UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CONTADURIA Y ADMINISTRACION

ANALISIS DE ENFOQUES CUALITATIVO Y CUANTITATIVO PARA LA TOMA DE DECISIONES Y DESARROLLO DE UNA METODOLOGIA

SEMINARIO DE INVESTIGACION ADMINISTRATIVA

QUE EN OPCION AL GRADO DE:

LICENCIADO EN ADMINISTRACION

P R E S E N T A :

VERONICA ELIZABETH ROMERO URESTE

DIRECTOR DEL SEMINARIO :

L.A.E. REBECA NOVOA Y ARZABA

1 9 90

I N D I C E

PAG.

PAG.

INTRODUCCION

Las decisiones empresariales tradicionalmente han sido tomadas, y es muy probable que sigan siendo tomadas en el futuro haciendo -- uso, fundamentalmente, de la experiencia, el buen juicio y la intuición del directivo. Sin embargo, nuestro mundo hoy día se encuentra en constante cambio, presentando grandes complicaciones - económicas, políticas, y sociales, lo cual provoca que las decisiones empresariales se vean influidas por un creciente número de datos, factores y variables. Ante esta mayor complejidad del mundo circundante, la mente, con su capacidad de análisis y síntesis se mantienen prácticamente estáticas.

Consecuentemente, la experiencia y la intuición han jugado un papel muy importante, y aunque seguirán desempeñandolo también en - el futuro, un directivo no podrá basar sus decisiones para la solución de los problemas empresariales, exclusivamente en ellas, y habrán de ser complementadas por:

a). Un análisis lógico del proceso que debe conducir a una decisión.

b). Instrumentos científicos de análisis.

Al enfrentarnos con un problema en general podemos encontrarnos -

con una o dos de las siguientes vertientes. La primera, a la que llamaremos cuantitativa y como su nombre lo indica, se refiere a aquellos factores que pueden ser representados por medio de números y/o expresiones matemáticas. En el segundo de los casos, podemos encontrarnos con factores cuya cuantificación es muy difícil si no imposible, o que la parte que nos afecta o interesa se refiere estrictamente a sus cualidades, esto nos lleva entonces al nombre de esta vertiente, y que, como resulta evidente, llamaremos cualitativa.

El presente seminario fue desarrollado teniendo siempre en mente el llevar de la mano al lector a lo largo del proceso de toma de decisiones. Así, vemos que en el capítulo primero, se hace referencia a la Ciencia de la Administración, cuyo pilar es el Proceso Administrativo, el cual incluye la etapa de la Dirección que a su vez asume la función de la Toma de Decisiones. En el segundo capítulo, se desarrollan aspectos básicos de lo que la toma de decisiones implica, como su definición, para qué, por quién y en qué circunstancias se pueden tomar dichas decisiones y, para finalizar con este capítulo se mencionan dos enfoques que para la toma de decisiones existen, entre otros, mismos que sé encuentran ánalizados en los capítulos tercero y cuarto.

Por último, se presentan las conclusiones derivadas de la investigación desarrollada, así como se propone un proceso de Toma de Decisiones en que se integran los enfoques estudiados.

M E T O D O L O G I A

PROCESO DE INVESTIGACION DE SIETE PASOS

PRIMERA ETAPA: DISEÑO DE LA INVESTIGACION.

a). Elección del tema.

La Toma de Desiciones es una actividad muy común en prác ticamente cualquier situación o lugar. Sin embargo, el hecho de ser una función cotidiana en la vida de un di - rectivo, no implica que sea irrelevante, ni que se reali ce siempre de una manera eficiente, especialmente si la compañía no cuenta con los recursos humanos, técnicos y económicos suficientes para proporcionar los medios por los cuales dicha actividad sea llevada a cabo de una ma- nera óptima.

Por otro lado, la experiencia y la intuición, aunque son una ayuda valiosa, no garantizan el éxito en la determi- nación de un curso de acción, debido a que estamos en un medio de cambio continuo y a que la elección tomada de - penderá en gran medida de aspectos personales del direc- tivo en cuestión.

Debido a esto, creo que podría ser de gran importancia - para los profesionistas y estudiantes de la materia, co- mo a los directivos de empresas, el desarrollo del pre - sente tema que busca aportar, aunque sea tan sólo en pe- queña medida, una ayuda para quienes en el desempeño pro fesional de su trabajo, requieren en algún momento dado realizar un proceso de toma de decisiones.

b). Tipo de Investigación.

En principio, la idea era realizar una investigación mixta, sin embargo, al ir profundizando en el estudio mismo, y en el posible campo en que podría realizarse, encontré ciertas discrepancias con la idea original.
Considerando que "en las ciencias de la administración y del comportamiento, como en cualquier otra, necesitamos mediciones, no por el afán de medir, o de asignar cifras, sino porque éstas ayudan a establecer la objetividad", - pude observar, que si bien existen lugares que consideran uno u otro de los métodos de toma de decisiones, no se manejan ambos en una misma empresa.
Esto implicó, que aunque pudiera realizar un estudio de campo para cada uno de los métodos, y pudiera analizarlos independientemente, en el momento de conjuntarlos y someterlos a un tratamiento analítico, los resultados no podían reflejar una realidad de manera objetiva.
Una vez observado ésto, la idea original tuvo que ser modificada, siendo más conveniente para los fines que se - persiguen con este trabajo realizar un completo estudio documental.
Quiero recalcar que aunque la tendencia a pensar que un estudio de campo enriquece la investigación bibliográfica, no implica en todos los casos que la calidad sea -- aumentada significativamente, ya que en un momento dado, puede hacer que todo el trabajo pierda objetividad, que es mucho más importante que la cantidad de datos u hojas que conformen dicho trabajo.

c). Objetivo.

Proponer una metodología que al combinar los enfoques cualitativo y cuantitativo pueda ser utilizada en el desarrollo de un proceso de toma de decisiones, que optimice tanto el proceso mismo, como el costo de realizarlo.

d). Proposición Conceptual.

Tomando en cuenta que el hecho de disponer cuando menos, de dos enfoques diferentes facilita el proceso de toma de decisiones pero que cada uno de ellos son aplicados de manera totalmente independiente, el que yo desarrolle una metodología que indique la manera y el tipo de problema que es adecuado para uno u otro, ayudará a los directivos y a todas aquellas personas que requieran tomar decisiones a que esta actividad sea realizada de una mejor manera.

e). Formulación de Hipótesis.

El hecho de poder contar con una metodología mixta, apoyará a todas aquellas personas que realizen la toma de decisiones; a efectuarla de una manera óptima y eficiente.

f). Determinación de Variables.

Variable Independiente.- El disponer de una metodología -

que combina dos enfoques diferentes a utilizar por aquellas personas que requieren elegir entre varios cursos alternativos de acción;

Enlace.- Coadyuva

Variable Dependiente.- A llevar a cabo una toma de decisiones de manera más eficiente.

g). Advertencias.

Se pretende dar una panorámica general de cómo y con qué facilitar la toma de decisiones; teniendo como base principal la conjugación del método cuantitativo con el cualitativo, y cómo aplicarlos en la diversidad de situaciones que se presenten.

SEGUNDA ETAPA: RECOPILACION DE INFORMACION.

Dada la magnitud e importancia del tema se han consultado concienzudamente una serie de libros, tesis, apuntes personales y comentarios de conocedores del tema; además de conferencias y cursos relacionados al mismo.

TERCERA ETAPA: CLASIFICACION U ORDENAMIENTO DE LA INFORMACION.

Recopilada toda la información, se procedió a clasificar

la por temas y orden de acuerdo a la idea que se pretendió darle a la elaboración del manuscrito.
Se seleccionó de alguna manera el material y la información; - que en algunas ocasiones era repetitivo - de manera que quedase aquél mejor entendible y más adaptable según mi criterio a la concepción de la idea acerca del trabajo que quería presentar.
Finalmente se evaluó el contenido y se definió plenamente a qué capítulos correspondería cada información.

CUARTA ETAPA: ANALISIS E INTERPRETACION DE LA INFORMACION.

Habiendo definido la información correspondiente a cada etapa del trabajo y qué y cómo lo que quería expresar en cada capítulo, procedí a una última evaluación para definir plenamente el contenido de acuerdo a ideas conjuntas entre autores y yo misma, utilizando conceptos surgidos de dicha relación tratando de hacerlos más acces.bles y facilitando su aprendizaje.

QUINTA ETAPA: REDACCION DE LA OBRA.

Para llegar a, y efectuar esta etapa fue necesario tener ya plenamente definido qué es lo que quería expresar de acuerdo a la información con que contaba, se realizaron los ajustes correspondientes encontrando y conceptualizando los términos y temas a tratar, integrando con ello el índice formal.
Se definió forma y fonfo en la redacción y manera de expresión, obteniendo el manuscrito final.

SEXTA ETAPA: REVISION Y CRITICA DEL ESCRITO.

Siguiendo la mecánica de estos casos; el asesor gentilmente siguió muy de cerca la elaboración de este trabajo retroalimentando conceptos, correcciones y críticas tanto a la forma como al estilo del mismo.
Al tener ya el trabajo completo y después de haber sido pulido se presentó a la aprobación del asesor.

SEPTIMA ETAPA: PRESENTACION DE LA OBRA.

Al concluir la revisión a la redacción se macanografió el trabajo, se seleccionó el tipo de impresión y se mandaron a editar el número de ejemplares solicitados por el Departamento de Exámenes Profesionales de la Facultad de Contaduría y Administración.

CAPITULO I

DIRECCION: FUNCION ADMINISTRATIVA EN LA EMPRESA

1.1. LA FUNCION O ACTIVIDAD DE UNA EMPRESA.

El establecimiento de una empresa implica la elección previa de una función y/o actividad. Si función es toda actividad voluntaria que tiende hacia un fin y; actividad es la facultad de actuar en determinado campo de acciones, habrá primero que explorarlo para descubrir acciones concebibles o imaginables, a simple vista, aparentemente posibles; descartar luego las que, estudiadas más de cerca, se muestren como imposibles o irrealizables, para quedarse sólo con las posibles realmente y elegir entre éstas la mejor y consumarla.[1] Esta consumación es ya acción y es considerada como el ejercicio de la actividad.

1. La mejor acción será aquella que ofrezca y arroje mejor relación de fin a medios, la que con menos o más sencillos medios consiga mayor y/o mejor resultado o fin. Es decir, la más eficaz o productiva.

1.2. ESTRUCTURA DE LA ACCION.

Pero, ¿cómo está estructurada la acción?. Si examinamos cuidadosamente cualquier acción, podemos descubrir su esencia o naturaleza; qué es, en qué consiste, o sea, qué se hace; y además, para qué se hace, su fin. (Ver FIG. 1-1).

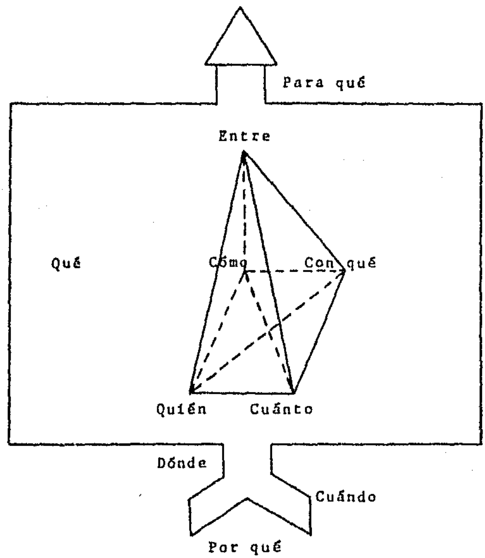


FIG. 1-1. Estructura de la acción, con sus respectivos aspectos.

El fin o para qué $\xrightarrow{\text{requiere}}$ un por qué, una causa.

El fin es una respuesta a una necesidad o conveniencia.

Una necesidad o - conveniencia $\xrightarrow{\text{radica en}}$ una imperfección:

- carencia.
- insuficiencia.
- exceso.
- deficiencia.

Por lo tanto, el fin equivale a la corrección de una imperfección, a la satisfacción de una necesidad o conveniencia, a la eliminación de una causa. El para qué, al lograrse, elimina el por - qué.

Completando el análisis de la acción, tenemos que:

Para determinar un fin o para qué, debemos conocer la imper - fección que la causa, el por qué.

Para lograr el fin o para qué, requerimos una acción o qué -- hacer (producir, vender o prestar un bien y/o servicio).

Para realizar la acción, tenemos que saber, saber hacer y hacer el cómo, o sea, debemos conocer y aplicar el procedimiento o - manera de hacer acción, el medio técnico o ideal.

Para aplicar el procedimiento, debemos de contar con quién o quiénes y con qué hacerlo, esto es, con medios humanos y materia - les.

Para contar con medios técnicos, humanos y materiales, debe - mos de disponer de medios financieros, del cuánto.

Para determinar, manejar o utilizar, combinar y relacionar todos los medios enumerados, con miras a la consecución del fin, precisamos de otros medios denominados funciones administrativas y -- que en conjunto forman la cadena o proceso administrativo, es decir, el entre, el cual es la esencia del hacer, del desarrollo de la acción con ciertos medios para lograr el fin.

Y para todo lo anterior, necesitamos espacio o medio ambiente (interno o externo), que sería el dónde, y el tiempo, el cuándo.

1.3. LA CIENCIA DE LA ADMINISTRACION.

De lo anterior deducimos pues, la siguiente definición general de Administración: "Es la ciencia cuyo objeto es el estudio de las funciones, para conseguir sus fines, combinando con la mayor - eficacia los medios de todas clases necesarios o asignados". En - el campo de la iniciativa privada, administración de empresas es - "la ciencia cuyo objeto es estudiar el logro de cierto fin socio - económico con base en la producción y/o venta de ciertos bienes -- y/o servicios, determinando, utilizando y combinando, de la manera más productiva, en ambiente o espacio y tiempo, los medios técnicos, humanos y materiales y financieros necesarios y asignados.[2]

2. Estrada Manchón, Manuel. "Administración Funcional: Innovador Enfoque - Lógico - Práctico de la Ciencia Administrativa". México: U. N. A. M. - Facultad de Ciencias Políticas, 1974.

1.3.1. CLASIFICACION DE LAS FUNCIONES.

En este apartado trataremos las funciones a que hace referencia nuestra definición general de Administración, ya que el objeto de esta ciencia, como ya lo mencionamos, es el estudio de las mismas.

Así, tenemos que la primera clasificación de las funciones -- surge de los factores correlativos o análogos de los que denominamos aspectos en la estructura de la acción (por qué, para qué, cómo, ...):

a). Funciones causales o del aspecto causal (por qué): investigar, descomponer, coordinar e integrar imperfecciones.

b). Funciones teleológicas o finales o del aspecto teleológico -- (para qué): servir a la comunidad; obtener utilidades; respetar derechos y legítimos intereses; armonizar los fines so -- cial y financiero; distribuir utilidades; reinvertir utilidades; ...

c). Funciones esenciales o del aspecto esencial (qué): en la administración de empresas son funciones de producción de bienes y/o servicios (incluida en éstos la venta) característicos o esenciales de la empresa o negocio.

Para facilitar su estudio pueden dividirse en:

- Funciones de venta (qué): promover las ventas, desarrollar la publicidad, exportar productos, facturar las ventas ...
- Funciones de producción (qué): producir tales productos, - armar el producto, establecer diagramas de flujo; elaborar

órdenes de producción o trabajo ...

d). Funciones técnicas o del aspecto técnico (cómo): simplificar, perfeccionar, implantar, desarrollar procedimientos ...

e). Funciones humanas o del aspecto humano (quién): seleccionar, contratar, registrar, adiestrar, calificar, remunerar, motivar personal ...

f). Funciones materiales o del aspecto material (con qué): seleccionar, comprar, arrendar, fabricar, transportar, recibir, inspeccionar, instalar, diseñar, almacenar, conservar, reparar, reponer o renovar, importar material (equipo, terreno, edificio, materias primas, suministros, formas impresas...)...

g). Funciones financieras o del aspecto financiero (cuánto): obtener, distribuir, prever, ingresar, egresar, invertir, utilizar, contabilizar, entregar (pagar) medios financieros; otorgar créditos; cobrar ...

h). Funciones ambientales o del aspecto medio ambiente (dónde): explorar, investigar, utilizar, aprovechar, adaptar o acondicionar el medio ambiente; distribuir el espacio; investigar el mercado, tanto en lo relativo a su amplitud y tendencia como al producto y a la previsión de la venta ...

i). Funciones temporales o del aspecto tiempo (cuándo): tomar, economizar, distribuir, ajustar tiempo, fijar fechas, plazos, orden de urgencia, periodicidad, frecuencia, duración, velocidad, descansos u ocios; iniciar, escalonar, simultanear acciones ...

j). Funciones administrativas o del aspecto administrativo (entre): son las concernientes a la interrelación; determinar, manejar o utilizar, combinar, coordinar, relacionar causas, fines,funciones, acciones y medios y resultados de todas clases. Como el aspecto administrativo abarca todo lo enumerado, en síntesis, define, utiliza, maneja y combina todas las funciones, y por consiguiente, todos los demás aspectos. Así pues, el aspecto administrativo, esto es, la administración propiamente dicha, agrupa y condensa todas sus funciones en las siguientes cuatro: Planeación, Organización, Dirección y Control. Estas funciones administrativas forman cadena o proceso que explicaremos más adelante.

Cabe señalar que las funciones causales, teleológicas y esenciales son funciones generales, pues aluden a la causa, fin y esencia de las actividades, a lo más general, sin particularizar en cuanto a medios. Las funciones técnicas, humanas, materiales, financieras, ambientales y temporales son funciones especiales, pues especifican o particularizan. Las funciones administrativas las consideraremos aparte.

1.3.2. CADENA O PROCESO ADMINISTRATIVO.

Siendo la administración la ciencia de las funciones, del hacer, todo tiende indirecta o directamente a la acción como tal, a la ejecución.

Ahora bien:

a). Para que la acción se ejecute con la mayor eficacia o productividad, es necesario elegirla como la más eficaz o productiva dentro de la función o actividad a que pertenezca, definirla, determinando en qué consiste, precisar por qué, para qué, cómo, con quién o quiénes, con qué, con cuánto, dónde y cuándo se hace y descomponerla en funciones o actividades que la integran; en suma, planearla.

b). Pero, en la imposibilidad de que una sóla persona desarrolle todas estas funciones, si no son pocas, sencillas y de corta duración, habrá que agruparlas en órganos, combinar y relacionar éstos y fijarles medios; es decir, organizar la acción.

c), Además, habrá que activar estos órganos, con el ejercicio del mando, y coordinar la actuación; esto es, dirigir la acción.

d). Con todo lo anterior, podremos ya ejecutar la acción, pero habremos de comprobar que no se desvíe de lo planeado, organizado y dirigido y corregir las posibles desviaciones en el sentido más conveniente; o sea, controlar la acción.

De lo anterior, resulta la cadena administrativa, con sus cuatro funciones: Planeación, Organización, Dirección y Control, las cuales pueden desarrollarse totalmente en este orden cronológico o en series sucesivas o escalonadas, incluyendo, en cada una de éstas, la parte de cada función que permita iniciar o continuar una parte de la siguiente.

1.3.3. FUNCIONES ADMINISTRATIVAS.

El análisis de la cadena o proceso administrativo nos conduce a definir las funciones que la integran:

a). Planeación es la función administrativa que consiste en elegir, entre las diversas posibilidades reales de acción completa, dentro del campo del cualquier función, la más eficaz o productiva; y en descomponer ésta en funciones o actividades subordinadas.

b). Organización es la función administrativa que consiste en la elección, dentro de la posibilidad real y completa de acción elegida en la planeación, de la combinación más productiva de funciones, al agruparlas, al relacionar y asignar estos grupos (órganos) y al determinarles medios de todas clases.

c). Dirección es la función administrativa que consiste en guiar un órgano o sistema de órganos - constituído y dotado de los medios necesarios -, en el desarrollo de las funciones planeadas que comprenda, ejerciendo el mando y coordinándolo, hacia el cumplimiento, de la manera y con los resultados más productivos, del fin asignado.

d). Control es la función administrativa que consiste en averiguar y corregir las desviaciones entre la ejecución de una acción y las decisiones adoptadas en la planeación, organización y dirección de la misma.

No está de más señalar que la ejecución no es realmente una función administrativa, sino esencial o característica de una empresa o de cualquiera de sus áreas (partes u órganos); y aunque se desarrolla como consecuencia del ejercicio de las funciones administrativas, corresponde al "qué", no al "entre".

1.3.4. ADMINISTRACION GENERAL Y ESPECIAL.

Cuando la administración tiene por aspecto preponderante el "entre", se denomina general y abarca o puede abarcar el "entre" de todos los aspectos de las funciones generales (causales, teleológicas y esenciales).

Cuando abarca sólo las funciones relativas a un aspecto determinado, entre éstos: cómo, quién, con qué, cuánto, dónde y cuándo, funciones que son consideradas como especiales, recibe el nombre de administración especial.

La administración tiene pues, tantas formas como aspectos registre la estructura de la acción, los que fueron enumerados al clasificar las funciones; y, por consiguiente, la administración puede ser:

a). Administración causal (por qué) o de las causas o imperfecciones que el medio interno o externo señale.

b). Administración teleológica (para qué) o de los fines.

c). Administración esencial (qué), o de las funciones esenciales, dividida en administración de ventas y administración de la producción.

d). Administración técnica (cómo) o de los medios técnicos o procedimientos.

e). Administración humana (quién) o de personal.

f). Administración material (con qué) o de los medios materiales, también llamada administración de las cosas.

g). Administración financiera (cuánto) o del dinero, de los medios financieros, dividida en: administración de la obtención y utilización de los medios o recursos financieros y; administración contable o registro, información y control de tales medios y sus resultados.

h). Administración ambiental (dónde) o del medio ambiente, interno y externo, una de cuyas partes es el espacio.

i). Administración general (entre) o de las funciones administrativas y, estudiada más a fondo, de las funciones administrativas, o sea:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Planeación}\\ \text{Organización}\\ \text{Dirección}\\ \text{Control}\end{array}\right\}\ \text{de la}\ \left\{\begin{array}{l}\text{Planeación}\\ \text{Organización}\\ \text{Dirección}\\ \text{Control}\end{array}\right\}\ \text{de cualquier función.}$$

1.3.5. LA FUNCION ADMINISTRATIVA: DIRECCION.

Todos y cada uno de los puntos referidos anteriormente, tienen el objeto de explicar el dinamismo y el por qué de la existencia -- del Proceso o Cadena Administrativa como pilar en que se cimienta - la Ciencia de la Administración y, por tanto, contar con un antece - dente para explicar la función administrativa 'Dirección', ya que - el presente Seminario de Investigación Administrativa tiene como tema central "La Toma de Decisiones", siendo ésta uno de los elementos de esa importantísima función. Por ello, a continuación la explicaremos en base a su definición.

Dirección: es la función administrativa consistente en ejercer el mando de una unidad (órgano) y/o asegurar su coordinación dentro de la misma y con otras unidades, manteniéndola en funcionamiento - como un organismo vivo y para conducirla al mejor cumplimiento de - su misión.

La planeación y organización determinan lo que se debe hacer.

La dirección se empeña tenazmente en que lo que se deba hacer se haga.

a). Mando, es la cualidad esencial de todo jefe, manifestada en la adopción de decisiones acertadas, enérgicas y oportunas, en la exigencia de responsabilidades, en el mantenimiento de la disciplina, en la formación del espíritu de grupo, en el cultivo de las relaciones humanas y en la habilidad para adiestrar y - calificar con justicia a sus subordinados, reconocer sus méritos, aprovechar sus aptitudes y perfeccionar sus cualidades.

Decisión es el acto de resolver una cuestión dudosa, teniendo en cuenta la situación y circunstancias, el fin que, al resolverla se pretende, y los resultados que puedan obtenerse.

Espíritu de grupo es la existencia del pensamiento, sentimiento y voluntad de unión entre los subordinados para el trabajo en cooperación.

Adiestramiento y capacitación es la habilidad y eficacia en enseñar a los subordinados la manera de cumplir sus cometidos con esmero, puntualidad, conocimiento y valor de su iniciativa y responsabilidad e ilusión y gusto por el trabajo.

b). Coordinación, es la armonía entre las diversas actividades y subórganos de la unidad (órgano) y/o con los de otras unidades para lograr el funcionamiento metódico y más eficaz de la organización o empresa.

Una vez que hemos reseñado la relación existente entre la Cadena o Proceso Administrativo, la función administrativa Dirección y la Toma de Decisiones, podemos empezar a tratar esta última más a fondo a través de los subsecuentes capítulos.

C A P I T U L O II

LA TOMA DE DECISIONES

2.1. DEFINICION.

La Toma de Decisiones es el tema central del presente Seminario de investigación. ¿Pero, qué es la Toma de Decisiones?. La mayoría de los autores definen a ésta como, "el proceso de seleccionar una acción de entre cierto número de cursos alternativos".[1]

A simple vista parece sencillo, pero como veremos más adelante, en el desarrollo de los siguientes capítulos, la Toma de Decisiones es un proceso total demasiado complejo, el cual implica varias etapas que a su vez se convierten en procesos muy elaborados.

1. Irwin D. J. Bross. "Design for Decisions". Nueva York: Mc. Graw-Hill Co., 1953. (p. 1).

2.2. ¿PARA QUE?, ¿POR QUIEN? Y ¿EN QUE CIRCUNSTANCIAS SE TOMAN DECISIONES?.

Partiendo de la idea de que la planeación ocurre siempre que se hagan elecciones con el propósito de alcanzar una meta a la luz de limitaciones de tiempo, dinero y los esfuerzos de otras personas, observamos que la toma de decisiones no es un proceso exclusivo para la resolución de problemas como aparenta ser al revisar el procedimiento común que se puede encontrar en la literatura sobre el tema, sino que en realidad, también es una herramienta o actividad propia de toda planeación. En algunos libros, la toma de decisiones orientada a la planeación es denominada como resolución de problemas estratégicos, y la dirigida a los problemas en su concepción ordinaria, como táctica.

Así, vemos que las decisiones se clasifican de acuerdo con su objeto en: [2]

a). Decisiones Estratégicas.

Son aquellas que tratan de buscar un buen "encaje" o adaptación de la empresa a su entorno. Determinar los objetivos de la empresa, las actividades que va a realizar y los productos y mercados en los que va a desarrollar cada actividad, es el objeto primordial de este tipo de decisiones.

2. Igor H. Ansoff. "Corporate Strategy: An Analytical Approach to Business Policy for Growth and Expansion". New York: Mc. Graw-Hill, 1965.

b). Decisiones Administrativas.

Tratan de conseguir una estructuración en los recursos de la empresa de forma tal que sus posibilidades sean máximas.

c). Decisiones Operativas.

Su objeto es maximizar la eficacia del proceso de conversión de recursos en productos o servicios, o, lo que es lo mismo, maximizar los resultados de las operaciones de la empresa.

Paralelamente, existe otra clasificación de las decisiones conforme a las condiciones en que se realicen éstas, es decir:

a). Decisiones en condiciones de incertidumbre.

Nos enfrentamos a un problema de este tipo cuando a cada estrategia le pueden corresponder distintos resultados. El hecho de que el resultado pueda ser uno u otro depende de un "estado de la naturaleza". Se define un estado de la naturaleza como la aparición de un suceso o acontecimiento que la unidad decisoria no controla y que influye en el resultado de la estrategia.

b). Decisiones en condiciones de riesgo.

La única diferencia entre un problema de decisión en situación de incertidumbre y un problema de decisión en situación de riesgo, estriba en que en éste último caso se asigna de forma explícita una probabilidad a cada uno de los posibles estados de la naturaleza.

c). Decisiones en condiciones de certidumbre.

Son aquellas en las que a cada estrategia le corresponde un resultado y nada más que un resultado. La dificultad de este tipo de problemas suele estribar en que en muchas ocasiones, el número de posibles estrategias o alternativas es muy elevado y éstas son difícilmente enumerables.

Por otro lado, la Dirección se presenta en los tres niveles de la empresa, es decir, se realiza en los niveles superiores, medios y operativos. Sin embargo, observamos que a pesar de que la toma de decisiones es una actividad o función propia de la dirección, ésta se manifiesta de diferente manera de acuerdo al nivel en que se realice. Es decir, en términos generales, podemos establecer cierta analogía entre los tipos de decisiones y los niveles jerárquicos de la organización como la que se muestra en la Fig. 2-1 .

D. Estratégicas.	D. en condiciones de Incertidumbre.	Niveles Superiores.
D. Administrativas.	D. en condiciones de Riesgo.	Niveles Medios.
D. Operativas.	D. en condiciones de Certidumbre.	Niveles Operativos.

FIG. 2 - 1. Interrelación entre los Tipos de Decisiones y los Niveles Jerárquicos de la Organización.

2.3. ENFOQUES PARA LA TOMA DE DECISIONES.

Hasta el momento ya sabemos qué es la Toma de decisiones, para qué, por quién y en qué circunstancias es realizada. Ahora sólo -- nos hace falta contestar una interrogante más, que sin duda es la - más importante y compleja: ¿Cómo se deben tomar buenas decisiones?. Su importancia radica en el hecho de que gran parte de la actividad empresarial consiste en elegir cursos alternativos de acción. Por tanto, la eficiencia de la Dirección es juzgada por su habilidad para tomar y llevar a cabo decisiones correctas, debido a que la rentabilidad de la empresa depende de los resultados acumulados de muchas decisiones anteriores.

La mayor parte de las decisiones empresariales se tomaban hace algunos años de manera cualitativa, en otras palabras, no se consideraban totalmente los efectos de la incertidumbre, siendo el factor principal la experiencia del directivo, complementada por consideraciones subjetivas como intuición o presentimiento. Hoy, aún -- cuando hay muchos problemas que no pueden ser atacados de otra manera, existe un conjunto creciente de técnicas que conducen a decisiones racionales en problemas cuantitativos.

De lo anterior, deducimos que los enfoques para la toma de decisiones pueden ser de dos tipos: Cuantitativos y Cualitativos.

El enfoque cuantitativo como su nombre lo indica, implica la -

obtención de resultados numéricos, mientras que el cualitativo no, éste último más bien denota cualidades en la apreciación de los posibles resultados.

Podemos decir que el enfoque cuantitativo para la toma de decisiones se encuentra representado principalmente por la disciplina denominada "Investigación de Operaciones", misma que detallaremos en el siguiente capítulo. En cuanto al enfoque cualitativo, en realidad no existe ninguna disciplina que lo represente, sin embargo, Kepner y Tregoe han desarrollado cuatro patrones racionales básicos para emplear y combatir información sobre asuntos de la organización. Dichos procesos son procedimientos sistemáticos para obtener el mejor provecho del uso de los cuatro patrones de pensamiento, los cuales son universalmente aplicables sin importar cuál sea el ámbito cultural o el contenido en que se empleen. Esta metodología la explicaremos más ampliamente en el capítulo IV, que ha sido destinado exclusivamente para ello y en el que se encuentra denominado como "Enfoque Cualitativo-Racional".

CAPITULO III

ENFOQUE CUANTITATIVO - I. O.

3.1. DEFINICION DE INVESTIGACION DE OPERACIONES.

Podemos considerar a la Investigación de Operaciones (I. O.) como: "La aplicación del método científico por equipos interdisciplinarios a problemas que comprenden el control de sistemas organizados hombre-máquina, para dar soluciones que sirvan mejor a -- los propósitos de la organización como un todo". [1]

3.2. CARACTERISTICAS DE LA I.O.

Las características esenciales de la I.O. son las que expusimos al definirla, es decir:

1. Russell L. Ackoff y Maurice W. Sasieni. "Fundamentos de Investigación de Operaciones". México: Limusa, 1977. (p.17).

1.- Su orientación de sistemas.

2.- El uso de equipos interdisciplinarios.

3.- La aplicación del método científico.

3.2.1. LA ORIENTACION DE SISTEMAS.

Esta orientación se fundamenta en el hecho de que, en los sistemas organizados, el comportamiento de cualquiera de sus partes, llega a afectar en cierta medida a todas las demás. Sin embargo, no todos los efectos son importantes o susceptibles de detección. Es por ello, que la esencia de esta orientación estriba, en la búsqueda sistemática de interacciones significativas, cuando se examinan las actividades o políticas de cualquier parte de la organización.

Los analístas de I. O. casi siempre amplían el concepto inicial del problema que se les presenta, para así incluir interacciones que no se encuentran incorporadas a la formulación realizada por la administración de la empresa. Para poder tratar estos problemas ampliados y, por consiguiente más complicados, se han desarrollado nuevos métodos de investigación. Por su parte, la I. O. procura tomar en cuenta todos los efectos importantes, darles la debida proporción y evaluarlos como un todo.

3.2.2. EL USO DE EQUIPOS INTERDISCIPLINARIOS.

Hasta fines del siglo XVII, le era posible al hombre aprender y retener todo o la mayoría del conocimiento "científico" que había acumulado la humanidad. Es por ello que no era necesaria la especialización y todas las actividades de la ciencia se denominaban filosofía. Pero ahora, cuando existe un gran acervo de conocimientos que sobrepasan la capacidad de memoria del cerebro humano, se ha hecho indispensable dicha especialización. La filosofía tradicional era empírica, en contraste con la filosofía natural que se denominó posteriormente ciencias naturales y que con el tiempo sufrió una división, apareciendo la física y la química, las cuales siguieron dividiéndose y subdividiéndose sucesivamente. En la actualidad existen más de cien disciplinas científicas.

Cabe señalar que aunque existan clasificaciones de las ciencias, no existen cosas tales como problemas físicos, biológicos, psicológicos, económicos, etc., sólamente existen problemas y las disciplinas científicas representan diferentes maneras de observarlos. Claro está que no siempre resulta conveniente y/o fructífero hacerlo así.

De la misma manera, en una organización no existen problemas de finanzas, de producción o de mercadeo; sino únicamente formas diferentes de considerar los problemas que se presentan en la misma.

La I. O. se basa en lo anteriormente expuesto para considerar conveniente la utilización de equipos interdisciplinarios, --

puesto que a través de ellos, se pueden considerar y evaluar la mayor variedad posible de los aspectos de un problema complejo.

3.2.3. METODO CIENTIFICO APLICADO A LA I. O.

Un hecho que no podemos negar es que la experimentación es citada como algo esencial en la mayoría de los estudios del método científico. Desafortunadamente, la experimentación en el sentido estricto (la manipulación física de las variables) a menudo no es posible o práctico, sobre todo en el ámbito de las organizaciones, ya que éstas no pueden correr el riesgo de fracasar -- al llevar a cabo un experimento que se espera sea exitoso.

Ante esta limitante, la I. O. ha sugerido la construcción - de representaciones del sistema y su operación (modelos) sobre - los cuales podamos realizar su investigación.

El proceso de construcción de un modelo y sus implicaciones será tratado más a fondo cuando expongamos las etapas de un proyecto de I. O., ya que este proceso constituye una de dichas etapas. Aquí sólo trataremos aspectos generales acerca de los modelos como es su definición y clasificación general, con el propósito de contar con un mayor conocimiento sobre ellos y así poder comprender su proceso de construcción.

3.2.3.1. DEFINICION DE MODELO.

Un modelo "es una representación o abstracción de una situación u objetos reales, que muestra las relaciones (directas e indirectas) y las interacciones de la acción y la reacción en términos de causa-efecto". [2]

3.2.3.2. CLASIFICACION GENERAL DE LOS MODELOS.

a). **Modelos Icónicos:** Son una representación a gran o pequeña escala de estados, objetos o eventos. Debido a que ellos representan las propiedades relevantes del objeto real por ellas mismas sólo con una transformación en la escala, los modelos icónicos se ven como lo que ellos representan. [3]

b). **Modelos Análogos:** Este tipo de modelos utilizan un conjunto de propiedades para representar a otro. Por ejemplo, un sistema hidráulico puede utilizarse como un análogo de sistemas eléctricos, económicos o de tráfico. Las redes son analogías que se valen de magnitudes y localizaciones geométricas para representar una amplia diversidad de variables y sus interrelaciones . Debido a que una propiedad o conjunto de propiedades son usadas para representar a otras se hace necesario el uso de una o varias leyendas, que expliquen la transformación de dichas propiedades.

2. Robert J. Thieraut y Richard A. Gross. " Toma de Decisiones por medio de Investigación de Operaciones". México: Limusa, 1977.
3. Russell L. Ackoff. "Scientific Method: Optimizing applied research decisions". New York: John Wiley y Sons, Inc., 1962.

c). **Modelos Simbólicos:** Finalmente, estos modelos hacen - uso de letras, números y otros tipos de símbolos para representar las variables y sus relaciones. De aquí que sean el tipo de modelo más general y abstracto. Normalmente, son los más sencillos de manejar experimentalmente. Los modelos simbólicos toman forma de relaciones matemáticas (casi siempre ecuaciones e inecuaciones) -- que reflejan la estructura de lo que representan.[4]

3.3. ETAPAS DE UN ESTUDIO DE I. O.

Las etapas de un proyecto de I. O. son las que a continua -- ción enumeraremos:

1). Observación.

2). Planteamiento del problema.

3). Construcción del modelo.

4). Deducción de la solución.

5). Prueba del modelo y evaluación de la solución.

6). Ejecución y control de la solución.[5]

Debido a que el proceso de construcción de un modelo expuesto por Daniel P. Maki en su libro "Mathematical models and applications with emphasis on the social, life and management sciences",-

4. Russell L. Ackoff y Maurice W. Sasieni. "Fundamentos de Investigación de - Operaciones". México: Limusa, 1977.
5. Las etapas mencionadas han sido implementadas en base a los procesos pro -- puestos por Tierauf, Robert J. y Grosse, Richard A. en su libro "Toma de decisiones por medio de I.O." y Ackoff, Russell L. y Sasieni, Maurice W. en - "Fundamentos de I.O.".

engloba las etapas de un proyecto de I. O. excepto la última, procederemos a explicar este proceso para posteriormente continuar con la última etapa del proyecto propiamente dicho.[6]

3.3.1. PROCESO DE CONSTRUCCION DE UN MODELO.

Haciendo un somero examen acerca de los orígenes de cualquier campo científico, podemos concluir que éstos empezaron con una reunión de observaciones y experimentos, lo cual implica que para cuantificar algo iniciaremos con la recolección, presentación y tratamiento de los datos. Una vez que suficientes datos han sido recolectados y analizados adecuadamente, el investigador trata de imaginar un proceso en el cual acontezcan esos resultados. Llamaremos construcción, desarrollo y estudio de modelos a la actividad de creación de un sistema teórico. Esta actividad implica los siguientes pasos o etapas:

a). Observación y recolección de datos: En esta primera etapa se identifican los problemas por medio de un examen concentrado, detallado y prolongado, basado en los requerimientos del mismo. Una vez que se ha reconocido el problema, el grupo interdisciplinario observará las condiciones que rodean a éste, a fin de quedar completamente familiarizado con sus aspectos detallados en contras

6. Daniel P. Maki and Maynard Thompson. "Mathematical models and applications with emphasis on the social, life and management sciences". New Jersey: Englewood Cliffs, 1973.

te con sus síntomas.

b). Planteamiento del problema: Ya que el problema ha sido identificado, es necesario plantearlo como un problema de investigación. Esto requiere un completo reconocimiento de los componentes del mismo, los cuales son:

1. El o los tomadores de decisiones.
2. Sus objetivos relevantes.
3. Los posibles cursos de acción.
4. El contexto: aquellos aspectos del ambiente del problema que no están sujetos al control del tomador de decisiones, que pueden afectar los resultados de su elección de acción. Estos pueden ser:

    a). Actos de la naturaleza.

    b). Actos de otros tomadores de decisiones.

Tales identificaciones que son requeridas pueden ser muy simples o verdaderamente complejas, dependiendo principalmente del contexto del problema. Sin embargo, esto es realmente un intento de definir el problema tan preciso como sea posible, ya que este proceso típicamente involucra el hacer ciertas idealizaciones y aproximaciones. Un aspecto importante de este paso es el tratar de identificar y seleccionar aquellos conceptos a ser considerados como básicos en el estudio. El propósito aquí, es eliminar información innecesaria y simplificar lo que se deba conservar, tanto como sea posible. Este paso de identificación, aproximación e idealización será referido como contrucción de un modelo real.

c). **Construcción del modelo matemático:** Después del estudio y la formación de un modelo real, se intenta identificar el proceso operativo de trabajo con el fin de lograr la expresión de la situación completa en términos simbólicos. Así el modelo real llega a ser un modelo matemático en el cual las cantidades reales y procesos son reemplazados por símbolos y/u operaciones matemáticas.

Usualmente, mucho del valor del estudio, radica en este punto, ya que una identificación inapropiada entre el mundo real y el matemático es improbable que de resultados útiles.

d). **Deducción de la solución:** Después de que el problema ha sido transformado a términos simbólicos, el sistema de resolución matemática es estudiado usando técnicas e ideas matemáticas apropiadas. Los resultados del estudio matemático son teoremas desde un punto de vista matemático, y predicciones desde un punto de vista empírico. A través de la utilización de dichas técnicas se obtiene información sobre la relación de los resultados matemáticos conocidos y la situación que está siendo estudiada.

e). **Prueba del modelo y evaluación de la solución:** La etapa final en el proceso de construcción de modelos consiste en la comparación de los resultados predichos en base al trabajo matemático con el mundo real. Lo ideal es que todo lo observado realmente sea estimado por las conclusiones del estudio matemático y que otras predicciones sean subsecuentemente verificadas por la experimentación. Tal situación no es observada frecuentemente y mucho menos al primer intento. Una situación más típica puede - ser que el conjunto de conclusiones de la teoría matemática contenga algunas que parecen estar de acuerdo y otras que parecen - estar en desacuerdo con los resultados del experimento. En tal caso, se hace necesario examinar cada paso del proceso nuevamente, auxiliándose de las siguientes preguntas: ¿Hay alguna omi -- sión significativa en el paso del mundo real? ¿Refleja el modelo matemático todos los aspectos importantes del mundo real y evita la introducción de comportamientos extraños no observados en el mundo real? ¿El trabajo matemático está libre de error?. Usualmente sucede que el proceso de construcción de modelos pase a -- través de iteraciones, cada una de las cuales refina al anterior, hasta que finalmente un modelo aceptable es encontrado. Podemos representar gráficamente este proceso como en la Fig. 3-1.

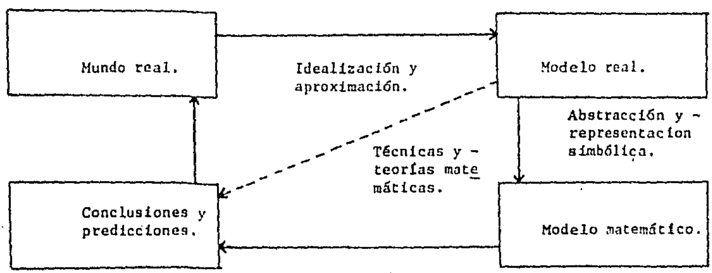


FIG. 3-1. Representación gráfica del proceso de construcción, desarrollo y prueba del modelo matemático.

Las líneas sólidas indican el proceso de construcción, desarrollo y prueba del modelo matemático, tal como lo esbozamos anteriormente. La línea punteada es usada para indicar una versión abreviada de este proceso, el cual es frecuentemente utilizado en la práctica. La versión corta es particularmente común en las ciencias sociales y de la vida, donde la matematización de los conceptos puede ser difícil. En uno o en otro caso, los pasos del proceso pueden ser excesivamente complejos y puede haber iteraciones complicadas entre ellos. De cualquier modo, para los propósitos del estudio del proceso de construcción de modelos tal no simplificación - es completamente útil.

Notamos también que la distinción entre modelos reales y matemáticos es algo artificial. Esta es una manera conveniente de representar una parte básica del proceso, pero en muchos casos es -- muy difícil decidir dónde acaba y dónde empieza el modelo matemático. En general, los investigadores frecuentemente no se preocupan por definir tal distinción. De aquí que en la práctica encontramos a menudo que las predicciones y conclusiones están basadas en un modelo de género híbrido -parte real y parte matemático-, sin - una distinción clara entre los dos. Esto es, de cualquier modo, - algo peligroso en la práctica. En tanto que en algunos casos puede ser muy apropiado trabajar con modelos reales, en otros es mejor usar modelos matemáticos, teniendo siempre en mente el tipo que se está usando. En el mejor de los casos una falla en la distinción entre un modelo real y uno matemático provocará confusión, y en el peor de los casos, nos llevará a obtener conclusiones incorrectas.

Pueden surgir complicaciones porque los problemas en las ciencias sociales, biológicas y de comportamiento frecuentemente envuelven conceptos, eventos y condiciones que son muy difíciles de cuantificar. De aquí que aspectos esenciales del problema, pueden perderse en la transición del modelo real al matemático. En tales casos, las conclusiones basadas en los modelos matemáticos pueden bien, no ser acerca del mundo real o del modelo real. Por eso, existen circunstancias, en las cuales es crucial la distinción del modelo al cual se refieren dichas conclusiones.

Si un modelo es para uso práctico, entonces debemos tener un propósito de obtener resultados que puedan ser probados o comparados con el mundo real. Consecuentemente, el constructor de modelos debe tener en mente la necesidad de desarrollar esquemas computacionales realísticos o algoritmos para calcular las cantidades que surgen en el estudio del modelo matemático. Algunos de los mejores modelos para ciertos tipos de problemas son simplemente matemáticamente intratables. Esto es, los principales problemas pueden, o no tener solución conocida, o no tener solución que pueda ser computada confiable y razonablemente.

Para concluir esta sección introductoria acerca de la construcción de modelos, haremos la observación de que el uso de técnicas matemáticas, en particular, el uso de modelos matemáticos, es sólo un método que puede ser aplicado a problemas que surgen en las ciencias. Como observamos anteriormente, muchos aspectos importantes de una situación en ciencias sociales o de la vida --

pueden ser muy difíciles de cuantificar. En tales casos, el uso de modelos matemáticos puede ser limitado y puede ser mejor el estudiar la situación en el contexto de un modelo real por una forma no matemática.

Por otra parte, la disciplina de I. O. ha diseñado algunos modelos matemáticos que podemos denominar "estándar" desde el punto de vista de que pueden ser utilizados para la resolución de problemas prototipo y que incluyen aquellas variables y constantes típicas y de mayor importancia en dichos problemas. Profundizaremos en este punto más adelante, en la sección denominada problemas prototipo.

3.3.2. EJECUCION Y CONTROL DE LA SOLUCION.

En Investigación de Operaciones donde el objetivo es mejorar el desempeño del sistema implicado, el estudio propiamente dicho no termina hasta que ésta mejoría se consiga y se logre mantener, es decir se controle.

La oportunidad para que pongamos en operación y controlemos una solución se presenta una vez que:

A. Los directivos responsables acepten la solución proporcionada por la investigación. Esta aceptación por parte de los directivos es más probable cuando:

a). Creen que el problema resuelto es el que enfrentan.

b). Comprenden el proceso por medio del cual se obtuvo la solución y confían en el mismo.

Es por esta razón que su participación en la investigación no sólo es conveniente sino prácticamente esencial. Dicha participación se logrará a través de:

1. Explicar a los directivos los fundamentos generales de la Investigación de Operaciones durante las primeras etapas del proyecto.
2. Asegurar y mantener su interés a través de la celebración de conferencias en las que se traten casos de empresas afines.
3. Invitar a los directivos a que lleven a cabo revisiones continuas del trabajo en proceso, ya que ésto les proporcionará la seguridad de que se han tomado en cuenta satisfactoriamente todos los aspectos importantes del problema, así como les permitirá asimilar gradualmente las técnicas, métodos, argumentos y resultados de la investigación. También les ayudará a comprender más rápidamente los informes presentados por el grupo de Investigación de Operaciones, ya sea durante o al finalizar el estudio.
4. Presentar informes a la dirección, de preferencia orales para permitir la retroalimentación. El grupo de Investigación de Operaciones debe tratar de dar sus explicaciones en un lenguaje usual para los directivos y no en la jerga de esta disciplina. Por otro lado, las ecuaciones y derivaciones no deben presentarse a la dirección, excepto --

cuando lo soliciten específicamente.

5. Entregar un informe final escrito que comunique a la dirección los resultados del estudio.

B. La solución se implante correctamente. Al implantar una solución, es muy probable que surjan problemas que no se habían previsto durante la investigación, de aquí que generalmente se requiera modificar la solución. Si estas modificaciones no son realizadas por los investigadores, entonces, las personas que no están capacitadas para hacerlo pueden ajustar mal la solución, o bien, los encargados de ejecutarla pueden rechazarla por considerarla difícil de ejecutar. Es por ello, que si se requieren ajustes a la solución, éstos deben ser realizados por el grupo de Investigación de Operaciones. Además, el equipo interdisciplinario debe preparar instrucciones detalladas para los que van a ejecutar la solución; debe especificar, programar y catalogar sus actividades. Todo ello debe hacerlo en el lenguaje de ellos a fin de asegurar su comprensión.

Otro aspecto relevante es el de interesar en la preparación de los planes y programas a los afectados directa o indirectamente y a todos aquellos que van a implantar la solución, para despertar una actitud cooperativa. Si no se procede así, éstos pueden sabotear una solución de manera abierta o sutil.

C. Se mantenga eficiencia, aún cuando haya cambios en las condi ciones. Cuando se requiere un período muy largo para la implantación de una solución, pueden cambiar las condiciones en la que se obtuvo la misma. Dichos cambios pueden alterar significativamente la naturaleza del problema, y por ende la eficacia de la solución. Los tipos de cambios que pueden ocurrir en el sistema se pueden clasificar como sigue:

1. Cambios en la utilidad de los resultados que provoquen que la medida de rendimiento que se utilizó ya no sea la adecuada. Estas variaciones se pueden determinar por medio de verificaciones periódicas de las medidas de utilidad incorporadas en la medida del rendimiento o examinando de nuevo las utilidades supuestas, usadas como parte de esta medida. Estas verificaciones necesitan llevarse a cabo sólo cuando hay alguna indicación de que hubo o va a ocurrir un cambio.
2. Cambios en lo que se puede controlar.
3. Cambios en las restricciones de control.

