \quad \frac{9}{10}$$

- 12) Observa la siguiente figura y completa:



El ángulo 1,5 mide \_\_\_\_\_ grados

El ángulo 7,8 mide \_\_\_\_\_ grados

El ángulo 3,5 mide \_\_\_\_\_ grados

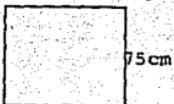
El ángulo 1,1 mide \_\_\_\_\_ grados

- 13) Calcula el área del siguiente triángulo



Fórmula Sustitución Operaciones R=

- 14) Obten el perímetro del siguiente cuadrado:



Fórmula Sustitución Operaciones R=

- 15) Resuelve las siguientes mecanizaciones:

$$\frac{5}{6} + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{6}{2} - \frac{1}{4} =$$

$$98 \overline{) 9737.7}$$

$$\begin{array}{r} 49.751 \\ - 13.976 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75.683 \\ + 43.448 \\ \hline 15.949 \end{array}$$

$$853.84$$

$$\times .79$$

$$248 \times 100 =$$

$$248 \div 10 =$$

- \* Lee con cuidado los problemas y resuelve:

16) El Padre de Carlos tiene 8 veces su edad menos 12 años, Hugo tiene 7 años. ¿Qué edad tiene el Papá?

DATOS

OPERACIONES

RESULTADOS

17) En una sala para conciertos hay 18 filas, con 37 sillas cada una; si se vendieron 190 boletos; ¿Cuántos acientos quedarán libres? y si el boleto costó \$150.00 ¿Cuánto recaudaron?

DATOS

OPERACIONES

RESULTADOS

18) Marcos compra 7 millares, 5 centenas y 3 decenas de naranjas. ¿Cuántas naranjas compró?

DATOS

OPERACIONES

RESULTADOS

\* Los reactivos así señalados corresponden a los tomados en cuenta para efectos de la evaluación inicial.

---

ANEXO 2.

PRUEBA PARCIAL DE CONOCIMIENTOS APLICADA AL GRUPO AL TERMINO DE LA UNIDAD I.

- 1) Escribe 5 fracciones equivalentes:

$$\frac{2}{6} =$$

$$\frac{1}{3} =$$

$$\frac{4}{8} =$$

- 2) Escribe varias fracciones equivalentes simplificando la fracción:

$$\frac{9}{18} =$$

$$\frac{10}{20} =$$

- 3) Escribe en forma desarrollada:

$$984,762 = \underline{\hspace{15em}}$$

$$815,975 = \underline{\hspace{15em}}$$

$$342,827 = \underline{\hspace{15em}}$$

- 4) Agrupa 25 elementos en base 4 y escribe el numeral correspondiente.

X X X X X X X X X X

X X X X X X X X X X

X X X X X


- Agrupa 14 elementos en base 2

X X X X X X X

X X X X X X X


ESTA T. DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

Agrupar 70 elementos en base 10

X X X X X X X X X X  
 X X X X X X X X X X  
 X X X X X X X X X X  
 X X X X X X X X X X  
 X X X X X X X X X X  
 X X X X X X X X X X  
 X X X X X X X X X X



5) Compara las siguientes fracciones colocando el signo  $>$   $0$   $<$

$$\frac{6}{8}$$

$$\frac{5}{9}$$

$$\frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{10}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{7}$$

6) Realiza las siguientes mecanizaciones.

796.46

318.89

+ 84.35

140.73

70.572

- 36.985

89.463

× .947

94  $\overline{)68494}$

7) En la recta numérica realiza las siguientes operaciones.

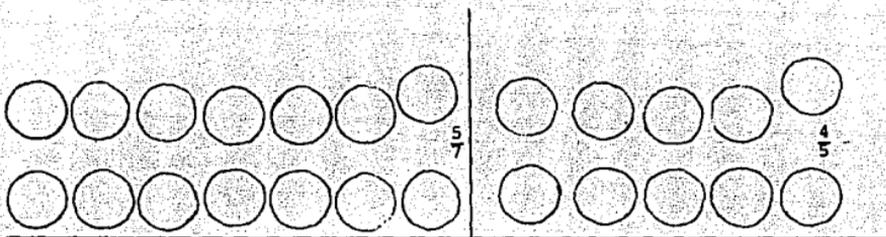
$$6 + 4 + 2 + 3 =$$

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

$$15 - 12 =$$

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

8) De los siguientes conjuntos colorea la fracción que se te indica en cada uno de ellos.



