

11
29



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
"ZARAGOZA"

DINAMICA Y CONTROL DE COLUMNAS DE
DESTILACION PARA SISTEMAS BINARIOS

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO QUIMICO
P R E S E N T A :
ROBERTO RUIZ GOMEZ



MEXICO, D. F.

1990

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

Capítulo I

Introducción.....	1
Objetivos.....	3

Capítulo II GENERALIDADES

2.1 Antecedentes históricos.....	4
2.2 Objetivos de la dinámica de procesos.....	10
2.3 Objetivos de la teoría de control.....	13
2.4 Circuitos básicos de control.....	17
2.4.1 Componentes básicos de un circuito de control.....	20
2.4.2 Circuitos de control retroalimentado (feedback).....	27
2.4.3 Circuito de alimentación directa (feedforward).....	32
2.4.4 Circuitos de control compuestos.....	34

Capítulo III TEORIA DEL CONTROL Y TECNICAS DE SOLUCION

3.1 Teoría del modelado.....	43
3.1.1 Principios de la formulación de un modelo.....	44
3.1.2 Clasificación de modelos.....	47
3.2 Dinámica en el espacio del tiempo.....	49
3.2.1 Técnicas de solución.....	48
3.2.1.1 Linealización.....	49
3.2.1.2 Variables de perturbación.....	52

3.2.2 Solución.....	54
3.2.3 Información dinámica del sistema.....	54
en el espacio del tiempo.	
3.3 Dinámica en el espacio de Laplace.....	58
3.3.1 Definición y aplicación a modelos de	58
procesos.	
3.3.1.1 Transformadas de Laplace aplicadas a...	59
modelos.	
3.3.1.2 Función de transferencia y diagrama....	64
de bloques.	
3.3.2 Información dinámica en el espacio....	67
de Laplace.	
3.4 Dinámica en el espacio de las frecuencias.....	69
3.4.1 Diferencias y ventajas.....	69
3.4.2 Diagramas de Nyquist.....	75
3.4.3 Diagramas de Bode.....	79
3.4.4 Diagramas de Nichols.....	86
3.4.5 Criterios de estabilidad de Nyquist, bode.....	86
y Nichols.	

Capítulo IV COMPONENTES DE UN CIRCUITO DE CONTROL

4.1 Elementos primarios de medición.....	96
4.1.1 Elementos de medición de temperatura.....	96
4.1.1.1 Termopares.....	97
4.1.1.2 Termómetros de resistencia.....	98
4.1.1.3 Termómetros llenos.....	98
4.1.1.4 Termómetros bimetalicos.....	100

4.1.1.5	Termómetros de líquidos en capilares..	101
	de vidrio.	
4.1.1.6	Pirómetros.....	101
4.1.2	Elementos de medición de presión.....	104
4.1.2.1	Estandares de calibración.....	104
4.1.2.2	Métodos de elemento elástico.....	104
4.1.3	Medidores de flujo.....	107
4.1.4	Medidores de nivel.....	107
4.1.4.1	Dispositivos visuales.....	108
4.1.4.2	Dispositivos activados con flotador...	109
4.1.4.3	Dispositivos de desplazador.....	109
4.1.4.4	Dispositivos de carga.....	110
4.2	Sistemas de transmisión.....	113
4.2.1	Sistemas de transmisión neumática.....	113
4.2.2	Sistemas de transmisión eléctrica.....	116
4.3	Controladores.....	119
4.3.1	Modos de control.....	122
4.3.1.1	Control proporcional.....	123
4.3.1.2	Control de dos posiciones (on-off)....	125
4.3.1.3	Control de dos posiciones con banda...	127
	muerta.	
4.3.1.4	Control integral (reset).....	131
4.3.1.5	Control proporcional con integral(PID).	133
4.3.1.6	Control con derivada (rate).....	137
4.3.1.7	Control proporcional con derivada(PD).	138
4.3.1.8	Control PID	139
4.4	Elementos finales de control.....	142

Capítulo V CONTROL DE COLUMNAS DE DESTILACION

5.1 Generalidades.....	147
5.1.1 Variables y grados de libertad.....	149
5.2 Instrumentación aplicada a la destilación.....	152
5.3 Jerarquía de control.....	154
5.4 Filosofías de control.....	155
5.4.1 Selección de las filosofías de control.....	163
5.5 Técnicas avanzadas de control aplicadas a la.....	166
destilación.	
5.5.1 Control de dos productos con salida lateral..	175

Capítulo VI MODELADO DINAMICO DE UNA COLUMNA DE DESTILACION BINARIA

6.1 Modelo de la columna de destilación.....	181
6.2 Análisis de grados de libertad.....	192
6.3 Modelo dinámico en el espacio del tiempo para una..	193
columna de destilación binaria (simplificado).	
6.4 Modelo de una columna de destilación binaria en....	195
el espacio de las frecuencias.	

Resultados.....	201
Análisis de resultados.....	240
Conclusiones.....	249
Bibliografía.....	254
Apéndice I.....	257

INDICE DE GRAFICAS

Gráfica #1	204
Gráfica #2	205
Gráfica #3	206
Gráfica #4	207
Gráfica #5	209
Gráfica #6	210
Gráfica #7	211
Gráfica #8	212
Gráfica #9	214
Gráfica #10	215
Gráfica #11	216
Gráfica #12	217
Gráfica #13	219
Gráfica #14	220
Gráfica #15	221
Gráfica #16	222
Gráfica #17	224
Gráfica #18	225
Gráfica #19	226
Gráfica #20	227
Gráfica #21	229
Gráfica #22	230
Gráfica #23	231
Gráfica #24	232
Gráfica #25	236

Gráfica #26	237
Gráfica #27	238
Gráfica #28	239

INTRODUCCION

Todas las operaciones de la ingeniería química dependen de la medida y el control de determinadas variables de proceso. La instrumentación se ha convertido en parte importante de las operaciones industriales y en la actualidad no se considera ya como equipo auxiliar, por lo que el control automático es ahora uno de los pilares de los procesos continuos. Los procesos continuos como la refinación del petróleo, exigen que cada uno de sus pasos se lleve a cabo en condiciones rigurosamente controladas en todos los momentos, por consiguiente, la aportación de instrumentos a las industrias de procesos no deben considerarse como cosa secundaria sino como una necesidad absoluta.

Dentro de las principales ventajas que se han observado a lo largo de la aplicación de la instrumentación en los procesos químicos es un mejoramiento en la calidad del producto, un estricto control de las variables que afectan al proceso y una disminución de mano de obra.

En la actualidad gran parte de las industrias que emplean columnas de destilación se han enfocado a su instrumentación adecuada para que de esta manera lograr un producto lo más puro posible.

La instrumentación y el control automático de las columnas de destilación es un tema muy extenso para poder ser presentado de una manera muy amplia, así el presente trabajo se enfoca a lo

esencial.

En este trabajo se realiza el modelado matemático de una columna de destilación con controladores automáticos tanto para producto de comos como para producto de fondos y posteriormente se realiza un programa de cómputo para la simulación del modelo tanto en el espacio del tiempo como en el espacio de las frecuencias con el fin de observar la respuesta que presenta tal columna al aplicarle una perturbación.

El trabajo se apoya en la teoría mostrada en los 6 capítulos desarrollados y que a continuación se describen:

En el capítulo II se analizan los objetivos de la dinámica de procesos así como los objetivos de la teoría de control, mostrando los diferentes tipos de circuitos de control.

En el capítulo III se menciona la teoría del modelado así como la formulación de un modelo y los tipos de modelos (de una manera general). Presenta técnicas de solución de los modelos como son: la dinámica en el espacio del tiempo, la dinámica en el espacio de Laplace y la dinámica en el espacio de las frecuencias.

El capítulo IV analiza cada una de las partes que componen un circuito de control, dando algunas definiciones.

En el capítulo V se muestran diferentes tipos de control para columnas de destilación de sistemas binarios así como filosofías de control.

Se presenta un modelo dinámico para columnas de destilación de un sistema binario en el espacio del tiempo y en el espacio de

las frecuencias.

Por último se presentan los resultados y conclusiones de las simulaciones de la columna de destilación.

OBJETIVOS

- 1) Analizar los fundamentos teóricos de la dinámica y control de procesos.
- 2) Analizar modelos a régimen dinámico para columnas de destilación de sistemas binarios.
- 3) Sintetizar y analizar diferentes sistemas de control para columnas de destilación de sistemas binarios.
- 4) Analizar las técnicas y criterios de estabilidad.
- 5) Especificar los componentes de un sistema de control para columnas de destilación de sistemas binarios.
- 6) Resolver un modelo dinámico en función de alguna técnica antes mencionada.

II GENERALIDADES

2.1 Antecedentes Históricos

El objetivo de controlar un sistema ha tenido una historia fascinante. El antecedente del control de procesos se conforma por la amplia aplicación de instrumentos y controladores en todos los tipos de plantas químicas.

Las primeras aplicaciones del control con retroalimentación se basan en los mecanismos regulados con flotador, desarrollados en Grecia en el período 0 a 300 a.c. El reloj de agua de Ktesibios usaba un regulador con flotador para mantener el nivel constante de aceite. Heron de Alejandria, quien vivió en el primer siglo d.c. publicó un libro titulado Pneumática en el cual mostró varias formas de mecanismos de nivel de agua mediante flotador. La civilización primitiva de los valles del río Mesopotamia, encontró un suministrador regulador de agua apropiado, que fue necesario para la agricultura. Los romanos inventaron un control práctico de nivel de agua similar al empleado en la mayoría de los inodoros.

Si se establece una línea divisoria en la forma de control, se observa que este puede realizarse de dos maneras: control manual y control automático. El control manual implica que en el sistema de control esté involucrado el hombre, desde este punto de vista, el control ha comenzado con los romanos desde hace unos 2,000 años. El control automático no necesita de la intervención

del hombre en el sistema de control, el cual se controla por sí mismo.

El primer sistema con retroalimentación inventado en Europa moderna, fue el regulador de temperatura de Cornelis Drebbel (1572-1633) en Holanda. Dennis Papin (1647-1712) inventó el primer regulador de presión para calderas de vapor en 1681. El regulador de presión de Papin fue una especie de regulador de seguridad semejante a la válvula de las ollas a presión.

Los sistemas de control automático aparecieron hasta mediados del siglo XVIII. El primer regulador de retroalimentación automático usado en un proceso industrial fue el regulador centrífugo de James Watt, desarrollado en 1769, para controlar la velocidad de una máquina de vapor.

El regulador de nivel de agua a base de flotador que se dice inventó I. Polzunov en 1765, es el primer sistema de regulación histórico dado a conocer por la URSS.

Durante la segunda mitad del siglo XIX se introdujeron los mecanismos de control de los operadores de vapor como aplicaciones de poder en los tiempos de las naves. Dado que las naves han alcanzado tal magnitud, que el control manual en el mecanismo de dirección lo hace más difícil, la implementación de mecanismos de control en esta área alcanzaron un gran desarrollo en esta época. El período que precede a 1868 se caracterizó

por el desarrollo de sistemas automáticos inventados intuitivamente. Los esfuerzos para aumentar la exactitud de los sistemas de control condujeron a disminuir la amortiguación de las oscilaciones transitorias o incluso a sistemas inestables. Por consiguiente fue necesario desarrollar una teoría de control automático. J. C. Maxwell formuló una teoría matemática relacionada con la teoría de control usando el modelo de ecuación diferencial de un regulador. El estudio de Maxwell consideró el efecto que tuvieron los diversos parámetros del sistema sobre su funcionamiento. Durante el mismo período, I. A. Vyhnegradskii formuló una teoría matemática de los reguladores.

Antes de la Segunda Guerra Mundial, práctica y teoría de control se desarrollaron en los Estados Unidos y en Europa Occidental de diferente forma que en la URSS y Europa Oriental. En contraste, los eminentes matemáticos y los mecánicos prácticos en la URSS estimularon y dominaron el campo de la teoría de control. Por tanto la teoría Rusa tendió a utilizar la formulación del dominio del tiempo usando ecuaciones diferenciales.

Los procesos de control reciben atención especial en Estados Unidos y en Europa. Al comienzo de 1926; en Alemania, Stein escribió sobre la generación de vapor, donde describe la retroalimentación automática aplicada a los procesos de generación de vapor. Posteriormente Wunsch y Oldenbourg desarrollaron el control de sistemas de capacitancia sencilla,

particularmente de flujo y de presión en tuberías y calentadores.

Al mismo tiempo, en Estados Unidos, Behar y Grebe, Boundy y Cermak investigaron los efectos del tiempo muerto y del retraso de procesos sobre la acción de los controladores. Smith en 1936 estudio las características de los reguladores en la estimulación para la sensibilidad, estabilidad y velocidad de acción.

Durante la Segunda Guerra Mundial se presentó un impulso muy grande para la práctica y la teoría de control automático ya que fue necesario diseñar y construir pilotos automáticos para aeroplanos, sistemas de localización de cañones, sistemas de control para antenas de radar y otros sistemas militares basados en los métodos de control por retroalimentación.

Antes de 1940 para la mayoría de los casos, el diseño de los sistemas de control fué que comprendía aproximaciones por ensayo y error. Durante la década de 1940 se incrementaron en número y utilidad los métodos matemáticos y analíticos y la ingeniería de control, de este manera llegó a ser una disciplina completa.

Después de la Segunda Guerra Mundial, con el mayor uso de la transformada de Laplace y el plano de la frecuencia compleja, continuaron dominando las técnicas del dominio de la frecuencia en el campo del control.

Durante la década de 1950 el énfasis en la teoría de control

estuvo en el desarrollo y uso de los métodos en el plano s, y, particularmente, en el enfoque de los lugares geométricos de las raíces. Durante ésta época fue posible la utilización de las computadoras analógicas y digitales como componentes del control, estos nuevos elementos de control proporcionaron una mayor capacidad para calcular con rapidez y exactitud.

Durante las dos décadas siguientes a la Segunda Guerra Mundial, ocurrieron desarrollos importantes en los campos de la aviación y la electrónica y se realizaron grandes avances en la teoría de los circuitos electrónicos. El trabajo clásico de Nyquist sobre la estabilidad de los sistemas generales de retroalimentación no fueron utilizados para los problemas de estabilidad en los sistemas de control sino más bien por un deseo de entender mejor las características de ciertos trabajos de comunicación.

Con el advenimiento del Sputnik y la era espacial se dio otro impulso a la ingeniería de control, se hizo necesario diseñar sistemas de control complejos y altamente precisos para proyectiles y pruebas espaciales. Además la necesidad de minimizar el peso de los satélites y controlarlos con la mayor exactitud posible condujo a obtener un control óptimo en los sistemas de control. Debido a estas necesidades despertaron gran interés en la última década los métodos del dominio-tiempo debidos a Lianpunov, Minorsky y otros. También L. S. Pontryagin en Rusia y R. Bellman en USA desarrollaron nuevas teorías de

control óptimo. En la actualidad parece que la ingeniería de control debe considerar tanto el dominio-tiempo como el dominio-frecuencia simultáneamente en el análisis de diseño de sistemas de control.

Puede decirse que las nuevas teorías han llevado un arte empírico del diseño de sistemas de control a una ciencia exacta, aún cuando en los procesos la necesidad del viejo arte no ha sido eliminado.

2.2 Objetivos de la dinámica de procesos

La dinámica de un proceso trata del comportamiento del mismo con respecto al tiempo. Cuando en un proceso varían sus condiciones (presión, temperatura, composición, etc.) con respecto al tiempo, el sistema se encuentra en régimen dinámico, y por el contrario cuando en el sistema sus condiciones no varían con el tiempo se alcanza el régimen estacionario. El análisis dinámico estudia el comportamiento con respecto al tiempo de procesos controlados o no controlados cuando se les introduce una perturbación.

Por otra parte, la dinámica estudia procesos microscópicos y procesos macroscópicos. La dinámica de un proceso macroscópico involucra un fenómeno local o de pequeña escala, con turbulencia y difusión, por ejemplo, en el mecanismo de una reacción química. En cuanto a la dinámica de un proceso macroscópico, esta se relaciona con un comportamiento a gran escala o global de un equipo de proceso o un conjunto de equipos de proceso, lo cual suministra la información necesaria para el estudio del posible sistema de control del equipo o el proceso.

Es conveniente dividir la dinámica de procesos macroscópicos en cuatro clases:

- 1) La primera involucra los sistemas de flujo de fluidos en los cuales intervienen los flujos de gas, líquido y lodos a través de bombas, válvulas, tanques y tuberías.
- 2) La segunda toma en cuenta los sistemas de transferencia de calor, como los convencionales intercambiadores

de tubo y coñaza o los de doble tubo, los condensadores, rehervidores, chaquetas, etc. Cabe mencionar que los intercambiadores de calor también incluyen el flujo de fluidos.

- 3) La tercera clase son los sistemas de transferencia de masa, de esta clasificación, constan las columnas de destilación, los extractores, absorbedores, adsorbedores, cristalizadores, etc. La transferencia de masa raramente tiene lugar sin flujo de fluidos y transferencia de calor simultánea.
- 4) El último grupo de la clasificación es el sistema de reacciones químicas. Aquí toma parte la cinética de las reacciones químicas así como la transferencia de masa y calor y el flujo de fluidos.

Un fenómeno interesante que surge del estudio dinámico de un proceso es el reconocimiento de operaciones unitarias convencionales para su diseño. En la mayoría de los casos las condiciones de operación son fijadas y el problema es encontrar el tamaño apropiado de un intercambiador de calor, el número exacto de platos de una columna de destilación o el diámetro más económico de una tubería.

Una importante aplicación de la dinámica, radica en que permite saber en que momento un proceso queda fuera de control, analiza las posibles causas de catástrofe y suministra los medios para diseñar sistemas de emergencia, así como paros y arranques de una planta de proceso. Las situaciones que se presentan en

una planta de proceso se deben analizar preferentemente antes de la construcción.

Por ejemplo, en una planta de proceso la situaciones de falla más frecuentes son: las fallas en el suministro de potencia eléctrica, de agua de enfriamiento, de vapor, de agua contra incendio (en el momento en que se requiere) y servicios generales como aire, gas inerte, etc. Con menos frecuencia se presenta la interrupción en la operación de la planta, ocasionada por fuego o explosiones, derrames y por reacciones fuera de control.

Estas situaciones de falla no son los problemas típicos que un ingeniero químico encontrará, sin embargo, si ilustran una situación para el uso del estudio dinámico de un proceso. Regularmente el ingeniero químico se enfrenta a situaciones menos drásticas, como sería el caso de un diseño de una columna de destilación, etc.

El ingeniero de proceso debe determinar las dimensiones de la columna, de los tanques y el equipo auxiliar, (de todos ellos forman parte de los costos fijos), en relación a la energía, operación y mantenimiento (costos de operación).

Por lo ya antes mencionado, la dinámica de los procesos involucra el modelado de sistemas con el fin de optimizar los costos de inversión, los costos de operación, el lograr el control automático y suministrar procedimientos para las operaciones de arranque, paro y emergencia de una planta de proceso.

2.3 Objetivos de la teoría de control

Si se desea producir un producto de calidad uniforme, el control del proceso debe compensar los efectos de perturbación y mantener una calidad constante del producto. Esto es, el control de punto de ajuste (set point), y el problema de compensar las perturbaciones tan rápido como sea posible sin llegar a la inestabilidad, a esto se le llama "problema regulador".

Cuando se tiene otra situación, como es el caso de la manufactura de algunos plásticos, en el que ocasionalmente se desea cambiar de un grado de calidad a otro con la mínima producción de intermediarios, a este tipo de problemas se les llama "servo", y también involucra el control de punto de ajuste. Ambos problemas pueden ser resueltos con las mismas matemáticas básicas, pero para un sistema dado, un tipo de manejo puede dar buenos resultados y el otro pésimos.

El control de punto de ajuste es una forma de control en la cual se mantiene la diferencia a estado estacionario entre el punto de ajuste (valor deseado) y la variable de medición en cero o en un valor pequeño aceptable. Si el punto de ajuste es cambiado el sistema de control debe inducir a la variable de medición al nuevo valor de punto de ajuste. Cuando una perturbación ocurre en el sistema, esta fuerza a la variable de medición a salir de su valor deseado, el sistema de control debe inducir a la variable de medición a que regrese al valor deseado o punto de ajuste. Usualmente aunque no siempre, la acción del

controlador debe ser inmediata para evitar que el sistema caiga en la inestabilidad.

Para poder comprender claramente en que consiste el proceso de control, en la fig. 2.1 se muestra un esquema de control de los fondos de una columna de destilación. Este tipo de control queda establecido por el análisis dinámico del sistema en particular. El sistema de control se elige para mantener el control de la composición de los fondos constante, y para este fin es deseable mantener una temperatura constante en la sección de agotamiento.

Con la finalidad de mantener una temperatura constante en la sección de agotamiento, se tiene un transmisor de temperatura (TT) el cual transmite la señal de temperatura (variable controlada) a un registrador de temperatura (TRC) el que se encuentra en un tablero de control, este manda una señal al registrador controlador de flujo (FRC) que se localiza también en el tablero de control, que en este caso se trata de una válvula de control la cual deja pasar mayor o menor flujo de vapor (variable manipulada) al rehervidor.

El rehervidor por su parte tiene un sistema de control de nivel de líquido, consta de un transmisor de nivel (LT), y un indicador controlador de nivel (LIC) instalado en el tablero de control, del tablero se envía una señal al elemento final de control (válvula de control), el cual recibe la orden de abrir la válvula para dejar salir mayor flujo de líquido cuando el nivel del rehervidor es alto, y de cerrar la válvula cuando el nivel del líquido es bajo en el rehervidor a fin de dejar salir menor

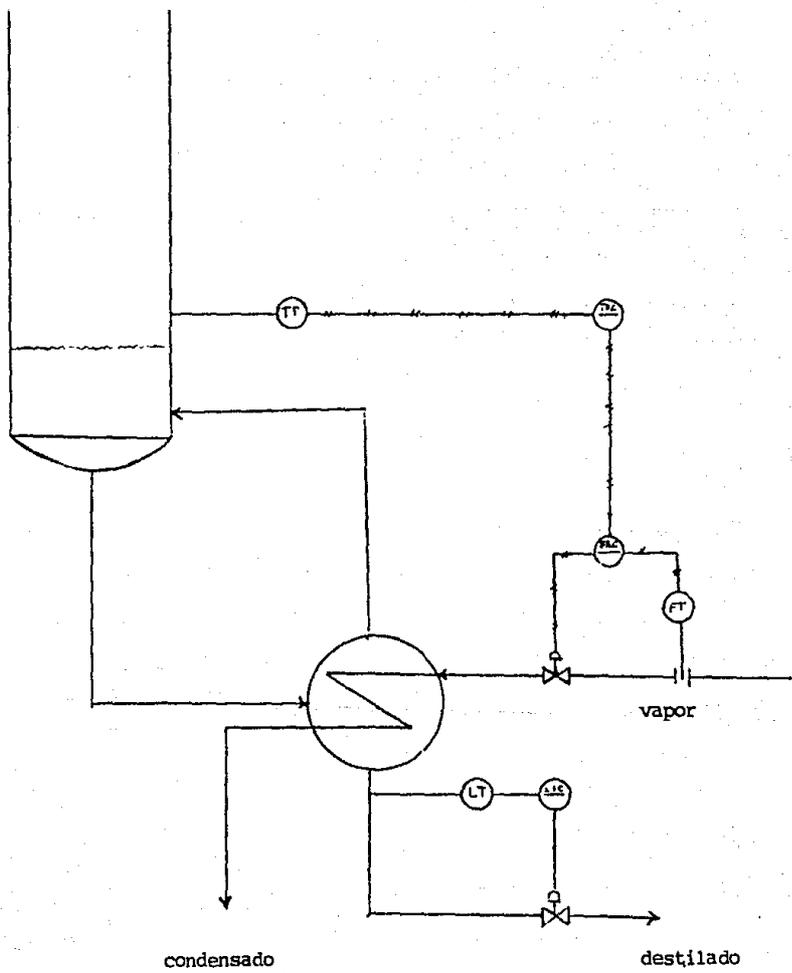


Figura 2.1 Control de los fondos de una columna de destilación.

flujo del líquido.

Generalmente el objetivo de la teoría de control, es determinar el valor de las variables manipuladas (a partir del análisis dinámico) que establezcan un balance entre todas las influencias sobre la variable controlada a fin de mantenerla estable en un valor deseado (punto de ajuste). Otros factores como la velocidad de respuesta, forma de respuesta y la interfase del operador, son también importantes en el diseño de sistemas de control.

2.4 Circuitos básicos de control

El sistema de control que se muestra en la fig. 2.2 se conoce como un circuito abierto. Los sistemas de control con circuito abierto son aquellos en que la información sobre la variable controlada no se emplea para controlar alguna de las variables de entrada del sistema, a fin de compensar perturbaciones en las variables de proceso.

El concepto de "circuito abierto" se emplea con frecuencia en las exposiciones que tratan de sistemas de control, para indicar que se está estudiando la dinámica no controlada del proceso.

Los sistemas de control del circuito cerrado son los más empleados en los procesos de ingeniería química, el circuito cerrado implica que de la variable controlada se obtiene información para manipular cualquiera de las variables de entrada del proceso, como se muestra en la fig. 2.3. Dentro de los sistemas de control de circuito cerrado se encuentran los circuitos de retroalimentación (feedback), que es el caso de la fig. 2.3, los circuitos de alimentación directa o hacia adelante (feedforward), y los circuitos compuestos. Pero antes de referirnos a estos circuitos básicos de control se conviene mencionar las partes de que consta un circuito de control, así como conceptos importantes para el estudio de los mismos.

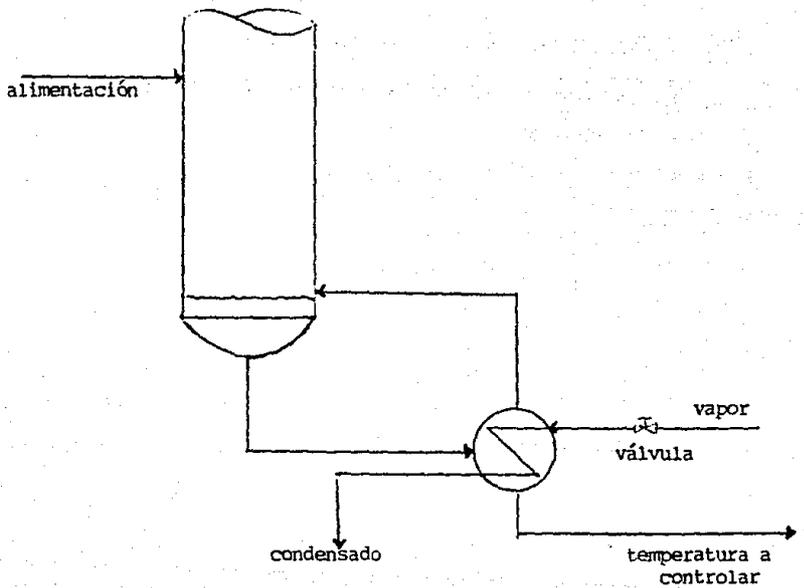


Figura 2.2 Circuito de control abierto.

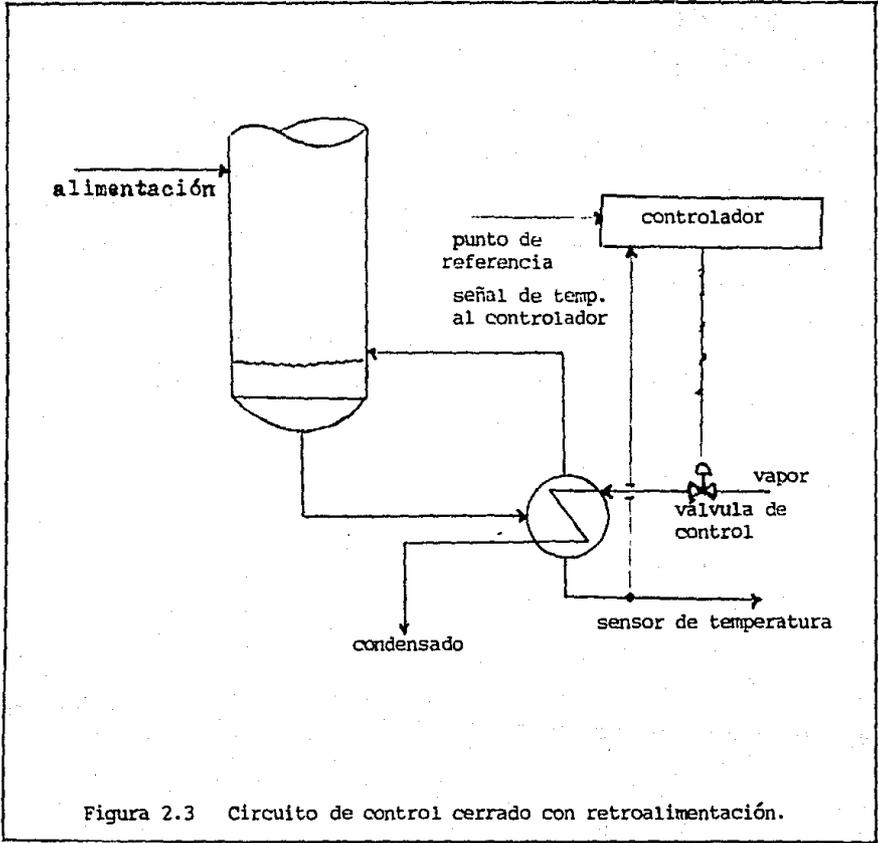


Figura 2.3 Circuito de control cerrado con retroalimentación.

2.4.1 Componentes básicos de un circuito de control

Un sistema de control se puede representar por medio de un diagrama de bloques. Estos bloques son los componentes básicos del sistema de control. A continuación se describen cada uno de ellos en función de la fig. 2.4:

* Elemento primario de medición:

Este componente sirve para medir la variable controlada o de carga. Generalmente es una placa de orificio (en el caso de medición de flujo), un rotámetro, un termocople u otro detector de temperatura o un tubo Bourdon para la medición de presión, también puede ser tan sofisticada como un analizador infrarrojo para analizar la composición de corriente de proceso.

* Transmisor:

Este es un aparato el cual se conecta al elemento primario de medición, el cual produce una señal de salida para su transmisión. El instrumento tiene un "span" (diferencia algebraica entre los valores superior e inferior del rango que maneja el aparato) de entrada nominal correspondiente a un span de salida estandar. Para instrumentos neumáticos el span de salida más común es de 3.0 a 15.0 v. ó 1.0 a 5.0 ma. La transmisión de la señal neumática, comúnmente se realiza en un tubo de 1/4 de pulgada o de 3/8 de pulgada.

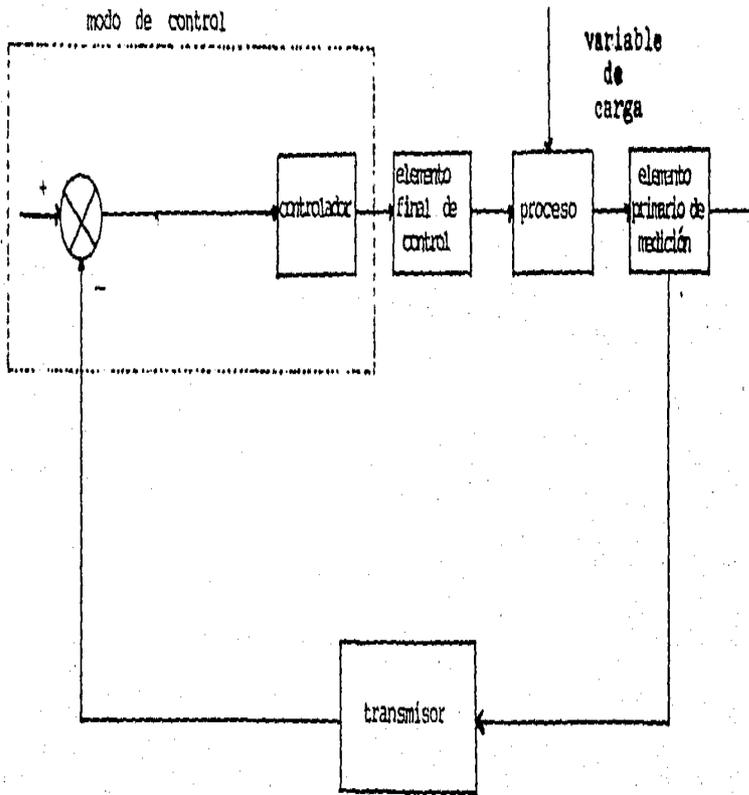


Figura 2.4 Componentes básicos de un circuito de control

* Estación manual-automática:

Muchos procesos de control están previstos de un operador humano para ejercer el control manual durante situaciones de arranque, paro y emergencias. La estación manual-automática no se incluye en la fig. 2.4, debido a su empleo discontinuo.

* Controlador:

La misión del controlador, es la de ajustar al elemento final de control con la información suministrada por el transmisor. El controlador consta de un comparador en el cual la variable controlada es comparada con el punto de ajuste establecido. La señal de la variable controlada entra al comparador con signo negativo para fines de control. Al comparar el punto de ajuste con la variable controlada se obtiene un error que alimentará al modo de control del controlador. Existen varios modos de control, entre los que se encuentra los proporcionales, integrales, abierto-cerrado, derivativo, los cuales son los más empleados.

* Elemento final de control:

Este elemento recibe la señal correctiva del controlador y actúa directamente sobre la variable manipulada para mantener ésta en los límites deseados. Generalmente el elemento final es una válvula de control, aunque en ocasiones suelen ser manmparas, percianas, etc.

En cuanto a conceptos básicos es importante mencionar los

tipos de variables involucradas en el proceso. Básicamente son tres los tipos de variables, las cuales se muestran en la fig. 2.5. Este simple ejemplo ilustra a las tres categorías de variables, las cuales son:

- 1.- Variable controlada.
- 2.- Variable manipulada.
- 3.- Variable de carga.

Las variables controladas son los parámetros que fijan la calidad de un producto o las condiciones de operación del producto tales como la presión, nivel, temperatura, pH, densidad, composición y otras variables que dependen del proceso.

Las variables manipuladas incluyen la posición de la válvula, la velocidad del motor, etc. Un circuito de control es a menudo manipulado para controlar otra variable en esquemas de control más complicados, por ejemplo, una variable de flujo es manipulada para controlar una temperatura o un nivel.

Las variables de carga son definidas como todas las variables que afectan a la variable controlada, siempre y cuando no sean las variables manipuladas. Las variables manipuladas y de carga influyen sobre la variable controlada, a menudo una variable controlada en un proceso es una variable de carga para otro, por ejemplo, la temperatura de salida de un condensador de una torre de destilación afecta a otras variables de la planta, como es el caso de la entrada como alimentación a otra torre de destilación.

Las variables de carga introducen perturbaciones del proceso las cuales pueden ser de varios tipos, como son la de escalón, la

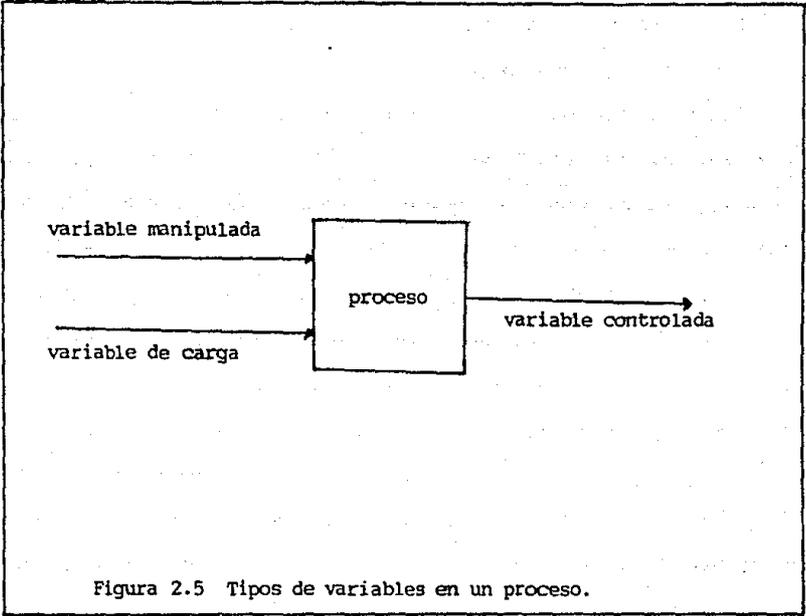


Figura 2.5 Tipos de variables en un proceso.

de pulso, de impulso y la sinusoidal.

La perturbación de tipo escalón es una función que cambia instantáneamente de un nivel a otro y después el nuevo valor de la función permanece constante. Si el tamaño del escalón es igual a la unidad, la perturbación es llamada función de escalón unitario. La respuesta de un sistema a una perturbación de tipo escalón es conocida como una respuesta de tipo escalón o como respuesta transiente.

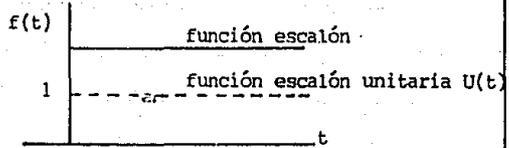
Una perturbación de tipo pulso es una función de forma arbitraria, que comúnmente va de rectangular a triangular. Este tipo de perturbación tiene la peculiaridad de que el nivel en que empieza la perturbación es el mismo en que termina. Un pulso rectangular es simplemente la suma de una función de tipo escalón positivo hecha a un tiempo igual a cero y una función de tipo escalón negativa hecha a D minutos después. D es el tiempo de retraso o tiempo muerto.

La perturbación de tipo impulso es definida como la función Delta de Dirac, la cual se caracteriza por tener un altura infinita, una base de longitud cero y una área igual a la unidad.

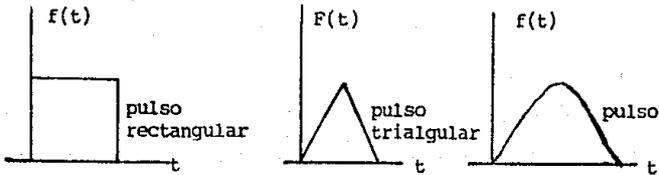
Las perturbaciones de tipo rampa son funciones que cambian linealmente con el tiempo.

En cuanto a las perturbaciones de tipo sinusoidal, entradas de tipo seno o coseno raramente ocurren en sistemas reales de ingeniería química, sin embargo, la principal utilidad de estas funciones radica en el estudio de análisis de la respuesta de frecuencia. La fig. 2.6 muestra las diferentes perturbaciones.

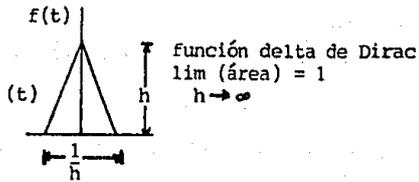
A) Escalón



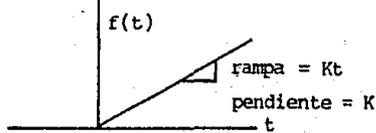
B) Pulsos



C) Impulso



D) Rampa



E) Onda seno

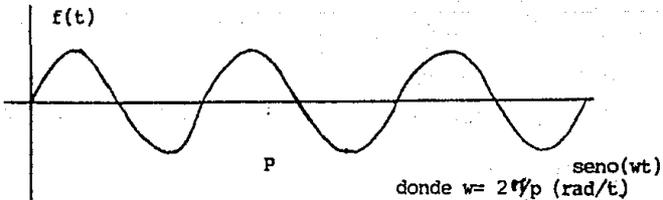


Figura 2.6 Tipos de perturbaciones.

2.4.2 Circuito de control retroalimentado (feedback)

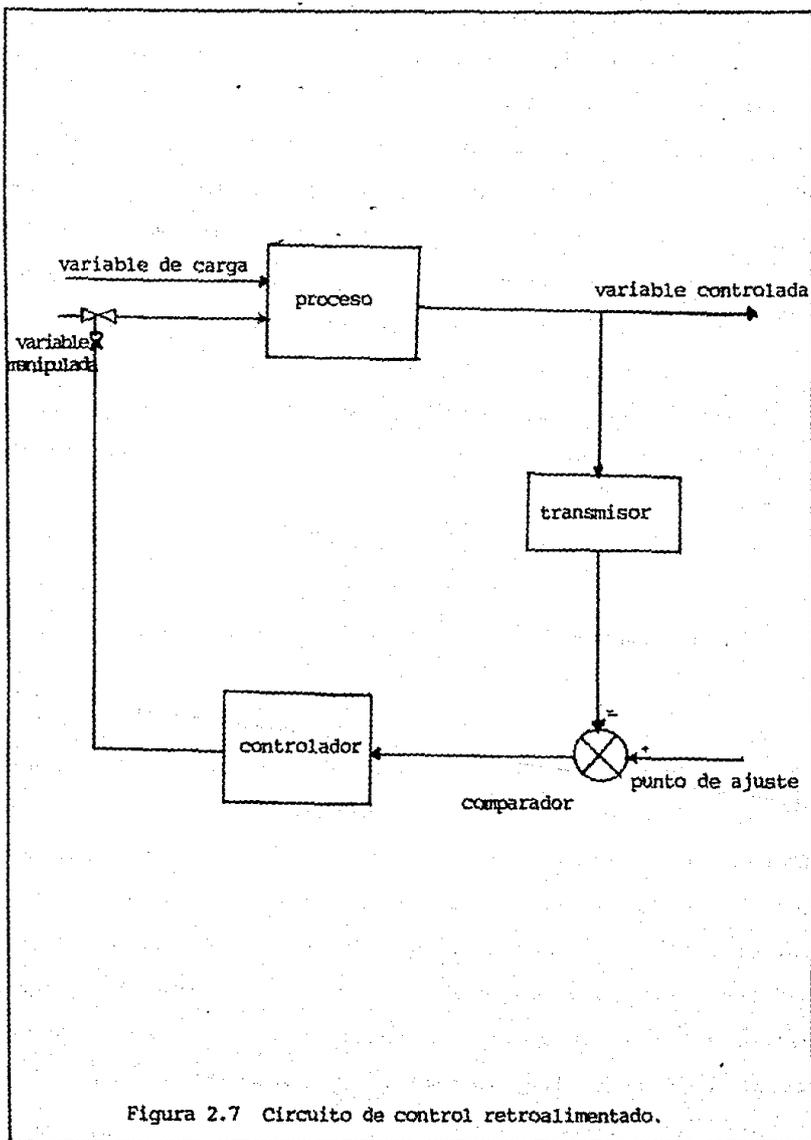
Este circuito de control es el más utilizado para el control de procesos, la estructura básica de un circuito retroalimentado se muestra en la fig. 2.7.

El valor de la variable controlada corresponde al efecto neto de las variables manipuladas y de carga. Un sensor transmisor mide el valor de la variable controlada y manda una señal al controlador retroalimentado, donde la señal es comparada (por substracción) a un valor de referencia.

La función de control dentro del controlador genera una señal, la cual controla la válvula en base al signo y magnitud de la diferencial entre la medición y el valor de referencia al punto de ajuste.

En el esquema ilustrado en la fig. 2.7, un transmisor envía continuamente una señal de la variable controlada al controlador, esta señal substraida de un valor que representa un punto de ajuste de la variable controlada. Si estos valores son los mismos, la posición normal del elemento final de control permanece en un punto, y el controlador no cambiará su señal de salida. Sin embargo, si el valor actual es diferente al valor de referencia o sea al punto de ajuste, el controlador cambiará su señal de salida en el sentido en que accione al elemento final de control a fin de corregir la perturbación introducida al sistema.

Los controladores retroalimentados resuelven el problema de control a través de un procedimiento de prueba y error, asumiendo que el cambio en las variables de carga hacen que varíe la



variable controlada y el controlador ejercerá la acción de enviar la señal al elemento final de control para realizar las correcciones al sistema por medio de la variable manipulada.

Todos los controladores retroalimentados tienen elementos comunes como se muestra en la fig. 2.8.

El control retroalimentado simple, tiene dos entradas y una salida. Una entrada será la señal medida del transmisor; la otra, el valor de referencia. Para los controladores retroalimentados la señal de referencia es llamada punto de ajuste, la cual representa el valor deseado de la medición.

Para circuitos de control simples, la señal de referencia se introduce directamente por el operador y es llamado punto de ajuste local. En esquemas complicados de control, esta señal puede venir de otro instrumento y es definido como un punto de ajuste remoto.

Un circuito de retroalimentación puede ser positivo o negativo. Su diferencia es crucial para el funcionamiento de los circuitos de control. Generalmente el circuito de retroalimentación negativo se utiliza para fines de control.

