95 26

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

MODULOS DE DEFORMACION EN ARENAS EN FUNCION DE LA COMPACIDAD RELATIVA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A :

IGNACIO MEJIA SOLIS

DIRECTOR: ING. RICARDO PADILLA VELAZQUEZ

México, D. F. 1990

I N D I C E .

IV. PRUEBAS DE LABORATORIO.

V. OBTENCION DE PARAMETROS Y PRESENTACION DE RESULTADOS.

VI. EJEMPLO DE APLICACION.

VII. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS.

ANEXO A.

ANEXO B.

ANEXO C.

BIBLIOGRAFIA.

INTRODUCCION

Al estudiar propiedades de un suelo, nos encontramos que la relación esfuerzo-deformación, es una de las más importantes; para su análisis se tienen que involucrar dos variables fundamentales en campo que son la compacidad relativa (o grado de acomodo de las particulas) y el esfuerzo confinante.

El Dr. Leonardo Zeevaert W., realizó investigaciones al respecto, y define el módulo de deformación unitaria (Mep) para el estudio de dicha relación. Para la obtención de éste módulo se utilizan pruebas triaxiales de deformación, que son las que se aproximan más a una realidad en campo.

El objetivo de la presente investigación, de ésta manera, consiste en encontrar las relaciones esfuerzo-deformación por medio del módulo de deformación unitaria, en función de diversas compacidades relativas y esfuerzos confinantes, para un material y nivel de esfuerzo desviador respecto al de falla dados.

Por lo cual, una variable que se considerará fija es, que dicho módulo, depende del nivel de esfuerzo desviador respecto al de falla, a que es llevado el material, para lo cual se tomará en todas las pruebas triaxiales de deformación la mitad de dicho esfuerzo. De esta manera, para conocer el esfuerzo desviador de falla se tendrán que realizar pruebas triaxiales de resitencia para cada compacidad relativa en estudio, ya que la resistencia de el material depende de la compacidad relativa que éste tenga.

Es importante conocer el módulo de deformación unitaria, ya que nos va a dar una idea de que tan deformable es el suelo, por ejemplo, si tenemos un esfuerzo confinante y compacidad relativa (acomodo de las particulas) elevados, el Mep sera muy bajo, ya que el suelo tiende a deformarse poco.

El Dr. Zeevaert propone un método para el cálculo de asentamientos utilizando el módulo de deformación unitaria; con lo cual se propone un problema que involucre el cálculo de éstos, para dar una aplicación al módulo supracitado.

II . PRUEBA TRIAXIAL DE DEFORMACION

II.1. PRUEBAS DE COMPRESION TRIAXIAL DE RESISTENCIA AL ESFUERZO CORTANTE.

Las pruebas de compresión triaxial son mucho más refinadas que las de corte directo y en la actualidad son, con mucho, las más usadas en cualquier laboratorio para determinar las características de esfuerzo-deformación y de resistencia de los suelos. Teóricamente son pruebas en que se podrían variar a voluntad las presiones actuantes en tres direcciones ortogonales sobre un espécimen de suelo, efectuando mediciones sobre sus características mecánicas en forma completa. En realidad y buscando sencillez en su realización, en las pruebas que hoy se efectuan, los esfuerzos en dos direcciones son iguales. Los especimenes son usualmente cilindros y están sujetos a presión con un líquido, generalmente agua o en su defecto gliserina, del cual se protegen con una membrana impermeable. Para nuestro caso se utilizó gliserina, con membranas impermeables elaboradas en Laboratorio. *Ver apéndice A.*

Para lograr el debido confinamiento, la muestra se coloca en el interior de una cámara cilíndrica y hermética, de lucita, con bases metálicas *figura II.1*. En las bases de la muestra se colocan piedras porosas, cuya comunicación con buretas exteriores puede establecerse a voluntad con segmentos de tubo plástico (tubo Sarán). Para el caso de suelos granulares como arenas dada la rapidez de drenaje en la compactación, sólamente es necesario comunicar la base inferior de espécimen con una bureta. La gliserina de la cámara puede adquirir cualquier presión deseada por acción de un compresor comunicado con ella.

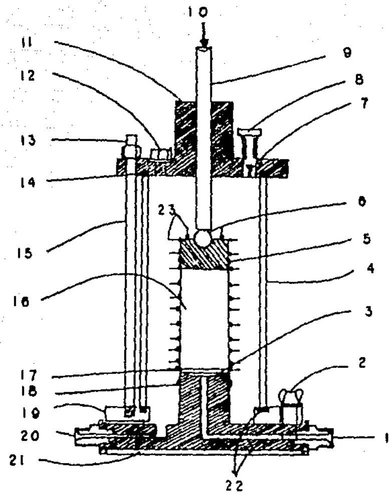


FIGURA II.1. CAMARA TRIAXIAL. (3").

1 .-Drenaje o tubo de medida de la presión intersticial.
2 .-6 pernos de 9 mm de diámetro repartidos a 60° con tuercas de palomilla.
3 .-4 ranuras radiales de 3 mm de ancho por 0.8 mm de profundidad.
4 .-Cilindro de lucita.
5 .-Junta teorica de goma.
6 .-Rotula cónica de 120 grados.
7 .-Junta de sellado.
8 .-Válvula de escape de aire.
9 .-Vástago de acero inoxidable de 12 mm de diámetro.
10.-Carga axial.
11.-Tapa de bronce.
12.-Agujero para llenar de aceite la camara, con junta de sellado.
13.-Prolongación para sujetar el soporte del extensometro.
14.-Junta tórica de goma.
15.-6 barras de acero inoxidable de 8 mm de diametro repartidas a 60 grados.
16.-Muestra de suelo de 3" de diametro envuelta en membrana impermeable de latex.
17.-Piedra porosa de 3 mm (1/8") de espesor.
18.-Junta tórica de goma.
19.-Anillo de bronce.
20.-Conexión con el sistema de presión, con junta a presion o atornillada y soldada.
21.-Base de bronce.
22.-Juntas tóricas de goma.
23.-Esfuerzo de confinamiento.

La carga axial se transmite al espécimen por medio de un vástago que atraviesa el techo de la cámara.

Debe de haber poca fricción entre el vástago y la cámara para evitar errores en la lectura de la carga, ésto se puede lograr aceitando a éste en cada prueba. La carga es transmitida al elevar la cámara manualmente por medio de un volante, o bien con un motor eléctrico, de modo que el espécimen unido al vástago, toque al anillo que esta fijo al marco de carga y con esto se ocasione un incremeto de fuerza vertical. Esta es medida en base a la deformación del anillo de carga, que a su vez es medida con un micrómetro conectado al anillo. Asi, por medio de la defomación del anillo podemos medir la carga aplicada al espécimen, que es igual a multiplicar la deformación del anillo por una constante del anillo.

Por otro lado, la deformación del espécimen es medida con un micrómetro que une a la parte inferior del anillo de carga con la cámara. Considerando que lo único que se deforma es el espécimen, al intentar subir la cámara con el volante y el anillo estar fijo y unido al espécimen por medio del vástago, este último micrómetro va a medir la deformación del espécimen, además, considerando que el micrómetro está unido a la parte inferior del anillo de carga, la deformación de el anillo de carga no va a influir en la deformación medida, ya que se está midiendo de una manera independiente la deformación del espécimen.

La presión que se ejerce con la glicerina que llena la cámara es hidrostática. En la dirección axial del espécimen actuará, además de la presión del agua, el esfuerzo transmitido por el vástago de la cámara desde el exterior.

La primera prueba triaxial desarrollada, que es la más usada en los últimos años, y la cual se utilizó en la elaboración de la presente investigación, es aquella en la que se transmite al espécimen un esfuerzo, por medio del vástago. El valor de esa presion ($\Delta\sigma_z$), sumada a la de la gliserina (σ_c), dará el esfuerzo axial actuante sobre la muestra; siendo este esfuerzo el principal mayor.

$$\boxed{\sigma_1 = \sigma_c + \Delta\sigma_z}$$

Hoy las pruebas triaxiales pueden clasificarse, de acuerdo a como se aplican los esfuerzos en dos grandes gurpos: Pruebas de compresión y de extesión.

Las de compresión son aquellas en las que la *dimensión* inicial axial del espécimen disminuye y las de extensión, aquellas en las que dicha dimensión aumenta durante la prueba.

Una prueba de compresión puede tener, evidentemente, varias modalidades de laboratorio. En efecto, la dimensión axial del espécimen se puede hacer disminuir aumentando el esfuerzo axial, por aumento de la carga transmitida por el vástago o manteniendo constante el esfuerzo axial, pero haciendo disminuir el lateral, dado por el fluído confinante (naturalmente, este método exige ajustes en la carga transminita por el vástago, para mantener el mismo esfuerzo axial); o, finalmente, aumentando la presión axial y disminuyendo la lateral simultáneamente.

Correspondientemente, las pruebas de extensión pueden tener también varias modalidades. En la *primera*, la dimensión axial de espécimen se hace aumentar disminuyendo la presión axial, pero se deja constante el esfuerzo lateral. En la práctica esto se logra haciendo que el vástago ejerza una tracción sobre el espécimen. En la segunda modalidad, el esfuerzo axial se hace permanecer constante (con los precisos ajustes con el vástago), pero se hace aumentar el esfuerzo ejercido por el fluido confinante. Finalmente, en la tercera modalidad posible, se hace disminuir el esfuerzo axial, a la vez que se aumenta el lateral.

Es usual llamar σ_1, σ_2, σ_3 a los esfuerzos principales mayor, intermedio y mínimo, respectivamente. En la prueba de compresión, el esfuerzo axial siempre es el esfuerzo principal mayor, σ_1; los esfuerzos intermedio y menor son iguales (σ_2=σ_3) y quedan dados por la presión lateral. En una prueba de extensión, por el contrario, el esfuerzo axial siempre será el esfuerzo principal menor (σ_3); el mayor y el intermedio son ahora iguales y están dados por la presión lateral de la glicerina (σ_1=σ_2).

El estado de esfuerzos en un instante dado se considera uniforme en toda la muestra y puede analizarse recurriendo a las soluciones gráficas de Mohr, con σ_1 y σ_3 como esfuerzos principales mayor y menor, respectivamente. Debe observarse que en una cámara triaxial el suelo está sujeto a un estado de esfuerzos tridimensional, que aparentemente debería tratarse con la solución general de Mohr, que implica el manejo de tres circulos diferentes; pero como en la prueba dos de los esfuerzos principales son iguales, en realidad los tres circulos devienen a uno solo y el tratamiento resulta simplificado.

La resistencia al esfuerzo cortante, es variable y depende de diversos factores circunstanciales. Al tratar de reproducir en el laboratorio, las condiciones a que el suelo estará sujeto en la obra de que se trate, será necesario tomar en cuenta cada uno de esos factores, tratando de reproducir las condiciones reales de ese caso praticular. Por ello no es posible pensar en una prueba única que refleje todas las posibilidades de la naturaleza. Parece que en cada caso, debería montarse una probeta especial que lo representara fielmente; sin embargo, es obvio que esto no es práctico, dado el funcionamiento de un laboratorio común. Lo que se ha hecho es reproducir aquellas circunstancias más típicas e influyentes en algunas pruebas estandarizadas. Estas pruebas se refieren a comportamientos y circustancias extremas; sus resultados han de adaptarse al caso real, interpretándolos con un criterio sano y teniendo siempre presente las normas de la resistencia.

Las pruebas triaxiales suelen considerarse constituidas por dos etapas. La primera es aquella en que se aplica a la muestra la presión de cámara (σ_c); durante ella puede o no permitirse el drenaje de la muestra, abriendo o cerrando la válvula de salida del agua a través de las piedras porosas y teniendo las lineas saturadas, *figura* II.1. En la segunda etapa, de carga propiamente dicha, la muestra se sujeta a esfuerzos cortantes, sometiéndola a esfuerzos pricipales que ya no son iguales entre si; esto requiere variar la presión que comunica el vástago, de acuerdo con alguna de las lineas de acción ya mencionadas (pruebas de compresión o de extensión). Esta segunda etapa puede también ser o no drenada, según se maneje la válvula mencionada. En realidad, la alternativa en la segunda etapa sólo se presenta si la primera etapa de la prueba fué drenada, pues no tiene mucho sentido permitir drenaje en la segunda etapa, después de no haberlo permitido en la primera.

Con esto, vamos a tener tres tipos de pruebas triaxiales de compresión, o sea aumentando el esfuerzo axial por aplicación de una carga a través del vástago, dependiendo si son o no drenadas, las cuales son: Prueba consolidada no drenada (Simbolo CU). Prueba no consolidada no drenada (Simbolo UU). Y por último la realizada en esta investigación que es la prueba consolidada drenada (simbolo CD).

La caracteristica fundamental de la prueba CD, es que los esfuerzos aplicados al espécimen son efectivos cuando se registra la deformación. Primeramente se sujeta al suelo a una presión hidrostática (σ_c), teniendo abierta la válvula de comunicación con la bureta y dejando transcurrir el tiempo necesario para que haya completa consolidación bajo la presión actuante. Cuando el equilibrio estático interno se haya reestablecido, todas las fuerzas exteriores estarán actuando sobre la fase sólida del suelo; es decir, producen esfuerzos efectivos, en tanto que los esfuerzos neutrales en el agua corresponden a la condición hidrostática. Si la prueba es de resistencia, la muestra es llevada a la falla a continuación, aplicando la carga axial en pequeños incrementos, en este caso de secenta segundos, que se considera un tiempo razonable para que la presión del agua, en el espécimen se reduzca a cero, por medio de su correcto drenado. En el capitulo cuarto de este trabajo se detallará este tipo de prueba al explicar el procedimiento en laboratorio para llevarla a cabo. Si se trata de pruebas de deformación se aplica la carga de igual forma, sin llevar el espécimen a la falla, y midiendo las deformaciones que éste tenga.

II.2 PRUEBAS DE COMPRESION TRIAXIAL EN SUELOS GRANULARES

En suelos granulares, tales como las arenas limpias, las pruebas de compresión triaxial mencionadas ecuentran para su ejecución el inconveniente de orden práctico de no poderse labrar un espécimen apropiado, por desmoronarse el material durante la operación; aún si se trabaja con muestras alteradas la preparación de la muestra resulta complicada e insegura. En la presente investigación, se elaboraron las probetas con una "lluvia de arena", dándole la compacidad relativa deseada y posteriormente sosteniéndola con tensión capilar, *como se discutirá en el capùtulo* IV. Otra forma de solucionar el problema es con pruebas al vacio u otras pruebas, que no se discutirán aqui. Por otra parte es de interés saber que en cuanto la arena posea algo de cementación natural ya es posible someterla a pruebas triaxiales convencionales con su estructura original.

II.3. RESISTENCIA AL ESFUERZO CORTANTE DE LOS SUELOS GRANULARES.

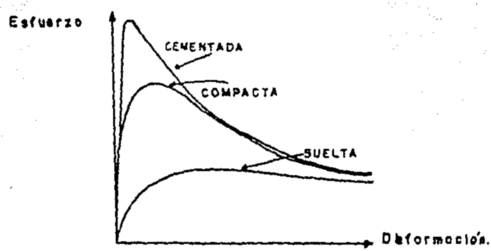
La explicación de la resistencia al esfuerzo cortante de los suelos granulares parte de los mecanismos de fricción mecánica, o sea: $\tau_{max} = s = F/A = \sigma \tan\phi$. Pero para la aplicación más estricta de esta ley a una masa de particulas discretas, hay que considerarlas actuando en los puntos de contacto. Cuanto, mas uniformes sean las particulas menos serán los puntos de contacto y por lo tanto, mayores serán las concentraciones de esfuerzo en ellos. Análogamente, los puntos de contacto aumentan con la mejor distribución granulométrica. Las esfuerzos en los puntos de contacto cobran importancia si se relacionan con la resistencia individual de los granos del material, pues bajo aquellas, éstos pueden llegar a deformarse o a romperse.

La resitencia al esfuerzo cortante para una masa de suelo granular depende de las siguientes caracteristicas del propio material:

Compacidad relativa.
Forma de los granos.
Distribución granulométrica.
Resistencia individual de las particulas.
Tamaño de las particulas.

Además de las caracteristicas anteriores existen dos factores circunstanciales, dependientes de cómo se hace llegar el material a la falla, que ejercen también gran influecia en la resistencia. Estos son los niveles de esfuerzo y el tipo de prueba que se haga en el laboratorio.

La *gráfica* II.1. muestra las gráficas esfuerzo-deformación unitaria obtenidas para tres muestras de la misma arena, una suelta, una compacta y una cementada (con un cementante natural obrando entre sus granos), para pruebas de velocidad controlada.



GRAFICA II.1. Gráficas esfuerzo-deformación para una arena en estado suelto, compactado y cementado.

Puede obcervarse que para el caso de la arena suelta, la gráfica esfuerzo-deformación es del tipo de falla plástica, en la que al aumentar el esfuerzo, la deformación crece, tendiendo aquél a un valor limite que se conserva aunque la deformación siga creciendo hasta valores muy grandes.

En el caso de arena compacta, el tipo de falla corresponde al frágil; en ella, cuando el esfuerzo llega a un máximo, disminuye, si la deformación aumenta. El esfuerzo máximo en la arena compacta es mayor que en la arena suelta, pero al crecer la deformación, el valor último tiende a ser el mismo en los dos casos.

Por último, en el caso de la arena cementada, se observa un comportamiento frágil, con disminución rápida del esfuerzo a partir del valor máximo, al crecer la deformación. Al aumentar la deformación se llega a valores finales del esfuerzo análogos a los de los dos casos anteriores.

Es necesario esclarecer que las gráficas de resistencia de esto trabajo, corresponden a las pruebas multitriaxiales, las cuales se comentarán en capitulos posteriores.

En la arena suelta, puede afirmarse en términos sencillos, que cuando tiende a ocurrir un desplazamiento a lo largo de un plano interno en la masa, las particulas no se traban entre si, ni se bloquean, por lo que la resistencia que se opone a la deformación es sólo fricción. En cambio, en una arena compacta, la resistencia que se opone a la deformación no sólo es fricción, sino también a todo un conjunto de efectos debidos a la trabazón de los granos entre si, que se opone y bloquea toda tendencia al movimiento relativo entre ellos.

Las razones por las que la resitencia varia con el tipo de prueba (p. ej. el utilizar una o varias probetas de ensaye para el cálculo del ángulo de fricción interna) no se discutirán con mayor detalle, baste decir que lo más importante es la trayectoria de esfuerzos seguida para llevar el material a la falla. En el capitulo cuarto, se aclararán los factores que más afectaron la resistencia en las pruebas multitriaxiales desarrolladas en esta investigación.

Cabe aclarar que en el caso de arenas parcialmente saturadas se puede observar que el comportamiento depende, en gran manera del grado de saturación; en arenas ligeramente húmedas, las fuerzas capilares producidas por el agua intersticial comunican a la arena una "cohesión aparente" que la hace aparecer resistente, aún bajo presión normal exterior nula. Lo que en realidad sucede es que, existe una tensión capilar intergranular que suple a una presión exterior. Esta presión genera resistencia friccionante del material. Al aumentar el grado de saturación de las arenas disminuyen los efectos capilares, que llegan a anularse cuando aquél toma valores lo suficientemente altos como para que el aire contenido en el suelo exista sólo en forma de burbujas aisladas. Se establese entonces una continuidad en el agua intersticial, que ya no permite la generación de presiones capilares importantes sobre la estructura sólida del suelo. En la práctica, en el caso de arenas parcialmente saturadas, las lineas de resistencia pueden obtenerse directamente de pruebas. Sin embargo, en la naturaleza las arenas están arriba y abajo del nivel freático; en el primer caso, por no existir prácticamente zona de saturación capilar y por ser la arena permeable, estarán secas o ligeramente húmedas; en el segundo saturadas (esto no es muy cierto en arenas finas que no es nuestro caso).

Como se verá más adelate las pruebas se realizaron en muestras saturadas sujetas a tensión capilar para guardar su estructura en el formado de las mismas.

Hablando en general de la resistencia en arenas en niveles de esfuerzo bajos, se notará que ésta depende fundamentalmente de la compacidad relativa y del ángulo de fricción interna del material como es el caso que nos atañe; esto es diferente en niveles de esfuerzo muy altos ya que se suman dos factores importantes que son el esfuerzo de confinamiento (confinamientos del orden de 20 kgf/cm^2) y la resistnecia individual de las particulas. Mayor información al respecto puede consultarse en la Ref.3. En donde se podrá notar la variación del ángulo de fricción interna del material en función del esfuerzo confinate para niveles altos de este esfuerzo, respecto a la resistencia individual de las prarticulas.

II.4. COMPRESIBILIDAD DE ARENAS.

Suponiendo a las particulas de arena como infinitamente rigidas, las deformaciones de una masa de arena serán necesariamente el resultado de deslizamientos y giros entre las particulas. Esto es lo que tiende a ocurrir con las arenas reales a niveles bajos de esfuerzo comparados con la rigidez y resistencia de las particulas individuales. Por el contrario, a niveles más altos de esfuerzos se tendrá en la deformación de la masa de arena, la colaboración de las deformaciones de las particulas sólidas individuales, así como para niveles de esfuerzo muy altos se presentarán las posibles rupturas de ellas.

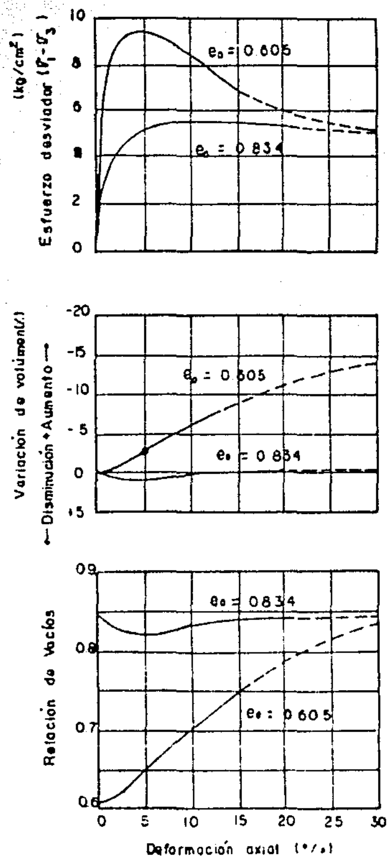
Las deformaciones debidas a deslizamientos y giros entre las partículas no son recuperables; es decir, las deformaciones no desaparecen al desaparecer las fuerzas que las produjeron. De las deformaciones debidas a rompimiento de las partículas tampoco son recuperables. En cambio las debidas a la deformación de las partículas individuales, por lo general, pueden serlo, por ser deformaciones elásticas.

II.4.1 COMPRESIBILIDAD EN COMPRESION TRIAXIAL A NIVELES BAJOS DE ESFUERZO.

La prueba más usada hasta ahora y que dió inicio al presente trabajo, ha sido aquella en la que se aumenta el esfuerzo axial, una vez sujeta la arena a una presión de cámara.

Al aumentar el esfuerzo vertical, se está, por una parte, aumentando la componente isotrópica de los esfuerzos confinantes y, por otra, introduciendo esfuerzos cortantes. El aumento de la componente isotrópica (por medio del vástago), hará diminuir el volúmen de la arena. El aumento de los esfuerzos cortantes introduce distorsión o cambio de forma, esta deformación perturba la estructura de la arena y, si ésta está "idealmente" suelta, hará disminuir su volúmen, por aumento de compacidad durante el proceso de deformación.

Si la arena fuera "idealmente" compacta y el nivel de esfuerzos aplicados es bajo respecto a la resistencia individual de las partículas, el proceso de cambio de forma producirá un aumento de volúmen. *(Ver gráfica II.2.).*



GRAFICA. II. 2. Curvas esfuerzo-deformación para muestras sueltas y compactas de arena fina a media. σ_3 = 2.1 kg/cm², e_0=0.605 → 100% de Cr., e_0=0.843 → 20% de Cr. Línea continua, datos reales; línea de trazos, extrapolaciones basadas en resultados de otras pruebas. (Según Taylor, 1948).[1]

[1] Tomado de la referencia 4.

La disminución de volúmen en arena suelta tiene su límite, a partir del cual la muestra cambia de forma a volumen constante y a esfuerzo desviador también constante (falla plástica). En arenas compactas y a bajos niveles de esfuerzo, la muestra falla a una resistencia máxima mayor que en las sueltas, por la componente de trabazón de sus granos y el tipo de falla es frágil. Después del valor máximo, el esfuerzo necesario para proseguir la deformación disminuye, tendiendo al mismo valor al que se tendría si la arena fuese suelta (como se explicó en la gráfica II.1), a partir de esa condición, la deformación prosigue a volumen constante.

De lo aterior se deduce que a niveles bajos de esfuerzo en relación con la resistencia individual de las partículas, la compacidad relativa inicial de la arena tiene una influencia decisiva en su comportamiento volumétrico y, como se verá, en todo su comportamiento esfuerzo-deformación unitaria (*Ver capítulo III*).

II.5. RELACIONES ESFUEZO-DEFORMACION EN ARENAS PARA NIVELES BAJOS DE ESFUERZO.

No existe para arenas una teoría general que explique el comportamiento esfuerzo-deformación unitaria. Además, la experimentación en arenas, es mucho más limitada y se refiere, casi sin excepción, a pruebas triaxiales de compresión hechas aumentado el esfuerzo axial, que por otra parte, es la más repesentativa de los fenómenos que ocurren más frecuentemente en las obras prácticas.

Ademas, como ya se comentó con anterioridad, los conceptos influyentes en el comportamiento esfuerzo-deformación unitaria de las arenas, para niveles bajos de esfuerzo, son la presión confinante y la compacidad relativa del material en cuestión. La resitencia individual de las particulas pierde importancia asi como la variación del ángulo de fricción interna del material en función del esfuezo confinante, ya que estamos hablando de niveles bajos de esfuerzo en donde el esfuerzo máximo aplicado no llega a romper las particulas ni alterar la resitencia del material como es el caso que nos atañe.