9) Lee con cuidado los problemas y resuelve.

Juanita tenía \$18,000 y regaló a su mamá las  $\frac{3}{4}$  partes ¿Cuánto regaló?

DATOS

OPERACIONES

R=

Un camión de pasajeros pesa 4920 kilogramos. Si el camión sin pasajeros pesa 2975 kilogramos. ¿Cuál es el peso de sus pasajeros?

DATOS

OPERACIONES

R=

10) Dibuja gráficamente las siguientes fracciones equivalentes a  $\frac{1}{4}$ .

11) Representa sobre la recta las fracciones:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{1}{3}$ .

0

1

### ANEXO 3

#### CARTA DESCRIPTIVA.

Correspondiente a la Unidad 1 de Matemáticas dentro del quinto grado de Primaria en los aspectos de sistema decimal, números enteros, operaciones y propiedades; fracciones y sus operaciones y lógica.

#### CONTENIDO DE LA UNIDAD:

- Agrupamientos.
- Localización de números enteros positivos en la recta.
- Representación de enteros por medio de fracciones.
- Fracciones equivalentes.
- Relación de orden entre fracciones.

#### OBJETIVO GENERAL:

Al término de la unidad el alumno organizará cantidades en base a el principio posicional y fracciones en base a su equivalencia y orden.

1.1 Objetivo Particular: Al término del tema el alumno dividirá distintas cantidades en notación desarrollada tomando en cuenta el valor posicional de cada cifra.

Fecha	Objetivo Específico	Actividades	Contenidos	Metodología	Apoyos Didácticos	Criterios de Evaluación	Instrumentos de Evaluación	Bibliografía	Observaciones
4-Sep.		Prueba previa conocimiento y juego de inicio Dominó		-Participativa -Trabajo en equipo.	Juegos de Dominó	Participación	Prueba previa	Libro para el maestro de 5º grado de Matemáticas. Crescimbeni, J. "Actividades de mejoramiento aritmético para niños de escuela primaria". Ed. Diana, México 1979, pp. 213. Manual de Didáctica de las Matemáticas, centro de Didáctica UNAM ANUIES, 1972, México, pp. 147.	Las Bibliografías antes propuestas serán las utilizadas durante toda la Unidad.
6-Sep	1.1.1. Durante la clase el alumno no clasificará conjuntos de acuerdo a su número base representando cantidades con diferentes agrupamientos	1.1.1.1. Que el alumno forme conjuntos con distintos objetos tomando en cuenta la base indicada. 1.1.1.2. Forme cantidades tomando como referencia las distintas potencias (bases utilizadas).	Equivalencia de cantidades. Agrupamientos por base. Posición de acuerdo al valor	-Trabajo en equipo. -Participativa. -Expositiva. -Interrogativa.	Objetos diversos, monedas de distintos valores, fichas de cartón, láminas de colores y papelógrafo	Participación. Trabajo en equipo y de grupo	Escala estimativa.		Dependiendo del avance que se vayan logrando en el grupo mejorará el trabajo favoreciendo a las sesiones de trabajo y repaso