Como ya se mencionó, dentro del controlador, el valor de medición y el del punto de ajuste son comparados por substracción, esta diferencia se llama "error" y es la entrada a el mecanismo, circuito y algoritmo que genera la señal de salida. Generalmente, esta respuesta contiene componentes proporcional (P), integral (I) y derivativo (D) o ambos juntos (PID), aunque

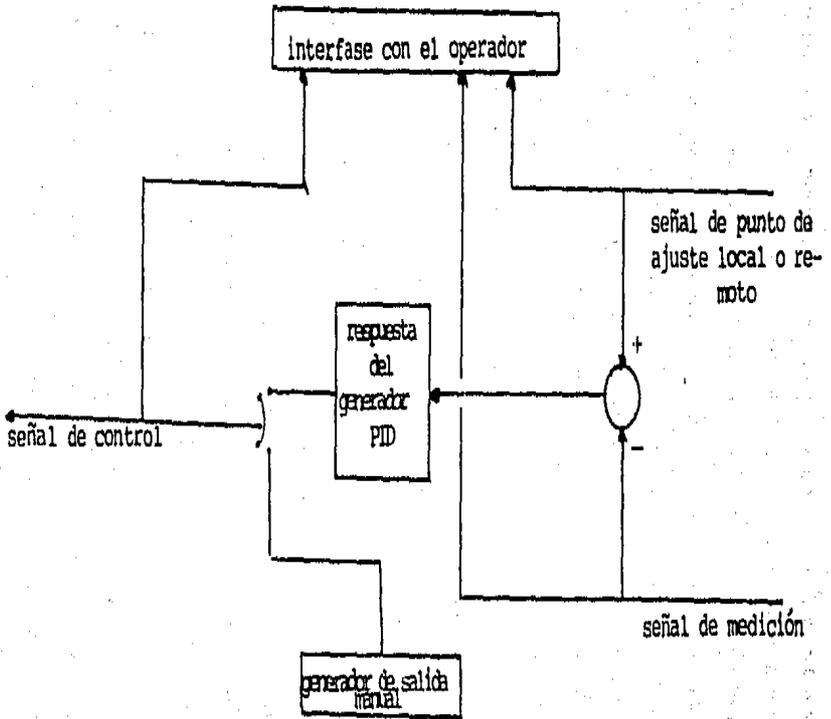


Figura 2.8 Elementos comunes de un circuito retroalimentado.

no todos estos componentes están siempre presentes en todos los controladores. Los modos proporcional y el integral responden al error, mientras que el modo derivativo usualmente responde directamente a la medición. La suma de las respuestas individuales forma la señal de control automático.

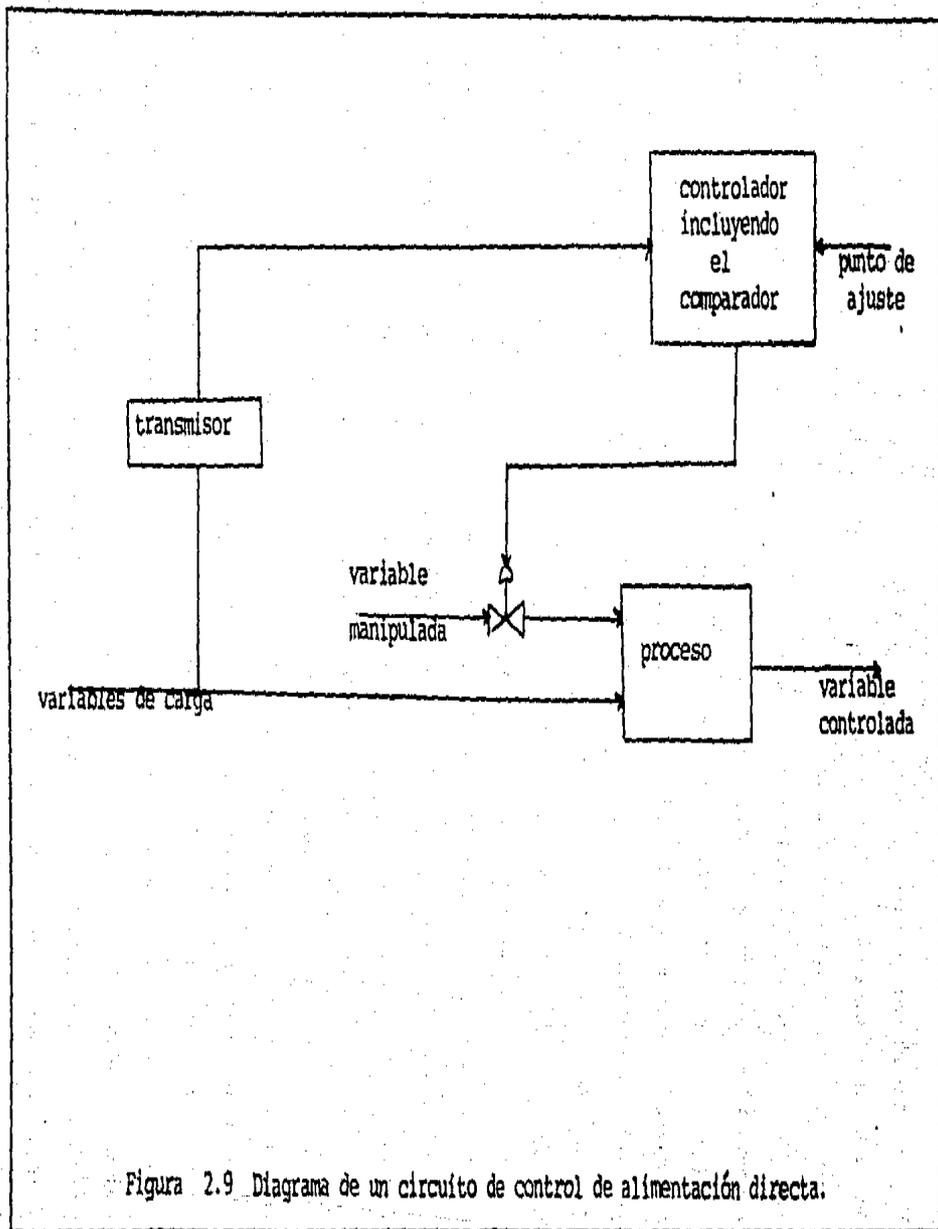
El control por retroalimentación, presenta las ventajas de ser económico además de que no requiere conocer a fondo el proceso, pero, su principal desventaja es que la perturbación entra al sistema antes de ser detectada y por lo tanto se requiere más tiempo para corregir la variable controlada con la ayuda de la variable manipulada.

2.4.3 Circuito de alimentación directa (feedforward)

El circuito de alimentación directa ofrece un control mejorado ya que responde directamente a los trastornos que van a introducirse al sistema. En la fig. 2.9 se ilustra un diagrama de bloques de este tipo de sistemas.

En estos sistemas las transmisiones miden los valores de las variables de carga y una unidad de cálculo compara las señales correctas de las variables de carga y los valores de referencia (punto de ajuste), de esta forma, cambios en las variables de carga causa un cambio directo en la señal de control sin esperar que la variable controlada sea perturbada.

Esta técnica es más complicada y más costosa, requiere un mayor entendimiento del proceso en comparación del control por retroalimentación que trabaja a base de prueba y error; por esto el control de alimentación directa es reservado para aplicaciones difíciles y críticas. Otra de las desventajas de estos circuitos de control es la detección de las perturbaciones, si no se puede medir la perturbación antes de que entre al sistema, entonces no se puede emplear este tipo de control.



2.4.4 Circuitos de control compuestos

De los circuitos de control compuestos, el más común es el de alimentación directa con retroalimentación. Las ventajas del control de alimentación directa es que pueden compensar algunas de las desventajas del control retroalimentado y viceversa. Más específicamente, la porción de alimentación directa del sistema puede ser usada para intentar compensar la más seria o significativa variable de carga y la porción de retroalimentación puede corregir las imperfecciones de la porción de alimentación directa así como otras variables de carga (fig. 2.10). El medidor de flujo y controlador de la porción de alimentación directa del sistema, es combinada en una sola unidad. Cuando el cambio en la velocidad de flujo, F , es detectada por el medidor y el controlador de flujo intenta compensar con una propiedad o cambio de posición de la válvula de control.

El controlador de concentración detecta cambios en concentración del producto (variable controlada); por consiguiente este es un arreglo retroalimentado. El diagrama de bloques para dicho sistema se muestra en la fig. 2.11.

La orientación sigue la convención de poner al punto de ajuste a la izquierda del diagrama y el valor real de la variable controlada a la derecha del mismo. Las porciones de retroalimentación y alimentación directa son evidentes por las direcciones de las flechas. Se debe notar que no hay relación directa entre el dibujo físico del sistema y el diagrama de bloques, este es el caso en sistemas de control de procesos.

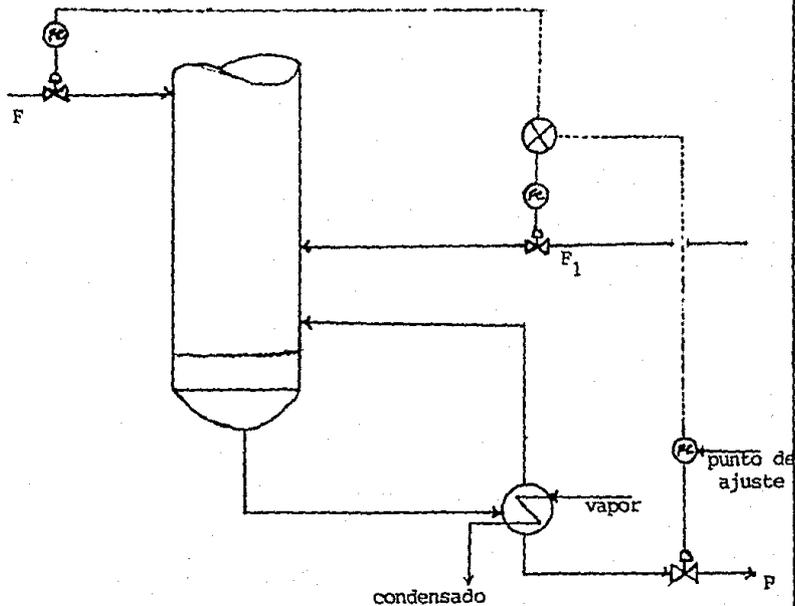


Figura 2.10. Circuito compuesto de alimentación directa retroalimentada.

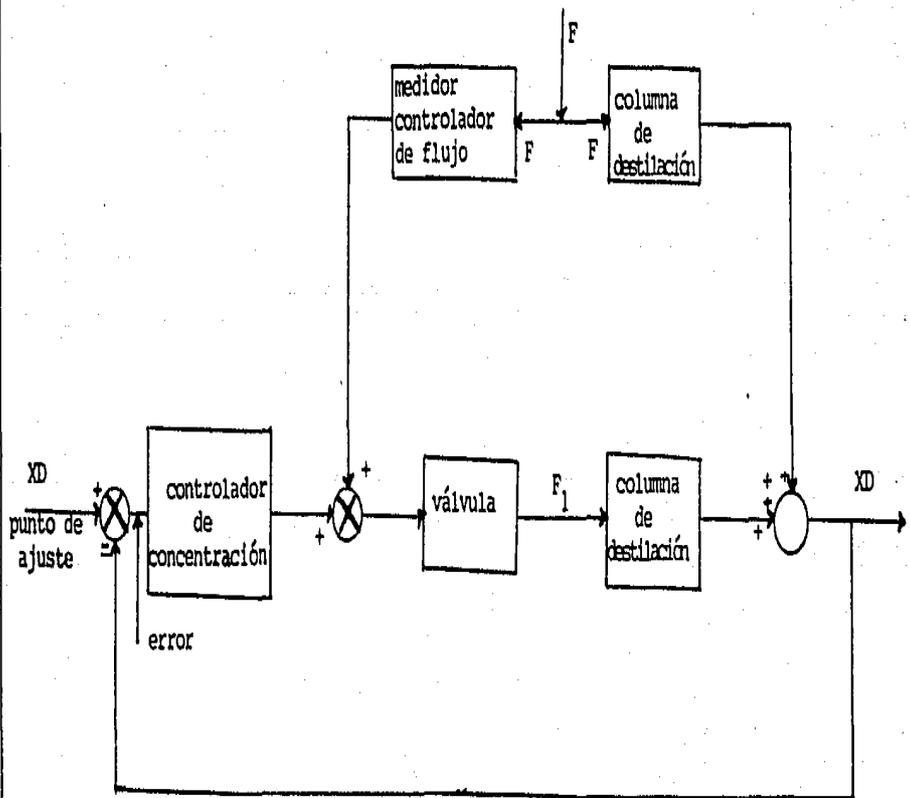


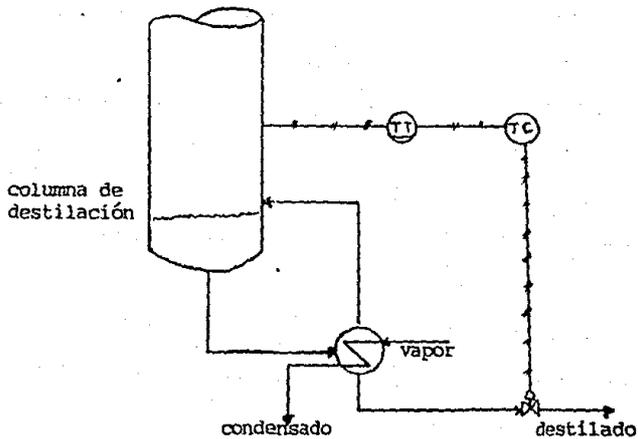
Figura 2.11 Diagrama de bloques para la figura 2.10.

Otro circuito de control compuesto importante es el "control en cascada". Este tipo de circuitos se usa frecuentemente en las plantas de proceso. Un circuito de control en cascada tiene dos controladores retroalimentados, con la señal de salida del controlador maestro dirigida hacia el punto de ajuste del controlador esclavo, del cual parte una señal de salida hacia la válvula de control (fig. 2.12).

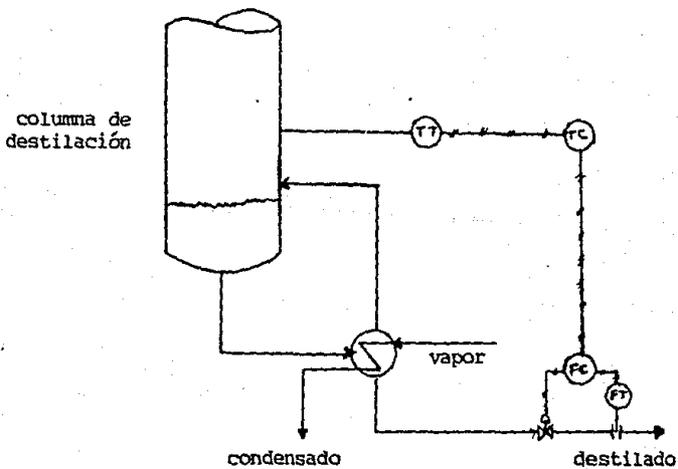
El propósito primario del control en cascada es eliminar los efectos de la menor perturbación. Por ejemplo, considerando el sistema de la columna de destilación-rehervidor (fig. 2.12), se supone una caída de presión en la válvula de control de tal manera que la velocidad de flujo decrezca. Con el circuito simple de control de temperatura, ninguna corrección se hará hasta que se reduce la velocidad del flujo de vapor proveniente del rehervidor y el flujo bajo de vapor provoque el descenso de la temperatura en el plato N. En consecuencia el fondo de la columna, tendrá una perturbación debido a un cambio en la presión del vapor suministrado.

Con el sistema de control en cascada, el controlador de flujo de vapor, inmediatamente detecta la disminución en el flujo de vapor, y abre la válvula del vapor para regresar el flujo de vapor a su valor del punto de ajuste. Por lo tanto el rehervidor y la columna nunca serán afectados por perturbaciones de la presión del vapor suministrado.

Uno más de los controles compuestos es el "control de relación". Es un tipo especial de control hacia adelante donde dos perturbaciones (cargas) son medidas y mantenidas mutuamente



A) convencional



B) cascada

Figura 2.12 Control de temperatura de los fondos de una columna.

en una relación constante. Este control es usado para controlar la relación de la velocidad de flujo de dos corrientes. Ambas velocidades de flujo son medidas pero sólo una puede ser controlada. La corriente cuya velocidad de flujo no esta bajo control se le llama "corriente salvaje".

La fig. 2.13 muestra dos diferentes configuraciones de control de relación para dos corrientes. La corriente A es la corriente no controlada.

En la configuración (a), se miden ambas velocidades de flujo y se toma su relación. Esta relación se compara con la relación deseada (punto de ajuste) y la desviación entre las relaciones (medida y deseada), constituye la señal actuadora para el controlador de relación.

La configuración (b) mide la velocidad de flujo de la corriente A (no controlada) y se multiplica por la relación deseada. El resultado es la velocidad de flujo que la corriente B tendría y constituye el valor del punto de ajuste, el cual es comparado con la velocidad del flujo medido de la corriente B. La desviación constituye la señal que acciona al controlador, y ajustará apropiadamente el flujo B.

El control por relación es muy usado en procesos químicos y sus principales aplicaciones son:

- Mantener una relación constante entre la velocidad de flujo de alimentación y la corriente en el reboiler de una columna de destilación.
- Mantener constante la proporción de reflujo en una columna de destilación.

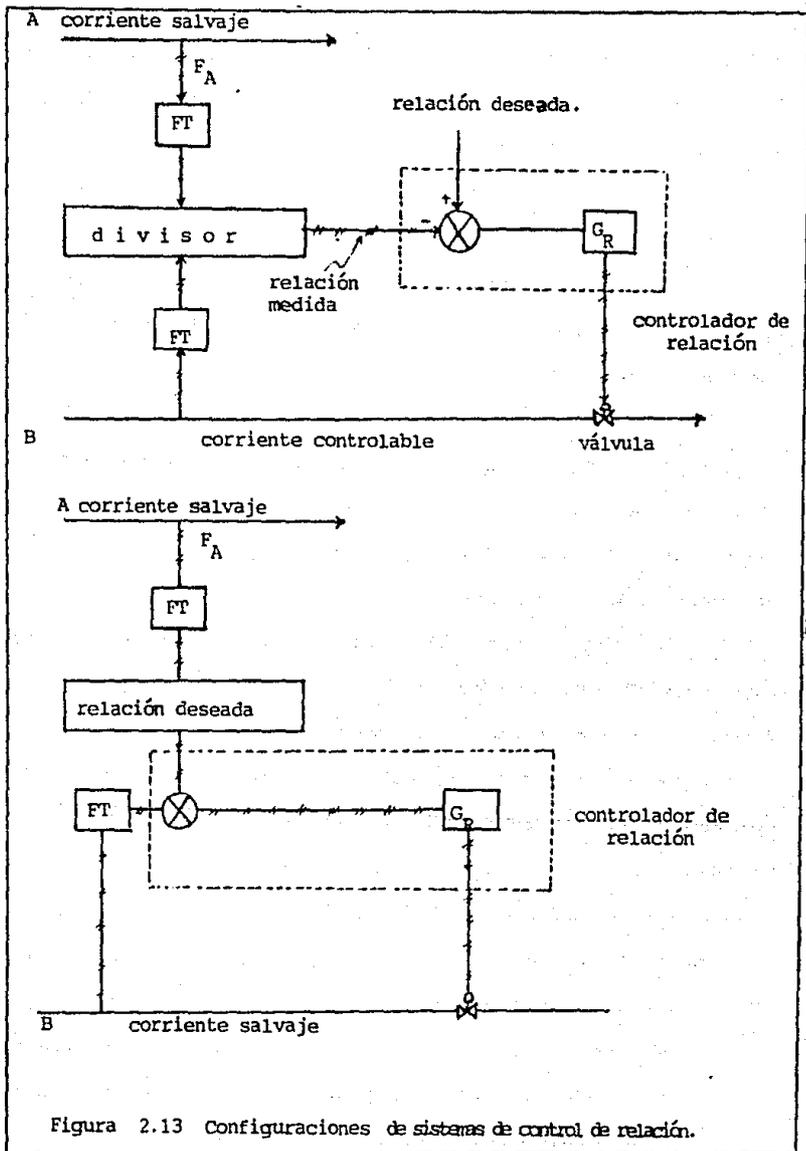


Figura 2.13 Configuraciones de sistemas de control de relación.

- Mantener la relación de dos corrientes de mezclado constante para tener la composición de mezclado constante en un valor deseado.
- Mantener la relación de una corriente de purga constante para una corriente de recirculación.
- Guardar la relación de la velocidad de flujo de líquido-velocidad de flujo de vapor en un absorbedor constante, de tal forma que se logre la composición deseada en la corriente de vapor de salida.

Otro tipo de control es el de "control de rango dividido", el cual se caracteriza por tener sólo una medición (la salida controlada) y más de una variable controlada.

Ya que sólo hay una salida controlada, se tiene solamente una señal de control, dividida en dos partes, cada cual afectada igualmente por las manipulaciones disponibles. Por otro lado, se puede controlar una sola salida del proceso coordinando las acciones de algunas variables manipuladas, las cuales tienen el mismo efecto sobre la variable de salida controlada. Tales sistemas no son muy comunes en procesos químicos pero proveen una seguridad adicional y una optimización operacional siempre que sea necesaria.

Como último sistema de control compuesto, se presentan los sistemas de "control selectivo". Involucran una variable manipulada y algunas variables controladas. Puesto que con una variable manipulada se puede controlar una variable de salida, los sistemas de control selectivos transfieren la acción de

control de una salida controlada a otra, según sea necesario. Hay algunos tipos de sistemas de control selectivos. A continuación se discutirán solo dos, que son los más representativos:

El primero es el "control prevaeciente" para protección de equipo de proceso, y es llamado "control de predominio". Durante la operación normal de una planta o durante su arranque o paro, es posible que surjan situaciones de peligro. Estas pueden llevar a la destrucción del equipo y/o provocar la muerte del personal de operación. En tales casos es necesario cambiar la acción de control normal e intentar prevenir una de las variables de proceso, no excediendo a un límite permisible (inferior o superior). Esto se puede lograr a través del uso de interruptores de tipo especial. El interruptor-selector-alto (HSS) es usado siempre que una variable no deba exceder un límite superior y el interruptor-selector-bajo (LSS) es empleado para prevenir que una variable de proceso exceda un límite inferior.

El segundo control selectivo, es el "control subastado". Estas configuraciones del control seleccionan de entre algunas mediciones similares a una con el valor más alto (o más bajo) y alimentan esta información al controlador. Así, éste es un controlador selectivo que procesa algunas variables de salida de medición y una entrada manipulada.

III TEORIA DEL MODELADO Y TECNICAS DE SOLUCION

3.1 TEORIA DEL MODELADO

Como ya se mencionó, la dinámica de los procesos trata su comportamiento con respecto al tiempo, y para dar una explicación de dicho comportamiento se emplean modelos. Los modelos matemáticos son de utilidad en todas las fases de la ingeniería química, como son: la investigación, el diseño y el desarrollo hacia la operación de una planta.

En cuanto a la investigación, se requiere determinar parámetros en el laboratorio, datos de reacción en una planta piloto, efectos en las condiciones de operación para estudios de optimización. Por la parte de diseño se explora arreglos y dimensionamientos de equipo de proceso; estudiando las interacciones de varias partes de procesos, también se evalúan alternativas de estrategias de control; simulando situaciones y procedimientos de arranque, paro y emergencia. En cuanto a la operación de la planta, se analizan problemas de control, así como efectos y requerimientos para expansión de proyectos y la optimización de los procesos.

A manera de tratar de una forma eficiente y sistemática con problemas que involucran dependencia con el tiempo, se debe tener una descripción del proceso involucrado para intentar dar una explicación matemática del fenómeno que ocurre en dicho proceso y para este fin se hace descripción de un modelo.

El modelo es una representación o abstracción de una situación u objetos reales que muestra las relaciones (directas e

indirectas) y las interrelaciones de la acción y la reacción en términos de causa y efecto. Como un modelo es una abstracción de la realidad, puede parecer menos complicado que la misma. Para que sea completo, el modelo debe ser representativo de aquellos aspectos de la realidad que se están investigando.

Una de las razones básicas para el desarrollo de modelos es la de descubrir cuales son las variables importantes o pertinentes.

La selección de las variables pertinentes está estrechamente asociado con la investigación de las relaciones que hay entre las variables. Se utilizan técnicas cuantitativas como las estadísticas y la simulación para investigar las relaciones que hay entre las muchas variables de un modelo.

Un modelo aumenta el entendimiento del problema y se puede visualizar mejor la solución del mismo. Con el establecimiento de dicho modelo, se obtienen beneficios adicionales, ya que, el estudio del modelo se realiza matemáticamente, lo cual nos ayuda a explicar fenómenos que de otra manera no podrían ser comprendidos.

3.1.1 Principios de la formulación de un modelo

El modelado se fundamenta en cinco pasos:

- 1) Las leyes fundamentales (que son propiamente las bases para el desarrollo del modelo).
- 2) Las suposiciones para desarrollar el modelo.
- 3) La consistencia matemática.

- 4) La solución del modelo.
- 5) La verificación del modelo.

Leyes fundamentales: las bases para los modelos matemáticos son los fundamentos físicos y leyes químicas, tales como las leyes de conservación de masa, energía y momentum, al igual que las leyes termodinámicas y cinéticas. Para el estudio de la dinámica de los procesos se deben emplear las leyes pertinentes según sea el caso en su forma general con las derivadas en función del tiempo incluidas en cada ley fundamental.

Suposiciones: probablemente el papel más vital que juega el ingeniero en el modelado es el de ejercer en buen juicio para que las suposiciones puedan ser válidas. Obviamente un modelo extremadamente riguroso que incluye todos los fenómenos puede ser tan complejo que puede tomar un largo tiempo para su desarrollo y puede ser imposible de resolverlo. Una de las principales finalidades de la ingeniería es el de diseñar un modelo del proceso que se ajuste a las condiciones elegidas para su manejo sin tener grandes complicaciones en la solución de éste.

Las suposiciones que sean hechas deben ser cuidadosamente consideradas y listadas. Esto impone limitaciones sobre el modelo y las suposiciones deben tomarse en cuenta cuando se analizan los resultados obtenidos para así poder dar la respuesta correcta en cuanto a las limitaciones de dicho modelo.

Consistencia matemática del modelo: una vez que todas las ecuaciones del modelo matemático han sido escritas, es de utilidad (en sistemas complejos) el checar que el número de

variables sea igual al número de ecuaciones, esto se logra obteniendo los grados de libertad para el sistema. Para que se logre una única solución, el número de ecuaciones debe ser igual al número de variables (esto se explicará en un capítulo posterior).

Esta clase de consistencia puede ser trivial pero de acuerdo a la experiencia, este tipo de análisis puede salvar muchas horas de trabajo, confusión y tiempo de computo innecesario.

El checar todas las unidades de todos los términos en todas las ecuaciones aseguran una respuesta correcta al sistema de ecuaciones. Es necesario tener un cuidado particular de los parámetros con unidades de tiempo en los modelos dinámicos.

Solución del modelo: en este punto se desprenden dos tipos de solución (analítica y numérica). La solución que siempre conviene obtener es la analítica ya que nos da un panorama más general acerca del proceso que se está estudiado. La solución numérica se prefiere en los casos en que la solución analítica es difícil o imposible. Este tipo de solución tiene el inconveniente de que se obtiene una solución puntual y no se tiene una visión amplia del proceso.

Cabe señalar que se deben elegir técnicas de solución seguras y eficientes para tener una confiabilidad en los resultados obtenidos.

3.1.2 Clasificación de los modelos

En ingeniería química son tres los tipos de modelos más empleados:

- 1) Modelos empíricos.
- 2) Modelos mecanísticos.
- 3) Modelos empíricos-mecanísticos.

Los modelos de tipo empírico se basan en la experiencia (ajuste de datos). El segundo tipo que son los modelos mecanísticos se basan en las leyes fundamentales como son la conservación de masa, energía, leyes termodinámicas, etc. y el tercer tipo (empírico-mecanístico) es una combinación de los dos anteriores.

Existen otros tipos de clasificaciones de modelos, pero el presente trabajo se enfoca únicamente a los antes mencionados debido a la aplicación de ellos en los procesos químicos y especialmente en las columnas de destilación.

En un capítulo posterior se analiza un modelo, justificando de esta manera los modelos antes mencionados.

3.2 Dinámica en el espacio del tiempo

En este tipo de estudio se realiza el modelado del sistema y se generan ecuaciones diferenciales que son susceptibles de ser resueltas por técnicas analíticas o numéricas dependiendo de la complejidad del modelo.

Las ecuaciones resultantes del modelo son aplicables a varios valores de parámetros y condiciones iniciales. La solución de estas ecuaciones por técnicas de simulación son muy complejas, al mismo tiempo son muy específicas, ya que su solución es muy particular al conjunto de los datos alimentados.

Al resolver la o las ecuaciones diferenciales resultantes del modelado, se obtiene lo que se le llama "la respuesta del sistema", la cual puede ser de tipo exponencial o de tipo sinusoidal.

3.2.1 Técnicas de solución

Dependiendo de lo complejo de un modelo planteado, existen técnicas para su solución (analíticas o numéricas). Regularmente se prefiere una solución analítica, ya que proporciona una visualización más general de la tendencia del sistema, si es estable o inestable.

También existen formas de hacer que un sistema de difícil solución se transforme a uno de menor grado de dificultad. Para el caso de la dinámica de procesos, se utilizan principalmente dos formas de reducir la dificultad de la solución del sistema:

una de ellas es la técnica de simplificación por linealización y la segunda es transformando el sistema a variables de perturbación.

3.2.1.1 Linearización

La finalidad de la linealización es la de convertir un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales, en un sistema de ecuaciones diferenciales lineales susceptibles de ser resueltas por técnicas matemáticas lineales.

Básicamente una ecuación diferencial lineal es aquella que contiene solamente funciones elevadas a la primera potencia. Si en la ecuación diferencial aparecen raíces cuadráticas, exponenciales, cuadrados, productos de variables, etc., la ecuación no es lineal.

Un ejemplo de la ecuación diferencial lineal es la siguiente:

$$a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = 0$$

Ejemplos de ecuaciones diferenciales no lineales:

$$a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x^{1/2} = 0$$

$$a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x^2 = 0$$

$$a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 e^x = 0$$

Donde a_1 y a_0 son constantes o son funciones del tiempo solamente. Matemáticamente, una ecuación diferencial lineal tiene las dos propiedades siguientes:

- 1) Si $X(t)$ es una solución, entonces $CX(t)$ es también una solución, donde C es una constante.
- 2) Si X_1 es una solución y X_2 es también una solución, entonces $X_1 + X_2$ es también una solución.

Todas las funciones no lineales se pueden transformar a funciones lineales expandiéndolas en series de Taylor alrededor del nivel de operación de régimen permanente y despreciando todos los términos después de las primeras derivadas parciales.

Teniendo una función no lineal F de variables de proceso X_1 y X_2 , $F(X_1, X_2)$, por ejemplo, las variables pueden ser fracciones mol. Comúnmente los valores del régimen permanente de estas variables se denotan con barras sobre ellas (\bar{X}).

Expresando la función alrededor de su valor de estado estacionario y truncandolo en sus primeras derivadas parciales se tiene lo siguiente:

$$F(X_1, X_2) \cong F(\bar{X}_1, \bar{X}_2) + \frac{\partial F}{\partial X_1}(\bar{X}_1, \bar{X}_2)(X_1 - \bar{X}_1) + \\ + \frac{\partial F}{\partial X_2}(\bar{X}_1, \bar{X}_2)(X_2 - \bar{X}_2)$$

En esta última ecuación lo que se intenta es aproximar la función real por medio de una función lineal.

Esta técnica matemática presenta la ventaja de reducir la dificultad de la solución de cualquier sistema, pero el precio que se paga es la representatividad confiable de la respuesta del sistema la cual puede ir de aceptable a pésima.

3.2.1.2 Variables de perturbación

En esta técnica, es útil prácticamente en toda la dinámica lineal y estudios de control, al observar como se alejan las variables de los valores de régimen permanente, en lugar de los valores absolutos de las variables.

Ya que las variables totales son función del tiempo, $X(t)$, sus desviaciones con respecto al valor del régimen permanente también son función del tiempo (figura 3.1). A estas desviaciones del régimen permanente se les llama perturbaciones.

La variable de perturbación (en este caso X^p) se expresa de la siguiente manera:

$$X_{(t)}^p = X_{(t)} - \bar{X}$$

Cuando se tienen ecuaciones que describen a un sistema lineal, éstas se pueden expresar en términos de variables de perturbación. Cuando se logra esto, se obtienen dos útiles ventajas:

- 1) Los términos que contengan solo constantes en las ecuaciones diferenciales ordinarias quedan fuera de ellas.
- 2) Las condiciones iniciales para las variables de perturbación son todas igual a cero si el punto de arrastre es el nivel de operación en el estado estacionario.

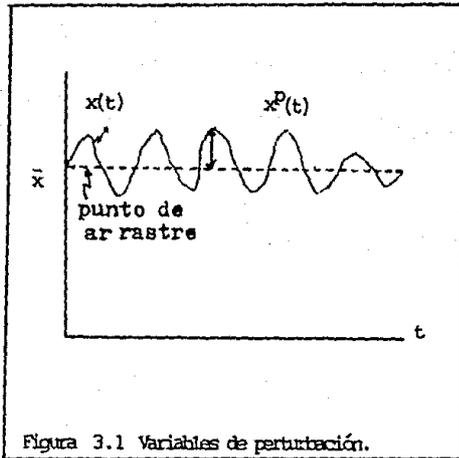


Figura 3.1 Variables de perturbación.

3.2.2 Solución

Uno de los puntos importantes del análisis dinámico del sistema es la solución o la respuesta obtenida, ya que mostrará si el sistema se encuentra amortiguado, sobreamortiguado o en su defecto inestable.

En cuanto a las técnicas de solución del modelo, se emplea la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, segundo orden y hasta el enesimo orden. Estas técnicas de solución (Euler, Runge-Kutta, trapecio, etc.), son descritas en el apéndice I.

3.2.3 Información dinámica del sistema en el espacio del tiempo

Para este punto considerese la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{\tau^2}{\tau_p} \frac{d^2 x}{dt^2} + 2 \tau_p \zeta \frac{dx}{dt} + x = 0$$

Donde τ_p y ζ son constantes.

De la ecuación diferencial se desprende su ecuación característica que es la siguiente:

$$\tau_p^2 m^2 + 2 \tau_p \zeta m + 1 = 0$$

Esta ecuación es importante desde el punto de vista dinámico. La importancia de los valores que satisfagan la solución de la ecuación estriba en que estos indican si el sistema es de respuesta rápida (a una perturbación) o lenta, si el sistema es estable o inestable, si es amortiguado o no amortiguado.

La ecuación característica es de tipo cuadrático por lo tanto se tiene:

$$m = - \frac{\zeta}{\tau_p} \pm \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\tau_p}$$

La forma de la curva depende fuertemente de ζ , que es el factor de amortiguamiento.

Para el caso en que ζ es mayor que uno, se dice que el sistema está sobreamortiguado, ya que las raíces son reales y distintas.

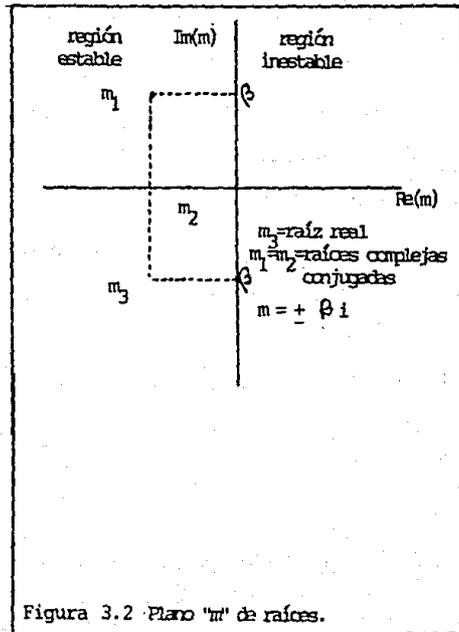
Para el caso en que ζ sea igual a uno, el sistema es críticamente amortiguado. Solamente existe un valor que satisface la ecuación.

En los casos en que ζ sea menor que uno, el sistema se dice que es un poco amortiguado, bajo esta situación se tienen soluciones imaginarias (raíces complejas conjugadas) puesto que tienen la misma parte real y su parte imaginaria difiere solamente en el signo.

El sistema es estable si la parte real de todas las raíces de la ecuación característica son negativas, debido a que el término exponencial tiende a cero cuando el tiempo tiende a infinito.

En la figura 3.2 se muestran las regiones de estabilidad e inestabilidad. El sistema es estable si todas las raíces de la ecuación característica caen en el lado izquierdo del plano s .

Este criterio también es válido para sistemas cerrados de control.



3.3 DINAMICA EN EL ESPACIO DE LAPLACE

El comportamiento de estado uniforme y dinámico en un sistema, se determina resolviendo la ecuación diferencial que representa a dicho sistema. Esto puede presentar una tarea prolongada y tediosa, sobre todo si el sistema se compone de demasiados elementos.

Una de las técnicas para resolver estas ecuaciones diferenciales es el uso de las transformadas creadas por Laplace.

En este caso, el problema se trata en términos de una segunda variable que permite resolverlo en forma algebraica.

Así pues, mediante una nueva transformación a la variable independiente original (antitransformada), se obtiene la solución a la ecuación diferencial inicial.

La transformada de Laplace, a pesar de su gran utilidad, solo se puede aplicar a ecuaciones diferenciales de tipo lineal.

3.3.1 Definición y aplicación a modelo de procesos

Definición de la transformada de Laplace:

Sea $F(t)$ una función de t , definida para $t > 0$. La transformada de Laplace de $F(t)$ denotada por $\mathcal{L}\{F(t)\}$, se define como:

$$\mathcal{L}\{F(t)\} = f(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} F(t) dt$$

Se dice que la transformada de Laplace de $F(t)$ existe cuando la integral converge para algún valor de s ; de otra manera se dice que no existe.

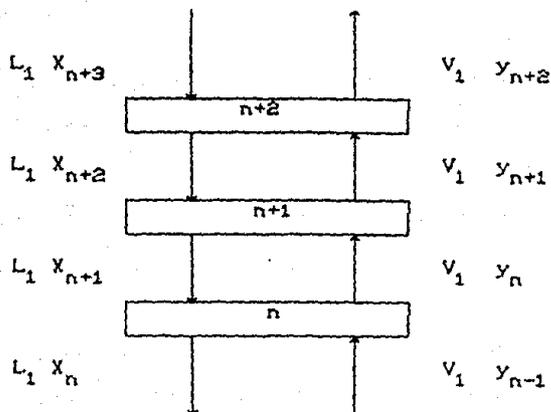
Si $F(t)$ es seccionalmente continua en cada intervalo finito $0 \leq t \leq N$ de orden exponencial y para $t > n$, entonces existe la transformada de Laplace $f(s)$ para todo $s > \gamma$.

Debe hacerse énfasis en que las condiciones establecidas son suficientes para garantizar la existencia de la transformada de Laplace. Sin embargo si las condiciones no son satisfactorias, la transformada de Laplace puede o no existir, así que las condiciones no son necesarias para la existencia de la transformada de Laplace.

3.3.1.1 Transformadas de Laplace aplicadas a modelos

Para dar un mayor panorama a la dinámica en el espacio de Laplace y la utilización de la transformada de Laplace, se aplicará ésta al modelo que a continuación se ilustra:

Sean las siguientes etapas de separación de una torre de destilación:



Para la aplicación de las transformadas de Laplace en el anterior modelo se hacen las siguientes suposiciones:

- 1) Acumulación (holdup constante).
- 2) Mezcla binaria.
- 3) Etapas isotérmicas.
- 4) Flujos molares constantes.
- 5) K constantes.

Se supone que se necesita ver como varían X_n a cambios en X_{n+2} manteniendo y_{n-1} constante.

Balance por componentes

$$L X_{n+1} + V y_{n-1} = V y_n + L X_n + U \frac{dX_n}{dt}$$

$$\text{Si } y_n = K_n X_n$$

$$L X_{n+1} + V y_{n-1} = L X_n + K_n X_n V + U \frac{dX_n}{dt}$$

Poniendo el balance por componentes a régimen permanente en variables de perturbación o desviación:

$$L \bar{X}_{n+1} + V \bar{y}_{n-1} = L \bar{X}_n + K_n V \bar{X}_n$$

Suponiendo el holdup constante y lo que cambia es la composición de los componentes:

$$X_n^P = X_n - \bar{X}_n$$

Restando el balance de régimen permanente a la ecuación dinámica se tiene:

$$L(X_{n+1} - \bar{X}_{n+1}) + V(y_{n-1} - \bar{y}_{n-1}) = L(X_n - \bar{X}_n) + K_n V(X_n - \bar{X}_n) + U \frac{d(X_n - \bar{X}_n)}{dt}$$

$$L X_{n+1}^P = L X_n^P + K_n V X_n^P + U \frac{dX_n^P}{dt}$$

$$L X_{n+1}^P = X_n^P (L + K_n V) + U \frac{dX_n^P}{dt}$$

Condiciones iniciales:

a $t=0, \quad X_n^p = 0$

Omitiendo p y transformando se tiene:

$$L X_{n+1}(s) = (L + V K_n)(X_n(s)) + U s X_n(s)$$

Dividiendo por $(L + V K_n)$:

$$L X_{n+1}(s)/(L + V K_n) = X_n(s) + (U s X_n(s))/(L + V K_n)$$

Agrupando se tiene:

$$\frac{L}{(L + V K_n)} X_{n+1}(s) = X_n(s) \left[1 + \frac{U s}{(L + V K_n)} \right]$$

Despejando $X_n(s)$ se tiene:

$$X_n(s) = \frac{\frac{L}{(L + V K_n)} X_{n+1}(s)}{1 + \frac{U s}{(L + V K_n)}}$$

Definiendo:

$$K L_n = \frac{L}{(L + V K_n)}$$

$$K u_n = \frac{V}{(L + V K_n)}$$

$$\tau_n = \frac{U}{(L + V K_n)}$$

Sustituyendo se tiene:

$$X_n(s) = \frac{K L X_{n+1}(s)}{(1 + \tau_n s)}$$

De manera similar para el plato $n+1$:

$$X_{n+1}(s) = \frac{\frac{L}{(L + V K_{n+1})} X_{n+2}(s) + \frac{V}{(L + V K_{n+1})} y_n(s)}{(1 + \tau_{n+1} s)}$$

Sustituyendo $y_n = K_n X_n$

$$X_{n+1} = \frac{K L_{n+1} X_{n+2}(s) + K U_{n+1} K_n X_n(s)}{(\tau_{n+1} s + 1)}$$

Para la etapa $n+2$ se tiene:

$$X_{n+2} = \frac{K L_{n+2} X_{n+3}(s) + K y_{n+2} K_{n+1} X_{n+1}(s)}{(\tau_{n+2} s + 1)}$$

Combinando las ecuaciones X_n , X_{n+1} , y X_{n+2} y suponiendo que

K_n , K_{n+1} y K_{n+2} son iguales y además constantes:

$$\frac{X_n(s)}{X_{n+3}(s)} = \frac{K L^3}{(\tau s + 1)(\tau^2 s^2 + 2\tau s + 1 - 2KvKL)} \quad (9.1)$$

3.3.1.2 Función de transferencia y diagrama de bloques

La función de transferencia se define como la razón de una transformada de Laplace de la variable correspondiente (salida) a la transformada de Laplace de la variable de perturbación (entrada).

La ecuación 3.1 expresa la ecuación de transferencia para el modelo presentado.

Una de las prácticas comunes consiste en dibujar un diagrama de bloques del dominio s , para omitir (s) en las expresiones $f(s)$. Por el contrario, solo se emplea la designación de letras minúsculas para representar la transformadas en el dominio s .

Las funciones de transferencia son recursos importantes en el análisis de los sistemas de control.

Diagramas de bloques:

Estos diagramas muestran las relaciones entre las variables del sistema y constituyen el método estándar para representar sistemas para fines de análisis o estudio.

Hay acuerdos ya establecidos para la construcción de diagramas de bloque. Las líneas representan señales que pueden ser flujos o corrientes de información, masa o energía. Una unión o junta circular de totalización representa una suma

algebraica de las señales de entrada en ese punto. Al lado de la flecha que va a la junta de totalización se coloca el signo algebraico, (+) o (-), para indicar una suma o una resta, respectivamente (figura 3.2b).

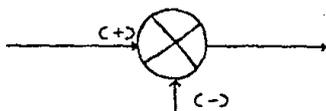


Fig. 3.2b

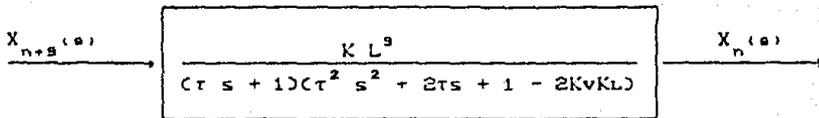


Fig. 3.2c

Un punto de ramificación o bifurcación de otra línea representa la división de una señal en más de una trayectoria sin modificaciones (figura 3.2c). Los rectángulos representan la modificación de la señal entrante y se utilizan para los elementos del sistema. En general, los rectángulos contienen notaciones que describen las características dinámicas del sistema que representan. Estas notaciones pueden incluir la ecuación diferencial, la constante de conversión de unidades o la función de transferencia que relaciona la entrada y salida del elemento.

Los diagramas de bloques se obtienen directamente del sistema físico, dividiéndolo en secciones fundamentales no interactuantes, cuyas entradas y salidas se identifican con facilidad. Los bloques se conectan en el mismo orden en que aparecen en el sistema físico.

A continuación se ilustra el diagrama de bloques expresado en término de la ecuación de transferencia (3.1).



3.3.2 Información dinámica en el espacio de aplace

El denominador de la ecuación 3.1 se le llama ecuación característica del sistema o del modelo antes presentado.

$$(\tau s + 1)(\tau^2 s^2 + 2\tau s + 1) - 2KvKL \quad (9.2)$$

Los valores de s que satisfacen la ecuación anterior son llamadas raíces de la ecuación característica.