II.6. MODULOS DE DEFORMACION UNITARIA.

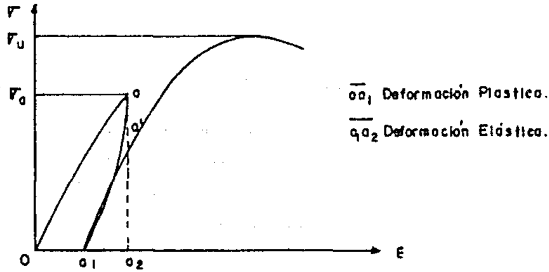
Para poder cuantificar de alguna manera las deformaciones en mecánica de suelos, cuando la masa de suelo es sometida a esfuerzos, es necesario conocer el **módulo de deformación unitaria**, propuesto por el Dr. Leonardo Zeevaert W.[2] el cual dió motivo a esta investigación.

En la figura que a continuación se muestra (*grafica* II.3), se puede observar una curva típica de esfuerzo-deformación unitaria; donde a medida que el esfuerzo aumenta, la pendiente de la curva aumenta hasta acercarse a un valor límite σ_u para el cual se produce la falla. Si el material se descarga en la presión σ_a, punto "a" los elementos elásticos del material se recuperan, sin embargo una deformación permanente $\overline{oa_1}$, tiene lugar de la deformación unitaria total $\overline{oa_2}$. Estas deformaciones fueron discutidas ya al comienzo de este capítulo. Al volver a cargar el material, se obtiene un comportamiento prácticamente lineal $\overline{a_1a'}$ que pasa ligeramente abajo del punto "a" siguiendo la curva interrumpida (*Ver figura* II.1.).

La determinación del módulo de deformación unitaria se efectúa en el laboratorio con probetas representativas del suelo; éstas pueden ser de material inalterado para suelos "cohesivos" (arcillas) o bien si se trata de material

2 Tomado de la referencia 1.

"friccionante" (granular) como las arenas con probetas alteradas (si la arena no dispone de algún cementante natural). La determinación de esta propiedad mecánica de deformación unitaria, será necesario calcularla para diferentes niveles de compacidad, simulando diversos acomodos de las partículas del suelo; así como para diferentes esfuerzos confinantes, que simularán los esfuerzos en la profundidad del estrato en estudio.



Gráfica. II. 3. Curva típica esfuezo-deformación unitaria para una arena.

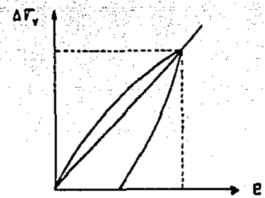
El estudio las propiedades esfuerzo-deformación unitaria de los materiales del suelo, se puede generalizar expresando que el material tiene propiedades macánicas diferentes únicamente en dos direcciones; esto es, en direcciones normal y paralela a los planos de estratificación. En éstas condiciones se llamarán:

M_z = Módulo de deformación unitaria en sentido vertical.

M_h = Módulo de deformación unitaria en sentido horizontal.

Así también se sumará el índice "z" y "h" para todos los elementos y propiedades en sentido vertical y horizontal respectivamente.

Se puede aplicar en lo que sigue los desarrollos de la "teoría de elasticidad", ya que el módulo secante (M_z), se supone lineal y como el módulo de elasticidad también lo es, se puede intercambiar éste por el inverso del primero.



Gráfica que muestra el módulo secante de deformación volumétrica.

Tomando al elemento de la *figura* II.2.a. como un elemento representativo del suelo; al aplicar un incremento de esfuerzo $\Delta\sigma_z$, el incremento de deformación unitaria valdrá $\Delta\varepsilon_z = \Delta\sigma_z \cdot M_z$ y los incrementos de deformación unitaria en los planos XZ y YZ respectivamente valdrán: $\Delta\varepsilon_x = -\upsilon \cdot \Delta\sigma_z \cdot M_z$; $\Delta\varepsilon_y = -\upsilon \cdot \Delta\sigma_z \cdot M_z$. De donde υ es la relación de Poisson (υ = - deformación lateral/deformación axial) que se considerará de valor único entre el sentido horizontal y vertical ($\upsilon_h = \upsilon_x$). *Figura* II.2.b.

En la misma forma al incrementar el esfuerzo σ_x. el incremento de deformación unitaria resultante (*fig.* II.2.c.), en ese sentido será $\Delta\varepsilon_x = \Delta\sigma_x \cdot M_h$ y en el sentido normal $\Delta\varepsilon_y = \Delta\varepsilon_z = -\upsilon \cdot \Delta\sigma_x \cdot M_h$. En la misma forma se encuentran las expresiones cuando se incrementan los esfuerzos en la dirección σ_y.

De lo anterior se deduce que al incrementar los esfuerzos en tres direcciones, los incrementos de deformaciones a una dirección determinada serán:

$$\Delta\varepsilon_z = \Delta\sigma_z M_z - \upsilon(\Delta\sigma_x M_h) - \upsilon(\Delta\sigma_y M_h) \qquad \text{...(II.1)}$$

en la misma forma para las direcciones X e Y:

$$\Delta\varepsilon_y = \Delta\sigma_y M_h - \upsilon(\Delta\sigma_x M_h) - \upsilon(\Delta\sigma_z M_z) \qquad \text{...(II.2)}$$

$$\Delta\varepsilon_x = \Delta\sigma_x M_h - \upsilon(\Delta\sigma_y M_h) - \upsilon(\Delta\sigma_z M_z) \qquad \text{...(II.3)}$$

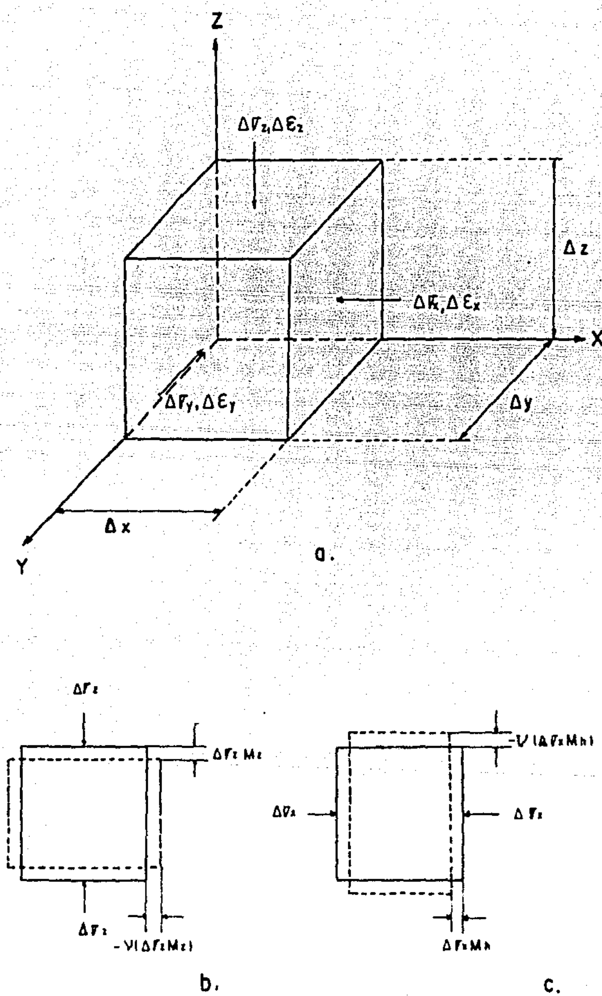


FIGURA. II. 2.

De la ec. II.1:

$$\Delta\varepsilon_z = \Delta\sigma_z M_z \left[1 - \frac{\upsilon(\Delta\sigma_x M_h)}{\Delta\sigma_z M_z} - \frac{\upsilon(\Delta\sigma_y M_h)}{\Delta\sigma_z M_z} \right]$$

$$\Delta\varepsilon_z = \Delta\sigma_z M_z \left[1 - \frac{\upsilon\, M_h}{M_z} \left[\frac{\Delta\sigma_x}{\Delta\sigma_z} + \frac{\Delta\sigma_y}{\Delta\sigma_z} \right] \right]$$

finalmente:

$$\boxed{\Delta\varepsilon_z = \Delta\sigma_z M_z \left[1 - \frac{\upsilon\, M_h}{M_z} \cdot \frac{\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y}{\Delta\sigma_z} \right]} \quad \text{...(II.4)}$$

de la ec. II.2.

$$\boxed{\Delta\varepsilon_y = \Delta\sigma_y M_h \left[1 - \upsilon\cdot\frac{\Delta\sigma_x}{\Delta\sigma_y} - \upsilon\cdot\frac{M_z}{M_h}\cdot\frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\sigma_y} \right]} \quad \text{...(II.5)}$$

de la ec. II.3.

$$\boxed{\Delta\varepsilon_x = \Delta\sigma_x M_h \left[1 - \upsilon\cdot\frac{\Delta\sigma_y}{\Delta\sigma_x} - \upsilon\cdot\frac{M_z}{M_h}\cdot\frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\sigma_x} \right]} \quad \text{...(II.6)}$$

De las ecuaciones anteriores se pueden analizar diferentes casos de deformación a saber:

Caso 1.

Si el material se sujeta a incrementos de esfuerzo $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$, $\Delta\sigma_z$ y las condiciones de deformación no están restringidas es decir, las deformaciones puedan verificarse libremente, entonces las ecuaciones II.4,5,6 representan los incrementos en la deformación unitaria, los que exclusivamente son función del estado de esfuerzos aplicados y de las propiedades mecánicas del material.

Caso 2.

Cuando la deformación unitaria es nula en un sentido horizontal para lo cual se requiere que $\varepsilon_y = 0$. $\varepsilon_x \neq 0$, entonces resulta de la ec.II.5.:

$$1 - \upsilon\cdot\frac{\Delta\sigma_x}{\Delta\sigma_y} - \upsilon\cdot\frac{M_z}{M_h}\cdot\frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\sigma_y} = 0 \qquad \text{...(II.7)}$$

En donde sustituyendo la ec.II.7 en las ec. II.4 y II.6 se obtiene respectivamente:

$$\boxed{\begin{aligned} \Delta\varepsilon_z &= (1+\upsilon)M_z\Delta\sigma_z\left[1-\upsilon\left(1+\frac{M_h}{M_z}\cdot\frac{\Delta\sigma_x}{\Delta\sigma_z}\right)\right] \\ \Delta\varepsilon_x &= (1+\upsilon)M_h\Delta\sigma_x\left[1-\upsilon\left(1+\frac{M_z}{M_h}\cdot\frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\sigma_x}\right)\right] \end{aligned}} \qquad \begin{aligned} &\text{..(II.8)} \\ &\text{..(II.9)} \end{aligned}$$

Las ec. 8 y 9, luego entonces, representan a los incrementos de deformación unitaria cuando se limita a cero una deformación horizontal.

Caso 3.

El material queda restringido a deformación nula en ambos sentidos horizontales, esto es: $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$, de donde resulta empleando la ec. II.5 y 6 respectivamente:

$$1 - \upsilon\cdot\frac{\Delta\sigma_x}{\Delta\sigma_y} - \upsilon\cdot\frac{M_z}{M_h}\cdot\frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\sigma_y} = 0 \qquad \text{...(II.10)}$$

$$1 - \upsilon\cdot\frac{\Delta\sigma_y}{\Delta\sigma_x} - \upsilon\cdot\frac{M_z}{M_h}\cdot\frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\sigma_x} = 0 \qquad \text{...(II.11)}$$

Que haciéndolas simultáneas con la ec. II.4. resulta la ecuación para calcular el incremento de deformación unitaria cuando se tienen restringidos los desplazamientos horizontales:

$$\boxed{\Delta\varepsilon_z = M_z\Delta\sigma_z\left[\frac{(1+\upsilon)(1-2\upsilon)}{(1-\upsilon)}\right]} \qquad \text{...(II.12)}$$

En donde se nota que si $\upsilon = 0.5$ la deformación unitaria es nula, es decir, el material no puede deformarse en sentido vertical si su deformación lateral está restringida, lo que es obvio por el valor de υ.

De aquí resulta un nuevo valor importante en mecánica de suelos, a saber:

$$\boxed{\frac{(1+\upsilon)(1-2\upsilon)}{(1-\upsilon)} \cdot M_z = m_v} \qquad \text{...(II.13.a.)}$$

que se le dará el nombre de <u>coeficiente de compresbilidad volumétrica unitaria</u> o simplimente <u>coeficiente de compresibilidad volumétrica.</u>

De donde podemos llamar:

$$\nu_c = \frac{(1+\upsilon)(1-2\upsilon)}{(1-\upsilon)} \qquad \text{...(II.13.b.)}$$

Asi la relación entre el módulo de deformación unitaría queda expresado por:

$$\frac{m_v}{M_z} = \frac{(1+\upsilon)(1-2\upsilon)}{(1-\upsilon)} = \nu_c \qquad \text{...(II.14)}$$

Para el cálculo de las deformaciones unitarias en las pruebas triaxdales de compresión elavoradas en esta investigación, se tiene que $\sigma_x = \sigma_y$ por lo que las ec.II.5 y II.6 quedan iguales; de esta forma se tiene:
de la ec.II.4.

$$\Delta\varepsilon_z = \Delta\sigma_x M_z \left[1 - \frac{\upsilon\, M_h}{M_z} \cdot \frac{2\Delta\sigma_x}{\Delta\sigma_z} \right] \qquad \text{...(II.15)}$$

de la ec. II.5 y 6.

$$\Delta\varepsilon_x = \Delta\varepsilon_y = \Delta\sigma_{x,y} M_h \left[1 - \upsilon \left(1 + \frac{M_z}{M_h} \cdot \frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\sigma_{x,y}} \right) \right] \qquad \text{...(II.16)}$$

recordando que estamos considerando los módulos de deformación unitaria de igual valor en todas direcciones, que es una simplificación a las ec. anteriores.

La la compresión voulumétrica del material se define como:

$$\Delta\varepsilon_v = \frac{\text{cambio de volúmen}}{\text{volúmen}} = \frac{\Delta v}{V}$$

el volúmen V se considera como el volúmen del material sujeto a un estado determinado de esfuerzos iniciales. Al venir el cambio de esfuerzos $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$ y $\Delta\sigma_z$ el material se deforma, como se ha descrito en párrafos anteriores, de ésta manera el cambio de volúmen valdrá (*Ver figura* II.2):

$$\Delta V = \Delta\varepsilon_v \cdot V = \Delta_x\Delta_y\Delta\varepsilon_z\Delta_z + \Delta_x\Delta_z\Delta\varepsilon_y\Delta_y + \Delta_y\Delta_z\Delta\varepsilon_x\Delta_x$$

donde

$$V = \Delta_x \cdot \Delta_y \cdot \Delta_z$$

$$\Delta\varepsilon_v = \Delta\varepsilon_z + \Delta\varepsilon_y + \Delta\varepsilon_x \qquad \text{...(II.18)}$$

Sustituyendo en II.18. las ecuaciones II.4,5,6.

$$\Delta\varepsilon_v = \Delta\sigma_z M_z\left[1 - \frac{\upsilon\, M_h}{M_z}\cdot\frac{\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y}{\Delta\sigma_z}\right] + \Delta\sigma_y M_h\left[1 - \upsilon\cdot\frac{\Delta\sigma_x}{\Delta\sigma_y} - \upsilon\cdot\frac{M_z}{M_h}\cdot\frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\sigma_y}\right] +$$

$$+ \Delta\sigma_x M_h\left[1 - \upsilon\cdot\frac{\Delta\sigma_y}{\Delta\sigma_x} - \upsilon\cdot\frac{M_z}{M_h}\cdot\frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\sigma_x}\right]$$

factorizando $M_z\Delta\sigma_z$ se tiene:

$$\Delta\varepsilon_v = \Delta\sigma_z M_z\left\{\left[1 - \frac{\upsilon\, M_h}{M_z}\cdot\frac{\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y}{\Delta\sigma_z}\right] + \frac{M_h\Delta\sigma_y}{M_z\Delta\sigma_z}\left[1 - \upsilon\cdot\frac{\Delta\sigma_x}{\Delta\sigma_y} - \upsilon\cdot\frac{M_z}{M_h}\cdot\frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\sigma_y}\right]\right.$$

$$\left. + \frac{M_h\Delta\sigma_x}{M_z\Delta\sigma_z}\left[1 - \upsilon\cdot\frac{\Delta\sigma_y}{\Delta\sigma_x} - \upsilon\cdot\frac{M_z}{M_h}\cdot\frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\sigma_x}\right]\right\}$$

multiplicado para posteriormente reducir términos:

$$\Delta\varepsilon_v = \Delta\sigma_z M_z\left\{\left[1 - \frac{\upsilon\, M_h}{M_z}\cdot\frac{\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y}{\Delta\sigma_z}\right] + \frac{M_h\Delta\sigma_y}{M_z\Delta\sigma_z} - \upsilon\cdot\frac{M_h\Delta\sigma_x}{M_z\Delta\sigma_z} - \upsilon + \right.$$

$$\left. + \frac{M_h\Delta\sigma_x}{M_z\Delta\sigma_z} - \upsilon\cdot\frac{M_h\Delta\sigma_y}{M_z\Delta\sigma_z} - \upsilon\right\}$$

agrupando y sumando:

$$\Delta\varepsilon_v = M_z\Delta\sigma_z\left[1 - 2\upsilon\frac{M_h}{M_z}\cdot\frac{\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y}{\Delta\sigma_z} + \frac{M_h}{M_z}\cdot\frac{\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y}{\Delta\sigma_z} - 2\upsilon\right]$$

$$\Delta\varepsilon_v = M_z\Delta\sigma_z \left[(1-2\upsilon) + \frac{M_h}{M_z}\cdot\frac{\Delta\sigma_x+\Delta\sigma_y}{\Delta\sigma_z}\cdot(1-2\upsilon) \right]$$

finalmente

$$\boxed{\Delta\varepsilon_v = M_z\Delta\sigma_z\ (1-2\upsilon)\left(1 + \frac{M_h}{M_z}\cdot\frac{\Delta\sigma_x+\Delta\sigma_y}{\Delta\sigma_z} \right)} \qquad ...(II.19)$$

De donde resulta que para el caso de un material incompresible $\Delta\varepsilon_v$=0, puede cumplirse únicamente si υ=0.5

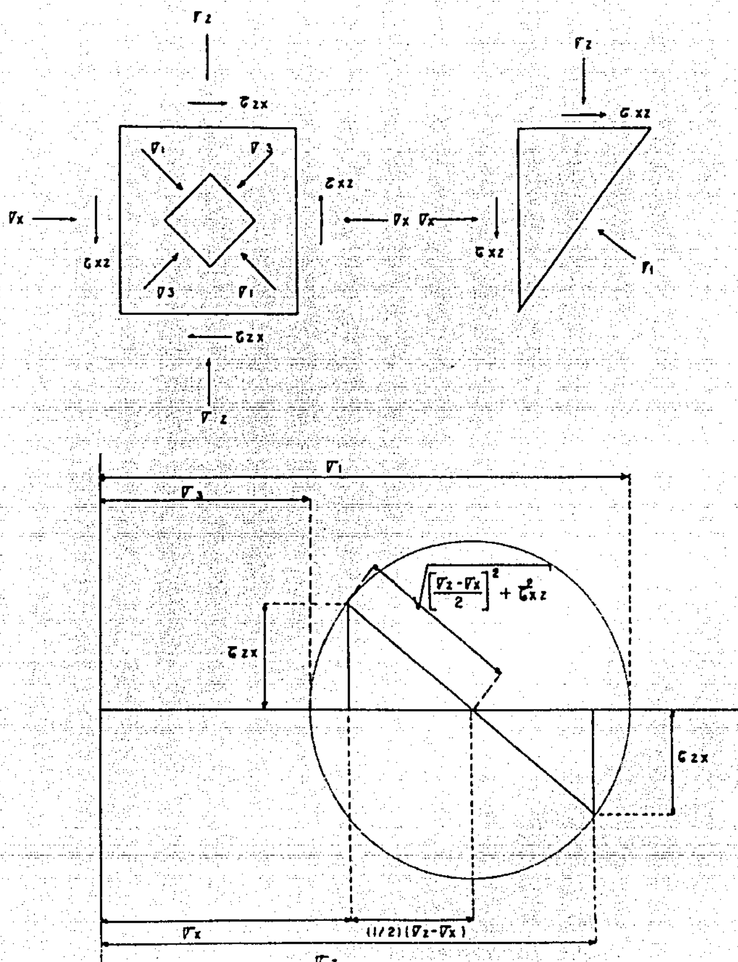
Hay que recordar que para el caso de las pruebas triaxiales de deformación realizadas en este trabajo, los esfuerzos en dos direcciones ortogonales son iguales ($\sigma_x = \sigma_y$), por lo cual la ec.II. 19 se puede escribir:

$$\Delta\varepsilon_v = M_z\Delta\sigma_z\ (1-2\upsilon)\left(1 + \frac{M_h}{M_z}\cdot\frac{2\Delta\sigma_{x,y}}{\Delta\sigma_z} \right) \qquad ...(II.20)$$

II.6.1 REPRESENTACION GRAFICA DE MOHR PARA ANALISIS PLANO DE ESFUERZOS.

El módulo de deformación unitaria se obtiene por medio de la prueba triaxial de deformación que se ha venido describiendo en el presente capitulo; utilizando una probeta de 2 a 2.5 veces su diámetro que en nuestro caso como se verá mas adelante será de dos veces el diámetro. A ésta se le someterá a un estado de esfuerzos confinantes y posteriormente de esfuerzos cortantes El estado de esfuerzos se analizará por medio del diagrama de Mohr.

El estado de esfuerzos principales en una probeta, queda equilibrado en un plano con inclinación α por medio de un esfuerzo normal y un esfuerzo cortante. Tomando los elementos de esfuerzo plano de la fig. II.3. y recordando que por el método tensorial:



σz
τzx
σ1
σ3
τxz
σx
τxz
σx σx
τxz
τzx
σ3
σ1
σz
σz
τxz
σ1
σ1
σ3
$\sqrt{\left[\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right]^2 + \tau_{xz}^2}$
τzx
τzx
σx
(1/2)(σz-σx)
σz

FIGURA II 4

$$\{ \vec{S} \} = [T] \times \{ \vec{n} \}$$

$$\sigma_n = \{ \vec{n} \}^T \times \{ \vec{S} \} \qquad \text{...(II.21)}$$

$$\tau = \{ \vec{m} \}^T \times \{ \vec{S} \} \qquad \text{...(II.22)}$$

sabiendo que (para el estado de esfuerzos principales):

$$\{ \vec{n} \} = \cos \alpha_i + \text{sen}\ \alpha_j \qquad [T] = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

$$\{ \vec{m} \} = \text{sen}\ \alpha_i - \cos \alpha_j$$

(note que $\vec{n} \perp \vec{m}$)

substituyendo valores en las ec.II.21 y 22:

$$\{ \vec{S} \} = [T] \times \{ \vec{n} \} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \cos\alpha \\ \text{sen}\alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 \cos\alpha \\ \sigma_3 \text{sen}\alpha \end{Bmatrix}$$

$$\sigma_n = \{ \vec{n} \}^T \times \{ \vec{S} \} = \{ \cos \alpha \quad \text{sen}\ \alpha \} \times \begin{Bmatrix} \sigma_1 \cos \alpha \\ \sigma_3 \text{sen}\ \alpha \end{Bmatrix}$$

$$\sigma_n = \sigma_1 \cos^2\alpha + \sigma_3 \text{sen}^2\alpha \qquad \text{...(II.23)}$$

$$\tau = \{ \vec{m} \}^T \times \{ \vec{S} \} = \{ \text{sen}\ \alpha \quad -\cos \alpha \} \times \begin{Bmatrix} \sigma_1 \cos \alpha \\ \sigma_3 \text{sen}\ \alpha \end{Bmatrix}$$

$$\tau = \sigma_1 \cos \alpha\ \text{sen}\ \alpha_i - \sigma_3 \text{sen}\ \alpha \cos \alpha_j \qquad \text{...(II.24)}$$

Recordando las identidades trigonomótriacas siguientes:

$$\text{sen}^2\alpha = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha) \quad ; \quad \cos^2\alpha = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\alpha)$$

$$\text{sen}\ \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2}\ \text{sen}\ 2\alpha$$

Las expresiones II.23 y II.24 se pueden escribir en forma más conveniente como sigue:

$$\sigma_n = \sigma_1 \frac{1}{2} (1 + \cos 2\alpha) + \sigma_3 \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha)$$

$$\sigma_n = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\alpha \qquad \text{...(II.25.a.)}$$

$$\tau = \sigma_1 \frac{1}{2} \text{ sen } 2\alpha - \sigma_3 \frac{1}{2} \text{ sen } 2\alpha$$

$$\tau = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \text{ sen } 2\alpha \qquad \text{...(II.25.b.)}$$

poniendo la II.25.a. en el siguiente orden y elevándola al cuadrado:

$$\sigma_n - \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3) = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\alpha$$

$$\left[\sigma_n - \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3) \right]^2 = \left[\frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \right]^2 \cos^2 2\alpha$$

elevándo al cuadrado la ec. II.25.b.

$$\tau^2 = \left[\frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \right]^2 \text{sen}^2 2\alpha$$

sumado miembro a miembro las dos últimas ecuaciones obtenidas:

$$\left[\sigma_n - \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3) \right]^2 + \tau^2 = \left[\frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \right]^2 \cos^2 2\alpha + \left[\frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \right]^2 \text{sen}^2 2\alpha$$

recordando que $\text{sen}^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha$ es igual a la unidad, se llega a:

$$\boxed{\left[\sigma_n - \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3) \right]^2 + \tau^2 = \left[\frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \right]^2}$$

...(II.26)

De aqui se deduce que la ecuacion II.26 es la de un circulo, (*Ver fig.* II.4.), para el cual el radio queda representado por los esfuerzos principales $\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$, y su centro queda localizado en el eje de las coordenadas (σ_n, τ), en la abscisa $\frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$. Este circulo se conoce como el circulo de esfuerzos, por medio del cual se podrán determinar los valores de σ_n y τ para un plano inclinado α a parir de los esfuerzos principales. El esfuerzo cortante máximo se verifica para $2\alpha = 90°$ y vale:

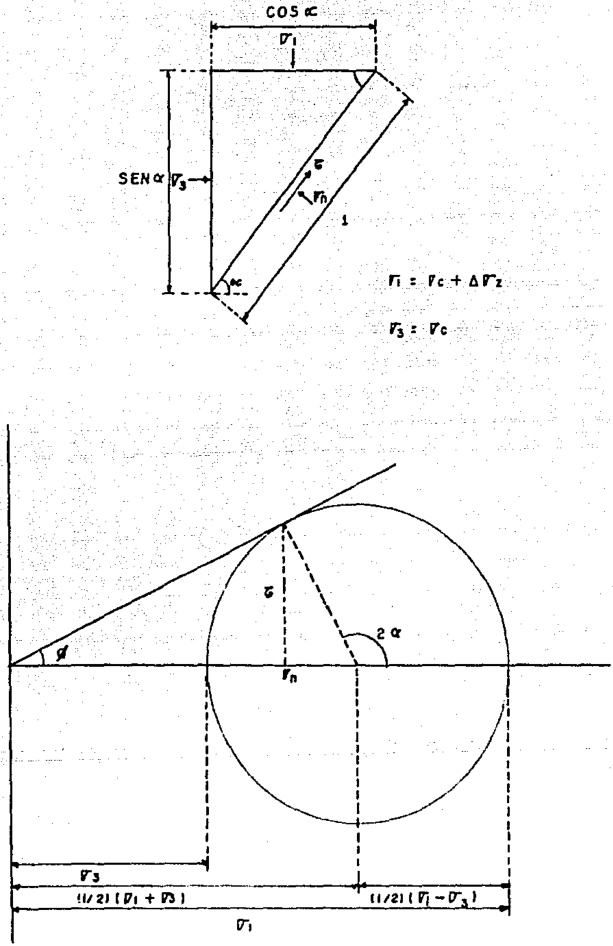

COS α
σ1
SEN α σ3
τ
σn
1
α
σ1 = σc + Δσz
σ3 = σc
τ
2 α
φ
σn
σ3
(1/2) (σ1 + σ3)
(1/2) (σ1 − σ3)
σ1

FIGURA. II.3.

$$\boxed{\tau = \frac{1}{2}\left(\sigma_1 - \sigma_3 \right)} \qquad \text{...(II.27)}$$

De la ecuación II.26, se pueden deducir los <u>esfuerzos principales</u> en función del estado de esfuerzos σ_x, σ_z y τ_{xz}, (*Ver fig.* II.4). (sabiendo que el radio del circulo es cte. y además que el esf. principal es en dirección vertical (z)).

