

01162

3
201

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERIA

COMPORTAMIENTO DEL CONCRETO BAJO CONDICIONES DE CAVITACION
Y AIREACION

MA. DEL ROSIO RUIZ URBANO

T E S I S

PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE
POSGRADO DE LA
FACULTAD DE INGENIERIA
DE LA
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER
EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERIA HIDRAULICA

CIUDAD UNIVERSITARIA

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

1990



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

	PAG.
INTRODUCCION	1
1. CAPÍTULO I	
ANTECEDENTES	4
1.1 EROSION	4
1.2 CAVITACION	5
1.2.1 CONTROL DE LA CAVITACION	16
1.3 AIREACION	16
1.3.1 AIREACION NATURAL	17
1.3.2 AIREACION INDUCIDA	17
2. CAPITULO II	
DISEÑO DEL EXPERIMENTO	18
2.1 ANALISIS DE VARIANZA. PROPOSITO	18
2.2 TERMINOLOGIA Y NOTACION	20
2.3 EFECTOS PRINCIPALES.	24
2.4 EFECTOS DE INTERACCION.	26
2.5 ERROR EXPERIMENTAL Y SU ESTIMACION.	28
2.6 ESTIMACION DE CUADRADOS MEDIOS DEBIDOS A EFECTOS PRINCIPALES E INTERACCION DE EFECTOS	31
2.7 EXPERIMENTOS FACTORIALES DE ORDEN MAYOR	32
2.8 ESTIMACION Y PRUEBAS DE SIGNIFICANCIA DE UN EXPERIMENTO DE TRES FACTORES	39
2.9 EL CASO $N = 1$ Y UNA PRUEBA DE NO-ADITIVIDAD	40
2.10 ANALISIS DIMENSIONAL. PROPOSITO	45

3. CAPITULO III

EQUIPO EXPERIMENTAL	48
3.1 INTRODUCCION	48
3.2 INSTALACION DE ALTA VELOCIDAD	49
3.3 CARACTERISTICAS DEL CONCRETO	50
3.4 CARACTERISTICAS DEL ESCURRIMIENTO	52

4. CAPITULO IV

MEDICIONES	53
4.1 MEDICION DEL VOLUMEN EROSIONADO	53
4.2 MEDICION DE LAS VELOCIDADES	54
4.3 MEDICION DE LA CONCENTRACION DE AIRE	55
4.4 RESULTADOS DE LOS ENSAYES	57
4.5 REPORTE DE MEDICIONES	59
4.6 RESUMEN DE RESULTADOS	78

5. CAPITULO V

ANALISIS DE RESULTADOS	81
5.1 APLICACION DEL ANALISIS DE VARIANZA AL MODELO EXPERIMENTAL.....	81
5.2 APLICACION DEL ANALISIS DIMENSIONAL AL MODELO EXPERIMENTAL	102
5.3 INTERPRETACION DE RESULTADOS EXPERIMENTALES .	106

6 CAPITULO VI

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	116
--------------------------------------	-----

7. REFERENCIAS	119
----------------------	-----

8. FIGURAS	123
------------------	-----

INTRODUCCION

Las obras hidráulicas sometidas a flujos de alta velocidad representan un problema importante en la actualidad ya que, generalmente, se encuentran asociados a ellas fenómenos de erosión por cavitación, que pueden llegar a dañar seriamente la estructura. Por ejemplo, después de operar los vertedores de la planta hidroeléctrica El Infiernillo, ubicada sobre el río Balsas en los estados de Guerrero y Michoacán, se han producido en su superficie oquedades de hasta 40 m de largo, 11 m de ancho y 8 m de profundidad; daños que ha sido necesario reparar hasta con 1200 m³ de concreto. (ref 28).

Este tipo de erosión ha sido estudiado y en base a la experiencia adquirida en las obras dañadas, se han hecho una serie de recomendaciones que se clasifican en tres grupos:

- 1.- El diseño y la construcción adecuados de las obras hidráulicas sometidas a flujos de alta velocidad.
- 2.- El mejoramiento de la resistencia de las superficies expuestas a cavitación.
- 3.- La aireación de las obras, cuando ello sea necesario.

Sin embargo, aunque el mejoramiento de los métodos de diseño y construcción, así como de la resistencia de la superficie expuesta han hecho posible satisfacer esta demanda, es inevitable que sigan apareciendo nuevos problemas que antes eran de menor magnitud, y que es necesario estudiar para tener criterios confiables.

En este trabajo se presenta una investigación teórica-experimental en la que se ha incluido la resistencia a la compresión del concreto (f'_c), como una variable a estudiar, ya que en la literatura referente al tema no se ha encontrado reporte acerca de ello.

Por lo tanto, considerando las cuatro variables que intervienen en el estudio (resistencia a la compresión del concreto, velocidad de flujo, concentración de aire y tiempo) se pretende encontrar la influencia de cada una de ellas en la evolución del daño en el concreto provocado por flujo de alta velocidad.

Para cumplir con el objetivo planteado el contenido del presente trabajo se ha dividido en seis capítulos: En el cap. I se presentan los antecedentes del tema. El diseño del experimento que se presenta en el cap. II comprende un estudio de análisis de varianza y dimensional para las variables en estudio. En el cap. III se describe el equipo experimental.

Sin embargo, aunque el mejoramiento de los métodos de diseño y construcción, así como de la resistencia de la superficie expuesta han hecho posible satisfacer esta demanda, es inevitable que sigan apareciendo nuevos problemas que antes eran de menor magnitud, y que es necesario estudiar para tener criterios confiables.

En este trabajo se presenta una investigación teórica-experimental en la que se ha incluido la resistencia a la compresión del concreto (f'_c), como una variable a estudiar, ya que en la literatura referente al tema no se ha encontrado reporte acerca de ello.

Por lo tanto, considerando las cuatro variables que intervienen en el estudio (resistencia a la compresión del concreto, velocidad de flujo, concentración de aire y tiempo) se pretende encontrar la influencia de cada una de ellas en la evolución del daño en el concreto provocado por flujo de alta velocidad.

Para cumplir con el objetivo planteado el contenido del presente trabajo se ha dividido en seis capítulos: En el cap. I se presentan los antecedentes del tema. El diseño del experimento que se presenta en el cap. II comprende un estudio de análisis de varianza y dimensional para las variables en estudio. En el cap. III se describe el equipo experimental.

Todas las mediciones realizadas en el experimento se presentan en el cap. IV. El cap. V, plantea el estudio de resultados obtenidos por medio del análisis de varianza y dimensional con el objeto de entender la respuesta experimental y decidir cuales son las variables más importantes dentro del estudio. Finalmente, en el cap. VI se exponen las conclusiones y recomendaciones del trabajo.

CAPITULO I

ANTECEDENTES

1.1. - EROSION. (ref 13)

En las obras hidráulicas uno de los factores que constituyen un problema importante en su operación y mantenimiento, es la erosión de las superficies cuando están expuestas a flujos de alta velocidad.

La erosión se puede deber a tres causas: a la abrasión provocada por el material sólido que arrastra el agua o que se queda girando en remolinos dentro de la obra; a la acción de chorro o impacto directo del agua contra un cambio de dirección o irregularidad, y a fluctuaciones de presión debidas a la turbulencia del flujo o a la cavitación.

El primer tipo de erosión puede ser causado por material pequeño que desgasta la superficie de concreto de manera uniforme alisándola o, si el material arrastrado es grande, por ejemplo, troncos, rocas o material de construcción, puede romper el revestimiento o hacerle raspaduras orientadas en el sentido del flujo. Esta forma de erosión se puede controlar disminuyendo la velocidad del flujo a la entrada de la obra, lo cual no siempre es posible, para reducir su capacidad de arrastre, o poniendo rejillas que impidan el paso de troncos y ramas.

La erosión causada por el impacto del agua contra los cambios de dirección y las protuberancias, si la construcción sigue los criterios usuales de alineamiento, no provoca mucho daño en la superficie y ya hay especificaciones precisas para el dimensionamiento y armado de dentellones, saltos de esquí, etc., sujetos a esta acción. Sin embargo, si el chorro está actuando en una zona ya dañada por alguna otra causa, o en lugares inconvenientes por error en el diseño, se convierte en el tipo de erosión de más rápido desarrollo.

Finalmente, el tercer tipo de erosión, provocado por las fluctuaciones de presión, puede dañar cualquier punto de la superficie donde la magnitud de las fluctuaciones sea del orden de la resistencia de la superficie. Como el material usual, en las obras hidráulicas es el concreto, y su resistencia es mayor que las fluctuaciones de presión debidas a la turbulencia, el único fenómeno capaz de generar esos valores, y aún mayores, es la cavitación.

1.2.- CAVITACION. (ref 48)

La cavitación es un fenómeno que se produce siempre que la presión absoluta en algún punto o zona de la corriente de un líquido desciende por debajo de un cierto valor mínimo admisible que se conoce como presión de vaporización del líquido h_v para la temperatura local del mismo.

Una vez alcanzada ésta presión el líquido entra en ebullición y se originan en su seno cavidades o burbujas de vapor, que son transportadas por la corriente hasta puntos donde la presión

llega a tener un valor suficiente para que se produzca la condensación de tales cavidades, misma que tiene lugar en forma violenta y puede ocasionar graves daños en los componentes de un sistema hidráulico.

Las condiciones de cavitación pueden expresarse por medio del número de Thoma o índice de cavitación.

$$\sigma = \frac{h_p - h_v}{V^2 / 2g} \quad (1.1)$$

donde:

- σ índice de cavitación.
- h_p carga de presión.
- h_v carga de vaporización.
- V velocidad del flujo.
- g aceleración de la gravedad

Por los efectos destructivos que en las estructuras mal proyectadas o mal construidas produce la cavitación, es preciso estudiar este fenómeno, para conocer sus causas y controlarlo. Por este motivo se han realizado diferentes investigaciones al respecto, que tienen como objetivo encontrar soluciones a este problema.

A continuación se presenta un cuadro cronológico en el cual se resumen las investigaciones más importantes acerca de la cavitación y aireación.

AÑO	AUTOR (ES)	INVESTIGACION
1915	Parsons y Cook Cref 1)	Estudió los daños en propelas de barcos.
1917	Rayleigh	Calculó la energía de colapso de una burbuja de cavitación.
1919	Parsons y Cook	Proponen la teoría mecánica de la cavitación
1926 y 1932	Ackeret J. Cref 46)	Sugiere que la velocidad influye en la intensidad de la erosión y desecha la teoría de la corrosión, aceptando que los daños se producen por el colapso de las cavidades.
1935	Boetcher H. M.	Introduce el concepto de superficie de fatiga o cavitación por fatiga y encuentra una correlación entre daño y resistencia.
1935	Hunsaker	Fotografía las abolladuras producidas por el colapso de las burbujas.
1936	Ackeret y Haller	Demuestran que el daño tiene orígenes mecánicos mediante el uso de ondas de percusión.
1937	Vater M.	Propone el concepto de esfuerzos periódicos.

AÑO	AUTOR (ES)	INVESTIGACION
1938	Mueller H.	Sugiere umbrales de velocidad abajo de los cuales no se produce daño y los compara con el límite de fatiga.
1941	Beeching	Realiza ensayos y logra dañar superficies metálicas mediante el colapso de burbujas de vapor.
1947	Poulter	Sugiere que el líquido penetra a través de las grietas del material y empuja a éste hacia afuera cuando está sujeto a altas presiones.
1947	Wislicenus (ref 2)	Incrementa la temperatura mediante la compresión de las burbujas de vapor y logra fundir el material en ciertas zonas.
1948	Knapp R. T. y Hollander	Estudian el comportamiento de una burbuja y encuentran resultados que concuerdan con los obtenidos por Rayleigh.
1949	Petracchi	Propone la protección catódica contra la cavitación.

AÑO	AUTOR (ES)	INVESTIGACION
1951	Shalnev K. (ref 3)	Estudia la cavitación atrás de irregularidades tomando en cuenta su altura, el espesor de la capa límite y el perfil de velocidad dentro de ella.
1955	Nechleba M.	Genera corrientes -- corrosivas debidas a un calentamiento local del metal, por medio de un incremento en la temperatura de las burbujas.
1955	Knapp. R T (ref 4)	Encuentra que la energía radiada por el colapso de una burbuja decrece en proporción inversa al incremento de radio de la misma.
1955	Guth, W, (ref 5)	Fotografía por primera vez el choque de una onda radiada por el colapso de una burbuja.
1955	Shalnev K K (ref 6)	Reporta que para una longitud de cavidad dada, la frecuencia es -- directamente proporcional a la velocidad.
1959	Colgate (ref 7)	Estima la cavitación potencial para dos superficies de concreto rugosas.

AÑO	AUTOR (ES)	INVESTIGACION
1960	Mains R M (ref 8)	Relaciona el número de ciclos requeridos para que se presenta el periodo de incubación de la cavitación.
1960	Holl (ref 9)	Analiza irregularidades aisladas relacionando sus características con las de la capa límite.
1961	Govinda (ref 10)	Propone un método de predicción de daños por cavitación en base a un número adimensional de cavitación.
1965	Inozemtsev (ref 11)	Propone usar superficies de alta resistencia para proteger superficies contra daños por cavitación.
1965	Holl (ref 12)	Analiza como influyen las irregularidades producidas por la cimbra en la inyección de cavitación.
1969	Echávez G (ref 13)	Desarrolló un método para determinar las zonas expuestas a cavitación en superficies, y propuso por primera vez el uso de ranuras aireadoras para proteger superficies rugosas.

AÑO	AUTOR (ES)	INVESTIGACION
1971	Echávez G (ref 14)	Desarrolla un método para estimar la posibilidad de cavitación atrás de irregularidades y desalineamientos así como en superficies rugosas.
1971	Colgate (ref 15)	Hace los primeros estudios en modelo sobre aireadores.
1975	Glenn L y King D	Proponen controlar la cavitación por medio de la aireación.
1976	Echávez y Arreguín (ref 16)	Estudian la resistencia de algunos materiales sujetos a cavitación.
1976	Ball (ref 17)	Trabaja sobre los índices de cavitación sin considerar la capa límite
1977	Galperin, Oskolkov, Semenov y Tsedrov (ref 18)	Aparece una importante obra la cual está enfocada al problema de cavitación en estructuras hidráulicas.
1979	Echávez, G. (ref 43)	Se revisa y complementa el método desarrollado en 1969, para acotar las zonas expuestas a cavitación en superficies en contacto con flujos de alta velocidad.

AÑO	AUTOR (ES)	INVESTIGACION
1980	Quintela (ref 19)	Revisa el comportamiento de una serie de aireadores construidos en diversas presas.
1982	Falvey (ref 20)	Propone un método para predecir la cavitación.
1983	Kudrishov, Zharov, Rosanov, Nietkaliev y otros (ref 21)	Proponen valores críticos de cavitación para superficies rugosas y examinan las medidas recomendadas para evitar la cavitación en vertederos y obras de toma.
1983	Prusza, Mantellini y Semenkov (ref 22)	Proponen una serie de medidas, básicamente aireación, para prevenir los daños por cavitación.
1983	Schever, Schog y Stein (ref 23)	Proponen resolver las ecuaciones de Rayleigh-Plesset para predecir zonas expuestas a la cavitación.
1983	Fitchner (ref 24)	Hace un análisis teórico del desarrollo de la cavitación así como de la energía disipada por el mismo fenómeno.
1983	Lesleighter (ref 25)	Hace un estudio en modelo y prototipo para analizar daños por cavitación en obras de toma.

1983	Sharma y Goel (ref 26)	Aborda el mismo problema de Lesleigher y sugieren soluciones como aireación o la modificación de las estructuras.
1984	Falvey (ref 27)	Presentó un resumen sobre cavitación en túneles vertedores, que incluye: tipos de estudios necesarios para examinar el problema, tipos de investigación, condiciones de similitud y efectos de escala.
1985	Arreguín y Echávez (ref 28)	Presentan el reporte de algunas presas erosionadas por la cavitación y varias soluciones al problema, estas últimas basadas en introducir aire en el flujo de manera natural o artificial
1986	Echávez G y Bourgett V (ref 44)	Presentan un método para diseñar sistemas de aireación a partir de los datos obtenidos en dos modelos, escalas 1:30 y 1:43 y se estudió que la mejor localización del aireador es la que da máxima concentración de aire en un punto crítico.

AÑO	AUTOR (ES)	INVESTIGACION
1986	Arreguín y Echávez (Ref 29)	Realizan el estudio de la aireación y presentan los resultados teórico- experimentales obtenidos con flujo de alta velocidad.
1986	Arreguín (Ref 30)	Analiza el comportamiento de los flujos aireados, para la inhibición de la cavitación, y presenta un criterio para calcular la concentración de aire en el sentido del eje de un canal con aireación forzada.
1988	Bourguett V y González J. (Ref 45)	Presentan un criterio de modelación de sistemas de aireación, obtenido en base a la experiencia en mas de veinte modelos reportados en la literatura y a las experiencias en prototipo de algunos de los aireadores.
1988	Echávez, G (Ref 45)	Presentó un estudio hecho en un medio modelo a escala 1:30 de uno de los túneles del P.H. El Infiernillo, para encontrar la mejor localización del aireador y para aumentar el conocimiento relacionado con la modelación del flujo.

AÑO	AUTOR (ES)	INVESTIGACION
1988	Arreguín (ref 31)	Presenta los resultados del análisis de la influencia de la geometría sobre el funcionamiento de aireadores.
1988	Arreguín (ref 32)	Analiza el comportamiento teórico-experimental de las burbujas de aire en un flujo turbulento, y los resultados de éste trabajo permiten una mejor comprensión del fenómeno de aireación.
1988	Arreguín y Autrique (ref 33)	En base a un estudio experimental relativo al inicio del funcionamiento de los aireadores, obtienen una relación óptima entre diferentes características hidráulicas del aireador.
1988	Autrique y Arreguín. (ref 45)	Presentan un criterio para localizar aireadores obtenido en forma experimental en un canal de alta velocidad.

1.2.1. CONTROL DE LA CAVITACION.

Como se mencionó anteriormente, el mejor control de la cavitación consiste por una parte en el buen diseño y construcción de la obra y por la otra la utilización de materiales resistentes a la cavitación.

Muchas veces al diseñar contra la cavitación, se puede llegar a solicitar la proposición de acabados muy difíciles de llevar a cabo en la práctica, además el problema de los daños por cavitación pueden presentarse en obras construídas, en este caso existen las alternativas de proteger las superficies afectadas, incrementando su resistencia o tomar medidas que inhiban la cavitación.

En cuanto al incremento de resistencia de la superficies afectadas puede decirse que se han realizado investigaciones que han utilizado recubrimientos epóxicos para proteger la zona afectada por cavitación, refs 34 y 11, de ellas se puede concluir que en raras ocasiones medidas de este tipo pueden ser la solución.

1.3.- AIREACION.

Se llama aireación al fenómeno por medio del cual el aire es incluido en un fluido. En el caso particular de las obras hidráulicas este fenómeno interesa en los flujos de alta velocidad porque el aire puede inhibir la cavitación.

Existen dos clases de aireación, la aireación natural y la aireación inducida.

1.3.1. AIREACION NATURAL.

La aireación natural ocurre en fenómenos como el resalto hidráulico, los flujos de alta velocidad, los vórtices, el rompimiento del oleaje, etc.

El proceso de atrapamiento de aire por los flujos de alta velocidad, se ha tratado de explicar mediante dos teorías: la de las estrias longitudinales (ref 35), y la del desarrollo de la capa límite (ref 36).

1.3.2. AIREACION INDUCIDA.

Se llama aireación inducida al fenómeno de inclusión de aire por medio de dispositivos artificiales construidos en la obra. Peterka (ref 37) estudió la relación entre concentración de aire (C) y daños por cavitación para flujos de alta velocidad (menores de 30 m/s), y encontró que para $C \geq 7.4 \%$ no se presentan daños en el concreto y que estos son pequeños para $C = 2 \%$, ver fig. 1.

CAPITULO II

DISEÑO DEL EXPERIMENTO

2.1.- ANALISIS DE VARIANZA. PROPOSITO GENERAL.

Ronald A. Fisher fue el innovador en el uso de métodos estadísticos en diseño experimental. Desarrolló y utilizó el análisis de varianza como el primer método de análisis estadístico en diseño experimental.

Actualmente el diseño experimental está ampliamente reconocido en cualquier campo: Agricultura, Biología, Medicina, Ingeniería y Ciencias Sociales.

Los experimentos en general son llevados a cabo por investigadores con el fin de revelar algunas cosas acerca de procesos particulares o comparar los efectos de varias condiciones de algún fenómeno.

El análisis experimental se refiere al proceso de planeación del experimento que se relaciona con los datos, los cuales pueden ser analizados por métodos estadísticos.

Existen dos aspectos en un problema experimental: El diseño del experimento y el análisis estadístico de los datos, estos dos aspectos están íntimamente relacionados entre sí, tal que el método de análisis depende directamente del diseño del experimento.

Por lo tanto, en este trabajo con objeto de analizar la

influencia de la velocidad del agua, de la resistencia del concreto, de la concentración del aire o del tiempo en forma aislada o una combinación de ellas sobre el concreto desprendido es necesario establecer algún método que permita diseñar y analizar dichos efectos, en este caso se utilizó el método de experimentos factoriales.

Los experimentos factoriales permiten al experimentador evaluar los efectos de combinación de dos o más variables experimentales cuando estas se usan simultáneamente.

La información obtenida de los experimentos factoriales es más completa que la obtenida de una serie de experimentos con un solo factor. Por otra parte los experimentos factoriales permiten la evaluación de efectos de interacción. Un efecto de interacción, es atribuible a la combinación de variables más allá de la que puede ser obtenida de las variables consideradas simples.

Por ejemplo, muchas de las propiedades de la sustancia química H_2O (agua) no pueden ser obtenidas de las propiedades del oxígeno y del hidrógeno estudiadas en forma aislada. Muchas de las propiedades del agua son atribuibles al efecto de interacción entre oxígeno e hidrógeno. El compuesto formado por esta interacción tiene propiedades que no están dadas por la simple adición de las propiedades del oxígeno a las propiedades del hidrógeno y viceversa.

El experimentador al final de un experimento factorial, tiene información que le permite tomar decisiones para un amplio rango de aplicaciones. Además adquiere información de las

variables experimentales cuando son utilizadas en combinación o en aislamiento.

2.2. - TERMINOLOGIA Y NOTACION.

El término factor será usado indistintamente en los términos de combinación y variable experimental. Más específicamente, un factor es una serie de combinaciones o clasificaciones relacionadas. Las combinaciones relacionadas arreglan un factor constituido por los niveles de ese factor.

Por ejemplo, el factor color, puede consistir de tres niveles: rojo, verde y amarillo. El factor medida puede consistir de dos niveles: pequeña y grande. El factor dosificación puede consistir de cuatro niveles: 1 cc, 3 cc, 5 cc, y 7 cc. El número de niveles está determinado por la perfección con la cual el experimentador desea investigar el factor. Alternativamente, los niveles de un factor están determinados por la clase de inferencia que el experimentador desea hacer acerca de las conclusiones del experimento.

La *dimensión* de un experimento factorial está indicado por el número de factores y el número de niveles de cada factor. Por ejemplo, un experimento factorial en el cual hay dos factores, uno con tres niveles y el otro con cuatro niveles, es llamado experimento factorial 3×4 .

En un experimento factorial $3 \times 4 \times 5$, hay tres factores teniendo, tres, cuatro y cinco niveles, respectivamente.

Las combinaciones de un experimento factorial 2×3 puede ser representado esquemáticamente como sigue: (ref 39)

NIVELES DEL FACTOR B

		NIVELES DEL FACTOR B		
		b_1	b_2	b_3
NIVELES DEL FACTOR A	a_1	ab_{11}	ab_{12}	ab_{13}
	a_2	ab_{21}	ab_{22}	ab_{23}

En este esquema, a_1 y a_2 designan los niveles del factor A; y b_1 , b_2 y b_3 los del factor B. En un experimento factorial 2×3 se forman una combinación de seis. El nivel a_1 y a_2 pueden ser usados en combinación con cada uno de los tres niveles del factor B. La resultante de las combinaciones están etiquetadas en las celdas del esquema. Por ejemplo, el símbolo ab_{12} representa la condición experimental con el factor A en el nivel a_1 , y en el factor B con el nivel b_2 .

Para el caso de un experimento factorial $p \times q$, son posibles pq combinaciones diferentes. En un experimento factorial $p \times q \times r$ hay pqr combinaciones. Si el número de factores se incrementa, lo hará también el número de combinaciones.

Para ilustrar la notación, se considera que todos los elementos están incluidos en el experimento factorial.

La media de las observaciones hechas bajo cada combinación será señalado por la notación siguiente:

	b_1	b_2	b_3	b_j	b_o
a_1	μ_{11}	μ_{12}	μ_{13}	μ_{1j}	μ_{1o}
a_2	μ_{21}	μ_{22}	μ_{23}	μ_{2j}	μ_{2o}
a_3	μ_{31}	μ_{32}	μ_{33}	μ_{3j}	μ_{3o}
.....
a_I	μ_{I1}	μ_{I2}	μ_{I3}	μ_{Ij}	μ_{Io}
.....
a_P	μ_{P1}	μ_{P2}	μ_{P3}	μ_{Pj}	μ_{Po}

En esta notación μ_{IJ} denota la media de la población potencial de elementos bajo la combinación ab_{IJ} . Asimismo, μ_{IJ} representa la población media de la variable dependiente en la celda ab_{IJ} .

El promedio de las medias de las celdas que aparecen en el renglón I es:

$$\mu_{I.} = \frac{\sum_J \mu_{IJ}}{Q} \quad (2.1)$$

En otras palabras, $\mu_{I.}$ es la media del promedio de la variable dependiente sobre todas las combinaciones en el cual el factor A está en el nivel a_I . Análogamente, para el factor B en el nivel b_j es:

$$\mu_{.j} = \frac{\sum_I \mu_{IJ}}{P} \quad (2.2)$$

La media de las medias es:

$$\mu_{..} = \frac{\sum_I \sum_J \mu_{IJ}}{PQ} = \frac{\sum_J \mu_{.J}}{P} = \frac{\sum_I \mu_{I.}}{Q} \quad (2.3)$$

La notación para la estadística obtenida de los datos experimentales es como sigue:

	b_1	b_2	b_i	b_o	
a_1	\overline{AB}_{11}	\overline{AB}_{12}	\overline{AB}_{1i}	\overline{AB}_{1o}	\overline{A}_1
a_2	\overline{AB}_{21}	\overline{AB}_{22}	\overline{AB}_{2i}	\overline{AB}_{2o}	\overline{A}_2
.
.
a_t	\overline{AB}_{t1}	\overline{AB}_{t2}	\overline{AB}_{ti}	\overline{AB}_{to}	\overline{A}_t
.
.
a_o	\overline{AB}_{o1}	\overline{AB}_{o2}	\overline{AB}_{oi}	\overline{AB}_{oo}	\overline{A}_o
	\overline{B}_1	\overline{B}_2	\overline{B}_i	\overline{B}_o	\overline{B}

El símbolo \overline{AB}_{ti} representa la media para los n elementos de la combinación ab_{ti} .

El promedio de todas las observaciones en el nivel a_t es:

$$\overline{A}_t = \frac{\sum_i \overline{AB}_{ti}}{q} \quad (2.4)$$

En el nivel b_i es:

$$\overline{B}_i = \frac{\sum_t \overline{AB}_{ti}}{p} \quad (2.5)$$

La media de todas las medias:

$$\bar{G} = \frac{\sum_i \sum_j AB_{ij}}{pq} = \frac{\sum_i \bar{A}_i}{p} = \frac{\sum_j \bar{B}_j}{q} \quad (2.6)$$

De los dos esquemas, se tiene:

$$E(\bar{AB}_{i.}) = \mu_{i.}, \quad E(\bar{A}_i) = \mu_{i.} \quad \text{y} \quad E(\bar{B}_j) = \mu_{.j} \quad (2.7)$$

2.3. - EFECTOS PRINCIPALES.