A las raíces de la ecuación característica de la función de transferencia se les llama "polos". Los polos en este caso son el valor de s para los cuales $g(s)$ tiende a ser infinita.

Este tipo de funciones muestran como la entrada afecta a la salida tanto a régimen dinámico como a régimen permanente.

Desde el punto de vista dinámico, el aspecto más importante es la estabilidad del sistema, por lo tanto, si los polos caen en el lado izquierdo del plano " s " o " m ", se dice que el sistema es estable.

El análisis dinámico en el espacio de las transformadas de Laplace es similar al análisis en el espacio del tiempo, ya que la ecuación característica es la misma en ambos espacios y por lo tanto proporciona la misma información dinámica.

Ventajas

- 1) El aspecto de función de transferencia en el espacio de

Laplace permitirá analizar sistemas más complejos.

Desventajas

- 1) Cuando un sistema se vuelve demasiado complejo e intervienen en él demasiadas variables, la solución del sistema es más "difícil".

3.4 DINAMICA EN EL ESPACIO DE LAS FRECUENCIAS

3.4.1 Diferencias y ventajas

Se tiene una tercera alternativa para analizar la dinámica del sistema por medio del análisis de respuesta de frecuencia. Cuando se calculan sistemas complejos de orden alto, estos son fácilmente manejables en el dominio de la frecuencia.

Dado que es un método gráfico, permite analizar sistemas más complejos con relativa facilidad. La mayor utilidad se le encuentra en sistemas de control cerrados o circuitos cerrados.

Como en el dominio de Laplace, la restricción básica es que estas funciones pueden ser analizadas solamente a sistemas lineales.

Definición

La respuesta de la frecuencia de un proceso es definida como el comportamiento del sistema a régimen permanente cuando el sistema es forzado por una entrada senoidal.

Suponer que la entrada $Q(t)$ es una función seno de amplitud Q y frecuencia w (figura 3.3).

$$Q_s(t) = \bar{Q} \text{ sen}(wt)$$

Si el periodo de un ciclo completo es T unidades de tiempo y la frecuencia se encuentra en radianes por minuto, entonces:

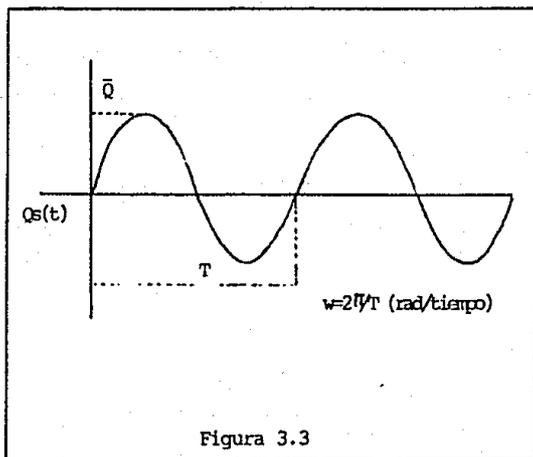


Figura 3.3

$$w = \frac{2\pi}{T} = \frac{\text{rad}}{\text{tiempo}} = \frac{360}{T} \frac{\text{grados}}{\text{tiempo}} = \frac{1}{T} = \frac{\text{ciclos}}{\text{tiempo}}$$

En un sistema lineal, si la entrada es una función seno con frecuencia w , la salida será también una función seno con la misma frecuencia. Sin embargo la salida podrá tener una amplitud diferente, lo que atrazará o adelantará la salida.

La figura 3.4a muestra el atrazo de la entrada $Q_s(t)$ por T_x unidades de tiempo. La figura 3.4b muestra el adelanto de la entrada por T_x unidades de tiempo.

El ángulo de fase θ es definido por la diferencia angular entre la entrada y la salida y el comportamiento lo describe la siguiente fórmula:

$$X_o(t) = \bar{X} \text{sen}(wt + \theta)$$

donde: $X_o(t)$ comportamiento con función seno de frecuencia w .

\bar{X} amplitud máxima de comportamiento X_o .

θ ángulo de fase.

θ es negativo si hay atrazo en la salida.

θ es positivo si hay adelanto en la salida.

$$\theta = \frac{T_x}{T} 2\pi \text{ (radianes)}$$

$$\theta = \frac{T_x}{T} 360 \text{ (grados)}$$

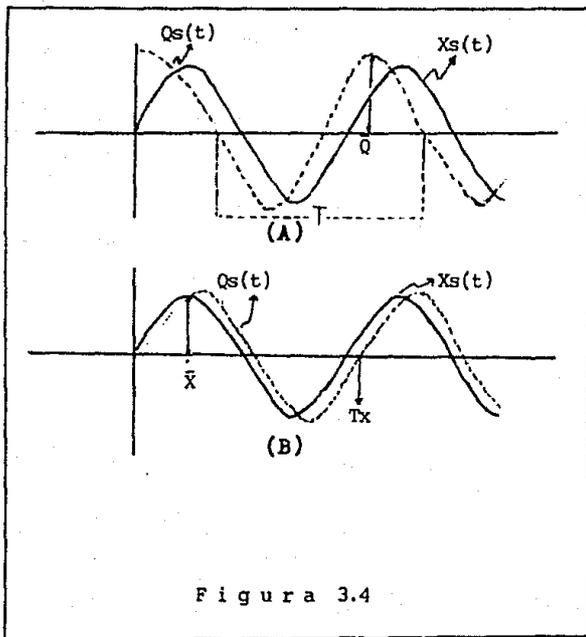


Figura 3.4

Si la relación de magnitud M o AR es definida como la relación de la máxima amplitud de la entrada, entonces:

$$AR = M = \frac{\bar{X}}{\bar{Q}}$$

Para cualquier proceso tanto θ como AR van a cambiar si cambia la frecuencia w .

Teorema básico.

Como se muestra a continuación, la respuesta de frecuencia de un sistema puede ser establecida por simple sustitución de iw por s en la función de transferencia del sistema. Haciendo la sustitución se tiene:

$s = iw$ (se tiene un número complejo $G(iw)$ que tiene las siguientes características):

- 1) Tiene una magnitud $|G(iw)|$ que es la misma magnitud que AR , ésta podrá ser definida forzando el sistema con una función seno de frecuencia w .
- 2) Un ángulo de fase o argumento $\arg(G(iw))$ que es igual al ángulo θ que podrá ser obtenido forzando el sistema por una función seno de frecuencia w .

$$|G(iw)| = MC(w) = AR(w)$$

$$\text{Arg}(i\omega) = \theta(\omega)$$

$G(i\omega)$ es un número complejo, así éste puede ser representado en términos de una parte real y una parte imaginaria.

$$G(i\omega) = |\text{Re}G(i\omega)| + |i\text{Im}G(i\omega)|$$

En forma polar:

$$G(i\omega) = |G(i\omega)| e^{i \arg G(i\omega)}$$

Donde $|G(i\omega)| = \text{Valor absoluto de } G(i\omega)$

$$= \sqrt{(\text{Re}G)^2 + (\text{Im}G)^2}$$

$$\arg(i\omega) = \text{arc tan} \left[\frac{\text{Im}G}{\text{Re}G} \right]$$

Estos resultados permiten transformar del dominio de Laplace al dominio de la frecuencia:

$$\begin{array}{ccc} \text{Dominio de Laplace} & \xrightarrow{s = i\omega} & \text{Dominio de la frecuencia} \\ G(s) & & G(i\omega) \end{array}$$

Los resultados obtenidos en el espacio de las frecuencias pueden ser mostrados en diferentes diagramas (Nyquist, Bode y Nichols), como se muestra a continuación:

3.4.2 Diagramas de Nyquist

Un diagrama de Nyquist es generado por el número complejo $G(i\omega)$ en un diagrama de dos dimensiones cuya ordenada es la parte imaginaria de $G(i\omega)$ y cuya abscisa es la parte real de $G(i\omega)$. Un valor específico de frecuencia ω , define un punto en el plano como lo muestra la figura 3.5a, en forma polar, la magnitud absoluta del ángulo de fase puede ser usada para localizar el punto en el plano.

La forma y localización de esta curva es característica para cada sistema.

Se tiene la siguiente función:

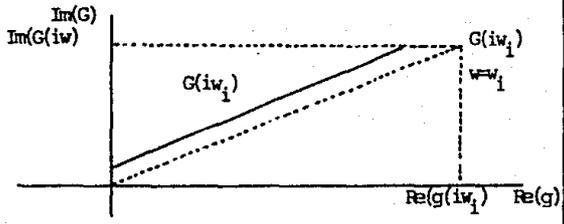
$$G(s) = \frac{K_p}{(\tau_p s + 1)}$$

Desarrollando $G(i\omega)$ para la función de transferencia:

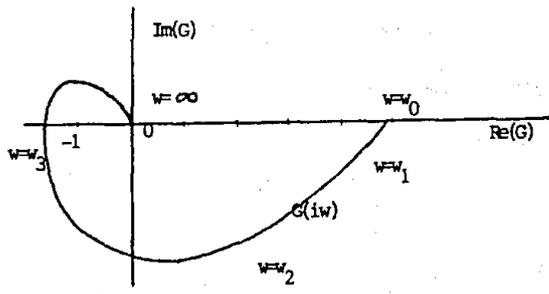
$$G(i\omega) = \frac{K_p}{(1 + i\omega\tau_p)}$$

Multiplicando numerador y denominador por un número conjugado complejo se tiene:

$$\begin{aligned} G(i\omega) &= \frac{K_p}{(1 + i\omega\tau_p)} * \frac{(1 - i\omega\tau_p)}{(1 - i\omega\tau_p)} = \frac{K_p(1 - i\omega\tau_p)}{(1 + i\omega\tau_p)(1 - i\omega\tau_p)} \\ &= \frac{K_p}{(1 + \omega^2\tau_p^2)} + \frac{-K_p\omega\tau_p}{(1 + \omega^2\tau_p^2)} \end{aligned}$$



A) (un solo punto)



B) (curva completa)

Figura 3.5 Diagrama de Nyquist.

$$AR = M = \frac{K_p}{(1 + \omega^2 \tau_p^2)}$$

$$\theta = \text{Tan}^{-1}(-\omega \tau_p)$$

Cuando la frecuencia es cero, AR es igual a K_p y θ es igual a cero. Cuando la frecuencia es igual a la reciproca del tiempo constante se tiene lo siguiente:

$$\omega = \frac{1}{\tau_p}$$

$$AR = \frac{K_p}{(1 + (1/\tau_p)^2 \tau_p^2)} = \frac{K_p}{\sqrt{2}}$$

$$\theta = \text{Tan}^{-1}(-(1/\tau_p)\tau_p) = -45^\circ = -\frac{\pi}{4} \text{ (radianes)}$$

Cuando la frecuencia tiende a infinito, AR o M tiende a cero y θ de -90° a $\frac{\pi}{2}$ radianes. Estos puntos son localizados en la figura 3.6.

El efecto en el cambio de K_p es mostrado en la figura 3.6. La magnitud de cada punto cambia pero el ángulo de fase no es afectado.

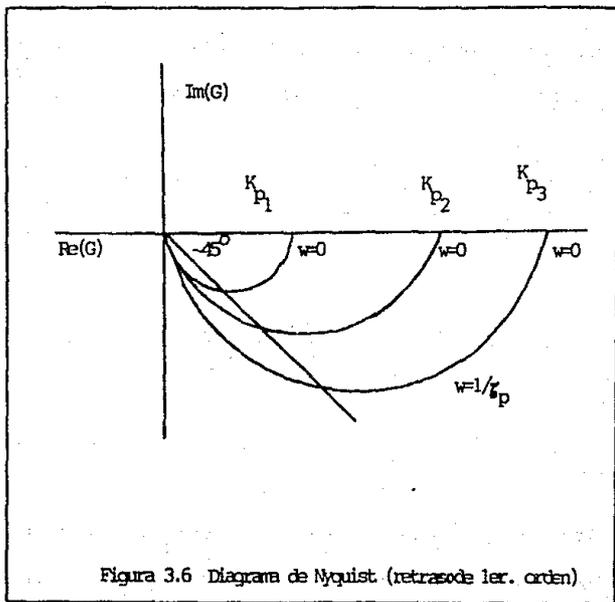


Figura 3.6 Diagrama de Nyquist (retroscade ier. orden)

3.4.3 Diagramas de Bode

Para la representación de los diagramas de Bode se requiere de dos curvas:

- 1) $\log AR$ vs $\log \omega$
- 2) θ vs $\log \omega$

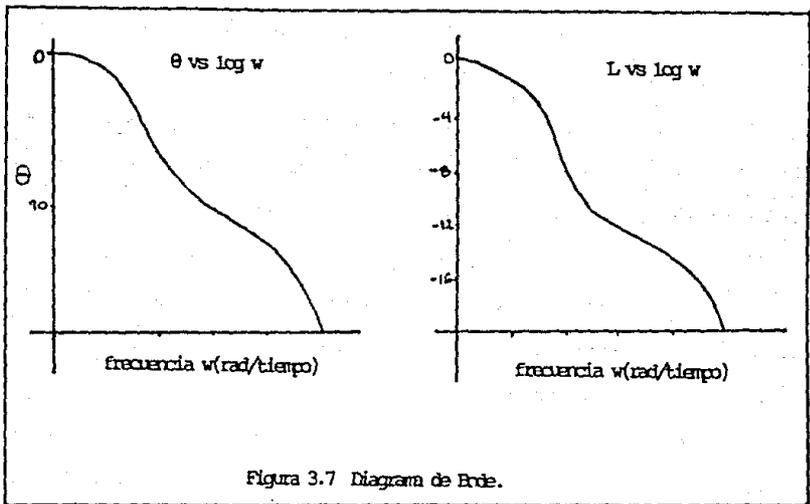
Al graficar las dos curvas obtenidas por medio de las anteriores relaciones, se observa la proporción de magnitud y el ángulo de fase con respecto a la frecuencia.

El ángulo de fase se gráfica usualmente contra la frecuencia usando gráficas de papel semilogarítmico (figura 3.7). La proporción de magnitud en algunos casos se gráfica contra la frecuencia usando gráficas log-log, pero la proporción de magnitud es consistente para un módulo-log definido por la siguiente ecuación:

$$L = \text{módulo-log} = 20 \log |AR|$$

Entonces la gráfica en papel semilogarítmico se usará para diagramas de módulo de $\log L$.

Las unidades del módulo de \log son decibeles (db), un término originalmente usado en ingeniería de comunicación. La figura 3.8 se utiliza para la conversión entre la proporción de magnitud y módulo de \log a decibeles. La proporción de magnitud es dividida por el valor absoluto de las ganancias a régimen



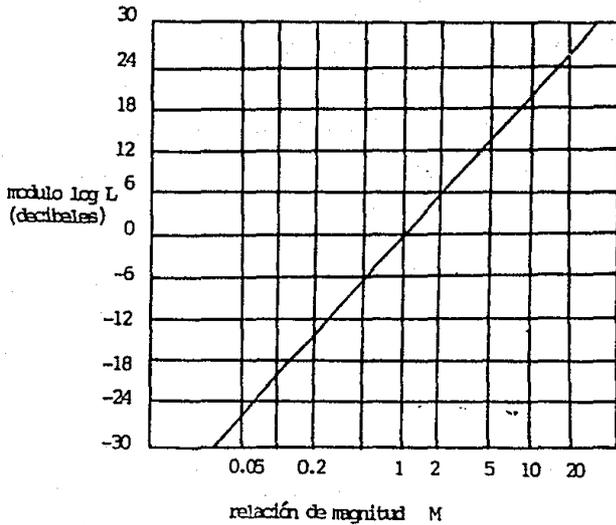


Figura 3.8 Conversión entre la relación de magnitud y el modulo log.

permanente de la función de transferencia. Esto es conveniente para normalizar porque hace que los diagramas comiencen en cero decibeles.

$$L = 20 \log \frac{|AR|}{|\text{ganancia a régimen permanente}|}$$

$$\text{ganancia a régimen permanente} = \lim_{\omega \rightarrow 0} G(j\omega) = G(0)$$

Así, la normalización del módulo de log es:

$$L = 20 \log \frac{|G(j\omega)|}{|G(0)|}$$

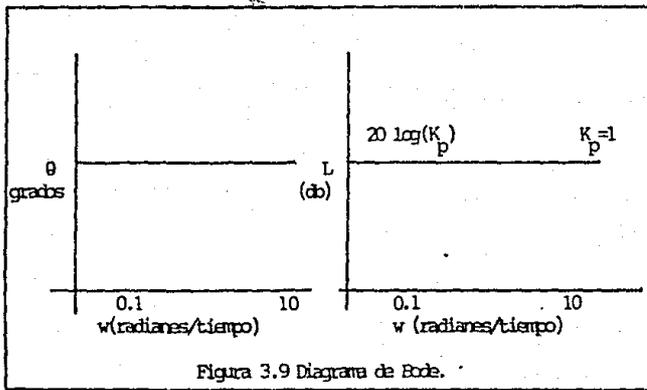
Ganancias:

Si $G(s)$ es justamente una constante K_p , $AR=K_p$ y $\theta = 0$, ni M ni θ varían con la frecuencia, el módulo de log es :

$$L = 20 \log |K_p|$$

Ambos, ángulo de fase y el módulo de log son líneas horizontales. Incrementando K_p , la curva se mueve hacia abajo, si K_p es mucho mayor que la unidad, L es positivo. Si K_p es menor que la unidad, L es negativo. Lo anterior es mostrado en la figura 3.9.

Para visualizar un poco más lo anterior se ejemplificará por



medio de un retraso de primer orden:

$$AR = \frac{K_p}{\sqrt{1 + w^2 \tau_p^2}}$$

$$L = 20 \log (1 / (1 + w^2 \tau_p^2)^{0.5}) \quad (3.3)$$

$$\theta = \text{Tan}^{-1}(-w \tau_p)$$

Los anteriores resultados son mostrados en el diagrama de Bode (figura 3.10).

Una de las cosas más importantes que muestra el diagrama de Bode es que la curva L puede ser fácilmente descrita, considerando las altas y bajas frecuencias asintóticas. Cuando w tiende a 0, la normalización de la curva va hacia cero.

Cuando w se hace muy larga, la ecuación 3.3 queda:

$$\begin{aligned} L &= 20 \log(1 / (w^2 \tau_p^2)^{0.5}) = -20 \log(w \tau_p) \\ &= -20(\log w)(\log \tau_p) \end{aligned}$$

Esta es la ecuación de una línea recta. Esta tiene una pendiente de -20. L decrece 20 db cuando log w es incrementado por una unidad.

La alta frecuencia de la asíntota intercepta L = 0 cuando w es igual a 1/τ_p. A esto se le llama "punto de rompimiento de la frecuencia".

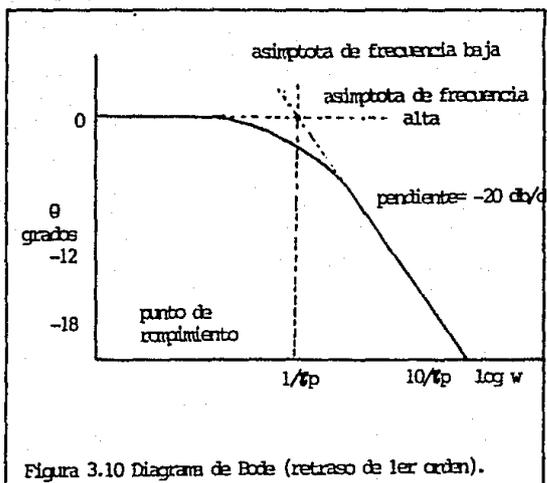


Figura 3.10 Diagrama de Bode (retraso de 1er orden).

3.4.4 Diagrama de Nichols

Las gráficas de Nichols son curvas de módulo de log contra ángulo de fase.

A continuación se presentan las gráficas para las siguientes funciones:

$$G(i\omega) = 1/(1 + i\omega \tau_p) \quad (\text{figura 3.11})$$

$$G(s) = \frac{e^{st}}{(1 + \tau_p s)} \quad (\text{figura 3.12})$$

3.4.5 CRITERIOS DE ESTABILIDAD DE NYQUIST, BODE Y NICHOLS

Criterio de estabilidad de Nyquist:

Si una gráfica de Nyquist (gráfica polar) de una función de transferencia (GH) (circuito de control abierto) envuelve al punto $(-1,0)$ equivalente a $(-180,1)$ sobre un plano (GH) cuando la frecuencia varía desde $\omega=0$ hasta $\omega=\infty$, entonces el circuito de control cerrado es "INESTABLE", en caso contrario, si no envuelve al punto $(-1,0)$, el sistema es "ESTABLE". Lo anterior es mostrado en la figura 3.5b.

Teorema del mapeo ($N = Z - P$).

El teorema del mapeo es de gran utilidad para desarrollar el criterio de estabilidad de Nyquist.

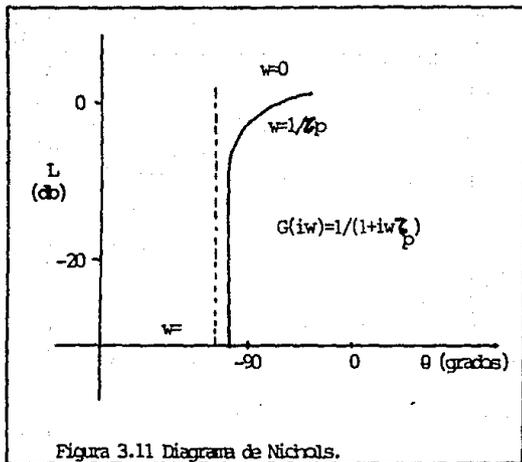
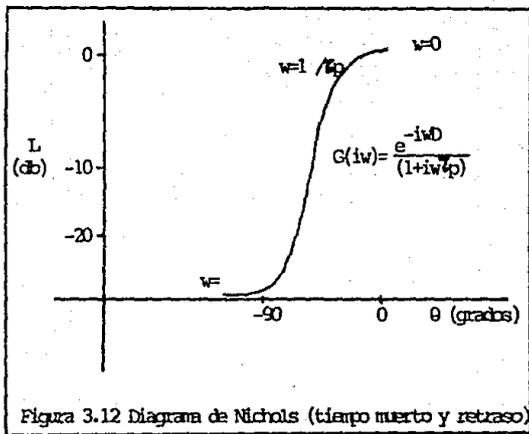


Figura 3.11 Diagrama de Nichols.



Dada una función compleja, $F(s)$ la cual tiene Z ceros y P polos y todos caen dentro del contorno cerrado C en el plano s . El número de contornos N , alrededor del origen que delimitan a C en el plano F es dado por:

$$N = Z - P$$

Si el número de envolturas es igual al número de raíces de $(1 + GH)$ que tengan parte real positiva, si no hay envolturas del punto $(-1, 0)$ entonces el sistema cerrado es "ESTABLE".

Criterio de estabilidad de Bode:

Es un caso especial del criterio de estabilidad de Nyquist.

Si no hay ningún máximo relativo en AR o en ϕ , entonces hay un valor de ω y un valor de AR en el cual $\phi = -180^\circ$.

Si lo anterior sucede, el punto $(-1, 0)$ será por donde pasa la gráfica de Nyquist cuando se trata del siguiente vector:

$$GH = (1) \cdot e^{i(-180^\circ)}$$

$$GH(i\omega) = (1) e^{i(-180^\circ)} = (1) \cos(-180^\circ) + i(1) \sin(-180^\circ) = -1 + i0$$

De tal manera que el criterio de estabilidad de Bode será: si $AR > 1$ cuando $\phi = -180^\circ$, la gráfica de Nyquist envolverá el punto $(-1, 0)$ el proceso será "INESTABLE".

Si $AR < 1$ cuando $\phi = -180^\circ$, la gráfica de Nyquist no envolverá a el punto $(-1, 0)$ y entonces el proceso es "ESTABLE".

Si $AR=1$ y $\phi = -180^\circ$ la gráfica de Nyquist pasa por el punto $(-1,0)$ y se dice que el sistema es "MARGINALMENTE ESTABLE". Esto es mostrado en la figura 3.13.

Criterio de estabilidad de Nichols:

El criterio de estabilidad de Nichols es semejante al de Bode, pero en este caso se realiza una gráfica de ángulo de fase contra módulo de log.

Si $AR > 1$ cuando $\phi = -180^\circ$, la gráfica de Nichols envolverá el punto $(-1,0)$, el proceso será "INESTABLE".

Si $AR < 1$ cuando $\phi = -180^\circ$, la gráfica de Nichols no envolverá a el punto $(-1,0)$, entonces el proceso es "ESTABLE".

Si $AR=1$ y $\phi = -180^\circ$ la gráfica de Nichols pasa por el punto $(-1,0)$ y se dice que el sistema es "MARGINALMENTE ESTABLE". Esto es mostrado en la figura 3.14.

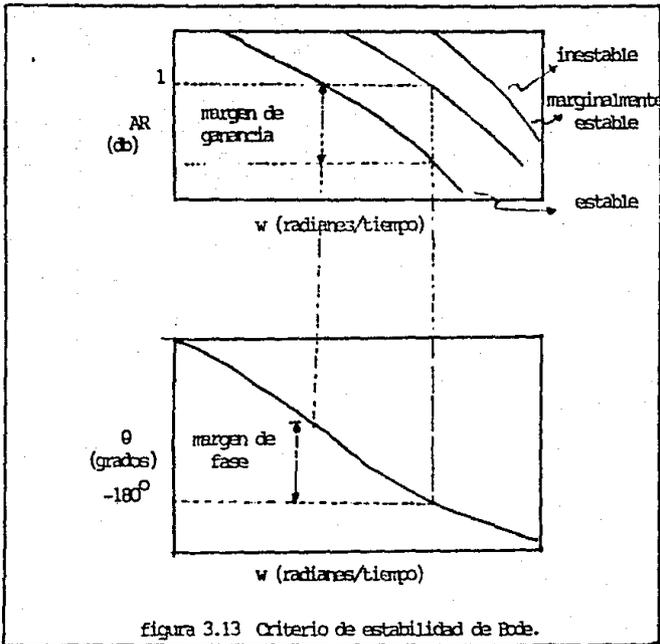
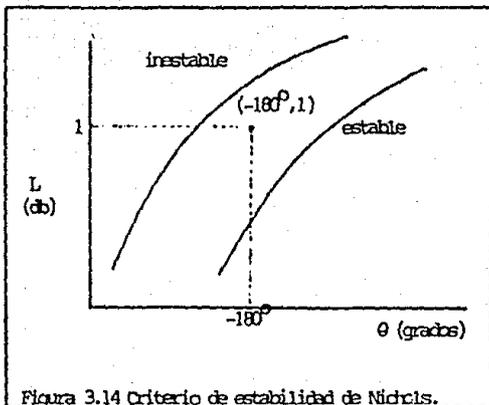


figura 3.13 Criterio de estabilidad de Bode.



IV COMPONENTES DE UN CIRCUITO DE CONTROL

En el capítulo II se mencionaron brevemente las partes de que consta un circuito de control. En el presente se tratará más a fondo la descripción de cada una de ellas.

Antes de empezar a describir los componentes del circuito de control es necesario conocer algunas definiciones sobre conceptos de medición.

Variable medida:

Es una cantidad física, propiedad o condición la cual será medida. Las variables más comúnmente medidas son: la temperatura, presión, velocidad de flujo, nivel, espesor, etc.

Rango:

Es la región entre los límites dentro de los cuales una cantidad de medida, recibida, o transmitida, expresada por el establecimiento de un valor máximo o mínimo que puede medir un instrumento.

Span:

Es la diferencia algebraica entre los valores superior e inferior de rango de medición. El span y el rango comúnmente se utilizan para describir la región sobre la cual una cantidad será medida.

Corrección:

Es la diferencia algebraica entre el valor ideal y la indicación de la señal de medición, es decir, es la cantidad que sumada a la indicación de la medición da el valor real. Una corrección positiva denota que la indicación de la medición del

instrumento es menor que el valor real.

Exactitud:

Es el grado de confiabilidad de un valor indicado a un valor estandar reconocido y aceptado al cual se le denomina valor real. La confiabilidad se concibe como la diferencia máxima, sobre el rango del instrumento, entre el valor indicado y el valor verdadero medido. Es a menudo referida como la máxima incertidumbre o como limite de incertidumbre. Las condiciones de operación para las cuales la exactitud aplica son establecidas en algún reporte de calibración honesto.

Error:

Es la diferencia algebraica entre la indicación de la señal medida y un valor ideal. Un error positivo denota que la indicación del instrumento es mayor que el valor ideal.

Repetitividad:

Es la habilidad de un instrumento a reproducir la misma indicación de salida cuando se miden varias veces el mismo patrón.

Desviación:

Es alguna desviación de algún valor deseado o patrón, puede ser también descrito como la diferencia entre la variable medida y el valor verdadero de un valor particular de entrada. La desviación es dada como un valor positivo o negativo dependiendo de si las condiciones son mayores o menores que el valor verdadero.

Resolución:

Es el mínimo intervalo entre los detalles adyacentes los cuales pueden ser distinguidos uno del otro. En otras palabras es el más pequeño cambio en la señal de entrada que resultará de un cambio en la señal de salida que es a menudo llamada umbral.

Sensitividad:

Es la relación de cambio en la magnitud de salida a el cambio en la entrada el cual se causa después de que el régimen permanente ha sido alcanzado.

Formas básicas de medición:

- 1) **Conteo:** Este método se utiliza para medir un conjunto de unidades descritas y es además el único método que proporciona una medida exacta.
- 2) **Medida directa:** Este método consiste en hacer una comparación directa a la variable medida con un patrón de la misma clase.
- 3) **Medida indirecta:** Este tipo de medida se utiliza cuando la magnitud por medir no puede compararse en una forma directa.

Clasificación de instrumentos:

- 1) **Analógicos:** Estos instrumentos se emplean cuando la variable puede tomar un número infinito de valores posibles en forma continua. Este tipo de instrumentos posee entre sus ventajas un bajo costo, en algunos casos no requieren energía de alimentación, presentan con facilidad las variaciones cualitativas de los

parámetros, para visualizar rápidamente el comportamiento del parámetro, son fáciles de adaptarlos a escalas no lineales, su mantenimiento es sencillo al igual que su operación.

Entre sus desventajas se encuentra su poca resolución, no más de tres cifras, se tiene errores de paralaje que limitan la exactitud a $\pm 0.5\%$ de escala total, se pueden presentar confusiones de escalas, la rapidez de las lecturas es baja, una lectura por segundo, no pueden emplearse como parte de un sistema de procesamiento de datos de tipo digital.

- 2) Digitales: Solo pueden medir valores discretos es decir la variable solo puede adquirir ciertos valores. Este tipo de instrumentos tiene un resolución de hasta nueve dígitos, su exactitud puede ser de $\pm 0.002\%$ a escala total, no se tiene error de paralaje, tiene una rapidez de lectura de 1000 por segundo. El inconveniente de este tipo de instrumentos es que tienen un costo elevado, existe dificultad para implementar escalas no lineales, se requiere de una fuente de energía como alimentación, y la operación es más difícil debido al gran número de funciones que pueden manejar.

4.1 ELEMENTOS PRIMARIOS DE MEDICION

4.1.1 Elementos de medición de temperatura

Los elementos sensores de temperatura se deben colocar lo más cerca posible del lugar donde se desea tener la lectura. Para una mejor respuesta se prefiere un bulbo pequeño a un grande (para reducir efectos de película). Se instala el sensor de temperatura donde se pueda mover rápidamente el líquido o el gas.

Cuando se mezclen líquidos directamente, el elemento sensor se instala lejos del lugar de mezcla, a fin de obtener la verdadera temperatura de mezclado. A continuación se discuten algunos tipos de sensores más utilizados.

4.1.1.1 Termopares:

Las mediciones de temperatura que utilizan termopares se basan en el descubrimiento hecho por Seebeck en 1821. Una corriente fluye en un circuito continuo de dos alambres metálicos diferentes, si las dos juntas o uniones se encuentran a temperaturas distintas (figura 4.1). Donde A y B son los dos metales, T_1 y T_2 son las temperaturas de las uniones. Si T_1 es la unión más fría y la corriente termoeléctrica (I) fluye en la dirección señalada, el metal A se designa por costumbre con el punto termoeléctricamente positivo en relación con el metal B.

En circuitos eléctricos la corriente depende de la fuerza electromotriz (fem) desarrollada de la resistencia del circuito. Para lograr mediciones de temperatura exactas, el instrumento de medición se construye de tal modo que se mida una fem sin corriente para eliminar los efectos de resistencia del circuito.

La fem térmica es una medida de la diferencia de temperatura entre T_1 y T_2 . En los sistemas de control la unión o junta de

referencia se localiza casi siempre en el dispositivo de medición de la fem. La unión de referencia se puede mantener a temperatura constante, o se puede mantener la temperatura ambiente pero con una compensación eléctrica de tal manera que se asemeje a una temperatura constante.

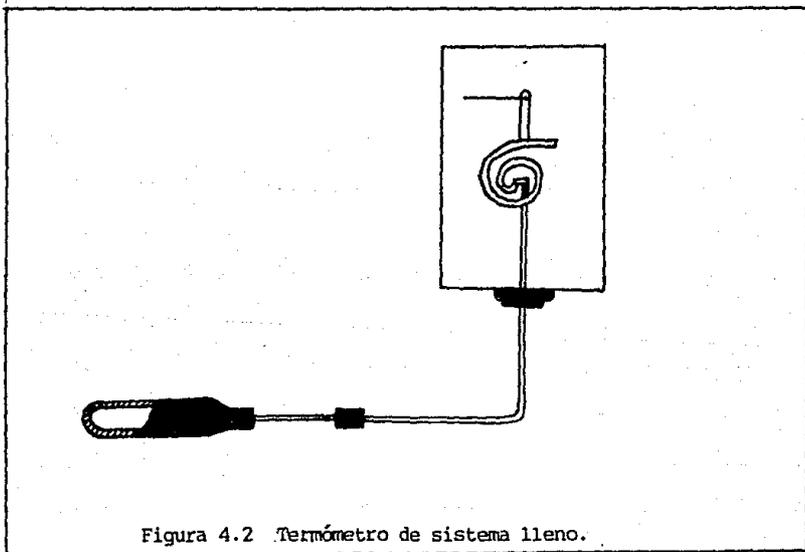
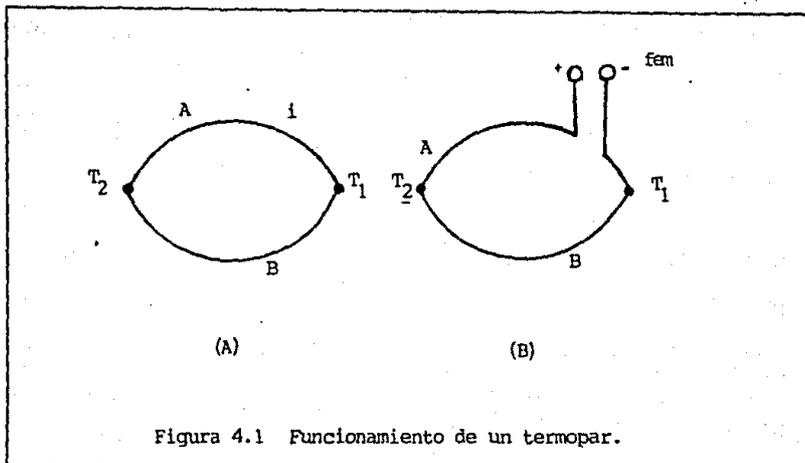
4.1.1.2 Termómetros de resistencia:

Los termómetros de resistencia dependen de las características de los metales para cambiar su resistencia eléctrica cuando se someten a un cambio de temperatura. Estos tipos de termómetros se construyen de platino, cobre o níquel y se han utilizado cada vez con mayor frecuencia metales semiconductores como los termoresistores o resistencias térmicas.

Básicamente el termómetro de resistencia es un instrumento para medir resistencias eléctricas que se calibran en unidades de temperatura en lugar de hacerlo en unidades de resistencia. Hay varias formas comunes de circuitos de puente que se emplean en la termometría de resistencia de índole industrial y el más común de ellos es el Puente de Wheatstone.

4.1.1.3 Termómetros llenos:

Los termómetros de sistema lleno se diseñan para proporcionar una indicación de la temperatura a cierta distancia del punto de medición (figura 4.2). El elemento sensible o de medición (bulbo o ampolla) contiene un gas o un líquido que cambia de volumen, o presión de vapor por la temperatura. Este cambio se comunica por medio de un tubo capilar al tubo de Bourdon u otro dispositivo sensible a la presión o al volumen.



El tubo de Bourdon responde de tal manera que proporciona un movimiento relacionado en una forma muy específica con la temperatura del bulbo. Los sistemas que responden a cambios de volumen están completamente llenos con un líquido, en tanto que los que responden a cambios de presión están llenos de gas, o bien, parcialmente con líquido volátil. Los cambios en la presión de gas o el vapor en respuesta a las alteraciones en la temperatura de bulbo se transmiten por el capilar hasta el Bourdon. Estos últimos bulbos se construyen a veces de tal manera que el capilar se llene con un líquido no volátil.

El movimiento de Bourdon se utiliza directamente o se amplifica por medio de un enlace mecánico o sistema de engranaje para impulsar la aguja de un indicador de temperatura o para mover la pluma de un registrador de temperaturas.

4.1.1.4 Termómetros bimetalicos:

El bimetálico termostático se define como un material compuesto que consta de tiras de dos o más metales unidos entre sí. Debido a los diferentes índices de expansión de sus componentes, esta composición tiende a cambiar de curvatura cuando se somete a una variación de temperatura.

Cuando se mantiene fijo un extremo de la franja recta, el otro sufre una deflexión proporcional al cambio de temperatura y al cuadrado de la longitud, en sentido inverso al espesor a lo largo de la posición lineal de la curva característica de deflexión.

Los termómetros bimetalicos se destinan a utilizarse a

temperaturas que oscilan entre -300 hasta 1000 °F e incluso a niveles inferiores. Sin embargo, a temperaturas bajas, el índice de deflexión se reduce con más rapidez. Los termómetros bimetalicos no tienen una estabilidad prolongada a temperaturas superiores a 800 °F.

4.1.1.5 Termómetros de líquidos en capilares de vidrio

Las tres formas de termómetro de líquido en capilares de vidrio son:

- 1) Totalmente hechos de vidrio (de cuello grabado o escala encerrada).
- 2) De tubo y escala.
- 3) Industriales.

Aunque los termómetros de líquido en capilares de vidrio no se utilizan en sistemas de control automático de procesos, sí se utilizan como dispositivos de medición para el control manual y en laboratorios de control

4.1.1.6 Pirómetros:

Pirometría de reacción. Es la determinación de la temperatura de un objeto por medio de la cantidad y la naturaleza de la energía que irradia. Este campo de la pirometría ha producido varios dispositivos que se pueden clasificar ampliamente en dos grupos:

- 1) Los pirómetros ópticos son aquellos instrumentos en los que la brillantez de un objeto caliente se compara

con la brillantez de una fuente estandar.

- 2) Pirómetros de radiación, son aquellos que miden el índice de emisión de energía por unidad de área en una gama relativamente grande de longitud de onda, que compara la radiación con dos longitudes de onda.

Resumiendo, los termopares pueden manejar temperaturas de -400 a 5000 °F con una precisión de 0.2 °F, poseen un bajo costo. Su inconveniente es que no se pueden tener lecturas directas, se puede afectar la calibración de los alambres cuando se trabaja con grandes temperaturas, y su span mínimo nominal es de 70 °F.

Los termómetros de resistencia manejan un rango de -430 a 1800 °F con una precisión de 0.1 °F. Entre sus ventajas tiene un bajo span (10 °F), tienen una respuesta rápida y son de tamaño pequeño. El autocalentamiento puede ser un problema y por su forma se dificulta su montaje.

Para los elementos térmicos llenos manejan un rango práctico de -300 a 1000 °F con una precisión de ±0.5 a 2% de la escala total. Este tipo de elementos son muy sensibles, no requieren de potencia auxiliar pero presentan diferencias en cuanto que el tamaño del bulbo es mayor que el de un sistema eléctrico y tiene un span mínimo más grande comparandolo con el sistema eléctrico.

En cuanto a los termómetros bimetalicos se maneja un rango práctico de ± 80 a 800 °F con una precisión de 1 a 20 °F. Entre sus ventajas se encuentra la lectura de un disco y su menor costo en comparación con un termómetro térmico o eléctrico, pero tiene menos precisión que un termómetro de varilla de vidrio y cambia

su calibración con facilidad.

Para los termómetro se varilla de vidrio se maneja un rango practico de -200 a 600 °F con una precisión de 0.1 a 2 °F, este tipo de termómetros es muy simple, tiene una larga vida y un bajo costo. Las desventajas de este tipo de termómetros es que se dificulta la lectura y además solo se realizan mediciones locales, no se puede utilizar en un control automático y no registra de alguna manera la medición.

En los pirómetros se maneja un rango de 0 a 7000 °F con una precisión de ± 0.5 a 1% de la escala total. Sus ventajas son que no requiere de contacto físico para la lectura, maneja un amplio rango, tiene una respuesta rápida. Entre sus desventajas se encuentran que es más frágil que otros dispositivos eléctricos, poseen una escala no lineal y requieren de un span relativamente amplio.

4.1.2 Elementos de medición de presión

Los dispositivos para medir presiones en procesos se dividen en tres grupos:

- 1) Los que se basan en una medición de la lectura de la columna de líquidos.
- 2) Los que se basan en la medición de la distorsión de una cámara de presión elástica.
- 3) Los dispositivos sensores de tipo elástico.

4.1.2.1 Estándares de calibración:

Los estándares de precisión en la industria o en los laboratorios de control asociados con plantas de procesamiento, consisten casi siempre en un manómetro de columna de mercurio, de precisión, un verificador de peso muerto y un manómetro de prueba. Según la exactitud requerida, las mediciones auxiliares necesarias son: presión barométrica, temperatura y constante gravitacional. El manómetro de columna de mercurio de precisión que se utiliza, es casi siempre alguna variación del barómetro de pozo (figura 4.3).

4.1.2.2 Métodos de elemento elástico:

Los dispositivos de elemento elástico para la medición de presiones son aquellos en los que las presiones medidas con algún material elástico (casi siempre metálico), dentro de su límite elástico, y la magnitud de dicha deformación, es más o menos, proporcional a la presión aplicada. Estos dispositivos se clasifican en tres tipos:

- 1) El tubo de Bourdon.
- 2) De fuelle.
- 3) De diafragma.

Los elementos de tubo de Bourdon son los dispositivos usados con más frecuencia para medir presiones en la industria química, de estos el más común es el Bourdon con resorte en C (fig. 4.4).

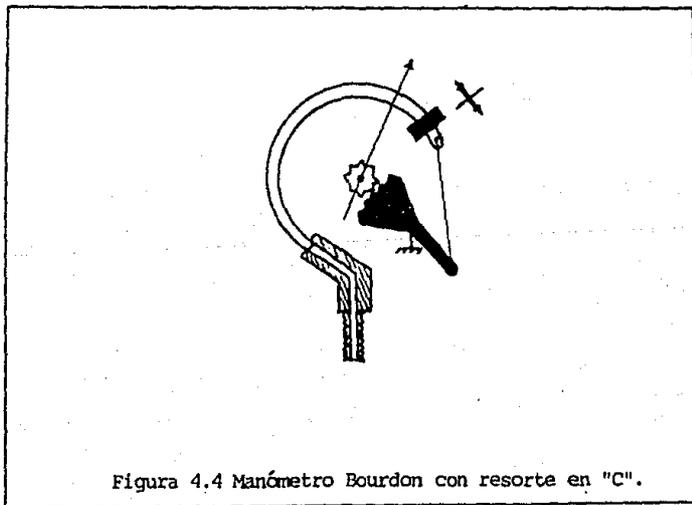
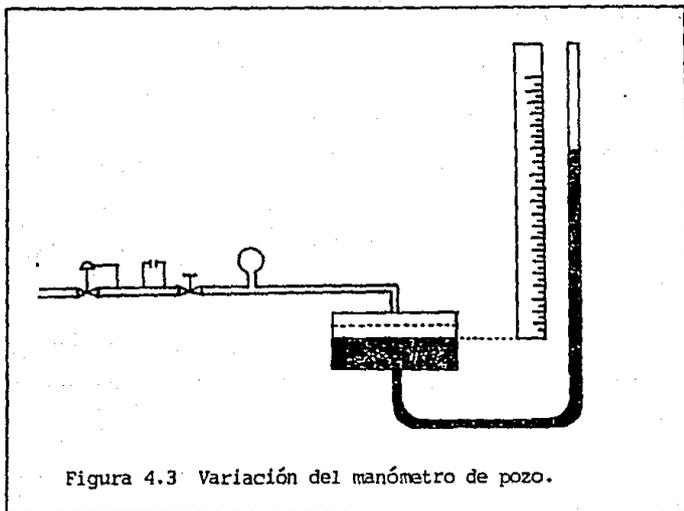
El elemento de fuelle es un cilindro axialmente elástico que tiene dobleces o convulciones profundas. Los fuelles se pueden utilizar sin abrirse, o bien, restringirse por medio de un resorte de oposición. La presión que se desea medir se puede aplicar ya sea en el interior o al espacio que queda fuera del fuelle, exponiendo el otro lado a la presión atmosférica.