Fecha	Objetivo Especifico	Actividades	Contenidos	Metodología	Apoyos Didácticos	Criterios de Evaluación	Instrumentos de Evaluación	Bibliografía	Observaciones
8-Sep	1.1.2. Durante la clase el alumno elaborará una carta doble siguiendo las instrucciones del profesor.	<p>1.1.2.1. Que el alumno coloque las cantidades indicadas en su carta doble tomando en cuenta el valor posicional de cada ficha.</p> <p>1.1.2.2. Localice y escriba en el pizarrón las cantidades equivalentes a las cifras colocadas en la carta doble.</p> <p>1.1.2.3. Que elabore en parell cartulina fichas de valores posicionales en base a 10 y las intercambie con sus compañeros.</p> <p>1.1.2.4. Que por equipos adivinen los valores posicionales del equipo o puesto con la dinámica del juego decenas y unidades.</p>	<p>Valores de posición en base a 10 y otras potencias.</p> <p>Agrupamientos en base a 10 como unidades, decenas, centenas y unidades de millar</p>	<p>-Participativa.</p> <p>-Trabajo en equipo.</p> <p>-Expositiva.</p> <p>-Interrogativa</p>	<p>Carta de valores de posición.</p> <p>Juego de Numerolandia y gises de colores.</p>	<p>Trabajo en clase y casa.</p> <p>Participación</p>	<p>Escala estimativa.</p>		<p>Los criterios que se manejen para la evaluación dentro de la escala estimativa serán lo anteriormente mencionados.</p>

Fecha	Objetivo Especifico	Actividades	Contenidos	Metodologia	Apoyos Didácticos	Criterios de Evaluación	Instrumentos de Evaluación	Bibliografía	Observaciones
11-Sep	1.1.3. Al término de la clase el alumno ilustrará distintas cantidades distinguiendo el valor posicional de cada cifra con base a la potencia de 10	<p>1.1.3.1. Que el alumno descomponga en notación desarrollada las cantidades que se le indiquen tomando como base al 10.</p> <p>1.1.3.2. Que anote dichas cantidades a modo de comprobación en su carta doble y en la de valores de posición.</p> <p>1.1.3.3. Que participe con sus compañeros en el juego de numerolandia para reafirmar y complementar sus conocimientos sobre el tema.</p>	Aplicación de lo aprendido a sus actividades mediante el juego tiendas. Repaso general a los contenidos antes mencionados.	<p>-Participativa.</p> <p>-Expositiva.</p> <p>-Interrogatoria.</p> <p>-Trabajo en equipo.</p>	<p>Carta doble.</p> <p>Tablero flexible del ciento.</p> <p>Carta de valores y juego de numerolandia.</p>	Participación y trabajo en clase.	Escala estimativa.		
13-Sep	1.1.4. Durante la clase el alumno relacionará mediante el juego los distintos pasos comprendidos en la notación desarrollada así como la utilidad de la misma.	<p>1.1.4.1. Que el alumno participe con sus compañeros en los juegos que así lo requieran.</p> <p>1.1.4.2. Que el alumno exteriorice las dudas que respecto al tema hayan surgido.</p>	Juegos de reforzamiento.	<p>Participativa</p> <p>-Interrogativa.</p> <p>-Trabajo en grupo.</p>	<p>Mago eléctrico.</p> <p>Juegos de Damas</p> <p>Juego de Baseball.</p>	Participación	Escala estimativa.		Las dudas presentes no sólo se expondran en esta clase sino que serán tomadas en cuenta de el principio, poniendo más énfasis en las del tema.

1.2. Objetivo Particular: Al término del tema el alumno dividirá un entero en fracciones representándolas en la recta numérica y en distintas figuras y conjuntos.

Fecha	Objetivo Específico	Actividades	Contenidos	Metodología	Aposos Didácticos	Criterios de Evaluación	Instrumentos de Evaluación	Bibliografía	Observaciones
15-Sep	1.2.1. Durante la clase el alumno calculará sumas en la recta numérica demostrando la necesidad en algunas ocasiones de dividir en partes fraccionarias un entero.	1.2.1.1. Que el alumno desempeñe junto con sus compañeros el juego de la rana siguiendo las instrucciones del profesor. 1.2.1.2. Que recorte y pegue en cartulinas partes fraccionarias de distintas figuras planas.	Localización de 1 y 2 dígitos en la recta numérica. Adición y sustracción de 2 dígitos en la recta numérica. Explicación del por qué la división de un entero en fracciones.	-Participativa -Interrogativa -Expositiva.	Recta numérica en papel ilustración con los números rosillos en color rojo. Baritas de cartón, tijeras, cartulinas, colores. Fichas de instrucciones para el uso de la recta.	Trabajo en clase. Participación con sus compañeros.	Escala estimativa.		
18-Sep	1.2.2 El alumno durante la clase localizará fracciones en la recta numérica ilustrándolas en distintas figuras y conjuntos.	1.2.2.1. Que el alumno indique en la recta las fracciones dadas por sus compañeros. 1.2.2.2. Que reconozca en un conjunto distintas partes fraccionarias.	Localización de fracciones en la recta. División de conjuntos en fracciones.	-Participativa -Interrogativa.	Materiales para la enseñanza de fracciones. Conjuntos de distintos objetos. Fanelógrafo. Tijeras, colores y cartulinas.	Trabajo en clase y participación.	Escala estimativa.		Este segundo tema resulta introductorio para el tema de equivalencia de fracciones.