Los efectos principales están definidos en términos de parámetros. Las estimaciones directas de estos parámetros son obtenidos por estadística. El efecto principal del nivel a_i del factor A es por definición:

$$\alpha_i = \mu_{i.} - \mu_{..} \quad (2.8)$$

Análogamente, los efectos principales de los niveles del factor B son:

$$\beta_j = \mu_{.j} - \mu_{..} \quad (2.9)$$

La varianza de los efectos principales debidos al factor A, es por definición:

$$\sigma_\alpha^2 = \frac{\sum_i (\mu_{i.} - \mu_{..})^2}{p - 1} = \frac{\sum_i \alpha_i^2}{p - 1} \quad (2.10)$$

Para el factor B:

$$\sigma_{\beta}^2 = \frac{\sum_i (\mu_{.i} - \mu_{..})^2}{q - 1} = \frac{\sum_i \beta_i^2}{q - 1} \quad (2.11)$$

Para ilustrar la definición de los efectos principales y su varianza, se supone que las medias de la población en la variable dependiente se anotan como se muestra en la tabla siguiente:

	b ₁	b ₂	b ₃	Media
a ₁	10	5	15	10
a ₂	20	5	5	10
Media	15	5	10	10

$$\mu_{1.} = \frac{\sum_i \mu_{1i}}{Q} = \frac{\mu_{11} + \mu_{12} + \mu_{13}}{3} = \frac{10 + 5 + 15}{3} = 10$$

$$\mu_{2.} = \frac{\mu_{21} + \mu_{22} + \mu_{23}}{3} = \frac{20 + 5 + 5}{3} = 10$$

$$\mu_{..} = \frac{\sum_i \sum_j \mu_{ij}}{PQ} = \frac{(10 + 5 + 15) + (20 + 5 + 5)}{2 \times 3} = 10$$

$$\mu_{.1} = \frac{\sum_i \mu_{i1}}{P} = \frac{\mu_{11} + \mu_{21}}{2} = \frac{10 + 20}{2} = 15$$

$$\mu_{.2} = \frac{\mu_{12} + \mu_{22}}{2} = \frac{5 + 5}{2} = 5$$

$$\mu_{.3} = \frac{\mu_{13} + \mu_{23}}{2} = \frac{15 + 5}{2} = 10$$

$$\alpha_1 = \mu_{1.} - \mu_{..}$$

$$\alpha_1 = \mu_{1.} - \mu_{..} = 10 - 10 = 0$$

$$\alpha_2 = \mu_{2.} - \mu_{..} = 10 - 10 = 0$$

$$\beta_1 = \mu_{.j} - \mu_{..}$$

$$\beta_1 = \mu_{.1} - \mu_{..} = 15 - 10 = 5$$

$$\beta_2 = \mu_{.2} - \mu_{..} = 5 - 10 = -5$$

$$\beta_3 = \mu_{.3} - \mu_{..} = 10 - 10 = 0$$

La varianza debida a los efectos principales del factor B es:

$$\sigma_{\beta}^2 = \frac{\sum \beta_i^2}{Q - 1} = \frac{5^2 + (-5)^2 + 0^2}{3 - 1} = \frac{50}{2} = 25$$

2.4. - EFECTOS DE INTERACCION.

La interacción entre el nivel a_i y el nivel b_j , designado por el símbolo $\alpha\beta_{ij}$, es una medida de la extensión de la media de una combinación ab_{ij} , que no puede ser predicha de la suma de los correspondientes efectos principales. Para muchos puntos de vista, la interacción es una medida de la no-aditividad de los efectos principales. Para ciertos límites la existencia o no existencia de interacción depende sobre todo de la escala de medición. Por ejemplo, en términos de una escala logarítmica, la interacción puede no presentarse, mientras que, en términos de alguna otra escala de medición, la interacción puede estar presente.

En términos de las medias de población y de los efectos

principales de la misma se tiene:

$$\alpha\beta_{i,i} = \mu_{i,i} - (\alpha_i + \beta_i + \mu_{..}) \quad (2.12)$$

De la definición de los efectos principales, la expresión anterior equivale a:

$$\alpha\beta_{i,i} = \mu_{i,i} - \mu_{i..} - \mu_{.i.} + \mu_{...} \quad (2.13)$$

sustituyendo la definición de $\mu_{i..}$ y $\mu_{.i.}$ (secs. 2.1 y 2.2) se tiene:

$$\begin{aligned} \sum_i \alpha\beta_{i,i} &= \sum_i \mu_{i,i} - \sum_i \mu_{i..} - \sum_i \mu_{.i.} + \sum_i \mu_{...} \\ &= P \mu_{i,i} - P \mu_{i..} - P \mu_{.i.} + P \mu_{...} \\ &= 0 \end{aligned}$$

o bien:

$$\sum_i \alpha\beta_{i,i} = 0 \quad (2.14)$$

En otras palabras, la suma de los efectos de interacción dentro de algún renglón o alguna columna de la población es cero.

La varianza debida a los efectos de interacción en la población, por definición es igual a: (ref 39)

$$\sigma_{\alpha\beta}^2 = \frac{\sum \sum (\alpha\beta)_{i,i}^2}{(P-1)(Q-1)} \quad (2.15)$$

Para los datos numéricos dados en la sección anterior:

$$\alpha\beta_{11} = 10 - 10 - 15 + 10 = -5$$

$$\alpha\beta_{12} = 5 - 10 - 5 + 10 = 0$$

$$\alpha\beta_{13} = 15 - 10 - 10 + 10 = 5$$

Nótese que $\sum \alpha\beta_{ij} = -5 + 0 + 5 = 0$

2.5. - ERROR EXPERIMENTAL Y SU ESTIMACION.

Todas las fuentes de influencia incontrolables en la varianza de las observaciones bajo cierta combinación especificada, contribuye a lo que es conocido como la varianza debida al error experimental.

Si una observación con elemento k bajo una combinación ab_{ij} está designada por el simbolo X_{lik} , entonces la varianza de los elementos potenciales N, está dada por:

$$\sigma_{ii}^2 = \frac{\sum_k (X_{lik} - \mu_{li})^2}{N - 1} \quad (2.16)$$

Así, σ_{ii}^2 la varianza dentro de cada celda para la población ab_{ij} , es la varianza debida a un error experimental.

Para propósitos en pruebas de significancia y obtención de límites de confianza en parámetros, se asume que la varianza debida a error experimental es constante para todas las celdas. Esto es, existe homogeneidad de error de varianza que puede ser representada simbólicamente por:

$$\sigma_{ii}^2 = \sigma_c^2 \quad \text{para toda } i, j \quad (2.17)$$

La varianza de las observaciones en la celda ab_{li} , está dada por:

$$S_{li}^2 = \frac{\sum_k (x_{lik} - \overline{AB}_{li})^2}{n - 1} \quad (2.18)$$

La razón para emplear $n-1$ es en general porque se prefieren los estimadores imparciales a los parciales, por tanto se usa un estimador imparcial de σ^2 . Si se emplea n , la función resultante de las observaciones de la muestra produciría estimaciones tendenciosas de la incógnita. Son tendenciosas porque, en promedio, las estimaciones serían muy pequeñas. Por lo tanto, mientras que la varianza de la población se define usando el divisor N ; la varianza de la muestra requiere un divisor $n-1$. Al respecto, puede decirse que $n-1$ son los grados de libertad (df) asociados ya sea con la varianza de la muestra o a la desviación estandar. (ref 38). Además, la suma de desviaciones respecto a la media muestral debe ser cero, esto es:

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0 \quad (2.19)$$

Supóngase, por ejemplo, que se toma una muestra de tamaño 5 ($n=5$) y que se trata de conjeturar acerca de las cinco desviaciones con respecto de la media. Sea D_i la desviación para $i = 1, 2, 3, 4$, y 5; se tiene:

$$D_1 + D_2 + D_3 + D_4 + D_5 = 0$$

Se tiene naturalmente completa libertad para asignar los valores a cuatro de las cinco desviaciones. Pero ya fijados los cuatro valores, no se tiene libertad para dar el otro valor, porque éste ya queda determinado. Se puede, por ejemplo, asignar a voluntad a las primeras cuatro desviaciones los valores:

$$D_1 = 9 \quad D_2 = -7 \quad D_3 = 0 \quad D_4 = 4$$

La quinta desviación queda determinada, y no se puede dar cualquier valor. El valor de D_5 tiene que ser:

$$D_5 = 0 - (D_1 + D_2 + D_3 + D_4) = 0 - 6 = -6$$

Si el error experimental en la población es σ_{ϵ}^2 , S_{ij}^2 da una estimación de σ_{ϵ}^2 . Una mejor estimación de σ_{ϵ}^2 puede ser obtenida por el promedio de las varianzas en cada celda por cada una de las pq celdas en el experimento. Denotado por el símbolo:

$$S_p^2 = \frac{\sum \sum S_{ij}^2}{pq} \quad (2.20)$$

La estadística S_p^2 es llamada la media cuadrada dentro de cada celda, abreviada $MS_{v.cel1}$ o bien MS_{error}

2.6.- ESTIMACION DE CUADRADOS MEDIOS DEBIDOS A EFECTOS PRINCIPALES E INTERACCION DE EFECTOS

Algunas de las hipótesis hechas para propósitos de estimación y análisis en un experimento de dos factores, están resumidos por el siguiente modelo estructural:

$$X_{ijk} = \mu_{..} + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad (2.21)$$

Esta expresión es un caso especial de la hipótesis lineal general, donde cada uno de los términos de la derecha son estadísticamente independientes entre sí.

Para todas las observaciones bajo una combinación ab_{ij} , los términos $\mu_{..}$, α_i , β_j y $\alpha\beta_{ij}$ son constantes, entonces la única fuente de variación es el error experimental (ε_{ijk}).

En términos de la anterior expresión, la media de las observaciones dentro de cada celda ab_{ij} , puede ser expresada por:

$$\overline{AB}_{ij} = \frac{\sum_k X_{ijk}}{n} = \mu_{..} + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \overline{\varepsilon}_{ij} \quad (2.22)$$

La notación $\overline{\varepsilon}_{ij}$ denota la media del error experimental para las n observaciones.

Para un gran número de réplicas de las observaciones, la expresión anterior puede escribirse como:

$$\begin{aligned} E(\overline{AB}_{ij}) &= E(\mu_{..}) + E(\alpha_i) + E(\beta_j) + E(\alpha\beta_{ij}) + E(\overline{\varepsilon}_{ij}) \\ &= \mu_{..} + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + 0 \end{aligned} \quad (2.23)$$

En este contexto, el valor esperado de los términos del lado derecho, es el valor promedio de un gran número de réplicas por cada celda ab_{ij} , con muestras independientes, mientras tanto la media del error experimental es igual a cero.

La media del cuadrado debido a efectos principales del factor A, está definida por:

$$MS_a = \frac{nq \sum (\bar{A}_i - \bar{\bar{O}})^2}{p - 1} \quad (2.24)$$

Para el efecto principal del factor B, se tiene:

$$MS_b = \frac{np \sum (\bar{B}_i - \bar{\bar{O}})^2}{q - 1} \quad (2.25)$$

La media del cuadrado debida a la interacción de efectos en el experimento, está definido por:

$$MS_{ab} = \frac{n \sum \sum (\bar{AB}_{ij} - \bar{A}_i - \bar{B}_j - \bar{\bar{O}})^2}{(p-1)(q-1)} \quad (2.26)$$

2.7.- EXPERIMENTOS FACTORIALES DE ORDEN MAYOR.

Quando un experimento factorial incluye tres o más factores, es posible tener diferentes ordenes de interacción. Por ejemplo en un experimento factorial de $2 \times 3 \times 3$, teniendo 10 observaciones independientes en cada celda, el análisis de varianza tiene la forma siguiente:

FUENTE DE VARIACION	SUMA DE CUADRADOS	df	df(GENERAL)
A efecto principal	SS_a	1	$p - 1$
B efecto principal	SS_b	2	$q - 1$
C efecto principal	SS_c	4	$r - 1$
AB interacción	SS_{ab}	2	$(p-1)(q-1)$
AC interacción	SS_{ac}	4	$(p-1)(r-1)$
BC interacción	SS_{bc}	8	$(q-1)(r-1)$
ABC interacción	SS_{abc}	8	$(p-1)(q-1)(r-1)$
Error experimental	SS_{error}	270	$pqr(n-1)$
Total	SS_{total}	299	$npqr - 1$

En un experimento de tres factores existen tres interacciones las cuales involucran dos factores: A x B, A x C y B x C. Existe un solo factor de interacción de tres factores, la interacción A x B x C representa el único efecto atribuible a la combinación de tres factores.

La notación para las medias de las celdas usadas para el caso de dos factores, puede ser extendido. La notación por celda está resumida en la tabla siguiente:

ELEMENTO	MEDIA DE LA POBLACION	MEDIA EXPERIMENTAL
abc_{tik}	μ_{tik}	\overline{ABC}_{tik}
ab_{ti}	$\mu_{ti.}$	\overline{AB}_{ti}
ac_{tk}	$\mu_{t.k}$	\overline{AC}_{tk}
bc_{ik}	$\mu_{.ik}$	\overline{BC}_{ik}
a_t	$\mu_{t..}$	\overline{A}_t
b_i	$\mu_{.i.}$	\overline{B}_i
c_k	$\mu_{..k}$	\overline{C}_k

En este sistema μ_{lik} designa la media de las observaciones potenciales N que pueden estar hechas bajo una combinación abc_{lik} . La notación μ_{li} designa la media de las NR observaciones que pueden ser hechas bajo las combinaciones $abc_{li1}, abc_{li2}, \dots, abc_{liR}$. Esto es:

$$\mu_{li} = \frac{\sum_k \mu_{lik}}{R} \quad (2.27)$$

El subíndice k es usado para indicar que el promedio es sobre todos los niveles del factor C.

La notación $\mu_{i..}$ designa la media de las NQR observaciones que pueden ser hechas bajo las combinaciones en el cual el factor A está en el nivel a_i . Esto es:

$$\mu_{i..} = \frac{\sum_k \sum_l \mu_{lik}}{QR} \quad (2.28)$$

Análogamente:

$$\mu_{..k} = \frac{\sum_l \sum_i \mu_{lik}}{PQ} \quad (2.29)$$

La varianza debida a la interacción de dos factores está definida por:

$$\sigma_{\alpha\beta}^2 = \frac{\sum_l \sum_i (\alpha\beta_{li})^2}{(P-1)(Q-1)}, \quad (2.30)$$

$$\sigma_{\alpha\gamma}^2 = \frac{\sum_i \sum_k (\alpha\gamma_{ik})^2}{(P-1)(R-1)} \quad (2.31)$$

$$\sigma_{\beta\gamma}^2 = \frac{\sum_i \sum_k (\beta\gamma_{ik})^2}{(Q-1)(R-1)} \quad (2.32)$$

La varianza debida a la interacción de tres factores es:

$$\sigma_{\alpha\beta\gamma}^2 = \frac{\sum_i \sum_k \sum_l (\alpha\beta\gamma_{lik})^2}{(P-1)(Q-1)(R-1)} \quad (2.33)$$

La varianza debida al error experimental es:

Para la celda abc_{lik} :

$$\sigma_{\varepsilon_{lik}}^2 = \frac{\sum_M (x_{likM} - \mu_{lik})^2}{N - 1} \quad (2.34)$$

donde el subíndice M representa un elemento potencial en la celda especificada. Si el error experimental es igual en todas las celdas. La varianza es:

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{\sum_i \sum_k \sum_l \sigma_{\varepsilon_{lik}}^2}{PQR} \quad (2.35)$$

La extensión de la notación y definición para un experimento de cuatro factores es directo. Por ejemplo, los efectos principales del nivel d_{π} del factor D son:

$$\delta_{\pi} = \mu_{\dots\pi} - \mu_{\dots} \quad (2.36)$$

Este efecto está estimado por:

$$\text{est}(\delta_{i\pi}) = \bar{D}_{i\pi} - \bar{G} \quad (2.37)$$

Los efectos de interacción asociados con los niveles a_i y d_π son:

$$\alpha\delta_{i\pi} = \mu_{i\dots\pi} - \mu_{\dots} - (\alpha_i + \delta_\pi) \quad (2.38)$$

Que está estimado por:

$$\text{est}(\alpha\delta_{i\pi}) = \overline{AD}_{i\pi} - \bar{A}_i - \bar{D}_\pi + \bar{G} \quad (2.39)$$

La interacción de niveles de a_i , b_j y d_π esta definida por:

$$\alpha\beta\delta_{i\pi} = \mu_{i j \pi} - \mu_{\dots} - (\alpha\beta_{ij} + \alpha\delta_{i\pi} + \beta\delta_{j\pi}) - (\alpha_i + \beta_j + \delta_\pi) \quad (2.40)$$

o bien:

$$\text{est}(\alpha\beta\delta_{i\pi}) = \overline{ABD}_{i\pi} - \overline{AB}_{ij} - \overline{AD}_{i\pi} - \overline{BD}_{j\pi} + \bar{A}_i + \bar{B}_j + \bar{D}_\pi - \bar{G} \quad (2.41)$$

Esta última estimación tiene la forma general:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{INTERACCION DE} \\ 3 \text{ FACTORES} \end{array} \right\} - \sum \left\{ \begin{array}{l} \text{INTERACCION DE} \\ 2 \text{ FACTORES} \end{array} \right\} + \sum \left\{ \begin{array}{l} \text{FACTORES} \\ \text{PRINCIPALES} \end{array} \right\} - \bar{G}$$

La estimación de una interacción de cuatro factores, tiene la

forma:

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{c} \text{INTERACCION DE} \\ 4 \text{ FACTORES} \end{array} \right] - \sum \left[\begin{array}{c} \text{INTERACCION DE} \\ 3 \text{ FACTORES} \end{array} \right] + \sum \left[\begin{array}{c} \text{INTERACCION DE} \\ 2 \text{ FACTORES} \end{array} \right] - \\ & \sum \left[\begin{array}{c} \text{FACTOR} \\ \text{PRINCIPAL} \end{array} \right] + \bar{\mu} \end{aligned}$$

Por ejemplo, la interacción de niveles a_1 , b_2 , c_3 y d_4 es:

$$\begin{aligned} \text{est}(\alpha\beta\gamma\delta_{1234}) &= \overline{ABCD}_{1234} - (\overline{ABC}_{123} + \overline{ABD}_{124} + \overline{ACD}_{134} + \overline{BCD}_{234}) \\ &+ (\overline{AB}_{12} + \overline{AC}_{13} + \overline{AD}_{14} + \overline{BC}_{23} + \overline{BD}_{24} + \overline{CD}_{34}) - \\ &(\overline{A}_1 + \overline{B}_2 + \overline{C}_3 + \overline{D}_4) + \bar{\mu} \end{aligned}$$

El término Σ (Interacción de 3 factores) en la expresión general para la estimación de un efecto de interacción de cuatro factores, incluye todas las posibles medias de la forma UVW_{rst} , donde r, s y t son los subíndices correspondientes al efecto de interacción que está siendo estudiado.

En un experimento de cuatro factores el número de términos en Σ (Interacción de 3 factores), es igual al número de combinaciones de cuatro variables tomando tres a la vez, esto es:

$${}^4C_3 = \frac{4 \times 3 \times 2}{1 \times 2 \times 3} = 4$$

Para el mismo experimento el número de términos en Σ (Interacción de 2 factores), es el número de combinaciones de cuatro variables tomando dos a la vez:

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{1 \times 2} = 6$$

Generalizando, en un experimento de k factores, la estimación de los efectos de interacción de los k factores tiene la forma:

FACTOR PRINCIPAL K - $\Sigma[(K-1)$ INTERACCIONES] + $\Sigma[(K-2)$ INTERACCIONES] - $\Sigma[(K-3)$ INTERACCIONES] +

El último término es $\pm [(K-K)$ INTERACCIONES] = $\pm \bar{O}$. Si K es un número par, el último término es + \bar{O} ; si K es impar, el último término es - \bar{O} . El número de términos en la sumatoria $\Sigma[(K-1)$ INTERACCIONES] es el número de combinaciones de K variables tomando una a la vez (${}_kC_{k-1}$); el número de términos en la sumatoria $\Sigma[(K-2)$ INTERACCIONES] es ${}_kC_{k-2}$. Por ejemplo:

si K = 5

$${}_kC_{k-1} = {}_5C_4 = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 5$$

$${}_kC_{k-2} = {}_5C_3 = \frac{5 \times 4 \times 3}{1 \times 2 \times 3} = 10$$

2.8.- ESTIMACION Y PRUEBAS DE SIGNIFICANCIA DE UN EXPERIMENTO

DE TRES FACTORES

Para un experimento de tres factores, las definiciones de los cuadrados medios para efectos principales, interacciones y error experimental, están resumidos en la tabla siguiente:

A FACTOR PRINCIPAL	$MS_a = nqr \sum (\bar{A}_i - \bar{G})^2 / (p-1)$
B FACTOR PRINCIPAL	$MS_b = npr \sum (\bar{B}_i - \bar{G})^2 / (q-1)$
C FACTOR PRINCIPAL	$MS_c = npq \sum (\bar{C}_k - \bar{G})^2 / (r-1)$
AB INTERACCION	$MS_{ab} = nr \sum \sum (\bar{AB}_{ij} - \bar{A}_i - \bar{B}_j + \bar{G})^2 / (p-1)(q-1)$
AC INTERACCION	$MS_{ac} = nq \sum \sum (\bar{AC}_{ik} - \bar{A}_i - \bar{C}_k + \bar{G})^2 / (p-1)(r-1)$
BC INTERACCION	$MS_{bc} = np \sum \sum (\bar{BC}_{jk} - \bar{B}_j - \bar{C}_k + \bar{G})^2 / (q-1)(r-1)$
ABC INTERACCION	$MS_{abc} = n \sum \sum \sum (\bar{ABC}_{ijk} - \bar{AB}_{ij} - \bar{AC}_{ik} - \bar{BC}_{jk} + \bar{A}_i + \bar{B}_j + \bar{C}_k - \bar{G})^2 / (p-1)(q-1)(r-1)$
ERROR EXPERIMENTAL	$MS_{error} = \sum \sum \sum (X_{ijk} - \bar{ABC}_{ijk})^2 / pqr(n-1)$

Para la prueba de significancia, considerando una relación F, se tiene:

$$F = \frac{MS_{ab}}{MS_{error}} \quad (2.42)$$

Cuando esta relación F excede a un valor crítico definido por el nivel de significancia de la prueba, se dice que no existe interacción de factores.

2.9.- EL CASO N = 1 Y UNA PRUEBA DE NO-ADITIVIDAD.

Si existe una observación en cada celda de un experimento factorial pxq , la variación dentro de la celda no se estima directamente del error experimental. Entre otros modelos, los siguientes dos postulados pueden ser fundamento de los datos observados.

$$X_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} \quad (2.43)$$

$$X_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad (2.44)$$

En (2.43) el efecto de no interacción está considerado, por lo tanto todas las fuentes de variación son consideradas para formar parte del error experimental.

En (2.44) la interacción está presente. Para algunos autores, el término de no interacción puede ser considerado como una medida de no-aditividad de los efectos principales. En este contexto, (2.43) será considerado el modelo aditivo y (2.44) será el modelo no-aditivo.

La elección del modelo al cual está sujeto el experimento se obtendrá en términos del conocimiento y experiencia del experimentador, que usará muchas veces información provista por pruebas preliminares antes de especificar el modelo correcto.

Tukey (1949) (ref 39) desarrolló una prueba aplicable al caso de que exista una observación por celda.

Tukey llamó a ésta prueba *No-aditividad*, con el propósito de decidir entre los modelos (2.43) y (2.44).

En la investigación de Tukey, el modelo que se estudió fue el

siguiente:

$$X_{i i} = \mu + \alpha_i + \beta_i + \lambda \alpha_i \beta_i + \varepsilon_{i i} \quad (2.45)$$

donde, $\alpha_i \beta_i$ es el producto de los efectos principales y λ es un coeficiente de regresión. Aquí el producto es parte de la interacción, el cual puede ser expresado como el producto de efectos principales.

Si se asume que α_i y β_i son conocidos, por una estimación en mínimos cuadrados de λ , se obtiene :

$$\sum \varepsilon_{i i}^2 = \sum (X_{i i} - \mu - \alpha_i - \beta_i - \lambda \alpha_i \beta_i)^2 = \text{mínimo}$$

Resolviendo la ecuación anterior, se obtiene:

$$\lambda = \frac{\sum \alpha_i \beta_i (X_{i i} - \mu - \alpha_i - \beta_i)}{\sum \alpha_i^2 \beta_i^2} \quad (2.46)$$

Si ahora se reemplaza μ , α_i y β_i por sus respectivas estimaciones en mínimos cuadrados:

$$\mu = \bar{G}, \quad \alpha_i = \bar{A}_i - \bar{G}, \quad \beta_i = \bar{B}_i - \bar{G}$$

se obtiene esta simplificación:

$$\lambda = \frac{\sum \alpha_i \beta_i X_{i i}}{\sum \alpha_i^2 \beta_i^2} \quad (2.47)$$

si

$$K_{i i} = \alpha_i \beta_i$$

de la definición de α_i y β_i , se encuentra que:

$$K_{ii} = 0^* \quad \text{y} \quad \sum K_{ii}^2 = \sum \alpha_i^2 \beta_i^2$$

* Ver demostración en la pag 25

donde todas las sumatorias están sobre i y j . En términos de la K_{ii} , la expresión para λ toma la forma siguiente:

$$\lambda = \frac{\sum K_{ii} X_{ii}}{\sum K_{ii}^2} \quad (2.48)$$

Entonces:

$$D = \lambda \sum K_{ii}^2 = \sum K_{ii} X_{ii} = \sum K_{ii} \sum X_{ii}$$

Puesto que la $\sum K_{ii} = 0$, D representa una comparación o contraste entre X_{ii} .

La componente de variación correspondiente a esta comparación, tiene la forma:

$$SS_D = \frac{D^2}{\sum K_{ii}^2} = \lambda^2 (\sum K_{ii}^2) = \frac{(\sum K_{ii} X_{ii})^2}{\sum k_{ii}^2} \quad (2.49)$$

Esta fuente de variación Tukey la llamó la componente de no-aditividad. Reemplazando la K_{ii} por su definición:

$$SS_{\text{nonadd}} = \lambda^2 (\sum K_{ii}^2) = \frac{\sum (\alpha_i \beta_i X_{ii}^2)}{(\sum \alpha_i^2)(\sum \beta_i^2)} = \frac{pq(\sum \alpha_i \beta_i X_{ii}^2)}{SS_a SS_b} \quad (2.50)$$

Siendo:

$$SS_a = q \sum \alpha_i^2 \quad \text{y} \quad SS_b = p \sum \beta_i^2$$

Aplicando la prueba de no-aditividad de Tukey para el caso de un experimento factorial $p \times q$, con una sola observación por celda, el análisis de varianza toma la siguiente forma:

FUENTE DE VARIACION	SS	df	MS
A	SS_a	$p - 1$	MS_a
B	SS_b	$q - 1$	MS_b
Residual	SS_{res}	$(p-1)(q-1)$	
No-aditividad	SS_{nonadd}	1	MS_{nonadd}
Balance	SS_{bal}	$(p-1)(q-1)-1$	MS_{bal}

En esta tabla:

$$SS_{bal} = SS_{res} - SS_{nonadd} \quad (2.51)$$

y

$$SS_{res} = SS_{total} - SS_a - SS_b \quad (2.52)$$

La prueba de no-aditividad está dada por:

$$F = \frac{MS_{nonadd}}{MS_{bal}} \quad (2.53)$$

Cuando esta relación F excede a un valor crítico definido por

el nivel de significancia de la prueba, la hipótesis del modelo (2.43) es rechazada. Por lo tanto, existe interacción de factores.

Los principios de la prueba de Tukey para dos factores puede ser extendido para experimentos factoriales de orden mayor. Para un experimento con tres factores, la comparación para no-aditividad está dada por:

$$D = \sum_{i,j,k} C_{ijk} X_{ijk}$$

donde

$$C_{ijk} = (\bar{A}_i - \bar{\theta})(\bar{B}_j - \bar{\theta})(\bar{C}_k - \bar{\theta}).$$

La correspondiente componente de variación es

$$SS_D = SS_{\text{nonadd}} = \frac{D^2}{\sum C_{ijk}^2} = \frac{pqr D^2}{SS_a SS_b SS_c} \quad (2.54)$$

En este caso la variación residual es como sigue:

FUENTE DE VARIACION	df
SS_{residual}	$(p - 1)(q - 1)(r - 1)$
SS_{nonadd}	1
SS_{balance}	$(p - 1)(q - 1)(r - 1) - 1$

2.10. - ANALISIS DIMENSIONAL. PROPOSITO GENERAL.

Con el análisis dimensional se obtiene información básica acerca del fenómeno investigado bajo la suposición de que puede ser expresado por una ecuación dimensionalmente correcta que contenga las variables estudiadas, es útil para establecer y realizar experimentos generalizando los resultados y formula leyes de similitud de considerable importancia en la investigación experimental (ref 40).

Consecuentemente, se obtiene un cierto grupo de variables, reducidas de su totalidad que permite una mejor interpretación y aplicación de los resultados experimentales.