Los elementos de diafragma se clasifican en dos tipos principales:

- 1) Los que utilizan las características elásticas del diafragma.
- 2) Los que encuentran la oposición de un resorte u otro elemento elástico separado.

El primer tipo consiste casi siempre en una o más cápsulas, cada una de las cuales se componen de dos diafragmas unidos por medio de soldadura blanda, soldadura de cobre o soldadura térmica.

La segunda clase de diafragma se utiliza para contener la presión y ejercer una fuerza sobre el elemento elástico de oposición.



4.1.3 Medidores de flujo

El flujo, definido como volumen por unidad de tiempo en condiciones específicas de temperatura y presión, se mide usualmente con medidores de desplazamiento positivo o de velocidad. El término medidor de desplazamiento positivo se aplica a aquellos en que el flujo se divide en volúmenes aislados medidos, en donde el número de llenado de estos volúmenes se encuentra de alguna manera.

El término medidor de velocidad se aplica a todos los tipos de medidores de flujo por los que pasa el material sin dividirse en cantidades aisladas. El movimiento del material se detecta casi siempre por medio de un elemento primario de medición que activa un elemento secundario. El gasto o velocidad de flujo se infiere entonces en la respuesta del dispositivo secundario, por medio de las leyes físicas conocidas gracias a relaciones derivadas en forma empírica.

Las principales clases de instrumentos de medición de flujo o corriente que se utilizan en industrias de proceso son:

- 1) Medidores de carga variable.
- 2) Medidores de área variable.
- 3) Medidores de desplazamiento positivo.
- 4) Medidores de turbina.
- 5) Medidores de flujo en masa.

4.1.4 Medidores de nivel:

La medición de nivel se puede definir como la determinación de la ubicación de la interfaz entre dos fluidos, separables por

gravidad, con respecto a un plano de referencia fijo. La medición de nivel más común es la de la interfaz entre un líquido y un gas. Otras mediciones son entre dos líquidos, de sólidos granulares o fluidificados y un gas y entre un líquido y un vapor.

Las bases más frecuentes usadas para clasificar los dispositivos de nivel son:

- 1) Visuales.
- 2) Activados con flotador.
- 3) De desplazamiento.
- 4) De carga.
- 5) Un grupo que depende de las características del fluido.

4.1.4.1 Dispositivos visuales:

El dispositivo visual para medir niveles en procesos que se emplea más a menudo es el vidrio de nivel o columna indicadora. Este dispositivo puede considerarse como un manómetro en el cual el nivel del fluido del proceso, dentro del mismo, busca la misma elevación que en el depósito. El vidrio de nivel se instala casi siempre con válvulas de cierre que permiten que este medidor quede aislado del depósito y se puede extraer sin que este pierda presión.

El vidrio tubular de nivel está limitado a 450 lb/pulg² y 400 °F. Se requiere una construcción especializada para temperaturas y presiones más elevadas.

4.1.4.2 Dispositivos activados con flotador:

1) Medidores de flotador de cadena o cinta. En estos tipos de dispositivos, hay un flotador que se conecta a un mecanismo indicador por medio de una cadena o cinta flexible. Estos medidores de nivel se emplean comúnmente en tanques de almacenamiento de gran tamaño instalados al aire libre.

2) Medidores de placa y eje. En estos dispositivos presurizados se emplean con frecuencia mecanismos activados con palanca y eje, para efectuar las mediciones de nivel. Esta clase de mecanismos consta de un flotador mecánico metálico hueco y una palanca conectada a un eje giratorio que transmite movimiento al flotador hacia el exterior del depósito, por medio de un sello rotatorio mecánico.

3) Dispositivos magnéticos acoplados. Se han desarrollado una gran variedad de medidores de nivel activados con flotador, que transmiten el movimiento de éste por medio de un acoplamiento magnético. A esta clase pertenece, por ejemplo los interruptores de nivel operados magnéticamente y los de flotador con conexión magnética. El acoplamiento magnético se utiliza con frecuencia en dispositivos eléctricos para medición de niveles.

4.1.4.3 Dispositivos de desplazador:

1) Desplazador de tubo de par de reacción. Uno de los aparatos que se utiliza con mayor frecuencia para medir niveles es el desplazador de tubo (figura 4.5). El desplazador se

suspende de cualquier varilla de desplazamiento conectada a un tubo de par. Este queda fijo en el extremo exterior y se sostiene sobre un cojinete de arista delgada en el extremo interno.

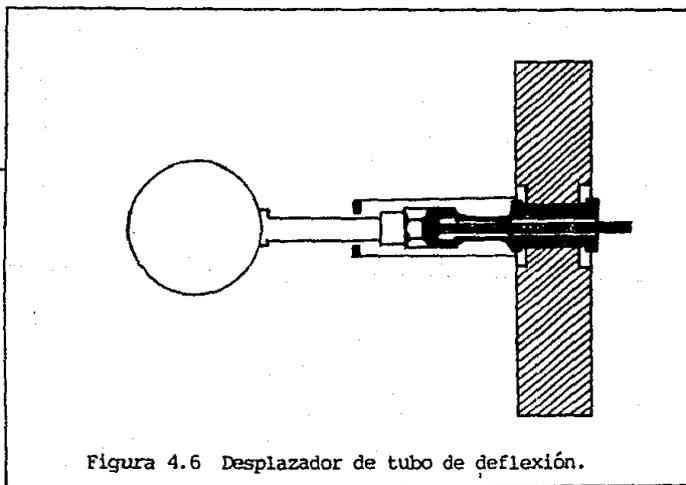
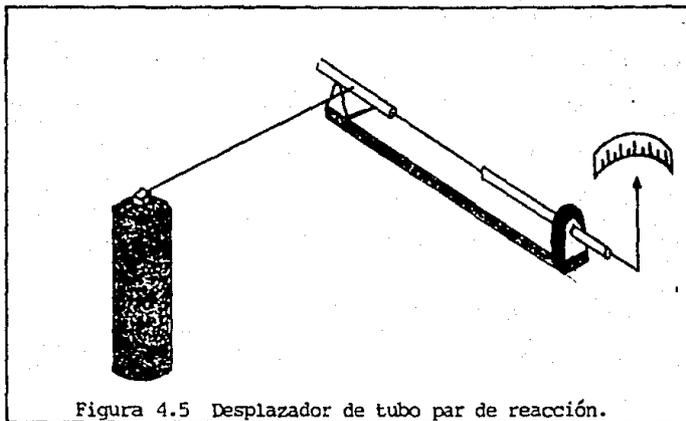
2) Desplazador magnéticamente acoplado. Los aparatos de esta índole tienen por lo común un desplazador restringido por medio de un resorte y mueven un imán propulsor que va encerrado en un tubo protector. El movimiento del imán propulsor se transmite al mecanismo indicador por medio de un seguidor de imán que va fuera del tubo protector.

3) Desplazamiento de tubo de flexión. Consta de un flotador elíptico o cilíndrico montado sobre un brazo corto, que se conecta al extremo libre de un tubo flexible cuyo extremo libre va unido a una brida de sujeción. Estos dispositivos se emplean, casi siempre, para activar en forma directa un interruptor eléctrico o un piloto automático (neumático) (figura 4.6).

4.1.4.4 Dispositivos de carga:

1) Sistemas de manómetros o dispositivos abiertos. La aplicación más simple de la medición de niveles por medio de cargas es la determinación del nivel de un líquido en un dispositivo abierto. El elemento que mide la presión se ubica en el mínimo nivel de operación, o bajo de este, o bien, en la conexión de salida del proceso,

2) Sistema de tubos de burbujeo. El sistema de tubo de



burbujeo más usado reduce las restricciones notablemente en la ubicación del elemento de medición.

3) Sistemas de carga en dispositivos a presión. En depósitos presurizados la medición del nivel de líquidos por medio de cargas hidrostáticas difiere de la que se realiza en depósitos abiertos. Lo que se mide es la presión diferencial. La aplicación de esta técnica puede utilizar casi cualquiera de los dispositivos para medir presiones diferenciales.

4.2 SISTEMAS DE TRANSMISION

Las ventajas de un sistema de transmisión son que la operación del control se consolida, esto es, las mediciones desde la planta pueden ser transmitidas a un cuarto de control central para una eficiente supervisión del operador, los instrumentos no están expuestos a las condiciones de campo, solo el transmisor es expuesto a los fluidos de proceso y a las atmósferas de campo, los instrumentos receptores pueden ser estandarizados, es decir, la misma clase de controlador, indicador o registrador se puede usar para todas las variables de proceso.

Existen dos tipos de transmisión de señales, una es la transmisión neumática y la otra es la transmisión eléctrica. La principal diferencia en cuanto a funcionamiento entre los dos tipos de transmisión, es la respuesta baja de los sistemas neumáticos, ocasionada por un retardo en la transmisión por el tubo.

Generalmente, los instrumentos neumáticos y eléctricos proveen las mismas funciones con igual precisión. Si hay retardos en la transmisión neumática, los sistemas eléctricos son preferidos para la instalación con largas distancias de transmisión.

4.2.1 Sistemas de transmisión neumática:

Los sistemas de transmisión neumática, emplean tubos de metal o plástico de 1/4 a 3/8 de pulgada, con distancias de transmisión de hasta 100 pies. Son ampliamente utilizados en la

industria de proceso. Las distancias de transmisión mayores a 100 pies no son comunes ya que se presenta el efecto de retardo en la transmisión.

La mayoría de los medidores y sistemas de control usados en la industria de proceso se basan en las señales de transmisión neumática o eléctrica. Una ventaja del sistema de transmisión neumática es que son a prueba de explosión, ya que en zonas peligrosas un instrumento eléctrico en cualquier momento puede provocar una chispa que tenga como consecuencia una explosión. También los sistemas neumáticos dan una protección contra fallas de potencia eléctrica, con el aire almacenado un sistema neumático puede mantener el control del proceso lo cual no ocurre con los sistemas eléctricos en caso de falta de electricidad, también los sistemas neumáticos operan directamente el elemento final de control ya que los sistemas de control eléctrico requieren un transformador de una señal eléctrica a neumática para accionar el elemento final de control.

Los rangos de transmisión neumática estandar van de 3 a 15 psig y de 3 a 25 psig, la presión de 3 psig representa el 0% de la variable medida o apertura de la válvula, y los 15 o 27 psig representan el 100% de la variable medida. Estos rangos de señal son usados por los fabricantes para la calibración de los transmisores, receptores y elementos finales de control.

La calidad del aire para los instrumentos neumáticos debe de ser alta, estando el aire limpio y seco, y por lo que la mayoría de las plantas en sus suministros de aire se incluyen compresores, filtros y equipo que elimine impurezas. El punto de

rocio en la línea de operación deberá de ser de 10 °C menores al de la temperatura ambiente. El máximo tamaño de partícula en la corriente de aire deberá ser de 0.0001 pulgadas, el máximo contenido de aceite no deberá exceder de 1 ppm.

El diseño de transmisores neumáticos, controladores y cualquier otro instrumento neumático se basa en un número relativamente simple de dispositivos neumáticos los cuales son combinados en diferentes arreglos mecánicos para dar una relación específica de salida-entrada.

Entre los factores que afectan la respuesta en un sistema de transmisión neumática esta el nivel de presión que se maneje, la respuesta de la línea de transmisión es más rápida a presiones altas. Es posible obtener una respuesta rápida utilizando presiones altas, pero la mayoría de los sistemas son operados sobre un rango estandar de 3 a 15 psig, por ejemplo, se tiene una respuesta más rápida a 15 psig que a 3 psig, de tal forma que las pruebas normalmente se hacen a una presión promedio (9 psig). Otra variable que afecta la respuesta es la amplitud de la señal. La respuesta de la línea de transmisión es un poco menor para cambios de señal grandes. Las pruebas son hechas usualmente a \pm 5% de la amplitud cerca del valor a media escala, ya que esta clase de cambio se considera más típico que un cambio a escala total en los sistemas de control de procesos. También la temperatura del aire influye en la línea de transmisión ya que se tiene un poco más de rapidez a bajas temperaturas. Entre otros factores que afectan la respuesta de transmisión, se encuentra el diámetro del tubo, longitud y capacidad de flujo del transmisor.

4.2.2 Sistemas de transmisión eléctrica

Estos sistemas de transmisión se pueden clasificar por la característica de su señal eléctrica, por ejemplo, voltaje, corriente, posición de la frecuencia y pulso. Estos sistemas también pueden ser categorizados como analógicos y digitales, donde la señal transmitida en el analógico eléctrico de la medición o ha sido convertido a un código representando la medición. En adición a lo anterior estos sistemas han sido clasificados en dos tipos: de corta y de larga distancia, en el cual el usuario puede o no tener control sobre el canal de comunicación entre los transmisores y receptores.

Son dos los principales métodos de transmisión eléctrica, uno es el sistema de voltaje, y el otro es el sistema de transmisión por corriente. Estos sistemas requieren una conexión física entre el transmisor y el receptor. Esta conexión física, comúnmente referida como un canal, que consiste de uno, dos o más alambres, dependiendo del sistema de diseño. A continuación se tratan estos dos tipos de sistemas.

1) Sistemas de transmisión por medio de voltaje. Este tipo de sistemas transmiten la medición como una función de un voltaje de ac o dc. Donde un potenciómetro de alambre lateral se conecta en serie con una batería con un contacto deslizable, posicionado por un tubo sensitivo de presión tipo Bourdon. El canal de transmisión consiste de un par de alambres conectados a un dispositivo medidor de voltaje. Cuando los cambios de presión se presentan, el tubo Bourdon mueve y presiona el contacto

deslizable, y como consecuencia cambiando la caída de voltaje a través del alambre corredizo, el cual es conectado al canal de transmisión. El potenciómetro de balance nulo mide el voltaje y posiciona un punto sobre la escala graduada en términos de la presión.

Aunque el uso de un potenciómetro de balance nulo (corriente directa) reduce la corriente en los alambres de transmisión a un mínimo (los efectos de resistencia son despreciables), los sistemas de voltaje son restringidos a unos pocos miles de pies.

La mayoría de los sistemas usan elementos primarios los cuales producen un voltaje como una parte intrínseca de su función de medición, tal como los termocopios, tacómetros y transformadores diferenciales. Su aplicación principal es en las plantas industriales, en distancias de 1000 pies o menores. Los potenciómetros autobalanceados son los receptores usuales para tales sistemas, aunque indicadores deflexionales pueden ser usados si son calibrados para la resistencia de la línea involucrada.

2) Sistemas de transmisión por medio de corriente. Un alambre corredizo con su potenciómetro es conectado en serie con una batería a un contacto posicionador deslizante por un tubo sensitivo de presión tipo Bourdon. El canal de transmisión consiste de un par de alambres conectados a un dispositivo medidor de corriente. Conforme la medición de la corriente cambia, el tubo Bourdon cambia de posición al contacto deslizante y por ende cambiando la corriente en el canal de transmisión. El miliamperímetro mide la corriente y posiciona un punto sobre la

escala graduada en términos de la presión ya medida.

Los sistemas de transmisión por corriente pueden desarrollar mayores voltajes que la mayoría de los sistemas de voltaje y consecuentemente, se puede hacer más inmune a los efectos de voltaje térmico o inductivo en las guías interconectantes.

4.3 CONTROLADORES

La función básica de un controlador, es la de recibir una medición (M) del valor de la variable a ser controlada; después comparar ese valor de referencia o valor deseado (R); posteriormente se determina la magnitud y dirección de alguna desviación o error (E); se proporciona una salida (S) como una función de la desviación (figura 4.7).

En la figura 4.8 se muestra un mecanismo de controlador neumático proporcional. Este típico controlador industrial hecho para registrar y controlar una variable de proceso y es referido como registrador-controlador. El valor de la variable medida es trazada por una pluma sobre una carta circular, se calibra en términos de unidades de la variable controlada. Esta carta es manejada a una velocidad conocida. El controlador también contiene un punto de ajuste, que se puede cambiar por medio de una perilla a un valor deseado de la variable medida.

El controlador consiste de un mecanismo controlador, el cual incluye un sistema tobera-deflector, y un mecanismo detector del error, produciendo un movimiento proporcional al error. En el sistema tobera-deflector, un suministro regulado de aire de 20 psig es permitido para que el flujo pase a través de una pequeña tobera con un diámetro aproximado de 0.01 pulgadas. Esta corriente de aire hace contacto con una tira de metal llamada deflector. Como el deflector se mueve hacia la tobera, la presión (p) en la tobera se incrementa ya que el área para la descarga del aire es reducida, la presión de la tobera llega a

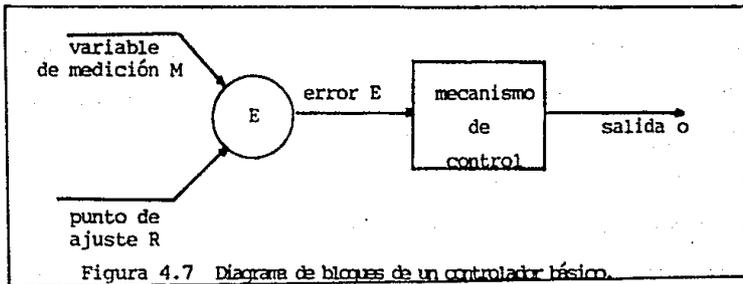


Figura 4.7 Diagrama de bloques de un controlador básico.

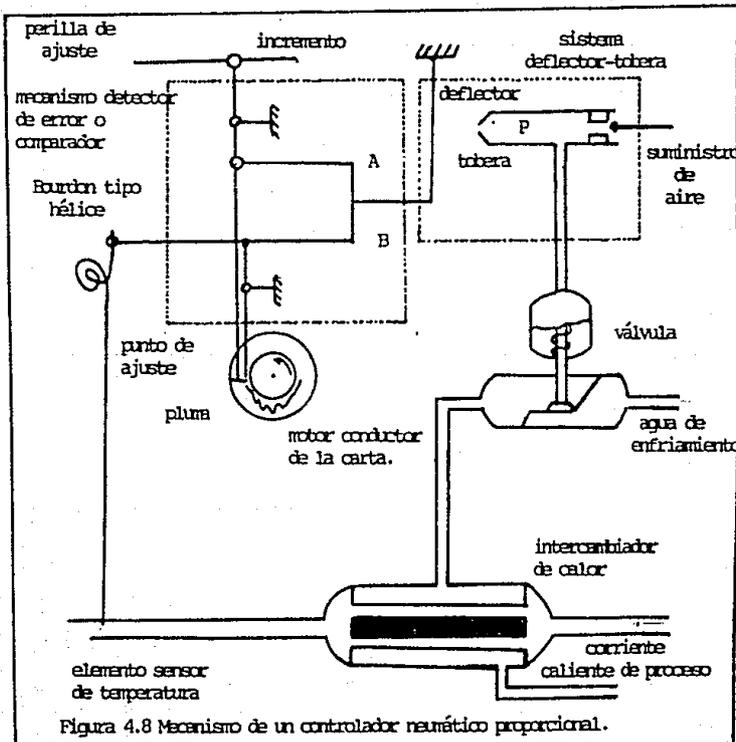


Figura 4.8 Mecanismo de un controlador neumático proporcional.

ser igual a la presión de suministro cuando la tobera es sellada por el deflector. El sistema es diseñado tal que la presión de la tobera caiga linealmente cuando la distancia tobera-deflector se incrementa. Esta variación de presión en la tobera es usada para controlar la válvula de control neumática.

Además del controlador descrito anteriormente, existen otros, tanto neumáticos como eléctricos.

4.3.1 MODOS DE CONTROL

Los modos de control se aplican a circuitos de control retroalimentados e indican la forma en que el controlador corrige las desviaciones o errores.

Los modos de control existentes son:

- 1) Proporcional (P)
- 2) De dos posiciones (sí-no) (on-off)
- 3) De dos posiciones con banda muerta.
- 4) Integral (I)
- 5) Derivativa (D)
- 6) Combinada (PI, PD, PID)

La operación es de dos posiciones cuando la señal correctora solo puede tener dos valores iguales y de signo contrario. La acción será proporcional, integral o derivativa cuando la señal correctora sea un valor proporcional, integral o derivativo de la señal de error.

En este tema se estudiarán los modos de control y al controlador importando sólo las relaciones de entrada y salida.

El circuito o dispositivo común en todos los controladores es el comparador, el cual resta el valor deseado de la variable (set point) (P), del valor de la variable controlada (E), la diferencia constituye la señal de error del sistema la cual es proporcional a la verdadera diferencia.

En general:

$$e = E - P$$

El valor deseado de la variable (set point) puede fijarse a voluntad en el controlador por medio de una perilla.

Todos los controladores además de presentar un tipo común de acción específica (modos de control), presentan otra característica que depende de la relación existente entre la señal de medición y la señal de control. Esta acción puede ser: directa, cuando el aumento en la señal de medición produce un aumento en la señal de control o inversa cuando una disminución en la señal de medición produce un aumento en la señal de control.

4.3.1.1 Control proporcional

Este tipo de modo de control proporciona una salida que cambia proporcionalmente con el error del sistema. Es decir:

$$S \propto e$$
$$S = G e$$

Donde G es la ganancia del controlador o ganancia proporcional.

Ahora como el error en un momento dado es positivo o negativo, se debe tener un valor constante, el cual se le sumará o restará el valor del error. Por lo que la ecuación es :

$$S = G e + C$$

Donde C es la constante de salida del controlador y es ajustable dependiendo de la condición del sistema.

La ganancia se le denomina proporcional porque esta en función de una banda proporcional.

La banda proporcional (B.P.) se define como el porcentaje que debe cambiar la variable controlada, para que el elemento final de control se desplace de una posición externa a la otra y es en función inversa de la ganancia.

$$G = \frac{1}{B.P.} \quad G(\%) = \frac{100\%}{B.P. \text{ en}\%}$$

Por lo que la ecuación general que rige al modo proporcional es:

$$S = \frac{1}{B.P.} (E - P) + C$$

De la ecuación anterior se deduce que la posición del elemento final de control (S) es directamente proporcional al error e inversamente proporcional a la banda proporcional.

Cuando se tiene un valor del 50% del rango, que es el valor más común, la ecuación anterior representa una familia de rectas con ordenada al origen del 50% y cuya pendiente depende de la B.P.

En la figura 4.9 se ve que la estabilidad se alcanza más rápidamente para banda proporcional ancha, solo que el corrimiento aumenta su amplitud con el valor de B.P., de tal forma que se tiene que equilibrar el tiempo de estabilidad y el

valor de corrimiento. El ajuste de la banda proporcional depende del proceso de que se trate.

Resumiendo las características del control proporcional:

- 1) Una velocidad de reacción lenta permite B.P. ancha.
- 2) Los atrasos de transmisión y tiempo muerto requieren banda proporcional ancha.
- 3) Un cambio de carga grande causa una desviación sostenida de la variable.

Si el proceso tiene gran capacidad, atrasos de transmisión, y tiempos muertos pequeños, la banda proporcional apropiada será pequeña (10% o menor).

El control proporcional se puede aplicar cuando:

- 1) No hay cambios de carga rápidos, ni lentos.
- 2) No hay grandes atrasos de transmisión y tiempo muerto.
- 3) La velocidad de reacción del proceso es lenta.

4.3.1.2 Control de dos posiciones (si-no, on-off)

Cuando se emplea control de dos posiciones en un proceso el elemento final de control adopta solamente una de dos posiciones posibles, dependiendo si la variable controlada esta arriba o abajo del set point. Por ejemplo: una válvula de control estará completamente abierta o cerrada; para que tal cosa suceda el actuador de dicha válvula debe recibir solo dos valores diferentes de presión, lo cual implica que la salida del controlador sea, o la mínima presión posible, o la máxima. Se

dice entonces que el controlador es de dos posiciones o de TODO o NADA.

El control de dos posiciones es un caso particular del control proporcional.

$$\text{salida (S)} = \begin{cases} \text{Máxima cuando } E > P \\ \text{Mínima cuando } E < P \end{cases}$$

El control de dos posiciones se logra de la siguiente forma, del control proporcional se tiene que:

$$S = G (E - P) + C \quad (a)$$

$$\text{si } C = 0$$

$$S = G (E - P) \quad (b)$$

Para satisfacer que $E > P$ produzca máxima salida, se logra si la ganancia $G \rightarrow \infty$, es decir la banda proporcional $BP = 0$.

$$S = \lim_{G \rightarrow \infty} G (E - P) = \infty$$

Cuando:

$$E < P$$

$$S = \lim_{G \rightarrow \infty} G (E - P) = \infty$$

Un valor de S infinito se interpreta como la máxima salida y un valor menos infinito se interpreta como la mínima salida, por

lo que se cumplen las dos posiciones (figura 4.9a).

Este tipo de control se aplica en condiciones de alarma, paro y arranque y es adecuado cuando:

- 1) No hay atrasos en la transmisión y tiempos muertos.
- 2) La velocidad de reacción es lenta.
- 3) Cuando no hay cambios grandes ni frecuentes de carga.

La principal desventaja de este modo de control es que en procesos cíclicos, donde se requiere mucha precisión, el funcionamiento excesivo daña el controlador y al equipo. Como ejemplos de estos controladores se tiene: relevadores, fusibles, válvulas de seguridad, interruptores, etc.

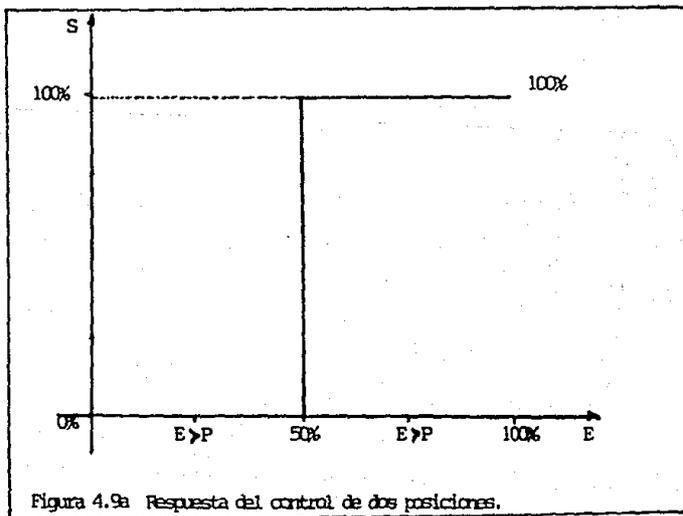
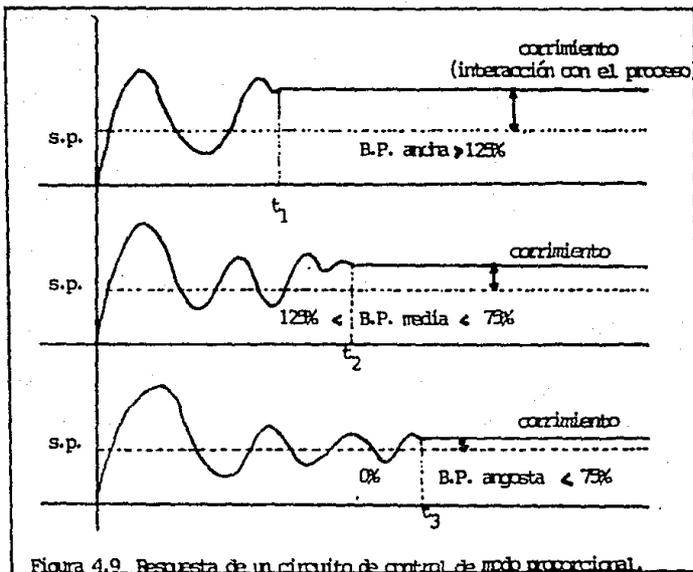
4.3.1.3 Control de dos posiciones con banda muerta:

Este tipo de modo de control se utiliza para evitar el funcionamiento excesivo del anterior.

En este tipo de control se fijan dos puntos de ajuste o sea un inferior P_1 , y un superior P_2 , existiendo una banda diferencial o muerta como se muestra en la figura 4.10.

En este tipo de control se debe cumplir las siguientes condiciones:

$$\text{SALIDA} = \begin{cases} \text{Máxima} & E > P_2 \\ \text{Valor original} & P_1 < E < P_2 \\ \text{Mínima} & E < P_1 \end{cases}$$



La ecuación que rige el comportamiento de este modo de control es una función no continua.

$$\text{SALIDA (S)} = \begin{cases}
 \text{a) } \lim_{G \rightarrow \infty} G(E - P_2) = +\infty & E > P_2 \quad (\text{zona superior}) \\
 \text{b) } \text{valor original} + \lim_{G \rightarrow 0} G(E - P_2) + \lim_{G \rightarrow 0} G(E - P_1) & P_1 < E < P_2 \quad (\text{zona muerta}) \\
 \text{c) } \lim_{G \rightarrow 0} G(E - P_1) = -\infty & E < P_1 \quad (\text{zona inferior})
 \end{cases}$$

Como se puede ver en la ecuación anterior, este modo de control es un sistema de ganancia variable (dentro de la banda muerta $G = 0$ y fuera $G = \infty$) y memoriza del último valor antes de entrar en la banda muerta.

Efectos del corrimiento en el modo proporcional.

A continuación se hace una demostración matemática aproximada que explica el porque siempre existe un corrimiento en la aplicación del controlador proporcional entre E y P. En la figura 4.11, se tiene un circuito de control; en el que por comodidad se supone un proceso con $G = 1$, lo mismo para la válvula de control, el transmisor y los elementos de medición. Se analizará que condición debe cumplir la ganancia del controlador para eliminar el corrimiento.

De la figura 4.11, se tiene:

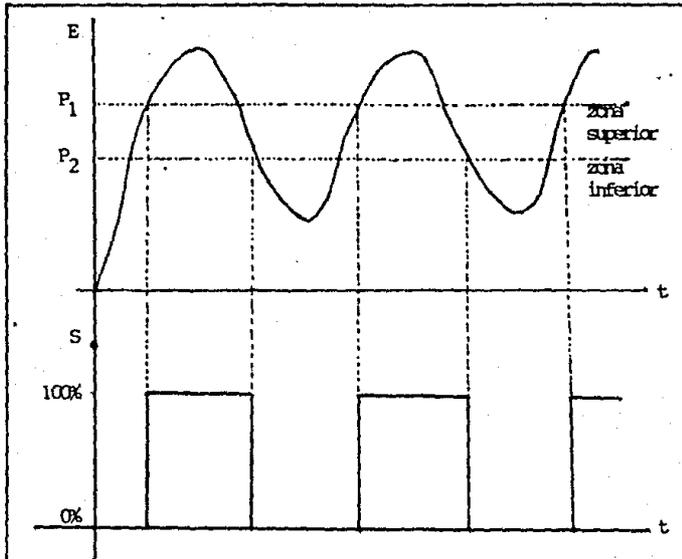


Figura 4.10 Respuesta del modo de control de dos posiciones con banda muerta.

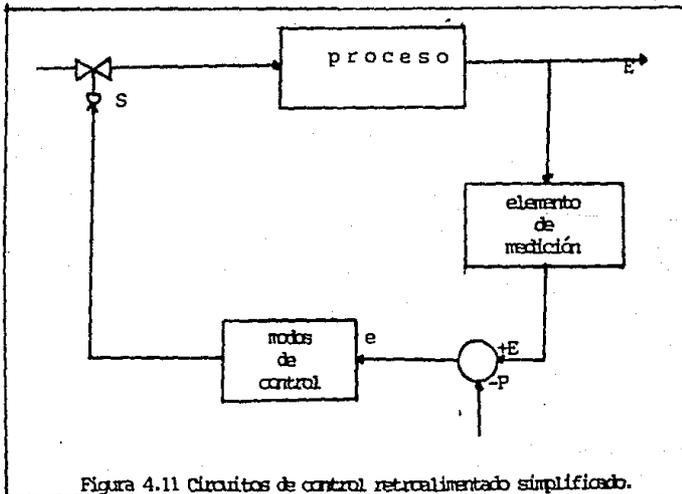


Figura 4.11 Circuitos de control retroalimentado simplificado.

$$e = E - P$$

$$S = Ge \text{ y como el proceso tiene } G = 1$$

$$E = S = Ge \quad \dots\dots\dots(a)$$

$$P = E - e = Ge - e = e(G - 1) \quad \dots(b)$$

Si $P = E$ no existe corrimiento

dividiendo E en P de (a) y (b) se tiene:

$$E/P = Ge/(G - 1)e = G/(G - 1)$$

$$E/P = G/(G - 1) \quad \dots\dots\dots(c)$$

Para que la ecuación anterior cumpla la condición $P = E$, G debe tender a un valor infinito. Del análisis y de la ecuación (c) se concluye que el corrimiento depende del valor de la ganancia del controlador pero es conveniente mencionar que no debe ajustarse G a un valor muy grande, debido a que el sistema se hace inestable.

4.3.1.4 Controlador integral (reajuste automático o reset):

Este modo de control sirve para evitar el corrimiento característico del modo proporcional. El efecto que produce el reajuste automático es la repetición de la acción proporcional hasta eliminar el corrimiento sin importar la posición del elemento final de control. Las unidades que normalmente se usan son "repeticiones/minuto", lo que significa el número de veces que repite la acción integral, el efecto proporcional.

La ecuación del modo integral es:

$$S = Gr \int_0^t (E - P) dt + C \quad \dots (a)$$

donde r es el reajuste automático en repeticiones/mín.

Derivando la ecuación (a) se tiene:

$$ds/dt = Gr e \quad \dots (b)$$

$$r = 1/T_i \quad \therefore T_i \text{ es la constante de acción integral}$$

De la ecuación (b) se ve que la acción del elemento final de control es:

- a) directamente proporcional a (r).
- b) directamente proporcional a (G).
- c) directamente proporcional al error (e).

Resumiendo, el modo de control integral se utiliza cuando:

- 1) No hay cambios grandes y frecuentes de carga.
- 2) La respuesta del proceso sea rápida, como es el caso de flujo y presión.

El modo integral tiende a generar inestabilidad ya que tiende a saturarse si se usa en procesos discontinuos, ya que cuando el proceso es detenido, la variable medida cambia en gran cantidad de valor haciendo que el controlador detecte un gran error, el cual es integrado llevando el controlador a saturación.

4.3.1.5 Controlador proporcional con integral (PI):

Generalmente el modo integral con su estabilidad en el punto de control se utiliza con el controlador proporcional con su estabilidad inherente. La respuesta de cada uno de estos controladores es ajustable y la estabilidad de la variable depende del ajuste del controlador. Este tipo de control es el que se usa con más frecuencia.

La ecuación que rige este modo es:

$$S = G (e + r \int_0^t e dt + C)$$

Se usa este control en un proceso con una velocidad de reacción y un atraso de transmisión moderados, con un tiempo muerto muy pequeño.

Cuando hay un cambio en la carga, la acción se ve en la figura 4.12.

La banda proporcional tiene un valor constante para todas las curvas. Cuando la velocidad de ajuste es cero, el control se lleva a cabo únicamente por el modo proporcional. La desviación sostenida de la variable es típica del control proporcional.

Cuando la velocidad del integral tiene un valor pequeño, la vuelta de la variable al punto de control es lenta pero al fin el corrimiento se elimina.

Conforme aumenta la velocidad del integral, la vuelta de la variable al punto de control es más rápida, pero una velocidad mucho mayor, produce una oscilación excesiva antes de alcanzar un valor estable.

Algunas veces permanece la oscilación indefinidamente.

La banda proporcional en este tipo de control se puede ajustar separadamente (figura 4.13). Un cambio en la banda afecta proporcionalmente la velocidad del integral, si la banda se reduce, la variable controlada regresa más rápidamente al punto de control. Si la banda se reduce mucho más, llega un punto en el que se tiene oscilaciones.

Una banda amplia trae consigo un retorno gradual y lento de la variable al punto de control. Aunque la velocidad de la integral es idéntica para todas las curvas, el aumento en la banda, disminuye la velocidad del integral hasta volver la acción del control estable.

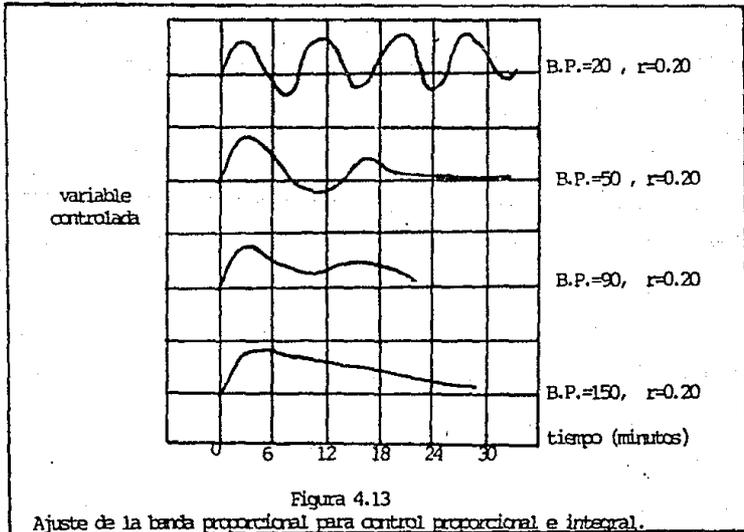
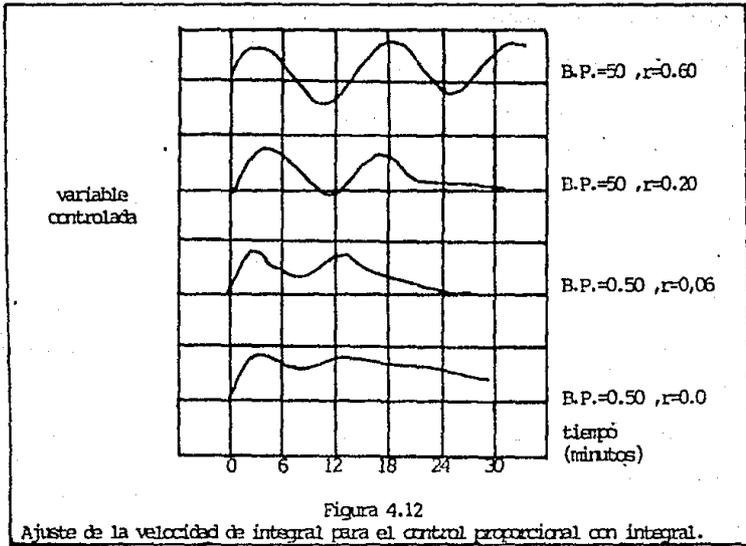
Disminuyendo la banda proporcional, se consigue un más rápido retorno al punto de control pero también se introduce una oscilación.

Cabe aclarar que las gráficas mostradas son ejemplos particulares, no generales y sirven para dar una idea de las variaciones que se tienen con los modos de control.

En la tabla siguiente se aprecia la influencia de las características del sistema controlado.

N velocidad de la reacción

D tiempo muerto (en el ajuste de un controlador proporcional).



característica del proceso	banda proporcional	velocidad de reajuste
N=pequeño; D=grande	moderada	lenta
N=pequeño; D=pequeño	angosta	rápida
N=grande ; D=grande	ancha	lenta
N=grande ; D=pequeño	moderada	rápida

El controlador proporcional con integral usualmente se aplica en procesos que tienen características aplicables a cualquier modo proporcional o integral, separadamente. La limitación, estriba en el periodo grande y de consiguiente respuesta lenta cuando hay tiempo muerto. El atraso en la transmisión no es una limitación si el elemento medidor es sensible a cambios pequeños. De otra manera, el atraso en la transmisión se convierte en tiempo muerto, la banda se hace mayor y la velocidad del integral disminuye.

Para procesos con atrasos pequeños de cualquier clase, el control se lleva a cabo principalmente por la acción del integral. En procesos con una gran capacidad y atrasos en la transmisión y tiempos muertos moderados el control se lleva a cabo principalmente por la forma proporcional, en este caso el propósito del reset es efectuar un pequeño movimiento en el elemento final de control para eliminar la acción sostenida. En control de procesos con pequeña capacidad sin retrasos la parte principal la realiza la integral.

4.3.1.6 Control de derivada (rate):

Algunos procesos presentan atrasos considerables en la detección y en la transmisión de la variable controlada, llamados atrasos en el tiempo de respuesta.

Para compensar estos tiempos es necesario que el controlador actúe inmediatamente que sienta un cambio o error y que se anticipe al efecto que pueda producir un cambio de carga en un proceso con tiempo de respuesta lenta. El modo de control que produce el efecto de anticipación es el de derivada.

Las unidades en que se mide la acción derivada es en unidades de tiempo, ya que su función es la de producir el tiempo de estabilización de la variable.

Por ejemplo, cuando se dice que la acción de derivada tiene un ajuste de dos minutos, significa que la acción de derivada se anticipará dos minutos en su respuesta a la acción proporcional para controlar el proceso.

La ecuación de este modo es:

$$S = G T_d \frac{de}{dt} + C$$

Donde T_d es el adelanto en minutos.

Resumiendo:

Este modo de control se puede aplicar cuando:

- 1) Existen atrasos en la detección y transmisión de la variable.
- 2) Cuando los procesos no sean ruidosos como es el caso de flujo o la precisión de líquidos.

4.3.1.7 Control proporcional con derivada (PD)

La aplicación de la parte derivativa del controlador se aplica para contrarestar los efectos del tiempo de retraso (figura 4.14).

La adición del rate en un controlador proporcional con derivada reduce la desviación máxima. La ventaja mayor se obtiene al reducir la mitad, más o menos el periodo de ciclo. La variable controlada vuelve a el punto de control en la 4ª parte de tiempo requerido sin la derivada.

La ecuación que cambia las acciones proporcional y derivativa es:

$$S = G \left(e + T_d \frac{de}{dt} \right)$$

En la figura 4.14 la banda proporcional fue reducida y la velocidad del reajuste integral, (r) fue aumentado considerablemente, produciendo una acción correctiva mucho mayor. Como se ve, si se usa la derivada, los ajustes del control requieren cambios.

El más serio problema en los atrasos es la presencia de atrasos en la transmisión ya que produce atrasos en el control o en la medición aumentando el número de capacidad en el sistema controlado. En este caso se emplea para contrarestar los efectos de los atrasos.

La derivada es efectiva cuando hay atrasos en la transmisión, control y medición ya que es el único medio para hacerlo. Los ajustes de la derivada deben ser cuidadosos ya que

la derivada grande causa excesivas oscilaciones y se opone a cualquier cambio rápido en la variable, ya sea que se aleje o se acerque al punto de control. Cuando el tiempo de la derivada es pequeño se origina una oscilación que es debida a una banda proporcional angosta y a una integral grande. El periodo de ciclo es mucho mayor que el periodo causado de derivada demasiado largo, esto es un medio para reconocer la causa de la oscilación excesiva.

4.3.1.8 CONTROL PID

Este modo de control es una combinación de los tres modos ya mencionados, y la ecuación que lo rige es:

$$p = K_c \epsilon + K_c \tau_D \frac{d\epsilon}{dt} + \frac{K_c}{\tau_I} \int_0^t \epsilon dt + P_a$$

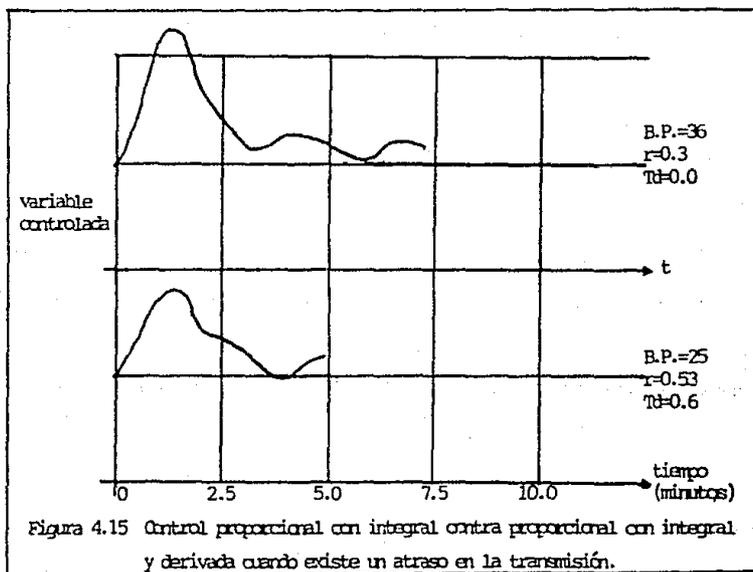
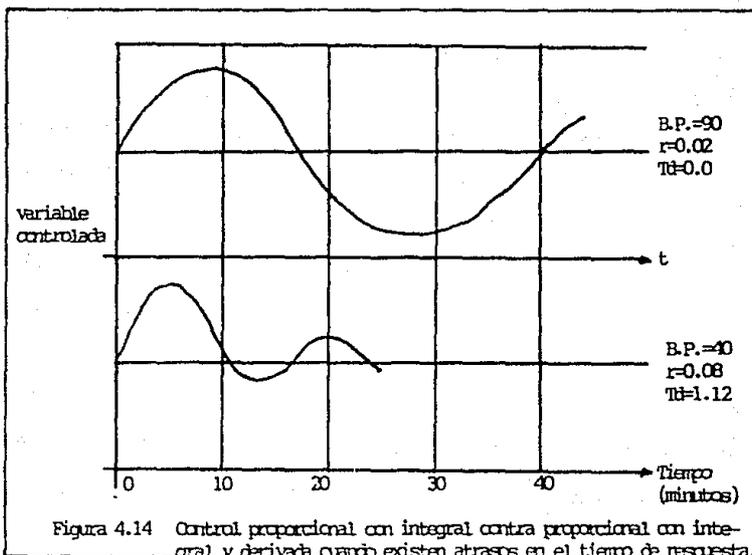
Su función de transferencia es la siguiente:

$$\frac{P(s)}{\epsilon(s)} = K_c \left[1 + \tau_D s + \frac{1}{\tau_I s} \right]$$

Las curvas de la figura 4.15 muestran la influencia estabilizadora de la 1ª derivada.