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = \sqrt{\left[\sigma_z - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \right]^2 + \tau_{xz}^2}$$

pero como se puede ver de la fig II.4.

$$\boxed{\sigma_1 + \sigma_3 = \sigma_x + \sigma_z}$$

por consiguiente:

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = \sqrt{\left[\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \right]^2 + \tau_{xz}^2}$$

despejando de las dos últimas ecuaciones el efuerzo de confinamiento (σ_3), o igualando o bien simplemente observando el ciculo de esfuerzos de la figura II.4.

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma_z + \sigma_x) + \sqrt{\left[\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \right]^2 + \tau_{xz}^2}$$

haciendo lo mismo para σ_1: ...(II.28)

$$\sigma_3 = \frac{1}{2}(\sigma_z + \sigma_x) - \sqrt{\left[\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \right]^2 + \tau_{xz}^2}$$

que son las ecuaciones que nos permitirán conocer el valor de los esfuerzos principales para un estado esfuerzos cualesquiera σ_x y σ_z.

II.6.2. MODULOS DE DEFORMACION EN ARENAS EN FUNCION DEL ESFUERZO CONFINANTE.

Al efectuar la prueba para determinar el valor de M_z, se explicó que primeramente se introduce una presión hidrostática en la cámara, con lo cual la probeta quedará sujeta a un esfuerzo hidrostático σ_3, posteriormente se incrementa el esfuerzo vertical en $\Delta\sigma_z$ de donde resulta que:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \Delta\sigma_z$$

luego

$$\Delta\sigma_z = \sigma_1 - \sigma_3$$

la diferencia de los esfuerzos principales es pues una medida del esfuerzo cortante que se introduce en la probeta por medio de esta prueba. Si el esfuerzo vertical se incrementa fuertemente, entonces se hará fallar la probeta por esfuerzo cortante. (*Ver subtema* II.3.).

Si a un espécimen se le es sometido a un esfuerzo hidrostático σ_3 dejando que se estabilice a éste; para posteriormete incrementar el esfuerzo hidrostático en $\Delta\sigma_3$; según la ecuacion II.20 la deformación volumétrica valdrá:

$$\Delta\varepsilon_v = M_z\Delta\sigma_3\,(1-2\upsilon)\left[\;1 + 2\,\frac{M_h}{M_z}\;\right] \qquad ...(II.29)$$

la deformación únicamente tendrá lugar si el material no se encuentra saturado esto es $\upsilon\neq0.5$; para lo cual se requerirá permitir la salida de agua del espécimen por medio de la válvula correspondiente (cap.IV), de tal manera que no exista exceso hidrostático en la probeta, ya que la ecuación fundamental de la mecánica de suelos, establece la condición de que:

$$\Delta\sigma_3 = \Delta\bar{\sigma}_3 + \Delta u$$

de donde el esfuerzo aplicado es igual al esfuerzo efectivo o intergranular más el exceso de presión hidrostática. De tal suerte que la expresión II.29. será valida si $\Delta u = 0$, al igual que el resto de las ecuaciones citadas en este capitulo que miden la deformacion unitaria.

Considerando que el material del espécimen sea isótropo, esto es, que tenga el mismo módulo de deformación en todas las direcciones ($M_z = M_h \rightarrow M_h/M_z \approx 1$) se tiene de la ec.II.29:

$$\Delta\varepsilon_v = 3M_z\Delta\sigma_s(1-2\upsilon) \qquad ...(II.30)$$

Se puede observar de aqui, que si se mide con presición $\Delta\varepsilon_v$ podrá determinarse el valor de M_z conociendo previamente υ. El valor de υ para arenas limpias tiene un valor del orden de 0.2, un valor común en materiales arenosos es 0.25, de donde:

$$\Delta\varepsilon_v = 1.5M_z\Delta\sigma_s \qquad ...(II.31)$$

el valor:

$$K_v = 3M_s(1-2\upsilon) \qquad ...(II.32)$$

representa la compresibilidad volumétrica para el caso de esfuerzos hidrostáticos. De donde conociendo este valor se encuentra:

$$\boxed{M_z = \frac{K_v}{3(1-2\upsilon)}} \qquad ...(II.33)$$

Sin embargo, debido a la imposibilidad de medir pequeños cambios volumétricos en la probeta se hace necesario determinar el valor de M_z aplicando un esfuerzo desviador, o sea, incremento de esfuerzo vertical, y utilizando la expresión:

$$\boxed{M_z = \frac{\Delta\varepsilon_z}{\Delta\sigma_z}} \qquad ...(II.34)$$

y si se desea saber el cambio de oquedad de la probeta, se podrá hacer con la expresión:

$$\Delta\varepsilon_v = M_z \Delta\sigma_z \, (1-2\nu) \left[1 + \frac{2\Delta\sigma_{x,y}}{\Delta\sigma_z} \right] \qquad \text{...(II.35)}$$

La manera de obtener los módulos de deformación en laboratorio, se verá a detalle en el capitulo respectivo a pruebas de laboratorio.

En la tabla II.1 [3] que a continuación se muestra se pueden ver los valores de M_z para esfuerzos de confinamiento de 1.0kgf/cm^2.

Origen del depósito	Clasificación	M_z cm^2/Kg
Fluvial (Edo.de Puebla)	Arena guresa Compacta	0.00156
Aluvial (Acapulco, Gro.)	Arena gruesa con arena arena media y fina semicompacta.	0.00313
Fluvial (Tabasco,Rio Grijalva)	Arena media compacta.	0.00118
Eólico. Duna (Veracurz, Ver.)	Ar3na fina suelta.	0.00606
Eólico (Edo.de Puebla)	limo y arena fina de pómez Lig.cementado.	0.00392
Aluvial (México, D.F)	Limo arenoso semicompacto.	0.00500
Eólico Modificado (Monterrey, N.L.)	Limo cementado con carbonatos.	0.000222

TABLA II.1. Módulos de deformación unitaria. Materiales granulares. Los valores de Mz están dados para un esfuerzo de confinamiento de 1.0 Kgf/cm^2.

---

3 Tomado de la referencia 5.

III.COMPACIDAD RELATIVA.

III.1 ANTECEDENTES.

El suelo es un conjunto discontinuo de particulas, por lo cual constituye intrinsecamente un sistema de varias fases, (sólida, liquida y gaseosa). Existen dos importantes relaciones de volúmen de estas fases que son la relacion de vacios ($e = V_v/V_s$) y la porosidad ($\eta = V_v/V$). La porocidad es la relación entre el volúmen de vacios y el volúmen total, mientras que la relación de vacios es el cociente entre el volúmen de vacios y el de particulas sólidas. La porosidad se suele multiplicar siempre por 100, dándose así los valores en porcentaje. La relación de vacios se expresa en forma decimal y puede alcanzar valores superiores a la unidad. Tanto la porosidad como la relación de vacios indican el porcentaje relativo de volúmen de poros de una muestra de suelo. Este volúmen de vacios está lleno de un fluido, gaseoso o liquido (que en nuestro caso es agua). Aunque los dos términos se emplean en mecánica de suelos, se usa más la relación de vacios. Es importante notar que al comprimir un elemento de suelo tanto el numerador como el denominador de la porosidad disminuyen, mientras que sólo disminuye el numerador de la relación de vacios. Este hecho da lugar a que la relación de vacios sea más útil que la porosidad para estudiar la compresión o consolidación de un suelo.

Otra relación impo te de las distintas fases del suelo es el peso especif seco ($\gamma_d = W_s/V$), que es el peso de las particulas miner dividido por el volúmen total de elemento; éste se expr en unidades de peso por unidad de volúmen. Estas relaciones junto con otras, son básicas para la mayoria de los cálculos de mecánica de suelos.

III.2. VALORES TIPICOS DE LAS RELACIONES DE VACIOS, POROCIDAD Y PESO ESPECIFICO PARA SUELOS GRANULARES.

En la figura III.1. se puede observar dos de muchas formas en que puede disponerse un sistema de esferas iguales (estibaciones o agrupaciones).

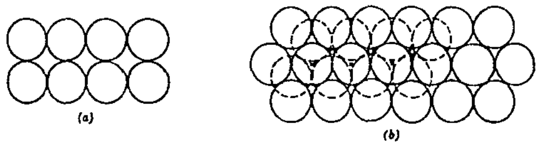


FIGURA III. 1. Agrupaciones de esferas iguales. a) Planta y alzado de una agrupación, cubica. b) Planta de una agrupación compacta. Primera capa: Círculos de línea continua; segunda capa: círculos de trazos; "O" señala la posición de los centros de las esferas de la tercera capa en una disposición cubica de caras centradas y "X", en una disposición hexagonal compacta. (Segun Deresiewicz, 1958).

Las agrupaciones compactas representan el estado más cerrado posible del sistema. Pueden obtenerse sistemas aún menos compactos que la simple agrupación cúbica formando cavidades dentro de la estructura, pero la agrupación cúbica simple es la menos compacta de todas las agrupaciones estables.

La relación de vacios y la porosidad de éstas agrupaciones simples pueden calcularse a partir de la geometría de las mismas, dándose algunos resultados en la tabla III.1.

Se han propuesto diversas pruebas para medir las relaciones de vacios máxima y mínima (Kolbuszewski 1948). La prueba para la determinación de la compacidad máxima supone generalmente cierta forma de vibración; las pruebas para obtener la compacidad mínima suelen hacerse por vertido en un recipiente de una muestra de suelo secado en estufa, o bien por medio de una lluvia de arena que se descrbirá posteriormente (*subtema* III.4). Desgraciadamente los detalles de estas pruebas no se han normalizado completamente y los valores de las compacidades máxima y mínima de un determinado suelo granular dependen del método utilizado para obtenerlas.

Descripción	Relación de vacíos.		Porosidad. (%)		Peso especifico seco. (Ton/m³)	
	$e_{max.}$	$e_{min.}$	$\eta_{max.}$	$\eta_{min.}$	$\gamma_{min.}$	γ_{max}
Esferas uniformes	0.92	0.35	46.7	26.0	-	-
Arena de Otawa nor.	0.80	0.50	44.0	33.0	1.47	1.76
Arena limpia nor.	1.00	0.40	50.0	29.0	1.33	1.89
limo inorgánico.	1.10	0.40	52.0	29.0	1.28	1.89
Arena limosa.	0.90	0.30	47.0	23.0	1.39	2.03
Arena fina a gruesa.	0.95	0.20	49.0	17.0	1.36	2.21
Arena limosa y grava	0.85	0.14	46.0	12.0	1.42	2.34

TABLA. III. 1. Relaciones de vacios, porosidades y pesos especificos secos máximos y mínimos para algunos materiales.[1]

III.3. COMPACIDAD RELATIVA PARA SUELOS GRANULARES.

Mediante métodos especiales pueden obtenerse compacidades superiores a la denominada compacidad máxima. Compacidades considerablemente inferiores a la mínima pueden también obtenerse, en especial en arenas muy finas y limos, sedimentando lentamente el suelo en agua o esponjandolo en presencia de una ligera humedad.

Cuando menor es la gama de tamaños de las particulas presentes (es decir, cuando más uniforme es el suelo) y cuanto más pequeñas y angulosas son las particulas, menor es la compacidad mínima (es decir mayor es la oportunidad de

[1] B. K. Hough, Basic Soils Engineering. Copyright © 1957, The Ronald Press Company, Nueva York.

formar una agrupación floja de particulas). Cuanto mayor es la gama de tamaños presente, mayor será la compacidad máxima (es decir, los huecos entre las particulas más gruesas pueden rellenarse con las más pequeñas). Con respecto al material utilizado en ésta investigación (arena de Ottawa 20-30) es un material totalmente uniforme, que pasa la malla #20 y se retiene en su totalidad en la malla #30, de granos redondeados por lo cual se podrán alcanzar compacidades bajas facilmente.

Una concepción muy empleada para caracterizar la compacidad de un suelo granular natural es la compacidad relativa (Cr) (en algunos libros Dr). Terzaghi introdujo la relación empirica determinable en laboratorio, la cual definió:

$$\boxed{C_r = \frac{e_{max} - e_{nat}}{e_{max} - e_{min}} \cdot 100\ \%} \qquad ...(III.1)$$

que también se puede escribir en función del peso especifico seco de la siguiente manera:

$$Cr = \frac{\gamma_{d\ max}}{\gamma_{dnat}} \cdot \frac{\gamma_{dnat} - \gamma_{d\ min}}{\gamma_{d\ max} - \gamma_{d\ min}} \cdot 100\ \% \qquad ...(III.2)$$

laexpresión III.2. se puede escribir:

$$Cr = \frac{\dfrac{\gamma_{d\ nat} - \gamma_{d\ min}}{\gamma_{d\ nat}}}{\dfrac{\gamma_{d\ max} - \gamma_{d\ min}}{\gamma_{d\ max}}} \qquad ...(III.3)$$

multiplicando y dividiendo por $1 / \gamma_{dmin}$.

$$Cr = \frac{\dfrac{\gamma_{d\ nat} - \gamma_{d\ min}}{\gamma_{d\ nat}\,\gamma_{d\ min}}}{\dfrac{\gamma_{d\ max} - \gamma_{d\ min}}{\gamma_{d\ max}\,\gamma_{d\ min}}} \qquad ...(III.4)$$

finalmente simplificando de la ec.III.4.

$$Cr = \frac{\dfrac{1}{\gamma_{d\ min}} - \dfrac{1}{\gamma_{d\ nat}}}{\dfrac{1}{\gamma_{d\ min}} - \dfrac{1}{\gamma_{d\ máx}}} \qquad ...(III.5)$$

donde:

$\gamma_{d\ máx} = \gamma_{d\ compacto}$ = Peso específico seco del suelo en su estado más compacto.

$\gamma_{d\ min} = \gamma_{d\ suelto}$ = Peso específico seco del suelo en su estado más suelto.

$\gamma_{d} = \gamma_{d\ natural}$ = Peso específico seco *in sutu*.

luego entonces se puede escribir la ec. III.6.

$$\boxed{Cr\ (\%) = \frac{\dfrac{1}{\gamma_{d\ suelto}} - \dfrac{1}{\gamma_{d\ natural}}}{\dfrac{1}{\gamma_{d\ suelto}} - \dfrac{1}{\gamma_{d\ compacto}}} \times 100} \qquad ...(III.6)$$

que es la ecuación que se utilizará en lo sucesivo.

En la tabla III.2. se indican las denominaciones de los suelos granulares a partir de la compacidad relativa.

Compacidad relativa (%)	Denominación
0-15	Muy suelta
15-35	Suelta
35-65	Media
65-85	Compacta
85-100	Muy compacta

TABLA. III. 2. Denominación según la compacidad.[2]

El término compacidad se refiere al grado de acomodo alcanzado por las partículas del suelo, dejando vacíos entre ellas. En un suelo muy compacto, las partículas sólidas que lo constituyen tienen un alto grado de acomodo por lo que la

[2] Tomada de la referencia 4.

capacidad de deformación bajo carga del conjunto será pequeña. En suelos poco compactos el grado de acomodo es menor y, por ende la capacidad de deformación.

En resumen se puede decir que:

1. Cuando más compacta es la arena mayor es el grado de encaje y, por lo tanto, el esfuerzo desviador de falla y el ángulo de fricción.

2.Cuando más compacta sea la arena mayor será el incremento de volúmen que se producirá a la aplicación del esfuerzo desviador (ver *graf.II.a*).

3.Al dilatarse la arena la resistencia a la deformación disminuye.

4.Esta disminución de volúmen es más marcada en las muestras más compactas (*Ver subtema II.4.1.*).

III.4. PRUEBA DE LABORATORIO PARA OBTENER LA COMPACIDAD RELATIVA DE UNA ARENA.

El subtema que a continuación tiene lugar, tratará de cómo se obtuvo en laboratorio el peso de material necesario para obtener diferentes compacidades relativas en una probeta de 3" (7.62 cm) de diámetro y una altura de 6.85" (17.4 cm), utilizada en las pruebas de laboratorio que se describirán en el capitulo IV.

III.4.1 METODO DE PRUEBA.

Necesitamos conocer los pesos especificos secos máximo y minimo de la arena de Ottawa 20-30, para poder cuantificar el peso de material necesario a poner en una probeta (de *dimenciones* ya especificadas), para obtener una determinada compacidad relativa mediante un vibrado al material. En el presente trabajo dichos pesos especificos se obtuvieron de la siguiente manera, aclarando que no es la única manera de hacerlo:

1.- Aproximadamente 700 gr de material (a mayor cantidad mayor presición) métanse al horno, durante un tiempo razonable, para eliminar la humedad que pueda haber tomado del medio ambiente (puede ser 2hrs). Transcurrido el tiempo déjese enfriar un poco en un lugar donde se tenga poca humedad, para posteriormente pesarlo (W_s). Es necesario que el material no esté caliente cuando se le pese, ya que ésto provocaria un peso erróneo del mismo (pesaria menos ya queel aire caliente encerrado en el material, es menos denso que el aire frio). Otro factor a tomar en cuenta, es una previa calibración a la báscula que se utilice, con el objeto de minimizar posibles errores en lectura. La báscula tiene que tener una presición de al menos 0.1 g.

2.- Introdúzcase el material a un matráz seco y limpio de grasas e impurezas, y llénese de agua destilada hasta aproximadamente 1.5 cm arriba del nivel de la arena, enseguida desáirese el material, tapando el matrás y conectándolo a una bomba de vasio. Para una mayor eficiencia, es recomendable mover el matráz en forma suave, para con esto facilitar la salida del aire atrapado en el material. El vacio se aplica en forma gradual, ya que si no, puede llegar a ser succionado el material. Quitese el vacio cuando no se visualisen burbujas de aire.

3.- Llenése hasta la marca de enrace, y vuélvase aplicar vacio a fin de verificar que no quede aire atrapado en la muestra; ello se notará por la permanencia de la base del menisco en el nivel de erase, si éste nivel asciende, repitase la etapa anterior.

4.- Póngase un tapón con cuatro conductos de salida, y llénese con agua destilada estos conductos.

5.- Llénese un vaso de precipitado de 1000 ml con sus respectivas mediciones de volumen con agua destilada. El matráz supracitado, póngase en una bureta, con los orificios del tapón hacia abajo (el material no se saldrá debido a tensiones capilares). Léntamente llévese el matráz hacia la superficie del agua del vaso de precipitado metiendo en el agua los orificios del tapón del matráz. En este instante la tensión capilar se romperá; bajando la arena del matráz por dos orificios del tapón, subiendo por los restantes el agua del vaso de precipitado, haciendo un intercambio de volúmen. Este fenómeno tiene lugar debido a la diferencia en pesos especificos de arena y agua; si por algún motivo llegase a entrar aire al matráz por alguno de los orificios o no haber desairado correctamente el material, este intercambio agua-arena no sucederá, ya que el aire que estará en la parte superior del matráz se pondrá en tensión (por la bajada de arena sin intercambiarse con el agua, hasta un punto tal que la fuerza de tensión del agua sea igual al producto de los pesos especificos del agua y arena multiplicados por sus alturas respectivas dentro del matráz).

A éste fenómeno se le conoce como "lluvia de arena". Esta idea se retomará en el siguiente capitulo.

Resulta de interés observar que la *orientación* de las particulas de arena sedimentadas en agua, es tanto más pronunciada cuanto más se aparta su *forma* de la esférica: esta orientación produce, como efecto principal, una distinta permeabilidad del suelo, según si el flujo de agua es normal o paralelo a la dirección de orientación; el efecto aumenta notablemente si el suelo contiene un porcentaje apreciable de particulas laminares que no es el caso de las arenas. Pero *aún* en arenas naturales con formas prácticamente equidimensionales el efecto de la orientación sobre la permeabilidad es apreciable. En nuestro caso por tratarse de pruebas triaxiales y arena de Ottawa 20-30, la *orientación* facilita el flujo de agua ya que éste resulta paralelo a los planos de orientación de las particulas.

6.- Una vez realizado el inciso anterior tómese la lectura de volúmen máximo ($V_{máx}$) en el vaso de precipitado, sacando un promedio de cuatro lecturas (ya que la superficie resultante es irregular). Posteriormente, hágase un vibrado al material (procurando cambios en ciclos del mismo), y cuando se note que el volúmen ya no disminuya, procédase a tomar la lectura del volúmen mínimo ($V_{mín}$).

7.- Con los volúmenes citados, podemos ya, valuar los pesos específicos máximo y mínimo:

$$\gamma_{d\ máx} = \frac{W_s}{V_{mín}} \quad ; \quad \gamma_{d\ mín} = \frac{W_s}{V_{máx}}$$

y substituirlos en la ec. III.5 despejando el inverso del peso específico natural, por lo que:

$$C_r = \frac{\dfrac{1}{\gamma_{d\ mín}} - \dfrac{1}{\gamma_{d\ nat}}}{\dfrac{1}{\gamma_{d\ mín}} - \dfrac{1}{\gamma_{d\ máx}}}$$

$$\boxed{\frac{1}{\gamma_{d\ nat}} = \frac{1}{\gamma_{d\ mín}} - Cr\left[\frac{1}{\gamma_{d\ mín}} - \frac{1}{\gamma_{d\ máx}}\right]} \quad ...(III.7)$$

y sabiendo que:

$$\boxed{W_s = \gamma_{d\ nat} \cdot V} \quad ...(III.8)$$

podemos ya conocer el peso de material necesario W_s, para obtener en una probeta de volumen V, una compacidad relativa deseada.

III.4.2. TRABAJO PRACTICO DE LABORATORIO EN LA OBTENCION DEL W_s EN FUNCION DE LA COMPACIDAD RELATIVA DESEADA, PARA ARENA OTTAWA 20/30.

Siguiendo los pasos descritos en el presente capitulo subtema III.4.1. se obtuvo lo siguiente:

Arena de Ottawa 20/30

$W_s = 1126.29$ gf

$V_{máx} = 736$ ml $= 736$ cm^3

$V_{mín} = 688$ ml $= 680$ cm^3

$$\gamma_{máx} = \frac{W_s}{V_{mín}} = \frac{1126.29 \text{ grf}}{680 \text{ cm}^3} = 1.656 \text{ grf/cm}^3$$

$$\gamma_{mín} = \frac{W_s}{V_{máx}} = \frac{1126.29 \text{ grf}}{736 \text{ cm}^3} = 1.530 \text{ grf/cm}^3$$

substituyendo en la ec.III.7. se obtiene:

$$\frac{1}{\gamma_d} = \frac{1}{1.530} - Cr \left[\frac{1}{1.530} - \frac{1}{1.656}\right]$$

haciendo operaciones se llega a:

$$\gamma_d = \frac{20.112}{13.143 - C_r} \quad [\text{gf/cm}^3] \qquad \text{...(III.9)}$$

recordando que las dimensiones de la probeta que se utilizará en las pruebas triaxiales de éste trabajo son:

Diámetro = 3" = 7.62 cm

Altura = 6.85" = 17.4 cm

Volúmen = 793.504 cm^3

retomando la ec III.8.

$$W_s = \gamma_d V = \frac{20.112}{13.143 - C_r} \cdot 793.504 \ [\text{gf}] \qquad \text{...(III.10)}$$

de esta manera con las ec.III.9 y III.10 se obtiene para las compacidades relativas de 10, 30, 50, 70, y 90% los siguientes valores de peso especifico seco y peso del suelo seco necesario para obtener la Cr deseada en una probeta de 3".