Una ecuación es dimensionalmente homogénea si es independiente de las unidades básicas usadas. Por ejemplo, en la ecuación de Bazin para el cálculo del gasto Q en un vertedor rectangular:

$$Q = m \sqrt{2g} b H^{3/2} \quad (2.55)$$

donde:

H , carga sobre el vertedor [L]

b , longitud del vertedor [L]

g , aceleración de la gravedad [L T⁻²]

Q , gasto del vertedor [L³ T⁻¹]

El coeficiente m es independiente de las unidades usadas para b , H , g . (cm, m, ft, etc)

Sustituyendo las dimensiones en la ec. 2.55, se tiene:

m-n parámetros Π_i , que se llamarán variables repetitivas.

Estas tendrán las siguientes características:

- a) Deben contener, en conjunto, las n dimensiones fundamentales.
- b) En el caso de un fluido, las variables repetitivas más importantes serán: una dimensión geométrica importante, una propiedad del fluido y una característica del flujo.
- c) Si se desea despejar una de las variables de la función $f(\Pi_i) = 0$ ésta no debe usarse como variable repetitiva.

De esta manera se pueden obtener los exponentes k de las variables repetitivas, a partir de los correspondientes a las variables restantes, los que se eligen arbitrariamente en el sistema de ecuaciones.

Para mayor comprensión del tema su aplicación en el trabajo de investigación se presenta en el análisis de resultados (Capítulo V).

CAPITULO III

EQUIPO EXPERIMENTAL

3.1.- INTRODUCCION.

El estudio experimental consistió en ensayar 18 especímenes de concreto bajo excitaciones de cavitación y aireación colocados en la primera zona de prueba de la instalación de alta velocidad, sujetos a variaciones de la resistencia a la compresión del concreto (100, 150 y 200 kg/cm²), velocidad del flujo (26 y 37 m/s) y concentración de aire (0, 2 y 7%).

Para inducir la cavitación, se colocaron obstáculos de sección triangular de un cm de lado y 1.5 cm de altura. Esta geometría se escogió por generarse la cavitación con mayor independencia de los efectos viscosos.

Las pruebas consistían en poner en operación el canal de alta velocidad, registrar el volumen erosionado en el concreto a intervalos de una hora, y tomar la lectura de un limnómetro para obtener el gasto medio del flujo. A las ocho horas de iniciado el ensayo se daba por terminada la prueba y se retiraba la probeta para ser analizada y fotografiada. El mismo día que se realizaba el ensayo se efectuaba la prueba a la compresión de los cilindros estandar hechos con el mismo concreto que las probetas.

3.2. - INSTALACION DE ALTA VELOCIDAD.

Esta consta de una bomba que lanza un chorro de alta velocidad por un canal rectangular de concreto revestido de lámina galvanizada. A lo largo del canal hay tres zonas de pruebas, a 0.20, 8.00 y 16.00 m de la boquilla, respectivamente, en cuyo fondo y paredes se pueden colocar probetas de concreto. En este estudio solamente se utilizó la primera zona de prueba, colocándose una probeta de 20 x 35 cms de área expuesta al flujo.

Al final del canal hay una estructura disipadora donde el agua pierde la mayor parte de su energía y cae por un vertedor lateral a un canal de aforo, que tiene dos pantallas tranquilizadoras y un vertedor de cresta delgada; provisto de un limnómetro, para determinar el gasto en los diferentes ensayos, ver fig 2

Las características de la bomba y el motor son las siguientes: bomba centrífuga de carcasa bipartida, marca Worthington, de un gasto máximo de $0.5 \text{ m}^3/\text{s}$ con 100 m de carga, y carga máxima de 115 m con un gasto de $0.3 \text{ m}^3/\text{s}$, accionada por un motor horizontal de inducción de 600 HP y 50 ciclos.

A la salida de la bomba hay una válvula de control de 10 pulg. y al final de la tubería se pueden colocar boquillas, que cambia la sección de circular a rectangular de 20 cm de base y 4.5, 7.5 y 12 cm de altura, dependiendo de la boquilla colocada.

El canal está construido de concreto armado y revestido de lámina galvanizada.

La longitud total de la boquilla al dissipador es de 19.20 m, con una sección rectangular de 20 x 70 cm.

3.3.- CARACTERISTICAS DEL CONCRETO.

El total de probetas que se ensayaron fueron 18, que tuvieron las dimensiones de 20 x 35 x 7.5 cm, ver fig 3. de las cuales 6 probetas sin aireador y 12 con aireador.

El concreto utilizado en la elaboración de las probetas y de los cilindros, tuvo las siguientes características:

Proporcionamiento:

Relación agua/cemento: 0.9

Revenimiento: 10 cm

Tamaño máximo de agregado: 19 mm.

Material	Identificación	Densidad (kg/m ³)
Cemento	Tolteca Puzolánico	2.80
Arena	Andesítica	2.38
Grava	Andesítica	2.36

Material	kg/m ³	l/m ³	Proporcionamiento
Cemento	222.22	76.63	1.00
Agua	200.00	200.00	0.90
Vacios		10.00	
Arena	848.94	356.69	3.82
Grava	842.70	356.69	3.79

Total 1000.01

Proporcionamiento para un concreto de $f'c = 100 \text{ kg/cm}^2$	
(Volumen de la mezcla = 20 lts)	
Material	Cantidad (Kg)
Cemento	4.44
Arena	16.45
Grava 1-a *	5.63
Grava 1-b **	10.52
Agua	5.24

* 1-a Pasa la malla 3/8 y la retiene la malla 4.

** 1-b Pasa la malla 3/4 y la retiene la malla 3/8.

Proporcionamiento para un concreto de $f'c = 150 \text{ kg/cm}^2$	
(Volumen de la mezcla = 20 lts)	
Material	Cantidad (Kg)
Cemento	5.00
Arena	16.22
Grava 1-a	5.55
Grava 1-b	10.37
Agua	5.24

Proporcionamiento para un concreto de $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$	
(Volumen de la mezcla = 20 lts)	
Material	Cantidad (Kg)
Cemento	5.80
Arena	15.90
Grava 1-a	5.44
Grava 1-b	10.17
Agua	5.21

3.4. - CARACTERISTICAS DEL ESCURRIMIENTO.

Durante los ensayos se tuvieron las siguientes condiciones de escurrimiento:

Primeras 9 probetas:

Gasto: $0.39 \text{ m}^3/\text{s}$

Velocidad media: 25.91 m/s

Tirante: 0.075 m

Ultimas 9 probetas:

Gasto: $0.34 \text{ m}^3/\text{s}$

Velocidad media: 37.06 m/s

Tirante: 0.045 m

CAPITULO IV

MEDICIONES

4.1.- MEDICION DEL VOLUMEN EROSIONADO.

Debido a que los volúmenes de erosión que se deseaban medir fueron en algunas ocasiones sumamente pequeños, fue necesario utilizar un material que siendo muy fino fuera poco alterado por la humedad en el tiempo en que se iba a utilizar, éste fue una ceniza volante de la central termoeléctrica de Río Escondido, Coahuila.

Para obtener el peso específico de la misma, P_e , se midió el volumen de agua, v , contenido en un matraz, y se pesó el material que ocupaba el mismo volumen desplazado de agua, w , por lo que se tiene:

$$P_e = \frac{w}{v} = 0.582 \quad (4.1)$$

Las mediciones en las probetas se hicieron con un intervalo de tiempo de una hora.

Para determinar el volumen desprendido se rellenaron con ceniza los huecos que aparecieron en la probeta, hasta el ras de la misma, con anticipación se obtuvo la cantidad de ceniza utilizada por medio de una báscula analítica. Conocido el peso específico de la ceniza, fue obtenido el volumen erosionado.

4.2.- MEDICION DE LAS VELOCIDADES.

Esta medición se realizó en forma indirecta tomando las lecturas en el limnómetro colocado al final del canal, con ello y con las ecuaciones propuestas para vertedores rectangulares se obtuvo el gasto Q:

$$Q = 2/3 \sqrt{2g} \mu b h^{3/2} \quad (4.2)$$

donde:

b ancho del vertedor en m.

h carga sobre la cresta del vertedor en m, medida con el limnómetro..

μ coeficiente experimental de gasto.

Una fórmula experimental para determinar el coeficiente de gasto μ (ref 40) aplicable a la ec 4.2 es:

$$\mu = \left[0.6075 - 0.045 \left(\frac{B - b}{B} \right) + \frac{0.0041}{h} \right] \left[1 + 0.55 \left(\frac{b}{B} \right)^2 \left(\frac{h}{h + w} \right)^2 \right]$$

.... (4.3)

Esta ecuación tiene las siguientes restricciones:

$$0.10 \text{ m} \leq h \leq 0.60 \text{ m}$$

$$0.50 \text{ m} \leq b \leq 2.00 \text{ m}$$

$$0.20 \text{ m} \leq u \leq 1.13 \text{ m}$$

Conocido el gasto y el tirante a la salida de la boquilla se calcula la velocidad que está actuando sobre la superficie de la probeta.

y tiene mayor precisión si: $h/b > 0.13$

Para este caso:

$$0.26 \leq h \leq 0.30$$

$$b = B = 1.18 \text{ m.}$$

$$w = 0.31 \text{ m.}$$

$$0.22 \leq h/b \leq 0.25$$

Con respecto a los datos de la instalación, cumple con todas las restricciones.

4.3.- MEDICION DE LA CONCENTRACION DE AIRE.

Peterka A J, estudió la relación entre concentración de aire y daños por cavitación para flujos de alta velocidad (30 m/s), y encontró que para $C = 7.4 \%$ no se presentan daños en el concreto y que estos son pequeños para $C = 2 \%$ (ver fig 1).

Por lo que en este trabajo se consideraron tres diferentes concentraciones de aire: 0% , 2% y 7% .

Con objeto de conocer la relación entre el gasto del aire Q_a y el gasto de la mezcla Q_m , se procedió a hacer lo siguiente: En 12 de las probetas ensayadas se construyó un aireador para concentraciones de 2% y 7% con objeto de comparar con los

resultados obtenidos por Peterka, ver fig 3. En la toma del aireador se colocó un poliducto unido a una válvula de globo que permitió regular la velocidad del aire V_a , que entraba al flujo por medio de un anemómetro, así con la velocidad del aire y el área del aireador A_a , se podía obtener el gasto de aire incluido Q_a :

$$Q_a = V_a A_a \quad (4.4)$$

Por otro lado el gasto de la mezcla agua-aire Q_m , se obtuvo con la siguiente ecuación:

$$Q_m = Q_a + Q_w \quad (4.5)$$

donde:

Q_m , gasto de la mezcla

Q_a , gasto de aire

Q_w , gasto de agua

Se procedió a calcular el gasto de agua, considerando la velocidad media del canal de alta velocidad V_w , y con el área de impacto del obstáculo A_w , se tiene:

$$Q_w = V_w A_w \quad (4.6)$$

Además de la definición de concentración de aire se tiene que:

$$C = \frac{Q_a}{Q_a + Q_w} = \frac{Q_a}{Q_m} \quad (4.7)$$

Y conocido el valor de la concentración de aire deseada, se obtuvo una ecuación implícita en función de V_a :

$$C = \frac{(V_a)(A_a)}{(V_a)(A_a) + (V_w)(A_w)} \quad (4.8)$$

Resolviendo la ecuación para las dos velocidades del agua y las dos concentraciones de aire, los resultados fueron los siguientes:

C %	V_w m/s	A_w cm ²	A_a cm ²	V_a m/s
2	25.92	3.00	1.77	0.90
7	25.92	3.00	1.77	3.32
2	37.06	4.20	1.77	1.29
7	37.06	4.20	1.77	4.74

4.4. - RESULTADOS DE LOS ENSAYES.

A continuación se presentan las condiciones bajo las cuales se realizaron los ensayos

El tiempo de ensayo para todas las probetas se decidió en base al número de horas de una jornada de trabajo, se iniciaba la prueba a las 8 horas y se terminaba a las 17 horas, considerando el tiempo de medición del volumen erosionado al final de cada hora de prueba.

CONDICIONES DE ENSAYE DE LAS PROBETAS.

Número de probeta	Resistencia a compresión (kg/cm ²)	Concentración de aire (%)	Velocidad promedio de agua (m/s)
1	100	0	25.97
2	150	0	25.71
3	200	0	26.34
4	100	7	26.47
5	150	7	25.71
6	200	7	25.58
7	100	2	26.55
8	150	2	25.39
9	200	2	25.51
10	100	0	34.83
11	150	0	38.08
12	200	0	37.60
13	100	7	35.90
14	150	7	38.07
15	200	7	38.45
16	100	2	36.21
17	150	2	38.90
18	200	2	35.47

4.5.- REPORTE DE MEDICIONES.

En la fig 4 se muestra la zona de prueba en el canal de alta velocidad.

PROBETA No = 1

$f'c = 100 \text{ kg/cm}^2$

C = 0 %

Fecha de ensaye: 13-04-89

Tiempo (hrs)	Lectura del limnómetro (cm)	Velocidad (m/s)	Gasto (m^3/s)	Volumen erosionado (ml)
1	47.50	26.15	0.39	11.91
2	47.73	25.83	0.39	28.86
3	47.67	25.91	0.39	81.65

$\bar{v} = 25.97$

$\Sigma = 122.42$

Esta probeta solo se ensayó tres horas, debido a que en este tiempo la erosión provocada por la cavitación produjo la falla de la misma. Llevaba obstáculo de lucita y sin aireador.

Se observó que en la primera hora de ensaye la probeta se erosionó bastante formando perfectamente la huella típica de la cavitación, misma que se expandió rápidamente a las siguientes dos horas.

El volumen total erosionado fue de $81.65 \times 10^{-6} \text{ m}^3$

Las figuras 5 y 23 esquematizan el comportamiento de la probeta.

PROBETA No = 2

$f'c = 150 \text{ kg/cm}^2$

C = 0 %

Fecha de ensaye: 17-04-89

Tiempo (hrs)	Lectura del limnómetro (cm)	Velocidad (m/s)	Gasto (m^3/s)	Volumen erosionado (ml)
1	47.12	26.69	0.40	3.63
2	47.10	26.72	0.40	7.20
3	47.17	26.62	0.40	11.54
4	48.39	24.91	0.37	12.61
5	49.32	23.63	0.35	13.88

$\bar{v} = 25.71$

$\Sigma = 48.86$

En este ensaye se utilizó una probeta con una resistencia $f'c=150 \text{ kg/cm}^2$ sin aireador, con obstáculo de lucita colocado en el centro de la probeta. A la primera hora de prueba, se encontró un desprendimiento de concreto del orden del 30 % menor que en la primera probeta para un tiempo semejante, con la misma tendencia provocada por la posición del obstáculo.

En las siguientes 4 horas de prueba el daño en el concreto, evolucionó, hasta que finalmente a la quinta hora, la velocidad del fluido degolló el obstáculo. Por lo que el ensaye se dió por concluido.

El volumen total erosionado fue de $13.88 \times 10^{-6} \text{ m}^3$, que corresponde a un 17 % del volumen total erosionado de la

probeta 1

La tendencia del desarrollo de la huella por erosión fue casi lineal en las 3 primeras horas y en las siguientes 2 se observó que el desprendimiento de concreto con respecto al tiempo era menor. Obsérvese las figuras 6 y 23 que esquematizan su comportamiento.

PROBETA No = 3

$f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$

C = 0 %

Fecha de ensaye: 19-04-89

Tiempo (hrs)	Lectura del limnómetro (cm)	Velocidad (m/s)	Gasto (m ³ /s)	Volumen erosionado (ml)
1	47.10	26.72	0.40	2.24
2	47.50	26.15	0.39	3.13
3	47.17	26.62	0.40	3.89
4	47.67	25.91	0.39	4.58
5	47.70	25.87	0.39	5.90
6	47.30	26.44	0.40	6.27
7	47.23	26.54	0.40	7.10
8	47.29	26.45	0.40	8.45

$\bar{v} = 26.34$

$\Sigma = 41.56$

Se utilizó un obstáculo de lucita que resistió las ocho horas de prueba.

Los daños en el concreto fueron visibles desde la primera hora

de prueba, pero menores que en los ensayos anteriores.

El volumen total en esta prueba fue de $8.48 \times 10^{-6} \text{ m}^3$.

Aunque el concreto sí mostraba huellas de erosión, el volumen desprendido de la probeta 3 corresponde a un 60.9 % de erosión comparado con la probeta 2, y a un 10.3 % con la probeta 1, considerando que estos porcentajes se obtuvieron en base a la última hora de prueba. Las figuras 7 y 23 muestran su comportamiento.

PROBETA No = 4

$f'c = 100 \text{ kg/cm}^2$

C = 7 %

$V_a = 3.36 \text{ m/s}$

Fecha de ensaye: 04-05-89

Tiempo (hrs)	Lectura del limnómetro (cm)	Velocidad (m/s)	Gasto (m^3/s)	Volumen erosionado (ml)
1	47.10	26.72	0.40	1.10
2	47.17	26.62	0.40	1.17
3	47.12	26.69	0.40	1.24
4	47.15	26.65	0.40	1.49
5	47.12	26.70	0.40	1.53
6	47.67	25.91	0.39	1.60
7	47.50	26.15	0.39	1.64
8	47.40	26.29	0.39	1.73

$\bar{v} = 26.47$

$\Sigma = 11.51$

de prueba, pero menores que en los ensayos anteriores.

El volumen total en esta prueba fue de $8.45 \times 10^{-6} \text{ m}^3$.

Aunque el concreto si mostraba huellas de erosión, el volumen desprendido de la probeta 3 corresponde a un 60.9 % de erosión comparado con la probeta 2, y a un 10.3 % con la probeta 1, considerando que estos porcentajes se obtuvieron en base a la última hora de prueba. Las figuras 7 y 23 muestran su comportamiento.

PROBETA No = 4

$f'c = 100 \text{ kg/cm}^2$

$C = 7 \%$

$Va = 3.36 \text{ m/s}$

Fecha de ensaye: 04-05-89

Tiempo (hrs)	Lectura del limnómetro (cm)	Velocidad (m/s)	Gasto (m^3/s)	Volumen erosionado (ml)
1	47.10	26.72	0.40	1.10
2	47.17	26.62	0.40	1.17
3	47.12	26.69	0.40	1.24
4	47.15	26.65	0.40	1.49
5	47.12	26.70	0.40	1.53
6	47.67	25.91	0.39	1.60
7	47.50	26.15	0.39	1.64
8	47.40	26.29	0.39	1.73

$\bar{v} = 26.47$

$\Sigma = 11.51$

Para obtener una concentración del 7 %, se regulaba la velocidad del aire de 3.32 m/s con la válvula de globo utilizando el anemómetro. En las ocho horas de ensaye, la probeta resistió sin daños considerables; aunque el concreto siempre presentó la huella de la erosión. El volumen total erosionado fue de $1.73 \times 10^{-6} \text{ m}^3$; ésto es un 2.13 % de erosión con respecto a la probeta número 1 también de 100 kg/cm^2 y sin aireador.

Las curvas que representan su comportamiento, se presentan en las figuras 8 y 25.

PROBETA No = 5

$f'c = 150 \text{ kg/cm}^2$

$C = 7 \%$

Fecha de ensaye: 11-05-89

Tiempo (hrs)	Lectura del limnómetro (cm)	Velocidad (m/s)	Gasto (m^3/s)	Volumen erosionado (ml)
1	48.10	25.31	0.38	0.17
2	47.67	25.91	0.39	0.24
3	47.90	25.59	0.38	0.30
4	47.55	26.08	0.39	0.31
5	47.70	25.87	0.39	0.32
6	47.74	25.81	0.39	0.32
7	47.90	25.59	0.38	0.36
8	47.95	25.52	0.38	0.49

$\bar{v} = 26.34$

$\Sigma = 2.50$

La probeta resistió las ocho horas, mostrando solo pequeños poros en el concreto al finalizar la prueba, la huella de la erosión fue la misma que en todas las probetas anteriores, pero con efectos menos notables.

El volúmen total erosionado fue de $0.49 \times 10^{-6} \text{ m}^3$, que corresponde a un 3.50 % del volúmen erosionado con respecto a la probeta 2, con igual resistencia a la compresión pero sin aireador.

El crecimiento del daño fue considerable con respecto al tiempo en las primeras 3 horas de ensayo, en las horas 4, 5 y 6 se presentó un estancamiento que desapareció en las últimas dos horas de prueba.

Obsérvense las figuras 9 y 25.

PROBETA No = 6

$f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$

C = 7 %

Fecha de ensaye: 25-05-89

Tiempo (hrs)	Lectura del limnómetro (cm)	Velocidad (m/s)	Gasto (m ³ /s)	Volumen erosionado (ml)
1	48.30	25.03	0.38	0.16*
2	47.95	25.52	0.38	0.24
3	48.00	25.45	0.38	0.24
4	47.75	25.80	0.39	0.25
5	47.80	25.73	0.39	0.30
6	47.90	25.59	0.38	0.37
7	47.85	25.66	0.39	0.40
8	47.70	25.87	0.39	0.41

$\bar{v} = 25.65$

$\Sigma = 2.35$

El comportamiento que se observó fue de pequeños daños en el concreto, aproximadamente con la misma evolución que en el de la probeta 5.

La tendencia de la curva se esquematiza en la gráfica 22.

El volumen total erosionado fue de $0.41 \times 10^{-6} \text{ m}^3$, siendo un 4.85 % del valor de la erosión provocada en la probeta 3 con la misma resistencia a la compresión pero con una concentración de aire del 0 %.

Obsérvense las figuras 10 y 25 que representan la probeta al final de la prueba.

PROBETA No = 7

$f'c = 100 \text{ kg/cm}^2$

C = 2 %

Fecha de ensaye: 30-05-89

Tiempo (hrs)	Lectura del limnómetro (cm)	Velocidad (m/s)	Gasto (m ³ /s)	Volumen erosionado (ml)
1	47.15	26.65	0.40	0.61
2	47.30	26.44	0.40	0.80
3	47.20	26.58	0.40	1.04
4	47.50	26.15	0.39	1.14
5	47.10	26.72	0.40	1.24
6	47.15	26.65	0.40	1.45
7	47.18	26.61	0.40	1.65
8	47.20	26.58	0.40	1.71

$\bar{v} = 26.55$

$\Sigma = 7.93$

En ésta probeta se observó el siguiente comportamiento:

A la primera hora de prueba, se presentó un ligero desprendimiento del concreto, con la misma tendencia que en los ensayos anteriores, con la observación de que también se encontraron daños en las esquinas de la probeta.

La evolución de los daños fue continua, hasta que en la sexta hora se desprendió parte de una esquina de la probeta, que evolucionó hasta finalizar el ensaye.

El volumen erosionado fue de $1.71 \times 10^{-6} \text{ m}^3$, muy semejante a la

probeta 4 con 100 kg/cm^2 y una concentración de aire del 7 %.

La evolución de la erosión fue la misma que en la probeta 4, excepto que se desarrolló lentamente en las primeras 5 horas y creció considerablemente en las últimas tres horas de ensaye, hasta llegar al volumen total erosionado. Para analizar su comportamiento ver figuras 11 y 24.

PROBETA No = 8

$f'c = 150 \text{ kg/cm}^2$

$C = 2 \%$:

Fecha de ensaye: 01-06-89

Tiempo (hrs)	Lectura del limnómetro (cm)	Velocidad (m/s)	Gasto (m^3/s)	Volumen erosionado (ml)
1	48.10	25.31	0.38	0.61
2	47.93	25.55	0.38	1.00
3	48.05	25.38	0.38	1.40
4	48.12	25.28	0.38	1.51
5	48.30	25.03	0.38	1.76
6	47.95	25.52	0.38	2.00
7	48.00	25.45	0.38	2.04
8	47.90	25.59	0.38	2.12

$\bar{v} = 25.39$

$\Sigma = 12.43$

También en esta ocasión desde el inicio de la prueba, se presentaron daños en el concreto, formándose perfectamente la huella de la erosión, misma que se desarrolló con la aparición de pequeñas picaduras alrededor del aireador, cada vez mas

profundas hasta alcanzar a las ocho horas de prueba un volumen de erosión de $2.12 \times 10^{-6} \text{ m}^3$, mayor que en la probeta 5, pero mucho menor que la probeta 2, con 150 kg/cm^2 , 7 % y 0 % de concentración de aire respectivamente. No hubo desprendimiento del concreto en las esquinas.

La evolución del daño fue mucho mayor en las tres primeras horas, sufrió un leve estancamiento de una hora, mismo que se disipó en la quinta y sexta hora de prueba, regresando a un nuevo estancamiento hasta el final del ensayo, ver figuras 12 y 24 de la probeta.

PROBETA No = 9

$f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$

$C = 2 \%$

Fecha de ensaye: 06-06-89

Tiempo (hrs)	Lectura del limnómetro (cm)	Velocidad (m/s)	Gasto (m^3/s)	Volumen erosionado (ml)
1	47.85	25.66	0.38	0.08
2	47.80	25.73	0.39	0.10
3	47.90	25.59	0.38	0.14
4	48.03	25.41	0.38	0.15
5	47.80	25.73	0.39	0.18
6	48.00	25.45	0.38	0.19
7	48.10	25.31	0.38	0.20
8	48.15	25.24	0.38	0.22

$\bar{v} = 25.51$

$\Sigma = 1.26$

Los resultados fueron semejantes a la anterior, con poco desprendimiento del concreto al finalizar la prueba.

El volumen total erosionado fue de $0.22 \times 10^{-6} \text{ m}^3$, siendo esta prueba la que presentó menor erosión de todas las probetas ensayadas. Ver figuras 13 y 24.

PROBETA No = 10

$f'c = 100 \text{ kg/cm}^2$

C = 0 %

Fecha de ensaye: 30-06-89

Tiempo (hrs)	Lectura del limnómetro (cm)	Velocidad (m/s)	Gasto (m^3/s)	Volumen erosionado (ml)
1	51.38	34.83	0.31	46.65

$\bar{v} = 34.83$

$\Sigma = 46.65$

El volumen reportado en esta probeta en solo una hora fue de $46.65 \times 10^{-6} \text{ m}^3$, suficiente para no permitir el desarrollo del ensaye, debido a que la erosión provocó el rompimiento de la probeta

Se observó que debido a la velocidad que se registraba el recubrimiento se desprendió y la grava se fue descubriendo hasta que fue desprendida completamente, formándose una oquedad de aproximadamente un cm de profundidad por tres cm de diámetro, lo que originó el crecimiento de la erosión a lo largo de la probeta.

Su gráfica se representa en la figura 14 y la fig 23 muestra como terminó la probeta.

PROBETA No = 11

$f'c = 150 \text{ kg/cm}^2$

$C = 0 \%$

Fecha de ensaye: 04-07-89

Tiempo (hrs)	Lectura del limnómetro (cm)	Velocidad (m/s)	Gasto (m^3/s)	Volumen erosionado (ml)
1	50.34	37.10	0.33	8.46
2	49.80	38.30	0.34	18.33
3	50.08	37.68	0.34	23.99
4	50.10	37.63	0.34	34.26
5	49.18	39.70	0.36	46.33

$\bar{v} = 38.08$

$\Sigma = 129.36$

La probeta soportó cinco horas de prueba, y tuvo un desarrollo de daños visibles casi lineal desde el inicio del ensaye, formándose perfectamente la huella por erosión hasta una longitud tal que provocó a la quinta hora de prueba un rompimiento de la probeta. La erosión total acumulada fue de $46.33 \times 10^{-6} \text{ m}^3$. Las figuras 15 y 23 muestran el desarrollo de la erosión con el tiempo.

PROBETA No = 12

$f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$

C = 0 %

Fecha de ensaye: 07-07-89

Tiempo (hrs)	Lectura del limnómetro (cm)	Velocidad (m/s)	Gasto (m^3/s)	Volumen erosionado (ml)
1	50.18	37.45	0.34	7.86
2	49.23	39.59	0.35	12.02
3	50.01	37.83	0.34	19.84
4	50.10	37.63	0.34	25.33
5	50.43	36.90	0.33	33.82
6	49.95	37.97	0.35	42.30
7	49.90	38.08	0.34	53.82
8	51.15	35.33	0.32	65.35

$\bar{v} = 37.60$

$\Sigma = 260.35$

Se observó que a la primera hora de ensayo se tuvieron daños visibles con una tendencia a erosionarse por el lado izquierdo en dirección del flujo, posteriormente fue creciendo el daño sin causa aparente en esa zona, pero con la huella de la erosión alrededor del obstáculo.

El volumen total erosionado a las ocho horas de prueba fue de $65.35 \times 10^{-6} \text{ m}^3$, aparentemente mayor que en las probetas 10 y 11, pero en ninguna de ellas se alcanzó las ocho horas de prueba.

Ver figuras 16 y 23 la evolución del daño en el concreto.

