



23  
29

UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

PRODUCCION DE NEUTRONES EN REACCIONES  
DE FUSION A BAJAS ENERGIAS

T E S I S

Que para obtener el título de

F I S I C O

p r e s e n t a

MARCELO FRANCISCO LUGO LICONA

México, D. F.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

1990



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

	Pag.
Introducción.....	1
<b>Capítulo I. Reacciones Nucleares</b>	
Clasificación de las Reacciones Nucleares.....	2
Formación del Núcleo Compuesto.....	3
Modelo del Gas de Fermi.....	4
Las Reacciones de Núcleo Compuesto.....	6
Decaimiento $\gamma$ .....	10
Emisión de Partículas.....	10
La Selección por un Espín Alto.....	11
Residuos de Evaporación.....	12
Competencia Fisión-evaporación.....	13
<b>Capítulo II. Cálculos Estadísticos</b>	
El Análisis de Hauser-Feshbach.....	23
Descripción y uso del Programa LILITA.....	25
El Método de Monte Carlo y el Orden de Cálculo....	31
FUSI.....	34
DISCRE.....	35
Archivo de Datos de Entrada.....	36
STATIS.....	39
<b>Capítulo III. Datos Experimentales</b>	
Secciones de Neutrones.....	45
<b>Capítulo IV. Análisis</b>	
Análisis y Comparación con los Datos Experimentales	67
Comparaciones con STATIS.....	70
<b>Capítulo V. Conclusiones</b>	
Conclusiones.....	83
Referencias.....	84

## Introducción.

Predecir las secciones eficaces de decaimiento de un núcleo compuesto para energías alrededor de la barrera Coulombiana hasta  $A \sim 40$ , ha ocupado la atención de muchos investigadores desde la década de los 60's, ya que en este régimen de energías la sección de fusión es prácticamente toda la sección de reacción. Esta necesidad ha dado lugar al desarrollo de diferentes programas de cómputo como HELGA (Pe72) que aplica de manera exacta la fórmula de Hauser-Feshbach pero que toma mucho tiempo de computación aún en las computadoras más rápidas y que hace que correr este programa sea incosteable. Para soslayar ésta dificultad se han escrito otros programas que contienen ciertas aproximaciones razonables (STATIS) y otros que utilizan métodos de Monte Carlo aprovechando que el fenómeno es estadístico (LILITA), ahorrando una gran cantidad de tiempo de cómputo y haciéndolos mucho más accesibles.

Existían en el Laboratorio Nacional de Oak Ridge una cantidad de datos experimentales no reportados de evaporación de neutrones para una serie de núcleos compuestos formados a través de diferentes sistemas desde  ${}^9\text{Be}+{}^{12}\text{C}$  hasta  ${}^{16}\text{O}+{}^{13}\text{C}$ , en diferentes intervalos de energía, que representan un buen conjunto contra el cual comprobar la validez de las predicciones de LILITA para este régimen de energías.

Con este objetivo se propuso esta tesis que contiene en el capítulo I un resumen sobre diferentes aspectos teóricos de las reacciones de fusión y decaimiento del núcleo compuesto; en el capítulo II se describe esencialmente el programa LILITA y sus aproximaciones. El capítulo III contiene los datos experimentales obtenidos en el Laboratorio Nacional de Oak Ridge, así como una recopilación de las secciones de fusión. En el capítulo IV se describen las modificaciones necesarias para adecuar el programa al caso de baja energía, así como los resultados obtenidos para las reacciones  ${}^{14}\text{N}+{}^{12}\text{C}$  y  ${}^{16}\text{O}+{}^{12}\text{C}$ , haciendo una comparación con las predicciones del código STATIS. Finalmente se dan las conclusiones.

## Clasificación de las Reacciones Nucleares.

Se consideran reacciones entre iones pesados a aquellas en las que tanto el proyectil como el blanco son núcleos más pesados que el  $^4\text{He}$ . Estas reacciones presentan características que permiten interpretarlas con métodos semiclásicos más simples que los métodos tradicionales de la mecánica cuántica.

Para que estas reacciones tengan lugar, la energía de incidencia debe ser, al menos, suficiente para superar la barrera Coulombiana,  $E_B = Z_1 Z_2 e^2 / R$ , con  $R = R_1 + R_2$  la separación entre los centros de los iones,  $Z_1$  y  $Z_2$  son sus cargas y  $R_1$  y  $R_2$  son sus radios.

A medida que los núcleos son más pesados y sus energías cinéticas mayores, la longitud de onda de de Broglie es menor que su radio, por lo que su movimiento puede tratarse como el de una partícula clásica. En este caso se puede hacer una descripción física general de las interacciones entre iones pesados. El tipo de proceso depende en gran parte del parámetro de impacto,  $b$ , que está relacionado con el momento angular orbital  $l$ , por la expresión semiclásica:

$$l\hbar = m v b = \hbar k b \quad (1)$$

con lo que es posible, caracterizar el tipo de interacción a través de  $b$  o bien de  $l$  (Ne70).

El potencial de interacción tiene tres contribuciones: el potencial Coulombiano, el potencial nuclear y el potencial centrífugo:

$$\begin{aligned} V &= V_C + V_N + l(l+1)\hbar^2/R^2 \\ &= Z_1 Z_2 e^2/R + V_N + l(l+1)\hbar^2/R^2 \end{aligned} \quad (2)$$

El potencial describe la fuerza entre los iones y clásicamente determina su orbital. Cuando los iones se tocan uno a otro, aparece un proceso de absorción de partículas, que

usualmente se representa por un potencial absoritivo. En la mecánica cuántica es un potencial complejo, con la parte imaginaria absorbiendo la onda incidente, de manera análoga a lo que ocurre en la óptica.

La parte Coulombiana y centrífuga, puede calcularse fácilmente, pero no la parte nuclear, que es difícil de determinar.

A energías por abajo de la barrera Coulombiana, sólo hay interacción Coulombiana, pues los iones no alcanzan a tocarse, resultando en dispersión de Rutherford y tal vez en excitación Coulombiana. A energías más altas, la interacción es a través del potencial nuclear, que es cuando conviene considerar las interacciones en términos del parámetro de impacto,  $b$ , ya que el potencial centrífugo se va haciendo dominante sobre el Coulombiano.

La figura 1 representa esquemáticamente lo dicho antes, considerando parámetros de impacto tales que  $b \approx R_1 + R_2$  (colisión rasante),  $b > R_1 + R_2$  (colisión distante) y  $b < R_1 + R_2$  (colisión cercana).

Otra manera de ver las interacciones se muestra en la figura 2, donde se grafica la sección transversal en función del parámetro de impacto o el momento angular orbital.

#### Formación del Núcleo Compuesto.

Quando un haz de partículas interactúa con un blanco, las reacciones que tienen lugar pueden involucrar varios mecanismos de reacción. Uno de los más importantes es el caso en el cual el núcleo con el que interactúa el proyectil, lo atrapa para así formar el llamado *núcleo compuesto*. El núcleo compuesto así formado está en un estado excitado. La energía de excitación es igual al valor  $Q$  de la reacción ( $Q = (M_b + M_p) - M_{NC}$  en MeV), más la energía cinética de la partícula en el sistema del centro de masa.

La vida media de un núcleo compuesto es grande comparada con el tiempo de tránsito (tiempo que tardaría el proyectil en recorrer el diámetro del núcleo blanco). La energía del núcleo compuesto se reparte entre los nucleones constituyentes hasta perder la memoria de cómo se formó, excepto por los requisitos de conservación de energía, momento angular total y paridad. Si la energía de excitación es suficientemente alta, se excitarán un gran número de niveles. La densidad de niveles crece conforme aumenta la energía de excitación, llegando un momento en que la anchura de los niveles es mayor que la separación entre ellos, de este modo no se pueden reconocer experimentalmente niveles de energía discretos. La energía y el momento angular permanecen constantes.

El concepto de *núcleo compuesto* implica equilibrio termodinámico y por lo tanto la aplicabilidad de métodos estadísticos. Las reacciones en las que se forma un núcleo compuesto son los casos más sencillos para aplicar un modelo estadístico al decaimiento del mismo, aprovechando además que se conocen su masa, carga y energía de excitación, y dentro de suposiciones razonables, la distribución de momento angular. Se pueden describir las propiedades del núcleo compuesto por medio de la temperatura nuclear y la densidad de niveles, como en el modelo del gas de Fermi.

#### Modelo del gas de Fermi.

En este modelo se puede considerar al núcleo como el pozo de potencial mostrado en la figura 3, en el cual nucleones se mueven. Las fuerzas entre nucleones pueden omitirse, excepto las que son responsables de la existencia del pozo de potencial. En lugar de estudiar el problema de los niveles de energía individualmente, se trata al núcleo estadísticamente, de modo parecido al tratamiento

que se da a un gas en la teoría cinética. Este modelo no proporciona información sobre el espín y paridad nuclear, pero sí da una valiosa interpretación del comportamiento del núcleo cuando se encuentra en altos niveles de excitación.

Empezando por el fondo del pozo, cada nivel se ve completamente lleno con protones o neutrones de acuerdo al principio de exclusión de Pauli. No habiendo vacancias, el núcleo se encuentra en su estado de energía más bajo posible. Esto es equivalente a un gas en el cero absoluto de temperatura. Si se excita al núcleo a un estado de alta energía, entonces uno o más nucleones pasarán de su estado de energía normal a un nivel más alto que se encuentre desocupado, por arriba de  $E_f$ . Ahora la "temperatura nuclear" ya no es cero, sino que tiene un valor mayor. Así, la temperatura se mide hasta los niveles, que ahora ocupan los nucleones, que se encuentran arriba de  $E_f$ . Es útil expresar la temperatura nuclear en unidades de  $kT$ , que tiene dimensiones de energía, más que en grados ( $k$  es la constante de Boltzmann). Así se tienen temperaturas de pocos MeV.

Tratando al núcleo como un gas y aplicando los métodos de la mecánica estadística, el valor de la energía de Fermi,  $E_f$ , puede calcularse resultando (Ha69):

$$\begin{aligned} E_{f(\text{protones})} &= 53(Z/A)^{2/3} \text{ MeV} \\ E_{f(\text{neutrones})} &= 53((A-Z)/A)^{2/3} \text{ MeV} \end{aligned} \quad (3)$$

donde, para el cálculo de los coeficientes, se supuso un radio nuclear de  $R=1.2 \times 10^{-13} A^{1/3} \text{ cm}$ .

La temperatura nuclear debe variar con la energía de excitación  $E$ , de tal modo que el calor específico nuclear  $dE/dT$  sea cero cuando  $T=0^\circ \text{K}$ , de acuerdo con la tercera ley de la termodinámica. La ecuación más simple que satisface este requisito es:

$$E = \alpha T^2 \quad (4)$$



donde  $\alpha$  es un parámetro empírico que se puede medir experimentalmente y que es una función de A.

Ya que se están usando métodos estadísticos, entonces puede obtenerse información sobre las propiedades promedio del núcleo. Una de estas propiedades es la energía de separación promedio, D, entre niveles de energía. El recíproco  $1/D$  es el número de niveles de energía nuclear en un intervalo de energía y comúnmente se le llama "densidad de niveles", y se designa por  $\rho$ . Según este modelo, D decrece rápidamente conforme crece la energía de excitación, especialmente si el núcleo es pesado.

Según el modelo del gas de Fermi, la relación entre la densidad de niveles,  $\rho$ , y la energía de excitación E, es:

$$\rho = c \exp[2 \sqrt{\alpha E}] \text{ niveles por MeV} \quad (5)$$

siendo  $\alpha$  la misma constante de la ecuación (4), y c es un parámetro que decrece cuando A se incrementa. La densidad de niveles y la temperatura nuclear, se pueden medir experimentalmente estudiando los espectros de energía de los nucleones emitidos por núcleos altamente excitados.

#### Las Reacciones de Núcleo Compuesto.

El decaimiento del núcleo compuesto muestra características que dependen de la masa, carga y momento angular.

En los núcleos ligeros, la barrera de Coulomb, la cual inhibe la evaporación de partículas cargadas, es pequeña. Así, protones y partículas  $\alpha$  compiten favorablemente con los neutrones, y si el momento angular del núcleo es grande, la barrera centrífuga que sienten las partículas  $\alpha$  favorece su decaimiento. La emisión de rayos  $\gamma$  solo tendrá lugar cuando la energía de excitación disponible (o la barrera Coulombiana) evite la emisión de partículas, es decir, ligeramente abajo de la energía umbral.

Generalmente la fisión se inhibe debido a que la energía superficial es grande comparada con la energía de Coulomb.

Para los núcleos de masa intermedia pueden ser importantes los tres modos de decaimiento. La fisión puede competir con el decaimiento por neutrones cuando el momento angular es grande. La emisión de partículas cargadas, aunque inhibida por la barrera Coulombiana, no está del todo ausente, especialmente para aquellos núcleos deficientes en neutrones que pueden tener energías de separación muy bajas para los protones o partículas  $\alpha$ . Para núcleos que sobreviven a la fisión, son los neutrones los que remueven algo de la energía de excitación pero que llevan poco momento angular; así que la radiación cuadrupolar  $\gamma$  es la única forma de remover el momento angular restante.

Una de las características de los núcleos pesados es que son fácilmente fisiónables. Ya que la emisión de partículas ligeras cargadas se ve ahora fuertemente obstruida, debido a que la inhibe la barrera de Coulomb, sólo compiten la fisión y la emisión de neutrones. Un núcleo pesado puede tener, con pequeño momento angular adicional, una barrera de fisión menor que la energía de separación del neutrón, dando lugar a la fisión como modo dominante de decaimiento.

Las reacciones de iones pesados entre núcleos ligeros (capas  $p$  y  $s$ -d), que proceden vía la formación y decaimiento del núcleo compuesto, son de interés porque la sección eficaz para la formación del núcleo compuesto,  $\sigma_f$ , y su dependencia con las masas del núcleo blanco y proyectil, así como con la energía de bombardeo, dan información sobre, por ejemplo: el momento angular máximo o limitante, con el que se puede formar el núcleo compuesto, este límite depende de las propiedades del núcleo a una energía de excitación y a un momento angular grande o de aspectos dinámicos del canal de entrada. En el último caso,  $\sigma_f$  puede depender de la estructura de los núcleos blanco y proyectil. Por otro lado, la distribución de carga y masa de los residuos de evaporación contienen información de la distribución del momento angular en el canal de entrada que conduce a la fusión.

En general, los cálculos estadísticos se basan en la teoría de Hauser-Feshbach, considerando la contribución de estados discretos directamente de los niveles de energía reportados y la parte correspondiente al continuo, se obtiene a través de la densidad de niveles  $\rho(E,J)$ , que se basa en el modelo de un gas de Fermi:

$$\rho(E,J,\Pi) = 1/2 \rho(E,J)\omega(E)$$

donde

$$\rho(E,J) = \exp(-J^2/2ct) - \exp(-(J+1)^2/2ct)$$

$$\text{y } \omega(E) = \exp(2\sqrt{aU}) / (12\sqrt{2ac} at^3)$$

donde  $U = E - \Delta$  y  $U = \alpha t^2$ , donde  $\Delta$  es la energía de apareamiento,  $\alpha$  el parámetro de la densidad de niveles y  $t$  es la temperatura nuclear. El parámetro  $c$  está relacionado con el factor de espín de corte a través de  $\sigma^2 = ct$ .

Los análisis sistemáticos sobre las densidades de niveles experimentales proporcionan mucha información, ya que revelan los efectos de la estructura nuclear en las propiedades del continuo, valores experimentales contra los que se pueden comparar las predicciones teóricas y a través de la interpolación facilitan la determinación de parámetros no medidos de las densidades de niveles y tal vez la contribución más importante es que dan una serie de parámetros que son convenientes para los cálculos del decaimiento estadístico de un núcleo compuesto.

Con respecto a la comparación de los datos experimentales con las predicciones teóricas, se han usado diferentes fórmulas para la densidad de niveles según la región de masas consideradas, el tipo de datos experimentales incluidos, los tratamientos de la energía y del factor de espín de corte.

Por ejemplo, Gilbert y Cameron, y Reffo (Gi65, Bi65a, Re80) consideraron masas entre  $\sim 25$  y  $\sim 230$ , haciendo el conteo de los niveles individuales a bajas energías de excitación (de los esquemas de decaimiento) y cercanos al umbral de la primera

partícula (de las resonancias de neutrón y protón). Para energías de excitación por abajo de un cierto valor ( $\approx 10$  MeV) aplicaron una fórmula de temperatura constante:

$$\rho_0 = T^{-1} \exp((E-E_0)/T) \quad (6)$$

La fórmula de densidad de niveles que adopta es esencialmente la de Bethe (1936,1937):

$$\rho(U,J) = \frac{\sqrt{\pi}}{12} \frac{\exp(2\sqrt{aU})}{a^{1/4} U^{5/4}} \frac{(2J+1) \exp(-(J+1/2)^2/2\sigma^2)}{2\sqrt{2\pi} \sigma^3} \quad (7)$$

donde  $\rho(U,J)$  es la densidad de niveles en  $\text{MeV}^{-1}$ , para niveles de un momento angular dado  $J$ , incluyendo ambas paridades y a una energía  $U$  arriba del estado completamente degenerado (que está a una energía de excitación  $U_0$ ). La densidad de niveles observada es:

$$\rho(U) = \sum \rho(U,J) \cong \frac{\sqrt{\pi}}{12} \frac{\exp(2\sqrt{aU})}{a^{1/4} U^{5/4}} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma}$$

La energía  $U$  está ahora definida por  $U = E - P(N) - P(Z)$ , donde  $E$  es la energía de excitación total y  $P(N)$  y  $P(Z)$  son las energías de apareamiento para neutrones y protones, que son cero para valores impares de  $N$  o  $Z$ .

El factor de espín de corte,  $\sigma^2 = 0.0888(aU)^{1/2} A^{2/3}$  está relacionado con el momento de inercia de cuerpo rígido con  $r_0 \approx 1.1$ . La distribución de espín está dada por (Gi65, Gi65a):

$$\rho(U,J) = \rho(U) \frac{2J+1}{2\sigma^2} \exp(-(J+0.5)^2/\sigma^2)$$

$$= \frac{2J+1}{12} \sqrt{a} \left[ \frac{A^2}{2\mathcal{J}} \right]^{3/2} \frac{\exp(2\sqrt{aU})}{U^2} \exp\left(-\frac{(J+0.5)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (8)$$

### Decaimiento $\gamma$ .

El decaimiento  $\gamma$  es un proceso extremadamente débil, con secciones eficaces del orden de nano-barns (Fe69). El decaimiento  $\gamma$  a altas energías en casos como  $^{12}\text{C}(^{12}\text{C},\gamma)^{24}\text{Mg}$ , además de su carácter colectivo, puede ser de carácter estadístico (Sa78). (Por ejemplo,  $^{14}\text{N}+^{12}\text{C}$ ,  $\text{N}^{14}+^{30}\text{Si}$  y  $\text{N}^{14}+^{27}\text{Al}$  dan una sección de  $\sim 0.5\mu\text{b}$ (Vi79)).

Existe también decaimiento  $\gamma$  precedido por la emisión de partículas, el cual se presenta al final del proceso de decaimiento y este si suele ser muy intenso (multiplicidades de  $\gamma$  de  $9.3\pm 0.9$  para  $^{12}\text{C} + \text{Ni}$ , a energías entre 100 y 200 MeV, pero aún en este caso sólo se remueve del orden de  $\sim 13$  MeV). Experimentalmente se ha encontrado que la emisión de partículas es el proceso dominante en el de decaimiento del núcleo compuesto y son las que se llevan la mayor parte de la energía de excitación y de momento angular.

