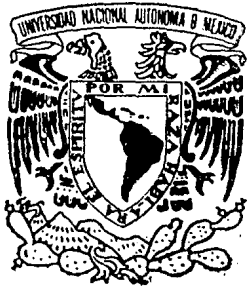


July
21/17



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

- LA INTERACCION ANTIKAON-PROTON
A BAJAS ENERGIAS

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
F I S I C O
P R E S E N T A :

FLAVIO GABRIEL HERNANDEZ FENTON

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

MEXICO, D. F.

1990



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

La interacción entre dos partículas puede describirse mediante la acción de una o más de las cuatro fuerzas fundamentales dependiendo del tipo de partículas que interactúan.

Las partículas que interactúan fuertemente se llaman hadrones y se encuentran contruidos por dos o tres quarks, por lo tanto, estas interacciones se encuentran descritas casi en su totalidad por la dinámica entre quarks y gluones, que son los mediadores de ésta fuerza. La teoría fundamental que describe estas interacciones es la cromodinámica cuántica (QCD). Debido al poco conocimiento sobre el mecanismo de confinamiento nos encontramos lejos todavía de entender cuantitativamente las fuerzas entre hadrones, sin embargo la mayoría de los grados relevantes al comportamiento de las partículas se encuentran presentes aún a bajas energías. En estos casos es posible describir a la fuerza utilizando lagrangianos efectivos, los cuales representan el complicado proceso de interacción entre quarks. Estos lagrangianos son parte de las teorías *efectivas* hadrónicas de campos como la hadrodinámica cuántica (QHD) que se utiliza para describir fenomenológicamente las interacciones fuertes entre partículas a bajas energías. La QHD es una teoría relativista que satisface la covariancia de la matriz S en un formalismo diagramático, así mismo, la teoría presupone la existencia de parámetros que determinan la magnitud del acoplamiento entre partículas.

La reacción $k^- p \rightarrow \bar{K} N, Y \Pi$ ($Y = \Lambda, \Sigma$) se encuentra dominada por la fuerza fuerte y resulta ser una de las interacciones más simples en la que intervienen partículas extrañas. Los datos indican que por debajo de un momento de 280 MeV/c para el kaón en el laboratorio, el proceso se encuentra dominado por ondas S, sin embargo, su análisis no es sencillo debido a su naturaleza multicanal pues aún los canales inelásticos $\Pi \Lambda$ y $\Pi \Sigma$ se encuentran abiertos en el umbral $\bar{K} N$, además los datos existentes son escasos y de no muy alta calidad, produciendo modelos fenomenológicos con grandes incertidumbres; por otro lado se tiene la presencia y contribución de la resonancia $\Lambda(1405)$ en la reacción. La resonancia $\Lambda(1405)$ o Λ^* de extrañeza -1 y $J^P = \frac{1}{2}^-$ es uno de los bariones más controvertidos pues básicamente se

observa en la reacción elástica $\Pi \Sigma (\Lambda \rightarrow \Pi \Sigma 100\%)$ también los pocos datos dejan abierta la posibilidad de que se trate ya sea de un estado excitado $\Pi \Sigma$ ó un sistema ligado $\bar{K}N$ ó tres quarks ó una combinación de los dos últimos como lo propone el modelo Cloudy-Bag^[1]. El que la resonancia Λ^* se encuentre justo por debajo del umbral K^-p (solo 30 MeV) origina una contribución importante en la reacción y hace impreciso el extrapolar la amplitud de dispersión en zonas no físicas.

El presente trabajo consiste en obtener la sección total para todos los canales y la sección diferencial para las reacciones finales k^-p y \bar{K}^0n . El cálculo se hace utilizando un modelo simple de lagrangianos invariantes de Lorentz y escalares en el espacio de isoespín, y también considerando que la interacción es debida al intercambio de partículas y resonancias con una masa en reposo menor a la energía del umbral $\bar{K}N$. Nuestro modelo incorpora relaciones de SU(2) y SU(3) para acoplamientos entre octetes de Barión-Barión-Mesón a modo de obtener constantes de acoplamiento entre Barión-Hiperón*-Mesón, Mesón-Mesón-Mesón y Mesón-Mesón*-Mesón. Para este fin, se comienza discutiendo los posibles campos existentes en un espacio de Minkowski y sus partículas asociadas, así como las ecuaciones y propagadores que satisfacen. Posteriormente discutimos la interacción fuerte, la extrañeza y el isoespín para obtener de esta forma los posibles procesos de la reacción. Finalmente se realiza el cálculo teórico y numérico para estimar el valor de algunas constantes de acoplamiento; resulta de interés el discutir la longitud de dispersión $K^-p \rightarrow K^-p$ pues desde hace muchos años existe un aparente desacuerdo entre los datos experimentales encontrados para el ancho y corrimiento de la energía en átomos Kaónicos y los encontrados hasta la fecha utilizando dispersiones. Las partículas extrañas cuentan con una vida media de aproximadamente 10^{-10} s, de estas la más ligera y por lo tanto la más fácil de producir es el kaón. Por esto y por su tiempo de vida se considera posible (una vez que se conozca con detalle su comportamiento) el utilizarlo como radiación en terapias contra cánceres y otros tumores.

Las Partículas, sus Campos y su Interacción

Para describir el proceso que ocurre cuando dos partículas interactúan¹, es primordial conocer el tipo de función de onda que las representa, debido a que estas exhiben diversas características como el espín, la paridad y el isoespín que repercuten en su comportamiento; una vez conocida debemos considerar como es que se produce la interacción entre las dos partículas y su descripción matemática.

1.1 Partículas y sus Funciones.

Comencemos dirigiendo nuestra atención al grupo propio de Lorentz que actúa en un espacio lineal de 4^n dimensiones, en particular, cuando $n = 1$ y sucede que 3 de las coordenadas dimensionales son reales y una imaginaria se obtiene el llamado espacio de Minkowski. La importancia en considerar a este mundo surge debido a que todo evento físico se encuentra caracterizado por un punto en dicho espacio, así mismo el uso del grupo de Lorentz se debe a uno de los tres postulados de la teoría especial de la relatividad: *Todas las leyes de la física pueden escribirse en forma covariante y son invariantes ante una transformación de Lorentz.* Es decir las leyes de la física deben mantener la misma forma en todos los sistemas inerciales de referencia. Es por ello que debemos trabajar con elementos de este espacio, que tengan leyes de transformación bien definidos.

A las partículas de espín entero se les asocia campos tensoriales, los cuales según su número de componentes² cambian ante una transformación de Lorentz, de la siguiente manera^[1]:

$$\psi_{\mu_1 \mu_2 \mu_3 \dots \mu_n} \longrightarrow \psi'_{\mu_1 \mu_2 \mu_3 \dots \mu_n} = \alpha_{\mu_1 \nu_1} \alpha_{\mu_2 \nu_2} \alpha_{\mu_3 \nu_3} \dots \psi_{\nu_1 \nu_2 \nu_3 \dots \nu_n} \quad (1.1.1)$$

¹ en particular estudiaremos la interacción entre el antikaón y el protón.

² cada índice μ_ν toma los valores 1,2,3,4 por lo que el número de componentes va como 4^n donde n es el orden del elemento del espacio.

De acuerdo a esta ecuación un elemento de este grupo, con una componente (orden cero) se transforma como:

$$\psi \longrightarrow \psi' = \psi$$

en otras palabras esta es una representación escalar pues es invariante ante la transformación de Lorentz. La siguiente representación posible corresponde a un campo con cuatro componentes que adquiere la forma de un cuadvivector el cual según la ecuación (1.1.1) se transforma como³:

$$\psi \longrightarrow \psi'_\mu = \alpha_{\mu\nu} \psi_\nu$$

La siguiente representación es la que corresponde a un tensor de orden dos, que consta de dieciséis componentes y su transformación es de la forma

$$\psi_{\mu\nu} \longrightarrow \psi'_{\mu\nu} = \alpha_{\mu\rho} \alpha_{\nu\sigma} \psi_{\rho\sigma}$$

En mecánica cuántica se clasifica a las partículas de acuerdo a su espín y su paridad intrínseca; según ésta clasificación se sabe que campo representan, por ejemplo, las partículas de espín 0 se encuentran asociadas con el campo escalar, las de espín 1 con un campo vectorial, mientras que las de espín 2 con un campo tensorial.

La paridad es importante para clasificar a las partículas ya que especifica como se transforma su función de onda ante una reflexión espacial. En términos más físicos nos permite determinar dado un proceso físico, si su imagen especular corresponde también a un proceso permitido en la naturaleza. Para representar a la operación de paridad utilizamos el operador P cuya función es transformar $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$ y $t \rightarrow t$. Con lo cual se puede clasificar al campo escalar (partícula de espín cero) en dos clases de acuerdo a la transformación que cumplen al aplicar P :

Campo Escalar $P \Phi(\vec{x}) = \Phi(\vec{x})$

Campo Seudoescalar $P \Phi(\vec{x}) = -\Phi(\vec{x})$

Análogamente para el campo vectorial (partícula de espín uno) tenemos:

³ ver cc B1 y B2

Campo Vectorial $P \Phi_\mu(\vec{x}) = -\Phi_\mu(\vec{x})$

Campo Seudovectorial⁴ $P \Phi_\mu(\vec{x}) = \Phi_\mu(\vec{x})$

En lo que sigue supondremos que para el comportamiento de una partícula libre, el campo que lo representa satisface una ecuación lineal de segundo orden, invariante de Lorentz.

La única ecuación posible para el campo escalar o seudoescalar libre es la ecuación de Klein-Gordon, que se obtiene sustituyendo al cuadrimomento⁵ en forma de operador ($p_\mu \rightarrow i\partial_\mu$) dentro de la ecuación de energía relativista ($p^\mu p_\mu = \kappa^2$), i.e.

$$(\square - \kappa^2) \Phi(x^\mu) = 0, \quad (1.1.2)$$

donde κ resulta ser la masa en reposo de la partícula. Ejemplos de partículas escalares están dadas por el triplete $\pi(1016)$ con paridad $P^{(+)}$ y de partículas seudoescales por el doblete de kaones con paridad $P^{(-)}$. No es difícil verificar que la ecuación (1.1.2) se puede obtener a partir de las ecuaciones de Euler-Lagrange, donde la densidad lagrangiana está dada por:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_\mu} \right)^2 + \kappa^2 \Phi^2 \right]. \quad (1.1.3)$$

De manera similar se encuentra que para un campo vectorial o seudovectorial la ecuación de movimiento es:

$$(\square - \kappa^2) \Phi_\mu = 0. \quad (1.1.4)$$

En el caso masivo se cumple la restricción $\partial_\mu \Phi_\mu = 0$. Podemos considerar como ejemplos de un campo vectorial al fotón γ o al mesón ω y como seudovectoriales al triplete $A_1(1070)$. La lagrangiana para estos campos es:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \frac{\partial \Phi_\mu}{\partial x_\nu} \frac{\partial \Phi_\mu}{\partial x_\nu} + \kappa^2 \Phi_\mu \Phi_\mu. \quad (1.1.5)$$

De igual forma se extiende la ecuación tensorial para partículas de espín 2.

$$(\square - \kappa^2) \sigma_{\mu\nu} = 0, \quad (1.1.6)$$

⁴ a los vectores se les suele llamar vectores polares mientras que a los seudoescales vectores axiales

⁵ Ver apéndice B

donde el campo $\sigma_{\mu\nu}$ es simétrico respecto a sus índices; una partícula que es descrita por este campo es por ejemplo el gravitón.

Concluiremos mencionando que a cada representación irreducible del grupo propio de Lorentz le corresponde un tipo de partícula elemental, sin embargo hasta el momento no se han considerado partículas de espín $\frac{1}{2}$. Las funciones de onda de estas partículas surgen de forma natural al construir una ecuación relativista (invariante de Lorentz), que a diferencia de la ecuación de Klein-Gordon, sea lineal en p_μ . Así esta ecuación tiene la propiedad de dar una densidad de probabilidad positiva. La ecuación para el campo espinorial^[2] es:

$$(\not{p} - m)\psi = 0, \quad (1.1.7)$$

donde la función de onda corresponde a un espinor de cuatro componentes, y para su álgebra surge la siguiente notación:

$$\not{p} \equiv \gamma^\mu p_\mu \quad \text{y} \quad \gamma^\mu = (\gamma^i, \gamma^0) \quad \text{representa a las cuatro matrices de Dirac, que}$$

en la representación usual están dados por:

$$\gamma^0 = \beta = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & -\mathbf{I} \end{pmatrix} \quad \gamma^i = \beta \alpha^i \quad \alpha^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}$$

donde σ_i son las matrices de Pauli (ver apéndice C).

El lagrangiano para una partícula de Dirac es de la forma:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \left[\left(\bar{\psi} \gamma_\mu \frac{\partial \psi}{\partial x_\mu} + m \bar{\psi} \psi \right) - \left(\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x_\mu} \gamma_\mu \psi - m \bar{\psi} \psi \right) \right] \quad (1.1.8)$$

deBroglie tuvo la idea intuitiva de asumir que cualquier partícula de espín entero se encuentra formada por la *fusión* entre partículas de espín⁶ $S = \frac{1}{2}$, y de esta forma es posible describir partículas de espín $S = 0$ así como las de $S = 1$, puesto que sólo representan sistemas

⁶ la "fusión" de partículas representa una operación por la cual la función de onda de una partícula de espín entero es obtenida mediante procesos matemáticos sobre funciones de onda de partículas con espín $\frac{1}{2}$.

donde el campo $\sigma_{\mu\nu}$ es simétrico respecto a sus índices; una partícula que es descrita por este campo es por ejemplo el gravitón.

Concluiremos mencionando que a cada representación irreducible del grupo propio de Lorentz le corresponde un tipo de partícula elemental, sin embargo hasta el momento no se han considerado partículas de espín $\frac{1}{2}$. Las funciones de onda de estas partículas surgen de forma natural al construir una ecuación relativista (invariante de Lorentz), que a diferencia de la ecuación de Klein-Gordón, sea lineal en p_μ . Así esta ecuación tiene la propiedad de dar una densidad de probabilidad positiva. La ecuación para el campo espinorial^[2] es:

$$(\not{p} - m)\psi = 0, \quad (1.1.7)$$

donde la función de onda corresponde a un espinor de cuatro componentes, y para su algebra surge la siguiente notación:

$\not{p} \equiv \gamma^\mu p_\mu$ y $\gamma^\mu = (\gamma^i, \gamma^0)$ representa a las cuatro matrices de Dirac, que

en la representación usual están dados por:

$$\gamma^0 = \beta = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & -\mathbf{I} \end{pmatrix} \quad \gamma^i = \beta\alpha^i \quad \alpha^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}$$

donde σ_i son las matrices de Pauli (ver apéndice C).

El lagrangiano para una partícula de Dirac es de la forma:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \left[\left(\bar{\psi} \gamma_\mu \frac{\partial \psi}{\partial x_\mu} + m \bar{\psi} \psi \right) - \left(\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x_\mu} \gamma_\mu \psi - m \bar{\psi} \psi \right) \right] \quad (1.1.8)$$

deBroglie tuvo la idea intuitiva de asumir que cualquier partícula de espín entero se encuentra formada por la *fusión* entre partículas de espín⁶ $S = \frac{1}{2}$, y de esta forma es posible describir partículas de espín $S = 0$ así como las de $S = 1$, puesto que sólo representan sistemas

⁶ la "fusión" de partículas representa una operación por la cual la función de onda de una partícula de espín entero es obtenida mediante procesos matemáticos sobre funciones de onda de partículas con espín $\frac{1}{2}$.

con espines antiparalelos y paralelos respectivamente. Resulta que la idea de deBroglie puede concretarse si trabajamos en un espacio-espinorial⁷ donde una partícula de masa distinta de cero se encuentra descrita en $2S + 1$ dimensiones, esto es, la función de onda $\Phi(x)$ de dicho campo consta de $2S + 1$ componentes linealmente independientes. Así es que una partícula de espín $\frac{1}{2}$ está descrita^{[1],[3],[4]} por un espinor-vectorial ψ^μ de cuatro componentes y cada una satisface la ecuación de Dirac (1.1.7) y la función completa ψ^μ satisface la ecuación de Rarita-Schwinger

$$(\not{p} - m)\psi^\mu = 0, \quad (1.1.9)$$

más la restricción $\partial_\mu \psi^\mu = 0$, que elimina las partes correspondientes a espín $\frac{1}{2}$ y 1.

A partir de los espinóres es posible escribir formas bilineales, las cuales se transforman como cantidades tensoriales. A continuación se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 1.1

Transformación	Forma Bilineal	# de Componentes	Paridad
Escalar	$\bar{\psi}\psi$	1	P(+)
Pseudoescalar	$\bar{\psi}\gamma^5\psi$	1	P(-)
Vector	$\bar{\psi}\gamma^\mu\psi, \bar{\psi}^\mu\gamma^5\psi$	4	P(-)
Pseudovector	$\bar{\psi}\gamma^5\gamma^\mu\psi, \bar{\psi}^\mu\psi$	4	P(+)
Tensor	$\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\psi$	6	

Donde $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu)$ nota todo tensor puede escribirse como la suma entre un tensor simétrico (que se describe en un espacio de diez dimensiones) y uno antisimétrico (descrito en un espacio de seis dimensiones) es por esto que el campo tensorial de la tabla 1 puede escribirse con seis componentes en lugar de dieciséis. y $\bar{\psi}$ es el espinor adjunto, el cual se define como el complejo conjugado del espinor por γ^0 i.e. $\bar{\psi} \equiv \psi^\dagger\gamma^0$ y $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$.

⁷ existe un isomorfismo entre el espacio espinorial y el cuadvectorial^[4]

1.2 Lagrangianos Efectivos^[5]

En la sección anterior se discutieron los términos libres del lagrangiano, para partículas con diferentes valores del espín. con la finalidad de describir la interacción entre partículas es conveniente recurrir al concepto de lagrangianos efectivos; que incluyen la interacción entre partículas. Estos lagrangianos se construyen basados en principios generales que contienen como principales características: a) Principio de sencillez, de acuerdo al cual se incluye el menor número posible de potencias de los campos. b) Invariancia de Lorentz; debe ser escalar para garantizar la covariancia entre las ecuaciones de los campos. c) Simetrías; el lagrangiano debe construirse en concordancia con las simetrías del problema. En particular debe respetar las leyes de conservación relevantes al problema en cuestión.

Por lo tanto, si deseamos describir partículas en interacción, debemos de introducir en nuestro lagrangiano los diferentes términos de los campos que deseamos acoplar, dando lugar a un lagrangiano que caracteriza al sistema. En el caso de interacción entre dos campos φ y ψ podemos escribir:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}' = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{Int.} \quad (1.2.1)$$

donde \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 son los correspondientes lagrangianos libres de los campos φ y ψ que llamaremos \mathcal{L}_0 (lagrangiano libre), mientras que $\mathcal{L}' = \mathcal{L}_{Int.}$ resulta ser el término de interacción que depende tanto del campo φ como del ψ . Dado que a partir del lagrangiano es posible obtener todas las observables físicas de un campo, las cuales son reales, debemos pedir que $\mathcal{L} = \mathcal{L}^*$.

En general se cuenta con el lagrangiano \mathcal{L}_0 pues conocemos las ecuaciones de los campos libres, sin embargo falta por encontrar el $\mathcal{L}_{Int.}$. Consideremos como ejemplo típico la interacción de un campo espinorial con uno vectorial, entonces necesitamos utilizar los lagrangianos de las ecuaciones (1.1.5), (1.1.8), la interacción se puede incluir por medio del acoplamiento mínimo:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x_\mu} \longrightarrow \left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} - iq\Phi_\mu \right) \psi \quad (1.2.2)$$

Por lo que el lagrangiano toma la forma:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \left(\left[\bar{\psi} \gamma_{\mu} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_{\mu}} - ig \Phi_{\mu} \psi \right) + m \bar{\psi} \psi \right] - \left[\left(\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x_{\mu}} + ig \Phi_{\mu} \bar{\psi} \right) \gamma_{\mu} \psi - m \bar{\psi} \psi \right] \right) - \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi_{\mu}}{\partial x_{\nu}} \frac{\partial \Phi_{\mu}}{\partial x_{\nu}} \quad (1.2.3)$$

que puede escribirse como $\mathcal{L} = \mathcal{L}_o + \mathcal{L}_{Int}$ donde \mathcal{L}_o es como en (1.1.1), la suma de los lagrangianos libres para el campo vectorial y espinorial, y el resto⁸ es el lagrangiano de interacción

$$\mathcal{L}_{Int} = ig \bar{\psi} \gamma_{\mu} \psi \Phi_{\mu}$$

Sin embargo una forma mucho mas simple para obtener los lagrangianos de interacción, es partir de los lineamientos anteriormente mencionados. Entonces con la ayuda de la tabla 1 y considerando la inclusión de una constante⁹ para asegurar las dimensiones propias del lagrangiano ($\frac{1}{4}$), es posible obtener la siguiente tabla

Tabla 1.2

$\mathcal{L}_1 = g_1 \bar{\psi} \psi \varphi$	$\mathcal{L}_5 = g_5 \bar{\psi} \gamma^{\mu} \psi \Phi_{\mu}$
$\mathcal{L}_2 = g_2 \bar{\psi} \gamma^5 \psi \varphi$	$\mathcal{L}_6 = g_6 \bar{\psi} \gamma^5 \gamma^{\mu} \psi \Phi_{\mu}$
$\mathcal{L}_3 = g_3 \bar{\psi} \gamma^{\mu} \psi \partial_{\mu} \varphi$	$\mathcal{L}_7 = g_7 [\varphi^* \partial_{\mu} \varphi] \Phi^{\mu}$
$\mathcal{L}_4 = g_4 \bar{\psi} \gamma^5 \gamma^{\mu} \psi \partial_{\mu} \varphi$	$\mathcal{L}_8 = g_8 \bar{\psi}^{\mu} \psi \partial_{\mu} \varphi$

A \mathcal{L}_1 se le llama lagrangiano con acoplamiento escalar y considera el caso de un campo de Dirac (partícula de espín $\frac{1}{2}$) acoplado con un campo escalar de paridad $P^{(+)}$ (partícula de espín cero). Como $\bar{\psi} \psi$ es un escalar, entonces \mathcal{L}_1 es invariante de Lorentz.

\mathcal{L}_2 es un lagrangiano con acoplamiento pseudoescalar y surge de un enlace entre un campo de Dirac y un campo pseudoescalar (partícula de espín cero y paridad $P^{(-)}$), la condición de

⁸ comparando la ecuación (1.2.3) con (1.1.5) y (1.1.8)

⁹ A esta constante por su significado físico se le llama constante de acoplamiento pues caracteriza la fuerza de interacción entre los campos.

que \mathcal{L}_2 sea invariante bajo el grupo de Lorentz (incluyendo reflexiones) es la causa de utilizar $\bar{\psi}\gamma^5\psi$ un pseudoescalar (puesto que el producto de dos pseudoescalares origina un escalar).

\mathcal{L}_3 y \mathcal{L}_4 son lagrangianos con acoplamiento vectorial y pseudovectorial respectivamente, estos son una ligera variante de los dos anteriores pues en lugar de usar a φ hemos utilizado el cuadrigradiente $\partial_\mu\varphi$, que es un vector o un pseudovector según sea la paridad del campo φ . Y hay que recordar que tanto vector por vector y pseudovector por pseudovector forman un escalar.

\mathcal{L}_5 y \mathcal{L}_6 son similares a \mathcal{L}_3 y \mathcal{L}_4 respectivamente pero en estos casos el campo de Dirac se acopla con un campo vectorial ya sea de paridad positiva o negativa.

\mathcal{L}_7 resulta del acoplamiento entre tres bosones, dos escalares y uno vectorial, éste último se contrae con la derivada covariante resultando un escalar.

\mathcal{L}_8 es el lagrangiano que considera dos fermiones de paridad positiva, uno de espín $\frac{3}{2}$ otro de espín $\frac{1}{2}$ y un boson de paridad negativa y espín 0.