PROBETA No = 13

$f'c = 100 \text{ kg/cm}^2$

C = 7 %

Fecha de ensaye: 25-07-89

Tiempo (hrs)	Lectura del limnómetro (cm)	Velocidad (m/s)	Gasto (m ³ /s)	Volumen erosionado (ml)
1	50.10	37.63	0.34	0.52
2	51.15	35.33	0.32	1.49
3	51.33	34.94	0.31	2.47
4	50.97	35.72	0.32	6.03
5	50.90	35.87	0.32	33.18

$\bar{v} = 35.80$

$\Sigma = 43.69$

A lo largo de las primeras cuatro horas de prueba, la evolución de la erosión fue inmediatamente afectada por el aireador, debido a que los daños presentados no fueron muy importantes, sin embargo, aunque la huella por cavitación fue central, de nuevo apareció una tendencia de erosión a lo largo de la pared izquierda de la probeta en la dirección del flujo, lo que ocasionó que entre la cuarta y la quinta hora de ensaye el daño se desarrollara rápidamente, lo que trajo como consecuencia el rompimiento de la probeta en el extremo izquierdo del canal, que impidió la continuidad del ensaye. Los resultados obtenidos a la cuarta hora de prueba fueron de $6.03 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ hasta un volumen de $33.18 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ en la quinta hora.

Obsérvese las figuras 17 y 27 correspondientes a la probeta.

PROBETA 14

$$f'c = 150 \text{ kg/cm}^2$$

$$C = 7 \%$$

Fecha de ensaye = 18-07-89

Tiempo (hrs)	Lectura del limnómetro (cm)	Velocidad (m/s)	Gasto (m ³ /s)	Volumen erosionado (ml)
1	50.06	37.72	0.34	1.14
2	49.75	38.41	0.35	1.68
3	49.80	38.30	0.34	2.23
4	49.75	38.41	0.34	2.38
5	49.93	38.01	0.34	2.53
6	49.98	37.90	0.34	3.02
7	50.01	37.83	0.34	3.51
8	49.93	38.01	0.34	3.61

$$\bar{v} = 38.07$$

$$\Sigma = 20.12$$

La probeta resistió las ocho horas de ensaye, en las que se encontraron daños ligeros en la zona donde actuaba la cavitación.

La evolución del daño en la probeta fue en aumento en las primeras tres horas de ensayo con una tendencia casi lineal. En las dos horas siguientes creció muy poco hasta desarrollarse en las horas seis y siete de la prueba, misma que se estancó en la última hora.

El volumen total erosionado del concreto a ocho horas de prueba fue de $3.61 \times 10^{-6} \text{ m}^3$, correspondiente al 7.8% de erosión

comparado con la probeta 11.

Las figuras 18 y 27 muestran la probeta al final del ensaye.

PROBETA No = 15

$f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$

$C = 7 \%$

Fecha de ensaye: 21-07-89

Tiempo (hrs)	Lectura del limnómetro (cm)	Velocidad (m/s)	Gasto (m^3/s)	Volumen erosionado (ml)
1	49.18	39.70	0.36	0.34
2	49.93	38.01	0.34	0.68
3	49.63	38.68	0.35	0.92
4	49.70	38.53	0.35	1.17
5	49.81	38.28	0.34	1.23
6	49.80	38.30	0.34	1.30
7	49.90	38.08	0.34	2.37
8	49.93	38.01	0.34	4.23

$\bar{v} = 38.45$

$\Sigma = 12.64$

El concreto se dañó desde el inicio de la prueba, formándose una cavidad alrededor del aireador y del obstáculo, así como a lo largo de la probeta, su crecimiento en las seis horas de ensaye fue lento pero constante, evolucionó fuertemente en las últimas horas de prueba, en las que se formó una cavidad profunda que permitió que la grava se descubriera por completo, sin ser desprendida.

El volumen total erosionado fue de $4.23 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ que

corresponde a un 6.24 % de erosión comparado con la probeta 12, con igual resistencia pero sin aireador.

El aspecto de los daños causados por el flujo de alta velocidad se presentan en las figuras 19 y 27.

PROBETA No = 16

$f'c = 100 \text{ kg/cm}^2$

$C = 2 \%$

Fecha de ensaye: 23-08-89

Tiempo (hrs)	Lectura del limnómetro (cm)	Velocidad (m/s)	Gasto (m^3/s)	Volumen erosionado (ml)
1	50.01	37.83	0.34	2.55
2	51.30	35.00	0.32	5.03
3	50.10	37.63	0.34	6.75
4	50.93	35.80	0.32	8.46
5	51.02	35.61	0.32	9.15
6	50.82	36.04	0.32	12.45
7	50.93	35.80	0.32	16.50
8	50.85	35.98	0.32	20.21

$\bar{v} = 36.21$

$\Sigma = 81.10$

El ensaye se desarrolló las ocho horas programadas, con un volumen erosionado total de $20.21 \times 10^{-6} \text{ m}^3$.

La erosión del concreto estuvo marcada por la huella de la cavitación, que creció linealmente en las primeras cuatro horas. En la quinta hora se estancó para posteriormente crecer

de $9.15 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ hasta $20.21 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ en las últimas tres horas.

Esta probeta aunque resistió todo el ensaye, tuvo daños que se encontraban entre los registrados para la probeta 10 y para la probeta 13. Sin embargo, aunque las resistencias de las probetas 10, 13 y 16 fueron las mismas, se puede decir que la concentración de aire influye en la evolución de los daños.

La figura 26 esquematiza su comportamiento con el tiempo y se pueden observar los daños en el concreto en la figura 20.

PROBETA No = 17

$f'c = 150 \text{ kg/cm}^2$

C = 2 %

Fecha de ensaye: 22-03-90

Tiempo (hrs)	Lectura del limnómetro (cm)	Velocidad (m/s)	Gasto (m^3/s)	Volumen erosionado (ml)
1	50.10	37.63	0.34	1.89
2	49.90	38.08	0.34	2.10
3	51.15	35.33	0.32	2.30
4	50.97	35.72	0.32	2.53
5	50.10	37.63	0.34	3.10
6	51.33	34.94	0.31	3.67
7	49.93	38.01	0.34	3.94
8	50.00	37.83	0.34	4.02

$\bar{v} = 36.90$

$\Sigma = 23.55$

Esta prueba registró ocho horas de ensaye. La erosión del concreto estuvo marcada por la huella de la cavitación alrededor del aireador y poco desprendimiento en sus extremos. La evolución del daño en la probeta fue lenta a lo largo de todo el ensaye, pero se pudo apreciar un rápido desarrollo en las primeras horas de prueba y un estancamiento en las últimas dos horas.

El volumen total erosionado del concreto a ocho horas de prueba fue de $4.02 \times 10^{-6} \text{ m}^3$, correspondiente al 8.68 % de erosión comparado con la probeta 11.

Las figuras 21 y 26 muestran el daño final de la probeta y su comportamiento con el tiempo respectivamente.

PROBETA No = 18

$f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$

$Cc = 2 \%$

Fecha de ensaye: 30-08-89

Tiempo (hrs)	Lectura del limnómetro (cm)	Velocidad (m/s)	Gasto (m^3/s)	Volumen erosionado (ml)
1	51.33	34.94	0.31	2.04
2	51.03	35.59	0.32	3.01
3	50.96	35.74	0.32	4.56
4	51.10	35.44	0.32	5.90
5	50.90	35.87	0.32	7.68
6	50.99	35.87	0.32	8.17
7	51.20	35.22	0.32	8.86
8	51.18	35.26	0.32	9.63

$\bar{v} = 35.4654$

$\Sigma = 49.85$

Esta prueba es una buena muestra del desarrollo de los daños en probetas de igual resistencia, pero con diferente concentración de aire. El comportamiento del daño en el concreto fue similar que las probetas 12 y 15.

El volumen total fue de $9.63 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ que corresponde a un 14.7% de erosión comparado con la probeta 12 y a un 227.9% de erosión en la probeta 15. Todas con igual resistencia y similar velocidad de flujo.

Las figuras 22 y 26 muestran el desarrollo del daño en la probeta.

4.6. - RESUMEN DE RESULTADOS:

EROSION DEL CONCRETO EN $\text{m}^3 \times 10^{-6}$

		R_1					
		V_1			V_2		
		C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3
PROBETA	T	1	7	4	10	16	13
1		11.92	0.62	1.10	46.65	2.55	0.52
2		23.86	0.80	1.17		5.03	1.49
3		81.65	1.04	1.24		6.75	2.47
4			1.14	1.49		8.46	6.03
5			1.24	1.53		9.15	33.18
6			1.45	1.60		12.45	
7			1.65	1.64		16.50	
8			1.71	1.74		20.21	

		R_2					
		V_1			V_2		
		C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3
PROBE T \ TA	2	6	5	11	17	14	
1	3.63	0.61	0.17	8.46	1.89	1.14	
2	7.20	1.00	0.24	16.33	2.10	1.68	
3	11.54	1.40	0.30	23.99	2.30	2.23	
4	12.61	1.51	0.32	34.26	2.53	2.38	
5	13.88	1.76	0.32	46.33	3.10	2.53	
6		2.00	0.32		3.67	3.02	
7		2.04	0.36		3.94	3.52	
8		2.12	0.49		4.02	3.61	

		R_9					
		V_1			V_2		
		C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3
PROBE T \ TA	3	9	6	12	18	15	
1	2.24	0.08	0.16	7.86	2.04	0.34	
2	3.13	0.10	0.21	12.02	3.02	0.68	
3	3.89	0.14	0.24	19.84	4.66	0.92	
4	4.58	0.15	0.25	25.33	5.90	1.17	
5	5.90	0.18	0.30	33.82	7.68	1.23	
6	6.27	0.19	0.37	42.30	8.17	1.30	
7	7.10	0.20	0.41	53.82	8.86	2.76	
8	8.45	0.22	0.41	65.35	9.63	4.23	

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

donde:

$$R_1 = 100 \text{ kg/cm}^2$$

$$R_2 = 150 \text{ Kg/cm}^2$$

$$R_3 = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$\bar{V}_1 = 25.92 \text{ m/s}$$

$$\bar{V}_2 = 37.06 \text{ m/s}$$

$$C_1 = 0 \%$$

$$C_2 = 2 \%$$

$$C_3 = 7 \%$$

$$T = \text{Tiempo (hrs)}$$

CAPITULO V
ANALISIS DE RESULTADOS

5.1.- APLICACION DEL ANALISIS DE VARIANZA AL MODELO EXPERIMENTAL.

Los datos reportados en el experimento, representan un experimento factorial de $8 \times 3 \times 2 \times 3$ factores, en el cual existe una sola observación por celda.

Para la aplicación del método, primero se infirieron los datos faltantes en las probetas 1, 2, 10, y 13, con el fin de completar la tabla inicial. Esto se realizó ajustando los datos conocidos a la mejor curva posible, misma que se utilizó para la obtención de los datos faltantes. Por lo tanto la tabla general de resultados fue la siguiente:

		R_1					
		V_1			V_2		
		C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3
$T \backslash$ PROBE TA.	1	7	4	10	16	13	
1	11.91	0.61	1.10	46.65	2.54	0.52	
2	23.86	0.80	1.17	73.61	5.03	1.49	
3	81.85	1.04	1.24	108.18	6.75	2.47	
4	200.98	1.14	1.49	154.45	8.46	6.03	
5	417.78	1.24	1.53	208.88	9.15	33.18	
6	762.80	1.45	1.60	282.26	12.45	136.74	
7	1266.84	1.85	1.64	377.69	16.50	416.05	
8	1960.71	1.71	1.74	496.05	20.21	1034.79	

T \ PROBE TA.		R_2					
		V_1			V_2		
		C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3
		2	8	5	11	17	14
1		3.63	0.61	0.17	8.46	1.89	1.14
2		7.20	1.00	0.24	16.33	2.10	1.68
3		11.54	1.40	0.30	23.99	2.30	2.23
4		12.61	1.51	0.32	34.26	2.53	2.38
5		13.88	1.76	0.32	46.33	3.10	2.53
6		16.03	2.00	0.32	62.61	3.67	3.02
7		22.85	2.04	0.36	83.77	3.94	3.52
8		38.99	2.12	0.49	110.02	4.02	3.61

T \ PROBE TA.		R_B					
		V_1			V_2		
		C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3
		3	9	6	12	18	15
1		2.24	0.08	0.16	7.86	2.04	0.34
2		3.13	0.10	0.21	12.03	3.02	0.68
3		3.89	0.14	0.24	19.84	4.56	0.92
4		4.58	0.15	0.25	25.33	5.90	1.17
5		5.90	0.16	0.30	33.82	7.68	1.23
6		6.27	0.19	0.37	42.30	8.17	1.30
7		7.10	0.20	0.41	53.82	8.86	2.76
8		8.45	0.22	0.41	65.35	9.63	4.23

Para aplicar el método de análisis de varianza se normalizó la tabla general de resultados, por lo que se utilizó la definición de parámetros de asimetría o coeficientes de asimetría, mismos que están relacionados con el tercer momento central (m_3). Los momentos centrales pares (m_2, m_4, \dots) son siempre positivos, mientras que los momentos centrales impares (m_3, m_5, \dots) pueden ser positivos, negativos o cero. Todos los momentos centrales impares cuyo valor sea nulo o cero definen una distribución simétrica. Si el valor del momento central es positivo, la distribución es sesgada positiva y por el contrario si es negativo, la distribución será sesgada negativa.

Para muestras pequeñas la estimación imparcial del coeficiente de asimetría esta dada por: (ref 47)

$$\text{COEASI} = \frac{N^2}{(N-1)(N-2)} \frac{m_3}{m_2^{3/2}} \quad (5.1)$$

$$m_3 = v_3 - 3 v_1 v_2 + 2 v_1^3$$

$$m_2 = v_2 - v_1^2$$

donde:

- COEASI Coeficiente de asimetría.
- N Número de elementos de la muestra.
- m_3 Tercer momento central.
- m_2 Segundo momento central.
- v_i Momentos con respecto al origen.

Esta normalización se realizó con el método de Box-Cox, que consiste en obtener el valor de una variable T y obtener con ayuda de la ex 5.1 el coeficiente de asimetría nulo para cada una de las probetas. Las ecuaciones que se utilizaron fueron las siguientes: (ref 41)

$$Y = \frac{X^T - 1}{T} \quad \text{si } T \neq 0 \quad (5.2)$$

$$Y = \log X \quad \text{si } T = 0 \quad (5.3)$$

donde:

- Y Observación normalizada
- X Valor de la observación
- T Parámetro que ajusta las observaciones a un coeficiente de asimetría igual a cero

Con las ecuaciones 5.1, 5.2, y 5.3, se desarrolló un programa de computadora para el cálculo de la normalización de la tabla general de resultados. Ver programas 1a y 1b.

Finalmente, los datos normalizados se presentan en las siguientes tablas.

		R ₁					
		V ₁			V ₂		
		C ₁	C ₂	C ₃	C ₁	C ₂	C ₃
PROBE T \ TA.		1	7	4	10	16	13
1		3.21	- 0.36	0.12	5.78	1.13	- 0.68
2		4.43	- 0.20	0.22	6.81	2.27	0.39
3		7.05	0.04	0.32	7.76	2.87	0.86
4		9.44	0.14	0.88	9.70	3.37	1.64
5		11.72	0.25	0.97	9.55	3.56	2.95
6		13.86	0.48	1.21	10.46	4.35	3.88
7		15.87	0.71	1.31	11.38	5.17	4.53
8		17.77	0.78	1.68	12.30	5.82	5.01
Σ		83.36	1.84	6.70	72.75	28.55	18.60

		R ₂					
		V ₁			V ₂		
		C ₁	C ₂	C ₃	C ₁	C ₂	C ₃
PROBE T \ TA.		2	8	5	11	17	14
1		1.47	- 0.26	- 1.26	2.99	0.68	0.14
2		2.42	0.00	- 1.09	4.37	0.80	0.77
3		3.16	0.56	- 0.96	5.31	0.91	1.49
4		3.30	0.79	- 0.93	6.29	1.02	1.69
5		3.46	1.42	- 0.92	7.20	1.27	1.91
6		3.71	2.25	- 0.92	8.20	1.48	2.64
7		4.35	2.37	- 0.85	9.25	1.58	3.44
8		5.40	2.68	- 0.63	10.32	1.60	3.60
Σ		27.27	9.82	- 7.55	53.94	9.34	15.68

		R_9					
		V_1			V_2		
		C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3
PROBE T \ TA.	3	9	6	12	18	15	
1	1.13	- 0.26	- 1.03	3.60	1.45	- 1.08	
2	1.87	- 0.26	- 0.95	4.94	3.50	- 0.38	
3	2.45	- 0.26	- 0.90	5.91	7.97	- 0.08	
4	2.97	- 0.26	- 0.89	8.07	13.02	0.15	
5	3.92	- 0.26	- 0.82	9.63	21.24	0.21	
6	4.18	- 0.26	- 0.71	11.01	23.79	0.26	
7	4.75	- 0.26	- 0.67	12.67	27.64	1.02	
8	5.64	- 0.26	- 0.66	14.17	32.21	1.44	
Σ	26.92	- 2.05	- 6.63	71.00	130.83	1.54	

Con estos datos normalizados, y debido a que se tiene una observación por celda, se procederá a aplicar la prueba de la no-aditividad, para verificar si existe interacción de efectos:

Considere los factores:

A. Factor tiempo

a_p ; $p = 1, \dots, 8$

B. Factor concentración de aire

b_q ; $q = 1, 2, 3$

C. Factor velocidad

c_r ; $r = 1, 2$

D. Factor resistencia a la compresión

d_s ; $s = 1, 2, 3$

RESUMEN DE RESULTADOS CORRESPONDIENTES A LAS INTERACCIONES
DE LOS FACTORES (A, B, C y D)

INTERACCION AB

	b_1	b_2	b_B	Total.
a_1	18.19	2.38	- 3.78	16.79
a_2	24.84	6.13	- 1.05	29.92
a_B	32.65	12.09	- 0.73	45.47
a_4	38.77	18.09	2.55	59.40
a_5	45.49	27.49	4.30	77.28
a_6	51.40	32.10	6.36	89.86
a_7	58.27	37.22	8.79	104.28
a_8	65.61	42.84	10.44	118.89
Total	335.23	178.33	28.34	541.89

INTERACCION AC

	C_1	C_2
a_1	2.76	14.03
a_2	6.44	23.47
a_B	11.48	33.99
a_4	15.45	43.95
a_5	19.74	57.54
a_6	23.78	66.08
a_7	27.59	77.12
a_8	32.42	86.47
Total	139.66	402.23

INTERACCION AD

	D ₁	D ₂	D ₃
a ₁	9.12	3.76	3.83
a ₂	13.92	7.27	8.72
a ₃	18.91	10.47	16.10
a ₄	24.18	12.16	23.06
a ₅	29.00	14.34	37.39
a ₆	34.24	17.36	41.97
a ₇	36.97	20.15	45.16
a ₈	43.36	22.99	52.55
Total	211.71	108.49	228.77

INTERACCION BC

	C ₁	C ₂
b ₁	137.54	197.69
b ₂	9.81	168.71
b ₃	- 7.49	35.83

INTERACCION BD

	d ₁	d ₂	d ₃
b ₁	156.10	81.21	97.91
b ₂	30.39	19.16	128.78
b ₃	25.29	8.13	- 5.08

INTERACCION CD

	d ₁	d ₂	d ₃
c ₁	91.89	29.54	18.23
c ₂	119.90	78.96	203.37

INTERACCION ABC

	c ₁			c ₂		
	b ₁	b ₂	b ₃	b ₁	b ₂	b ₃
a ₁	5.81	- 0.88	- 2.17	12.38	3.26	- 1.61
a ₂	8.72	- 0.45	- 1.82	16.12	6.58	0.78
a ₃	12.67	0.35	- 1.54	15.09	11.74	2.27
a ₄	15.71	0.68	- 0.94	23.06	17.41	3.49
a ₅	19.10	1.41	- 0.77	26.39	26.07	5.08
a ₆	21.74	2.47	- 0.43	29.66	29.62	6.79
a ₇	24.97	2.82	- 0.20	33.31	34.40	8.99
a ₈	28.82	3.21	0.39	36.79	39.63	10.05

INTERACCION ABD

	d ₁			d ₂		
	b ₁	b ₂	b ₃	b ₁	b ₂	b ₃
a ₁	8.99	0.77	- 0.56	4.46	0.42	- 1.12
a ₂	11.24	2.08	0.60	6.79	0.80	- 0.32
a ₃	14.82	2.91	1.18	8.47	1.47	0.52
a ₄	18.14	3.52	2.52	9.59	1.81	0.76
a ₅	21.27	3.81	3.92	10.67	2.69	0.99
a ₆	24.31	4.84	5.09	11.91	3.73	1.72
a ₇	27.25	5.88	5.84	13.60	3.95	2.60
a ₈	30.08	6.60	6.69	15.73	4.29	2.97

	d ₃		
	b ₁	b ₂	b ₃
a ₁	4.74	1.20	- 2.10
a ₂	6.80	3.25	- 1.33
a ₃	9.36	7.71	- 0.98
a ₄	11.04	12.76	- 0.74
a ₅	13.55	20.98	- 0.61
a ₆	15.19	23.53	- 0.45
a ₇	17.42	27.39	0.35
a ₈	19.81	31.96	0.78

INTERACCION BCD

	d ₁		d ₂		d ₃	
	c ₁	c ₂	c ₁	c ₂	c ₁	c ₂
b ₁	83.36	72.75	27.27	53.94	26.92	71.00
b ₂	1.84	28.55	9.82	9.34	- 2.05	130.83
b ₃	6.70	18.60	- 7.55	15.68	- 6.63	1.55

INTERACCION ACD

	d ₁		d ₂		d ₃	
	c ₁	c ₂	c ₁	c ₂	c ₁	c ₂
a ₁	2.96	6.24	- 0.05	3.81	- 0.15	3.98
a ₂	4.45	9.48	1.34	5.94	0.66	8.06
a ₃	7.42	11.49	2.76	7.71	1.30	14.80
a ₄	10.46	13.72	3.16	9.00	1.82	21.24
a ₅	12.93	16.07	3.96	10.39	2.85	31.06
a ₆	15.54	18.70	5.03	12.32	3.21	35.06
a ₇	17.89	21.08	5.87	14.27	3.82	41.33
a ₈	20.23	23.13	7.47	15.52	4.72	47.82

CALCULO DE MEDIAS Y DESVIACION DE MEDIAS

$$\bar{A}_l = \Sigma A_l / nqrs$$

$$\bar{B}_i = \Sigma B_i / nprs$$

$$\bar{C}_k = \Sigma C_k / npqs$$

$$\bar{D}_r = \Sigma D_r / npqr$$

$$\bar{G} = \frac{G}{n \times p \times q \times r \times s} = \frac{541.89}{1 \times 8 \times 3 \times 2 \times 3} = 3.76$$

\bar{A}_l	\bar{B}_i	\bar{C}_k	\bar{D}_r
0.93	6.98	1.94	4.41
1.66	3.72	5.59	2.26
2.52	0.59		4.77
3.30			
4.29			
5.06			
5.80			
6.61			

$\bar{A}_i - \bar{\theta}$	$\bar{B}_i - \bar{\theta}$	$\bar{C}_k - \bar{\theta}$	$\bar{D}_r - \bar{\theta}$
- 2.83	3.22	- 1.82	0.65
- 2.10	- 0.04	1.83	- 1.50
- 1.24	- 3.17		1.01
- 0.46			
0.53			
1.24			
2.04			
2.85			

Con los resultados anteriores se obtiene una tabla general, producto de todas las medias:

Por ejemplo: para las siguientes celdas se tiene;

$$abcd_{1111} = (-2.83) \times 3.22 \times (-1.82) \times (0.65) = 10.76$$

$$abcd_{0219} = 2.85 \times (-0.04) \times (-1.82) \times 1.01 = 0.21$$

$$abcd_{5121} = 0.53 \times 3.22 \times 1.83 \times 0.65 = 2.03$$

Sumando renglones y columnas se cumple que:

$$\sum (\bar{A}_i - \bar{\theta})(\bar{B}_i - \bar{\theta})(\bar{C}_k - \bar{\theta}) = 0$$

Por lo tanto:

	d_1					
	c_1			c_2		
	b_1	b_2	b_3	b_1	b_2	b_3
a_1	10.78	- 0.13	-10.61	-10.84	0.13	10.67
a_2	8.00	- 0.10	- 7.90	- 8.04	0.10	7.92
a_3	4.72	- 0.06	- 4.65	- 4.75	0.06	4.68
a_4	1.75	- 0.02	- 1.73	- 1.76	0.02	1.73
a_5	- 2.02	0.03	1.99	2.03	- 0.03	- 2.00
a_6	- 4.72	0.06	4.65	4.75	- 0.06	- 4.68
a_7	- 7.77	0.10	7.65	7.81	- 0.10	- 7.68
a_8	-10.86	0.13	10.69	10.92	- 0.14	-10.75
Σ	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

	d_2					
	c_1			c_2		
	b_1	b_2	b_3	b_1	b_2	b_3
a_1	-24.88	0.31	24.49	25.01	- 0.31	-24.63
a_2	-18.46	0.23	18.17	18.56	- 0.23	-18.27
a_3	-10.90	0.14	10.73	10.96	- 0.14	-10.79
a_4	- 4.04	0.05	3.98	4.07	- 0.05	- 4.00
a_5	4.66	- 0.06	- 4.59	- 4.68	0.06	4.61
a_6	10.90	- 0.14	-10.73	-10.96	0.14	10.79
a_7	17.93	- 0.22	-17.65	-18.03	0.22	17.75
a_8	25.05	- 0.31	-24.66	-25.19	0.31	24.80
Σ	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

	d_g					
	c_1			c_2		
	b_1	b_2	b_3	b_1	b_2	b_3
a_1	16.75	- 0.21	-16.49	-16.84	0.21	16.58
a_2	12.43	- 0.15	-12.24	-12.50	0.16	12.30
a_3	7.34	- 0.09	- 7.23	- 7.38	0.09	7.27
a_4	2.72	- 0.03	- 2.68	- 2.74	0.03	2.70
a_5	- 3.14	0.04	3.09	3.15	- 0.04	- 3.11
a_6	- 7.34	0.09	7.23	7.38	- 0.09	- 7.27
a_7	-12.07	0.15	11.89	12.14	- 0.15	-11.95
a_8	-16.87	0.21	16.61	16.96	- 0.21	-16.70
Σ	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Finalmente, la componente de comparación usada en la prueba de no-aditividad está dada por:

$$D = \Sigma K_{likr} X_{likr}$$

donde:

K_{likr} , es el resultado obtenido de multiplicar los valores medios de las observaciones.

(tabla anterior)

X_{likr} , son las observaciones normalizadas.