C_r (%)	γ_d (grf/cm^3)	W_s (grf)
10	1.542	1223.60
30	1.566	1242.65
50	1.591	1262.31
70	1.616	1282.60
90	1.643	1303.55

TABLA III. 3. Peso seco de arena Ottava 20/30, para la compacidad relativa dada; y el peso de los sólidos necesarios para obtener la Cr dada, en una probeta de 3" de diametro y altura de 6.85".[3]

III.4.3. ERRORES POSIBLES.

La mayoría de las balanzas de laboratorio con capacidad mayor a 5 kgf, no tienen sensibilidad al décimo de gramo; además, es frecuente, sobre todo en equipo ya muy usado, que existan fallas de calibración permanentes. Por lo anterior, la misma balanza debe usarse en toda una prueba, así pueden atenuarse grandemente los errores en pesada; pues en las fórmulas a aplicar intervienen diferencias de pesos y no valores de pesos aislados.

Otro error común, es la falta de vibración para obtener el volúmen mínimo, este error puede verse disminuido con cambios de frecuencia en el vibrado.

Debe de tenerse cuidado en que no existan pérdidas accidentales de material a lo largo de toda la prueba.

Con mucho, la causa de error importante más frecuente en la determinación en estudio, es la deficiente desaereación de la muestra, cuando ésta se encuentra en el matráz.

Siendo el mayor error, la forma de obtención del volúmen máximo y mínimo (*ver subtema III.2*).

---

[3] Obtenida con datos de el Laboratorio.

IV. PRUEBAS DE LABORATORIO.

IV.1 INTRODUCCION.

La figura IV.1, recoge cuatro de las pruebas más utilizadas para el estudio del comportamiento esfuerzo-deformación unitaria del suelo. El dispositivo utilizado en las pruebas triaxiales, permite también, realizar pruebas de compresión isotrópica; de hecho, ésta es la primera fase de una prueba.

En ésta investigación, se optó por pruebas triaxiales devido su gran versatilidad en la obtención de las relaciones esfuerzo-deformación unitaria, asi como de las propiedades de resistencia del material.triaxial.

En éste trabajo, se llevaron a cabo dos tipos de pruebas triaxiales; una para determinar la resistencia del material denominada **prueba multitriaxial de resistencia**, y la segunda para determinar la relación esfuerzo-deformación unitaria del material denominada **prueba triaxial de deformación**.

IV.2 TECNICAS DE PRUEBA.

Para los requerimientos de esta investigación se planearon pruebas con compacidades de 10, 30, 50, 70 y 90 % con el fin de garantizar que se tuviera material muy suelto, suelto, medio, compacto y muy compacto según queda establecido en la tabla III.2. Como se ha venido explicando, el ángulo de fricción interna del material varia según la compacidad relativa del suelo. Asi, mayor compacidad implica mayor ángulo de fricción interna. Por otro lado para una misma compacidad relativa del especimen, éste podra resistir más si se le somete a un esfuerzo confinante mayor; siendo que en este caso el ángulo de fricción interna del material no varia (para esfuerzos confinantes pequeños como es nuestro caso).

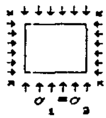
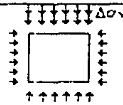
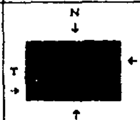
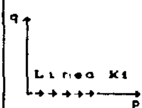
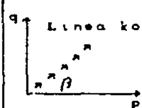
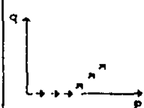
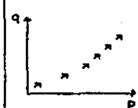
Prueba	Compresion Isotrópica	Compresión Confinada.	Compresión Triaxial.	Corte Directo.
Condiciones básicas.		 Desplazamiento horizontal nulo.	 σ_c = cte. con un Δσv.	 N=Cte. T=apl.
Tipo de Deformacion.	Volumetrica. 	Volumetrica con alguna distorcion. 	Distorcion y volumetrica. 	Distorsion con algo de Volumetrica. 
Trayectorias de esfuerzos.				
Finalidad.	Estudio de deformaciones vol. puras.	Muy simple, se aproxima a ciertas condiciones de campo.	La prueba mas utilizada para estudios esf-def resistencia.	Prueba sencilla para determinar la resist. al esf. cort.

FIGURA. IV. 1. Tipos mas comunes de pruebas esfuerzo-deformacion.

Dicho lo anterior, para cumplir con el objetivo del presente trabajo (*ver tema* 1), será necesario realizar cinco pruebas triaxiales de resistencia al esfuerzo cortante (una para cada Cr), y cinco pruebas triaxiales de deformación.

Cada prueba de resistencia se llevará a cabo para esfuerzos confinantes de: 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 y 1.0 kgf/cm^2, con el fin de obtener en el plano *p-q* (*subtema IV.5.3.1.*) distancias iguales en escala normal; y de 0.2, 0.4, 0.8, 1.2 y 1.6 kgf/cm^2 para en las curvas esfuerzo confinante vs módulo de deformación unitaria, obtener puntos más o menos equidistantes en escala logarítmica. Además, para ambas pruebas se buscó que los valores de los esfuerzos no fuesen grandes (p.ej. mayores a 7 kgf/cm^2) para no tener problemas con variaciones del ángulo de fricción interna a esfuerzos confinantes altos (*ver subtema* II.3).

En las pruebas de deformación se utilizó la mitad del esfuerzo deviador de falla obtenido de las pruebas multitriaxiales de resistencia, con el objeto de que los esfuerzos cortantes inducidos no influyan en forma significativa en el efecto de deformación plástica de la probeta. Nótese, que si se toma una tercera parte del esfuerzo desviador de falla, los valores de los módulos variarían, ya que se está tomando la secante de la curva esfuerzo-deformación.

II.3. OBTENCION DE LAS ECUACIONES DE ESFUERZO Y DEFORMACION UNITARIA EN PRUEBAS TRIAXIALES.

Para calcular las deformaciones unitarias y los esfuerzos en las pruebas de la presente investigación, se utilizaron las ecuaciones IV.1.b. y IV.2. que a continuación se demuestran.

La deformación unitaria, o deformación por unidad de longitud, se obtiene dividiendo el acortamiento medido en un instante dado entre la longitud inicial de medición. Por lo tanto, si el cambio de longitud es ΔH, la deformación unitaria se puede calcular con la ecuación:

$$\varepsilon = \frac{\Delta H}{H_o} = \frac{\delta}{H_o} = \frac{H_o - H_f}{H_o} \qquad \text{...(IV.1a)}$$

Las deformaciones unitarias son adimensionales ya que tanto ΔH como H_o tienen unidades de longitud.

Para pruebas triaxiales, la deformación δ de la ec IV.1.a. se podrá *medir* en base a las *diferencias* de lecturas del *micrómetro* que marca la deformación del espécimen (*Ver subtema* II.1), siendo esta deformación igual a la diferencia de lecturas, o sea, lectura inicial menos lectura final de esta forma se puede escribir:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{L_i - L_f}{H_o}} \qquad \text{...(IV.1.b.)}$$

Considerando el volúmen como constante (cosa que no es verdad como ya se explicó en el subtema II.4.1) se tiene para el espécimen:

$$H_f\ A_f = H_o\ A_o$$

donde

$$A_f = \frac{H_o\ A_o}{H_f}$$

de la ec. IV.1.a.

$$H_f = H_o - \varepsilon\ H_o$$

luego entonces

$$A_f = \frac{H_o\ A_o}{H_o - \varepsilon\ H_o} = \frac{A_o}{1 - \varepsilon}$$

a ésta última expresión se le da el nombre de área corregida A_c por lo que:

$$A_c = \frac{A_o}{1 - \varepsilon}$$

que se toma como una corrección al área transversal por deformación horizontal.

Por otro lado, se sabe que el esfuerzo es igual a la carga "p" entre un area A; pero para pruebas triaxiales, la carga "p" es en realidad un incremento de fuerza vertical correspondiente a la aplicada por el vástago (que es igual a multiplicar la constante del anillo (k) por el número de unidades (N" como se aclaró en el capítulo segundo), y el área "A" corresponde al área corregida obtenida anteriormente; con lo anterior se tiene:

$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{Ac} = \frac{k\ N}{Ac}$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{k\ N}{\dfrac{Ao}{1-\varepsilon}} = \frac{k\ N\ (1-\varepsilon)}{Ao}$$

$$\boxed{\Delta\sigma_z = \frac{k\ N\ (1-\varepsilon)}{Ao}} \qquad \text{...(IV.2)}$$

Las ecuaciones IV.1.b. y IV.2. son las que se utilizaron tanto en los cálculos para las deformaciones unitarias como en los esfuerzos aplicados en el espécimen. Datos que se podrán encontrar en las gráficas del capítulo V, y en las memorias de cálculo de éstas, en el Anexo C.

IV.4. PREPARACION DE LAS PROBETAS A ENSAYE.

1.- Sígase los pasos 1,2,3,4 del subtema III.4.1. pero cambiando el peso inicial del material por el especificado en la tabla III.3. según la compacidad relativa que se desee.

2.- Con dos buretas satúrese la base de la cámara triaxial de la siguiente manera:

La base de la cámara triaxial tiene cuatro válvulas, la primera es para el drenaje de la parte superior de la probeta (que no se utilizó en estas pruebas por tratarse de arenas); la segunda es para el llenado de la cámara con gliserina; y por ultimo la tercera y cuarta sirven para el drenado de la probeta cuando a ésta se le somete a un estado de esfuerzos. Estas dos ultimas válvulas tienen que estar saturadas para que bajo ninguna circunstancia entre aire al espécimen.

Conéctese una bureta al orificio de drenaje correspondiente a la válvula tres de la cara frontal de la base de la cámara, y una segunda bureta a la válvula tres, saturando este sistema con flujo de agua destilada. Esto se puede lograr subiendo una de las buretas con respecto a la otra para provocar una carga de presión en el agua; cuando no se observen burbujas en las buretas procédase con la válvula cuatro de igual forma. Cuando se termine de saturar la válvula tres ciérrese ésta válvula y desconéctese ambas buretas (ésta válvula no se utilizará) sin embargo cuando se termine de saturar la válvula cuatro ciérrese ésta, y únicamente desconecte la bureta que comunica el orificio de la cara frontal de la base de la cámara; la bureta restante permanecerá conectada durante toda la prueba.

3.- Colóquese la membrana impermeable *(Ver anexo A)* en la base de la cámara triaxial; sujetándola con dos ligas para evitar que el material se salga de entre la membrana. Enseguida, colóquese el anillo correspondiente de lucita en la base de la membrana, que va a ser la función de sostener el molde metálico que a continuación se coloca, y junto con éste, un segundo anillo de lucita que se colocará en la parte superior del molde metálico. De éste modo, la membrana impermeable se podrá doblar de tal forma, que quede pegada con la forma del molde metálico (se debe tener cuidado que la membrana no quede tensionada dentro del molde metálico) su doblez quedará en el anillo superior de lucita. Para que la membrana quede lo más pegada posible al molde metálico; apliquese vacío a este último por medio de un orificio que éste tiene.

Colóquese una piedra porosa (2 mm de esposor) saturada en el interior de la membrana.

Colóquese el conjunto en el marco de carga.

4.- De forma similar al inciso quinto del subtema III.4.1. se lleva a cabo la lluvia de arena, pero ésta vez dentro de la membrana impermeable. Es importante que esta bajada de material, se realice de tal forma que no se formen planos de falla dentro de la membrana, dándole movimientos circulares al matráz durante la lluvia de arena.

5.- Una vez terminada la lluvia de arena, procédase a dar una compactación, de manera tal, que el material quede a nivel del molde metálico. Con esto aseguraremos que se tenga la compacidad relativa deseada.

6.- Bájese el nivel del agua hasta el enrace con la arena, quitese el anillo superior y colóquese la cabeza de lucita que nos va a servir con ayuda de un balin y el vástago, a aplicar esfuerzos en forma uniforme. Cúbrase esta cabeza con la membrana de manera tal que la probeta quede totalmente saturada, y colóquese dos ligas . Posteriormente póngase la bureta que conecta una de las salidas de agua, por debajo del nivel del espécimen para con ésto poner a la arena bajo tensión capilar, de modo que se pueda sostener sin necesidad del molde metálico. En éste momento ya es posible quitar el vacio a dicho molde.

7.- Procédase a quitar el molde metálico sin mover a la probeta.

8.- Colóquese la camisa de lucita, cuidando que el vástago no vaya a dañar la probeta, atornillese perfectamente y por medio de la válvula dos introduzca la gliserina a la cámara.

Con los pasos anteriores se tiene ya lista la probeta para ser ensayada en una prueba triaxial.

IV.5. PRUEBA DE RESISTENCIA MULTITRIAXIAL.

IV.5.1 ASPECTOS GENERALES.

Como se ha venido mencionando, existen diversas pruebas para medir la resistencia de un suelo, entre ellas corte directo y compresión triaxial; pero como se puede observar en la figura V.1. la prueba triaxial es la única que aplica esfuerzos principales y, puede dar relaciones esfuerzo-deformación así como propiedades de resistencia.

Pero dentro de las pruebas triaxiales existen dos formas diferentes para calcular la resistencia al esfuerzo cortante de un suelo. La primera es con probetas individuales, o sea, que si se desea conocer el ángulo de fricción interna de un material, se necesita trazar el plano p-q con al menos cinco puntos los cuales se obtendrian con cinco probetas, cada una expuesta a un esfuerzo confinante diferente. Esto resulta sumamente laborioso y complicado, teniendo la desventaja de que cada espécimen para cada prueba va a tener diferencias en el armado aunque se les trabaje con la misma compacidad relativa. Si se utilizara éste método se tendrían que hacer veinticinco pruebas de resistencia ya que tenemos cinco compacidades diferentes y a cada una le corresponderían cinco esfuerzos confinantes. No obstante, aunque se trate de un gran número de pruebas se podrían obtener errores grandes. Por ésta razón, el cálculo de la resistencia con probetas individuales fué eliminado.

Por otro lado tenemos a la prueba multitriaxial, en la cual, a una sola probeta se le pueden poner cinco esfuerzos confinantes diferentes (siempre y cuando el último sea mayor que el primero para "borrar la historia" de la carga anterior al espécimen) y por lo tanto, únicamente se ensayarian cinco probetas en lugar de veinticinco. Pero se tiene la desventaja de que el espécimen sufre una pequeña consolidación como se verá mas adelante.

Las ventajas de la prueba multitriaxial en comparación con la de probetas individuales, es ahorro en tiempo además que no hay diferencia entre espécimen y espécimen, ya que se utiliza uno solo. Con lo cual se optó por pruebas multitriaxiales.

Cabe aclarar que la resitencia varia un poco con cada una de las pruebas mencionadas, es responsabilidad del ingeniero elegir la que más le acomode. En 1987 se realizó un estudio al respecto en la Facultad de Ingenieria de la UNAM, en el cual se notó que por la ligera compactación (o aumento de compacidad relativa) que sufre el espécimen en la prueba con una sola probeta, el ángulo de fricción interna resultó ser poco mayor que el obtenido con probetas individuales. Por lo cual seria conveniente que los resultados finales de ésta investigación (Mep), fueran multiplicados por un factor de seguridad mayor a la unidad.

Luego entonces, lo anterior es extensivo para las pruebas de deformación (*subtema* IV.6.), ya que en éstas se trabaja con un solo espécimen, con la diferencia de que va a sufrir una menor consolidación, ya que se opera con la mitad del esfuerzo desviador de falla. En el octavo capitulo se retomará éste tema por demás interesante.

IV.5.2. PROGRAMACION DE LA PRUEBA.

Para la elaboración de una prueba multitriaxial, se necesita saber dos cosas fundamentales. La primera es la resistencia máxima del anillo de carga, ya que como es de esperar, existen en el mercado anillos con diferentes capacidades de carga. Además, como resulta obvio, a menor capacidad de carga del anillo, se deformará más por ser más esbelto y se tendrá mayor precisión en la lectura. La segunda cosa a saber son los incrementos de unidades (o carga) que se le van a dar al espécimen cada minuto.

Para saber la capacidad de carga que deberá soportar el anillo en la prueba, se podrá seguir el siguiente procedimiento:

a) Si no se conoce previamente la resistencia del suelo. En éste caso se tendrá que realizar una prueba piloto con un anillo de alta resistencia para conocer aproximadamente la resistencia del suelo y seguir los pasos del inciso b.

b) Conociendo aproximadamente el ángulo de fricción interna de el material. Trazamos en un papel milimétrico una recta con el ángulo de fricción interna del material, y un semicirculo cuyo primer punto es el esfuerzo de confinamiento de mayor valor a aplicar en la prueba , y el radio que sea la intersección con la recta descrita con un su punto geométrico en el eje "x". Con éste semicirculo podemos obtener el esfuerzo máximo aplicado en esta prueba (esto es aproximado ya que el valor "exacto" de ϕ es el que se va a obtener con esta prueba). Con este valor podemos obtener la carga ($p=\sigma A$) que multiplicada con un factor de seguridad (F.S.=1.5) debe de ser menor a la que pueda resitir el anillo (existen anillos de 200, 300, 500, ... kgf/cm^2).

Para conocer el incremento de unidades a dar cada minuto, se traza de forma similar al primer semicirculo, otro con primer punto igual al esfuerzo de confinamiento menor planeado en la prueba, y asi, conoceremos la carga p máxima con dicho esfuerzo confinante, dividiendo ésta última entre la constante del anillo ($N=p/k$) obtenemos el número de unidades con que fallará la muestra con el σ_c minimo planeado, éste valor dividido entre diez nos dará los incrementos de unidades a dar en toda la prueba multitriaxial (más adelante se explicará hasta donde hacer llegar éstos incrementos.

Una vez realizada la primera prueba multitriaxial, el cálculo anterior será más exacto ya que se va a conocer con cierta presición el ángulo de fricción interna para este material. Para compacidades relativas similares no será necesario hacer dicho cálculo.

Con lo que respecta a la escala a utilizar en la prueba multitriaxial, se decidirá a partir de la prueba piloto mencionada. De ésta prueba se graficará una curva esfuerzo-deformación a tal escala que se dibuje una linea a 45° entre el 70 y 80% de los valores de esfuerzo, esto se hace con el fin de no tener la gráfica ni muy grande ni muy pequeña en las pruebas multitriaxiales.

IV.5.3. DESARROLLO DE LA PRUEBA.

Procedimiento de laboratorio seguido en la presente investigación para el desarrollo de las pruebas multitriaxiales (Una vez preparada la probeta de ensaye como se explicó en el subtema IV.4).

1.- Póngase un esfuerzo confinante en la cámara (σ_c) y espere que se estabilice la probeta a éste, mediante su drenado de tal forma que $\Delta U=0$, lo cual se puede notar cuando el nivel de la bureta quede fijo. (Se recomineda que el nivel de agua de esta bureta quede a la mitad de la altura del espécimen, con el fin de tener una presión hidrostática nula en el centro de la probeta). No se olvide de poner en cero el micrómetro del anillo de carga, y tomar la lectura inicial (L_i) del micrómetro que mide las deformaciones de la probeta.

2.- Dar un incremento de esfuerzo vertical ($\Delta\sigma_z$) (cada minuto) por medio del marco de carga.

3.- Tomar la lectura del micrómetro que mide la deformación del espécimen (L_f); substituirla en la ecuación

IV.1.b. y con la deformación unitaria obtenida (ε), calcular el incremento de esfuerzo inducido a la probeta ($\Delta\sigma_z$) con la ecuación IV.2.

4.- Grafíquese la deformación unitaria vs el incremento de esfuerzo desviador.

5.- Regrésese al punto dos, hasta que se note en la gráfica descrita en el punto cuatro, una linea con inclinación de 45° aproximadamente.

6.- Regrésese al primer punto con un nuevo esfuerzo de confinamiento, pasando por 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 y 1.0 kgf/cm^2.

7.- Cuando el esfuerzo de confinamiento sea de 1.0 kgf/cm^2 llévese el material a la falla con los mismos incrementos de unidades planeados. La falla será evidente cuando la muestra no acepte el incremento de carga siguiente.

Las gráficas de las pruebas multitriaxiales realizadas en ésta tesis se podrán encontrar en el siguiente capitulo. (*gráficas V.1. a V.5.*).

IV.5.3.1 OBTENCION DEL ANGULO DE FRICCION INTERNO DEL MATERIAL.

La prueba multitriaxial nos da como resultado relaciones entre esfuerzos; por lo cual, con una sencilla regla de tres podemos escribir de manera lógica:

$$\frac{\text{ESFUERZO DE FALLA } (\sigma_c=1.0)}{\text{ESFUERZO (Pend. 45°)}(\sigma_c=1.0)} = \frac{\text{ESFUERZO DE FALLA } (\sigma_c=i)}{\text{ESFUERZO (Pend. 45°)}(\sigma_c=i)}$$

donde:

$$\text{ESF. DE FALLA } (\sigma_c=i) = \frac{\text{ESF. DE FALLA } (\sigma_c=1.0)}{\text{ESF. (Pend. 45°)}(\sigma_c=1.0)} \cdot \text{ESF. (Pend. 45°)}(\sigma_c=i)$$

...(IV.3)

(Nota: En realidad son incrementos de esfuerzos $\Delta\sigma_z$)

De ésta ecuación, la prueba multitriaxial nos da todos los valores de su segundo término; por lo cual podemos conocer los valores de los efuerzos de falla para cada confinamiento sin necesidad de haber fallado 5 probetas.

Para la obtención del ángulo de fricción interno se hace una gráfica en el plano p-q. Donde:

$$\boxed{p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \qquad q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}} \quad \text{...(IV.4.a,b)}$$

Es fácil notar que estos valores son el centro y radio del circulo de Mohr respectivamente (*Ver subtema* II.6.1).

Estos valores se pueden conocer de manera sencilla elaborando una tabla que contenga los siguietes datos:

Tabla IV.1.

Col.1.-	$(\Delta\sigma_c)$	Esfuerzo confinante.
Col.2.-	$(\Delta\sigma_{45})$	Incremento del esfuerzo de falla a 45° (se lee de la grafica).
Col.3.-	$(\Delta\sigma_f)$	Incremento de esfuerzo de falla. Se obtiene de la ec. IV.3.
Col.4.-	(σ_1)	Esfuerzo principal $\sigma_1 = \Delta\sigma_c + \Delta\sigma_{z(falla)}$.
Col.5.-	(p)	Se obtiene de la ec. IV.4.a.
Col.6.-	(q)	Se obtiene de la ec.IV.4.b.

Graficando los puntos p-q, se deberá formar teóricamente una recta que pase por todos los puntos; naturalmente esto resulta dificil de datos experimentales, por lo que dicha recta se ajusta por minimos cuadrados.

El ángulo que forma la recta del plano p-q, nos va a dar un ángulo α, que va a pasar por los puntos de cortante máximo, para cada confinamiento según ya se vió en el subtema II.6.1.; como se puede ver $q = \tau_{máx}$ (*Ver figura* IV.2.a.). De aquí que se pueda sacar la relación:

$$\tan \alpha = \frac{2R}{(\sigma_1+\sigma_3)} \quad \text{...(IV.5)}$$

de igual manera de la figura IV.2.b. se puede obtener:

$$\operatorname{sen} \phi = \frac{2R}{(\sigma_1+\sigma_3)} \quad \text{...(IV.6)}$$

e igualando IV.5 con la IV.6. se llega a que:

$$\boxed{\phi = \operatorname{sen}^{-1} \tan \alpha} \quad \text{...(IV.7)}$$

con esta última ecuación se podrá obtener el ángulo de fricción interno del material en función del plano p-q.

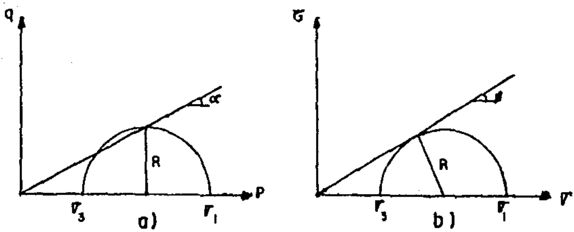


FIGURA IV. 2.- a) plano p-q. b) circulo de falla de Mohr.

IV.5.3.2. POSIBLES ERRORES.

Además de los errores propios de la prueba,cometidos al leer los micrómetros; errores por las simplificaciones aceptadas en la utilización de algunas fórmulas y por último errores por redondeo en las operaciones; se pueden cometer algunos de los siguientes errores.

a) Por posibles planos de falla (en foma de un cono parado) por una mala bajada del material. Esto se puede evitar como ya se mencionó, dando movimientos circulares al matráz en la "lluvia de arena" procurando que el material se acomode en planos horizontales.

b) Membranas muy gruesas o de diferentes espesores dentro de una misma. Una membrana muy gruesa puede aumentar el valor de la resistencia del material en cuestión. Para evitar ésto se recomienda elaborar membranas delgadas de aproximadamente dos décimos de milímetro de espesor. *(Ver apéndice A).*

c) Como se mencionó, uno de los inconvenientes de las pruebas realizadas en esta investigación, es que a lo largo de confinamietos y cargas, el espécimen va sufriendo ligeras consolidaciones, de tal suerte, que la altura inicial H_o va disminuyendo de longitud en décimas de milímetro. Por un lado numéricamente esta disminución de H_o no tiene la menor importacia, pero la consolidación que se va sufriendo aumenta el ángulo de fricción interna, con lo cual estamos suponiendo que el material es más resistente. Este error se puede compesar de algún modo con algún factor de seguridad mayor que la unidad *(Ver séptimo capítulo).*

d) Distorsiones en la rotura o falla de la muestra. En la figura IV.3. se muestran algunas formas típicas de especímenes fallados en la prueba triaxial.