Para asegurar que estos lagrangianos sean una cantidad real se le debe sumar a cada \mathcal{L}_i su hermitiano conjugado. Podemos notar de la tabla 2, que si un espinor ocurre en la reacción entonces debemos tener un número par de estos para obtener un invariante, posteriormente veremos que esto es consecuencia de la conservación del número Fermionico (Bariones y Leptones).

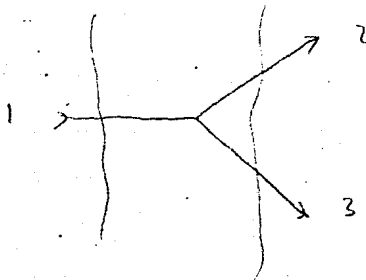
1.3 Diagramas de Feynman^[6]

La interacción entre dos partículas puede interpretarse como la dispersión de una partícula por un potencial externo V producido por la otra. En la mayoría de los casos es indispensable utilizar teoría de perturbaciones para realizar los cálculos. La teoría consiste en construir una función que satisfaga al hamiltoniano de las partículas libres en un tiempo $t = t_0$, y que evolucione en el tiempo según V . Esta función se escribe como una serie de potencias sobre V , donde cada término puede ser representado por una gráfica llamada diagrama de

Feynman. Estas gráficas no sólo sirven para "visualizar" de cierta manera el proceso sino también para hacer más fácil el cálculo, pues cada parte del diagrama corresponde a una expresión matemática. Por lo que a partir de la gráfica se puede construir la matriz de transición¹⁰ del proceso, considerando algunas "reglas" que se mencionarán más adelante.

1.3.1 Covariancia en los Diagramas de Feynman⁽⁷⁾.

El proceso de interacción se puede interpretar como el intercambio de partículas virtuales y sucede en un tiempo restringido por el principio de incertidumbre de Heisenberg. Esto es, en el tiempo en el que sucede la reacción la conservación de la energía puede violarse, originando que se creen y aniquilen partículas con masas virtuales diferentes a las que tendrían libremente. Es por esto que no podemos decir con precisión que sucede durante la reacción pues sólo se observan las líneas externas o "patas" del diagrama que representan a las partículas entrantes y salientes¹¹. El número de vértices producidos por las partículas virtuales que aparecen en una gráfica, dan el orden del término de la serie que representan. Entonces para describir una reacción a un orden dado en teoría de perturbación se deben sumar todos los procesos posibles compatibles con dicho orden. Por ejemplo, el primer término es el de orden 1 (1 vértice) y nos permite calcular el decaimiento de una partícula en otras dos¹².



1 partícula entrante

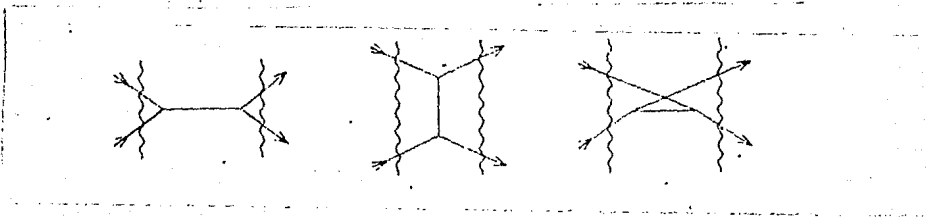
2 y 3 partículas salientes

¹⁰ Definida capítulo 3 cc(3.0.1) y (3.1.7)

¹¹ Las partículas que salen no necesariamente tienen que ser las mismas que entran

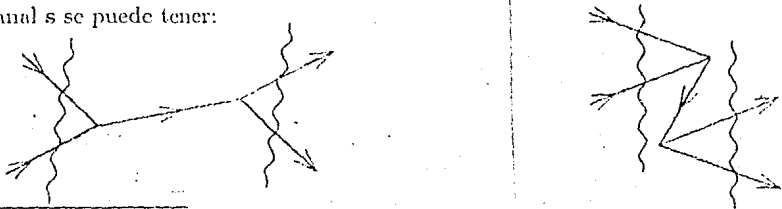
¹² Consideraremos a los diagramas de Feynman en un plano tV_s, x según la convención de

Para una reacción en la que se tienen dos partículas tanto en el estado inicial como en el final, se encuentra que la primera contribución proviene del término de segundo orden (2 vértices). Esta contribución se clasifica de acuerdo a los procesos invariantes representados en las siguientes figuras.



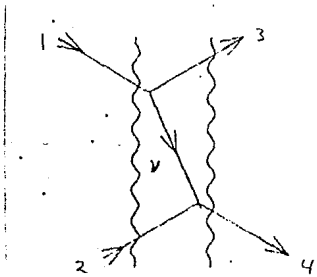
Cada diagrama corresponde a los llamados canales s, t y u respectivamente. En cada uno se crea una partícula denominada *virtual* en el sentido de que existe tan sólo el tiempo permitido por la relación $\Delta t \Delta E \geq \frac{h}{2}$ donde ΔE es la incertidumbre en la energía de la partícula¹³. Como se mencionó al aumentar el orden del término de la serie aumenta el número de vértices, originando una mayor posibilidad de gráficas y partículas virtuales. Sin embargo en algunos casos, la contribución es cada vez menor y se puede considerar hasta segundo orden para obtener una buena aproximación.

Los tres diagramas s, t y u son covariantes pues consideran tanto el caso de una partícula virtual como el de una antipartícula virtual para ser la mediadora del proceso por ejemplo para el canal s se puede tener:

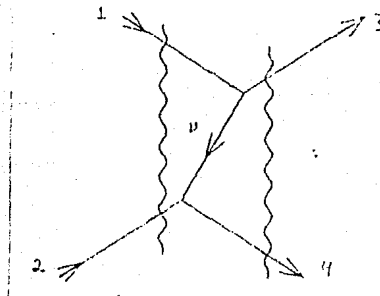


¹³ Cuando la energía no se conserva en el estado intermedio ($E_i \neq E_{intermedia}$) se denomina proceso dentro de la capa de masa $p^2 = m^2$.

donde A representa una partícula y B una antipartícula¹⁴, en cada vértice de los diagramas se conserva el momento pero no la energía i.e. la partícula virtual está dentro de la capa de masa. El sumar estas dos posibilidades origina que el canal s sea invariante pues se conserva el cuadri-momento en cada vértice pero a cambio la partícula virtual no se encontrará en la capa de masa ($p^2 \neq m^2$). El *propagador*, como veremos más adelante, representa matemáticamente a la partícula intercambiada, entonces podemos decir que para un diagrama de feynman el propagador incluirá el caso de una antipartícula así como el de una partícula¹⁵, esto es de mucha utilidad al momento de escribir los diagramas de Feynman para una reacción. Puede ser mas claro si observamos el canal t ya que puede tener los siguientes dos casos:



A) La partícula 1 emite a la partícula final 3 y a la partícula virtual v la cual es absorbida por 2 produciendo a la partícula final 4.

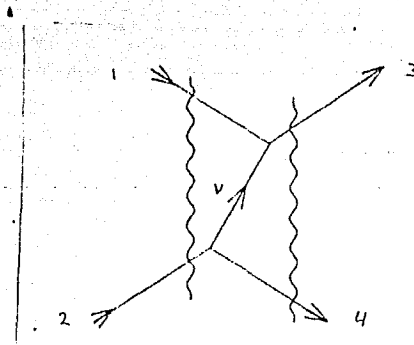


B) Aquí la partícula 2 es la que comienza el proceso al emitir a las partículas 4 y v ; esta última es absorbida por 1 y produce 3, sin embargo si consideramos a v como una antipartícula se

¹⁴ Según la interpretación de Feynman una partícula se mueve hacia el futuro con energía positiva mientras que una antipartícula se mueve hacia el pasado también con energía positiva

¹⁵ Esto se debe a que el propagador es una función par y no afecta el cambio de q por $-q$

obtendrá, según el pie de pagina 17, el siguiente diagrama



observemos que es igual al caso A), entonces podemos concluir que un diagrama de Feynman es covariante por ser la suma de todos los procesos posibles con orden-temporal.

1.3.2 Algunas Reglas de Feynman^[3]

Estas son algunas de las reglas de Feynman que se usan para los diagramas:

- Por convención se denotan a las partículas de Dirac por medio de líneas sólidas, las partículas escalares y pseudoescalares por líneas punteadas, y a las vectoriales y pseudovectoriales con líneas onduladas.
- La conservación del número fermiónico exige que el número de líneas sólidas que entran en un vértice sean el mismo número de las que salen de este¹⁶.
- Se debe tener en cuenta la conservación del cuadrimomento en cada vértice así como de todos los números cuánticos que se conservan en el proceso.

¹⁶ Por simplicidad en todos los diagramas anteriores se han considerado líneas sólidas pero en realidad algunas de éstas deberían ser punteadas u onduladas.

- A cada partícula virtual que toma parte en el proceso se le asocia un *propagador*, que es diferente según sea el espín de la partícula¹⁷.
- Para cada línea externa entrante se escribe la función de onda $\Phi(q)$ o el espinor $u(p)$, y para cada línea externa saliente se escribe la función de onda $\Phi^*(q')$ o el espinor $\bar{u}(p')$.
- Todos los momentos externos son integrados originando una $\delta^{(4)}$ que indica la conservación del cuádrimomento.
- Para cada vértice se escribe un factor que se extrae del lagrangiano de interacción (ver capítulo 3).
- La ecuación que resulta del diagrama debe escribirse partiendo de las partículas finales *i.e.* se escribe inversa al tiempo.

1.3.3 Propagadores^{[3],[8]}

Un propagador o función de Green es un operador que hace evolucionar a la función de onda entre dos puntos espacio-temporales. En el caso de la teoría de perturbación se observa que cada término de la serie puede ser representado por un diagrama, en el cual el cambio en el sistema se origina por una o varias partículas intercambiadas, debido a lo cual el propagador puede ser asociado con estas partículas.

El propagador libre se obtiene a partir de la ecuación de movimiento sin interacción y se relaciona con la función de Green G_o determinada *i.e.*

$$\left[i \frac{\partial}{\partial t} - H_o \right] G_o = \delta^{(4)}(x' - x). \quad (1.3.1)$$

Por ejemplo una partícula de espín cero obedece la ecuación de Klein-Gordon [ec. 1.1.2], en este caso el propagador cumple con:

$$(\square + m^2)G_o(x - x') = \delta^4(x - x'). \quad (1.3.2)$$

De acuerdo a (1.3.2) la función de Green G_o se puede interpretar como el inverso del operador $\square + m^2$. Para determinar G_o es conveniente trabajar en la representación de momento definiendo $G_o(q_\mu)$ a partir de la transformada de Fourier:

$$G_o(x - x') = \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} e^{iq(x-x')} G_o(q). \quad (1.3.3)$$

¹⁷ Ver siguiente sección

Sustituyendo la expresión anterior en (1.3.2) se obtiene

$$\frac{1}{i(-q^2 + m^2)} = \frac{i}{q^2 - m} \quad (1.3.4)$$





Escribiendo a $q^2 - m$ como $q_0^2 - |\vec{q}|^2 - m^2 = q_0^2 - (|\vec{q}|^2 + m^2) = (q_0 - E)(q_0 + E)$ e igualando a cero se encuentran dos polos para los cuales el propagador no esta bien definido $q_0 = \pm E$.

La regla para manejar esta singularidad, se obtiene considerando las condiciones de frontera. la prescripción usual es agregar una pequeña contribución imaginaria al denominador en (1.3.4), i.e.

$$G_0(q) = \frac{i}{q^2 - m^2 + i\epsilon}$$

Los propagadores para partículas de espín mayor se calculan de manera similar, con lo cual se puede obtener la siguiente tabla

Tabla 1.3

Propagador	Espín	Representación
$\frac{i}{q^2 - m^2 + i\epsilon}$	0	
$\frac{i(\not{q} + m)}{q^2 - m^2 + i\epsilon}$	$\frac{1}{2}$	
$\frac{-i(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / m^2)}{q^2 - m^2 + i\epsilon}$	1	
$\frac{2im \Lambda_{\mu\nu}(q)}{q^2 - m^2 + i\epsilon}$	$\frac{3}{2}$	

$$\Lambda_{\mu\nu}(q) = \frac{\not{q} + m}{2m} \left(g_{\mu\nu} - \frac{1}{3} \gamma_\mu \gamma_\nu - \frac{2q_\mu q_\nu}{3m^2} + \frac{q_\mu \gamma_\nu - q_\nu \gamma_\mu}{3m} \right)$$

Reacción $\bar{K}P$

La interacción K^-p esta dominada basicamente por la fuerza fuerte (comparablemente mayor a las otras fuerzas) esto hace posible que se utilize la simetria de isoespín en el proceso; Esta simetria agrupa partículas en multipletes considerandolas como una sola, la invariancia de esta simetria bajo la fuerza fuerte produce una cantidad conservada, la cual puede relacionarse con la extrañeza por medio de la ecuación de Gell-Mann-Nishijima. La extrañeza es un parametro que tambien se conserva y que caracteriza a algunas partículas con interacción fuerte.

El considerar la invariancia de isoespín, extrañeza, carga, número fermionico y momento angular hace posible encontrar a las partículas virtuales que mas contribuyen a la reacción y sus respectivos diagramas de Feynman.

2.1 Número Cuántico Extraño

Hasta el momento sólo se han caracterizado a las partículas según su espín y paridad intrínseca, sin embargo existen otros grados de libertad asociados a las partículas. Estos grados de libertad surgen esencialmente para clasificar y entender el comportamiento de estas, por ejemplo la conservación del número fermionico se introduce para explicar porque ciertos procesos pueden ocurrir como por ejemplo:

Particula Vectorial + Particula de Dirac \longrightarrow Particula Escalar + Particula de Dirac

Particula Vectorial + Particula Vectorial \longrightarrow Particula de Dirac + Antiparticula de Dirac

mientras que no pueden ocurrir procesos como:

Particula Vectorial + Particula de Dirac \longrightarrow Particula Escalar + Particula Vectorial

Particula Vectorial + Particula Vectorial \longrightarrow Particula de Dirac + Particula de Dirac

Esto se debe a que el número fermiónico total antes y después de una reacción debe de ser el mismo. Aun mas, como los fermiones se dividen en Leptones y Bariones ¹ su número fermiónico se conserva por separado; los leptones tienen número leptónico +1 y los bariones número barionico +1. Las antipartículas tienen el número fermiónico opuesto. Es importante advertir que no existe un número Bosonico que se conserve por lo que en una reacción pueden crearse o aniquilarse un número indeterminado de Bosones.

La vida media típica de una partícula que decae por medio de un proceso en el que interviene la interacción fuerte es del orden de 10^{-23} s, este es el tiempo aproximado en el que un pión relativista ($v \simeq c$) cruza una distancia del orden de un fermi. Debido a lo anterior causó mucha sorpresa cuando al rededor de 1947 se descubrieron, partículas con interacciones fuertes, pero con vidas medias del orden de 10^{-10} s. Este comportamiento hizo que se les denominara partículas extrañas. La explicación a este hecho fue dada por Pais, Gell-Mann y Nishijima asignando un nuevo número cuántico llamado extrañeza a estas partículas. La extrañeza se conserva en las interacciones fuertes pero no así en las interacciones débiles. Un ejemplo típico es la partícula Lambda a la que se le asigna extrañeza $S = -1$ y decae por medio de la reacción $\Lambda \rightarrow p\pi^-$ con una vida media de 2.5×10^{-10} s. La reacción anterior no procede a través de un proceso fuerte debido a la conservación de S y la vida media observada es consistente con un proceso débil. Analizando las diversas reacciones fuertes consistentes con la conservación de S se obtiene la siguiente tabla

Tabla 2.1

Partícula	Extrañeza	Partícula	Extrañeza
K^+	1	Σ^+	-1
K^0	1	Σ^0	-1
\bar{K}^0	-1	Σ^-	-1
K^-	-1	Ξ^-	-2
Λ^0	-1	Ξ^0	-2

¹ Los Leptones no actúan vía la fuerza fuerte mientras que los Bariones sí.

Una antipartícula cuenta con un número extraño de igual magnitud pero de signo contrario a su partícula, esto indica que Σ^+ no es la antipartícula de Σ^- , que Σ^0 y Ξ^0 tienen asociada una antipartícula y que (K^-, \bar{K}^0) son las antipartículas de (K^+, K^0) .

2.2 Isoespín

La experiencia muestra que las partículas elementales tienden a ocurrir en grupos con igual espín, masas aproximadamente iguales pero cargas diferentes. Por ejemplo, la masa del neutrón es similar a la del protón, y la masa del pión neutro es cercana a la de los piones cargados. Heisenberg sugirió en 1932 que el protón y el neutrón se pueden considerar como dos estados de una sola partícula llamada nucleón.

La búsqueda de argumentos como el anterior, se sustenta en principios de simetría y originó que se consideraran a partículas e incluso núcleos que difieren por su interacción electromagnética pero que tienen las mismas propiedades espacio-temporales (espín y paridad), como grupos o posibles estados de una sola partícula o núcleo. Ejemplos de estos son (n, p) , (π^+, π^0, π^-) , $(\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-)$, $({}^3\text{He}, {}^3\text{H})$. La diferencia entre las masas se debe a la presencia de la fuerza electromagnética.

La semejanza entre el neutrón y protón, así como entre las interacciones protón-protón², neutrón-neutrón y neutrón-protón, sugirieron la existencia de una simetría entre ellos, la cual puede describirse al introducir un nuevo número cuántico denominado isoespín o espín isotópico.

La conservación del isoespín en los procesos fuertes se puede conectar con la invariancia del Hamiltoniano ante transformaciones en el espacio de isoespín. El grupo relevante es el SU(2) por lo cual el formalismo es equivalente al que describe el espín. De acuerdo a lo anterior el neutrón y el protón son los dos estados posibles del nucleón³ que se relacionan

² La semejanza puede observarse también a través de la máxima estabilidad nuclear, pues esto ocurre cuando es igual el número de protones y neutrones.

³ Heisenberg fue el primero en tratar a n y p como una sola partícula refiriéndosele como Nucleón

cuando se efectua una rotación en el espacio de isoespín. Resultando entonces que el isoespín del nucleón N es (ver apéndice C) $I = \frac{1}{2}$ con proyecciones $I_3 = \pm \frac{1}{2}$.

Un estado de isoespín \uparrow y proyección I_3 se caracteriza por medio del vector $|I, I_3\rangle$, por ejemplo:

$$|p\rangle = |1/2, 1/2\rangle, \text{ mientras que } |n\rangle = |1/2, -1/2\rangle. \quad (2.2.1)$$

Al pion se le considera como un *triplete* de isoespín (π^+ , π^0 , π^-) por lo que $I = 1$ con proyecciones $I_3 = \pm 1, 0$. La partícula lambda Λ no se encuentra acompañada por partículas de características semejantes, por lo que se le considera como un *singlete* $I=I_3 = 0$. La asignación de isoespín a los kaones es una prueba de lo que se puede lograr al utilizar el concepto de simetría, puesto que al principio se conocían 3 kaones (K^+ , K^0 , K^-) y bien se podía pensar que formaban un triplete. Sin embargo como se observa en la tabla 2.1 K^+ y K^- tienen extrañeza contraria por lo que se supuso la existencia de la antipartícula del $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$ pudiéndose formar el doblete (K^+ , K^0) y su antidoblete (\bar{K}^0 , K^-). La partícula sigma ocurre en tres estados de carga (Σ^+ , Σ^0 , Σ^-) originando un triplete, como se mencionó este triplete no es el mismo que su antitriplete como en el caso de los piones; puesto que Σ^+ no es la antipartícula de Σ^- debido a la presencia de la extrañeza. Esta suele definirse a partir de la relación empírica de Gell-Mann-Nishijima que relaciona la carga de la partícula con la tercera componente del isoespín y la *Hipercarga*:

$$\frac{Q}{e} = I_3 + \frac{Y}{2} = I_3 + \frac{(S+B)}{2} \quad (2.2.2)$$

donde Y es el operador de hipercarga, que se define como la suma del número extraño más el número Bariónico B.

Como el formalismo de isoespín es similar al de espín, se tiene $[J_j, I_i] = i\epsilon_{ijk} I_k$, utilizando (2.2.2) podemos ver que

$$[Q, I_3] = 0, \quad [Q, I_{1,2}] \neq 0 \quad (2.2.3)$$

Esto nos dice que el operador de carga no es invariante bajo isorotaciones⁴ lo cual indica que la carga viola la conservación del isoespín. En forma más general podemos decir que si el

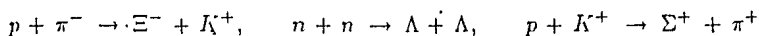
⁴ En este punto debemos mencionar que el isoespín es una propiedad intrínseca y no tiene semejanza con rotaciones espaciales.

Hamiltoniano se divide en una contribución fuerte y otra electromagnética:

$H = H_{fuerte} + H_{electrom.}$ se tiene que⁵

$$[H_{elect.}, I_3] \neq 0, \quad [H_{fuerte}, I_3] = 0. \quad (2.2.4)$$

El hecho de que la contribución electromagnética al hamiltoniano total sea muy pequeña comparada con la fuerte (cerca del uno por ciento) origina que la simetría del isoespín pueda considerarse válida con buena precisión. Como sabemos una interacción fuerte conserva carga, número barionico, isoespín y extrañeza, sin embargo a partir de la ecuación (2.2.2) resulta equivalente pedir la conservación de la tercera componente del isoespín I_3 o la conservación del número extraño; esta invariancia produce serias limitaciones en los procesos fuertes, por ejemplo, reacciones como:



se encuentran estrictamente prohibidas por la falta de conservación en la tercera componente de isoespín, aunque cumplan todas las demás leyes de conservación.

2.3 Dispersión de Protones por K^- -Mesones

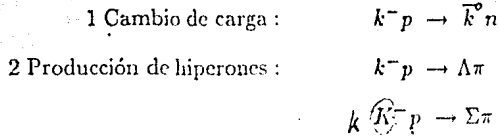
En el estudio de las interacciones mesón-barión el paradigma lo constituye el sistema pión-nucleón; que ha sido analizado ampliamente durante decadas y con diversos grados de sofisticación. El conocimiento que se tiene de los sistemas mesón-barión con extrañeza ± 1 es mucho más limitado. como se mencionó en la introducción, la información acerca de este sistema se puede obtener a partir del estudio de átomos kaónicos o de la dispersión kaón-nucleón⁶ En el último caso es posible producir rayos de kaones positivos k^+ o negativos k^- que al inducir sobre protones da lugar a las reacciones k^+p y k^-p respectivamente.

La reacción con extrañeza +1 es mucho más sencilla, a bajas energías, solo da lugar a la dispersión elastica $k^+p \rightarrow k^+p$. No sucede así con la dispersión k^-p ($S = -1$). Ya que aun

⁵ El que $[H_{fuerte}, I_3] = 0$ pero $[H, I_3] \neq 0$ produce lo que se llama como rompimiento de simetría.

⁶ La dispersión pión-hiperón no es factible desde un punto de vista experimental.

en el umbral puede dar lugar, además de la reacción elástica, a los siguientes procesos:



con todas las posibles combinaciones de carga, consistentes con su conservación. En el caso en el que se desprecie la diferencia de masa para los multipletes de isoespín el umbral $\bar{K}N$ corresponde a la energía $m_k + m_N = 1431 \text{ MeV}$; mientras que $m_\Lambda + m_\pi = 125 \text{ MeV}$ y $m_\Sigma + m_\pi = 1328 \text{ MeV}$. Cerca de las energías de interés existen dos resonancias que contribuyen de manera importante al proceso: la Λ^* con $J^P = 1/2^-$, masa $m_{\Lambda^*} = 1405 \text{ MeV}$ y anchura $\Gamma = 40 \pm 10 \text{ MeV}$ y la Σ^* con $J^P = 3/2^-$, $m_{\Sigma^*} = 1385 \text{ MeV}$ y $\Gamma = 35 \text{ MeV}$. La estructura de Λ^* ha sido motivo de controversia durante mucho tiempo, ya que de acuerdo a algunas interpretaciones corresponde a un estado ligado $\bar{K}N$, resultado de intercambios mesónicos. Mientras que de acuerdo a otros modelos es un estado de tres quarks, que en la clasificación de $SU(3)$ aparece como un singlete.