   La información sobre los tres puntos acabados de mencionar, se pueden obtener a través del contacto regular con los directivos, ya que ellos en la mayoría de los casos son los primeros que los detectan.
4. Cambios en los valores de los parámetros.
5. Cambios en la estructura del sistema y por tanto, en la relación entre la medida del rendimiento y las variables controlables y parámetros.

En este caso, se pueden establecer procedimientos para determinar el momento en que la solución produce resultados que - difieren considerablemente de los predichos y luego buscar - las causas de esta deficiencia. Por otro lado, se pueden - instalar controles para cada fase del sistema así como para su proceso de implantación. Debido a que el segundo procedimiento puede evitar una aplicación defectuosa de la solución, su mayor costo se debe comparar con el costo de los errores que éstos pueden impedir.

Cabe señalar que una solución puede resultar incontrolable, aún cuando el sistema permanece controlado, debido a que el plan de implantación es defectuoso. De aquí que distingui - mos dos aspectos del control de la solución: la verificación del sistema y la de la implantación.

Casi siempre los sistemas que trata la Investigación de Operaciones, cambian mucho con el transcurso del tiempo, y aún los procedimientos de implantación mejor elaborados irremediablemente pierden su eficacia. Si no se diseñan medidas preventivas o correctivas y se incorporan en el procedimiento-solución que se implanta, éstos pueden ser tomados por - alguien que no esté capacitado para realizar las modifica - ciones adecuadas a estos procedimientos y, en el peor de -- casos, se puede abandonar la solución.

3.4. PROBLEMAS PROTOTIPO.

La I. O. ha sido aplicada a una gran variedad de problemas, pero la mayoría de éstos han sido de naturaleza táctica más que estratégica. Podemos diferenciar entre éstos dos tipos de problemas de la siguiente manera:

a). Un problema es más táctico que otro si el efecto de su solución es de menor duración, es decir, si su solución puede anularse o modificarse fácilmente. Cuando hablamos de esta característica del problema, nos referimos a ella como su rango.

Es importante hacer notar, que la I. O. se aplica más frecuentemente a los problemas de corto que a los de largo plazo.

b). Un problema es más estratégico cuanto mayor sea la parte de la organización afectada por su solución. Esta característica de un problema, se denomina comúnmente como su alcance.

c). Un problema es más estratégico cuanto más implica la determinación de fines, metas u objetivos. Todos los problemas comprenden la selección de medios para alcanzar los resultados deseados, pero muchos consideran estos resultados como dados o proporcionados. En la medida en que lo hacen, son tácticos. Podemos referirnos a esta característica del problema como su orientación a fines.

En cierto sentido, no existen dos problemas tácticos exacta tamente iguales, esto es, son diferentes en cuanto a su contenido. En otro sentido, estos problemas tienden a agruparse en unos cuantos tipos bien definidos, es decir, tienen una forma similar. Cuando hablamos de "forma", nos estamos refiriendo al modo en que se relacionan entre sí las propiedades (variables y constantes) de un problema. Mientras que el "contenido" se refiere a la naturaleza (significado) de estas propiedades.

Es debido a esto, que un pequeño grupo de tipos de problemas se ha identificado con los cálculos necesarios para la mayoría de ellos. Debido a la frecuente recurrencia de estos problemas, se han desarrollado técnicas para modelarlos y obtener soluciones de los mismos. Estos problemas se denominan prototipo y son los siguientes:

1. Asignación.
2. Inventario.
3. Reemplazo.
4. Líneas de espera.
5. Secuenciación y coordinación.
6. Trayectorias.
7. Competencia.

En la vida real, frecuentemente "surgen" unos de otros y no necesariamente en el orden citado, a medida que se amplia el concepto del sistema tratado. Procederemos ahora a definir cada uno de estos problemas y a explicar los métodos matemáticos que resuelven los mismos a través de uno o varios breves ejemplos, según sea necesario.

3.4.1. PROBLEMAS DE ASIGNACION: ASIGNACION Y DISTRIBUCION DE RECURSOS.

Del problema de asignación lineal podemos derivar dos problemas básicos de asignación: asignación y distribución de recursos, éste último es llamado también problema de transporte.

Los problemas de asignación implican la determinación de los recursos que deben utilizarse para ejecutar del mejor modo un conjunto de trabajos. En esta clase de problemas la medida del desempeño en un conjunto de trabajos es igual a la suma de las medidas que se aplicaron a cada combinación de recursos y trabajos.

Con el fin de explicar los dos problemas mencionados anteriormente, procederemos a dar la siguiente simbología:

Llamamos:

a_i -- a los recursos disponibles.

b_j -- a las cantidades requeridas.

C_{ij} -- a los costos.

X_{ij} -- a las asignaciones.

Se dice que tenemos un problema de asignación de recursos si las cantidades de recursos disponibles y requeridas por cada trabajo son todas iguales a uno, es decir, $a_i = b_j = 1$ para toda i y j. En este tipo de problemas cada trabajo requiere de uno y sólo un recurso, y cada recurso puede utilizarse para uno y sólo un trabajo. Los recursos no son divisibles entre los trabajos ni viceversa. Esto puede ser expresado de la siguiente manera: buscamos un apareamiento único biunívoco de recursos y trabajos para minimizar la suma de las medidas de los resultados de cada apareamiento que se haga.

Mientras que si los recursos pueden dividirse, entonces algunos trabajos pueden hacerse con una combinación de recursos, si tanto los trabajos se han expresado en unidades de la misma escala, entonces se dice que tenemos lo que llamamos un problema de transporte o de distribución. En otras palabras, este tipo de problemas implican la asignación de los recursos de uno o más orígenes a los trabajos que los requieren (destinos), en donde los trabajos pueden desarrollarse mediante la combinación de recursos de orígenes diversos.

Finalmente, si los trabajos y los recursos no están expresados en las mismas unidades, tenemos entonces un problema general de asignación.

3.4.1.1. EL PROBLEMA DE TRANSPORTE O DE DISTRIBUCION.

Aquí conocemos los orígenes (a_i) y los destinos (b_j), así como también el costo de embarque de enviar de un origen (i) a un destino (j), es decir (C_{ij}), y el problema consiste en determinar qué orígenes deben abastecer a qué destinos de manera tal que se minimicen los costos totales de transporte. Esto puede determi -

narse siguiendo el algoritmo que a continuación explicamos:

1. El primer paso consiste en formar una matriz de costos tal como se muestra en la Fig. 3-2.

		DESTINOS							Cantidad de recursos disponibles (Oferta).
		1	2	3	...	j	...	n	
ORÍGENES.	1	C_{11}	C_{12}	C_{13}	...	C_{1j}	...	C_{1n}	a_1
	2	C_{21}	C_{22}	C_{23}	...	C_{2j}	...	C_{2n}	a_2
	3	C_{31}	C_{32}	C_{33}	...	C_{3j}	...	C_{3n}	a_3
	.	.	.	.	...	.	...	.	.
	i	C_{i1}	C_{i2}	C_{i3}	...	C_{ij}	...	C_{in}	a_i
	.	.	.	.	...	.	...	.	.
	m	C_{m1}	C_{m2}	C_{m3}	...	C_{mj}	...	C_{mn}	a_m
		b_1	b_2	b_3	...	b_j	...	b_n	Cantidad de recursos requeridos (Demanda).

FIG. 3-2. Matriz típica de un problema de transporte.

Antes de continuar, es necesario que nuestra matriz esté balanceada, esto se refiere a que la oferta total debe ser igual -- que la demanda total, lo cual puede ser logrado mediante la -- adición de un renglón o una columna de costos que contendrá exclusivamente ceros, con una oferta o demanda, según sea el caso, igual a la diferencia, en valor absoluto, entre la oferta y la demanda totales originales, es decir, la $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$.

2. El segundo paso es la determinación de una solución inicial -- factible, siguiendo el método denominado del Extermo Nor-Occidental, el cual consiste en:

a). En la posición (1,1), que es el extremo Nor-Occidental de la matriz, asígnese el mínimo (a_1,b_1) igual a X_{11}. Réstese X_{11} de la oferta (a_1) y la demanda (b_1). Obviamente - alguna de éstas dos cantidades se convertirá en cero.

b). Si a_1 se convierte en cero, pásese a la posición (2,1) y hágase X_{21} igual al mínimo (a_1,b_1 - X_{11}). Si por el -- otro lado es b_1 el que se convierte en cero en el paso anterior, se pasa a la posición (1,2) y X_{12} es igual al mínimo (a_1 - X_{11}, b_2).

c). Continuamos con la misma lógica hasta llegar a la posi -- ción (m,n). La matriz de flujos que se obtenga será factible y básica para el problema de transporte.

Existe una forma alternativa para la determinación de la solución inicial factible, este método es conocido como - de Vogel, y su metodología es la siguiente:

a). Váyase al paso c.

b). Utilice el remanente de la matriz de costos y flujos -- una vez que éstas últimas se hayan asignado.

c). Se entiende por diferencia de renglón o de columna a la diferencia que hay entre los dos números más pequeños - que existan en el renglón o en la columna. Calcúlese - todas las diferencias de renglones y columnas de la matriz de costos.

d). Selecciónese aquel renglón o columna con mayor diferencia (los empates se deciden arbitrariamente).

e). Localice el costo más pequeño en la matriz de costos en el renglón o columna seleccionada en el paso anterior. Sea ésta la posición C_{ij}.

f). En la matriz de flujo hágase X_{ij} igual al mínimo (a_i, b_j) donde la posición (i,j) se identificó en el paso anterior. Hágase la oferta $a_i = a_i - X_{ij}$ y la demanda -- $b_j = b_j - X_{ij}$.

g). Si $a_i - X_{ij} = 0$, llénese el renglón i de la matriz de - flujo con cero, a excepción de la posición (i,j)y elimínese ese renglón de cualquier consideración futura. Por otro lado, si $b_j - X_{ij} = 0$ llénese la columna j de la matriz de flujo con cero, a excepción de la posición -- (i,j)y elimínese esa columna de cualquier consideración futura. Regrese al paso b.

Este método puede arrojarnos la solución óptima, pero - no necesariamente es siempre así, de cualquier manera,-

es imprescindible la aplicación del último paso de la solución del problema de distribución de recursos, que a continuación explicaremos.

3. El tercer y último paso es denominado con el nombre de **Algoritmo de Transporte** y consiste en:

a). Constrúyase una matriz de costos ($\overline{C}'_{ij}$) asociada a la solución básica factible que se tenga, en donde $\overline{C}_{ij} = C_{ij}$ en caso de que X_{ij} se encuentre en la base. Si no se encuentra en la base, consideraremos que $\overline{C}_{ij} = 0$ y la celda correspondiente se dejará en blanco, trazando en ella una diagonal de tal manera que dicha celda quede dividida en dos triángulos.

b). Con esta matriz de costos asociada, calcúlese el valor de todas las variables duales U_i desde que $i=1...m$ y V_j desde que $j=1...n$, utilizando la fórmula $U_i + V_j - \overline{C}_{ij} = 0$, como hay m+n variables y sólamente m+n-1 ecuaciones existe un grado de libertad. Esto equivale a darle un valor arbitrario (se recomienda el valor de cero o el de la $\overline{C}_{ij}$ correspondiente al renglón i o la columna j de las variables duales que se estén calculando) y así queda por resolver un sistema de m+n-1 ecuaciones con m+n-1 variables.

c). Súmese algebráicamente U_i y V_j. Llamaremos a esta adición Z_{ij} y la localizaremos en la matriz $\overline{C}'_{ij}$ en el triángulo inferior de la celda correspondiente.

7. **Nota aclaratoria: Cuando aparezca $\overline{C}'_{ij}$ nos referimos a la matriz de costos asociada, y $\overline{C}ij$ a los costos que la forman.**

d). Encuéntrese a continuación la diferencia entre Z_{ij} y C_{ij}. Si dicha diferencia es negativa o igual a cero, colocaremos en el triángulo superior un guión, y en caso de ser positiva, se pondrá dicho valor.

Cuando todos los triángulos superiores contengan guiones, es decir, cuando todas las diferencias $Z_{ij} - C_{ij}$ sean menores o iguales a cero, habremos llegado a la solución óptima. En caso contrario, continúe.

e). Localice el valor más positivo en los triángulos superiores. Regrese a la matriz de asignaciones X'_{ij} y en la posición localizada anteriormente coloque una variable θ. Para equilibrar nuevamente la oferta y la demanda, debemos cerrar un circuito en la matriz X'_{ij}, haciendo uso de los lugares en que ya exista una asignación alternando la adición y la sustracción de θ, esto implicará que exista un número par de casillas que cierren el circuito. El lugar en donde se asignó θ, debe ser el principio y el fin de dicho circuito y deben existir al menos cuatro casillas que conformen el circuito. El valor de θ será igual a la asignación de menor valor a la que se le haya sustraido θ, de tal manera que ninguna asignación tome un valor negativo, y al menos una se convierta en cero. Finalmente, sustituimos el valor numérico de θ, encontrando una nueva matriz de asignaciones X'_{ij}. Ahora, regrese al paso a).

8. Nota aclaratoria: Cuando aparezca X'_{ij} nos referimos a la matriz de asignaciones, y X_{ij} a sus elementos.

Ahora resolveremos un problema en el cual, por medio del Método de Vogel, obtenemos directamente la solución óptima (Ejercicio #1), y lo contrastaremos con otro problema (Ejercicio #2) en el cual haciendo uso de Vogel no llegamos a la solución óptima, y por lo tanto, nos es necesario realizar una iteración del Algoritmo de Transporte, mientras que aplicando el criterio Nor-Occidental y el Algoritmo propiamente dicho, necesitamos de dos iteraciones para llegar al óptimo.

Con estos ejemplos queremos resaltar que independientemente de que se haga uso indistinto de cualquiera de los dos criterios para obtener la solución inicial factible, cada uno de dichos criterios encierran ventajas y desventajas. Dado que el Método de Vogel es capaz de arrojar una solución óptima, es posible que el tiempo de resolución del problema se minimice, ya que de ser éste el caso, únicamente se aplicaría parte del proceso del Algoritmo de Transporte (hasta el paso d). Sin embargo, en caso contrario, es decir, cuando el método mencionado no arroje la solución óptima, haciendo uso del Método del Extremo Nor-Occidental, podemos obtener la solución inicial factible en un mínimo de tiempo, por lo cual se deja a criterio del usuario la selección del método a utilizar.

EJEMPLO # 1:

Una compañía que produce papel cuenta con tres plantas de -- producción A, B y C, así como también con cuatro centros de dis - tribución 1, 2, 3 y 4. Las capacidades de las plantas se detallan a continuación:

Planta A --- 11 toneladas mensuales.
" B --- 13 " " " " .
" C --- 19 " " " " .

Las demandas de los centros de distribución son las siguientes:

Centro 1 --- 6 toneladas mensuales.
" 2 --- 10 " " " " .
" 3 --- 12 " " " " .
" 4 --- 15 " " " " .

Los costos de envío de cada planta a cada centro de distribución se muestran en seguida:

	1	2	3	4
A	21	16	25	13
B	17	18	14	23
C	32	27	18	41

Determínese qué cantidad de papel debe surtir cada planta - a cada centro de distribución al menor costo posible satisfacien do la oferta y la demanda.

METODO DE VOGEL Y ALGORITMO DE TRANSPORTE.

C_{ij}

21	16	25	13	11
17	18	14	23	13
32	27	18	41	19
6	10	12	15	

				Flujos	Diferencias
0	0	0	11	11-0	3
6	3	0	4	13-9-3-0	3-3-3-4
0	7	12	0	19-7-0	9-9-9-9
6	10	12	15		
0	7	0	4		
	0		0		

4	2	4	10
15	9	4	18
15	9	4	
	9		

− 7	− 8	− -1	13	13
17	18	− 9	23	23
− 27	27	18	− 32	32
-6	-5	-14	0	

C.T. = 13(11) + 17(6) + 18(3) + 23(4) + 27(7) + 18(12) =

= 143 + 102 + 54 + 92 + 189 + 216 = 796

METODO DEL EXTREMO NOR-OCCIDENTAL Y ALGORITMO DE TRANSPORTE.

C_{ij}

21	16	25	13	11
17	18	14	23	13
32	27	18	41	19
6	10	12	15	

X'_{ij}

6	5			11
	5	8		13
		4	15	19
6	10	12	15	

$\bar{C}'_{ij}$

					U_i
	21	16	−/12	22/35	16
	5/23	18	14	14/37	18
	−/27	−/22	18	41	22
V_j	5	0	−4	19	

C.T. = 21(6) + 16(5) + 18(5) + 14(8) + 18(4) + 41(15) =
= 126 + 80 + 90 + 112 + 72 + 615 = 1,095

$\theta = 5$

6	5− θ		θ	11
	5+ θ	8− θ		13
		4+ θ	15−θ	19
6	10	12	15	

6			5	11
	10	3		13
		9	10	19
6	10	12	15	

21	−/−4	−/−10	13	13
28/45	18	14	14/37	37
17/49	−/22	18	41	41
8	−19	−23	0	

C.T. = 21(6) + 13(5) + 18(10) + 14(3) + 18(9) + 41(10) =
= 126 + 65 + 180 + 42 + 162 + 410 = 985

$\theta = 3$

6− θ			5+ θ	11
θ	10	3− θ		13
		9+ θ	10− θ	19
6	10	12	15	

3			8	11
3	10			13
		12	7	19
6	10	12	15	

21	6/22	−/−10	13	13
17	18	−/−14	−/9	9
17/49	23/50	18	41	41
8	9	−23	0	

C.T. = 21(3) + 13(8) + 17(3) + 18(10) + 18(12) + 41(7) =
= 63 + 104 + 51 + 180 + 216 + 287 = 901

$\theta = 3$

3− θ			8+ θ	11
3+ θ	10−θ			13
	θ	12	7− θ	19
6	10	12	15	

			11	11
6	7			13
	3	12	4	19
6	10	12	15	

−/−2	−/−1	−/−10	13	13
17	18	−/9	9/32	32
−/26	27	18	41	41
−15	−14	−23	0	

C.T. = 13(11) + 17(6) + 18(7) + 27(3) + 18(12) + 41(4) =
= 143 + 102 + 126 + 21 + 216 + 164 = 832

$\theta = 4$

			11	11
6	$7-\theta$		θ	13
	$3+\theta$	12	$4-\theta$	19
6	10	12	15	

			11	11
6	3		4	13
	7	12		19
6	10	12	15	

− / 7	− / 8	− / −1	13	13
17	18	− / 9	23	23
− / 27	27	18	− / 32	32
−6	−5	−14	0	

C.T. = 13(11) + 17(6) + 18(3) + 23(4) + 27(7) + 18(12) =
= 143 + 102 + 54 + 92 + 189 + 216 = 796

En otras palabras, la solución óptima arrojada por el método es: La planta A enviará 11 toneladas al centro de distribución 4; la planta B enviará 6 toneladas al centro 1, 3 toneladas al centro 2 y 4 toneladas al centro 4; y por último, la planta C enviará 7 toneladas al centro 2 y 12 toneladas al centro 3. El costo total de los envíos es de \$796.

9.Nota aclaratoria: Todas las cantidades se encuentran expresadas en miles de pesos.

METODO DE VOGEL Y ALGORITMO DE TRANSPORTE.

C_{ij}

19	30	50	10	7
70	30	40	60	9
40	8	70	20	18
5	8	7	14	

				Flujos	Diferencias
5			2	7-2-0	9-9-40-40-40
		7	2	9-2-0	10-20-20-20-20
	8		10	18-10-0	12-20-50
5 0	8 0	7 0	14 4 2 0		
21	22	10 10 10 10 10	10 10 10 50		

19	– -2	– -10	10	19
– 69	18 48	40	60	69
– 29	8	– 0	20	29
0	-21	-29	-9	

C.T. = 19(5) + 10(2) + 40(7) + 60(2) + 8(8) + 20(10) =

= 95 + 20 + 280 + 120 + 64 + 200 = 799

$\theta = 2$

5			2	7
	θ	7	$2-\theta$	9
	$8-\theta$		$10+\theta$	18
5	8	7	14	

5			2	7
	2	7		9
	6		12	18
5	8	7	14	

19	– 2	– 8	10	19
– 51	30	40	– 42	51
– 29	8	– 18	20	29
0	-21	-11	-9	

C.T. = 19(5) + 10(2) + 30(2) + 40(7) + 8(6) + 20(12) =

= 95 + 20 + 60 + 280 + 48 + 240 = 743

METODO DEL EXTREMO NOR-OCCIDENTAL Y ALGORITMO DE TRANSPORTE.

C_{ij}

19	30	50	10	7
70	30	40	60	9
40	8	70	20	18
5	8	7	14	

X'_{ij}

5	2			7
	6	3		9
		4	14	18
5	8	7	14	

$\overline{C}'_{ij}$

19	30	– / 40	– / 10	19
– / 19	30	40	– / 10	19
9 / 49	52 / 60	70	20	49
0	11	21	-29	

C.T. = 19(5) + 30(2) + 30(6) + 40(3) + 70(4) + 20(14) =

= 95 + 60 + 180 + 120 + 280 + 280 = 1,015

$\theta = 4$

5	2			7
	$6-\theta$	$3+\theta$		9
	θ	$4-\theta$	14	16
5	8	7	14	

5	2			7
	2	7		9
	4		14	18
5	8	7	14	

19	30	– / 40	32 / 42	19
– / 19	30	40	– / 42	19
– / -3	8	– / 18	20	-3
0	11	21	23	

C.T. = 19(5) + 30(2) + 30(2) + 40(7) + 8(4) + 20(14) =

= 95 + 60 + 60 + 280 + 32 + 280 = 807

$\theta = 2$

5	$2-\theta$		θ	7
	2	7		9
	$4+\theta$		$14-\theta$	18
5	8	7	14	

5			2	7
	2	7		9
	6		12	18
5	8	7	14	

19	– / -2	– / 8	10	19
– / 51	30	40	– / 42	51
– / 29	8	– / 18	20	29
0	-21	-11	-9	

C.T. = 19(5) + 10(2) + 30(2) + 40(7) + 8(6) + 20(12) =

= 95 + 20 + 60 + 280 + 48 + 240 = 743

3.4.1.2. EL PROBLEMA DE ASIGNACION DE RECURSOS.

En este tipo de problema requerimos conocer los siguientes datos:

- J_j -- Trabajos (lo que debe hacerse).
- R_i -- Recursos.
- b_j -- Cantidad de recursos requeridos.
- a_i -- Cantidad de recursos disponibles.
- C_{ij} -- Costo o rendimiento de asignar una unidad del recurso R_i al trabajo J_j.

Como ya lo mencionamos, el problema consiste en asignar un sólo recurso a un trabajo, de tal manera que dicho trabajo sea realizado en el menor tiempo o con el mínimo costo. Esto puede ser llevado a cabo a través de la siguiente metodología:

1. El primer paso consiste en construir una matriz de costos o de tiempos con la estructura que aparece en la Fig. 3-3.
   Es importante señalar que dicha matriz debe ser balanceada, en caso de ser necesario. Sabremos que lo está si la matriz es cuadrada, es decir, si el número de renglones es igual al número de columnas, en otras palabras, si: $m = n$.
2. Dada la matriz balanceada, réstese en cada columna y en cada renglón el número más pequeño de ese renglón o columna del resto de los elementos de esa columna o renglón, es decir:

$$\bar{C}_{ij} = C_{ij} - \operatorname{Min} C_{ij}$$
$$\bar{\bar{C}}_{ij} = \bar{C}_{ij} - \operatorname{Min} \bar{C}_{ij}$$

Las diferencias se efectuarán primeramente por columnas obteniendo una matriz resultante que se utilizará para realizar las diferencias por renglones.

		T R A B A J O S Lo que debe hacerse							Cantidad de recursos disponibles.
		J_1	J_2	J_3	...	J_j	...	J_n	
RECURSOS	R_1	C_{11}	C_{12}	C_{13}	...	C_{1j}	...	C_{1n}	a_1
	R_2	C_{21}	C_{22}	C_{23}	...	C_{2j}	...	C_{2n}	a_2
	R_3	C_{31}	C_{32}	C_{33}	...	C_{3j}	...	C_{3n}	a_3
	.	.	.	.	...	.	...	.	.
	R_i	C_{i1}	C_{i2}	C_{i3}	...	C_{ij}	...	C_{in}	a_i
	.	.	.	.	...	.	...	.	.
	R_m	C_{m1}	C_{m2}	C_{m3}	...	C_{mj}	...	C_{mn}	a_m
		b_1	b_2	b_3	.	b_j	.	b_n	Cantidad de recursos requeridos.

FIG. 3-3. Matriz típica de un problema de asignación de recursos.

3. En la nueva matriz de costos selecciónese un cero en cada renglón y columna. Elimínese durante el proceso de selección la columna y el renglón que pertenece al cero seleccionado. Si al finalizar este paso se ha hecho una asignación completa de ceros, es decir, cada origen tiene un sólo destino y el destino tiene asignado un sólo origen , se ha encontrado la asignación óptima. En caso contrario continúe.
4. Este paso consta de seis secciones a saber:
   4.1. Marque cada renglón que no contiene un cero asignado.
   4.2. Marque cada columna que contiene un cero (no necesariamente asignado) en el renglón marcado en el paso 4.1.
   4.3. Marque cada renglón que contiene un cero asignado en la columna marcada en el paso 4.2.
   4.4. Repita los pasos 4.2. y 4.3. hasta que no se puedan marcar más renglones o columnas.
   4.5. Tache los renglones no marcados y las columnas marcadas.
   4.6. Seleccione el número más pequeño de los elementos no cubiertos por una tachadura horizontal o vertical. Reste ese elemento del resto de los no tachados y sume ese elemento a los tachados en cruz, es decir, por una tachadura horizontal y vertical. Los elementos cruzados por - una sóla tachadura no cambian. Regrese al paso 2.

A continuación aparece un ejemplo sobre un problema de asignación de recursos y su resolución por este método con el fin de lograr una mejor comprensión del mismo.

EJEMPLO:

El Gobierno va a construir tres proyectos "A", "B" y "C",- cuatro compañías constructoras están compitiendo por los proyectos. Por motivos políticos y de un reparto más equitativo se - decidió que cada empresa tendrá contrato por un sólo proyecto y que cada proyecto será realizado por una sóla compañía.

La siguiente matriz resume las cotizaciones de cada compañía por proyecto en millones de pesos.

Compañía -----> (filas); Proyecto ---------> (columnas)

	A	B	C
1	5	13	19
2	13	10	15
3	11	15	27
4	15	9	6

Metodología:

Paso 1:

	A	B	C	D
1	5	13	19	0
2	13	10	15	0
3	11	15	27	0
4	15	9	6	0

Paso 2:

	A	B	C	D
1	0	4	13	0
2	8	1	9	0
3	6	6	21	0
4	10	0	0	0

Paso 3:

	A	B	C	D
1	**0**	4	13	0
2	8	1	9	**0**
3	6	6	21	0
4	10	**0**	0	0

Asignaciones:

A - 1

D - 2

B - 4

Nota: Las asignaciones A-1, D-2 y B-4, no es la solución - óptima, ya que hubo un origen (C) y un destino (3) - que no fueron asignados; por lo tanto hay que continuar.

Paso 4:

	A	B	C	D	
1	**0**	4	13	0	
2	8	1	9	**0**	(4.3)
3	6	6	21	0	(4.1)
4	10	**0**	0	0	
				(4.2)	

	A	B	C	D
1	0	4	13	0
2	8	1	9	0
3	6	6	21	0
4	10	0	0	0

----- (4.5)

	A	B	C	D
1	0	4	13	1
2	7	0	8	0
3	5	5	20	0
4	10	0	0	1

Asignaciones:

A - 1

B - 2

C - 4

D - 3

Nota: Las asignaciones A-1, B-2, C-4 y D-3, conforman la solución óptima. Nótese que la compañía (3) no tendrá contrato, pues el proyecto (D) es ficticio y únicamente fue creado para balancear la matriz.

El costo total de realizar los tres proyectos es: (Ver matriz de costos original).

Asignaciones:	(A-1)	+	(B-2)	+	(C-4)	=	
Costo:	5'000,000	+	10'000,000	+	6'000,000	=	$21'000,000.00 pesos.

3.4.1.3. EL PROBLEMA GENERAL DE ASIGNACION LINEAL.

Como ya lo hemos mencionado, el problema general de asigna - ción implica recursos y actividades que se expresan en diferentes clases de unidades. Tomemos el ejemplo de una fábrica que manu - factura n diferentes productos en cantidades $x_1, x_2, \ldots, x_n$ utili zando combinaciones diversas de m máquinas distintas. Cada uni - dad de producto j requiere a_{ij} unidades de tiempo de la máquina - i (j=1, 2,..., n; i=1, 2,..., m). Considerando que una misma ac- tividad puede requerir más tiempo en una máquina que en otra, di- gamos una máquina antigua y una nueva. La cantidad total de tiem- po disponible en la iésima máquina es b_i por período de planea -- ción. Y por último, la utilidad que se obtiene por cada unidad - de producto j vendida es C_j. Toda esta información se arregla de una manera conveniente para su manejo posterior como se muestra - en la Tabla 3 - 4.

Este problema y muchos otros más del tipo de distribución, - pueden ser expresados como la optimización de una función lineal la cual denominaremos Z sujeta a una serie de desigualdades linea les que conocemos con el nombre de restricciones. Dicha optimiza ción se lleva a cabo por medio del procedimiento conocido como -- Método Simplex y cuya metodología se describe a continuación para posteriormente presentar un ejemplo numérico que nos auxiliará en la comprensión del mismo.

		Producto						Número de horas disponibles/ período de planeación.
		1	2	.	j	.	n	
Máquinas i=	1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1j}	...	a_{1n}	b_1
	2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2j}	...	a_{2n}	b_2
	.	.	.	...	.	...	.	.
	i	a_{i1}	a_{i2}	...	a_{ij}	...	a_{in}	b_i
	.	.	.	...	.	...	.	.
	m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mj}	...	a_{mn}	b_m
Utilidad/unidad		C_1	C_2	...	C_j	...	C_n	

TABLA 3 - 4. Número de unidades de tiempo que se necesitan para producir una unidad de cada producto.

METODOLOGIA:

1. Plantear el problema en forma de un Programa Lineal.
2. Transformar el programa lineal de la forma canónica a la forma estándar, es decir, cambiar las desigualdades por igualdades.
3. Encontrar la solución inicial factible y elaborar la tabla -- simplex inicial.
4. Calcular el renglón Z_j, realizando la suma de los productos -

de los elementos de cada columna por el elemento correspondiente de la columna etiquetada con C_i, en otras palabras esto es: $Z_j = \sum_{i=1}^{m} C_{ij}C_i$,en donde C_{ij} es el elemento i de la columna j-en la tabla simplex.

5. En este paso se decidirá si se continua el proceso o si se da por terminado. Calculamos el renglón C_j-Z_j y se llevará a cabo una de las siguientes elecciones:
   a) Si el proceso trata de maximizar, localizaremos la columna que tenga el número más positivo en este último renglón.
   b) Si el proceso trata de minimizar, localizaremos la columna que tenga el número más negativo.
   c) En caso de no poder llevar a cabo ninguna de las dos elecciones anteriores, significa que hemos terminado el proceso, obteniendo la solución óptima.

   La columna que sea elegida, se llamará columna pivote.
6. Calculamos la columna θ , dividiendo la columna b entre la columna pivote, realizando únicamente las divisiones que arrojen un número mayor que cero y diferente de infinito. A continuación, localizamos el renglón al cual corresponde el valor de - θ mínimo. A este renglón lo denominaremos renglón pivote.

   Al elemento de nuestra tabla que pertenezca tanto al renglón - como a la columna pivotes, lo conoceremos como elemento pivote.
7. Calcular el elemento pivote en forma unitaria, dividiendo el - renglón entre el valor del pivote, y transformar los demás renglones de manera tal que todos los demás elementos de la columna pivote sean iguales a cero, para lograr ésto, multiplicamos

el renglón pivote por el coeficiente que se desea transformar en cero y lo restamos al renglón al cual pertenece dicho coeficiente y regresamos al paso cuatro.

EJEMPLO:

En una pequeña planta se fabrican dos tipos de partes para -- automóvil. Compra piezas fundidas que posteriormente se maquinan, se taladran y se pulen. Los datos de la capacidad de proceso para cada parte se muestran a continuación:

Capacidad de:	Parte A	Parte B
Maquinado.	25 por hora.	40 por hora.
Taladrado.	28 " " .	35 " " .
Pulido.	35 " " .	25 " " .

Las piezas fundidas para la parte A cuestan $1,000.00 pesos - cada una; mientras el costo para la parte B es de $1,500.00 pesos. Estas se venden a $2,500.00 y $3,000.00 pesos respectivamente. - Las tres tareas tienen costos de operación de $10,000.00 pesos para el maquinado; $7,000.00 pesos para el taladrado y $8,750.00 pesos para el restante, por hora. Suponiendo que puede ser vendida cualquier combinación de partes A y B, ¿Cuál es la mezcla de productos que maximiza la utilidad?. Siguiendo la metodología descrita tenemos:

1. Debido a que se pide que se maximice la utilidad, debemos pri

meramente calcular la utilidad que se obtiene por cada tipo de parte que se fabrica, esto es:

	Parte A	Parte B
Maquinado	10,000/25 = 400.00	10,000/40 = 250.00
Taladro	7,000/28 = 250.00	7,000/35 = 200.00
Pulido	8,750/35 = 250.00	8,750/25 = 350.00
Compra	1,000.00	1,500.00
Costo total	1,900.00	2,300.00
Precio de venta	2,500.00	3,000.00
Utilidad	600.00	700.00

A partir de estos datos, observamos fácilmente que si hacemos x unidades de la parte A y y unidades de la parte B por hora, nuestra utilidad neta es de

$$Z = 600\,x + 700\,y$$

Debido a que para valores negativos de x y y no hay significado alguno, establecemos que

$$x \geq 0 \;; \qquad y \geq 0$$

Además, no nos es posible seleccionar arbitrariamente los valores de x y y, ya que existen limitaciones en la capacidad de procesamiento. Dichos límites nos producen los siguientes resultados

Maquinado	$(x/25) + (y/40) \leq 1$
Taladro	$(x/28) + (y/35) \leq 1$
Pulido	$(x/35) + (y/25) \leq 1$

Multiplicamos para eliminar fracciones y obtenemos

Maquinado	$40x + 25y \leq 1{,}000$	
Taladro	$35x + 28y \leq 980$	
Pulido	$25x + 35y \leq 875$	

Todo lo realizado hasta este punto, corresponde al planteamiento del problema en forma canónica, planteamos una ecuación que debe ser optimizada, llamamos a ésta, función objetivo y la denotamos con la letra Z, posteriormente, encontramos las restricciones denominadas de no negatividad y por último definimos una serie de restricciones de capacidad de procesamiento.

2. El segundo paso de la metodología pide que transformemos el programa lineal de la forma canónica a la forma estándar cambiando las desigualdades por igualdades. Esto es posible llevarse a cabo auxiliandonos de unas variables adicionales al problema, y a las que conoceremos con el nombre de variables de holgura. Requeriremos de tantas variables de holgura como restricciones existan en el problema (sin tomar en cuenta las restricciones de no negatividad). La manera de realizar lo pedido es la siguiente:

   Se sumará una variable de holgura a una restricción que contenga el símbolo $\leq$. Mientras que se restará una variable diferente para cada restricción en el caso de que la restricción incluya un símbolo $\geq$.

En el ejemplo que hemos planteado anteriormente, tendremos

$$\begin{aligned} 40x + 25y + u \qquad\qquad &= 1000 \\ 35x + 28y \qquad + v \qquad &= 980 \\ 25x + 35y \qquad\qquad + w &= 875 \end{aligned}$$

Y requerimos añadir nuevas restricciones de no negatividad - para las variables que acabamos de introducir en nuestro problema, estas son

$u \geq 0$; $v \geq 0$; $w \geq 0$.

3. El tercer paso consiste en la construcción de la tabla simplex inicial después de haber encontrado la solución inicial factible, para esto, igualamos las variables que no son de - holgura a cero y encontramos que:

$u = 1000$; $v = 980$; $w = 875$.

Posteriormente, considerando la solución desarrollada escribimos la tabla, quedándonos ésta de la siguiente manera:

		C_j	600	700	0	0	0
C_i	Activa	b	x	y	u	v	w
0	u	1000	40	25	1	0	0
0	v	980	35	28	0	1	0
0	w	875	25	35	0	0	1
	Z_j						
	$C_j - Z_j$						

4. Calculamos Z_j, obteniendo para cada columna, la suma de los productos de los elementos de ésta por el elemento correspondiente de la columna etiquetada con C_i, en otras palabras esto es: $Z_j = \sum_{i=1}^{m} C_{ij} C_i$, en donde C_{ij} es el elemento i de la columna j en la tabla simplex.

	b	x	y	u	v	w
Z_j	0	0	0	0	0	0

5. Calculamos el renglón $C_j - Z_j$. Ya que nuestro ejemplo trata de maximizar la utilidad, debemos realizar la elección correspondiente, que en este caso es (a). Para nuestro ejemplo vemos que:

	b	x	y	u	v	w
$C_j - Z_j$		600	700	0	0	0

Esto implica que nuestra columna pivote es y, ya que estamos maximizando la utilidad, como ya se mencionó y 700 es el número más positivo.

6. Calculamos ahora la columna θ. Siguiendo la metodología tenemos:

Activa	b	y	θ
u	1000	25	40
v	980	28	35
w	875	35	25

Observamos que nuestro renglón pivote será w.

7. Calculamos el elemento pivote en forma unitaria elaborando -- una nueva tabla en la que la variable activa con su correspondiente coeficiente que se encuentra en el renglón pivote, serán sustituídos por la variable y su coeficiente contenidos - en la columna pivote para posteriormente transformar los elementos de esta última en ceros. Regresamos al paso 4 y se repite el proceso hasta llegar a la solución óptima.

A continuación presentamos todas las iteraciones que se requirieron para resolver el problema de nuestro ejemplo, a través -

de tablas en las que se concentran todos los pasos de la metodología, excepto aquellos que indican la manera de formar nuestra tabla simplex inicial (pasos 1, 2 y 3). En dichas tablas se indican los pasos restantes de la metodología.

Cálculo de columna
Paso 6.

		C_j	600	700	0	0	0	
C_i	Activa	b	x	y	u	v	w	θ
0	u	1000	40	25	1	0	0	40
0	v	980	35	28	0	1	0	35
0	w	875	25	35	0	0	1	25
	Z_j	0	0	0	0	0	0	
	C_j-Z_j		600	700	0	0	0	

Elección renglón pivote. Paso 6.

Cálculo de renglón Z_j. Paso 4.

Elección de columna pivote. Paso 5.

Cálculo del renglón C_j-Z_j. Paso 5.

		C_j	600	700	0	0	0	
C_i	Activa	b	x	y	u	v	w	θ
0	u	375	22 1/7	0	1	0	-25/35	16 29/31
0	v	280	15	0	0	1	-4/5	18 2/3
700	w	25	25/35	1	0	0	1/35	35
	Z_j	17500	500	700	0	0	20	
	C_j-Z_j		100	0	0	0	-20	

Regresamos al Paso 4.

Paso 7. Dividimos entre 35. Multiplicamos por 28 y se lo restamos al renglón v. Multiplicamos por 25 y se lo restamos al renglón u.

		C_j	600	700	0	0	0
C_i	Activas	b	x	y	u	v	w
600	x	16 29/31	1	0	7/155	0	-1/31
0	v	25 30/31	0	0	-21/31	1	9 32/35
700	y	12 28/31	0	1	-1/31	0	8/155
	Z_j	19193 ½	600	700	4 16/31	0	16 24/31
	$C_j - Z_j$		0	0	4 16/31	0	16 24/31

Tabla Simplex Final que contiene Solución Optima.

Debido a que no hay números positivos que se puedan escoger en el renglón $C_j - Z_j$, decimos que llegamos a la solución óptima. Esto es:

$$x=16\ 29/31 \quad ; \quad y=12\ 28/31 \quad ; \quad v=25\ 30/31.$$

que como vemos son los valores que se encuentran en la columna b. Aquellas variables que no se encuentran en la columna de activas, tienen un valor igual a cero, es decir:

$$u=0 \quad ; \quad w=0.$$

Si sustituímos estos valores en nuestra función objetivo, tenemos:

$$Z = 600x + 700y =$$
$$= 600(16\ 29/31) + 700(12\ 28/31) =$$
$$= 10161.27 + 9032.23 = 19{,}193.50$$

Y, comprobando sustituyendo en nuestras restricciones en la forma estándar, tenemos:

$$40x + 25y + u =$$
$$= 40(16\ 29/31) + 25(12\ 28/31) + 0 =$$
$$= 677.4193 + 322.5807 + 0 = 1000$$

$$35x + 28y + v =$$
$$= 35(16\ 29/31) + 28(12\ 28/31) + 25\ 30/31 =$$
$$= 592.7419 + 361.2903 + 25.9677 = 980$$

$$25x + 35y + w =$$
$$= 25(16\ 29/31) + 35(12\ 28/31) + 0 =$$
$$= 423.3870 + 451.6130 = 875$$

3.4.2. PROBLEMAS DE INVENTARIO.

Un inventario está constituído de recursos utilizables que se encuentran ociosos.

Existe un problema de inventario si el volumen de recursos está sujeto a control y si hay, cuando menos, un costo que disminuya al aumentar el inventario.

Normalmente, el objetivo es minimizar el costo total (real o esperado). Sin embargo, si el inventario afecta la demanda - (el volumen solicitado por los clientes o usuarios), el objetivo puede ser maximizar las utilidades (reales o esperadas).

Las variables que pueden ser controladas, en combinación o separadamente son las siguientes:

1. La cantidad adquirida: (por compra, producción o algún otro medio); en otras palabras cuánto. Esto se puede fijar para cada tipo de recursos en forma separada o para todos en forma colectiva; por ejemplo, la compra o el nivel de producción, o ambos. Las decisiones acerca del número de puntos de almacenamiento también afectan el volumen de existencias.
2. La frecuencia o tiempo de abastecimiento; es decir, qué tan a menudo o cuándo.

El tomador de decisiones puede tener control sobre ambos o sólamente uno de estos tipos de variables controlables.

3. La etapa de acabado de los artículos almacenados. Mientras más avanzado es el grado de acabado de los artículos que se mantienen en inventario, menor es la demora en el suminis - tro a clientes, pero mayor es el costo de almacenamiento y viceversa.

   Además, los errores de pronóstico para artículos en existencia, tienden a incrementarse mientras más acabados estén -- éstos; por lo tanto, el factor de seguridad que se necesita para protegerse de la incertidumbre deberá ser mayor. Finalmente, el número de artículos diferentes que se deben almacenar crece muy rápido con los avances en el grado de acabado de los artículos almacenados.

En los problemas de inventario las variables no controla - bles se dividen en variables de costo y otras. Las variables - principales de cada tipo son las siguientes:

1. Costos de mantenimiento de inventario: son costos que se incrementan en proporción directa al crecimiento del inventario y al tiempo que van a permanecer almacenados los artículos. El componente más obvio y que es estrictamente proporcional al nivel de existencias y al tiempo es el costo del capital invertido. Este es un cargo que se refiere al interés y a menudo requiere una investigación cuidadosa.

   Además de los costos de capital debemos considerar los del mantenimiento del archivo y los cargos administrativos. Las existencias son poco útiles, a menos que sepamos si el artículo requerido está o no en ellas. Otros componentes impor tantes del costo de mantenimiento del inventario son:

a). Costos de manejo; éstos incluyen los costos de la labor de mover las existencias, grúas de capacidad adecuada, armazones para soportar barriles, montacargas y otro equipo usado para este propósito.

b). Costos de almacenamiento; renta del local o interés y depreciación de nuestro propio local.

c). Seguros e impuestos.

d). Costos de depreciación, deterioro y obsolescencia; éstos son particularmente importantes para artículos antiguos o que cambian químicamente durante el almacenamiento, tales como los alimentos.

2. Costos de déficit o multas: son costos que surgen cuando algún artículo que se demanda no se tiene en existencia. Un déficit puede no ocurrir si se pueden tomar medidas de emergencia de tal manera que las entregas se sigan haciendo, o se hagan antes de la fecha que requieren los clientes (en otras palabras, acelerar). Sin embargo, al tomar tales medidas hay involucrados costos de transporte más elevados (carga por avión en lugar de camión), aumento en los costos de arranque o costos de tiempo extra; costos administrativos o el costo de romper el programa de producción planeado. También puede existir el costo de equipo de producción de relevo que se use solamente en una emergencia, pero dicho equipo puede ser obsoleto o estar fuera de uso, lo que implicará costos de producción más altos que con el equipo regular. Por otra parte, los déficit pueden dar como resultado la can

celación de pedidos y las pérdidas de ventas que, a su vez,- pueden ocasionar pérdida de buen crédito.

Los costos de déficit se presentan en una de dos formas. La primera supone que los costos son proporcionales tanto al -- déficit, como al tiempo que éste dure. Esto es adecuado -- cuando los déficit se pueden satisfacer no surtiendo los pedidos de inmediato, pero sí antes de la fecha requerida por el cliente y de esta manera no dar como resultado una pérdida de demanda. Representa la pérdida de buen crédito o el - costo del equipo ocioso. La segunda representación implica un costo fijo cada vez que ocurre un déficit. Este costo cubre cuando menos la utilidad perdida por pedido y puede incluir un componente para cubrir las pérdidas de crédito.

3. **Costos debidos a los cambios en la tasa de producción:** incluyen costos de arranque que resultan de cambiar la tasa de -- producción desde cero a un volumen positivo. En el caso de una compra, implican los costos fijos administrativos de colocar un pedido.

   Otros costos que dependen de los cambios que se hagan a las tasas de producción son aquellos de contratación y adiestramiento de la mano de obra adicional, y los correspondientes al despido de personal. Luego, un gran número de bajas puede dar como resultado nuevas asignaciones para una gran parte de la fuerza laboral. Esto causa un proceso de aprendizaje, mientras que cada hombre se adapta en su nueva actividad. Durante tales trastornos las tasas de producción pueden ser relativamente bajas, los rechazos por inspección pueden ser altos, todo esto acompañado de costos elevados.

4. **Precio de compra o costos de producción directos:** el costo - unitario por artículo comprado puede depender de la cantidad que se compre debido a descuentos por volumen y otros. El - costo unitario por artículo producido también puede abatirse bastante debido a una gran eficiencia de hombres y máquinas en corridas largas de producción continua.

5. **Demanda:** el número de artículos que se requieren por período. Esto no es necesariamente la cantidad vendida, debido a que parte de la demanda puede no satisfacerse por déficit o demoras.

   La demanda puede ser o puede suponerse que es conocida con - exactitud. Si esto es cierto, cada decisión acerca del re - aprovisionamiento no tiene impacto sobre los costos que si - guen a las decisiones subsecuentes. Por otro lado, se pue - den presentar situaciones en las que la demanda se conoce sólo en forma probabilística, es decir, sujeta a una distribución de probabilidad. En tales casos, cada decisión puede - tener un impacto sobre las que le siguen.

6. **Tiempo de reorden:** el tiempo que transcurre entre la colocación del pedido y la llegada del artículo al almacén. Si éste es conocido y no es igual a cero y se conoce la demanda,- todo lo que se requiere hacer, es pedir con una anticipación igual al tiempo de reorden. Sin embargo, si es una variable que se conoce sólo probabilísticamente la pregunta de cuándo pedir es mucho más difícil. Si la demanda o el tiempo de re

orden se conocen sólo probabilísticamente, la cantidad y el tiempo de reabastecimiento se encuentran considerando costos esperados de mantenimiento de inventario y de ruptura sobre el período de tiempo de reorden.

7. **Cantidad entregada:** Si se pide una cantidad q para compra o producción, la cantidad entregada puede variar alrededor de q con una función de densidad de probabilidad conocida. Como puede verse, el efecto de dicha incertidumbre es el mismo que el de la incertidumbre relativa a la demanda o al tiempo de reorden.

Aunque los problemas de inventario pueden surgir en una amplia variedad de contextos, el área más común es la compra y producción de artículos. De aquí que la mayoría de las discusiones utilizarán ilustraciones extraídas de esta área, pero se deberá tener en mente el amplio rango de contextos a los que es aplicable cada discusión.

La Fig. 3 - 5 , muestra la estructura de un sistema típico de inventario. Dichos sistemas tienen una ecuación de balance - que relaciona las existencias en el tiempo t con aquellas en un tiempo posterior t'. Hagamos que I_t, sea la existencia en el -- tiempo t, S la cantidad adicionada al inventario en el intervalo de tiempo de t a t', y D la demanda. La existencia física en el tiempo t' está dada por:

$$I_{t'} = I_t + S - D$$

dado que la cantidad es positiva. Sin embargo, si la demanda excede a la oferta, la existencia física será cero. Para propósitos contables surgen dos situaciones posibles. Si el exceso de demanda estaba pendiente de surtirse y se satisfizo tan pronto como se tuvieron mercancías disponibles, es posible pensar en los pedidos pendientes, como inventario negativo y la ecuación mencionada anteriormente es válida para todos los valores de las variables. Por otro lado, si el exceso de demanda se pierde o se satisface de alguna manera especial (por compra de emergencia o aceleración de producción), éste no tiene efecto sobre el inventario e $I_{t'} = 0$ siempre que el segundo miembro sea negativo. Debe notarse que desde un punto de vista matemático ambas pérdidas de exceso de demanda y su satisfacción por medios especiales tienen el mismo efecto sobre el inventario, pero no sobre las ventas.