Por lo tanto:

$$\begin{aligned}
 D &= (10.78)(3.21) + (-0.13)(-0.36) + (-10.61)(0.12) + \dots \\
 &\dots + (16.96)(14.17) + (-0.21)(32.21) + (-16.70)(1.44) = \\
 &= - 194.75
 \end{aligned}$$

Entonces, la suma de cuadrados para esta comparación tiene la forma, ec. (2.54):

$$SS_{\text{nonadd}} = \frac{(-194.75)^2}{\sum [(A_i - \bar{G})(B_i - \bar{G})(C_i - \bar{G})(D_i - \bar{G})]^2}$$

El divisor está dado por:

$$(10.78)^2 + (-0.13)^2 + \dots + (-0.21)^2 + (-16.70)^2 = 13567.32$$

Luego:

$$SS_{\text{nonadd}} = \frac{37926.74}{13567.32} = 2.80$$

CALCULO DE SIMBOLOS COMPUTACIONALES

$$\frac{G^2}{n p q r s} = \frac{541.89^2}{1 \times 8 \times 3 \times 2 \times 3} = 2039.20 \quad (1)$$

$$\sum X_{ijk\pi}^2 = 3.21^2 + 4.43^2 + \dots + 1.02^2 + 1.44^2 = 6464.61 \quad (2)$$

$$\sum A_i^2 / npqs = \frac{16.79^2 + 29.92^2 + \dots + 104.28^2 + 116.89^2}{1 \times 3 \times 2 \times 3} = 2546.06 \quad (3)$$

$$\sum B_i^2 / nprs = \frac{335.23^2 + 178.3^2 + 28.34^2}{1 \times 8 \times 2 \times 3} = 3020.37 \quad (4)$$

$$\sum C_k^2 / npqs = \frac{139.66^2 + 402.23^2}{1 \times 8 \times 3 \times 3} = 2517.97 \quad (5)$$

$$\sum D_{\pi}^2 / npqr = \frac{211.71^2 + 108.49^2 + 228.77^2}{1 \times 8 \times 3 \times 2} = 2269.31 \quad (6)$$

$$\Sigma (AB_{li})^2/nrs = \frac{18.19^2 + 3.85^2 + \dots + 74.19^2 + 10.44^2}{1 \times 2 \times 3} = 3574.86 \quad \dots \dots \dots (7)$$

$$\Sigma (AC_{lk})^2/nqs = \frac{2.76^2 + 14.03^2 + \dots + 32.42^2 + 86.47^2}{1 \times 3 \times 3} = 3124.84 \quad \dots \dots \dots (8)$$

$$\Sigma (AD_{lr})^2/nqr = \frac{9.12^2 + 3.76^2 + \dots + 22.99^2 + 52.54^2}{1 \times 3 \times 2} = 2873.13 \quad \dots \dots \dots (9)$$

$$\Sigma (BC_{ik})^2/nps = \frac{137.54^2 + 137.69^2 + \dots + (-7.49)^2 + 35.83^2}{1 \times 8 \times 3} = 3662.15 \quad \dots \dots \dots (10)$$

$$\Sigma (BD_{ir})^2/npr = \frac{156.10^2 + 81.21^2 + \dots + 8.13^2 + (-5.08)^2}{1 \times 8 \times 2} = 3697.29 \quad \dots \dots \dots (11)$$

$$\Sigma (CD_{kr})^2/npq = \frac{91.89^2 + 29.54^2 + \dots + 78.96^2 + 203.37^2}{1 \times 8 \times 3} = 2984.11 \quad \dots \dots \dots (12)$$

$$\Sigma (ABC_{lik})^2/ns = \frac{5.81^2 + (-0.88)^2 + \dots + 39.63^2 + 10.05^2}{1 \times 3} = 4380.11 \quad \dots \dots \dots (13)$$

$$\Sigma (ABD_{lir})^2/nr = \frac{8.99^2 + 0.77^2 + \dots + 31.96^2 + 0.78^2}{1 \times 2} = 4557.46 \quad \dots \dots \dots (14)$$

$$\begin{aligned} \Sigma (BCD_{ikr})^2 / np &= \frac{83.36^2 + 72.75^2 + \dots + (-6.63)^2 + 1.55^2}{1 \times 8} = \\ &= 5070.52 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \Sigma (ACD_{ikr})^2 / nq &= \frac{2.96^2 + 6.24^2 + \dots + 4.72^2 + 47.82^2}{1 \times 3} = \\ &= 3804.96 \end{aligned} \quad (16)$$

CALCULO DE LA SUMA DE CUADRADOS (SS)

$$\begin{aligned} SS_a &= nqrs \Sigma (A_i - G)^2 = \text{ec. (3)} - \text{ec (1)} = 2546.06 - 2039.20 = \\ &= 506.86 \end{aligned}$$

$$SS_b = nprs \Sigma (B_i - G)^2 = (4) - (1) = 3020.37 - 2039.20 = 981.17$$

$$SS_c = npqs \Sigma (C_k - G)^2 = (5) - (1) = 478.77$$

$$SS_d = npqr \Sigma (D_r - G)^2 = (6) - (1) = 230.11$$

$$\begin{aligned} SS_{ab} &= nrs \Sigma (AB_{ii} - A_i - B_i + G)^2 = (7) - (3) - (4) + (1) = \\ &= 47.63 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SS_{bc} &= nps \Sigma (BC_{ik} - B_i - C_k + G)^2 = (10) - (4) - (5) + (6) = \\ &= 163.01 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SS_{ac} &= nqs \Sigma (AC_{ik} - A_i - C_k + G)^2 = (8) - (3) - (5) + (1) = \\ &= 100.01 \end{aligned}$$

$$SS_{ad} = nqr \sum (AD_{i\pi} - A_i - D_\pi + G)^2 = (9) - (3) - (6) + (1) = 96.96$$

$$SS_{bd} = npr \sum (BD_{i\pi} - B_i - D_\pi + G)^2 = (11) - (4) - (6) + (1) = 446.81$$

$$SS_{cd} = npq \sum (CD_{k\pi} - C_k - D_\pi + G)^2 = (12) - (5) - (6) + (1) = 236.03$$

$$SS_{abc} = ns \sum (ABC_{iik} + A_i + B_i + C_k - AB_{i,i} - AC_{i,k} - BC_{i,k} - G)^2 = (13) - (7) - (8) - (10) + (3) + (4) + (5) - (1) = 63.46$$

$$SS_{abd} = nr \sum (ABD_{i\pi} + A_i + B_i + D_\pi - AB_{i,i} - AD_{i,\pi} - BD_{i,\pi} - G)^2 = (14) - (7) - (9) - (11) + (3) + (4) + (6) - (1) = 208.72$$

$$SS_{bcd} = np \sum (BCD_{ik\pi} + B_i + C_k + D_\pi - BC_{i,k} - CD_{k,\pi} - BD_{i,\pi} - G)^2 = (15) - (10) - (11) - (12) + (5) + (4) + (6) - (1) = 495.42$$

$$SS_{acd} = nq \sum (ACD_{ik\pi} + A_i + C_k + D_\pi - AC_{i,k} - AD_{i,\pi} - CD_{k,\pi} - G)^2 = (16) - (8) - (9) - (12) + (3) + (5) + (6) - (1) = 117.02$$

$$\begin{aligned}
SS_{abcd} &= n \sum (ABCD_{likr} - ABC_{lik} - ACD_{lkr} - BCD_{ikr} - ABD_{lir} + \\
&\quad + AB_{li} + AC_{lk} + AD_{lr} + BC_{ik} + BD_{ir} + CD_{kr} - A_i - B_i \\
&\quad - C_k - D_r + G)^2 = \\
&= (2) - (13) - (16) - (15) - (14) + (7) + (8) + (9) + \\
&\quad + (10) + (11) + (12) - (3) - (4) - (5) - (6) + (1) = \\
&= 253.43
\end{aligned}$$

El análisis de varianza se resume en la tabla siguiente:

FUENTE DE VARIACION	SS	df	MS	F _o
A (tiempo)	506.88	7	72.41	
B (Velocidad)	981.17	2	490.59	
C (Concentración)	478.77	1	478.77	
D (Resistencia)	230.11	2	115.06	
AB	47.63	14	3.40	
AC	100.01	7	14.29	
AD	96.96	14	6.93	
BC	163.01	2	81.51	
BD	446.81	4	111.70	
CD	236.03	2	118.02	
ABC	63.46	14	4.53	
ABD	208.72	28	7.45	
BCD	495.42	4	123.86	
ACD	117.02	14	8.36	
ABCD	253.43	28	9.05	
No - Aditividad		1	2.80	0.30
Balance	250.63	27	9.28	

La prueba de no-aditividad está dada por:

$$F_o = \frac{2.80}{9.28} = 0.30$$

Los valores críticos para diferentes niveles de prueba (ref 38) son:

$$F_{0.75}(1,27) = 1.38$$

$$F_{0.90}(1,27) = 2.90$$

$$F_{0.95}(1,27) = 4.22$$

$$F_{0.99}(1,27) = 7.68$$

Como $F(1,27) > F_o$, se acepta la interacción entre variables

Finalmente, la interacción de efectos es significativa al nivel del 1, 5, 10 y 25 %, debido a que se aplicó la prueba de no-aditividad necesaria para diseños factoriales con una sola observación por celda.

Observando los cuadrados medios del resumen del análisis de varianza, puede notarse que el efecto que mayor influencia tiene es la velocidad (Factor C), le sigue la concentración de aire (Factor B), en tercer lugar la resistencia a la compresión del concreto (Factor D) y por último el tiempo (Factor A).

Obsérvese en las figuras 25 y 27 que para concentraciones altas (7 %) y después de 150 kg/cm^2 , ya no influye la resistencia a la compresión del concreto en el valor del volumen erosionado.

5.2.- APLICACION DEL ANALISIS DIMENSIONAL AL MODELO EXPERIMENTAL.

Considerando las variables que intervienen en el fenómeno de la erosión en el concreto, se aplicó el análisis dimensional para establecer la relación funcional entre variables.

La forma de la ecuación adimensional, se obtuvo con las cantidades y sus dimensiones listadas a continuación:

CANTIDAD	SIMBOLO	DIMENSIONES
Resistencia a la Compresión.	R	$F L^{-2}$
Velocidad del flujo.	V	$L T^{-1}$
Tiempo	T	T
Peso volumétrico del concreto	γ	$F L^{-3}$
Erosión	E	L^3

De acuerdo con la tabla anterior, se puede plantear la siguiente relación funcional (ref 40):

$$E = f(R, V, T, \gamma) = 0$$

Utilizando el teorema de Buckingham, se tiene:

$$\text{Cuatro cantidades} \quad m = 4$$

$$\text{Tres dimensiones básicas} \quad n = 3$$

Por lo tanto, puede establecerse una variable repetitiva ($m - n = 1$).

$$\Pi_1 = R, V, T, \gamma$$

Expresando las variables en términos de las dimensiones básicas:

$$\Pi_1 = \left[\frac{F}{L^2} \right]^{k_1} \left[\frac{L}{T} \right]^{k_2} [T]^{k_3} \left[\frac{F}{L^3} \right]$$

El sistema de ecuaciones, resulta:

$$\begin{array}{l} \text{L} \quad -2 k_1 + k_2 - 3 = 0 \\ \text{T} \quad \quad - k_2 + k_3 = 0 \\ \text{F} \quad k_1 + 1 = 0 \end{array}$$

Resolviendo:

$$k_1 = -1$$

$$k_2 = 1$$

$$k_3 = 1$$

Por lo que la variable repetitiva, queda:

$$\Pi_1 = \frac{\gamma V T}{R}$$

Si a la variable repetitiva Π_1 le llamamos Coeficiente de erosión, y la calculamos en todas las probetas del experimento, se obtienen las gráficas 31, 32 y 33.

Considerando compatibilidad de unidades:

$$R = 100 \text{ kg/cm}^2$$

$$T = 60 \text{ seg}$$

$$V = 25.97 \text{ m/s} = 2597 \text{ cm/s}$$

$$\gamma = 2.4 \times 10^{-9} \text{ kg/cm}^3$$

se obtiene el coeficiente de erosión para las 6 probetas con concentración de aire nula.

El análisis es similar para las 12 probetas restantes.

V = 2597 cm/s

C = 0 %

T (seg)	PROBETA 1		PROBETA 2		PROBETA 3	
	Π ($\times 10^{12}$)	E ($m^3 \times 10^{-6}$)	Π ($\times 10^{12}$)	E ($m^3 \times 10^{-6}$)	Π ($\times 10^{12}$)	E ($m^3 \times 10^{-6}$)
60	3.74	11.92	2.49	3.63	1.87	2.24
120	7.48	23.66	4.99	7.20	3.74	3.13
180	11.20	81.65	7.48	11.54	5.61	3.89
240			9.97	12.61	7.48	4.58
300			12.50	13.88	9.35	5.90
360					11.20	6.27
420					13.10	7.10
480					15.00	8.45

V = 3706 cm/s

C = 0 %

T (seg)	PROBETA 10		PROBETA 11		PROBETA 12	
	Π ($\times 10^{12}$)	E ($m^3 \times 10^{-6}$)	Π ($\times 10^{12}$)	E ($m^3 \times 10^{-6}$)	Π ($\times 10^{12}$)	E ($m^3 \times 10^{-6}$)
60	5.34	46.65	3.56	8.46	2.67	7.86
120			7.12	16.33	5.34	12.02
180			10.70	29.99	6.00	19.84
240			14.20	34.26	10.70	25.33
300			17.80	46.33	13.30	33.82
360					16.00	42.30
420					18.70	53.82
480					21.30	65.35

De la gráfica 31, 32 y 33 se interpreta lo siguiente:

Para las probetas con resistencia a la compresión del concreto baja, sometidas a velocidades altas y con cualquier concentración de aire el coeficiente de erosión aumenta rápidamente para un mismo intervalo de tiempo.

En contraste, el coeficiente de erosión disminuye para las probetas con alta resistencia a la compresión, velocidades bajas y cualquier concentración.

El comportamiento de la erosión en las probetas es el mismo registrado en el cap IV.

5.3. - INTERPRETACION DE RESULTADOS EXPERIMENTALES.

De las figuras 23, 24, 25, 26, y 27 puede interpretarse lo siguiente:

Para una misma concentración de aire, existe mayor erosión a medida de que aumenta el tiempo de prueba para una misma resistencia a la compresión.

Se observa que las probetas que sufrieron menor daño fueron aquellas que tuvieron una alta resistencia a la compresión y concentración diferente de 0 % (figs 24, 25, 26 y 27), específicamente la probeta 9 (fig 24) que alcanzó un volumen desprendido de $0.22 \times 10^{-6} \text{ m}^3$, que es el menor de todos los ensayos, con una concentración de aire del 2 %.

En contraste, las probetas más dañadas fueron las que se sometieron a la prueba sin aireador y una resistencia a la compresión de 100 kg/cm^2 , mismas que no soportaron las ocho horas de ensaye (fig 23).

Obsérvese las figuras 24 y 26 que representan las probetas con una concentración del 2 %, en las cuales los daños en el concreto con las tres resistencias y las dos velocidades, decrecen considerablemente y aparentemente al aumentar el tiempo ya no lo hace el volumen erosionado.

El comportamiento que describen las figuras 23 hasta 27, en general es de rápido desarrollo al inicio de la prueba, un leve estancamiento del daño y un nuevo crecimiento del mismo, probablemente debido a la presencia de la capa de agregados finos que se desprendía rápidamente al inicio del ensaye hasta alcanzar a los agregados mas gruesos y se mantiene constante

con el tiempo.

Observando los resultados de la probeta 4, $f'c = 100 \text{ kg/cm}^2$, se tiene: (fig. 25).

La derivada del volumen desprendido con respecto al tiempo es:

$$\frac{dE}{dt} = \tan \theta$$

donde:

E Erosión o volumen desprendido.

t tiempo.

θ ángulo de inclinación de la curva que esquematiza el comportamiento de la probeta con respecto a la horizontal.

Al transcurso de una hora.

$$\frac{dE}{dt} = \tan \theta = \frac{1.10 - 0}{1} = 1.10$$

$$\theta = \text{ang tan } (1.10) = 47.7^\circ$$

de igual forma para las ocho horas de prueba:

tiempo (hrs)	$\frac{dE}{dt} = \tan \theta$	θ (°)
1	1.10	47.7
3	0.07	3.7
4	0.26	14.6
8	0.06	3.6

Para la probeta 5 (fig 25)

tiempo (hrs)	$\frac{dE}{dt} = \tan \theta$	θ (°)
3	0.10	5.7
7	0.02	0.0
8	0.13	7.4

Para la probeta 6 (fig 25)

tiempo (hrs)	$\frac{dE}{dt} = \tan \theta$	θ (°)
1	0.16	9.1
4	0.03	1.7
6	0.60	31.0
8	0.02	1.1

Algunas de las probetas no muestran las etapas definidas de desarrollo y estancamiento del daño, debido a que antes de las ocho horas de prueba, el ensayo terminaba.

A continuación se analizan los resultados del experimento, considerando igual resistencia a la compresión de las probetas, así como velocidad de flujo.

COMPARACION DE PROBETAS 1, 7 y 4.

Como primera observación, la única probeta que no toleró las ocho horas de ensaye fue la número 1.

Por las características de diseño de las probetas, la erosión máxima decreció conforme aumenta la concentración de aire.

No hay cambio de la huella por erosión en ninguna probeta, siendo similar el crecimiento de la misma, pero en menor escala a medida que aumenta la concentración de aire y la resistencia del concreto.

El porcentaje de daño con respecto a la probeta 1 es:

PROBETA	VOLUMEN $\times 10^{-6} \text{ m}^3$	DAÑO (%)	CONCENTRACION DE AIRE (%)
1	81.65*	100.0	0
7	1.24	1.5	2
4	1.04	1.3	7

* Dato referido a tres horas de prueba.

Puede notarse que el daño por erosión decrece considerablemente en las probetas con aireador.

COMPARACION DE LAS PROBETAS 2, 5 y 8.

Como en el caso anterior la erosión disminuye con la presencia de un aireador, como se muestra a continuación:

PROBETA	VOLUMEN $\times 10^{-6} \text{ m}^3$	DAÑO (%)	CONCENTRACION DE AIRE (%)
2	13.88*	100.0	0
8	1.76	12.7	2
5	0.32	2.3	7

* Dato referido a cinco horas de prueba.

COMPARACION DE LAS PROBETAS 3, 9 y 6.

Corresponden a una resistencia del concreto de 200 kg/cm^2 y velocidad de flujo de 25.91 m/s , y el objeto de comparación es el mismo que en las anteriores, también en éste caso la erosión aumenta conforme la concentración de aire disminuye.

Sin embargo, se manifestó un aumento del daño en el concreto con una concentración de aire del 7 %, sin causa aparente.

Esto es:

PROBETA	VOLUMEN $\times 10^{-6} \text{ m}^3$	DAÑO (%)	CONCENTRACION DE AIRE (%)
3	8.45*	100.0	0
9	0.22	2.6	2
6	0.41	4.9	7

* Dato referido a ocho horas de prueba.

COMPARACION DE LAS PROBETAS 10, 13 y 16.

Esta comparación se hace con objeto de distinguir el comportamiento de probetas de igual resistencia, pero diferente concentración, considerando una velocidad mayor que en las nueve probetas anteriores.

En la probeta 10, sin aireador se observa un crecimiento acelerado del daño en el concreto, de tal forma que la probeta soportó una sola hora de ensaye.

El conjunto de las tres probetas, distingue un comportamiento similar al presentado en los anteriores análisis.

Existe una baja considerable del daño con respecto a la probeta sin aireador:

PROBETA	VOLUMEN $\times 10^{-6} \text{ m}^3$	DAÑO (%)	CONCENTRACION DE AIRE (%)
10	48.65*	100.0	0
16	2.55	5.5	2
13	0.52	1.1	7

* Dato referido a una hora de prueba.

En la tabla anterior, se observa que porcentualmente la erosión se incrementa conforme disminuye la concentración de aire, esto se explica por el efecto que provoca el aire en la cavitación.

COMPARACION DE RESULTADOS EN LAS PROBETAS 11, 17 y 14.

Con las mediciones realizadas se obtuvo lo siguiente:

PROBETA	VOLUMEN $\times 10^{-6} \text{ m}^3$	DAÑO (%)	CONCENTRACION DE AIRE (%)
11	46.33*	100.0	0
17	3.10	6.7	2
14	2.53	5.5	7

* Dato referido a cinco horas de prueba.

La tabla anterior muestra un comportamiento similar entre las probetas antes comentadas en los análisis anteriores,

COMPARACION DE RESULTADOS DE LAS PROBETAS 12, 18 y 15.

Se puede notar el efecto que causa la velocidad del flujo en el aumento de erosión en las probetas conforme disminuye el porcentaje de aireación.

PROBETA	VOLUMEN $\times 10^{-6} \text{ m}^3$	DAÑO (%)	CONCENTRACION DE AIRE (%)
12	65.35*	100.0	0
18	9.63	14.7	2
15	4.23	6.5	7

* Dato referido a ocho horas de prueba.

Nótese el decremento del daño (hasta 16 veces) en la probeta con concentración de aire del 7 %.

COMPARACION DE RESULTADOS CON LA GRAFICA DE PETERKA.

Considerando las variables utilizadas por Peterka, se representa el daño en el concreto en función de la concentración de aire de las 18 probetas ensayadas.

Con los datos referidos a una hora de ensaye, se obtuvo la siguiente tabla que se dibuja en la figura 28, con la finalidad de comparar los resultados obtenidos con los que reporta Peterka. Sea:

W, Peso desprendido de concreto (kg)

E, Erosión ($m^3 \times 10^{-6}$)

Pe, Peso específico de la ceniza volante igual a $0.582 \text{ kg}/m^3$

$$V = 25.92 \text{ m/s} \quad f'c = 100 \text{ kg}/\text{cm}^2$$

C (%)	E ($m^3 \times 10^{-6}$)	W (kg)
0	11.92	0.020
2	0.62	0.001
7	1.10	0.002

$$V = 37.06 \text{ m/s} \quad f'c = 100 \text{ kg}/\text{cm}^2$$

C (%)	E ($m^3 \times 10^{-6}$)	W (kg)
0	46.65	0.080
2	2.55	0.004
7	0.52	0.0009

$$V = 25.92 \text{ m/s} \quad f'c = 150 \text{ kg}/\text{cm}^2$$

C (%)	E ($m^3 \times 10^{-6}$)	W (kg)
0	3.63	0.006
2	0.61	0.001
7	0.17	0.0003

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{g \times d}}$$

donde:

V, Velocidad del flujo (m/s)

g, aceleración de la gravedad (m/s^2)

d, tirante del agua que depende de la boquilla utilizada. (0.045 y 0.075) (m)

Número de Probeta	f'c kg/cm ²	E m ^a x 10 ⁻⁶	V m/s	Fr	E/f'c m ^a /kg/cm ²	C %
1	100	11.92	25.97	30.28	0.119	0
2	150	3.63	25.71	29.97	0.024	0
3	200	2.24	26.34	30.71	0.011	0
4	100	1.10	26.47	30.86	0.011	7
5	150	0.17	25.71	29.97	0.001	7
6	200	0.16	25.58	29.82	0.001	7
7	100	0.62	26.55	30.95	0.006	2
8	150	0.61	25.39	29.60	0.004	2
9	200	0.08	25.51	29.74	0.0004	2
10	100	46.65	34.83	52.42	0.467	0
11	150	8.46	38.08	57.31	0.056	0
12	200	7.86	37.60	56.59	0.039	0
13	100	1.49	35.90	54.03	0.015	7
14	150	1.14	38.07	57.30	0.008	7
15	200	0.34	38.45	57.87	0.002	7
16	100	2.55	36.21	54.50	0.026	2
17	150	1.89	36.90	55.54	0.013	2
18	200	2.04	35.47	53.39	0.010	2

$$V = 37.06 \text{ m/s} \quad f'c = 150 \text{ kg/cm}^2$$

C (%)	E ($\text{m}^3 \times 10^{-6}$)	W (kg)
0	8.46	0.015
2	1.89	0.003
7	1.14	0.002

$$V = 25.92 \text{ m/s} \quad f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

C (%)	E ($\text{m}^3 \times 10^{-6}$)	W (kg)
0	2.24	0.004
2	0.08	0.0001
7	0.16	0.0002

$$V = 37.06 \text{ m/s} \quad f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

C (%)	E ($\text{m}^3 \times 10^{-6}$)	W (kg)
0	7.86	0.014
2	2.04	0.004
7	0.34	0.002

De la figura 28 se observa que los resultados obtenidos en el experimento siempre están por debajo de los reportados por Peterka, a pesar de que él ensayó con flujos de alta velocidad menores de 30 m/s.

Finalmente, se obtuvo una tabla que asocia el número de Froude con la relación Erosión-resistencia a la compresión y concentración de aire, ver figuras 29 y 30, con la finalidad de utilizar dichas gráficas para conocer la erosión en el concreto de acuerdo a un rango de valores del número de Froude. La tabla se presenta a continuación, considerando que:

CAPITULO VI

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1. - Para las superficies de concreto estudiadas, el mecanismo de daño causado por la cavitación es progresivo.
2. - Siempre un concreto sin aireador presentó una mayor erosión, aunque, al ver la fig 23 las probetas con velocidades del orden de 25 m/s y un concreto con $f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$ puede esperarse que el daño sea pequeño, pero al aumentar la velocidad y con f'_c grandes el daño crece.
3. - En superficies de concreto con flujo aireado, disminuye el daño por cavitación.
4. - Para un concreto con concentración de aire del 2 %, disminuye considerablemente el daño en el mismo.
5. - Para un concreto con una concentración de aire del 7 % casi desaparece el daño por cavitación.
6. - El crecimiento del daño en el concreto aumenta rápidamente en las primeras horas, se estanca en las

siguientes y tiende a crecer en las últimas horas de ensayo, ver fig 25.

7.- Existen una serie de publicaciones sobre erosión por cavitación en concreto, pero todas ellas reportan daños en grandes presas, pero ninguna obtiene resultados parciales o totales del crecimiento del daño considerando como variable a la resistencia del concreto.

8.- El daño provocado por cavitación se manifiesta rápidamente a medida que aumenta la velocidad del flujo.

9.- Como el experimento se realizó con una sola observación por celda se encontró una interacción de efectos significativa a los niveles del 1, 5, 10 y 15 por ciento.

10.- La velocidad del flujo es el efecto que mayor influencia tiene en el daño por cavitación, le siguen en orden, la concentración de aire, la resistencia a la compresión del concreto y el tiempo, esto es, que para concentraciones altas (7 %) y resistencias mayores o iguales a 150 kg/cm^2 , ya no influyen ni la resistencia a la compresión del concreto ni el tiempo, ver figs 28 y 27.

- 11.- Del análisis dimensional se obtuvo un coeficiente de erosión en función de la resistencia, la velocidad y el tiempo, del que se observó un crecimiento acelerado en el coeficiente de erosión para condiciones de velocidad altas en un mismo intervalo de tiempo.
- 12.- Para el estudio realizado y considerando las mismas variables estudiadas por Peterka se obtuvieron resultados siempre por debajo de los reportados para el crecimiento del daño en el concreto, ver fig 28
- 13.- De las figs 29 y 30 puede decirse que la relación $E/f'c$ es una constante cuando $f'c$ es grande.
- 14.- Se recomienda continuar el estudio, utilizando otras velocidades, así como diferentes resistencias del concreto a la compresión y aumentar el tiempo de prueba.
- 15.- Se recomienda utilizar otro sistema de medición con objeto de realizar un análisis comparativo con los resultados aquí reportados.