### Emisión de Partículas.

La emisión de partículas como el protón, el neutrón y partículas  $\alpha$  es, como ya se dijo, el modo dominante en el decaimiento de núcleos compuestos, aunque también se evaporan, en este proceso, partículas más pesadas que las  $\alpha$ . Las comparaciones muestran una buena concordancia con la teoría de Hauser-Feshbach (Ha52).

La probabilidad de que una partícula relativamente masiva sea emitida, depende del máximo momento angular con el cual se forma el núcleo compuesto. Para la fusión se incluye un momento angular crítico,  $J_c$ , que es menor que el momento angular rasante en el canal de entrada.

El tratamiento de Hauser-Feshbach para la evaporación de cúmulos tales como las partículas  $\alpha$  y otros más pesados, funciona bien, al menos para energías de bombardeo no muy altas (St77).

En el estudio de gran número de reacciones se ha encontrado que para núcleos compuestos ligeros, también el tratamiento de Hauser-Feshbach, aplicado a la emisión de cúmulos pesados, concuerda con los experimentos. Esto quiere decir que proporciona la respuesta correcta al considerar la fisión de núcleos ligeros. Los núcleos para los que se presenta la fisión en este caso, tienen momentos angulares significativamente más bajos que aquellos para los que la barrera de fisión se anula. Así que su configuración de punto silla (ver figura 6) es casi como la de dos esferas que se tocan.

### La Selección por un Espín Alto.

La mayoría de las reacciones de núcleo compuesto con iones pesados, muestran una población selectiva de estados de espín grande. Las pocas excepciones ocurren en casos como  $^{14}\text{N} + ^{14}\text{N} \rightarrow ^{24}\text{Mg} + \alpha$  (Mi70), donde hay un valor de  $Q$  positivo y grande, que incrementa drásticamente la energía de excitación en el núcleo compuesto y el número de canales abiertos (Br72). Un espectro típico de tal reacción selectiva se puede ver en la figura 4,  $^{12}\text{C} + ^{15}\text{N} \rightarrow \alpha + ^{25}\text{Na}$  (Or80). En la figura 5, se muestran las funciones de excitación para estos grupos de partículas, junto con las predicciones del modelo estadístico de Hauser-Feshbach como un ejemplo del acuerdo que hay entre teoría y experimento.

Una vez fijos los parámetros en el cálculo de Hauser-Feshbach, las secciones eficaces predichas, para los estados de espín grande, son suficientemente sensibles como para asignar un espín a cada nivel residual. Cuando se toman en cuenta las incertidumbres en estos parámetros, especialmente en el factor de espín de corte, el error típico es de  $\pm 1\frac{1}{2}$ . Sin embargo, en la región de la línea de "yrast", donde los estados de espín alto están bien espaciados, con frecuencia es suficiente identificar un miembro de cada banda. La línea de yrast es la frontera donde debido a un momento angular muy grande el núcleo compuesto no puede existir como tal.

## Residuos de Evaporación.

Los residuos pesados que quedan después de que ha terminado la emisión de partículas, se distribuyen según su masa y número atómico, de tal manera que reflejan los diferentes tipos de partículas emitidas ( $p$ ,  $n$ ,  $\alpha$ , etc.) (St81). Además sus energías y ángulos en el sistema del laboratorio dan información de las velocidades de retroceso impartidas a los residuos en cada etapa de la evaporación. Así, la información complementaria a la que da lugar la emisión de partículas ligeras se puede obtener de la observación de los residuos de evaporación. Medir estos es un buen método ya que tiene la ventaja de que hay exactamente un residuo por cada núcleo compuesto formado.

Los residuos de evaporación se pueden detectar indirectamente por los rayos  $\gamma$  característicos o bien por observación directa contando los residuos. A bajas energías de bombardeo, donde el número de canales abiertos es menor, debido a que los productos se concentran en un pequeño número de residuos diferentes, el método de rayos  $\gamma$  da una forma rápida y sensible para la obtención de la sección eficaz integrada angularmente. Para realizar este análisis por debajo del umbral de la emisión de partículas, es necesario conocer las tasas de decaimiento de los rayos  $\gamma$  y es por esto que el modelo estadístico es importante en esta etapa del análisis, ya que así se obtiene el número de residuos indicado por las líneas  $\gamma$  (O174, Sp74, Cu76).

La observación directa de los residuos usando contadores  $\Delta E-E$  para determinar  $Z$ , y técnicas de tiempo de vuelo para determinar  $A$ , es el método que se usa con mayor frecuencia para medir las secciones eficaces de núcleos ligeros a energías arriba de la barrera Coulombiana.

Para el estudio de los residuos de evaporación, se han usado diferentes programas de cómputo, que tienen algunas discrepancias con los experimentos, pero éstas se pueden entender. Las comparaciones entre los resultados de los programas han demostrado que las diferentes fórmulas usadas para las densidad de niveles,

las diferentes parametrizaciones para los coeficientes de transmisión y otras aproximaciones numéricas en los cálculos, son las causas de estas discrepancias.

Los cálculos de modelo estadístico requieren de una elección de parámetros que se ajuste a los resultados experimentales, pero sin que estos parámetros se alejen mucho de los valores que tienen un significado físico.

#### Competencia Fisión- evaporación.

La elección entre la fisión o evaporación de una partícula ligera está gobernada por la densidad de niveles disponibles para estos dos procesos. Para la evaporación de un neutrón esta densidad de niveles depende de la energía disponible en la configuración del estado base y de la densidad de niveles de una sola partícula. La energía disponible queda determinada en parte por la energía de separación del neutrón (ver la figura 6) y de la energía de excitación a la que se forma el núcleo compuesto. Para la fisión, es importante la densidad de niveles alrededor del estado de transición. Aquí, la energía depende de la altura de la barrera de fisión. El parámetro de la densidad de niveles,  $\alpha_f$ , que es el parámetro de la densidad de niveles de una sola partícula puede ser diferente del de la configuración del estado base,  $\alpha_n$ , debido a que la forma del punto silla es diferente. Así, la competencia entre la evaporación y la fisión estará gobernada, en lo esencial, por la razón de los parámetros de la densidad de niveles,  $\alpha_f/\alpha_n$ , y por la diferencia entre la energía de unión del neutrón y la altura de la barrera de fisión:  $S_n - E_n$ .

Midiendo las anchuras relativas para la fisión y la evaporación de neutrones,  $\Gamma_f/\Gamma_n$ , se han obtenido valores de  $\alpha_f/\alpha_n$  y  $E_n$  (Va73). El que estos valores dependan de la masa se entiende en términos del modelo de la gota de líquido y las correcciones asociadas con las capas cerradas y con la deformación nuclear.



El hecho de que  $\alpha_f/\alpha_n$  sea generalmente mayor que la unidad, se puede explicar en términos de las relaciones de deformación y la densidad de niveles de una sola partícula en la superficie de Fermi (figura 7c). Una configuración de equilibrio (energía potencial máxima) se produce cuando la densidad de niveles de una sola partícula es baja. Ya que el punto silla es el de máxima energía potencial a lo largo de la trayectoria de fisión, tiene asociada una densidad de niveles más alta (Va73). Hay también un efecto macroscópico, que se basa en la razón de cambio (con la deformación) de superficie-volumen, que ocasiona que  $\alpha_f/\alpha_n$  exceda a la unidad (Bi72, Mo74a, Be78, Vi80).

- Fig. 1 Descripción clásica de las interacciones con iones pesados; aquí se muestran las trayectorias que corresponden a colisiones distantes, rasantes y frontales (Nö76).
- Fig. 2 Clasificación esquemática de las reacciones nucleares según el parámetro de impacto  $b$  o el momento angular orbital  $l$ . El número de onda se denota por  $k$ .
- Fig. 3 Niveles de energía para protones y neutrones en un pozo de potencial nuclear (Ha69).
- Fig. 4 Un espectro de  $^{12}\text{C}(^{15}\text{N},\alpha)^{23}\text{Na}$  medido a una energía de bombardeo de 35 MeV y un ángulo de laboratorio de  $7^\circ$  (Or80).
- Fig. 5 Funciones de excitación para estados excitados en  $^{23}\text{Na}$ , de 0 a 6.4 MeV. Las líneas sólidas y punteadas son resultado de los cálculos de Hauser-Feshbach (Or80), con y sin corte en el momento angular respectivamente.
- Fig. 6 Espectro de los estados intrínsecos de un núcleo par-impar en equilibrio y su decaimiento por fisión y por emisión de neutrones (St81).
- Fig. 7 a) Espaciamiento uniforme de los niveles de una sola partícula. La ocupación de niveles hasta la energía de Fermi  $\epsilon_f$ , se indica para temperaturas 0 y mayores, finitas.
- b) Niveles de una sola partícula en el oscilador armónico del modelo de capas sin (izquierda) y con (derecha) interacción espín-órbita (Ma55).
- c) Espectro de una sola partícula para el oscilador armónico de un potencial axialmente simétrico (Bo75). Los eigenvalores están medidos en unidades de  $\bar{\omega} = (2\omega_\perp + \omega_y)/3$ , que es el parámetro de deformación  $\delta_{osc}$ . Las flechas marcan las deformaciones correspondientes a las razones rotacionales indicadas de las frecuencias del oscilador  $\omega_\perp:\omega_y$  (Bo75).

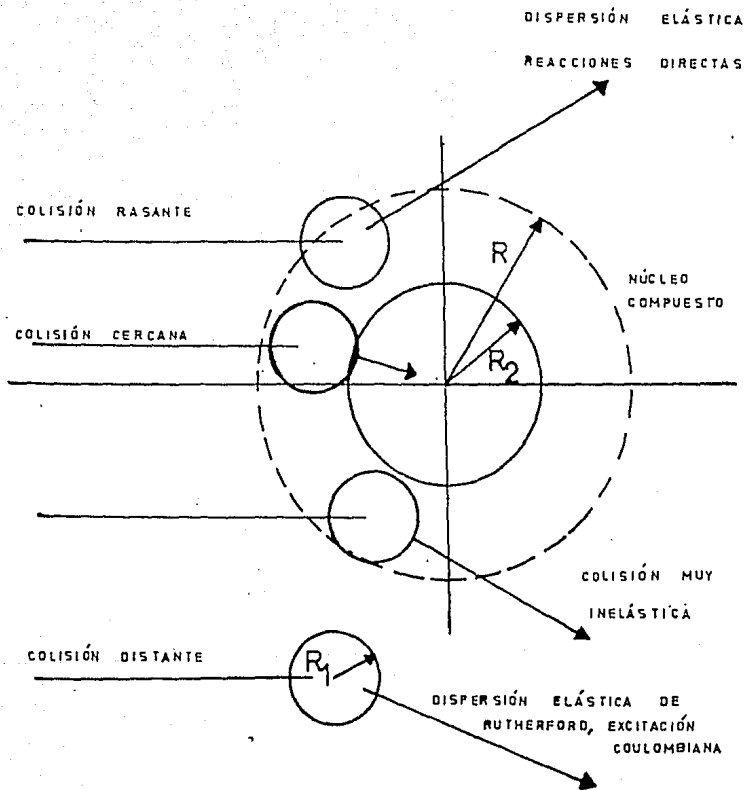


fig. 1

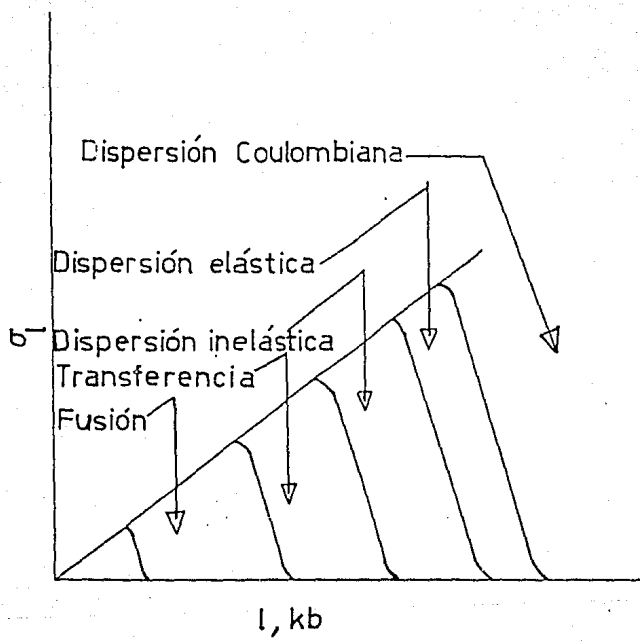


fig. 2

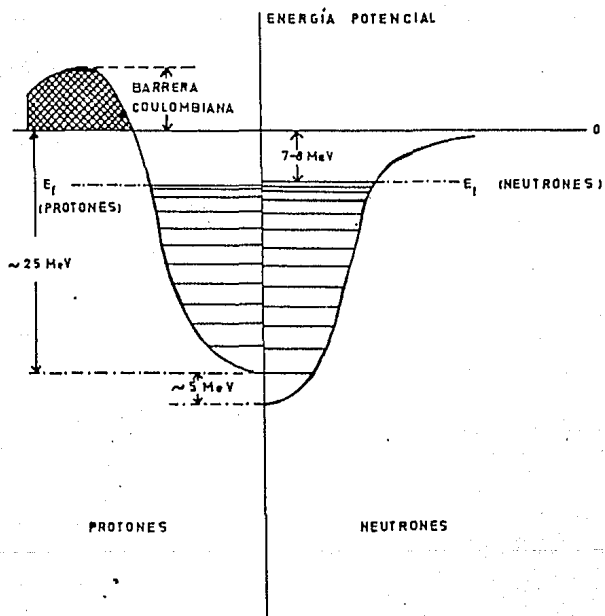


fig. 3

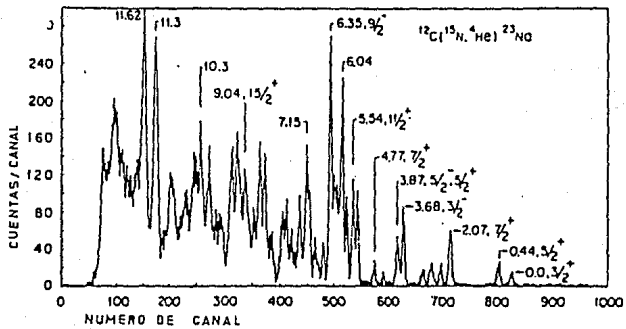


fig. 4

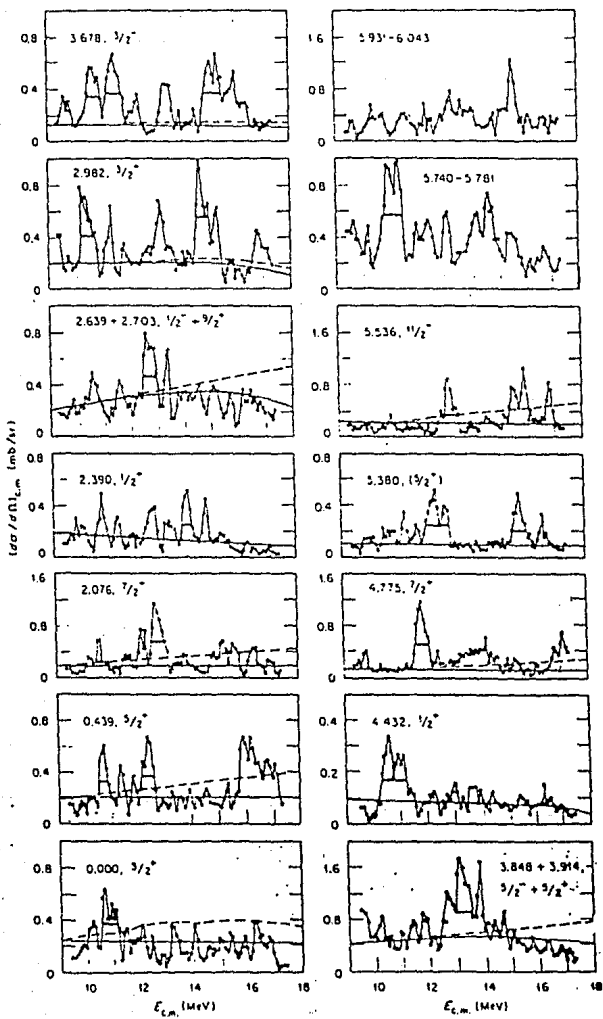


fig. 5

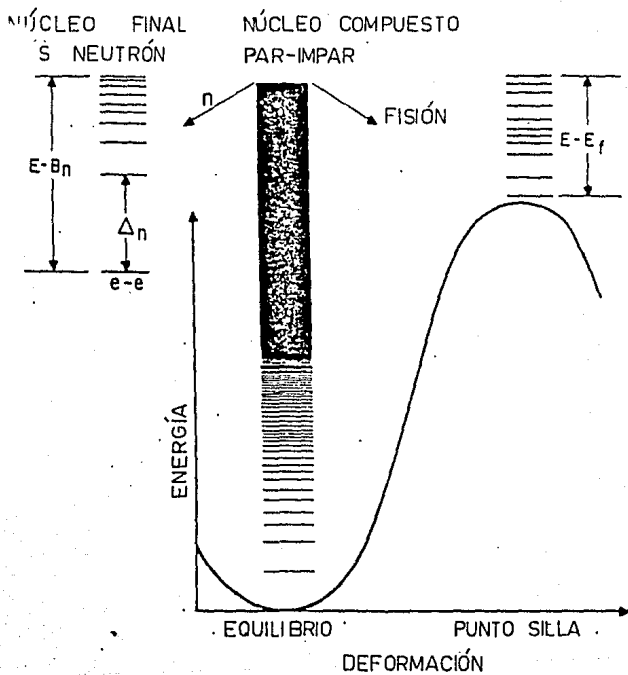
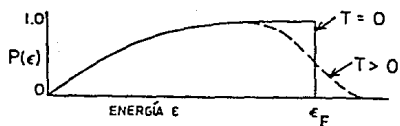
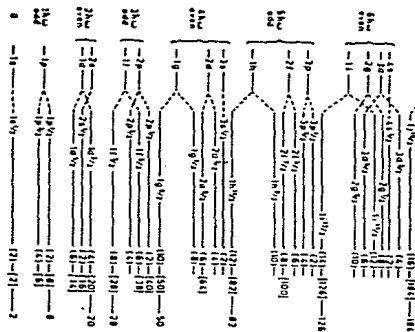
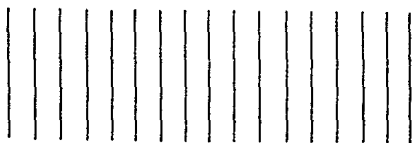


fig. 6



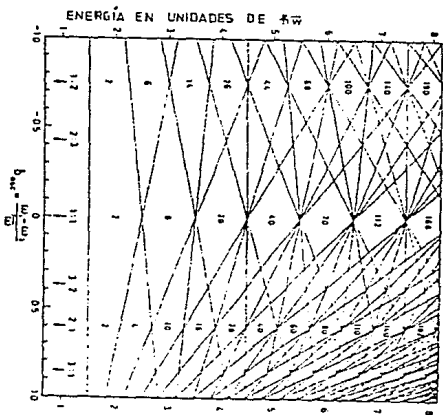


(a)



(b)

fig. 7



(c)

## CAP. II CÁLCULOS ESTADÍSTICOS

### El Análisis de Hauser-Feshbach.

En 1952, Hauser y Feshbach (Ha52) desarrollaron la teoría estadística para la formación y decaimiento del núcleo compuesto. Como un resultado, la teoría predice la sección eficaz total de reacción del canal incidente  $\alpha$  a un canal de salida  $\alpha'$  en la forma general siguiente:

$$\sigma_{\alpha\alpha'} = \pi k^2 \sum_{J^\pi} \frac{2J+1}{(2I+1)(2i+1)} \frac{\sum_{s'l} (T_l(\alpha))_{J^\pi} \sum_{s'l'} (T_{l'}(\alpha'))_{J^\pi}}{(\sum_{\alpha''s''l''} T_{l''}(\alpha''))_{J^\pi}} \quad (1)$$

y

$$\frac{d\sigma_{\alpha\alpha'}}{d\Omega} = \sum_L k^2/4 \sum_J \frac{1}{(2I+1)(2i+1)} \frac{(\sum_{s'l} T_l(\alpha))^J (\sum_{s'l'} T_{l'}(\alpha'))^J}{(\sum_{\alpha''s''l''} T_{l''}(\alpha''))^J} \times Z(lJlJ;SL) Z(l'Jl'J;S'L) (-1)^{S-S'} P_L(\cos\theta) \quad (2)$$

para la sección eficaz diferencial, donde  $l$  e  $i$  son el espín del estado base del blanco y proyectil,  $s$  es el canal de espín,  $l$  es el momento angular orbital y  $J^\pi$  el momento angular total y la paridad. Los coeficientes de transmisión,  $T_l(\alpha)$ , se pueden calcular del potencial óptico, y las sumatorias se hacen sobre todos los canales de reacción abiertos,  $P_L(\cos\theta)$  son los polinómios de Legendre y

$$Z(lJlJ;SL) = i^{L-l+l} \bar{Z}(lJlJ;SL)$$

y en términos de los coeficientes de Racah,  $W$ :

$$\bar{Z}(lJlJ;SL) = ((2l+1)(2J+1)(2l+1)(2J+1))^{1/2} (l100|L0) W(lJlJ;SL)$$

donde  $(l00|L0)$  es el coeficiente de Clebsch-Gordan para el acoplamiento de los estados  $l(m=0)$  con  $l(m=0)$ , para obtener el estado de momento angular  $L(M=0)$ . También hay otra expresión que da la sección eficaz diferencial para cada canal de reacción, pero que involucra coeficientes de acoplamiento de momento angular.