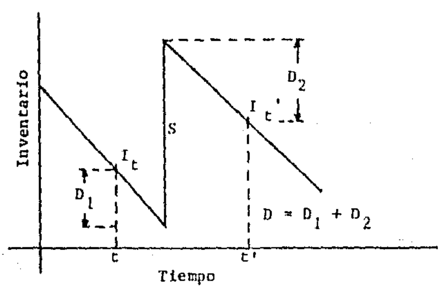


FIG. 3 - 5. Estructura de un sistema típico de inventario: $I_{t'} = I_t + S - D$.

En la mayoría de los problemas de inventario la variable controlable es la cantidad que se agrega al inventario, S. Se buscan las mejores cantidades y el mejor tiempo de abastecimiento. Eventualmente es posible controlar la demanda D, o alguna de sus propiedades.

A continuación consideraremos la forma de modelar problemas de inventarios sencillos.

3.4.2.1. EL PROBLEMA GENERAL DETERMINISTICO PARA UN ARTICULO Y UN NIVEL.

Las suposiciones determinísticas (es decir, conocimiento perfecto de los valores de los parámetros) que se utilizan en esta formulación son una sobresimplificación tosca de la mayoría de las situaciones reales. Sin embargo, dicha formulación se utiliza ampliamente con éxito considerable. En realidad, todos los modelos de situaciones de inventario son representaciones aproximadas de la realidad.

Al desarrollar un modelo determinístico general, evitaremos la mayoría de los detalles de las manipulaciones matemáticas. El análisis se lleva a cabo en tres etapas:

1. Encontrar una expresión para el costo promedio por unidad de tiempo.
2. Simplificar la expresión utilizando relaciones entre ciertas variables para reducir el número de ellas.

3. Encontrar el valor de las variables restantes que minimice el costo promedio.

La situación a considerar se encuentra ilustrada en la Fig.- 3 - 6.

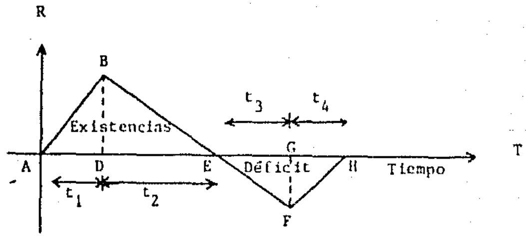


FIG. 3 - 6. Ciclo de inventario.

Supongamos que deseamos suministrar R unidades por período - de tiempo T a una tasa uniforme $k(> r)$. La producción se lleva a cabo a una tasa uniforme $r = R/T$, y los pedidos pendientes se - pueden surtir posteriormente, pero sin violar la fecha de entrega. Sean:

c_1 = costo de mantenimiento del inventario por unidad y por unidad de tiempo.

c_2 = costo de déficit por unidad y por unidad de tiempo.

c_3 = costo de arranque por lote de producción.

r = tasa de demanda.

k = tasa de producción.

q = cantidad producida por lote de producción.

K = costo promedio por unidad de tiempo.

t_1, t_2, t_3 y t_4 son los tiempos que se muestran en la Fig. - 3 - 6.

Esta figura, muestra un ciclo de inventario. Las existencias comienzan en cero y aumenta durante el período t_1. Luego disminuyen durante el período t_2 hasta llegar nuevamente a cero, a partir de este punto se acumulan muchos pedidos por surtir durante el período t_3. Al terminar t_3 comienza la producción y la cantidad de pedidos pendientes disminuye durante el período t_4 hasta llegar -- otra vez a cero. El ciclo se repite después de un tiempo total -- igual a $t_1 + t_2 + t_3 + t_4$.

En la Fig. 3 - 6, notamos que el costo de mantenimiento del inventario es igual a c_1 veces el área del triángulo ABE. La altura de este triángulo BD, es la máxima existencia, y se denotará -- por S y la base AE es $t_1 + t_2$. Esto implica que el costo de mantenimiento sea igual a:

$$\frac{c_1 S(t_1 + t_2)}{2}$$

Mientras, el costo de déficit es c_2 veces el área del triángulo EFH. La altura de éste es GT, y es el máximo déficit, y la denotaremos por s, y la base EH es igual a $t_3 + t_4$. Entonces tene -

mos que el costo del déficit es:

$$\frac{c_2 s(t_3 + t_4)}{2}$$

Sumando los costos de déficit y de mantenimiento del inventario al costo de arranque, y dividiendo entre el ciclo de tiempo, - lo que obtenemos es el costo promedio por unidad de tiempo K:

$$K = \frac{\frac{1}{2}\,[c_1 S(t_1 + t_2) + c_2 s(t_3 + t_4)] + c_3}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}$$

Hasta aquí, hemos completado la primera etapa de análisis, y continuamos ahora con la segunda.

A primera vista, K es una función de seis variables (S, s, t_1, t_2, t_3 y t_4), sin embargo, existen cuatro relaciones, que pueden - ser derivadas a partir de la figura antes expuesta, y las cuales - nos permiten eliminar todas las variables menos dos. Una política de inventario se da cuando sabemos qué tanto producir q, y cuándo comenzar la producción, y esto sucede cuando se conoce s. Sin embargo, el álgebra se simplifica si expresamos K en términos de t_2 y t_3, y luego se encuentran los valores óptimos de t_2 y t_3. Finalmente podemos utilizar las relaciones geométricas para encontrar - la q y s óptimas.

El inventario inicial es cero en el tiempo A, cuando comienza el ciclo y la producción continúa durante un período t_1, hasta D.

Durante este período se produce la cantidad kt_1, pero debido a que los pedidos se están surtiendo a una tasa r, el aumento neto del - inventario durante t_1 es $kt_1 - rt_1 = t_1(k - r)$, y ésta es la misma existencia S. Así:

$$S = t_1(k - r)$$

La existencia S, se utiliza durante el período t_2 y, debido a que la tasa de consumo es r, entonces:

$$S = t_2 r$$

Utilizando estas dos ecuaciones tenemos:

$$t_1 = \frac{S}{k - r} = \frac{t_2 r}{k - r}$$

Durante t_3 los déficit se acumulan a razón de r; por lo tanto:

$$s = t_3 r$$

Y durante t_4 la producción es a razón de k y la demanda permanece a razón de r, por lo que la tasa neta de reducción del déficit es $k - r$, y esto es:

$$s = t_4(k - r)$$

Esto implica que:

$$t_4 = \frac{s}{k - r} = \frac{t_3 r}{k - r}$$

Finalmente, debido a que el ciclo total es $t_1 + t_2 + t_3 + t_4$, y la producción es apenas suficiente para satisfacer la demanda te nemos:

$$q = r(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)$$

Utilizando las ecuaciones que encontramos, vemos que:

$$q = \frac{(t_2 + t_3)k}{k - r}$$

Sustituyendo las ecuaciones para t_1, s y t_4 en la ecuación -- original de K, obtenemos:

$$K = \frac{\frac{1}{2} kr\ (c_1 t_2{}^2 + c_2 t_3{}^2) + c_3(k - r)}{k(t_2 + t_3)}$$

Con esto hemos completado la segunda etapa, y sólo nos resta realizar la tercera.

Para encontrar los mejores valores de $t_2°$ y $t_3°$ a partir de - t_2 y t_3, diferenciamos K con respecto a t_2 y t_3 e igualamos a cero. Luego resolvemos las ecuaciones resultantes. Los resultados son:

$$t_2° = \sqrt{\frac{2c_2c_3(1 - r/k)}{r(c_1 + c_2)c_1}}$$

$$t_3° = \sqrt{\frac{2c_1c_3(1 - r/k)}{r(c_1 + c_2)c_2}}$$

Apoyándonos en las ecuaciones de S, t, s, t_4 y q, dadas anteriormente, encontramos:

$$q° = \sqrt{\left[\frac{2rc_3}{c_1} \right] \left[\frac{1}{1 - r/k} \right] \left[\frac{c_1 + c_2}{c_2} \right]}$$

$$s^{\circ} = \sqrt{\frac{2rc_1c_2c_3\ (1 - r/k)}{(c_1 + c_2)\ c_2}}$$

Por último, con los valores óptimos de las variables de decisión halladas, el valor mínimo de K es:

$$K^{\circ} = \left[\frac{2rc_1c_2c_3\ (1 - r/k)}{c_1 + c_2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Deliberadamente, hemos hecho un esbozo de un modelo determinístico general, aunque en la práctica se hacen más suposiciones para simplificar el problema.

A menudo sucede que la tasa de producción, k, es mucho mayor que la tasa de demanda, r, y en estos casos se puede despreciar el tiempo total de producción $(t_1 + t_2)$. Esto es equivalente a permitir que k tienda a infinito, y en este caso $1/k=0$ $(k-r)/k=1$. Cuando dividimos el numerador y el denominador de la segunda ecuación de K, entre k, y utlizamos los resultados, encontramos que para la producción instantánea:

$$K = \frac{\frac{1}{2}\ r(c_1t_2^{\ 2} + c_2t_3^{\ 2}) + c_3}{t_2 + t_3}$$

Entonces encontramos las nuevas ecuaciones óptimas para:

$$q^{\circ} = \sqrt{\left[\frac{2rc_3}{c_1} \right] \left[\frac{c_1 + c_2}{c_2} \right]}$$

$$s^\circ = \sqrt{\frac{2rc_1c_3}{c_2(c_1 + c_2)}}$$

$$K^\circ = \sqrt{\frac{2rc_1c_2c_3}{c_1 + c_2}}$$

Y puede obtenerse una simplificación adicional si no se permiten los déficit. Esto es equivalente a permitir que el costo del déficit c_2, tienda al infinito, en cuyo caso, la parte del déficit del ciclo, t_3, debe llegar a cero. Vale la pena observar que los déficit ocasionales son inevitables, a menos que tanto el tiempo de reorden como la tasa de demanda se puedan predecir sin error. En los modelos determinísticos precisamente hacemos esta suposición. Cuando c_2 tiende a infinito, la relación $c_2/(c_1 + c_2) = 1$. De aquí:

$$K = \frac{1}{2} rc_1t_2 + \frac{c_3}{t_2}$$

$$q^\circ = \sqrt{2r \frac{c_3}{c_1}}$$

$$s^\circ = 0$$

$$K^\circ = \sqrt{2rc_1c_3}$$

El resultado de q° es la fórmula clásica para el tamaño del lote económico. Por último, reiteramos las suposiciones sobre las cuales nos basamos, aunque en la práctica se usa a menudo aún cuan do no sea válida de una manera muy precisa.

a). La demanda obedece a una tasa fija conocida.
b). El tiempo de reorden es cero (o se conoce exactamente).
c). La producción es instantánea.
d). no se permiten los déficit.

Hasta ahora, a excepción de los costos de arranque, los costos de producción han sido ignorados. Esto se justifica en algunos casos si los costos de producción marginales son constantes por unidad y si toda la demanda se satisfizo eventualmente. Entonces, los costos totales de producción, excepto el de arranque, no dependen de la política del inventario. En el caso más general, podemos suponer que el costo de producir q unidades es una función decreciente, $f(q)$ con $f(0) = 0$.

En el caso de un costo de arranque, c_3, hay un salto inmediato de c_3, en el valor de $f(q)$ tan pronto como q es mayor que cero, y decimos que $f(q)$ es discontinua cuando $q=0$. A menudo hay otras discontinuidades en $f(q)$, que deben tratarse en forma especial al determinar el tamaño de los lotes.

Algunas veces existen descuentos en función de la cantidad; esto es, el costo por unidad depende del número que se compre de ellas. Por ejemplo, para compras hasta de 1000 unidades, el costo puede ser de $500.00 pesos. Para compras de más de 1000 unidades el costo unitario puede ser de $475.00 pesos. En tal caso sería más barato comprar 1000 unidades que cualquier cantidad entre 950 y 1000, aún si el excedente se tuviera que desperdiciar. En situaciones de este tipo puede ser más barato exceder el tamaño del lote económico para aprovechar el descuento.

Hagamos que r sea la tasa de demanda, C_1 el costo de mantener una unidad en inventario por unidad de tiempo, C_3 los costos fijos de colocación de pedido, p el costo variable por unidad si pedimos menos de Q, y p' (donde $p' < p$) el costo variable si pedimos más de Q. Entonces:

$$f(q) = \begin{cases} 0 & q = 0 \\ C_3 + qp & 0 < q < Q \\ C_3 + qp' & Q \leq q \end{cases}$$

El costo total por unidad de tiempo cuando pedimos por lotes de q, es:

$$K(q) = \begin{cases} \dfrac{C_3 r}{q} + pr + \dfrac{1}{2} C_1 q & 0 < q < Q \\[2ex] \dfrac{C_3 r}{q} + p'r + \dfrac{1}{2} C_1 q & Q \leq q \end{cases}$$

Así, K(q) tiene una discontinuidad cuando $q = Q$ y puede demostrarse que el mínimo valor de K ocurre cuando $dK/dq = 0$ ó en el -- punto de discontinuidad:

$$\frac{dK}{dq} = -\frac{C_3 r}{q^2} + \frac{1}{2} C_1$$

excepto en $q = Q$, donde no está definido. Esto hace a:

$$q^{\circ} = \sqrt{\frac{2C_3 r}{C_1}}$$

Debemos considerar ahora el caso en que $q^{\circ} > Q$, y el caso en el que $q^{\circ} < Q$.

Si $Q \leq q^{\circ}$, el valor mínimo de K se produce cuando $q = q^{\circ}$, y por analogía con la ecuación $K = 2rC_1C_3$, tenemos:

$$K^{\circ} = p'r + \sqrt{2C_1C_3r}$$

Si $Q > q^{\circ}$ y se compran q°, los costos serán:

$$pr + \sqrt{2C_1C_3r}$$

Por otro lado, si pedimos Q unidades y obtenemos el precio más bajo, los costos son:

$$p'r + \frac{C_3 r}{Q} + \frac{1}{2} C_1 Q$$

Por tanto, convendrá pedir Q sólamente cuando:

$$p - p' \quad \frac{1}{r} \left[\frac{C_3 r}{Q} + \frac{1}{2} C_1 Q - \sqrt{2C_1C_3r} \right]$$

Las situaciones posibles se muestran en la Fig. 3 - 7 .

El razonamiento que se ha utilizado en el caso que involucra una ruptura del precio puede aplicarse en casos en los que ocurran dos o más de estos cambios de precio.

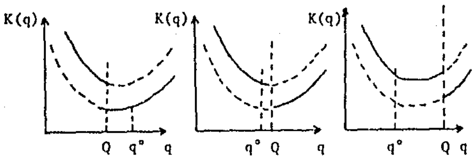


FIG. 3 - 7 . Tres posibles situaciones de precios quebrados. (a) $q° > Q$; (b) $q° < Q$; $K(Q) < K(q°)$; (c) $q° > Q$; -- $K(Q) > K(q°)$. Las curvas continuas son las de - costo real; las punteadas son los costos que se obtendrían sin las rupturas de precios.

En casos en los que pedidos de cantidades grandes requieren - tiempo extra, el costo unitario de producción se puede incrementar. Supongamos que cuando $q \leq Q$ cada unidad producida cuesta p, y cualquier unidad que se produzca en exceso sobre Q cuesta $p' > p$ por unidad. De esta manera, los costos de producción $f(q)$ están dados -- por:

$$f(q) = \begin{cases} 0 & q = 0 \\ C_3 + pq & 0 < q < Q \\ C_3 + pQ + p'(q - Q) & q \geq Q \end{cases}$$

Cuando $q \geq Q$, podemos escribir $f(q)$ en la forma alternativa -

$f(q) = C_3 - (p' - p)Q + p'q$. Como en otros casos, los casos totales por unidad de tiempo son:

$$K(q) = \begin{cases} \dfrac{C_3 r}{q} + pr + \dfrac{1}{2} C_1 q & 0 < q < Q \\ \dfrac{[C_3 - (p' - p)Q]r}{q} + p'r + \dfrac{1}{2} C_1 q & q \geq Q \end{cases}$$

Sería claro que para $q > 0$ la función $K(q)$ es continua; también es diferenciable cuando $q > 0$, excepto en $q = Q$. Para una función de este tipo, el mínimo ocurre en el punto donde $K'(q) = 0$ o en el que la derivada no está definida. Hay tres casos posibles que se muestran en la Fig. 3 - 8 . Para hacer más clara la exposición es conveniente escribir:

$$K_1(q) = \frac{C_3 r}{q} + pr + \frac{1}{2} C_1 q$$

$$K_2(q) = \frac{[C_3 - (p' - p)Q]r}{q} + p'r + \frac{1}{2} C_1 q$$

de manera que:

$$K(q) = \begin{cases} K_1(q) & q < Q \\ K_2(q) & q > Q \end{cases}$$

Nótese que $K_1(Q) = K_2(Q)$.

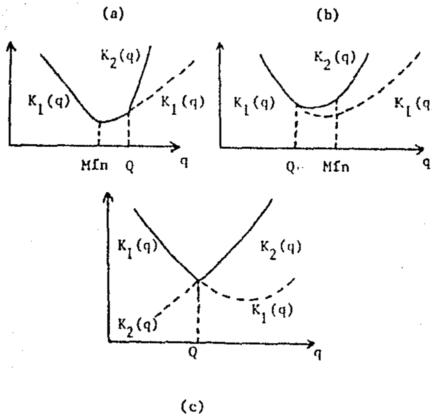


FIG. 3 - 8. Tres casos de ruptura de precios (a) $K_1'(q) = 0$ para alguna $q < Q$; $K_2'(q) > 0$ para toda $q > Q$. (b) $K_1'(q) > 0$ para toda $q < Q$; $K_2'(q) = 0$ para alguna $q > Q$. (c) $K_1'(q) < 0$ para toda $q < Q$; $K_2'(q) > 0$ para toda $q > Q$. El mínimo es cuando $q = Q$.

3.4.2.2. EL PROBLEMA DETERMINISTICO DE MUCHOS ARTICULOS Y UN NIVEL.

Cuando las existencias consisten de varios artículos, las limitaciones de capacidad de almacenamiento o de instalaciones de producción frecuentemente pueden impedir la consideración de cada artículo por separado. Los casos más sencillos pueden manejarse por medio de la técnica de los multiplicadores de Lagrange. Como un ejemplo considérense n artículos; para el i-ésimo artículo, el costo de arranque es C_{3i}, el costo de almacenamiento es C_{1i}, y la tasa de demanda es r_i. Por simplicidad supondremos que la producción es instantánea y que no se permiten déficit.

El costo total por unidad de tiempo es:

$$K = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{2} C_{1i} q_i + \frac{C_{3i} r_i}{q_i} \right)$$

donde q_i es la cantidad del pedido para el artículo i. Tenemos:

$$\frac{\partial K}{\partial q_i} = \frac{1}{2} C_{1i} - \frac{C_{3i} r_i}{q_i^2} \qquad i = 1, 2, \ldots, n.$$

y el valor óptimo de q_i es:

$$q_i^{\circ} = \sqrt{\frac{2 r_i C_{3i}}{C_{1i}}}$$

Si existe una limitación en los inventarios que requiera que el número promedio de todos los artículos en existencia no exceda de I, debemos minimizar K sujeta a la condición de que:

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} q_i \leq I$$

Si $\sum_{i=1}^{n} q_i^{\circ} < 2I$, no existe este problema; pero si no, se debe imponer la condición de igualdad reduciendo una o más de las q_i°.

Hacemos:

$$L = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{1}{2} C_{1i} q_i + \frac{C_{3i} r_i}{q_i} \right] + \lambda \left(\sum_{i=1}^{n} q_i - 2I \right)$$

(hasta que se satisfaga la restricción L = K). Ahora:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{2}{2} C_{1i} - \frac{C_{3i} r_i}{q_i^2} + \lambda = 0 \qquad i=1, 2, \ldots, n,$$

que conduce a:

$$q_i^{\circ} = \sqrt{\frac{2 C_{3i} r_i}{C_{1i} + 2}}$$

Ahora tenemos que encontrar λ tal que:

$$\sum_{i=1}^{n} q_i^{\circ} = 2I$$

Esto es lo mejor que se ha encontrado mediante ensayo y error.

Nótese que la q_i° se seleccionó de manera que $\partial K / \partial q_i = -\lambda$ para toda i. En otras palabras, se seleccionó tratando que el costo marginal de disminución de estas cantidades para cada artículo sea el mismo por unidad.

A continuación presentamos un ejemplo a fin de comprender lo anteriormente expuesto.

Ejemplo:

El consejo de administración de una compañía ha decidido que debido a las limitaciones de capital, el nivel de existencias promedio no debe exceder de 750 artículos de todos los tipos. La -- compañía fabrica tres productos y sucede lo siguiente. ¿Cuáles - son las cantidades óptimas que se deben producir?.

Producto	1	2	3
C_1	0.05	0.02	0.04
C_3	50	40	60
r	100	120	75

Cuando utilizamos la fórmula para el tamaño del lote económico, obtenemos:

Producto 1: $q_1^{\circ} = \sqrt{\dfrac{2X100X50}{0.05}} = 447$

Producto 2: $q_2^{\circ} = \sqrt{\dfrac{2X120X40}{0.02}} = 693$

Producto 3: $q_3^{\circ} = \sqrt{\dfrac{2X75X60}{0.04}} = 474$

El inventario promedio será la mitad de la suma de estas cantidades, que es 1614/2 = 807 y excede los 750 que se permiten. Por lo tanto, tenemos que utilizar la ecuación $q_i^{\circ} = \sqrt{\dfrac{2C_{3i}r_i}{C_{1i}+2}}$. Primero tratamos con λ = 0.005 y obtenemos:

Producto 1: $$q_1^{\circ} = \sqrt{\frac{2X100X50}{0.06}} = 409$$

Producto 2: $$q_2^{\circ} = \sqrt{\frac{2X120X40}{0.03}} = 566$$

Producto 3: $$q_3^{\circ} = \sqrt{\frac{2X75X60}{0.05}} = 424$$

Ahora el inventario promedio será $\frac{1}{2}(409+566+424) \simeq 700$. Debido a que es demasiado bajo, necesitamos un valor más pequeño de λ, y la mejor manera de encontrarlo es por interpolación.

Usando la ecuación de pendiente, con los siguientes valores, tenemos:

$X_1 = 700$ $\qquad Y_1 = 0$

$X_2 = 807$ $\qquad Y_2 = 0.005$

$X = 750$ $\qquad Y = ?$

$$Y = \frac{(0-0.005)(750-700)}{807-700} + 0.005 = 0.0023$$

Calculando nuevamente las cantidades óptimas, con $\lambda = 0.0023$, tenemos:

Producto 1: $$q_1^{\circ} = \sqrt{\frac{2X100X50}{0.0546}} = 427$$

Producto 2: $$q_2^{\circ} = \sqrt{\frac{2X120X40}{0.0246}} = 624$$

Producto 3: $$q_3^{\circ} = \sqrt{\frac{2X75X60}{0.0446}} = 449$$

El inventario promedio ahora es de 750, de manera que el problema queda resuelto.

3.4.2.3. PROBLEMAS PROBABILISTICOS.

En muchas situaciones no es posible predecir la demanda de una manera exacta debido a que el tiempo de reorden y los lotes no siempre pueden comenzarse cuando las existencias están en el nivel que requiere volver a pedir. Como consecuencia surge el concepto de una existencia de seguridad. Supongamos que hay un tiempo de reorden fijo conocido L entre la decisión de producir (o comprar) y las primeras entregas al inventario. En promedio, esperamos una demanda de $L\bar{r}$ artículos (en donde $\bar{r}$ es la tasa de demanda promedio) durante este tiempo. Por tanto, colocaríamos pedidos cuando menos en el momento en que las existencias alcancen $L\bar{r}$. Tal política daría como resultado déficit casi la mitad del tiempo. Para evitar esto, agregamos una existencia de seguridad de b unidades y colocamos el pedido cuando las existencias lleguen a $L\bar{r} + b = s$, donde b se escoge de manera que la probabilidad de déficit sea pequeña, digamos 0.05 o 0.01. Estrictamente hablando, la selección de b implica los costos relativos de mantenimiento del inventario y déficit, y un análisis más cuidadoso muestra que b y q no se pueden optimizar en forma independiente.

Políticas de este tipo, donde las existencias se manejan bajo revisiones continuas y se colocan pedidos por cantidades fijas --

siempre que las existencias lleguen a un nivel predeterminado, a veces se llaman "políticas de dos depósitos". Supongamos que deseamos pedir una cantidad q siempre que las existencias lleguen a un nivel s. Un dispositivo de control sencillo, adecuado para artículos pequeños, es tener dos recipientes (depósitos), uno de los cuales contiene el inventario q y el otro s. Tan pronto como el depósito que contiene q queda vacio, se coloca un pedido, y se utiliza el contenido del depósito que contiene s hasta que el artículo llega. Cuando se surte el pedido, llenamos el depósito con capacidad s y ponemos el resto en el que tiene capacidad q. Esto, automáticamente tiene en cuenta las reórdenes, sin necesidad de registros escritos.

Debe notarse que si el tiempo de reorden se conoce solamente sujeto a una distribución de probabilidad, la tasa de demanda es constante y conocida, el efecto es casi el mismo que produce un tiempo de reorden conocido y una demanda variable. En cualquier caso, el punto de reorden se toma de manera que la probabilidad de déficit durante el tiempo de reorden sea adecuadamente baja, digamos igual a α. Esto significa que en el caso de un tiempo de reorden fijo y conocido, tendríamos que predecir la distribución de demanda sobre el tiempo de reorden y luego seleccionar el volumen de demanda que solamente sería excedido por una función α del tiempo. Con una tasa de demanda conocida, digamos r, necesitaríamos reordenar cuando las existencias llegaran a s, donde la probabilidad del tiempo de reorden excede s/r es α. En algunos casos tendremos que considerar, en conjunto, la distri bución de la tasa de demanda y la del tiempo de reorden.

Es evidente que entre más precisa sea la predicción de la demanda se requerirá una menor existencia de seguridad.

Política de revisión periódica: En algunas circunstancias no es posible mantener una revisión contínua de las existencias, pero se pueden revisar a intervalos fijos. Si la política utilizada en tales situaciones requiere un lote de producción en cada revisión, hay dos decisiones que deberán tomarse:

1. ¿Con cuánta frecuencia debería hacerse la revisión?.
2. ¿Qué cantidad debería hacerse después de cada revisión?.

Algunas veces la política pide una revisión a intervalos fijos, y entonces necesitamos decidir si producimos o no antes de determinar la cantidad que se debe producir. Las fórmulas exactas para estas situaciones no son sencillas, ya que requieren cierta habilidad para manejar los tipos de integrales que aparecen cuando se calculan esperanzas de costos. El modelo general de análisis consiste en encontrar una expresión que surgiría para los costos si se conociera la demanda exactamente. Generalmente, hay dos casos a considerar dependiendo de si las existencias son suficientes para satisfacer la demanda o no. Debido a que no conocemos la demanda a priori, sino solamente la probabilidad de varias cantidades, promediamos los costos sobre las posibles demandas. Esto se hace multiplicando por las probabilidades y después sumando o integrando. Luego, es posible encontrar los valores óptimos de las variables de decisión.

Además de la manipulación matemática que se necesita para producir fórmulas apropiadas, se requiere un trabajo numérico considerable para obtener estimaciones en casos particulares, esto requiere las más de las veces el uso de una computadora, y los costos que esta implica, en muchos casos no pueden justificarse, ya sea debido a que los ahorros teóricos con respecto a aproximaciones más simples son pequeños o a que las imprecisiones en los datos sobre costos o demandas son demasiado grandes para los beneficios de un cálculo refinado. Por estas razones, la fórmula para determinar el tamaño del lote económico con pronósticos de demandas sobre el tiempo de reorden, se usa ampliamente en problemas prácticos de control de existencias.

3.4.3. EL PROBLEMA DE REEMPLAZO Y MANTENIMIENTO.

Casi todo equipo industrial se deteriora con la edad o el uso, a menos que se tomen medidas para conservarlo o mantenerlo. En algunas ocasiones en lugar de conservarlo puede ser más económico reemplazarlo por otro. A menudo sucede que se sustituyen artículos no porque no cumplan con las normas de diseño, sino porque hay equipo más moderno que cumple con normas superiores. En esta sección consideraremos los lineamientos para tomar decisiones acerca del reemplazo y la conservación o mantenimiento. En la práctica existe cierto traslape entre los dos problemas mencionados, ya que la mayoría de las actividades de mantenimiento y las reparaciones consisten en reemplazar lo que se llama subensambles. Sin embargo, para propósitos de análisis estableceremos tres tipos de problemas:

1. El equipo de operación mayor, que a menudo se puede utilizar indefinidamente, pero a un costo que aumenta proporcionalmente a la edad.
2. Equipo que se reemplaza antes que falle completamente, cuya probabilidad de falla aumenta con la edad.
3. La elección de un programa de mantenimiento preventivo, que se diseña para reducir la probabilidad de falla.

3.4.3.1. PRIMER PROBLEMA DE REEMPLAZO: EQUIPO DE OPERACION.

Cuando contamos con equipo de operación mayor, buscamos la vida óptima del mismo debido a que cuando la edad avanza éste reduce su eficiencia. La finalidad es balancear los costos de operación incrementados y los costos anuales de depreciación. En otras palabras, requerimos encontrar la frecuencia de reemplazo, para fines explicativos, haremos uso de un ejemplo, ya que éste, permitirá una mayor facilidad de exposición, y por ende, de comprensión.

Supongamos que operamos un camión que cuando se adquirió nuevo costó $1'000,000.00 pesos, necesitamos además, hacer una serie de estimaciones, las cuales mostramos en la Tabla 3- 9 , en donde - el valor de rescate es la cantidad a la cual el camión podría venderse al final del año, y los costos de operación son debidos a la gasolina, impuestos, mantenimiento preventivo y reparaciones durante el año.

(Miles de pesos)

Año	1	2	3	4	5	6	7
Valor de rescate	1'000	666.5	500	375	250	150	150
Costos de operación.	300	350	400	450	500	600	750

TABLA 3 - 9 .

A partir de esta tabla, podemos obtener los datos mostrados - en la Tabla 3 - 10 , que aparece a continuación. En esta tabla el costo total de operación para un año dado es igual a la suma de los costos de operación desde el año uno hasta el año en cuestión, esto en otras palabras es: $CTO_n = \sum_{i=1}^{n} CT$; la depreciación es igual a la diferencia entre el precio de compra menos el valor de rescate;

el costo total es la suma del costo total de operación más la depreciación correspondiente, y por último, el costo anual, o costo promedio, es la razón del costo total entre la edad de reemplazo.

(Miles de pesos)

Edad de reemplazo	1	2	3	4	5	6	7
Costo total de operación.	300	650	1'050	1'500	2'000	2'600	3'350
Depreciación.	500	833.5	1'000	1'125	1'250	1'350	1'350
Costo total.	800	1'483.5	2'050	2'625	3'250	3'950	4'700
costo anual.	800	741.5	683.5	656	650	658.5	671.5

TABLA 3 - 10.

La frecuencia de reemplazo, corresponderá al costo anual o -- promedio más bajo, en este caso, será, evidentemente al finalizar el quinto año, pero dado que las diferencias en los costos de reemplazo entre los años 3 y 7 son tan pequeñas, para propósitos prácticos podríamos elegir cualquier edad en ese intervalo. Sin embargo, debe tenerse en cuenta, al interpretar los datos, que los costos son sólamente estimaciones y que la decisión final podría de-- pender del precio al cual puede comprarse un camión nuevo.

Este razonamiento puede ser utilizado para decidir cuál de varias piezas de un equipo deberían comprarse cuando existan varias alternativas. Calculamos el costo promedio por año para cada uno, suponiendo su reemplazo a la edad óptima (no necesita ser la misma para todos los artículos bajo consideración). Luego, podemos escoger el artículo con el costo promedio más bajo.

Nótese que este razonamiento supone implícitamente, como ya lo mencionamos anteriormente, que necesitamos el equipo durante un tiempo indefinido en el futuro. Pero esto no debe ser necesariamente así. Supongamos ahora que tenemos los mismos datos de la Tabla 3 - 9 , pero que sólo necesitamos un camión para los siguientes siete años y el camión que tenemos tiene un año de uso. Para determinar la política a seguir, construímos la Tabla 3 - 11, en la cual, todos los costos están a partir de la edad de un año y el correspondiente a la edad considerada.

(Miles de pesos)

Edad de reemplazo	2	3	4	5	6	7
Costo total de operación.	350	750	1'200	1'700	2'300	3'050
Depreciación.	333.5	500	625	750	850	850
Costo anual	683.5	1'250	1'825	2'450	3'150	3'900

TABLA 3 - 11.

Además de los costos que ocurren durante la vida que le resta a nuestro camión, tendremos el costo de un camión nuevo para el balance de los siete años. Por ejemplo, en caso de que reemplazaramos nuestro camión a los cinco años, necesitaremos comprar un camión para los años restantes a un costo de $2'050,000.00 pesos. Así, durante los siete años el costo debería ser: 2'050,000.00 + 2'450,000.00 = $4'500,000.00 pesos. Si examinamos las otras posibles edades para el reemplazo del camión actual, obtendremos la Tabla 3 - 12.

(Miles de pesos)

Edad de reemplazo para el camión actual	2	3	4	5	6	7
Costo del camión actual.	683.5	1'250	1'850	2'450	3'150	3'900
Costo para un camión nuevo.	3'950	3'250	2'625	2'050	1'483.5	800
Costo total.	4'638	4'500	4'450	4'500	4'633	4'700

TABLA 3 - 12.

Observando esta tabla, reemplazaremos nuestro camión a los cuatro años y compraremos uno nuevo para los últimos cuatro años.

El análisis anterior fue planteado considerando que somos indiferentes al tiempo en que se gasta el dinero. En el caso de que tengamos que pedir prestado, o de hacer inversiones alternativas disponibles, es posible que no suceda así. Supondremos que el dinero gana una tasa de interés i, por año. De esta manera, un peso invertido valdrá $(1 + i)$ después de un año, $(1 + i)^2$ después de dos años, y $(1 + i)^n$ después de n años. Así, si tenemos que pagar un peso durante un período de tiempo de n años, equivaldrá a pagar en la actualidad $(1 + i)^{-n}$. Por lo tanto, decimos que el valor presente de un peso pagadero en n años es $(1 + i)^{-n}$, o si hacemos $v = (1 + i)^{-1}$, entonces el valor presente es v^n.

Supongamos ahora que un camión nuevo cuesta C y que el valor de rescate al final del año n es S_n. Y hagamos que el costo de operación durante el año n sea R_n, dado que se paga al principio del año.[10]

En el caso de que reemplazaramos el camión al final del año - k, el valor presente de todos los costos es:

$$C - v^k S_k + \sum_{n=0}^{k-1} v^n R_n$$

Un valor presente de P es equivalente a pagos de x al principio de cada año durante los k años, donde:

$$P = x + vx^2 + \ldots + vx^{k-1} =$$

$$= \frac{x(1 - v^k)}{1 - v} \; .$$

Por lo tanto:

$$x = \frac{P(1 - v)}{(1 - v^k)} \; .$$

10. Si los costos ocurren durante el año pueden descontarse al principio del - mismo. Podríamos suponer que los costos ocurren en forma continua durante el - año, en cuyo caso el descuento necesitaría la utilización de cálculo integral. Para la mayoría de los problemas del tipo considerado, se obtiene precisión suponiendo que los gastos se llevan a cabo a la mitad del año. Sea 'j' la tasa - de interés semestral e 'i' la tasa anual. Luego, un peso invertido en seis meses se vuelve $(1 + j)$ pesos y si esto se invierte en el segundo semestre, el total al final del año es $(1 + j)^2$ pesos. Por tanto:

$$1 + i = (1 + j)^2 \qquad o \qquad 1 + j = \sqrt{(1 + i)}.$$

Se deduce que un peso pagadero en un semestre tiene un valor presente de - $1/\sqrt{(1 + i)} = \sqrt{v}$.

y el valor presente de todos los pagos durante la vida del camión es equivalente a pagos anuales fijos de:

$$X = \frac{[C - v^k S_k + \sum_{n=0}^{k-1} v^n R_n](1 - v)}{1 - v^k}$$

Queremos seleccionar k de manera que el costo fijo equivalente se haga mínimo, o lo que es lo mismo, minimizar $X/(1 + v)$, lo que denotaremos por $f(k)$:

$$f(k) = \frac{C - v^k S_k + \sum_{n=0}^{k-1} v^n R_n}{1 - v^k}$$

La mejor forma de calcular la k óptima es tabular $f(k)$.

Debe notarse nuevamente que el razonamiento deberá modificarse en caso de no necesitarse el camión indefinidamente.

El ejemplo numérico que plantearemos será nuevamente el problema del camión, que ya dimos al principio de esta sección (3.4.3.1.) haciendo uso de los datos de la Tabla 3 - 9, y una tasa de interés del diez por ciento anual. Supondremos que los costos de operación se pueden tratar como si ocurrieran a medio año y se descontarán al principio del año; como ya vimos anteriormente, para hacerlo así, los multiplicaremos por $(1 + i)^{-1/2} = v^{1/2}$. Cuando el interés es del 10%, calcularemos $v^{1/2} = 1/\sqrt{1.1} = 0.95346$. Los cálculos necesarios están resumidos en la Tabla 3 - 13.

(Miles de pesos)

1. Año, n	1	2	3	4	5	6
2. Costo de operación (a medio año) R_n'	300	350	400	450	500	600
3. Costo de operación (a principio del año) $R_n = v^{1/2} R_n'$	286.05	333.7	381.4	429.05	476.75	572.1
4. v^n	0.9091	0.8264	0.7513	0.6830	0.6209	0.5645
5. Valor de rescate (a fin de año) S_n	1'000	666.5	500	375	250	150
6. Costo de operación descontado $v^{n-1} R_n$	286.05	303.35	315.2	322.3	325.6	355.2
7. Costo total de operación descontado $v^{n-1} R_n$	286.05	588.95	904.15	1'226.65	1'552.1	1'907.3
8. Valor de rescate descontado $v^n S_n$	909.1	550.8	375.65	256.15	155.2	84.55
9. Costos totales descontados (incluyendo compras)	876.95	1'538.15	2'028.5	2'470.35	2'896.9	3'322.75
10. f(n)	964.75	886.05	815.65	779.3	764.15	779.25

TABLA 3 - 13.

En esta tabla se encuentran las explicaciones para los renglones de la misma, excepto el 9 y el 10. El renglón nueve es el precio de compra (1'500,000.00 pesos) más los costos de operación descontados (renglón 7), menos el valor de rescate descontado (renglón 8); y finalmente, el renglón diez, es igual al renglón 9, dividido entre $1-v^n$.

Puede observarse que el descuento no ha afectado el período de reemplazo óptimo, que aún es de cinco años. Con frecuencia sucederá que el interés produzca poca o ninguna diferencia en la edad de reemplazo óptima, especialmente para artículos que duran sólamente unos cuantos años. Sin embargo, el interés puede afectar la manera de obtener utilidades. En este ejemplo, el costo anual constante equivalente (con cinco años de vida) es:

$$(1 - v)\ f(k) = (0.0909)(764.150) = \$\ 694,700.00 \text{ pesos.}$$

Esta cifra puede ser comparada con un costo anual de $ 650,000. pesos (Ver Tabla 3 - 10) en que no se cargó ningún interés. En otras palabras, el camión tendría que producir una renta anual de $650,000.00 pesos para salir sin pérdidas ni ganancias en el caso de que no estuviésemos cargando interés, y una renta de $694,700.00 pesos si se pudiera hacer que los fondos que se utilizan para comprar y operar el camión ganaran diez por ciento cuando se invirtiera en otra cosa.

3.4.3.2. SEGUNDO PROBLEMA DE REEMPLAZO: REEMPLAZO ANTICIPANDOSE A LA FALLA.

En la sección anterior, consideramos equipo que se desgasta o se deteriora con el uso, de manera que los costos de operación tienden a incrementarse con el tiempo. Luego balanceamos los costos de operación incrementados contra la depreciación decrementada, de manera que se pudiera encontrar la vida óptima. Ahora consideraremos los artículos que presentan fallas repentinas, precipitan dose así los costos de falla. Estos pueden ser muy altos si son comparados con el mismo valor del artículo. Esto es, por ejemplo que una falla puede causar pérdidas mayores a la del artículo que ha fallado, como pueden ser pérdidas de artículos mayores y más - costosos, disminuyendo niveles de producción, o la obtención de - productos dañados o defectuosos, y en el peor de los casos, pue-- den implicar riesgos de seguridad para el personal.

Con el fin de evitar los costos producidos por fallas repentinas, trataremos de predecir cuándo se presenta la mayor probabi lidad de que éstas ocurran, y procuraremos reemplazar la pieza -- antes de que ésta falle realmente. En algunas ocasiones, la inspección revela pequeños defectos, que no afectan directamente el funcionamiento de la pieza, pero anuncian la probabilidad de que falle en un plazo no muy lejano. Con esto, surge la pregunta de qué tan frecuentemente deberán hacerse las inspecciones. Aunque la inspección no revele información útil, a menudo nos permitirá predecir el tiempo en que ocurrirá una falla, conociendo la dis - tribución de probabilidad de la edad a la cual ocurre la falla.

Revisaremos ahora la manera en que puede ser utilizado el co nocimiento de la probabilidad de falla, en la determinación de la política de reemplazo. Consideremos una mina de carbón natural,- en la cual el carbón es fraccionado y cargado sobre una banda -- transportadora que corre a lo largo del área de trabajo y que tie ne aproximadamente 100 metros de longitud. Si la banda se rompe, la carga se detiene y en promedio se perderá la octava parte del carbón de un turno mientras se repara. El carbón total de un turno pudiera ser de 500 toneladas con un precio de salida de mina - de \$ 6,000.00 pesos por tonelada. De esta manera, la pérdida resultante por falla de la banda es de aproximadamente \$ 375,000.00 pesos; sumándose el costo de reemplazo, que pudiera ser de \$ 250,000.00 pesos en promedio, después de descontar el valor de rescate. La probabilidad de falla se encuentra dada en la Tabla 3 -14.

Turnos a partir del reemplazo	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Probabilidad de falla si no falló previamente (%)	0	4	9	14	19	26	33	40	47	54	61	68	76	84	92	100

TABLA 3 - 14.

La pregunta ahora es ¿Cuándo debe ser reemplazada la banda?. (el reemplazo puede hacerse durante un turno nocturno, ya que en - éstos no se fracciona el carbón). Procederemos a determinar la mejor edad de reemplazo (es decir, número de turnos) de manera que - se haga mínimo el costo promedio por turno. Sean t la edad de reemplazo y θ_t, el número promedio de turnos por banda. Hagamos -- que p_x sea la probabilidad de que la banda falle a la edad x; consideremos un gran número N de bandas nuevas. Debido a que una --

fracción p_x durará un tiempo $x(x<t)$ y otra fracción $p_t + p_{t+1} + + p_{t+2} + \ldots$ se cambiará en el tiempo t, el número total de "turnos - por banda" obtenido es:

$$Np_1 + 2Np_2 + 3Np_3 + \ldots + (t-1)Np_{t-1} + tN(p_t + p_{t+1} + \ldots);$$

dividiendo entre el número de bandas N, obtenemos la vida promedio θ_t. Los términos en θ_t pueden reagruparse para producir una expresión ordenada:

$$\begin{aligned}\theta_t = &(p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_t + p_{t+1} + \ldots)\\ + &(p_2 + p_3 + \ldots + p_t + p_{t+1} + \ldots)\\ + &(p_3 + \ldots + p_t + p_{t+1} + \ldots)\\ + &\\ &\vdots\\ + &(p_{t-1} + p_t + p_{t+1} + \ldots)\\ + &(p_t + p_{t+1} + \ldots)\end{aligned}$$

Si definimos P_x como la probabilidad de falla después de la - edad x, los términos entre paréntesis son P_0, P_1, ..., P_{t-1} y :

$$\theta_t = P_0 + P_1 + \ldots + P_{t-1};$$

el siguiente paso es encontrar el costo durante un gran número de turnos, T. En el tiempo T utilizaremos T/θ_t bandas, y una fracción p_x fallará a una edad x. La fracción total que falla es $p_0 + p_1 + p_2 + \ldots + p_{t-1}$, y el resto se reemplazará a la edad de t antes de que falle. Por lo tanto $T(p_0 + p_1 + \ldots + p_{t-1})/\theta_t =$ -

$= T(1 - P_{t-1})/\theta_t$ fallará, y TP_{t-1}/θ_t se reemplazarán a la edad de t sin que hallan fallado. El costo durante el tiempo T es: $[625{,}000T\ (1 - P_{t-1}) + 250{,}000TP_{t-1}]/\ \theta_t$ y dividiendo entre T,- obtendremos el costo promedio por turno:

$$K_t = \frac{625{,}000(1 - P_{t-1}) + 250{,}000\ P_{t-1}}{\theta_t} =$$

$$= \frac{625{,}000 - 375{,}000\ P_{t-1}}{\theta_t}$$

Tabulamos K_t, con el fin de determinar el mejor valor t, calculamos antes P_{t-1}. La probabilidad de falla a la edad x, cuando no ha ocurrido una falla anteriormente, se da en la Tabla 3 -14 . Si denotamos esta probabilidad por q_x, entonces:

$$q_x = \frac{p_x}{P_{x-1}} \qquad \text{es decir} \qquad p_x = P_{x-1}q_x$$

A partir de la Tabla 3 - 14, observamos que no ocurre falla sino hasta la edad 11; así:

P_{10} = Probabilidad de falla después de la edad 10 = 1.0

Haciendo uso nuevamente de la Tabla 3 - 14 , observamos que $q_{11} = 0.04$, si consideramos las dos ecuaciones anteriores obtenemos: $p_{11} = 0.04$

Ahora $P_{11} = 1 - (p_0 + p_1 + \ldots + p_{11}) = 1 - 0.04 = 0.96$, -- por lo tanto:

$p_{12} = 0.96\ (0.09) = 0.0864$

En consecuencia, $P_{12} = 1 - (0.04 + 0.0864) = 0.8736$ y $p_{12} = 0.8736(0.14) = 0.1223$. Continuamos los cálculos obteniendo la Tabla 3 - 15 .

x	10	11	12	13	14	15
$p_x =$	0	0.04	0.0864	0.1223	0.1429	0.1583
$P_x =$	1.0	0.96	0.8736	0.7519	0.6090	0.4507
$\theta_x = \sum_{i=0}^{x-1} P_i$	10	11	11.96	12.83	13.59	14.19
$625{,}000 - 375{,}000P_{x-1}$	250,000	250,000	265,000	296,400	343,050	96,650
$K_x =$	25,000	22,800	22,150	23,100	25,250	28,100

TABLA 3 - 15 .

Los primeros cuatro renglones de esta tabla dan x, p_x, P_x y θ_x. El siguiente renglón da $625{,}000 - 375{,}000P_{x-1}$, que es el costo promedio por banda y el último renglón da K_x, que es el -- costo promedio por turno. Observamos que evidentemente, la banda debe cambiarse después de 12 turnos si no ha fallado previamente.

Debe observarse que el reemplazo preventivo no siempre puede justificarse. Particularmente, cuando la probabilidad condicional de falla es independiente de la edad, existe la misma oportuni -- dad de que una pieza nueva falle como de que lo haga una usada y el reemplazo preventivo no se utiliza. Esta situación surge cuando la causa principal de falla es un accidente. Evidentemente, -

si los costos adicionales de falla son muy pequeños, puede no tener objeto tratar de anticiparse a ellos.

La expresión general para K_t, cuando C_F es el costo de una falla (incluyendo el reemplazo) y C_R es el costo del reemplazo sólo, es:

$$K_t = \frac{C_F - (C_F - C_R)P_{t-1}}{\theta_t}$$

Ahora bien, dentro de los problemas de equipo que se reemplaza antes de que falle completamente, existe el denominado reemplazo por grupo, en el que, como veremos más adelante, el reemplazo anticipándose a la falla se refiere a un sistema que contiene un gran número de piezas de bajo e idéntico costo que están expuestas a fallar incrementalmente con la edad y que hay un costo de arranque para el reemplazo que es independiente del número de piezas reemplazado. En tales casos, puede ser ventajoso reemplazar todas las piezas a intervalos fijos. El reemplazo por grupo es particularmente ventajoso cuando el valor de cualquier pieza individual es tan pequeño, que el costo de llevar registros de edades individuales no se justifica. El ejemplo clásico de la política de reemplazo por grupo es la que se utiliza para reemplazar focos del alumbrado público, el costo principal del reemplazo es el de llevar una tripulación a cambiar el foco fundido. Una vez que la tripulación está en la calle, el costo de mano de obra adicional de reemplazar cada foco es extremadamente pequeño.

El modelo más sencillo de una política de reemplazo por grupo es aquel que supone que los artículos que fallan en el intervalo de tiempo kt a (k + 1)t se reemplazan individualmente en el tiempo (k +1)t y que todos los artículos del sistema se cambian a intervalos nt. Por ejemplo, los artículos que fallaron se -- reemplazan al final de la semana en que ocurrió la falla y todos los artículos se cambian cada 26 semanas. Nótese que cuando -- ocurre un reemplazo por grupo, todos los artículos se cambian, - incluyendo algunos que, habiendo sido reemplazados antes, pueden estar casi nuevos.

Hagamos que p_k sea la probabilidad de que un artículo nuevo falle en el intervalo de kt a (k + 1)t, y que C_I sea el costo de reemplazar un artículo individual que ha fallado. Además, -- sea C_G el costo por artículo cuando se reemplazan todos los artículos en grupo.