REFERENCIAS

1. - Parsons, y Cook, "Investigation in to the Causes of Corrosion on Erosion Propellers", Engineering, Vol 107, p 515
2. - Vennard, J K, "Cavitation in Hydraulic Structures: Simposium", Trans, ASCE, Vol 112, 1947
3. - Shalnev, K K, "Cavitation due to unevenness of surface and erosion caused by it", Dokl Adak, Nawk, USSR, 78, 1951
4. - Knapp, R T, "Recent Investigation of Cavitation and Cavitation Damage", Transactions, ASME, Vol 77, 1955, p 1050
5. - Guth, W, "The Formation of Pressure Wave by Cavitation", Proceedings of the Symposium on Cavitation in Hydrodynamics, N P L, London 1955
6. - Shalnev, K K, "Experimental Study of the Intensity of Erosion due to Cavitation", Symposium on Cavitation, London, 1955
7. - Colgate, D, "Cavitation Damage of Roughened Concrete Surfaces", Journal of the Hydraulics Division ASCE, Noviembre, 1959
8. - Mains, R M, "A Generalization of Cumulative Damage", ASME, Journal of Basic Engineering, Vol 82, 1960, p 435
9. - Holl, J W, "The inception of cavitation on isolated surface irregularities", Journal of Basic Engineering, Vol 82, 1960, p 435
10. - Govinda, R y Thiruvengadam A, "Prediccion of Cavitation Damage", Journal of the American Society of Civil Engineering, Sep 1961
11. - Inozemtov, Y P, "Cavitation erosion resistance of hidrotechnical concretes of cement and polimer binders", XI Congreso AIHR, Vol I, 48, Leningrado 1965
12. - Holl, J W, "The Estimation of the effect of surface irregularities on the inception of cavitation", Universidad Estatal de Pensilvania, 1965

- 13.- Echávez, G, "*Erosión en concreto causada por flujo de alta velocidad*", Instituto de Ingeniería, UNAM, 226, Agosto 1968
- 14.- Echávez, G, "*Cavitación en obras vertedoras de alta caída*", Instituto de Ingeniería, UNAM, 285, Marzo 1971
- 15.- Colgate, D M, "*Hydraulics model studies of aerations devices for Yellowtail dam spillway tunnel*", Pick-sloan Missouri basin program, Montana, USBR, Denver, Colorado Dic 1971
- 16.- Echávez, G y Arreguín, F, "*Recopilación bibliográfica de temas relacionados con cavitación*", Instituto de Ingeniería, UNAM, Informe a CFE, 1976
- 17.- Ball, J W, "*Cavitation from surface irregularities in high velocity*", Journal of the Hydraulics Division, HY9 ASCE, Sep 1976, p 1073
- 18.- Galperin, R S, Oskolkov A G, Semenov V M and Tsedrov G N, "*Cavitation in Hydraulic Structures*", Energiya, Moscow, 1977
- 19.- Quintela, A C, "*Flow Aeration to Prevent Cavitation Erosion*", Water Power and Dam Construction, January 1980, pp 17-22
- 20.- Falvey, H Y, "*Predicting cavitation in tunnel spillways*", Water Power and Dam Construction, Vol 34, 8, Aug 1982
- 21.- Kudriashov, G V, Zharov, N I, Rosanov, N P, Niet Kaliev A T, "*Cavitation and Cavitation Erosion of Members of water Outlet Structures*", International Association for Hydraulic Research, Moscú, 1983, pp 453-467
- 22.- Proszka, Z, Mantellini, T, Semenov, V, "*Remedial Measures Against Spillway Cavitation*", International Association for Hydraulic Research, Moscú, 1983, pp 468-476
- 23.- Schever, L, Schog, C, and Stein, U, "*Hydrodynamic and Bubble Aspects of Cavitating Turbulent Shear Flow*", International Association for Hydraulic Research, Moscú, 1983, pp 477-483
- 24.- Fichtner, R, "*Contribution a la Recherche Sur la Cavitation d'écoulement*", International Association for Hydraulic Research, Moscú, 1983, pp 484-494
- 25.- Lesleighter, E, "*Cavitation in High-head Gated Outlets Prototype Measurements and Model Simulation*", International Association for Hydraulic Research, Moscú, 1983, pp 495-503
- 26.- Sharma, H, Goel, R, "*Cavitation Problems in Outlet Structures*", International Association for Hydraulic Research, Moscú, 1983, pp 504-512

27. - Falvey, H T, "*Cavitation Studies in Tunnel Spillways*", International Association for Hydraulic Research, Symposium on Scale Effects in Medelling Hydraulic Structures, Esslingen, Alemania, pp 5.7-1-5.7-5
28. - Arreguín, F y Echávez, G, "*Aireación en Obras Hidráulicas*", División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, Sept-Dic. 1985, pp 59-73
29. - Echávez, G y Arreguín, F, "*Aireación en Flujos de Alta Velocidad*", Noveno Congreso Nacional de Hidráulica, México, 1986, pp 321-328
30. - Arreguín, F, "*Coefficientes de Difusión para Flujos con Aireación Forzada*", IX Congreso Nacional de Hidráulica, Asociación Mexicana de Hidráulica, Querétaro México, 1986, pp 269-278
31. - Arreguín, F, "*Influencia de la Geometría sobre el Funcionamiento de Aireadores*", Memoria del XIV Congreso de la Academia Nacional de Ingeniería, México, 1988, pp 223-229
33. - Arreguín, F y Autrique, R, "*Localización de Aireadores*", Décimo Congreso Nacional de Hidráulica, Asociación Mexicana de Hidráulica, México, 1988
34. - Echávez, G y Arreguín, F, "*Comportamiento de varias resinas epóxicas bajo excitaciones turbulentas y de cavitación*", Instituto de Ingeniería, UNAM, Informe a CFE, 1976
35. - Levi, E, "*Investigación sobre las estrías longitudinales de las láminas vertientes*", Revista de Ingeniería, Vol XXXIV, Abril 1964, México, pp 237-244
36. - Anderson, A y Straub, F, "*Self-aerated flow in open channels*", ASCE, Vol 125, 1960, pp 456-481
37. - Peterka, A J, "*The Effect of Entrained Air on Cavitation Pitting*", Proceedings Minnesota International Hydraulics Convention, USA, 1965
38. - Ostle, B, "*Estadística Aplicada*", Editorial Limusa, México, 1970, p 81
39. - Winer, B J, "*Statistical Principles in Experimental Design*", Second Edition, Mc Graw Hill Book Company, USA, 1971, pp 864-869
40. - Sotelo, G, "*Hidráulica General*", Editorial Limusa, México, 1977, p 252
41. - Salas, J D, Delleur, J W, Yevjevich, V, and Lane, W L, "*Applied Modelling of Hidrologic Time*". Series Water Resources

Publications, 1980

- 42.- Novak, P. y Cabelka, J., "*Models in Hydraulic Engineering*", Pitman Advanced Publishing Program, London, 1981, pp 11-14
- 43.- Echávez, G, "*Cavitación en Vertedores*", Publicación No 415, I.I. UNAM, Feb 1979
- 44.- Echávez, G, y Borguett, V, "*Diseño de Sistemas de Aireación en Túneles Vertedores*", XII Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Sao Paulo Brasil, 1986, p 124
- 45.- Bourguett, V, y González, J, "*Criterio de Modelación de Sistemas Aireadores*", X Congreso Nacional de Hidráulica, Michoacán México, 1988, pp 174-178
- 46.- Arreguín, F, "*Aireación y Superficies Poliédricas*", Tesis Doctoral, DEPMI, UNAM, 1985
- 47.- Yevjevich, V, "*Probability and Statistics in Hidrology*". Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado U.S.A., 1972, pp 109-110

T A B L A S

Y

F I G U R A S

C

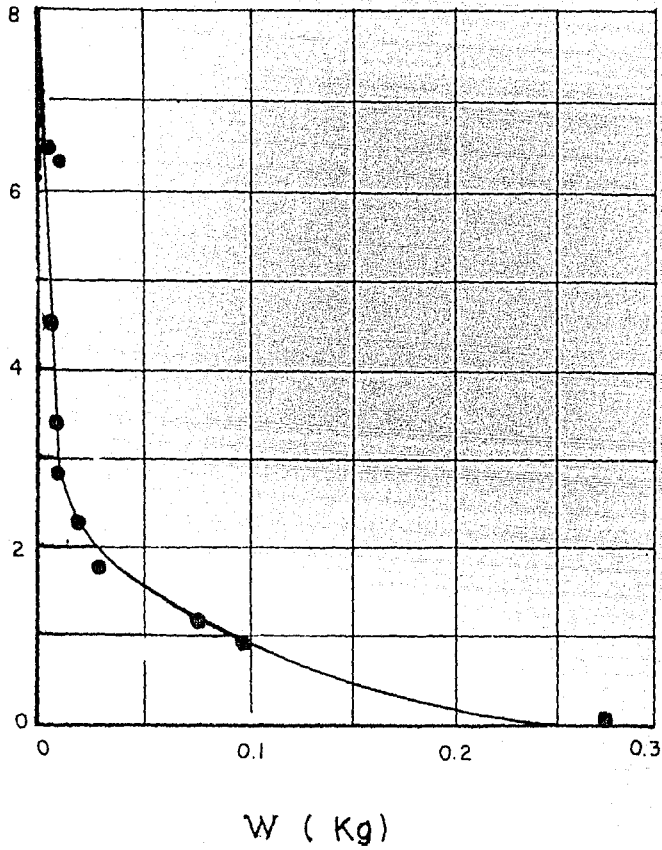


Fig. 1 Pérdidas de concreto en peso debidas a cavitación, - en función de la concentración de aire, según Peterka.

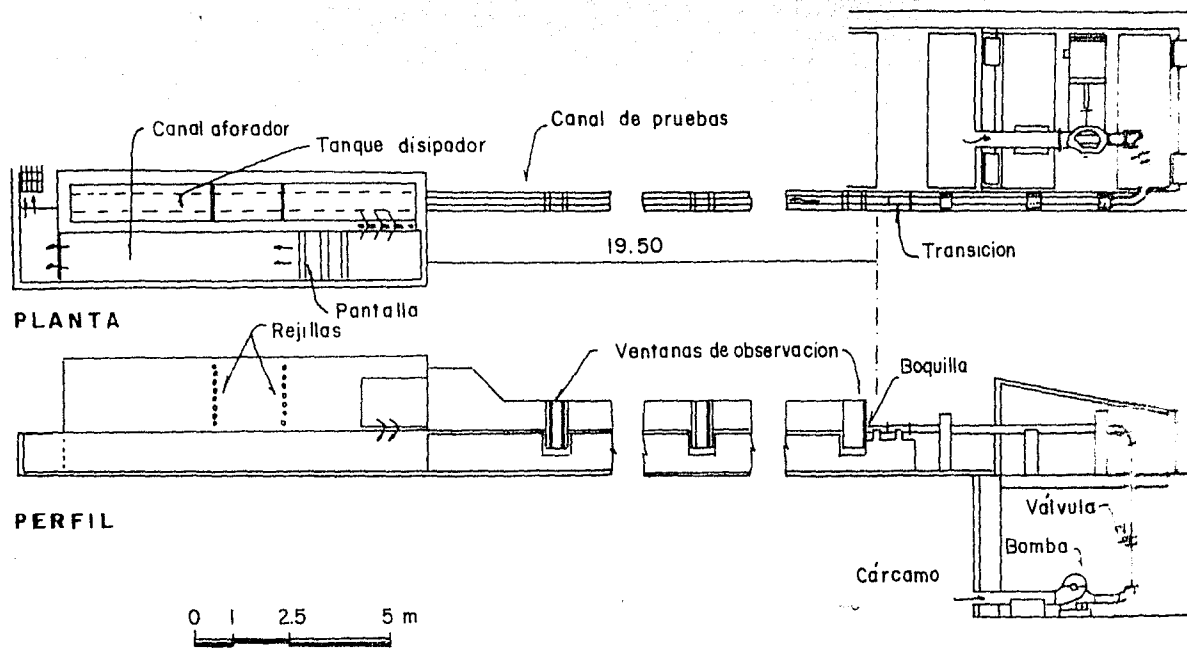
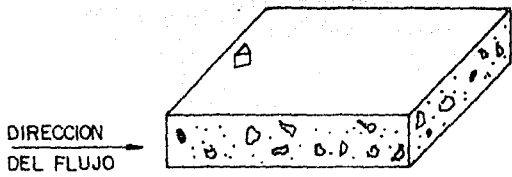
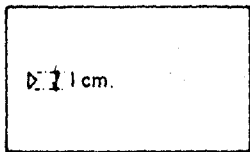


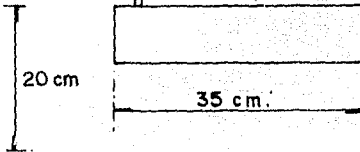
Fig. 2. Instalación de alta velocidad



a) PROBETA SIN AIREADOR



PLANTA

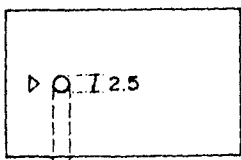
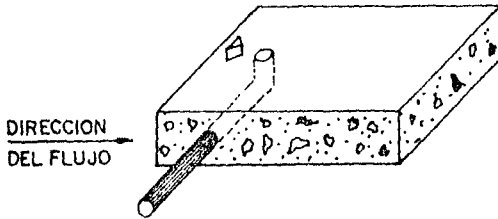


PERFIL

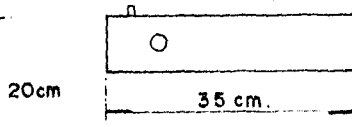


FRENTE

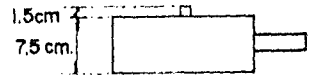
b) PROBETA CON AIREADOR



PLANTA



PERFIL



FRENTE

FIG. 3 PROBETAS ENSAYADAS

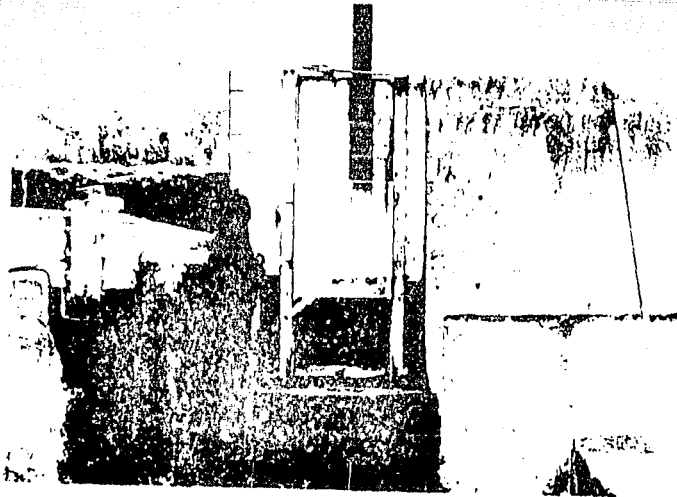


FIG. 4 *Vista general de la zona de prueba.*

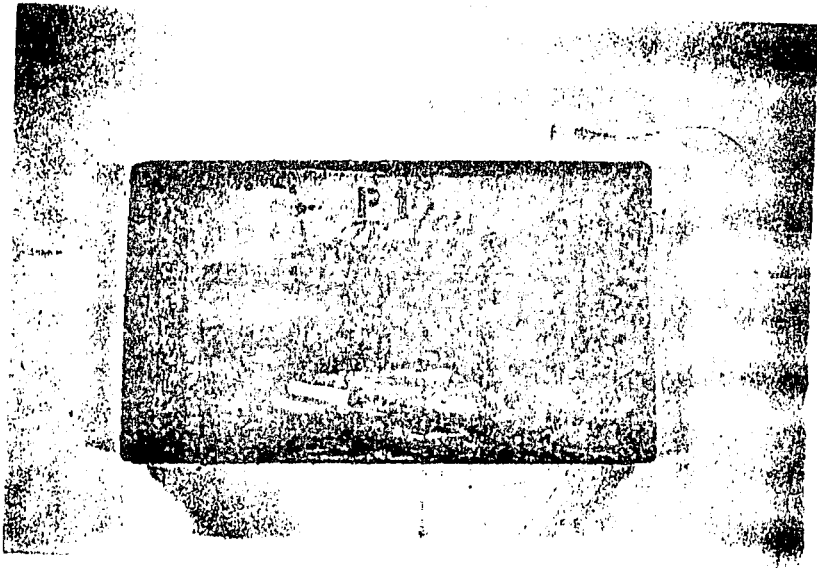


FIG. 5 *Probeta No 1 después de tres horas de prueba. La probeta se desmontó antes de la hora estimada, por el desarrollo del daño en el concreto.*

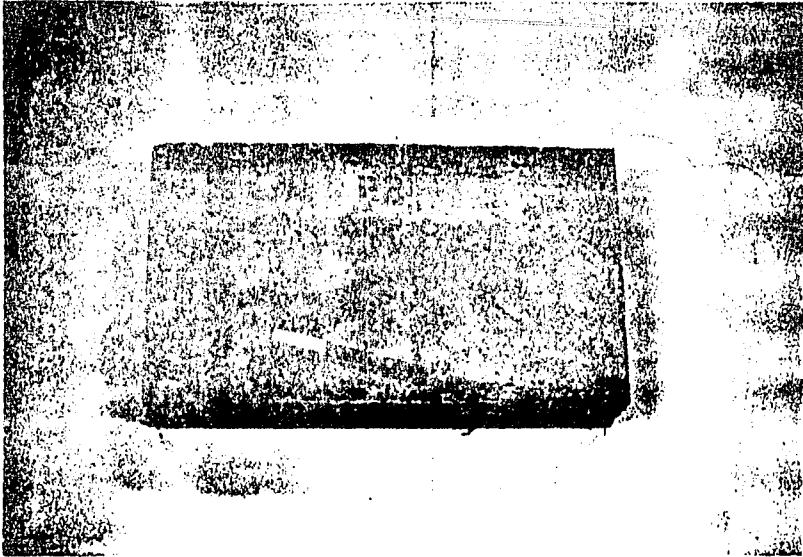


FIG. 6 *Prueba No 2* desmontada. Compárese los daños en el concreto con la prueba 1.

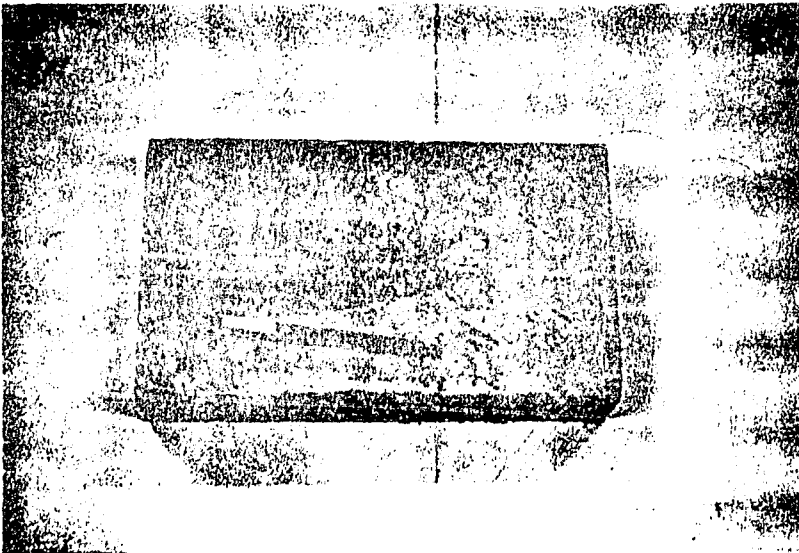


FIG. 7 *Prueba No 3* después de ocho horas de prueba.

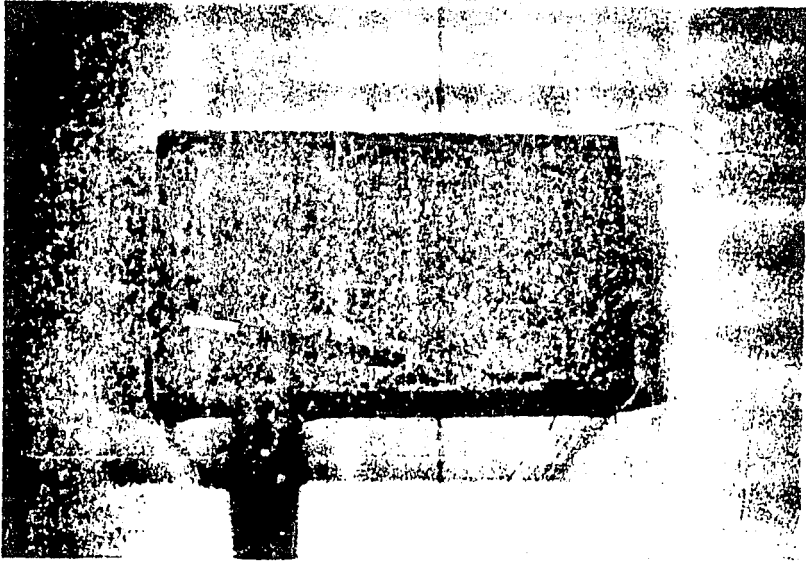


FIG. 8 *Prueba No 4* después de ocho horas de prueba. El daño en el concreto al introducir aire en el flujo disminuye considerablemente.

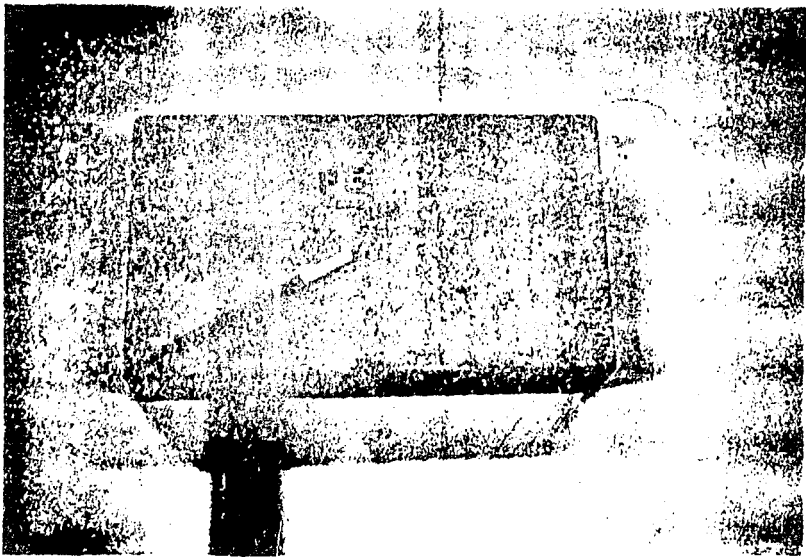


FIG. 9 Daño en el concreto en la probeta No 5, después de ocho horas de ensaye. Comparado con la probeta 2 la erosión fue 28 veces más reducida.

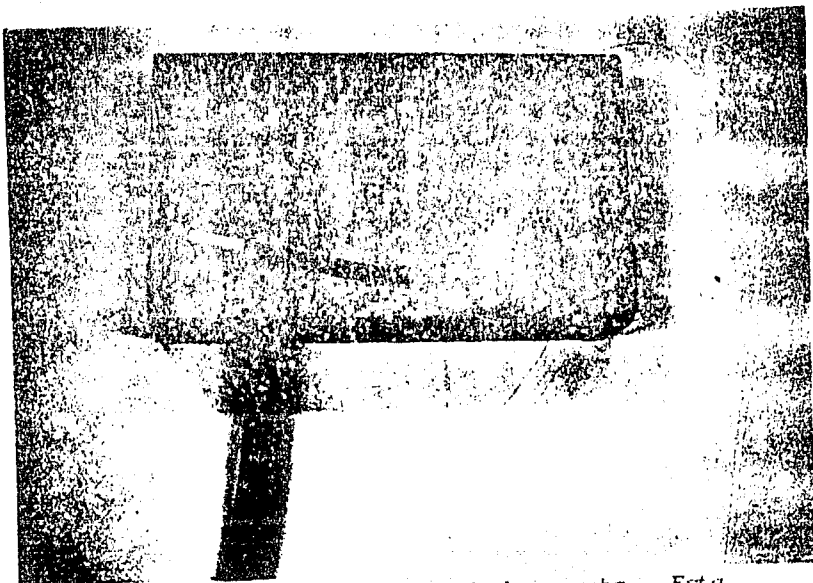


FIG. 10. *Probeta No 6 al final de la prueba. Esta probeta corresponde al extremo de la probeta 1 por sus características de diseño.*

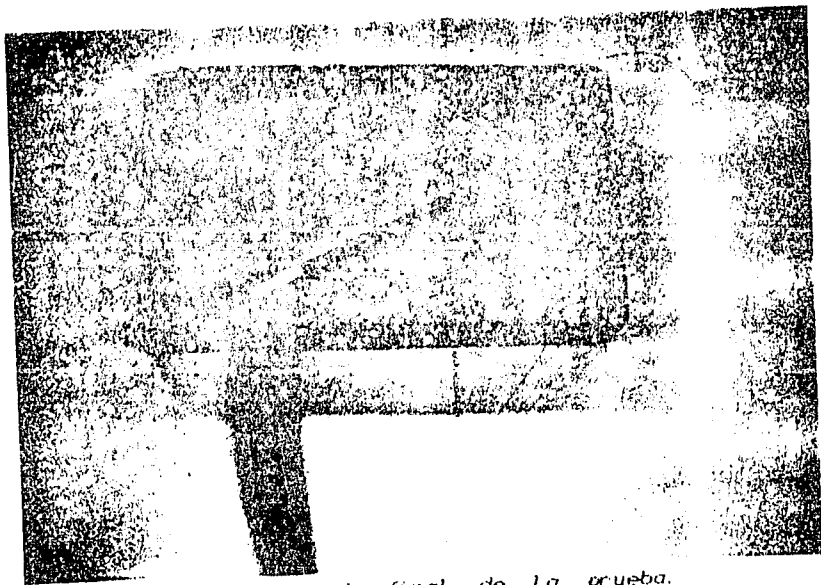


FIG. 11 *Probeta 7 al final de la prueba.*

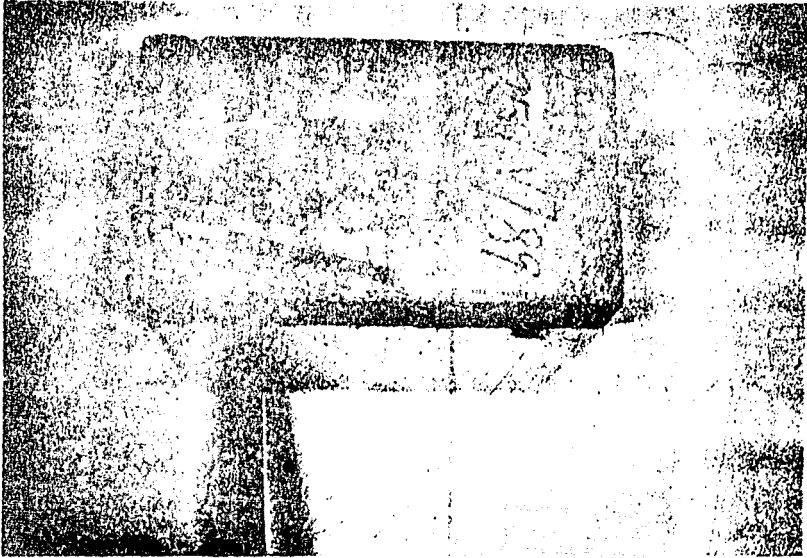


FIG. 12 Probeta 8 después de ocho horas de ensayo. Aquí el daño en el concreto disminuyó considerablemente a pesar de la baja concentración de aire.

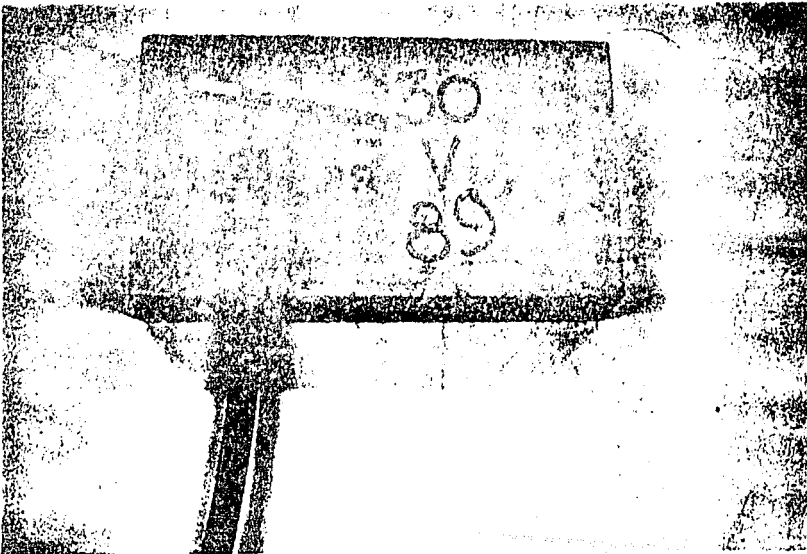


FIG. 13 Probeta No 9 al finalizar la prueba (ocho horas) Se observa que la probeta parece no haber sido ensayada.

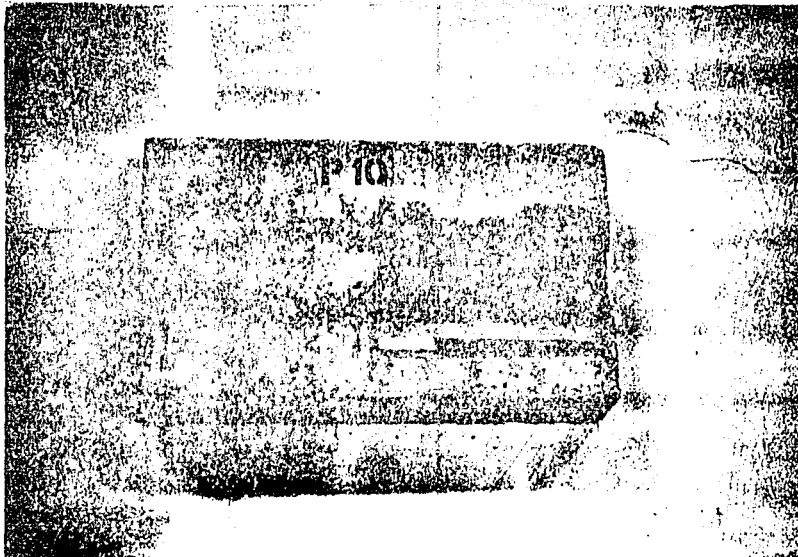


FIG. 14 Probeta 10 después de una hora de ensayo. Aquí se desmontó la probeta por el gran daño en el concreto

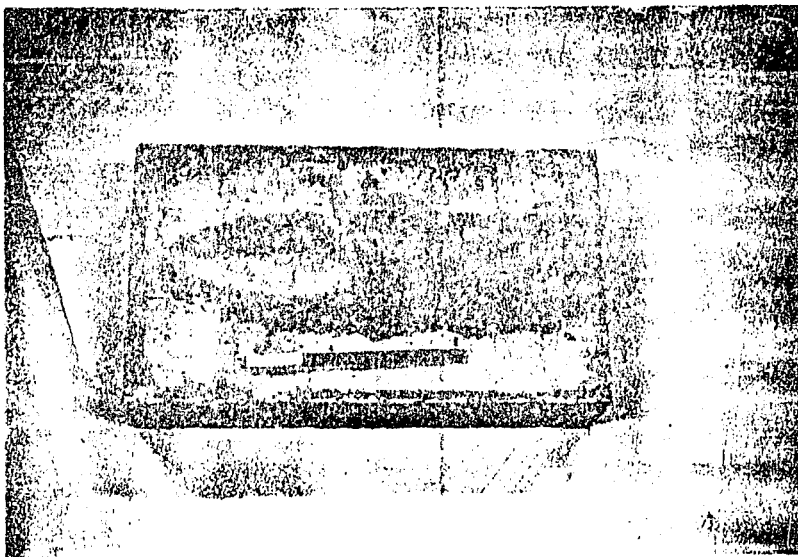


FIG. 15 Probeta 11 al final del ensayo (cinco horas). El daño en el concreto creció hasta el límite de ella, evitando la continuación de la prueba.