Para conocer las reacciones posibles, se utiliza el hecho de que tanto el isoespín como su tercera componente son una constante del movimiento, siempre y cuando no tomemos en cuenta los efectos electromagnéticos. Según la ecuación (2.2.1)

$$K^- = |1/2, -1/2\rangle \quad \text{y} \quad p = |1/2, 1/2\rangle \quad (2.3.1)$$

y utilizando los coeficientes de Clebsch-Gordan se obtiene que para el estado K^-P contribuyen el isoespín total $I=1$ e $I=0$,

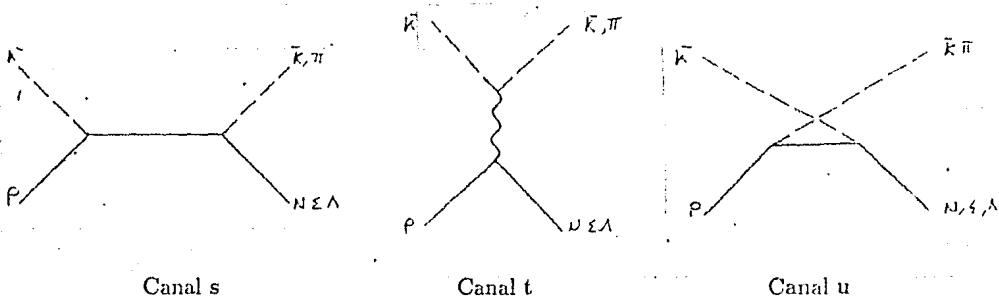
$$\begin{aligned}
 K^- p & \longrightarrow |1, 0\rangle \quad \text{para isoespín total } I = 1, \\
 K^- p & \longrightarrow |0, 0\rangle \quad \text{para isoespín total } I = 0.
 \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

Entonces los estados que son compatibles con estos dos pueden ser

Elastico	$K^- 1/2; -1/2\rangle \quad p 1/2, 1/2\rangle$	Con $I = 1, 0$
Cambio de carga	$K^0 1/2, 1/2\rangle \quad n 1/2, -1/2\rangle$	Con $I = 1, 0$
Sigma Mas Pion Menos	$\Sigma^+ 1, 1\rangle \quad \pi^- 1, -1\rangle$	Con $I = 2, 1, 0$
Sigma Menos Pion Mas	$\Sigma^- 1, -1\rangle \quad \pi^+ 1, 1\rangle$	Con $I = 2, 1, 0$
Sigma cero Pion cero	$\Sigma^0 1, 0\rangle \quad \pi^0 1, 0\rangle$	Con $I = 2, 1, 0$
Lambda Pion cero	$\Lambda 0, 0\rangle \quad \pi^0 1, 0\rangle$	Con $I = 1$

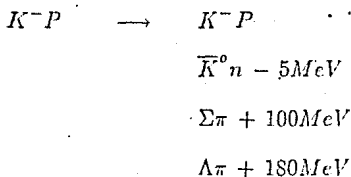
La contribución del estado $I = 2$ no se considera pues inicialmente sólo se tiene contribución de isoespín 1 y 0.

El proceso puede describirse por medio de diagramas de Feynman (ver capítulo 1), por lo que debemos buscar que partículas⁷ pueden ser las que realizan el papel de virtuales en los 3 canales posibles



La conservación del número barionico implica que en el canal s y u solo se deben intercambiar un barión, mientras que el canal t se intercambia un bosón⁸.

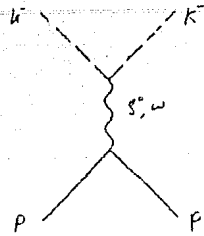
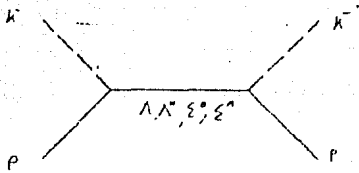
Además la conservación de la extrañeza exige que la partícula en el canal s sea de extrañeza -1, mientras que en el canal t y u la extrañeza puede ser -1 o 0 dependiendo de la reacción final. Mientras que la conservación de la carga y del momento angular en cada vértice depende del canal y del proceso. A continuación consideramos los diagramas de Feynman para los siguientes procesos



⁷ Los mediadores de la fuerza fuerte son los gluones, pero lo que observamos en la reacción debido a que estamos a bajas energías es una fuerza derivada de la fuerte por lo que los mediadores son partículas.

⁸ Se incluyen aquellas partículas cuya masa es cercana a las energías de interés.

$$K^- p \rightarrow K^- p$$

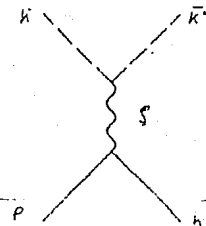
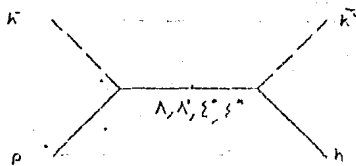


Canal s: Barión, con carga cero, extrañeza -1, \Rightarrow partícula intercambiada: $\Lambda, \Lambda^*, \Sigma^0, \Sigma^{*0}$

Canal t: Mesón, carga cero, extrañeza cero⁹ $\Rightarrow \rho^0$ y ω

Canal u: No existe pues requeriría una partícula de carga +2

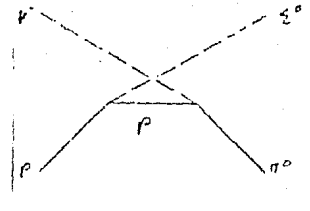
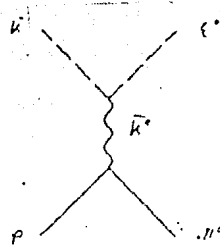
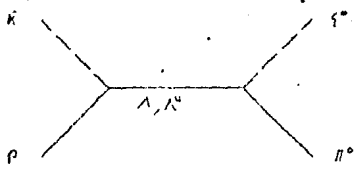
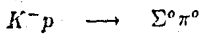
$$K^- p \rightarrow \bar{K}^0 n$$



Canal s: Barión, Carga cero, Extrañeza -1, $\Rightarrow \Lambda, \Lambda^*, \Sigma^0, \Sigma^{*0}$.

Canal t: Mesón, Extrañeza cero, carga puede ser -1 si consideramos que la partícula es creada en el vértice de arriba, pero si consideramos que se crea en el de abajo será de carga +1 entonces puede ser tanto ρ^- como ρ^+ , pero en la sección 1.3.1 se demostró que los diagramas son invariantes porque el propagador representa a la partícula y a la antipartícula al mismo tiempo y dado que $\bar{\rho}^+ = \rho^-$ basta con decir que la partícula virtual es la ρ .

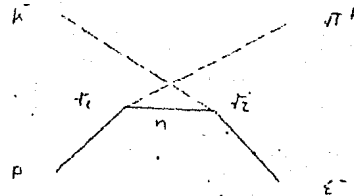
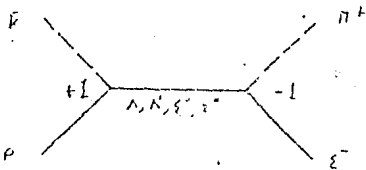
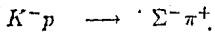
⁹ También cumplen el π^0 y la η pero estos son de $J = 0$ por lo que no se conserva el momento angular.



Canal s: Barión, Carga cero, Extrañeza -1, $\Rightarrow \Lambda, \Lambda^*$, la Σ^0 no contribuye pues el coeficiente de isoespín para este acoplamiento es cero.

Canal t: Mesón, carga ± 1 (según la dirección de la partícula), Extrañeza ± 1 , $\Rightarrow K^{*+}$ (890) = \bar{K}^{*-} (890).

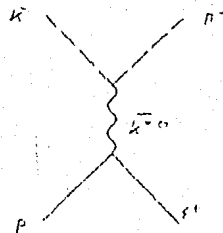
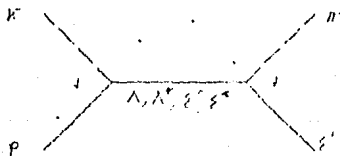
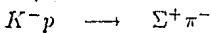
Canal u: Barión, Carga positiva, Extrañeza cero, \Rightarrow Protón (p).



Canal s: Barión, carga cero, extrañeza -1, $\Rightarrow \Lambda, \Lambda^*, \Sigma^0, \Sigma^{*0}$.

Canal t: no contribuye, se necesita un mesón de carga ± 2

Canal u: Barión, carga cero, extrañeza cero \Rightarrow neutrón (n).

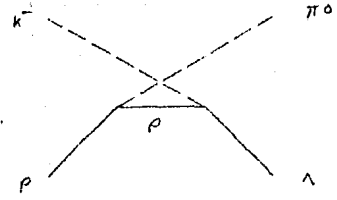
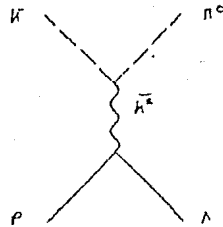
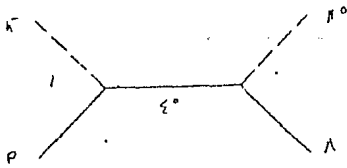


Canal s: Barión, carga cero, extrañeza -1, $\Rightarrow \Lambda, \Lambda^*, \Sigma^0, \Sigma^{*0}$.

Canal t: Mesón, extrañeza ± 1 , carga cero $\Rightarrow \bar{K}^{*0}$ (890) = \bar{K}^{*0} (890).

Canal u: no contribuye.

$$K^- p \rightarrow \Lambda \pi^0$$



Canal s: Barión, carga cero, extrañeza -1 , $\Rightarrow \Sigma^0, \Sigma^{*0}$ la Λ y Λ^* no aparecen pues en este proceso sólo contribuye el canal de $I = 1$.

Canal t: Mesón, extrañeza ± 1 , carga $\pm 1 \Rightarrow \bar{K}^{*0}$ (890).

Canal u: Barión, carga positiva, extrañeza cero \Rightarrow próton (p).

Sección Eficaz y Matriz de Transición

La mayoría de la información sobre las propiedades de las partículas y sus interacciones, surge a partir de datos experimentales que se obtienen al analizar los decaimientos y las colisiones entre estas partículas. Es por esta razón que para estudiar la reacción $\bar{K}P$ debemos calcular la sección eficaz, donde la información dinámica se obtiene al calcular la matriz de transición M_{if} . Dentro del presente formalismo surge la importancia de los diagramas de Feynman, pues estas gráficas (sección 1.3) representan el desarrollo en serie de la matriz de transición, originada por un potencial de interacción V , la cual a primer orden toma la forma:

$$T_{ss'} = -i \sum (\text{vértice final}) (\text{propagador}) (\text{vértice inicial}), \quad (3.0.1)$$

donde s y s' son los espines iniciales y finales de los fermiones, y la suma es sobre todos los canales y procesos posibles.

3.1 Obtención de la Sección Eficaz^{[2], [4], [7]}

La parte fundamental del problema consiste en encontrar un operador a partir del cual se generen todos los posibles estados finales de un sistema, dado uno inicial. Si $|i\rangle$ representa a este estado inicial, el resultado de la colisión se puede escribir como la superposición $\sum |f\rangle \langle f|\mathcal{S}|i\rangle$ donde la suma se efectúa sobre los posibles estados finales $|f\rangle$, y

$$S_{fi} \equiv \langle f|\mathcal{S}|i\rangle, \quad (3.1.1)$$

es la matriz de dispersión. Si no existe interacción entre partículas el estado del sistema permanece inalterado y la ecuación anterior sugiere que $S_{fi} = 1$; entonces para separar la parte sin interacción, es conveniente escribir a la matriz de dispersión como:

$$S_{fi} = \delta_{fi} + i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_f - P_i) T_{f,i}. \quad (3.1.2)$$

La función delta¹ expresa la conservación del momento y la energía en el proceso, T_{fi} es la llamada matriz de dispersión. Cuando el modulo $|S_{fi}|$ se eleva al cuadrado, se obtiene la probabilidad de transición entre el estado $|i\rangle$ y $|f\rangle$. Una de las dos funciones delta que se encuentra en $|S_{fi}|^2$ se integra sobre un volumen² V , y un intervalo de tiempo t (tiempo de la interacción), para dar como resultando $Vt/(2\pi)^4$, por lo que la ecuación (3.1.2) queda como:

$$|S_{fi}|^2 = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_f - P_i) T_{fi} V t. \quad (3.1.3)$$

Entonces la probabilidad de transición por unidad de tiempo y volumen es

$$\mathcal{W}_{fi} = \frac{|S_{fi}|^2}{Vt} = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_f - P_i) T_{fi}, \quad (3.1.4)$$

Para obtener una Sección eficaz la cual pueda compararse con los experimentos debemos evitar la dependencia con parametros particulares de estos; como son el flujo de partículas incidentes y el número de partículas blanco. Para evitar la primer dependencia mencionada debemos obtener el número de partículas que pasan por unidad de área en una unidad de tiempo i.e. $\frac{v_a |2E_1|}{V}$, donde v_a es la velocidad y el factor $2E$ se debe a que hemos tomado la convención de normalizar a $2E$ partículas en el volumen V . Para evitar la segunda dependencia, encontramos que el número de partículas blanco por unidad de volumen considerando la normalización escogida, es $\frac{2E_2}{V}$. La cantidad de interés físico se obtiene al dividir \mathcal{W}_{fi} por estos dos factores, i.e. por la cantidad

$$\frac{|v_a| 2E_1 2E_2}{V^2}. \quad (3.1.5)$$

La sección eficaz debe tener en cuenta a los estados finales de la reacción, para lo cual recordamos que la mecánica cuántica restringe los estados de una partícula en un volumen V con momento d^3p por lo que su espacio fase resulta ser $\frac{V d^3p}{(2\pi)^3}$, y entonces el número de estados finales por partícula será

$$\frac{V d^3p}{(2\pi)^3 2E}. \quad (3.1.6)$$

¹ esta función esta escrita en cuatro dimensiones i.e. su dependencia es de los cuadrimentos iniciales y finales, y según sea el canal será el valor de P_f y P_i .

² posteriormente el volumen debe hacerse tender a infinito para que se considere a todo el espacio

Como se menciona, hemos utilizado la convención de normalizar a $2E$ partículas en el volumen V . Por lo que todas las funciones de partículas con espín $0, \frac{1}{2}, 1$ y $\frac{3}{2}$ que utilizaremos tienen en común el factor $\frac{1}{\sqrt{2E}} = \frac{1}{\sqrt{V}}$, y es conveniente omitir este factor en la función de onda para incluirlo en la expresión de la probabilidad

$$T_{fi} = \frac{M_{fi}}{\sum \sqrt{V}}, \quad (3.1.7)$$

donde la suma en el denominador es sobre todas las partículas iniciales y finales. La expresión para la sección eficaz se obtiene finalmente al utilizar las ecuaciones (3.1.4)-(3.1.7)

$$d\sigma = \frac{|M_{fi}|^2}{V^4} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_f - P_i) \frac{V^2}{2E_1 E_2 |v_a|} \frac{V}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_3}{2E_3} \frac{V}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_4}{2E_4} \quad (3.1.8)$$

3.2 Lagrangianos de Interacción y Constantes de Acoplamiento

Para calcular la matriz de transición según la ecuación (3.0.1) sólo nos falta por conocer los vértices puesto que los propagadores se encuentran en la tabla (1.3).

Ahora bien si observamos los diagramas de Feynman podemos observar que cada vértice se interpreta como la interacción entre tres partículas y por lo tanto tiene que estar relacionado con el lagrangiano de interacción. De hecho el vértice se relaciona con el lagrangiano de interacción por medio de la fórmula

$$\text{Vértice} = -i \langle p_3 \lambda_3 | \mathcal{L}_{Int} | p_1, \lambda_1, p_2, \lambda_2 \rangle \equiv \langle 3 | 1, 2 \rangle, \quad (3.1.1)$$

donde p_i se refiere al momento de las partículas y λ_i a su helicidad. Recordemos que los lagrangianos de la tabla 2 contienen una constante que llamamos constante de acoplamiento y que aparece en cada vértice indicándonos, según su valor, la intensidad de el acoplamiento entre las partículas que interactúan. El número de constantes de acoplamiento independientes puede reducirse si tomamos en cuenta que para las interacciones fuertes el isospín es un buen número cuántico. por lo tanto utilizamos la simetría³ $SU(2)$ para escribir los lagrangianos.

³ Ver apéndice C.

Para ejemplificar el procedimiento, desarrollaremos el lagrangiano de la interacción sigma, nucleón, anti-kaón (Σ, N, \bar{K}).

$$\mathcal{L}_{\Sigma N \bar{K}} = g \bar{u}_{\Sigma}^i \gamma^5 \Phi_{\bar{K}}^* \tau_i u_N$$

El espino U_{Σ} tiene tres componentes de isoespín (ec. C.20) y se contrae con las tres matrices τ_i , mientras que el espino del nucleón U_N y la función $\Phi_{\bar{K}}$ tienen dos componentes de isoespín (ec. C.17). Por lo que el lagrangiano se puede desarrollar como

$$\mathcal{L}_{\Sigma N \bar{K}} = g [\bar{u}_{\Sigma}^1 \gamma^5 \Phi_{\bar{K}}^* \tau_1 u_N + \bar{u}_{\Sigma}^2 \gamma^5 \Phi_{\bar{K}}^* \tau_2 u_N + \bar{u}_{\Sigma}^3 \gamma^5 \Phi_{\bar{K}}^* \tau_3 u_N],$$

usando la (ec C.21) obtenemos

$$\mathcal{L}_{\Sigma N \bar{K}} = g \left[\frac{\bar{u}_{\Sigma^-}}{\sqrt{2}} \gamma^5 (\Phi_{\bar{K}^+}^* \tau_1 u_N - i \Phi_{\bar{K}^0}^* \tau_2 u_N) + \frac{\bar{u}_{\Sigma^+}}{\sqrt{2}} \gamma^5 (\Phi_{\bar{K}^+}^* \tau_1 u_N + i \Phi_{\bar{K}^0}^* \tau_2 u_N) + \bar{u}_{\Sigma^0} \gamma^5 \Phi_{\bar{K}^+}^* \tau_3 u_N \right]$$

$$\text{donde } \Phi_{\bar{K}^+}^* \tau_1 u_N = \Phi_{\bar{K}^+} u_n + \Phi_{\bar{K}^0} u_p$$

$$\Phi_{\bar{K}^+}^* \tau_2 u_N = i(\Phi_{\bar{K}^+} u_n - \Phi_{\bar{K}^0} u_p)$$

$$\Phi_{\bar{K}^+}^* \tau_3 u_N = \Phi_{\bar{K}^+} u_p - \Phi_{\bar{K}^0} u_n$$

por lo que

$$\mathcal{L}_{\Sigma N \bar{K}} = g [\sqrt{2} \bar{u}_{\Sigma^-} \gamma^5 \Phi_{\bar{K}^+} u_n + \sqrt{2} \bar{u}_{\Sigma^+} \gamma^5 \Phi_{\bar{K}^0} u_p + \bar{u}_{\Sigma^0} \gamma^5 (\Phi_{\bar{K}^+} u_p - \Phi_{\bar{K}^0} u_n)].$$

Tenemos entonces que todos los vértices $\Sigma N \bar{K}$ tienen la misma constante g multiplicada por un factor numérico dependiendo de los estados de carga, i.e.

$$\mathcal{L}_{\Sigma N \bar{K}} = g \left[\begin{array}{c} \bar{\nu} \\ \sqrt{2} \\ \eta \end{array} \begin{array}{c} \nu \\ \zeta^- \end{array} \right] + \begin{array}{c} \bar{\nu} \\ \sqrt{2} \\ \rho \end{array} \begin{array}{c} \nu \\ \zeta^+ \end{array} \left] + \begin{array}{c} \bar{\nu} \\ \rho \end{array} \begin{array}{c} \nu \\ \zeta^0 \end{array} \right] + (-1) \begin{array}{c} \bar{\nu} \\ \eta \end{array} \begin{array}{c} \nu \\ \zeta^0 \end{array} \left] \right.$$

Sin embargo el lagrangiano $\mathcal{L}_{\Sigma N \bar{K}}$ no está completo pues falta sumarle su hermitiano conjugado para garantizar que sea real.

$$\mathcal{L}_{\Sigma N \bar{K}} = g \bar{u}_{\Sigma}^i \gamma^5 \Phi_{\bar{K}}^* \tau_i u_N + \text{h.c.}$$

$$\text{h.c.} = (g \bar{u}_{\Sigma}^i \gamma^5 \Phi_{\bar{K}}^* \tau_i u_N)^* = g^* u_N^* \tau_i^* \Phi_{\bar{K}}^{*5} \bar{u}_{\Sigma}^{i*}$$

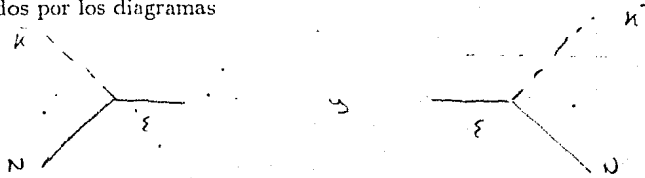
utilizando que $\bar{u} \equiv u^\dagger \gamma^0$, $g = g^*$, $\tau_i = \tau_i^*$, $\gamma^5 = \gamma^{5*}$, $\gamma^0 = \gamma^{0*}$ y $\{\gamma^5, \gamma^0\} = 0$ obtenemos que:

$$\text{h.c.} = g(u_N^\dagger \tau_i \Phi_{\bar{\kappa}} \gamma^5 \gamma^0 u_E^i) = -g(u_N^\dagger \gamma^0 \tau_i \Phi_{\bar{\kappa}} \gamma^5 u_E^i).$$

Por lo que la expresión completa para el lagrangiano $\Sigma \bar{N} \bar{K}$ queda como

$$\mathcal{L}_{\Sigma \bar{N} \bar{K}} = g \bar{u}_E^i \gamma^5 \Phi_{\bar{\kappa}}^* \tau_i u_N + \bar{u}_N \tau_i \Phi_{\bar{\kappa}} \gamma^5 u_E^i.$$

Este es el lagrangiano completo⁴ que toma en cuenta los procesos de absorción y emisión de Σ , representados por los diagramas



En este caso los dos vértices se pueden calcular y el resultado usando la (ec. 3.1.1) es:

$$\langle \bar{\kappa} N | \Sigma \rangle = \langle \Sigma | \bar{\kappa} N \rangle = g \gamma^5 \tau_i$$

Considerando que el procedimiento es casi equivalente para los demás lagrangianos, escribimos a continuación los lagrangianos y vértices necesarios para la reacción $\bar{K} P$.