METODOLOGIA:

1. Comenzamos por suponer que el sistema tiene un gran número N de artículos nuevos en el tiempo cero y calculamos su reemplazo en los tiempos t, 2t, 3t, ..., (n - 1)t. En el tiempo nt se reemplazan todos los artículos. Vamos a hacer que el reemplazo en el tiempo kt sea igual a f_k. De los reemplazos en el tiempo (k - 1)t, habrá una fracción p_0 que fallará cer

ca de kt; de los reemplazos en el tiempo (k - 2)t, una fracción p_1 fallará entre (k - 1)t y kt; de los reemplazos en el tiempo (k - 3)t, una fracción p_2 fallará entre (k - 2)t y kt y así sucesivamente. De esta manera obtenemos las ecuaciones:

$$
\begin{aligned}
f_0 &= N \\
f_1 &= f_0 p_0 \\
f_2 &= f_0 p_1 + f_1 p_0 \\
f_3 &= f_0 p_2 + f_1 p_1 + f_2 p_0 \\
&\cdot \\
&\cdot \\
&\cdot \\
f_k &= f_0 p_{k-1} + f_1 p_{k-2} + f_{k-1} p_0
\end{aligned}
$$

Estas ecuaciones forman un conjunto sencillo de relaciones del cual se pueden calcular f_1, f_2,... sucesivamente.

2. Una vez hecho esto, podemos determinar el número total de reemplazo individuales por adición; es decir, calculamos:

$$\sum_{k=1}^{n-1} f_i$$

3. Ahora calculamos el costo total para n periodos:

$$C_I \sum_{k=1}^{n-1} f_i + f_0 C_G$$

4. También se calcula el costo por intervalo t, es decir:

$$K = \frac{1}{n} \left[C_I \sum_{k=1}^{n-1} f_i + f_0 C_G \right]$$

Deseamos escoger n de manera tal que K se haga mínima. Para lograrlo existen dos posibilidades, como se muestra en la -- Fig. 3 - 16 . En las dos gráficas, la línea punteada es el costo por período de hacer el reemplazo en el momento de la falla. En la Fig. 3 - 16, (a), el primer mínimo local es menor que este costo; en tales casos, el primer mínimo local - es menor que cualquier otro. En (b), el primer mínimo local excede al costo de hacer el reemplazo en el momento de falla. Los mínimos sucesivos forman una secuencia decreciente, pero no es menor que el costo en el momento de la falla.
Por lo tanto, para ver si se justifica el reemplazo por grupo es necesario comparar el primer mínimo con el costo de -- nunca reemplazar por grupo y sólo se justificará si dicho -- primer mínimo es más pequeño que éste.

5. Con el fin de calcular el costo de los reemplazos individuales, necesitamos encontrar el límite de n cuando f_n tiende - al infinito. Supongamos que este límite existe y es igual a f. Después de que hayamos hecho f reemplazos hasta antes -- del tiempo t, habrá $(1 - p_0)f$ artículos en buen estado; de -

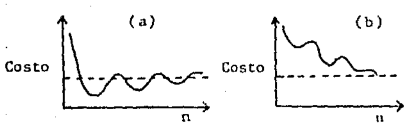


FIG. 3 - 16 . (a) El reemplazo en grupo es conveniente; (b) El reemplazo en grupo no se justifica.

los reemplazos hasta el tiempo 2t tendremos $(1 - p_0 - p_1)f$ - artículos en buen estado; de los reemplazos hasta en tiempo 3t habrá $(1 - p_0 - p_1)f$ artículos en buen estado, y así sucesivamente. Debido a que los artículos en buen estado deben ser en total N, el número en el sistema, observamos que:

$$
\begin{aligned}
N &= f[1 + (1 - p_0) + (1 - p_0 - p_1) + (1 - p_0 - p_1 - p_2) \\
&\quad + \ldots] \\
&= f[p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + \ldots \\
&\qquad\quad + p_1 + p_2 + p_3 + \ldots \\
&\qquad\qquad\quad + p_2 + p_3 + \ldots \\
&\qquad\qquad\qquad\quad + p_3 + \ldots \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\quad + \ldots \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \vdots \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\quad .] \\
&= f[p_0 + 2p_1 + 3p_2 + 4p_3 + \ldots].
\end{aligned}
$$

La expresión que está entre paréntesis es la vida promedio,- suponiendo que las fallas en el intervalo de kt a $(k + 1)t$ - ocurren en el tiempo $(k + 1)t$.

Esencialmente esto fue lo que supusimos cuando dijimos que - los reemplazos se harían al final del intervalo de falla.

En consecuencia, el costo promedio por período para un reemplazo individual es:

$$\frac{NC_I}{\text{vida promedio}}$$

Esto debe compararse con el valor mínimo de K que se puede -

calcular tabulando K para $n=1, 2, 3...$ hasta que se encuentre el primer mínimo.

Debido a que todos los costos que están implicados son proporcionales a N, el valor de ésta no tiene importancia al hacer las comparaciones y podemos calcular con $N = 1$.

Ejemplificaremos el método descrito por medio de un problema, cuyo encabezado es el siguiente:

La probabilidad de falla p_n precisamente antes de la edad n - se muestra a continuación. Si el reemplazo individual cuesta $1.25 dólares y el reemplazo por grupo $0.50 dólares por artículo, de - termínese la política óptima de reemplazo por grupo.

$n =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$p_n =$	0.01	0.03	0.05	0.07	0.10	0.15	0.20	0.15	0.11	0.08	0.05

1. Principiamos suponiendo que el sistema tiene N número de artículos, y calculamos el reemplazo en los tiempos $n = 1, 2, 3, ..., 10$, considerando que en el tiempo $n = 11$ se reemplazan todos - los artículos, haciendo uso de la serie de ecuaciones:

$$f_0 = N$$
$$f_1 = f_0 p_0$$
$$f_2 = f_0 p_1 + f_1 p_0$$
$$f_3 = f_0 p_2 + f_1 p_1 + f_2 p_0$$
$$\vdots$$
$$f_k = f_0 p_{k-1} + f_1 p_{k-2} + \dots + f_{k-1} p_0$$

Sustituyendo tenemos:

$f_0 = N$

$f_1 = N(0.01) = 0.01N$

$f_2 = N(0.03) + 0.01N(0.01) = [0.03 + 0.01(0.01)]N = 0.0301N$

$f_3 = N(0.05) + 0.01N(0.03) + 0.0301N(0.01) = 0.0506N$

$f_4 = N(0.07) + 0.01N(0.05) + 0.0301N(0.03) + 0.0506N(0.01) = 0.0719N$

$f_5 = N(0.10) + 0.01N(0.07) + 0.0301N(0.05) + 0.0506N(0.03) + 0.0719N(0.01) = 0.104N$

$f_6 = N(0.15) + 0.01N(0.10) + 0.0301N(0.07) + 0.0506N(0.05) + 0.0719N(0.03) + 0.104N(0.01) = 0.158N$

$f_7 = N(0.20) + 0.01N(0.15) + 0.0301N(0.10) + 0.0506N(0.07) + 0.0719N(0.05) + 0.104N(0.03) + 0.158N(0.01) = 0.216N$

$f_8 = N(0.15) + 0.01N(0.20) + 0.0301N(0.15) + 0.0506N(0.10) + 0.0719N(0.07) + 0.104N(0.05) + 0.158N(0.03) + 0.216N(0.01) = 0.178N$

$f_9 = N(0.11) + 0.01N(0.15) + 0.0301N(0.20) + 0.0506N(0.15) + 0.0719N(0.10) + 0.104N(0.07) + 0.158N(0.05) + 0.216N(0.03) + 0.178N(0.01) = 0.155N$

$f_{10} = N(0.08) + 0.01N(0.11) + 0.0301N(0.15) + 0.0506N(0.20) + 0.0719N(0.15) + 0.104N(0.10) + 0.158N(0.07) + 0.216N(0.05) + 0.178N(0.03) + 0.155N(0.01) = 0.145N$

2. Este paso consiste en calcular el número total de reemplazos individuales.

$$\sum_{k=1}^{n-1} f_i = 0.01N + 0.0301N + 0.0506N + 0.0719N + 0.104N + 0.158N + 0.216N + 0.178N + 0.155N + 0.145N = 1.1186N$$

3. Ahora encontramos el costo total para n períodos.

$$C_I \sum_{k=1}^{n-1} f_i + f_0 C_G$$

$n=2 \Rightarrow 1.25(0.01N) + 0.5N = 0.5125N$

$n=3 \Rightarrow 1.25(0.0401N) + 0.5N = 0.550N$

$n=4 \Rightarrow 1.25(0.0907N) + 0.5N = 0.613N$

$n=5 \Rightarrow 1.25(0.1626N) + 0.5N = 0.703N$

$n=6 \Rightarrow 1.25(0.2666N) + 0.5N = 0.833N$

$n=7 \Rightarrow 1.25(0.4246N) + 0.5N = 1.0307N$

$n=8 \Rightarrow 1.25(0.6406N) + 0.5N = 1.3007N$

$n=9 \Rightarrow 1.25(0.8186N) + 0.5N = 1.5232N$

$n=10 \Rightarrow 1.25(0.9736N) + 0.5N = 1.7170N$

4. Procederemos a calcular el costo por intervalo.

$n=2 \Rightarrow K = 0.2562N$

$n=3 \Rightarrow K = 0.1833N$

$n=4 \Rightarrow K = 0.1532N$

$n=5 \Rightarrow K = 0.1406N$

$n=6 \Rightarrow K = 0.1388N$

$n=7 \Rightarrow K = 0.1472N$

$n=8 \Rightarrow K = 0.1625N$

$n=9 \Rightarrow K = 0.1692N$

$n=10 \Rightarrow K = 0.1717N$

5. Encontramos la vida promedio, el costo promedio por período - para un reemplazo individual, y comparamos con los valores de de K calculados en el paso anterior y determinamos la política a seguir.

$$\begin{aligned} \text{vida promedio} &= p_0 + 2p_1 + 3p_2 + \ldots = \\ &= 0.01 + 2(0.03) + 3(0.05) + 4(0.07) + 5(0.10) + 6(0.15) + \\ &\quad + 7(0.20) + 8(0.15) + 9(0.11) + 10(0.08) + 11(0.05) = \\ &= 6.84 \end{aligned}$$

$$\text{costo promedio} = \frac{NC_I}{\text{vida promedio}} = \frac{N(1.25)}{6.84} = 0.1820N$$

Si observamos el valor del costo promedio obtenido, podremos notar que éste es mayor que el valor del mínimo local correspondiente a n=6, encontrado en el paso anterior, esto es, $0.1388N < 0.1820N$, lo cual indica que la política a seguir es la de llevar a cabo un reemplazo por grupo cada 6 períodos.

3.4.3.3. TERCER PROBLEMA DE REEMPLAZO: ELECCION DE UN PROGRAMA DE MANTENIMIENTO PREVENTIVO.

Muchos de los problemas de mantenimiento preventivo son semejantes en su estructura a los de reemplazo con anticipación a la falla, pero no existe ninguna clase de problemas que pudiera llamarse inspección preventiva, que es diferente. Supóngase que tenemos equipo para ser utilizado únicamente en emergencias. Los ejemplos pueden ser tan variados como una manguera para incendios hasta sistemas de proyectiles dirigidos. Si dicho equipo se deteriora con la edad podría suceder que estuviera inutilizado en el momento en que se necesitara. La única forma de estar seguros de que funcionará es inspeccionarlo, pero mientras se inspecciona, no estará disponible si surge la necesidad. El problema es entonces, determinar qué tan a menudo se debe hacer la inspección para poder hacer máxima la proporción del tiempo durante el cual el equipo esté listo para utilizarse. Haremos las siguientes suposiciones:

1. Un artículo que se almacena desde la edad cero hasta la edad x, sin inspección o reparación, tiene una probabilidad $F(x)$ de funcionar a la edad x.
2. Las inspecciones duran un tiempo t_1, y si existen averías, se descubrirán. Si no se descubren es que no existen.
3. Si se descubren averías, el artículo se repara, lo que tardará un tiempo adicional t_2. Los artículos reparados quedan como nuevos.

4. Una inspección se hace después de un tiempo t a partir de la última inspección o de la terminación de una reparación.
5. Inmediatamente después de que se termine la inspección o la reparación, el artículo se comportará como si fuera nuevo.

   Deseamos seleccionar la t de manera que la proporción de tiempo durante la cual el artículo esté disponible para utilizarse en el momento que se necesite, sea máxima.

Supóngase que en el tiempo cero tenemos un artículo nuevo (o uno inspeccionado o reparado) y que consideramos la longitud de tiempo hasta la cual sabremos que el artículo está en buenas condiciones. Se sabe que esto será al terminar la siguiente inspección o reparación.

La probabilidad de que esté funcionando en el tiempo t es $F(t)$, y en este caso estará como nuevo en el tiempo $t + t_1$. Si no está funcionando en el tiempo t, estará como nuevo en $t + t_1 + t_2$. Por tanto, el tiempo promedio hasta donde se sabe funcionará es:

$$(t+t_1)F(t) + (t+t_1+t_2)[1-F(t)] = t+t_1+t_2[1-F(t)]$$

La cantidad de tiempo esperado durante la cual está funcionando es θ_t, así tenemos:

$$\theta_t = \sum_{x=0}^{t-1} F(x)$$

De aquí que la proporción de tiempo útil es $P(t)$, donde:

$$P(t) = \frac{\sum_{x=0}^{t-1} F(x)}{t+t_1+t_2\,[1-F(t)]}$$

Es necesario calcular $P(t)$, para maximizar.

Esta ecuación nos da la proporción de tiempo utilizable de - un artículo que está almacenado hasta que se necesita, a diferencia de la ecuación dada en el problema de reemplazo anticipándose a la falla, es decir: $K_t = \dfrac{C_F - (C_F - C_R)P_{t-1}}{\theta_t}$, la cual nos da los costos promedio para un artículo que se utiliza en forma - continua. Ya hemos observado que en este último caso el reemplazo preventivo no se justifica cuando la causa principal de la -- falla es accidental, pero ahora hemos demostrado que la inspec -- ción es recomendable ya que de otra manera las fallas de artícu - los almacenados no se advertirán hasta que el artículo se necesite y esto puede ser demasiado tarde.

Cuando las fallas sean accidentales, sea a la probabilidad - de que un artículo funcione en el tiempo x y siga funcionando en el tiempo x+1. Luego la probabilidad de que un artículo que funciona en el tiempo cero siga funcionando en el tiempo t es a^t . Por tanto, $F(x)$ en la ecuación:

$$P(t) = \frac{1 + a + a^2 + \ldots + a^{t-1}}{t + t_1 + t_2(1 - a^t)} =$$

$$P(t) = \frac{1 - a^t}{(1-a)[t + t_1 + t_2(1 - a^t)]}$$

$$y; \qquad \frac{1}{P(t)} = (1 - a)\ [t_2 + \frac{t + t_1}{1 - a^t}]$$

Ahora, maximizar $P(t)$ es lo mismo que minimizar $1/P(t)$, y -- según la ecuación anterior, observamos que:

$$P(0) = \infty \qquad y \qquad P(\infty) = \infty$$

Debido a que para una t, finita no cero, $P(t)$ no es infinita, debe existir un mínimo, y de esta manera podemos justificar la -- inspección. Por otro lado, considérese nuevamente la ecuación de reemplazo anticipándose a la falla:

$$K_t = \frac{C_F - (C_F - C_R)P_t}{\theta_t}$$

Si las fallas son accidentales, entonces $P_t = a^t$,

$$\theta_t = 1 + a + a^2 + \ldots + a^{t-1} = \frac{1 - a^t}{1 - a}$$

En consecuencia:

$$K_t = \frac{[C_F - (C_F - C_R)a^t]\,(1 - a)}{1 - a^t}$$

El único término que implica a t es $C_R a^t / (1 - a^t)$, que es igual a:

$$C_R\left[\frac{1}{1 - a^t} - 1\right]$$

Debido a que a es una probabilidad y, por ende, menor que -- uno, es obvio que esta expresión siempre disminuirá al incremen - tarse t. Se deduce que el valor óptimo de t es finito, es decir, el reemplazo preventivo nunca se justifica.

3.4.4. PROBLEMAS DE LINEAS DE ESPERA.

Consideremos una instalación en la que se ejecuta un trabajo o se suministra un servicio. Las unidades que requieren del trabajo o servicio vienen solas o las traen a la instalación que presta el servicio. Estas unidades las denominaremos clientes. Pueden ser cartas que se deben firmar, automóviles a estacionar, barcos a cargar, partes para ensamblar, personas que esperan un servicio, o cualquier cosa que requiera que se ejecute un trabajo en o para ella. Si los clientes llegan "con demasiada frecuencia" tendrán que esperar por el servicio o irse sin haberlo recibido. Si llegan con poca frecuencia, las instalaciones que suministran el servicio tendrán que esperar (es decir, permanecer ociosas) hasta que lleguen más clientes. Los clientes que esperan o las instalaciones ociosas forman una línea de espera o cola.

El orden de atención a los clientes que esperan el servicio se denomina disciplina de la cola, esta puede ser "primero en llegar, primero en recibir el servicio", o en función de la edad, urgencia, o el sistema de prioridad que se tenga. Los clientes aun pueden seleccionarse en forma aleatoria, como, aparentemente, lo hacen los dependientes, detrás de los mostradores atestados.

Una instalación que pueda atender solamente un cliente a la vez se llama punto de servicio. Si el servicio se lleva a cabo en etapas siguiendo una secuencia de puntos de servicio, dicha se cuencia recibe el nombre de línea. En el caso de existir varios puntos o líneas que puedan atender a varios clientes simultáneamente, entonces las llamaremos canales. Todos o algunos de los canales pueden proporcionar el mismo servicio o estar especializados. Varios puntos de servicio pueden alimentar a un sólo subsecuente. Por otra parte, un sólo punto de servicio puede dispersar a los clientes a través de varios canales que se encuentran después de él.

Siempre que haya clientes que llegan a un punto de servicio de tal manera que ellos o las instalaciones tengan que esperar, tenemos un proceso de colas. En un proceso de este tipo surge un problema de colas:

a) Si la tasa de llegadas de clientes o el número de instalaciones disponibles, o ambos están bajo control; y
b) Si hay costos asociados al tiempo de espera de los clientes y al tiempo ocioso de las instalaciones.

Un problema de colas puede consistir en programar las llegadas o en proveer instalaciones, o ambas cosas, de manera que sea mínima la suma de los costos de espera de los clientes y los del tiempo ocioso de las instalaciones.

Es importante notar que una gran cantidad de problemas de mantenimiento pueden ser tratados como problemas de cola. El equipo o las partes que requieren reparación son clientes. Las instalaciones de mantenimiento pueden ir a los clientes, así como los mecánicos lo hacen cuando reparan las máquinas en una industria. El costo de espera del cliente puede involucrar lo que pierde por no poder usar el aparato que está "descompuesto".

Así, también algunos problemas de inventario pueden formularse como procesos de colas. Un pedido que llega para ser surtido a partir de las existencias se puede considerar como un cliente. El almacén se puede tratar como una instalación de servicio que suministra a sus clientes artículos de los que tiene en existencia. La operación de servicio es el proceso de rellenar el espacio de almacenamiento vacío solicitando otra unidad o unidades para llenar el espacio vacío. La cola es el número de estos pedidos para completar existencias que están bajas. Cuando la demanda es discontínua y restringida a uno o unos cuantos artículos a la vez, el inventario puede tratarse efectivamente como un proceso de colas.

Se dice que algunas colas son circulares, debido a que las unidades atendidas pueden volver a formar parte del conjunto potencial de clientes y regresar por el servicio en una fecha posterior.

Cuando el conjunto de clientes potenciales es muy grande, entonces la cola circular se trasforma en lineal en donde las unidades atendidas ya no regresan por el servicio. Los conjuntos pueden ser finitos o virtualmente infinitos en cuanto a su tamaño. Los conjuntos muy grandes generalmente se tratan como si fueran infinitos, debido a la simplificación matemática que se obtiene - al hacerlo así.

El costo de espera de los clientes, generalmente incluye el costo indirecto de la pérdida de negocios (debido a que la gente va a alguna otra parte, compra menos de lo que era su intención, o no regresa en el futuro) o el costo directo de instalaciones y gen tes ociosas. Las pérdidas de negocios no pueden ser observadas -- fácilmente.

En general, un modelo de un problema de colas expresa el cos- to total como la suma de dos costos - los correspondientes a los - clientes esperando y los correspondientes a las instalaciones ocio sas. Estos costos son funciones de las distribuciones de los dos tipos de tiempo de espera, que a su vez son funciones de las varia bles controlables: el número de instalaciones y/o el programa de - arribos y los parámetros del proceso de colas. La dificultad dn - la mayoría de los problemas de colas está en la determinación de - las distribuciones de los tiempos de espera, y no en la resolución del modelo de "costos" una vez que se conocen las propiedades esen ciales de las colas. Por esta razón, la teoría de colas trata an- tes que otra cosa con las propiedades de las colas, y no con los - modelos de costos de los procesos.

3.4.4.1. EL ESTADO DEL SISTEMA.

Un concepto básico en el análisis de un proceso de colas, es el del estado del sistema. A grosso modo, un estado es una descripción del sistema que proporciona una base suficiente para predecir su comportamiento futuro. El punto esencial acerca de tales predicciones es que no requieren información de cómo se produjo el estado, sino solamente cuál es. El concepto se puede ilustrar como sigue.

Supóngase que un vendedor visita a sus clientes cada mes y que la experiencia demuestra que si un cliente coloca un pedido el último mes, la probabilidad de un pedido es p_1, y si no hubiera ningún pedido el último mes, p_0. Será conveniente referirse a este primer mes como el mes 0, al segundo (el mes entrante) como el 1, y así sucesivamente. Luego en cualquier mes después del primero, cada cliente debe estar en alguno de estos dos estados:

Estado 0 : no se colocó ningún pedido el último mes.

Estado 1 : se colocó un pedido el último mes.

Entonces, si conocemos el estado actual del cliente y p_0 y p_1, podemos predecir su comportamiento futuro.

Hagamos que u_n sea la probabilidad de un pedido en el mes n para un cliente que no había colocado ningún pedido en el primer mes, y hagamos que v_n sea la probabilidad correspondiente para un cliente que había colocado un pedido en el primer mes. Ahora podemos construir la siguiente ecuación para un cliente que estaba en el estado 0 en el mes 1:

$$u_{n+1} = p_1 u_n + p_0(\ 1 - u_n) \qquad n > 0;$$

para un cliente que estaba en el estado 1 en el mes 1, la ecuación es:

$$v_{n+1} = p_1 v_n + p_0(\ 1 - v_n) \qquad n > 0;$$

pero nótese que

$$u_1 = p_0$$

y

$$v_1 = p_1$$

No es difícil encontrar soluciones tabulares para u_{n+1} a - través de $v_1 = p_1$ si podemos obtener valores numéricos para p_0 y p_1. Por ejemplo, supóngase que $p_0 = 0.3$ y $p_1 = 0.6$; luego a partir de u_1 y v_1 vemos que $u_1 = 0.3$ y $v_1 = 0.6$. Si hacemos $n = 1$ en u_{n+1}, obtene-- mos:

$$u_2 = 0.6 \times 0.3 + 0.3 \times 0.7 = 0.39$$

y

$$v_2 = 0.6 \times 0.6 + 0.3 \times 0.4 = 0.48$$

La Tabla 3 - 17 muestra los resultados para $n=1,2,\ldots,8$. El examen de la Tabla 3 - 17 sugiere que tanto a u_n como v_n se les - asigne un valor igual al correspondiente a la n más grande, y de hecho se da una prueba rigurosa. Si hay algún valor de v, tal -- que para n mayor, $v = u_n = u_{n+1} = v_n = v_{n+1}$, entonces a partir de la ecuación para u_{n+1} y la de v_{n+1} vemos que v debe satisfacer:

$$\begin{aligned} v &= p_1 v + p_0(1-v) = \\ &= 0.6v + 0.3 - 0.3v = \\ &= 0.3v + 0.3; \end{aligned}$$

por lo tanto, resolviendo para v, obtenemos:

$$v = \frac{0.3}{0.7} = 0.4286,$$

que como se puede ver en la tabla son los valores de u_n y v_n cuando n=8.

n	1	2	3	4	5	6	7	8
u_n	0.3	0.39	0.417	0.4251	0.4275	0.4283	0.4285	0.4286
v_n	0.6	0.48	0.444	0.433	0.430	0.429	0.4287	0.4286

TABLA 3 - 17. Probabilidades de Estado.

Llamamos a v: probabilidad del estado estable de una venta. Una interpretación de la probabilidad del estado estable es que en el período largo de tiempo, independientemente del estado en el primer mes, habrá una venta para una fracción del tiempo igual a v. Alternativamente, si imaginamos un gran número de clientes, entonces en cualquier semana, en consecuencia un período largo, habrá una venta en una fracción de v.

Las probabilidades del estado estable son de interés considerable, debido a que son útiles en la predicción de costos y beneficios en períodos de tiempo largos. En la mayoría de los problemas prácticos de colas, las soluciones de estado estable existen independientemente del estado inicial de la cola. A menos que sepamos que el proceso de colas terminará antes de alcanzar el estado estable o un poco después, el conocimiento de las probabilidades de dicho estado, generalmente es suficiente para resolver el problema. En lugar de estados que cambien a intervalos fijos, como en el ejemplo del vendedor, donde él solamente podía cambiar una vez al mes, los arribos y las partidas, en la mayoría de las colas pueden ocurrir en cualquier momento. Esto conduce a ecuaciones diferenciales parciales en lugar de ecuaciones de diferencias tales como las que planteamos anteriormente.

3.4.4.2. LLEGADAS ALEATORIAS O TIPO POISSON Y TIEMPOS DE SERVICIO EXPONENCIALES.

Para discutir un sistema de colas, debemos especificar los patrones de llegadas y de servicio. A menos que las llegadas se hayan programado, es conveniente por razones matemáticas, suponer -- que son aleatorias,[11] es decir que son equiprobables, en cuanto a su ocurrencia, en cualquier momento. Dicho de otra manera, la suposición establece que la probabilidad de ocurrencia de una llegada es independiente del tiempo que haya transcurrido desde que ocurrió la última. De manera más precisa, si h es una cantidad suficientemente pequeña de tiempo y λ es la tasa media de llegadas (es decir, 1/tiempo medio entre llegadas), la probabilidad de una llegada en el intervalo de t a t+h es λh, independientemente del tiempo t. La distribución de llegadas generadas por esta suposición se - denomina Poisson, debido a que se puede demostrar que la probabilidad de n llegadas en un intervalo de tiempo finito cualquiera, t - es $e^{-\lambda t}(\lambda t)^n/n!$. Esta es la distribución de Poisson con parámetro λt.

11. En una situación de colas real no se justifica la suposición - de llegadas aleatorias, los resultados que de ella se obtienen no son relevantes. Si se hacen otras suposiciones la teoría - se complica. Puede volverse tan compleja que debemos recurrir a la simulación para aprender lo que queremos saber del proceso.

La probabilidad de que en un intervalo entre dos llegadas consecutivas exceda a t es igual a la probabilidad de que no haya llegadas en el intervalo t inmediatamente después de la primera llegada. Haciendo $n=0$ observamos que esta probabilidad es $e^{-\lambda t}$. Por lo tanto, bajo estas suposiciones el tiempo entre llegadas tiene una distribución exponencial.

La suposición de llegadas tipo Poisson, o la equivalente de que una llegada tiene una ocurrencia equiprobable en cualquier momento, se justifican con mayor frecuencia de lo que pudiera parecer a primera vista. Por ejemplo, se ha observado una distribución de Poisson en el arribo de los vuelos en un aeropuerto. En uno de éstos con mucho tráfico, las llegadas pueden programarse en intervalos de unos cuantos minutos, pero debido a que los aviones a menudo llegan antes o después de la hora programada, con adelantos o atrasos no mayores que los intervalos programados entre llegadas, el modelo es suficientemente similar al de la distribución de Poisson.

Hay dos tipos de situación en las que esta suposición de Poisson probablemente produzca resultados malos:

1. Cuando se han programado las llegadas y los errores en los tiempos son pequeños en comparación con el intervalo planeado entre las llegadas.
2. Cuando las llegadas resultan de un proceso dependiente del tiempo.

Un ejemplo de este último punto es la necesidad de mantenimiento de unidades que se desgastan. Aquí el servicio se requiere rara vez antes de que haya transcurrido un tiempo mínimo a partir del servicio anterior, y la suposición de llegadas equiprobables siempre, no se justifica.

En muchas otras situaciones resulta razonable suponer llegadas tipo Poisson, y aun cuando los datos puedan satisfacer otras suposiciones igualmente bien, con frecuencia no tienen una varianza lo suficientemente grande con respecto a esta suposición como para ser desechadas.

En muchas situaciones, aun cuando las llegadas aparentemente sean aleatorias, no existe patrón obvio o consistente para los tiempos de servicio. Sin embargo, a menos que supongamos que los tiempos de servicio siguen una distribución exponencial, o algunas extensiones de ella, que discutiremos posteriormente, las matemáticas se vuelven con rapidez, relativamente complejas.

Debido a la simplificación matemática que representa el utilizar tiempos de servicio exponenciales, éstos se han estudiado extensamente. Aquí discutimos dicho tiempo de servicio para ilustrar como se desarrollan los modelos de los procesos de colas, no para desarrollar un modelo que se aplique en forma general.

Se puede demostrar que un sistema de colas con cualquier dis--

tribución de tiempos de servicio, que tengan m canales de servicio idénticos, puede alcanzar un estado estable, dado que la tasa media de llegadas por canal (λ/m) es menor que la tasa media de servicio por canal (μ); es decir, cuando

$$\frac{\lambda}{m\mu} < 1$$

Si la tasa de llegadas por canal es igual a la de servicio, la cola crecerá indefinidamente, a menos que las llegadas se espacien de -- una manera regular al tiempo medio de servicio. Este resultado es una consecuencia del hecho de que el tiempo de servicio no usado no se puede liberar o recobrar.

Ahora, para ver como se deducen los parámetros de un sistema de colas, considérese un gran número (N) de dichos sistemas en cada uno de los cuales, cuando están presentes n personas (esperando o siendo atendidas), las llegadas son tipo Poisson a una tasa λ_n y los tiempos de servicio exponenciales con una capacidad μ_m servicios - por unidad de tiempo. Sea p_n la probabilidad de estado estable de que haya n personas presentes. Luego en cualquier instante el número de sistemas en conjunto con las n personas presentés es $p_n N$. Debido a que estamos considerando estados estables, este número no -- cambiará con el tiempo. Sin embargo, los sistemas con n presentes en un momento del tiempo, no necesitan ser los mismos que tengan n presentes en otro momento del tiempo. Los llegados ocurren a una - tasa λ_n, y una de ellas transformará el sistema con n personas pre sentes en otro con (n+1). De manera semejante, las terminaciones de los servicios o partidas ocurren a una tasa de μ_n, y una partida -- transformará un sistema n en un (n-1). Por lo tanto, la tasa a la cual los sistemas n se vuelven sistemas (n+1) es $\lambda_n p_n N$, y la tasa a la cual se vuelven sistemas (n-1) es $\mu_n p_n N$. Combinándolos, obtenemos la tasa a la cual los sistemas n se transforman ya sea (n+1) o (n-1):

$$\lambda_n p_n N + \mu_n p_n N = (\lambda_n + \mu_n) p_n N$$

Debido a que el número de sistemas n permanece constante, esta tasa se debe balancear por medio de la tasa a la cual los otros sistemas (no n) se vuelven sistemas n. Por lo tanto,

$$\lambda_{n-1} p_{n-1} N + \mu_{n+1} p_{n+1} N = (\lambda_n + \mu_n) p_n N$$

o, dividiendo entre N,

$$\lambda_{n-1} p_{n-1} + \mu_{n+1} p_{n+1} = (\lambda_n + \mu_n) p_n$$

Esta última ecuación no es válida cuando n tome el valor de cero, debido a que en este caso p_{n-1} no tiene significado. Además, puede no haber partidas cuando n=0 (es decir, μ_0=0). Luego, ajustando esta ecuación adecuadamente, para n=0, obtenemos:

$$\mu_1 p_1 = \lambda_0 p_0$$

Con el fin de encontrar los valores de las p, procederemos a hacer lo siguiente. Rearreglando esta última ecuación, obtenemos:

$$p_1 = \frac{\lambda_0}{\mu_1} p_0$$

y

$$\lambda_0 p_0 - \mu_1 p_1 = 0$$

Rearreglando la ecuación que anteriormente fue dividida entre N, obtenemos:

$$\lambda_n p_n - \mu_{n+1} p_{n+1} = \lambda_{n-1} p_{n-1} - \mu_n p_n$$

Si hacemos n=1 y utilizando la penúltima ecuación, la última se vuelve:

$$\lambda_1 p_1 - \mu_2 p_2 = \lambda_0 p_0 - \mu_1 p_1 = 0$$

Rearreglando nuevamente, obtenemos:

$$p_2 = \frac{\lambda_1}{\mu_2} p_1$$

Ahora, cuando utilizamos el valor de p_1 a partir de la ecuación -

que encontramos para ella, la última ecuación se transforma en:

$$p_2 = \frac{\lambda_0 \lambda_1}{\mu_1 \mu_2} p_0$$

Continuando con este procedimiento, podemos obtener los valores de p_n para todas las $n \leq 0$:

$$p_{n+1} = \frac{\lambda_n}{\mu_{n+1}} p_n$$

y

$$p_n = \frac{\lambda_0 \lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_n} p_0$$

Finalmente, debido a que debe estar presente algún número (0, 1, 2, ...) se concluye que:

$$p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + \cdots = 1.$$

La ecuación de v_{n+1} dada en la sección anterior nos permite expresar p_n y, dado que la serie converge, la ecuación última produce - entonces p_o.

3.4.4.3. UN SOLO CANAL CON TASAS DE LLEGADA Y SERVICIOS CONSTANTES.

Un sistema de colas más simple es aquel en el cual un sólo - canal con una sola tasa de llegadas fija ($\lambda = \lambda_0 = \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots$) y una tasa de servicio fija ($\mu = \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \ldots$). En este ca so la penúltima ecuación de la sección anterior se transforma en:

$$p_n = \frac{\lambda^n}{\mu^n} p_0 = \rho^n p_0$$

donde

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

La letra ρ a menudo es mencionada como la **intensidad de tráfico**. Ahora, si sustituimos la primera ecuación en la última ecuación - de la sección anterior, obtenemos:

$$p_0 + p_0\rho + p_0\rho^2 + p_0\rho^3 + \cdots = 1$$
$$p_0(1 + \rho + \rho^2 + \rho^3 + \cdots) = 1.$$

Pero debido a que $\rho = \lambda/\mu < 1$, obtenemos;

$$(1 + \rho + \rho^2 + \rho^3 + \cdots) = \frac{1}{1 - \rho} ,$$

y se concluye que:

$$\frac{p_0}{1 - \rho} = 1$$

o lo que es lo mismo

$$p_0 = 1 - \rho$$

Luego, a partir de la primera y última ecuaciones de esta sección obtenemos:

$$p_n = (1-\rho)\rho^n$$

El número de clientes en el sistema es:

$$\bar{n} = p_1 + 2p_2 + 3p_3 + \ldots$$

Sustituyendo en ésta el valor de p_n que acabamos de obtener, tenemos:

$$\begin{aligned}\bar{n} &= (1-\rho)\rho + 2(1-\rho)\rho^2 + 3(1-\rho)\rho^3 + \ldots\\ &= (1-\rho)\rho\,[1 + 2\rho + 3\rho^2 + \ldots]\\ &= (1-\rho)[\rho + 2\rho^2 + 3\rho^3 + \ldots]\end{aligned}$$

Debido a que se puede demostrar que la serie $(1 + 2\rho + 3\rho^2 + \ldots)$ es igual a $1/(1-\rho)^2$, tenemos que:

$$\bar{n} = (1-\rho)\frac{\rho}{(1-\rho)^2} = \frac{\rho}{1-\rho}$$

El número promedio en la cola (sin incluir el que está siendo atendido, si hay alguno) es:

$$\begin{aligned}\bar{n}_q &= p_2 + 2p_3 + 3p_4 + \ldots\\ &= (1-\rho)\rho^2\,(1 + 2\rho + 3\rho^2 + \ldots)\\ &= (1-\rho)\frac{\rho^2}{(1-\rho)^2} = \frac{\rho^2}{1-p}\end{aligned}$$

Es claro que $\bar{n}_q$ y $\bar{n}$ difieren por el número promedio que está siendo atendido ($\bar{n}_s$), el cual por lo tanto es

$$\bar{n}_s = \frac{\rho}{1-\rho} - \frac{\rho^2}{1-\rho} = \rho$$

Otra manera de obtener $\bar{n}_s$ es observando que si uno o más están presentes, haya uno recibiendo el servicio y que de otra manera no haya ninguno.

De aquí que:

$$\bar{n}_s = 0 \times p_0 + 1 \times (1-p_0) = 1 - (1-\rho) = \rho$$

Considérese ahora, un proceso de colas que tenga m canales, cada uno con una tasa de servicio μ. Luego, cuando el número de clientes presentes (n) es menor o igual que el número de canales (m)-es decir, cuando $n \leq m$- habrá n canales ocupados y el servicio será a una tasa $n\mu$. Cuando $n > m$, todos los m canales están ocupados y el servicio es una tasa $m\mu$. Por lo tanto:

$$\lambda_n = \lambda \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu & n = 1, 2, \ldots, m \\ m\mu & n = m+1, m+2, \ldots \end{cases}$$

Si $\rho = (\lambda/\mu) < m$, podemos sustituir estos valores de λ_n y μ_n en la penúltima ecuación de la sección anterior para determinar los valores de p_n:

$$p_n = \frac{\lambda^n}{\mu \times 2\mu \times 3\mu \times \cdots \times n\mu} p_0 = \frac{\lambda^n}{n!\,\mu^n} p_0 =$$

$$= \frac{\rho^n}{n!} p_0 \qquad n = 0,1,2,\ldots,m$$

$$p_n = \left(\frac{\lambda^n}{\mu \times 2\mu \times \cdots \times m\mu \times \mu^{n-m}}\right) p_0 = \frac{\lambda^n}{\mu^n m!\, m^{n-m}} p_0 =$$

$$= \frac{\rho^n}{m!\, m^{n-m}} p_0 \qquad n = m+1,\ m+2,\ \ldots$$

Sustituyendo los valores de p_n dados en las dos ecuaciones anteriores, en la última ecuación de la sección anterior, se obtiene :

$$p_0 + \rho p_0 + \frac{\rho^2}{2!} p_0 + \cdots + \frac{\rho^{m-1}}{(m-1)!} p_0 +$$

$$+ \frac{\rho^m}{m!} p_0 + \frac{\rho^{m+1}}{m!\,m} p_0 + \frac{\rho^{m+2}}{m!\,m^2} p_0 + \cdots = 1.$$

Los primeros m términos de esta serie no se pueden expresar en forma cerrada, pero los términos restantes se pueden simplificar y son:

$$\frac{\rho^m}{m!} p_0 + \frac{\rho^{m+1}}{m!\,m} p_0 + \frac{\rho^{m+2}}{m!\,m^2} p_0 + \cdots =$$

$$= \frac{\rho^m}{m!} p_0 \left[1 + \frac{\rho}{m} + \left(\frac{\rho}{m}\right)^2 + \left(\frac{\rho}{m}\right)^3 + \cdots\right];$$

cuando utilizamos la fórmula para la suma de una progresión geo - métrica $[a + ar + ar^2 + \dots = a/(1-r)$ dado que $-1 < r < 1]$, esto se trasforma en:

$$\frac{\rho^m}{m!} \, p_0 \, \frac{1}{1 - \rho/m}$$

Cuando sustituimos en la ecuación para p_0, obtenemos:

$$p_0 = \frac{1}{1 + \rho + \rho^2/2! + \dots + \rho^{m-1}/(m-1)! + \rho^m/m!\,(1 - \rho/m)}$$

Con un poco de álgebra se puede demostrar que:

$$\bar{n}_q = \frac{p_0 \, \rho^{m+1}}{mm!\,(1 - \rho/m)^2}$$

$$\bar{n} = \bar{n}_q + \rho$$

$$\bar{n}_s = \rho.$$

3.4.4.4. TIEMPOS DE ESPERA EN EL ESTADO ESTABLE.

Ocurre muy a menudo, que los costos de espera dependan, ya sea de la cantidad de tiempo de espera, o del tiempo total que pase en el sistema, incluyendo el servicio. Claramente, éste es el caso de los camiones o barcos de una compañía, cuando están esperando por un orden o un atracadero en el que van a ser cargados.

Consideremos el caso que mostramos en la figura 3 - 18 en el cual a los clientes se les asigna un número de acuerdo al orden en que llegan y su tiempo de espera se grafica contra el tiempo. Puede observarse que el área bajo la curva es simplemente $\bar{n}T$. Si nos fijamos en los bloques que están etiquetados con el tres, vemos que su área total (seis unidades) es el tiempo que espera el cliente que llegó en tercer lugar durante $\hat{T}$, antes de ser atendido. Lo mismo es cierto para 4, 5 y 6. Por lo tanto el área bajo la curva consiste del tiempo de espera durante T, más el tiempo de espera para aquellos que llegaron y fueron atendidos durante T, más el tiempo de espera durante T para aquellos que llegaron antes que comenzará T, más el tiempo de espera durante T para aquellos que llegaron durante T pero que fueron atendidos después de T. Si T es grande, podemos esperar $\bar{\lambda}T$ llegadas,[12] y todos los clientes a excepción de un número despreciable de ellos serán atendidos durante T. Además , la contribución, al área bajo la curva, de aquellos que llegaron antes de T o partieron después será muy pequeña. Por lo

12. Nótese que $\bar{\lambda}$ es la tasa de llegadas promedio real durante el tiempo T. Si las tasas de llegadas varían como, por ejemplo, cuando dependen del número de unidades presentes, deben promediarse y tomar en cuenta la fracción del tiempo en la que se aplica cada una, antes de que este argumento se pueda utilizar.

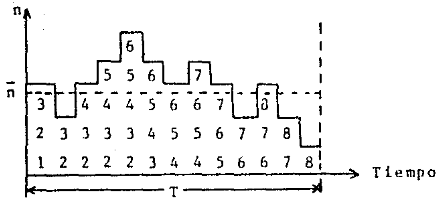


Fig. 3 - 18. Tiempos de espera.

tanto, para un valor de T grande, el área bajo la curva será el tiempo de espera total para las $\bar{\lambda}$ T llegadas, el cual es $\bar{\lambda}T\bar{W}$, en donde $\bar{W}$ es el tiempo de espera promedio. Así:

$$\bar{\lambda}T\bar{W} = \bar{n}T$$

donde $\bar{n}$ es la longitud promedio de la cola, y despejandola, tendremos:

$$\bar{\lambda}\bar{W} = \bar{n}.$$

Esta ecuación nos permite obtener el tiempo de espera promedio, tan pronto como tenemos la distribución del número de clientes. Desafortunadamente, la distribución del tiempo de espera no es tan simple. Entre otras cosas, depende del orden de selección de los clientes que están esperando, mientras el promedio y las distribuciones de la longitud de la cola no.

Esta última ecuación, es válida para cualquier número de mostradores de servicio, y para cualquier patrón de llegadas o de sevicio. Si $\bar{n}$ se refiere al número de clientes en la cola, $\bar{W}$ se refiere a la espera en ella. En cambio, si $\bar{n}$ se refiere al número de clientes en el sistema, incluyendo cualquiera que esté siendo atendido, $\bar{W}$ se referirá al tiempo total en el sistema, incluyendo el tiempo de servicio.

3.4.4.5. UN SOLO CANAL CON TIEMPOS DE SERVICIO ARBITRARIOS.

Los métodos que tratamos anteriormente, nos permiten calcular la mayoría de los resultados que intervienen en los cálculos de costo, dado que estamos tratando con sistemas Poisson exponenciales. El análisis matemático de otros sistemas es mucho más difícil pero daremos una conclusión para un solo canal que es bastante general. Con este fin, conservaremos la suposición de llegadas tipo Poisson a una tasa λ, pero permitimos cualquiera distribución arbitraria de los tiempos de servicio. Para un sistema así, se puede demostrar que, en estado estable, el número promedio de clientes en el sistema, $\bar{n}$, está dado por:

$$\bar{n} = \lambda \bar{t} + \frac{\lambda^2 [\bar{t}^2 + V(t)]}{2(1 - \lambda \bar{t})}$$

donde:

$\bar{t}$ = tiempo promedio de servicio.

$V(t)$ = varianza del tiempo de servicio.

A partir de esto, se concluyen diferentes resultados interesantes. Si λ y $\bar{t}$ se fijan, la longitud promedio de la cola depende de $V(t)$ y puede minimizarse haciendo $V(t) = 0$. En este caso, el tiempo de servicio es constante o igual a $\bar{t}$. Si escribimos $\rho = \lambda \bar{t}$, la ecuación anterior se transforma en:

$$\bar{n}_{cte} = \rho + \frac{\rho^2}{2(1-\rho)} .$$

Por otra parte, $\bar{n}$ puede crecer indefinidamente incrementando la varianza del tiempo de servicio. Evidentemente, si queremos reducir la longitud de la cola y no podemos alterar λ o $\bar{t}$, deberíamos considerar la reducción de la varianza de $\bar{t}$. Y de acuerdo a la ecuación $\bar{\lambda}\bar{W}=\bar{n}$, dada en la sección anterior, esto reducirá también el tiempo promedio de espera.

Para hacer uso de la primera ecuación de $\bar{n}$ que dimos en esta sección, es necesario poder calcular medias y varianzas. En general, para hacerlo, requerimos el uso del cálculo integral, pero en algunos casos es posible utilizar otras técnicas. Precisamente, encontramos, haciendo uso del cálculo, que si tenemos tiempos de servicio exponenciles, el tiempo medio de servicio es $1/\mu$ y la varianza es $1/\mu^2$ sin olvidar que λ es la tasa de servicio.

Pueden obtenerse los resultados para otros dos sistemas. Supongamos que el servicio consiste en k tareas separadas, que se ejecutan en secuencia y que en cualquier momento del tiempo, el canal de servicio puede llevar a cabo una de estas tareas. Hagamos, además, que cada tarea tenga un tiempo de servicio exponencial, con una media $1/k\mu$. Luego el tiempo promedio para terminar todas las k tareas es k veces el tiempo que tarde una, o lo que es lo mismo $1/\mu$. Ahora, dado que los tiempos son mutuamente independientes, la varianza de la suma de las k veces puede determinarse sumando las diferentes varianzas. Debido a que cada tarea tiene un tiempo exponencial con una media $1/k\mu$, su varianza es $1/k^2\mu^2$, y la de todas las k tareas es $1/k\mu^2$. Los canales cuyo tiempo total de servicio está distribuido de esta manera se llaman k-Erlang. Debido a que k es un entero, la distribución de Erlang tiene una varianza más pequeña que la correspondiente a la distribución exponencial. A menudo se utiliza como una aproximación a cualquier distribución en la que la desviación estándar es menor que la media, aun cuando las tareas separadas no existan físicamente.

Si sustituimos $\bar{t} = 1/\mu$, $V(t) = 1/k\mu^2$, en la primera ecuación de $\bar{n}$, obtenemos, después de considerar que $\lambda/\mu = \rho$:

$$\bar{n}_{Erlang} = \rho + \frac{\rho^2(1+1/k)}{2(1-\rho)}$$

Nótese que cuando k tiende o se aproxima al infinito, la varianza se vuelve cero, y tenemos la fórmula del tiempo de servicio constante.

La principal razón de que la distribución k-Erlang sea de interés, no radica en el hecho de que sea relativamente fácil calcular la varianza de una distribución de este tiempo. Hasta hace poco, casi el único método disponible para analizar sistemas de colas implicaba el uso de ecuaciones de balance semejantes a:

$$\lambda_{n-1}\, P_{n-1} + \mu_{n+1}\, P_{n+1} = (\lambda_n + \mu_n)\, P_n$$

que vimos anteriormente. Dichas ecuaciones son razonablemente sencillas de manejar, dado que podemos definir estados de tal manera que la probabilidad de pasar de uno a otro no depende del tiempo que el sistema haya permanecido en el primer estado. Para tiempos de servicio Erlang, el estado del sistema se puede definir como el número de actividades a ser ejecutadas antes que la cola sea despejada. Por lo tanto, si al cliente que está siendo atendido aun le faltan r actividades para que terminen de darle el servicio y si hay (n - 1) personas en la cola, habrá k(n-1)+r actividades que faltan de terminarse. Este número se incrementa rápidamente en k cada vez que hay un arribo y desciende en 1 cada vez que se termina una actividad.

En un intento para analizar sistemas en los que la varianza del tiempo de servicio es mayor que la correspondiente a una distribución exponencial, fué sugerido el siguiente modelo de lo que se conoce con el nombre de canal hiperexponencial. Imaginemos -- que un canal de servicio tiene dos mostradores, pero que únicamente se puede utilizar uno a la vez. Las llegadas son tipo Poisson a una tasa λ; con una probabilidad σ van al primer mostrador y -- con una probabilidad $1 - \sigma$ van al segundo. Cada mostrador tiene un tiempo de servicio exponencial; el primero opera a una tasa $2\sigma\mu$, y el segundo a una tasa $2(1-\sigma)\mu$. Por lo tanto los tiempos - de servicio promedio son $1/2\sigma\mu$ y $1/2(1-\sigma)\mu$ y el tiempo total promedio es:

$$\sigma \frac{1}{2\sigma\mu} + (1-\sigma) \frac{1}{2(1-\sigma)} = \frac{1}{\mu}$$

y la varianza del tiempo de servicio total es:

$$V(t) = \frac{1 - 2\sigma(1-\sigma)}{2\mu^2\sigma(1-\sigma)} .$$

Cuando $\sigma = ½$, es obvio que los dos mostradores son idénticos y el sistema funciona como si tuviera un sólo canal exponencial. Para otros valores de σ, la varianza es mayor que la de los sistemas - exponenciales, en un rango entre cero y uno. Independientemente de insertar la última ecuación en la primera de esta sección para dar el número promedio de unidades en el sistema, es posible obte ner ecuaciones de balance definiendo los estados como el número de unidades en el sistema junto con el mostrador (primero o segundo) en el cual se está suministrando el servicio.