Las bandas más angostas se logran gracias al efecto estabilizante de la derivada. Si se reduce la banda proporcional, una disminución del T_d puede producir una oscilación debido a lo angosto de la B.P., y la ausencia de la influencia estabilizadora de este.

Para cambios de carga rápidos es posible ajustar el tiempo de la derivada a un máximo de tal manera que la acción correctiva empieza antes de que la desviación se vuelva excesiva.



4.4 Elementos finales de control

Regularmente el elemento final es una válvula de control. Estas son dispositivos básicos reguladores en un proceso, que controlan la corriente de flujo. La función de las válvulas es alterar el valor de la variable manipulada, en respuesta a la señal de salida proveniente del controlador automático. Esta consta normalmente de dos partes: un activador que traduce la señal de salida del dispositivo controlador en una acción que produce una gran fuerza a la manipulación de una gran energía, y un dispositivo que responde a la fuerza del activador y que ajusta el valor de la variable manipulada.

La mayoría de las válvulas de control se asemejan a las válvulas de globo, solo que en este caso, en lugar de abrir o cerrar la válvula con una perilla de mano, se hace uso del activador para mover el vástago y el tapón a fin de abrir y cerrar la válvula de control.

La mayoría de las válvulas de control están construidas por un cuerpo, capaz de soportar la presión, temperatura, corrosión, abrasión y otras propiedades del fluido del proceso. Consta de asiento, un tapón o disco, un vástago para mover el tapón y abrasaderas, un casquete u otra estructura que selle a presión, localizada en el cuerpo de la válvula y conteniendo a aquellos sellos para evitar fugas de fluidos del proceso al abrir o cerrar la válvula, un activador el cual esta operado usualmente por aire, un diafragma el cual se separa en dos compartimientos. El diafragma es balanceado en su posición por un resorte en un lado y aire a presión por el otro. En el control de flujo, la presión

del aire cambia en respuesta a la señal resultante de la medición de la presión diferencial a través de un orificio u otro elemento sensor de flujo.

Para el empleo de las válvulas de control se deben analizar cuatro aspectos importantes:

- 1) Capacidad.
- 2) Característica.
- 3) Rangeabilidad.
- 4) Recuperación.

Capacidad: Es conocida comúnmente como C_v y tiene unidades de gpm/psi, y se define como el número de galones por minuto de agua a 60 °F que pasan a través de la válvula con una caída de presión de una lb/in², a una presión establecida y un porcentaje de carrera de vástago.

Las capacidades relativas de flujo entre varios tipos de válvulas pueden aproximarse por C_d , que es el coeficiente de descarga de la válvula el cual se calcula por la relación entre la capacidad de la válvula C_v , y el cuadrado del diámetro de la válvula en pulgadas cuadradas (d^2).

Característica: Es la relación del cambio en la apertura de la válvula (posición del tapón), a el cambio en el flujo a través de la válvula.

Característica es igual a porcentaje: Denota un cambio de porcentaje en la elevación del vástago, es el cambio de porcentaje en el flujo. Las válvulas con esta característica son más sensitivas a un cambio de posición del tapón cuando la válvula se

acerca a una posición de apertura amplia y ya que se encuentra en la posición normal de operación de la mayoría de las válvulas de control se eligen en base a esta característica. Los tapones de igual porcentaje se emplean para controlar la presión y el flujo; o donde sólo un pequeño porcentaje de la presión diferencial global es disponible así como la caída de presión a través de la válvula de control varía gradualmente.

Para este tipo de válvulas se emplean las siguientes ecuaciones:

$$Cv = (Cv)_{\min} \left[\frac{(Cv)_{\max}}{(Cv)_{\min}} \right]^{Xv/(Xv)_{\max}}$$

O bien:

$$\frac{(Cv)}{(Cv)_{\max}} = (Cv)_{\min}^{\alpha} \left(\frac{Xv}{(Xv)_{\max}} - 1 \right)$$

$$\text{Donde } \alpha = \frac{(Cv)_{\max}}{(Cv)_{\min}}$$

y:

$$\frac{Xv}{(Xv)_{\max}} = 1 + \frac{\ln(Cv/(Cv)_{\max})}{\ln \alpha}$$

Característica lineal: Esta característica denota igual cambio de flujo para igual cambio de posición del tapón en todos los puntos. Las válvulas con esta característica son especificadas para controlar nivel de líquido.

La ecuación para este tipo de característica es la siguiente:

$$Cv = \left[\frac{(Cv)_{max}}{(Xv)_{max}} \right] Xv$$

Donde Xv Posición del bástago en pulgadas, relativas a la posición del cierre total.

$(Xv)_{max}$ Posición máxima.

$(Cv)_{max}$ Coeficiente de flujo a $(Xv)_{max}$.

Característica de apertura rápida: Este tipo de válvulas tiene un cambio muy rápido en el flujo (en algunos casos tanto como 80%). En los primeros 10% de la carrera del tapón. Otras características pueden ser producidas por variación y relaciones de tapón de válvula así como el asiento o por una leva o bien, fugas en los arreglos de los activadores de las válvulas. Este tipo es recomendado en situaciones en que se requiere un control de totalmente abierto o totalmente cerrado.

Característica hiperbólica: En este tipo de válvulas se aplican cuando la relación entre el viaje de la válvula y el coeficiente de flujo se define por la siguiente ecuación:

$$\frac{Cv}{(Cv)_{max}} = \frac{1}{\alpha - (\alpha - 1) \frac{(Xv)}{(Xv)_{max}}}$$

O bien:

$$\frac{Xv}{(Xv)_{max}} = \frac{\alpha - ((Cv)_{max} / Cv)}{\alpha - 1}$$

Este tipo de características tienen aplicación en algunos casos especiales.

Característica de raíz cuadrada: También son de limitada aplicación en la industria y la ecuación que la rige es la siguiente:

$$\frac{X_v}{(X_v)_{\max}} = \left[\frac{(Cv)}{(Cv)_{\max}} \right]^2$$

Rangeabilidad: La rangeabilidad se define como la relación de máximo a mínimo flujo del cual la válvula de control puede dar un control estable.

Rangeabilidad inherente: Se define como la relación de coeficientes de flujo máximo a mínimo entre los cuales la ganancia de la válvula no exceda la ganancia específica por alguna relación establecida. Esta definición tiene la limitación de que en tiempo de respuesta, el cual puede ser de vital importancia en ciertas aplicaciones, involucrando cambios rápidos en los condiciones de un proceso.

V CONTROL DE COLUMNAS DE DESTILACION

5.1 Generalidades:

La destilación es una de las operaciones unitarias más utilizadas en los procesos industriales para separar una mezcla de compuestos miscibles o volátiles en componentes individuales o, en algunos casos, en grupos de componentes. La separación de alcohol y agua de una mezcla; la del aire líquido en nitrógeno, oxígeno y argón y la del petróleo crudo de gasolina, turbosina, diesel y gasóleo son algunos de los ejemplos de destilación.

Para aplicar el proceso de destilación es necesario que el vapor que se forma a partir de la mezcla inicial difiera en composición, es decir, que exista una diferencia en las volatilidades de los componentes que constituyen la mezcla.

Un sistema típico de destilación se muestra en la figura 5.1. La columna está constituida internamente por varios dispositivos llamados platos que proporcionan un contacto íntimo entre el líquido y el vapor.

La alimentación, la cual va a separarse en fracciones, se introduce en uno o en varios puntos de la columna. Debido a la diferencia de densidades entre las fases líquida y vapor, el líquido va descendiendo de un plato a otro a lo largo de la columna, mientras que el vapor va ascendiendo entrando en contacto con el líquido en cada plato. El líquido que alcanza el fondo de la columna se vaporiza parcialmente en un rehervidor para proveer el vapor que se retorna a la columna, el líquido remanente se extrae como producto de fondos. El vapor que llega

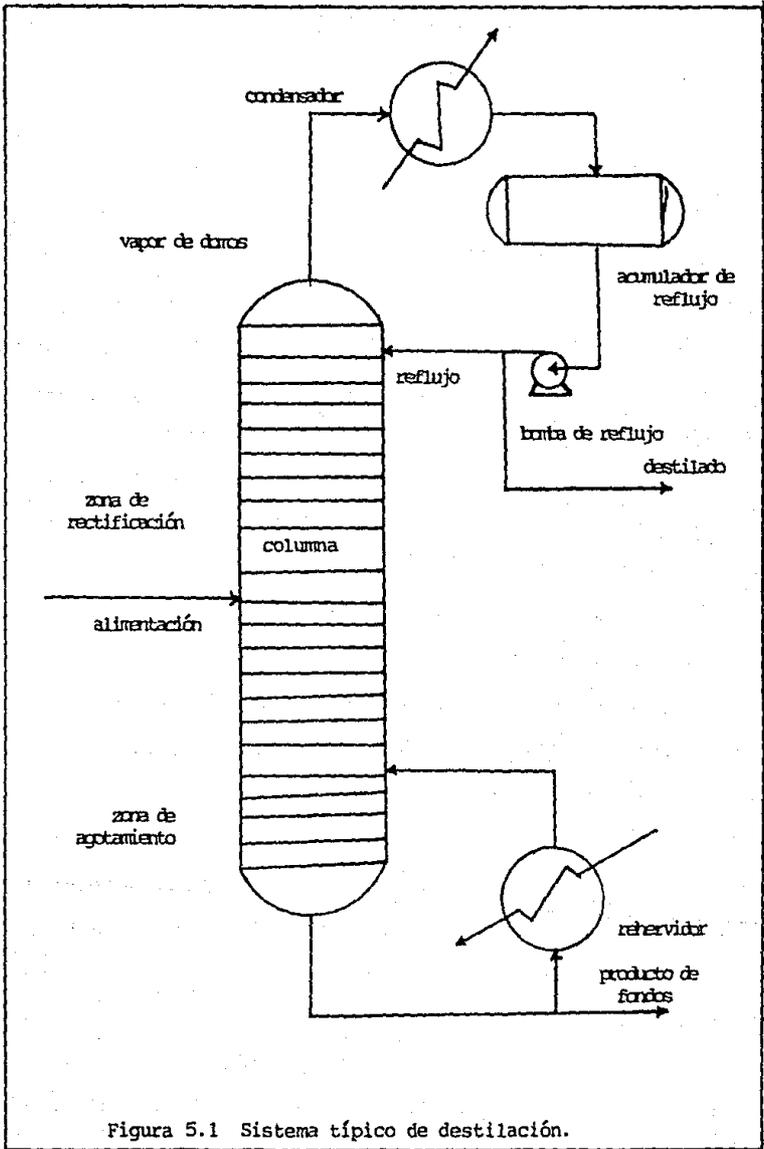


Figura 5.1 Sistema típico de destilación.

al domo de la columna cambia de fase en un condensador y el líquido se recupera en un tanque acumulador. Una parte de este líquido se bombea a la columna como reflujo y la otra parte se obtiene como producto destilado.

El arreglo de la columna permite un contacto a contracorriente entre el líquido que baja y el vapor que sube y en cada una de las etapas de contacto, las composiciones del líquido y el vapor se aproximan al equilibrio, de tal manera que los componentes más volátiles se van concentrando en la fase vapor a medida que asciende en la columna y los componentes menos volátiles se van acumulando en la fase líquida. El resultado final es que el vapor de domos está enriquecido con componentes ligeros y el líquido de fondos está constituido principalmente por componentes pesados. La separación global que se alcanza en la columna depende principalmente de las volatilidades relativas de los componentes, el número de platos de contacto y la relación de reflujo.

5.1.1 Variables y grados de libertad.

Resulta conveniente analizar las variables principales del sistema de destilación desde el punto de vista control y reconocer los grados de libertad que presenta el sistema ya diseñado, ya que estos representan el número de variables independientes que pueden modificarse durante la operación de la columna para que se obtenga la separación deseada.

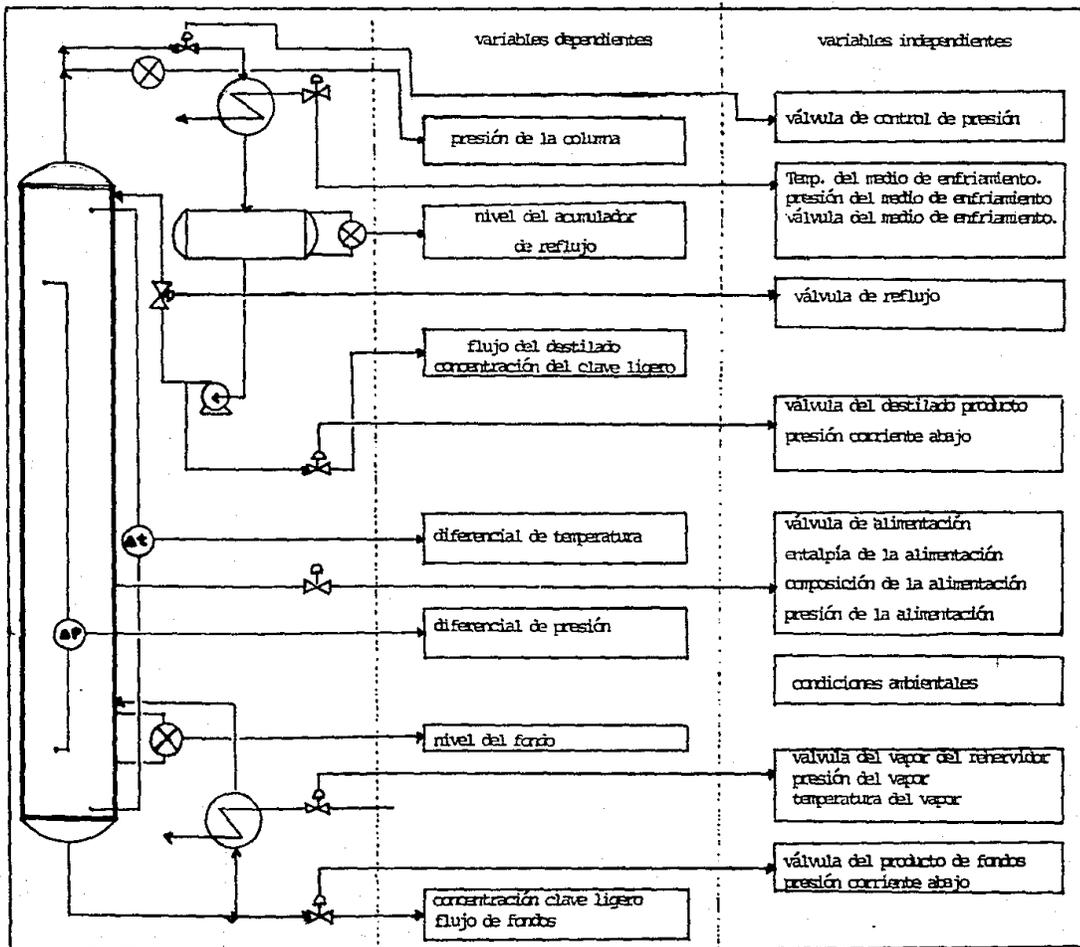
Cabe hacer notar que al implementarle circuitos de control a un sistema, se pretende reducir los grados de libertad,

"forzando" al sistema para que alcance las condiciones deseadas, de tal manera que un proceso 100% automatizado será aquel que tenga cero grados de libertad, está pretende ser la meta global de la automatización.

En la figura 5.2 se muestra un sistema de destilación convencional en donde se indican las variables dependientes e independientes más importantes. Como se puede apreciar en este sistema existen 18 variables independientes que representaran los grados de libertad del sistema en operación. Sobre la mayoría de estas variables se implementa un circuito de control mientras que en otras son consideradas como perturbaciones al sistema, o simplemente su valor depende de las etapas anteriores o posteriores al sistema de destilación.

De acuerdo a lo anterior es posible reclasificar las variables del sistema en variables controladas, manipuladas y perturbaciones. Las controladas serán aquellas variables dependientes con las que se pueda cuidar u observar mejor los objetivos de la separación. Las manipuladas serán todas aquellas variables independientes que puedan modificarse durante la operación de la columna y las perturbaciones serán las variables independientes que no se controlen. Por ejemplo, para el sistema mostrado en la figura 5.2, se pueden seleccionar el siguiente arreglo.

Figura 5.2. Variables de una columna de destilación.



VARIABLES CONTROLADAS	VARIABLES MANIPULADAS	PERTURBACIONES
Presión de la columna.	Válvula de presión	Medio de enfriamiento: temperatura, presión, flujo
Flujo de destilado.	Válvula de producto de domos.	Presión corriente abajo del destilado.
Nivel del acumulador.	Válvula de vapor al rehervidor.	Presión de vapor al rehervidor.
Nivel en el fondo de la columna.	Válvula del producto de fondos.	Temperatura del vapor al rehervidor.
Flujo de fondos.		Presión corriente abajo de fondos.
Composición del - clave pesado en - fondos.		Alimentación: flujo, presión, composición temperatura.

5.2 Instrumentación aplicada a la destilación

¿Por que la necesidad de mejor control de las columnas de destilación?

1. Disminuir el consumo de los servicios.
2. Lograr estabilidad en la columna.
3. Maximizar rendimiento en la columna.
4. Obtener el máximo de utilidad.

Disminuir el consumo de servicios: Los costos actuales de energéticos han hecho una necesidad de reducir el consumo de vapor o aceite caliente en los rehervidores de las columnas, y

reducir el consumo del medio de enfriamiento en el condensador de los vapores que salen por la parte superior de la columna.

Estabilidad en la columna: Las columnas que son inestables tienen un costo mayor de operación. La inestabilidad de la columna puede ser causada por diversas razones como:

- a) Diseño inadecuado de los circuitos de control.
- b) Diseño incompleto, etc.

El principal factor que causa que una columna de destilación oscile, son perturbaciones que entran en la columna. Hay gran necesidad de tener mejor control para minimizar los efectos que causan las perturbaciones en la columna.

Las perturbaciones más comunes que entran en la columna son:

- a) Cambios en el flujo de alimentación.
- b) Cambios en la composición de alimentación.
- c) Cambios en el medio ambiente.
- d) Cambios en los vapores interconectados, que vienen de otras unidades.

Maximiza el rendimiento de la columna. Un problema que ha aparecido en algunas industrias, es la necesidad de maximizar el rendimiento de la columna. Obviamente es económicamente deseable operar a su máximo rendimiento por implementación de un mejor control, que construir una unidad adicional para manejar una capacidad adicional requerida.

Máxima utilidad. Realmente el obtener una máxima utilidad es la suma de las necesidades antes mencionadas y justifica el

uso de su mejor control. La implementación de los controladores antes discutidos no darán por ellos mismos un máximo de utilidad, pero ellos darán definitivamente un mejor rendimiento. El máximo rendimiento vendrá de la implementación de algoritmos de control para optimización, los cuales se diseñan especialmente para una columna determinada o para un complejo, con una o varias columnas.

5.3 Jerarquía de control

Hay dos niveles a los cuales se enfoca el trabajo:

- 1) Control de estabilización.
- 2) Control de optimización.

No importa que tan buena sea la estrategia de optimización, si no se ha logrado en primer nivel de control, llamado precisamente de estabilización; no se obtendrá ningún beneficio. Desafortunadamente muchos ingenieros de Control han aprendido ésta jerarquía por el camino más difícil ya que después de gastar tiempo y dinero desarrollando estrategias de optimización, encontraron que no podrán ser ejecutadas, debido a la impropia estabilización de la columna de destilación.

La regla básica para diseñar no solamente sistemas de control para una columna de destilación, sino para cualquier aplicación de control, es primero estabilizar y después optimizar.

La estabilización consiste en proporcionar un sistema de control capaz de manejar las perturbaciones que normalmente

ocurren en el sistema. Un ejemplo frecuente de un control pobre de estabilización es la llamada: "Sobrefraccionación", la cual consiste en que la columna de destilación esta haciendo el producto más puro que lo necesario. Este es el camino por el cual el operador mantiene a la columna trabajando dentro de las especificaciones; por ejemplo: 95% de pureza es lo requerido, el operador hace trabajar la columna de tal manera que al menos el 95% de pureza sea obtenido, a menudo opera a 97% ó 98% de pureza para mayor seguridad.

La "sobrefraccionación" es obtenida incrementando la relación de reflujo a la torre de destilación, ya que causa un aumento en la concentración del componente más volátil en el destilado. Sin embargo, la "sobrefraccionación" es indeseable debido a:

- 1) Pérdida de producto valioso, ya que al hacer el destilado ultrapuro incrementando el reflujo, mayor cantidad de componente ligero aparecerá en el fondo.
- 2) Altos requerimientos de energía. Ya que se requiere una mayor cantidad de vapor subiendo a través de la columna para evaporar el exceso de reflujo ajustado por el operador, así como también, mayor cantidad de líquido de enfriamiento es requerido en el condensador. Como resultado la energía es desperdiciada dramáticamente.

5.4 Filosofía de control.

Dos grandes filosofías de control han sido ampliamente

usadas para el control de las columnas de destilación:

- 1) Control de balance de energía o control indirecto del balance de masa.
- 2) Control de balance directo de material.

Control de balance de energía. Este es un concepto de control, en el cual, una corriente de energía es ajustada para mantener controlada la calidad del producto. Puede ser:

- a) Flujo de vapor al rehervidor.
- b) Reflujo de la torre de destilación.

En el control de balance de energía ha sido el sistema de control tradicional. A continuación se presentan 2 ejemplos en donde la temperatura es la variable a controlar para mantener la separación deseada. Si la temperatura es constante en el punto seleccionado de la torre de destilación, se mantiene la separación a pesar de las variaciones en el flujo y en la composición de la alimentación.

En la figura 5.3, el control se logra de la siguiente manera:

- 1) El controlador de temperatura ajusta el reflujo de la torre de destilación.
- 2) La válvula de control de destilado es manipulada por el controlador de nivel del condensador de la torre.
- 3) El flujo de vapor al rehervidor se mantiene constante por medio de un control de flujo.
- 4) La válvula de control del producto del fondo es

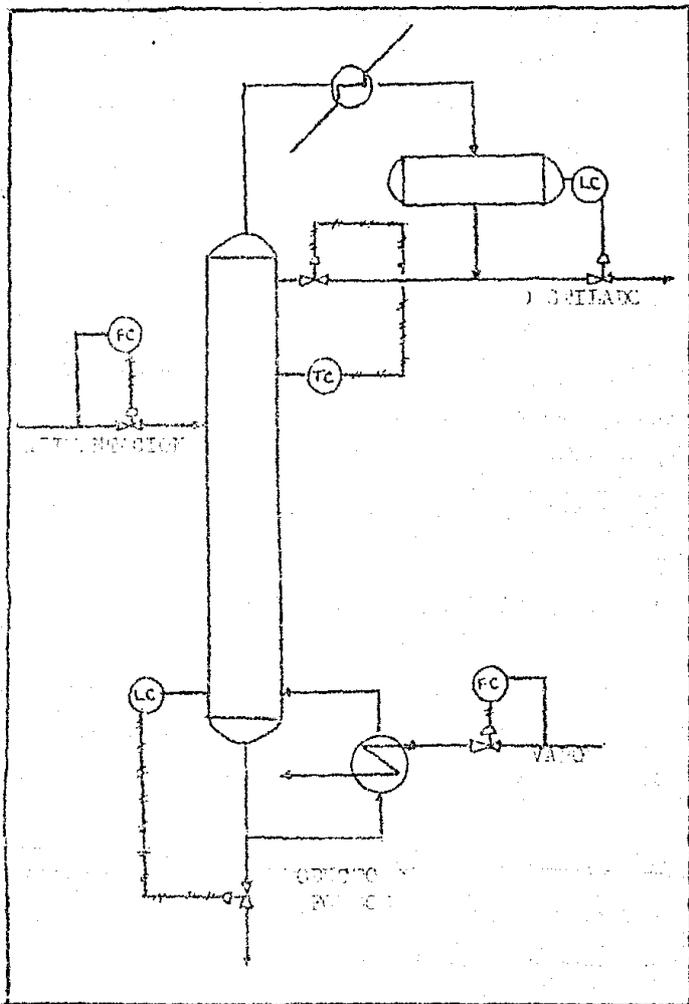


Figura 5.3 Control de balance de energia.

manipulada por el control de nivel de la columna.

- 5) El flujo de alimentación a la torre, se mantiene constante por medio de un controlador de flujo.
- 6) La presión de la columna se mantiene constante por cualquiera de los diferentes métodos existentes y cuya selección depende principalmente de:
 - a) Presencia o no de incondensables en el destilado.
 - b) Tipo de condensador.
 - c) Localización del condensador.

Para no hacer más complicado el diagrama, no se muestra el sistema de control de presión, pero puede ser como se muestra en la figura 5.3a.

En el otro ejemplo (figura 5.4), el sistema de control es el siguiente:

- 1) El controlador de temperatura y el flujo de vapor al rehervidor se encuentra en cascada. El punto de ajuste del controlador de flujo es fijado en forma remota por la salida del controlador de temperatura.
- 2) La válvula de control del destilado, es manipulada por el control de nivel del condensador de la torre.
- 3) El reflujo se mantiene por medio de un controlador de reflujo.
- 4) La válvula de control del producto de fondo, es manipulada por el control de nivel de la columna.
- 5) El flujo de alimentación a la torre, se mantiene constante por medio de un control de flujo.

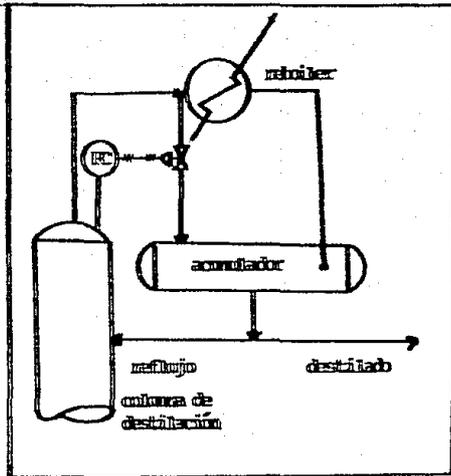


Figura 5.3a Control de presión de la columna.

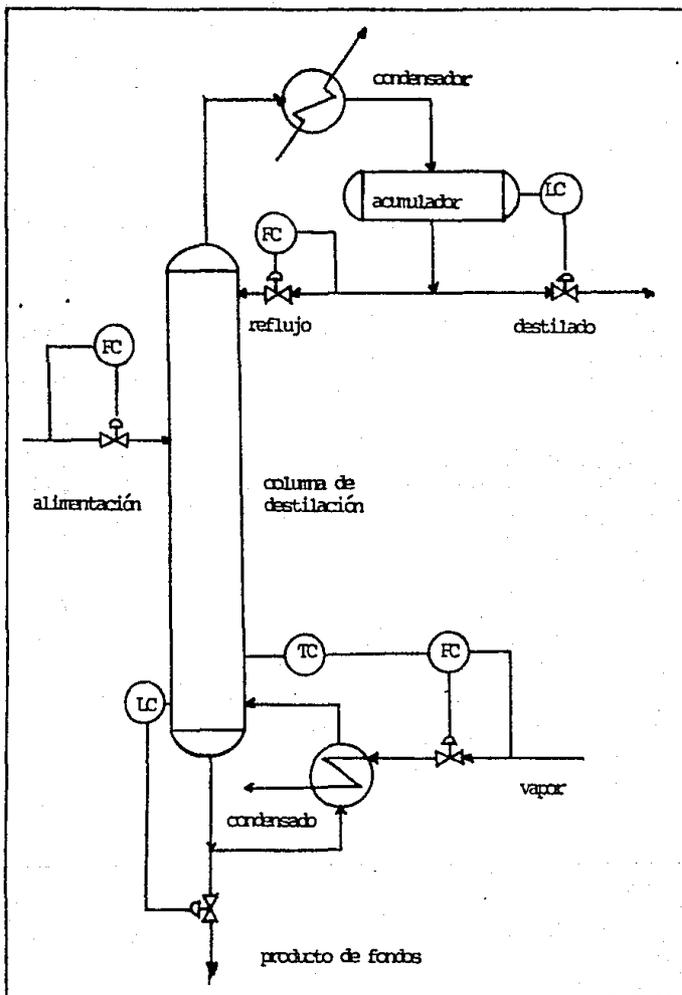


Figura 5.4 Control de balance de energía.

6) La presión de la columna se mantiene constante.

Control directo del balance de masa. Es un concepto de control, en el cual un flujo de algún producto saliendo de la columna, es manipulado para mantener controlada la calidad del producto. Las corrientes cuyos flujos pueden ser manipulados son:

- a) Destilado.
- b) Producto de fondos.
- c) Alguna salida lateral.

La figura 5.5 es un ejemplo de la aplicación del concepto de control directo del balance de masa en el cual:

- 1) El controlador de temperatura en la torre, manipula el flujo de destilado para mantener la composición deseada.
- 2) El flujo de vapor al rehervidor se mantiene constante por medio de un controlador de flujo.
- 3) La válvula de control del producto de fondo, es manipulada por el control de nivel de la columna.
- 4) El flujo de alimentación de la torre, se mantiene constante por medio de un controlador de flujo.
- 5) El reflujo se controla por medio del control de nivel del acumulador.
- 6) La presión se mantiene constante.

Otro ejemplo típico es mostrado en la figura 5.6.

5.4.1 Selección de las filosofías de control:

Mediante la observación del comportamiento de las columnas de destilación se ha determinado que en la mayoría de los casos el uso del control directo del balance de masa es más apropiado que el control de balance de energía, debido principalmente a las siguientes razones:

- 1) La columna es más sensible a cambios en la relación D/F (destilado/alimentación) que en la relación V/F (flujo de vapor/alimentación) sobre todo cuando se tiene altas relaciones de reflujo.
- 2) Con el esquema de control de balance de energía, ninguna de las corrientes de salida se ajusta directamente, de tal manera que cuando se presenta una perturbación en el sistema se tendrán más oscilaciones y un tiempo de ajuste más largo que con el uso de control directo de balance de masa.

Dentro de las alternativas posibles para control directo de masa, se encuentran el control del producto destilado o el control del producto de fondos. Para seleccionar el sistema más adecuado de estos dos, conviene analizar cual de los dos productos es el más importante de mantener en especificación en caso de una perturbación y recordar también que la columna tendrá más sensibilidad si se controla el más pequeño de los flujos.

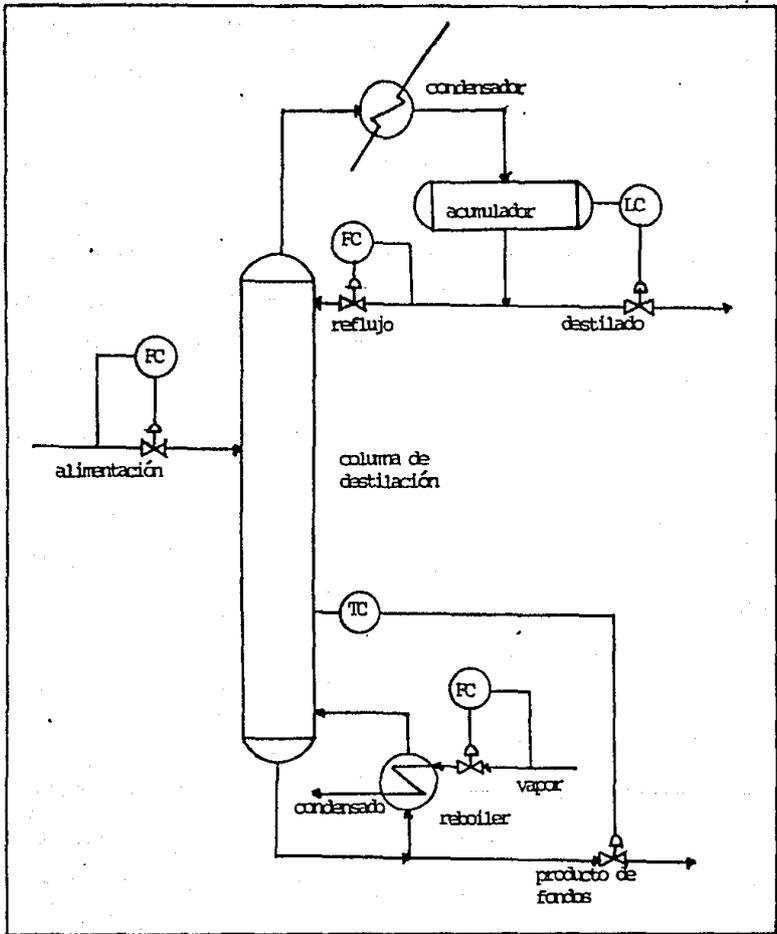


Figura 5.6 Control directo del balance de masa.

Pero para lograr una estabilización efectiva, se hace necesario combinar la filosofía adecuada con técnicas avanzadas de control. Solo de esta manera la columna estará en posibilidades de recibir estrategias de optimización que permitan obtener una mayor utilidad.

5.5 Técnicas avanzadas de control aplicadas a la destilación.

Control de composición de ambos productos. El anterior control había sido evitado debido principalmente a las fuertes interacciones que se presentan en los circuitos de control de composición. Referencias bibliográficas, inclusive hasta 1978, recomiendan implementar un solo sistema de control de composición y permitir que la composición del otro extremo de la columna varíe con cualquier cambio en condiciones.

Aún cuando se requería controlar la composición de ambos productos, recomendaban como más adecuadas las siguientes prácticas:

- 1) Diseñar las torres con más platos que los requeridos para la operación normal de tal manera que la pureza de la corriente que no se controla sea buena aún bajo condiciones adversas.
- 2) Diseñar y operar las columnas con relaciones de reflujo más altas de las que se requieren para la operación normal.
- 3) Instalar grandes tanques de almacenamiento para atenuar las perturbaciones de la alimentación, o bien, grandes tanques de almacenamiento para mezclar el producto fuera de especificación.
- 4) Instalar otras columnas para afinar la pureza de los productos.

Otro factor que contribuyó a evitar este tipo de control, es que frecuentemente se presentaban problemas cuando se intentaba controlar ambas composiciones.

Por otra parte, y gracias a técnicas modernas de control, se ha demostrado que el grado de interacción que presenten las variables del sistema depende de la selección de las variables manipuladas, y además, que este grado de interacción es predecible a través de ganancias relativas, de tal manera que es posible cuantificar la sensibilidad del sistema y determinar si es o no posible utilizar el control de composición sobre ambos productos.

Algunas de las ventajas que se obtienen al implementar un sistema de control de dos composiciones, cuando es posible, son las siguientes:

- 1) El sistema consume la mínima energía requerida para llevar a cabo la separación. Esto resulta particularmente importante, ya que se ha estimado que los procesos de destilación consumen en promedio 40% de la energía utilizada en plantas industriales.
- 2) Reduce la variación en la composición de ambos productos, haciendo que la separación sea más fácil de controlar.
- 3) Siempre se obtiene la máxima recuperación posible de ambos productos.
- 4) El proceso resulta más económico como resultado de la reducción en el consumo de energía y a la mayor recuperación de productos.

Existen varios arreglos propuestos para implementar este sistema de control, los cuales incluyen principalmente a los siguientes pares de variables manipuladas:

VARIABLES MANIPULADAS
Reflujo - Fondos
Destilado - Vapor
Reflujo - Vapor
Reflujo/Vapor - Vapor
Reflujo/Vapor - Fondos

La selección de cualquiera de las variables manipuladas está en función del análisis de ganancias relativas, por medio del cual podrá determinarse la posibilidad de controlar la composición de ambos productos, y al mismo tiempo seleccionar el par de variables manipuladas para controlar la composición.

Para columnas que presentan interacción de variables, se han desarrollado técnicas más avanzadas que permiten controlar ambas composiciones, tales como el uso de desacopladores o adaptadores del punto de ajuste. La aplicación de estas técnicas requiere del conocimiento del comportamiento dinámico de la columna.

Sistema de control prealimentado.

El control prealimentado es probablemente la más básica e importante forma de control avanzado se puede definir como: "el

uso inteligente de la información del proceso para llevar la acción correctiva antes que una perturbación lo desajuste."

En una operación de transferencia de masa como es la destilación, el balance de material es la base para el control "prealimentado".

La ecuación que relaciona el flujo destilado con la alimentación, la cual fue desarrollada por Frensky en la Universidad del Estado de Pennsylvania nos dice que:

$$\frac{D}{F} = \frac{(Z - X)}{(Y - X)}$$

donde:

D = Flujo del destilado.

F = Flujo de alimentación.

Z = Composición del componente clave ligero en la alimentación.

Y = Composición del componente clave ligero en el destilado.

X = Composición del componente clave ligero en el fondo.

La ecuación se puede escribir también como:

$$D = \frac{(Z - X^*)}{(Y^* - X^*)} F$$

En donde los asteriscos arriba de las letras que representan composición significan punto de control.

La composición del componente ligero en el destilado, (Y^*), y en el fondo (X^*), son puntos de control de la composición deseada, y son usadas para calcular el flujo de destilado el cual, es también un punto de control.

El flujo (F), y la composición de alimentación (Z), son variables independientes, ya que el objetivo de la destilación es obtener una alta concentración del componente ligero en el destilado y el mínimo posible en el fondo; se puede asumir que la composición (X) es bastante baja, por lo que se simplifica la ecuación quedando:

$$D = \frac{(Z)}{(Y^*)} F$$

La forma usual de escribir esta ecuación es:

$$D = m FZ$$

Donde "m" que es una retroalimentación es el factor de corrección por la imperfección del modelo "prealimentado".

El uso de este factor de corrección se debe a que la separación nunca es completa, y por lo tanto es necesario introducir un término que refleje la ineficiencia de la separación dentro de la columna de destilación.

La figura 5.7 muestra el uso del modelo "prealimentado", en donde:

- 1) La composición de la alimentación (Z), es medida por un

analizador en línea y multiplicada por el flujo de alimentación a la columna (F), cuya señal ha sido linearizada por medio de un extractor de raíz cuadrada.

2) El factor de corrección, "m", es introducido empleando un controlador de temperatura, que recibe señal de su transmisor que tiene el elemento primario de medición en el plato que nos proporcione óptima medición del comportamiento de la separación de la columna. La señal de salida del controlador de temperatura (TIC-3), se multiplica a la señal saliendo del primer multiplicador, para desarrollar la ecuación: $D = m FZ$ y calcular el punto de ajuste del controlador del flujo de destilado, (FIC-5). Hay que tomar en cuenta que todas las señales de flujo han sido linearizadas usando extractores de raíz cuadrada.

3) La válvula de control de los productos del fondo es manipulada por el control del nivel de la torre. En muchas de las columnas la composición de alimentación es bastante constante, o bien cambia lentamente de tal manera que el simple uso del factor de corrección "m", es adecuado para manejar los disturbios en la columna. En estos casos el uso de un analizador para medir la composición Z puede ser suprimido. La ecuación queda de la siguiente manera:

$$D = m F$$

El factor de corrección "m" debe incluir otro error de nuestro modelo "prealimentado", que es el hecho de que la composición de la alimentación pueda variar. Sin embargo, la simplificación anotada es bastante válida para la mayoría de las columnas de destilación.

Si se emplean transmisores de presión diferencial para medir flujo, puede no ser necesario usar extractores de raíz cuadrada para linearizar las señales, ya que se puede usar directamente la medición de presión diferencial en lugar del flujo correspondiente. La ecuación queda:

$$D^2 = m F^2$$

El diagrama de la figura 5.8 muestra un ejemplo del uso de la medición directa de presión diferencial en lugar de flujo aplicado al modelo "prealimentado", $D^2 = m F^2$.

Es importante observar, como en esta aplicación, el factor de corrección "m" llamada también retroalimentación del sistema feedforward, es un controlador de composición que recibe señal de un analizador de composición del producto más ligero en el destilado (Y).

Sin embargo, no es deseable en muchos casos, tratar de ahorrar dinero no usando extractores de raíz cuadrada, ya que por alguna razón, hay que hacer algunas adiciones o modificaciones al modelo lo cual se puede ver forzado a linearizar señales, debido

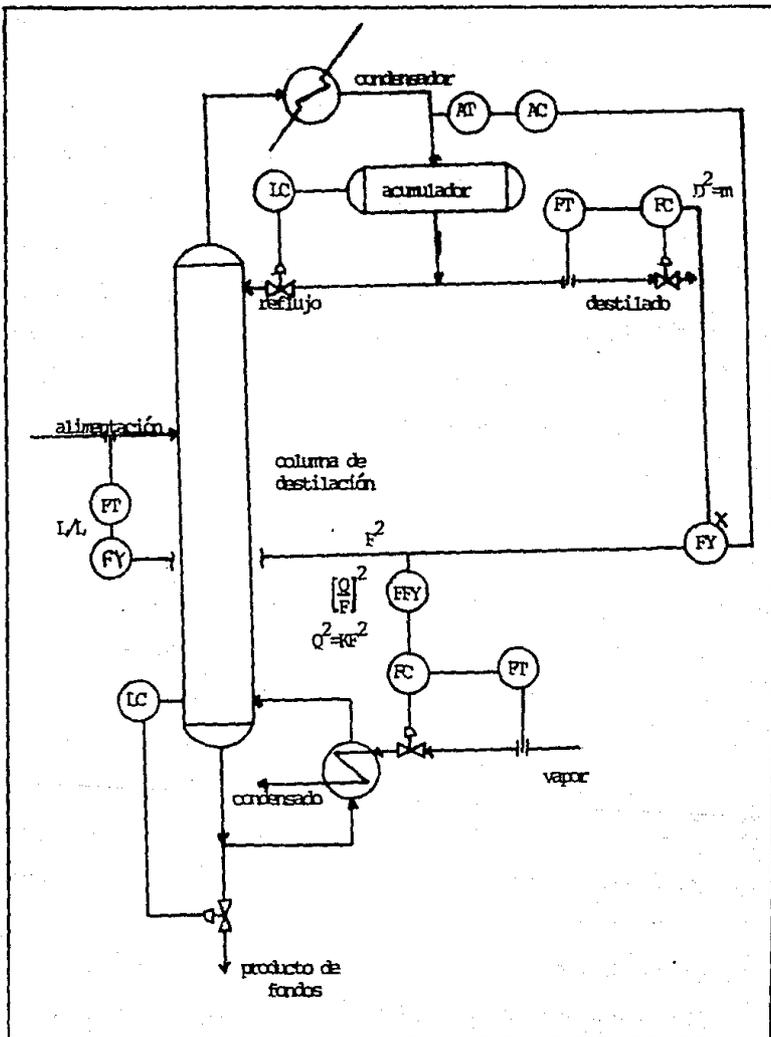


Figura 5.8 Uso de la medición directa de presión diferencial en sistema de control prealimentado.

a que $a^2 + b^2$ no es lo mismo que $(a + b)^2$.

La relación entre la alimentación y el calor de entrada a la columna, se ha encontrado igual a:

$$Q = K F$$

Si se usan extractores de raíz cuadrada, la ecuación queda:

$$Q^2 = K F^2$$

Un sistema de control de composición de dos productos con prealimentación se muestra en la figura 5.9.

5.5.1 Control de dos productos con salida lateral

Las técnicas de control analizadas para una destilación binaria pueden ser también aplicadas a una torre de destilación con una o varias salidas laterales.

La presencia de una salida lateral, junto con un destilado en la parte superior y a un producto en el fondo, adiciona un grado de libertad al sistema de control. Este grado de libertad extra puede ser visto del balance total de material.

$$F = D + C + B$$

En donde C, es la salida lateral.