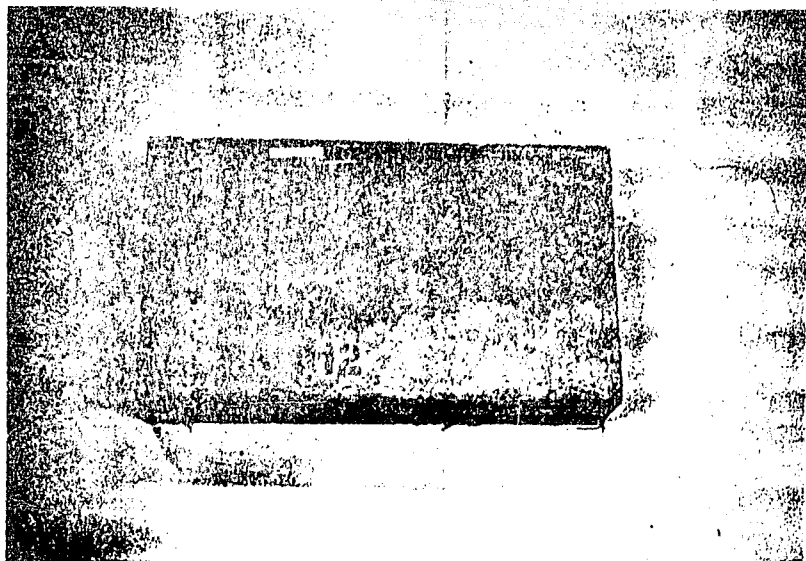


FIG. 16 *Probeta No 12 al ser desmontada del canal de alta velocidad. Obsérvese que la erosión se cargó hacia uno de los extremos de la probeta.*



FIG. 17 *Probeta No 13 al finalizar la prueba (6 horas). La probeta tuvo que desmontarse porque el daño en el concreto ocasionó grandes fugas de agua en uno de sus extremos.*

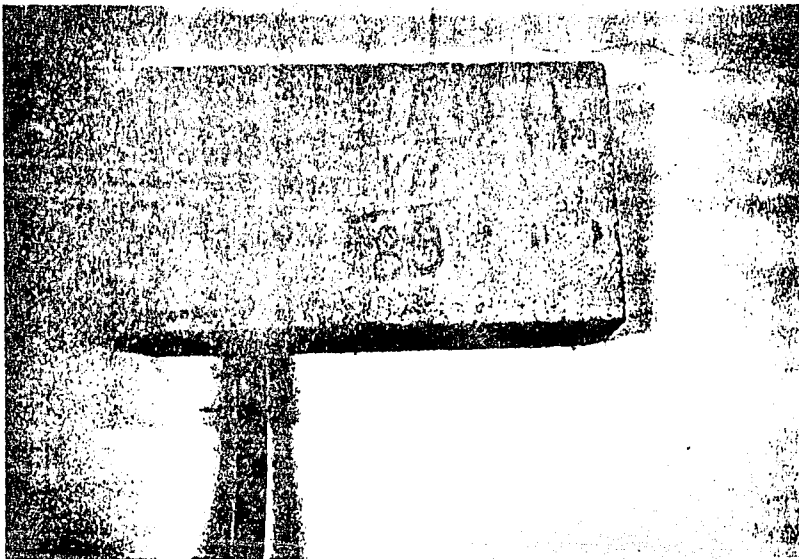


FIG. 18 La probeta No 14 desmontada después de 8 horas de ensayo.

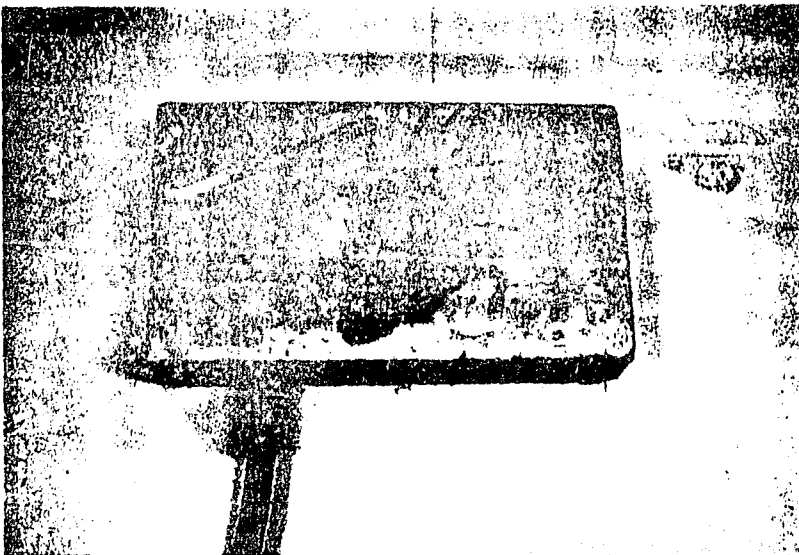


FIG. 19 Probeta No 15 terminado el ensayo. Obsérvese que solo se desprendieron cerca del alrededor los agregados finos.

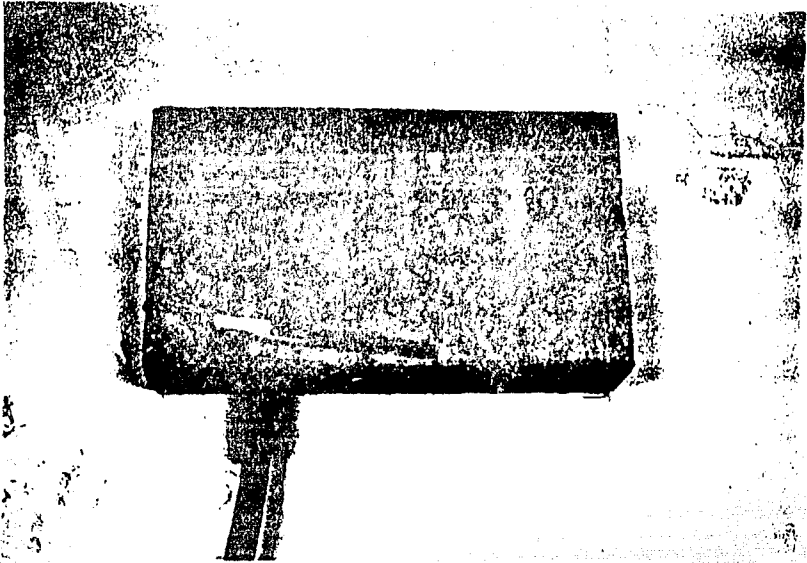


FIG. 20 Así terminó la probeta No 16 al finalizar las 8 horas de prueba. Aquí se nota la tendencia a erosionarse en uno de sus extremos.

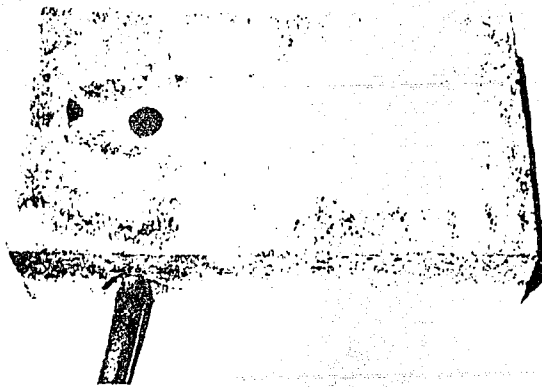


FIG. 21 Probeta No 17 al finalizar las ocho horas de ensaye.

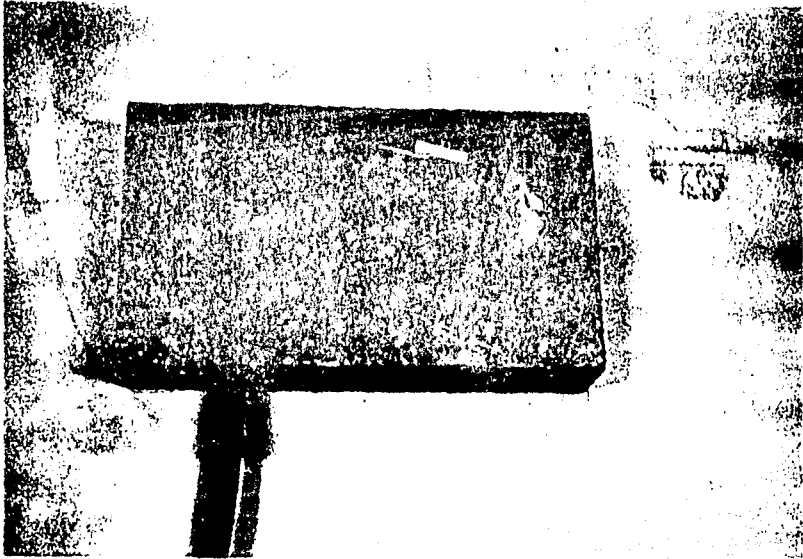


FIG. 22 *Prueba No 18 a ocho horas de ensaye. Aquí la erosión disminuyó hasta 6.5 veces que la prueba 12.*

FIG. 23 CURVAS TIEMPO - VOL. EROSIONADO

C = 0 %

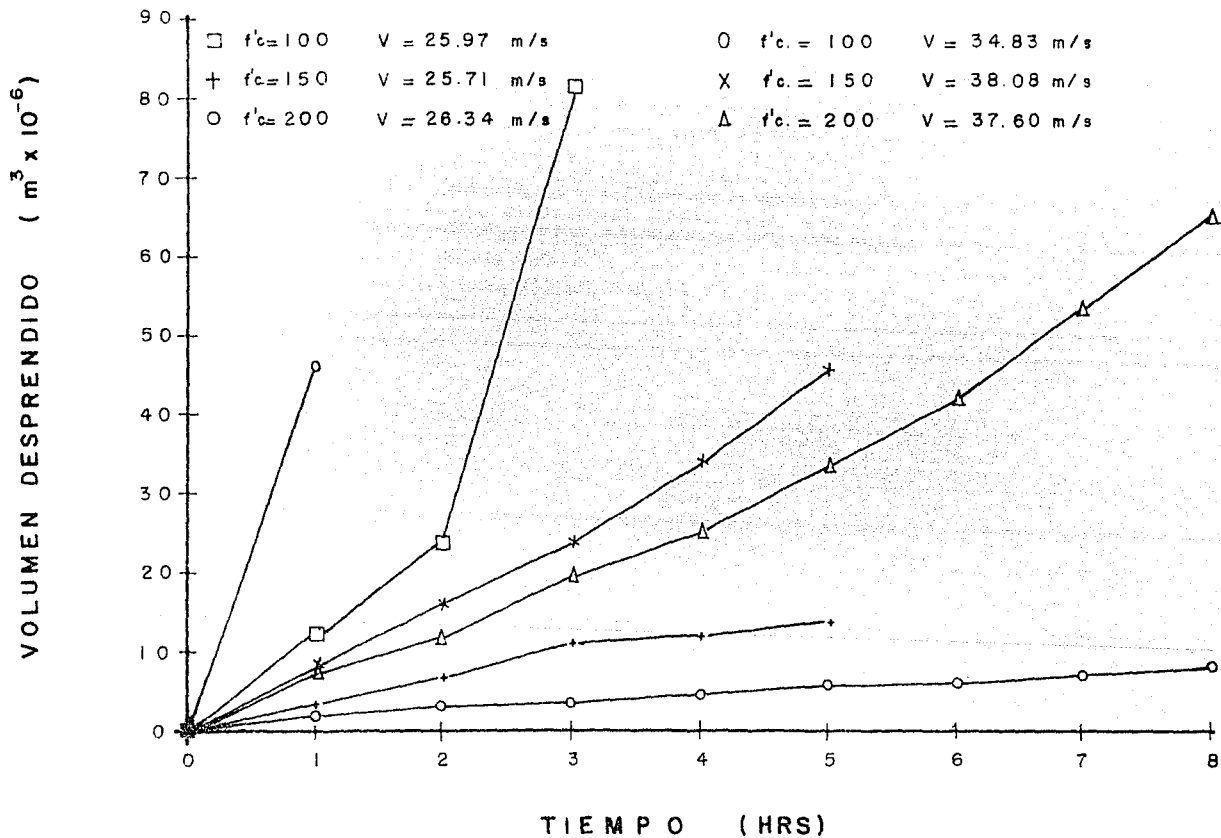


FIG. 24 CURVAS TIEMPO - VOL. EROSIONADO

C = 2 %.

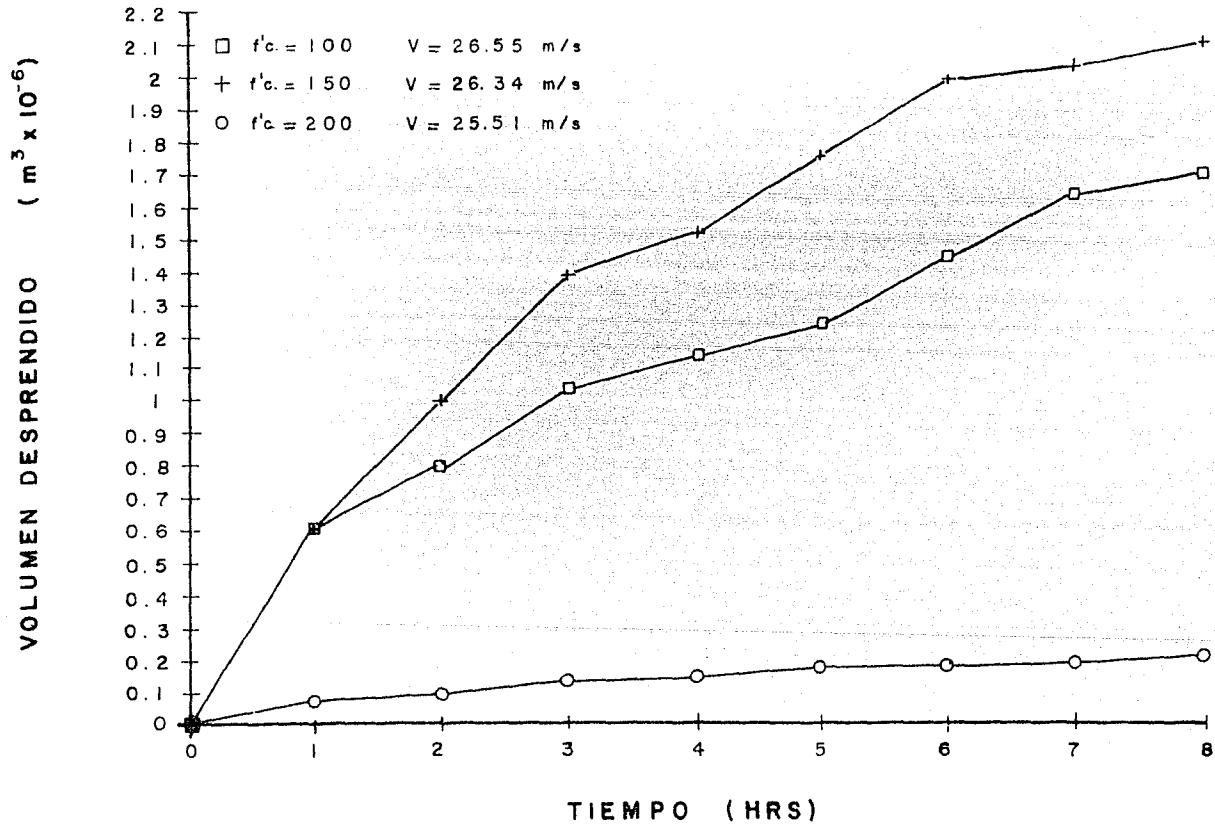


FIG. 25 CURVAS TIEMPO - VOL. EROSIONADO

C = 7 %.

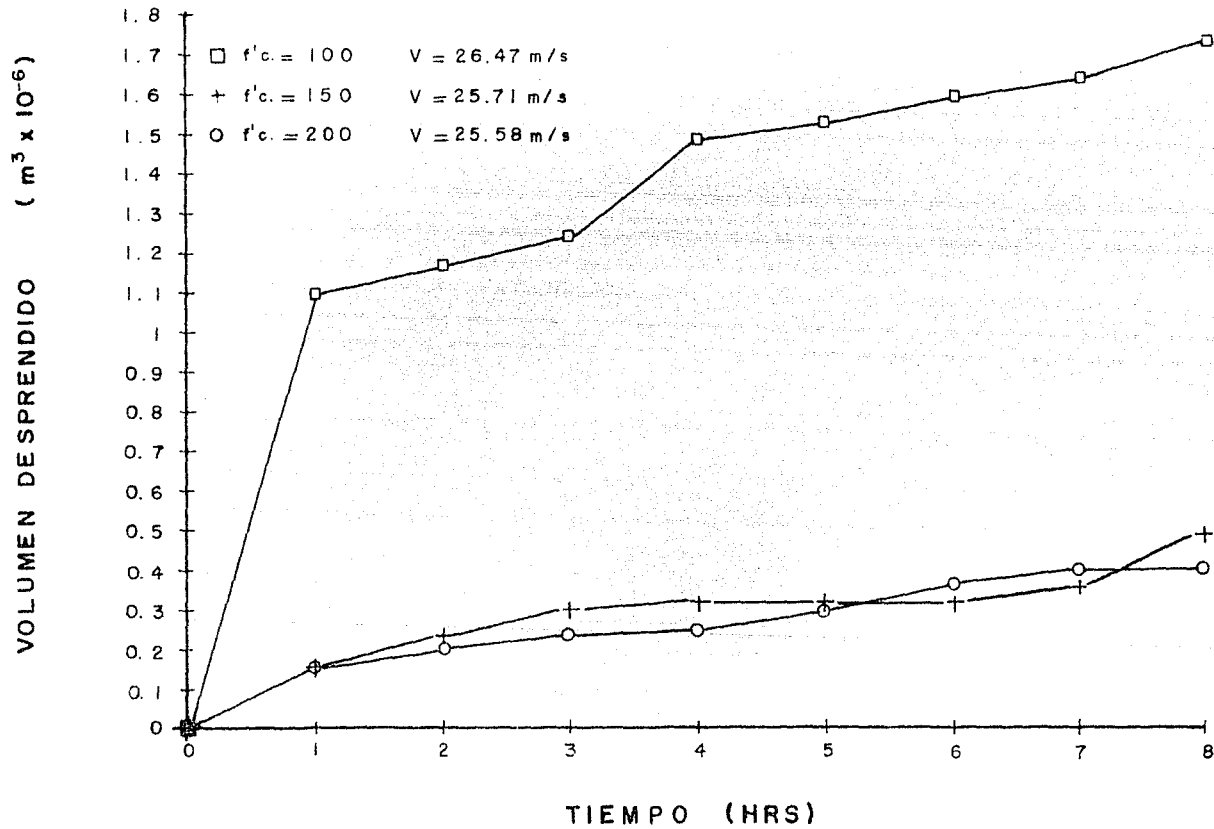


FIG. 26 CURVAS TIEMPO - VOL. EROSIONADO

C = 2 %

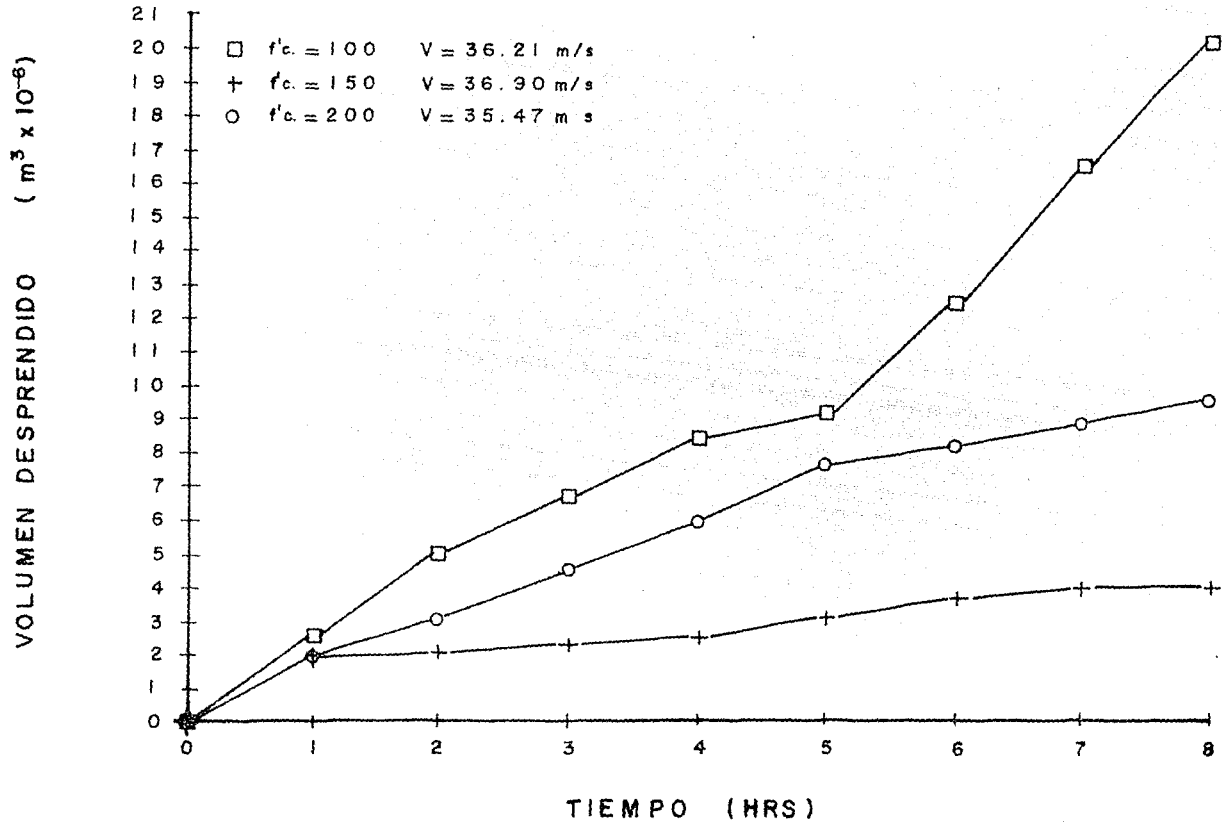


FIG. 27 CURVAS TIEMPO - VOL. EROSIONADO

C = 7 %

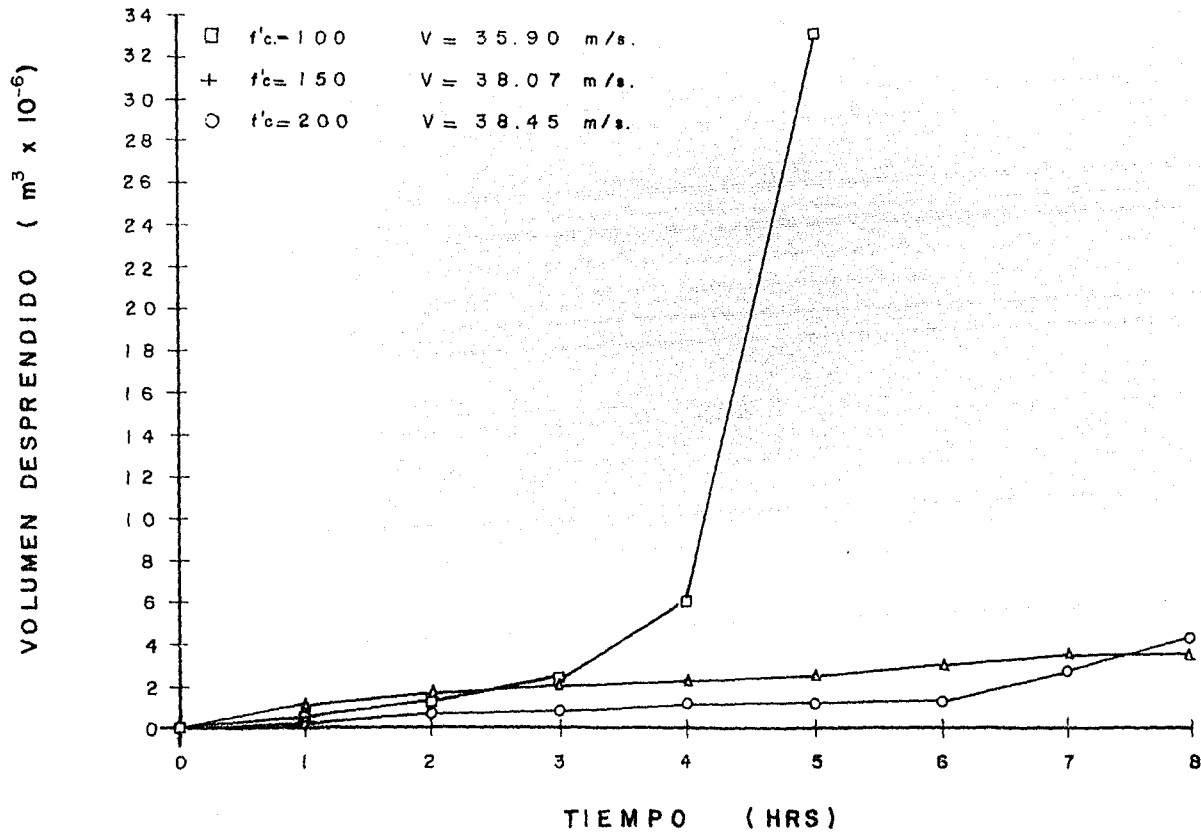


FIG. 28 COMPARACION DE RESULTADOS CON LA GRAFICA DE PETERKA.

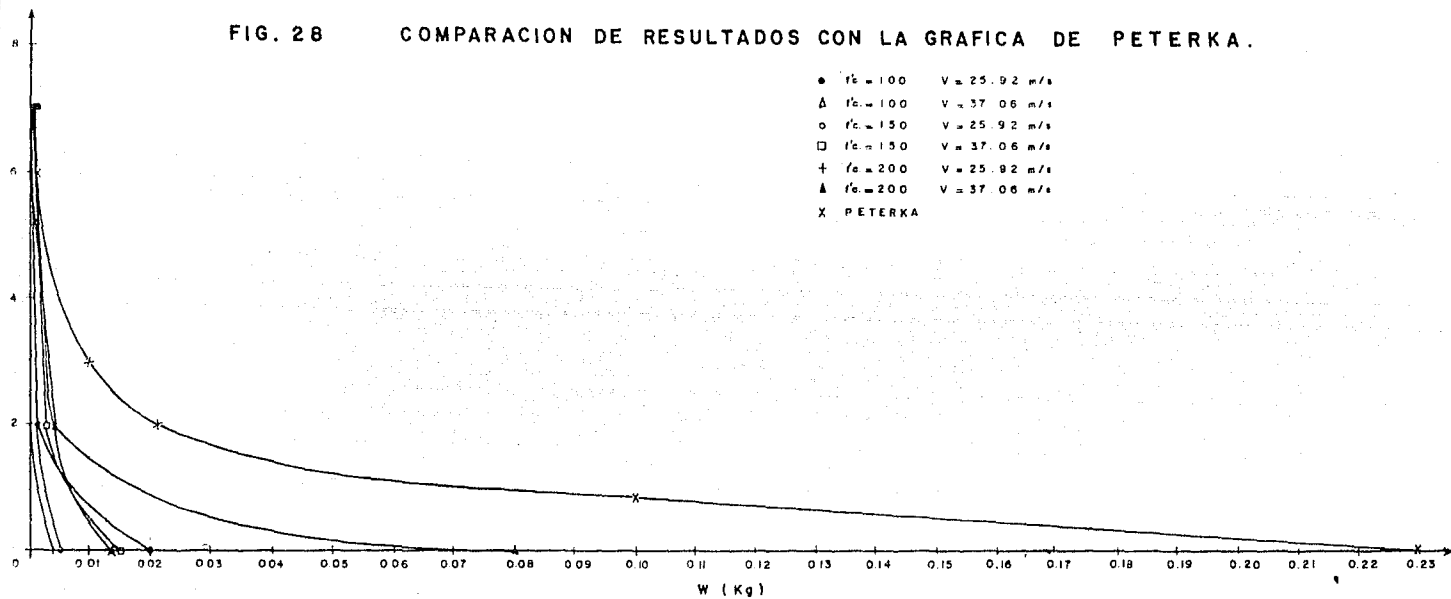


FIG. 28 COMPARACION DE RESULTADOS CON LA GRAFICA DE PETERKA.