La sumatoria del denominador de (1) incluye todos los canales abiertos para el decaimiento del núcleo compuesto. En la práctica existe un gran número de canales abiertos, pero es complicado e innecesario incluir cada estado final explícitamente. Por lo tanto, los canales se evalúan para niveles discretos, de espín y paridad conocidos hasta una cierta energía de excitación,  $E_c$ , en cada núcleo. Y para energías más altas, la sumatoria se reemplaza por una integral sobre un continuo de estados:

$$\left( \sum_{\alpha'' S'' L''} T_{l''}(\alpha'') \right)_{J''} = \left( \sum_{\alpha'' S'' L''} T_{l''}(\alpha'') \right)_{J''} + \int_{E_c}^{E_{\max}} \left( \sum_{\alpha'' S'' L''} T_{l''}(\alpha'') \right)_{J''} \rho(U, J) dE \quad (3)$$

donde  $\rho(U, J)$  es la densidad de niveles en el núcleo residual, que tiene espín  $J$  y energía de excitación  $E=U+\Delta$ , con  $\Delta$  como la corrección de la energía de apareamiento.

La derivación de la fórmula de Hauser-Feshbach (Vo64) en la región de bajas energías donde son importantes los niveles discretos supone que la razón  $\langle \Gamma \rangle / D \ll 1$ . Como el coeficiente de transmisión (Ho78):

$$T = 2\pi \langle \Gamma \rangle / D \quad (4)$$

esto implica cálculos de Hauser-Feshbach para  $\tau \ll 1$ . Sin embargo, se ha encontrado una buena concordancia entre estos cálculos y los datos experimentales, dando resultados satisfactorios (Th55, Vo64, Ga68a).

Conforme se incrementa la energía, la sección eficaz experimental cae abajo de los valores dados por la teoría de Hauser-Feshbach. La razón de esto, es que existe un límite de momento angular,  $J_c$ , que puede aceptar el núcleo compuesto, fijado por la densidad de estados como función de  $J$ , y que se denomina  $J$  crítica. Así que, aunque existan momentos angulares mayores que  $J_c$  disponibles, el núcleo compuesto sólo puede aceptar hasta este valor. Por lo tanto, es necesario que los cálculos de Hauser-Feshbach lleven incluido este límite, para el núcleo compuesto. Volant y colaboradores han determinado algunos de estos valores de  $J_c$  (Vo75).

#### Descripción y uso del programa LILITA.

Aquí se da una descripción de las bases sobre las que se hacen los cálculos para el tratamiento de la formación y decaimiento del núcleo compuesto.

El programa LILITA predice las intensidades relativas, espectros de energía y las distribuciones angulares tanto de los residuos de evaporación como las partículas ligeras (alfa, protones y neutrones) producidos en las reacciones de núcleo compuesto con iones pesados. La descripción de Hauser-Feshbach, para el decaimiento del núcleo compuesto, se ajusta conjuntamente con el método de Monte Carlo para calcular las secciones eficaces en el sistema del laboratorio.

El uso de las ecuaciones de Hauser-Feshbach junto con el método de Monte Carlo requiere que se haga una formulación de las ecuaciones en términos de distribuciones de probabilidad.

La complejidad del proceso de evaporación y la cinemática de los residuos requiere que se hagan aproximaciones suficientes, de tal modo que el tiempo de cómputo sea el menor posible.

Aproximaciones para la evaluación de la fórmula de Hauser-Feshbach.

a) Modelo de corte brusco.

Para empezar el cálculo es necesaria la evaluación de las distribuciones de probabilidad para el primer paso en el proceso de evaporación. Para esto, la primera aproximación es omitir la paridad y usar el corte brusco para los coeficientes de transmisión en el canal de entrada. Esto conduce a una distribución de probabilidad para el espín del núcleo compuesto,  $P_J$ , dada por:

$$P_J = \frac{2J + 1}{(J_c + 1)^2} \quad (5)$$

donde  $J_c$  es el momento angular crítico y está relacionado con la sección eficaz de fusión por:

$$\sigma_f = \pi \lambda^2 (J_c + 1)^2 \quad (6)$$

$J_c$  sólo toma valores enteros o semienteros.

Si  $x$  es un número al azar entre 0 y 1, el momento angular  $J$  está dado por:

$$J = \sqrt{x [(J_c + 1)^2 - 1]} + 1 - 1 \quad (7)$$

b) La densidad de niveles.

Habiendo determinado  $J$ , el siguiente paso es calcular la probabilidad de emisión de una partícula  $x$  con momento angular orbital  $l_x$ . Esta probabilidad normalizada se puede expresar como:

$$P_{x, l_x}^J = \frac{P_{x, l_x}^J}{\sum_x P_{x, l_x}^J} \quad (8)$$

El índice  $x=1,2,3$  corresponde a la emisión de neutrones, protones o partículas  $\alpha$ , respectivamente. Las distribuciones de probabilidad  $P_{x, l_x}^J$  no normalizadas están dadas por :

$$P_{x, l_x}^J = \sum_{S_x I_x} \int \rho(\epsilon, I_x) T_{l_x} d\epsilon \quad (9)$$

donde  $S_x = I_x + i_x$  es el espín del canal de entrada,  $i_x$  es 0 o 1/2 y  $J = S_x + l_x$ .  $I_x$  es el momento angular intrínseco del núcleo residual. Las  $T_{l_x}(\epsilon)$  son los coeficientes de transmisión del modelo óptico. La cantidad  $\rho(\epsilon, I_x)$  es la densidad de niveles del núcleo residual, a una energía de excitación  $E_x$  determinada por la emisión de una partícula  $x$  con energía  $\epsilon$ . El programa usa diferentes aproximaciones para  $\rho(\epsilon, I_x)$  dependiendo de si la energía de excitación que se considera está en la región continua (o región de alta densidad de niveles), o si se encuentra en la región de baja excitación (o región de niveles discretos). Se usa una aproximación de temperatura constante para la densidad de niveles del gas de Fermi (FGLD), en la región del continuo. Y en la primera versión del programa LILITA (para la región de niveles discretos) se utiliza una densidad de niveles uniforme.

#### La región continua.

La integración de la ecuación (9) se hace en dos partes. La división de los intervalos de integración, 1 y 2, no siempre corresponde a una región discreta y una continua, sino que depende de los valores de la máxima energía de excitación,  $E_0$ , y de la localización de la frontera, ECT, entre las regiones continua y de niveles discretos. La máxima energía de excitación,  $E_0$ , se

obtiene cuando la partícula es emitida con energía  $\epsilon=0$  (ver la figura 1), y es igual a la diferencia  $E_x - E_{sep}$ , donde  $E_{sep}$  es la energía de separación del canal  $x$

Para el primer paso de la evaporación (para el cual la energía de excitación es grande) y para todas las etapas sucesivas de la evaporación en las cuales  $E_0 \geq 4ECT$ , los niveles discretos contribuyen poco a la integral y con mayor aproximación se usa la fórmula de temperatura constante para ambos intervalos de integración, ajustando esta fórmula a la de la densidad de niveles del gas de Fermi (FGLD) en cada intervalo.

También se usa la fórmula de corte brusco para las  $T_{lx}(\epsilon)$ . Para estos casos la ecuación (9) se puede reescribir como:

$$P_{x,l}^j(1) = C_x \sum_{S_x, I_x} \left[ \exp\left(-\frac{I_x^2}{2\sigma_{x_1}^2}\right) - \exp\left(-\frac{(I_x+1)^2}{2\sigma_{x_1}^2}\right) \right] \times \rho(0) \int_{a_1}^{b_1} e^{-\epsilon/T_1} d\epsilon \quad (10)$$

donde el índice  $l$  es para el intervalo (1).  $\sigma_{x_1}$  es el espín de corte (supuesto constante) para el intervalo (1);  $\rho(0)$  es la FGLD calculada a la energía de excitación  $E_0$  del núcleo residual.  $T_1$  es la temperatura constante para el intervalo (1), extraída ajustando  $e^{-\epsilon/T_1}$  a la FGLD en una energía de excitación  $E=E_0/2$ . Los límites de integración están dados por:

$a_1 = B_\alpha$ , que es la barrera de Coulomb más la centrifuga (como consecuencia de usar el modelo de corte brusco).

$$b_1 = E_0 - E_0/2 = E_0/2 \quad (10')$$

Se puede escribir una ecuación similar a la (8) para la región (2), usando la densidad de niveles  $\rho_2$ :

$$\rho_2 = \rho(E_0/2) \exp(-(c - E/2)/T_2) \quad (11)$$

para  $c > E_0/2$ , donde  $T_2$  es la temperatura constante para la región (2), extraída del ajuste de  $\rho_2$  a FGLD con  $E=E_0/4$  y los límites de integración son:  $a_2=E_0/2$  y  $b_2=E_0$ .

El resultado de la aproximación en las dos regiones de la densidad de niveles (línea continua) se compara con FGLD (línea punteada) en la figura 2.

Para el caso en que  $E_0/4 < ECT < E_0/2$ , la región (1) cubre  $B_1 \leq c \leq E_0/2$  (como antes) y en ambos casos se usa una temperatura constante. Sin embargo, en el intervalo (2),  $T_2$  en la fórmula de temperatura constante se evalúa en ECT en vez de hacerlo en  $E_0/4$ . Si  $E_0/2 < ECT < E_0$  el intervalo (1) se extiende de  $B_1 \leq c \leq ECT$ , con  $T_1$  evaluada en ECT, el intervalo (2) es ahora si la región discreta donde se usa la densidad de niveles constante (e igual a DLD dada explícitamente). Si  $ECT > E_0$ , el intervalo (1) es de  $B_1 - E_0 \leq c \leq E_0$  donde se usa la fórmula de la región discreta y el intervalo (2) es 0.

#### La región discreta.

Para obtener una mejor aproximación a bajas energías ( $c \geq ECT$ ) y como parte de esta tesis, en lugar de utilizar la fórmula de densidad de niveles como se describió en el párrafo anterior, se construyó un archivo con los niveles discretos desde los estados base hasta el umbral de la partícula con menor energía de separación. La región de energías de bombardeo que se favorecen usando este archivo, van desde ligeramente abajo de la barrera de Coulomb, hasta aproximadamente el doble de ésta.



En esta banda de energías, la energía de excitación disponible es suficiente para permitir la formación del núcleo equilibrado o núcleo compuesto, por lo que se puede aplicar la teoría de Hauser-Feshbach junto con el método de Monte Carlo para la formación y decaimiento del núcleo compuesto. Los niveles de energía que se han utilizado para los cálculos se ordenaron, según su espín, en orden creciente y se consideran prácticamente todos los isótopos para  $Z=2$  hasta  $Z=20$ .

c) Evaporación sucesiva.

El programa evalúa las ecuaciones (8) y (9) usando la ecuación (10), en la región del continuo y en la región de niveles discretos la suma directa de los niveles por su coeficiente de transmisión. Por supuesto, esto lo calcula para los diferentes canales:  $n$ ,  $p$  y  $\alpha$  para cada paso en el proceso de evaporación. Así se produce una serie de energías de excitación  $E_{x_i}$  y momentos angulares  $I_{\alpha_i}$  (el momento angular del núcleo residual  $I_{\alpha_i}$  se obtiene de la distribución de espín de la ecuación (9)). Cuando  $E_{x_i}$  -en el  $i$ -ésimo paso- es menor que EIM (dado explícitamente como dato) el proceso de evaporación se detiene. El proceso de evaporación también se detiene cuando se alcanza un momento angular  $I_{\alpha_i}$  que no se puede acoplar al momento angular del canal de salida, ya sea debido al coeficiente de transmisión de corte ( $T_i \leq 10^{-i \text{CUTO}}$  con ICUTO dado explícitamente en el archivo de datos de entrada) o por un corte yrast.

Competencia con los rayos  $\gamma$ .

La competencia con rayos  $\gamma$  se incluye en el programa a través de un parámetro GAMMA dado explícitamente, que fija la probabili-

dad total para el decaimiento  $\gamma$ . Este parámetro sólo se usa para el caso en el que los canales  $n$ ,  $p$  y  $\alpha$  estén abiertos para los niveles discretos. Esta probabilidad tiene que ser determinada empíricamente conociendo los decaimientos propios del núcleo en consideración. Sin embargo, el decaimiento  $\gamma$  puede ser el único modo de decaimiento si, debido a consideraciones del momento angular, el decaimiento para los canales de partículas requieren que los valores de  $I_{\alpha}$  estén abajo de la línea  $\gamma$ rast o que los coeficientes de transmisión sean menores que  $10^{-10}$ .

#### El Método de Montecarlo y el orden de Cálculo.

Ya que el Método de Monte Carlo constituye la parte principal del programa, se da a continuación una breve descripción del mismo.

En general, para una distribución de probabilidad  $p(y)$  dada y un número al azar  $0 < x < 1$  se tiene:

$$\int_a^b p(y) dy = F(b) - F(a) \quad (12)$$

donde

$$F(y) = \int p(y) dy$$

Si  $a$  y  $b$  cubren todo el intervalo de valores de  $y$ :

$$\int_a^b p(y) dy = 1$$

también en términos de  $x$ :

$$x = \frac{F(y) - F(a)}{F(b) - F(a)} \quad (13)$$

En los casos en los que se conoce  $F(y)$ , se puede resolver la ecuación (13) por inversión o por procedimientos de iteración.

Aplicando las ecuaciones (12) y (13) para la probabilidad  $P_J$ , y usando la ecuación (5) se tiene:

$$\sum_{J=0}^{J_c} P_J = 1 \quad \text{y} \quad F(J) = (J+1)^2 / (J_c+1)^2$$

$$x = \frac{F(J) - (J_c+1)^{-2}}{F(J_c) - (J_c+1)^{-2}} \quad (14)$$

Si se invierte ésta ecuación se obtiene la ecuación (7).

El programa usa las ecuaciones (12) y (13) para obtener las cantidades de interés durante el proceso de la evaporación de acuerdo a los siguientes pasos:

1.- Obtiene el momento angular inicial  $J$  del núcleo compuesto usando la ecuación (7), o utilizando  $\sigma_f$  definida en los datos de entrada,

2.- De la ecuación (8) y para la  $J$  dada, se obtiene  $l_x$  y  $x$ . ( $x=1, 2$  o  $3$  para neutrón, protón o  $\alpha$ ). Esto se hace usando la relación:

$$\sum_{R=1}^2 \sum_{l_x=0}^{l_x} P_{x,l_x}^J(R) = x \quad (15)$$

(cuando la suma es igual al número  $x$ , entonces  $x$ ,  $l_x$  y el intervalo de integración quedan determinados). También la  $Z$  y la  $A$  del núcleo residual quedan determinados.

3.- Extrae la energía en el sistema del centro de masa,  $\epsilon_x$ , que lleva la partícula emitida, usando la relación:  
para  $R=1$

$$y = \exp(-Bl_x/T_1) - x (\exp(-Bl_x/T_1) - \exp(-b_1/T_1)) \quad (16)$$

donde las variables están definidas en las ecuaciones (10) y (10').

Para  $R=2$

$$y = \exp(-(B1_x - b_1)/T_2) - x (\exp(-(B1_x - b_1)/T_2) - \exp(-(E_x - b_1)/T_2)) \quad (17)$$

si  $B1_x > b_1$ . Y

$$y = 1 - x (1 - \exp(-(E_x - b_1)/T_2))$$

si  $B1_x < b_1$ .

Para cada intervalo,  $c_x = b_1(R-1) - T_R \ln(y)$ , donde  $R=1,2$ .

Así se completa la primera evaporación y se determina un conjunto de  $J$ ,  $x$ ,  $l_x$  y  $c_x$ . Después se calcula la energía de excitación final  $E_i$ , la masa  $A$  y la carga  $Z$  del núcleo residual. Si  $E_i \leq EIM(A,Z)$ , entonces se ha producido un residuo de evaporación. Si  $E_i > EIM(A,Z)$  el proceso continúa.

4.- Para  $J$  y  $l_x$  se obtiene el momento angular residual  $I_{x_i}$  usando la parte dependiente del espín de la ecuación (10)  $\rho(I_{x_i})$  con:

$$N = \frac{\sum_{S_x=J-l_x}^{J+l_x} \rho(I_{x_i})}{\sum_{S_x=|S_x-i_x|}^{S_x+i_x} \rho(I_{x_i})}$$

y

$$x = \frac{\sum_{S_x=I_{x_i}} \rho(I_{x_i})}{N} \quad (18)$$

(cuando la suma del numerador hace la razón igual a  $x$ , entonces  $I_{x_i}$  queda determinada).

5.- Con el nuevo momento angular  $I_{x_i}$  y la energía de excitación  $E_i$ , el programa calcula la ecuación (8) usando la ecuación (9). Los pasos 2 y 3 se repiten con las mismas ecuaciones, excepto que  $J \rightarrow I_{x_i}$ .