Dos de las corrientes de salida de productos están

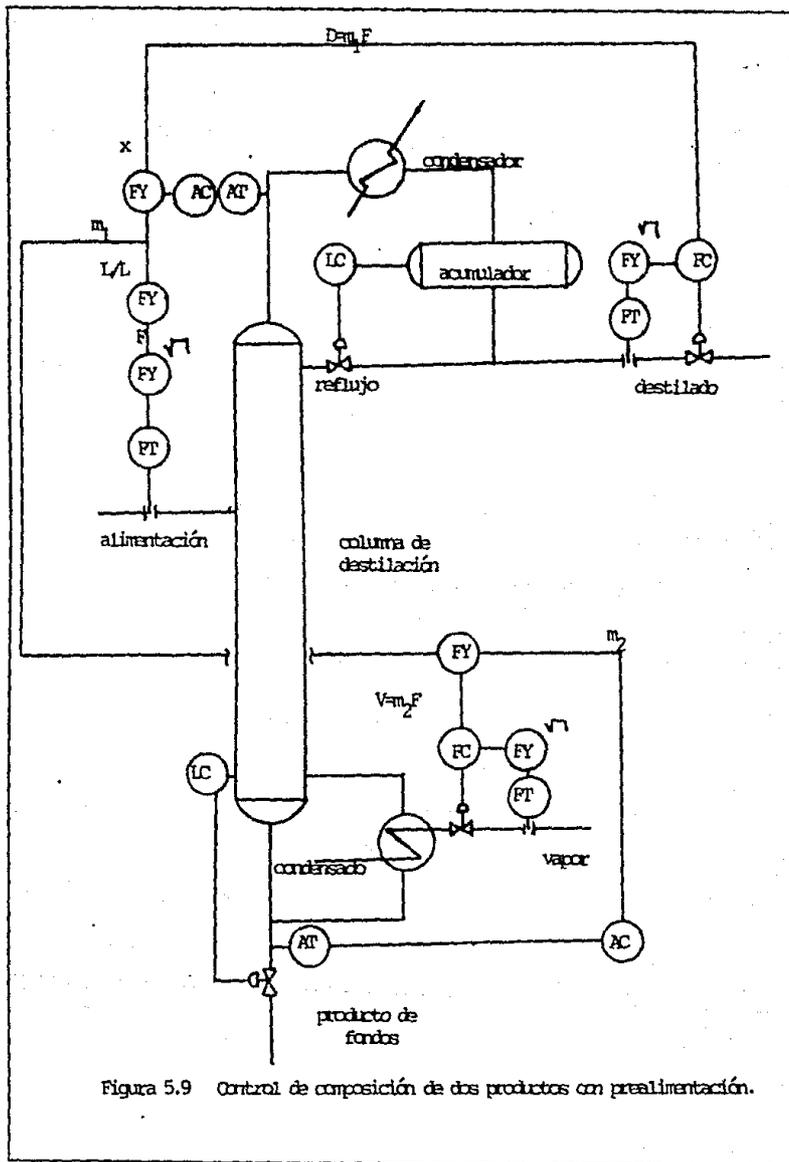


Figura 5.9 Control de composición de dos productos con prealimentación.

disponibles para manipulación y el balance de masa puede ser creado por la salida en el tercer punto.

El grado de libertad adicionado, hace necesario un cuidadoso análisis del proceso para la selección de las variables manipuladas y controladas.

Existen varias combinaciones de variables, las cuales deben ser examinadas. Por ejemplo, si la composición del fondo y de la salida lateral, deben ser controladas; las posibles combinaciones de variables manipuladas para la columna son:

- Flujo de destilado y salida lateral.
- Flujo de destilado y producto de fondos.
- Flujo de destilado y calor de entrada adicionado.
- Flujo lateral y del fondo.
- Flujo lateral y el calor de entrada adicionado.
- Flujo del fondo y calor de entrada adicionado.

Nuevamente, se debe tomar en cuenta las reglas básicas de control directo del balance del masa, aplicado a la destilación.

1) Se debe manipular la variable más sensitiva. Esto significa que los flujos más pequeños deben ser manipulados, y no necesariamente las corrientes de salida donde se desea controlar la composición.

2) Buscar la mejor respuesta dinámica.

Si los flujos de salida son:

D < C < B

D y C son los flujos seleccionados a manipular, ya que darán la mayor respuesta sensitiva.

El sistema de control queda como en la figura 5.10, en donde, para controlar la composición de la salida lateral se manipula el flujo de destilado y para controlar la composición de los fondos, se manipula la salida lateral. En una columna de gran tamaño con muchos platos, no sería recomendable controlar la composición de los fondos, manipulando el destilado, ya que podría existir problema con la dinámica de la respuesta, a pesar de que se usará algún elemento de computación de adelanto/atraso, a menos que el flujo de destilado fuera mucho más pequeño que el de la salida lateral y la del fondo, de tal manera, que la manipulación del destilado fuera altamente sensitiva.

Las ecuaciones para el ejemplo mostrado son:

$$D = F \frac{(Z_1 - C_1)}{(Y_1 - C_1)}$$

$$C = F \frac{(Z_2 - X_2)}{(C_2 - X_2)}$$

Donde Z, Y, C son respectivamente las concentraciones en la alimentación, en el destilado y en la salida lateral del componente bajo control en la salida lateral.

La concentración del componente importante del fondo, son expresadas por:

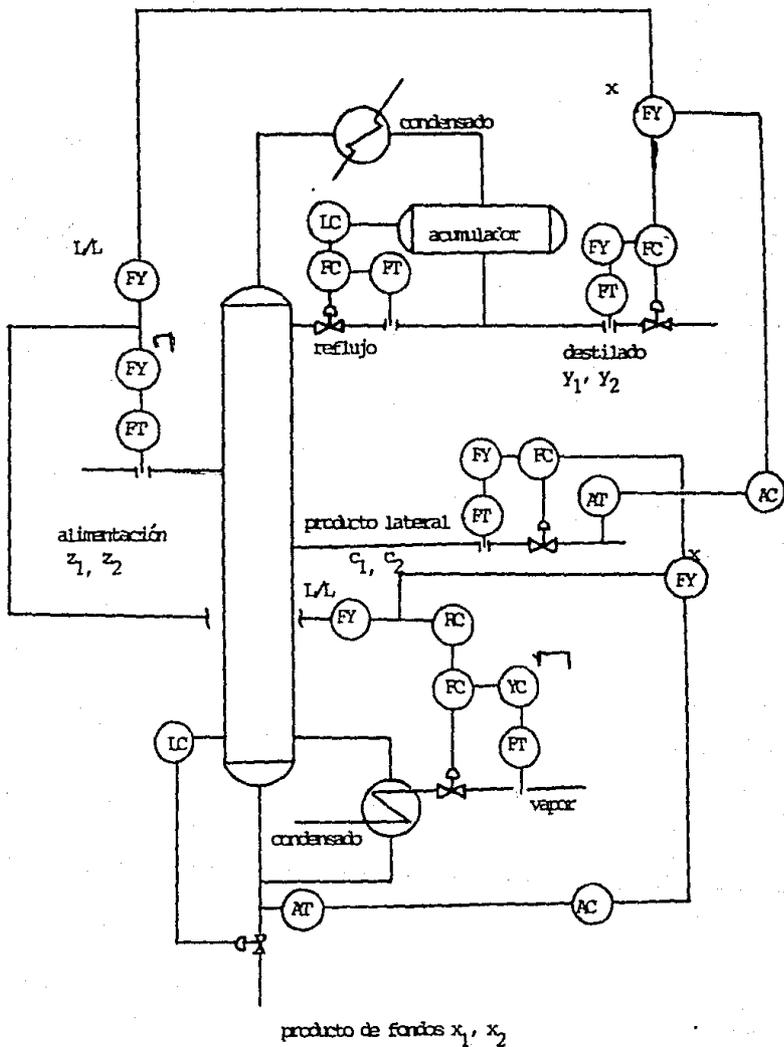


Figura 5.10 Control de dos productos con salida lateral.

Z_2 = Concentración en la alimentación.

X_2 = Concentración en el fondo.

C_2 = Concentración en la salida lateral.

Es importante observar como la relación de calor de entrada a la alimentación (V/F), se mantiene constante. Elementos dinámicos son usados para los circuitos de destilado, calor de entrada y salida lateral, con el objeto de obtener una mejor respuesta del sistema.

VI MODELO DINAMICO DE UNA COLUMNA DE DESTILACION BINARIA

Para comprender el funcionamiento de un sistema y su proceso, es necesario establecer una serie de premisas y consideraciones que se suponen se cumplen. Esto es, para tener una vision más general del proceso que se ha de estudiar. A esta serie de premisas se le da el nombre de modelo y el modelo que se adopta para describir sistemas es el modelo causa-efecto, es decir, que relaciona de alguna manera las variables y los parámetros del sistema y su proceso. Un modelo puede ser muy simple o muy complejo dependiendo de :

- a) Las características del sistema que se trate.
- b) Del detalle del análisis al que se quiere llegar.

El modelo puede ser tan simple como el mencionar una relación causa-efecto de particular interés para quien hace el análisis.

6.1 MODELO DE UNA COLUMNA DE DESTILACION BINARIA.

Para el modelo siguiente, se hacen varias suposiciones que son de alguna manera válidas (pero en realidad son crudas aproximaciones).

El objeto de estudiar el siguiente caso en función de las suposiciones siguientes es el de ponerlo de una manera elemental en donde la estructura de las ecuaciones se puede ver más claramente y por consiguiente tener una manera más rápida de solucionar el modelo, tratando de que éste sea lo más real

posible.

Se asume un sistema binario puro con volatilidad relativa constante (desde el principio hasta el fin de la columna), 100% de eficiencia teorica en los platos, el vapor que sale de un plato se encuentra en equilibrio con el liquido del plato.

Por lo anterior se puede utilizar la relación de equilibrio liquido-vapor:

$$y_n = \frac{\alpha X_n}{(1 + C(\alpha - 1)) X_n}$$

Donde: X_n = Composición del liquido en el plato n-ésimo
(fracción mol del componente más volátil).

y_n = Composición del vapor en el plato n-ésimo
(fracción mol del componente más volátil).

α = Volatilidad relativa.

La corriente de alimentación es alimentada en el plato N_s como liquido saturado (en su punto de burbuja), el flujo de alimentación F (moles/min) a una composición de X_F (fracción mol del componente más volátil). El vapor que sale por la parte superior de la columna es totalmente condensado y el flujo almacenado en el tanque de reflujo cuya acumulación del liquido es M_D (moles). El contenido del tanque acumulador se considera una mezcla perfecta con una composición X_D , el liquido del acumulador se encuentra en su punto de burbuja. El reflujo es bombeado al plato N_T de la columna a una razón R (moles/min), el producto de destilado es removido a una razón de D

(moles/min).

No se considera retraso de tiempo (tiempo muerto), se considera que y_{nt} es igual que XD en el plato final de la columna, (notar que dinámicamente y_{nt} no siempre es igual a XD).

En la base de la columna el producto líquido de fondos es removido a una razón B (moles/min) y con una composición XB.

El vapor es generado en un termosifón (reboiler) a una razón V (moles/min), el líquido del fondo de la columna circula a través de los tubos del reboiler, para posteriormente regresar una parte a la columna en el primer plato. Se asume que la composición del fondo de la columna es XB y la acumulación MB (moles). La composición del vapor ascendente del primer plato es YB.

La columna contiene un total de NT platos teóricos, la acumulación del líquido incluyendo el vertedero es Mn (moles). Existe acumulación de líquido en cada plato se considera que se encuentra perfectamente mezclado, con una composición Xn. La acumulación se considera constante, el volumen de vapor se considera despreciable debido a que de alguna manera es grande, el número de moles es pequeño porque la densidad de vapor es mucho más pequeña en comparación con la densidad del líquido (esta suposición tiene sus reglas, a altas presiones de la columna).

Una suposición adicional que se hace es que existe un derramamiento equimolar de plato a plato. Si el calor molar de vaporización de los dos componentes es casi la suma donde una mol de vapor condensado vaporiza una mol de líquido, las pérdidas de

calor hacia arriba de la columna y los cambios de temperatura de plato a plato (efectos de calor sensible) se asumen despreciables. estas suposiciones son aplicables cuando la relación de líquido y vapor es constante en la sección de agotamiento y rectificación, dentro de las condiciones del estado de estudio. Las líneas de operación de el diagrama de McCabe-Thielle son líneas rectas.

Debido a lo anterior se deben considerar las condiciones dinámicas.

Las suposiciones antes hechas incluyendo la acumulación de vapor despreciable, se llega a lo siguiente:

$$V = V_1 = V_2 = V_3 = \dots = V_{NT}$$

Se debe tener en cuenta que los flujos de vapor V's no son necesariamente constantes, el vapor ascendente puede ser manipulado dinámicamente. Los efectos matemáticos de la suposición equimolar del derramamiento es que no se necesitará una ecuación de energía para cada plato, por lo que se tiene una gran simplificación del modelo.

A menudo se utiliza una fórmula simple implementada por Francis (23) para el derramamiento. Es utilizada para relacionar la acumulación del líquido en un plato en función del flujo de líquido L (moles/min).

$$FL = 3.33 L (h)^{2/3}$$

Donde FL = razón de flujo ft^3/sec .

l = altura del derramador ft.

h = altura del líquido sobre el derramador ft.

Se puede obtener una relación más compleja para la ecuación hidráulica de cada plato donde incluya los efectos de la velocidad de vapor, densidades, composiciones, etc.

Aquí se asume una relación funcional entre la acumulación del líquido en el plato M_n (moles) y la razón del líquido L_n (moles).

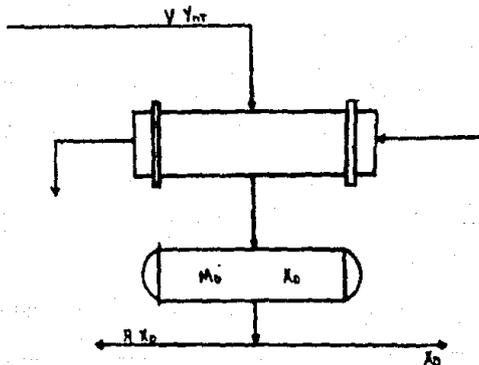
$$M_n = f(L_n)$$

Finalmente, se despreciará la dinámica del condensador y del reboiler. La escala comercial de columnas, la respuesta dinámica de estos intercambiadores es muy rápida, en comparación con la respuesta misma de la columna. En algunos sistemas, es por eso que la dinámica de los equipos periféricos es importante por lo cual debe ser incluido en el modelo.

Con todas las suposiciones anteriores se procede a describir el sistema. Adoptando la convención usual, una ecuación de continuidad en términos de moles por unidad de tiempo.

Esto es válido porque se asume que no existe una reacción química en la columna.

Balance total para la parte superior junto con el condensador

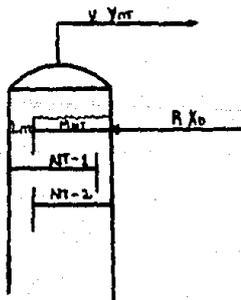


$$\frac{dM_D}{dt} = V - R - D$$

Balance por componentes:

$$\frac{d}{dt}(M_D x_D) = V y_{NT} - CR + D x_D$$

Balance total para el plato de domos (NTD).

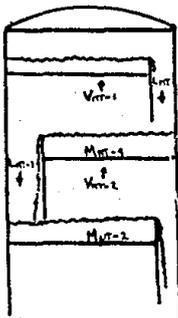


$$\frac{dM_{NT}}{dt} = R - L_{NT}$$

Balance por componentes:

$$\frac{d}{dt}(M_{NT} x_{NT}) = R x_D - L_{NT} x_{NT} + V y_{NT-1} - V y_{NT}$$

Balance total al plato próximo del final ($n=nt-1$):

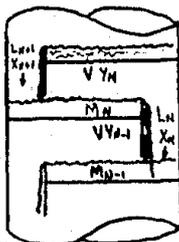


$$\frac{dM_{NT-1}}{dt} = L_{NT} - L_{NT-1}$$

Balance por componentes:

$$\frac{d}{dt}(M_{NT-1} x_{NT-1}) = L_{NT} x_{NT} - L_{NT-1} x_{NT-1} + V y_{NT-2} - V y_{NT-1}$$

Balance total para los platos nth.

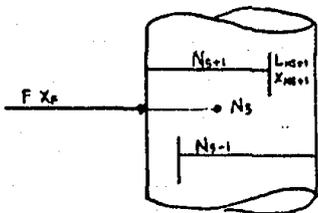


$$\frac{dM_N}{dt} = L_{N+1} - L_N$$

Balance por componentes:

$$\frac{d(M_N x_N)}{dt} = L_{N+1} x_{N+1} - L_N x_N + V y_{N-1} - V y_N$$

Balance total para el plato de alimentación ($N=NS$):

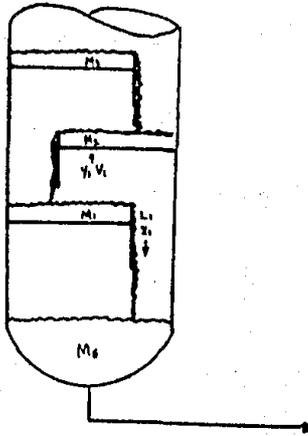


$$\frac{dM_{NS}}{dt} = L_{NS+1} - L_{NS} + F$$

Balance por componentes:

$$\frac{d(M_{NS} x_{NS})}{dt} = L_{NS+1} x_{NS+1} - L_{NS} x_{NS} + V y_{NS-1} - V y_{NS} + F x_F$$

Balance total para el plato 1 ($N=1$):

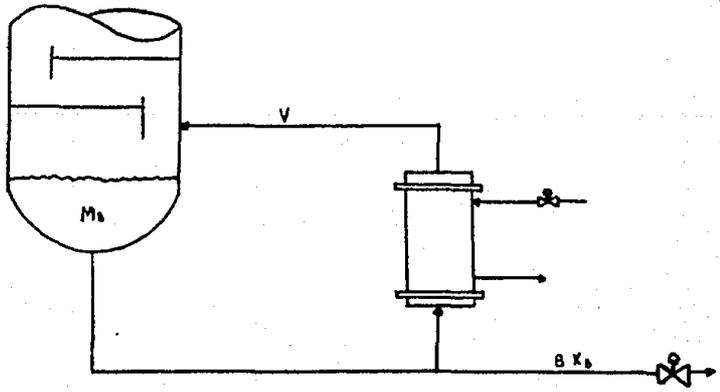


$$\frac{d}{dt}(M_i x_i) = L_2 x_2 - L_1 x_1 + V y_B - V y_i$$

Balance por componentes:

$$\frac{d}{dt}(M_i x_i) = L_2 x_2 - L_1 x_1 + V y_B - V y_i$$

Balance total para el reboiler y la base de la columna:



$$\frac{dM_n}{dt} = L_i - V - B$$

Balance por componentes:

$$\frac{d}{dt}(M_n x_n) = L_i x_i - V y_n - B x_n$$

En cada plato y en el reboiler se utiliza la ecuación de equilibrio, cada plato solamente tiene una ecuación hidráulica, se necesitan dos ecuaciones las cuales representan los controladores de flujo de vapor en la base de la columna y el controlador de reflujo en la parte superior, (figura 6.1).

$$D = f_1(M_D)$$

$$B = f_2(M_B)$$

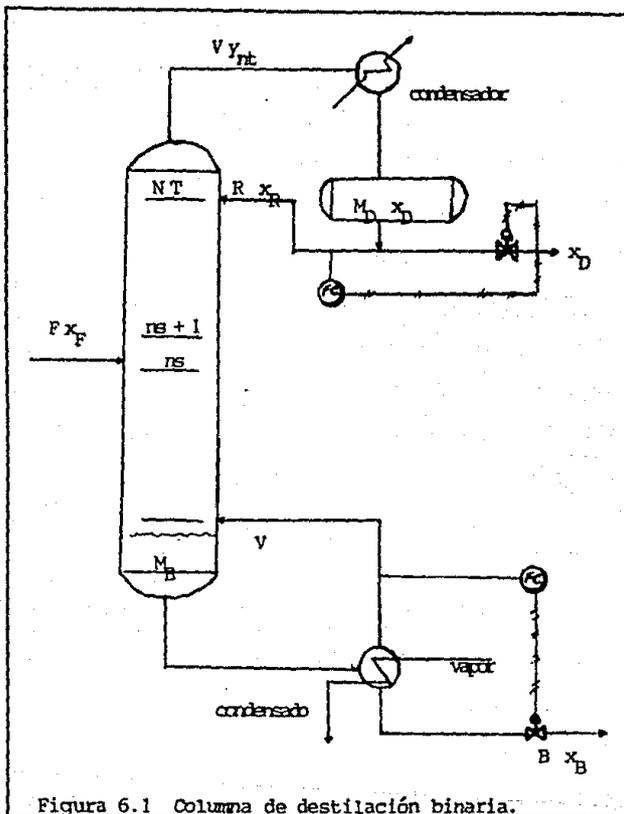


Figura 6.1 Columna de destilación binaria.

6.2 ANALISIS DE GRADOS DE LIBERTAD

El flujo de alimentación F y la composición XF se consideran disturbios.

Variables	Número de variables
Composición de los platos (X_n y Y_n)	2 NT
Flujo de líquido en los platos (L_n)	NT
Líquido de acumulación en los platos (M_n)	NT
Composición de reflujo (XD)	1
Reflujo y destilado (R y D)	2
Acumulación en el tanque separador (MD)	1
Composición del reboiler (XB y YB)	2
Flujos del reboiler (V y B)	2
Acumulación en el reboiler (MB)	1
	<u>total=4 NT + 9</u>

Ecuaciones	Número de ecuaciones
Equilibrio (platos y reboiler)	1+NT
Ecuación hidráulica	NT
Controladores	2
Balance por componentes para el reflujo	1
Balance total para el reflujo	1
Balance por componentes en el reboiler	1
Balance total en el reboiler	1
	<u>total=4NT + 7</u>

Se necesitan dos ecuaciones más para que el sistema quede

totalmente especificado.

Dos variables que de alguna manera pueden ser especificadas son el reflujo (R) y el flujo de vapor (V). Estas pueden ser constantes (en un sistema de circuito abierto), o pueden ser cambiadas por un controlador para tener cabida a ser otras dos variables constantes.

Se asumen dos controladores feedback ajustando R y V para el control de las composiciones de XD y XB.

$$V = V_0 - KCB * ((XB_0 - XB) + ((XB_0 - XB) * 0.01) / \tau_B)$$

$$R = R_0 + KCD * ((0.98 - XD) + (0.98 - XD) * 0.01) / \tau_D)$$

Donde: KCB = Constante del controlador de fondos.

KCD = Constante del controlador de domos.

τ_B = Constante de tiempo integral para el controlador de fondos.

τ_D = Constante de tiempo integral para el controlador de domos.

6.3 MODELO DINAMICO EN EL ESPACIO DEL TIEMPO PARA UNA COLUMNA DE DESTILACION BINARIA (SIMPLIFICADO)

A continuación se muestra un procedimiento con simplificaciones para una columna de destilación en función del modelo antes planteado y utilizando las mismas consideraciones.

Se tiene las ecuaciones para cada plato (una total y otra

por componentes), y dos ecuaciones algebraicas por plato (una ecuación hidráulica del plato y una ecuación de equilibrio líquido-vapor).

$$\frac{dM_N}{dt} = L_{N+1} - L_N$$

$$\frac{d(M_N X_N)}{dt} = L_{N+1} X_{N+1} - L_N X_N + V y_{N-1} - V y_N$$

$$y_n = \frac{\alpha X_n}{(1 + (\alpha - 1) X_n)}$$

$$L_N = \bar{L}_N + \frac{M_N - \bar{M}_N}{\beta}$$

Se utiliza una relación simple linearizada entre la acumulación del líquido en el plato (M_n) y la relación de flujo del líquido que abandona el plato (L_n). Beta (β) es la constante hidráulica del plato.

En algún instante de tiempo se tendrá todas las acumulaciones M_n y las composiciones X_n .

La simulación lógica es:

- 1) Cálculo de las composiciones de vapor en todos los platos.
- 2) Cálculo del flujo del líquido.
- 3) Evaluación de las derivadas.

4) Integrar por Euler y regresar al paso 1.

Los controladores utilizados en la simulación son controladores proporcional integral (PI).

La columna cambia el flujo de vapor y el reflujo para controlar la composición de destilado y la composición del fondos a valores de $X_B=0.02$ y $X_D=0.98$.

6.4 MODELO DE UNA COLUMNA DE DESTILACION BINARIA EN EL ESPACIO DE LAS FRECUENCIAS.

A continuación se muestra un sistema más complejo donde se puede apreciar una gran ventaja en la solución del modelo en el dominio de las frecuencias. Pippin y Lamb (23) utilizan una técnica denominada "paso a paso" donde se utiliza el dominio de la frecuencia para calcular la respuesta de frecuencia de la columna de destilación, el sistema es considerado de alto orden debido a la cantidad de platos contenidos en la columna.

Como primer paso, las ecuaciones del modelo se linearizan quedando de la siguiente forma:

Reboller (se asume acumulación constante):

$$\frac{dx_B}{dt} = a_{B1} L_1 - a_{B2} V + a_{B3} x_1 - a_{B4} x_B$$

$$0 = L_1 - V - B$$

Plato No. 1:

$$\frac{dx_1}{dt} = a_{11}L_2 - a_{12}V + a_{13}x_2 - a_{14}x_1 + a_{15}x_3$$

$$\frac{dL_1}{dt} = \frac{1}{\beta} (L_2 - L_1)$$

Plato N:

$$\frac{dx_N}{dt} = a_{N1}L_{N+1} - a_{N2}V + a_{N3}x_{N+1} - a_{N4}x_N + a_{N5}x_{N-1} + a_{N6}x_F + a_{N7}F$$

$$\frac{dL_N}{dt} = \frac{1}{\beta} (L_{N+1} - L_N + F)$$

Plato domos CN = NT:

$$\frac{dx_{NT}}{dt} = a_{NT,1}R - a_{NT,2}V + a_{NT,3}x_D - a_{NT,4}x_{NT} + a_{NT,5}x_{NT-1}$$

$$\frac{dL_{NT}}{dt} = \frac{1}{\beta} (R - L_{NT})$$

Condensador y reflujo (se asume MD constante):

$$\frac{dx_D}{dt} = a_{D1}x_{NT} - a_{D2}x_D$$

$$0 = V - R - D$$

Tabla # 6.1 Coeficientes constantes de la columna de
destilación binaria

$$a_{B1} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_B}{\bar{M}_B}$$

$$a_{B2} = \frac{\bar{y}_B - \bar{x}_B}{\bar{M}_B}$$

$$a_{B3} = \frac{L_1}{\bar{M}_B}$$

$$a_{B4} = \frac{\bar{B} + \bar{V}K_B}{\bar{M}_B}$$

$$a_{11} = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{\bar{M}_1}$$

$$a_{12} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{x}_B}{\bar{M}_1}$$

$$a_{13} = \frac{L_2}{\bar{M}_1}$$

$$a_{14} = \frac{L_1 + \bar{V}K_1}{\bar{M}_1}$$

$$a_{15} = \frac{\bar{V}K_1}{\bar{M}_1}$$

$$a_{N1} = \frac{\bar{x}_{N+1} - \bar{x}_N}{\bar{M}_N}$$

$$a_{N2} = \frac{\bar{y}_N - \bar{x}_{N-1}}{\bar{M}_N}$$

$$a_{N3} = \frac{L_{N+1}}{\bar{M}_B}$$

$$a_{N4} = \frac{L_N + \bar{V}K_N}{\bar{M}_N}$$

$$a_{N5} = \frac{\bar{V}K_N}{\bar{M}_N}$$

$$a_{N6} = \frac{F}{\bar{M}_N}$$

$$a_{N7} = \frac{\bar{x}_F - \bar{x}_N}{\bar{M}_N}$$

$$a_{NT,1} = \frac{\bar{x}_N - \bar{x}_{NT}}{\bar{M}_{NT}}$$

$$a_{NT,2} = \frac{\bar{y}_{NT} - \bar{x}_{NT-1}}{\bar{M}_{NT}}$$

$$a_{NT,3} = \frac{V}{\bar{M}_{NT}} a_{NT,4} = \frac{L_{NT} + \bar{V}K_{NT}}{\bar{M}_{NT}}$$

$$a_{NT,5} = \frac{\bar{V}K_{NT}}{\bar{M}_{NT}}$$

$$a_{D1} = \frac{\bar{V}K_{NT}}{\bar{M}_D}$$

$$a_{D2} = \frac{V}{\bar{M}_D}$$

Todas las constantes arriba mostradas (α_{ij} y β en el sistema se encuentran en función de las acumulaciones, los flujos y las composiciones. La tabla 6.1 muestra estos valores. las variables de las ecuaciones antes descritas son todas variables de perturbación.

K_n es la relación linearizada entre las perturbaciones de la composición de vapor Y_n y la composición del líquido X_n , esto es justamente la pendiente de la línea de equilibrio:

$$Y_n = K_n X_n$$

Como el nombre lo indica, la técnica "paso a paso" efectúa cálculos directos de la base de la columna hasta el domo. Todas las ecuaciones son transformadas al dominio de Laplace (s). El índice s es puesto igual a $i\omega$ y el valor de la frecuencia es especificada. Una de las variables en la base de la columna o en el plato de alimentación (XF, F, V, B o XB) es considerada igual a $1 + 0i$ y las demás se consideran cero. Por ejemplo $XB=1+0i$.

Comenzando con las ecuaciones del reboiler, la composición X_1 y el flujo de líquido L_1 , son calculados de la siguiente manera:

$$L_1 = V_B + B = 0$$

$$X1 = (Ciw + a_{B4}) XB - a_{B1} L1 + a_{B2} V \frac{1}{a_{B3}} = \frac{(Ciw + a_{B4})}{a_{B3}}$$

Las variables X1 y L1 son variables complejas.

Entonces, las ecuaciones para el plato 1 pueden ser utilizadas para calcular X2 y L2. Este procedimiento continua hacia arriba de la columna, "plato a plato". las ecuaciones del plato superior dan valores complejos de XD y R, los cuales son almacenados como números complejos g_{11} y g_{21} .

$$XD = g_{11}^R + ig_{11}^I = g_{11}$$

$$R = g_{21}^R + ig_{21}^I = g_{21}$$

La primera ecuación del condensador da un segundo valor de XD la cual es almacenada como g_{31} . Estas g's son justamente las verdaderas funciones de transferencia.

$$XD = g_{31}^R + ig_{31}^I = g_{31}$$

Entonces V es puesto como 1 + 0i y XB, B, XF y F son igual a cero. Esto se repite hasta tener tres nuevos valores de g's. El procedimiento es repetido con B=1, posteriormente XF=1 y finalmente cuando F=1.

Los resultantes g's de los cinco ciclos dan las siguientes funciones:

$$XD = g_{11}XB + g_{12}V + g_{13}B + g_{14}XF + g_{15}F$$

$$R = g_{21}XB + g_{22}V + g_{23}B + g_{24}XF + g_{25}F$$

$$XD = g_{31}XB + g_{32}V + g_{33}B + g_{34}XF + g_{35}F$$

Estas ecuaciones pueden ser rearrregladas para obtener las variables de salida XD y XB en términos de las variables de entrada XF, F, R y V.

$$XD = P_{11(i\nu)}XF + P_{12(i\nu)}F + P_{13(i\nu)}R + P_{14(i\nu)}V$$

$$XB = P_{21(i\nu)}XF + P_{22(i\nu)}F + P_{23(i\nu)}R + P_{24(i\nu)}V$$

Las P_{ij} 's son los puntos de las gráficas de Nyquist, Bode y Nichols de las funciones de transferencia de la columna de destilación.

Se especifica con un nuevo valor de frecuencia y los cálculos se repiten. La parte inicial de los cálculos da la solución para todas las composiciones del estado de estudio dando una composición de alimentación y un flujo de entrada F (moles) y las composiciones del fondo de la columna y de la parte superior de la columna para obtener una convergencia correcta en el valor del flujo de vapor. Se calculan los coeficientes de las ecuaciones linealizadas. La técnica "paso a paso" se aplica para calcular los valores intermedios de g's y los valores finales de P_{ij} 's (funcion de transferencia) en el dominio de la frecuencia.

RESULTADOS

Los siguientes resultados son derivados de la simulación del modelo matemático (en el espacio del tiempo) de la columna de destilación que anteriormente fue descrito.

Para la simulación fue necesario implementar un programa de computo en lenguaje FORTRAN-77 VERSION 4, debido a la gran cantidad de cálculos que se deben efectuar y también a que al realizar tales cálculos de manera manual, se necesita más tiempo.

A continuación se presenta un diagrama de flujo, presentando de una manera general la secuencia de cálculo de el método empleado.

Las simulaciones se realizaron en función de los siguientes datos:

nombre	valor
Número de platos	20
Plato de alimentación	10
Acumulación en el tanque de reflujo	100 moles
Acumulación en el fondo de la columna	100 moles
Valor inicial de reflujo (RO)	128 moles
Valor inicial de reflujo de vapor (VO)	178 moles
Valor inicial de la alimentación (FO)	100 moles
Valor inicial de la acumulación en los platos	10 moles
Constante hidráulica de los platos (β)	0.01
Concentración inicial en los fondos (XB0)	0.02
Concentración inicial en los domos (XD0)	0.98
Paso de integración para el método Euler	0.01

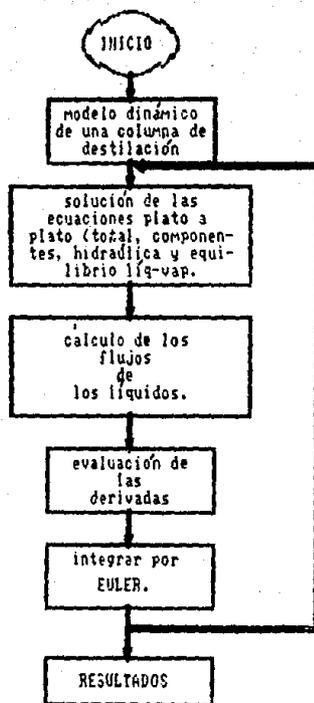


DIAGRAMA GENERAL PARA LA SOLUCION DE LA COLUMNA DE DESTILACION EN EL ESPACIO DEL TIEMPO.

Las diferentes tablas corresponden a la variación de parámetros (perturbaciones) en diferentes corridas de la simulación.

- gráfica #1 XB vs tiempo.
- gráfica #2 XD vs tiempo.
- gráfica #3 R vs tiempo.
- gráfica #4 V vs tiempo.

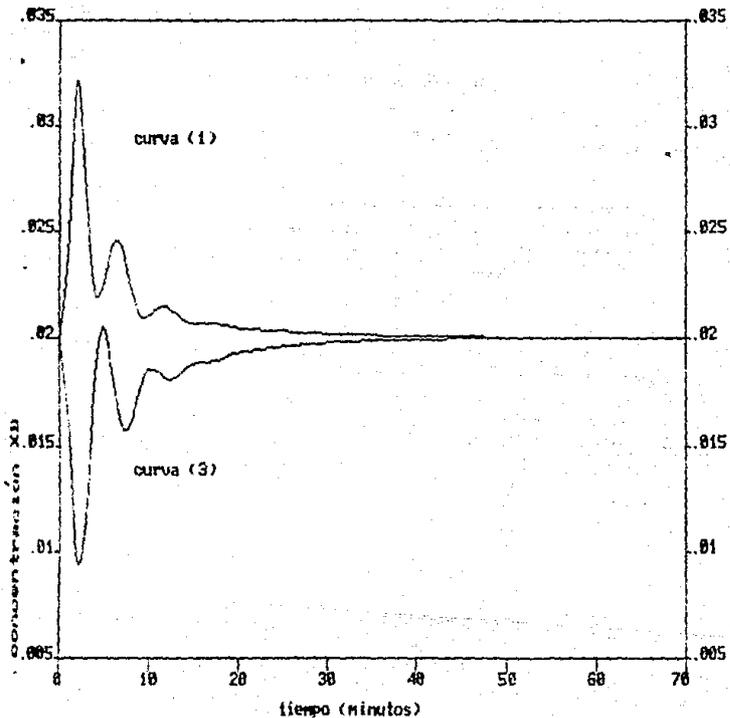
	tiempo de estabilización (min)				variable
	1	2	3	4	
		gráfica			
		2			flujo de alimentación F
curva 1	80.0	80.0	80.0	80.0	125 moles/min
curva 2	REGIMEN PERMANENTE				
curva 3	62.0	72.0	75.5	75.0	75 moles/min

valores de los parámetros en los cuales se realizaron las gráficas 1, 2, 3 y 4.

K_{CD}	1000
K_{CB}	1000
τ_{1D}	5.0
τ_{1B}	1.25
X_F	0.5

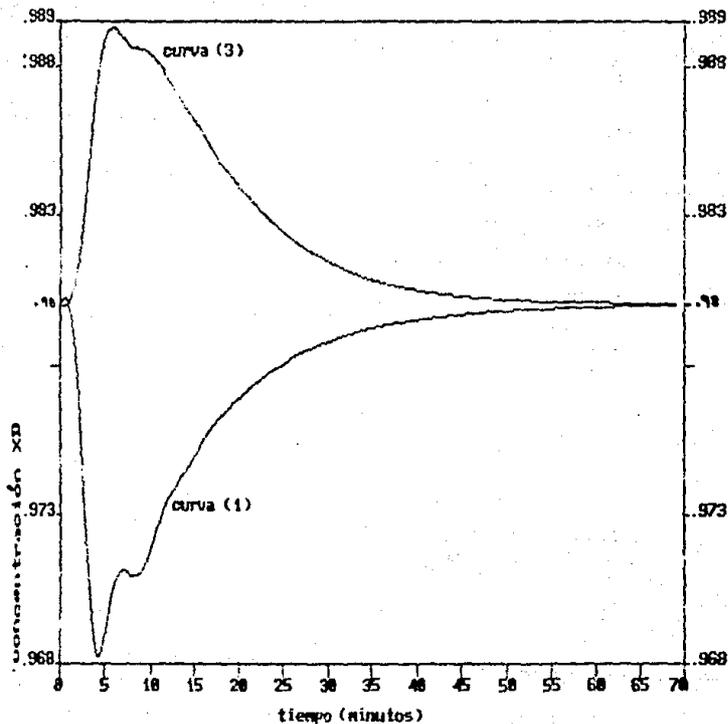
concentracion XB vs t

gráfica #1



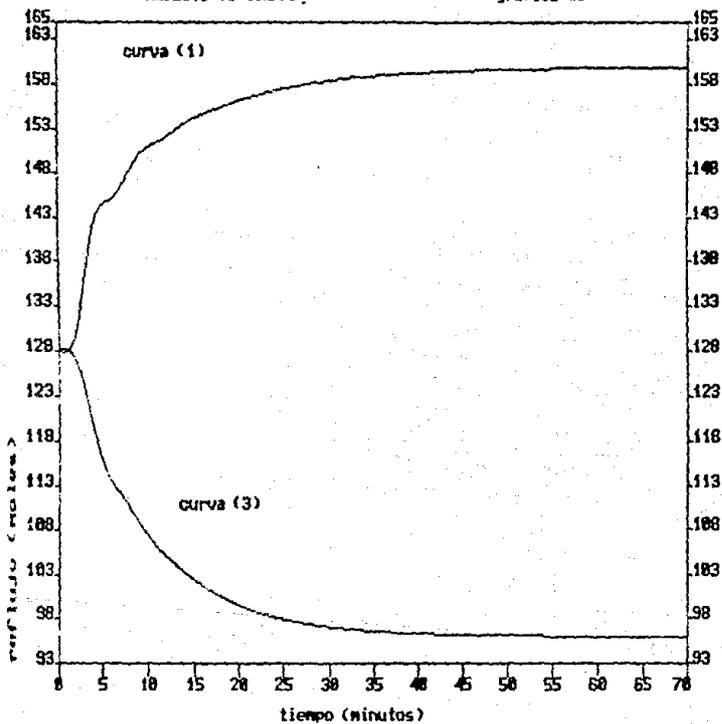
concentracion XD vs tiempo

gráfica #2



REFLUJO vs TIEMPO.

gráfica #3



gráfica #5 XB vs tiempo.

gráfica #6 XD vs tiempo.

gráfica #7 R vs tiempo.

gráfica #8 V vs tiempo.

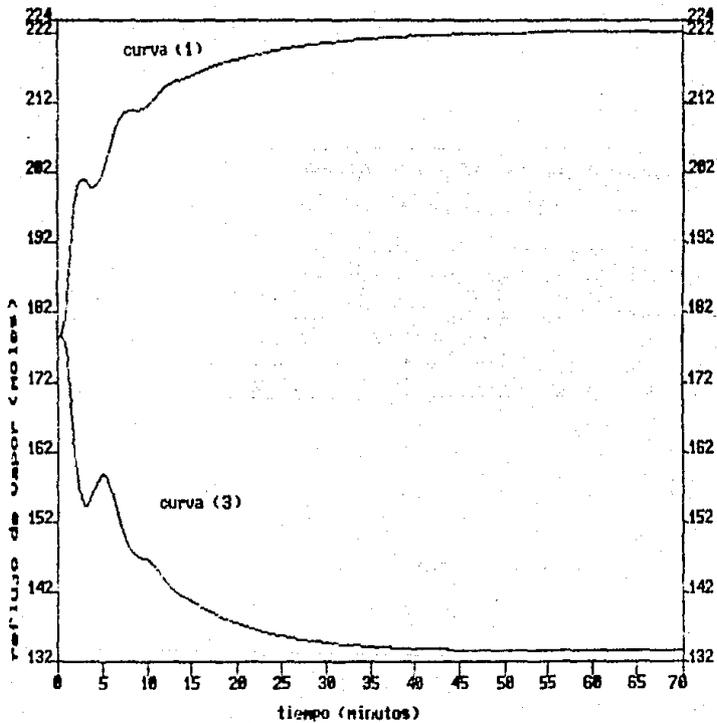
	tiempo de estabilización (min)				variable
	gráfica				concentración de la alimentación XF
	5	6	7	8	
curva 1	33.5	53.5	49.5	49.0	0.55
curva 2	REGIMEN PERMANENTE				
curva 3	23.0	32.0	28.0	27.0	0.45

valores de los parámetros en los cuales se realizaron las gráficas 5, 6, 7 y 8.