3.3 Lagrangianos Con Acoplamiento Escalar y Pseudoescalar

Para encontrar el acoplamiento entre la partícula Λ^* con $\bar{N} \bar{K}$ debemos de tomar en cuenta que la primera es un singlete de isoespín, mientras que las otras dos son dobletes y todas tienen isoparidad⁵ distinta. En cuanto a paridad y espín tenemos $(\frac{1}{2}^-, \frac{1}{2}^+, 0^-)$ respectivamente. Un lagrangiano posible de acuerdo a las simetrías del problema es de tipo *escalar*⁶:

⁴ El colocar una i es para que el vértice resulte real y facilitar las operaciones

⁵ Ver *apendice C*

⁶ Ver *capítulo 1 y tabla 1.2*

$$\mathcal{L}_{\Lambda^* N \bar{K}} = ig(\bar{u}_{\Lambda^*} \Phi_{\bar{K}}^* u_N - \bar{u}_N \Phi_{\bar{K}} u_{\Lambda^*}) < p \kappa^- | \Lambda^* > = < n \bar{\kappa}^0 | \Lambda^* >$$

En general, para asignar los lagrangianos de la tabla 1.2, se debe tomar en cuenta la asignación de números cuánticos dados en el apéndice C; así la lista de lagrangianos posibles es la siguiente⁷:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\Lambda N \bar{K}} &= ig(\bar{u}_{\Lambda} \gamma^5 \Phi_{\bar{K}}^* u_N + \bar{u}_N \Phi_{\bar{K}} \gamma^5 u_{\Lambda}) \\ \mathcal{L}_{\Lambda^* \Sigma} &= ig(\bar{u}_{\Lambda^*} u_{\Sigma}^i \Phi_{\pi}^i - \Phi^{*i} \bar{u}_{\Sigma}^i u_{\Lambda^*}) \\ \mathcal{L}_{\Lambda \Sigma} &= ig(\bar{u}_{\Lambda} \gamma^5 u_{\Sigma}^i \Phi_{\pi}^i + \Phi^{*i} \bar{u}_{\Sigma}^i \gamma^5 u_{\Lambda}) \\ \mathcal{L}_{\Sigma \Sigma} &= ig \bar{u}_{\Sigma} \gamma^5 \vartheta_i u_{\Sigma} \Phi_{\pi}^i \quad \text{donde } \vartheta_i \text{ se define en (ec. C.14)} \\ \mathcal{L}_{NN} &= ig \bar{u}_N \gamma^5 \tau_i u_N \Phi_{\pi}^i \end{aligned}$$

3.4 Lagrangianos Con Acoplamiento Vectorial y Seudovectorial

El desarrollo para obtener un lagrangiano vectorial o pseudovectorial es del estilo al realizado en la sección anterior pero usando además $\gamma^{\mu 1} = \gamma^0 \gamma^{\mu} \gamma^0$ y $\gamma^{\mu} q_{\mu} = \not{q}$. Debemos notar que la constante de acoplamiento para el caso vectorial y pseudovectorial no es adimensional como el caso escalar y pseudoescalar, esto origina que los acoplamientos no sean renormalizables^[6], así es que distinguiremos el acoplamiento vectorial o pseudovectorial del escalar o pseudoescalar denotándolo por f en lugar de g . Sin embargo el interés que tenemos en utilizar estos lagrangianos, se debe al hecho de que son consistentes con la simetría quiral. Y nos interesa comparar los resultados obtenidos de lagrangianos pseudoescales con aquellos obtenidos a partir de lagrangianos pseudovectoriales.

Existe una relación aproximada entre f y g si consideramos que en el vértice las partículas están en capa y tratamos a las tres partículas como libres, esto es, usando el lagrangiano 4 de la tabla 1.2 $if \bar{u} \gamma^5 \gamma_{\mu} u \partial^{\mu} \Phi = if \bar{u} \gamma^5 \not{q} u \Phi$ y considerando el canal s tenemos

$$q = (p + q) \Rightarrow \not{q} = \not{q} - \not{p}, \quad \mathcal{L} = -if \bar{u} \gamma^5 (\not{q} - \not{p}) u \Phi$$

⁷ De cada lagrangiano se obtiene, usando $SU(2)$, los posibles vértices existentes entre las partículas que interactúan. Ver apéndice D

ahora usando la ecuación de Dirac sin interacción se obtiene

$$if(m_1 + m_v)\bar{u}\gamma^5 u\Phi = ig\bar{u}\gamma^5 u\Phi \Rightarrow f = \frac{g}{(m_1 + m_v)}, \quad (3.4.1)$$

y para los lagrangianos en los que no aparece la matriz γ^5 la relación cambia a:

$$f = \frac{g}{(m_1 - m_v)}.$$

En el caso vectorial y pseudovectorial se obtiene un número mayor de lagrangianos debido a que se puede hacer acoplamientos con partículas vectoriales, es por esto que conviene presentarlos en el siguiente orden:

Lagrangianos mesón-barión- Λ^*

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\Lambda^* N \bar{K}} &= g(\bar{u}_{\Lambda^*} \gamma^\mu \partial_\mu \Phi_{\bar{K}}^* u_N + \bar{u}_N \partial_\mu \Phi_{\bar{K}} \gamma^\mu u_{\Lambda^*}) \\ &= -ig(\bar{u}_{\Lambda^*} \not{d}_i \Phi_{\bar{K}}^* u_N - \bar{u}_N \not{d}_j \Phi_{\bar{K}} u_{\Lambda^*}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\Lambda^* \Sigma \pi} &= g(\bar{u}_{\Lambda^*} \gamma^\mu u_\Sigma^i \partial_\mu \Phi_\pi^{*i} + \bar{u}_\Sigma^i \gamma^\mu u_{\Lambda^*} \partial_\mu \Phi_\pi^i) \\ &= -ig(\bar{u}_{\Lambda^*} \not{d}_i \Phi_\pi^{*i} u_\Sigma - \bar{u}_\Sigma^i \not{d}_j \Phi_\pi^i u_{\Lambda^*}) \end{aligned}$$

Lagrangianos mesón-barión- Σ^*

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\Sigma^* N \bar{K}} &= g(\bar{u}_{\Sigma^*}^i u_N \tau_i \partial_\mu \Phi_{\bar{K}}^* + \partial_\mu \Phi_{\bar{K}}^* \tau_i \bar{u}_N u_{\Sigma^*}^i) \\ &= -ig(\partial_\mu \Phi_{\bar{K}}^* \tau_i \bar{u}_N u_{\Sigma^*}^i - \bar{u}_{\Sigma^*}^i u_N \tau_i \partial_\mu \Phi_{\bar{K}}^*) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\Lambda \Sigma^* \pi} &= g(\bar{u}_{\Sigma^*}^i u_\Lambda^j \partial_\mu \Phi_\pi^i + \partial_\mu \Phi_\pi^{*i} \bar{u}_\Lambda u_{\Sigma^*}^j) \\ &= -ig(y_\mu \Phi_\pi^{*i} \bar{u}_\Lambda u_{\Sigma^*}^j - \bar{u}_{\Sigma^*}^i u_\Lambda^j q_\mu \Phi_\pi^i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\Sigma^* \Sigma \Pi} &= ig(\bar{u}_{\Sigma^*}^i \vartheta_i u_\Sigma \partial_\mu \Phi_\pi^i + \partial_\mu \Phi_\pi^{*i} \bar{u}_\Sigma \vartheta_i u_{\Sigma^*}^i) \\ &= -ig(\partial_\mu \Phi_\pi^{*i} \bar{u}_\Sigma \vartheta_i u_{\Sigma^*}^i - \bar{u}_{\Sigma^*}^i \vartheta_i u_\Sigma \partial_\mu \Phi_\pi^i) \end{aligned}$$

Lagrangianos vector-barión-barión

$$\mathcal{L}_{NN\rho} = ig \bar{u}_N \gamma_\mu \tau_i u_N \Phi_\rho^{i\mu}$$

$$\mathcal{L}_{NN\omega} = ig \bar{u}_N \gamma_\mu u_N \Phi_\omega^\mu$$

$$\mathcal{L}_{NA\bar{K}} = ig (\bar{u}_\Lambda \gamma^\mu \Phi_{\bar{K}}^{*\mu} u_N - \bar{u}_N \gamma^\mu \Phi_{\bar{K}} u_\Lambda)$$

$$\mathcal{L}_{N\Sigma\bar{K}} = ig (\bar{u}_\Sigma^i \gamma^\mu \Phi_{\bar{K}}^{*\mu} \tau_i u_N - \bar{u}_N \gamma^\mu \tau_i \Phi_{\bar{K}} u_\Sigma^i)$$

Lagrangianos mesón-mesón-vector

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\bar{K}^* \bar{K} \pi} &= g (\Phi_{\bar{K}}^{*\mu} \partial_\mu \Phi_\pi^i \tau_i \Phi_{\bar{K}}^\mu + \Phi_{\bar{K}}^{*\mu} \tau_i \Phi_\pi^{i*} \partial_\mu \Phi_{\bar{K}}) \\ &= -ig (q_{\bar{K}} + q_\pi)_\mu \Phi_\pi^{i*} \Phi_{\bar{K}} \tau_i \Phi_{\bar{K}}^\mu - ig \Phi_{\bar{K}}^{*\mu} \tau_i (q_\pi + q_{\bar{K}})_\mu \Phi_{\bar{K}}^* \Phi_\pi^i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\bar{K}^* \bar{K} \omega} &= g \Phi_{\bar{K}}^{*\mu} \partial_\mu \Phi_{\bar{K}} \Phi_\omega^\mu \\ &= ig \Phi_{\bar{K}}^{*\mu} (q_i + q_f)_\mu \Phi_{\bar{K}} \Phi_\omega^\mu \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\bar{K}^* \bar{K} \rho} &= g \Phi_{\bar{K}}^{*\mu} \partial_\mu \tau_i \Phi_{\bar{K}} \Phi_\rho^\mu \\ &= ig \Phi_{\bar{K}}^{*\mu} (q_i + q_f)_\mu \tau_i \Phi_{\bar{K}} \Phi_\rho^\mu \end{aligned}$$

Lagrangianos barión-barión-mesón

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\Lambda N \bar{K}} &= g(\bar{u}_\Lambda \gamma^5 \gamma^\mu \partial_\mu \Phi_\Lambda^* u_N + \bar{u}_N \partial_\mu \Phi_{\bar{K}} \gamma^5 \gamma^\mu u_\Lambda) \\ &= -ig(\bar{u}_\Lambda \gamma^5 \not{d}_i \Phi_{\bar{K}}^* u_N - \bar{u}_N \gamma^5 \not{d}_j \Phi_{\bar{K}} u_\Lambda)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\Sigma N \bar{K}} &= g(\bar{u}_\Sigma^i \gamma^5 \gamma^\mu \partial_\mu \Phi_{\bar{K}}^* \tau_i u_N + \bar{u}_N \tau_i \partial_\mu \Phi_{\bar{K}} \gamma^5 \gamma^\mu u_\Sigma^i) \\ &= -ig(\bar{u}_\Sigma^i \gamma^5 \not{d}_i \Phi_{\bar{K}}^* \tau_i u_N - \bar{u}_N \tau_i \Phi_{\bar{K}} \gamma^5 \not{d}_j u_\Sigma^i)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\Lambda \Sigma \pi} &= g(\bar{u}_\Lambda \gamma^5 \gamma^\mu u_\Sigma^i \partial_\mu \Phi_\pi^{*i} + \bar{u}_\Sigma^i \gamma^5 \gamma^\mu u_\Lambda \partial_\mu \Phi_\pi^i) \\ &= -ig(\bar{u}_\Lambda \gamma^5 \not{d}_i \Phi_\pi^{*i} u_\Sigma^i - \bar{u}_\Sigma^i \gamma^5 \not{d}_j \Phi_\pi^i u_\Lambda)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\Sigma \Sigma \pi} &= g \bar{u}_\Sigma \gamma^5 \gamma^\mu \not{d}_i u_\Sigma^i \partial_\mu \Phi_\pi^{*i} \\ &= -ig \bar{u}_\Sigma \gamma^5 \not{d}_i \not{d}_i u_\Sigma^i \Phi_\pi^{*i}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{NN\pi} &= g \bar{u}_N \gamma^5 \gamma^\mu u_N \tau_i \partial_\mu \Phi_\pi^{*i} \\ &= -ig \bar{u}_N \gamma^5 \not{d}_i u_N \tau_i \Phi_\pi^{*i}\end{aligned}$$

Una vez calculados todos los vértices procedemos a obtener la matriz M_{if} para cada una de las gráficas de la página ,para lo cual utilizamos la ecuación (3.0.1) y (3.1.7)

3.5 Cálculo de M_{if} Para Acoplamientos Escalares y Pseudoescalares

Para los siguientes calculos consideramos que los procesos pueden representarse en forma esquemática como se muestra en el apendice B.

Canal S

* Para el caso de una partícula intercambiada en el canal S, de paridad negativa, espín $\frac{1}{2}$ e isoespín 0 tenemos

$$M_{if} = -i\bar{u}(p')(-G)\frac{i}{(\not{p} + \not{q}) - M} u_n(p), \quad (3.5.1)$$

donde $\bar{u}(p')$ es el espinor que representa a la partícula Σ o al nucleón, M es la masa de la partícula intercambiada que en este caso es la $\Lambda^*(1405)$, $g = g_{\bar{K}\Lambda^*\Lambda}$, G puede ser $g_{\Lambda^*\pi\Sigma}$ o $g_{\bar{K}\Lambda^*}$ y $p, p', q, q', m_1, m_4, m_2, m_3$ son los cuádrimomentos y las masas de los fermiones y mesones, iniciales y finales, respectivamente. Ahora usando la ec (B.15) obtenemos

$$M_{if} = -gG \bar{u}_\Sigma \frac{(\not{p} + \not{q} + M)}{s - M^2} u_N. \quad (3.5.2)$$

Tomando en cuenta la conservación del cuádrimomento en el canal s ; $q = p' + q'' = p'' + q''$, donde $q^2 = s$ y la ecuación de Dirac

$$\begin{cases} (\not{p} - m)u(p) = 0 \\ \bar{u}(p')(\not{p}' - m) = 0 \end{cases}$$

se obtiene:

$$M_{if} = \frac{-gG}{s - M^2} \bar{u} \left[\left(M + \frac{m_1 + m_4}{2} \right) + \frac{\not{q} + \not{q}'}{2} \right] u_N$$

por lo que la matriz M_{if} puede escribirse de forma general, en función de dos amplitudes elementales A y B que son escalares de Lorentz^[17]

$$M_{if} = \bar{u}(p') \left[A + \frac{(\not{q} + \not{q}')}{2} B \right] u(p), \quad (3.5.3)$$

donde:

$$A_{\Lambda^*} = -\frac{gG}{s - M^2} \left(M + \frac{m_1 + m_4}{2} \right) \quad y \quad B_{\Lambda^*} = -\frac{gG}{s - M^2}$$

* Partícula intercambiada de espín $\frac{1}{2}$ paridad positiva e isoespín 0 (Λ).

$$M_{if} = -i\bar{u}(p')gG\gamma^5 \frac{i}{(\not{p} + \not{q}) - M} \gamma^5 u_N(p)$$

Usando $\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0$ y $(\gamma^5)^2 = 1$ obtenemos:

$$A_\Lambda = \frac{gG}{s - M^2} \left(M - \frac{(m_4 + m_1)}{2} \right),$$

$$B_\Lambda = \frac{gG}{s - M^2} \begin{cases} g = g_{\bar{K}\Lambda} \\ G = g_{\Lambda^*\pi\Sigma}, \quad g_{\bar{K}\Lambda} \end{cases}$$

* Partícula intercambiada de espín $\frac{1}{2}$, paridad positiva isoespín 1 (Σ).

$$M_{if} = -i\bar{u}(p')gG\gamma^5 \begin{pmatrix} \not{q}_1 \\ \tau_1 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{i}{(\not{p} + \not{q}) - M} \gamma^5 \tau_1 u_N$$

dependiendo del estado final, será la matriz que actúa⁸ $\bar{K}P \rightarrow \begin{cases} \rightarrow \bar{K}N(\tau_i) \\ \rightarrow \pi\Sigma(\vartheta_i) \\ \rightarrow \pi\Lambda(1) \end{cases}$

$$A_{\Sigma} = \frac{gG}{s - M^2} \left(M - \frac{(m_4 + m_1)}{2} \right) \begin{pmatrix} \vartheta_i \tau_i \\ \tau_i \tau_i \\ 1 \tau_i \end{pmatrix},$$

$$B_{\Sigma} = \frac{-gG}{s - M^2} \begin{pmatrix} \vartheta_i \tau_i \\ \tau_i \tau_i \\ 1 \tau_i \end{pmatrix} \begin{cases} g = g_{\bar{K}N\Sigma} \\ G = g_{\Sigma\Sigma^*}, g_{\bar{K}N\Sigma} g_{\Lambda\Sigma^*} \end{cases}$$

Canal u

* Partícula intercambiada de espín $\frac{1}{2}$ paridad positiva e isoespín $\frac{1}{2}$ (N).

$$M_{fi} = -ig\bar{u}_{\Sigma}(p')\gamma^5 \tau_i \frac{i}{(\not{p} - \not{q}') - M_N} G\gamma^5 \tau_i u_N(p),$$

$$A_N = \frac{gG}{u - M_N^2} \frac{(m_N - m_{\Sigma})}{2} \tau_i \tau_i,$$

$$B_N = \frac{gG}{u - M_N^2} \tau_i \tau_i \begin{cases} g = g_{\bar{K}N\Sigma} \\ G = g_{N N^*} \end{cases}$$

3.6 Cálculo de M_{fi} Para Acoplamientos Vectorial y Seudovectorial

Canal S

* Partícula intercambiada de espín $\frac{1}{2}$ paridad negativa e isoespín 0 (Λ^*).

$$M_{fi} = -i\bar{v}(p')g\cancel{q}_j \frac{i}{(\not{p} + \not{q}) - M_{\Lambda^*}} (-G)\cancel{q}_i u_N(p),$$

utilizando la conservación del cuadrimomento $q = p + q = p' + q'$ y la ec(B.15) obtenemos

$$q^2 = \cancel{q}\cancel{q} = s$$

$$\Lambda_{\Lambda^*} = \frac{gG}{2}(s - M_{\Lambda^*})[s(m_1 + m_4 - 2M_{\Lambda^*}) + m_1^2(M_{\Lambda^*} - m_4) + m_4^2(M_{\Lambda^*} - m_1)],$$

⁸ Los índices de las matrices τ_i y ϑ no se contraen entre ellas pues ya se contrajeron en el lagrangiano, produciendo un factor que relaciona las constantes, y es este el que debe reemplazar a cada matriz

$$B_{\Lambda^*} = \frac{gG}{s - M_{\Lambda^*}^2} [m_{\Lambda^*}(m_4 + m_1) - (s + m_4 m_1)] \quad G = g_{\Lambda^* \bar{K}N}, g_{\Lambda^* \Sigma^*}$$

* Partícula intercambiada de espín $\frac{1}{2}$ paridad positiva e isoespín 0 (Λ)

$$M_{fi} = -i\bar{u}(p') g \gamma^5 \not{q}_f \frac{i}{(\not{p} + \not{q}) - M_{\Lambda^*}} (-G) \gamma^5 \not{q}_i u_N(p),$$

$$A_{\Lambda} = \frac{gG}{2(s - M_{\Lambda}^2)} [s(m_1 + m_4 + 2M_{\Lambda}) - \{m_1^2(M_{\Lambda} + m_4) + m_4^2(m_1 + M_{\Lambda})\}],$$

$$B_{\Lambda} = \frac{-gG}{s - M_{\Lambda}^2} [m_1(M_{\Lambda} + m_4) + s + m_4 M_{\Lambda}] \quad G = g_{\Lambda^* \bar{K}N}, g_{\Lambda \Sigma^*}$$

* Partícula intercambiada de espín $\frac{1}{2}$, paridad positiva e isoespín 1 (Σ).

$$M_{fi} = -i\bar{u}(p') g \gamma^5 \not{q}_f \begin{pmatrix} \not{v}_i \\ \tau_i \\ 1 \end{pmatrix} \frac{i}{(\not{p} + \not{q}) - M} (-G) \gamma^5 \not{q}_i \tau_i u_N(p),$$

$$A_{\Sigma} = \frac{gG}{2(s - M_{\Sigma}^2)} [s(m_1 + m_4 + 2M_{\Sigma}) - \{m_1^2(M_{\Sigma} + m_4) + m_4^2(m_1 + M_{\Sigma})\}] \begin{pmatrix} \not{v}_i \tau_i \\ \tau_i \tau_i \\ 1 \tau_i \end{pmatrix},$$

$$B_{\Sigma} = \frac{-gG}{s - M_{\Sigma}^2} [m_1(M_{\Sigma} + m_4) + s + m_4 M_{\Sigma}] \begin{pmatrix} \not{v}_i \tau_i \\ \tau_i \tau_i \\ 1 \tau_i \end{pmatrix} \quad G = \begin{cases} g_{\Sigma \bar{K}N} \\ g_{\Lambda \Sigma^*} \\ g_{\Sigma \Sigma^*} \end{cases}$$

* Partícula intercambiada de espín $\frac{3}{2}$, paridad positiva e isoespín 1 (Σ^*).

$$M_{fi} = -\frac{\bar{u}(p') g q_f^{\mu} \begin{pmatrix} \not{v}_i \\ \tau_i \\ 1 \end{pmatrix} \left[(q + M) \left(g_{\mu\nu} - \frac{\gamma_{\mu} \gamma_{\nu}}{3} - \frac{2q_{\mu} q_{\nu}}{3M^2} + \frac{q_{\mu} \gamma_{\nu} u - q_{\nu} \gamma_{\mu}}{3M} \right) \right]}{s - M^2} G q_i \tau_i u_N(p)$$

Canal t

* Partícula intercambiada de espín 0, paridad negativa e isoespín 0 (ω).

$$M_{fi} = -i\bar{u}_N(p')g\gamma_\mu u_N(p) \frac{i\left(g_\nu^\mu - \frac{q_\nu^\mu q_\rho^\rho}{M_\omega^2}\right)}{t - M_\omega^2} (-G)(q_f + q_i)_\nu,$$

considerando la conservación del cuadrinmomento en el canal t ; $q = p - q' = p' - q$ y la ecuación (B.16) $q^2 = q'q' = t$, obtenemos:

$$A_\omega = 0, \quad B_\omega = \frac{-2gG}{t - M_\omega^2} \quad g = g_{NN\omega}, \quad G = g_{\bar{K}K\omega}.$$

* Partícula intercambiada de espín 0, paridad negativa e isoespín $\frac{1}{2}$ (\bar{K}^*).

$$M_{fi} = -i\bar{u}(p')g \begin{pmatrix} \tau_i \\ 1 \end{pmatrix} \gamma_\mu u_N(p) \frac{i\left(g_\nu^\mu + \frac{q_\nu^\mu q_\rho^\rho}{M_{\bar{K}^*}^2}\right)}{t - M_{\bar{K}^*}^2} (-G)\tau_i (q_f + q_i)_\nu,$$

$$A_{\bar{K}^*} = \frac{gG}{t - M_{\bar{K}^*}^2} \frac{(m_4 - m_1)(m_2^2 - m_3^2)}{M_{\bar{K}^*}^2} \begin{pmatrix} \tau_i \tau_i \\ 1 \tau_i \end{pmatrix},$$

$$B_{\bar{K}^*} = \frac{-2gG}{t - M_{\bar{K}^*}^2} \begin{pmatrix} \tau_i \tau_i \\ 1 \tau_i \end{pmatrix} \quad g = g_{\Sigma N \bar{K}^*}, \quad g_{\Lambda N \bar{K}^*}, \quad G = g_{\bar{K}^* K^*}.$$

* Partícula intercambiada de espín 0, paridad negativa e isoespín 1 (ρ).

$$M_{fi} = -i\bar{u}_N(p')g\tau_i\gamma_\mu u_N(p) \frac{i\left(g_\nu^\mu - \frac{q_\nu^\mu q_\rho^\rho}{M_\rho^2}\right)}{t - M_\rho^2} (-G)\tau_i (q_f + q_i)_\nu,$$

$$A_\rho = 0, \quad B_\rho = \frac{-2gG}{t - M_\rho^2} \tau_i \tau_i \quad g = g_{NN\rho}, \quad G = g_{\bar{K}K\rho}.$$

Canal u

* Partícula intercambiada de espín $\frac{1}{2}$, paridad positiva e isoespín $\frac{1}{2}$ (N)

$$M_{fi} = -i\bar{u}_N(p')g\gamma^5\tau_i\gamma_\mu u_N(p) \frac{i}{(p - q')^2 - M_N^2} (-G)\gamma^5\tau_i\gamma_\mu u_N(p).$$

Considerando la conservación del cuadrinomento en el canal u ; $q = q - p' = q' - p$ y la ecuación (B.17) $q^2 = q'q = u$, obtenemos

$$A_N = \frac{gG}{2(u - M_N^2)} [u(m_+ + 3m_-) - m_- (m_-^2 + m_+ m_- + 2m_+^2)],$$

$$B_N = \frac{-gG}{u - M_N^2} [m_- (m_- + 2m_+) + u] \quad g = g_{NEN}, \quad G = g_{NNT}.$$