De cada residuo de evaporación, el programa almacena las cantidades  $J$ ,  $\epsilon_x$ ,  $x_i$ ,  $A_i$  y  $Z_i$  para  $i=1, n$ ; donde  $n$  es el número total de partículas ligeras emitidas en el evento:  $x_i=1, 2$  o  $3$  para la evaporación de neutrones, protones o  $\alpha$ 's, respectivamente.

A continuación se describen los archivos de datos utilizados por LILITA para efectuar los cálculos.

#### FUSI.

Primero se describirá brevemente el contenido del archivo de datos FUSI, que contiene los parámetros que se listan a continuación.

Para cada núcleo y sus isótopos, el archivo contiene:

$Z \rightarrow$  la carga del núcleo,

$A \rightarrow$  el número de masa del núcleo,

$AM \rightarrow$  la masa del núcleo en UMA,

$\alpha \rightarrow$  el parámetro de la densidad de niveles,

$\Delta \rightarrow$  la energía de apareamiento,

$EIM \rightarrow$  la energía umbral para la emisión de partículas; abajo de  $EIM$  sólo es posible el decaimiento  $\gamma$ .

$ECT \rightarrow$  la energía de corte, que es la frontera de separación entre la región continua y la discreta de niveles de energía.

$GAMA \rightarrow$  es un parámetro que permite la asignación de una probabilidad para la competencia  $\gamma$ ,  $0 \leq GAMA \leq 1$ .

$DLD \rightarrow$  número de niveles discretos/ MeV hasta  $ECT$  (no se usa en la versión modificada de LILITA).

$|K^2/2\mathcal{I}_d| \rightarrow$  para  $|K^2/2\mathcal{I}_d| < 0$ . Si  $|K^2/2\mathcal{I}_d| > 0$ , entonces se usa  $1/(\mathcal{I}_d/\mathcal{I}_{rig})$ , donde  $\mathcal{I}_d$  es el momento de inercia del núcleo a una energía de excitación de 0 hasta  $ECT$ .

$I_0(I_0+1)$  con  $I_0 =$  espín del estado base.

$r_0 \rightarrow$  valor de  $r_0$  en fm para el cálculo de  $2\mathcal{I}_{rig}/K^2 = 0.0192A^{2/3}r_0^2$ .

$r_0$  → valor de  $r_0$  en fm para el cálculo de la barrera del protón para  $l=0$  (i. e. la barrera Coulombiana).

$r_0$  → valor de  $r_0$  en fm para el cálculo de la barrera de la partícula  $\alpha$  para  $l=0$  (también Coulombiana).

FASI(L), con  $L=1-55$  → contiene los parámetros relevantes para el cálculo de los coeficientes de transmisión.

FASI(1-15) → contiene los valores de las barreras  $B_l^I$  (en MeV) para el núcleo de número atómico A, para  $l=0$  hasta  $l=14$ , con  $B_0$  extraído de ajustes del modelo óptico.

FASI(15-30) → contiene los radios  $r_i$ , para los protones.

FASI(31-55) → contiene los radios  $r_i$ , para las  $\alpha$ .

$A_i, \Delta_i$  → son parámetros para el cálculo de los coeficientes de transmisión, descritos en el capítulo IV.

La serie de datos que se describen por FASI(L) pueden no usarse en ésta última versión de LILITA, gracias a la incorporación del programa HOP2, cuyo objetivo se describirá más adelante.

#### DISCRE.

DISCRE es otro archivo de datos que es llamado por LILITA para leer los valores de los niveles de energía discretos.

Este archivo está construido del modo siguiente:

Z → la carga del núcleo,

M → el número de masa del núcleo,

N → el número de niveles de energía discretos de dicho núcleo.

ND → los niveles discretos están escritos según su valor de J, sin considerar la paridad. Por ejemplo, primero están los niveles de  $J=0$  y enseguida de una etiqueta (o bandera) los de  $J=\pm 1$ , luego otra etiqueta y los de  $J=2$ , etc. De este modo el programa distingue a cual

---

<sup>1</sup>Una descripción más detallada de estos parámetros está en el capítulo IV.

valor de J corresponde el nivel considerado eventualmente durante los cálculos.

Los valores de energía de los niveles discretos junto con su valor de J se han obtenido de (Nucl. Phys. A210 y Nucl. Phys A310), así como también los valores de ECT y EIM que se encuentran en FUSI.

#### Archivo de datos de entrada.

Línea 1: MORE, ITIME, IPRINT

MORE → Si su valor es 0, se deben dar los valores completos de la línea 2 a la 11. Si MORE<0 entonces termina el programa.

ITIME → Es el tiempo dado en segundos para cada cálculo (i. e. una energía de bombardeo). Este parámetro permite tener una salida impresa, una vez que el tiempo de ejecución excede a ITIME (en VAX no se usa).

IPRINT → Proporciona una salida detallada, IPRINT veces, para cada evento. Usar 0 o valores menores que 10.

Línea 2: IMOD, JONE, IPT, INU, IEN, IANG, ICUTO, IONLY

IMOD=0 → Calcula distribuciones de energía y angulares de los residuos y los resultados se almacenan como función de Z del residuo.

IMOD=1 → Calcula sólo las poblaciones totales de los residuos de evaporación.

IMOD=2 → Calcula distribuciones de energía y angulares y las cascadas de decaimiento, luego se almacenan en una cinta, evento por evento.

JONE=1 → Para cálculos de dos cuerpos.

JONE≠1 → Para cálculos de fusión.

IPT → Máximo número de protones considerados

INU → Máximo número de isótopos permitidos para una Z dada.  
INU ≤ 12. IPT e INU controlan el arreglo de núcleos

considerados en los cálculos y contenidos en el archivo FUSI.

- IEN → Parámetro usado para control de los pasos  $\Delta E$  para la distribución de energía;  $\Delta E = (E1 - EMG) / IEN$ , donde E1 y EMG se describirán enseguida. Se usa sólo si IMOD=0.
- IANG → Se almacenan las distribuciones angulares cada IANG grados (pasos enteros). IANG ≥ 1. Se usa sólo si IMOD=0.
- ICUTO → Corta la función de transmisión en  $T_{\min} = 10^{-ICUTO}$ .
- IONLY → Si vale 1, genera la primera distribución angular, usando el método de Monte Carlo, no evapora nada.

Esta opción no se usa en la fusión, así que IONLY=0.

Línea 3: (ICO(I), I=1,7), LMAX1, LMAX2, LMAX3

- ICO(1) → Número de eventos requerido para todos los residuos.
- ICO(2) → Máxima A considerada. Normalmente A es la del sistema compuesto.
- ICO(3) → Máxima Z considerada. Normalmente Z es la del sistema compuesto.
- ICO(4) →  $Z_{\min}$  para la cual se calculan la energía y distribución angular.
- ICO(5) → No se usa.
- ICO(6) →  $Z_{\max} + 1$ , donde  $Z_{\max} = ICO(3)$ .
- ICO(7) → Número lógico de la unidad de salida para IMOD=2.
- LMAX1, LMAX2, LMAX3 → Máxima l-1 para n, p y  $\alpha$ . Los valores máximos permitidos son (15,15,25).

Línea 4: CM1, CM2, CNM, ZT, ZP, E1, EMG

- CM1 → Número de masa del proyectil.
- CM2 → Número de masa del blanco.
- CNM → Número de masa del núcleo compuesto.
- ZT → Z del blanco.
- ZP → Z del proyectil.
- E1 → Energía del laboratorio para el proyectil (MeV).
- EMG → Energía mínima (MeV) considerada para las distribuciones de energía. Normalmente EMG=0.



Línea 6: comentarios.

Línea 7: comentarios.

Línea 8: ICARD, ICDMNU, IBAR, IMAX, ICLA, JKK, SIGTO, EX

Esta línea controla la selección de la entrada para la subrutina PRIMARY y define el tipo de reacción a simular: dos cuerpos o fusión.

ICARD → Número de líneas que define la entrada a PRIMARY. Si vale 0 entonces calcula fusión.

ICDMNU → Su valor debe ser 1 para fusión y 0 para dos cuerpos.

IBAR → Este parámetro define la distribución de J. Para el caso de la fusión, ésta distribución se determina usando el corte brusco en el canal de entrada (IBAR=1), o bien usando los valores de los coeficientes de transmisión dados uno a uno (IBAR=0). La distribución de J está dada en la línea 10.

JMAX → Igual a  $2J_c$  para una reacción de fusión usando el corte brusco.

ICLA → Usa 1 para la distribución angular de Ericson-Strutinski para las partículas ligeras. Si es igual a 0 hace los cálculos mecánico-cuánticos.

JKK → Es un parámetro que se usa para controlar el reparto energía de excitación en una reacción de dos cuerpos. Si la energía total es menor que JKK, EX1 y EX2 están dados por  $EX1-A1*EX/(A1+A2)$ . Si  $EX > JKK$ , entonces  $(EX1-\Delta1)/a_1 = (EX2-\Delta2)/a_2$  (temperaturas iguales). No se usa en cálculos de fusión.

SIGTO → Sección eficaz total en mb,  $SIGTO = \sum \sigma_j$ , donde  $\sigma_j$  está dada en la línea 9. Para la fusión, con IBAR=1,  $SIGTO = \pi \lambda^2 (J_c + 1)^2$ .

EX → Energía de excitación para el núcleo compuesto.

RAM → Razón de fluctuación para componentes alineadas de momento angular en colisiones muy inelásticas. No se usa en fusión.

Línea 9: PRO(I), QMM(I), XJ(I), RAA(I), RBB(I), desde I=1.

Solo se usa si ICARD  $\neq$  0.

PRO(I)  $\rightarrow \sigma_j$

QMM(I)  $\rightarrow EX$

XJ(I)  $\rightarrow J$

RAA(I)  $\rightarrow Z$  del núcleo compuesto.

RBB(I)  $\rightarrow$  Masa del núcleo compuesto.

Hay tantas líneas 9 como ICARD.

#### STATIS.

Dado que las distribuciones angulares completas y las funciones de excitación proporcionan información sobre los mecanismos de reacción, es importante hacer una estimación teórica de la sección eficaz que habría si fuera la formación estadística del núcleo compuesto, el único mecanismo de reacción presente con objeto de poder distinguir la presencia de alguna componente de reacción directa en la sección medida.

Con este propósito se desarrolló el programa STATIS (St77), que usa la teoría de Hauser-Feshbach, aplicada a reacciones con iones pesados.

STATIS calcula las secciones eficaces total y diferencial de la reacción  $A+B \rightarrow C+D$ , sin restricciones en los espines, paridad o identidad de los núcleos involucrados. En este programa se pueden integrar las secciones eficaces para una cierta energía de excitación del núcleo residual a través de la densidad de estados finales del mismo. Es posible también calcular los coeficientes de transmisión dentro del mismo programa por medio de una parametrización, o leerse directamente de una tabla y luego interpolarlos.

Se debe hacer énfasis en el hecho de que las secciones eficaces así calculadas son secciones eficaces promedio. Para los detalles de las suposiciones que se hacen para la derivación de

las fórmulas que aquí se usan, véase (Fe60) y especialmente (Vo64).

La sección eficaz, integrada en ángulo,  $\sigma_{\alpha\alpha'}$ , promediada a través de las fluctuaciones del núcleo compuesto, se puede escribir como la fórmula (1).

Los coeficientes de transmisión  $T_l(\alpha)$  de dicha fórmula se pueden calcular de un potencial apropiado del modelo óptico para cada par de partículas. Aquí se omiten los efectos espín-órbita. Así todos los coeficientes de transmisión para una  $l$  dada son iguales para todos los canales de espín permitidos por la conservación del momento angular ( $\bar{J}=\bar{I}+\bar{S}$ ). La expresión para la distribución angular promedio correspondiente es:

$$\frac{d\sigma_{\alpha\alpha'}}{d\Omega} = \sum_L \frac{\chi^2}{4} \sum_J \frac{1}{(2I+1)(2i+1)} \frac{(\sum_{s'l} T_l(\alpha))^J (\sum_{s'l'} T_{l'}(\alpha'))^J}{(\sum_{\alpha''s''l''} T_{l''}(\alpha''))^J} \times Z(lJlJ;SL)Z(l'l'J'l';S'L)(-1)^{S-S'} P_L \cos(\theta) \quad (19)$$

donde

$$Z(lJlJ;SL) = i^{L-l+l} \bar{Z}(lJlJ;SL)$$

y en términos de los coeficientes de Racah (W):

$$\bar{Z}(lJlJ;SL) = \frac{(2l+1)(2J+1)(2l+1)(2J+1)^{1/2} (l100|L0)}{W(lJlJ;SL)} \quad (20)$$

donde  $(l100|L0)$  es el coeficiente de Clebsh-Gordan para el acoplamiento de los estados:  $l(m=0)$  con  $l(m=0)$ , para obtener el estado de momento angular  $L(M=0)$  y  $P_L(\cos\theta)$  son los polinómios de Legendre.  $\theta$  es el ángulo del centro de masa entre la partícula que sale y la dirección del haz incidente.

La evaluación del denominador en la ecuación (1) y (19) requiere que se conozcan las energías, espines y paridades de todos los estados finales de todos los núcleos residuales a los cuales decae el núcleo compuesto. Normalmente solo se conocen los estados de más baja excitación y, por lo tanto, se debe emplear una fórmula para la densidad de niveles a altas energías de excitación. Aquí se usa la fórmula dada por Lang (La63) y se adopta la descripción dada por Shaw et al (Sh69).

La densidad de niveles nucleares se toma de la forma:

$$\rho(U,J) = \frac{2J + 1}{12a^{1/4} (U+t)^{5/4} (2\sigma^2)^{3/2}} \exp(2\sqrt{aU}) \exp\left(-\frac{(J+0.5)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (21)$$

donde la temperatura nuclear,  $t$ , se obtiene de  $U=at^2-t$  y  $\sigma^2=gt/k^2$ . Aquí se define la energía de excitación como  $U=E-b\delta$ , donde  $b=2$  para núcleos par-par y 0 para núcleo impar-impar. El parámetro de la energía de apareamiento  $\delta$ , es el promedio de los parámetros de apareamiento del neutrón y del protón. La ecuación anterior tiene dos parámetros que no se han especificado: el parámetro de la densidad de niveles 'a' y el momento de inercia  $\mathcal{I}$ . El momento de inercia se expresa en unidades del momento de cuerpo rígido  $\mathcal{I}=(2/5)mAR^2(1+0.31\beta+0.44\beta^2)$  para  $R=r_0 A^{1/3}$  fm, donde  $m$  es la masa del nucleón y  $A$  es la masa nuclear en uam. Para una paridad dada  $\Pi$ , la densidad de estados es  $\rho(U,J,\Pi)=1/2 (\rho(U,J))$ .

Fig. 1 Diagrama de energía que se usa en los cálculos de evaporación (Go81).

Fig. 2 Densidad de niveles del modelo de gas de Fermi (línea punteada), para  $^{22}\text{Na}$ . La línea sólida es la aproximación con las dos temperaturas ya discutidas. El histograma corresponde a la densidad de niveles obtenida de los estados conocidos de baja configuración. Los parámetros de la densidad de niveles son  $\alpha=3.68$  y  $r_0=1.4$  (Go81).

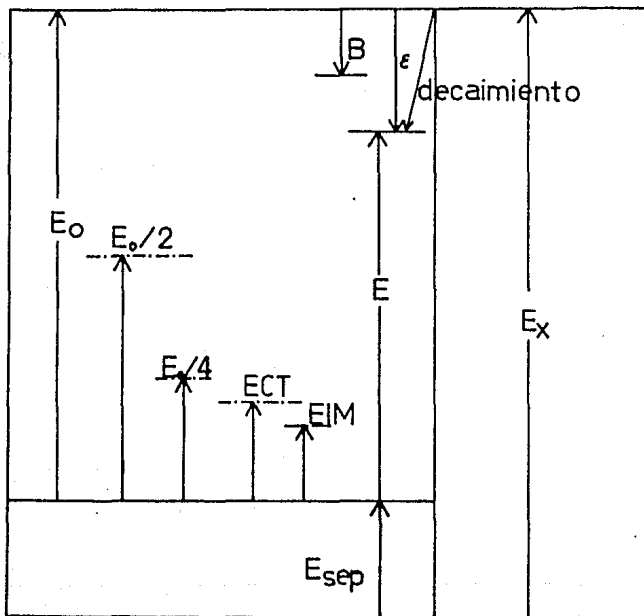


Fig. 1

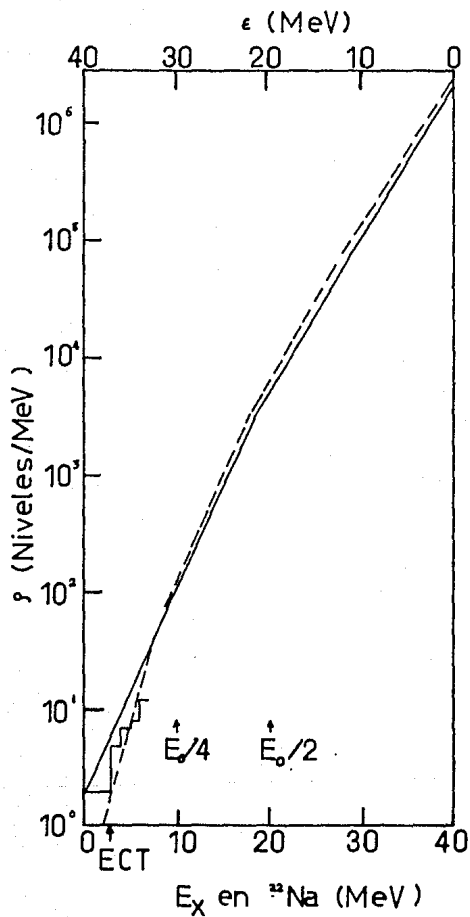


Fig. 2

### CAP. III DATOS EXPERIMENTALES

#### Secciones de Neutrones.

En el laboratorio Nacional de Oak Ridge se llevaron a cabo varios experimentos para medir las secciones totales de neutrones en los sistemas de iones pesados que se muestran en la Tabla I. Estas medidas fueron realizadas por J. K. Bair, J. L. C. Ford, J. Gómez del Campo, P. D. Miller y P. H. Stelson, y hasta la fecha no han sido publicadas.

Los experimentos fueron realizados utilizando el acelerador Van de Graaff Tandem E. N. de ORNL para energías de bombardeo entre 6 y 45 MeV como se muestra en la misma tabla I. Los blancos fueron preparados por evaporación o implantación sobre soportes de tantalio.

Los neutrones fueron detectados por medio de una esfera de grafito (Ma57) de 1.5 m de diámetro, que tenía 8 detectores de  $^{10}\text{BF}_3$  embebidos en la superficie de la esfera, que habían sido calibrados previamente con una fuente de Ra- $\gamma$ -Be. Los blancos fueron colocados en el centro de la esfera de grafito, donde llegaba la línea de vacío del haz, como se muestra en la figura 1.

Este detector tiene el inconveniente, igual que muchos detectores de neutrones, de perder su eficiencia conforme aumenta la energía de los neutrones; sin embargo, la eficiencia de este, es constante dentro del 1% para energías entre 1 KeV y 2 MeV, como se muestra en la gráfica de la figura 2 (Ma57).

Las figuras 3 a 10 muestran las secciones eficaces de evaporación de neutrones contra la energía de bombardeo para los sistemas listados en la Tabla I.