3.4.4.6. OTROS MODELOS DE COLAS.

Existen muchas situaciones especiales de colas, pero únicamente hemos podido mencionar unas cuantas. Debería quedar entendido que si podemos describir la situación por medio de un conjunto de estados tales que las tasas de transición entre éstos no depende del tiempo transcurrido a partir de la entrada a un estado, se podrá obtener un conjunto de ecuaciones lineales homogéneas para las probabilidades de estado estable de hallarse en los diferentes estados. Si requerimos una solución dependiente del tiempo o una transitoria, tendremos un conjunto de ecuaciones diferenciales lineales. Cuando haya un número finito de estados, se pueden obtener soluciones numéricas de cualquiera de estos conjuntos, de manera bastante fácil. Si el número de estados es infinito, aun soluciones numéricas para el estado estable, pueden necesitar algo de ingenio. Sin embargo, existen tales soluciones, generalmente es posible aproximarlas estableciendo un número finito para el número de estados. Esto se puede hacer suponiendo que no ocurran llegadas cuando haya N unidades en el sistema. Si la probabilidad de ocurrencia de N después se vuelve despreciable, la aproximación es bastante buena.

Algunas ocasiones es posible, agregando estados hipotéticos, convertir el sistema en uno con probabilidades de transición que - no dependan del tiempo transcurrido en el estado. Hemos referido brevemente las distribuciones Erlang e hiperexponencial que pueden ser modelados de esta manera.

Algunos autores han atacado los problemas de colas estudiando directamente la distribución de los tiempos de espera, lo que conduce a un conjunto de ecuaciones integrodiferenciales; éstas pue-- den, ya sea, resolverse en forma directa, o utilizarse para infe-- rir condiciones necesarias y suficientes para la existencia de soluciones de estado estable.

A pesar del gran ingenio y las poderosas técnicas matemáticas que se emplean en el análisis de colas, solamente se han obtenido soluciones explícitas en situaciones relativamente sencillas. En muchos problemas prácticos la opción es suponer distribuciones exponenciales independientes para el servicio y los tiempos entre -- llegadas y utilizar técnicas analíticas, o el uso de simulación.

3.4.4.7. SIMULACION DE COLAS.

Cualquier sistema de colas que se pueda describir y para el - cual se puedan obtener datos de llegada y tiempos de servicio, es posible simularse. Debido a que la mayoría de los problemas de co las implica la determinación del número de instalaciones que debe haber disponibles, y también a que generalmente se puede estimar con bastante precisión cuál es el número óptimo, es común que no sea necesario simular varios números diferentes de instalaciones para encontrar el óptimo.

La disponibilidad de computadoras ha reducido de manera considerable el tiempo que se requiere para resolver por medio de la simulación los grandes problemas de colas. El tiempo de corrida, es a menudo muy corto. La programación, que alguna vez requirió una gran cantidad de tiempo, ahora se ha visto reducido debido a la utilización de lenguajes de simulación tales como el SIMSCRIPT. Sin embargo, una gran cantidad de pequeños sistemas de colas pueden ser simulados a mano.

La utilización de la simulación en los problemas de colas es particularmente útil para cuando el proceso nunca alcanza el equilibrio (como cuando se abre una instalación para servicio solamente por un tiempo corto) o los estados de transición son críticos (como en la apertura de una tienda de departamentos en el día de una gran venta). Generalmente es muy difícil estudiar estados de colas no estables, por medio de procedimientos analíticos, aunque resulta bastante fácil hacerlo si se utiliza la simulación.

Ejemplificaremos el proceso de simulación, haciéndolo para una peluquería.

Las características esenciales de un proceso de colas generalmente pueden ser representadas en un diagrama de flujo, como lo -- ilustramos en la figura 3 - 19, que muestra un proceso de colas -- que podría ocurrir en una peluquería. En este diagrama los círculos representan puntos donde los clientes tienen que tomar decisiones. Es posible determinar la probabilidad de su elección en cada alternativa. En algunos casos estas probabilidades pueden ser condicionales. Por ejemplo, la decisión de un cliente que se encuentra en la línea de espera acerca de si va a continuar esperando o no, puede depender de: 1) qué tanto tiempo ha estado esperando y - 2) cúantos clientes hay antes que él en la cola.

Supongamos que hay tres peluqueros y que el tiempo que cada - cliente permanece en la silla es en promedio 20 minutos y está distribuido normalmente con una desviación estándar de 5 minutos. - Durante el período en que los peluqueros salen a comer o sea del - medio día a la 1:45 p.m. los clientes llegan en una corriente tipo Poisson con un promedio de 12 por hora. Hay tres sillas para que los clientes esperen; cuando quedan ocupadas (6 clientes en total en la peluquería), los que llegan después se van inmediatamente. - Si todos los peluqueros están ocupados y si hay 0, 1 ó 2 clientes esperando las probabilidades de que alguien llegue y se vayan sin esperar son 0.1, 0.3 y 0.5. Los clientes que han esperado 15 minutos y no están cerca de recibir el servicio tienen aun una oportunidad de irse sin esperar más.

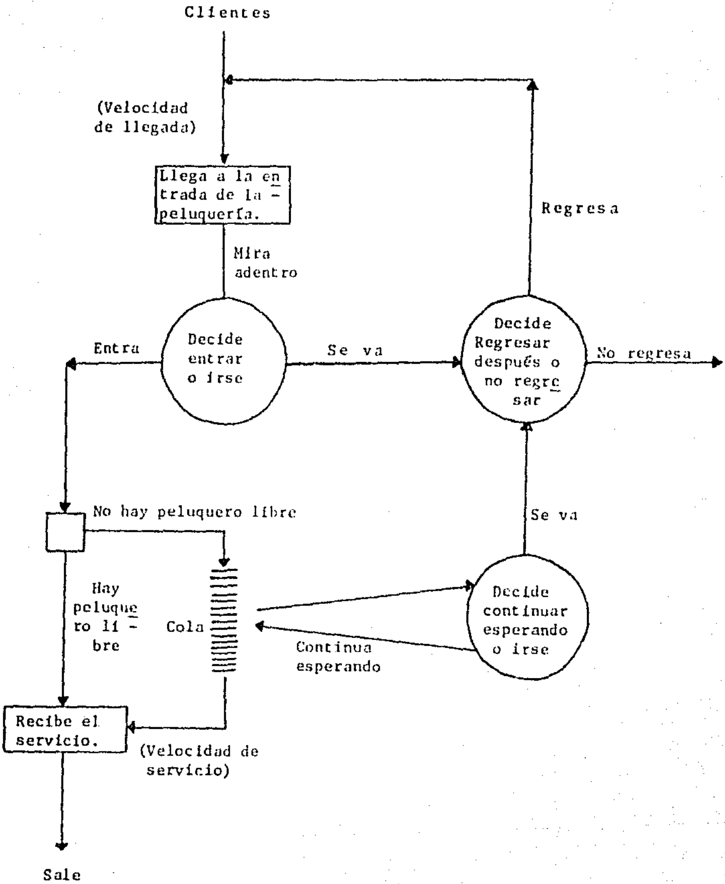


FIG. 3 - 19. Diagrama de "cola" en la peluquería.

Desde que se abre la peluquería (10 a.m.) hasta el medio día y de la 1:45 p.m. al momento de cerrar (5 p.m.), los clientes llegan con una tasa igual a 6 por hora. Un peluquero sale a comer de las 11 a las 11:30, y a su regreso sale el segundo, de 11:30 a 12. El tercero sale a comer de las 2 a las 2:30. ¿En promedio, cuántos clientes se irán sin cortarse el pelo?.

Cabe señalar que cada peluquero termina de servir al cliente que se encuentra en su silla cuando comienza su período para salir a comer y luego toma su media hora completa. El segundo peluquero no saldrá a comer hasta que el primero haya regresado.

El primer paso en la simulación del problema es decidir cuál va a ser el intervalo de tiempo mínimo que se va a considerar. Para mantener la arirmética dentro de ciertos límites, usaremos 5 minutos y supondremos que todos los eventos ocurren al final de cada intervalo completo de 5 minutos. Numeraremos a los clientes en el orden de llegada y comenzaremos por determinar el número de llegadas en cada intervalo. Para el período de la comida, la tasa de llegadas es una cada 5 minutos; por lo tanto la distribución es tipo Poisson con parámetros uno, y las probabilidades de 0, 1, 2, 3 ó 4 llegadas son 0.37, 0.37, 0.19, 0.06 y 0.01. Vamos a utilizar números aleatorios de dos dígitos, del 00 al 99. Los primeros 37 números aleatorios (00 al 36) representarán que no hay llegadas, a partir del siguiente que es el 37 representarán llegadas hasta el 73, como se muestra en la Tabla 3 - 21(llegadas

Tiempo	Peluqueros 1 A	1 D	2 A	2 D	3 A	3 D	Sillas de espera 1 A	1 D	2 A	2 D	3 A	3 D	Cliente A	Cliente D	Números aleatorios de llegada	Números aleatorios de servicio	Tiempo de servicio	Números aleatorios de llegada inicialmente	Números aleatorios de estancia después 15 mins	Números aleatorios críticos
(1)	(2)		(3)		(4)		(5)		(6)		(7)		(8)		(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	
10:00															10					Llegadas
05															37					= 0.5
10															08					n RN
15	1		2										1,2		99	09, 54	15, 20			0 60
20	1		2												12					1 98
25	1		2		3								3		66	42	20			2 99
30		1	2		3										31					
35	4			2	3								4		85	01	10			= 1.0
40	4		5		3								5		63	80	25			n RN
45	6	4	5			3							6		73	06	10			0 36
50	6		5		7								7		98	26	15			1 73
55		6	5		7										11					2 92
11:00			5		7		8						8		83	79	25	57		3 98
05			8	5	9	7							9		88	52	20			4 99
10			8		9		10		11				10, 11		93	76, 64	25, 20	90, 45		
15			8		9		10		11				12	12	65			19		Servicio
20			8		9		10		11				13	13	80			09		t RN
25			8		10	9	14		11				14		74			34	30	5 00
30	11				10		14		15				15		69			45	35	10 06
35	11				10		14		15						09					15 30
40	11				10			14	15				16	16	91			05		20 68
45	11				10					15			17	17	80			03		25 92
50		11				10									44					30 98
55															12					35 99
12:00	18												18		63	53	20			Llegados
05	18		19										19		61	67	20			que per-
10	18		19												15					manecen
15	18		19		20		21						20, 21, 22	22	94	31, 48, --	20, 20, --	--, 34, 00		inicial- mente
20	21	18	19		20		23						23		42	35	20	74		n RN
25	21		23	19	20										23					0 09
30	21		23		20										04					1 29
35	21		23			20									00					2 49
40		21	23												35					Llegados
45	24			23									24		59	17	15			que per-
50	24		25										25		46	03	10			manecen
55	24		25												32					después
1:00		24		25	26								26		69	05	10			de 15
05					26										19					minutos
10	27					26							27		45	23	15			RN = 49
15	27		28		29		30						28, 29, 30		94	98, 49, 29	30, 20, 15	--, --, 42		
20	27		28		29		30		31		33		31, 32, 33	32	98	65, --, 70	20, --, 25	70, 37, 10	--, --, 53	
25	30	27	28		29				31		33				33					
30	30		28		29				31		33		34, 35	34, 35	80			14, 18		
35	30		28		31	29	36		37		33		36, 37		79	58, 48	20, 20	48, 82	--, 58	
40	33	30	28		31		36		37		39		38, 39	38	78	--, 49	--, 20	78, 74	--, 74	
45	33	-	36	28	31		40		37		39		40		51			74	10	
1:50	33		36		31		40		37		39				03					
55	33		36		37	31	40				39		41	41	68			16		
2:00	33		36		37			40			39				51					
05	39	33		36	37										35					
10	39		42		37								42		75	36	20			
15	39		42			37	43						43		97	68	20	76		

Tiempo	Peluqueros						Sillas de espera						Cliente		Números aleatorios de llegada	Números aleatorios de servicio	Tiempo de servicio	Números aleatorios de llegada	Números aleatorios de estanci.	Números aleatorios críticos
	1		2		3		1		2		3							Inicialmente	Después 15 mins	
	A	D	A	D	A	D	A	D	A	D	A	D	A	D						
(1)	(2)		(3)		(4)		(5)		(6)		(7)		(8)		(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	
20	39		42				43		44				44		63	97	30	91		
25	43	39	42												29					
30	43		44	42											48					
35	43		44												31					
40	43		44				45						45		67	56	20			
45	45	43	44												16			85		
50	45		44												25					
55	45		44		46								46		96	84	25			
3:00	45		47	44	46								47		62	39	20			
05		45	47		46										00					
10	48		47		46								48		77	78	25			
15	48		47		40										07					
20	48			47		45									00					
25	48		49										49		85	78	25			
30	40		49												43					
35		48	49												53					
40	50		49										50		96	10	15			
45	50		49		51								51		81	41	20			
50	50		52	49	51								52		87	65	20			
55	53	50	52		51								53		91	37	20			
4:00	53		52		51		54						54		74	64	20	26		
05	53		52		51		54								19					
10	53		54	52		51	55						55		69	00	5	45		
15	55	53	54												39					
20		55	54		56								56		70	23	15			
25			54		56										01					
30				54	56										45					
35	57					56							57		65	64	20			
40	57														06					
45	57														59					
50	57														33					
55		57	58										58		70	58	20			
5:00			58												32					
05			58																	
10			58																	
15				58																

FIG. 3 - 21. Simulación en una peluquería.

λ = 1.0). Para el resto del día el parámetro es λ = 0.8 y también se dan los números aleatorios críticos.

Al obtener una muestra de los tiempos de servicio, notamos que la desviación estándar es 5 e intentamos cualquier tiempo entre más o menos la mitad de la desviación estándar de la media como si fuera exactamente 20 minutos. La probabilidad de una variación normal en este rango es 0.38, obtenemos la Tabla 3 - 20 (un número aleatorio 00 produce un tiempo de 5 minutos; uno del 01 al 06 inclusive, uno de 10 minutos; uno de 07 al 30 inclusive; uno de 15 minutos; y así sucesivamente).

Tiempo de servicio supuesto (minutos).	5	10	15	20	25	30	25
Intervalo (minutos).	$< 7\frac{1}{2}$	$(7\frac{1}{2}, 12\frac{1}{2})$	$(12\frac{1}{2}, 17\frac{1}{2})$	$(17\frac{1}{2}, 22\frac{1}{2})$	$(22\frac{1}{2}, 27\frac{1}{2})$	$(27\frac{1}{2}, 32\frac{1}{2})$	$> 32\frac{1}{2}$
Intervalo (desviaciones estándar).	$< -2\frac{1}{2}$	$(-2\frac{1}{2}, -1\frac{1}{2})$	$(-1\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$	$(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$	$(\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2})$	$(1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2})$	$> 2\frac{1}{2}$
Probabilidad	0.1	0.6	0.24	0.38	0.24	0.06	0.01
Números aleatorios críticos.	00	06	30	68	92	98	99

Tabla 3 - 20 . Deducción de los Tiempos de Servicio.

La decisión para irse después de una espera de 15 minutos se determinará seleccionando un número aleatorio. Si es en el intervalo de 00 a 49 inclusive, el cliente se va; de cualquier otra manera se queda. La decisión de si espera o no depende - sobre todo del número de clientes que ya están esperando. Si - todos los peluqueros están ocupados y nadie está esperando, la probabilidad de irse sin esperar es 0.10. Por lo tanto, si el número aleatorio está entre 00 a 09, el cliente se va. Cuando 1 ó 2 clientes están esperando, las probabilidades son 0.3 a - 0.5. Los rangos correspondientes son 00 a 29 y 00 a 49.

En la Tabla 3 - 21 aparece simulado un día completo. En la columna 1 se muestran los tiempos en los que ocurren los -- eventos. Las columnas de la 2 a la 8 están subdivididas en - dos partes que se etiquetan con las letras A y D para llegadas y partidas respectivamente. En las columnas 2, 3 y 4 que se - encuentran bajo la letra A tenemos el número de cliente que se encuentra en ese momento en cada silla. Bajo la letra D aparece el cliente que está partiendo. Las columnas de la 5 a la 7 se refieren a las sillas de espera para clientes. Bajo la letra D se muestran los clientes que se van después de una espera de 15 minutos. La columna 8, bajo A, muestra los números - de referencia de los clientes que llegan; bajo la letra D aparece cualquiera que llegue y se vaya inmediatamente después de llegar.

La columna 9 muestra los números aleatorios utilizados - para determinar el número de llegadas. Los primeros tres ele mentos 10, 37 y 08 están debajo del número crítico (60) para una llegada; por lo tanto no hay elementos correspondientes - en la columna 8. El cuarto elemento (99) corresponde a dos - llegadas y sus números 1 y 2 se muestran debajo de A en la - columna 8. Ambos reciben el servicio inmediatamente como se muestra debajo de A en las columnas 2 y 3. Los números aleatorios (09, 54) para determinar sus tiempos de servicio se -- pueden ver en la columna 10 y los tiempos correspondientes -- (15, 20) se muestran en la columna 11. Su presencia en las - sillas del peluquero 1 y 2 se muestra en las columnas 2 y 3 - debajo de A, y sus partidas a las 10:30 y 10:35 se muestran - bajo D en las columnas 2 y 3. Si un cliente llega y encuentra a todos los peluqueros ocupados, se extrae un número aleato - rio para determinar si se va inmediatamente. Estos números - se muestran en la columna 12. (Ver, por ejemplo, el cliente 8 que espera o el cliente 12 que se va). Los números aleatorios para determinar si los clientes esperan más de 15 minu - tos, están en la columna 13. (Ver, por ejemplo, el cliente - 33 que se queda y los clientes 13 y 14 que se van).

Una vez que se termina la Tabla 3 - 21, es fácil contar los clientes que se fueron sin recibir el servicio: los clien tes 12, 13, 16, 17, 22, 32, 34, 35, 38 y 41 se fueron inmediatamente y 14, 15 y 40 se fueron después de 15 minutos. Por lo tanto, 13 clientes fueron y no pudieron recibir el servicio, de un total de 58.

El objetivo de una simulación como ésta, puede determinar el beneficio de introducir un peluquero más, pero las conclusiones pueden no hacerse sobre la base de un sólo día. En cualquier caso es tanto como verificar el número total de llegadas (58) contra el número esperado, que es 6 por hora de las 10 al mediodía y de la 1:45 a las 5, y 12 por hora del mediodía a las 1:45. Es decir, $6(2 + 3\ 1/4) + 12 \times 1\ 3/4 = 52\frac{1}{2}$. Ahora, observamos las frecuencias siguientes de los tiempos de servicio.

Tiempo de servicio (minutos)	5	10	15	20	25	30	35	Total
Frecuencia	1	4	7	24	7	2	—	45

El tiempo de servicio promedio, que debería haber sido 20, fue

$$\frac{5x1 + 10x4 + 15x7 + 20x24 + 25x7 + 2x30}{45} = 19.2$$

De esta manera el número de llegadas y el tiempo de servicio promedio tiene errores pero en direcciones opuestas, la tasa de llegadas incrementa el número de clientes que se van sin el servicio y la tasa de servicio lo disminuye. Sin embargo,-

el error de la tasa de llegada es mayor, y podríamos pensar que los 13 clientes perdidos son una sobreestimación de la pérdida real promedio por día.

3.4.5. PROBLEMAS DE SECUENCIACION Y COORDINACION.

Antes de proceder a explicar cada uno de estos problemas, cabe señalar que la razón por la que éstos han sido agrupados en una misma tipología es porque ambos implican el orden en que se ejecutan las actividades.

3.4.5.1. EL PROBLEMA DE SECUENCIACION.

Este problema consiste en encontrar un orden para ejecutar actividades independientes que utilicen instalaciones en común, de tal manera que se optimice alguna medida de eficiencia que cubra el conjunto completo de actividades. Para ello necesitamos conocer:

a). Los trabajos o clientes (J_i).

b). Las instalaciones o conjunto de instalaciones de servicio disponibles (S_j).

c). El tiempo del proceso (P_{ij}).

Y además, según sea la medida de eficiencia del problema, (las cuales serán mencionadas más adelante) será necesario conocer uno o más de los siguientes datos:

d). El número secuencial de las instalaciones a través de las cuales debe pasar el trabajo, en caso de que ésta exista.

e). La fecha lista para iniciar.

f). El tiempo de vencimiento.

Debido a que los tipos de problemas de secuenciación que trataremos buscan la minimización del tiempo total transcurrido (medida de eficiencia que explicaremos más adelante), utilizaremos tablas que contemplan únicamente los tres primeros datos. (Ver FIG. 3- 22).

Clientes o trabajos.	Instalaciones de servicio.					
	S_1	S_2	...	S_j	...	S_m
J_1	P_{11}	P_{12}	...	P_{1j}	...	P_{1m}
J_2	P_{21}	P_{22}	...	P_{2j}	...	P_{2m}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots\vdots\vdots$	$\vdots$	$\vdots\vdots\vdots$	$\vdots$
J_i	P_{i1}	P_{i2}	...	P_{ij}	...	P_{im}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots\vdots\vdots$	$\vdots$	$\vdots\vdots\vdots$	$\vdots$
J_n	P_{n1}	P_{n2}	...	P_{nj}	...	P_{nm}

FIG. 3- 22. Representación de un problema de secuenciación en donde la medida de eficiencia es la minimización del tiempo total transcurrido.

Cabe señalar que sólamente los problemas más sencillos de secuenciación se pueden resolver exactamente. Otros generalmente -

requieren de la simulación, la cual no nos asegura una solución -- óptima, pero que en la mayoría de los casos produce mejores solu - ciones que las que se obtendrían en forma intuitiva y con auxilio de la experiencia.[13.]

Los problemas de secuenciación pueden complicarse debido a -- una serie de condiciones, de entre éstas, las más importantes son las siguientes:

a). **Traslape.** Si un trabajo consiste en la fabricación de un conjunto de artículos similares (un lote), los primeros artícu - los que salen de una operación pueden proseguir a una opera - ción subsecuente antes de que a algunos otros del lote se les haya aplicado la primera operación.

b). **Tiempo de transporte.** El transporte de los artículos de una instalación a otra puede tardar un tiempo significativo. Las instalaciones pueden estar en plantas diferentes.

c). **Reproceso.** Si una de las operaciones de la secuenciación es una inspección de artículos defectuosos, puede ser necesario regresarlos a una operación anterior para reprocesarse, causando una demora a los artículos aceptables o una división del - trabajo en dos líneas. Si los artículos defectuosos no pue - den reprocesarse, puede ser necesario iniciar un nuevo traba- jo.

13. La simulación consiste en la manipulación de un modelo de ma- nera tal, que se produzca una imagen dinámica de la realidad.

d). **Apresuramiento.** Debido a la presión de uno o más clientes, un trabajo puede sacarse de la secuencia y acelerarse, es decir, adelantarse en la cola.

e). **Descompostura de máquina.** Una instalación de servicio puede descomponerse o puede ser que el operador no vaya a trabajar, de tal modo que cause una demora imprevista.

f). **Déficit de material.** El material que se requiere para llevar a cabo una operación puede agotarse.

g). **Tiempo de proceso variable.** Por ejemplo, en una operación que tenga muchos cambios, el tiempo que se requiere para ejecutarla puede variar de un cambio a otro, cosa que sucede con mucha frecuencia. Aún el mismo cambio puede necesitar diferentes tiempos de operación para diferentes lotes del mismo artículo.

Las medidas de la eficiencia en un problema de secuenciación pueden adoptar una serie de formas diferentes, y algunas de las más comunes son las que siguen:

a). **Minimización deltiempo total transcurrido**, es decir, cuando todos los trabajos están esperando para ejecutarse, el tiempo entre la iniciación del primer trabajo y la terminación del último (éste no es un criterio adecuado cuando los trabajos llegan en forma continua a la instalación de servicio).

b). **Minimización del retraso total.** El retraso se define como "el tiempo de terminación" menos "el tiempo de vencimiento" cuando esta diferencia es una cantidad positiva. El retraso total es la suma de las demoras de todos los trabajos del con junto.

c). Minimización del retraso máximo, es decir, minimizar la magnitud del trabajo más retrasado del conjunto.

d). Minimización del costo del inventario en proceso.

e). Minimización del costo de retraso.

Idealmente, la medida de la eficiencia debería reflejar tres tipos de costo:

1.- El costo de retrasarse.

2.- El costo de operación.

3.- El costo del inventario en proceso.

Se han desarrollado métodos analíticos que resuelven problemas de secuenciación muy sencillos, y son los que a continuación expondremos:

Caso 1: 2 máquinas -- n trabajos.

Caso 2: 3 máquinas -- n trabajos.

3.4.5.1.1. PROBLEMA DE SECUENCIACION : 2 máquinas - n trabajos.

Johnson (1954) y Bellman (1955) encontraron la regla de decisión óptima para n trabajos a través de dos instalaciones en el mismo orden, donde la optimalidad se define como el tiempo mínimo total transcurrido, y el orden de terminación de los trabajos no tiene significado.

En este método suponemos que el espacio de almacenamiento en proceso está disponible y que el costo del inventario en proceso -

es el mismo para cada trabajo, o es demasiado pequeño para ser tomado en cuenta. Este es el caso de proceso con una duración corta, pero para aquellos de gran duración la suposición puede no justificarse. El orden en que entren en la primera máquina será el mismo que para la segunda.

Los pasos a considerar en esta metodología son los siguientes:

1. Encontrar el elemento más pequeño (horas) de la tabla.
2. Si este valor se encuentra en la primera columna, coloque el trabajo al principio; si se encuentra en cualquier otra columna, colóquelo al último. Si hay elementos con valor mínimo igual en cada columna, coloque el de la primera columna en primer lugar y el de la segunda columna al último. Si los dos valores iguales se encuentran en la primera columna, seleccione primero el que tenga el elemento más pequeño en la segunda columna. Si los valores iguales se encuentran en la segunda columna, selecciona el que tenga el elemento menor en la primera columna.
3. Tache el trabajo seleccionado y continúe el proceso, colocando los trabajos abajo del primero o arriba del último, y así sucesivamente.

3.4.5.1.2. PROBLEMA DE SECUENCIACION : 3 máquinas - n trabajos.

Johnson (1954) encontró también un procedimiento para obte -

ner la secuencia óptima para n trabajos a través de 3 máquinas manteniendo el mismo orden para cada máquina, si se satisface una de las dos condiciones siguientes:

1. El tiempo mínimo en la máquina 1 es mayor o igual que el tiempo máximo en la máquina 2.
2. El tiempo mínimo en la máquina 3 es mayor o igual que el tiempo máximo en la máquina 2.

Si una de las dos condiciones anteriores se cumple se procede con la siguiente metodología:

1. Formar dos columnas, una consistente en la suma de las dos primeras y la otra en la suma de las dos últimas.
2. Resolver el problema siguiendo la metodología del Caso 1: 2 máquinas n trabajos que se encuentra detallada en la sección -- 3.4.5.1.1.

Con el fin de poder visualizar de una mejor manera los procedimientos descritos, realizaremos un ejercicio que incluye los dos casos, y que se encuentra ilustrado en la siguiente tabla:

Trabajo	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3
1	7	4	3
2	9	5	8
3	5	1	7
4	6	2	5
5	10	3	4

Como podemos observar, la primera condición descrita en el Caso 2, es satisfecha, por lo cual modificaremos la tabla anterior, quedándo ésta de la siguiente manera:

Trabajo	Máquina 1 + Máquina 2	Máquina 2 + Máquina 3
1	11	7
2	14	13
3	6	8
4	8	7
5	13	7

Siguiendo la metodología descrita en el Caso 1 obtenemos como resultado la secuencia: (3-2-5-1-4).

Es importante aclarar que los procedimientos descritos anteriormente están restringidos a pequeños problemas de secuenciación, en donde se supone que los tiempos de proceso se conocen sin error. Para problemas que no cumplen con esta restricción, el principal método de resolución que se ha utilizado ha sido la teoría de colas.

En adición, actualmente los grandes problemas de secuenciación tienen que ser atacados haciendo uso de la simulación, y dado que el volúmen de cálculos requeridos podría alcanzar grandes dimensiones, se ha dado mucha importancia a la reducción del número de secuencias y de ensayos que se requieren para probar cada secuencia. Con el fín de que una resolución por simulación sea suficien temente eficiente, se necesita un buen sistema de procesamiento de datos, así como un mayor desarrollo de las técnicas para manejar este tipo de problemas.

3.4.5.2. EL PROBLEMA DE COORDINACION.

Este problema consiste en determinar las actividades críticas que controlan el tiempo que se requiere para terminar el conjunto y cuánto se necesita gastar para hacer que dichas actividades críticas se ejecuten de tal manera que se satisfagan fechas de terminación deseadas a costo mínimo.

Deben darse las siguientes condiciones para que un problema así exista:

1. Una colección bien definida de actividades que se van a terminar antes que el proyecto del cual forman parte.
2. Las actividades se pueden iniciar y terminar en forma independiente dentro de una secuencia específica. (Generalmente se supone que hay suficientes recursos disponibles para ejecutar el trabajo necesario. Si esto no se hace, el problema se complica pero no se hace imposible).
3. Las actividades se ordenan en un sentido tal que para cada una conozcamos las que la preceden, es decir, las que debemos esperar terminar antes de iniciar la que se esté considerando.

Pero, ¿cómo identificar las actividades que se deben terminar de acuerdo al programa, si el proyecto completo se va a terminar de acuerdo también al programa y cómo revisar los avances del proyecto conforme pasa el tiempo?. Si es posible reducir el tiempo de duración de alguna o de todas las actividades a costa de un incremento del costo, ¿Cómo se deberían programar las actividades de tal manera de minimizar el tiempo de terminación del proyecto para un costo total específico?.

El primer cuestionamiento se maneja por medio del PERT (Proyect Evaluation and Review Technique). El segundo por medio del CPM (Critical Path Method).

3.4.5.2.1. PRIMER PROBLEMA DE COORDINACION: PERT.

Para desarrollar la primera metodología, nos auxiliaremos de un problema ejemplo, el cual contempla 12 actividades (A, B, ..., L), y para las cuales son válidas las siguientes relaciones de precedencia:

A ∠ C	B ∠ D	B ∠ G	B ∠ K	C ∠ D
C ∠ G	D ∠ E	E ∠ F	F ∠ H	F ∠ I
F ∠ L	G ∠ I	G ∠ L	H ∠ J	I ∠ J
K ∠ L				

El símbolo ∠ significa que la actividad a la izquierda debe ser ejecutada y terminada antes que la actividad a la derecha sea iniciada.

El proyecto puede ser representado por medio de un diagrama de red como se muestra en la Fig. 3-23, consistente en nodos y -- segmentos dirigidos, adoptando las convenciones siguientes:

1. Las actividades se representan por segmentos.
2. Los segmentos dirigidos hacia un nodo representan actividades que se deben terminar antes que se inicien aquellas representadas por los segmentos dirigidos que parten del mismo nodo.
3. La iniciación se representa por medio de un nodo que se etiqueta con el cero, y los nodos restantes se numeran de tal manera que si hay un segmento dirigido de i a j, entonces $i < j$.
4. La actividad (i,j) se puede iniciar tan pronto como todas las actividades que llegan a i se hayan terminado.
5. Para que (i,j) pueda representar una sóla actividad, si dos o más actividades comienzan y terminan en los mismos nodos, introducimos un nodo ficticio, digamos x, y una actividad ficticia (x,j); las dos actividades reales se etiquetan como (i,j) y (i,x).

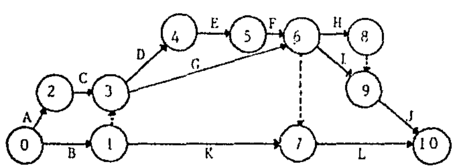


FIG. 3 - 23.

Hemos introducido las siguientes actividades ficticias:

a.- (1,3) que es necesaria debido a que B y C deben ser precedentes de D y G, y sin la presencia de esta actividad, únicamente B precedería a K.

b.- (6,7) ya que de no existir no se cumpliría que G, F y K fuesen precedentes de L.

c.- (8,9) que debe su existencia al hecho de que se desea evitar que dos o más actividades empiecen y terminen en los mismos nodos, ya que de no ser así, no podríamos referir a una actividad haciendo uso de los números correspondientes al inicio y término de esa(s) actividad(es) sin ambigüedad.

En caso de tener las duraciones para acabar cada actividad, y haciendo uso del diagrama mostrado en la Fig. 3-25 , podemos determinar el tiempo mínimo en que se puede incluir el proyecto, así como también podremos identificar las actividades críticas, cuya demora retrasará todo el proyecto. Supongamos que tenemos los siguientes datos:

Actividad:	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Duración : (días)	30	7	10	14	10	7	21	7	12	15	30	15

METODOLOGIA:

1. Iniciaremos encontrando los tiempos de iniciación próxima a -- los cuales podemos alcanzar cada nodo, esto es, el tiempo de -

iniciación en el cual podemos terminar cada actividad. Hagamos que t_i sea el tiempo de iniciación próxima para el nodo i, y suponiendo que podemos iniciar inmediatamente, tenemos que $t_0 = 0$. Y sea t_{ij} el tiempo que se requiere para la actividad (i,j), mientras que para las actividades ficticias $t_{ij} = 0$. Obtenemos la siguiente tabla en donde podemos observar que t_{ij} para cada actividad es esencialmente la misma que la tabla anterior.

Actividad

(i,j)	0,1	0,2	1,3	1,7	2,3	3,4	3,6	4,5	5,6	6,7	6,8	6,9	7,10	8,9	9,10
t_{ij}	7	30	0	30	10	14	21	10	7	0	7	12	15	0	15

2. El siguiente paso consiste en calcular el tiempo en que puede realizarse el proyecto, haciendo uso de las dos reglas que damos a continuación:

   a). $t_0 = 0$

   b). $t_i = \text{Max} [\, t_k + t_{ki} \,]$, en donde k fluctúa sobre todos los nodos para los cuales existen las actividades ki.

Siguiendo estas dos reglas, continuamos con el ejemplo.

$t_1 = t_0 + t_{01} = (0 + 7) = 7$

$t_2 = t_0 + t_{02} = (0 + 30) = 30$

Para calcular t_3, podemos tomar dos rutas: 0,1,3 ó 0,2,3.

$t_3 = \text{Max} [t_1 + t_{13}, t_2 + t_{23}] = \text{Max} (7 + 0, 30 + 10) = 40$

Continuamos,

$t_4 = t_3 + t_{34} = (40 + 14) = 54$

$t_5 = t_4 + t_{45} = (54 + 10) = 64$

Para t_6, podemos llegar desde el nodo 5 o el 3, esto es:

$t_6 = \text{Máx}\ [t_3 + t_{36},\ t_5 + t_{56}] = \text{Máx}\ (40 + 21,\ 64 + 7) = 71$

$t_7 = \text{Máx}\ [t_1 + t_{17},\ t_6 + t_{67}] = \text{Máx}\ (7 + 30,\ 71 + 0) = 71$

Continuamos,

$t_8 = t_6 + t_{68} = (71 + 7) = 78$

$t_9 = \text{Máx}\ [t_6 + t_{69},\ t_8 + t_{89}] = \text{Máx}\ (71 + 12,\ 78 + 0) = 83$

$t_{10} = \text{Máx}\ [t_7 + t_{7,10},\ t_9 + t_{9,10}] = \text{Máx}\ (71 + 15,\ 83 + 15) = 98$

Esto nos indica que el proyecto puede terminar en 98 días.

3. Continuamos ahora encontrando las actividades críticas, calculando el tiempo más lejano al cual podríamos alcanzar cada nodo sin retrasar el nodo 10.

Si un nodo tiene un tiempo más próximo igual a su tiempo más lejano, cualquier demora en alcanzarlo, retrasará todo el proyecto. Hagamos que los tiempos más lejanos se representen -- por $[\ T_i\ ]$.

Si la actividad 10 no se demora, debe terminarse en el tiempo $T_{10} = 98$.

En general, el tiempo más lejano para el nodo i está dado por

$$T_i = \text{Mín}_j\ [\ T_j - t_{ij}]$$

donde j fluctúa sobre todos los nodos para los cuales existen las actividades (i, j), así tenemos que:

$T_{10} = 98$

$T_9 = T_{10} - t_{9,10} = (98 - 15) = 83$

$T_8 = T_9 - t_{8,9} = (83 - 0) = 83$

$T_7 = T_{10} - t_{7,10} = (98 - 15) = 83$

$T_6 = \text{Mín } [T_7 - t_{67} ; T_9 - t_{69} ; T_8 - t_{68}] =$

$= \text{Mín } (83 - 0 ; 83 - 12 ; 83 - 7) = 71$

$T_5 = T_6 - t_{56} = (71 - 7) = 64$

$T_4 = T_5 - t_{45} = (64 - 10) = 54$

$T_3 = \text{Mín } [T_6 - t_{36} ; T_4 - t_{34}] = (71 - 21; 54 - 14) = 40$

$T_2 = T_3 - t_{23} = (40 - 10) = 30$

$T_1 = T_3 - t_{13} = (30 - 0) = 30$

$T_0 = \text{Mín } [T_2 - t_{02} ; T_1 - t_{01}] = (30 - 30; 30 - 7) = 0$

Podemos hacer ahora la siguiente tabla, en donde encontramos a T_i, t_i y la holgura calculada auxiliándonos de la fórmula:

$$\text{Holgura} = T_i - t_i$$

Nodo i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_i	0	30	30	40	54	64	71	83	83	83	98
t_i	0	7	30	40	54	64	71	71	78	83	98
Holgura	0	23	0	0	0	0	0	12	5	0	0

En general, es más conveniente expresar la información de la tabla anterior en tiempos de terminación de las actividades; esto es fácil de llevar a cabo, ya que el tiempo más lejano de terminación de la actividad (i, j) es T_i, y si utilizamos E_{ij} para denotar un tiempo más próximo, entonces, ya que (i,j) no puede ser iniciada antes de t_i, podemos observar que $E_{ij} = t_i + t_{ij}$; y la holgura es igual a la diferencia entre $T_i - E_{ij}$. El encontrar esta holgura es importante pues aquellas actividades con holgura igual a cero son críticas para la terminación del proyecto completo, debido a que cualquier demora en -

estas actividades aumentarán el tiempo de terminación de éste. Evidentemente, la atención deberá concentrarse en las actividades críticas durante la administración de proyectos grandes.

Este método es conocido con el nombre de PERT Simplificado, - sin embargo, únicamente produce información que puede ser útil para propósitos de control, pero no especifica cómo deberían tomarse las decisiones que conducen al control, es decir, no optimiza absolutamente nada. El PERT Simplificado no toma en cuenta la probabilidad de variación de las duraciones de las actividades, lo cual - se trata de corregir haciendo uso del método denominado PERT Completo.

En el PERT Completo suponemos que para cada actividad existe una distribución unimodal para el tiempo de terminación y que podemos estimar el tiempo más probable m. Suponemos además que tenemos una estimación optimista a, y otra pesimista b, tales que la - probabilidad de que la duración de una actividad se salga del intervalo de a a b sea muy pequeña.

Con el fin de evitar ambigüedades, procederemos a explicar en que consiste cada uno de los tiempos mencionados.
El tiempo optimista a es aquel en el cual es posible completar la actividad si es que todo marcha excepcionalmente bien. Se ha estimado que la probabilidad de que la actividad se termine sin exceder este tiempo es sólamente de un centésimo.
El tiempo más probable m es la estimación más realista del tiempo

que puede tardar una actividad. Se esperaría que este tiempo --- ocurriera con mayor frecuencia, si la actividad se pudiera repetir en numerosas ocasiones, bajo las mismas circunstancias.

El tiempo pesimista b es aquel que se requiere para llevar a cabo una actividad en condiciones adversas, salvo aquellas de fuerza mayor. Se ha hecho una estimación en que la probabilidad de que la actividad se termine en exceso de este tiempo es sólamente de un - centésimo.

Estas tres estimaciones de tiempo se combinan estadísticamente para desarrollar el tiempo esperado, t_e (esto es, la media) de la actividad, y la desviación estándar σ.

Se asume (sin pruebas rigurosas) que las tres estimaciones -- tenderán a ajustarse a los puntos extremos y al modo (punto de mayor frecuencia) de la distribución beta, como se muestra en la Fig. 3 - 24 .

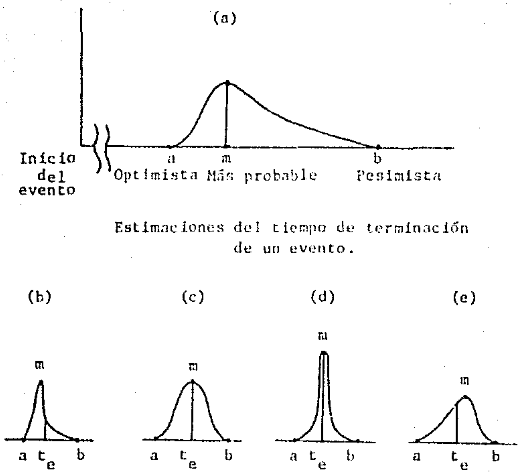
Existen aproximaciones simplificadas para la media y la des - viación estándar de la distribución beta (con los valores a, m y b) como sigue:

$$t_e \text{ (tiempo esperado o media)} = \frac{a + 4m + b}{6}$$

$$\sigma^2 t_e \text{ (varianza)} = \left[\frac{b - a}{6}\right]^2$$

lo que implica que:

$$\sigma t_e \text{ (desviación estándar)} = \frac{(b - a)}{6}$$



Estimaciones del tiempo de terminación de un evento.

FIG. 3 - 24 . Distribuciones supuestas de estimaciones de tiempo de actividad.

Fuente: PERT Summary Report Phase I (Special Projects Office, Bureau of Naval Weapons, Departament of the Navy, Washintong, D. C., 1958), pp. 67 .

La Fig 3 - 24, muestra que $t_e = m$ cuando la distribución de la estimación de tiempo es simétrica, como en (c) y en (d). $t_e > m$ cuando la distribución está sesgada hacia la derecha, como en -

(a). $t_e < m$ cuando la distribución está sesgada a la izquierda, como en (e).

Cuando $t_e \neq m$, t_e queda dentro de un tercio de la distancia entre m y el punto medio entre a y b . Esto se puede demostrar como sigue (véase la Fig. 3 - 25):

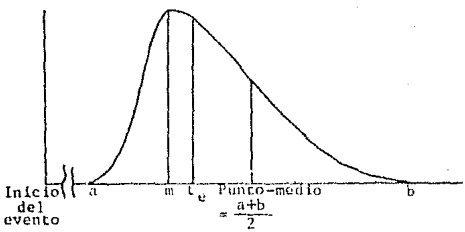


FIG. 3 - 25. Ubicación de t_e entre m y el punto medio.

$$\text{punto medio} = \frac{a + b}{2}$$

$$\text{distancia de m al punto medio} = \frac{a + b}{2} - m$$

un tercio de la distancia de m al punto medio es igual a:

$$\frac{1}{3} \left[\frac{a + b}{2} - m \right] = \frac{a + b}{6} - \frac{m}{3}$$

el tiempo más probable, m, más un tercio de la distancia de m al punto medio es:

$$m + \left[\frac{a + b}{6} - \frac{m}{3} \right] =$$

$$= \frac{6m + a + b - 2m}{6} =$$

$$= \frac{a + 4m + b}{6}$$

pero

$$t_e = \frac{a + 4m + b}{6}$$

Por lo tanto, t_e es un tercio de la distancia de la estimación más probable (m) al punto medio de las estimaciones optimista y pesimista $(a + b) / 2$.

No es necesario hacer suposiciones acerca de los valores relativos de a, b y m, excepto que $a \leq m \leq b$.

El PERT Completo calcula el tiempo esperado de terminación de un proyecto haciendo uso de las duraciones esperadas de las actividades; además identifica las actividades críticas y nos permite también estimar las probabilidades de diferentes demoras, no solamente al final, sino también en cada punto a través de todo el proyecto.

METODOLOGIA:

1. El primer paso es calcular las medias y las varianzas de las

duraciones de las actividades.

2. Continuamos calculando los tiempos esperados más próximos y más lejanos para cada nodo, utilizando las duraciones esperadas de las actividades. Aquí ocuparemos las mismas fórmulas del PERT Simplificado, es decir:

" Tiempo más próximo "

$$t_0 = 0$$
$$t_i = \text{Máx}_k \, [t_k + t_{ki}];$$

en donde

k = cualquier nodo tal que (k, i) sea una actividad.

Es necesario registrar el valor de k que maximice, debido a que lo necesitaremos en el cálculo de las varianzas y le llamaremos k' .

" Tiempo más lejano "

$$T_n = t_n$$
$$T_i = \text{Mín}_j \, [T_j - t_{ij}];$$

en donde

j = cualquier nodo tal que (i, j) sea una actividad.

3. Ahora calculamos las varianzas σ_i^2 teniendo las siguientes fórmulas:

$$\sigma_o^2 = 0$$
$$\sigma_i^2 = \sigma_{k'}^2 + \sigma_{k'i}^2$$

en donde

σ_{rs}^2 = varianza de la duración de la actividad (r, s).

k' = nodo que se maximiza al calcular t_i.

En caso de existir máximos equivalentes al calcular t_i, debe seleccionarse la k que produzca el mayor valor de σ_i^2.

4. Se encuentran las fechas programadas θ_i para cada nodo, éstas se expresan como un cierto número de unidades de tiempo a partir del momento de la iniciación. Al principio pueden ser -- los tiempos más lejanos, T_i, para cada nodo, pero después de que se ha iniciado un proyecto conoceremos que tanto se ha -- avanzado en cualquier fecha dada, y los tiempos programados - serán los más lejanos si el proyecto se va a terminar de acuerdo al programa original.

5. Este paso consiste en encontrar las holguras para cada nodo,- auxiliándonos de la fórmula siguiente:

$$\text{Holgura} = T_i - t_i$$

6. Por último, procedemos a hacer una estimación de la probabilidad de que cada nodo se alcance en la fecha programada. Para hacer esto, suponemos que el tiempo de terminación real está distribuido normalmente alrededor de t_i con una varianza σ_i^2. Por lo tanto calculamos $Z_i = (\theta_i - t_i)/\sigma_i$ y utilizamos tablas para encontrar la probabilidad de que un desvío normal estándar exceda a Z_i.

Cabe señalar que este procedimiento está sujeto a objeciones teóricas serias, más en la práctica se ha encontrado que las probabilidades calculadas son una guía útil para determinar aquellas actividades que necesitan acelerarse.

Para propósitos de administración es mejor presentar resultados en términos de actividades en lugar de nodos, los cambios necesarios para cada actividad (i, j) son:

a). El tiempo más próximo de terminación esperado E_{ij},

$$E_{ij} = t_i + t_{ij};$$

b). La varianza del tiempo más próximo de terminación S_{ij}^2

$$S_{ij}^2 = \sigma_i^2 + V_{ij}^2$$

donde

V_{ij}^2 = varianza de la duración de la actividad (i, j);

c). El tiempo más lejano de terminación esperado T_j;

d). El tiempo programado de la actividad (i, j), que es θ_i;

e). La probabilidad de satisfacer la fecha programada, que se encuentra calculando Z_{ij},

$$Z_{ij} = (\theta_j - E_{ij})/S_{ij}$$

y utilizando tablas normales.

Ahora realizaremos un problema ejemplo que pueda aclarar las posibles dudas que se encuentren en la exposición hecha anteriormente.

Consideremos el proyecto representado en la Fig. 3 - 28 . Nótese que la actividad (1,2) es ficticia, que cumple la función de permitir que cada par de (i, j) se refiera a una sola actividad.

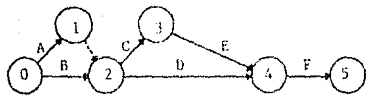


FIG. 3 - 26.

Partimos de los siguientes datos:

Actividad	a	b	m
01, A	8	14	10
02, B	14	26	20
12	0	0	0
23, C	16	22	20
24, D	24	36	30
34, E	28	46	36
45, F	18.5	21.5	20

y siguiendo los pasos de la metodología tenemos:

1. Calculamos las medias y las varianzas.

Actividad	$t_e = \dfrac{a + 4m + b}{6}$	$\sigma^2 = [\frac{1}{6}(b - a)]^2$
01, A	10.33	1.00
02, B	20.00	4.00
12	0.00	0.00
23, C	19.67	1.00
24, D	30.00	4.00
34, E	36.33	9.00
45, F	20.00	0.25

2. Encontramos los tiempos más próximos y los más lejanos.

Tiempos más próximos:

$t_0 = 0$

$t_1 = t_0 + t_{01} = (0 + 10.33) = 10.33 \quad \ldots \quad k = 0$

$t_2 = \text{Máx}\ [t_0 + t_{02},\ t_1 + t_{12}] = \text{Máx}\ (0 + 20,\ 10.33 + 0) =$

$= 20 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad k = 1$

$t_3 = t_2 + t_{23} = (20 + 19.67) = 39.67 \quad \ldots \quad k = 2$

$t_4 = \text{Máx}\ [t_2 + t_{24},\ t_3 + t_{34}] = \text{Máx}\ (20 + 30,\ 39.67 + 36.33) =$

$= 76 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad k = 3$

$t_5 = t_4 + t_{45} = (76 + 20) = 96 \quad \ldots \quad k = 4$

Tiempos más lejanos:

$T_5 = 96$

$T_4 = T_5 + t_{45} = (96 - 20) = 76$

$T_3 = T_4 + t_{34} = (76 - 36.33) = 39.67$

$T_2 = \text{Mín}_j [T_4 - t_{24},\ T_3 - t_{23}] = \text{Mín}_j (76 - 30,\ 39.76 - 19.67) =$

$= 20 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad j = 3$

$T_1 = T_2 + t_{12} = (20 - 0) = 20$

$T_0 = \text{Mín}_j [T_1 - t_{01},\ T_2 - t_{02}] = \text{Mín}_j (20 - 10.33,\ 20 - 20) =$

$= 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad j = 2$

3. Calculamos ahora σ_i^2

$\sigma_0^2 = 0$

$\sigma_1^2 = \sigma^2 + \sigma_{01}^2 = 1 + 0 = 1$

$\sigma_2^2 = \sigma^2 + \sigma_{02}^2 = 4 + 0 = 4$

$\sigma_3^2 = \sigma^2 + \sigma_{23}^2 = 4 + 1 = 5$

$\sigma_4^2 = \sigma^2 + \sigma_{34}^2 = 5 + 9 = 14$

$\sigma_5^2 = \sigma^2 + \sigma_{45}^2 = 14 + 0.25 = 14.25$

4. Ahora damos los valores de los tiempos programados.

$$\theta_0 = 0$$
$$\theta_1 = 20$$
$$\theta_2 = 20$$
$$\theta_3 = 40$$
$$\theta_4 = 80$$
$$\theta_5 = 100$$

5. Hallamos las holguras.

$$T_0 - t_0 = 0 - 0 = 0$$
$$T_1 - t_1 = 20 - 10.33 = 9.67$$
$$T_2 - t_2 = 20 - 20 = 0$$
$$T_3 - t_3 = 39.67 - 39.67 = 0$$
$$T_4 - t_4 = 76 - 76 = 0$$
$$T_5 - t_5 = 96 - 96 = 0$$

6. Finalmente, hallamos las probabilidades de que sea satisfecho el programa.

Z	Probabilidad
∞	1.00
9.67	1.00^{-}
0.00	0.50
0.066	0.52
0.28	0.61
0.28	0.61

Todo este proceso se encuentra resumido en las siguientes tablas.