3.7 Sección de Dispersión Total

Para una matriz M_{fi} , dada por la ecuación (3.5.3) obtenemos que su cuadrado está dado por:

$$|M_{fi}|^2 = \left(\bar{u}(p', s') \left[A + \frac{B}{2} (\not{q} + \not{q}') \right] u(p, s) \right) \left(\bar{u}(p', s') \left[A + \frac{B}{2} (\not{q} + \not{q}') \right] u(p, s) \right)^* \quad (3.7.1)$$

donde las siguientes relaciones surgen al utilizar las ecuaciones de la página 5

$$[\bar{u}(p') A u(p)]^* = [\bar{u}(p) A u(p')] \quad y \quad [\bar{u}(p') B \not{\gamma} u(p)]^* = [\bar{u}(p) B \not{\gamma} u(p')].$$

Ahora bien para obtener una sección eficaz sin polarización, se debe sacar un promedio sobre los espinores polarizados iniciales y una suma sobre los estados de espines finales entonces (3.7.1) puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum_{s, s'} |M_{s, s'}|^2 &= \frac{1}{2} \sum_{s, s'} [|A|^2 \bar{u}(p') u(p) \bar{u}(p) u(p') \\ &+ \frac{|B|^2}{4} \bar{u}(p') (\not{q} + \not{q}') u(p) \bar{u}(p) (\not{q} + \not{q}') u(p') \\ &+ \bar{u}(p') A u(p) \bar{u}(p) \frac{B^*}{2} (\not{q} + \not{q}') u(p') \\ &+ \bar{u}(p') \frac{B}{2} (\not{q} + \not{q}') u(p) \bar{u}(p) A^* u(p') \end{aligned} \quad (3.7.2)$$

Colocando índices en las matrices se puede trabajar con las componentes porque pueden conmutar, de esta forma se agrupan términos que dependen de s, s' y al utilizar las relaciones de completéz^[2]:

$$\sum_s u_i(p, s) \bar{u}_j(p, s) = (\not{p} + m)_{ij} \quad y \quad \sum_{s'} u_k(p', s') \bar{u}_l(p', s') = (\not{p}' + m)_{kl}$$

se obtiene para el primer término de (3.7.2) la siguiente igualdad^[13]

$$\frac{1}{2} \sum_{s,s'} |A|^2 [\bar{u}(p')_{1 \times \alpha} u(p)_{\alpha \times 1} \bar{u}(p')_{1 \times \beta} u(p')_{\beta \times 1}] = \frac{|A|^2}{2} \text{Tr}[(\not{p} + m)'(\not{p} + m)].$$

De forma similar se desarrolla el término en B^2 y los términos cruzados, pero, tomando en cuenta los siguientes teoremas de trazas para las gamas de Dirac:

$$\text{Tr}1 = 4$$

$$\text{Tr}(\text{Número impar de } \gamma' s) = 0$$

$$\text{Tr}(\not{a} \not{b}) = 4g_{\mu\nu} a^\mu b^\nu = 4a \cdot b$$

$$\text{Tr}(\not{a} \not{b} \not{c} \not{d}) = 4[(a \cdot b)(c \cdot d) + (a \cdot d)(b \cdot c) - (a \cdot c)(b \cdot d)]$$

$$\text{Tr}(\not{p} \gamma_\mu m) = 4g_{\mu\nu} p_\nu m = 4p^\mu m$$

La ecuación (3.7.2) adquiere la forma:

$$\begin{aligned} & 2|A|^2(p' \cdot p + m_1 m_4) + 2|B|^2[2(p \cdot q)(p' \cdot q) + tM^2/2] \\ & \text{AB}^* m(p + p')_\mu (q + q')^\mu + \text{BA}^* m(p + p')_\nu (q + q')^\nu \end{aligned} \quad (3.7.3)$$

y ahora utilizando las ecuaciones (B.17) y (B.18) obtenemos finalmente que:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum_{s,s'} |M_{fi}|^2 = & |A|^2[(m_1 + m_4)^2 - t] + |B|^2/4\{(s - u)^2 - (m_2^2 - m_3^2) - 2[(m_1 - m_4)^2 - t] \\ & (m_3^2 + m_2^2 - t/2)\} + \text{Re}(\text{AB}^*)[(m_1 - m_4)(m_2^2 - m_3^2) + (s - u)(m_1 + m_4)] \end{aligned} \quad (3.7.4)$$

Para conocer la sección total debemos sustituir en esta ecuación la integral de (3.1.8), esto es, tomamos la fase especial invariante de Lorentz

$$dLips(s; p'; q') = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i) \frac{d^3 q' d^3 p'}{(2\pi)^6 4E' \mathcal{E}'}, \quad (3.7.5)$$

y la integramos en todo el espacio respecto a p'

$$\int \frac{d^3 p'}{E'} \delta^{(4)}(p' + q' - p - q) = \frac{1}{E} \delta(E' + \mathcal{E}' - E - \mathcal{E}).$$

Para la integral respecto a q' hacemos los siguientes cambios de variable $d^3 q' = d\Omega q'^2 dq'$ y $\mathcal{E}'^2 = q'^2 + m_3^2 \Rightarrow \mathcal{E}' d\mathcal{E}' = p' dp' \Rightarrow d^3 q' = d^3 \mathcal{E}' d\mathcal{E}'$ y así (3.7.5) queda como:

$$dLips = \frac{1}{(4\pi)^2} d\Omega \frac{q' d\mathcal{E}'}{E'} \delta(E' + \mathcal{E}' - E - \mathcal{E}).$$

El considerar al centro de masa como sistema de referencia origina que $E'dE' = pdp = \mathcal{E}'d'$ y usando (B.13) obtenemos $d\omega' = dE' + d' = (\omega'/E')dp = (\omega'/E')d\mathcal{E}'$ entonces integramos facilmente respecto de \mathcal{E}

$$\frac{q'd'}{E'}\delta(E' + \mathcal{E}' - E - \mathcal{E}) = \frac{q'}{\omega}d\omega'\delta(\omega' - \omega) = \frac{q'}{\omega}$$

y finalmente obtenemos:

$$dLips = \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{p}{\omega} d\Omega$$

con ayuda de (B.13) y (B.19), (3.1.8) puede escribirse en el centro de masa como:

$$d\sigma = \frac{(1/2) \sum |M|^2 q d\Omega}{4E\mathcal{E}|v_a|(4\pi)^2\omega} = \frac{(1/2) \sum |M|^2 q 10\pi \sin\theta d\theta}{2s(4\pi)^2 p} \quad (3.7.6)$$

Para evaluar la sección eficaz para un proceso determinado debemos calcular la contribución de cada diagrama a las amplitudes invariantes A y B y sumar todos esos términos. De esta manera queda incluido en el cálculo efectos de interferencia entre diferentes canales o contribuciones. con los valores totales de A y B se puede calcular el cuadrado de la amplitud de dispersión, utilizando la formula (3.7.4) para finalmente obtener la sección diferencial a partir de la ecuación anterior.

Entonces para conocer la sección eficaz en función del momento inicial para algún canal se escriben los respectivos valores de A , B , s , u , m_1 , m_2 , m_3 y m_4 y se realiza la integral angular, esto se logra utilizando el programa del apéndice E.

Resultados y Discusiones

En este capítulo se considera el cálculo de las secciones de dispersión y se exponen los resultados encontrados discutiendolos y comparandolos con los obtenidos por otros autores, puesto que este trabajo es el primero que considera el intercambio de todas las partículas que cumplen con la simetría del problema y cuyas masas se encuentran cerca del umbral y por lo tanto contribuyen al proceso.

Como se menciona en el capítulo anterior en el caso de los acoplamientos mesón-barión-(barión o hyperón) existe ambigüedad ya que puede ser del tipo pseudoescalar o pseudovectorial. De manera similar el acoplamiento mesón-barión- Λ^* puede ser escalar o vectorial, es por esto que se presentan resultados para dos modelos: en el I se utilizan acoplamientos pseudoescalar-escalar para los casos mencionados, mientras que en el modelo II se utilizan los acoplamientos pseudovectorial y vectorial para los vértices mesón-barión-barión y mesón-barión- Λ^* respectivamente. En ambos modelos los acoplamientos para las interacciones mesón-mesón-vector, vector-barión-barión y mesón-barión- Σ^* son los mismos. Así, se continúa discutiendo las constantes de acoplamiento predichas con estos dos modelos, también se analiza por separado las contribuciones que diferentes diagramas dan al proceso total en los dos casos. Finalmente se plantea y discute a los átomos kaónicos presentando algunos resultados.

4.1 Cálculo y Constantes de Acoplamiento

La sección eficaz se obtiene al utilizar las ecuaciones (3.75) y (3.72), en las cuales se incertan los valores de las amplitudes A y B obtenidas, de acuerdo a los modelos I y II. Cada amplitud es la suma de las contribuciones producidas por el intercambio de partículas, donde cada una cuenta con diferentes coeficientes generados por la simetría de isospín, estos se encuentran resumidos en la tabla 4.1. Con ayuda de esta tabla se realiza el cálculo de la

sección eficaz para los siguientes procesos:

$$k^- p \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} k^- p \\ \bar{k}^0 n \\ \Sigma^0 \pi^0 \\ \Sigma^+ \pi^- \\ \Sigma^- \pi^+ \\ \Lambda^0 \pi^0 \end{array} \right.$$

$$\Sigma \pi \longrightarrow \Sigma \pi$$

Con la finalidad de calcular los procesos anteriores se desarrollo un programa que calcula las secciones (total y diferencial) dadas las constantes de acoplamiento¹. Los valores de algunas de las constantes se determinan por un proceso de minimización que realizamos conjuntando nuestro programa con el código minuit desarrollado en el CERN. Como estamos interesados en el régimen de bajas energías se consideró para el momento del Kaón incidente, en el sistema de laboratorio, el intervalo de 0 a 300 MeV/c. Los datos experimentales con los que se compara incluyen secciones totales y diferenciales los cuales fueron tomados de las referencias [39-45]. También se considero importante tomar en cuenta los siguientes cocientes para las razones de decaimiento en reposo:

$$(\Sigma^+ \pi^- + \Sigma^- \pi^+) / Y \pi = 0.664 \pm 0.011$$

$$\Sigma^- \pi^+ / \Sigma^+ \pi^- = 2.36 \pm 0.04.$$

$$\Lambda \pi^0 / (\Lambda \pi^0 + \Sigma^0 \pi^0) = 0.189 \pm 0.015$$

¹ Ver apéndice E

reacción		Λ^*	Λ	Σ^*	Σ	ω	ρ	κ^*	N
$\rightarrow K^- p$	A	1	1	1	1	0	0	0	0
	B	1	1	1	1	1	1	0	0
$\rightarrow \bar{K}^0 n$	A	-1	-1	1	1	0	0	0	0
	B	-1	-1	1	1	0	-2	0	0
$\rightarrow \Sigma^0 \pi^0$	A	1	1	0	0	0	0	1	1
	B	1	1	0	0	0	0	1	1
$\rightarrow \Sigma^- \pi^+$	A	-1	-1	-1	-1	0	0	0	-2
	B	-1	-1	-1	-1	0	0	0	-2
$\rightarrow \Sigma^+ \pi^-$	A	-1	-1	1	1	0	0	-2	0
	B	-1	-1	1	1	0	0	-2	0
$\rightarrow \Lambda \pi^0$	A	0	0	1	1	0	0	1	1
	B	0	0	1	1	0	0	1	1
$\Sigma \pi \rightarrow \Sigma \pi$	A	1	1	1	1	0	0	0	0
	B	1	1	1	1	0	0	0	0

Tabla 4.1

En la tabla se muestran los coeficientes para A y B, en los renglones se dan las reacciones y en las columnas las partículas que participan en estas. También se observa que se considero la reacción $\Sigma \pi \rightarrow \Sigma \pi$, esto se hace con el objetivo de probar nuestro modelo extrapolandolo a una región que se encuentra por debajo del umbral $\bar{K}N$ (no física). Esta reacción se encuentra dominada basicamente^[19] por la resonancia $\Lambda(1405)$. En Thomas *et.al.*^[28] se presenta la gráfica de eventos versus masa invariante $\Sigma \pi$ obtenida al utilizar el estado final de la reacción $p\pi^- \rightarrow \Sigma^{\mp} \pi^{\pm} K^0$, resultando en su análisis que Λ^* contribuye como un 46% a la reacción. Debido a que la escala es arbitraria en el eje y es necesario multiplicar la sección total por un factor de fase y uno de normalización que producen la altura correcta de la distribución al graficar la curva teórica.

El ajuste se realiza simultaneamente para las secciones totales de las seis reacciones iniciadas por $k^- p$, las dos secciones angulares y los tres cocientes en reposo, y los parametros libres o valores a ajustar son las constantes de acoplamiento. Si consideramos el número de reacciones y las diferentes partículas que contribuyen encontramos que las constantes de acoplamiento a usar son, por mucho, más de treinta; sin embargo este número se reduce casi un 60% al usar el

grupo $SU(2)^2$, mas aún podemos disminuir el número si consideramos que las constantes YBP se encuentran actualmente bien determinadas y concuerdan con las predicciones de $SU(3)^3$ cuando se usa el acoplamiento $NN\pi$ y un ángulo α de mezcla^{[12],[30]}; $\alpha = 0.603$.

Así, las constantes a determinar son 9 pero todas se encuentran correlacionadas en los once ajustes por lo que se puede considerar como confiables los resultados numéricos obtenidos. Es conveniente mencionar que no se consideran los acoplamientos tensoriales y eléctricos porque además de aumentar el número de parametros a ajustar, su contribución se considera mínima.

El ajuste se realizó para dos modelos: uno que llamaremos *Escalar* o I pues considera acoplamientos escalares y pseudoescalares, y otro que llamaremos *Vectorial* o II ya que considera acoplamientos vectoriales y pseudovectoriales. Podemos comparar estos dos ajustes en las siguientes gráficas donde el acoplamiento *vectorial* es la línea sólida y el *escalar* la discontinua.

En el ajuste *escalar* se obtuvo una χ^2/n^4 de 2.57 mientras que en el *vectorial* fue de 1.85, lo cual se puede considerar como un buen ajuste: Observamos en las gráficas que solo el canal $\Sigma^0\pi^0$ obtuvo un mal ajuste en los dos casos; esto puede deberse al escaso número de datos y sus grandes incertidumbres⁵. También obtenemos que la extrapolación a la región $\Sigma\pi \rightarrow \Sigma\pi$ se encuentra mejor descrita por el acoplamiento *escalar* sin embargo, el ajuste no es lo suficientemente bueno.

Las gráficas que muestran estos dos modelos se encuentran en la página ⁵¹ 51.

Al realizar el ajuste que produjo estas gráficas se encuentran valores para las siguientes constantes de acoplamiento⁶. Notemos que en algunos casos sólo fue posible determinar el producto entre dos constantes.

$$C_{NN\omega}C_{\overline{KK}\omega}, C_{NN\rho}C_{\overline{KK}\rho}, C_{\Lambda N\overline{K}}C_{\overline{KK}\pi}, C_{\Sigma N\overline{K}}C_{\overline{KK}\pi}$$

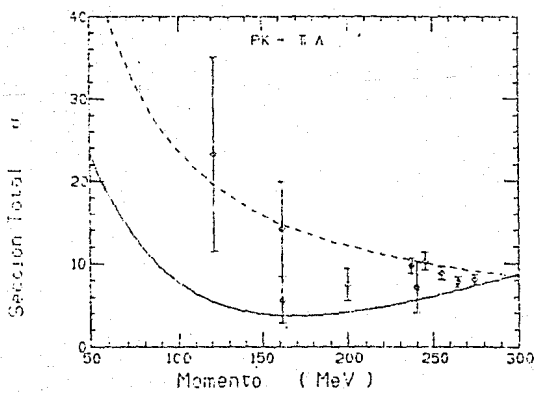
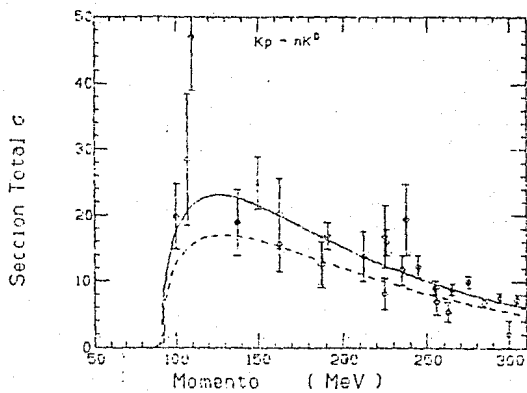
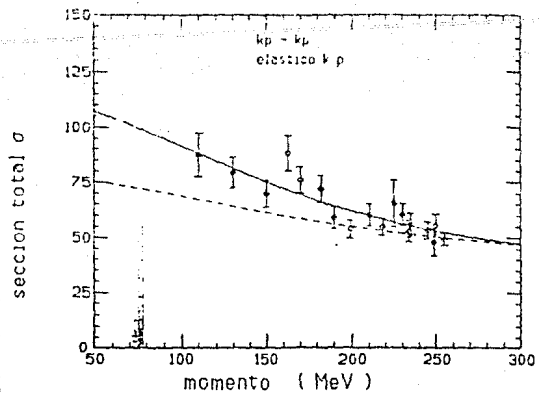
² Ver apéndice C.

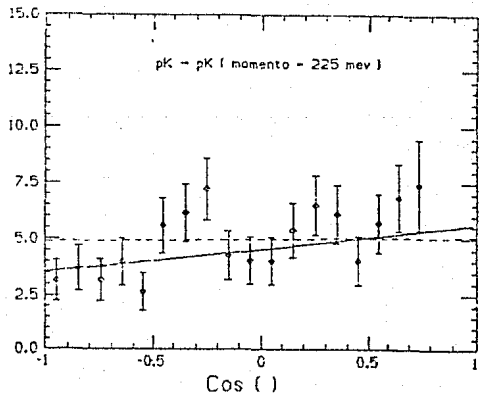
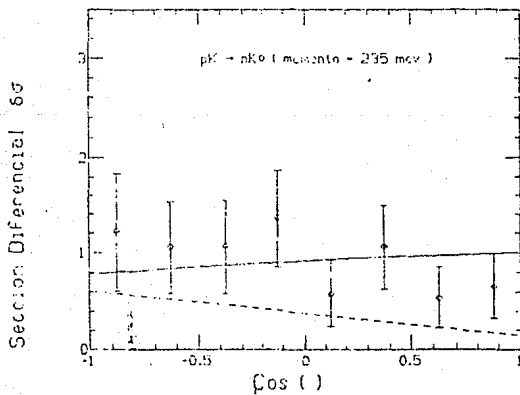
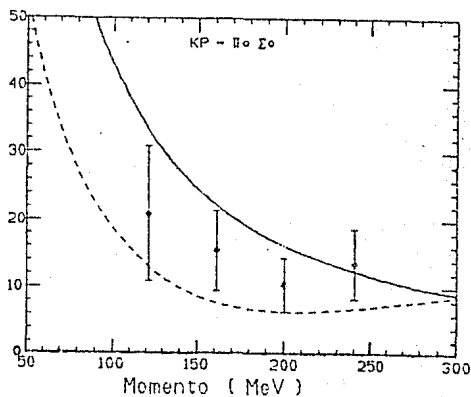
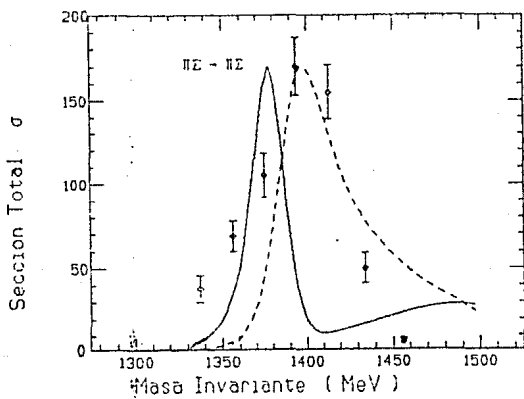
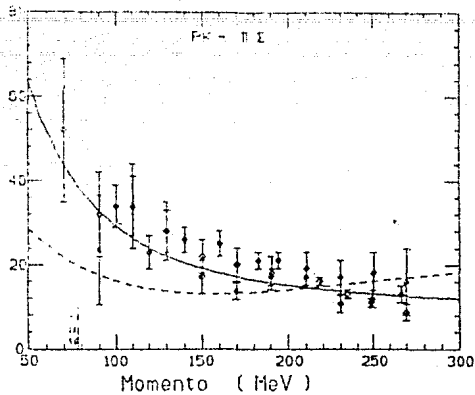
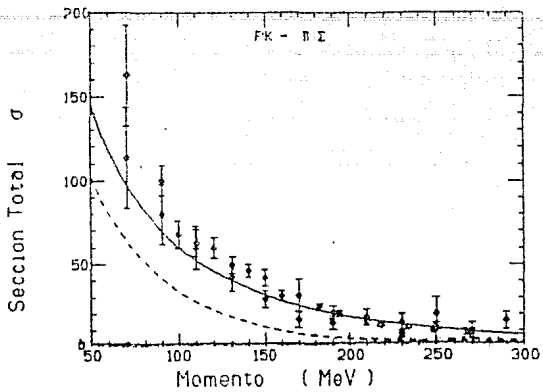
³ Ver apéndice D.

⁴ $n =$ número de grados de libertad

⁵ Existen en la literatura mas datos al respecto y con mayor precisión pero se encuentran en energías mayores

⁶ Denominaremos por C a la constante para considerar tanto a g como a f .





$$C_{\Lambda^* N \bar{K}}, C_{\Lambda^* \Sigma \pi}, C_{\Sigma^* N \bar{K}}, C_{\Sigma^* \Sigma \pi}, C_{\Sigma^* \Lambda \pi}$$

A continuación presentamos una tabla en la que se encuentran valores propuestos por otros autores y los obtenidos en este trabajo.

	$\Sigma \Lambda \pi$	$\Sigma \Sigma \pi$	$\Sigma N \bar{K}$	$\Lambda N \bar{K}$	$N N \pi$	Referenci
$g^2/4\pi$	$11.8 \pm .5$	$12.1 \pm .9$	$1.4 \pm .1$	$(-).17.0 \pm .6$	$14.4 \pm .02$	[12]
$f\sqrt{4\pi}/m_\pi$	1.053	1.031	0.395	-1.419	1.4271	[12]

Tabla 4.2 (a)

	$\Sigma^* \Lambda \pi$	$\Sigma^* \Sigma \pi$	$\Sigma^* N \bar{K}$	$\Lambda^* N \bar{K}$	$\Lambda^* \Sigma \pi$	
$g^2/4\pi$	6 - 8.6	4:85, 4.05	3.43 - 6.7	.22 - 1.68	.13 - .41	[12]
$g^2/4\pi$			3.3 ± 1	13.9 ± 2.6		[29]
$f\sqrt{4\pi}/m_\pi$			-978			[28]
$g^2/4\pi$				$.20 \pm .15$.12 - .27	[23]
$f\sqrt{4\pi}/m_\pi$	7.92		7.5 ± 4.3			[23]
$g^2/4\pi$.20	.158	[26]
$f\sqrt{4\pi}/m_\pi$	-1.79	1.39	-1.486			[26]
$g^2/4\pi$.1214	.3935	Escalar
$f\sqrt{4\pi}/m_\pi$	$.026 \pm .01$	$.031 \pm .006$	$-.308 \pm .013$.534*	2.18*	Escalar
$g^2/4\pi$	$(-).087^*$.0067*	$(-).027^*$.202*	.021*	Vectoria
$f\sqrt{4\pi}/m_\pi$	$-.77 \pm .1$	$.30 \pm .04$	-.2584	$.69 \pm .03$	$.509 \pm .02$	Vectoria

Tabla 4.2 (b)

	$(NN\omega)(\bar{K}K\omega)$	$(NN\rho)(\bar{K}K\rho)$	$(\Lambda N\bar{K}^*)(\bar{K}^* \bar{K}^* \pi)$	$(\Sigma N\bar{K}^*)(\bar{K}^* \bar{K}^* \pi)$	Referenci
$gg/4\pi$	$.177 \pm .9$	$1.54 - 2.54$			[12]
$g/4\pi$	$2 \pm .5$	$2.3 \pm .3$			[35]
$\gamma g/4\pi$			-1.16	$-.6722$	de [12] y [1]
$og/4\pi$	2.356	$.785$	-1.087	$-.6285$	de [18] y [2]
$gg/4\pi$	$-.636 \pm .09$	$1.62 \pm .08$	$-.318 \pm .01$	$-.377 \pm .03$	Escalar
$\gamma g/4\pi$	$-1.769 \pm .19$	$.690 \pm .13$	$-1.98 \pm .008$	$-.772 \pm .03$	Vectorial

Tabla 4.2 (c)

las primeras dos tablas anteriores muestran las constantes de acoplamiento escalar y vectorial mientras que en la última sólo se encuentran las escalares.