1.3. Objetivo Particular: Al término del tema el alumno relacionará las fracciones que sean equivalentes así como las que son mayores o menores que otras tomando en cuenta que éstas últimas pueden ser de igual o diferente denominador.

Fecha	Objetivo Específico	Actividades	Contenidos	Metodología	Apoyos Didácticos	Criterios de Evaluación	Instrumentos de Evaluación	Bibliografía	Observaciones
20-Sep	1.3.1. El alumno demostrará durante la clase que existen fracciones que representan la misma parte de un objeto (equivalentes) ejemplificando dicha correspondencia.	<p>1.3.1.1. Que el alumno recorte un pedazo de cartulina de 12 6cms. 1.3.1.2. Que coloree las partes del rectángulo indicadas, en equipo con sus compañeros.</p> <p>1.3.1.3. Que compare con los miembros de su equipo que aunque las fracciones que se les indicaron colorear fueron distintas, representan la misma porción del rectángulo.</p> <p>1.3.1.4. Que presente simbólicamente en su cuaderno la relación existente entre dichas fracciones equivalentes.</p>	Fracciones que representan la misma parte de un objeto. Origen de la fracción equivalente.	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Participativa</li> <li>-Interrogatoria</li> <li>-Trabajo en equipo.</li> </ul>	<p>Acertijo de igualación.</p> <p>Relevo de fracciones.</p> <p>Cartulinas, colores, tijeras</p>	Trabajo en clase. Participación	Escala estimativa.		