Como puede observarse de estas gráficas, el sistema  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  presenta oscilaciones alrededor de una curva suave, fenómeno que también se observa en  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  y  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$  aunque menos evidente. Estas oscilaciones han sido muy discutidas, pues se observan también en las funciones de excitación (de la sección total de fusión) de estos sistemas (Al63, Pa69, Oh87); la interpretación de estas queda fuera del propósito de este trabajo ya que con LILITA



solo puede pretenderse reproducir una curva promedio, proveniente de la parte estadística.

Se hizo una recopilación para los mismos sistemas de la sección eficaz de fusión con objeto de conocerla en los mismos intervalos de energía de los datos experimentales presentados en este trabajo (ver figuras de 11 a 17). El resultado de ésta recopilación esta mostrado en la Tabla II donde se lista en la primera columna el sistema considerado, en la segunda el intervalo de energía, en la tercera la referencia de la que se obtuvo la información y en la cuarta columna se da el número de la figura.

Tabla I  
 Sistemas de iones pesados en los que se midieron  
 las secciones eficaces de evaporación de neutrones.

Sistema	$E_{lab}$ (MeV)	Fig.
$^{12}\text{C} + \text{nat}\text{C}$	10.8- 20.0	3
$^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$	7.5- 45.0	4
$^{13}\text{C} + ^{12}\text{C}$	6.5- 34.0	4
$^{13}\text{C} + ^{13}\text{C}$	6.5- 30.0	4
$^9\text{Be} + \text{nat}\text{C}$	7.0- 22.0	5
$^{14}\text{N} + \text{nat}\text{C}$	12.0- 36.0	6
$^{15}\text{N} + \text{nat}\text{C}$	13.0- 38.0	7
$^{10}\text{B} + \text{nat}\text{O}$	10.0- 30.0	8
$^{11}\text{B} + \text{nat}\text{O}$	10.0- 30.0	9
$^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$	12.0- 47.0	10
$^{16}\text{O} + ^{13}\text{C}$	11.0- 38.0	10
$^{18}\text{O} + ^{12}\text{C}$	12.0- 46.0	10
$^{18}\text{O} + ^{13}\text{C}$	11.0- 48.0	10

Tabla II  
Secciones eficaces de fusión  $\sigma_f$ .

Sistema	$E_{cm}$ (MeV)	Referencias	Fig.
$^9\text{Be}+^{12}\text{C}$	6.0- 16.0	(Ja81)	11
$^{11}\text{B}+^{12}\text{C}$	7.0- 28.0	(Ma82)	11
$^{10}\text{B}+^{13}\text{C}$	8.0- 26.0	(Ko79)	11
$^{10}\text{B}+^{14}\text{N}$	10.0- 33.0	(Pa80)	11
	35.0- 75.0	(Or82)	11
$^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$	7.0- 32.0	(Ko79)	12
	52.0- 92.0	(Pa80)	12
$^{13}\text{C}+^{12}\text{C}$	7.0- 25.0	(Ko79)	12
$^{14}\text{N}+^{12}\text{C}$	6.0- 14.91	(Ku64)	13
	15.0- 21.0	(Ko79)	14
	15.0- 115.0	(Go79)	14
$^{10}\text{B}+^{16}\text{O}$	15.0- 80.0	(Go79a)	14
$^{13}\text{C}+^{13}\text{C}$	6.0- 15.0	(Ch82)	14
$^{15}\text{N}+^{12}\text{C}$	8.0- 27.0	(Ko79)	15
$^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$	7.0- 14.0	(Ey76)	16
	12.0- 20.0	(Fr82)	15
	13.0- 27.0	(Ko79)	15
	17.0- 28.0	(Ko76)	15
$^{17}\text{O}+^{12}\text{C}$	7.0- 14.0	(Ey76)	16
$^{14}\text{N}+^{14}\text{N}$	6.0- 25.0	(De82)	16
$^{17}\text{O}+^{13}\text{C}$	13.0- 30.0	(Wi80)	16
	23.0- 52.0	(He82)	17
$^{18}\text{O}+^{12}\text{C}$	7.0- 14.0	(Ey76)	17
	12.0- 28.0	(Ko79)	17
	13.0- 48.0	(He82)	17

- Fig. 1 .Esfera de grafito que se utilizó para la detección de los neutrones en el ORNL.
- Fig. 2 Curva de eficiencia (normalizada a una fuente de neutrones térmicos) en función de la energía de los neutrones.
- Fig. 3-17 Se muestran las secciones correspondientes a los sistemas de las Tablas I y II.