Actividad	a	b	m	t_e	^{2}
01, A	8	14	10	10.33	1
02, B	14	26	20	20.00	4
12	0	0	0	0	0
23, C	16	22	20	19.67	1
24, D	24	36	30	30.00	4
34, E	28	46	36	36.33	9
45, F	18.5	21.5	20	20.00	0.25

Nodo i	Tiempo más próximo t_i	Varianza ${}^2_i$	Tiempo más lejano T_i	Tiempo programado i	Holgura $T_i - t_i$	Probabilidad de satisfacer el programa
0	0	0	0	0	0	1.00
1	10.33	1	20	20	9.67	1.00⁻
2	20	4	20	20	0	0.50
3	39.67	5	39.67	40	0	0.52
4	76	14	76	80	0	0.61
5	96	14.25	96	100	0	0.61

3.4.5.2.2. SEGUNDO PROBLEMA DE COORDINACION: C. P. M.

Como ya hemos visto, el PERT Completo supone que los tiempos de las actividades [t_{ij}] no están sujetas a control y tan sólo revisa el avance del proyecto conforme pasa el tiempo. Pero a menudo se da el caso de que el costo de ejecutar una actividad (i, j) depende del tiempo programado, y se pueden obtener diferentes -- tiempos para diferentes costos. Generalmente, si ejecutamos una actividad más rápidamente, su costo aumentará considerablemente.

Supondremos ahora que si una actividad (i, j) se termina en el tiempo t_{ij}, el costo C_{ij} está dado por:

$$C_{ij} = k_{ij} - t_{ij}h_{ij} \qquad a \leq t_{ij} \leq b_{ij}$$

donde

h_{ij} y k_{ij} son constantes positivas.

$a_{ij} \geq 0$ es el tiempo más corto posible.

$b_{ij} \geq a_{ij}$ es el tiempo más largo.

(Ver Fig. 3 - 27).

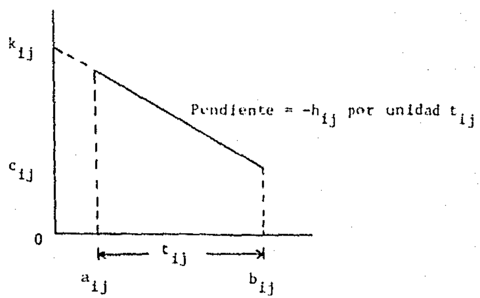


FIG. 3 - 27. Gráfica de la ecuación: $c_{ij}=k_{ij}-t_{ij}h_{ij}$,

$a_{ij} \quad t_{ij} \quad b_{ij}$.

Así, el costo total de un proyecto será:

$$K = \sum_{ij}[k_{ij} - t_{ij}h_{ij}] - \sum_{ij}k_{ij} - \sum_{ij}t_{ij}h_{ij}$$

La primera impresión que nos producirá esta ecuación es la de suponer que deberíamos seleccionar las duraciones de las actividades-des, de manera tal que K sea mínima. Pero si observamos bien notaremos que cuando todas las duraciones de las actividades se fijan en su máximo, lo que estamos realizando, es hacer que $t_{ij} = b_{ij}$, y no nos será posible obtener una reducción adicional del costo. A este costo lo denominaremos λ_M. En caso de que no nos convenga esperar tanto tiempo, podemos acelerar el proyecto, pero con el -- subsecuente incremento en el costo. Si dejamos que $\lambda < \lambda_M$, el problema se reducirá a determinar el conjunto de tiempos t_{ij} que - hagan mínimo el costo K, sujeto a que el tiempo de terminación sea igual a λ. Como podemos observar, el costo mínimo es inversamente proporcional a λ, es decir, K aumentará al disminuir λ y viceversa. El cálculo de los valores de t_{ij} y la función de costo - constituyen el problema que resuelve el Método del Camino Crítico (C. P. M.).

Nótese que los valores $\{k_{ij}\}$ no son relevantes, debido a que - siempre ocurrirán dichos costos, por lo que nuestro problema será maximizar Z en donde $Z = \sum_{ij} t_{ij} h_{ij}$, sujeto a que el tiempo de terminación del proyecto será igual a λ.

Evidentemente, no todos los valores de λ son de interés, ya que si hacemos todas las duraciones de las actividades iguales a - sus mínimos, la duración del proyecto resultante será la menor posible, en cambio, si las hacemos todas iguales a sus máximos, - los costos resultantes no podrán ser abatidos por medio de incre - mentos en la duración del proyecto. Esto es, que sólo nos interesará en el intervalo:

$$\lambda_m \leq \lambda \leq \lambda_M$$

donde

λ_m = duración del proyecto cuando para todas las (i, j) tenemos $t_{ij} = a_{ij}$

λ_M = duración del proyecto cuando para todas las (i, j) tenemos $t_{ij} = b_{ij}$

La ecuación para Z es una función lineal, y si podemos expresar las restricciones como funciones lineales, el problema se podría resolver por medio de los métodos que resuelven el problema general de asignación lineal que ya explicamos antes.

Ha sido demostrado que ésto es posible de la siguiente manera:

$$t_0 = 0$$

$$t_i = \text{Máx}_k[t_k + t_{ki}] \quad \ldots \ (1)$$

donde

t_i = tiempo mínimo para llegar al nodo i.

esto implica que

$$t_i \geq t_k + t_{ki} \quad \text{para toda } i = 1, 2, \ldots, n \quad \ldots \ (2)$$

Esta desigualdad debe entenderse como aplicada para todas -- las k para las que hay una actividad (k, i). Existen además las restricciones de duraciones máximas y mínimas de las actividades, esto expresado para todas las (i, j).

$$a_{ij} \leq t_{ij} \leq b_{ij} \quad \ldots \ (3)$$

Por último, tenemos la restricción de que el tiempo de terminación del proyecto debe ser igual a λ, es decir:

$$t_n = \lambda \quad \ldots (4)$$

También deseamos asegurar que mientras t_i satisfaga la ecuación (2) será tan pequeña como sea posible y también satisfacera (1). Esto se puede llevar a cabo definiendo la expresión a maximizar como:

$$Z' = \sum_{ij} t_{ij} h_{ij} - \sum_{ij} t_{ij} M_{ij}$$

donde

M_i = constantes positivas muy grandes.

Si maximizamos (5) para todas las $[t_{ij}]$, $[t_i]$ positivas que satisfagan a (2), (3) y (4), encontramos que la solución óptima a las $[t_{ij}]$ son tan pequeñas como sea posible, lo que implica que - también (1) será satisfecha.

Existe un algoritmo adecuado para ser aplicado a través de - computadora, para resolver este problema. Dicho algoritmo es más eficiente que el Método Simplex, sin embargo, el número de variables es muy grande, y el método es muy tedioso para realizarse a mano, aún para problemas muy pequeños.[14]

Muchos problemas pequeños pueden ser resueltos por razona -- mientos heurísticos sencillos, con el fin de explicar este procedimiento, consideraremos el siguiente ejemplo que está representado en la Tabla 3 - 28 .

14. El algoritmo fue desarrollado por Kelley y se encuentra detallado en su artículo: "Critical-Path Planning and Scheduling: Mathematical Basis", Operations Research, 9, 1961. (p. 296 - 320).

Actividad (i, j)	a_{ij}	b_{ij}	h_{ij}
0,1	4	7	2
0,2	5	10	4
0,3	3	6	5
1,2	5	8	3
1,5	11	15	4
2,4	3	7	6
3,4	6	8	5
3,5	13	15	3
4,5	4	9	6

TABLA 3 - 28. Datos para el proyecto.

Los datos del proyecto anterior se muestran en la Fig. 3 - 29, que presentamos a continuación.

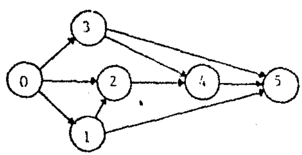


FIG. 3 - 29.

METODOLOGIA:

Principiamos calculando el tiempo total para el proyecto completo cuando $t_{ij} = b_{ij}$, obtenemos $\lambda_M = 31$. También calculamos el tiempo del proyecto cuando $t_{ij} = a_{ij}$, y encontramos que $\lambda_m = 16$. El objeto de los cálculos restantes es expresar el costo como una función de λ para $\lambda_m = \lambda = \lambda_M$, cuando $\lambda = \lambda_M$, el costo total -

es:
$$K_M = \sum_{ij} k_{ij} - \sum b_{ij} h_{ij}$$

Para cualquier valor de $\lambda \leq \lambda_M$, hagamos que el costo mínimo sea $K_M + f(\lambda)$. Sabemos que $f(\lambda_M) = 0$, y procedemos como sigue:

1. Encontrar todas las rutas distintas de (0, n); en este caso $n = 5$. Estas son 0245, 01245, 015, 035 y 0345.

2. Construya una tabla colocando las actividades en la primera fila y las cinco rutas en la primera columna. Debajo de cada actividad, coloque el costo h_{ij}, en caso de que la actividad forme parte de la ruta representada por la fila. En caso contrario, deje el espacio en blanco. Al final agregue una fila (etiquetada con 1) que muestre las reducciones posibles en la duración de las actividades $b_{ij} - a_{ij}$.

3. Adicione una primera columna a la derecha, la cual será etiquetada con 1 y coloque los tiempos totales para las actividades a lo largo de cada ruta. Cuando menos una de éstas será λ_M. Cualquier reducción del tiempo total λ debe ocurrir reduciendo los tiempos de las rutas más largas. En el ejemplo, la ruta B se puede reducir hasta en 5 unidades antes que se haga igual a la A. Para reducciones mayores será necesario reducir los tiempos de ambas rutas A y B. Observamos que el costo mínimo de reducción de la duración de una actividad es 2 por unidad para la actividad 01, y ésta puede reducirse hasta en 3 unidades. Por lo tanto, si $28 \leq \lambda \leq 31$, la reducción de tiempos $\lambda_M - \lambda$ para la actividad 01 resulta con un costo -

de $2(\lambda_M - \lambda)$.

Tenemos: $f(\lambda) = 2(\lambda_M - \lambda) = 2(31 - \lambda)$; $28 \leq \lambda \leq 31$.

Esto se muestra en la columna etiquetada con 2 insertando los tiempos de la nueva trayectoria cuando la reducción máxima se hace en t_{01}. Por supuesto, solamente se afectan las trayectorias que incluyen a 01. Agregamos una nueva fila etiquetada con 2, donde aparece la magnitud de las reducciones que aún son posibles en las duraciones de las actividades.

4. La trayectoria B se puede reducir en otras dos unidades, y entonces será igual a la trayectoria A. La reducción más económica está en la actividad 12, que cuesta 3 por unidad. Vemos que están disponibles 2 unidades de 12 y podemos reducir t_{12} hasta en 2 unidades. En el intervalo $26 \leq \lambda \leq 28$ vemos que:

$$f(\lambda) = 6 + 3(28 - \lambda)$$

Este resultado se resume en la columna 3 mostrando los efectos sobre los tiempos de la trayectoria cuando hemos reducido t_{12} en 2 unidades. Las reducciones adicionales posibles en la duración de las actividades aparecen en la fila 3.

5. Cualquier otra reducción en λ debe reducir las rutas A y B. Esto se puede hacer a un costo de 6 por unidad cambiando t_{24} o t_{25} (también se puede hacer combinando t_{12} y t_{24} pero a un costo de 7 por unidad). Observemos que si escogemos t_{24}, podemos reducir λ a 23, en cuyo caso el tiempo para E también debe reducirse. Sin embargo, si reducimos t_{45} reducimos los tiempos para las rutas A, B y E. Seleccionamos t_{45}, del cual tenemos 5 unidades disponibles; utilizamos todas las 5, y en-

tonces reducimos λ a 21 y la ruta D se vuelve crítica. Por lo tanto para $21 \leq \lambda \leq 25$ tenemos:

$$f(\lambda) = 12 + 6(25 - \lambda)$$

Los tiempos de la nueva ruta aparecen en la columna 4, y las reducciones adicionales posibles en la duración de las actividades en la fila 4.

6. Las reducciones siguientes deben escogerse de tal manera que reduzcan las duraciones de las trayectorias A, B y D. La manera más barata de hacer esto es manejando las actividades (2, 4) y (3, 5) a un costo 6 + 3 = 9 por unidad. Es posible hacer reducciones hasta de 2 unidades, en cuyo caso la ruta C se afecta y t_{35} alcanza su mínimo. Por lo tanto, para $19 \leq \lambda \leq 21$ tenemos:

$$f(\lambda) = 42 + 9(21 - \lambda)$$

Los resultados aparecen en la columna 5 y la fila 5.

7. Ahora debemos reducir A, B, C y D. La forma más económica de hacerlo implica cambiar (0, 3), (1, 5), y (2. 4) a un costo de 5 + 4 + 6 = 15. Estos también reducirán el tiempo para E, y las reducciones disponibles son 3 para (0, 3), 4 para (1, 5) y 2 para (2, 4). De aquí que para $17 \leq \lambda \leq 19$ vemos que:

$$f(\lambda) = 60 - 15(19 - \lambda)$$

Los resultados aparecen en la columna 6 y la fila 6.

8. Cualquier reducción de λ afectará a las cinco rutas. La única posibilidad que queda es (0. 2); (1, 2); (1, 5) y (0, 3). La máxima reducción disponible es 1, debido a (0, 3), y finalmente obtenemos:

$$f(\lambda) = 90 + 16(17 - \lambda)$$

La tabla que se cita en el paso 2 de la metodología mencionada se encuentra detallada a continuación.

	01	02	03	12	15	24	34	35	45	1	2	3	4	5	6	7
A:0245		4				6			6	26	26	26	21	19	17	16
B:01245	2			3		6			6	31	28	26	21	19	17	16
C:015	2				4					22	19	19	19	19	17	16
D:035			5					3		21	21	21	21	19	17	16
E:0345			5				5		6	23	23	23	18	18	16	15
1: $b_{ij} - a_{ij}$	3	5	3	3	4	4	2	2	5							
2:	0	5	3	3	4	4	2	2	5							
3:	0	5	3	1	4	4	2	2	5							
4:	0	5	3	1	4	4	2	2	0							
5:	0	5	3	1	4	2	2	0	0							
6:	0	5	1	1	2	0	2	0	0							
7:	0	4	0	0	1	0	2	0	0							

En la Fig. 3 - 30, mostramos el resultado de nuestros cálculos, en donde aparecen $f(\lambda)$ contra λ. Notando que $f(\lambda)$ está formada por segmentos de recta y es una función creciente de λ; la tasa de disminución es no creciente.

El procedimiento hasta aquí descrito funciona bastante bien para problemas pequeños, pero al hablar de grandes proyectos, es común encontrarnos con ciertas dificultades. Esto se debe a que si el número de rutas a través de la red es grande, es fácil no tomar en cuenta algunas de ellas y escoger duraciones de actividad para reducción que no produzcan el costo menor. En el peor -

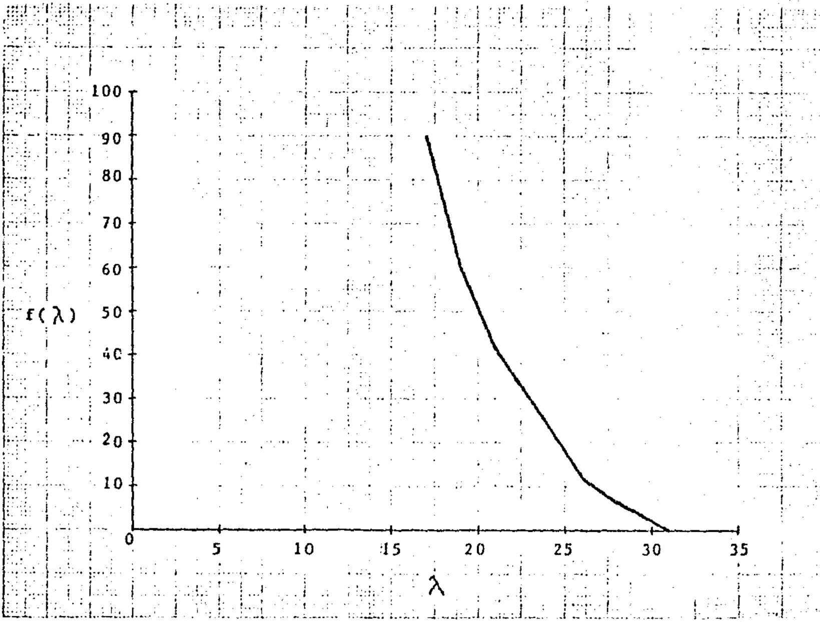


FIG. 3 - 30. Gráfica de f(λ).

de los casos, es posible construir ejemplos en los que una o más de las duraciones de las actividades se incrementarían al disminuir λ.

A continuación presentamos la Tabla 3 - 31 y la Fig. 3 - 32.

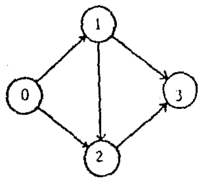


FIG. 3 - 32.

Actividad (i, j)	a_{ij}	b_{ij}	c_{ij}
01	1	3	3
02	2	4	1
12	0	2	1
13	2	5	1
23	1	6	3

TABLA 3 - 31.

Encontramos que $\lambda_M = 11$ y $\lambda_m = 3$; los cálculos restantes aparecen en la Tabla 3 - 33, y los pasos seguidos para obtener dicha tabla son:

Fila y columna.	Acción tomada.
2	Reducir t_{12} de la 2 a 1; costo 1x1 = 1.
3	" " t_{02} y t_{12} en 1; costo 1x (1+1) = 2.
4	" " t_{23} en 1; costo 1x3 = 3.
5	" " t_{13} y t_{23} en 3; costo 3x (1+3) = 12.
6	" " t_{01} y t_{02} en 1; costo 1x (3+1) = 3.
7	" " t_{01} y t_{23} en 1; e incrementar t_{12} en 1; costo 1x (3+3-1)= = 5.

·	01	02	12	13	23	1	2	3	4	5	6	7
013	3			1		8	8	8	8	5	4	3
0123	3		1		3	11	10	9	8	5	4	3
023		1			3	10	10	9	5	5	4	3
1: $b_{ij} - a_{ij}$	2	2	2	3	5							
2:	2	2	1	3	5							
3:	2	1	0	3	5							
4:	2	1	0	3	4							
5:	2	1	0	0	1							
6:	1	0	0	0	1							
7:	0	0	1	0	0							

TABLA 3 - 33.

Nótese que al llegar a la columna 6 se deben reducir las tres rutas y la única manera de hacer esto es reducir t_{01} y t_{23} que produce una reducción doble en la ruta 0123. Debido a que un incremento en t_{12} afecta sólamente esta ruta, podemos ahorrar dinero incrementando t_{12} lo cual se ha hecho en la fila y columna 7.

Si disminuímos dos o más duraciones de actividades, existe la posibilidad de que alguna ruta reciba una reducción doble. Si hay una actividad (i, j) sobre aquella trayectoria que $t_{ij} <$ b_{ij} tal que un incremento en t_{ij} no afecta las rutas cuyas duraciones deben disminuirse, ésta tendrá que pagar para incrementar t_{ij}.

El sistema de cálculo tabular dado anteriormente, funciona bien para problemas que son lo suficientemente pequeños para resolverse a mano. Es evidente que los cálculos a mano requieren gran cuidado, debido a que los errores aritméticos surgen fácilmente en el procedimiento de búsqueda descrito. Para problemas grandes es esencial el uso de una computadora digital.

3.4.6. PROBLEMA DE DIRECCIONAMIENTO EN REDES (TRAYECTORIAS).

Los problemas de redes pueden presentarse en muchas áreas, pero se encuentran más frecuentemente en los procesos de transporte y comunicación. Como ya lo vimos, un problema típico de redes consiste en encontrar una ruta desde la ciudad A(el origen) hasta la ciudad B(el destino), entre los cuales existen trayectorias alternativas en diferentes etapas del recorrido. El costo de éste (que puede ser medido en términos de tiempo, dinero o distancia total)- depende de la ruta que se seleccione. El problema es encontrar la ruta de costo más bajo. En principio este problema se puede resolver empíricamente, es decir, probando todas las posibilidades y escogiendo la mejor. Sin embargo, en la práctica el número de rutas alternativas es generalmente demasiado grande para permitir un análisis exhaustivo de todas ellas. En la mayoría de los casos, es - necesario, por lo tanto, encontrar una forma más eficiente de determinar la mejor ruta.

Una red puede definirse como un conjunto de puntos o nodos -- que están conectadas por líneas o uniones. Una forma de trasladarse de un nodo a otro (origen-destino) se llama ruta o trayectoria. Las uniones en una red pueden tener un sentido (en cualquier dirección) o dos. Generalmente están caracterizadas por el tiempo, el costo o la distancia involucrada en su recorrido.

Un problema de direccionamiento consiste en encontrar una ruta entre dos o más nodos que optimice cierta parte del desempeño - que a su vez es una función de las medidas de unión (generalmente la suma). Pueden ser establecidas un cierto número de restricciones diferentes en las rutas aceptables.

En los nodos pueden ocurrir demoras. Estas pueden ser probabilísticas, dependiendo de la carga en el nodo o del congestionamiento cuando de un nodo emanan varias alternativas. Las uniones pueden tener capacidad limitada (tan baja como una unidad a la vez) o pueden no estar restringidas. En algunos casos, los nodos o las uniones se pueden romper o cerrarse completa o parcialmente en una parte.

Se puede desarrollar una gran cantidad de problemas además de los de direccionamiento en conexión con la construcción y utilización de redes. Sin embargo, únicamente consideraremos dos tipos de problemas de direccionamiento que se presentan con mayor frecuencia en Investigación de Operaciones: el problema del agente viajero y los problemas de trayectoría mínima.

3.4.6.1. EL PROBLEMA DEL AGENTE VIAJERO.

Este problema se formula generalmente de la siguiente manera: Un agente viajero debe visitar un cierto número de ciudades. Conoce las variables (distancias, tiempo o costo) a recorrer entre cada par de ciudades. Su problema es seleccionar una ruta que parta desde su lugar de residencia, pase por cada ciudad una sóla vez, y regrese a su origen utilizando la distancia más corta (o el tiempo o el menor costo) posible.

Si la variable entre cada par de ciudades es independiente de la dirección en que viaje, el problema se llama simétrico. Si para uno o más pares de ciudades, la variable depende de la dirección, se dice que el problema es asimétrico. Por ejemplo, puede tardarse más en ir cuesta arriba de A a B que bajar de B a A.

Por supuesto, que si sólamente están involucradas dos ciudades, no hay selección. Si son tres, y una de ellas (A) es la base origen hay dos rutas posibles ABC y ACB. Para cuatro ciudades hay seis rutas posibles, pero para once ciudades existen más de tres millones y medio de rutas posibles. En general, si hay n ciudades, habrá (n-1)! rutas posibles.

Es claro, que el problema es encontrar la mejor ruta sin tener que probar cada una. Aunque se han hecho muchos esfuerzos para resolver el problema analíticamente, no existe un método general satisfactorio. Sin embargo, se han sugerido varias técnicas de cómputo para resolverlo.

Obviamente el problema surge en el direccionamiento de servicios de recopilación y entrega, pero en muchos de estos no está --

prohibido regresar a un nodo que ya se había tocado con anterioridad. Se han discutido contextos mucho menos obvios, el más común implica el orden en que se deben procesar productos diferentes en una instalación de manufactura, como pudiera ser una línea de ensamblado.

Por ejemplo, un fabricante de fregaderos de cocina produce - cerca de veinte modelos diferentes en una línea de ensamblado continua. Algunos de los modelos son muy semejantes a otros; pero - hay otros que son bastante diferentes. El costo de un "cambio" - en una línea de ensamblado de un modelo a otro depende de las características de estos modelos.

En algunos casos, los cambios (arranques) se pueden hacer -- muy rápido a un bajo costo; en otras, se requiere una buena cantidad de tiempo y mano de obra. Además, puede tardar más un cambio del modelo A al B que a la inversa. Un cambio en una dirección - puede eliminar algunas operaciones; el otro puede implicar algunas adicionales, tales como un incremento en el número de entrepaños en el gabinete debajo del fregadero.

Determinar el orden para producir los modelos de tal manera que se minimicen los costos de arranque es un problema asimétrico del agente viajero. Los costos de los cambios entre los modelos son análogos a las distancias entre los puntos. Cada modelo debe producirse una sóla vez y la producción debe regresar al primer -

modelo.

Este tipo de problema de arranque mínimo surge en una gran variedad de contextos, dondequiera que un trabajo se ejecute en una sóla instalación y siempre que se involucren costos de arranque - diferentes.

El problema del agente viajero es semejante al de asignación, excepto que existe una restricción adicional. Sea c_{ij} el costo de transladarse de la ciudad i a la ciudad j y sea x_{ij} = 1 si vamos - directamente de i a j e igual a cero si vamos de cualquier otra manera. Entonces deseamos minimizar $\sum_{i,j} x_{ij}c_{ij}$. Sin embargo, las x_{ij} se deben seleccionar de manera tal que no se visite ninguna -- ciudad dos veces antes que se termine el recorrido a través de todas las ciudades. Particularizando, no podemos ir de i directamente a i. Esto se puede evitar en el proceso de optimización haciendo $c_{ii}=\infty$. Nótese que solamente una x_{ij} = 1 para cada valor de i y para cada valor de j. Por lo tanto, podríamos resolver el pro - blema de asignación con la esperanza de que la solución satisfaciera la restricción adicional.

En el caso de que la solución del problema de asignación no - satisface dicha restricción adicional, a menudo es posible ajustar la solución por simple inspección. Este procedimiento es aceptable frecuentemente para problemas pequeños, pero para problemas - más grandes, requerimos de un enfoque más sistemático, y presentamos ahora uno, debido a J. D. C. Little y colegas.

Este enfoque se considera como el más eficiente, aunque el tiempo de cálculo crece rápidamente al aumentar el tamaño del problema.

Primero describiremos el procedimiento y posteriormente lo ilustraremos utilizando un ejemplo numérico.

Hagamos que $S(0)$ sea el conjunto de todos los posibles viajes para un problema del agente viajero de $n \times n$ con una matriz de costos $[c_{ij}]$. Hay $(n-1)!$ viajes en $S(0)$. Como en el problema de asignación, reducimos la matriz $[c_{ij}]$ de manera que en cada fila y cada columna exista cuando menos un elemento cero. Si pudieramos encontrar una trayectoria entre los ceros, ésta sería la óptima, y en términos de la matriz original, el costo sería igual a la magnitud de la reducción. Hagamos que $[c_{ij}']$ sea la matriz reducida y que r sea la reducción a partir de $[c_{ij}]$. Por lo tanto, cada trayectoria de $S(0)$ costará cuando menos r. Digamos que r es un límite inferior de los viajes contenidos en $S(0)$. Este método procede dividiendo $S(0)$ en dos subconjuntos mutuamente exclusivos y calculando los límites inferiores para cada uno. Luego se divide el subconjunto con el límite inferior más pequeño y se calculan dos límites inferiores más. En cada etapa seleccionamos el subconjunto con el límite inferior más pequeño obtenido hasta ese momento y lo volvemos a dividir. Even tualmente obtenemos un subconjunto que contenga una sóla trayectoría cuyos costos son iguales al límite inferior; este viaje será el óptimo. (Todos los demás tienen límites inferiores que -- son más grandes).

Ilustraremos los detalles con un problema de diez ciudades- utilizado originalmente por Murty. Los elementos son números - aleatorios; en la Tabla 3 - 34 , aparece la matriz inicial reducida. Nótese que los elementos de la diagonal, c_{ii} son todos - igual a infinito debido a que no podemos ir de una ciudad a ella misma en un sólo paso.

A

Desde	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	∞	51	55	90	41	63	77	69	0	23
2	50	∞	0	64	8	53	0	46	73	72
3	30	77	∞	21	25	51	47	16	0	60
4	65	0	6	∞	2	9	17	5	26	42
5	0	94	0	5	∞	0	41	31	59	48
6	79	65	0	0	15	∞	17	47	32	43
7	76	96	48	27	34	0	∞	0	25	0
8	0	17	9	27	46	15	84	∞	0	24
9	56	7	45	39	0	93	67	79	∞	38
10	30	0	42	56	49	77	76	49	23	∞

TABLA 3- 34 . Un Problema del Agente Viajero, Asimétrico para Diez Ciudades.

METODOLOGIA

1.- Redúzcase la matriz de costos hasta que haya un cero en cada fila y en cada columna. Esto se logra restando el elemento más pequeño de cada fila, de cada uno de los elementos de ella, luego restando el elemento más pequeño de cada columna, de la matriz restante, de cada uno de los elementos de dicha columna. La reducción total, r, es la suma de las cantidades restadas. Llámese $[c_{ij}']$ a la matriz resultante. En la Tabla 3 - 34, aparece una matriz reducida, por lo tanto para este problema r = 0.

2.- Para cada elemento cero en $[c_{ij}']$ regístrese la multa (p_{hk}) por no utilización. Argüimos que si no utilizamos el segmento (h,k), debemos usar algún elemento del renglón h y alguno de la columna k. Por lo tanto, el costo de no utilizar (h,k) es cuando menos igual a la suma de los elementos más pequeños de la fila h y la columna k (excluyendo c_{hk}').
Por lo tanto,

$$p_{hk} = \text{mín}_{j \neq k} [c_{hj}'] + \text{mín}_{i \neq h} [c_{ik}']$$

Regístrese el resultado en el ángulo superior izquierdo de cada casilla que tenga un elemento cero. Por ejemplo, considérese el cero en (1, 9). La suma del mínimo en la fila 1 y columna 9 excluyendo el cero de (1, 9) --

es 23 + 0 = 23. Para (10,2) la suma también es 23 + 0 = 23, mientras para (2,7) es 0 + 17 = 17. En la Tabla 3 - 35, consignamos los resultados de estos cálculos. En la primera iteración continue con el paso 3; en las subse - cuentes vaya al paso 6.

3.- Sea (h,k) el elemento cero con la multa mayor. En caso de un empate, la selección será arbitraria. Ahora dividamos el conjunto S(0) que contiene todas las posibles - rutas en dos subconjuntos, aquellos que tienen el enlace (h,k) y aquellos que no. Denominaremos estos subconjuntos como S(h,k) y $S\overline{(h,k)}$ respectivamente.

4.- Luego calculamos los límites inferiores de los costos de todas las rutas de cada subconjunto.

4.1. Hemos visto que si (h,k) se usa, además de la reducción r, habrá un costo de cuando menos p_{hk} (paso 1). Por lo tanto, el límite inferior (h,k) queda dado por:

$$\theta\,\overline{(h,k)} = r + p_{hk}$$

En nuestro ejemplo r = 0 y $p_{1,9}$ = 23, así

$$\theta\,(1,9) = 0 + 23 = 23$$

4.2. Para calcular el límite interior para S(h,k), observamos que si hacemos uso del enlace (h,k) no podemos utilizar el (k,h); si hiciéramos uso de (h,k) y (k,h) iríamos de h a k y regresaríamos a h sin visitar otras

A

Desde	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	∞	51	55	90	41	63	77	69	$^{23}0$	23
2	50	∞	$^{0}0$	64	8	53	$^{17}0$	46	73	72
3	30	77	∞	21	25	51	47	16	$^{16}0$	60
4	65	$^{2}0$	6	∞	2	9	17	5	26	42
5	$^{0}0$	94	$^{0}0$	5	∞	$^{0}0$	41	31	59	48
6	79	65	$^{0}0$	$^{5}0$	15	∞	17	47	32	43
7	76	96	48	27	34	$^{0}0$	∞	$^{5}0$	25	$^{23}0$
8	$^{0}0$	17	9	27	46	15	84	∞	$^{0}0$	24
9	56	7	45	39	$^{9}0$	93	67	79	∞	38
10	30	$^{23}0$	42	56	49	77	76	49	23	∞

TABLA 3 - 35.

ciudades. Para evitar la utilización de (k, h), hacemos que el costo $c_{kh}' = \infty$. Una vez que hemos utilizado (h, k), ya no podemos usar ningún otro enlace con la fila h o con la columna k. Por lo que suprimimos la fila h y la columna k. En la matriz que queda, debemos seleccionar un elemento de cada fila y columna de tal manera que el costo sea cuando menos igual a la cantidad en que podemos reducir dicha matriz. Sea esta reducción r_{hk}. Luego, el límite inferior $\Theta(h,k)$ para $S(h, k)$ está dado por:

$$\Theta(h, k) = r + r_{hk}$$

En el ejemplo hacemos $c'_{9,1} = \infty$ y suprimimos la fila 1 y la columna 9. La matriz resultante puede reducirse en -16 en la fila 3, y $\Theta(1, 9) = 0 + 16$. Los resultados -- que hemos obtenido hasta ahora aparecen en la Figura 3 - 36.

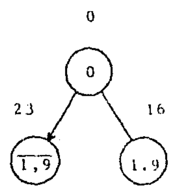


FIGURA 3 - 36.

5.- Selecciónese $S(h, k)$ ó $S\overline{(h, k)}$ para particiones adiciona - les en función del que sea más pequeño entre $\Theta(h, k)$ y -- $\Theta\overline{(h, k)}$. Si se selecciona $S(h, k)$, regrese al paso 2, -- utilizando la matriz que se obtuvo en el paso 4.2. Si se selecciona $S\overline{(h, k)}$, regrese a la matriz $[c_{ij}']$, haga $c_{hk}' = \infty$, y reduzca la matriz resultante. Regrese al paso 2,- utilizando la matriz que se acaba de obtener.

En el ejemplo $\theta(1,9) = 16$ y $\theta(1,9) = 23$. Luego dividi --

mos S(1, 9). La matriz que se obtiene en el paso 4.2. aparece en la Tabla 3 - 37.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2	50	∞	$^{0}0$	64	8	53	$^{17}0$	46		72
3	14	61	∞	5	9	35	31	$^{5}0$		44
4	65	$^{2}0$	6	∞	2	9	17	5		42
5	$^{0}0$	94	$^{0}0$	5	∞	$^{0}0$	41	31		48
6	79	65	$^{0}0$	$^{5}0$	15	∞	17	47		43
7	76	95	48	27	34	$^{0}0$	∞	$^{0}0$		$^{24}0$
8	$^{9}0$	17	9	27	46	15	84	∞		24
9	∞	7	45	39	$^{9}0$	93	67	79		38
10	30	$^{30}0$	42	56	49	77	72	49		∞

TABLA 3 - 37.

6.- Sea (u, v) la casilla que tiene la mayor multa p_{uv}. Divídase otra vez en conjuntos que contengan a (u, v) y aquellos - que no lo contengan.

En nuestro ejemplo las multas se muestran en el ángulo superior izquierdo en la Tabla 3 - 37. Seleccionamos (10, 2) -- con la multa 30.

7.- Calculamos los límites inferiores de los nuevos conjuntos. Sea θ' el límite inferior del conjunto que se va a dividir.

7.1 Para el conjunto excluyendo (u,v), el límite inferior - es θ, donde $\theta = \theta' + P_{uv}$.

7.2 Para el conjunto incluyendo (u,v) suprímase la fila u - y la columna v. Determínese el elemento(α, β) que -- junto con (u,v) y los elementos incluidos formaría una trayectoría parcial. Hágase el costo (α, β) igual a infinito. Redúrcase la matriz resultante. Sea r_{uv} la reducción; luego $\theta = \theta' + r_{uv}$.

En el ejemplo seleccionamos (10, 2); suprimimos la fila 10 y la columna 2. El conjunto que se va a dividir es el de todas las rutas que incluye (1, 9). Cuando dividimos en conjuntos que contengan (1, 9) y (10, 2), debemos excluir (2, 10) para evitar una trayectoria parcial. Hacemos $c'_{2,10}$ = en la Tabla 3 - 37. La matriz resultante se puede reducir en 2 (en la fila 4). La matriz reducida aparece en la Tabla 3 - 38. Ampliamos la figura 3 - 36 para mostrar nuestros nuevos resultados que aparacen en la Figura 3 - 39.

El costo más bajo en (10, 2) (Figura 3 - 39) es 18 y dividimos el conjunto que incluye a (1, 9) y (10, 2). Calculamos las - multas para los elementos cero de la Tabla 3 -38, como se puede - ver en el ángulo superior izquierdo de las casillas. La multa más alta es 38 para (9,5). Si se incluye (9, 5),tenemos la cadena (1,9),(9,5);

por lo tanto, debemos excluir (5, 1). Hacemos $c_{5,1} = \infty$. suprimimos la fila 9 y la columna 5 de la Tabla 3 - 38 y calculamos la reducción; ésta resulta 3 en la fila 4. Ampliamos la Figura 3 - 39 para obtener la Figura 3 - 40.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2			0_0	64	8	53	15_0	46		72
3	14		∞	5	9	35	31	5_0		44
4	63		4	∞	4_0	7	15	3		40
5	0_0		0_0	5	∞	0_0	41	31		48
6	79		0_0	5_0	15	∞	17	47		43
7	76		48	27	34	0_0	∞	0_0		24_0
8	9_0		9	27	46	15	84	∞		24
9	56		45	39	38_0	93	67	79		38
10										

TABLA 3 - 38

Debido a que el conjunto que contiene (9, 5) tiene la más baja $\theta = 21$, luego dividimos otra vez. Reducimos la Tabla 3 - 38 y obtenemos la Tabla 3 - 41; encontramos que la multa más alta - es 24 en (7 , 10). Suprimimos la fila 7 y la columna 10.

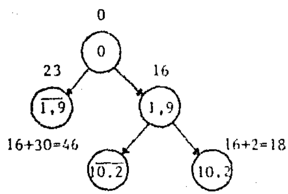


FIGURA 3 - 39.

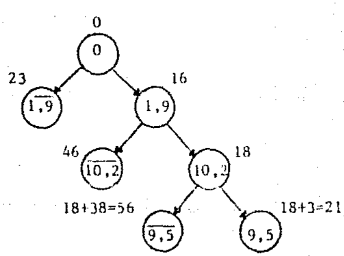


FIGURA 3 - 40.

	1	3	4	6	7	8	10
2	50	0_0	64	53	12_0	46	∞
3	14	∞	5	35	31	5_0	44
4	60	1	∞	4	12	1_0	37
5	∞	0_0	5	0_0	41	31	48
6	79	0_0	5_0	∞	17	47	43
7	76	48	27	0_0	∞	0_0	24_0
8	23_0	9	27	15	84	∞	24

TABLA 3 - 41.

Ahora tenemos la cadena (7, 10),(10, 2); por lo tanto, hacemos $c_{2,7} = \infty$. Obtenemos una reducción de 12 (en la columna 7) y ampliamos la Figura 3 - 40 para obtener la Figura 3 - 42.

El costo de los conjuntos que incluye (7, 10) es 33 que es más alto que el de aquellos que excluyen (1, 9), para los cuales el costo es 23. Comenzamos por dividir el conjunto de todas las trayectorias que excluyen (1, 9). Para lograrlo regresamos a la Tabla 3 - 34, hacemos $c_{1,9} = \infty$ y reducimos la matriz. El resultado es la Tabla 3 - 43 en donde también aparecen las multas. La más alta es 30 en (10, 2). Suprimimos la fila 10 y la columna 2,

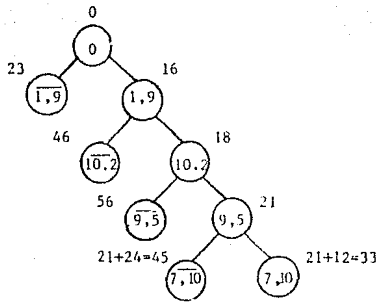


FIGURA 3 - 42.

hacemos $c_{2,10} = \infty$ y reducimos la matriz resultante. La reduc - ción es 2 en la fila 4. Ampliamos la Figura 3 - 42 y obtenemos la Figura 3 - 44. Continuando de esta manera obtenemos el resultado final que aparece en la Figura 3 - 45.

Nótese en la Figura 3 - 45 que cuando alcanzamos una solu - ción en (6, 3) obtenemos un costo de 33. Este costo es igual -- que el que abandonamos en (7, 10). Podemos regresar a esta rama y obtener una solución alternativa. El método siempre dará a conocer soluciones alternativas de esta manera.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	∞	29	32	67	18	40	54	46	∞	$^{18}0$
2	50	∞	$^{0}0$	64	8	53	$^{17}0$	46	73	72
3	30	77	∞	21	25	51	47	16	$^{16}0$	60
4	65	$^{2}0$	6	∞	2	9	17	5	26	42
5	$^{0}0$	94	$^{0}0$	5	∞	$^{0}0$	41	31	59	48
6	79	65	$^{0}0$	$^{5}0$	15	∞	17	47	32	43
7	76	96	48	27	34	$^{0}0$	∞	$^{5}0$	25	$^{0}0$
8	$^{0}0$	17	9	27	46	15	84	∞	$^{0}0$	24
9	56	7	45	39	90	93	67	79	∞	38
10	30	$^{30}0$	42	56	49	77	76	49	23	∞

TABLA 3 - 43.

Los resultados finales son las trayectorias:

1-10-2-7-6-3-9-5-4-8-1

y

1-9-5-6-4-7-10-2-3-8-1

Ambas con un costo de 33.

El procedimiento que hemos descrito para resolver el proble

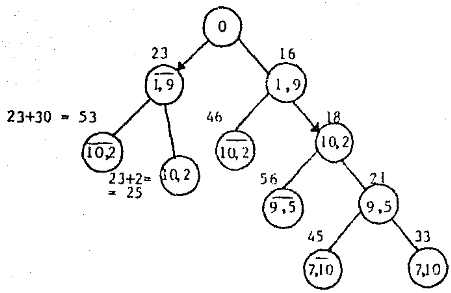


FIGURA 3 - 44.

ma del agente viajero es un ejemplo de la técnica llamada bifur car y limitar o ramificar y acotamiento (branch and bound).

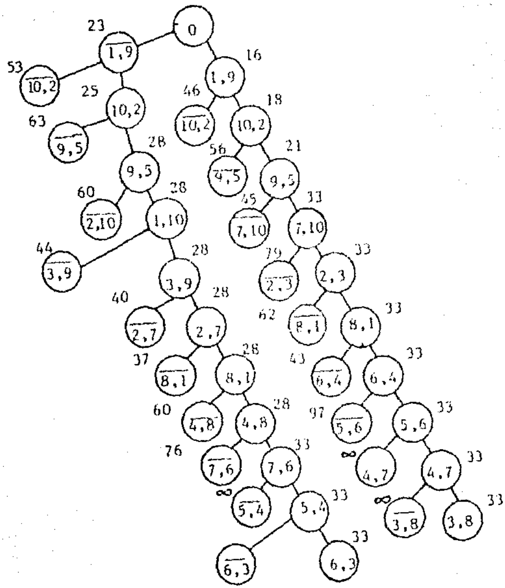


FIGURA 3 - 45.

3.4.6.2. TRAYECTORIAS MINIMAS.

El problema del agente viajero es un problema de direccionamiento que está sujeto a restricciones bastante severas. Un problema de direccionamiento más típico es aquél en el que se desea ir de un lugar a otro, o a varios otros, y al llegar a cada uno de ellos debemos seleccionar entre varias trayectorias que involucran diferentes lugares de parada a lo largo del camino. Por ejemplo, supongamos que deseamos ir de a a k en la red mostrada en la Figura 3 - 46. Los enlaces tienen doble sentido a menos que se especifique de otra manera.

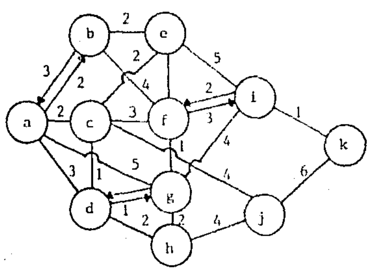


FIGURA 3 - 46.

Hay muchas rutas diferentes entre a y k, pero lo que deseamos es seleccionar la que tenga el menor costo, tiempo o distancia. Los números que aparecen sobre las flechas pueden representar cualquiera de estas medidas u otras, y la suma de ellas es la que se va a minimizar. Supóngase que la manera de llegar a un nodo no tiene ningún efecto sobre la forma de salir de él -una suposición que no es válida en el problema del agente viajero-.

Resultará que al encontrar la ruta más corta entre a y k, debemos encontrar la ruta más corta desde a hasta cada uno de los otros puntos de la red, lo cual puede ser muy útil en casos reales. Existen varias maneras de lograrlo. Primero, vamos a considerar un procedimiento gráfico.

A. Procedimiento Gráfico.

1). Comenzando en el origen a, trácense todos los enlaces -- por medio de los cuales podemos ir de a a otro nodo y escríbase sobre ellos, la distancia directa desde a a cada uno de dichos nodos (Véase la Figura 3 - 47).

2). Si existen conexiones entre cualesquiera de los nodos obtenidos en el paso anterior, indíquese para cada una de ellas si la ruta indirecta a partir de a es más corta -- que la directa. Dibújese la más corta como una línea -- continua y para la más larga utilíces una línea punteada; hágase pasar la distancia más corta encontrada a través de cada nodo.

Por ejemplo en la Figura 3 - 48 se observa que se puede - ir de a a g a través de d a un "costo" más bajo que yendo directamente. Además se puede ir a d directamente o a -- través de c. En caso de empate dibuje las dos rutas como líneas continuas.

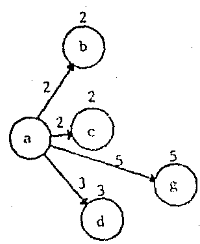


FIGURA 3 - 47.

3). Agréguense los nodos a los cuales se puede ir desde cualquiera de los obtenidos en el paso 2 y repítase este paso con respecto a ellos; insértense las distancias co -- rrespondientes. Este paso aparece en la Figura 3 - 49.

4). Continúese así hasta terminar. El diagrama completo aparece en la Figura 3 - 50. Las líneas continuas muestran las rutas que se pueden tomar desde a a cada uno de los

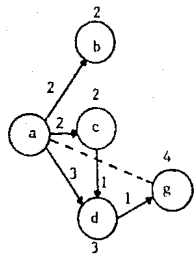


FIGURA 3 - 48.

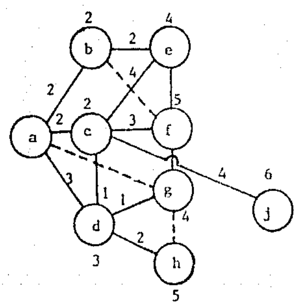


FIGURA 3 - 49.

puntos. Nótese que hay alternativas, es decir, se puede ir de a a e a través de b ó c. Este problema se puede - resolver fácilmente sujeto a una restricción adicional,- el número de nodos se va a minimizar entre rutas alternativas de igual "costo". Si se impusiera esta restricción al problema que acabamos de resolver, eliminaríamos los - siguientes enlaces: cd, ef, gf y gh.

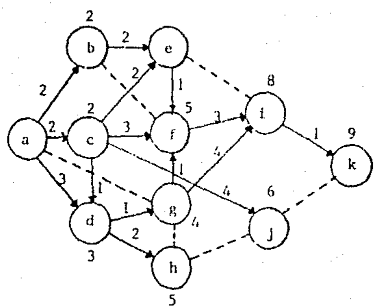


FIGURA 3 - 50.

B. **Procedimiento Matricial.** Un segundo método para resolver este problema implica el uso de una "matriz de dispersión", que desarrolló Shimbel (1954). No nos dice cuál es la ruta más corta, pero si nos da su longitud. También proporciona la longitud de la ruta más corta entre cualesquiera de dos puntos de la red.

El procedimiento comprende los siguientes pasos:

1). Transfórmese la red en una matriz estructural kXk, $S=[s_{ij}]$ donde k es el número de ciudades. Esto se logra seleccionando s_{ij} igual a la distancia de i a j si existe un enlace directo, y $s = \infty$ si no existe. Los elementos de la diagonal s_{ij} todos son ceros. Dicha matriz aparece en la Tabla 3 - 51.