La tabla 4.2(a) muestra el acoplamiento barión-barión-mesón para el canal s y u obtenidas con la simetría de SU(3).

La tabla 4.2(b) muestra el acoplamiento barión-mesón-hyperon* obtenidos con los dos modelos y de otras referencias. Los valores con * son datos transformados con la ecuación 3.4.1

La tabla 4.2(c) muestra algunas multiplicaciones entre acoplamientos mesón-mesón-vector y barión-barión-vector.

Según nuestros lagrangianos la constante de acoplamiento *escalar* esta dada por g y la *vectorial* por f/m_π sin embargo el uso de las ecuaciones (3.4.1) y (3.4.2) hace mas conveniente el reportar $g^2/4\pi$ y $f\sqrt{4\pi}/m_\pi^2$.

De este trabajo podemos concluir que con el modelo vectorial se obtienen mejores resultados. Hay que hacer notar que se utilizó al grupo SU(3) para acoplar las constantes YBP y según algunos autores como [12] consideran que esta simetría es buena para el acoplamiento

⁷ Los datos de las referencias estan convertidos a la notación

vectorial y no tanto para el *escalar*. Los errores presentados provienen de la subrutina MINOS proporcionados por el programa MINUIT.

Las constantes de acoplamiento Y^*BP son interesantes pues son valores no muy bien determinados, para el caso de la Λ^* encontramos que los valores son pequeños y comparables con todas las referencias excepto con [29]. El hecho de obtener resultados chicos no es de alarmarse pues algunos autores como [23] y [33] dan por seguro un escaso acoplamiento, esto es, que aunque el polo del propagador para Λ^* se encontrará cerca de la región de interés, parece ser que Λ^* no se encuentra fuertemente acoplada^[38] a $\bar{K}N$ y $\Sigma\pi$, (como veremos en las posteriores graficas Λ^* contribuye, en nuestro modelo, de forma moderada).

Durante el proceso de minimización encontramos para los dos casos una preferencia por acoplamientos chicos de Λ^* , además de que estos valores siempre se mantenían cercanos a los reportados en la tabla 4.2 (b), también notamos que solo para el caso escalar se tiene que $G_{\Lambda^*\Sigma\pi}$ es mayor a $G_{\Lambda^*N\bar{K}}$ como lo supone el uso de SU(3) para singuletes de isospín.

Debido al tratamiento a bajas energías, es de esperarse que las partículas en onda P, como el caso de la $\Sigma^*(1385)$, no dominen el proceso^[38] y por lo tanto produzcan una constante pequeña, por ejemplo [30] considera que el acoplamiento $G_{\Sigma^*N\bar{K}}$ debe ser ínfimo; de hecho, así sucede para nuestro modelo, incluso los valores son menores que los encontrados para Λ^* . Entonces es claro que Σ contribuye mucho más a la reacción en comparación con Σ^* como lo propone [29]. Notamos también que solo el acoplamiento *vectorial* cumple con que $G_{\Sigma^*\Lambda\pi} > G_{\Sigma^*\Sigma\pi}$, $G_{\Sigma^*N\bar{K}}$ y $G_{\Sigma^*\Sigma\pi} \simeq G_{\Sigma^*N\bar{K}}$ como lo sugiere^[12] SU(3) y [26].

Con respecto a las constantes para el canal t se tiene que ambos acoplamientos proporcionan buenos resultados pero son preferibles⁸ los obtenidos con el ajuste *vectorial*, estos se encuentran dentro del rango presentado por otros autores, también coincidimos con [18] en que $G_{\Sigma N\bar{K}^*} / G_{\Lambda N\bar{K}^*} < 1$.

4.2 Modelo Escalar I. (Gráficas y discusiones)

En el ajuste *escalar* se encuentra que las constantes más correlacionadas son $G_{NN\rho}G_{\bar{K}K\rho}$,

⁸ Por la razón expuesta de SU(3).

$G_{\Lambda^* N \bar{K}}$ y $G_{\Lambda^* \Sigma \pi}$ (arriba de un 95%) posteriormente se encuentran la $G_{\Sigma N \bar{K}}$ y $G_{\Sigma^* N \bar{K}}$ con un (80-85)%.

Como mencionamos al principio se obtuvo una $\chi^2/n = 402/156 = 2.57$, pero por reacción tenemos las siguientes contribuciones:

Reacción	χ^2	$\frac{\chi^2}{n}$	Reacción	χ^2	$\frac{\chi^2}{n}$
$\rightarrow K^- p$	17.31	1.018	$\rightarrow \bar{K}^0 n$	17.81	0.989
$\rightarrow \Sigma^0 \pi^0$	8.782	0.548	$\rightarrow \Sigma^- \pi^+$	194.8	6.49
$\rightarrow \Sigma^+ \pi^-$	93.28	3.33	$\rightarrow \Lambda \pi^0$	13.65	1.706
$\rightarrow d(K^- p)/d\Omega$	24.03	1.33	$\rightarrow d(\bar{K}^0 n)/d\Omega$	2.384	0.298

En el cálculo para los tres cocientes de razones de decaimiento en reposo se obtuvo una $\chi^2/n = 10.17$ y los siguientes valores:

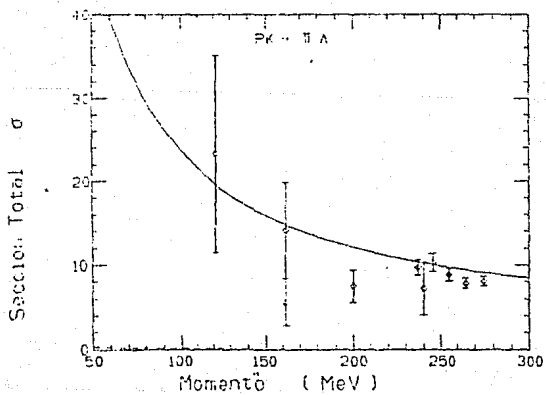
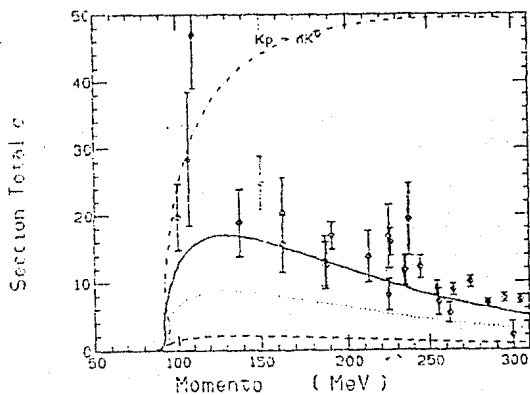
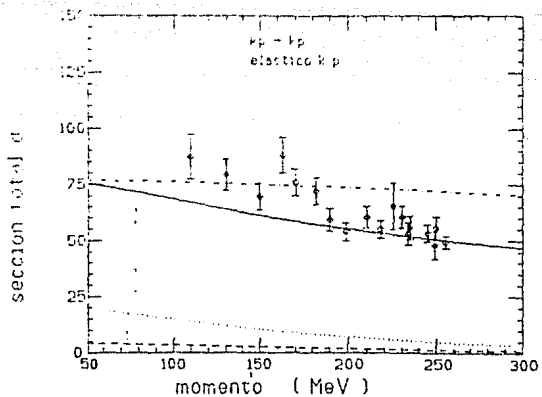
$$(\Sigma^+ \pi^- + \Sigma^- \pi^+) / Y \pi = 0.6505$$

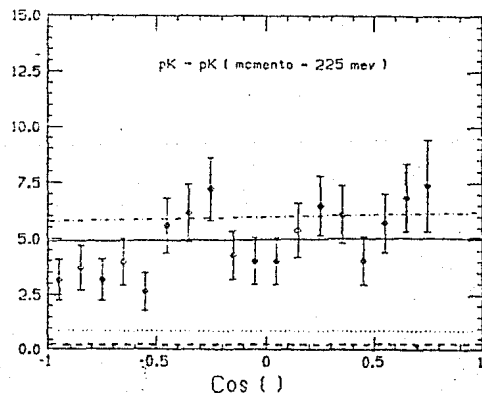
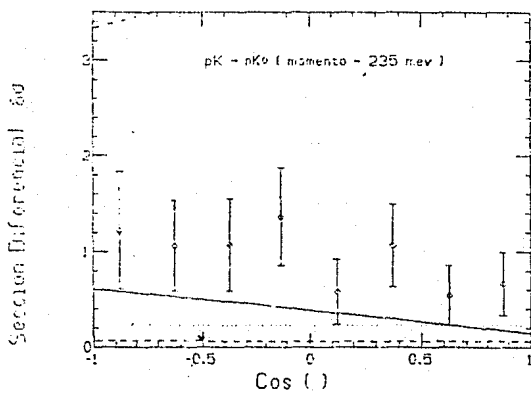
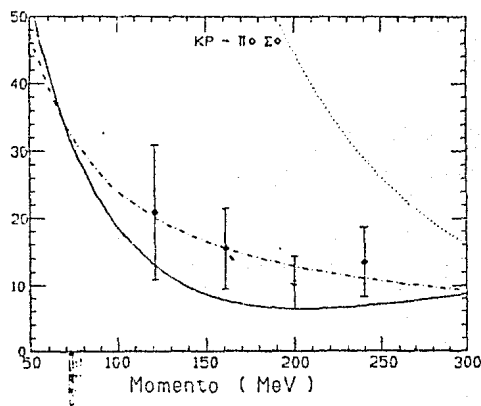
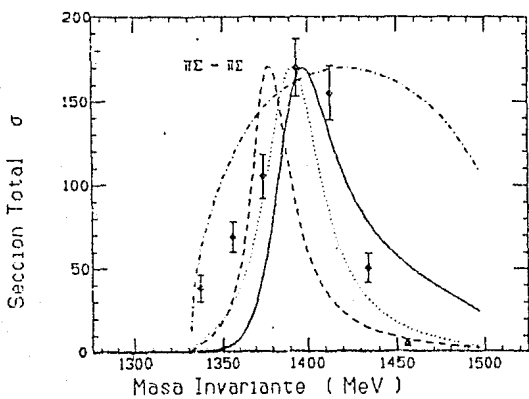
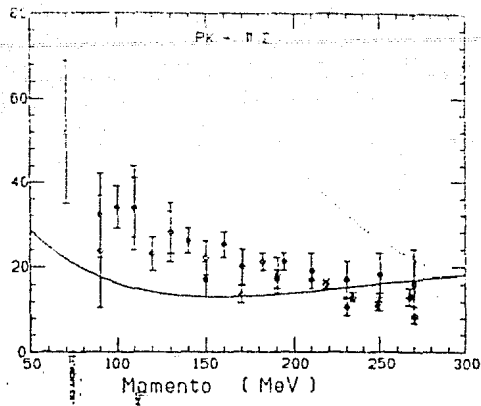
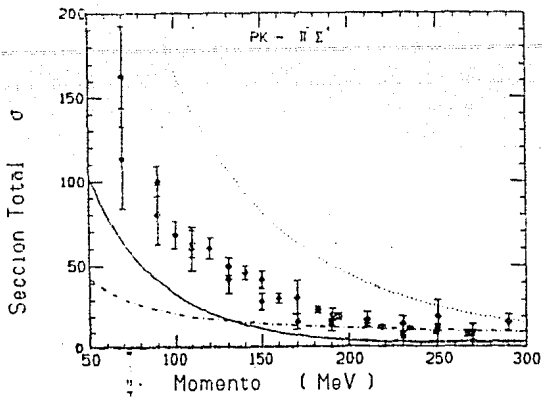
$$\Sigma^- \pi^+ / \Sigma^+ \pi^- = 2.41$$

$$\Lambda \pi^0 / (\Lambda \pi^0 + \Sigma^0 \pi^0) = 0.111$$

La primera razón se encuentra dentro del error experimental, mientras que las otras dos no, pero no están lejos pues sus errores porcentuales son 2.07% y 41.26% respectivamente.

Observando las gráficas que se encuentran en la página ^{siguiente} encontramos que la reacción se encuentra dominada por el intercambio en canal s de Σ y Λ puesto que proporciona valores muy grandes, incluso no alcanza a aparecer en las gráficas $\Sigma^- \pi^+$, $\Lambda \pi^0$ y $d(K^- p)/d\Omega$. Esto puede deberse a que el grupo SU(3) no es un muy buen parámetro para el acoplamiento escalar^[12] y el hecho de ser un parámetro fijo y grande origina que las demás constantes se tengan que ajustar tomándolos muy en cuenta, entonces los valores obtenidos deben usarse con cierta reserva. Sin embargo el acoplamiento funciona razonablemente cuando se extrapola a la reacción $\Sigma \pi \rightarrow \Sigma \pi$ donde la contribución de la Λ^* (línea punteada) se ajusta todavía mejor porque el pico coincide con el máximo y la forma es muy similar solo que menos ancha. También se encuentra que Λ^* no contribuye de sobremanera^{[19],[33]} a la reacción $K^- p$ y $\bar{K}^0 n$, la contribución de la Σ^* es casi nula en la mayoría de los casos.





4.3 Modelo Vectorial II. (Gráficas y discusiones)

En este ajuste, a comparación del *escalar*, tenemos que todas las constantes de acoplamiento (excepto $f_{\Lambda N \bar{K}^*}$) se encuentran correlacionadas en promedio por un 97.41% , y la contribucion de cada reacción a la χ^2 es:

Reacción	χ^2	$\frac{\chi^2}{n}$	Reacción	χ^2	$\frac{\chi^2}{n}$
$\rightarrow K^- p$	16.0	0.941	$\rightarrow \bar{K}^0 n$	17.66	0.9811
$\rightarrow \Sigma^0 \pi^0$	35.4	5.9	$\rightarrow \Sigma^- \pi^+$	68.3	2.3
$\rightarrow \Sigma^+ \pi^-$	49.51	1.76	$\rightarrow \Lambda \pi^0$	67.17	8.3
$\rightarrow d(K^- p)/d\Omega$	18.14	1.0	$\rightarrow d(\bar{K}^0 n)/d\Omega$	5.66	0.707

En el cálculo se obtuvo una χ^2/n de 3.92 para las tres razones entre secciones

$$(\Sigma^+ \pi^- + \Sigma^- \pi^+) / Y\pi = 0.639$$

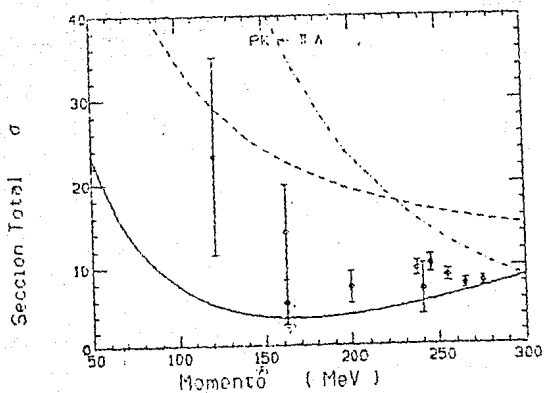
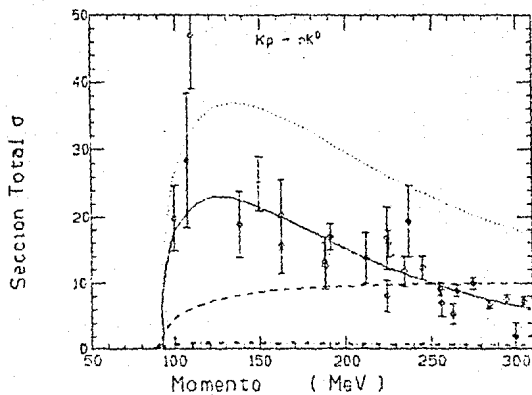
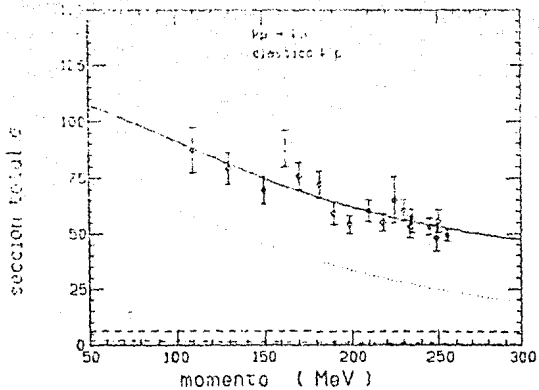
$$\Sigma^- \pi^+ / \Sigma^+ \pi^- = 2.348$$

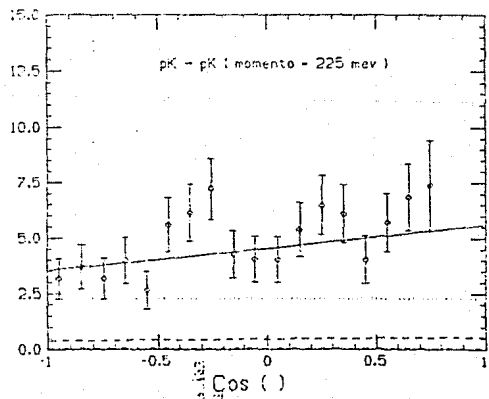
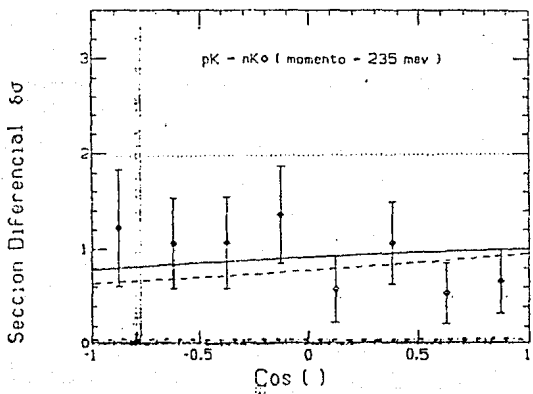
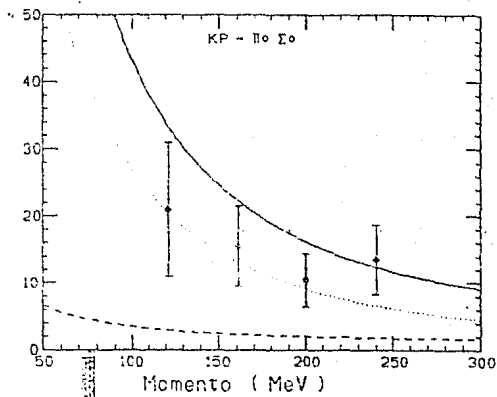
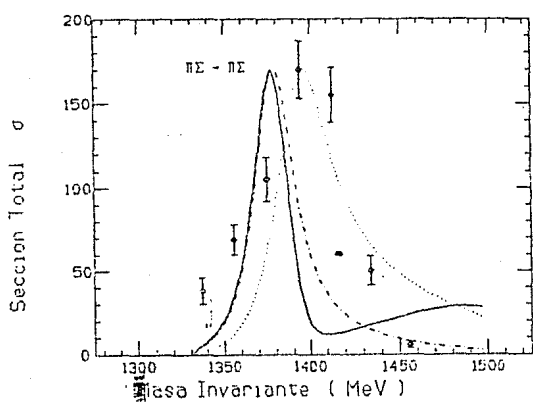
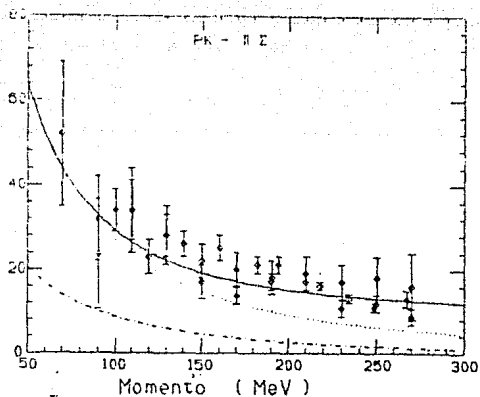
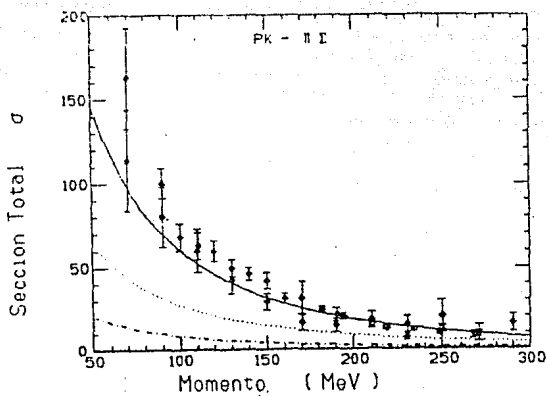
$$\Lambda \pi^0 / (\Lambda \pi^0 + \Sigma^0 \pi^0) = 0.149$$

En este ajuste la segunda razón es la que se encuentra dentro del error experimental y las otras dos no se encuentran muy lejos del valor reportado por [29], pues comparados con estos su error porcentual es 3.76% y 21.16%.

En las gráficas encontramos una amplia contribución de la resonancia Λ^* en contraste, al acoplamiento *escalar* mientras que la contribución del canal t y Σ^* en la mayoría de los casos no son muy grandes y son comparables, como lo considera en el caso de la Σ^* Thomas[38]. Puede ser que el ajuste para la reacción $\Lambda \pi^0$ mejorase si consideramos la contribución $\Lambda \Lambda \pi^0$ producida por un rompimiento de simetría, Dalitz y von Hippel encuentran ^[12] que $G_{\Lambda \Lambda \pi^0} = -0.046 G_{\Lambda \Sigma \pi}$.

En la grafica $\Sigma \pi \rightarrow \Sigma \pi$ observamos que no se produce un excelente ajuste sin embargo la contribución de la Λ^* coincide en el máximo con el valor experimental y el ancho solo es





ligeramente menor, coincidimos con [21] y [24] al tener la misma asimetría en el lado derecho de la curva pero recorrido ~ 20 MeV.

4.4 Hidrógeno Kaonico

El hidrógeno kaonico es el átomo mas sencillo formado por un protón y un antikaón negativo. Estos se producen cuando un protón atrapa a un kaón lento debido a la interacción electromagnética, estos átomos son creados en aceleradores pues son necesarios haces de antikaones sumamente poblados para que el número de antikaones perdidos por su decaimiento al ser frenados sea despreciable.

Cuando el antikaón se encuentra en la capa K se puede observar un leve desplazamiento y ensanchamiento en los niveles de energía debido a la interacción fuerte, este cambio en la energía puede relacionarse con la longitud de dispersión a través de la formula de Trueman^[22].

La longitud de dispersión a_{k-p} se define como el limite de la amplitud de dispersión cuando se hace tender la energía cinética a cero *i.e.*

$$a_{k-p} = \lim_{E \rightarrow m_k + m_p} f \quad (4.3.1)$$

La longitud de dispersión puede tener valores complejos cuando existe acoplamiento a otros canales. Basicamente a bajas energías se tiene que la amplitud se debe a ondas s por lo que (4.3.1) puede escribirse en términos de la seccion eficaz⁹ *i.e.*

$$\sigma \simeq 4\pi a^2 \quad (4.3.2)$$

utilizando las constantes de la tabla 4.1 obtenemos dos longitudes, k^-p , de dispersión una para el acoplamiento *escalar* a_s y otra para el *vectorial* a_v .