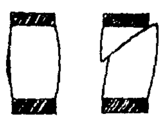


FIGURA IV. 3. Formas típicas de probetas rotas en una prueba triaxial con bases rígidas.

Distorsiones de ésto tipo dan lugar a ciertas dificultades en la interpretación de los resultados de prueba. La variación en la sección transversal de la muestra suele ser tan grande que debe tenerse en cuenta para el cálculo del esfuerzo axial a partir de la fuerza axial medida.

La distorsión respecto a la forma cilíndrica se debe principalmente a las restricciones impuestas por las placas de extremo y hace difícil determinar la variación del área, introduciendo además errores e inseguridad respecto a los datos esfuerzo-deformación unitaria. Se han propuesto varios métodos que permiten el desplazamiento lateral libre entre el suelo y las placas de extremo, reduciendo al máximo las distorsiones.[1]

Este problema únicamente se presenta en especímenes llevados a la falla, como en nuestro caso, en las pruebas multitriaxiales, siendo todas las fallas del tipo *mostrado* en la figura IV.3.a.

IV.6. PRUEBA TRIAXIAL DE DEFORMACION.

IV.6.1 ASPECTOS GENERALES.

La prueba triaxial de deformación nos va a servir para estimar el módulo de deformación unitaria del material. En estas pruebas, el material no es llevado a la falla, tan solo se miden sus deformaciones en función del esfuerzo aplicado. Este esfuerzo es igual a la mitad del esfuerzo desviador de falla (como ya se mencionó, para no llegar a limites plásticos). En estas pruebas se utilizó una probeta para cada compacidad relativa al igual que las multitriaxiales.

Por las caracteristicas del esfuerzo aplicado, la probeta no se deformará considerablemente; razón por la cual, la hipótesis tomada en las ec. IV.1.b. y IV.2. (volúmen constante) tiene mayor aceptación en pruebas triaxiales de deformación.

---

[1] Rove y Barden, 1964.

IV.6.2. PROGRAMACION DE LA PRUEBA.

Esta consta al igual que las pruebas multitriaxiales de dos partes: La primera es saber la capacidad de carga máxima que debe de resistir el anillo de carga. Esto se logra de forma similar que en las pruebas multitriaxiales explicado en el subtema IV.5.2., con la única variante, que ahora se conoce el ángulo de fricción interno del material para la compacidad en estudio, obtenido de la prueba multitriaxial correspondiente.

La segunda parte consiste en calcular los incrementos de unidades (carga) a dar cada minuto para la compacidad y confinamiento que se trate. Esto se puede hacer con el siguiente procedimiento (se sugiere hacer una tabla con cada uno de los siguientes puntos para cada compacidad relativa).

Tabla IV.2.

Col.1.- (σ_c) Esfuerzo de confinamiento.

Col.2.- ($\Delta\sigma_f$) Incremento de esfuerzo de falla. Se obtiene a partir de los datos de las pruebas multitriaxiales.

Col.3.- (p) Sabiendo que $p=\Delta\sigma_f \cdot A$. El área corresponde a la de un circulo de 3" de diámetro (diámetro de la probeta).

Col.4.- (p/2) Como se va a tomar la mitad del esfuerzo desviador de falla, la carga p de la col.3 se divide entre 2.

Col.5.- (N) Corresponde al número de unidades para dar la carga p/2; esto es $N=(p/2)/k$. Donde k es la constante del anillo que se haya elegido. El número de unidades que aparecerá en esta columna, corresponden a los máximos aplicados para cada σ_c y C.R. dada.

Col.6.- (N/10) Va a dar los incrementos a aplicar cada minuto en la prueba hasta llegar a los valores de la columna anterior. *(Ver capitulo V).* Se sugiere dividir entre diez a N para obtener por lo menos diez incrementos.

Los esfuerzos de confinamiento para éstas pruebas son diferentes que para las pruebas de resistencia, por lo cual se deberá extrapolar de la siguiente manera para conocer el $\Delta\sigma_f$ a cada σ_c requerido que serán substituidos en las cols. 1 y 2.

De la figura IV.2.b. se puede escribir:

$$\text{sen}\ \phi = \frac{\dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}}{\dfrac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}$$

$$\sigma_1 \text{sen}\ \phi + \sigma_3 \text{sen}\ \phi = \sigma_1 - \sigma_3$$

$$\sigma_1 (\text{sen}\ \phi - 1) = - \sigma_3 (1 + \text{sen}\ \phi)$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_3 (1 + \text{sen}\ \phi)}{(1 - \text{sen}\ \phi)}$$

donde

$$\boxed{\Delta\sigma_1 = \sigma_3 \cdot \frac{(1 + \text{sen}\ \phi)}{(1 - \text{sen}\ \phi)} - \sigma_3} \qquad \text{...(IV.8)}$$

(siendo $\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_f$)

Esta ecuación, se podrá usar para obtener los valores de los esfuerzos de falla, según el confinamiento y la compacidad relativa requeridas; con éstos se terminará la tabla IV.2.

Al usar la ec. IV.8. se está tomando el promedio de las resistencias individuales para cada confinamiento dada una C.R., a diferencia de si se toman las resistencias individuales para cada $\Delta\sigma_c$ obtenidas en laboratorio,como se explicó en un principio. Si éstos valores difieren, de los primeros se sugiere que se use el promedio de ambos, o en su defecto el más bajo.

IV.6.3. DESARROLLO DE LA PRUEBA.

Procedimiento de laboratorio seguido en la presente investigación para el desarrollo de las pruebas triaxiales de deformación: (Una vez preparada la probeta a ensaye como se explicó en el subtema IV.4).

El procedimiento a seguir es similar al de una prueba de resistencia multitriaxial como el descrito en el subtema IV.5.3.

1.- Introduzca en la cámara un esfuerzo de confinamiento (σ_c) por medio de la glicerina. Ponga en ceros el micrómetro que mide la deformación del anillo y tómese la lectura inicial (Li) dada por el micrómetro que mide las deformaciones de la probeta.

2.- Por medio del vástago, apliquese un incremento de esfuerzo vertical ($\Delta\sigma_z$) según el planeado para el $\Delta\sigma_c$ y la C.R. en cuestión. *(Ver subtema IV.6.2.)*. Esto se logra con el respectivo incremento en el número de unidades.

3.- Tómese la lectura final (Lf) proporcionada por el micrómetro que mide la deformación de la probeta, transcurrido un minuto de aplicada la carga. Substitúyase este valor en la ec. IV.1.b. y el valor de la deformación unitaria ϵ resultante en la ec. IV.2., obteniendo así $\Delta\sigma_z$ aplicado.

4.- Repitase el paso dos, hasta que se llegue al máximo incremento de unidades planeado ($\frac{1}{2}\Delta\sigma_{falla}$). Entonces, procédase a la descarga, de igual forma que se hizo en la carga, con la unica diferencia, que esta vez, en lugar de incrementar el numero de unidades con los intervalos descritos, se decrementará el número de unidades, pasando por los mismos intervalos que en la carga (para la descarga se utilizará el mismo intervalo de tiempo de un minuto).

5.- Repítase el primer paso con un nuevo incremento de esfuerzo confinante pasando por 0.2, 0.4, 0.8, 1.2, y 1.6 Kgf/cm^2; Recuerde ajustar el cero del anillo de carga, después de eliminar la fricción del vástago, una vez aplicado el esfuerzo confinante (con ésto se evitarán lecturas erróneas en la carga).

IV.6.3.1. OBTENCION DEL MODULO DE DEFORMACION UNITARIA

Una vez concluida la prueba triaxial se procede a graficar las deformaciones unitarias vs incrementos de esfuerzo desviador (ε vs $\Delta\sigma_z$), obtenidos de las ec. IV.1.b. y IV.2. respectivamente, para cada confinamiento dado en la prueba. De esta forma para cada prueba triaxial de deformación obtendremos cinco gráficas. De cada una de éstas se obtendrá un módulo de deformación unitaria (M_z) de la siguiente manera:

a. Trazo del origen de la curva. Los puntos intermedios en la parte de carga en la gráfica, describirán una linea "recta" (por tratarse de un comportamiento elástico), esta linea debe de prolongarse hasta la intersección con el eje de las abcisas; siendo la intersección es el origen real de la gráfica el cual llamaremos deformación unitaria inicial (ε_o). Dicho origen no coincide con el original que da la prueba, ya que por un lado, al inicio de la carga, el vástago puede no estar haciendo un contacto real con la probeta, y por otro lado la probeta sufre un pequeño acomodo entre sus granos. (explicado en el capitulo segundo).

b. La deformación unitaria final (ε_f), es la máxima deformación que se registró para un efuerzo vertical dado ($\frac{1}{2}\Delta\sigma_f$) y su respectivo esfuerzo confinante. c. Ahora resta substituir los valores obtenidos en los puntos a y b, en la ecuación II.34. Quedando así:

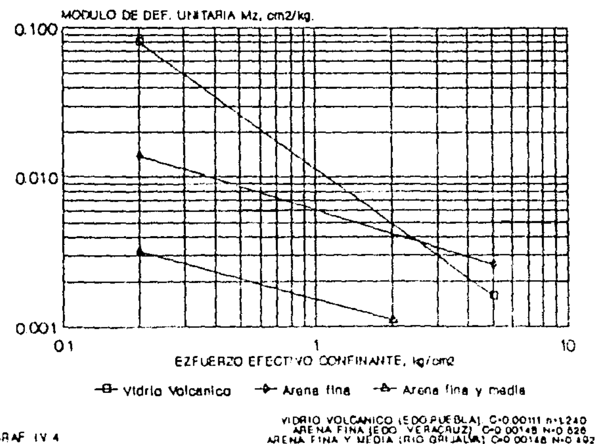
$$M_z = \frac{\Delta\varepsilon_z}{\Delta\varepsilon_z} = \frac{\varepsilon_o - \varepsilon_f}{\frac{1}{2}\,\Delta\sigma_f} \qquad \text{...(II.34) Repetida.}$$

De estos resultados se encuentra que el módulo de deformación unitaria es una función importante del esfuerzo de confinamiento y de la compacidad relativa inicial de la probeta, esto es:

$$M_z = f\,(\sigma_c\ ,\ \text{C.R.}\ )$$

La variación de los valores de M_z con el esfuerzo de confinamiento σ_c para una oquedad inicial determinada, pueden investigarse graficando éstos, en papel doble-logarítmico donde generalmente resultan lineas rectas, como es el caso de la arena de Ottawa 20/30.

El Dr. Leonardo Zeevaert, obtuvo, para tres materiales a una compacidad relativa del 50% una gráfica de $\Delta\sigma_c$ vs M_z *(Ver figura* IV.4.).



GRAF. IV.4
MODULOS DE DEFORMACION UNITARIA OBTENIDOS POR EL Dr ZEEVAERT

La ecuación de una recta en escala doble-logarítmica como las de la figura IV.4. se puede obtener de la siguiente manera:

Sabiendo que la pendiente es

$$\boxed{n = \frac{\log M_{zo} - \log M_{z\alpha}}{\log \sigma_{c\alpha} - \log \sigma_{co}}}$$

$$\log M_{zo} - \log M_{z\alpha} = n \log \frac{\sigma_{c\alpha}}{\sigma_{co}}$$

$$\log M_{z\alpha} = \log M_{zo} - \log \left(\frac{\sigma_{c\alpha}}{\sigma_{co}} \right)^{n}$$

$$\log M_{z\alpha} = \log \frac{M_{zo}}{\left(\frac{\sigma_{c\alpha}}{\sigma_{co}} \right)^{n}}$$

$$M_{z\alpha} = \frac{M_{zo}}{\sigma_{co}^{-n}} \cdot \sigma_{c\alpha}^{-n}$$

donde:

$$\boxed{C = \frac{M_{zo}}{\sigma_{co}^{-n}}}$$

por lo que finalmente:

$$\boxed{M_{z\alpha} = C \quad \sigma_{c\alpha}^{-n}} \qquad \text{...(IV.9)}$$

Esta expresión indica que a medida que el esfuerzo de confinamiento crece, el valor del módulo decrece. Cuando el valor de $\sigma_c \rightarrow 0$, el valor de $M_{z\alpha} \rightarrow \infty$ que implica el caso de <u>materiales granulares limpios de finos</u>.

IV.6.3.2. POSIBLES ERRORES.

En general resultan los mismos que en la prueba de resistencia multitriaxial descritos en el inciso IV.5.3.2. con las siguientes diferencias:

El error cometido por la disminución de Ho (consolidación de la probeta) en pruebas de deformación es de menor cuidado ya que se está llegando a la mitad del esfuerzo desviador de falla en cada incremento de esfuerzo confinante; mientras que en las de resistencia se llega aproximadamente al 80% o más del mismo.

Con respecto a la formación de planos de falla descritos en el insiso "a" del subtema IV.5.3.2. ocasionarán zonas débiles implicando mayores deformaciones dentro de la probeta.

El error mencionado en el puto "d" de el mismo subtema, no tendrá lugar en pruebas de deformación.

V. OBTENCION DE PARAMETROS Y PRESENTACION DE RESULTADOS.

V.1. INTRODUCCION.

En capitulos anteriores, se han venido describiendo pruebas triaxiales de resistencia y deformación. con objeto de la obtención de una gráfica que relacione los módulos de deformación unitaria vs esfuerzo confinante a diferentes compacidades relativas. En el presente, se mostrarán los resultados de las pruebas realizadas en laboratorio para dicho efecto, si el lector tiene alguna duda al respecto, podrá consultar las memorias de cálculo citadas en el Apéncide C.

Para una mayor precisión en los resultados que se obtienen a partir de las gráficas obtenidas en laboratorio, éstas fueron graficadas en papel milimétrico, a una escala mayor a la que se presentan en el presente trabajo, por lo cual, el número de decimales trabajados en algunos datos no es, como se podria pensar, exagerado.

V.2. PRUEBA PILOTO.

Como se citó en el subtema IV.5.2., es necesario realizar una prueba piloto, si no se cuenta con la resistencia del suelo en estudio. Los detalles de ésta se pueden consultar en dicho subtema.

La gráfica V.a. muestra la curva deformación unitaria vs esfuerzo desviador, para ésta prueba; los resultados obtenidos son:

PRUEBA PILOTO.

C.R. = 50 % $\qquad\qquad p = \dfrac{1.576+0.5}{2} = 1.038\ Kgf/cm^2$

$\sigma_3 = \sigma_c = 0.5\ Kgf/cm^2$ $\qquad q = \frac{1.576-0.5}{2} = 0.538\ Kgf/cm^2$

$\Delta\sigma_{max} = 1.076\ Kgf/cm^2$ $\qquad \alpha = \tan^{-1}\frac{q}{p} = 27.4°$

$\sigma_1 = 1.576\ Kgf/cm^2$ $\qquad \phi = \text{sen}^{-1}\tan\alpha = 31.2°$

Estos datos se retomarán en el subtema V.3.1.

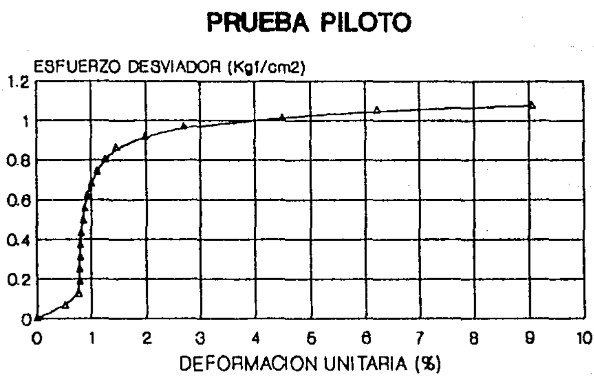


FIG.V.8. PRUEBA PILOTO, PARA PROGRAMCION DE LAS PRUEBAS TRIAXIALES.

V.3. PRUEBAS TRIAXIALES DE RESISTENCIA AL ESFUERZO CORTANTE.

V.3.1. PROGRAMACION DE LA PRUEBA.

La programación de las pruebas de resitencia, es un cálculo sencillo y repetitivo, por lo cual, para fines prácticos unicamente se presentará la programación de la prueba de resistencia para una compacidad relativa del 50%

a manera de ejemplo. Los resultados de las programaciones de las demás pruebas se podrán observar en los datos del apéndice C.

Conocida la resistencia aproximada del suelo (ϕ= 31.2° prueba piloto), se puede seguir el procedimiento descrito en el subtema IV.5.2., o bien sin necesidad de graficar por medio de la ec IV.8. De esta manera tenemos:

a) Para conocer la resistencia que debe de tener el anillo de carga:

$\sigma_{c\ max}$ = 1 kgf/cm^2 (*véase* IV.2.).

de la ec IV.8. se puede escribir:

$$\Delta\sigma_1 = \sigma_3 \cdot \frac{(1 + \mathrm{sen}\ \phi)}{(1 - \mathrm{sen}\ \phi)} - \sigma_3 = 1 \cdot \frac{(1 + \mathrm{sen}\ 31.2)}{(1 - \mathrm{sen}\ 31.2)} - 1$$

$\Delta\sigma_1$ = 2.15 kgf/cm^2

A = (π·(3x2.54)^2)/4 = 45.6 cm^2

P = $\Delta\sigma_1$ · A = (2.15)(45.6) = 98 kgf

recordando del subtema IV.5.2. se tomó un F.S.=1.5

1.5 P = 147 kgf $\rightarrow$ anillo de 200 kgf.

por lo que se sugiere poner un anillo que resista 200 kgf. o más, según la seguridad que tengamos en la obtención de el ángulo de fricción interna.

En este único caso, por seguridad, se pondrá un anillo de 300 kgf $\rightarrow$ k = 0.142.

b) Para conocer los incrementos de unidades a dar cada minuto.

$\sigma_{c\ min}$ = 0.2 kgf/cm^2 (*véase* IV.2.).

de la ec IV.8.

$$\Delta\sigma_1 = \sigma_3 \frac{(1 + \mathrm{sen}\ \phi)}{(1 - \mathrm{sen}\ \phi)} - \sigma_3 = 0.2 \frac{(1 + \mathrm{sen}\ 31.2)}{(1 - \mathrm{sen}\ 31.2)} - 0.2$$

$\Delta\sigma_1$ = 0.43 kgf/cm^2

$P = \Delta\sigma_1 \cdot A = (0.43)(45.6) = 20$ kgf

$N = p/k = 20 / 0.142 = 140$ unidades

para tener 10 incrementos de carga entre cada esfuerzo de confinamiento se propone incrementar en 14 unidades el esfuerzo vertical, o bién para una mayor facilidad en la aplicación de la carga se tomará 15.

Una vez hecha la prueba de resistencia para C.R.=50%, podemos utilizar el ángulo de fricción interna de esta compacidad, para la programación de las pruebas de compacidades superiores e inferiores, sin necesidad de realizar una prueba piloto para cada compacidad, lo que resultaría absurdo.

En las pruebas de el presente trabajo se utilizaron anillos de:

Resistencia anillo = 200 kgf $\Rightarrow$ k = 0.083

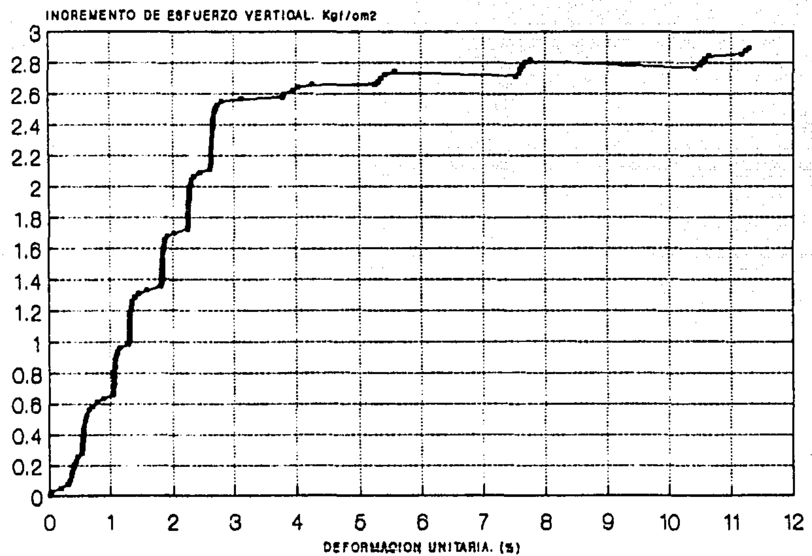
Resistencia anillo = 300 kgf $\Rightarrow$ k = 0.142

En el anexo C se pueden observar los anillos utilizados para cada compacidad relativa.

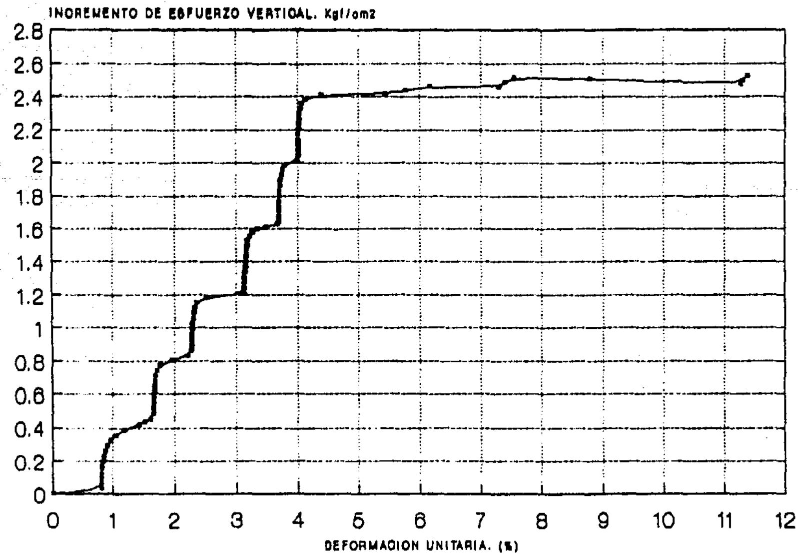
Con la prueba piloto mencionada se puede obtener la escala a utilizar en laboratorio de la forma descrita en el inciso IV.5.2.

V.3.2. RESULTADOS DE LAS PRUEBAS TRIAXIALES DE RESISTENCIA.

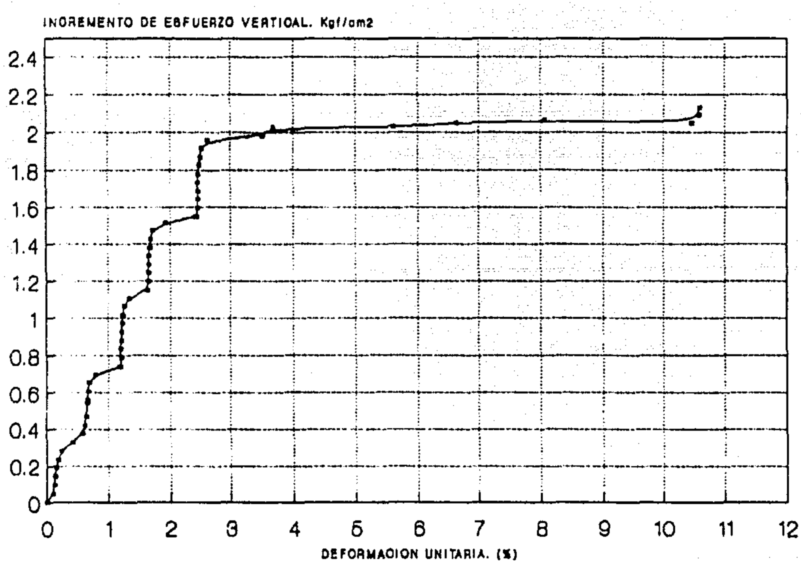
Las gráficas V.1. a V.5, son las resultanes de las pruebas multitriaxiales con 10, 30, 50, 70 y 90 % de compacidad relativa respectivamente.