Desde	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	0	2	2	3	∞	∞	5	∞	∞	∞	∞
b	3	0	∞	∞	2	4	∞	∞	∞	∞	∞
c	2	∞	0	1	2	3	∞	∞	∞	4	∞
d	3	∞	1	0	∞	∞	1	2	∞	∞	∞
e	∞	2	2	∞	0	1	∞	∞	5	∞	∞
f	∞	4	3	∞	1	0	1	∞	3	∞	∞
g	5	∞	∞	3	∞	1	0	2	4	∞	∞
h	∞	∞	∞	2	∞	∞	2	0	∞	4	∞
i	∞	∞	∞	∞	5	2	4	∞	0	∞	1
j	∞	∞	4	∞	∞	∞	∞	4	∞	0	6
k	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1	6	0

TABLA 3 - 51.
Matriz Estructural.

2). Ahora defina una multiplicación especial de dos matrices S y T como sigue:

$$ST = U$$

donde

$$S = [s_{ij}] \; ; \; T = [t_{ij}] \; ; \; U = [u_{ij}]$$

y

$$u_{ij} = \text{mín}[s_{i1}+t_{1j}; s_{i2}+t_{2j}; s_{i3}+t_{3j}; \ldots; s_{ik}+t_{kj}]$$
$$= \text{mín}_k [s_{ik}+t_{kj}]$$

Utilizando esta regla, multiplíquese S por sí misma y -- obtengase una matriz de dispersión $C=S^2$. El resultado - de este cálculo se muestra en la Tabla 3 - 52.

Desde	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	0	2	2	3	4	5	4	5	9	6	∞
b	3	0	4	6	2	3	5	∞	7	∞	∞
c	2	4	0	1	2	3	2	3	6	4	10
d	3	5	1	0	3	2	1	2	5	5	∞
e	4	2	2	3	0	1	2	∞	4	6	6
f	5	3	3	4	1	0	1	3	3	7	4
g	5	5	4	3	2	1	0	2	4	6	5
h	5	∞	3	2	∞	3	2	0	6	4	10
i	9	6	5	7	3	2	3	6	0	7	1
j	6	∞	4	5	6	7	6	4	7	0	6
k	∞	∞	10	∞	6	6	5	10	1	6	0

TABLA 3 - 52.

Matriz de Dispersión.

3). Las potencias de S obedecen las reglas generales de los índices, es decir, $S^a \times S^b = S^{a+b}$ y S^n contiene las distancias más cortas de i a j en n pasos más o menos. La ruta más corta de i a j puede contener, cuando más k - 1 pasos; cualquier ruta conteniendo k pasos debe contener un ciclo y pudiera reducirse. Por lo tanto, los elementos de S^{k-1} deben ser las rutas más cortas. Sin embargo, si $S^n = S^{n-1}$, $n < k - 1$, entonces S^n comprende las rutas más cortas. En vez de calcular las potencias por multiplicaciones sucesivas de S, es más rápido utilizar cuadros sucesivos y calcular S, S^2, S^4, S^8,.... Las rutas más cortas se habrán encontrado en el paso r cuando --- $S^{2r} = S^{2(r-1)}$ o cuando $2^r \geq k-1$ para la primera vez. En nuestro ejemplo $S^8 = S^{16}$; la solución aparece en la Tabla 3 - 53. Si deseamos identificar las rutas más cortas, lo podemos hacer comparando las Tablas 3-51 y 3-53. Cualesquiera elementos que sean iguales en ambas, constituyen las trayectorias más cortas en un paso, y todas -- las otras trayectorias más cortas deben integrarse a éstas. En efecto, ninguna ruta más corta crecería si se - despreciaran todas las rutas más cortas en un paso, menos una. En la Tabla 3 - 53 hemos presentado elementos que son los mismos que los correspondientes de la Tabla 3 - 51.

Los elementos no representados deben ser la suma de dos o más de los presentados. Por ejemplo, la distancia más corta de a a e, que es 4 debe pasar a través de b, c ó d.

Por lo tanto, pudiera ser abc ó ace. Así, podemos descubrir todas las distancias más cortas en dos pasos. A partir de éstas podemos construir las distancias más cortas en tres pasos y así sucesivamente, hasta que se identifiquen todas las trayectorias.

Desde	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	0	2*	2*	3*	4	5	4	5	8	6	9
b	3*	0	4	5	2*	3	4	6	6	8	7
c	2*	4	0	1*	2*	3*	2	3	6	4*	7
d	3*	5	1*	0	3	2	1*	2*	5	5	6
e	4	2*	2*	3	0	1*	2	4	4	6	5
f	5	3	3*	4	1*	0	1*	3	3*	7	4
g	5*	4	4	3*	2	1*	0	2*	4*	6	5
h	5	6	3	2*	4	3	2*	0	6	4*	7
i	7	5	5	6	3	2*	3	5	0	7	1*
j	6	8	4*	5	6	7	6	4*	7	0	6*
k	8	6	6	7	4	3	4	6	1*	6*	0

TABLA 3 - 53.
Matriz Solución.

15. * El asterisco denota elementos que son iguales a los correspondientes de la Tabla 3 - 51. Dichos elementos son las rutas más cortas en el paso.

3.4.7. PROBLEMAS DE COMPETENCIA.

Ya hemos mencionado anteriormente la existencia de tres tipos básicos de toma de decisiones, sin embargo, hasta este momento los problemas considerados se encuentran únicamente dentro de dos de ellos, es decir, cuando a una decisión le corresponde un sólo resultado, y cuando se asigna una probabilidad a cada uno de los estados de la naturaleza, denominadas decisiones en condiciones de certidumbre, y de riesgo respectivamente.

Desafortunadamente, no hemos agotado las situaciones posibles, pues es posible que necesitemos tomar una decisión en situaciones en las que no nos es posible conocer ni siquiera la distribución de probabilidad de los estados de la naturaleza, lo que hace que sea casi imposible tomar una decisión racional. Nos es posible concebir problemas de este tipo, pero en la práctica esto sucede rara vez, pues sucede que casi siempre disponemos de información a priori.

En esta sección, trataremos situaciones en las que ciertas variables son controladas por individuos cuyos interéses pueden ser conflictivos con respecto a los nuestros.

Por simplicidad limitamos la discusión de esta sección a situaciones que implican dos competidores y en los que las variables de decisión únicamente pueden tomar un número finito de valores.

Supóngase que en un medio ambiente dado, un individuo I_1 pue de seleccionar el valor de X. Es conveniente designar los valo - res posibles de X como $1,2,\ldots,m$. Si I_1 escoge $X=x$, el pago para él es $f_1(x, y)$, donde y es el valor de una variable Y que I_1 no puede controlar. Suponemos que el valor de Y no puede ser observado sino hasta el momento en que se selecciona el valor de X. Ahora imaginemos un segundo individuo qüien selecciona el valor - de Y. Sea q_y la probabilidad de que I_2 seleccione $Y=y$, donde -- $y=1,2,\ldots,n$, mientras que p_x la probabilidad de que I_1 seleccione $X=x$. Luego, el pago esperado para I_1 es V_1, donde:

$$V_1 = \sum_{x=1}^{m} \sum_{y=1}^{n} f_1(x, y) p_x q_y$$

Por otro lado, si I_2 no está presente, Y quizá tome el valor de y con una probabilidad $\bar{q}_y$; luego I_1 puede cambiar su selección de probabilidades de tal manera que la probabilidad de que $X=x$ - sea $\bar{p}_x$. Por lo tanto, en ausencia de I_2 el pago esperado para I_1 es $\bar{V}_1$, donde:

$$\bar{V}_1 = \sum_{x=1}^{m} \sum_{y=1}^{n} f_1(x, y) \bar{p}_x \bar{q}_y$$

16. Nota aclaratoria: X es el pago esperado y Y son las variables no controla bles con respecto al sujeto I_1.

Cuando $V_1=\bar{V}_1$, observamos que la presencia o ausencia de I_2,- no produce ninguna diferencia para I_1; de cualquier otra forma si la produce. Si $V_1>\bar{V}_1$, la presencia de I_2 se agrega a la probabilidad de I_2 y se puede decir que coopera con I_1 (quiera o no). La diferencia $D_{12}=V_1-\bar{V}_1$ es una medida del grado de cooperación de I_2 con I_1. Esta medida puede tomar valores menores que cero, y entonces tenemos conflicto. Por lo tanto, si la presencia de I_2 -- disminuye la probabilidad de I_1, decimos que I_2 está en conflicto- con I_1.

Si existe también una función de pago $f(x, y)$ para I_2, podemos definir probabilidades V_2 y $\bar{V}_2$ para I_2 en la presencia o ausencia de I_1. La diferencia $D_{21}=V_2-\bar{V}_2$ es el grado de cooperación de I_1 con I_2. Nótese que D_{21} no necesariamente debe ser igual a D_{12}. Si son diferentes, se puede decir que uno de los dos I_1 o I_2 está explotando al otro, de acuerdo a cual de los dos D_{12} o D_{21} es mayor. Si $D_{12}>D_{21}>0$, decimos que I_1 está explotando a I_2, y que - la explotación es benévola debido a que I_2 se está beneficiando - con la presencia de I_1. Por otro lado, si $D_{12}>0>D_{21}$, la explotación es malévola. Podríamos considerar la diferencia como el - grado de explotación, $(DE)_{12}$:

$$(DE)_{12} = D_{12} - D_{21} .$$

Nótese que:

$$(DE)_{21} = -(DE)_{12} .$$

La intensidad del conflicto se puede medir de dos maneras: aumenta su función de la disminución de $D_{12}+D_{21}$ y de la $|D_{12}-D_{21}|$. El conflicto crece a medida que cada parte se opone más a la otra y a medida también que la explotación disminuye.

La competencia se trata a menudo, sin fundamento, como si fuera un sinónimo de conflicto. Sin embargo, después de reflexionar un poco, es claro que en algún sentido la competencia es un conflicto regulado o restringido. Si reflexionamos un poco más, se vuelve evidente que la competencia implica tanto el conflicto como la cooperación.

Considérese una situación en la que I_1 e I_2 están en conflicto con respecto a sus respectivos objetivos (resultados deseados) - O_1 y O_2. Es decir, cuando las probabilidades de I_1 de obtener O_1 - aumenta, las I_2 de obtener O_2 disminuyen. Ahora suponga que I_1 e - I_2 tienen un objetivo común O_3. Por ejemplo, si I_1 e I_2 son oponentes en algún encuentro deportivo, I_1 quiere ganar (O_1) y lo mismo quiere el oponente $I_2(O_2)$; de aquí que están en un conflicto relativo a O_1 y O_2 pero además desean divertirse (O_3), y el conflicto relativo a O_1 y O_2 también es válido con respecto a O_3. Luego, se puede decir que I_1 e I_2 están compitiendo. Su conflicto está - regulado (restringido por medio de reglas), con lo que se intenta asegurar la eficiencia del conflicto para su objetivo "cooperativo".

Ahora supóngase que el objetivo O_3 no es válido para I_1 e I_2, pero lo es para I_3, que es una tercera parte o grupo. Por ejem - plo, I_3 puede ser el público asistente y O_3 su objetivo de entretenimiento. En tal caso, el conflicto de I_1 e I_2 está enclavado en competencia extrínseca (en contraste con intrínseca). De aquí que la competencia económica en los negocios generalmente es ex - trínseca, involucrando al consumidor como la tercera parte.

Por otro lado, un juego es una situación en la que dos o más tomadores de decisiones (jugadores) seleccionan cursos de acción y en la que el resultado se ve afectado por la combinación de selecciones tomadas colectivamente. De manera más específica, esto es:

1.- Hay n tomadores de decisiones, $n \geq 2$. Cuando $n = 2$, recibe el nombre de juego de dos personas. Mientras que si $n > 2$, se dice que es un juego de n personas.

2.- Hay un conjunto de reglas que especifican cuáles cursos de - acción pueden seleccionar (esto es, cuáles jugadas se pueden realizar) y los jugadores las conocen.

3.- Hay un conjunto bien definido de estados finales para saber en qué momento termina la competencia (por ejemplo, ganar, perder o retirarse).

4.- Los pagos asociados con cada estado final posible se especifican a priori y cada jugador los conoce.

Podemos notar inmediatamente que sólo una parte de las situa ciones competitivas pueden ser modeladas como juegos, ya que en realidad las condiciones 2, 3 y 4 con frecuencia no se satisfacen.

Decimos que ha ocurrido una jugada, cuando cada tomador de decisiones selecciona su propio curso de acción. Un conjunto de reglas (o programas) que especifican cuál de las alternativas disponibles debería tomar en cada jugada, es una estrategia para cada jugador dado. La teoría de juegos busca estrategias que optimicen alguna función objetivo (es decir, alguna función de las utilidades de los pagos al tomador de decisiones).

Un juego de suma cero es aquel en el cual las pérdidas de un jugador (o jugadores) son equivalentes a las ganancias del otro (o de un conjunto de jugadores). Por ejemplo, los pagos en un juego de dos personas de suma cero pueden ser indicados en una matriz de pagos como se muestra en la Tabla 3 - 54, en donde los pagos al jugador B son iguales a "menos los pagos del jugador A". Si los dos jugadores seleccionan la alternativa "1", A recibe un peso y B pierde un peso, y así sucesivamente. En un juego de suma cero, una tercera parte (por ejemplo la "casa" o una "polla")- recibe o hace algún pago. En la Tabla 3 - 55 aparece una matriz de pagos para tal juego. El elemento de la izquierda en cada casilla representa el pago a A, y el de la derecha es el pago a B. Nótese que para jugar las combinaciones (1, 1) y (2, 2) las sumas de los pagos no son iguales a cero.

		Jugador B		
		1	2	
Jugador A	1	\$1	\$3	Pagos a A
	2	\$2	\$4	

TABLA 3 - 54. Una matriz de pagos para un juego de dos personas con suma cero.

		B	
		1	2
A	1	1,1	-5, 5
	2	5, -5	-1, -1

TABLA 3 - 55. Una matriz de pagos para un juego de dos personas de suma no cero.

Una solución a un juego se obtiene cuando se determina "la - mejor" estrategia para cada jugador. La "mejor" se define en tér minos de una función objetivo específica. La función objetivo --

"apropiada" depende de la clase de conocimientos que tengan los jugadores a priori acerca de las alternativas de cada uno de los otros. Si cada jugador conoce exactamente lo que va a hacer el otro, tenemos una situación determinística y la función objetivo es maximizar la utilidad. En caso de conocer las probabilidades tenemos una situación de incertidumbre, para la que se han sugerido una gran variedad de funciones objetivo, de las cuales, consideraremos las tres más importantes: el maximín (y el minimax), el maximín generalizado y la reconsideración minimax.

3.4.7.1. MAXIMIN - MINIMAX.

Un tomador de decisiones que se enfrenta con el problema representado en la Tabla 3 - 56 (donde los elementos en las casillas representan las utilidades de los sucesos para el tomador de decisiones) puede razonar de la siguiente manera:

	O_1	O_2
C_1	1	5
C_2	2	3

TABLA 3 - 56. Matriz de pagos simples.

1. En caso de seleccionar C_1, la ganancia mínima que puedo obtener es 1.
2. En cambio, si selecciono C_2, la ganancia mínima que puedo ob

tener es 2.

3. Por lo tanto, seleccionaré C_2, ya que esta opción maximiza la ganancia mínima.

El criterio empleado en este argumento es el denominado maximín. Este criterio se define precisamente como:

$$\text{Máx}_{c_i} \text{Mín}_{o_j} [U(O_j, C_i)]$$

donde $U(O_j, C_i)$ es la utilidad obtenida por el tomador de decisiones si O_j se obtiene usando C_i en el medio ambiente relevante.

La "solución" en este caso tiene varias propiedades interesantes. Supongamos que el suceso fue seleccionado por un tomador de decisiones oponente que tuviera que pagar por las utilidades alcanzadas por el primer tomador de decisiones. El oponente podría razonar como sigue:

1. Si selecciono O_1 la pérdida máxima que puedo tener es 2.
2. Si selecciono O_2 la pérdida máxima que puedo tener es 3.
3. Por lo tanto, seleccionaré O_1, porque minimiza la pérdida máxima.

Este criterio es minimax.

$$\text{Mín}_{o_j} \text{Máx}_{c_i} [U(O_j, C_i)]$$

Ahora en este problema:

$$\text{Máx}_{c_i} \text{Mín}_{o_j} [U(O_j, C_i)] = \text{Mín}_{o_j} \text{Máx}_{c_i} [U(O_j, C_i)] = 2.$$

Si esta igualdad se mantiene, se dice que el problema se re solvió. La solución que tiene un valor de 2 en la ilustración - ocurre en (C_2, 0_1), que recibe el nombre de **punto de silla de -- montar**: no es el valor más alto en la columna ni el valor más bajo en su renglón. Una matriz de pagos con más de dos sucesos, - puede tener varios puntos de silla de montar, pero siempre serán equivalentes.

La propiedad esencial del punto de silla de montar es que - las dos estrategias correspondientes son "las mejores" para cada tomador de decisiones en el sentido de que cada uno sabe lo peor que le puede pasar y que esto es tan bueno como sea posible. Si cualquiera de los dos se aleja del punto de silla de montar, su oponente puede tomar ventaja de esta situación. Por ejemplo, si se selecciona C_1 (en la Tabla 3 - 56) con la esperanza de ganar 5 es posible que ocurra 0_1 y produzca únicamente 1.

Ahora consideremos una matriz de pagos que no tenga punto - de silla de montar, como es el caso de la Tabla 3 - 57, que se - muestra más adelante. En este caso:

$$\text{Máx}_{c_i} \ \text{Mín}_{o_j} \ [U(O_j, C_i)] = (C_1, O_1) = 2.$$

$$\text{Mín}_{o_j} \ \text{Máx}_{c_i} \ [U(O_j, C_i)] = (C_2, O_1) = 3.$$

Las soluciones minimax y maximín no son equivalentes. Por lo tanto, es posible para el tomador de decisiones asegurar más de una ganancia mínima de dos, empleando lo que se llama **estrategia mixta**. Dicha estrategia consiste en seleccionar C_1 con una

	O_1	O_2
C_1	2	5
C_2	3	1

TABLA 3 - 57. Matriz de pagos sin punto de silla de montar.

probabilidad P_1 y C_2 con probabilidad P_2, de manera que:

$$P_1(2) + P_2(3) = P_1(5) + P_2(1)$$

y, más generalmente, se tendría:

$$P_1U(O_1, C_1) + P_2U(O_1, C_2) + \ldots + P_mU(O_1, C_m) =$$
$$= P_1U(O_2, C_1) + P_2U(O_2, C_2) + \ldots + P_mU(O_2, C_m).$$

Quizá la manera más fácil de entender cómo se selecciona una estrategia mixta es imaginarse que un consultor (cuyos servicios no cuestan) se acerca al tomador de decisiones y le ofrece un plan que le garantiza una ganancia promedio de G. ¿Cómo trabajaría ese plan?. Supongamos que se selecciona C_1 con probabilidad P_1 y C_2 con una probabilidad $P_2=1-P_1$. Entonces, si el suceso es O_1, la ganancia esperada es $2P_1+3P_2$ y si el suceso es O_2 la ganancia será $5P_1+P_2$. Debido a que G fue garantizada, debemos tener:

$$1)\quad 2P_1 + 3P_2 \geqq G$$
$$2)\quad 5P_1 + P_2 \geqq G,$$

de manera que sin importar cuál suceso ocurra, la ganancia sea cuando menos G. Ahora, supongamos que otro consultor nos ofrece un segundo plan que garantiza G'. Evidentemente, aceptaremos el segundo plan si $G' > G$. De hecho, el mejor plan posible sería el que tuviera la garantía mayor. No es difícil demostrar que con sólamente dos sucesos, dos cursos de acción y sin punto de silla de montar, la mayor G ocurre cuando tanto (1) como (2) resultan igualdades estrictas; esto es cuando:

$$G = 2P_1 + 3(1 - P_1) = 5P_1 + (1 - P_1)$$

de donde obtenemos:

$$P_1 = 2/5 \quad y \quad G = 2\ 3/5$$

Un razonamiento similar demostrará que si O_1 ocurre con una probabilidad Q_1 y O_2 con una probabilidad $Q_2 = 1 - Q_1$, el tomador de decisiones que selecciona el suceso, perderá, en promedio una cantidad L que puede hacerse tan pequeña como sea posible con una elección adecuada de Q_1. Se puede demostrar que el valor más pequeño de L es igual a -2 3/5. De hecho, si $Q_1 = 4/5$, la ganancia para el primer tomador de decisiones es 2 3/5 sin importar cuál decisión tome.

Esta clase de razonamiento puede generalizarse para cualquier situación con un número finito de decisiones y sucesos.

La parte débil del razonamiento está en la suposición de que los sucesos se seleccionan por un ser racional cuyos intereses son directamente opuestos a los nuestros. Por lo tanto, debemos suponer que si nuestras reglas de decisión le permiten al oponente tomarnos ventaja, él lo hará. Debido a esto, tomaremos decisiones de una manera que la ganancia de la utilidad no pueda efectuarse independientemente del suceso que ocurra. El razonamiento se toma de la Teoría de Juegos, donde puede ser adecuado; sin embargo, excepto en ciertos tipos de situaciones competitivas, parece difícil que sea necesario, hacer suposiciones tan pe simistas. Puede acontecer que los sucesos no se seleccionen por un oponente racional o que sus objetivos no sean opuestos a los nuestros. En cualquier caso, si conocemos o podemos encontrar - las frecuencias relativas de los sucesos, podemos utilizar dicha información para auxiliarnos al tomar nuestra decisión.

3.4.7.2. MAXIMIN GENERALIZADO.

Para superar cualquiera de estos objetivos, Hurwicz (1951), sugirió un criterio más general, que hace posible la variación - en los grados de optimismo. Este criterio es:

$$\text{Máx}_{c_i} \left\{ \alpha \ \text{Máx}_{o_j} \ [U(O_j, C_i)] + (1 - \alpha) \ \text{Mín}_{c_i} \ [U(O_j, C_i)] \right\} .$$

donde $0 \leq \alpha \leq 1$. El término α se puede tomar como índice de optimismo. Si $\alpha = 0$, el criterio de Hurwicz se reduce al maximín. Por otro lado, si $\alpha = 1$, el criterio se transforma en el maxi - máx: se seleccionará directamente el curso de acción que maximiza la "ganancia máxima". Supongamos que hacemos $\alpha = 0.6$ y lo - aplicamos a la matriz de pagos que hemos venido manejando. Entonces, si el tomador de decisiones selecciona C_1, la ganancia máxima es 5 y la mínima es 1. Por lo tanto,

$$0.6(5) + 0.4(1) = 3.4$$

Similarmente, si él selecciona C_2, entonces:

$$0.6(3) + 0.4(2) = 2.6$$

Esto nos indica que C_1 es el mejor para este criterio.

Nótese que α actúa como término de probabilidad: si α se interpreta como estimación subjetiva de probabilidad, este criterio es equivalente a maximizar la utilidad esperada.

3.4.7.3. RECONSIDERACION MINIMAX.

Savage (1954) sugirió un tercer criterio. Para emplear este criterio, la matriz de pagos debe convertirse en una matriz de reconsideraciones. En cada casilla introducimos la diferencia entre lo que el tomador de decisiones habría hecho si hubiera sabido cuál suceso ocurriría y la selección representada por esa casilla. Por ejemplo, la matriz de pagos que se muestra en la Tabla 3 - 58 a se convierte en la matriz de reconsideraciones que aparece en la Tabla 3 - 58b. Si el tomador de decisiones hubiera sabido que ocurriría O_1, habría seleccionado C_2; por lo tanto, si él seleccionó C_1 y ocurrió O_1, su reconsideración sería 2-1=1. Si hubiera seleccionado C_2 y ocurrió O_1, no tendría reconsideración. De la misma manera, si él sabía que ocurriría O_2 seleccionaría C_1 y ganaría 5. Por consiguiente, si selecciona C_2 y ocurre O_2 su reconsideración es 5-3=2. Una vez que se construye la matriz de reconsideraciones, se le puede aplicar el criterio minimax para seleccionar el mejor curso de acción. En este caso particular se requeriría una estrategia mixta. Sin embargo, no parece conveniente usar una estrategia con la naturaleza; sino contra un oponente que a) es racional, b) no puede cono cer nuestra decisión antes de tomar la suya, y c) él mismo puede emplear una estrategia mixta contra nosotros, que se diseña para minimizar nuestras ganancias o maximizar nuestras reconsideraciones.

El siguiente es un ejemplo de la aplicación de un "análisis de reconsideración". Una empresa que estaba introduciéndose a un nuevo negocio, descubrió que era necesario construir una planta para fabricar el nuevo producto. La planta podría constuirse con una, dos o tres unidades de producción. Los pronósticos de ventas anuales se prepararon para los siguientes diez años. Para cada año se hicieron tres pronósticos: pesimista, conservador y optimista. La planta con una unidad sería la mejor si el pronóstico pesimista fuese verdadero; la planta de dos unidades, si el pronóstico conservador fuera cierto y la planta con tres unidades, si el pronóstico optimista resultara acertado. La base para los pronósticos no era sólida; de aquí que resultó imposible asignarles probabilidades de objetivos. Los administradores no pudieron ponerse de acuerdo sobre un conjunto de subjetivas debido a que algunas de ellas eran pesimistas, otras conservadoras y las demás optimistas. El problema se resolvió usando el principio de reconsideración. Para cada pronóstico se determinó el valor real de los beneficios futuros para el tamaño de cada primera planta. Esto produjo una matriz de pagos de 3x3, que se convirtió en una matriz de reconsideraciones. En este caso se minimizó la reconsideración construyendo la planta con tres uni-

	O_1	O_2
C_1	1	5
C_2	2	3

(a) Pagos.

	O_1	O_2
C_1	1	0
C_2	0	2

(b) Reconsideraciones.

TABLA 3 - 58.

dades. Los administradores estuvieron de acuerdo en proceder sobre esta base, debido a que les parecía razonable y se evitaba la resolución compleja de sus diferencias de opinión concernientes al futuro.

La existencia de tres criterios de selección en problemas de incertidumbre, crea la necesidad de un metacriterio para determinar cuál de los tres es el mejor en cualquier situación específica. Sin embargo, desgraciadamente no ha sido desarrollado ningún criterio de tal naturaleza. Debido a esto, el investigador debe recurrir a su propia intuición o a la de los directivos.

CAPITULO IV

ENFOQUE CUALITATIVO - RACIONAL

4.1. INTRODUCCION.

Dentro de la modalidad de los enfoques cualitativos, elegimos el desarrollado por Kepner y Tregoe por dos razones importantes. Primero, las bases que lo sustentan son sólidas. Segundo, la metodología que utiliza es sistemática, racional y, por lo tanto lógica, apartándose así del empirismo y acercándose más al campo científico.

En el presente capítulo expondremos, casi de manera textual, los aspectos sustanciales de la obra desarrollada por los creadores de dicho enfoque, a fin de lograr la mejor comprensión del mismo.[1]

1. Charles H. Kepner y Benjamín B. Tregoe. "El Nuevo Directivo Racional". México: Mc. Graw-Hill, 1983.

4.2. PREMISAS DEL ENFOQUE RACIONAL.

Para que una organización desarrolle plenamente su potencial, es necesario que ésta trabaje como una unidad funcional. Con este fin, se requiere integrar un equipo directivo interdisciplinario, basado primordialmente en las capacidades de sus miembros, que trabajen en pos de metas específicas, alcanzando dichas metas, una a una, y utilizando el mismo conjunto de procedimientos, de manera tal, que puedan coordinar sus esfuerzos. Es decir, haciendo uso de un método formado por directrices y procedimientos con las siguientes características:

a). Deben ser sencillos, comunes y sensatos.

b). Que establezcan un puente entre las diferencias que existan dentro del equipo y sus funciones individuales.

c). Que el equipo pueda usar mancomunadamente para cumplir con sus responsabilidades, sin inhibir las aportaciones personales, pero sin añadir nuevas tareas innecesarias.

Si deseamos obtener el máximo potencial de parte de una organización, deben hacerse muchas cosas además de enseñar e instituir un enfoque y lenguaje comunes para plantear las preocupaciones de la dirección. Se debe también planear el uso continuado, rutinario y compartido de los conceptos, y la organización debe encargarse de practicarlos para poder obtener y conservar sus beneficios.

Por otra parte, es necesaria la existencia de ciertas condi -

ciones que permitan un cambio en cuanto a la manera de manejar las diversas situaciones que se presentan en la organización. Los sociólogos han dicho que el ser humano se resiste al cambio, es decir, que una idea o expectativa nueva, por sí misma, rara vez producirá el cambio. Sin embargo, el cambio puede ser muy atractivo si es el producto de una nueva idea o expectativa que parece ir en favor de los intereses de las personas que van a adoptarlas, si va acompañada por los medios para su realización y si sus resultados reciben reconocimiento y aprobación.

El trabajo en equipo puede engendrarse enseñando a las personas a utilizar, conscientemente y en cooperación, cuatro patrones de pensamiento que ya utilizan en forma inconsciente e individualista. Kepner y Tregoe ha desarrollado cuatro procesos racionales básicos para emplear y compartir información sobre asuntos de la organización. Dichos procesos son procedimientos sistemáticos para obtener el mejor provecho del uso de los cuatro patrones de pensamiento, que se reflejan en los cuatro tipos de preguntas que los directivos formulan todos los días.

PATRONES BASICOS DE PENSAMIENTO	PROCESOS RACIONALES BASICOS
1. ¿Qué está ocurriendo?	1. Análisis de Situaciones.
2. ¿Por qué ocurrió ésto?	2. Análisis de Problemas.
3. ¿Qué curso de acción deberíamos de adoptar?	3. Análisis de Decisiones.
4. ¿Qué nos espera más adelante?	4. Análisis de Problemas Potenciales.

Estos cuatro procesos racionales básicos son universalmente - aplicables sin importar cuál sea el ámbito o el contenido al cual se aplican.

Análisis de Situaciones.- El proceso racional basado en el primer patrón de pensamiento se denomina Análisis de Situaciones (A.S.). Gira en torno a la pregunta ¿Qué está ocurriendo? y a la evalua -- ción y aclaración de situaciones, a la clasificación de las cosas, al desgloce de situaciones complejas en componentes manejables y - al mantenimiento del control, sobre los eventos.

Cuando surge una situación directiva, la información disponi- ble generalmente es una mezcla confusa entre lo pertinente y lo -- irrelevante, lo importante y lo intrascendente. Antes de poder - hacer algo razonable ó productivo, debe ordenarse la situación con fusa para poder ver sus componentes en perspectiva. Deben estable cerse prioridades y delegarse las acciones. Se debe contar con -- los medios para mantener un registro de la información a medida - que se resuelven las situaciones pasadas y las nuevas vienen a ocu par sus lugares.

El A. S. está diseñado para identificar los problemas a resol ver, las decisiones que deben tomarse y los sucesos futuros que -- hay que analizar y planear. Por ello, debemos entender los proce- sos racionales aplicables a estas áreas antes de estudiar el A. S. Esta es la razón por la que dicho proceso será el último que expli caremos.

Análisis de Problemas.- El segundo proceso racional, denominado -- **Análisis de Problemas** (A. P.), se basa en el patrón de pensamiento **causa-efecto** y en la pregunta:¿Por qué ocurrió ésto?. Nos permite identificar, describir, analizar y resolver con precisión una si - tuación en la que **algo ha salido mal inexplicablemente.** Nos pro - porciona un medio metodológico para extraer la información esen -- cial de una situación problemática y hacer a un lado la informa - ción irrelevante o confusa.

Análisis de Decisiones.- El tercer proceso racional basado en el - patrón de pensamiento de **elección de opciones** y en la pregunta: -- ¿Qué curso de acción deberíamos de adoptar?, se denomina **Análisis de Decisiones** (A. D.). El empleo de este proceso permite apartar- nos un poco de una situación de decisión para evaluar sus tres com ponentes. Es decir, podemos analizar:

1. Las razones para tomar la decisión y examinar su propósito.
2. Las opciones disponibles para lograr ese propósito.
3. Los riesgos relativos de cada opción y a partir de ese cuadro equilibrado de la situación estar en posibilidades de elegir - la opción más acertada y segura: la que haya surgido después - de una cuidadosa consideración de todos los factores.

Análisis de Problemas Potenciales.- El cuarto proceso racional se basa en nuestra preocupación por los sucesos futuros: por lo que -

podría ser y suceder. Lo denominaremos Análisis de Problemas Potenciales (A. P. P.). Un problema potencial existe cuando es posible prever un probable trastorno en una situación dada. Nadie tiene la certeza de que va a surgir un problema, pero nadie puede asegurar que no va a surgir. Este proceso utiliza lo que sabemos o podemos suponer sin riesgo para evitar las posibles consecuencias negativas en el futuro.

Se basa en la idea de que pensar y actuar con anticipación para evitar un problema resulta más provechoso que tener que resolverlo cuando lo hemos dejado desarrollarse. Este proceso racional permite a la organización tomar parte activa en la conformación de su futuro. A continuación explicaremos ampliamente cada uno de dichos procesos.

4.3. ANALISIS DE PROBLEMAS.

Generalidades.- A las personas les gusta resolver problemas siempre y cuando se den cuatro condiciones:

1. Deben poseer las habilidades necesarias para resolver problemas que surgen en sus puestos.
2. Deben experimentar el éxito al usar esas habilidades.
3. Deben ser recompensados si resuelven con éxito sus problemas.
4. No deben temer al fracaso.

El A. P. proporciona las habilidades necesarias para explicar cualquier situación en la que no se está logrando el nivel esperado de desempeño y en la que se desconoce la causa del desempeño -- inaceptable. Si la expresión cualquier situación parece demasiado contundente, recuérdese que nos interesa la manera de usar la in - formación para abordar las desviaciones del desempeño.

Causa y efecto.- La solución de problemas implica un razona - miento causa-efecto, que es uno de los cuatro patrones básicos de pensamiento. Un problema es el efecto visible de una causa que re side en algún momento del pasado. Debemos relacionar el efecto -- que observamos con su causa exacta. Sólo así podremos estar seguros de tomar la acción correctiva apropiada, esa que puede corre - gir el problema y evitar que vuelva a presentarse.

La óptima solución de problemas no es el resultado de conocer todas las cosas que pueden producir un efecto particular y después escoger una acción correctiva dirigida en contra de la causa más - frecuentemente observada. Sin embargo, así es como la mayoría de las personas abordan los problemas en su trabajo. El A. P. es un proceso sistemático de solución de problemas. No rechaza el valor de la experiencia o de los conocimientos técnicos. Más bien nos - ayuda a utilizar mejor esa experiencia y esos conocimientos.

Los criterios que definen un problema.- Una decisión implica respuesta a las preguntas "¿Cómo?", "¿Cuál?" y "¿Con qué propósi - to?". Un problema siempre implica responder a la pregunta "¿Por -

qué?".

La estructura de un problema.- Se alcanza un estándar de desempeño cuando todas las condiciones requeridas para una actuación aceptable se presentan como debieran. Esto es aplicable a todo lo perteneciente al medio de trabajo: las personas, los sistemas, los departamentos y los equipos. Si surge una alteración en una o más de estas condiciones (esto es, si ocurre algún tipo de cambio), entonces es posible que también se altere el desempeño. Este cambio puede ser para bien o para mal. En ocasiones mejoran las condiciones, ocurren cambios positivos, y las cosas salen mejor de lo esperado. Pero un mejoramiento inesperado del desempeño rara vez provoca la misma urgente respuesta que un deterioro inesperado del mismo. Entre más grave sea el efecto del deterioro, más presión habrá para averiguar la causa y tomar medidas al respecto.

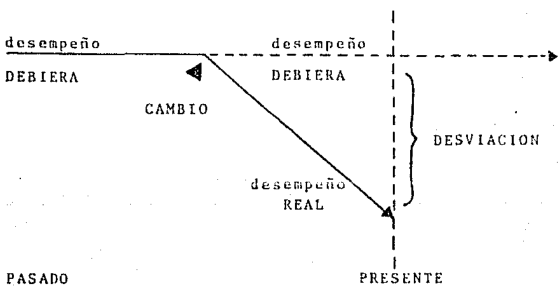


FIG. 4-1. Estructura de un problema.

Si en algún momento el desempeño satisfizo el DEBIERA y ya no er así, es que ha ocurrido un cambio. Al iniciarse la solución de problemas, no sabemos exactamente en qué consistió el cambio y -- cuándo ocurrió. (Ver FIG. 4-1).

La búsqueda de la causa generalmente implica encontrar un cambio específico que haya causado un deterioro en la actuación. No obstante, hay casos en que siempre ha existido una desviación negativa en la actuación (lo que llamamos Desviación de Arranque). En este caso, usando nuestra terminología lo REAL siempre ha estado - abajo del DEBIERA. (Ver FIG. 4-2).

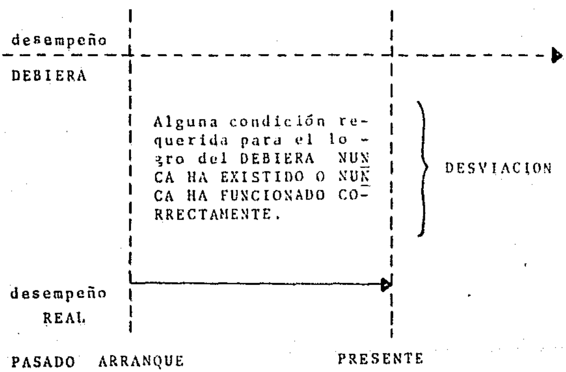


FIG. 4-2. Estructura de un Problema de Arranque.

Las etapas del Análisis de Problemas.- En ambos tipos de problemas, la desviación actual de un desempeño que antes era aceptable y un desempeño que nunca ha satisfecho las expectativas, pueden abordarse mediante las etapas del A. P.

4.3.1. PROCESO DEL ANALISIS DE PROBLEMAS.

Las etapas del proceso de A. P. se dividen principalmente en las siguientes categorías:

1. Definición del problema.
2. Descripción del problema en cuatro dimensiones: identidad, ubicación, tiempo y magnitud.
3. Extracción de la información clave en las cuatro dimensiones para descubrir las posibles causas.
4. Pruebas para deducir la causa más probable.
5. Verificación de la causa real.

4.3.1.1. DEFINICION DEL PROBLEMA O ENUNCIADO DE LA DESVIACION.

Antes de poder describir, analizar y explicar un problema, es imprescindible que lo definamos con precisión y esto lo logramos por medio de un "Enunciado de la Desviación", o nombre del problema. Es importante expresar este enunciado con precisión porque todo el trabajo (toda descripción, análisis y explicación que se emprendan) estará dirigido a corregir el problema "conforme a su nombre".

Cualquiera que sea la sencillez, complejidad que un problema parezca tener en un principio, siempre vale la pena tomarse uno o dos minutos para preguntarse: "¿Podría explicarse en este momento el efecto de este problema según lo hemos descrito en el enunciado de la desviación?". Si es así, debemos retroceder hasta un punto en que ya no podamos explicar el enunciado de la desviación. Definiciones de problemas vagos o generalizados que comienzan con frases como "baja productividad de ..." ó "desempeño subestándar de . ..." deben redactarse nuevamente para transformarse en enunciados de desviaciones específicas que nombren un objeto o tipo de objeto y un mal funcionamiento o tipo de mal funcionamiento del cual deseamos descubrir y explicar la causa.

4.3.1.2. DESCRIPCION O ESPECIFICACION DEL PROBLEMA EN CUATRO DIMENSIONES: IDENTIDAD, UBICACION, TIEMPO Y MAGNITUD.

Una vez que contamos con un enunciado preciso de la desviación, el siguiente paso consiste en describir el problema en detalle, o desmenuzarlo según sus cuatro dimensiones:

a). Identidad --- Qué es lo que estamos tratando de explicar.

b). Ubicación --- Dónde lo observamos.

c). Tiempo --- Cuándo ocurre.

d). Magnitud --- Qué tan grave o extenso es.

Toda la información disponible sobre cualquier problema caerá dentro de una de estas cuatro dimensiones. Dentro de cada una hacemos preguntas de especificación que determinen nuestra descripción del efecto del problema y den exactamente el tipo de información que nos será de mayor utilidad para el análisis. Si se omiten preguntas que parecen no tener importancia se destruye la objetividad que tan diligentemente tratamos de conservar.

Con sólo unas cuantas variaciones en la redacción, cualquier problema puede ser descrito contestando las preguntas de especificación.

Una vez descrito nuestro problema en las cuatro dimensiones, ya contamos con la mitad de la especificación total que queremos. Es la segunda mitad la que la convertirá en un instrumento útil para el análisis.

ES y NO ES: una base de comparación.

Sabemos que nuestro problema ES. Lo que no es nuestro problema NO ES. Una vez que hayamos identificado los datos sobre lo que PUDIERA SER pero NO ES, también podremos identificar los factores peculiares que aislan nuestro problema: exactamente qué es, dónde se observa, cuándo se observa y su extensión o magnitud. Estos factores peculiares nos acercarán más a la causa del problema.

Independientemente del contenido del problema, nada ayuda más a un análisis sólido que una base de comparación pertinente.

En el A. P. debemos buscar bases de comparación en cada una de las cuatro dimensiones de la especificación. Ahora repetiremos -- nuestro enunciado de desviación y las preguntas y respuestas de especificación, y añadiremos una tercera columna llamada Comparación Lógica más Parecida. En esta columna estableceremos el problema -- como PUDIERA SER pero NO ES en términos de identidad, ubicación, -- tiempo y magnitud.

La decisión en cuanto a lo que se parece y lo que es lógico debe basarse en el juicio de la persona o del equipo que busca la solución al problema. En muchos casos es sumamente importante identificar el mal funcionamiento que PUDIERA SER pero NO ES con el fin - de reducir el ámbito de la búsqueda de la causa. Cada A. P. es exclusivo del contenido de cada problema.

Una vez que hemos identificado bases de comparación para las - cuatro dimensiones podemos aislar características distintivas clave del problema.

4.3.1.3. OBTENCION DE INFORMACION CLAVE SOBRE LAS CUATRO DIMENSIONES DEL PROBLEMA PARA GENERAR LAS CAUSAS POSIBLES.

Distingos.- Al aplicarse la pregunta "¿Qué distingue?" a las cuatro dimensiones del problema, nuestro análisis comienza a revelar pistas importantes de la causa del problema: pistas, no respuestas o explicaciones. Ese patrón natural de razonamiento de causa - efecto que todos empleamos asegura que usamos este tipo de raciocinio cuando nos enfrentamos a un problema si en él observamos un -- distingo que evoca algo a nuestras experiencias anteriores.

En este punto del A. P. identificamos los distingos que caracterizan al problema en términos de su identidad, ubicación, tiempo y magnitud comparándolos con la identidad, ubicación, tiempo o magnitud que podrían caracterizarlo pero que no son los que lo caracterizan. Ahora repetiremos todas las columnas que ya hemos desarrollado y añadiremos una columna titulada: "¿Qué distingue a ...?". La pregunta que hacemos para suscitar distingos es "¿Qué distingue al dato que ES cuando se le compara con los datos del NO ES?".

Las cuatro dimensiones de una especificación producen distingos de diversa cantidad y calidad. Con frecuencia una o más dimensiones no producen distingos. Obviamente la meta es calidad: pistas sólidas, características sobresalientes de los datos ES.

Cambios.- En la FIG. 4-1, la flecha indica el cambio entre el desempeño aceptable del pasado cuando estaba lográndose el DEBIERA y el nivel de desempeño REAL inaceptable.

Los directivos que quizá desconozcan el A. P. saben que una --

baja en un desempeño que antes era aceptable sugiere que algo ha - CAMBIADO; el sentido común les dice que deben buscar ese cambio. Pero dicha búsqueda puede ser sumamente frustrante cuando el directivo enfrenta toda una serie de cambios: conocidos, planificados,- o imprevistos que continuamente se introducen en cada operación.

En lugar de buscar entre toda esa maraña ese elusivo cambio - que resuelve el problema, nosotros examinamos esa área pequeña y - claramente delimitada en la que podemos estar seguros de encontrarlo: distinciones entre los datos ES y los datos, pudo haber sido,- pero NO ES. Este es el siguiente paso del A. P.

¿Qué cambios tienen más probabilidad de sugerirnos la causa - del problema?. Los que son más pertinentes a sus características peculiares de identidad, ubicación, tiempo y magnitud.

Cuando de cada distingo preguntamos "¿Este distingo sugiere - algún cambio?", buscamos directamente los cambios capaces de sugerir la causa. Pasamos por alto cualesquiera cambios que pudieron haber ocurrido pero que no son pertinentes a las características - clave de este problema. Son de suma importancia la relación entre distingos y cambios, y la relación entre ambos para la generación de posibles causas.

A los distingos entre los datos ES y los NO ES ahora añadimos la pregunta sobre el cambio y sus respuestas.

Generación de posibles causas.- En algún lugar de la lista de distingos y cambios que surgen durante el A. P. está la explicación de la causa (siempre y cuando toda la información pertinente al problema haya sido obtenida e incluída). En ocasiones surgirán varias posibles causas. En algunos casos deben entretejerse las partes de información para obtener una explicación satisfactoria de la causa del problema. Dos causas combinadas pueden producir una desviación en el desempeño que no causaría alguna de ellas por sí sola.

La manera de generar las posibles causas es preguntar sobre cada renglón de las categorías de distingos y cambios: "¿Cómo podría este distingo (o este cambio) haber producido la desviación que se describe en el enunciado del problema?". Así como quizá sea necesario entretejer partes de información, posiblemente con esa misma frecuencia encajen unos con otros.

Pueden generarse otras causas posibles de los distingos y cambios en nuestro análisis. Tal vez no parezcan ser serios contendientes (porque no lo son y porque ya sabemos la explicación) pero son posibles. De todos modos, en este punto del A. P. debemos generar todas las causas posibles razonables y no tratar de seleccionar la causa verdadera del problema.

4.3.1.4. PRUEBA DE LA CAUSA MAS PROBABLE.

Al incluir todas las causas posibles no perdemos nada, mantenemos nuestra objetividad y reducimos la incidencia del conflicto y el desacuerdo en la explicación de un problema. En la etapa de comprobación del A. P., dejamos que los datos de la especificación desempeñen la función de juzgar la probabilidad relativa de las posibles causas.

De cada posible causa preguntamos: "¿Si ésta es la verdadera causa del problema, entonces cómo explica cada dimensión de la especificación?". La verdadera causa debe explicar cada uno y todos los aspectos de la desviación, ya que la verdadera causa creó el efecto exacto que hemos especificado. Los efectos son específicos, no generales. La prueba de la causa es un proceso para ver si concuerdan los detalles de una causa postulada con los detalles de un efecto observado para ver si tal causa pudo haber producido dicho efecto.

La prueba de una posible causa contra la especificación es un ejercicio de lógica. Identifica la posible causa más probable, -- esa que explica la desviación mejor que cualquier otra; pero rara vez deja a la verdadera causa libre de toda sospecha.

4.3.1.5. VERIFICACION DE LA VERDADERA CAUSA.

Verificar una causa probable es comprobar que ésta produjo el efecto observado.

La verificación es fácil de efectuar una vez que se ha identi ficado una causa probable. Consiste en formular una o dos preguntas adicionales o en realizar un experimento. Depende de obtener información adicional y de ejecutar una acción adicional. La verificación es un paso independiente que se da para comprobar una - relación de causa-efecto.

Algunas veces la verificación es imposible y sólo nos queda - confiar en la etapa de prueba. Todo lo que puede hacerse (con base en el papeleo del A. P. y hasta el punto de probar las posibles causas contra la especificación) es idear una acción correctiva ba sada en la causa más probable. Es inevitable establecer premisas. "Si esto sucedió, entonces eso tendría sentido ...".

En la mayor parte de las situaciones problemáticas es posible la verificación, pero lo que la constituye dependerá de las cir -- cunstancias. Muchos problemas se verifican, invirtiendo el cambio para ver si se elimina el problema. En este caso la verificación nos proporciona la acción correctiva.

4.3.2. COMENTARIOS FINALES SOBRE EL PROCESO DEL ANALISIS DE PROBLEMAS.

Fracasos.- Por supuesto que podemos fracasar. Aunque la cau sa más común del fracaso es la falta de datos en la especificación, hay dos motivos primordiales para fracasar en la solución del problema, aún cuando se emplee el A. P.:

1. Identificación insuficiente de los distingos y cambios clave relacionados con los datos ES de la especificación.
2. Permitir que las premisas distorsionen el juicio durante la etapa de prueba. Entre mayor sea el número de premisas que adjudiquemos a una causa posible con el fin de poder llamarla "la más probable", menos probabilidades tendrá de resistir la verificación. No tiene nada de malo establecer premisas siempre y cuando las consideremos como tales y no les otorguemos prematuramente la condición de hechos reales.

Un proceso, no una panacea.- El A. P. nos permite hacer un buen trabajo de recopilación y evaluación de la información sobre problemas. No obstante, existen limitaciones en el potencial que tiene el proceso para producir las respuestas correctas. Si no podemos rastrear los hechos clave necesarios para resolver un problema, este seguirá desafiando cualquier solución; ningún enfoque o proceso, independientemente de lo sistemática o meticulosa que sea su aplicación, desentrañará su secreto.

La lógica del A. P. defiende conclusiones respaldadas por los hechos y hace a un lado aquellas que no puede respaldar. Asimismo, permite a las personas trabajar unidas como un equipo, acumulando sus informaciones en un formato común para determinar la causa de un problema. (Ver Anexo).

4.4. ANALISIS DE DECISIONES.

Generalidades.- El A. D. es un procedimiento sistemático basado en el patrón de razonamiento que todos usamos para hacer elecciones. Sus etapas representan ampliaciones y refinamientos de los elementos de este patrón de razonamiento.

- Apreciamos el hecho de que debe hacerse una elección.
- Consideramos los factores específicos que deben ser satisfechos si la elección ha de tener éxito.
- Decidimos qué tipo de acción satisfará en mayor medida dichos factores.
- Consideramos qué riesgos podrían vincularse a nuestra elección final de acción, que podrían poner en peligro su seguridad y éxito.