⁹ ver quantum physics S. Grasiowicz .

Longitud (a_v)	Contribución	Longitud (a_s)	Contribución
-0.7906 + i0.291	Completa	-0.774 + i0.215	completa
-0.63 + i0.337	solo Λ^*	-0.373 + i0.28	solo Λ^*
0.115 - i 0.045	solo Σ^*	0.1639 - i0.06	solo Σ^*
-0.05	Λ y Σ	-0.78	Λ y Σ
-0.22	canal t	-0.21	canal t

Tabla 4.5

Tenemos entonces, que las dos longitudes de dispersión (*escalar y vectorial*) son similares, así como la contribución de la Σ^* y el canal t, y la Λ^* solo para la parte imaginaria. Sin embargo el canal s (Λ y Σ) y la Λ^* (para la parte real) contribuyen en ambos casos de forma similar al observado en las gráficas, esto es, el canal s es dominante para la longitud de dispersión *escalar* y casi nula para la longitud de dispersión *vectorial* y al revés sucede para la Λ^* . Es interesante notar que si existe contribución positiva a la longitud y esta esta dada en los dos casos por la Σ^* . Podemos comparar con las longitudes de dispersión determinadas en otros trabajos

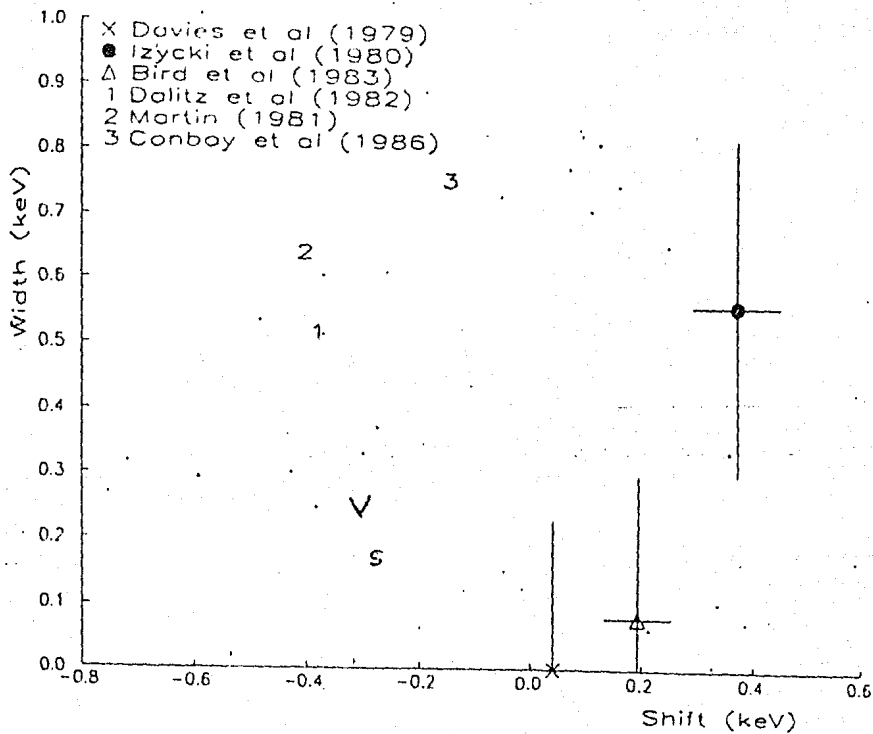
$$a = -0.838 + i0.705 \text{ fm}^{[32]} \quad a = -0.905 + i0.66 \text{ fm}^{[19]}$$

$$a = -0.73 + i0.635 \text{ fm}^{[11]} \quad a = -0.665 + i0.64 \text{ fm}^{[29]}$$

Regresando a la fórmula de Trueman, tenemos que la parte real de la longitud de dispersión se relaciona con el desplazamiento de la energía y la parte imaginaria con el ancho, esto es de la siguiente manera:

$$\epsilon + \frac{i\Gamma}{2} = \frac{2\mu a^2}{B} a = \frac{2(323.525)(1/137)^2}{83.582} a \text{ McV fm}^{-1} = 412.46 a \text{ eV fm}^{-1} \quad (4.3.3)$$

donde identificamos a ϵ con el desplazamiento, a Γ con la anchura, a con la constante de estructura fina y finalmente μ y B son la masa reducida y el radio de Bohr del sistema en el



Y. IZUYKI

estado 1s. esta ecuación es un desarrollo en series por lo que podemos escribir el término a segundo orden^[36]

$$\epsilon + \frac{i\Gamma}{2} = \frac{2\mu a^2}{B} a \left(1 - 3.154 \frac{a}{B}\right) = 412.46a - 15.64a^2 \quad (4.3.4)$$

usando esta ecuación y la tabla 4.4 obtenemos para el ajuste *escalar* que $\epsilon = -328.56$ eV y $\Gamma = 175.91$ eV mientras que para el caso *vectorial* se tiene que $\epsilon = -335.8$ eV y $\Gamma = 237$ eV. Mostramos también la siguiente gráfica con valores experimentales y teóricos.

on la p^a sig

De la figura es inmediato el notar que los tres experimentos tienen un desplazamiento con signo opuesto a los datos obtenidos teóricamente además de que la anchura en la energía es menor en el experimento. En la referencia [21] se señala que la fórmula de Trueman no es exacta para amplitudes cerca del umbral como el sistema $\overline{K}N$, sin embargo la inexactitud no es tan grande como para producir un cambio de signo. Whilst Brower *et. al.*¹⁰ han especulado en que el espectro de rayos x podría dar una explicación sobre el signo correcto del desplazamiento. Nuestros valores persisten en el signo cambiado pero si obtenemos una anchura comparable con la experimental.

4.5 Conclusiones y Perspectivas

El presente trabajo consiste, a nuestro saber, en el primer intento de formular un modelo para la dispersión k^-p cerca del umbral en el que se considere el intercambio de todas

¹⁰ Ver referencia [37]

las partículas relevantes. Fue posible obtener una muy buena concordancia con el experimento, pero el modelo que incluía interacciones pseudovectoriales para los vértices mesón-barión-barión. esto se puede interpretar como el hecho de que la simetría quiral resulta ser importante para las interacciones de kaones, a pesar de que la masa del kaón no es despreciable con respecto a las masas bariónicas. En el caso de las interacciones con piones se sabe que la simetría quiral no es muy importante, y de hecho sería exacta en el límite $\text{masa pión} / \text{masa barión} = 0$.

En el presente modelo la resonancia Λ^* se incluye explícitamente, lo cual correspondería a la interpretación de la misma como un sistema de tres quarks y no un estado ligado $\bar{K}N$. Su inclusión fue de vital importancia para obtener buenos resultados.

Podemos mencionar tres puntos más que merecen atención:

* El tener nueve parámetros libres no es muy satisfactorio. Inicialmente pensábamos utilizar en nuestros cálculos algunos de los valores para constantes de acoplamiento determinados con anterioridad, pero esto nos dio resultados desastrosos. por lo que sería deseable ampliar los esquemas de simetría para reducir el número de parámetros libres, o quizás deducir sus valores a partir de modelos de quarks.

* El problema de los átomos kaónicos requiere mayor estudio. En nuestro trabajo no se pudo resolver la discrepancia existente entre los cálculos teóricos y los valores experimentales para el desplazamiento de niveles.

* En nuestro modelo se viola la unitariedad, debido a que es un cálculo a primer orden en teoría de perturbaciones. En un trabajo posterior se plantea la idea de utilizar el formalismo de la matriz K , lo que permite recobrar la unitariedad de la matriz S perdida en el desarrollo de los diagramas de Feynman.

Apendice A

Unidades Naturales

El seleccionar un sistema de unidades adecuado, es esencial para describir con mayor facilidad un fenómeno, si las unidades son adecuadas, es facil el realizar un analisis dimensional del problema, y el cálculo teórico no se vuelve engorroso.

Se llaman comunmente unidades naturales a las que resultan de escribir $\hbar = \mu_0 = \epsilon_0 = 1$, esta convención es muy usada tanto en el area de la física nuclear como en el de las partículas elementales. Su uso resulta muy conveniente pues el hecho de describir fenómenos cuántico-relativistas origina el uso de las constantes \hbar y c , asi es que el normalizarlos a la unidad hace innecesario el escribirlos en forma explicita.

Tambien es conveniente el introducir al "Electrón-Volt" eV , como medida de energía en lugar del [Joule],¹ el electrón-volt se define como la energía que adquiere un electrón al pasar por una diferencia de potencial de un volt.

$$1eV \longrightarrow 1.6021892 \times 10^{-19} \text{ Joules} \quad (A.1)$$

multiplos del electrón-volt son: keV($10^3 eV$), MeV($10^6 eV$), GeV($10^9 eV$), TeV($10^{12} eV$).

Utilizando esta convención obtenemos que las dimensiones de la coordenada espacia \vec{r} y temporal t son identicas

$$[\vec{r}] = [t] \quad (A.2)$$

las dimensiones de energía E , momento \vec{P} , y masa m son tambien identicas.

$$[E] = [\vec{P}] = [m] \quad (A.3)$$

mas aún si tomamos en cuenta las relaciones entre energía y frecuencia, $E = \hbar\omega$, y entre momento y longitud de onda de una partícula, $\vec{p} = 2\pi \frac{\hbar}{\lambda}$ entonces es obvio que:

$$[E] = [\vec{P}] = [m] = [t^{-1}] = [r^{-1}] = [GeV] \quad (A.4)$$

¹ los corchetes designan la dimensión de la cantidad física encerrada

La dimensión del Lagrangiano es $[m^4]$ entonces todos los campos escalares y vectoriales Φ tienen dimensiones de $[m]$ mientras que la de los fermiones es $[\psi] = [m^{\frac{3}{2}}]$. La forma más fácil para verificar esto es observar los Lagrangianos ²; Entonces todas las cantidades físicas que cuenten con dimensiones pueden ser medidas en unidades de masa y energía, excepto la carga eléctrica que resulta ser adimensional.

No es difícil mostrar que:

$$[\vec{A}] = [A_0] = [m] \quad \text{y} \quad [\vec{E}] = [\vec{H}] = [m^2] \quad (A.5)$$

Donde \vec{A} es el potencial vectorial, A_0 el potencial eléctrico, \vec{E} el campo eléctrico y \vec{H} el campo magnético.

Para finalizar mencionaremos que en el cálculo de las secciones eficaces se utiliza el "Barn"³ como unidad, donde $(1b = 10^{-24} \text{ cm}^2)$ y $(1\text{GeV}^{-2}) = 0.389\text{mb}$.

² Esto se puede verificar observando la ecuación (1.1.3) $m^2 \phi^\dagger \phi$ y la ecuación (1.1.8) $m\bar{\psi}\psi$

³ Se dice que el nombre de barn (granero ó pajar), fue inventado por M.G. Holloway y C.P. Baker, durante los primeros días del proyecto Manhattan cuando un colega calculó una sección transversal de 10^{-24} cm^2 e hizo notar su pequeñez, aquellos respondieron: vamos, "si es tan grande como el lado de un granero".

Un conjunto de cuatro funciones,¹ V^μ que al cambiar de un sistema O a un sistema O' se transforman de modo similar a la diferencial de las coordenadas dx^μ es llamado cuadrivector contravariante ^[10]

$$V'^\mu = \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\nu} V^\nu \quad (B.1)$$

donde el índice superior denota a sus cuatro elementos.

Tenemos también que el conjunto de cuatro funciones, que se transforman como lo hacen las derivadas parciales de una función escalar son llamadas cuadrivectores covariantes

$$V'_\mu = \frac{\partial x^\nu}{\partial x'^\mu} V_\nu \quad (B.2)$$

Es posible representar una coordenada espacio-temporal (t, x, y, z) por un cuadrivector contravariante (definido con el índice arriba)

$$x^\mu \equiv (x^0, x^1, x^2, x^3) \equiv (t, x, y, z) \equiv (t, \vec{x}) \quad (B.3)$$

o también por uno contravariante (definido con el índice abajo) pues uno se puede obtener del otro con cambiar el signo de la parte vectorial², esto se puede hacer utilizando la métrica del espacio, en este caso como se menciona en el capítulo 1 debe ser la de Minkowski.

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{por lo que } g_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = \mathbf{I} \quad (B.4)$$

El momento y la energía también forman parte de un cuadrivector

$$\begin{aligned} p'^\mu &= (E, p_x, p_y, p_z) = (E, \vec{p}) \\ p'_\mu &= (E, -\vec{p}) \end{aligned} \quad (B.5)$$

¹ Las letras griegas pueden tomar los cuatro valores 0,1,2 y 3 mientras que las letras latinas toman los valores 1,2 y 3.

² Cualquiera cuadrivector puede escribirse en forma covariante o contravariante

a partir de las reglas de transformación (B.1) y (B.2) puede demostrarse que la contracción entre un cuadvectores contravariante A^μ y uno covariante B_μ da origen a un escalar o *invariante*

$$A'^\alpha B'_\alpha = \frac{\partial x'^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial x^\nu}{\partial x'^\alpha} A^\mu B_\nu = \delta^\nu_\mu A^\mu B_\nu = A^\mu B_\mu = A^\alpha B_\alpha \quad (B.6)$$

Esta contracción recibe el nombre de producto escalar y puede escribirse de las siguientes formas:

$$A \cdot B = \bar{A}^\mu B_\mu = g_{\mu\nu} A^\nu B^\mu = g^{\mu\nu} A_\nu B_\mu \quad (B.7)$$

así es posible crear una serie de invariantes a partir de la multiplicación entre cualesquiera dos cuadvectores, por ejemplo, el tiempo propio $S^2 = x^\mu x_\mu = t^2 - x^2$.

Utilizando el cuadrimento cc (B.5) obtenemos:

$$p_{1\mu} p_2^\mu = E_1 E_2 - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 \quad (B.8)$$

en el caso de que el cuadrimento fuera el mismo se obtendría, utilizando la ecuación relativista de la energía, el cuadrado de la masa en reposo de la partícula descrita.

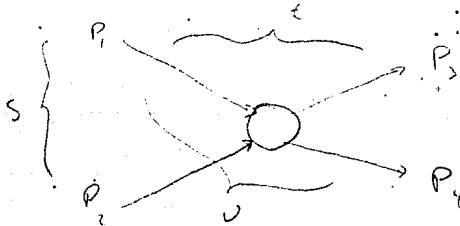
El cuadrimento como operador en el espacio de configuraciones se escribe de la forma:

$$p^\mu = i \frac{\partial}{\partial x_\mu} \equiv (i \frac{\partial}{\partial t}, \frac{1}{i} \nabla) \equiv i \nabla^\mu \quad (B.9)$$

Entonces se obtiene un operador invariante *D'Alambertiano*,

$$p^\mu p_\mu = -\square = -\frac{\partial^2}{\partial x^{\alpha^2}} + \nabla^2 \quad (B.10)$$

Para una reacción en la cual participan cuatro partículas (dos entrando y dos saliendo) es posible formar tres invariantes a partir de los cuadrimentos p_1, p_2, p_3, p_4 .



$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 \\ t &= (p_1 - p_3)^2 = (p_4 - p_2)^2 \\ u &= (p_2 - p_4)^2 = (p_3 - p_1)^2 \end{aligned} \quad (B.11)$$

El sumar estos tres invariantes muestra que sólo dos de ellas son independientes

$$s + t + u = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2 \quad (B.12)$$

asumiendo que se conoce la energía y el momento de dos partículas (*a y b*) que colisionan³, podemos escribir el cuadrimomento total en el centro de masa $p = (p_a + p_b) = (E_a + E_b, \vec{0}) \equiv (W, \vec{0})$ y en el sistema de laboratorio $p^L = (p_a + p_b)^L = E_a^L + m_b, p_a^L$ como p^2 es un invariante [cc B.8] podemos, al utilizar los dos sistemas de referencia, obtener la siguiente serie de igualdades:

$$s = p^2 = M^2 = W^2 = (E_1 + E_2)^2 = (E_3 + E_4)^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2m_2 E_1^L \quad (B.13)$$

Se encuentra entonces la utilidad de los invariantes pues por construcción no importa que sistema de referencia se tome (centro de masa o laboratorio) el valor obtenido es el mismo y por lo tanto podemos encontrar relaciones entre dos sistemas de referencia.

$$\begin{aligned} t &= m_2^2 + m_4^2 + 2m_2 E_4^L \\ u &= m_2^2 + m_3^2 + 2m_2 E_3^L \end{aligned} \quad (B.14)$$

Por ejemplo incertando la ecuación de energía relativista dentro de la expresión para *s* ecuación (B.13) obtenemos:

$$\begin{aligned} |\vec{p}_1| &= |\vec{p}_2| = \frac{1}{2\sqrt{s}} \lambda(s, m_1^2, m_2^2) \\ |\vec{p}_3| &= |\vec{p}_4| = \frac{1}{2\sqrt{s}} \lambda(s, m_3^2, m_4^2) \end{aligned} \quad (B.15)$$

$$\begin{aligned} \text{donde} \quad \lambda(x, y, z) &= (x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz)^{1/2} \\ &= (x - (\sqrt{y} - \sqrt{z})^2)(x - (\sqrt{y} + \sqrt{z})^2) \end{aligned} \quad (B.16)$$

y utilizando las ecuaciones (B.13), (B.14) y (B.15) se puede obtener las siguientes relaciones:

³ las cantidades definidas en el sistema de laboratorio se diferencian de las del centro de masa por un subíndice *L*

Centro de Masa

$$E_1 = (s + m_1^2 - m_2^2)/2\sqrt{s}$$

$$E_2 = (s - m_1^2 + m_2^2)/2\sqrt{s}$$

Laboratorio

$$E_1^L = (s - m_1^2 - m_2^2)/2m_2$$

$$E_2^L = m_2$$

$$|\vec{p}_1^L| = \lambda(s, m_1^2, m_2^2)/2m_2, \quad |\vec{p}_2^L| = 0$$

de igual forma es posible obtener relaciones similares para las partículas tres y cuatro.

Para el cálculo de la sección de dispersión serán de utilidad las siguientes relaciones

$$(p' + p)_\mu (q + q')^\mu = 2p \cdot q + p \cdot q' + q \cdot p' \quad (B.17)$$

$$p' \cdot q = \frac{m_4^2 + m_2^2 - u}{2}$$

$$p' \cdot q' = \frac{s - m_3^2 - m_2^2}{2}$$

$$p \cdot q = \frac{s - m_1^2 - m_2^2}{2}$$

$$p \cdot q' = \frac{m_1^2 + m_3^2 - u}{2}$$

(B.18)

de la ecuación (3.18) es posible desarrollar el término $E_1 E_2 |\vec{v}_a|$ utilizando $v_a = |\vec{p}_a|/E_a$ y considerando una colisión general entre A y B en el centro de masa.

$$E_1 E_2 |v_a - v_b| = |p_1|E_2 + |p_2|E_1 = |p_1|(E_2 + E_1) = |p_1|s^{1/2} \quad (B.19)$$

Apendice C

SU(2) e Isoespín

En el capítulo 2 se discutió cualitativamente una de las propiedades entre partículas por medio de las cuales es posible hacer una agrupación el isoespín, sin embargo es necesario obtener su descripción matemática para su uso en el capítulo tres.

La simetría en la que se encuentra el protón y el neutrón es descrita por un grupo, el SU(2), para su obtención consideremos a estas partículas como dos estados o posibles proyecciones de un sistema *Nucleón* al que se le aplica un operador Λ , estos estados son claramente observables físicas y por lo tanto es necesario pedir que el operador sea hermitiano, además, el tener dos estados posibles nos exige la presencia de dos eigenvectores $|\lambda_1\rangle$ y $|\lambda_2\rangle$ con sus respectivos eigenvalores λ_1 y λ_2 . A partir de estas hipótesis, es fácil calcular explícitamente el operador Λ si consideramos que el origen de los eigenvalores puede localizarse en su punto medio, i.e. $\lambda_1 = -\lambda_2$, sin embargo falta definir una escala en la que se midan los eigenvalores por lo que se normaliza a la unidad $|\lambda_1| = |\lambda_2| = 1$, entonces la ecuación de eigenvalores será: $\Lambda|\lambda\rangle = \lambda|\lambda\rangle$, entonces escribiendo al operador en forma matricial y resolviendo su determinante se obtiene la forma explícita de Λ salvo una fase i.e.

$$\Lambda = \begin{pmatrix} A & \sqrt{1-A^2} e^{-i\varphi} \\ \sqrt{1-A^2} e^{i\varphi} & A \end{pmatrix} \quad (C.1)$$

Es posible obtener una representación más clara si escribimos $A = \cos\theta$ y desarrollamos el exponente complejo².

$$\Lambda = \sin\theta \cos\varphi \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \sin\theta \sin\varphi \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} + \cos\theta \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (C.2)$$

las matrices que surgen son las matrices de Pauli σ_i que para el isoespín denotaremos τ_i , comúnmente se escogen a los eigenvectores de τ_3 para formar la base de la representación, esto es:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (C.3)$$

¹ En otras palabras el determinante secular de la matriz debe ser ± 1 .

² La rotación que se obtiene al utilizar los ángulos θ y φ , es tan solo en el espacio matemático generado por los eigenvectores en los que actúa el operador.

son los vectores que describen a los dos posibles estados del sistema, estos caracterizan respectivamente una proyección hacia arriba con valor $1/2$ y proyección hacia abajo con valor $-1/2$. Es decir un sistema con dos estados de carga se representa con los eigenvalores de $\tau_3/2$ produciendo un valor de isospín igual a $1/2$ con sus dos posibles proyecciones $\pm 1/2$.

Las matrices τ_i son hermitianas y sus matrices de transformación son unitarias:

$$U(\theta_i) = e^{-i\theta_i \tau_i/2} \quad (C.4)$$

El conjunto de las matrices unitarias de 2×2 son conocidas como el grupo $U(2)$ sin embargo cualquier matriz hermitiana de traza cero cumple la relación:

$$\det(e^{i\tau}) = e^{i\text{tr}(\tau)} = 1 \quad (C.5)$$

entonces como la unitariedad del determinante se conserva bajo la multiplicación entre matrices, se obtiene que el conjunto que forman origina un grupo bajo esta operación denotado por las siglas $SU(2)$ (grupo especial unitario de dos dimensiones).

Las matrices τ_i no conmutan sin embargo satisfacen la siguiente regla de conmutación.

$$\left[\frac{1}{2} \tau_i, \frac{1}{2} \tau_j \right] = \frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} \tau_k \quad (C.6)$$

esto se conoce como el algebra de los generadores del grupo $SU(2)$, el tensor ε_{ijk} funje como la constante de estructura del grupo y se define como

$$\varepsilon_{ijk} = \begin{cases} \varepsilon_{123}, 231, 312 & = 1 \\ \varepsilon_{213}, 132, 321 & = -1 \\ \text{cualquier otro orden} & = 0 \end{cases} \quad (C.7)$$

Para obtener una representación de n proyecciones o n estados de carga ($n > 2$) se deben buscar tres matrices M de $n \times n$ que satisfagan el algebra del grupo ec (C.6), por ejemplo, los piones o las sigmas con tres estados de carga o eigenvalores $(1, 0, -1)$ se encuentran descritas por las matrices ϑ_i ,

$$\vartheta_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \vartheta_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \vartheta_3 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (C.8)$$

Podemos hablar del grupo extendido del isoespín si se incluye a las reflexiones, entonces además del isoespín tendremos la isoparidad, definida como:

$$I = e^{i\pi Y/2} \quad (C.9)$$

donde Y es la hipercarga cc (2.2.2).