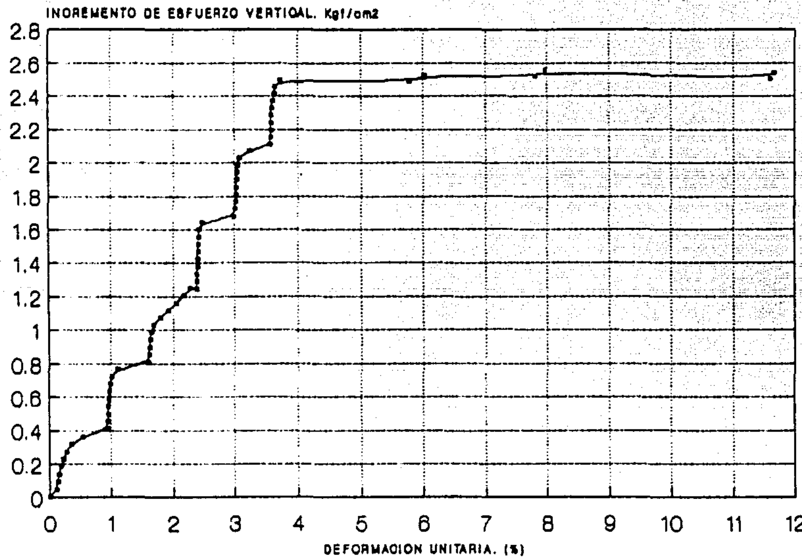
GRAF.V.1. MULTITRIAXIAL PARA C.R. = 10 %



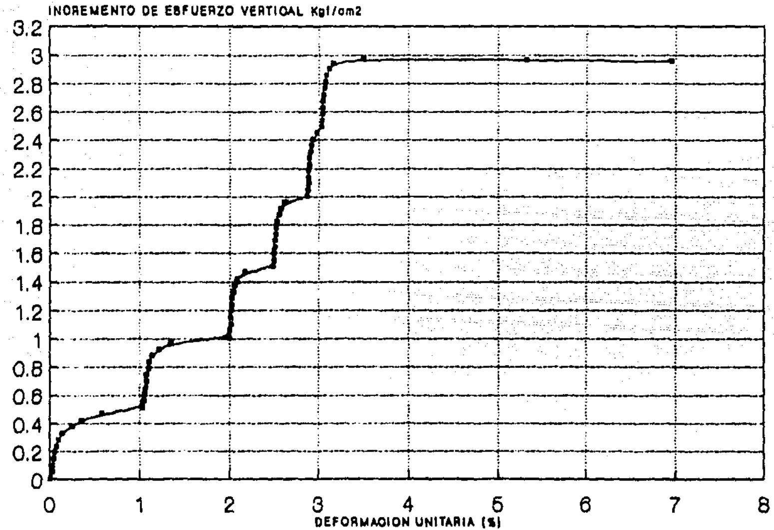
GRAF.V.2. MULTITRIAXIAL PARA C.R. = 30 %



GRAF.V.8. MULTITRIAXIAL PARA C.R. = 50 %



GRAF.V.4. MULTITRIAXIAL PARA C.R. = 70 %



GRAF.V.6. MULTITRIAXIAL PARA C.R. = 90 %

Para obtener las resistencias individuales a la falla para cada esfuerzo de confinamiento, se puede hacer la tabla IV.1. explicada en en inciso IV.5.3.1., de esta manera, para nuestro ejemplo, basándonos en dicho subtema se tiene:

C.R. = 50%

$\Delta\sigma_{falla\ (i+1)} =$ 2.130 kgf/cm^2 (corresponde a σ_c =1.0 kgf/cm^2)

$\Delta\sigma_{(45)\ (i+1)} =$ 1.980 kgf/cm ^{2}

de esta manera:

$$\Delta\sigma_{falla\ (i)} = \frac{2.130}{1.980} \cdot \sigma_{falla\ (45)(i)}$$

$\Delta\sigma_c$	$\Delta\sigma_{f(45)}$	$\Delta\sigma_f$	σ_1	p	q
0.2	0.400	0.430	0.630	0.415	0.215
0.4	0.723	0.777	1.177	0.789	0.389
0.6	1.152	1.239	1.839	1.220	0.620
0.8	1.523	1.638	2.438	1.619	0.819
1.0	1.980	2.130	3.130	2.065	1.065

TABLA V.1. Valores para obtener el plano p-q en la prueba multitriaxial con una C.R. = 50%.

Si graficamos los valores de "p" vs "q", se obtendría teóricamente una recta que pasaría por el origen (*Ver subtema* IV.5.3.1.); como esto es prácticamente imposible con datos experimentales; se han ajustado los valores a una recta que pasa por el origen (*En el presente trabajo ésto se realizó con con un programa de regresión lineal que ajusta los datos al origen; obtenido de la hoja de cálculo electrónica 1-2-3. Lotus V.2.0 para PC*).

Las rectas obtenidas en el plano p-q son:

$$q = \omega\ p$$

siendo ω:

CR	ω
10	0.49851
30	0.50561
50	0.51017
70	0.51503
90	0.55424

Tabla V.2. Rectas en los planos p-q para la arena Ottava 20/30, a diversas compacidades relativas.

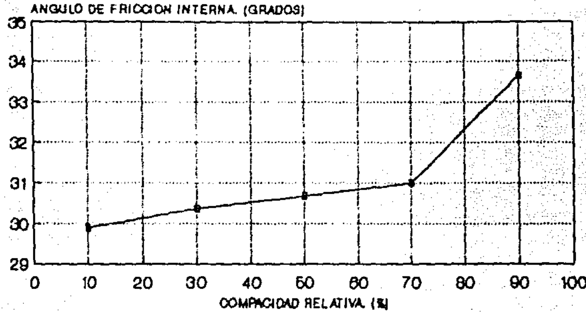
De esta forma los ángulos de fricción interna a diferentes compacidades relativas resultaron ser, recordando la ec. IV.7:

C.R.	ϕ
10	29.90°
30	30.37°
50	30.68°
70	31.00°
90	33.65°

TABLA V.2. Angulos de fricción interno de la arena de Ottava 20/30 a diferentes compacidades relativas.

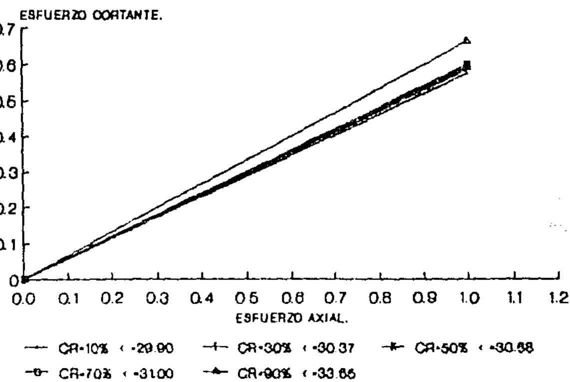
Con ésto podemos llegar a la conclusión, que a medida que la compacidad relativa aumenta, el ángulo de fricción interna del material también lo hace, lo que resultaba obvio, según lo dicho en el segundo capítulo. Las gráficas V.6.1 y V.6.2. muestran dicha variación de manera práctica; en éstas se podrá observar que el ángulo de fricción interna es similar para compacidades de 10, 30, 50, y 70 % y para compacidades altas como 90%, éste aumenta considerablemente. Si se desea saber el ángulo para otras compacidades relativas, se podrá interpolar linealmente con los datos de la tabla V.2.

COMPACIDAD RELATIVA
VS
ANGULO DE FRICCION INTERNO



GRAF. V.8.1 CURVA DE CONTINUIDAD QUE RELACIONA LA C.R. CON EL ANG. DE FRICC. INTERNA. DATOS LABORATORIO. ARENA OTTAWA.

ENVOLVENTES DE MOHR PARA DIVERSAS C.R.



GRAF.V.8.2. ANGULOS DE FRICCION INTERNA PARA DIFERENTES COMPACIDADES RELATIVAS. RESULTADOS DE LABORATORIO. ARENA OTTAWA.

V.4. PRUEBAS TRIAXIALES DE DEFORMACION.

V.4.1 PROGRAMACION DE LA PRUEBA.

Para saber la resistencia que debe de tener el anillo a utilizar, se conocen ya, de las pruebas de resistencia los ángulos de fricción interno del material, entonces, se procede de forma análoga a lo descrito en el inciso V.3.1.

Para conocer los incrementos de unidades a dar en las pruebas triaxiales de deformación, se procedió conforme a lo establecido en el subtema IV.6.2. siguiendo la tabla IV.2.

Dada la sencillez de la elaboración de la ésta tabla y lo repetitivo del cálculo, únicamente se desarrollará la tabla para una compacidad relativa del 50%. Los resultados para otras compacidades, se pueden encontrar en los listados de los incrementos de unidades dados en el Anexo C

Sabiendo que:

C.R. = 50%

ϕ = 30.68°

k = 0.083 kgf

A = 45.604 cm^2

y siguiendo lo indicado en el inciso IV.6.2. para la elaboración de la tabla IV.2. se tiene:

a) Tomando resistencias individuales para cada confinamiento, como se muestra en la tabla V.3.

b) Ajustando los puntos p-q a una recta que pase por el origen y extrapolando $\Delta\sigma_f$ para otros esfuerzos confinantes requeridos.

Lo cual se logra, con el ángulo de fricción interna obtenido del ajuste de datos p-q (ϕ = 30.68° para nuestro ejemplo), y con la ec.IV.8. para obtener $\Delta\sigma_f$ y substituirlo en la primer columna de la tabla V.3. con lo cual resulta la tabla V.4.

$\Delta\sigma_f$	$P=\Delta\sigma_f A$	$\frac{1}{2}$ P	$N=\frac{(1/2)P}{K}$	$\Delta N=\frac{N}{10}$	σ_c
Kgf/cm^2	Kgf	Kgf	Unidades	Unidades	Kgf/cm^2
0.430	19.6	9 .8	118	12	0.2
0.777	35.4	17.7	213	21	0.4
1.638	74.7	37.4	450	45	0.8

Tabla V.3. Incrementos de unidades a dar en la prueba triaxial de deformación para una C.R.=50%, tomando los incrementos de esfuerzo de falla obtenidos para cada σc en la prueba de resitencia para la misma C.R.

$$\Delta\sigma_f = \sigma_c \cdot \frac{(1 + \text{sen } 30.68\ )}{(1 - \text{sen } 30.68\ )} - \sigma_c$$

$\Delta\sigma_f$	P	$\frac{1}{2}$ P	N	ΔN	σ_c
Kgf/cm^2	Kgf	Kgf	Unidades	Unidades	Kgf/cm^2
0.417	19 .0	9 .5	114	11	0.2
0.838	38 .0	19.0	229	23	0.4
1.667	76 .0	38.0	458	46	0.8
2.500	114.0	57.0	686	69	1.2
3.334	152.0	76.0	916	92	1.6

Tabla V.4. Incrementos de unidades para una C.R.=50%, tomando un ángulo de fricción interna de 30.68°.

Los incrementos de unidades a dar, en si no son muy importantes (si se tienen diez incrementos como minimo), en lo que se debe de prestar atención, es en llegar al número de unidades que nos de la mitad del esfuerzo desviador de falla. Como se puede apreciar en las tablas V.3. y V.4., el número de unidades no correspondiente, varia ligeramente según el ajuste que se tome. Se sugiere utilizar los valores de la tabla V.4.

Una vez hecha la programación de la prueba, se procede a realizarla como se describió en el subtema IV.6.3. *(Las memorias de cálculo se pueden consultar en el anexo C).*

V.4.2. RESULTADOS DE LAS PRUEBAS TRIAXIALES DE DEFORMACION.

En el subtema IV.6.3.1., se describió a detalle, la obtención del módulo de deformación unitaria (Mz); en el presente, se llevará a cabo la determinación de los Mz para una compacidad relativa del 50%. Para las demás compacidades el cálculo es análogo, razón por lo cual únicamente se presentarán los resultados de estos por medio de la tabla V.5.

Una vez relaizada la prueba de deformación susodicha, se obtuvieron las gráficas V.9.1 a V.9.5. que corresponde una a cada esfuerzo confinante.

Siguiendo lo descrito en los incisos a, b y c del subtema citado se tiene:

C.R. = 50%

$$\boxed{+\sigma_c \quad = 0.2\ Kgf/cm^2}$$

a) El origen de la curva corresponde a $\begin{cases} \Delta\sigma_{\bullet} = 0\ Kgf/cm^2 \\ \epsilon_{\bullet} = 0.002153 \end{cases}$

b) Para la mitad del $\Delta\sigma_{falla}$ se tiene: $\begin{cases} \Delta\sigma_f = 0.218\ Kgf/cm^2 \\ \epsilon_f = 0.002760 \end{cases}$

c) $Mz = \dfrac{\epsilon_{\bullet} - \epsilon_f}{\Delta\sigma_f} = \dfrac{0.002760 - 0.002153}{0.218} = 2.78\times10^{-3}\ cm^2/kgf$

de manera similar para las restantes C.R.

$$\boxed{+\Delta\sigma_c = 0.4\ kgf/cm^2}$$

$$M_z = \frac{0.001320 - 0.000730}{0.382} = 1.54\times10^{-3}\ cm^2/Kgf$$

$$\boxed{\rightarrow\Delta\sigma_c = 0.8\ kgf/cm^2}$$

$$M_z = \frac{0.001030 - 0.000286}{0.800} = 9.30\times10^{-4}\ cm^2/Kgf$$

$$\boxed{\rightarrow\Delta\sigma_c = 1.2\ kgf/cm^2}$$

$$M_z = \frac{0.001060 - 0.000071}{1.236} = 8.00\times10^{-4}\ cm^2/Kgf$$

$$\boxed{\rightarrow\Delta\sigma_c = 1.6\ kgf/cm^2}$$

$$M_z = \frac{0.001090 - 0.000032}{1.654} = 6.40\times10^{-4}\ cm^2/Kgf$$

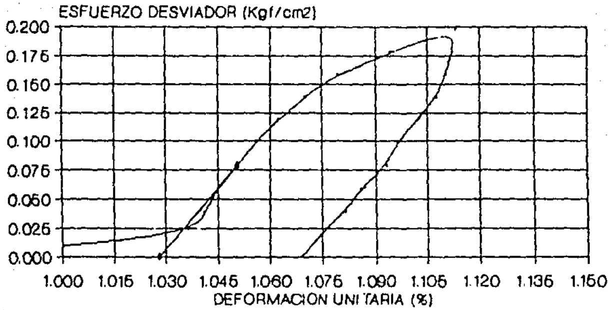
De forma análoga se obtienen los módulos de deformación unitaria para las compacidades relativas restantes.(*Ver tabla V.5.*).

Las gráficas V.7. a V.11. corresponden a tales pruebas, en donde se puede notar la tangente tomada en cada caso, con el fin de determinar el origen de la curva; para obtener el módulo secante M_z.

Ahora, graficando en escalas logarítmicas los valores de M_z encontrados para cada compacidad, nos resultarán líneas rectas, cuyas ecuaciones están dadas, como ya se citó, por la ec. IV.9., éstas se pueden encontrar en la tabla V.7., así como las rectas, en las gráficas V.7.6, V.8.7, V.9.6, V.10.6, y V.11.6.

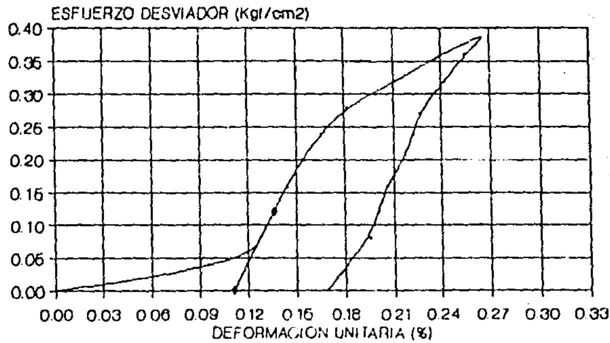
CR = 10 %

ESF.CONF. = 0.2 Kgf/cm2

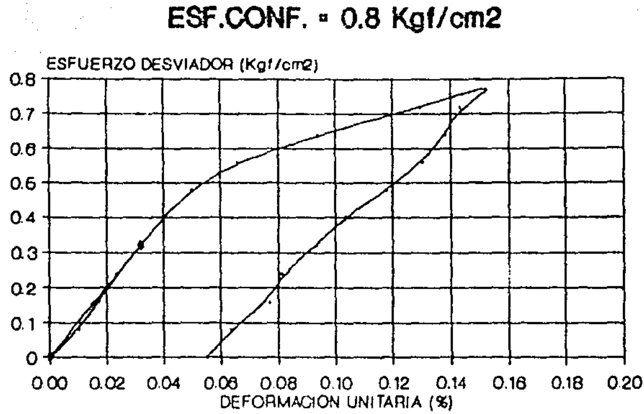


GRAF. V.7.1. CURVA DEFORMACION UNITARIA VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=10% Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 0.2 Kgf/cm2.

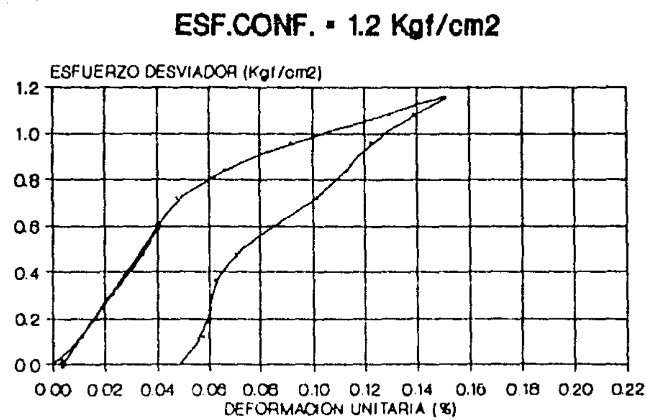
ESF.CONF. = 0.4 Kgf/cm2



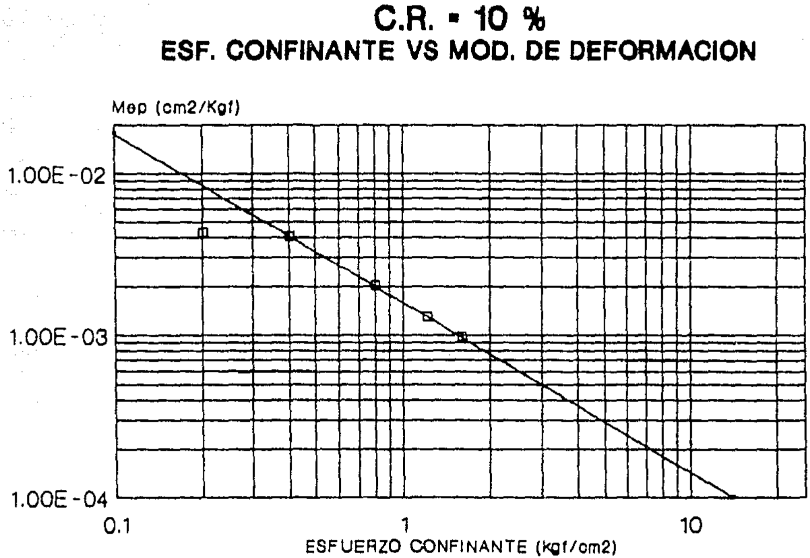
GRAF. V.7.2. CURVA DEFORMACION UNITARIA VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=10% Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 0.4 Kgf/cm2.



GRAF. V.7.3. CURVA DEFORMACION UNITARIA
VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=10%
Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 0.8 Kgf/cm2.

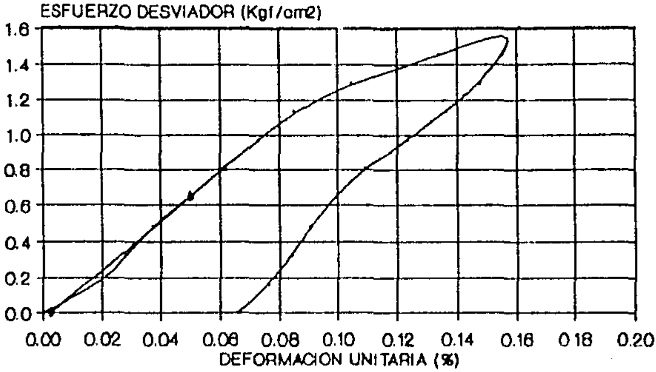


GRAF. V.7.4. CURVA DEFORMACION UNITARIA
VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=10%
Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 1.2 Kgf/cm2



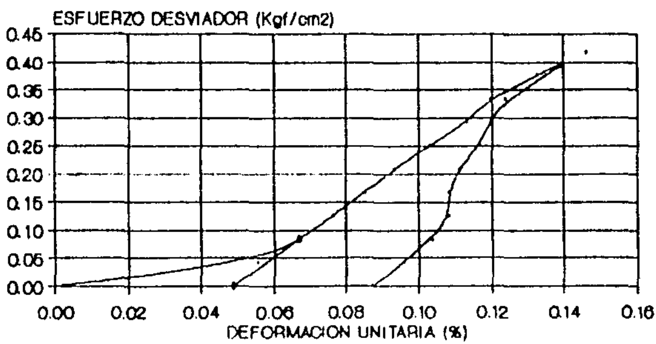
GRAF. V.7.8 MODULOS DE DEFOMACION
PARA UNA COMPACIDAD RELATIVA DEL 10%
Y DIFERENTES ESFUERZOS CONFINANTES.

ESF.CONF. = 1.6 Kgf/cm2



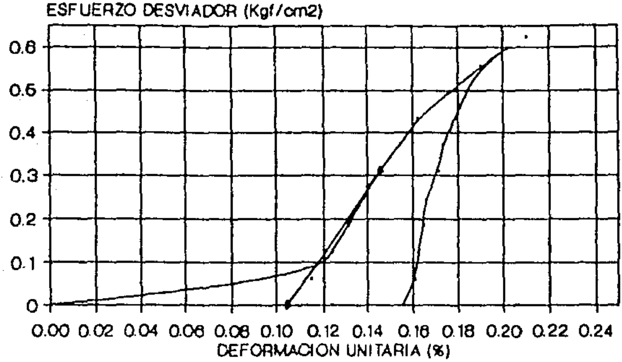
GRAF. V.7.5. CURVA DEFORMACION UNITARIA
VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=10%
Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 1.6 Kgf/cm2.

CR = 30%
ESF.CONF. = 0.4 Kgf/cm2



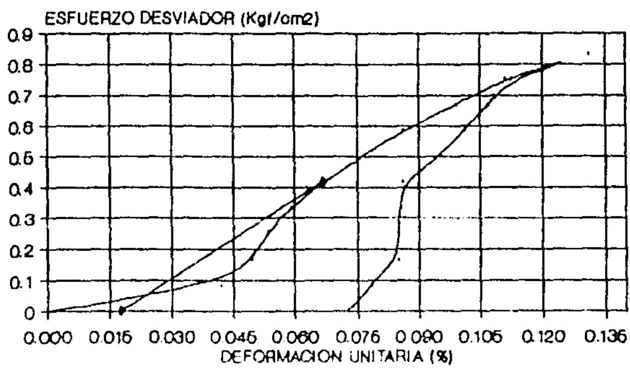
GRAF. V.8.1. CURVA DEFORMACION UNITARIA
VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=30%
Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 0.4 Kgf/cm2.

ESF.CONF. = 0.6 Kgf/cm2



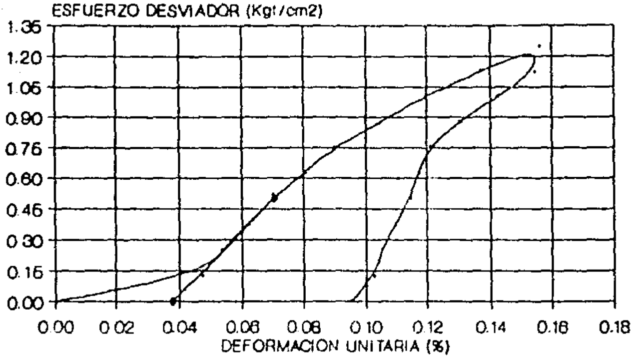
GRAF. V.8.2. CURVA DEFORMACION UNITARIA VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=30% Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 0.6 Kgf/cm2.

ESF.CONF. = 0.8 Kgf/cm2



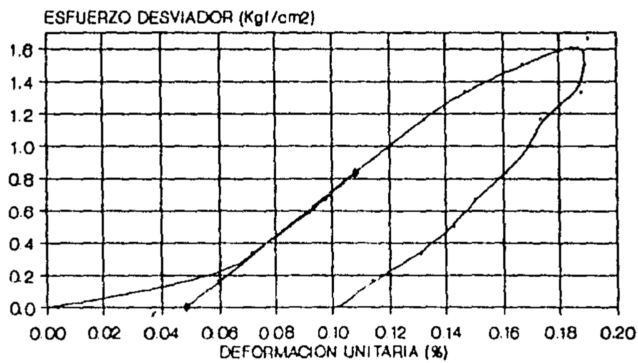
GRAF. V.8.3. CURVA DEFORMACION UNITARIA VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=30% Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 0.8 Kgf/cm2.

ESF.CONF. = 1.2 Kgf/cm2



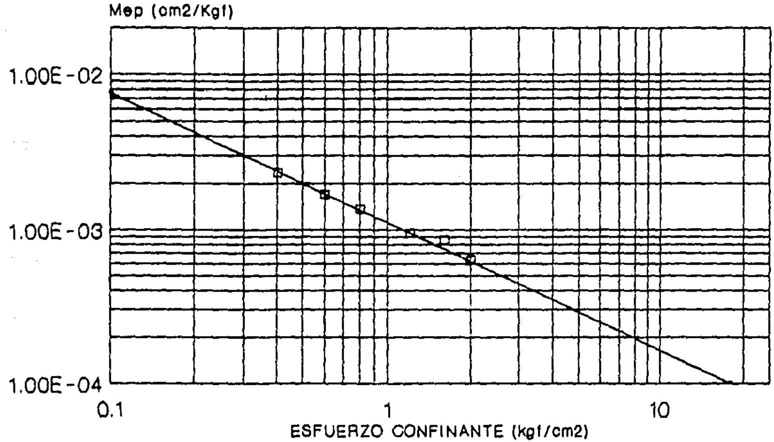
GRAF. V.8.4. CURVA DEFORMACION UNITARIA
VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=30%
Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 1.2 Kgf/cm2.

ESF.CONF. = 1.6 Kgf/cm2



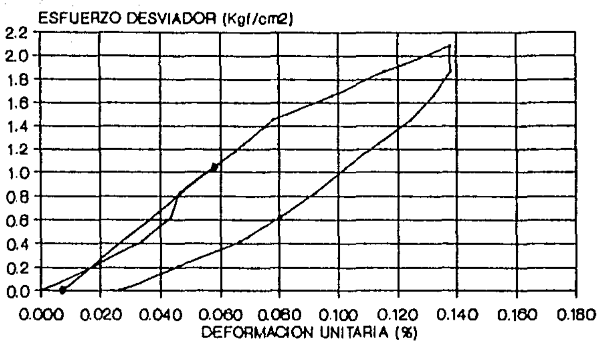
GRAF. V.8.5. CURVA DEFORMACION UNITARIA
VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=30%
Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 1.6 Kgf/cm2.