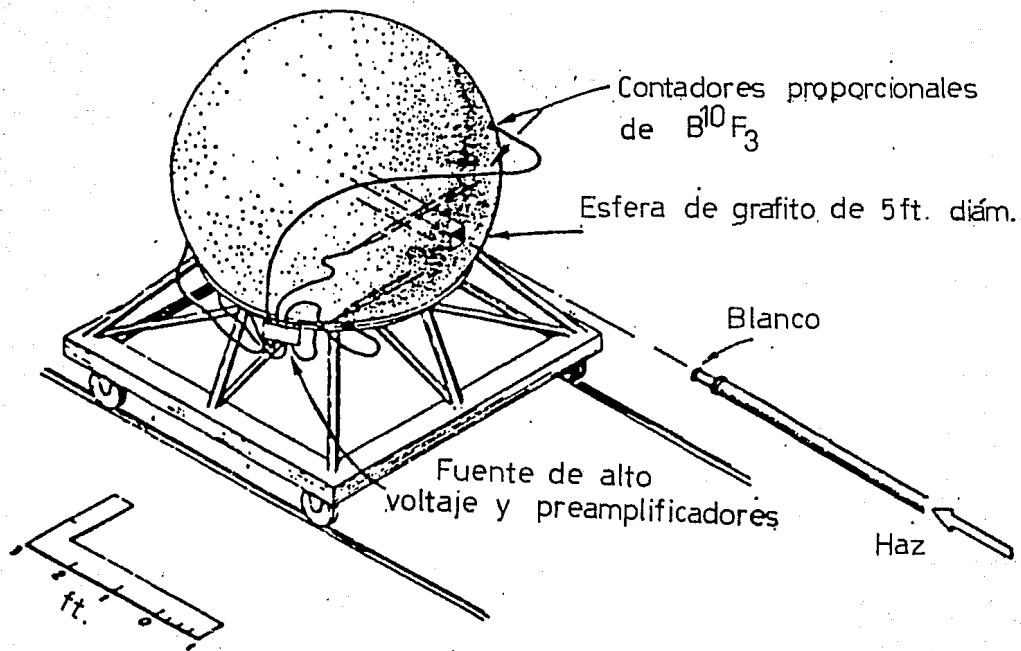


Fig. 1

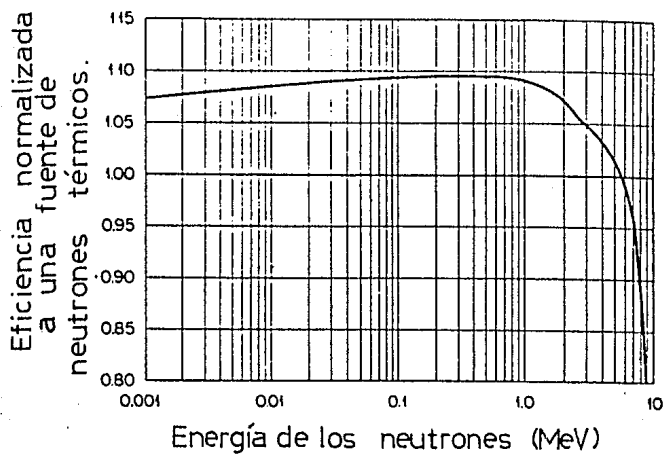


Fig. 2

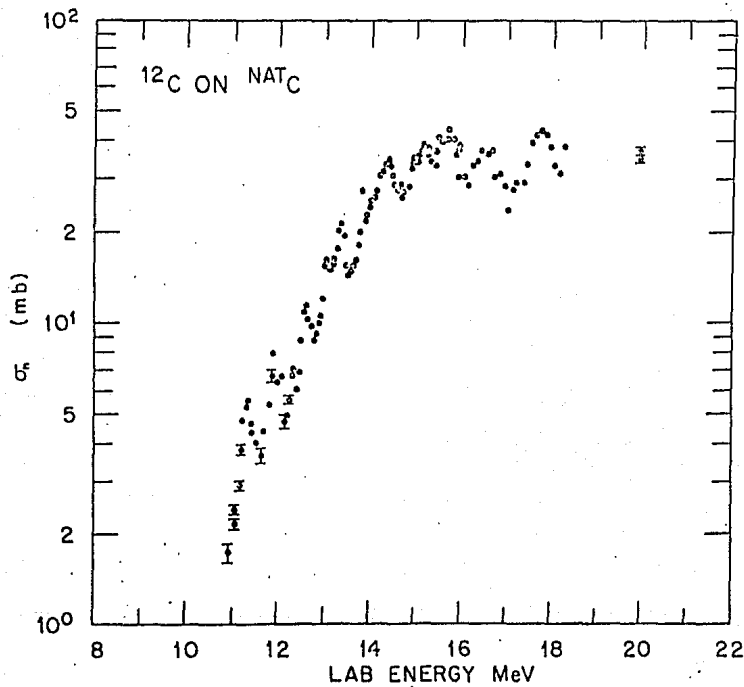


fig. 3

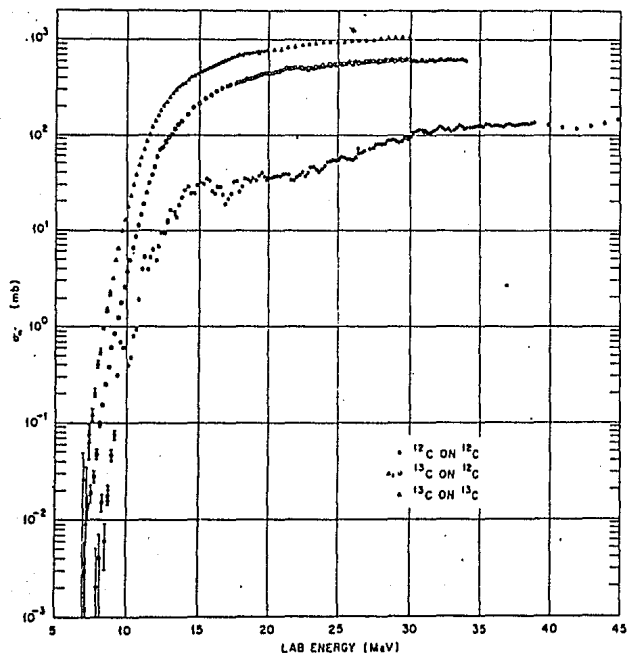


fig. 4



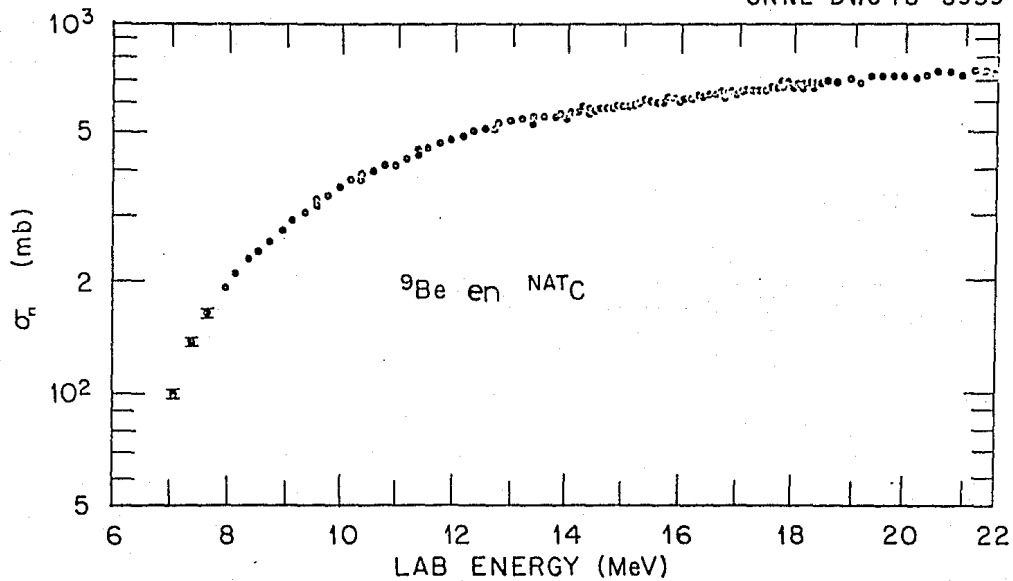


fig.5

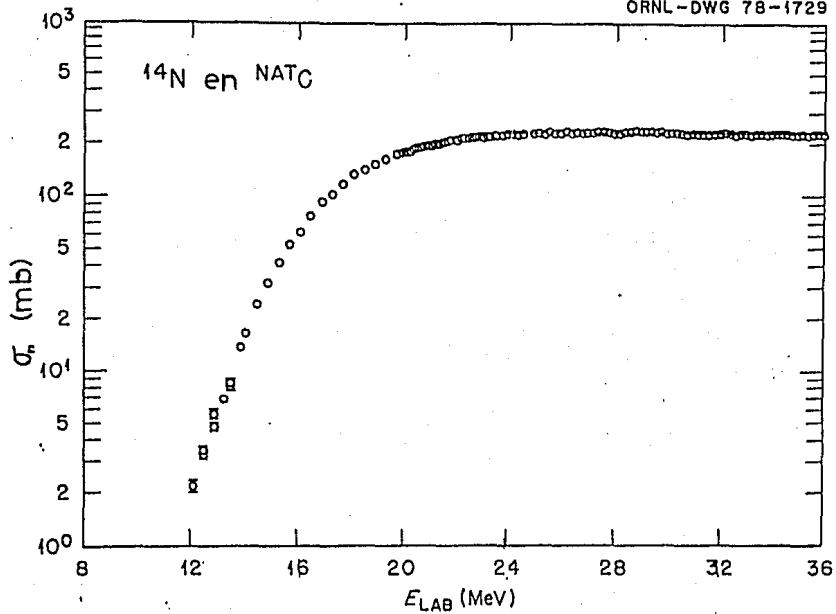


fig. 6

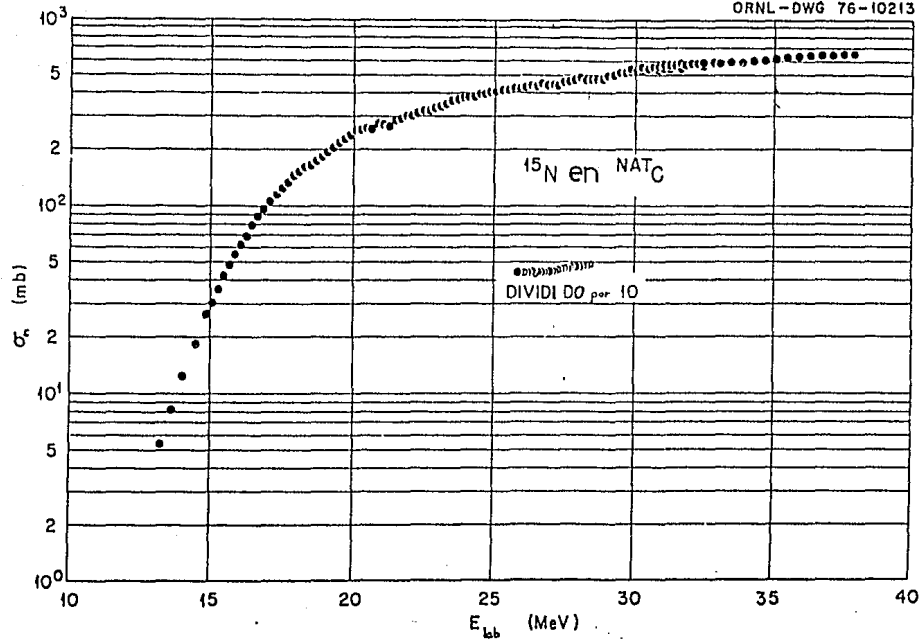


fig. 7

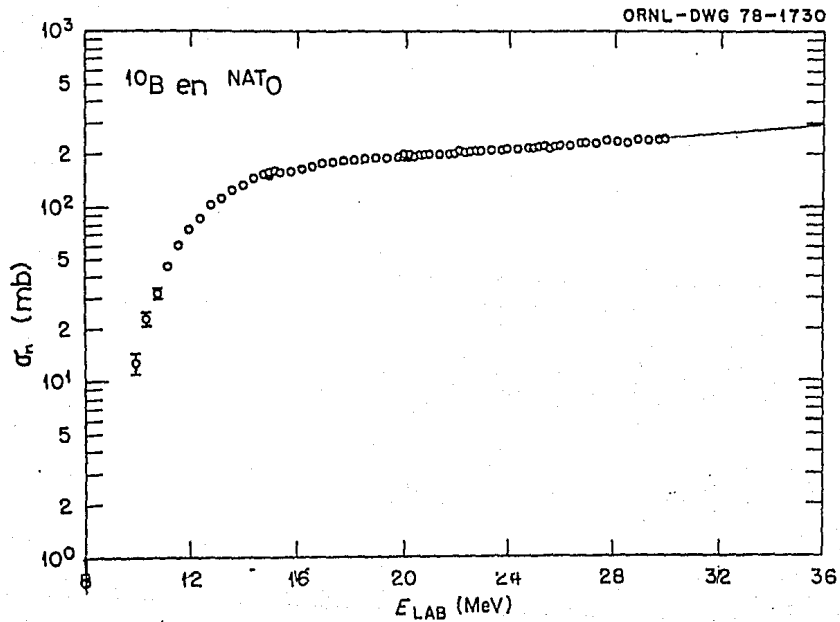


fig. 8

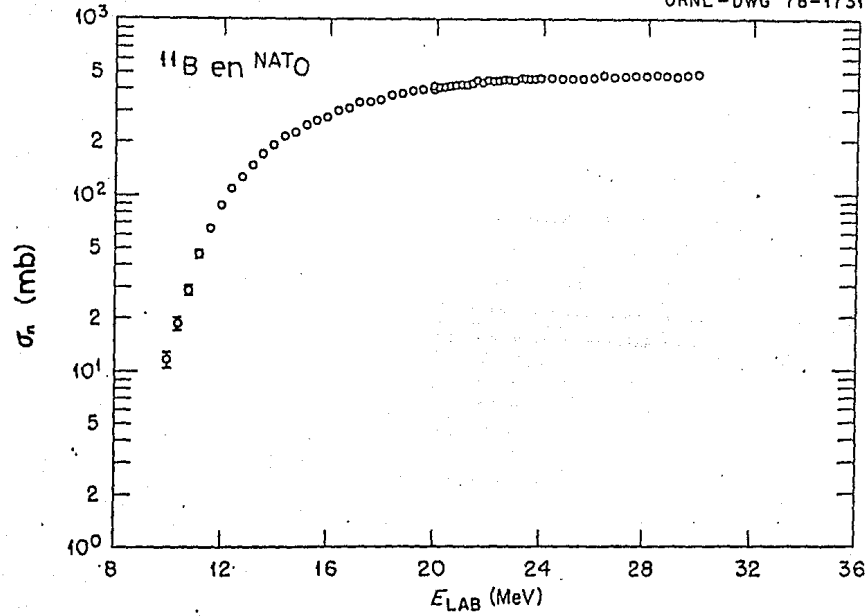


fig. 9

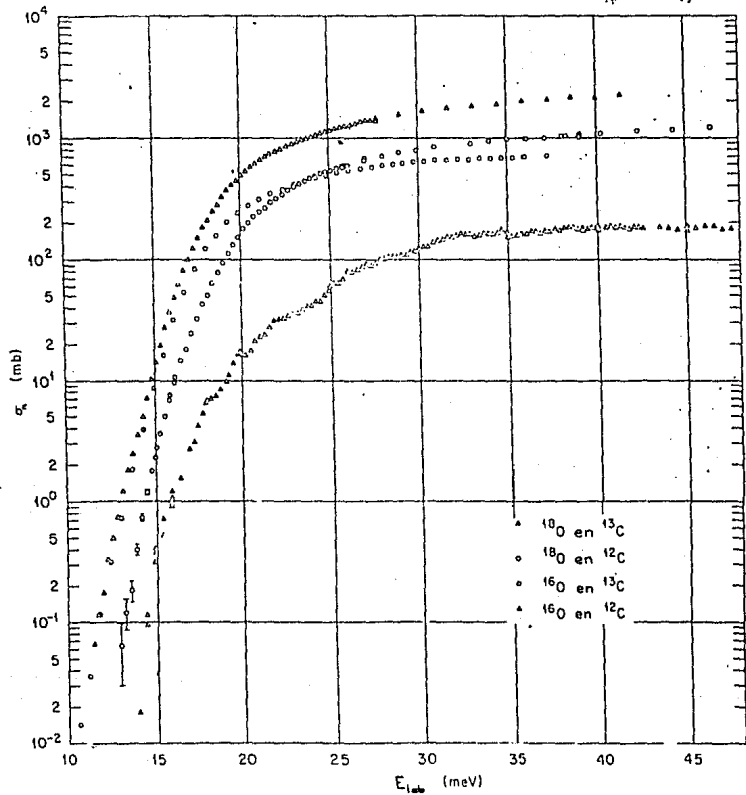


fig. 10

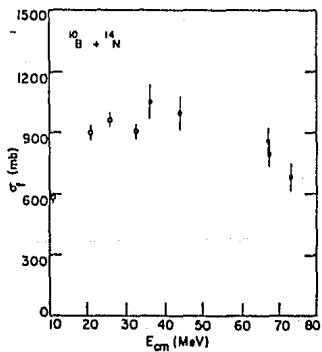
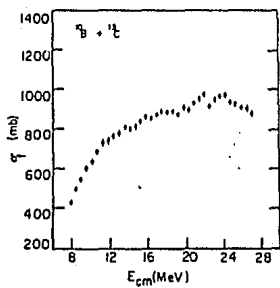
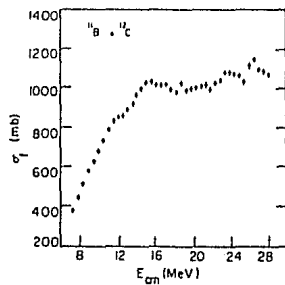
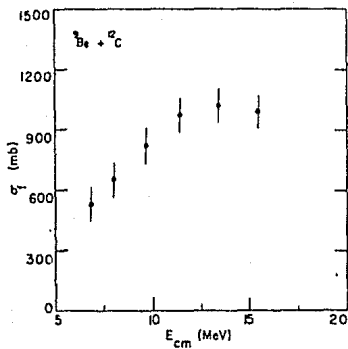


fig.11

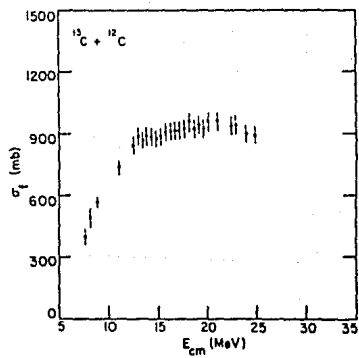
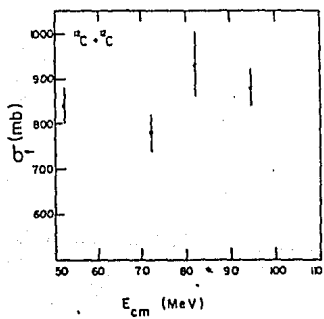
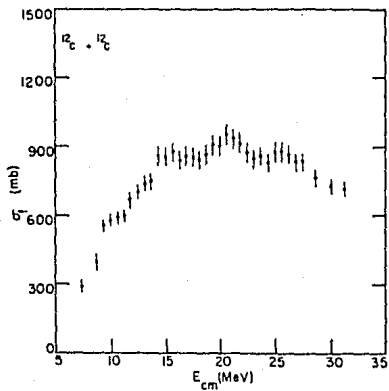


fig.12



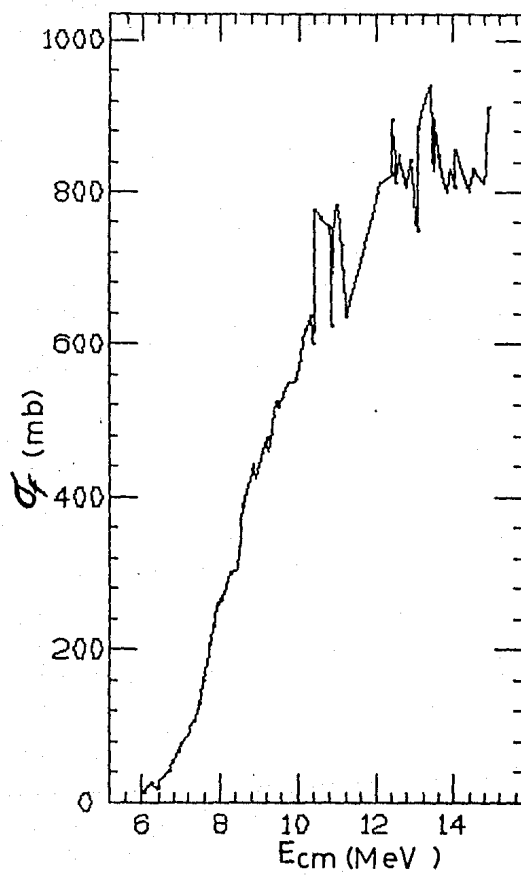


fig.13

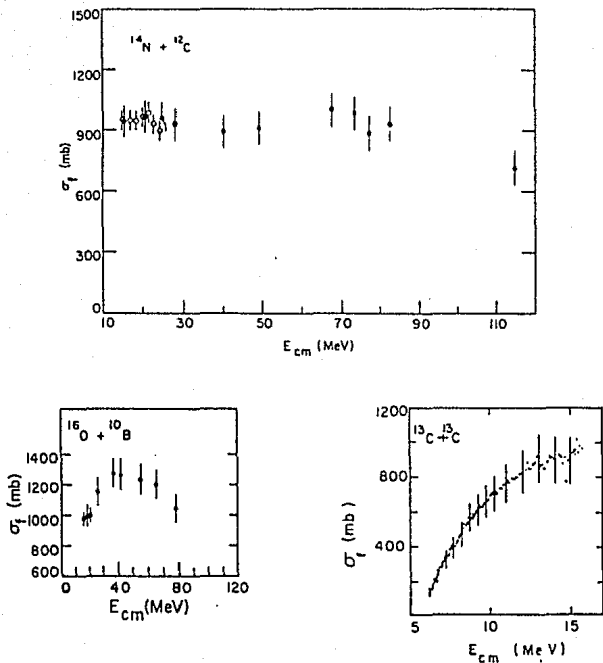


fig.14

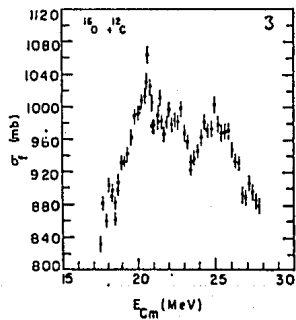
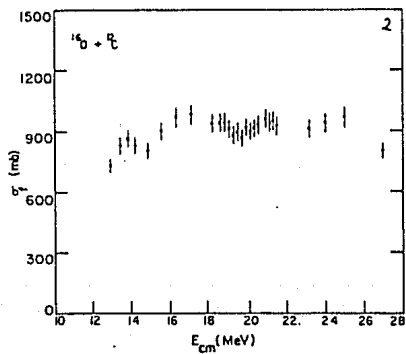
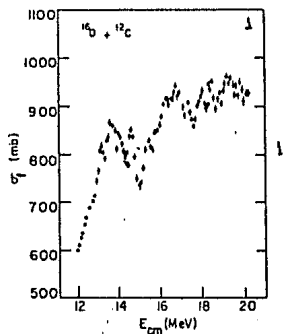
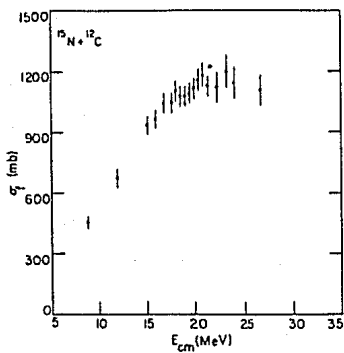


fig.15

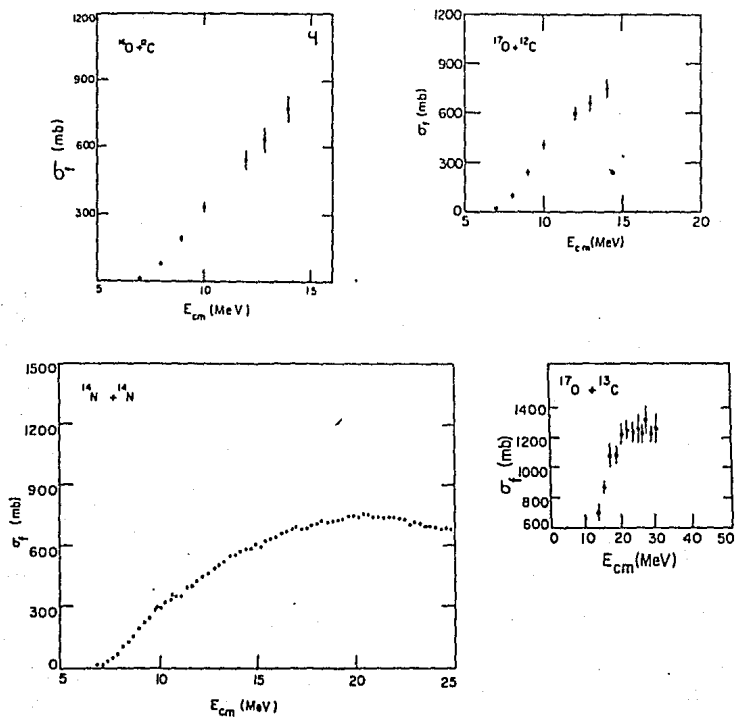


fig.16

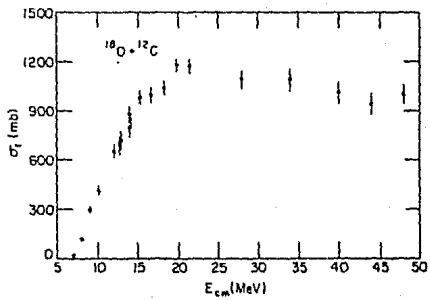
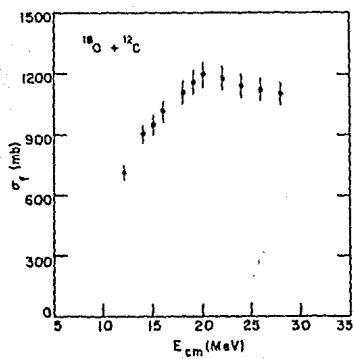
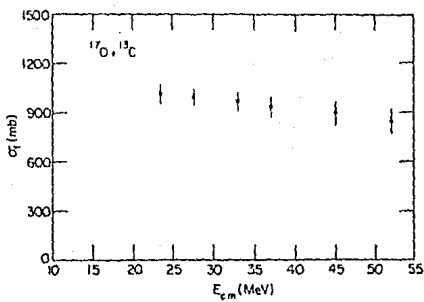


fig.17

## CAP. IV ANÁLISIS

### Análisis y Comparación con los Datos Experimentales.

Para comparar los resultados de LILITA con los datos y su congruencia, escogimos dos sistemas:  $^{14}\text{N}+^{12}\text{C}$  y  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ , este último porque cubre un intervalo de energías más amplio. Adoptamos para este fin la definición  $\sigma_n/\sigma_f$  (donde  $\sigma_n$  es la sección de emisión de neutrones y  $\sigma_f$  la sección de fusión) como *multiplicidad de neutrones*. Esta cantidad como función de la energía en el sistema de centro de masa se muestra en las figuras 1 y 2.

Dado que los resultados obtenidos con el programa LILITA para el sistema  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$  no fueron satisfactorios para el corte brusco, se trató de utilizar la opción de alimentarle los coeficientes de transmisión por valores más reales, calculados a través del modelo óptico.

Con este fin se utilizó el código de modelo óptico PTOLEMY (Ma76) y un potencial de envoltura<sup>1</sup> (*folding*) derivado de la interacción efectiva de Satchler-Love (Sa79), que ajusta satisfactoriamente los datos experimentales de dispersión elástica a baja energía ( $E_{\text{cm}} \leq 12$  MeV, Pa87) para el sistema  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ . Este potencial, junto con un potencial imaginario de volumen de la forma Saxon-Woods, con parámetros  $W_v(E)=0.5 E$  (MeV),  $R_v=1.22(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$  fm y  $\alpha_v=0.4$  fm (Ha84), se obtuvieron los coeficientes de transmisión utilizados en LILITA para el canal de entrada reproduciendo la sección total en el intervalo de energías considerado, como puede verse en la figura 3, donde se muestra la sección experimental y el cálculo.

Los coeficientes de transmisión correspondientes al sistema  $^{14}\text{N}+^{12}\text{C}$ , fueron calculados con un potencial de Saxon-Woods que ajusta la sección de fusión a bajas energías (St76) con  $V=50$  MeV,  $W=0.5 E_{\text{cm}}$ ,  $r_0=1.22$  fm,  $\alpha=0.4$  fm.

<sup>1</sup>Agradezco a la Dra. M. E. Brandan el haber calculado el potencial a usarse para la obtención de los coeficientes de transmisión.

LILITA calcula los coeficientes de transmisión para el decaimiento del núcleo compuesto excitado en la región de niveles discretos a través de la siguiente aproximación:

$$T_{l_i}(E) = \frac{A_i}{1 + e^{((B_{l_i} - \epsilon_i)/B_{l_i} \Delta_i)}} \quad (1)$$

donde  $A_l = (T_0 + T_1)/2$  con  $T_0$  y  $T_1$  que son los coeficientes de transmisión para  $l=0$  y  $l=1$  respectivamente (estos valores de  $T_l$  se obtienen de un cálculo de modelo óptico),  $\Delta_i$  está asociado con la probabilidad de emisión de la partícula considerada y  $B_{l_i}$  representa la barrera para neutrones protones o  $\alpha$ 's y se da en MeV. El subíndice  $i$  se refiere al tipo de partícula de que se trata durante el decaimiento.

Las barreras  $B_{l_i}$  para protones y  $\alpha$ 's están dadas por:

$$B_{l_i} = B_0 + (\hbar^2/2\mu R_l^2) l(l+1)$$

donde

$$B_0 = 1.44 Z_1 Z_2 / r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) \quad (2)$$

y

$$R_l = r_l (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$$

Estos valores de  $B_{l_i}$  se utilizan cuando la energía de excitación del núcleo considerado es menor que la energía de corte (ECT). En el caso de los neutrones, los valores de  $B_{l_i}$  se dan explícitamente. Tales valores se encuentran en el archivo de datos llamado FUSI.

En la figura 4a se grafican, como ejemplo, los coeficientes de transmisión para  $^{27}_{14}\text{Si}$ , calculados con la ecuación (1) de este capítulo y los obtenidos con el modelo óptico, figura 4b. Como puede concluirse de ésta comparación, los coeficientes de transmisión son muy diferentes y lo mismo ocurre para el canal de protones y para el de alfas. Dado este problema, se decidió que

lo más eficiente sería hacer una llamada a un programa de modelo óptico y calcular los coeficientes de transmisión de cada canal dentro del mismo cálculo almacenándolos en un archivo virtual. Afortunadamente el tiempo de cómputo no se incrementó más que en un 10%, haciendo que este método, además de ser el más exacto, fuera el menos tedioso. El código de modelo óptico que se utilizó fue HOP2.

Como consecuencia de lo anterior, hubo necesidad de alterar el programa LILITA. Las modificaciones permiten, opcionalmente, utilizar tanto los parámetros que se encuentran en FUSI —para el cálculo de los coeficientes de transmisión—, como los obtenidos con el programa HOP2.

Durante la ejecución del programa se crea un archivo en el que se almacenan los valores de los coeficientes de transmisión calculados para usarse durante la evaporación. Este archivo así creado será más tarde borrado de la memoria de la computadora por el mismo programa, de modo que solo se ocupará lugar en la memoria durante el cálculo.

Los potenciales utilizados por HOP2 en estos cálculos (Tabla I) son las recetas recomendadas por Perey y Perey (Pe76) para neutrones, protones y  $\alpha$ 's, en los intervalos de energía donde tienen validez y para  $A < 40$ .

Los ajustes obtenidos para estos dos sistemas ( $^{14}\text{N}+^{12}\text{C}$  y  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ ) se muestran mediante una línea continua en las figuras 1 y 2.

Como puede notarse, el hecho de haber introducido un programa adicional para el cálculo de los coeficientes de transmisión no altera el uso de LILITA para energías más altas, donde la consideración de los niveles discretos para el decaimiento ya no es tan importante.



## Comparaciones con STATIS.

En el capítulo II se describió al programa STATIS, que también está basado en la teoría de Hauser-Feshbach, como LILITA.

Para realizar los cálculos con STATIS es necesario crear un archivo de datos de entrada, que contiene masa, carga, espín y paridad de cada una de las partículas que colisionan. También se deben dar los valores de los mismos parámetros para cada canal de salida considerado, así como todos los niveles de energía discretos junto con su espín y paridad y las energías de bombardeo. Por esta razón, es más laborioso utilizar STATIS que LILITA para un cálculo equivalente

LILITA considera solamente la competencia entre neutrones, protones y partículas  $\alpha$ . Se hizo un cálculo similar con STATIS para comparar los resultados entre ambos programas para el sistema  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ . Esta comparación aparece en la figura 5 y se observa un comportamiento similar en función de la energía. Las diferencias en valor absoluto provienen del hecho de que estos programas utilizan una función diferente para la densidad de niveles.

Del mismo modo que con LILITA, en STATIS se pueden considerar los valores de los coeficientes de transmisión para cada valor de  $l$  tanto en el canal de entrada como en los de salida. Para hacerlo de este modo, se hizo una tabla con dichos coeficientes de transmisión calculados para cada canal y para cada energía de bombardeo considerada, usando el programa PTOLEMY para calcular dichos coeficientes de transmisión. Con esto se hicieron los cálculos con STATIS, habiendo resultado congruentes con las predicciones de LILITA.