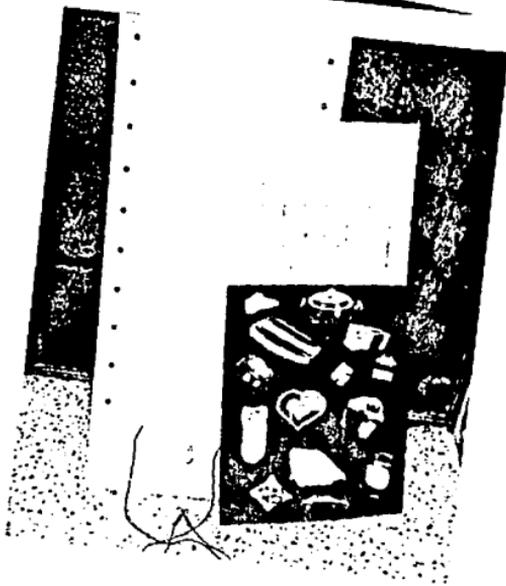
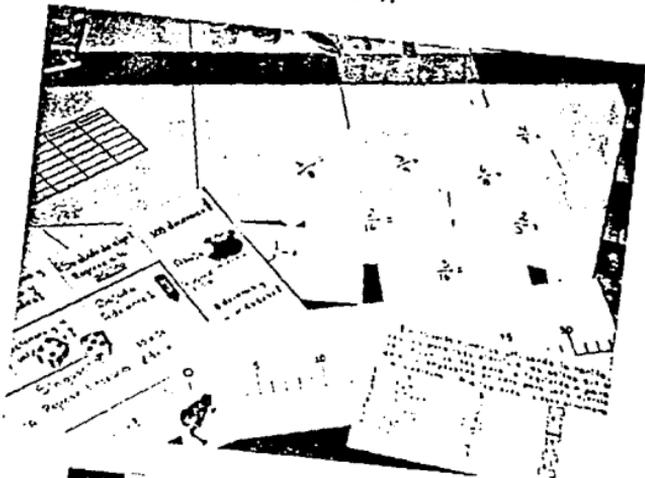
Fecha	Objetivo Especifico	Actividades	Contenidos	Metodología	Apoyos Didácticos	Criterios de Evaluación	Instrumentos de Evaluación	Bibliografía	Observaciones
22-Sep	1.3.2. El alumno al final de la clase destacará la secuencia progresiva tanto del numerador como del denominador de las fracciones equivalentes.	<p>1.3.2.1. Que el alumno intercambie con sus compañeros las fichas de fracciones que se le entregarán participando con ellos del juego de fracciones.</p> <p>1.3.2.2. Que escriba las fracciones equivalentes faltantes en la estrella mágica notando que la fracción que sigue es el doble de la anterior y así sucesivamente.</p>	Relación de numeradores y denominadores de una fracción equivalente. Igualdad de productos entre fracciones equivalentes.	<p>-Expositiva.</p> <p>-Interrogatoria</p> <p>-Participativa</p> <p>-Trabajo en equipo.</p>	Estrella mágica, tarjetas de fracciones para el juego cambio de fracciones y la adivinanza del fruto.	Trabajo en clase y participación.	Escala estimativa.		
25-Sep	1.3.3. El alumno apreciará la diferencia entre fracciones de igual numerador y diferente denominador o viceversa representándolas tanto en la recta como en objetos y figuras durante la clase	<p>1.3.3.1. Que el alumno represente gráficamente en la recta las fracciones indicadas.</p> <p>1.3.3.2. Que seale que fracción es mayor y su posición en la recta.</p> <p>1.3.3.3. Que coloree y recorte de distintas figuras las partes fracciones-</p>	Comparación de fracciones no equivalentes. Representación en la recta numérica de fracciones mayores o menores que otras con numeradores o denominadores iguales.	<p>-Participativa.</p> <p>-Interrogatoria</p> <p>-Expositiva.</p> <p>-Trabajo en equipo.</p>	Recta numérica distintos objetos, recortes de figuras, tijeras, colores pegamento, cartulina, juego de numerolandia y recipientes de distintos tamaños.	Trabajo en clase; participación individual y grupal.	Escala estimativa.		

Fecha	Objetivo Especifico	Actividades	Contenidos	Metodología	Apoyos Didácticos	Criterios de Evaluación	Instrumentos de Evaluación	Bibliografía	Observaciones
27-Sep	1.3.4. El alumno no jerarquizará durante la clase fracciones con diferente denominador y numerador de mayor a menor y viceversa.	<p>rias indicadas y señale cual es mayor o menor.</p> <p>1.3.3.4. Que junto con sus compañeros identifique la cantidad de líquido contenido en un recipiente indicando si es mayor o menor que la contenida en otro recipiente.</p> <p>1.3.4.1. Que el alumno coloree en trozos de cartulina previamente cortados la fracción indicada: (una fracción por cada trozo).</p> <p>1.3.4.2. Que compare cual de las fracciones es mayor o menor.</p> <p>1.3.4.3. Que lo calice dichas fracciones en la recta.</p> <p>1.3.4.4. Al ser de diferente numerador y denominador que bus</p>	<p>Determinación de fracciones menores y/o mayores con numerador y denominador distintos.</p> <p>Reafirmación general de los objetivos específicos que constituyen el objetivo particular de este último tema.</p>	<p>-Interrogatorio</p> <p>-Expositiva.</p> <p>-Trabajo en equipo.</p>	<p>Recta numérica</p> <p>juego subiendo la escalera,</p> <p>cartulina, tijeras, colores, fichas de instrucciones para fracciones</p>	<p>Participación grupal e individual y trabajo en clase</p>	<p>Escala estimativa.</p>		<p>Dependiendo del avance que se vaya logrando en cada sesión, se aumentarán los juegos de reforzamiento del tema así como los relacionados con la utilidad de los mismos de modo que se favorezca la comprensión y no a la memorización de los temas.</p>