K_{CD}	1000
K_{CB}	1000
τ_{iD}	5.0
τ_{iB}	1.25
F	100

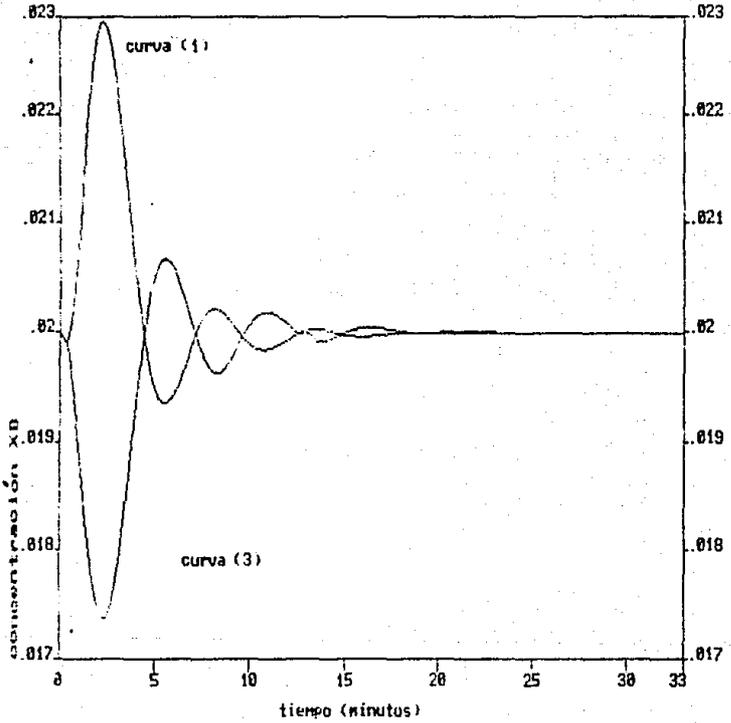
REFLUJO DE VAPOR vs TIEMPO

gráfica #4



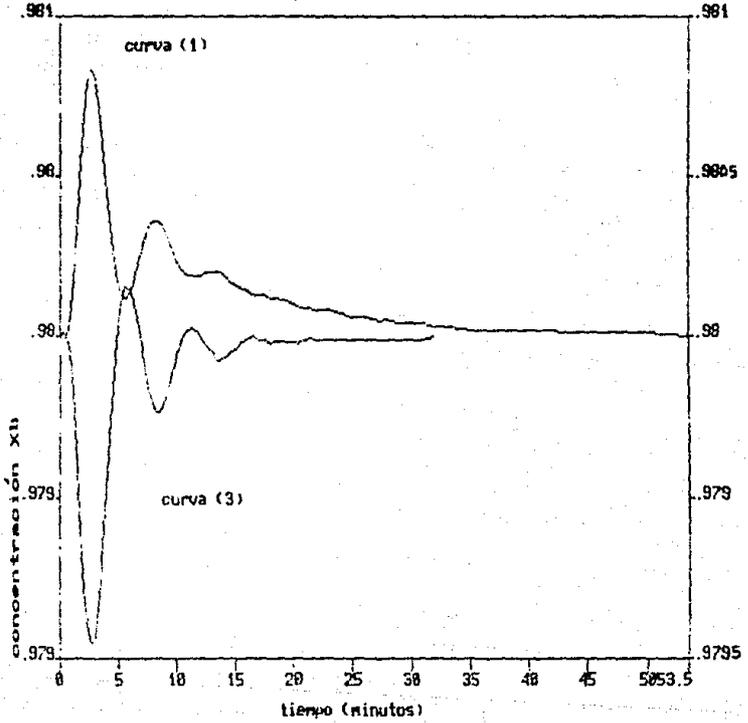
CONCENTRACION XB vs TIEMPO

gráfica #5



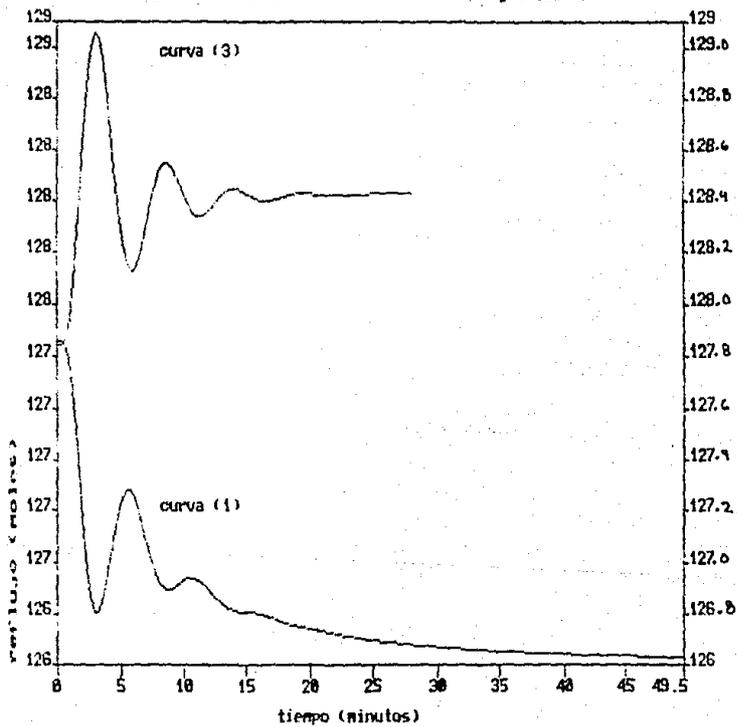
CONCENTRACION vs TIEMPO

gráfica #6



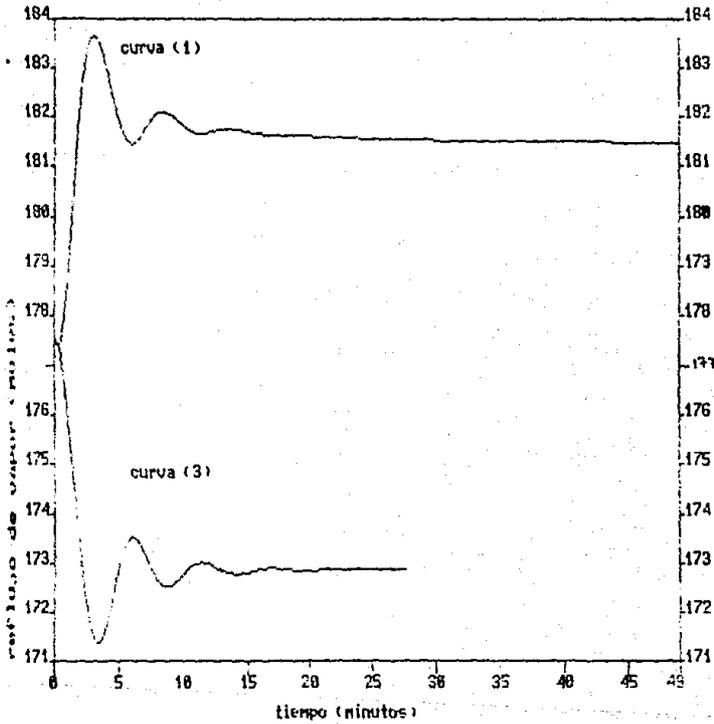
REFLUJO (R) vs TIEMPO

gráfica #7



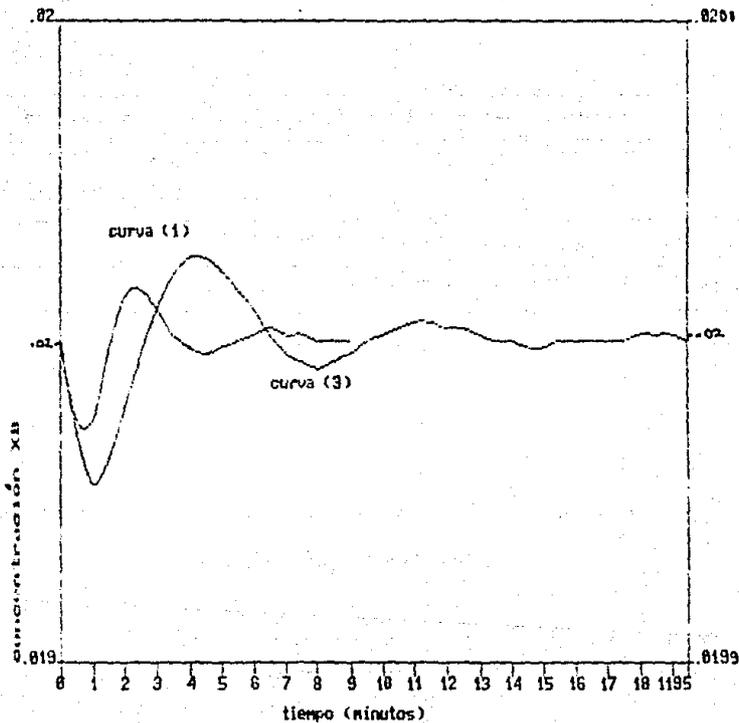
REFLUJO DE VAPOR vs TIEMPO

gráfica #8



CONCENTRACION XB vs TIEMPO

gráfica #9



gráfica #9 XB vs tiempo.

gráfica #10 XD vs tiempo.

gráfica #11 R vs tiempo.

gráfica #12 V vs tiempo.

tiempo de estabilización (min)				variable
9	gráfica 10	11	12	constante del controlador de reflujo KCD.

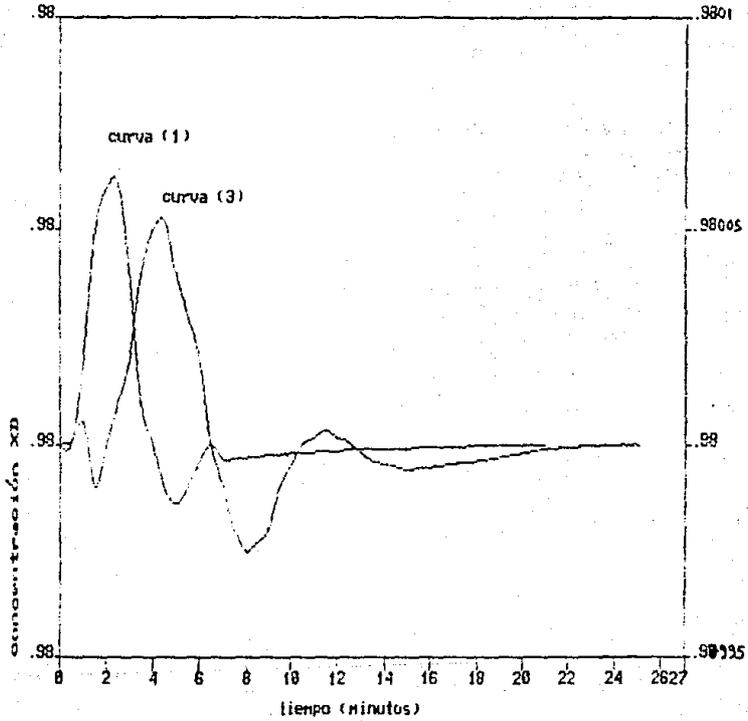
curva 1	8.0	20.5	28.0	31.5	2000
curva 2	REGIMEN PERMANENTE				
curva 3	19.5	24.0	34.5	37.0	500

valores de los parámetros en los cuales se realizaron las gráficas 9, 10, 11 y 12.

F	100
K_{CB}	1000
τ_{1D}	5.0
τ_{1B}	1.25
XF	0.5

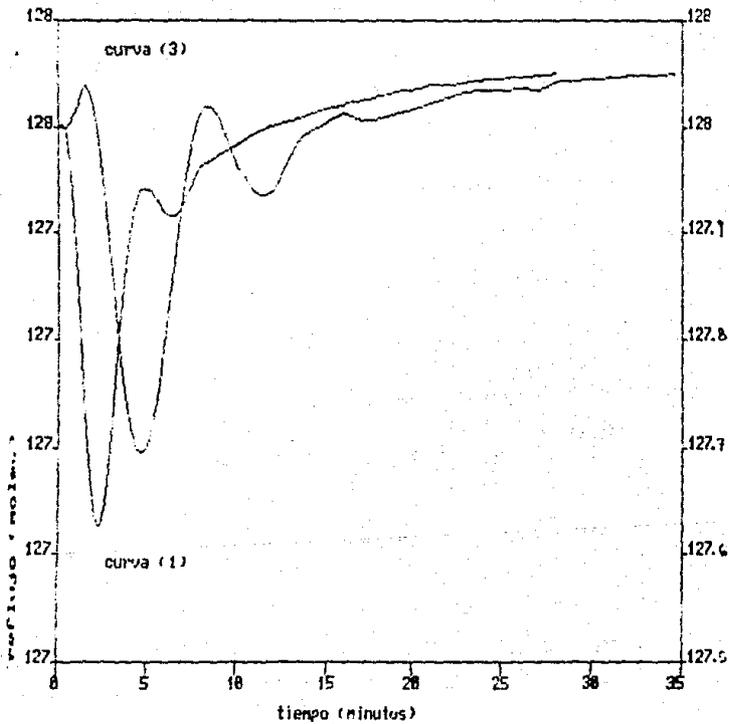
CONCENTRACION XD vs TIEMPO

gráfica #10



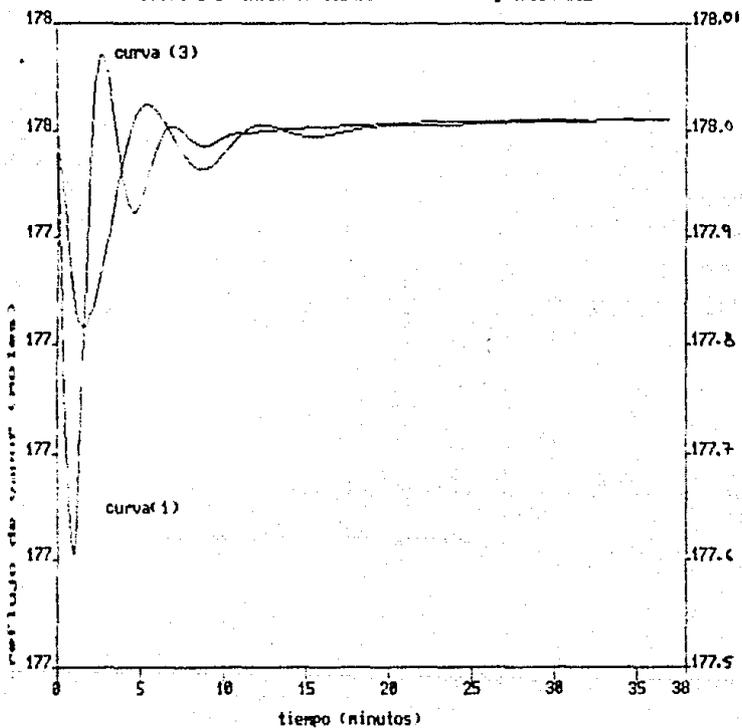
REFLUJO vs TIEMPO

gráfica #11



REFLUJO DE VAPOR vs TIEMPO

gráfica #12



gráfica #13 XB vs tiempo.

gráfica #14 XD vs tiempo.

gráfica #15 R vs tiempo.

gráfica #16 V vs tiempo.

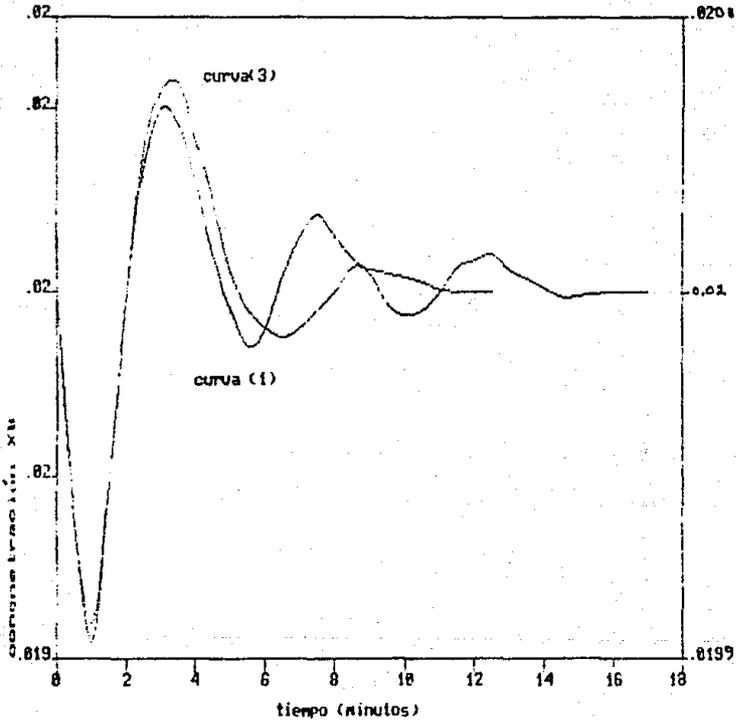
	tiempo de estabilización (min)				variable
	13	gráfica 14	15	16	constante del controlador de vapor KCB.
curva 1	17.5	15.5	24.0	25.5	2000
curva 2	REGIMEN PERMANENTE				
curva 3	11.0	30.5	44.5	49.0	500

valores de los parámetros en los cuales se realizaron las gráficas 13, 14, 15 y 16.

F	100
K_{CD}	1000
τ_{ID}	5.00
τ_{IB}	1.25
XF	0.50

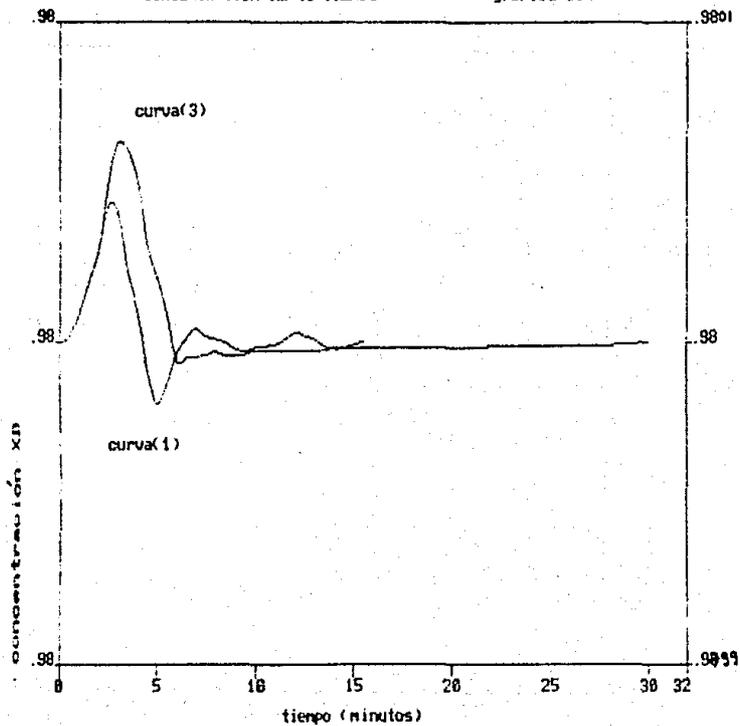
CONCENTRACION XB vs TIEMPO

gráfica #13



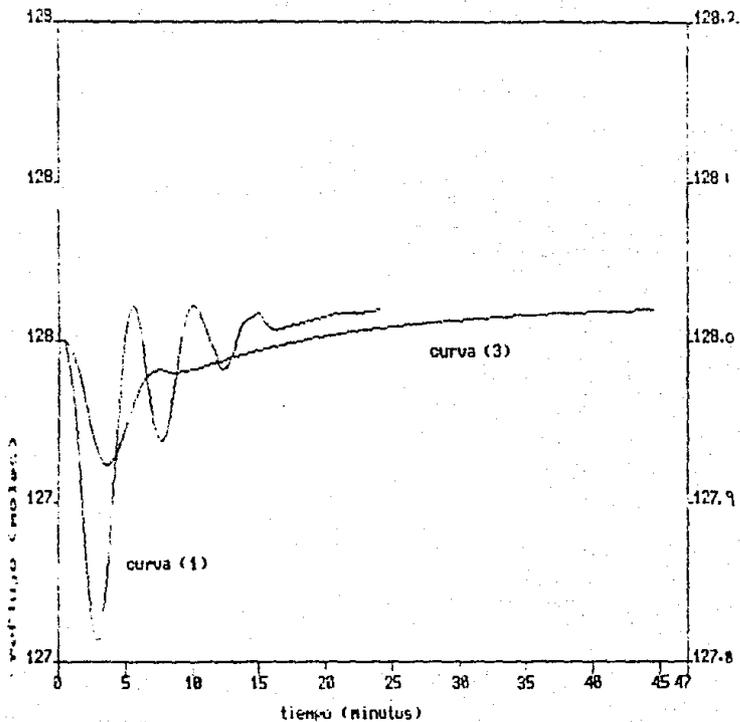
CONCENTRACION XD vs TIEMPO

gráfica #14



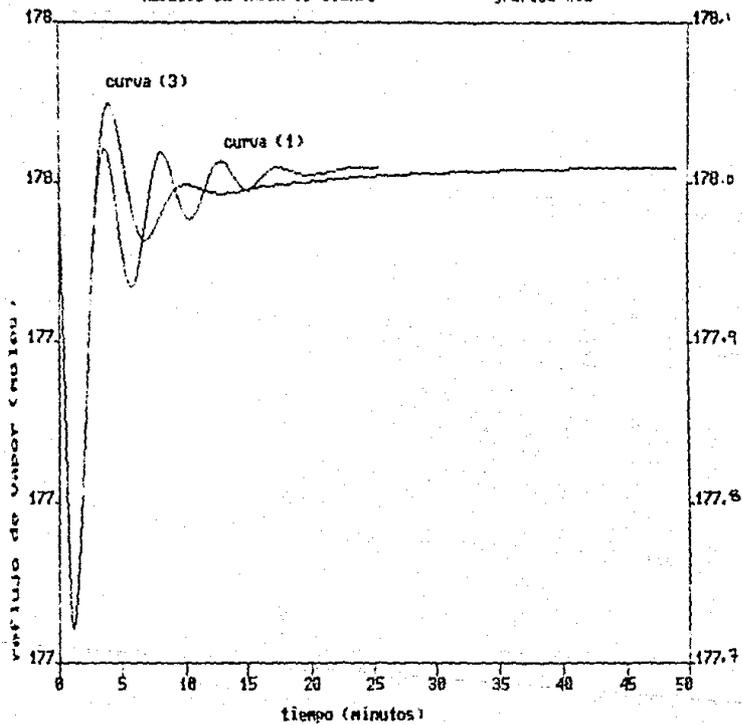
REFLUJO vs TIEMPO

gráfica #15



REFLUJO DE VAPOR vs TIEMPO

gráfica #16



gráfica #17 XB vs tiempo.

gráfica #18 XD vs tiempo.

gráfica #19 R vs tiempo.

gráfica #20 V vs tiempo.

tiempo de estabilización (min)				variable
	gráfica			cte. de tiempo del controlador de reflujo r _{1D}
17	18	19	20	

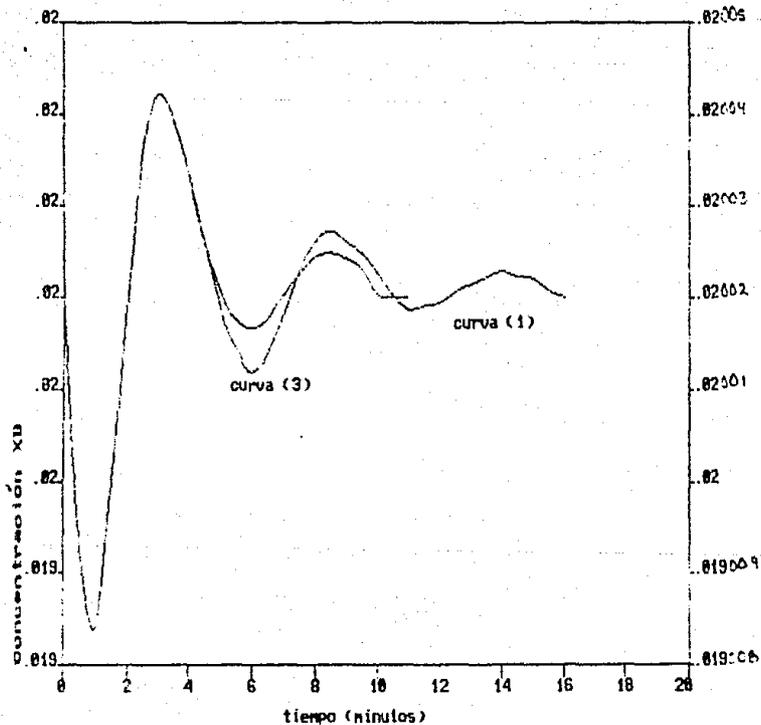
curva 1	10.0	25.0	39.5	44.5	8.0 (min.)
curva 2	REGIMEN PERMANENTE				
curva 3	15.5	13.5	22.5	24.5	2.0 (min.)

valores de los parámetros en los cuales se realizaron las gráficas 17, 18, 19 y 20.

K _{CD}	1000
K _{CB}	1000
F	100
T _{1B}	1.25
XF	0.50

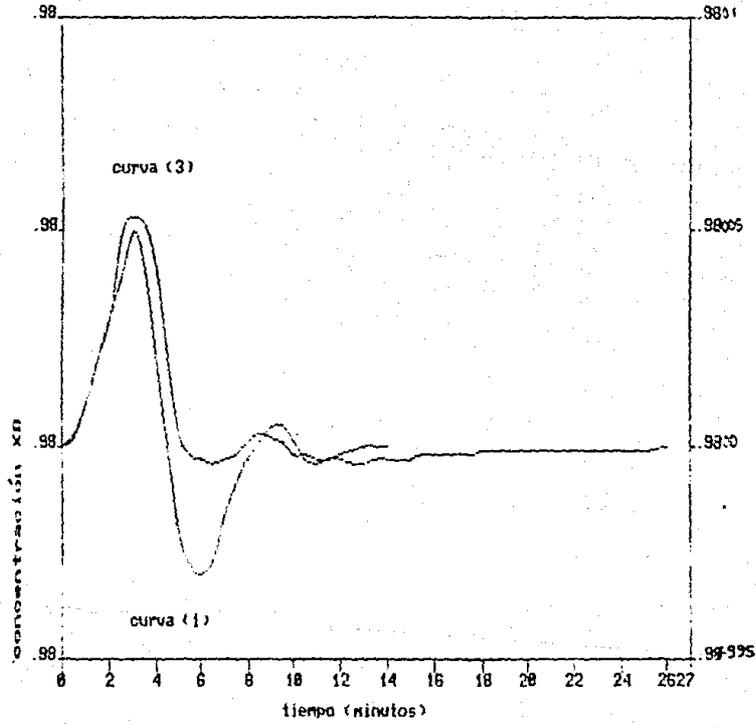
CONCENTRACION XB vs TIEMPO

gráfica #17



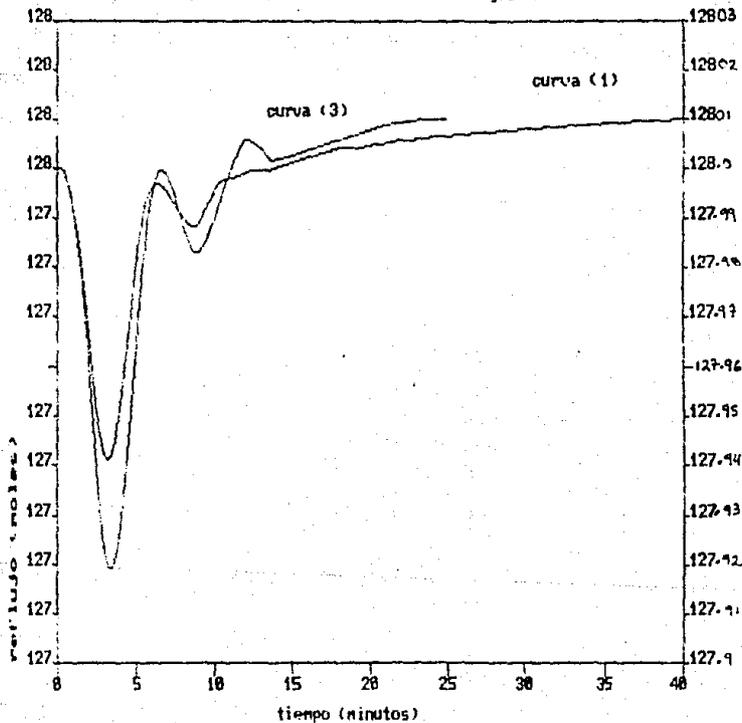
CONCENTRACION XD vs TIEMPO

gráfica #10



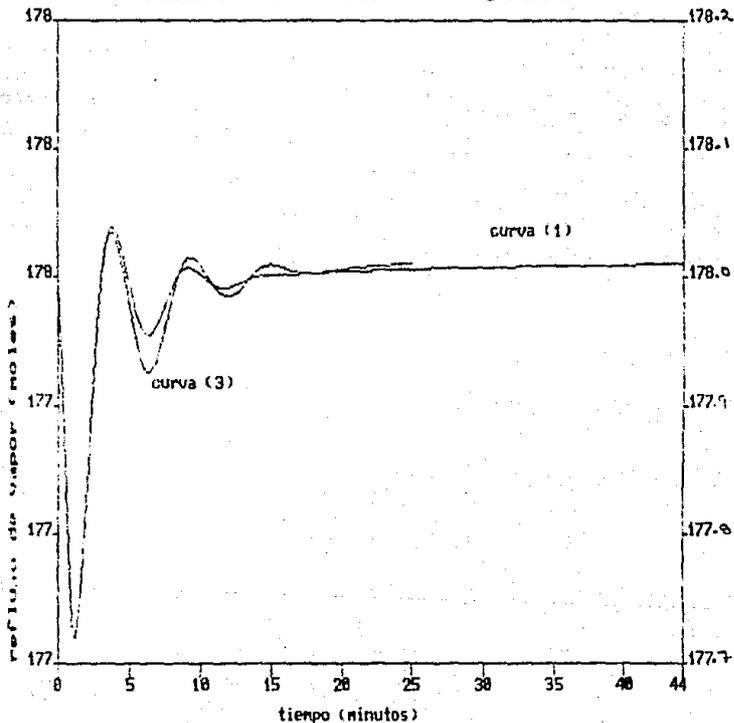
REFLUJO vs TIEMPO

gráfica #10



REFLUJO DE VAPOR vs TIEMPO

gráfica #20



gráfica #21 XB vs tiempo.

gráfica #22 XD vs tiempo.

gráfica #23 R vs tiempo.

gráfica #24 V vs tiempo.

tiempo de estabilización (min)					variable		
	gráfica 21	gráfica 22	23	24	KCD	KCB	F
curva 1	40.0	40.5	50.0	51.0	2000	2000	125
curva 2	REGIMEN PERMANENTE						

valores de los parámetros en los cuales se realizaron las gráficas 21, 22, 23 y 24.

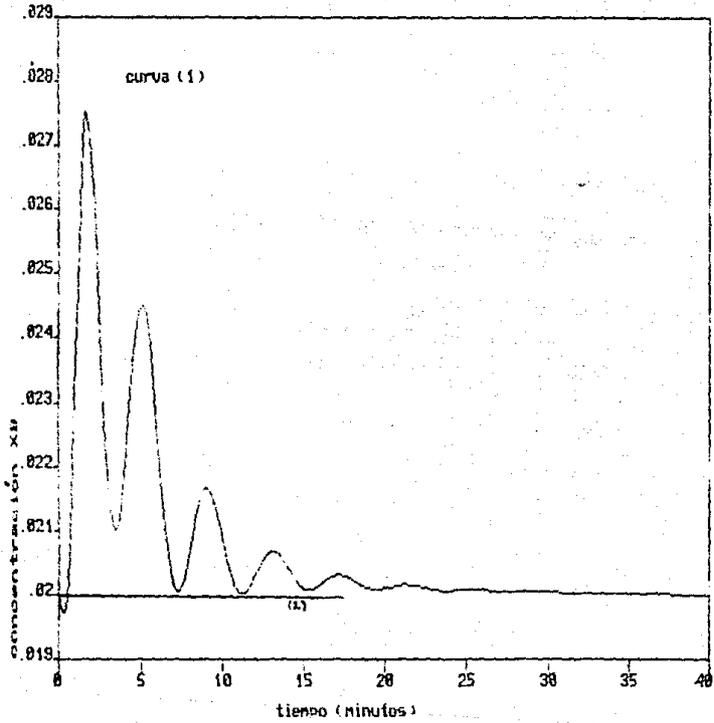
τ_{iD}	1.25
-------------	------

τ_{iB}	5.0
-------------	-----

XF	0.5
----	-----

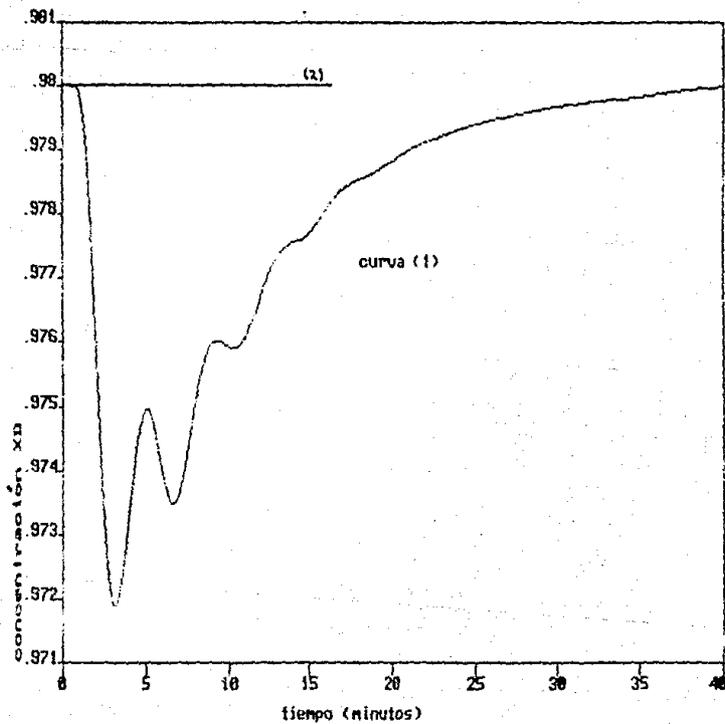
CONCENTRACION XB vs TIEMPO

gráfica #21



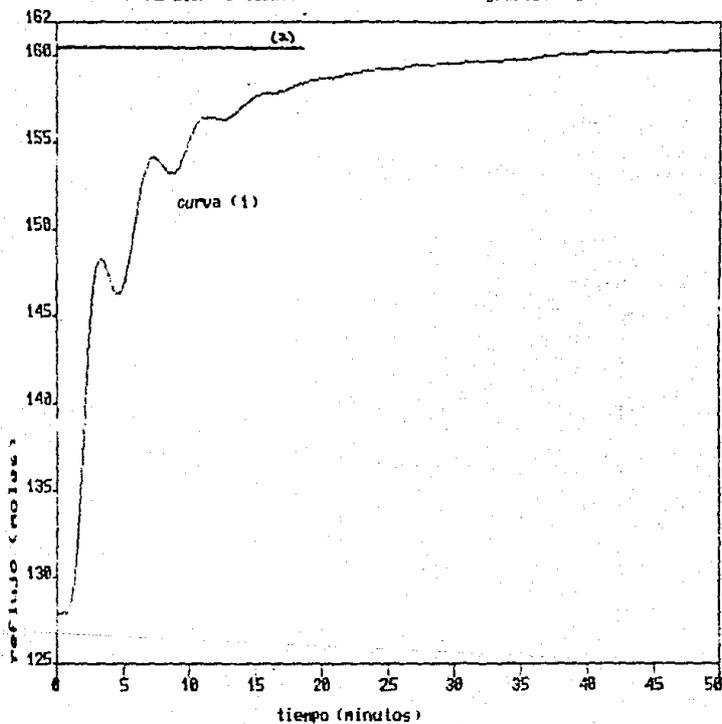
CONCENTRACION XD vs TIEMPO

gráfica #22



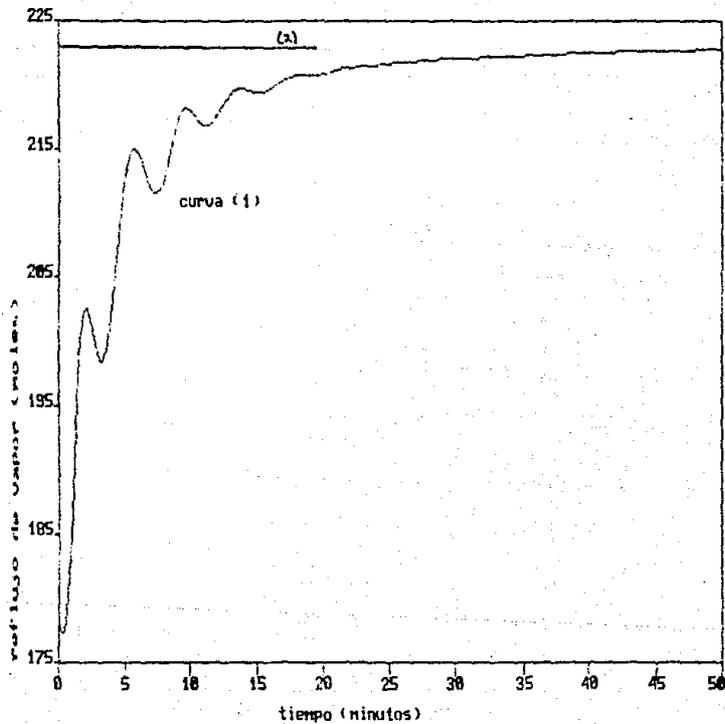
REFLUJO vs TIEMPO

gráfica #23



REFLUJO DE VAPOR vs TIEMPO

gráfica #24



Los resultados de la simulación en el espacio de las frecuencias para el modelo descrito anteriormente se encuentra en función de los siguientes datos:

variable	valor
Número de platos	20
Plato de alimentación	10
Constante relativa de volatilidad (α)	2.0
Fracción de los fondos XB	0.02
Fracción en los domos XD	0.98
Flujo de alimentación (F) moles	100
Fracción de alimentación XF	0.5
Frecuencia mínima W (rad/min)	0.01
Frecuencia máxima w (rad/min)	10.01
Acumulación en el fondo de la columna (moles)	100
Acumulación en los platos (secc. de rectificación)	10
Acumulación en los platos (secc. de agotamiento)	10
Acumulación en el tanque de reflujo (moles)	100
Constante hidráulica de los platos (β)	0.1

Al igual que en el espacio del tiempo, la simulación se realizó por medio de un programa de computo en lenguaje FORTRAN-77 VERSION-4 y ejecutado en una computadora PC.

A continuación se presenta un diagrama de flujo general de la secuencia de cálculo para la simulación de la columna de destilación en el espacio de la frecuencia.

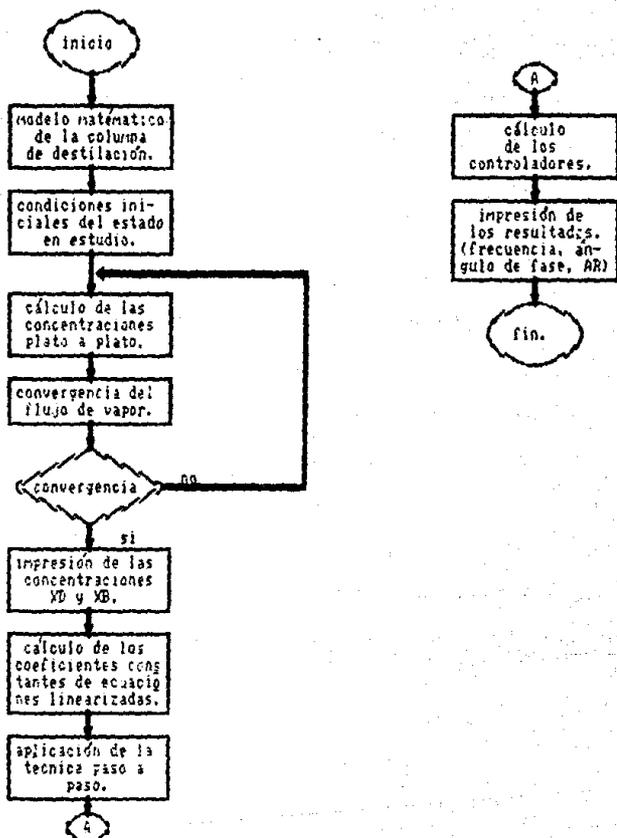


DIAGRAMA GENERAL PARA LA SOLUCION DE UN MODELO EN EL ESPACIO DE LAS FRECUENCIAS.

Las tablas siguientes corresponden a los resultados para el modelo de la columna de destilación en el espacio de las frecuencias.

Gráfica 25: Módulo de log vs W y ϕ vs W (diagrama de Bode)

Gráfica 26: Módulo de log. vs ϕ (diagrama de Nichols)

	estabilización		variable
	gráfica		flujo de alimentación F (moles/min)
	25	26	
curva 1	estable	estable	125
curva 2	estable	estable	100
curva 3	estable	estable	75

Gráfica 27: Módulo de log vs W y ϕ vs W (diagrama de Bode)

Gráfica 28: Módulo de log. vs ϕ (diagrama de Nichols)

	estabilización		variable
	gráfica		concentración de la alimentación XF
	27	28	
curva 1	estable	estable	0.55
curva 2	estable	estable	0.50
curva 3	estable	estable	0.45

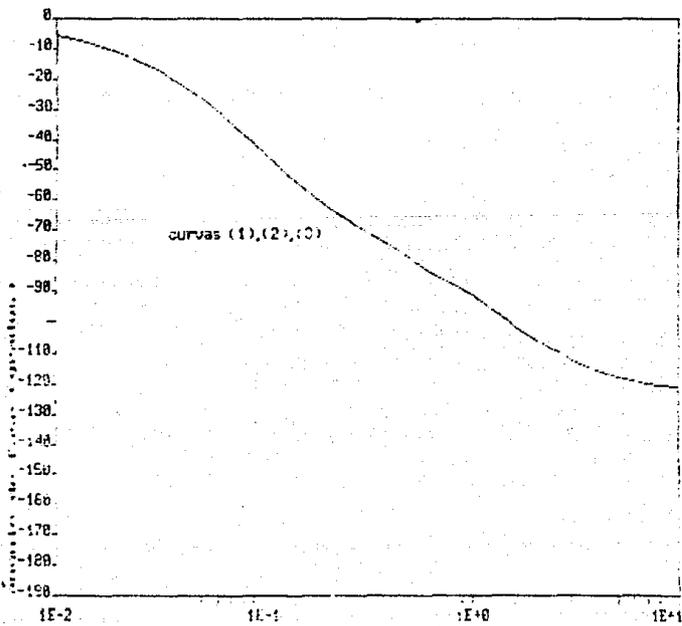
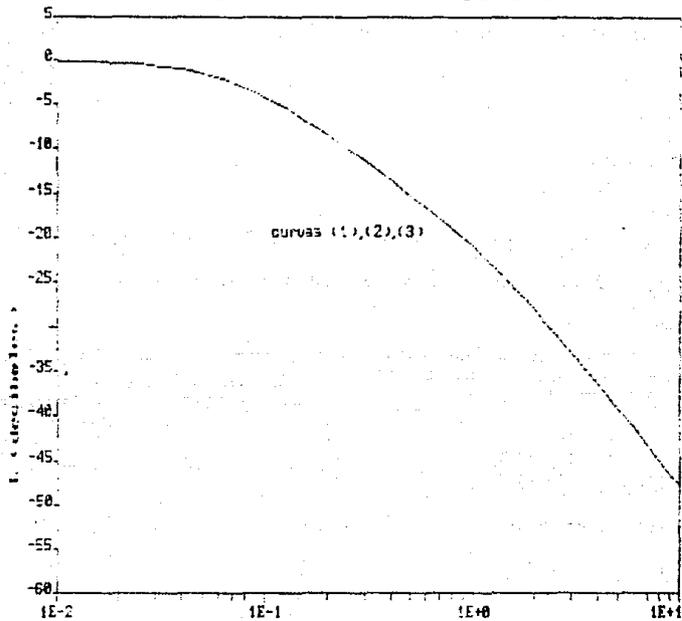
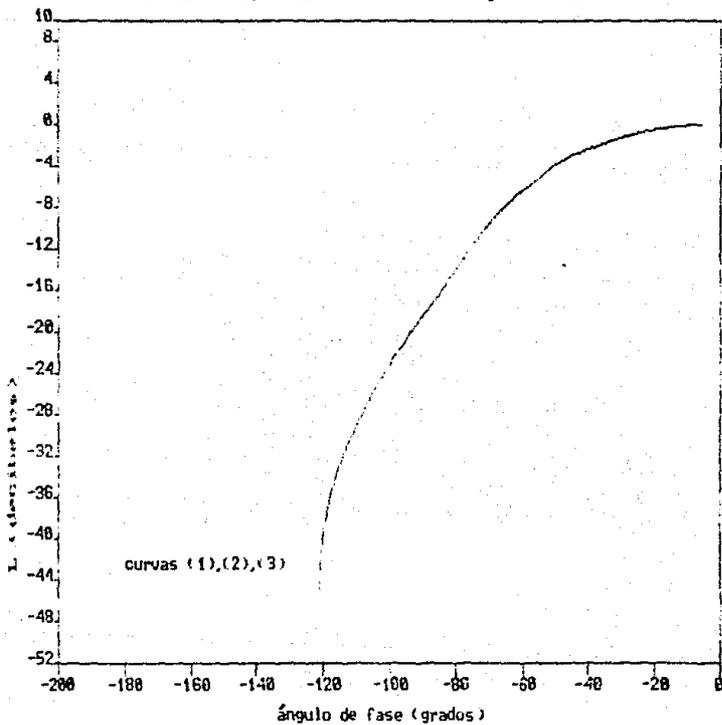


DIAGRAMA DE NICHOLS YB/U

gráfica #26



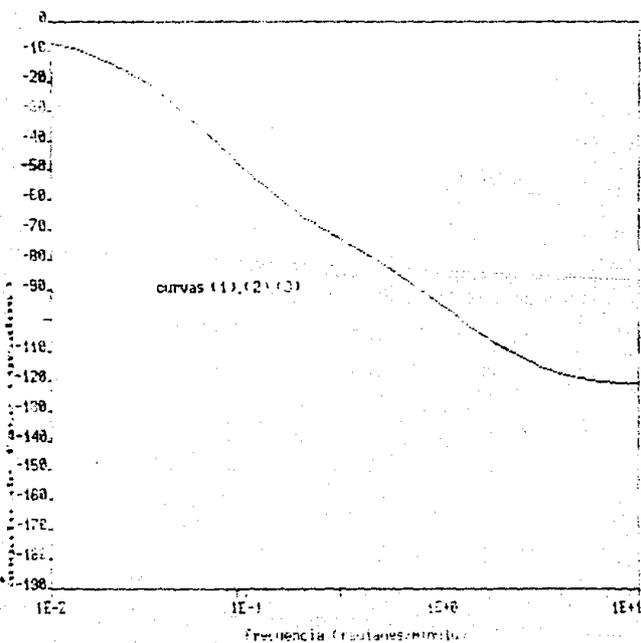
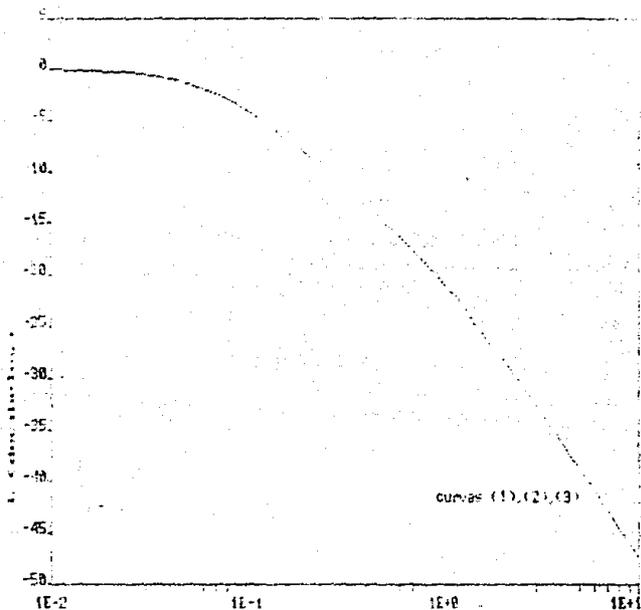
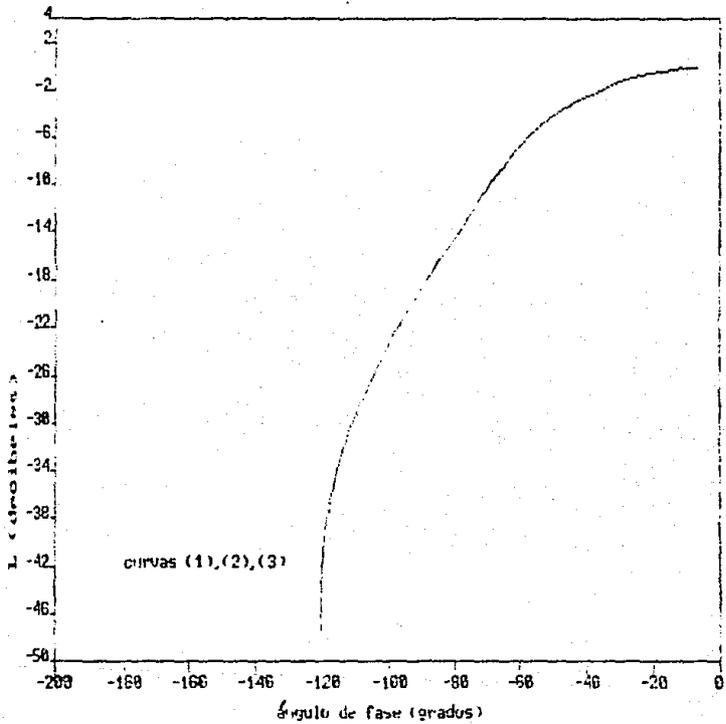


DIAGRAMA DE NICHOLS

XB/U

gráfica #28



Análisis de resultados

Para el siguiente análisis en el espacio del tiempo se consideran como parámetros de comparación los datos a régimen permanente de la columna de destilación, los cuales son:

Flujo de alimentación (CF)	100.0 moles/min
Concentración de la alimentación (XF)	0.50
Reflujo (CR)	128.0 moles
Flujo de vapor que sale del reboiler (CV)	178.0 moles
Concentración de domos (XD)	0.98
Concentración de fondos (XB)	0.02

Para las gráficas No. 1, 2, 3 y 4 se aplicó una perturbación en la alimentación (flujo de alimentación) en valores de 125.0 y 75.0 moles/minuto, entrando a la columna como líquido saturado.