De acuerdo a las transformaciones en el espacio de isoespín y la isoparidad se pueden clasificar a los campos como isoescalares, isoseudoescalares, isovectores, isoscudovectores e isoespinores. estos últimos a su vez se clasifican según su transformación en^[1]:

$$\begin{aligned} \text{Isoespinores de primera clase } \xi &\rightarrow \xi' = \pm i\xi \\ \text{de segunda clase } \eta &\rightarrow \eta' = \mp i\eta \end{aligned} \quad (C.10)$$

la función de estado para el nucleón ψ_N esta caracterizada por las coordenadas espacio-temporales, el espín y el isoespín i.e. $\psi_N = \psi_N(x; s; I_3)$ por lo que

$$\psi_p \equiv \psi_N(x; s; +1/2) = \text{Protón}$$

$$\psi_n \equiv \psi_N(x; s; -1/2) = \text{Neutrón}$$

Entonces el nucleón se escribe como un isoespinores

$$\psi_N = \begin{pmatrix} u_1(x; s) \\ u_2(x; s) \end{pmatrix}$$

donde los dos estados se obtienen al aplicar τ_3 i.e.

$$\psi_p = \begin{pmatrix} u_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \psi_n = \begin{pmatrix} 0 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \bar{\psi}_N = (\bar{u}_1, \bar{u}_2)$$

por definición se considera al nucleón como isoespinores de primera clase $\psi_p = \xi_p$. La función de estado para un triplete de isoespín puede ser un isovector o isoseudovector, según sea su transformación.

$$\begin{aligned} \varphi_{\Sigma, \pi, \rho} &= \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{pmatrix} & \varphi^- &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_1 + i\varphi_2) \\ & & \varphi^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_1 - i\varphi_2) \\ & & \varphi^0 &= \varphi_3 \end{aligned} \quad (C.11)$$

El efecto de la isoparidad sobre cualquier campo puede escribirse como $\psi \rightarrow \psi' = (\pm i)^Y \psi$ entonces, es la hipercarga la que define que tipo de campo representa a las partículas en el espacio de isoespín i.e.

$$Y = \begin{cases} 0 & \text{para isoescalares} \\ \pm 2 & \text{para isoseudoescalares} \\ \pm 2 & \text{para isovectores} \\ 0 & \text{para isoseudovectores} \\ +1 & \text{para isoespinores de primera clase} \\ -1 & \text{para isoespinores de segunda clase} \end{cases} \quad (C.12)$$

con esto podemos identificar a los multipletes de isoespín

$\Lambda, \Lambda^*, \omega$	como isoescalares (ζ)
$\Sigma, \Sigma^*, \pi, \rho$	como isoseudovectores (ζ)
$K, K^*, N,$	como isoespinores de primera clase (ξ)
\bar{K}, \bar{K}^*	como isoespinores de segunda clase (η)

para la construcción de lagrangianos escalares en el espacio de isoespín escribimos, en analogía a la tabla 1.1, las siguientes formas bilineales¹⁾:

Transformación	Forma Bilineal
Isoescalar	$\xi^\dagger \xi \quad \zeta^\dagger \zeta$
Iseseudovector	$\xi^\dagger \tau \xi \quad \zeta^\dagger \vartheta \zeta$

el que $\varphi_K^* \tau \psi_N (\eta^\dagger \tau \xi)$ sea un iseseudovector es consecuencia de que los adjuntos de ξ y η se transformen al revés que en la ecuación (C.10)

$$\xi^\dagger \rightarrow \mp i \xi^\dagger, \quad \eta^\dagger \rightarrow \pm i \eta^\dagger \quad (C.13)$$

esto es, la isoparidad para una partícula es el opuesto de su antipartícula.

Apendice D

SU(3)

En 1956 Sakata considero un modelo donde (p, n, Λ^0) heran considerados como los campos fundamentales^[3], así hera posible construir todas las partículas hasta entonces conocidas, como por ejemplo, $K^+ \equiv (\bar{\Lambda}^0, p), \Sigma^+ \equiv (\Lambda^0, p\bar{n}), \Xi^- \equiv (\Lambda^0, \Lambda^0, \bar{p})$, etc... Esta teoría tenía la ventaja de describir muy bien a los mesones conocidos considerandolos conio un octete, pero se tenian algunas dificultades para los bariones.

Posteriormente Gell-Mann y Ne'eman independientemente propusieron a los bariones como una representación octagonal, y el tratamiento matemático dio origen a los quarks¹ como la representación irreducible de un grupo construido por 8 matrices de 3×3 que describe y da origen a todas las partículas, estas se pueden agrupar como supermultipletes² cuando se hace un diagrama de I_3 Vs Y i.e. las partículas pertenecientes a un supermultiplete tendran números cuánticos "Internos" (I_3, Y) diferentes pero iguales propiedades espacio-temporales (espín, paridad; J^P)³.

Utilizando entonces esta simetria se encuentra que un acoplamiento entre multipletes de barión-antibarión-mesón esta dado por^{[3],[17]}

$$\text{Tr}(\bar{B}, B)M(\alpha - 1) + \alpha \text{Tr}(\bar{B}, B)M = [\bar{B}, B]_{ij} M_{ji}(\alpha - 1) + \{\bar{B}, B\}_{ij} M_{ji} \alpha \quad (D.1)$$

α es un angulo ($|\alpha| \leq 1$) de mezcla entre las constantes de acoplamiento para las diferentes partículas del supermultiplete, M y B son las matrices que representan al octete de mesones y bariones

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \eta^0 & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & \frac{-1}{\sqrt{2}} \pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \eta^0 & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & \frac{-2}{\sqrt{6}} \eta^0 \end{pmatrix}$$

¹ tambien tres campos

² de 1, 8 y 10 elementos.

³ la simetria de este grupo logro predecir con bastante exactitud la existencia, masa y vida media de la partícula Ω^- .

$$B = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \Sigma^+ + \frac{1}{\sqrt{6}} \Lambda^0 & \Sigma^+ & p \\ \Sigma^- & \frac{1}{\sqrt{2}} \Sigma^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \Lambda^0 & n \\ -\Xi^- & \Xi^0 & \frac{2}{\sqrt{6}} \Lambda^0 \end{pmatrix}$$

\bar{B} es el octete de antibariones, que se obtiene de B al transponerlo y cambiar partículas por antipartículas.

Entonces podemos relacionar varias de las constantes de acoplamiento que aparecen en los vértices del canal s para la reacción $K^- P$ por medio de un ángulo α y una constante g . Si se considera a Y como un hiperón (Σ o Λ) se obtiene, utilizando la ecuación (D.1)

$$K^- P Y (M_{(3,1)} B_{(1,3)})$$

$$\left[\left(\frac{\bar{\Sigma}^0}{\sqrt{2}} + \frac{\bar{\Lambda}^0}{\sqrt{6}} \right) p - p \left(\frac{-2\bar{\Lambda}^0}{\sqrt{6}} \right) \right] K^- (\alpha - 1) + \alpha K^- p \left[\left(\frac{\bar{\Sigma}^0}{\sqrt{2}} + \frac{\bar{\Lambda}^0}{\sqrt{6}} \right) - \frac{2}{\sqrt{6}} \bar{\Lambda}^0 \right] \\ \frac{G}{\sqrt{2}} (2\alpha - 1) + \frac{G}{\sqrt{6}} (2\alpha - 3)$$

$$\bar{K}^0 n Y (M_{(3,2)} B_{(2,3)})$$

$$\left[\left(\frac{-\bar{\Sigma}^0}{\sqrt{2}} + \frac{\bar{\Lambda}^0}{\sqrt{6}} \right) n - n \left(\frac{-2\bar{\Lambda}^0}{\sqrt{6}} \right) \right] \bar{K}^0 (\alpha - 1) + \alpha \bar{K}^0 n \left[\left(\frac{-\bar{\Sigma}^0}{\sqrt{2}} + \frac{\bar{\Lambda}^0}{\sqrt{6}} \right) - \frac{2}{\sqrt{6}} \bar{\Lambda}^0 \right] \\ \frac{-G}{\sqrt{2}} (2\alpha - 1) + \frac{G}{\sqrt{6}} (2\alpha - 3)$$

$$K^- n Y (M_{(3,1)} B_{(2,3)})$$

$$(\bar{\Sigma}^- n) K^- (\alpha - 1) + \bar{\Sigma}^- K^- n \alpha \Rightarrow G(2\alpha - 1)$$

$$\Sigma^0 \bar{\Lambda}^0 \pi^0 (M_{(1,1)(2,2)} B_{(1,1)(2,2)})$$

$$0(\alpha - 1) + 2 \left[\left(\frac{\bar{\Sigma}^0}{\sqrt{2}} + \frac{\bar{\Lambda}^0}{\sqrt{6}} \right) \left(\frac{\Sigma^0}{\sqrt{2}} + \frac{\Lambda^0}{\sqrt{6}} \right) \right] \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} \alpha + \frac{\Sigma^0 \bar{\Lambda}^0 \pi^0 \alpha}{\sqrt{6}}$$

$$G \frac{2}{3} \sqrt{3} \alpha$$

$\Sigma^- \bar{Y} \pi^+ (M_{(1,2)} B_{(2,1)})$

$$\left[\left(\frac{-\bar{\Sigma}^0}{\sqrt{2}} + \frac{\bar{\Lambda}^0}{\sqrt{6}} \right) \Sigma^- - \left(\frac{\bar{\Sigma}^0}{\sqrt{2}} + \frac{\bar{\Lambda}^0}{\sqrt{6}} \right) \Sigma^- \right] \pi^+ (\alpha - 1) +$$

$$\left[\left(\frac{-\bar{\Sigma}^0}{\sqrt{2}} + \frac{\bar{\Lambda}^0}{\sqrt{6}} \right) \Sigma^- + \left(\frac{\bar{\Sigma}^0}{\sqrt{2}} + \frac{\bar{\Lambda}^0}{\sqrt{6}} \right) \Sigma^- \right] \pi^+ \alpha$$

$$- \sqrt{2} G (\alpha - 1) + G \sqrt{\frac{2}{3}} \alpha$$

$\Sigma^+ \bar{Y} \pi^- (M_{(2,1)} B_{(1,2)})$

$$\left[\left(\frac{\bar{\Sigma}^0}{\sqrt{2}} + \frac{\bar{\Lambda}^0}{\sqrt{6}} \right) \Sigma^+ - \left(\frac{-\bar{\Sigma}^0}{\sqrt{2}} + \frac{\bar{\Lambda}^0}{\sqrt{6}} \right) \Sigma^+ \right] \pi^- (\alpha - 1) +$$

$$\left[\left(\frac{\bar{\Sigma}^0}{\sqrt{2}} + \frac{\bar{\Lambda}^0}{\sqrt{6}} \right) \Sigma^- + \left(\frac{-\bar{\Sigma}^0}{\sqrt{2}} + \frac{\bar{\Lambda}^0}{\sqrt{6}} \right) \Sigma^- \right] \pi^- \alpha$$

$$\sqrt{2} G (\alpha - 1) + G \sqrt{\frac{2}{3}} \alpha$$

Finalmente tenemos que SU(3) reproduce las mismas relaciones de SU(2) como por ejemplo:

$$\langle nK^- | \Sigma^- \rangle = - \frac{\langle nK^0 | \Sigma^0 \rangle}{\sqrt{2}} = \frac{\langle K^- p | \Sigma^0 \rangle}{\sqrt{2}}$$

ademas de producir una simetria mayor

$$G_{\bar{K}N\Lambda^0} = G \frac{(2\alpha - 3)}{\sqrt{6}}$$

$$G_{\bar{K}N\Sigma} = G (2\alpha - 1)$$

$$G_{\Lambda\Sigma\pi} = G \alpha \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$G_{\Sigma\Sigma\pi} = G \sqrt{2} (\alpha - 1)$$

Al utilizar la ecuación (D.1) para $N N \pi$ se encuentra que no aparece el angulo de mezcla α , solo la constante G sin ningún número, y esto nos puede hacer considerar a $G_{N N \pi}$ como el valor para G .

Como se mostro en la sección 3.2 es posible obtener el vertice de la reacción a partir del lagrangiano. Dadas tres partículas puede considerarse, tomando en cuenta la conservación del número fermionico, que dos partículas chocan dando origen a una tercera o, el caso en el que una partícula decae en otras dos; por lo que es conveniente escribir la relación entre los dos vertices, porque debe considerarse cuando se efectúan los calculos de la sección 3.5 . A continuación se expone la lista de los vertices correspondientes a los lagrangianos de las secciones 3.3 y 3.4 .

Vértices obtenidos de la sección 3.3

$$\langle p\kappa^- | \Lambda^* \rangle = \langle n\bar{\kappa}^0 | \Lambda^* \rangle$$

$$\langle N\bar{K} | \Lambda^* \rangle = - \langle \Lambda^* | N\bar{K} \rangle = g_{\Lambda^* N\bar{K}}$$

$$\langle p\kappa^- | \Lambda \rangle = \langle n\bar{\kappa}^0 | \Lambda \rangle$$

$$\langle N\bar{K} | \Lambda \rangle = \langle \Lambda | N\bar{K} \rangle = g_{\Lambda N\bar{K}} \gamma^5$$

$$\langle \pi^- \Sigma^+ | \Lambda^* \rangle = \langle \pi^+ \Sigma^- | \Lambda^* \rangle = \langle \pi^0 \Sigma^0 | \Lambda^* \rangle$$

$$\langle \pi \Sigma | \Lambda^* \rangle = - \langle \Lambda^* | \pi \Sigma \rangle = g_{\Lambda^* \pi \Sigma}$$

$$\langle \pi^- \Sigma^+ | \Lambda \rangle = \langle \pi^+ \Sigma^- | \Lambda \rangle = \langle \pi^0 \Sigma^0 | \Lambda \rangle$$

$$\langle \pi \Sigma | \Lambda \rangle = \langle \Lambda | \pi \Sigma \rangle = g_{\Lambda \pi \Sigma} \gamma^5$$

$$\langle \Sigma^- | \Sigma^- \pi^0 \rangle = \langle \Sigma^+ | \Sigma^0 \pi^+ \rangle = - \langle \Sigma^+ | \Sigma^+ \pi^0 \rangle$$

$$= - \langle \Sigma^- | \Sigma^0 \pi^- \rangle = \langle \Sigma^0 | \Sigma^- \pi^+ \rangle = - \langle \Sigma^0 | \Sigma^+ \pi^- \rangle$$

$$\langle \pi \Sigma | \Sigma \rangle = \langle \Sigma | \pi \Sigma \rangle = g_{\Sigma \Sigma \pi} \gamma^5 \vartheta_i$$

$$\langle p\pi^0 | p \rangle = \sqrt{2} \langle n\pi^+ | p \rangle = \sqrt{2} \langle p\pi^- | n \rangle =$$

$$- \langle n\pi^0 | n \rangle$$

$$\langle N\pi | N \rangle = \langle N | N\pi \rangle = g_{N N \pi} \gamma^5 \tau_i$$

Vértices obtenidos de la sección 3.4

$$\langle N\bar{K} | \Lambda^* \rangle = -g_{\Lambda^* N\bar{K}} / q_i$$

$$\langle \Lambda^* | N\bar{K} \rangle = g_{\Lambda^* N\bar{K}} / q_f$$

$$\langle N\bar{K} | \Lambda \rangle = -g_{\Lambda N\bar{K}} \gamma^5 / q_i$$

$$\langle \Lambda | N\bar{K} \rangle = g_{\Lambda N\bar{K}} \gamma^5 / q_f$$

$$\langle N\bar{K} | \Sigma \rangle = -g_{\Sigma N\bar{K}} \gamma^5 / q_i \tau_i$$

$$\langle \Sigma | N\bar{K} \rangle = g_{\Sigma N\bar{K}} \gamma^5 / q_f \tau_i$$

$$\langle \Sigma\pi | \Lambda^* \rangle = -g_{\Lambda^* \Sigma\pi} / q_i$$

$$\langle \Lambda^* | \Sigma\pi \rangle = g_{\Lambda^* \Sigma\pi} / q_f$$

$$\langle \Sigma\pi | \Lambda \rangle = -g_{\Lambda \Sigma\pi} \gamma^5 / q_i$$

$$\langle \Lambda | \Sigma\pi \rangle = g_{\Lambda \Sigma\pi} \gamma^5 / q_f$$

$$\langle \Sigma\pi | \Sigma \rangle = -g_{\Sigma \Sigma\pi} \gamma^5 / q_i \vartheta_i$$

$$\langle \Sigma | \Sigma\pi \rangle = g_{\Sigma \Sigma\pi} \gamma^5 / q_f \vartheta_i$$

$$\langle N | N\pi \rangle = g_{N N\pi} \gamma^5 / q_f \tau_i$$

$$-\sqrt{2} \langle \kappa^- | \bar{\kappa}^0 \pi^- \rangle = \sqrt{2} \langle \bar{\kappa}^0 | \kappa^- \pi^+ \rangle = \langle \kappa^- | \pi^0 \rangle$$

$$= -\langle \bar{\kappa}^0 | \kappa^0 \pi^0 \rangle$$

$$\langle \pi \bar{\kappa}^* | \bar{\kappa} \rangle = \langle \bar{\kappa} | \pi \bar{\kappa}^* \rangle = g_{\pi \bar{\kappa} \pi} (q_f + q_i)_\mu \tau_i$$

$$\langle N\bar{\kappa}^* | \Lambda \rangle = g_{N\Lambda \bar{\kappa}^*} \gamma^\mu$$

$$\langle \Lambda | N\bar{\kappa}^* \rangle = -g_{N\Lambda \bar{\kappa}^*} \gamma^\mu$$

$$\langle N\bar{\kappa}^* | \Sigma \rangle = g_{N\Sigma \bar{\kappa}^*} \gamma^\mu \tau_i$$

$$\langle \Sigma | N\bar{\kappa}^* \rangle = -g_{N\Sigma \bar{\kappa}^*} \gamma^\mu \tau_i$$

$$\langle \kappa^- | \omega^0 \kappa^- \rangle = \langle \bar{\kappa}^0 | \omega^0 \bar{\kappa}^0 \rangle$$

$$\langle \bar{\kappa} | \omega \bar{\kappa} \rangle = \langle \omega \bar{\kappa} | \bar{\kappa} \rangle = -g_{\bar{\kappa} \omega \bar{\kappa}} (q_i + q_f)_\mu$$

$$\begin{aligned} \langle \bar{\kappa}^0 \rho^0 | \bar{\kappa}^0 \rangle &= \sqrt{2} \langle \kappa^- \rho^+ | \bar{\kappa}^0 \rangle = \sqrt{2} \langle \bar{\kappa}^0 \rho^- | \kappa^- \rangle \\ &= - \langle \kappa^- \rho^0 | \kappa^- \rangle \end{aligned}$$

$$\langle \bar{\kappa} | \rho \bar{\kappa} \rangle = \langle \rho \bar{\kappa} | \bar{\kappa} \rangle = -g_{\bar{\kappa}\bar{\kappa}\rho} (q_i + q_f)_\mu \tau_i$$

$$\begin{aligned} \langle p \rho^0 | p \rangle &= \sqrt{2} \langle n \rho^+ | p \rangle = \sqrt{2} \langle p \rho^- | n \rangle \\ &= - \langle n \rho^0 | n \rangle \end{aligned}$$

$$\langle N \rho | N \rangle = \langle N | N \rho \rangle = g_{NN\rho} \gamma_\mu \tau_i$$

$$\langle p \omega^0 | p \rangle = \langle n \omega^0 | n \rangle$$

$$\langle N \omega | N \rangle = \langle N | N \omega \rangle = g_{NN\omega} \gamma_\mu$$

$$\langle N \bar{\kappa} | \Sigma^* \rangle = -g_{\Sigma N \bar{\kappa}} / q_i \tau_i$$

$$\langle \Sigma^* | N \bar{\kappa} \rangle = g_{\Sigma N \bar{\kappa}} / q_f \tau_i$$

$$\langle \pi^- \Sigma^{*+} | \Lambda \rangle = \langle \pi^+ \Sigma^{*-} | \Lambda \rangle = \langle \pi^0 \Sigma^{*0} | \Lambda \rangle$$

$$\langle \pi \lambda | \Sigma^* \rangle = -g_{\Lambda \pi \Sigma^*} q_{\mu i}$$

$$\langle \Sigma^{*+} | \pi \Lambda \rangle = g_{\Lambda \pi \Sigma^*} q_{\mu f}$$

$$\langle \Sigma^{*-} | \Sigma^- \pi^0 \rangle = \langle \Sigma^{*+} | \Sigma^0 \pi^+ \rangle = - \langle \Sigma^{*+} | \Sigma^+ \pi^0 \rangle$$

$$= - \langle \Sigma^{*-} | \Sigma^0 \pi^- \rangle = \langle \Sigma^{*0} | \Sigma^- \pi^+ \rangle = - \langle \Sigma^{*0} | \Sigma^+ \pi^- \rangle$$

$$\langle \pi \Sigma | \Sigma^* \rangle = -g_{\Sigma^* \Sigma \pi} q_{\mu i} \vartheta_i$$

$$\langle \Sigma^* | \pi \Sigma \rangle = g_{\Sigma^* \Sigma \pi} q_{\mu f} \vartheta_i$$

REFERENCIAS

- [1] *Róman Theory of Elementary Particles*, Paul Roman, northolland 1960
- [2] *Relativistic Quantum Mechanics*, Bjorken and Drell, Mc Graw Hill 1964
- [3] Grasiowiks
- [4] Landau
- [5] Barry R
Holstein Am. J. Physics 57 1989
- [6] *Introduction to Feynman Diagrams*, Bilenky, Pergamon Press 1974
- [7] *Quarks and Leptons Halzen and Martin*
- [8] Scadron
- [9] *Elementary Particle Physics Gunnar Kallen*
- [10] *Nuclear and Particle Physics Frauentelder Benjamin Inc. 1975*
- [11] *Dep. of theoretical physics Oxford, Dalitz & Mc Ginely*
- [12] M.M. Nagles N. Phy. B109 1 1976
- [13] *An Informal Introduction to Gauge Field Theories, Atchinson, Cambridge Press 1984*
- [14]
- [15] *Enfoque Sobre Física Nuclear*
- [16] *An introduction to quarks and Partons, F.E. Close, Academic Press 1979*
- [17] Chueng-Ryong j. Phy. Rev. C. 38 2691 1988
- [18] R.L. Workman Phy. Rev. D 37 3117 1988
- [19] A. D. Martin N. Phy. B16 479 1970
- [20] R. H. Dalitz hyperon nuclear and kaon phys. 1982
- [21] J. W. Schnieck 1989
- [22] T. L. Trueman N. Phy. 26 57 1961
- [23] O. Braun N Phy. B129 1 1977
- [24] E. A. Veit Phy. L. 137B 415 1984
- [25] P. J. Fink Jr. 1989
- [26] O. V. Maxwell Preprint 1983
- [27] Robert Williams Phy. Rev D 41 1449 1990
- [28] D. Bulgen N. Phy. A506 586 1990
- [29] A. D. Martin N. Phy. B179 33 1981
- [30] Jae Kwan Kim Phy Rev. Let. 19 1079 1967
- [31] Jurij W. Darewych Phy. Rev D 32 1765 1985
- [32] Jae Kwan Kim Phy Rev. Let. 14 29 1965

- [33] D. Cline *Phys. Rev. Lett.* 26 1194 1971
- [34] J. Schnick *Phys. Rev. Lett.* 58 1719 1987
- [35] M. M. Nagels *N. Phys.* B147 189 1979
- [36] C. J. Batty *International School of Physics with low energy antiprotons Sicily* 1988
- [37] C. J. Batty *12th International conference on Few Body Problems in Physics Vancouver* 1989
- [38] Thomas N. P. *B56*, 15 1973
- [39] M. Sakitt *Phys. Rev.* B719 139 1965
- [40] W. E. Humphrey *Phys Rev* 127 1305 1962
- [41] W. Kittel *Phys Lett* 21 349 1962
- [42] Kim *Phys Rev Lett.* 19 1074 1967
- [43] T. S. Mast *Phys Rev D* 14 13 1976
- [44] A. D. Martin *Nucl Phys.* B179 33 1981
- [45] J. Oborowski *J. Phys.* G8 13 1982