Para ver las diferencias en ambos programas considérese un conjunto núcleos en equilibrio con energías entre  $E_i$  y  $E_i + dE_i$  y momento angular  $J_i$  que emite partículas  $\mu$  con energía cinética  $\epsilon$ , espín  $s$ , momento angular orbital  $l$ , y que dejan núcleos residuales

con energía de excitación entre  $E_f$  y  $E_f + dE_f$  y espín  $j$ . La razón de emisión promedio, sumada sobre el momento angular orbital, es (Th64):

$$R_{\mu}(E_i, J_i; E_f, j, s) dE = \frac{1}{h} \sum_{S=|j-s|}^{j+s} \sum_{l=|J_i-S|}^{J_i+S} T_l(c) \frac{\rho(E_f, j)}{\rho(E_i, J_i)} dE \quad (3)$$

donde  $\bar{S} = \bar{j} + \bar{s}$  es el espín del canal. (Aquí no se incluye el acoplamiento espín-órbita (Sa67)). Las energías  $E_i$  y  $E_f$  están relacionadas por  $E_i = E_f + S + c$ , donde  $S_{\mu}$  es la energía de separación para la partícula  $\mu$ .  $T_l(c)$  es el coeficiente de transmisión del modelo óptico para la 'formación de un núcleo compuesto' en una reacción, invertida en el tiempo, de la partícula emitida y el núcleo residual con energía de excitación  $E_f$  y momento angular  $j$ .

La cantidad  $T_l$  incluye los efectos de la barrera de Coulomb,  $V_c$ , de la barrera centrífuga,  $V_l$  y el potencial nuclear,  $V_n$  siendo la probabilidad para que una partícula sea emitida.

Una vez que se sabe de que forma es la función para la razón de decaimiento lo que sigue es analizar las funciones de densidad de niveles utilizadas por ambos programas.

STATIS utiliza una ecuación de la forma:

$$\rho_{\mu}(U, J) = k_{\mu} (2J+1) \exp(-(J+0.5)^2/2\sigma^2) \quad (4)$$

donde

$$k_{\mu} = \exp(2\sqrt{aU}) / 12 a^{1/4} (U+t)^{3/4} (2\sigma^2)^{3/2}$$

con  $U = at^2 + t$  para determinar  $t$ ,  $\sigma^2 = \mathcal{J} t/h^2$ ,  $\mathcal{J} = (2/5)m_p R^2$ ,  $R = A^{1/3} r_0$ ,  $U = E_x - \Delta_p$ .

LILITA usa una ecuación de la forma:

$$\rho_l(U, J) = k_l (\exp(-J^2/2\sigma^2) - \exp(-(J+1)^2/2\sigma^2)) \quad (5)$$

donde

$$k_1 = \exp(2\sqrt{aU}) / 24 \text{ at}^3 \sqrt{ac}$$

donde  $c = \beta/\hbar^2$ ,  $t = \sqrt{U/a}$ ,  $2\sigma^2 = ct$ ,  $2\beta/\hbar^2 = 0.0192 AR^2$ ,  $R = Ar_0^2$ ,  $U = E_x - \Delta_p$ .

Y haciendo el desarrollo a primer orden de  $\exp(-(2J+1)/2\sigma^2)$  que se obtiene al desarrollar  $(J+1)^2$  en la exponencial de la ecuación (5) se tiene:

$$\rho_1(U, J) = (k_1 / (2\sigma^2)) (2J+1) \exp(-J^2/2\sigma^2) \quad (6)$$

que es muy parecida a la que utiliza STATIS, salvo por la forma en que se definen los parámetros.

Con objeto de mostrar una comparación de las densidades de niveles calculadas con ambos programas, se hizo un cálculo para  $A=28$  a 10 MeV de energía de excitación utilizando  $r_0=1.4$ . En las figuras 6 y 7 se muestran los cálculos correspondientes a STATIS y a LILITA respectivamente. Con LILITA se observa que el máximo está en  $L=5$ , mientras que la función utilizada por STATIS, aunque muy parecida a la de LILITA, muestra un máximo en  $L=7$ , lo que justifica la mayor producción de  $\alpha$ 's predicha por STATIS (ver figura 4).

La figura 8 es un cálculo con STATIS que incluye, además de los tres canales ya mencionados arriba, al canal de deuterones. Esto se hizo con objeto de estimar la importancia de este último canal ( $\approx 10\%$ ). Como puede verse, esta competencia parece no alterar la producción de neutrones y sólo baja ligeramente a las otras dos pero manteniendo el mismo comportamiento.

Tabla I

Potenciales usados para el cálculo de los coeficientes de transmisión.

Neutrones:

$$VI = 47.01 - 0.267 E - 0.0018 E^2$$

$$RV = 1.322 - 7.6 \times 10^{-4} A + 4 \times 10^{-6} A^2 - 8 \times 10^{-9} A^3$$

$$AV = 0.66$$

$$WSI = 9.52 - 0.053 E$$

$$RS = 1.266 - 3.7 \times 10^{-4} A + 2 \times 10^{-6} A^2 - 4 \times 10^{-9} A^3$$

$$AS = 0.48$$

Protones:

$$VI = 53.3 - 0.55 E + 27 \frac{(N-Z)}{A} + 0.4 \frac{Z}{A^{1/3}}$$

$$RV = 1.25$$

$$AV = 0.65$$

$$WSI = 13.5$$

$$RS = 1.25$$

$$AS = 0.47$$

Alfas:

$$VI = 50$$

$$RV = 1.17 + \frac{1.77}{A^{1/3}}$$

$$AV = 0.576$$

$$WSI = 0$$

$$WI = 1.65 \sqrt{A} - 2$$

$$RW = RV$$

$$AW = AV$$

- Fig. 1 Aquí pueden verse tanto los datos experimentales como los resultados de los cálculos con LILITA. La línea continua representa los resultados para el caso  $^{14}\text{N}+^{12}\text{C}$ .
- Fig. 2 Se tiene aquí lo mismo que en la figura anterior, solamente que en este caso se trata de la reacción  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ .
- Fig. 3 Sección total calculada y experimental.
- Fig. 4 (a) Coeficientes de transmisión calculados por LILITA a partir de  $^{28}\text{Si} \rightarrow ^1_0\text{n} + ^{27}\text{Si}$ . El valor de  $A_l$  que se requiere en la ecuación (1) se determina como sigue:

$$A_l = (T_l - T_0) / 2.$$

Este valor de  $A_l$  es uno de los parámetros del archivo de datos FUSI, donde  $T_l$  y  $T_0$  se toman de los resultados del modelo óptico.

(b) Coeficientes de transmisión como función de  $l$ , se obtienen de un modelo óptico (PTOLEMY).

- Fig. 5 Comparación de los resultados obtenidos con los programas LILITA y STATIS para el sistema  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ .
- Fig. 6  $\rho/\rho_0$  como función del momento angular,  $J$ , que se usa en STATIS, con  $\rho_0 = k_0$ .
- Fig. 7  $\rho/\rho_0$  como función del momento angular,  $J$ , que se usa en LILITA, con  $\rho_0 = k_l / 2\sigma^2$ .
- Fig. 8 Competencia entre neutrones, protones,  $\alpha$ 's y deuterones calculada con STATIS.

$^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$

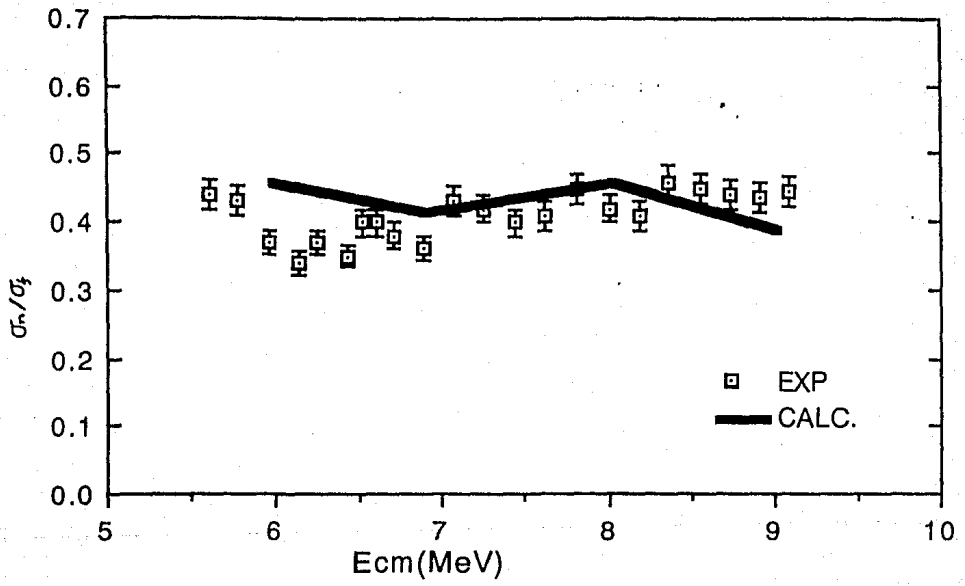


fig.1

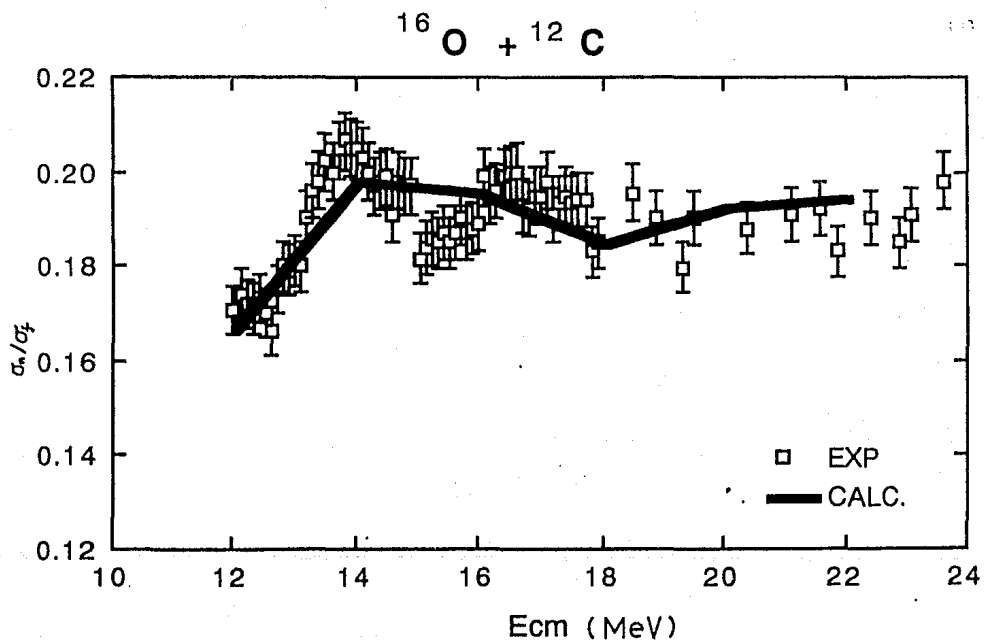


fig.2

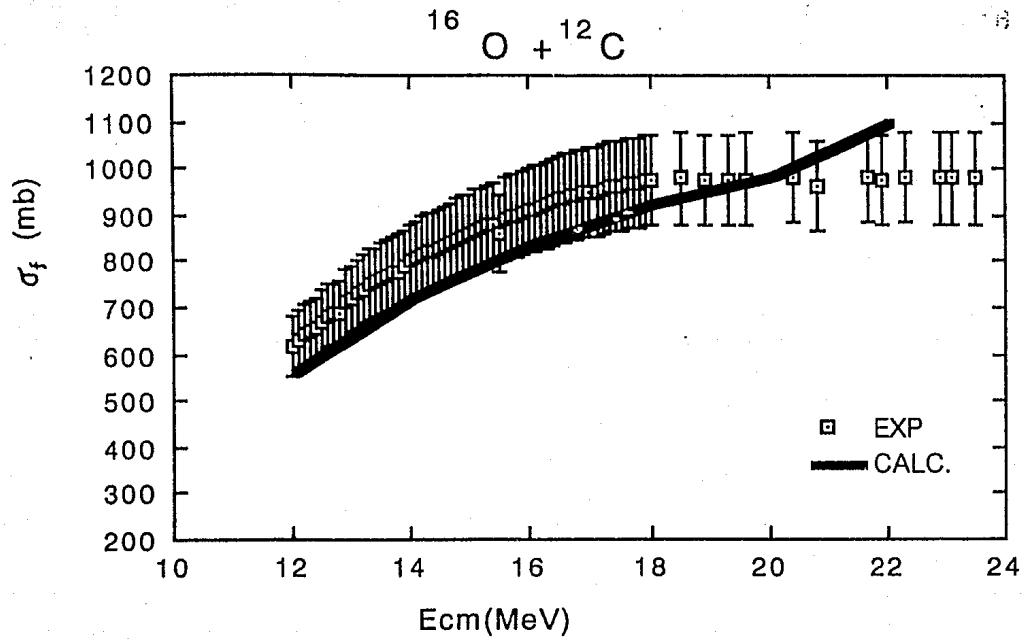


fig. 3



Coeficientes de transmisión.

LILITA.

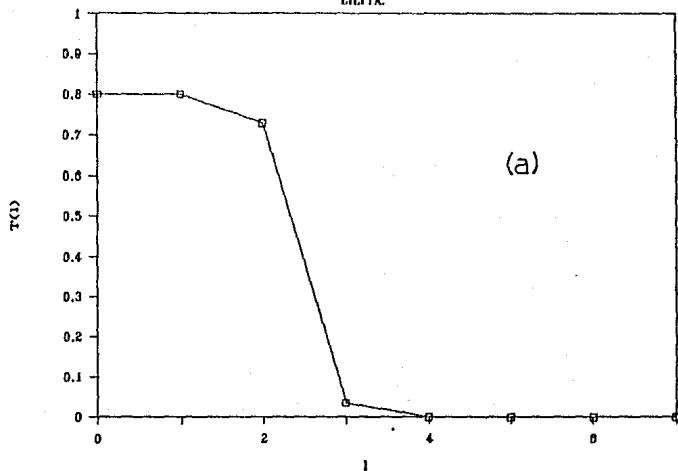
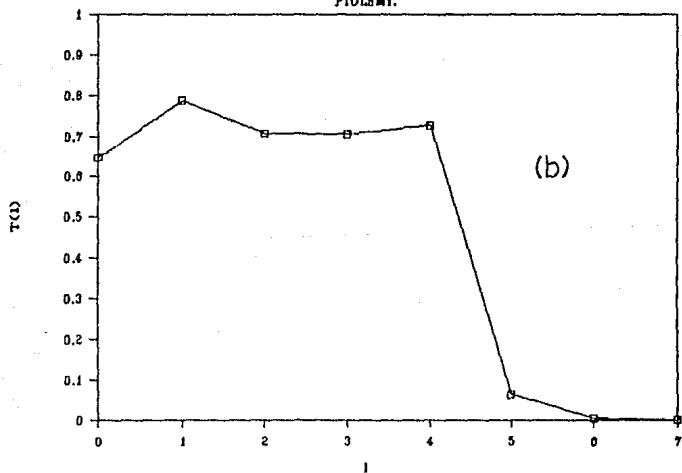


Fig. 4

Coeficientes de transmisión.

PTOLEMY.



ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

# 16 O + 12 C canal de entrada.

LILITA Y STATIS.

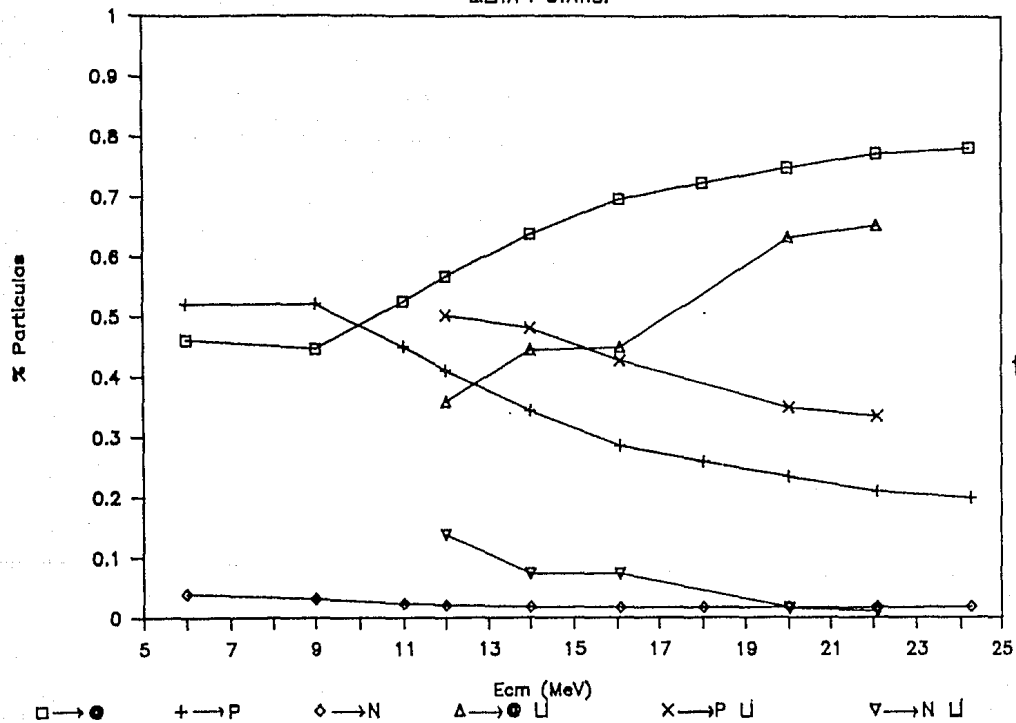


fig. 5

# Densidad de niveles de STATIS

Energía de excitación  $E_x=10$  MeV.

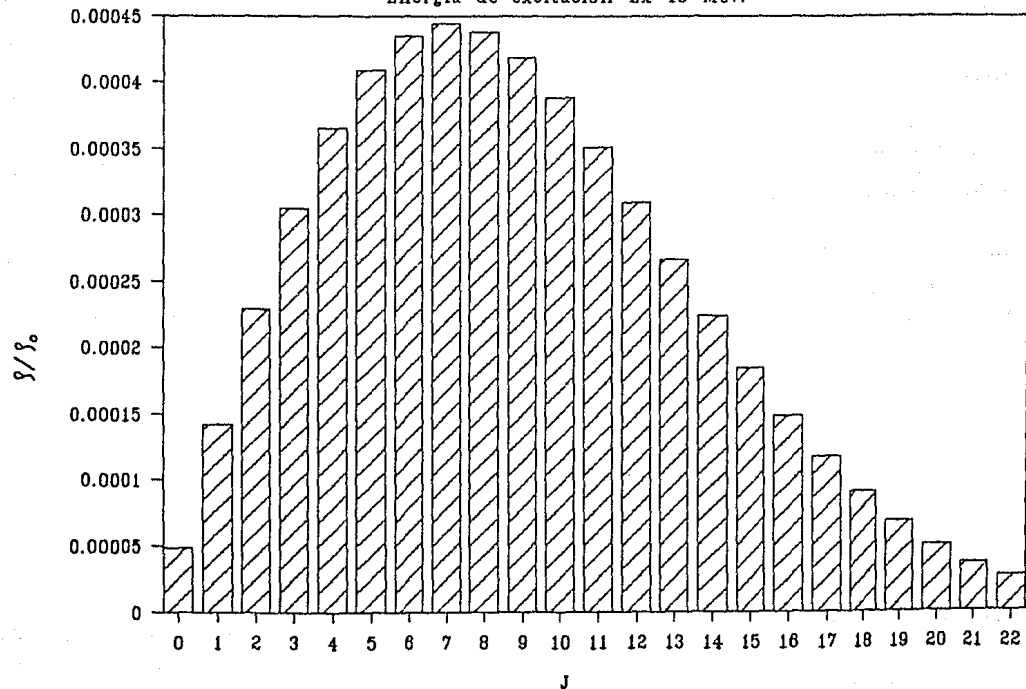


Fig. 6

# Densidad de niveles de LILITA.

Energía de excitación  $E_x=10$  MeV.