C.R. = 30 %
ESF. CONFINANTE VS MOD. DE DEF. UNITARIA



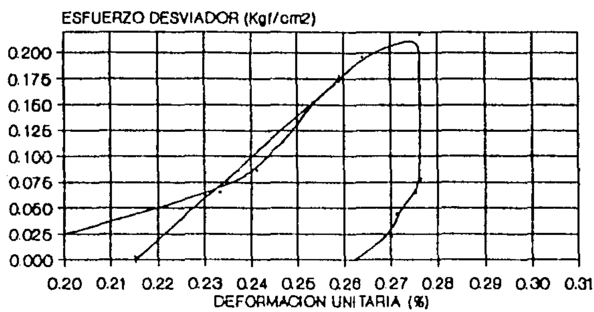
GRAF. V.8.7. MODULOS DE DEFOMACION PARA UNA COMPACIDAD RELATIVA DEL 30% Y DIRERENTES ESFUERZOS CONFINANTES.

ESF.CONF. = 2.0 Kgf/cm2

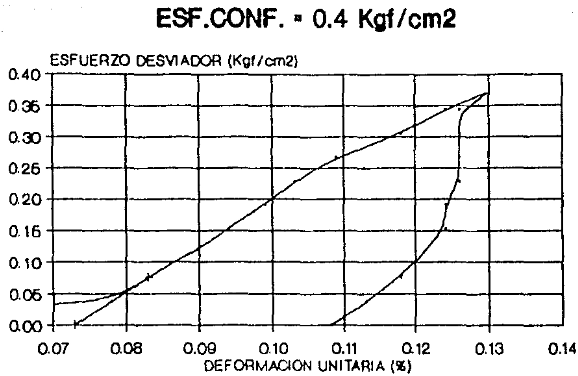


GRAF. V.8.6. CURVA DEFORMACION UNITARIA
VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=30%
Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 2.0 Kgf/cm2.

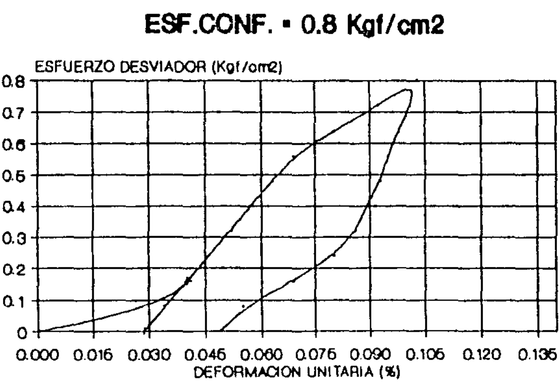
CR = 50 %
ESF.CONF. = 0.2 Kgf/cm2



GRAF. V.9.1 CURVA DEFORMACION UNITARIA
VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=50%
Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 0.2 Kgf/cm2

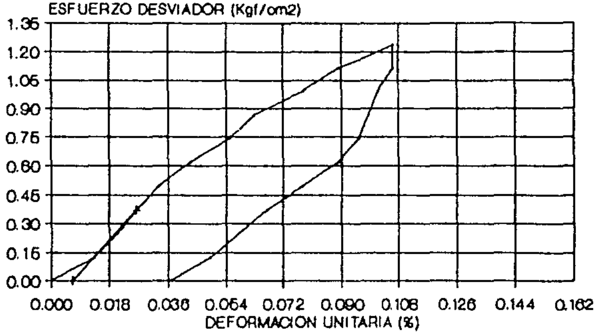


GRAF. V.9.2. CURVA DEFORMACION UNITARIA
VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=60%
Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 0.4 Kgf/cm2.



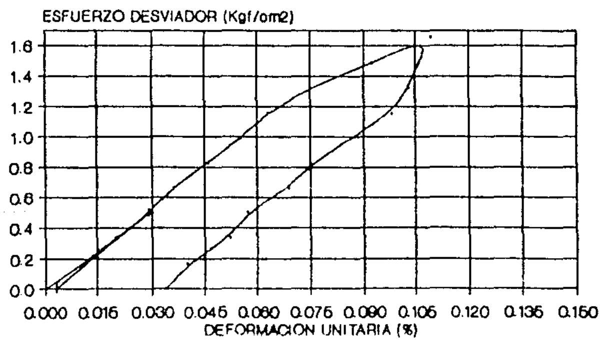
GRAF. V.9.3. CURVA DEFORMACION UNITARIA
VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=60%
Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 0.8 Kgf/cm2.

ESF.CONF. = 1.2 Kgf/cm2

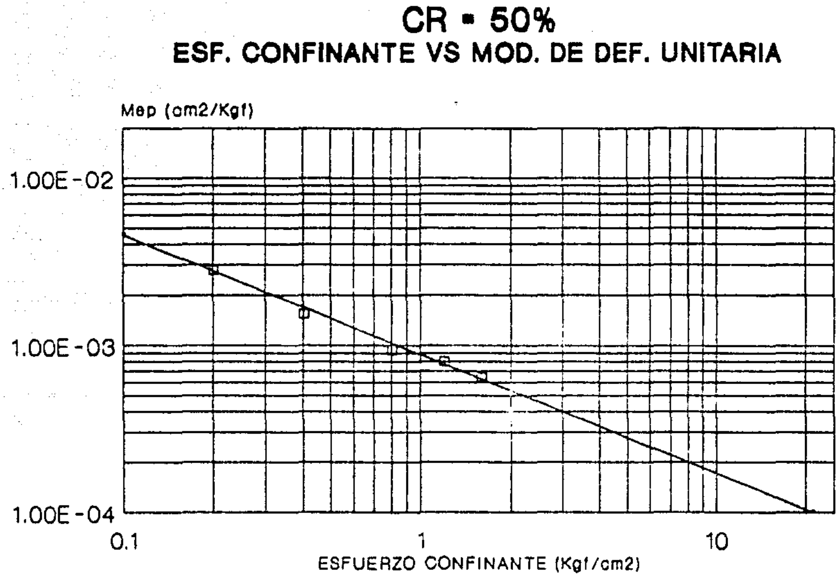


GRAF. V.9.4. CURVA DEFORMACION UNITARIA
VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=60%
Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 1.2 Kgf/cm2.

ESF.CONF. = 1.6 Kgf/cm2



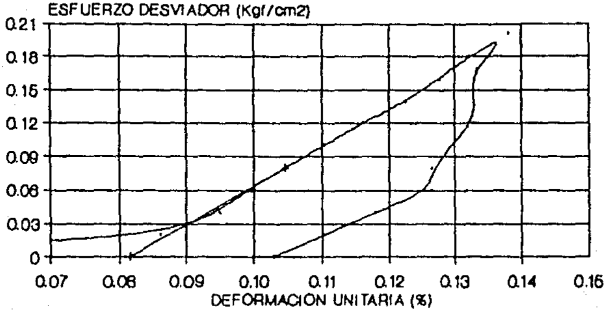
GRAF. V.9.5. CURVA DEFORMACION UNITARIA
VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=60%
Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 1.6 Kgf/cm2.



GRAF. V.9.6. MODULOS DE DEFORMACION PARA UNA COMPACIDAD RELATIVA DEL 50% Y DIFERENTES ESFUERZOS CONFINANTES.

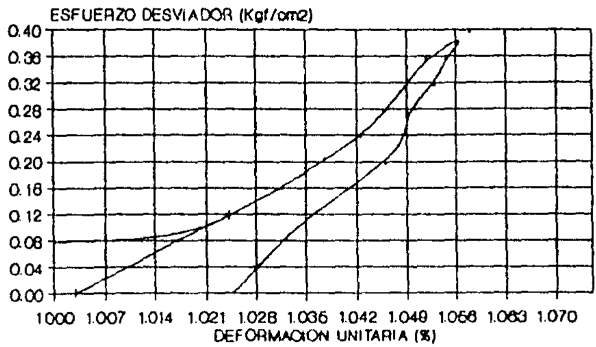
CR = 70%

ESF.CONF. = 0.2 Kgf/cm2

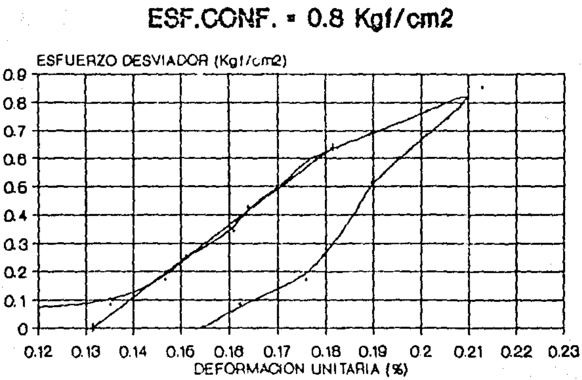


GRAF.V.10.1. CURVA DEFORMACION UNITARIA VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=70% Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 0.2 Kgf/cm2.

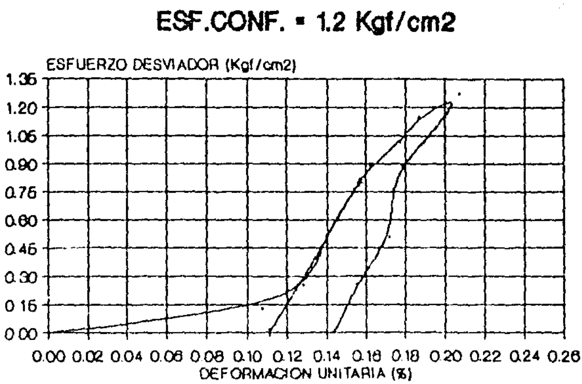
ESF.CONF. = 0.4 Kgf/cm2



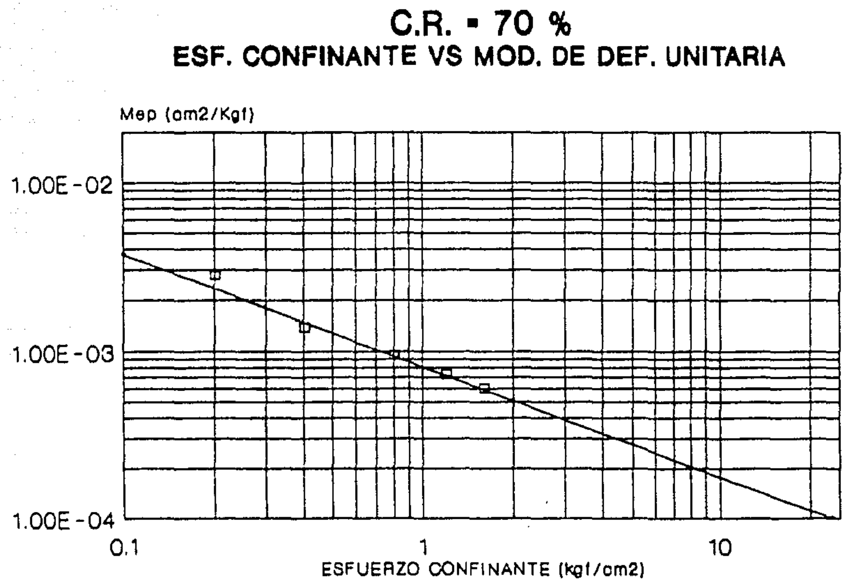
GRAF.V.10.2. CURVA DEFORMACION UNITARIA VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=70% Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 0.4 Kgf/cm2



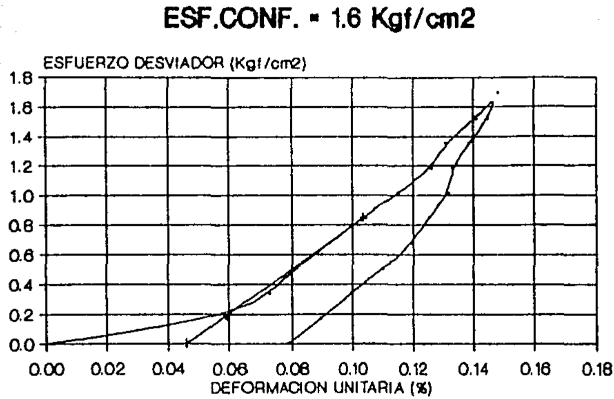
GRAF.V.10.3. CURVA DEFORMACION UNITARIA
VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=70%
Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 0.8 Kgf/cm2.



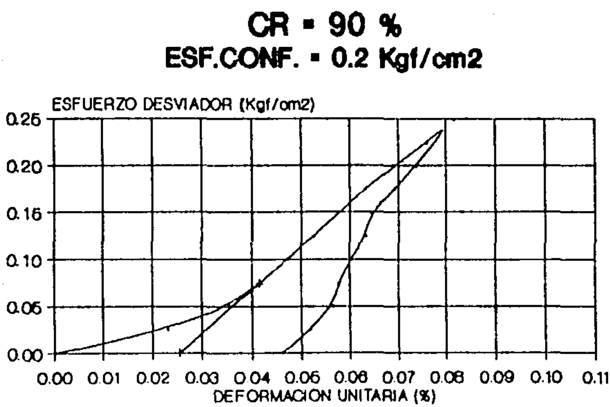
GRAF.V.10.4. CURVA DEFORMACION UNITARIA
VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=70%
Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 1.2 Kgf/cm2



GRAF. V.10.8. MODULOS DE DEFOMACION
PARA UNA COMPACIDAD RELATIVA DEL 70%
Y DIFERENTES ESFUERZOS CONFINANTES.

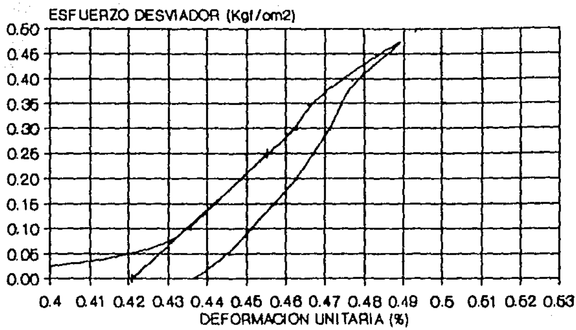


GRAF.V.10.5. CURVA DEFORMACION UNITARIA
VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=70%
Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 1.6 Kgf/cm2.



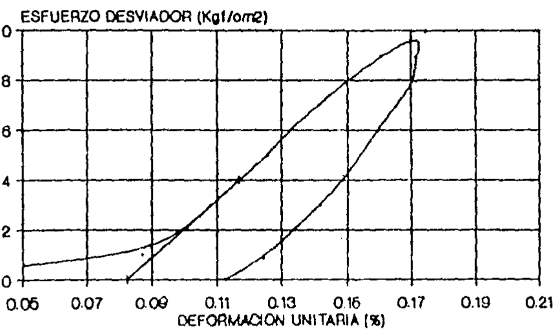
GRAF.V.11.1. CURVA DEFORMACION UNITARIA
VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=90%
Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 0.2 Kgf/cm2.

ESF.CONF. = 0.4 Kgf/cm2

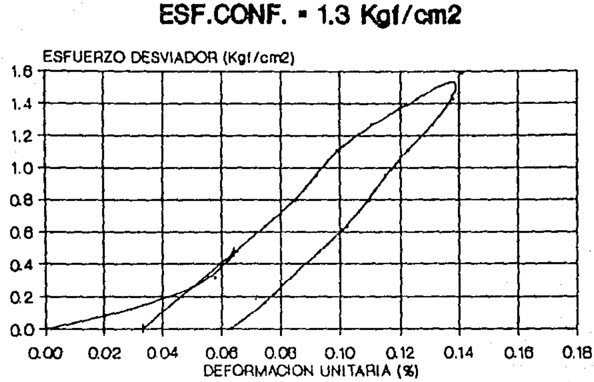


GRAF.V.11.2. CURVA DEFORMACION UNITARIA
VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=90%
Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 0.4 Kgf/cm2.

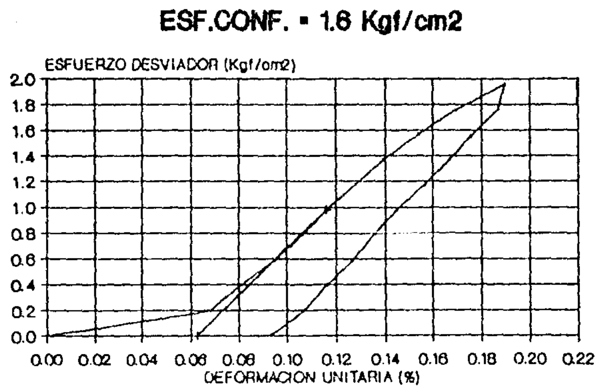
ESF.CONF. = 0.8 Kgf/cm2



GRAF.V.11.3. CURVA DEFORMACION UNITARIA
VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=90%
Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 0.8 Kgf/cm2.



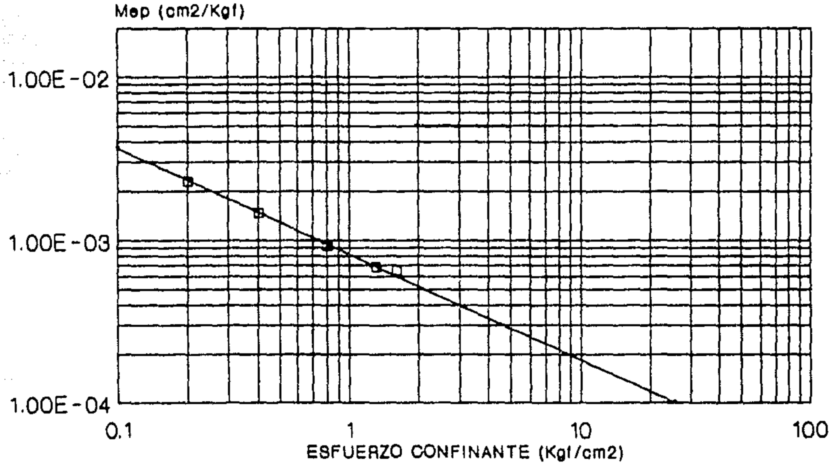
GRAF.V.11.4. CURVA DEFORMACION UNITARIA
VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=90%
Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 1.3 Kgf/cm2.



GRAF.V.11.5. CURVA DEFORMACION UNITARIA
VS ESFUERZO DESVIADOR, PARA UNA C.R.=90%
Y UN ESFUERZO CONFINANTE DE 1.6 Kgf/cm2.

C.R. = 90 %

ESF. CONFINANTE VS MOD. DE DEF. UNITARIA



GRAF. V.11.6. MODULOS DE DEFOMACION
PARA UNA COMPACIDAD RELATIVA DEL 90%
Y DIFERENTES ESFUERZOS CONFINANTES.

MODULOS DE DEFOMACION EN FUNCION DE LA COMPACIDAD RELATIVA Y DEL ESFUERZO CONFINANTE.

C.R.	ESFUERZO DE CONFINAMIENTO	DEFORMACION MAXIMA	ORDENADA AL ORIGEN	INC.ESF.MAX. ALICADO	DEFORMACION	MeR
	0.2	0.011132	0.010280	0.1980	0.000852	0.004303
	0.4	0.002741	0.001108	0.3993	0.001634	0.004091
10%	0.8	0.001609	0.000000	0.7995	0.001609	0.002013
	1.2	0.001592	0.000095	1.1993	0.001557	0.001298
	1.6	0.001603	0.000027	1.6172	0.001576	0.000975
	0.4	0.001460	0.000490	0.4180	0.000970	0.002321
	0.6	0.002098	0.001045	0.6230	0.001053	0.001690
30%	0.8	0.001310	0.000176	0.8320	0.001134	0.001363
	1.2	0.001563	0.000377	1.2480	0.001186	0.000950
	1.6	0.001897	0.000483	1.6640	0.001414	0.000850
	2.0	0.001379	0.000068	2.0810	0.001311	0.000630
	0.2	0.002760	0.002153	0.2180	0.000607	0.002784
	0.4	0.001320	0.000730	0.3820	0.000590	0.001545
50%	0.8	0.001030	0.000286	0.8000	0.000744	0.000930
	1.2	0.001060	0.000071	1.2360	0.000989	0.000800
	1.6	0.001090	0.000032	1.6540	0.001058	0.000640
	0.2	0.001379	0.000817	0.2017	0.000562	0.002786
	0.4	0.010580	0.010029	0.3962	0.000551	0.001391
70%	0.8	0.002126	0.001315	0.8540	0.000811	0.000950
	1.2	0.002069	0.001144	1.2710	0.000925	0.000728
	1.6	0.001483	0.000460	1.6900	0.001023	0.000605
	0.2	0.000816	0.000254	0.2409	0.000562	0.002258
	0.4	0.004931	0.004207	0.4957	0.000724	0.001461
90%	0.8	0.001741	0.000822	0.9950	0.000919	0.000924
	1.3	0.001408	0.000330	1.5860	0.001078	0.000680
	1.6	0.001897	0.000626	1.9580	0.001271	0.000649

TABLA V.5.

De las rectas tomando dos puntos cualesquiera podremos calcular la pendiente de la recta dada por:

$$n = \frac{\log M_{z\bullet} - \log M_{z\alpha}}{\log \sigma_{c\alpha} - \log \sigma_{c\bullet}}$$

y con ésta:

$$C = \frac{M_{z\bullet}}{\sigma_{c\bullet}^{-n}}$$

para obtener finalmente que:

$$M_{z\alpha} = C\, \sigma_{c\alpha}^{-n}$$

de esta manera se tiene:

σ_c	$Mz_\bullet$	Mz_α	$\sigma_{c\alpha}$	$\sigma_{c\bullet}$	n	C
kg/cm^2	cm^2/kgf	cm^2/kgf	kgf/cm^2	kgf/cm^2	(-)	(-)
10	1.74×10^{-2}	1×10^{-4}	14.0	0.1	1.043996	0.001572
30	7.25×10^{-3}	1×10^{-4}	18.0	0.1	0.824884	0.001085
50	4.60×10^{-3}	1×10^{-4}	21.1	0.1	0.715385	0.000886
70	3.72×10^{-3}	1×10^{-4}	23.5	0.1	0.662378	0.000809
90	3.48×10^{-3}	1×10^{-4}	25.5	0.1	0.640579	0.000796

Tabla V.6. Pediente (n) y constante (C) las rectas de los módulos de deformación.

luego entonces:

σ_c	$M_{z\alpha} = C\, \sigma_{c\alpha}^{-n}$
kgf/cm^2	cm^2/kgf
10	$M_{z\alpha} = 0.001572\, \sigma_{c\alpha}^{-1.043996}$
30	$M_{z\alpha} = 0.001085\, \sigma_{c\alpha}^{-0.824884}$
50	$M_{z\alpha} = 0.000886\, \sigma_{c\alpha}^{-0.715385}$
70	$M_{z\alpha} = 0.000809\, \sigma_{c\alpha}^{-0.662378}$
90	$M_{z\alpha} = 0.000796\, \sigma_{c\alpha}^{-0.640579}$

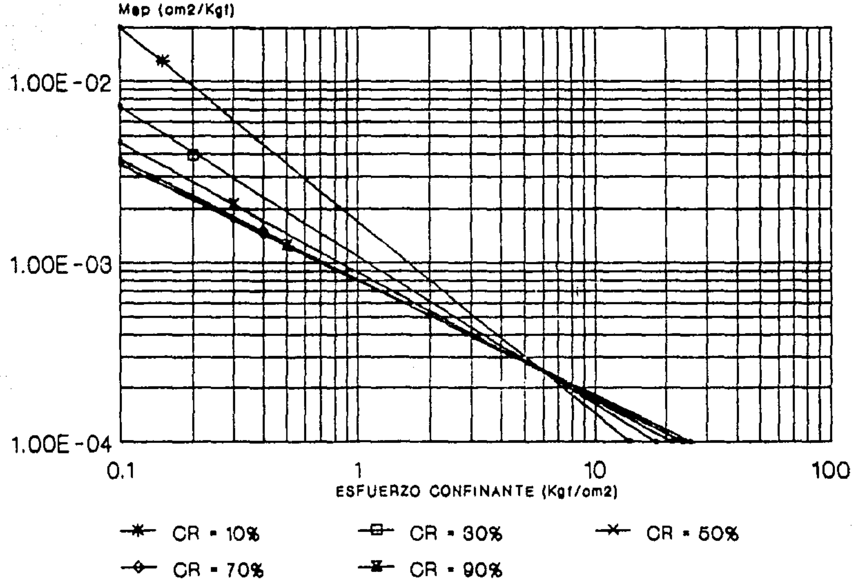
Tabla V.7. Ecuación de las rectas de los módulos de deformación en función del esfuerzo confinante.

V.4.3. RESUMIENDO LAS PRUEBAS TRIAXIALES DE DEFORMACION.

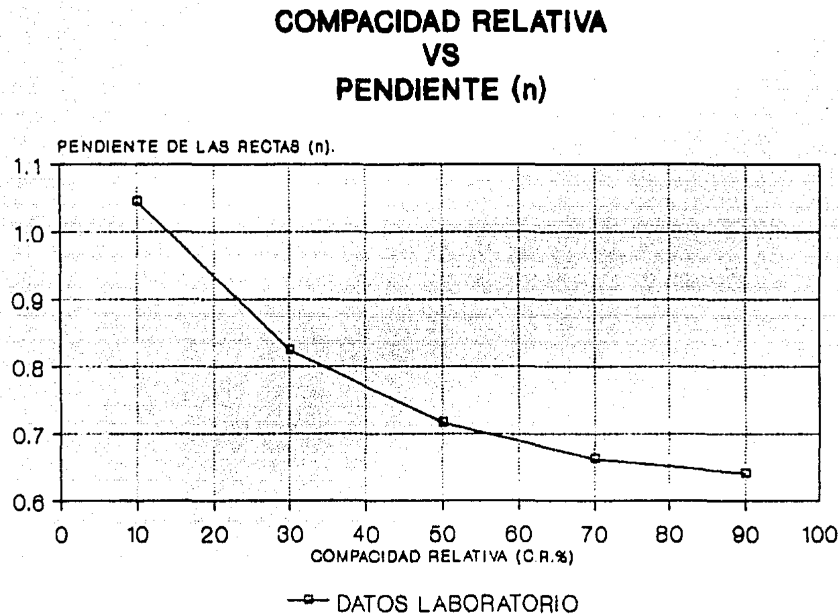
El trabajo práctico de ésta investigación, se puede resumir en la gráfica V.12.1.; donde se muestra la variación del módulo de deformación unitaria con respecto al esfuerzo confinante a diferentes compacidades relativas; que a fin de cuentas es la finalidad del presente trabajo; comentarios alusivos se pueden encontrar en el séptimo capitulo.