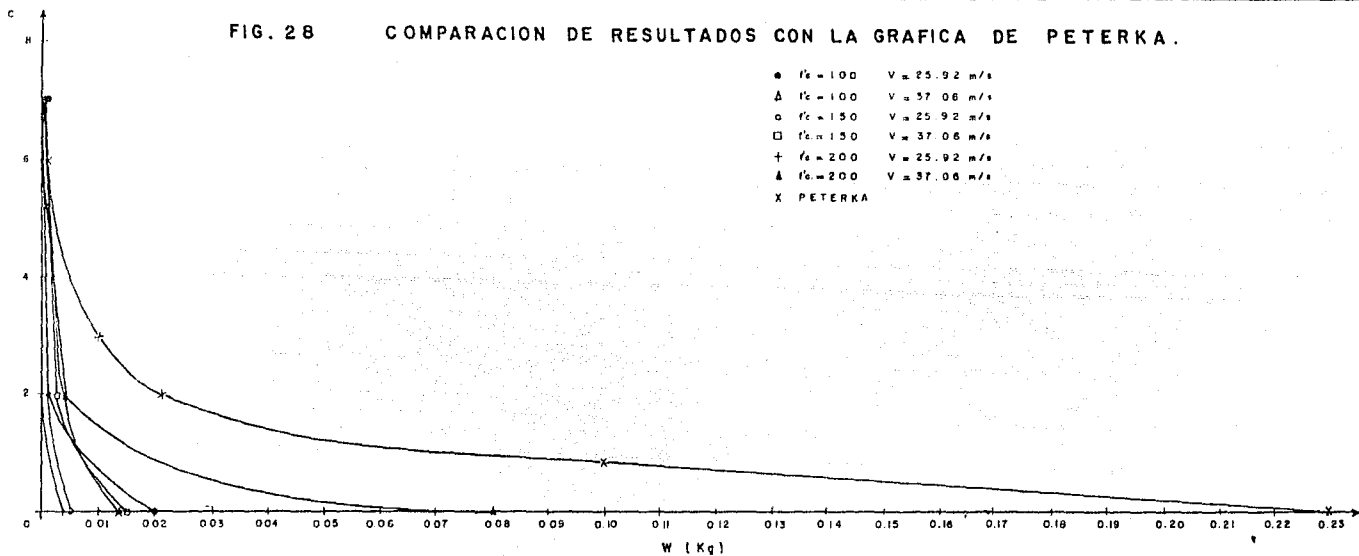


FIG. 29 TFROUDE - RELACION E/f'c.

C = 0 %

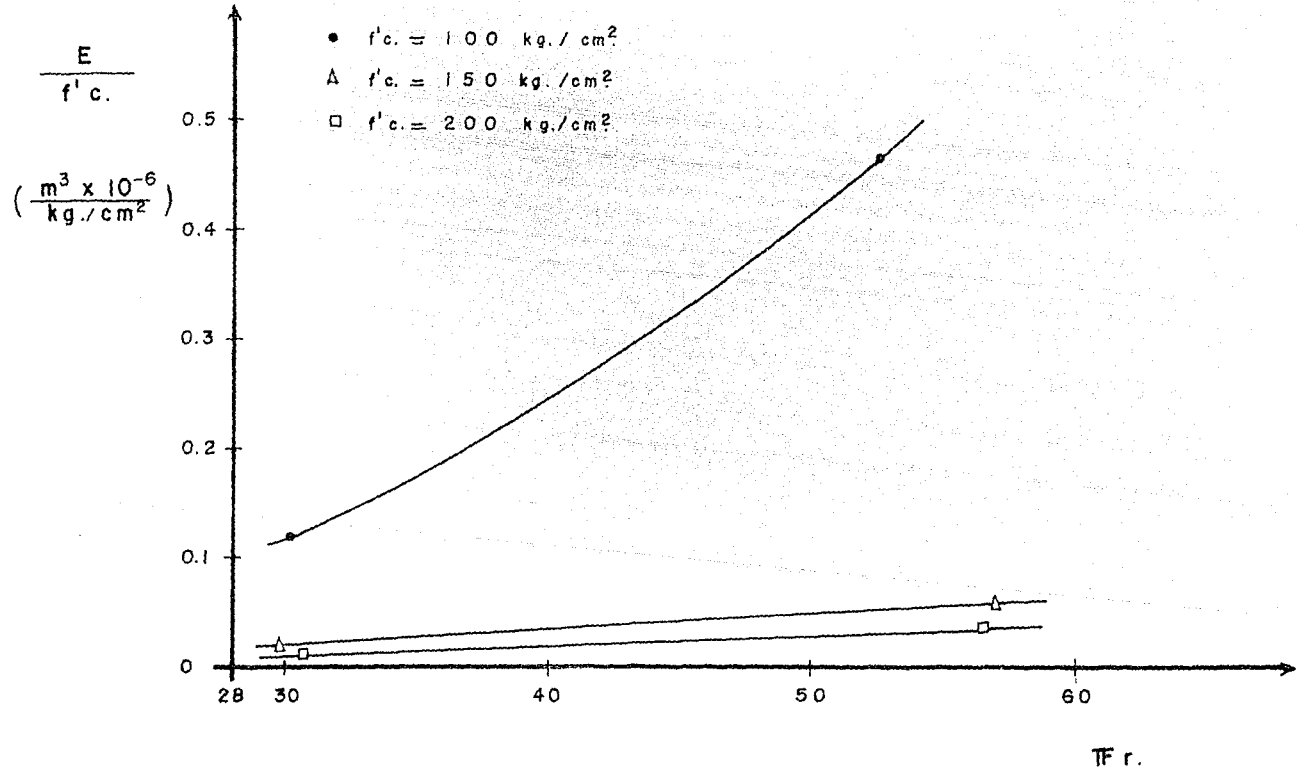


FIG. 30 TFROUDE - RELACION $E/f'c$.

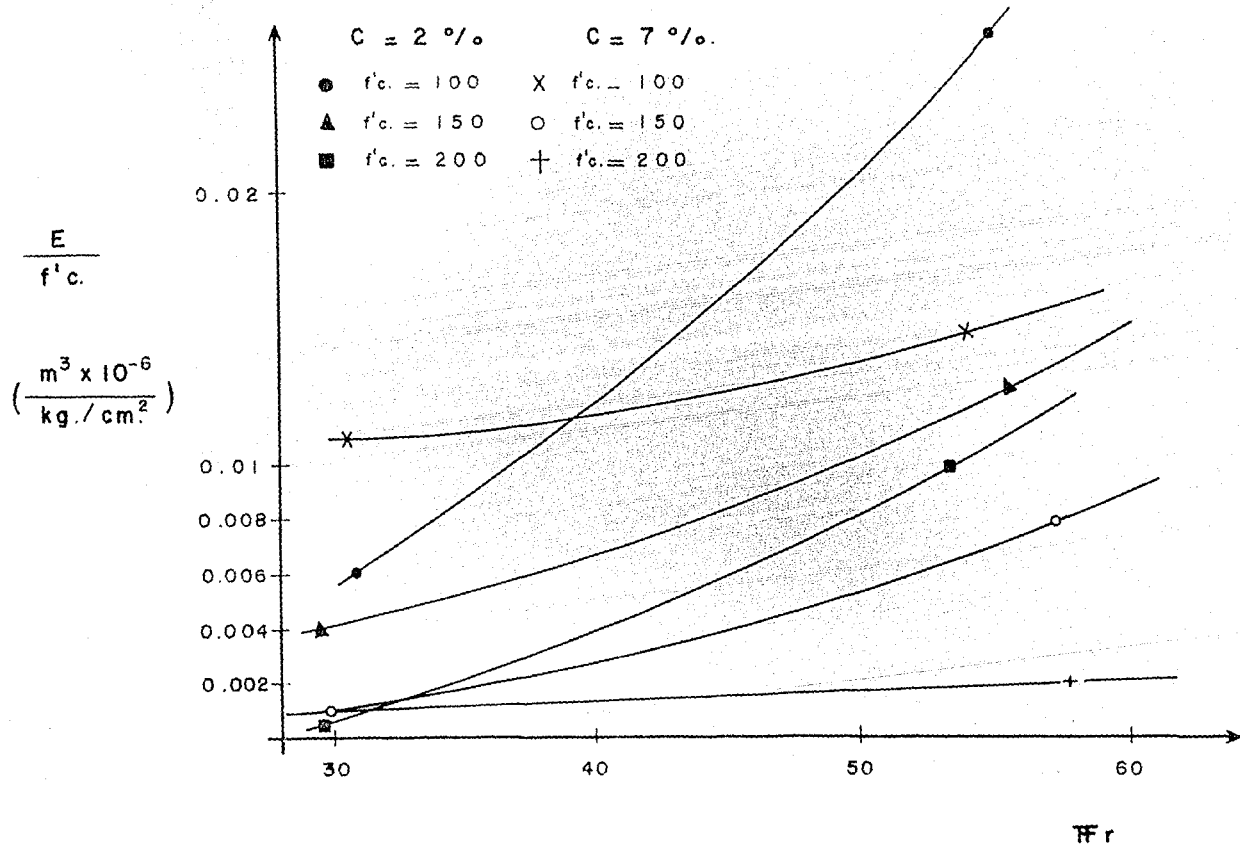


FIG. 31 COEF. DE EROSION-EROSION

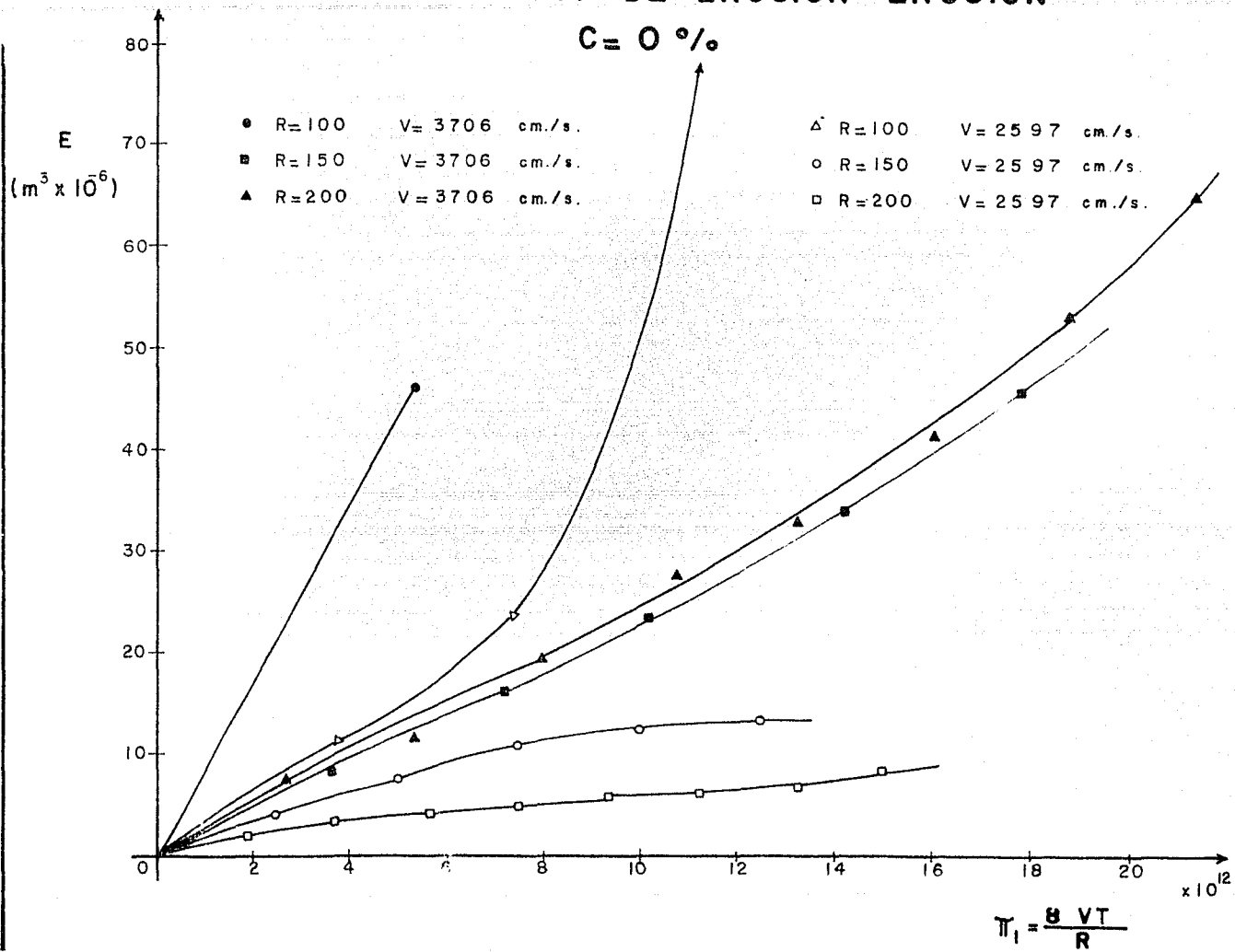
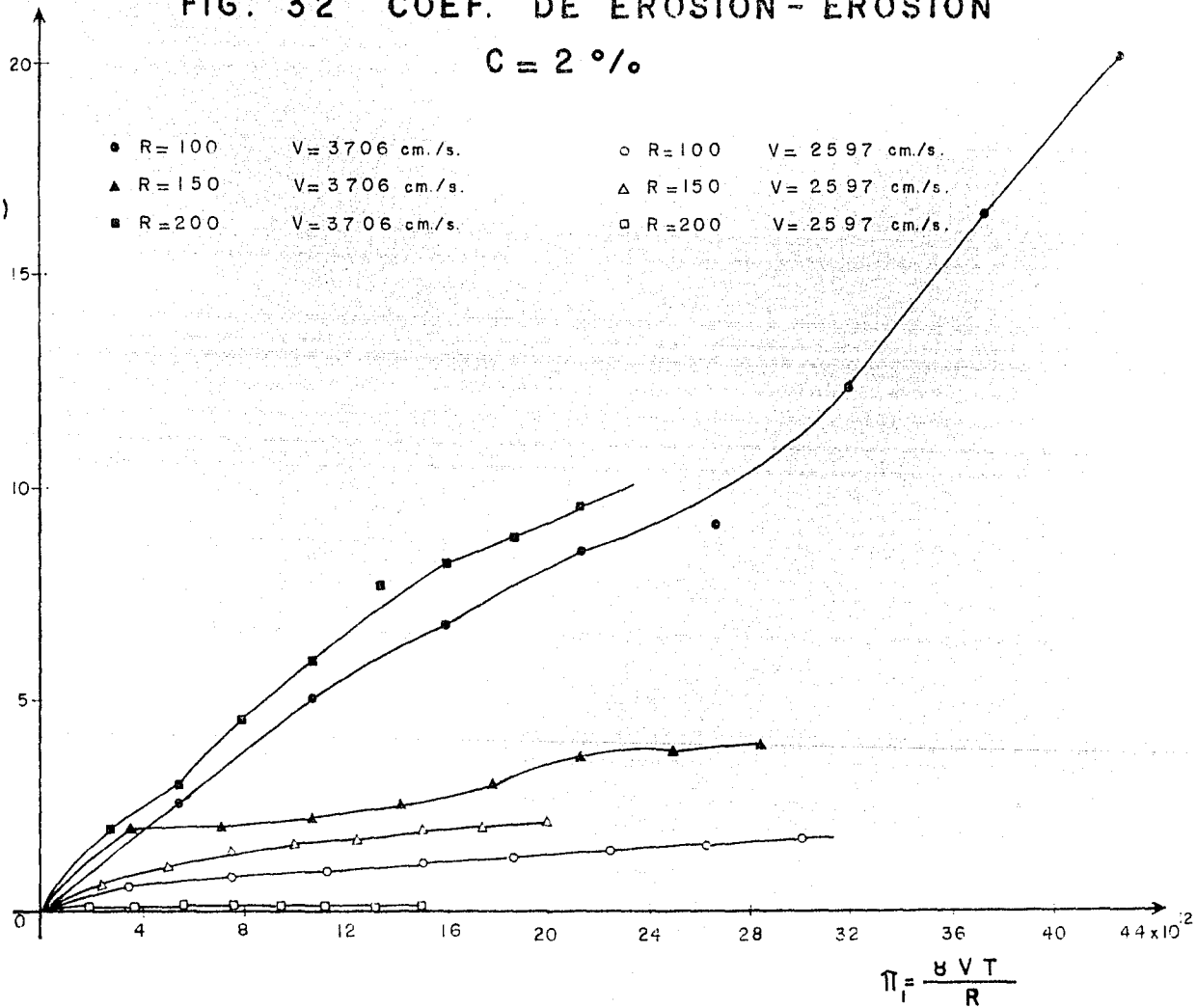


FIG. 32 COEF. DE EROSION - EROSION

$C = 2 \%$

E
($m^3 \times 10^{-6}$)

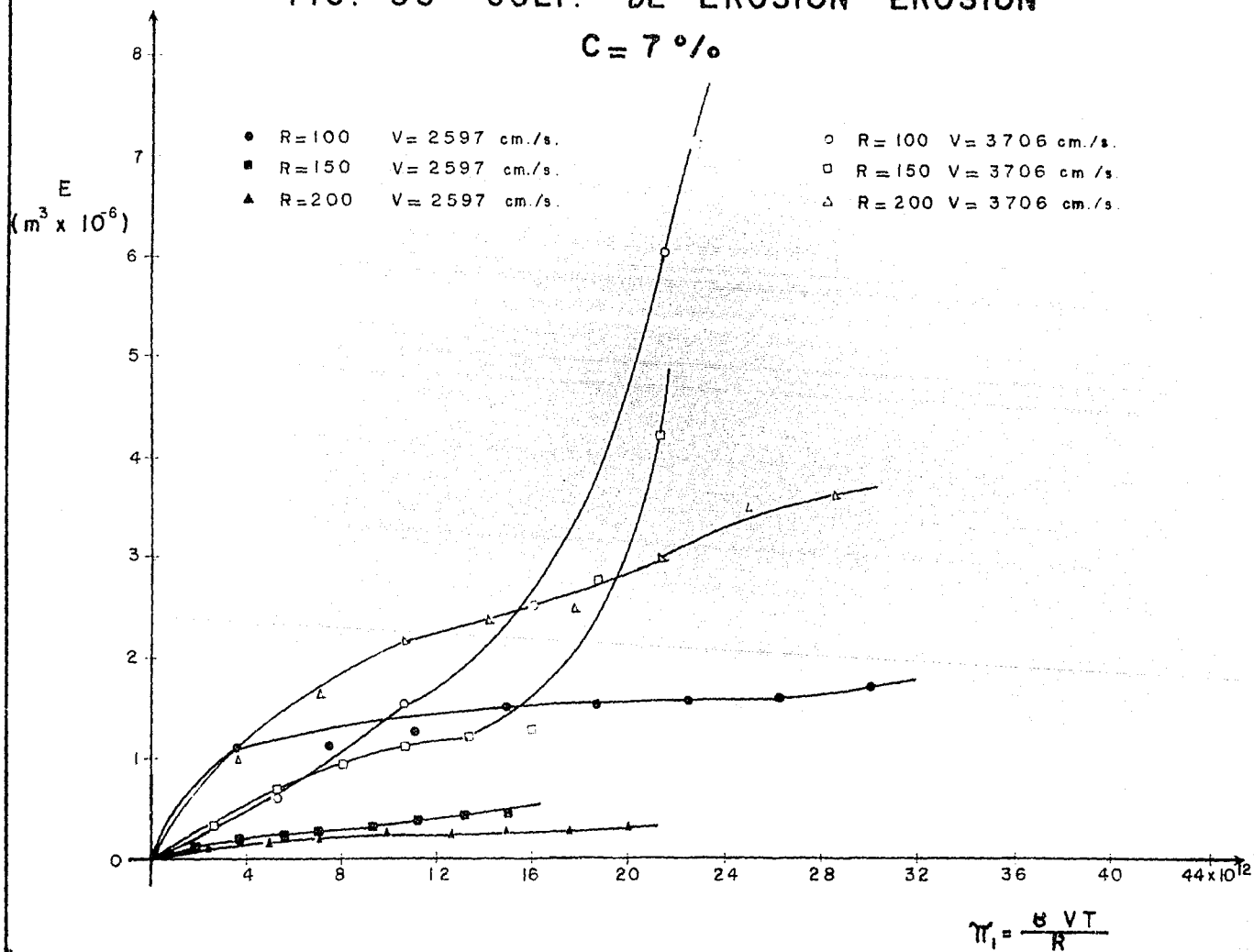
- | | | | |
|---------|---------------|---------|---------------|
| ● R=100 | V=3706 cm./s. | ○ R=100 | V=2597 cm./s. |
| ▲ R=150 | V=3706 cm./s. | △ R=150 | V=2597 cm./s. |
| ■ R=200 | V=3706 cm./s. | □ R=200 | V=2597 cm./s. |



$$\pi_1 = \frac{8VT}{R}$$

FIG. 33 COEF. DE EROSION - EROSION

$C = 7\%$



```

0 REM *** CALCULO PARA NORMALIZAR UNA MUESTRA PEQUEÑA CUANDO T=0 ***
0 REM *** TESIS DE MAESTRIA DE MA. DEL ROSIO RUIZ URBANO ***
0 REM *** PROGRAMA 1b. VERSION 2/OCT/89 ***
0 DIM X(8,17),Y(8,17),SUM1(17),SUM2(17),SUM3(17),XMED(17),XDES(17),COEASI(17)
0 REM LEE DATOS
0 FOR J = 1 TO 17
0 FOR I = 1 TO 8
0 READ X(I,J)
0 DATA 11.9144, 23.8608, 81.6479, 200.978, 417.778, 762.800, 1266.844, 1960.711
00 DATA 0.6117, 0.7979, 1.0393, 1.1394, 1.2395, 1.4531, 1.6508, 1.7120
10 DATA 1.1046, 1.1718, 1.2389, 1.4936, 1.5259, 1.6035, 1.6356, 1.7351
20 DATA 2.5476, 5.0340, 6.7485, 8.4630, 9.1482, 12.4485, 16.4971, 20.2097
30 DATA .5202, 1.4931, 2.4665, 6.0261, 33.1744, 136.7365, 416.9504, 1034.7938
40 DATA 3.6303, 7.2042, 11.5434, 12.6077, 13.8771, 16.0317, 22.8488, 38.9918
50 DATA .6066, 1.0017, 1.3967, 1.5077, 1.7562, 2.0048, 2.0374, 2.1170
60 DATA .1743, .2401, .2967, .3150, .3152, .3156, .3565, .4852
70 DATA 8.4577, 16.3270, 23.9891, 34.2592, 46.3605, 62.6063, 83.7706, 110.0249
80 DATA 3.9716, 8.6891, 31.1766, 50.3351, 64.8949, 93.5598, 123.2602, 156.9142
90 DATA 1.1354, 1.6842, 2.2331, 2.3795, 2.5336, 3.0199, 3.5184, 3.6146
00 DATA 2.2385, 3.1329, 3.8888, 4.5779, 5.9029, 6.2678, 7.1019, 8.4503
10 DATA .0806, .1003, .1426, .1472, .1807, .19, .1987, .2169
20 DATA .1630, .2104, .2429, .2458, .2968, .3713, .4065, .4091
30 DATA 7.9609, 12.0276, 19.8363, 25.3347, 33.8160, 42.2972, 53.8249, 65.3526
40 DATA 2.0425, 3.0185, 4.5587, 5.9026, 7.6801, 8.1662, 8.8616, 9.6326
50 DATA .3409, .6818, .9238, 1.1659, 1.2348, 1.3018, 2.7644, 4.2271
60 NEXT I
70 NEXT J
80 FOR J = 1 TO 17
90 FOR I = 1 TO 8
00 Y(I,J) = LOG(X(I,J))
10 NEXT I
20 NEXT J
30 N=8
40 SUM1=0 : SUM2=0 : SUM3=0
50 FOR I = 1 TO 17
60 FOR J = 1 TO 8
70 SUM1(J)=SUM1(J) + Y(I,J)/N
80 SUM2(J)=SUM2(J) + Y(I,J)^2/N
90 SUM3(J)=SUM3(J) + Y(I,J)^3/N
00 NEXT I
10 XMED(J)=SUM1(J)
20 XDES(J)=SQR(SUM2(J) - SUM1(J)^2)
30 COEASI(J)=(SUM3(J)+2*(SUM1(J)^3)-3*SUM1(J)*SUM2(J))/(XDES(J)^3)
40 XDES(J)=XDES(J)*SQR(N/(N-1))
50 COEASI(J)=COEASI(J)*(N^2)/((N-1)*(N-2))
60 REM PRINT "XMED(";J;:PRINT")= "; XMED(J)
70 REM PRINT "XDES(";J;:PRINT")= "; XDES(J)
80 LPRINT "COEASI(";J;:LPRINT")= "; COEASI(J)
90 PRINT
00 NEXT J
10 FOR K=1 TO 17
20 SUM1(K)=0
30 SUM2(K)=0
40 SUM3(K)=0
50 NEXT K
60 END

```

```

.0 REM *** CALCULO DE LA NORMALIZACION DE UNA MUESTRA PEQUENA ***
20 REM *** PROGRAMA 1a VERSION 2/OCT/89 ***
30 REM *** TESIS DE MAESTRIA DE MA. DEL ROSIO RUIZ URBANO ***
40 DIM X(8,17),Y(8,17),SUM1(17),SUM2(17),SUM3(17),XMED(17),XDES(17),COEASI(17)
50 REM LEE DATOS
60 FOR J = 1 TO 17
70 FOR I = 1 TO 8
80 READ X(I,J)
90 DATA 11.9144, 23.8608, 81.6479, 200.978, 417.778, 762.800, 1266.844, 1960.711
.00 DATA 0.6117, 0.7979, 1.0393, 1.1394, 1.2395, 1.4531, 1.6508, 1.7120
.10 DATA 1.1046, 1.1718, 1.2389, 1.4936, 1.5259, 1.6035, 1.6356, 1.7351
.20 DATA 2.5476, 5.0340, 6.7485, 8.4630, 9.1482, 12.4485, 16.4971, 20.2097
.30 DATA .5202, 1.4931, 2.4665, 6.0261, 33.1744, 136.7365, 416.9504, 1034.7938
.40 DATA 3.6303, 7.2042, 11.5434, 12.6077, 13.8771, 16.0317, 22.8488, 38.9918
.50 DATA .6066, 1.0017, 1.3967, 1.5077, 1.7562, 2.0048, 2.0374, 2.1170
.60 DATA .1743, .2401, .2967, .3150, .3152, .3156, .3565, .4852
.70 DATA 8.4577, 16.3270, 23.9891, 34.2592, 46.3605, 62.6063, 83.7706, 110.0249
.80 DATA 3.9716, 8.6891, 31.1766, 50.3351, 64.8949, 93.5598, 123.2602, 156.9142
.90 DATA 1.1354, 1.6842, 2.2331, 2.3795, 2.5336, 3.0199, 3.5184, 3.6146
:00 DATA 2.2385, 3.1329, 3.8888, 4.5779, 5.9029, 6.2678, 7.1019, 8.4503
:10 DATA .0806, .1003, .1426, .1472, .1807, .19, .1987, .2169
:20 DATA .1630, .2104, .2429, .2458, .2968, .3713, .4065, .4091
:30 DATA 7.8609, 12.0276, 19.8363, 25.3347, 33.8160, 42.2972, 53.8249, 65.3526
:40 DATA 2.0425, 3.0185, 4.5587, 5.9026, 7.6801, 8.1662, 8.8616, 9.6326
:50 DATA .3409, .6818, .9238, 1.1659, 1.2348, 1.3018, 2.7644, 4.2271
:60 NEXT I
:70 NEXT J
:80 FOR T = .1 TO 1.5 STEP .1
:90 LPRINT:LPRINT "T= ";T:LPRINT
:00 FOR J = 1 TO 17
:10 FOR I = 1 TO 8
:20 Y(I,J) = (X(I,J)^T-1)/T
:30 NEXT I
:40 NEXT J
:50 N=8
:60 SUM1=0 : SUM2=0 : SUM3=0
:70 FOR J = 1 TO 17
:80 FOR I = 1 TO 8
:90 SUM1(J)=SUM1(J) + Y(I,J)/N
:00 SUM2(J)=SUM2(J) + Y(I,J)^2/N
:10 SUM3(J)=SUM3(J) + Y(I,J)^3/N
:20 NEXT I
:30 XMED(J)=SUM1(J)
:40 XDES(J)=SQR(SUM2(J) - SUM1(J)^2)
:50 COEASI(J)=(SUM3(J)+2*(SUM1(J)^3)-3*SUM1(J)*SUM2(J))/(XDES(J)^3)
:60 XDES(J)=XDES(J)*SQR(N/(N-1))
:70 COEASI(J)=COEASI(J)*(N^2)/((N-1)*(N-2))
:80 REM PRINT "XMED(";J;:PRINT")= "; XMED(J)
:90 REM PRINT "XDES(";J;:PRINT")= "; XDES(J)
:00 LPRINT "COEASI(";J;:LPRINT")= "; COEASI(J)
:10 PRINT
:20 NEXT J
:30 FOR K=1 TO 17
:40 SUM1(K)=0
:50 SUM2(K)=0
:60 SUM3(K)=0
:70 NEXT K
:80 NEXT T
:90 END

```