Podemos emplear este patrón de razonamiento muy rápidamente, casi inconscientemente. Aunque podemos omitir uno o más de sus elementos en un análisis superficial, cada uno de ellos desempeña cierto papel en la determinación de cada elección que hacemos. Cuando enfrentamos elecciones sencillas o repetitivas, la memoria y la experiencia nos permite considerar en una fracción de segundo los factores específicos que deben cumplirse.

Nadie necesita que le digan que la excelencia al elegir es crítica para el éxito del individuo o de la organización. Todos sabemos que lo que elijamos hoy influirá en nuestras vidas de mañana.

Lo que no es tan obvio es cómo elegir hoy, usando la información de que se dispone, para que mañana dicha elección sea calificada como excelente y las personas que hayan intervenido en ello reciban el crédito que les corresponde. Tampoco es obvio cómo debemos usar la información, cómo podemos evitar omitir los detalles que deben ser reconocidos, y cómo podemos evitar que nos confundan e intimiden las incertidumbres del futuro.

Detrás de toda decisión hay una pléyade de detalles. Algunos son sumamente importantes, otros insignificantes. La calidad de la información disponible puede no estar a la altura de nuestras necesidades. Puede no haber suficiente información. Puede haber tanta que nos agobie. Quizá el grado de pertinencia de la información disponible no esté claro. Sobre cada decisión se cierne cierto grado de incertidumbre, puesto que todas las decisiones acaban subiendo al escenario en algún momento de ese incierto futuro. La buena toma de decisiones como la buena resolución de problemas depende grandemente de la experiencia y del juicio. No obstante, en estas dos áreas de responsabilidad directiva, es en el marco de un procedimiento sistemático donde la experiencia y el juicio producen resultados exitosos y una reputación de excelencia directiva.

Hacer buenas elecciones depende de tres elementos: la calidad de nuestra definición de factores específicos que deben ser satisfechos, la calidad de nuestra evaluación de las alternativas disponibles y la calidad de nuestra comprensión de lo que pueden producir esas alternativas (para bien o para mal).

4.4.1. PROCESO DEL ANALISIS DE DECISIONES.

Las etapas del proceso de A. D. son las siguientes:

1. Definición de la decisión o enunciado de la decisión.
2. Determinación de los objetivos de la decisión.
3. Generación y evaluación de alternativas.
4. Determinación de las consecuencias de la elección.

4.4.1.1. DEFINICION DE LA DECISION O ENUNCIADO DE LA DECISION.

En el A. P. comenzamos con un enunciado de la desviación, que define la situación por resolverse. En el A. D., comenzaremos con un enunciado de la decisión, o nombre de ésta.

En el A. P. la resolución consistió en una respuesta comprobable a la pregunta "¿Por qué?". En el A. D., la resolución consistirá en una respuesta a las preguntas: "¿Con qué propósito?", -- "¿Cuál?" y "¿Cómo?".

Un enunciado de la decisión nos da el enfoque para todo lo -- que sigue y establece los límites de la elección. Los criterios - que se desarrollarán serán consecuencia de ésta, describiendo detalladamente los requisitos de decisión. Las alternativas serán juzgadas en base a su capacidad para satisfacer dichos requisitos. Como el enunciado de la decisión pone a todas las actividades en acción, tiene otra cualidad en común con el enunciado de la desvia -

ción: la manera en que se redacta merece una cuidadosa atención.

4.4.1.2. DETERMINACION DE LOS OBJETIVOS DE LA DECISION.

Objetivos, en nuestra terminología, son los criterios para la decisión, los detalles específicos de lo que debe cumplir la decisión, son medidas claras de los fines que queremos lograr. Estas medidas deben de tener la característica de ser claras, puesto que solamente así podremos hacer elecciones razonadas.

Establecemos estos objetivos una vez que hemos enunciado el propósito de la decisión y acordado a qué nivel debe tomarse. Lo hacemos antes de discutir las alternativas y en ocasiones hasta antes de identificarlas. El A. D. es la antítesis de la identificación de un curso de acción elaborando después un argumento que lo justifique. En lugar de ello, partimos de lo que necesita realizarse para llegar a la alternativa que mejor pueda realizarlo.

Objetivos OBLIGATORIOS y DESEADOS.- Los objetivos se dividen en dos categorías: OBLIGATORIOS y DESEADOS. Los primeros como su nombre lo indica, son imprescindibles, ya que de ellos depende el éxito de la decisión, es decir, si una alternativa no cumple con algún objetivo obligatorio, ésta será descartada inmediatamente; además, estos objetivos deben poder ser cuantificables, esto es, que podamos dar un juicio absoluto de Sí-o-No cumple con el objeti vo.

Todos los demás objetivos se catalogan como DESEADOS. Las alternativas que generemos se juzgarán con base a sus resultados relativos frente a los objetivos DESEADOS, y no, en si los satisfacen o no. La función de estos objetivos consiste en darnos una idea comparativa de las alternativas, un sentido de cuál podría ser el resultado de cada alternativa en comparación con las demás.

Pueden existir ocasiones en que un objetivo DESEADO sea imprescindible, pero no sea posible clasificarlo como OBLIGATORIO, este caso se presenta cuando no es cuantificable o cuando no deseamos un juicio Sí-o-No, por ser mejor usarlo como una medida relativa. Este último caso, nos lleva a la situación de que un objetivo sea enunciado como OBLIGATORIO, para después redactarlo como DESEADO, de modo que un sólo objetivo cumpla con las dos funciones.

Cabe señalar que un objetivo DESEADO no es necesariamente menos importante que un OBLIGATORIO, sino que sus propósitos son distintos.

Las funciones de estos objetivos pueden describirse así:"Los OBLIGATORIOS deciden quién participa en el juego, pero los DESEADOS deciden quién gana".

Como mencionamos anteriormente, las alternativas se juzgarán con base en sus resultados relativos frente a los objetivos DESEA-

DOS, este juicio se lleva a cabo de la siguiente manera:

Una vez identificados los objetivos DESEADOS, se pondera cada uno conforme a su importancia relativa, es decir, se identifica el objetivo más importante y se le da un peso de diez. Después se -- ponderan todos los demás comparándolos con el primero, desde diez (igualmente importante), hasta un posible uno (no muy importante).

Es importante examinar el equilibrio de los objetivos DESEA - DOS y buscar ciertas señales de peligro:

-- Demasiados números altos, pueden indicar, ya sea expectativas irreales o una percepción deficiente de qué objetivos pueden - garantizar el éxito.
-- Demasiados números bajos sugieren que los detalles insignifi - cantes pueden estar asfixiando el análisis.
-- Demasiados objetivos centrados en los intereses de un sólo de- partamento pueden conducir a una decisión inoperante. Esto -- ocurre especialmente cuando otros departamentos pueden verse - igualmente afectados por la decisión final.
-- Los objetivos "cargados", o sea, los objetivos que garantizan un fácil paso para ciertas alternativas pero bloquean todas -- las demás, pueden hacer del análisis una farsa.

En este punto, la evaluación de las alternativas se detiene, puesto que el siguiente paso consiste en la generación de éstas.

4.4.1.3. GENERACION DE LAS ALTERNATIVAS.

Una alternativa ideal satisface perfectamente todas las condiciones que se le establecen pero sin traer consigo nuevas dificultades. Por desgracia son raras las alternativas ideales. Por lo tanto, debemos evaluar cada alternativa disponible, midiéndola contra todos nuestros objetivos, ya que su cualidad relativa para cumplirlos es lo que nos interesa.

Al elegir entre varias alternativas debemos hacerlo decidiendo cuál satisfará mejor nuestros objetivos con el menor riesgo.

Si sólo tenemos una alternativa, debemos decidir si es lo suficientemente buena para aceptarla. En este caso, nuestra evaluación se centrará en su valor relativo al compararla con una alternativa perfecta pero inalcanzable.

Si debemos elegir entre la línea de acción actual y una propuesta, entonces ambas deben considerarse como alternativas, evaluando sus resultados contra nuestros objetivos de la misma manera en que haríamos si ambas hubieran sido propuestas. Lo qué está haciéndose actualmente, después de todo, es una alternativa; la elección consiste en continuar haciéndolo de esa manera o encontrar otra que sea mejor.

Si por no contar con alguna alternativa, debemos crear algo -

nuevo, generalmente podemos elaborar una alternativa con los componentes disponibles. Luego elegimos las condiciones mejores y más factibles, tratamos a cada una como una alternativa distinta y evaluamos a todas contra un modelo ideal de una alternativa.

Evaluación de alternativas contra los objetivos DESEADOS.- Una vez determinadas las alternativas disponibles se procede a evaluar las alternativas contra los objetivos DESEADOS de la siguiente manera:

Comenzando con el primer objetivo DESEADO se evalúa que alternativa cumple mejor con dicho objetivo, y se le adjudica una puntuación de diez, y las demás alternativas se comparan con esta puntuación, esto se hace con el fin de ayudarnos a reflejar nuestros juicios.

En este punto, requerimos las respuestas de las siguientes preguntas: ¿cómo se desempeñó cada alternativa contra todos los objetivos?, ¿qué tan bien califica contra cada una de las otras alternativas en cuanto a su desempeño total contra los objetivos DESEADOS?. Las respuestas a estas preguntas las encontramos multiplicando la puntuación de una alternativa por el peso del objetivo al que se refiere dicha puntuación. Llamaremos a este producto "Puntuación o Calificación Ponderada". Seguiremos este procedimiento para cada alternativa y cada objetivo, para finalmente obtener la "Puntuación o Calificación Ponderada Total" para cada alternativa, esto es, debemos sumar las puntuaciones o calificaciones ponderadas obtenidas en los diferentes objetivos por cada una de las alternativas disponibles.

La Puntuación o Calificación Ponderada Total nos da una herramienta para escoger una elección provisional, y es provisional, ya que aún nos falta la última etapa del A. D.

4.4.1.4. DETERMINACION DE LAS CONSECUENCIAS DE LA ELECCION.

El último paso consiste en la búsqueda de las posibles consecuencias adversas de todas las alternativas factibles.

Esto se debe realizar, ya que las consecuencias negativas de cualquier acción son tan tangibles como sus beneficios y en ocasiones aún más.

Una vez que se toma y se implanta una alternativa, cualquiera de sus efectos negativos pueden llegar a convertirse en un verdadero problema. Los efectos de las decisiones, buenas o malas, siempre sobreviven al proceso de toma de decisiones que los produjo.

Debemos explorar y evaluar exhaustivamente las posibles consecuencias adversas de cualquier alternativa antes de tomar una - decisión definitiva, ya que esto nos ayudará a evitarlas del todo, o tomar medidas en el presente, que reduzcan su efecto en el futuro.

Ya que el A. D. trata rara vez con certezas, éste depende de nuestros juicios, evaluaciones, experiencias e intuiciones, los - cuales nos darán los datos válidos que necesitamos para respaldar la decisión correcta que debemos tomar.

Como una útil ayuda, para llevar a cabo este punto tenemos - las siguientes preguntas;

Si elegimos esta alternativa:

-- ¿Qué requisitos para tener éxito hemos pasado por alto en las etapas anteriores de este análisis?.
-- ¿Qué factores dentro de la organización, con base a nuestra - experiencia, podrían perjudicar su aceptación o implantación?.
-- ¿Qué tipos de cambios dentro de la organización podrían perjudicar su éxito a largo plazo?.
-- ¿Qué tipo de cambios externos (como actividades de la compe - tencia y reglamentos del gobierno) podrían perjudicar su éxito a largo plazo?.
-- ¿Qué tipos de cosas tienden a causar problemas en la implantación de este tipo de decisión?.

El procedimiento a seguir para la determinación de las conse cuencias de la elección se inicia tomando la alternativa elegida provisionalmente, examinándola por sí sola, examinando sus probabilidades de fracaso o sus problemas potenciales, pero debemos -- recordar que éste nunca debe ser un ejercicio de comparaciones, - ya que ello no sería útil pues cada alternativa debe ser examinada por separado. Por lo tanto, calificaremos las consecuencias - de una alternativa con base en la probabilidad y la gravedad, esto es; ¿qué probabilidades existen de que esto (consecuencia ad - versa) ocurra?. De ocurrir, ¿qué tan grave sería?. Ambas preguntas se califican utilizando los siguientes parámetros: Alta (A),- Mediana (M) y Baja (B). Dependiendo de las calificaciones obtenidas emitiremos un juicio, teniendo en mente siempre lo que ya mencionamos antes: al elegir entre varias alternativas, debemos ha - cerlo decidiendo cuál satisfará mejor nuestros objetivos con el - menor riesgo aceptable.

4.5. ANALISIS DE PROBLEMAS POTENCIALES.

Generalidades.- El A. P. P. es, antes que nada, una orientación, una actitud. Se basa en la convicción de que podemos "caminar" en el futuro, ver lo que nos puede deparar, y regresar al -- presente para actuar ahora, cuando puede beneficiarnos más. El - A. P. P. es el patrón de razonamiento que nos permite cambiar y - mejorar los eventos del futuro. Es un proceso de razonamiento --

sistemático para descubrir y sortear problemas potenciales con razonables probabilidades de ocurrir y que, de ser así, pueden ser perjudiciales.

El A. P. P. plantea dos preguntas básicas: "¿Qué podría salir mal? y ¿Qué podríamos hacer al respecto ahora?".

4.5.1. PROCESO DEL ANALISIS DE PROBLEMAS POTENCIALES.

El proceso del A. P. P. consiste en cuatro etapas básicas que nos delimitan el ámbito de trabajo que nos servirá de referencia para el análisis y resolución de este tipo de problemas-situaciones, y que son las que se presentan a continuación:

1. Identificación de las áreas críticas.
2. Identificación de problemas potenciales específicos.
3. Identificación de causas probable y de acciones preventivas.
4. Identificación de acciones contingentes.

4.5.1.1. IDENTIFICACION DE LAS AREAS CRITICAS.

Consiste en identificar dentro de una actividad, proyecto, operación, plan, etc., áreas críticas, es decir, zonas en las que la presencia de algún cambio haría peligrar el éxito de cualquiera de los aspectos mencionados.

Para poder llevar a cabo dicha identificación, el A. P. P. -
se basa en dos preguntas específicas que son:

-- ¿Dónde somos más vulnerables?.

-- ¿En qué puntos nos afectaría más el cambio?.

Existe una enorme diferencia entre establecer los pasos de - un plan para identificar las áreas críticas y simplemente hacer - una lista de las cosas que deben hacerse. En el A. P. P., la deliberada identificación de áreas críticas conduce a la identificación de problemas potenciales específicos en esas áreas. Esto, a su vez, conduce a acciones específicas, y ésta es la distinción - vital entre la intención y el proceso.

4.5.1.2. IDENTIFICACION DE PROBLEMAS POTENCIALES ESPECIFICOS.

La identificación de problemas potenciales específicos implica la determinación del QUE, DONDE, CUANDO y CUANTO de cosas individuales que tienen muchas posibilidades de salir mal dentro de - una área de vulnerabilidad identificada.

Cada uno de estos problemas potenciales específicos deben -- ser descritos en detalle, así como evaluarse de manera independiente. De esta manera el directivo, después de unos cuantos minutos contará con una lista de problemas específicos que tendría que sortear a fin de proteger el éxito de algún plan y podría comenzar a pensar en las acciones que eliminen o reduzcan el impacto de este tipo de problemas-situaciones.

4.5.1.3. IDENTIFICACION DE CAUSAS PROBABLES Y DE ACCIONES PREVENTIVAS.

Un directivo no puede analizar para descubrir causas como lo hizo en el A. P., porque las causas no han sucedido. Pero puede hacer una lista de todas las posibles causas que vea en un problema dado, apoyándose en su criterio y experiencia. Muchas de estas posibles causas jamás surgirán para producir un problema, pero el directivo no tiene forma de saberlo puesto que está tratando sólamente con posibilidades. Una vez más, el directivo, en este caso, confía en su criterio y experiencia para estimar la posibilidad de que ocurra una causa particular. Al revisar cada posible causa y determinar la probabilidad que hay de que ocurra si no se toma una acción, el directivo descubre a qué causas deberá prestar mayor atención.

Quien realice un A. P. P. cuenta con dos tipos de acciones: acciones preventivas y acciones contingentes. El efecto de una acción preventiva consiste en eliminar, parcial o totalmente, la causa de un problema potencial. El efecto de una acción contingente consiste en reducir el impacto de un problema que no puede ser prevenido. Las acciones preventivas, si pueden ejecutarse, son obviamente más efectivas que las acciones contingentes. Así pues, el directivo procede primeramente a tratar de ejecutar acciones preventivas.

4.5.1.4. IDENTIFICACION DE ACCIONES CONTINGENTES.

El A. P. P. comprende cuatro pasos lógicamente consecutivos. No obstante, en caso de identificar problemas potenciales y causas probables para los que no haya acciones preventivas, debemos omitir ese paso y pasar a idear acciones contingentes que minimicen los efectos del problema.

Cabe señalar, que también es posible identificar problemas potenciales serios para los que no existen acciones preventivas o contingentes factibles. Cuando eso ocurre, sólo hay dos caminos que tomar: primero, podemos aceptar el riesgo identificado con la esperanza de que todo salga bien; segundo, podemos retroceder al A. P. P. a una modalidad de toma de decisiones a fin de identificar un curso de acción más fácil de manejar.

4.5.2. COMENTARIOS FINALES SOBRE EL PROCESO DEL ANALISIS DE PROBLEMAS POTENCIALES.

El A. P. P. puede ser muy semejante al análisis de las consecuencias adversas que se realiza al final del A. D.; pero los dos son muy distintos en su propósito y proceso. Las consecuencias - adversas potenciales de las opciones comparadas del A. D. se identifican para ayudarnos a formular una elección balanceada: una -- opción que satisfaga la mayor parte de nuestros objetivos principales con un mínimo de riesgo. En contraste, con el A. P. P. elaboramos un plan de acción; vamos a hacer una o quizá muchas co -- sas, para eliminar o reducir los problemas potenciales.

Hay un punto en el que la reflexión sobre consecuencias ad - versas y el A. P. P. se tocan como puntos de arranque naturales - para efectuar acciones, y es que los directivos pueden realizar - un A. P. P. para proteger la implantación de una decisión. De esta manera se deduce que después de un A. D. se realice un A. P. P. para detallar cualesquiera problemas potenciales que la elección final obtenida en el A. D. conlleva, y contar con una lista de acciones preventivas y contingentes que han sido generadas en el -- A. P. P. para sortearlos.

4.6. ANALISIS DE SITUACIONES.

Generalidades.- Hemos hablado ya del A. P., del A. D. y del A. P. P., los cuales son técnicas analíticas, sin embargo, en la práctica real, podemos experimentar confusión e incertidumbre en cuanto a:

-- Dónde empezar?.
-- Cómo reconocer las situaciones que requieren acción?.
-- Cómo desglosar en componentes los problemas traslapados y confusos?.
-- Cómo establecer prioridades?.
-- Cómo manejar de manera eficiente una serie de actividades simultáneas?

Es en estos casos donde debemos hacer uso del A. S., consistente en etapas evaluativas que llevan a la solución y usos correctos de las técnicas analíticas, además de establecer el marco de referencia para el uso cotidiano de las ideas del Proceso Cualitativo - Racional.

Es por ello que el directivo debe tener pericia en el proceso denominado "Análisis de Situaciones", ya que si se carece de dicha habilidad no podrá hacer uso frecuente y productivo de los procesos racionales, porque no estará seguro de cómo, cuándo y hasta dónde pueden utilizarse estos procesos.

4.6.1. PROCESO DEL ANALISIS DE SITUACIONES.

Las etapas del proceso de A. S. son las siguientes:

1. Identificación de las situaciones.
2. Separación de las situaciones en componentes manejables.

3. Establecimiento o fijación de prioridades.

4. Planeación de la resolución de las situaciones de preocupación.

IDENTIFICACION DE SITUACIONES: Actuales o futuras.

+ Desviaciones.
+ Amenazas.
+ Oportunidades.

SEPARACION:

+ Romper situaciones amplias en pequeñas definidas con mayor claridad.
+ Enumerar situaciones adicionales que deben ser resueltas.

FIJACION DE PRIORIDADES:

+ Decidir en qué orden se va a trabajar con las situaciones desglosadas.

PLANEACION DE LAS RESOLUCIONES:

+ Seleccionar el proceso apropiado para resolver cada situación.
+ Planear el quién, qué, dónde, cuándo y cuánto de la resolución.

FIG. 4-3. Proceso del Análisis de Situaciones.

4.6.1.1. IDENTIFICACION DE SITUACIONES.

Existen situaciones muy sencillas, en donde algo debe hacerse, y nosotros somos quienes debemos hacerlo, pero no sólo debemos responder a las demandas más obvias, sino que debemos buscar situa - ciones que requieran acción, y de las cuales nos podemos responsa bilizar, aunque sólo sea de una manera parcial.

Esta primera actividad puede ser llevada a cabo, realizando cuatro actividades más:

1. Enumerar las desviaciones, amenazas y oportunidades actuales.
2. Comprobar el avance comparándolo con las metas.
3. Anticiparse a las sorpresas (tanto dentro de la organización como en el medio externo).
4. Buscar mejoras.

En el paso inicial del A. S. identificamos las situaciones - haciendo preguntas específicas como:

-- ¿En dónde no estamos cumpliendo con las normas?.
-- ¿Qué problemas de los últimos meses aún no se han resuelto?.
-- ¿En qué recomendaciones estamos trabajando ahora, o cuáles se presentarán en un futuro inmediato?.
-- ¿Qué decisiones deben tomarse ya?.
-- ¿Qué decisiones están tomándose ahora y tendrán que implantar se al hacer una elección?.
-- ¿Qué proyectos, sistemas o planes importantes están a punto - de implantarse?.

Estas preguntas son las que impulsarán a los directivos a -- iniciar la discusión, teniendo como resultado una lista de proble mas, decisiones y preocupaciones sobre el futuro que merecen consideración, lo cual nos llevará hacia la identificación y asignación eventual de las situaciones que pueden ser resueltas mediante el uso parcial o total de alguno de los tres procesos analíticos - racionales.

4.6.1.2. SEPARACION DE LAS SITUACIONES EN COMPONENTES MANEJABLES.

Debido a que una combinación de situaciones problemáticas que se presentan como una sóla situación no pueden ser manejadas con eficacia, el siguiente paso consiste en separar las situaciones en componentes manejables. Aquí debemos suponer que todos los asuntos y situaciones que ameritan de nuestra atención, son más complejas de lo que parecen en un principio, lo que nos asegurará que tomaremos los pasos de recopilación de información necesarios para evaluar.

Como en el paso anterior, también realizaremos una serie de preguntas, con el fin de desglosar cualquier situación que conste de dos o más componentes:

-- ¿Creemos que una acción resolverá realmente esta situación?.
-- ¿Estamos hablando de una cosa, o de varias?.
-- ¿Estamos de acuerdo en cuanto al motivo de eso que nos preocupa?.
-- ¿Qué evidencia tenemos que nos indique que ésto es una preocupación?.

-- ¿Qué queremos decir con ... ?.
-- ¿Qué está pasando realmente en esta situación? ¿Alguna cosa más?.
-- ¿Qué vemos (oímos, sentimos, olemos, paladeamos) que nos dice que debemos actuar?.
-- ¿Qué debe mejorarse en la manera en que manejamos esta situación?.
-- ¿Qué es lo que en realidad está preocupándonos acerca de esta situación?.

De igual manera que las preguntas formuladas en el punto anterior, estas interrogantes nos inducen a pensar y discutir acerca de nuestras preocupaciones, ya que en conjunto, profundizan por debajo de la descripción superficial de una situación, para extraer los hechos fehacientes.

Siempre es aconsejable dedicar el poco tiempo que se requiere para asegurarse que una situación que parece ser singular, lo es realmente y que dicha situación es entendida de igual manera por todos los participantes en la evaluación y eventual resolución.

4.6.1.3. FIJACION DE PRIORIDADES.

Las situaciones deben separarse en sus partes componentes para poder fijar prioridades adecuadas.

También debemos contar con un método organizado y sistemático para determinar cuáles deben ser esas prioridades.

Un proceso práctico y sistemático para determinar dichas prioridades, consiste en considerar a cada situación en términos de las tres dimensiones que damos a continuación. Este proceso puede ser usado en cualquier situación.

-- ¿Qué tan grave es el impacto actual de la situación sobre la productividad, la gente y/o los recursos?. GRAVEDAD.
-- ¿Cuánta urgencia de tiempo tiene?. URGENCIA.
-- ¿Cuál es la mejor estimación de su probable crecimiento?. TENDENCIA.

Con base en una o todas estas dimensiones, podemos juzgar si una preocupación es relativamente más importante que otra, y por lo tanto, debe ser considerada primero. O podemos juzgar que una situación es relativamente menos importante y debe ser considerada después.

Lo primero que debemos hacer es eliminar las situaciones con bajas calificaciones en las tres dimensiones y diferirlas para ser consideradas más ampliamente en una fecha posterior más apropiada.

Una vez que hemos determinado, qué situaciones son prioritarias, debemos planear la resolución de las mismas.

4.6.1.4. PLANEACION DE LA RESOLUCION DE LAS SITUACIONES DE PREOCUPACION.

Durante los tres pasos anteriores (reconocimiento, separación y fijación de prioridades) nos enfocamos en qué necesita resolverse. En esta etapa del A. S. nos enfocaremos en cómo pueden resolverse mejor dichas situaciones, quién se hará cargo de ellas, y -- qué clases de respuestas necesitamos.

De las situaciones de alta prioridad que quedan, algunas son fáciles de identificar como sujetos de A. P., de un A. D. o de un A. P. P., parcial o total. Pero no siempre resulta fácil definirlo. Para estar seguros de elegir la técnica o combinación de técnicas que convienen, debemos contestar algunas preguntas acerca -- del tipo de respuesta que cada una de estas situaciones requiere:

-- ¿Es necesario explicar la situación?, ¿Existe una desviación - entre el desempeño esperado y el real?, ¿La desviación se debe a una causa desconocida? y ¿Saber la causa verdadera nos ayudará a ejercer una acción más efectiva?. Si existe una desvia - ción y es de causa desconocida, podremos usar el Análisis de - Problemas.

-- ¿Debe hacerse una elección?, ¿O necesitan ponerse en orden los objetivos para emprender alguna actividad?. De ser así pode - mos usar el proceso del Análisis de Decisiones.

-- ¿Se ha tomado alguna decisión que aún no se ha implantado y es necesario actuar ahora para evitar posibles problemas en el fu turo?, ¿Es necesario elaborar un plan para salvaguardar alguna decisión o actividad futura?. De ser así, podemos usar el proceso del Análisis de Problemas Potenciales.

La clase de respuesta que necesitamos determina la elección del proceso racional. La amplitud de la respuesta que necesitamos determina si debemos usar todo el proceso o sólo una parte.

Una vez identificados los procesos que usaremos para resolver cada situación, ¡con suerte obtendremos la mejor lista de QUE HACER!. Habremos reconocido las situaciones que requieren acción, las habremos separado en sus componentes según haya sido necesario, habremos establecido prioridades e identificado los procesos que utilizaremos para resolverlas.

Cuando el A. S. es una actividad de equipo, los siguientes pasos lógicos son: la delegación de las situaciones que van a resolverse, el establecimiento de plazos para su resolución y la determinación de fechas periódicas para su revisión.

Al concluir la primera sesión formal del A. S. o cualquier junta en la que se usen los procesos como esquema de una discusión -- coordinada de las preocupaciones, el resultado es que las personas se van con información vital. Saben qué situaciones de preocupación existen y qué componentes individuales tiene cada una de ellas. Saben cuáles son las preocupaciones prioritarias y por qué. Saben cuáles serán sus responsabilidades específicas. Saben exactamente qué procesos van a usar para intentar resolver las situaciones que se les han delegado. Saben las clases de preguntas que necesitan hacer para comenzar. Saben cuánto tiempo se considera adecuado para los trabajos que se han asignado. Saben cómo y cuándo rendir informes de su progreso. Obtendrán el máximo beneficio posible del uso de los procesos racionales analíticos porque habrán participado en el mejor uso posible del Proceso del Análisis de Situaciones.

CONCLUSIONES

La Toma de Decisiones es importante dentro de una organización - puesto que una gran parte de la actividad empresarial consiste,- precisamente, en la elección de cursos de acción. Por lo tanto, la eficiencia de la Dirección depende de la habilidad para tomar y llevar a cabo decisiones acertadas, debido a que la rentabilidad de la empresa depende de los resultados acumulados de infinidad de decisiones anteriores. Es por ello, que se debe tener -- siempre en mente, que la toma de decisiones es una actividad que no únicamente es realizada con miras a resolver los problemas -- que se presenten en la empresa, sino también para planear el futuro de la misma.

Lo anteriormente expuesto es un aspecto sumamente relevante puesto que en la vida cotidiana es común observar, que los directivos se ven tan absortos en las operaciones de la empresa, que se olvidan de algo tan esencial como la planeación, lo cual se refleja en el hecho de no tomar las medidas convenientes para enfrentar o promover el crecimiento de las organizaciones.

Aunado a este crecimiento no controlado, observamos que la delegación de responsabilidad y autoridad, no se lleva a cabo en la forma debida, aumentando la imposibilidad del directivo para tomarse el tiempo necesario para dicha planeación, hasta llegar a un punto tal, en la vida de la empresa, en que ésta exige al directivo la toma de una o varias decisiones encaminadas a un reestructuramiento que permita a la empresa funcionar correctamente. Estas decisiones es posible que impliquen un mayor grado de dificultad, una vez que se requieran inevitablemente, que si hubiese existido un crecimiento planeado desde un principio.

Frente a la necesidad de tomar decisiones acertadas han sido ideados procesos que faciliten en cierta medida el desarrollo de esta actividad.

De entre esta gama de métodos he elegido dos a los que he denominado "Cualitativo" y "Cuantitativo", siendo posible encontrarlos en la literatura como "El enfoque del directivo racional" e "Investigación de Operaciones", respectivamente.

Estos dos enfoques, que he desarrollado a lo largo de este seminario de investigación, a mi padecer tienen pros y contras para ser empleados, individualmente, en nuestro país, por lo cual desarrollé un método o proceso de toma de decisiones que conjunta a los dos, de tal manera que la elección del cursos alternativos de acción no se basen únicamente en la experiencia, intuición y/o conocimientos técnicos específicos.

Anteriormente mencioné que cada uno de los procesos desarrolla -

dos, cuentan con sus respectivas ventajas y desventajas, por lo que procedo a señalarlas, sin embargo, debo aclarar que esto refleja únicamente mi punto de vista.

La Investigación de Operaciones no engloba todos los problemas que pueden presentarse, ya que básicamente está enfocada a problemas que comprenden el control de sistemas organizados hombre-máquina, para dar soluciones que sirvan mejor a los propósitos de la organización como un todo. Además, para poder resolver un problema dado, siguiendo la metodología, y que no se cuente entre los problemas estándar, se requiere poseer una gran cantidad de conocimientos matemáticos que incluyan probabilidad y estadística, así como, en algunos casos, de una infraestructura tecnológica mínima que permita obtener, procesas e interpretar los datos. Sin embargo, al utilizar los modelos estándar sólo requiere la sustitución de datos al proceso correspondiente, dándonos resultados óptimos y de una manera casi directa.

Es importante señalar que la dificultad primordial del uso de la técnica general de Investigación de Operaciones, estriba en la conversión del modelo real a un modelo matemático realmente confiable, así como su misma manipulación y la interpretación de los datos.

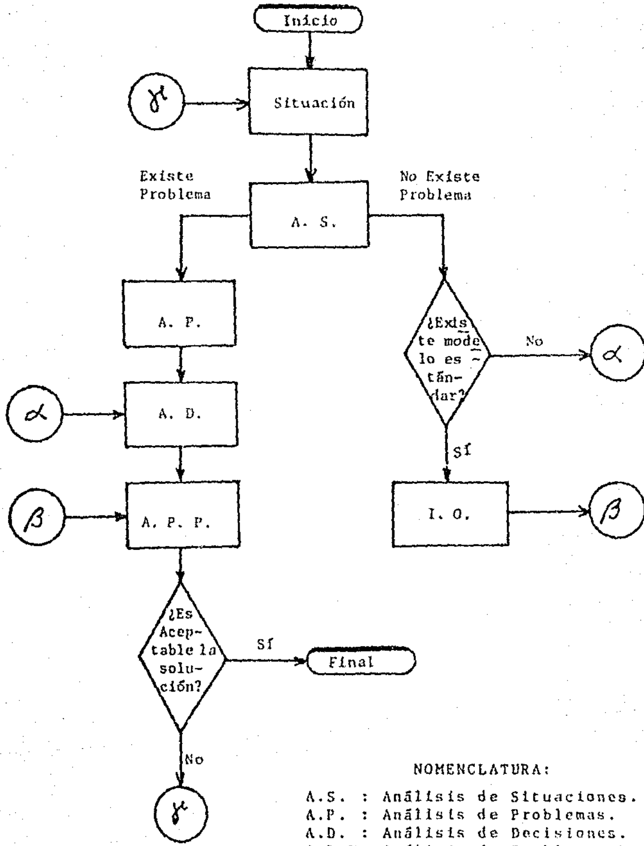
En cuanto al proceso que denominé "Cualitativo-Racional" encuentro como obstáculo fundamental para la aplicación eficiente del mismo, la influencia existente en el directivo debida a experiencias anteriores, personalidad misma, intuición propia y las variables humanas existentes de persona a persona. Además de ser de suma importancia la comunicación apropiada, en ambos sentidos, entre directivos de las diversas áreas o responsables directos de llevar a cabo la elección de cursos alternativos de acción y personal directamente relacionado con el problema o situación analizada. Así como también es vital que no existan divisiones u obstáculos derivados de conflictos entre grupos informales, y que por lo tanto, exista una cooperación y trabajo de equipo en bien de la organización como un todo.

En contraparte, tenemos que una vez que en la organización se hayan acoplado a la utilización del proceso racional, conforme se adquiere una mayor experiencia, la elección de cursos alternativos será más eficiente y con una mayor fluidez.

Hasta este momento he descrito las ventajas y desventajas fundamentales de los enfoques tratados, pero cabe señalar que existe un aspecto en común en ambos consistente en la formación y utilización de equipos interdisciplinarios para enfrentar los problemas y/o situaciones de la organización, lo cual considero positivo pues de esta manera se puede contar con un panorama global, puesto que el personal responsable de cada área poseerá la información precisa correspondiente al ámbito de la misma.

Una vez que he comentado todo lo anterior, procederé a hacer la presentación de la propuesta del proceso que he venido mencionando y que básicamente consiste en la combinación alternativa de los enfoques cuantitativo y cualitativo, para lo cual me apoyaré en una serie de diagramas de bloques, que posteriormente comentaré.

DIAGRAMA DE BLOQUES GENERAL



NOMENCLATURA:

A.S. : Análisis de Situaciones.
A.P. : Análisis de Problemas.
A.D. : Análisis de Decisiones.
A.P.P.: Análisis de Problemas Potenciales.
I.O. : Investigación de Operaciones.

DIAGRAMA DE BLOQUES DEL ANALISIS DE SITUACIONES

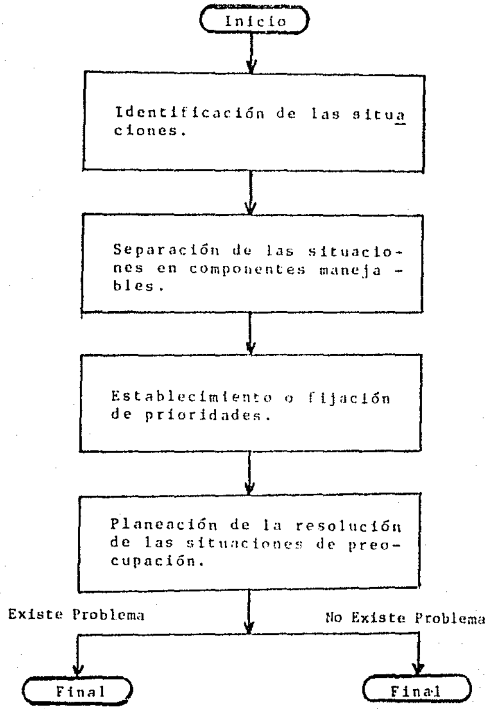


DIAGRAMA DE BLOQUES DEL ANALISIS DE PROBLEMAS

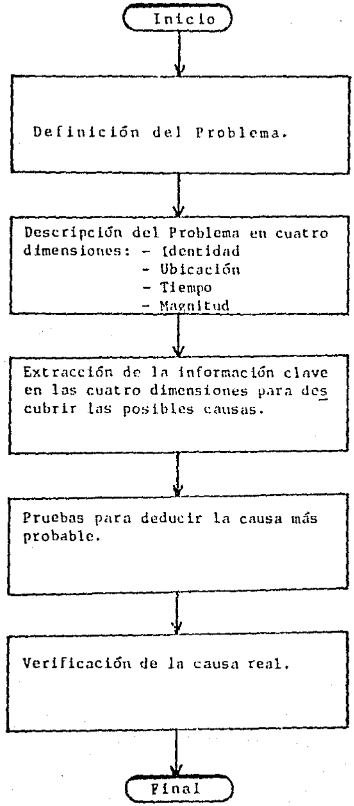


DIAGRAMA DE BLOQUES DEL ANALISIS DE DECISIONES

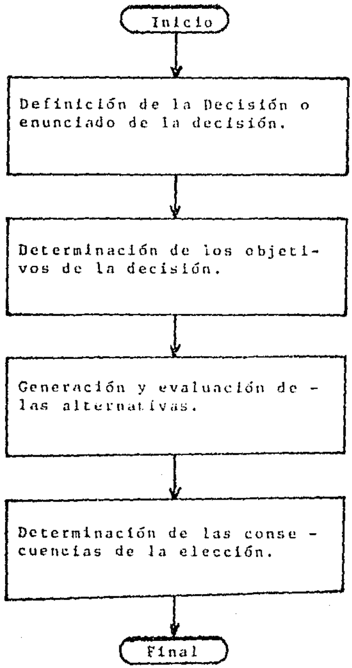


DIAGRAMA DE BLOQUES DEL ANALISIS DE PROBLEMAS POTENCIALES

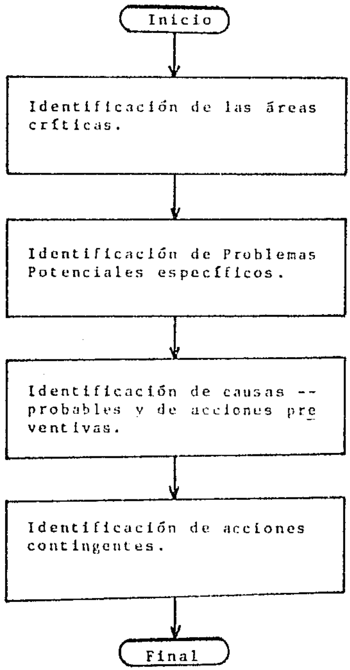
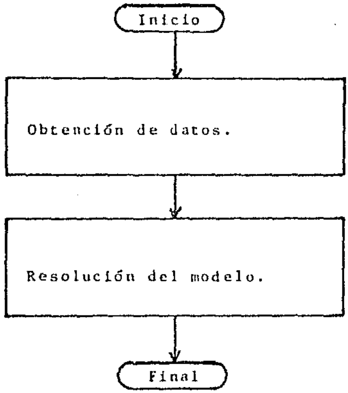


DIAGRAMA DE BLOQUES DE INVESTIGACION DE OPERACIONES



En el diagrama de bloques general, como se puede observar, únicamente se encuentra representada la manera en que cada uno de los procesos se relacionan formando un gran proceso en el que tanto el enfoque cualitativo como el cuantitativo, se mezclan de la manera más conveniente para llenar, por decirlo de alguna manera, las deficiencias de uno u otro enfoque, es decir, se combinan con el fin de crear un proceso que pueda, en un momento dado, combatir un mayor número de problemas-situaciones.

En este diagrama, comenzamos teniendo una situación que puede ser un problema o puede no serlo. Para saber si nos enfrentamos a un problema tendremos que realizar un Análisis de Situaciones.

Como se puede observar en el diagrama al que hago referencia, cuando existe un problema se realiza un Análisis de Problemas y, cuando no existe se efectúa una decisión de si hay un modelo estándar o no para resolver la situación dada. Con esto no quiero decir que los modelos estándar se utilicen para resolver una situación que no se pueda calificar como un problema, sino que generalmente se utilizan para la optimización de procesos hombre-máquina.

Por otro lado, el proceso de Investigación de Operaciones (basado en la utilización de modelos estándar o prototipo) arroja resultados óptimos numéricamente, sin embargo, dichos resultados deberán ser analizados mediante un Análisis de Problemas Poten -

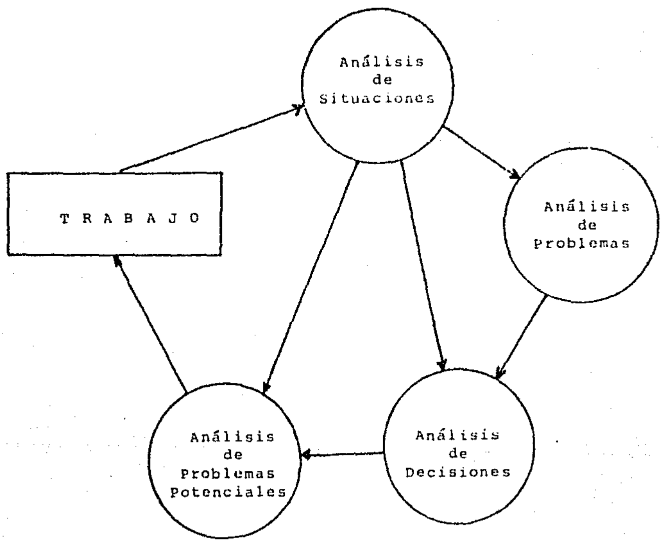
ciales con el propósito de poseer un plan para llevar a cabo la decisión tomada y proteger el éxito del mismo. Cabe señalar que la utilización del Análisis de Problemas Potenciales en éste caso será de suma importancia pues, a través de él se determinará también si la solución óptima numéricamente es factible en cuanto a su implementación y en relación a las limitaciones de la empresa, pues de no serlo, se requerirá efectuar entonces una iteración por la parte cualitativa, o bien considerar, cuando sea posible, alguna solución numérica que no sea precisamente óptima pero si viable.

Ahora bien, cuando el Análisis de Situaciones nos indique que nos enfrentamos a un problema, haremos uso del Análisis de Problemas puesto que a través de él podremos conocer la verdadera causa de la desviación que nos preocupa. Obviamente, para eliminar dicha causa y, por lo tanto nuestro problema, deberemos de tomar una serie de acciones correctivas o adaptativas, pero para elegir cuáles son las mejores acciones deberemos realizar un Análisis de Decisiones y posteriormente un Análisis de Problemas Potenciales.

Por último, decidiremos si es o no aceptable la solución, reflexión que nunca está de más. En caso de no ser aceptable se iniciará nuevamente.

Cabe señalar que el Análisis de Situaciones está diseñado para -

identificar tres tipos de situaciones: los problemas a resolver, las decisiones que deben tomarse y, los sucesos futuros que hay que analizar y planear. Para la primera situación se requerirá efectuar un Análisis de Problemas; para la segunda un Análisis de Decisiones; y, para la tercera un Análisis de Problemas Potenciales. En otras palabras, el Análisis de Situaciones nos indicará que tipo de análisis o combinación de los mismos se deberán realizar. Es decir:



Secuencia de Acción para Procesos Cualitativos Racionales.

Por lo anteriormente expuesto, el diagrama de bloques general resultaría bastante complejo, así que tratando de simplificarlo, opte por la representación expuesta, queriendo recalcar que, considerando que es un diagrama simplificado, éste deberá adecuarse a las necesidades específicas de la organización, así como a la experiencia y adentramiento de los usuarios en el problema o situación específicos. Dentro de esta aclaración es necesario incluir también el hecho de que en caso de ser requerida una o más iteraciones, yo la marqué para ser realizada desde el principio nuevamente, cosa que en algunos casos no deberá ser estrictamente necesario por las mismas condiciones que ya he mencionado.

Los métodos que presento es posible que no sean aceptados fácilmente en un principio, ya que existirán problemas en donde su aplicación será difícil, en mayor o menor medida, y por otro lado porque el requerimiento de personas con un cierto grado de conocimientos y una cierta mentalidad no siempre es cubierto en una empresa. Aun cuando estos métodos no sean llevados a sus últimas consecuencias, abrirán en cualquier caso un camino prometedor en un aspecto tan esencial como es el proceso de toma de decisiones. Dado que la situación de una empresa hoy es consecuencia de todas las decisiones tomadas en el pasado, y que la situación de esta misma empresa en algunos años dependerá de la calidad de las decisiones pasadas y de las que se tomen a partir del momento actual, creo que la empresa debe ver con sumo interés cualquier procedimiento que permita optimizar su proceso decisorio, conduciéndole a decisiones mejores y sobre todo más racionales.

ANALISIS DE PROBLEMAS

HOJA DE TRABAJO PARA ANALISIS DE PROBLEMAS

Enunciado de Desviación:

Preguntas de Especificación	ES	NO ES	**Distingos** ¿Qué es exclusivo, típico o peculiar del ES?	**Cambios** ¿Qué ha cambiado en cada uno de los Distingos? Anote cuando se produjo cada cambio.
QUE Identidad				
DONDE Ubicación en el Espacio				
CUANDO Ubicación en el Tiempo				
CUANTO Magnitud o Extensión				

Posibles Causas, derivadas de Cambios y Distingos	**PRUEBA** de las Posibles Causas, para llegar a la Causa Más Probable. ¿Cuales datos de la Especificación contradicen a esta Posible Causa? Anote las suposiciones como tales.

Pasos para Verificar la Causa Más Probable	

 S/CM19.001

ANALISIS DE DECISIONES

HOJA DE TRABAJO PARA ANALISIS DE DECISIONES

Enunciado de Decisión:

Establecer y Clasificar Objetivos:
Enumerar los resultados importantes que se persiguen, y los recursos que se usarán; asimismo, en ambos sentidos, los mínimos que deben satisfacerse, y los máximos admitidos.

Objetivos	Importancia Relativa	Objetivos	Importancia Relativa

 S/CM19.002

HOJA DE TRABAJO PARA ANALISIS DE DECISIONES - COMPARACION DE ALTERNATIVAS

ANALISIS DE DECISIONES

Enunciado de Decisión:

Objetivos	Alternativas					
	A		B		C	
Obligatorios	Informacion	Pasa/ No Pasa	Información	Pasa/ No Pasa	Informacion	Pasa/ No Pasa

Deseados	Peso	Información	Cal	Cal Pond	Información	Cal	Cal Pond	Información	Cal	Cal Pond
		Totales								

 S/CM19.003

HOJA DE TRABAJO PARA ANALISIS DE DECISIONES - CONSECUENCIAS ADVERSAS

Alternativa:

Consecuencias Adversas	Prob	Grav

Alternativa:

Consecuencias Adversas	Prob	Grav

 S/CM19.004

HOJA DE TRABAJO PARA IDENTIFICAR PROBLEMAS POTENCIALES EN EL PLANEAMIENTO

Enunciado del Plan de Acción:

Enumerar los elementos o eventos del Plan de Acción en su sequencia.	Problemas Potenciales Específicos	Prioridad	
		Prob	Grav

ANÁLISIS DE PROBLEMAS POTENCIALES

 S/CM19.005

HOJA DE TRABAJO PARA ANALISIS DE PROBLEMAS POTENCIALES

Enunciado del Plan de Acción:

Problemas Potenciales Específicos	Causas Probables	Prob	Prevención Tomar Acción Preventiva, o aceptar riesgo	Protección Preparar Acción Contingente, o aceptar riesgo	Disponer medios de aviso –para controlar progreso –para iniciar Acción Contingente

ANALISIS DE PROBLEMAS POTENCIALES

 S/CM19.006

BIBLIOGRAFIA

ACKOFF L., Russell. "Scientific Method: Optimizing applied research decisions". New York: John Wiley y Sons, Inc., 1962.

ACKOFF L., Russell y SASIENI W., Maurice. "Fundamentos de Investigación de Operaciones". México: Limusa, 1977.

ANSOFF H., Igor. "Corporate Strategy: An analytical approach - to business Policy for growth and expantion". New York: Mc. -- Graw Hill Co., 1965.

BROSS D. J., Irwin. "Design for Decision". New York: Mc. Graw Hill Co., 1953.

ESTRADA Manchón, Manuel. "Administración Funcional: Innovador - enfoque lógico-práctico de la ciencia administrativa". México: U. N. A. M. - Facultad de Ciencias Políticas, 1974.

HEIN W., Leonard. "El análisis cuantitativo en las decisiones administrativas". México: Editorial Diana, 1975.

KEPNER H., Charles y TREGOE B., Benjamín. "El nuevo directivo racional". México: Mc. Graw Hill Co., 1983.

MAKI P., Daniel y THOMPSON, Maynard. "Mathematical models and applications with emphasis on the social, life and management - sciences". New Yersey: Englewood Cliffs, 1973.

THIERAUT J., Robert y GROSS A. Richard. "Toma de decisiones -- por medio de Investigación de Operaciones". México: Limusa, -- 1977.

DINKEL J., John, KOCHENBERGER A., Gary y PLANE R., Donald. "Administración Científica". México: Representaciones y Servicios de Ingeniería, S. A., 1980.

ROJAS Soriano, Raúl. "Guía para realizar investigaciones sociales". México: Textos Universitarios - U. N. A. M., 1982.

ARIAS Galicia, Fernando. "Introducción a la técnica de investigación en ciencias de la administración y del comportamiento". - México: Editorial Trillas, 1980.

GARZA mercado, Ario. "Manual de técnicas de investigación para estudiantes de ciencias sociales". México: Colegio de México, - 1981.