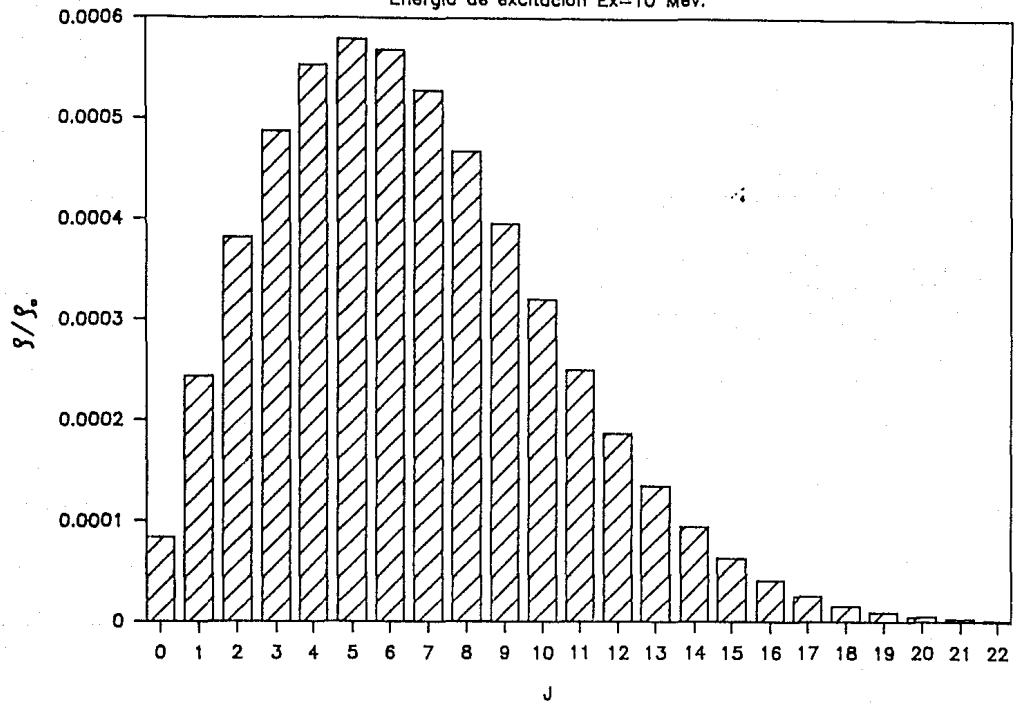


fig.7

# 16 O + 12 C canal de entrada

Razones de decaimiento: STATIS.

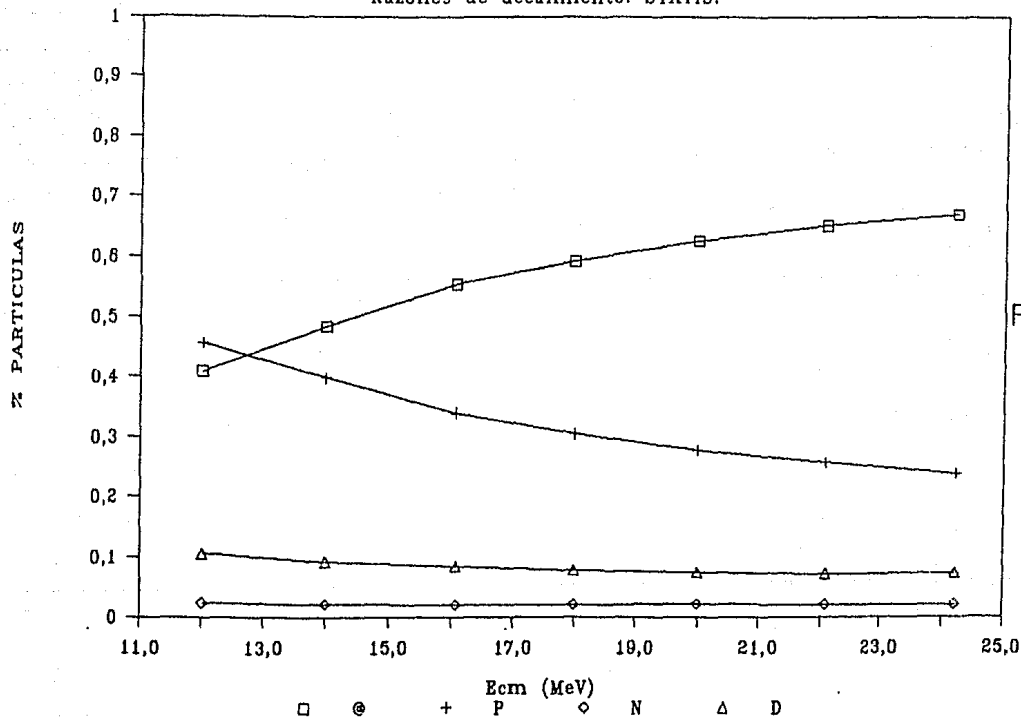


Fig. 8

## Conclusiones.

Es importante hacer notar que los coeficientes de transmisión calculados con modelo óptico reproducen la sección eficaz adecuadamente en ambos casos,  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$  y  $^{14}\text{N}+^{12}\text{C}$ , que en este intervalo de energías es esencialmente la sección eficaz de fusión.

Dado que esta prueba final con este LILITA modificado resultó completamente satisfactoria para los dos sistemas aquí estudiados, queda como un trabajo a realizarse posteriormente el estudio de los otros sistemas de los que se tienen datos experimentales.

Para energías suficientemente altas, la región de niveles discretos es muy poco importante, comparada con la región de niveles del continuo, en el decaimiento del núcleo compuesto excitado, por lo que no es necesario hacer uso de HOP2. Con esto queda la opción de poder hacer cálculos tanto a bajas como a altas energías, haciendo uso del HOP2 en el primer caso y pasándolo por alto en el segundo. AL hacer cálculos a altas energías el programa utilizará la parametrización de la ecuación (1) del capítulo anterior para determinar los coeficientes de transmisión.

- Aj75 F. Ajzenberg-Selove, Nucl. Phys. A248, 1-155 (1975).
- Aj76 F. Ajzenberg-Selove, Nucl. Phys. A268, 1-204 (1976).
- Aj77 F. Ajzenberg-Selove, Nucl. Phys. A281, 1-148 (1977).
- Aj78 F. Ajzenberg-Selove, Nucl. Phys. A300, 1-224 (1978).
- Al63 E. Almqvist, D.A. Bromley, J.A. Kuehner, and B. Whalen, Phys. Rev. 130, 1140 (1963).
- Be73 T.A. Belote, N. Anyas-Weiss, J.A. Becker, J.C. Cornell, P.S. Fischer, P.N. Hudson, A. Menchaca-Rocha, A.D. Panigiotou, and D.K. Scott, Phys. Rev Lett. 30, 450 (1973).
- Be78 M. Beckerman and M. Blann, Phys. Rev. C 17, 1615 (1978).
- Bi72 C.J. Bishop, I. Halpern, R.W. Shaw, Jr., and R. Vandenbosch, Nucl. Phys. A198, 161 (1972)
- Bi83 Binay Dasmahapatra, Bibiana Čujec, and Fouad Lahlou, Nucl. Phys. A394, 301 (1983).
- B166 M. Blann, Nucl. Phys. 80, 223 (1963).
- B172 M. Blann and F. Plasil, Phys. Rev Lett. 29, 303 (1972).
- Bo75 A. Bohr and B. Mottelson, Nuclear Structure, Volume II, Benjamin, New York (1975).
- Ch77 P.R. Christensen, Z.E. Switkowski and R.A. Dayras, Nucl. Phys. A280, 189 (1979).
- Ch78 H.C. Cheung, M.D. High, and B. Čujec, Nucl. Phys. A303, 333 (1978).
- Ch78a Y.D. Chan, H. Bohn, R. Vandenbosch, K.G. Bernhardt, J.G. Cramer, R. Sielemann, and L Green, Nucl. Phys. A303, 500 (1978).
- Ch82 J.L. Charvet, R. Dayras, J.M. Fieni, S. Joly, and J.L. Uzureau, Nucl. Phys. A376, 292 (1982).
- Ch82a Y.D. Chan, D.E. DiGregorio, J.L.C. Ford Jr., J. Gomez del Campo, M.E. Ortiz, and D. Shapira, Phys. Rev. C25, 1410 (1982).
- Co80 A.J. Cole, N. Longueueue, J. Menet, J.J. Lucas, R. Ost, and J.B. Viano, Nucl. Phys. A 341, 284 (1980).
- Ču76 B. Čujec and C.A. Barnes, Nucl. Phys. A266, 461 (1976).

- Da76 R.A. Dayras, R.G. Stokstad, Z.E. Switkowski, and R.M. Wieland, Nucl. Phys. A 265, 153 (1976).
- De82 P.A. DeYoung, J.J. Kolata, L.J. Satkowiak, and M.A. Xaspos, Phys. Rev. C 26, 1482 (1982).
- Di73 W. Dilg, W. Schantl, H. Vonach, and M. Uhl, Nucl. Phys. A217, 269 (1973).
- Do59 I. Dostrovsky, Z. Fraenkel, and G. Friedlander, Phys. Rev. 116, 683 (1959).
- Ei77 Y. Eisen, I. Tserruya, Y. Eyal, Z. Fraenkel, and M. Hillman, Nucl. Phys. A 291, 459 (1977).
- En78 P.M. Endt and C. Van der Leun, Nucl. Phys. A310, 1-752 (1978).
- Ey76 Y. Eyal, M. Beckerman, R. Chechik, Z. Fraenkel, and H. Stocker, Phys. Rev. C13, 1527 (1976).
- Fa68 U. Facchini, M.G. Marazzman, L. Milazzo-Colli, and E. Saetta-Menichella, Phys. Lett. 26B, 278 (1968).
- Fa68a U. Facchini and E. Saetta-Menichella, Energia Nucleare 15, 54 (1968).
- Fe60 H. Feshbach, in Nuclear Spectroscopy, Part B, ed. Fay Ajzenberg-Selove, p. 625 (Academic Press, 1960).
- Fe69 W. Feldman and D.W. Heikkinen, Nucl. Phys. A133, 177 (1969).
- Fr82 A.D. Frawley, N.R. Fletcher, and C.L. Dennis, Phys. Rev. C25, 860 (1982). \*
- Ga68 E. Gadioli and L. Zetta, Phys. Rev. 167, 1016 (1968).
- Ga68a E. Gadioli, I. Iori, and L. Zetta, Phys. Rev. 174, 1140 (1968).
- Ga80 A. Gavron, Phys. Rev. C 21, 230 (1980).
- Gi65 A. Gilbert and A.G.W. Cameron, Can. J. Phys. 43, 1446 (1965).
- Gi65a A. Gilbert, F.S. Chen, and A.G.W. Cameron, Can. J. Phys. 43, 1248 (1965).
- Go74 J. Gomez del Campo, J.L.C. Ford, Jr., R.L. Robinson, and P.H. Stelson, Phys. Rev. C 9, 1258 (1974).



- Go79 J. Gomez del Campo, R.A. Dayras, J.A. Biggerstaff, D. Shapira, A.H. Snell, P.H. Stelson, and R.G. Stokstad, Phys. Rev. Lett. 43, 26 (1979).
- Go79a J. Gomez del Campo, R.G. Stokstad, J.A. Biggerstaff, R.A. Dayras, A.H. Snell, and P.H. Stelson, Phys. Rev. C19, 2170 (1979).
- Go81 J. Gomez del Campo and R. G. Stokstad, ORNL Report IM-7295, 1981.
- Go81a J. Gomez del Campo and R.G. Stokstad, ORNL Report TM-7295 (1981)
- Go84 J. Gomez del Campo, J.A. Biggerstaff, R.A. Dayras, D. Shapira, A.H. Snell, P.H. Stelson, and R.G. Stokstad, Phys. Rev. C29, 1722 (1984).
- Gr67 J.R. Grover and J. Gilat, Phys. Rev. 157, 802 (1967).
- Gr72 S.M. Grimes, J.D. Anderson, A.K. Kerman, and C.Wong, Phys. Rev. C5, 85 (1972).
- Ha52 W. Hauser and H. Feshbach, Phys. Rev. 87, 336 (1952).
- Ha69 B.G. Harvey, Introduction to Nuclear Physics and Chemistry, second edition, Prentice Hall, Inc. (1969).
- Ha74 D.L. Hanson, R.G. Stokstad, K.A. Erb, C. Almer, and D.A. Bromley, Phys. Rev. C9, 929 (1974).
- He82 B. Heusch, C. Bech, J.P. Coffin, P. Engelstein, R.M. Freeman, G. Guillame, F. Hass, and P. Wagner, Phys. Rev. C26, 524 (1982).
- Ho7B P.E. Hodgson, Nuclear Heavy-ion Reactions, Clarendon Press, Oxford, p. 213 (1978)
- Ja81 L. Jarczyk, B. Kamys, A. Magiera, J. Sromicki, A. Strzałkowski, G. Willim, Z. Wróbel, D. Balzer, K. Bodek, M. Hugi, J. Lang, R. Müller, and E. Ungricht, Nucl. Phys. A369, 191 (1981).
- Ko76 J.J. Kolata, R.M. Freeman, F. Hass, B. Heusch, and A. Gallmann, Phys. Rev. Lett. 65B, 333 (1976).

- Ko79 D.G. Kovar, D.F. Geesaman, T.H. Braid, Y. Eisen, W. Henning, T.R. Ophel, M. Paul, K.E. Rehm, S.J. Sanders, P. Sperr, J.R. Schiffer, S.L. Tabor, S. Vigdor, and B. Zeidman, Phys. Rev. C20, 1305 (1979).
- Ko80 S. Kox, A.J. Cole, and R. Ost, Phys. Rev. Lett. 44, 1204 (1980).
- Ku64 J.A. Kuehner and E. Almqvist, Phys. Rev. 134, B1229 (1964).
- La63 D.W. Lang, Nucl. Phys. 42, 365 (1963).
- Ma55 M.G. Mayer and J.H.D. Jensen, Elementary Theory of Nuclear Shell Structure, Wiley, New York (1955).
- Ma57 R.L. Macklin, Nucl. Instr. 1, 335 (1957).
- Ma76 M.H. Macfarlane and S.C. Pieper, ANL Report, ANL-76-11, 1976.
- Ma82 J.F. Mateja, A.D. Frawley, L.C. Dennis, K. Abdo, and K.W. Kemper, Phys. Rev. Lett. 47, 311 (1981); Phys. Rev. C 25, 2963 (1982).
- Mi70 R. Middleton, J.D. Garret, and T.H. Fortune, Phys. Rev. Lett. 24, 1436 (1970).
- Mo74 L.G. Moreto, Proc. Third IAEA Symp. on Phys. and Chem. of Fission, Vol. I, IAEA, Vienna, 329 (1974).
- Ne70 J.D. Newton, Prog. Nucl. Phys. 11, 53 (1970)
- Nö76 W. Nörenberg, J. Phys., Paris 37, c5-141 (1976).
- O174 D.L. Hason, R.G. Stokstad, D.L. Hanson, K.A. Erb, M.N. Sachs, and D.A. Bromley, Phys. Rev. C 10, 1722 (1974).
- Or80 M.E. Ortiz, E. Andrade, M. Cardenas, A. Dacal, A. Menchaca-Rocha, J.L.C. Ford Jr., J. Gomez del Campo, R.L. Robinson, D. Shapira, and E. Aguilera, Phys. Rev. C22, 1104 (1980).
- Or82 M.E. Ortiz, D.E. DiGregorio, J. Gomez del Campo, Y.D. Chan, J.L.C. Ford Jr., and D. Shapira, Phys. Rev. C26, 1490 (1982).

- Or82a M. Ortiz, J. Gomez del Campo, Y. D. Chan, D.E. DiGregorio, J.L.C. Ford, D. Shapira, R.G. Stokstad, J.P.F. Sellschop, R.L Parks, and D. Weiser, Phys. Rev. C 25, 1436 (1982).
- Pa69 J.R. Patterson, H. Winkler, and C.S. Zaidins, Astrophys. Journal 157, 367 (1969).
- Pa80 R.L. Parks, S.T. Thornton, L.C. Dennis, and K.R. Cordell, Nucl. Phys. A384, 350 (1980).
- Pe72 S.K. Penney, unpublished.
- Pe76 C.M. Perey and F.G. Perey, Atomic Data and Nuclear Data Tables, Vol. 17, No. 1, January, 1-101 (1976).
- P178 F. Plasil, Phys. Rev. C 17, 823 (1978).
- P077 F. Pühlhofer, Nucl. Phys. A 280, 267 (1977).
- Re80 G. Reffo in Theory and Applications of Moment Methods in Many Fermion Systems, Plenum Press, New York (1980).
- Sa67 D.G. Sarantites and B.D. Pake, Nucl. Phys. A 93, 545 (1967).
- Sa78 A.M. Sandorfi and A.M. Nathan, Phys. Rev. Lett. 40, 1252 (1978).
- Sh69 R.W. Shaw Jr., J.C. Norman, R. Vandenbosch, and J.C. Bishop, Phys. Lett. 184, 1040 (1969).
- Sp74 H. Spinka and H. Winkler, Nucl. Phys. A 233, 456 (1974).
- Sp76 P. Sperr, S. Vigdor, Y. Eisen, W. Henning, D.G. Kovar, T.R. Ophel, and B. Zeidman, Phys. Rev. Lett. 36, 405 (1976).
- St76 R.G. Stokstad, Z.E. Switkowski, R.A. Dayras, and R.M. Wieland Phys. Rev. Lett. 4 October, Vol. 37, Num. 14, 888 (1976).
- St76a R.G. Stokstad, J. Gomez del Campo, J.A. Biggerstaff, A.H. Snell, and P.H. Stelson, Phys. Rev. Lett. 36, 1529 (1976).
- St77 R.G. Stokstad, M.N. Namboodiri, E.T. Chlick, J.B. Notowitz, and D.L. Hanson, Phys. Rev. C16, 2249 (1977).

- St81 R.G. Stokstad and E.E. Gross, Phys. Rev. C23, 281 (1981).
- St81a R. Stokstad, THE USE OF THE STATISTICAL MODEL IN HEAVY-ION REACTION STUDIES, preprint, Lawrence Berkeley Laboratory, April 1981, to be published.
- Th55 R.G. Thomas, Phys. Rev. 97, 224 (1955).
- Th64 T.D. Thomas, Nucl. Phys. 53, 558 (1964).
- Va73 R. Vandenbosch and J.R. Huizenga, Nuclear Fision, Academic Press, New York (1973).
- Vi79 J.B. Viano, A.J. Cole, N. Longequeue, J.J. Lucas, J. Menet, J.C. Saulnier, and J.W. Sunier, Phys. Rev. C20, 551 (1979).
- Vo64 E.W. Vogt, D. McPherson, J. Kuehner and E. Almqvist, Phys. Rev. B136, 99 (1964).
- Wa78 M. Wakai and A. Faessler, Nucl. Phys. A 307, 349 (1978).
- Wi80 J.P. Wieleczko, S. Harar, M. Conjeaud, and J. Saint-Laurent, Phys. Rev. Lett. 93B, 35 (1980).