Fecha	Objetivo Especifico	Actividades	Contenidos	Metodología	Apoyos Didácticos	Criterios de Evaluación	Instrumentos de Evaluación	Bibliografía	Observaciones
27-Sep	1.3.4. El alumno jerarquizará durante la clase fracciones con diferente denominador y numerador de mayor a menor y viceversa.	<p>rias indicadas y señale cual es mayor o menor.</p> <p>1.3.3.4. Que junto con sus compañeros identifique la cantidad de líquido contenida en un recipiente indicando si es mayor o menor que la contenida en otro recipiente.</p> <p>1.3.4.1. Que el alumno coloree en trozos de cartulina previamente cortados la fracción indicada (una fracción por cada trozo).</p> <p>1.3.4.2. Que compare cual de las fracciones es mayor o menor.</p> <p>1.3.4.3. Que lo calice dichas fracciones en la recta.</p> <p>1.3.4.4. Al ser de diferente numerador y denominador que bus</p>	<p>Determinación de fracciones menores y/o mayores con numerador y denominador distintos.</p> <p>Reafirmación general de los objetivos específicos que constituyen el objetivo particular de este último tema.</p>	<p>-Interrogatoria</p> <p>-Expositiva.</p> <p>-Trabajo en equipo.</p>	<p>Recta numérica juego subiendo la escalera, cartulina, tijeras, colores, fichas de instrucciones para fracciones</p>	<p>Participación grupal e individual y trabajo en clase</p>	<p>Escala estimativa.</p>		<p>Dependiendo del avance que se vaya logrando en cada sesión, se aumentarán los juegos de reforzamiento del tema así como los relacionados con la utilidad de los mismos de modo que se favorezca a la comprensión y no a la memorización de los temas.</p>

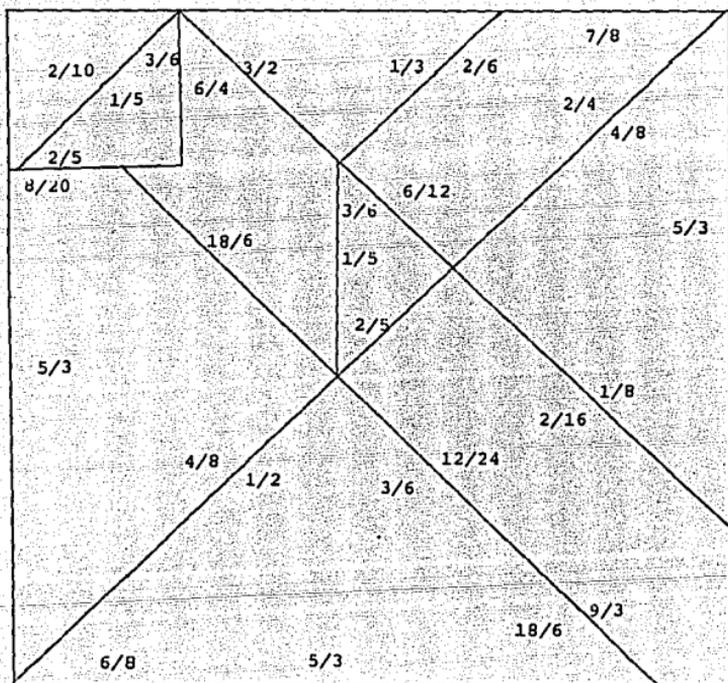
Fecha	Objetivo Especifico	Actividades	Contenidos	Metodología	Apoyos Didácticos	Criterios de Evaluación	Instrumentos de Evaluación	Bibliografía	Observaciones
29-Sep	Aplicación de la prueba manual además de pedir la participación de los alumnos en un juego de desre- dida pero en base a: cual se observará objetivamente el a- vance o no del grupo experi- mental	que su equiva- lente denomina- dor para deter- minar cual es mayor o menor.		-Trabajo en grupo. -Participativa.	Juego final: Mago eléctri- co.	Participación	Prueba parcial		

ANEXO 4.