Las gráficas No. 1, 2, 3 y 4 analizan el efecto que presentan las composiciones tanto de XD como de XB cuando se introduce una perturbación en la alimentación a la columna de destilación.

El aumento en el flujo de alimentación afecta de una manera significativa tanto al reflujo (R) como al flujo de vapor (V) aumentando ambos dado que el flujo interno de líquido en la columna aumenta, afectando también a las composiciones de los productos ya que se encuentran en función de R y V.

La composición de los fondos aumenta y la composición de los

domos disminuye (curvas (1) de las gráficas No.1 y 2), estabilizándose tanto XD como XB a 80 minutos. Esto se debe a que al incrementar el flujo de alimentación, condensa más componente del clave ligero y en el producto de fondos se tiene un aumento en la composición. La composición de domos (XD) se controla con el reflujo y debido a que va aumentando (curva (1) de la gráfica No. 3) varía la concentración XD.

Cuando se disminuye el flujo de alimentación se presentan resultados a la inversa que cuando se aumenta el flujo.

Como se tiene inicialmente un flujo de alimentación de 100 moles y se disminuye a 75, tanto el reflujo como el flujo de vapor disminuyen afectando a XB de tal manera que la concentración que se tenía a régimen permanente disminuye y la concentración de XD aumenta. Esto se debe a que el flujo interno de líquido disminuye y por lo tanto existe un mayor flujo interno de vapor con mayor cantidad de clave ligero aumentando la composición del producto de domos (XD) y el flujo interno de líquido contiene menor cantidad de clave ligero obteniéndose la corriente de fondos con una menor concentración.

Con la disminución de el flujo de alimentación, XD alcanza el régimen permanente a 72.0 minutos y XB a 62 debido a que en este tiempo se estabilizan tanto el reflujo como el flujo de vapor logrando con esto estabilizar a las concentraciones de los productos de la columna. lo anterior se observa en las curvas (3) de las gráficas No. 1, 2, 3 y 4.

Algo importante que se observa en las gráficas anteriores es que a pesar de que se introducen perturbaciones en el flujo de

alimentación. el sistema regresa al régimen permanente en un tiempo no mayor de 80 minutos.

En las gráficas No. 5, 6, 7 y 8 se analiza el efecto que presenta la introducción de una perturbación en la concentración de la alimentación a valores de 0.55 y 0.45.

Al aumentar la concentración en la alimentación se presenta una ligera variación en el reflujo (disminuye) y en el flujo de vapor (aumenta), por consiguiente las concentraciones de los productos de la columna presentan una variación.

El aumento de la concentración en la alimentación provoca que las concentraciones de los productos aumenten debido a que existe en los flujos internos de la columna una concentración constante del clave ligero y el aumento de la concentración provoca un aumento de concentración en los flujos internos (tanto de vapor como de líquido) ocasionando que el flujo de vapor que sale del reboiler aumente para de esta manera ajustar la concentración XB y el reflujo disminuye para ajustar XD.

Después de que ocurre la inestabilidad, transcurren 33.5 minutos para que la concentración XB se estabilice y 53.5 minutos para la concentración XD. El reflujo y el flujo de vapor se estabilizan a 49.5 y 49.0 minutos respectivamente. Lo antes mencionado se observa en las curvas (1) de las gráficas.

Cuando se disminuye la concentración en la alimentación, el reflujo aumenta y el flujo de vapor disminuye para ajustar respectivamente a XD y XB (tanto XD como XB disminuyen en su concentración). Lo anterior se debe a que al disminuir la concentración de la alimentación tanto el flujo interno de vapor

y de líquido disminuyen su concentración del componente clave ligero y en los productos de salida disminuyen también, ocasionando la desestabilización de la columna. XB se estabiliza a un tiempo de 23 minutos y XD a 32 minutos (curvas (3) de las gráficas 5 y 6).

Con el análisis de las gráficas anteriores se puede observar que a pesar de que se le introduzca una perturbación a la columna en la concentración de la alimentación, el sistema alcanza nuevamente su estabilidad en un tiempo menor a una hora.

En las siguientes cuatro gráficas (9, 10, 11 y 12) se analizó el efecto que presenta la variación de la constante del controlador de reflujo en la estabilidad de la columna de destilación llegando a lo siguiente:

Estando la columna a régimen permanente, se varió el valor de la constante del controlador de reflujo de 1000 a 2000 presentando una ligera variación en el reflujo y en el flujo de vapor que sale del reboiler ocasionando con esto la variación de las composiciones de los productos de la columna.

Con la variación de KCD el reflujo disminuye de valor ocasionando con esto que la concentración del destilado aumente de valor y se estabilice después de 20.5 minutos. El flujo de vapor que sale del reboiler también sufre una disminución en el flujo y la composición de productos de fondos aumenta ligeramente en su composición, estabilizándose una vez que pasan 8 minutos. Lo anterior se debe a que al aumentar el valor de la constante KCD, provoca una perturbación en el sistema y para lograr nuevamente que se estabilice la columna, el reflujo

disminuye de valor logrando con esto que el sistema poco a poco se estabilice de nuevo.

Lo antes explicado se puede observar en las curvas (1) de las gráficas No. 9, 10, 11 y 12. Se debe tomar en cuenta que para tener una mejor visión de la variación, se aumentó la escala logrando con esto visualizar mejor el efecto que ocasiona la variación de KCD.

Las curvas (3) de las gráficas No. 9, 10, 11 y 12 presentan un análisis contrario al anterior. El valor de KCD disminuye de 1000 a 500 provocando una ligera perturbación al sistema pero ahora con la disminución de KCD el reflujo aumenta ligeramente y por consiguiente XD aumenta también estabilizándose después de que transcurren 24 minutos. El flujo de vapor que sale del reboiler disminuye ligeramente ocasionando con esto que la concentración XB disminuya y se estabilice después de transcurridos 19.5 minutos. Al igual que en el análisis anterior, esto se debe a la respuesta que presenta el controlador de reflujo ya que al sufrir una variación en su ajuste, ocasiona ligeras variaciones en el reflujo y en el flujo de vapor.

Con el análisis de las cuatro gráficas anteriores se observa que al aumentar el valor de KCD, el controlador presenta mayor sensibilidad que cuando se disminuye el valor.

Para las cuatro gráficas siguientes se pretende analizar el efecto que tiene en la estabilidad la variación de la constante del controlador de vapor que sale del reboiler llegando a lo siguiente:

Para las curvas (1) de las gráficas No. 13, 14, 15 y 16 se

aumentó el valor de KCB (constante del controlador de vapor) de 1000 a 2000 ocasionando una ligera variación en los valores del reflujo y en el flujo de vapor disminuyendo ambos y ocasionando con esto que tanto la concentración XD y XB presenten una variación. XD presenta un ligero aumento (casi insignificante) estabilizándose una vez que transcurren 15.5 minutos, mientras que XB disminuye también ligeramente logrando estabilizarse después de que transcurren 17.5 minutos. Lo anterior se debe (como ya se explicó) al efecto que presenta el controlador al momento que se le aplica una variación en su calibración.

También se analizó el efecto que presenta el disminuir el valor de KCB en las composiciones. Tanto el reflujo como el flujo de vapor disminuyen ocasionando con esto que la concentración de XD aumente ligeramente para estabilizarse en un tiempo de 30.5 minutos y la concentración XB disminuya también ligeramente estabilizándose a un tiempo de 11 minutos.

Al igual que en el análisis anterior, el comportamiento que presentan las composiciones se encuentra directamente ligado a la perturbación suministrada al sistema afectando con esto la sensibilidad del controlador.

Como en el análisis anterior, se puede observar que al aumentar el valor de KCB, el controlador del vapor presenta mayor sensibilidad, ocasionando con esto que el sistema se estabilice en tiempos cortos.

En el modelo de la columna de destilación se utilizó (como anteriormente se explicó) un controlador proporcional-integral (PI) por lo que se analizó el efecto que presenta la parte

integral del control del reflujo en la estabilidad del sistema (gráficas No. 17, 18, 19 y 20).

Cuando aumenta el valor de τ_{ID} en el controlador, se presenta un mínimo cambio en el reflujo y en el flujo de vapor ocasionando también una muy pequeña variación en las composiciones de XD y XB. Para un aumento de τ_{ID} de 5.0 a 8.0, el tiempo en que alcanza nuevamente el régimen permanente XD es de 25 minutos y XB de 10 minutos.

Cuando disminuye el valor de τ_{ID} de 5.0 a 2.0 también se presentan mínimos cambios en el reflujo y en el flujo de vapor, afectando ligeramente a la composición de XD y XB (XD se estabiliza después de que transcurren 13.5 minutos y XB después de 15.5), provocando con esto una mínima inestabilidad en el sistema. Lo anterior se debe a que la perturbación (cambio en el valor de ajuste de τ_{ID}) provoca una ligera inestabilidad en el sistema, por lo que el controlador necesita de algún tiempo para estabilizar al sistema y alcance el régimen permanente.

Con el anterior análisis se observa que el controlador de reflujo al disminuir el valor de τ_{ID} , presenta mayor sensibilidad que cuando se aumenta.

Por último se analizó el efecto que presenta el variar simultáneamente tanto KCD y KCB (de 1000 a 2000) en los controladores y observar el tiempo en que alcanza el sistema el régimen permanente en función de la introducción de una perturbación en la alimentación (el flujo cambia de 100 a 125 moles/minuto), provocando con el aumento del flujo una gran inestabilidad ya que tanto el reflujo y el flujo de vapor

aumentan (gráficas No. 21, 22, 23 y 24). Al igual que las gráficas No. 1 a 4, las composiciones presentan variaciones debido a lo ya antes explicado pero en este caso, el aumento en las constantes de los controladores ocasionan que el sistema se estabilice de una manera más rápida ya que los controladores presentan mayor sensibilidad al aumentar el valor de K_c logrando con esto que la composición de domos (XD) presente una reducción en el tiempo de estabilización de 80 minutos a 40 y la composición de fondos (XB) presente una reducción de 80 a 40.5 minutos.

Con el análisis de las gráficas 1 a 24 se puede decir que a pesar de que se le introduzcan una perturbaciones a la columna de destilación, los controladores logran que se estabilice el sistema a tiempos no mayores de 80 minutos.

Para comparar que la columna de destilación presenta estabilidad después de introducir una perturbación en el sistema, se analizó el modelo en el espacio de las frecuencias para de esta manera tener otro criterio en que basarse y así poder comprobar los resultados obtenidos en el espacio del tiempo.

Para el análisis en el espacio de las frecuencias se realizaron gráficas de Bode y Nichols para determinar la estabilidad de la columna al variar el flujo de alimentación y la concentración de la alimentación en valores de 125, 100 y 75 moles para el flujo de alimentación y 0.55, 0.50 y 0.45 para la composición.

Lo que se observa en la gráfica No. 25 (diagrama de Bode) es

que existe una gran estabilidad en el sistema al variar el flujo de alimentación debido al efecto que tienen los controladores del reflujo y del flujo de vapor que sale del reboiler. La gráfica presenta una sola curva debido a que el sistema es altamente estable y los parámetros, tanto del módulo de log como de ϕ no varían en forma apreciable, teniendo con esto que las tres curvas presentan valores similares. La curva se encuentra por debajo de el punto $(-180^\circ, 1)$ por lo cual se considera que el sistema es altamente estable tomando en cuenta el criterio de estabilidad de Bode mencionado en el capítulo III. Otro criterio que se utilizó para determinar si el sistema presenta inestabilidad fue el de Nichols (gráfica 26). Al igual que el criterio de Bode, la curva se encuentra por debajo del punto $(-180^\circ, 1)$ y en función de este criterio se puede afirmar que el sistema es altamente estable (criterio de Nichols).

En las gráficas No. 27 (diagrama de Bode) y 28 (diagrama de Nichols) se analizó el efecto que causa una perturbación en la composición en la alimentación (en el espacio de las frecuencias) para de esta manera, al igual que en el espacio del tiempo, determinar la estabilidad de la columna. Estas gráficas presentan las mismas características que las gráficas No. 25 y 26 logrando con esto afirmar que el sistema es estable a cambios en la concentración de la alimentación, y además proporciona información, mostrando que tan cerca o lejos se encuentran los resultados del punto $(-1, 0)$.

CONCLUSIONES

Con el presente trabajo se da una visión general de la dinámica y control para columnas de destilación binarias, cumpliendo con lo planteado en los objetivos en función de los resultados presentados, llegando a las siguientes conclusiones:

Con respecto a los circuitos de control presentados en el capítulo II se puede concluir que:

1 Los circuitos de control de sistemas cerrados son los más empleados en los procesos de ingeniería química, particularmente el circuito de control retroalimentado (feedback) debido a que este tipo de circuito resuelve el problema de control a través de un procedimiento de prueba y error pero no es el único que se aplica ya que el controlador de alimentación directa se puede utilizar en situaciones difíciles o críticas, además de que existen circuitos de control compuestos que pueden compensar al control retroalimentado y al control de alimentación directa como es el caso del circuito compuesto de alimentación directa con retroalimentación.

2 Se deben tener presente para la formulación de un modelo 5 pasos fundamentales:

- i Leyes fundamentales (bases para el desarrollo del modelo)
- ii Suposiciones.
- iii Consistencia matemática.

iv Solución.

v Verificación del modelo.

Ya que en función de los puntos anteriores se desarrollan los modelos con el grado de complejidad deseado.

3 Se deben conocer cada uno de los componentes existentes en el circuito de control desde el elemento primario de medición hasta el elemento final de control para así saber en que momento utilizar aquel elemento que mejor se ajuste a las necesidades que se requieren para controlar el proceso o para ajustar alguna de las variables que se desean controlar.

4 Con respecto a los modos de control se concluye que de acuerdo a las características de cambios de carga, atrasos de transmisión, tiempo muerto, tiempos de respuesta y velocidad de reacción se selecciona el más apropiado que se ajuste a las limitaciones proceso, siendo el más utilizado en la industria el controlador proporcional-integral (PI), pero no por ser el más utilizado es el único que se aplica, existiendo otros tipos de controladores que satisfacen condiciones particulares de operación como son el controlador proporcional (P), integral (I), proporcional-integral-derivativo (PID), etc.

5 Se tiene la necesidad de un mejor control de las columnas de destilación ya que con esto se disminuyen costos de servicios, se logra una estabilidad en la columna, se maximiza el

rendimiento y con lo anterior se logra un máximo rendimiento de utilidad.

Mediante la observación del comportamiento de las columnas se concluye que el uso de control directo de masa es más apropiado que el control de balance de energía debido a lo siguiente:

A La columna es más sensible a cambios en la relación D/F (destilado/alimentación) que a cambios en la relación V/F (flujo de vapor/alimentación) sobre todo cuando se tienen altas relaciones de reflujo.

B Con el control de balance de energía, ninguna de las corrientes de salida se ajusta directamente de tal manera que cuando se presenta una perturbación en el sistema se tendrán más oscilaciones y un tiempo de ajuste más grande comparado con el uso del control directo de balance de masa. Dentro de este control se encuentran dos alternativas: control de producto de destilado y control de producto de fondos. Para la selección del sistema adecuado de control de productos es necesario analizar cual de los dos es más importante de mantener en especificación en caso de una perturbación.

El control de dos productos se había evitado debido a fuertes interacciones que se presentan en los circuitos de control de composición pero gracias a técnicas modernas de control se ha demostrado que el grado de interacción que presentan las variables dependen de la selección de las variables manipuladas y el grado de interacción de tal manera que es posible utilizar el control de composición sobre ambos productos.

Se tiene en la actualidad un gran avance en el control de columnas de destilación con una amplia gama de instrumentos sofisticados para un control exacto de la variable controlada donde en nuestros tiempos el control con computadoras ha venido a revolucionar el control de procesos.

8 Con respecto a los resultados se concluye que:

- Al momento de introducir una perturbación al sistema, este tiende nuevamente a estabilizarse en función del controlador empleado.
- Cuando se varía el flujo de alimentación, la columna de destilación se estabiliza en menor tiempo cuando se disminuye el flujo a cuando se aumenta.
- Para cambios en la composición de alimentación, el sistema se estabiliza más rápido a reducciones en la composición de alimentación que á aumentos.
- El controlador proporcional-integral (PI) utilizado se vuelve más sensible a aumentos en el valor de K_c (constante del controlador), logrando con esto estabilizar a la columna en un menor tiempo cuando se introduce alguna perturbación, teniendo cuidado de seleccionar el rango de valores para K_c ya que en función de estos el controlador presentará mayor o menor sensibilidad.
- Los controladores proporcional-integral (PI) presentan más sensibilidad a valores pequeños de τ_i (constante integral de tiempo) teniendo con esto una rápida

estabilización de la columna.

Trabajos a futuro

Con el análisis del presente trabajo se recomienda una serie de temas, que podrán ampliar el tema aquí presentado:

- i Extensión de control a columnas de destilación complejas (salidas laterales, múltiples alimentaciones).
- ii Dinámica y control de columnas de destilación interconectadas.
- iii Dinámica y control de columnas de destilación multicomponente.

BIBLIOGRAFIA.

1. Alataqui, I. M. and Luyben W. L.; "Control a sidestream column/strippen distillation configuration", Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., 23, 3, 1983.
2. Andrew, W. G., "Applied instrumentation in the process industries", Houston Golf Publishing Company, 1979.
3. Arkun, Y., Morari M., Canney W. M. and Hollett J., "Experimental study of internal model control", Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., 25, 1 1986.
4. Behar M. F., "Fundamental of instrumentation", Instruments Publishing Company, Pittsburg, 1934.
5. Buckley, Techniques of process control, John Wiley, 1964.
6. Carroll, Industrial instrument servicing handbook, McGraw Hill, 1973.
7. Chiang, T. P. and Luyben W. L.; "Comparation of the dynamic performances of three heat - integrated distillation configuration", Ind. Eng. Chem. Res., 27, 1988.
8. Chiang, T. P. and Luyben W. L., "Incentives for the composition control in single and heat integrated binary distillation columns", Ind. Eng. Chem. Fundam., 24, 3, 1985.
9. Choe Y. S. and Luyben W. L., "Comparison of the dynamic models of distillation columns", Ind. Chem. Res., 20, 10, 1987.
10. Considine, Process instruments and control handbooks,

- McGraw Hill, 1974.
- 11 Eigerd O. I., Control systems theory, McGraw Hill, 1967.
 - 12 Eveleing, Introduction to control systems design, McGraw Hill, 1972.
 - 13 Gallum S. E., Gear's procedure for the simultaneous solution of differential and algebraic equations with application to unsteady state distillation problems, Texas and M. University Colege Station, 1981.
 - 14 Gordon L. M., "Feedback control modes", Chem. Engng., August 8, 1983.
 - 15 Hansen T. T. and Jorgensen S. G., "Optimal control of binary bach distillation in tray or desing or packet columns", Chem. Engng J.,33, 3 December 1986.
 - 16 Harris S. L. and Mellichamp D. A., "Frecuency domain adaptive controller", Ind. Eng. Chem. Process Dev., 20, 2, 1981.
 - 17 Holland C. W., Fundamentals of multicomponent distillation, McGraw Hill, New York, 1986.
 - 18 Kapoor N. and McAvoy T. J., "An analitical approach to approximate dynamic modeling of distillation towers", Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., 24, 3, 1985.
 - 19 Koppel and Congnanowr, Process systems analisis and control, McGraw Hill, 1965.
 - 20 Lenien K. L. and Morari M., "Internal modes control of distillation columns", AIChE JOURNAL, January, 1987.
 - 21 Liptak B. G., Instrumentation in the processing industries, Chilton Book, 1973.

- 22 Longwell E. J., "Control systems desing for distillation columns", Chem. Engng. Prog., September, 1982.
- 23 Luyben W. L., Process modeling simulation and control for chemical engineers, McGraw Hill, 1973.
- 24 Luyben W. L., "Sensitivity of distillation relative gain arrays to steady-state gains", Ind. Eng. Chem. Res., 20, 10, 1987.
- 25 McDonal K. A. and McAvoy T. J., "Aplication of dynamic matrix control to moderate and high-purity distillation towers", Ind. Eng. Chem. Res., 26, 5, 1987.
- 26 Nacif, N. J., Ingenieria de control automático. La Ilustración, México, 1979.
- 27 Palm III, Modeling analysis and control of dynamic systems; John Wiley, 1983.
- 28 Richard C. D., Sistemas de control automático, teoría y práctica, Fondo educativo interamericano, México, 1977.
- 29 Skogestal S. and Morari M., "Control configuration selection for distillation columns", AIChE JOURNAL, octuber, 33, 10, 1987.
- 30 Toel O. H., Measurement and control applications, Departament of chemical Engenering the University of Texas, USA, 1972.
- 31 Tyréus B. D., "Multivariable control system desing for an industrial distillation column", Ind. Chem. Process Des, Dev, 18, 1, 1979.

APENDICE I

SOLUCION DE ECUACIONES DIFERENCIALES

Introducción.

Resolver las ecuaciones diferenciales es uno de los problemas principales del análisis numérico. Esto ocurre porque hay una gran variedad de aplicaciones que llevan a ecuaciones diferenciales (pocas de las cuales pueden resolverse analíticamente).

El problema clásico del valor inicial es hallar una función $y(x)$ que satisfaga una ecuación diferencial de primer orden $y'=f(x,y)$, y que tiene un valor inicial, $y(x_0) = y_0$, esto es, los valores iniciales son aquellos en los que se conoce el valor de la variable dependiente y las derivadas necesarias en el punto en el que se inicia la integración.

Por lo anterior, se ha diseñado una amplia variedad de métodos para la solución apropiada de este problema, la mayor parte de los cuales han sido entonces generalizados para tratar también problemas de orden superior.

La aproximación polinómica es la base de los algoritmos más populares, excepto por ciertos métodos de series, en donde lo que realmente se calcula es una sucesión de valores y_k correspondientes a un conjunto discreto de argumentos x_k igualmente espaciados tal como en el método de Euler. La mayor parte de los métodos son esencialmente equivalentes a la sustitución de la ecuación diferencial dada por una ecuación de diferencia, donde la ecuación de diferencia particular que se

obtiene depende de la aproximación polinómica escogida.

Los métodos numéricos tratados para la resolución de ecuaciones diferenciales, pueden clasificarse de la siguiente manera:

Explicitos:

- 1) Euler.
- 2) Runge Kutta de cuarto orden.

Implícitos:

- 1) Corrector trapezoidal.
- 2) Implícito de dos puntos.
- 3) Algoritmos de integración numérica multipaso.
- 4) Método de Gear.

Semi-implícitos:

- 1) Runge Kutta.
- 2) Semi-implícito (Michelsen's)

La convergencia a la solución exacta de la ecuación diferencial (o sistemas de ecuaciones diferenciales) es una característica deseable en cualquier método, esto significa que mientras que el método se refina continuamente (se usan más y más términos de una serie, o intervalos de h más y más pequeños entre argumentos sucesivos), la sucesión de soluciones aproximadas que se obtiene debe converger a la solución exacta. De aquí que la solución de uno u otro método depende de las características y restricciones de cada método numérico.

Métodos explícitos para la solución de ecuaciones diferenciales.

Método de Euler:

Considerando la ecuación de primer orden:

$$y' = f(x, y)$$

Con la condición inicial, $y=0$ cuando $x=0$. Se desea obtener la curva "y" en función de "x". Sin embargo, no se conoce el valor inicial de "y". El valor y' se puede determinar a partir de la ecuación diferencial dada. El cambio en "y" desde $x=0$, se presenta mediante el área bajo la curva y' entre los valores dados de x. En forma matemática, esta área se puede expresar como:

$$A_1 = y_1 - y_0 = y'_0 (\Delta x) = y'_0 h$$

donde:

$$y_1 = y_0 + y'_0 h$$

Habiendo determinado una aproximación al valor de y_1 por medio de la ecuación anterior, (utilizando valores pequeños de h) se puede entonces obtener una aproximación a y'_1 a partir de la ecuación diferencial dada, ya que:

$$y'_1 = f(x_1, y_1)$$

Entonces:

$$y_2 = y_1 + y_1' h$$

Procediendo de la misma forma, se puede determinar la continuación y_2' a partir de la forma diferencial, utilizando el valor de y_2 obtenido en la ecuación anterior y un valor de $x_2 = 2h$. En forma similar se encuentran los valores sucesivos de y_i y y_i' .

Un método simple para desarrollar la fórmula de Euler, es a través de la expansión de la serie de Taylor truncada en sus dos primeros términos:

$$f(x) = f(0) + f'(0)x$$

Entonces el método de Euler puede ser representado como sigue:

- Ecuación diferencial:

$$y_n' = f(t_n, y_n)$$

- Predictor:

$$y_{n+1} = y_n + h y_n' \quad \dots (a)$$

$$t_{n+1} = \frac{h^2}{2} y_n^{(2)}(\xi); \quad (t_n < \xi < t_{n+1})$$

Donde:

t_{n+1} Truncación en la fórmula para el predictor.

h Tamaño de paso.

El error de truncación también puede definirse como sigue:

$$t_{n+1} = y(t_{n+1}) - y_{n+1}$$

Donde:

$y(t_{n+1})$ valor correcto de "y" al tiempo t_{n+1} .

y_{n+1} valor predicho de "y" al tiempo t_{n+1} .

La ecuación (a) se conoce como fórmula de integración hacia adelante de Euler. Es un método explícito denominado predictor, ya que el valor de y_n a t_n puede ser usado para predecir el valor de y_{n+1} (método denominado en algunas ocasiones "método que empieza por sí mismo", puesto que requiere de un valor de la variable dependiente en solo un punto para iniciar el procedimiento).

Mientras más pequeño sea el valor de h (tamaño de un paso de integración), la aproximación a la solución será más precisa, y con valores de tamaño de paso (h) grandes, el método se vuelve inestable.

Sin embargo, a pesar de ser un método fácil de usar no es siempre el más adecuado, debido al tamaño relativamente pequeño que se requiere para el paso, el cual se traduce en un tiempo mayor de cómputo.

Método de Runge Kutta de cuarto orden:

Este método llamado así por sus principales autores, Runge y Kutta, fue uno de los mejores métodos desarrollados. Es clasificado como tipo predictor porque hace uso del valor y_n y t_n para predecir y_{n+1} y t_{n+1} por medio de la expansión en serie de Taylor de "y" en t_n .

La fórmula para el predictor de cuarto orden es la siguiente:

$$y_{n+1} = y_n + (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)/6$$

Donde:

$$K_1 = h f(t_n, y_n)$$

$$K_2 = h f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{K_1}{2})$$

$$K_3 = h f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{K_2}{2})$$

$$K_4 = h f(t_n + h, y_n + K_3)$$

Este método es diferente del predictor convencional debido a que contiene valores de la función en tiempos y posiciones intermedios, por decir, $t_n + (h/2)$, $y_n + (K_1/2)$. El error de truncación del predictor de cuarto orden es el de orden h^5 denotado por $O(h^5)$.

La ventaja principal de los métodos Runge-Kutta es que

empiezan por si mismos y resultan fáciles de programar. Una desventaja, es el requerimiento de la función $f(x,y)$, la cual se debe evaluar para varios valores ligeramente diferentes de "x" y "y" en cada paso de la solución (en cada incremento de x en Δx). Otra desventaja, es que resulta más difícil estimar el error en cada paso para las soluciones de orden superior de Runge-Kutta que para las soluciones obtenidas por otros procedimientos utilizados comúnmente.

Por otro lado, una desventaja de este método con respecto al Euler, es que el número de cálculos para llegar a un valor es cuatro veces el número requerido por el método de Euler, sin embargo, el método de Runge-Kutta es el más seguro de los dos, ya que la truncación del método de Euler es proporcional a h^2 , mientras el Runge-Kutta es proporcional a h^5 , desafortunadamente, los métodos de Runge-Kutta, al igual que el de Euler, son inestables para sistemas de ecuaciones diferenciales complejas, además de que no proporcionan estimativo alguno de la precisión que se esta buscando, de modo que no se tiene manera de saber si el paso h que se está usando es el adecuado.

MÉTODOS IMPLÍCITOS PARA LA SOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES

En años recientes ha sido ampliamente reconocido que los métodos implícitos son requeridos para la solución de problemas de mayor rigidez. Cierta clase de estos métodos poseen la

característica importante de que no existe límite superior sobre el tamaño de incremento debido al criterio de estabilidad numérica. El tamaño de incremento puede ser ejecutado sobre las bases de error de truncación que satisfagan los límites impuestos de criterios de estabilidad para la rápida obtención de la solución.

- Método del corrector trapezoidal.

El método implícito conocido como la regla trapezoidal es comúnmente referido como un corrector. Para cada corrector se emplea un predictor y el método es referido como un método predictor-corrector.

El predictor es usado para obtener la primera aproximación de "y" a un cierto tiempo $t=t_n$. Este valor de "y", denotado por y_n , es usado para iniciar el proceso iterativo entre el corrector y la ecuación diferencial.

Predictor:

$$y_{n+1} = y_{n-1} + 2 h y'_n$$

Corrector:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} (y'_{n+1} + y'_n)$$

El primer paso del procedimiento de cálculo es el uso del predictor para determinar y_2 (para $n=1$) sobre las bases de los valores conocidos de y_0 y y'_1 utilizados en la fórmula del predictor. El valor de y_0 es determinado con otro método como el de Euler de segundo grado o el Runge-Kutta (la utilización de

segundo grado es para evitar que el error de truncamiento sea grande). Esta característica es la que hace que el método del corrector trapezoidal sea un método implícito.

Después que el procedimiento ha sido iniciado, los valores previamente calculados de y_{n-1} y y'_n se usan en el predictor para predecir y_{n+1} y este valor es usado en el corrector para calcular y_{n+1} , habiendo calculado previamente el valor de y'_{n+1} con el valor de y_{n+1} obtenido del predictor. Una vez que se tienen los valores del predictor y del corrector se comparan dentro de una tolerancia de convergencia, se prosigue con el siguiente incremento de tiempo efectuándose de la misma forma con la diferencia de que para este paso ($n=2$) ya no es necesario otro método para el valor de y_{n-1} .

Los métodos predictor-corrector, tienen la ventaja de proporcionar un estimado automático de error en cada paso, permitiendo así, seleccionar un valor óptimo de h para una precisión requerida, también son rápidos ya que solo requieren dos evaluaciones funcionales por paso. Una de sus desventajas es el que requieren un valor inicial proporcionado por otro método.

- Método implícito de dos puntos:

El método implícito de dos puntos (o simplemente método implícito) contiene un parámetro de ajuste, el cual puede ser seleccionado, tal que el método se reduce al de Euler predictor o a un corrector.

El método puede ser aplicado a una ecuación diferencial o a

la ecuación integral de una diferencia.

Considerando la siguiente ecuación:

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} f(t, y) dt = y_{n+1} - y_n$$

La cual puede ser reducida a la ecuación diferencial:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y)$$

Cuando el método es aplicado a la integral anterior, consiste en la aproximación de la integral por el uso de un valor asignado del integrando en sus valores en t_{n+1} y t_n como sigue:

$$\theta f(t_{n+1}, y_{n+1}) + (1 - \theta) f(t_n, y_n) h = (y_{n+1} - y_n) \dots (\omega)$$

Donde:

θ = factor de ajuste. $0 \leq \theta \leq 1.0$

h = tamaño de paso.

y el error de truncación esta dado por:

$$T_{n+1} = \frac{h^2}{2!} (1 - 2\theta) y^{(2)}(t_n) + \frac{h^3}{3!} (1 - 3\theta) y^{(3)}(t_n) + O(h^4)$$

Observe que cuando $\theta=0$, la ecuación (ω) se reduce al predictor de Euler y cuando $\theta=1/2$, la ecuación (ω) se reduce al corrector trapezoidal.

La ventaja principal del método implícito de dos puntos, es que este es aplicado a la solución de la ecuación o a un sistema de ecuaciones diferenciales, el problema se reduce a la solución de un sistema de ecuaciones algebraico, lo cual es sumamente ventajoso, cuando se tiene parte de un sistema de ecuaciones algebraicas. Tal es el caso particular de las ecuaciones que forman el modelo de un sistema de destilación.

Por otro lado, tiene gran flexibilidad en cuanto a poder ser transformado a un método explícito (Euler) o al método corrector trapezoidal dependiendo del valor empleado de θ . Sin embargo, tiene algunas desventajas, tales como el hecho de que pone el mismo valor del parámetro (θ), mientras mayor sea el tamaño de paso h , mayor inestabilidad presentará el método, además de que entre más grande sea el valor del parámetro, es necesario un mayor número de iteraciones para llegar a un mismo valor aproximado, aparte de tener que dar un valor inicial para la aplicación del método.

Algoritmos de integración numérica multipaso.

Métodos tales como el de Euler y Runge-Kutta requieren de información sobre la solución de un solo punto $x = x_0$, a partir de la cual, los métodos proceden a obtener "y" en el punto siguiente $x = x_{n+1}$, a diferencia de los métodos multipaso, que hacen uso de la información acerca de la solución en más de un punto.

Si se considera una ecuación diferencial ordinaria:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t)$$

El valor de "x" se calcula por el uso del algoritmo a tiempo t_n y se denota por x_n . En cualquier algoritmo se da un valor exacto de "x" para un valor inicial del problema, teniendo una solución exacta dada por un polinomio de grado k. Este se encuentra por la fórmula de integración numérica de orden k. El término "orden" como se usa, no se debe confundir con el orden de Taylor o el algoritmo de Runge-Kutta.

Los algoritmos de integración numérica multipaso se pueden establecer en forma global de la siguiente manera:

$$x_{n+1} = \sum_{l=0}^P \alpha_l x_{n-l} + h \sum_{l=-1}^P \beta_l f(x_{n-l}, t_{n-l})$$

Aquí se tiene que, esta ecuación tiene $2p + 3$ parámetros, es decir, $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$.

Estos $2p + 3$ parámetros se seleccionan de tal manera que la solución $x(t)$ de un valor inicial del problema, (dado por un polinomio de grado k , la ecuación anterior da una solución exacta.

$$x_{n+1} = x(t_{n+1})$$

Método de Gear.

Gear propone la combinación del corrector y el predictor, esto es:

Para el predictor:

$$\tilde{x}_{n+1} = \bar{\alpha}_0 x_n + \bar{\alpha}_1 x_{n-1} + \dots + \bar{\alpha}_{k-1} x_{n-k+1} + h \bar{\beta}_0 x'_n \quad \dots\dots(b)$$

Para el corrector:

$$x_{n+1} = \alpha_0 x_n + \alpha_1 x_{n-1} + \dots + \alpha_{k-1} x_{n-k+1} + h \beta_{-1} x'_{n+1} \quad \dots\dots(c)$$

El símbolo \tilde{x}_{n+1} se usa para distinguir los valores calculados de x al tiempo t_{n+1} por el predictor de aquellos computados por el corrector.

Restando la ecuación (b) a (c) se tiene:

$$x_{n+1} = \tilde{x}_{n+1} \beta_{-1} (h x'_{n+1} - (\gamma_0 x_n + \dots + \gamma_{k-1} x_{n-k+1} + \delta_0 h x'_n)) \quad \dots\dots(d)$$

$$\delta_0 = \frac{\beta_0}{\beta_{-1}}$$

$$\gamma_i = \frac{(\bar{\alpha}_i - \alpha_i)}{\beta_{-1}}$$

Tomando la cantidad \bar{x}'_{n+1} como:

$$h \bar{x}'_{n+1} = \gamma_0 x_n + \gamma_1 x_{n-1} + \dots + \gamma_{k-1} x_{n-k+1} + \delta_0 h x'_n$$

Entonces la ecuación (d) se puede reescribir de la siguiente manera:

$$x_{n+1} = \bar{x}'_{n+1} \beta_{-1} (h x'_{n+1} - h \bar{x}'_{n+1})$$

Definiendo b tal que:

$$x_{n+1} = \bar{x}'_{n+1} + \beta_{-1} b$$

$$h x'_{n+1} = h \bar{x}'_{n+1} + b$$

La cantidad de b es determinada tal que $G(b) = 0$

$$G(b) = h f(\bar{x}'_{n+1} + \beta_{-1} b, t_{n+1}) - (h \bar{x}'_{n+1} + b)$$

Corrector y predictor en forma de matriz.

Es necesario establecer el corrector y el predictor en forma

de matriz para el control del tamaño de paso y de orden. Para esto se tiene:

$$x_{n+1} = (x_{n+1}, h x'_{n+1}, x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-k})^T$$

$$\tilde{x}_{n+1} = (\tilde{x}_{n+1}, h \tilde{x}'_{n+1}, x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-k})^T$$

Para el método de Gear de k-ésimo orden, los términos correspondientes de la serie de Taylor son colocados en un vector llamado vector de Nordsiek, Z_n , donde:

$$Z_n = \left[x_n, h x'_n, \frac{h^2}{2!} x_n^{(2)}, \dots, \frac{h^k}{k!} x_n^{(k)} \right]^T$$

Los valores predcidos son colocados en el vector Z_n tal que:

$$\tilde{Z}_n = \left[\tilde{x}_n, h \tilde{x}'_n, \frac{h^2}{2!} \tilde{x}_n^{(2)}, \dots, \frac{h^k}{k!} \tilde{x}_n^{(k)} \right]^T$$

Prediciendo el cálculo para un tamaño de paso y orden firmes:

1. Uso de la ecuación diferencial original.

$$x' = f(x, t)$$

y las condiciones iniciales para estimar los elementos de Z_0 para orden k y tamaño de paso h.

$$Z_0 = x_0, h x_0', \frac{h^2}{2!} x_0^{(2)}, \dots, \frac{h^k}{k!} x_0^{(k)}$$

2. Uso de la matriz triangular de Pascal (D) y Z_0 para calcular Z_1 como sigue:

$$\tilde{Z}_1 = D Z_0$$

Para el caso del tiempo (n), la relación es :

$$\tilde{Z}_n = D Z_{n-1}$$

- 3 El uso de los elementos de \tilde{Z}_n son necesarios en la determinación de K, que hace $G(x_n, t_n) = 0$, donde:

$$G(\tilde{x}_n + \beta_{-1} b, t_n) = h f(\tilde{x}_n + \beta_{-1} b, t_n) - h (\tilde{x}_n' + b)$$

Donde:

$$x_n = \tilde{x}_n + \beta_{-1} b$$

$$h x_n' = h \tilde{x}_n' + b$$

- 4 El cálculo de valor de Z_n a un tiempo t_n es como sigue:

$$Z_n = Z_n + b L$$

Donde el vector L para K=1 hasta K=6 se da en una tabla posterior.

5 Regresar al paso 2.

Procedimiento de cálculo para la solución simultanea de una ecuación algebraica y una diferencial para un tamaño de paso y orden firme:

1. Uso de la ecuación diferencial.

$$x' = f(x, x', u, u', t)$$

Ecuación algebraica.

$$g(x, u, t) = 0$$

Condiciones iniciales para obtener Z_0 y y_0 de orden k y tamaño de paso h.

$$Z_0 = x_0, h x'_0, \frac{h^2}{2!} x_0^{(2)}, \dots, \frac{h^k}{k!} x_0^{(k)}$$

$$y_0 = u_0, h u'_0, \frac{h^2}{2!} u_0^{(2)}, \dots, \frac{h^k}{k!} u_0^{(k)}$$

2. Calcular \tilde{Z}_1 y \tilde{y}_1 usando la matriz triangular de pascal (D), utilizando Z_0 y y_0 .

$$\tilde{Z}_1 = D Z_0$$

$$\tilde{y}_1 = D y_0$$

Elementos del vector L y valores de β_{-1} para el algoritmo Gear's de orden K^+ .

orden $K = 1, 2, \dots, 6$						
elementos de L	1	2	3	4	5	6
I_0	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{11}$	$\frac{24}{50}$	$\frac{120}{274}$	$\frac{720}{1764}$
I_1	1	$\frac{3}{3}$	$\frac{11}{11}$	$\frac{50}{50}$	$\frac{274}{274}$	$\frac{1764}{1764}$
I_2		$\frac{1}{3}$	$\frac{6}{11}$	$\frac{35}{50}$	$\frac{225}{274}$	$\frac{1624}{1764}$
I_3			$\frac{1}{11}$	$\frac{10}{50}$	$\frac{85}{274}$	$\frac{735}{1764}$
I_4				$\frac{1}{50}$	$\frac{15}{274}$	$\frac{175}{1764}$
I_5					$\frac{1}{274}$	$\frac{21}{1764}$
I_6						$\frac{1}{1764}$

3 Usando los elementos de \tilde{z}_n y \tilde{y}_n para determinar b y d los cuales satisfacen las siguientes funciones simultaneamente.

$$G(\tilde{x}_n, x'_n, u_n, t_n) = g(\tilde{x}_n + \beta_{-1} b, h x'_n + b, u_n + \beta_{-1} d, t_n) - (h\tilde{x}'_n + b)$$

$$g(\tilde{x}_n, u_n, t_n) = g(\tilde{x}_n + \beta_{-1} b, u_n + \beta_{-1} d, t_n)$$

4 Como $G=g=0$, encontrar b y d y enseguida calcular z_n y y_n al tiempo t como sigue:

$$z_n = \tilde{z}_n + b L$$

$$z_n = \tilde{y}_n + d L$$

Una de las primeras desventajas de las fórmulas multipaso es que no se autoinician. En este método se debe de tener un determinado número de valores (este número de valores depende del orden) sucesivos antes de poder usar las fórmulas.

Por otra parte, las fórmulas multipaso solo requieren una evaluación de derivada por paso en comparación con cuatro evaluaciones por paso de los métodos de Runge-Kutta y son, por consiguiente más rápido y requieren menos trabajo computacional.

Si se escoge un tamaño de paso apropiado, entonces la aplicación del corrector conducirá a una mejoría significativa en precisión.

Métodos semi-implícitos para la solución de ecuaciones diferenciales

-Runge-Kutta.

En la solución de sistemas rígidos de ecuaciones diferenciales se han propuesto varias modificaciones a los métodos de Runge-Kutta, además de otros métodos propuestos para la solución de dichos sistemas de ecuaciones diferenciales.

El método semi-implícito de Runge-Kutta fué originalmente propuesto por Casllaud y Padmanabhen y es un método de tercer orden.

La fórmula básica de este método es la siguiente:

$$y_{n+1} = y_n + R_1 K_1 + R_2 K_2 + R_3 K_3$$

Donde:

$$K_1 = h \left[1 - h a_1 J(y_n) \right]^{-1} f(y_n)$$

$$K_2 = h \left[1 - h a_1 J(y_n) \right]^{-1} f(y_n + b_2 K_1)$$

$$K_3 = h \left[1 - h a_1 J(y_n) \right]^{-1} J(y_n) (b_{31} K_1 + b_{32} K_2)$$

$$\frac{dy}{dt} = f(y)$$

$J(y_n)$ es el jacobiano de la matriz de derivadas parciales de las funciones f con respecto a cada variable y .

$$a_1 = 0.4358666$$

$$b_2 = 3/4$$

$$b_{g2} = -0.105627$$

$$b_{g1} = -0.274684$$

$$R_1 = 11/27$$

$$R_2 = 16/27$$

$$R_3 = 1.0$$

Método de Michelsen

Michelsen propuso una versión ligeramente diferente del método anterior, lo cual solo varía en la expresión de K_g propuesta como:

$$K_g = \left[1 - h a_1 J(y_n) \right]^{-1} (b_{g1} K_1 + b_{g2} K_2)$$

$$a_1 = 0.435867$$

$$b_2 = 3/4$$

$$b_{g2} = -0.24235$$

$$b_{g1} = -0.630172$$

$$R_1 = 1.037580$$

$$R_2 = 0.8349400$$

$$R_3 = 1.0$$

Ventajas de los métodos semi-implícitos.

El método semi-implícito es bastante apropiado para sistemas rígidos de ecuaciones diferenciales, además de que es altamente estable a grandes valores de h (que es el tamaño de paso de integración). Requiere solamente la evaluación del jacobiano y dos evaluaciones funcionales por etapa.

El método de Michelsen es uno de los métodos más eficientes para sistemas pequeños, medianos y grandes de ecuaciones

diferenciales ordinarias. Así mismo el tamaño de paso puede ser grande o pequeño y la estabilidad no decae.

Ambos métodos tienen la ventaja de que son autoiniciadores, ocupan una cantidad pequeña de almacenaje central en un programa de computadora.