ANEXO 5.

ACERTIJO DE IGUALACION.



## BIBLIOGRAFIA.

- \* Adda, J. Elementos de Didáctica de las Matemáticas, Ed. Centro de Investigación y de Estudios avanzados del I.P.N., 1987, México, pp. 1-14.
- \* Anaya, C. "Dificultad del aprendizaje y del razonamiento matemático en niños de edad escolar". Revista de estudios educativos, 1984, Num. 20, pp. 29-42.
- \* Ayala, N. "Enseñanza de la Matemática elemental". Revista Matemática, 1968-1969, Vols. 1 y 4, pp. 37-51.
- \* Bigge, M. Teorías de Aprendizaje para Maestros, Ed. Trillas, 1982, México, p. 229, 148, 171, 174-176.
- \* Borrás, E. "Matemáticas e Informática". Revista de Investigación y experiencias didácticas, 1983, Vol. 1, pp. 42-46.
- \* Caballero, A. Matemáticas tercer curso, Ed. Esfinge, 1986, México, p. 69.
- \* Castelnuovo, E. Didáctica de la Matemática Moderna, Ed. Trillas, 1973, México, p. 14, 79, 184.
- \* Collete, J. P. Historia de las Matemáticas, Ed. siglo XXI, México, pp. 4-17, 34, 35, 89-127.
- \* Crescimbeni, J. Actividades de mejoramiento aritmético para niños de escuela primaria, Ed. Diana, 1979, México, p. 12.
- \* De Guzmán, M. "El papel de la Matemática en el proceso educativo inicial". Revista de Investigación y experiencias didácticas, 1984, Vol. 2, pp. 91-97.
- \* Easley, J. "La renovación de la enseñanza de las Matemáticas y sus problemas", Revista Matemática, 1976, Num. 7 y 8, pp. 17-32.

- \* Gómez, G. R. "Los juegos matemáticos en la enseñanza de la Matemática". Revista del Instituto de Investigaciones Educativas, 1979, Num. 22, pp. 43-50.
- \* Larroyo, F. Historia general de la Pedagogía, Ed. Porrúa, 1986, México, p. 140.
- \* Maier, H. Tres Teorías sobre el desarrollo del niño: Erikson, Piaget y Sears, Ed. Amorrortu, 1976, Argentina, p. 166.
- \* Nérici, I. Hacia una Didáctica General Dinámica, Ed. Kapeluz, 1984, México p. 54, 329-331.
- \* Newman y Newman. Desarrollo del niño, Ed. Limusa, 1983, México, p. 230, 239, 240.
- \* Noriega, M. Didáctica de la Matemática en la escuela Primaria, Ed. Kapeluz, 1974, Buenos Aires, pp. 7-11.
- \* Ojeda, A. "Educación Matemática y medios audiovisuales". Revista Matemática, 1981, Vol. VI, Num. 17, pp. 39-45.
- \* Piaget, J. Problemas de Psicología Genética, Ed. Ariel quincenal, 1981, México, pp. 9-37, 61-73.
- \* Seis estudios de Psicología, Ed. Seix Barral, S.A. 1981, México, p.119.
- \* Psicología y Pedagogía, Ed. Ariel quincenal, 1984, México, pp. 54-61.
- \* Shulman, L. Aprendizaje por descubrimiento, Ed. Trillas, 1979, México, p. 28.
- \* Strommen, H. et all. Psicología del desarrollo, edad escolar, Ed. Manual Moderno, 1982, México, p. 69.
- \* Ulloa, J. R. "Comparación de dos modelos para la enseñanza de la Matemática" DIDAC, Boletín del Centro de Didáctica de la Uni-

versidad Iberoamericana, 1982, Art. Num. 10, pp. 87-98.

\* Vázquez, N. "La Matemática moderna en la escuela". Revista del Instituto de Investigaciones Educativas, 1981, Num. 30, pp. 15-19.

\* Whitney, H. "Estamos equivocados al enseñar conceptos matemáticos". Revista Matemática, 1976, Vols. 5 y 6, pp. 7-22.