Si graficamos las pendientes (n) de las rectas de la gráfica anterior, tomándolas de la tabla V.6.; nos da como resultado la gráfica V.12.2., donde se puede apreciar la variación de las pendientes de las rectas supracitadas, notando que para valores de compacidades relatimas altas, la pendiente tiende a ser la misma, asi como para valores pequeños de ésta, la variación es grande.

En el apéndice B, se explicará un procedimiento para interpolar el módulo de deformación unitaria, para cualquier compacidad relativa y esfuerzo confinante, conociendo dos de las ecuaciones dadas en la tabla V.7.



GRAF. V.12.1. MODULOS DE DEF. UNITARIA PARA COMPACIDADES RELATIVAS DE 10,30,50,70 Y 90% EN FUNCION DEL ESFUERZO CONFINANTE.



GRAF.V.12.2.VARIACION DE LA PENDIENTE DE LAS RECTAS OBTENIDAS CON LA GRAF. V.12.1 VS. C.R. DATOS LABORATORIO. ARENA OTTAWA

VI. EJEMPLO DE APLICACION.

VI.1 INTRODUCCION.

Con el propósito de utilizar algunos de los conceptos y datos obtenidos en la presente investigación, se propone un ejemplo con caracteristicas similares a las que se puedan encontrar en la práctica. Cabe recalcar, que la finalidad de la presente investigación, es la citada en la introducción, mas no dar solución al ejemplo que a continuación se describe.

VI.2.PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

En una playa se construirá un hotel de 26 niveles, teniendo una carga total de 30 ton/m^2 incluyendo su losa de cimentación. El departamento de estructuras nos pide calcular los asentamientos que sufrirá el subsuelo debido al peso de la estructura y cimentación.

En las figuras VI.1. y VI.3. se muestran las dimensiones de la cimentación, caracteristicas del subsuelo, la ubicación de los pozos de sondeo, asi como los puntos en donde se va a calcular la deformación vertical.

VI.3. TRABAJO DE CAMPO.

Para poder calcular los asentamientos del subsuelo, se tuvieron que hacer pruebas de penetración estándar (SPT) las cuales consisten en dejar caer un martillo de 63.5 Kgf sobre una barra de perforación desde una altura de 76cm; las dimensiones del aparato son estándar.

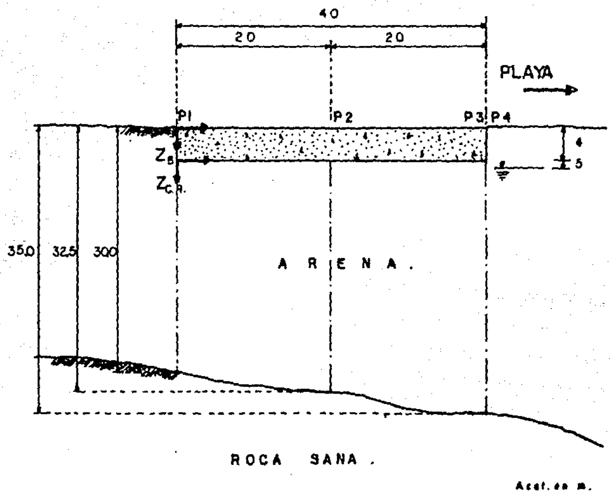


Figura. VI.3. Perfil del subsuelo y losa de cimentación.

Se va a medir el número de golpes necesario para que el martillo perfore 30cm. Con el fin de considerar la falta de apoyo, los golpes de los primeros 15 cm de penetración no son tomados en cuenta, es decir, se toma el número de golpes necesarios para penetrar de 15 a 45 cm siendo éste el valor de N (Se van colocando extesiones al martillo hasta llegar a la profundidad deseada).

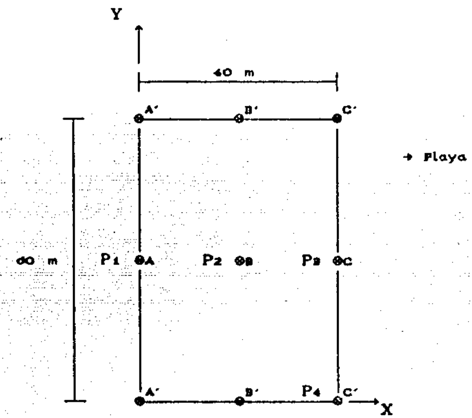


FIG. VI. 1. PlantadelHotel.

Una vez conocidos los valores de N a cada 30cm, se grafican con la profundidad a la que fueron obtenidos, para obtener un número de golpes promedio a diferentes profundidades segun se asemejen, tomando una desviación estándar máxima de los mismos (*Para mayor información se puede consultar la Ref.9*). Para nuestro ejemplo los valores promedio de N con respecto a la profundiadad en que fueron obtenidos se encuentran en la figura VI.2.

Con el número de golpes promedio, estamos dividiendo al subsuelo en diferentes estratos, según la resistencia que presentaron en la prueba de penetración estándar, luego entonces podemos conocer la compacidad relativa del estrato como se verá más adelante en la col.9 de la tabla VI.1.

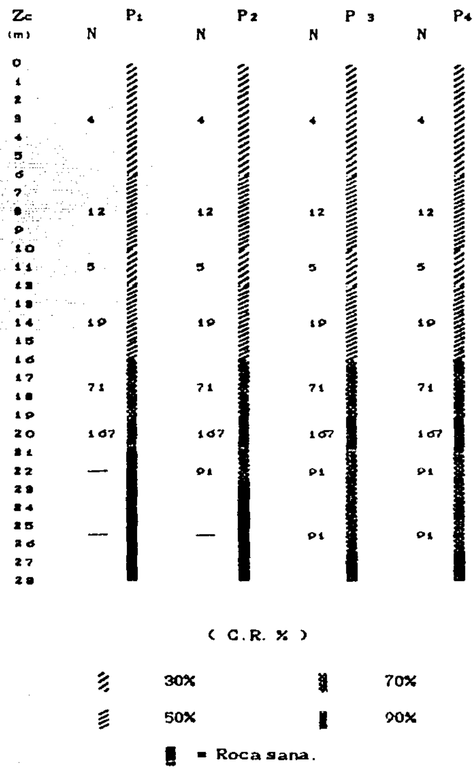


Figura. VI. 2. Resultados de las pruebas de penetración estándar con el número de golpes promedio.

Con los resultados de los pozos (fig.VI.2.) se llega a la conclusión de que en el sentido del eje "x" se presentan los estratos de arena mostrados en la figura VI.4., así por observación en los resultados de los pozos 3 y 4 que fueron similares, se presume que el subsuelo no tiene variación en el sentido del eje "y" a lo mostrado en el eje "x".

VI.4. HIPOTESIS.

Para el cálculo de los asentamientos, se tomarán en cuenta las siguientes hipótesis:

→1.-Dado que se encontró en campo arena compuesta con partículas de cuarzo uniformes, se podrá considerar como arena de Ottawa que fué la utilizada en laboratorio.

→2.-Se considerará que la carga que produce el peso de la estructura más la cimentación menos el material excavado (23.7 Ton/m^2), es la mitad del esfuerzo desviador de falla del material; con el fin de poder utilizar los datos obtenidos en laboratorio. Con esto estaremos del lado de la seguridad, ya que la mitad de el esfuerzo desviador de falla del material es mucho mayor al esfuerzo actuante, lo que implica que los módulos de deformación estarán sobrados.

→3.-La losa de cimentación se considera totalmente flexible para el cálculo de los asentamientos.

→4.-Para estar del lado de la seguridad, el valor de ν_c dado por la expresión II.13.b. se cosiderará igual a la unidad, devido a que éste siempre es menor que uno, y multiplica a los asentamientos, haciéndo menores los valores.

Nota. El material se comportará en estado elasto-plástico, por lo cual se utilizará Mep, además en nuestro caso, éste es igual al Mz.

VI.5. CALCULO DE ASENTAMIENTOS.

Para calcular los asentamientos, se ideó la tabla VI.1. que a continuación se describe para el pozo 1 punto A a manera de ejemplo.

Para un mejor entendimiento, la tabla se divide en cinco partes.

I.-Calculo de la compacidad relativa del material.

A partir de las pruebas de penetración se obtendrá la compacidad relativa del subsuelo por estrato.(*Ver fig.VI.2).*[1]

Columna 1. Con el promedio del número de golpes a diferentes profundidades, se pudo dividir al subsuelo en diferentes estratos del mismo material, con diferentes compacidades relativas.

Columna 2. Con la diferencia de alturas de la columna anterior se tiene el espesor del estrato.

Columna 3. El número de golpes promedio es el citado en el subtema anterior, que es proporcionado a partir de las pruebas de prenetración (*Ver figura VI.2).*

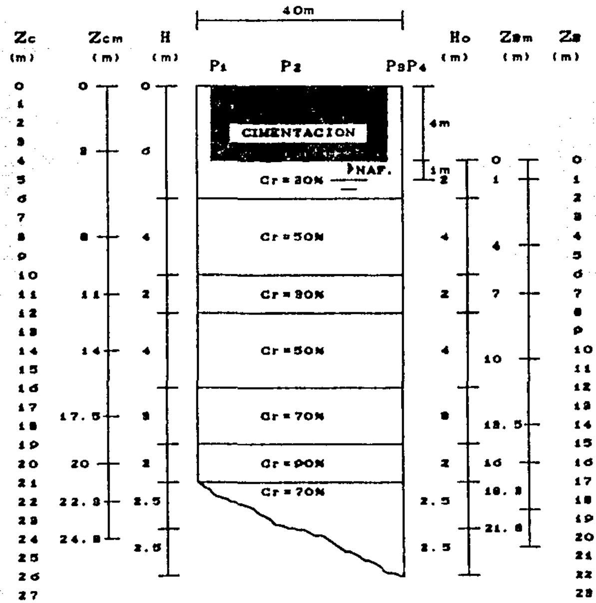
Columna 4. Como se puede notar en la figura IV.4., el nivel de aguas freático está cinco metros por debajo de la superficie de desplante, por lo cual el número de golpes de la prueba de penetración, es afectado por sumergencia. El efecto de sumergencia ha sido estudiado por muchos investigadores; Terzaghi y Peck (1948) , entre otros, sugieren para arenas finas o muy finas con valores de

---

[1] Referencia 10.

penetración N mayores de 15, corregir el valor de N mediante la expresión:

$$\boxed{N = 15 + \frac{(N' - 15)}{2} \qquad \textit{para} \qquad N' > 15}$$



Zm, Zsm = Profundidades a la mitad de los estratos con respecto a Zc y Zs respectivamente.

Figura VI.4. Estatigrafia del terreno.

Luego entonces substituyendo los valores de la columana anterior (N') en esta última expresión obtendremos el múmero de golpes corregido por penetración.

Columna 5. Se van a utilizar dos ejes de referencia en sentido vertical para el cálculo de los asentamientos. Uno Z_c que será utilizado para el cálculo de las C.R. y condiciones iniciales del terreno; el otro Z_B que se utilizará para el cálculo de esfuerzos por sobrecarga.

Haciendo referencia a Z_c, se obtienen las profundidades a la mitad de los estratos en base a la columna 2.

Columna 6. Al inicio del problema no se saben las compacidades relativas de cada estrato, ya que es lo que tratamos de averiguar. Sabiendo que los pesos especificos varian con respecto a la C.R. y al tratar de obtener el esfuerzo vertical por estrato, nos enfrentamos al problema de tener que tomar los pesos especificos seco y saturado promedios, obtenidos de la siguente forma:

El peso especifico seco promedio se obtiene con la media aritmética de los datos encontrados en la tabla III.3. *(Ver hipótesis al problema).*

El peso especifico saturado se obtiene con la ecuación VI.3. que a continuación se muestra:

Recordando que:

$$S_s = \frac{W_s}{V_s \gamma_o} \qquad \gamma_d = \frac{W_s}{V_m}$$

de esta forma:

$$\gamma_d = \frac{S_s V_s \gamma_o}{V_m} = \frac{S_s V_s \gamma_o}{V_s + V_v} = \frac{S_s \gamma_o}{\frac{V_s + V_v}{V_s}}$$

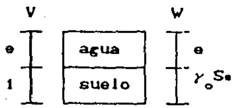
$$\gamma_d = \frac{S_s \gamma_o}{1 + e} \qquad \text{...(VI.1)}$$

de donde

$$\boxed{e = \frac{S_s \gamma_o}{\gamma_d} - 1} \qquad \text{...(VI.2)}$$

Para nuestro caso, S_s = 2.65 por tratarse como ya se dijo de partículas de cuarzo.[2]

Haciendo la relación:



Si $V_s = 1 \rightarrow V_v = e$

por lo que $W_v = 1 \cdot e$

$\gamma_s = W_s/V_s = W_s = S_s \gamma_o$

$\gamma_{sat} = W_m/V_m$

$$\gamma_{sat} = \frac{e + S_s \gamma_o}{1 + e}$$ y con la ec. VI.1.

$$\boxed{\gamma_{sat} = \frac{e}{1 + e} + \gamma_d} \qquad \text{...(VI.3)}$$

de ésta manera conocemos ya los γ_{sat} para las compacidades relativas de la tabla III.3., sacando la media aritmética de estos valores y la de los γ_d se llega a:

$$\bar{\gamma}_d = 1.59 \text{ Ton/m}^3 \qquad \text{y} \qquad \bar{\gamma}_{sat} = 1.99 \text{ Ton/m}^3$$

(se tomaron todas las compacidades relativas).

Con los pesos específicos promedio se puede conocer el esfuerzo vertical que proporciona cada estrato en forma aproximada, multiplicado los mismos por el espesor del estrato ($\Delta\sigma_v = H\ \bar{\gamma}$), teniendo cuidado si el estrato está parcialmente saturado o saturado. Con esto completamos la col.6.

---

[2] Tomado de la Referencia 4.

Nota: En la col.22 se encuentran los valores de estas presiones tomando los pesos específicos correspondientes para cada compacidad relativa del estrato; donde se podrá observar que prácticamente son los mismos, ya que la variación de γ_d es mínima entre cada compacidad relativa.

Columna 7. Los valores de la col. anterior se suman para obtener las presiones acumuladas por estrato en su parte inferior.

Columna 8. Lo que nos interesa es conocer los esfuerzos a la mitad de cada estrato con referencia a la superficie del terreno (condiciones iniciales) con los pesos específicos promedios. Lo cual se logra con las cols. 6 y 7, con excepción del primer estrato que está parcialmente saturado.

Columna 9. Con ayuda de la gráfica VI.1.,[3] propuesta por Coffman , podemos obtener la compacidad relativa del material, en función del número de golpes (corregidos por sumergencia) de la prueba de penetración (col.4) y con el esfuerzo vertical a la mitad del estrato (col.8).

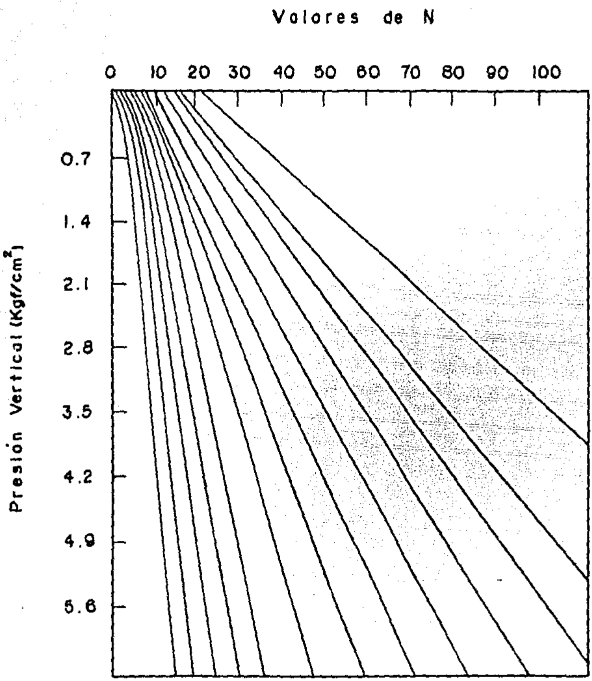
<u>II.-Calculo del incremento de esfuerzo vertical por sobrecarga menos excavacion utilizando el metodo de Boussinesq.</u>

Se obtendrá el incremento de esfuerzo vertical por la sobrecarga, restando el decremento de esfuerzo por excavación. En esta parte ya se presupone a la estructura, por lo cual analizaremos las condiciones finales.

Columna 10. Para éste caso nos basaremos en un nuevo sistema de referencia (Zs) *(Ver figura VI.4.)*;ya que el asentamiento se deberá a la parte del subsuelo que se

---

[3] Tomada de la Ref. 8.



Grafica. VI.I. Curvas propuestas por Coffman, para obtener la compacidad relativo en función de la presión vertical y el valor de N.

encuentre por debajo de la estructura. En esta columna se indican las nuevas cotas de los estratos dados, con respecto al eje Z_B.

Columna 11. La altura del estrato compresible "H_o" se obtiene con la diferencia de cotas de la columna anterior, la cual se puede ver en la figura VI.4.

Columna 12. Con ayuda de la columna anterior, podemos obtener la profundidad media del estrato en el eje Z_B, como se muestra en la fig.VI.4.

Columna 13. Recordando como se obtiene una distribución de esfuerzos en una masa de suelo según Boussinesq, debido a una sobrecarga; se necesitan calcular los valores de "m" y "n", luego entonces, en esta columna se calcula el valor de "**m** = X/Z_B", donde el valor de X se obtendrá dependiendo de cada punto (*Ver figura* VI.1); el valor de Z_B es el obtenido en la columna 12. Para nuestro caso (pozo 1 punto A) el valor de X es de 20m (Recuérdese que los valores de X y Y describen un área no un punto). [4]

Columna 14. El valor de "n" está dado por $n=Y/Z_B$, donde para nuetro caso Y=30.

Columna 15. Los valores de "m" y "n" se substituyen en la siguiente ecuación para obtener el valor de Wo.

$$W_o = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{2mn\,(m^2+n^2+1)^{1/2}}{(m^2+n^2+1)+m^2n^2}\;\frac{m^2+n^2+2}{(m^2+n^2+1)} + \text{ang tg}\,\frac{2mn\,(m^2+n^2+1)^{1/2}}{(m^2+n^2+1)-m^2n^2}\right]$$

Nota: si el ang tg A es negativo, habrá que sumarle a Wo un π radianes.

[4] Para mayor informacion, consultar Ref. 3.

Cabe aclarar que la posición de los ejes "X" y "Y" en la fig.VI.1. es intercambiable, ya que los valores de "m" y "n" lo son también, como se puede verificar en la ec. anterior.

Columna 16. El incremento de esfuerzo vertical por sobrecarga menos el decremento de esfuerzo vertical por excavación, se pueden calcular por la siguiente expresión en base a Boussinesq:

$$\boxed{\sigma_z = W\ W_o}$$

donde el esfuerzo es el producido por el área total XY, es nuestro problema esta área se tuvo que fraccionar en partes para algunos puntos, por lo cual, la expresión anterior fué multiplicada por 1, 2 o 4 según el caso.[5] En el caso del punto A, como se puede apreciar en la fig.VI.1. fué necesario dividir al área en dos partes, por lo tanto la expresión anterior se multiplicará por dos.

El valor de la carga "W" consiste en 30 Ton/m^2 dadas por la esturctura menos el esfuerzo devido de la excavación, obtenido con el producto de γ_d para una C.R. de 30% por cuatro metros que es el espesor de lo excavado; de esta forma tenemos:

$$W = 30 - (1.566)(4) = 23.736\ \text{Ton/m}^2$$

el valor de γ_d puede consultarse en la tabla III.3. (se toma el peso especifico <u>seco</u> para C.R.=30%, ya que el N.A.F. se encuentra a 5m de la superficie de desplante y lo que se excava tiene una C.R.= 30% como se vió en la col.9).

---

[5] Puntos A y C (2); B (4); A',B'y C' (1).

III.-Calculo del esfuerzo confinante promedio en campo.

Para poder conocer el módulo de deformación en cada estrato, es indispensable conocer el esfuerzo confinante en campo del estrato, ya que el primero depende de este último.

Columna 17. Con la compacidad relativa del estrato (col.9) podemos conocer el ángulo de fricción interna del material dado en la tabla V.2.

Columna 18. El coeficiente de presión lateral en reposo (K_o) juega un papel muy importante en la obtención del esfuerzo confinante en campo. Considérese un punto de la masa de suelo que tiene un esfuerzo vertical σ_z y un esfuerzo horizontal σ_h entonces: $K_o = \sigma_h/\sigma_v$. Donde K_o nos representa la relación de esfuerzos efectivos en reposo y depende del tipo de suelo, la estatigrafía y los esfuerzos a los que ha estado sometido el suelo a través de las distintas épocas. Por ejemplo, si los sedimentos están normalmente cargados, el valor de K_o para arenas es del orden de 0.4, (si la arena está en estado suelto) y 0.8 para arena muy compacta.

Existen diversas formas empíricas para calcular este coeficiente. Una de las más usuales es la propuesta por Jaky[1] la cual está dada por la expresión:

$$\boxed{K_o = 1 - \text{sen}\ \phi}$$

Columna 19. El peso específico seco se toma de la tabla III.3.

Columna 20. Con la ecuación VI.2. y la col. 19 se obtiene la relacion de vacios inicial (recordando que S_s=2.65).

[1] Tomado de la referencia 4.

Columna 21. Con la ec.VI.3. se obtiene el peso especifico saturado (las cols. 20 y 21 se obtuvieron ya en forma informal para obtener el peso especifico saturado promedio, utilizado en las cols. 6, 7 y 8 pero incluyendo para la C.R. de 10% que, como se observa en la col. 9, resultó no tener lugar en nuestro problema).

Columna 22. El esfuerzo vertical por estrato se obtiene multiplicando la col.21 por la col.2. (se está tomando la condición inicial o sea antes de excavar y cargar el terreno). Nótese que en el caso de el primer estrato, hay que tomar en cuenta el N.A.F.

Columna 23. Se obtiene sumando por renglón la col. anterior.

Columna 24. Se obtienen los esfuerzos verticales a la mitad del estrato antes de poner la sobrecarga (tomando como referencia la superficie del terreno). Esto se puede lograr con la ayuda de las cols. 22 y 23.

Columna 25. Para las condiciones iniciales (antes de poner la sobrecarga) se obtiene el esfuerzo confinante en campo por medio de la expresión:[7]

$$\boxed{\sigma_c = \frac{(1 + 2\ K_o)}{3}\ \sigma_z} \qquad \text{...(VI.4)}$$

como se puede ver, la determinación del esfuerzo de confinamiento es súmamente empirica, sin embargo, los valores obtenidos son válidos para fines prácticos. El valor de K_o es el obtenido en la col.18 y el σ_z en la col.24.

Columna 26. El incremento de esfuerzo confinante debido al la sobrecarga se obtiene de forma análoga al

[7] Referencia 11.

descrito en la columna anterior, con la diferencia que el σ_x será el obtenido en la col.16. producto de la sobrecarga menos excavación.

Columna 27. Teniendo el σ_c inicial (antes de aplicada la sobrecarga, col. 25), y el $\Delta\sigma_c$ debido a la sobrecarga (col.26) el esfuerzo confinante promedio que se espera se tenga en campo será:

$$\boxed{\sigma_{c\ promedio} = \sigma_{c\ inicial} + \frac{1}{2}\,\Delta\sigma_{c\ final}}$$

Nota: Se toma el $\sigma_{c\ promedio}$, ya que el parámetro que rige el asentamiento no es el inicial ni el final, sino un valor intermedio.

IV.-Calculo del Modulo de deformacion unitaria (Mz).

Para la obtención del módulo de deformación, se utilizarán las ecuaciones de las rectas de la gráfica V.12.1. citadas en la tabla V.7.

Columna 28. El coeficiente "C" es tomado de la tabla V.6. dependiendo de la C.R. de cada estrato.

Columna 29. El subindice "n" se obtiene de la tabla V.6.

Columna 30. El Módulo de deformación unitaria se obtiene con la ec.IV.9. en donde σ_{ca} es el obtenido en la col.27. Con ésto estamos obteniendo un módulo de deformación promedio entre las condiciones iniciales (antes de la sobrecarga) y las finales (después de aplicada la sobrecarga y hecha la excavación), tomando en cuenta la C.R. del estrato en cuestión.

V.-Calculo de los asentamientos.

Se obtendrán los asentamientos por estrato y la suma total de éstos por cada punto de interés.

Columna 31. Las deformaciones por estrato compresible son las calculadas con la expresión propuesta por el Dr. Zeevaert:

$$\boxed{\delta = M_z \, H_o \, \Delta\sigma_{v}}$$

datos que se encuentran en las cols. 30, 11, y 16 respectivamente.

Columna 32. La deformación total es la suma de las deformaciones parciales de los estratos, obtenidas de la columa anterior.

TABLA VI.1.

CALCULO DE LA COMPACIDAD RELATIVA DEL MATERIAL.

1	2	3	4	5	6	7	8
Estrato (m)	Altura del Estrato. (m)	N ' Promedio (#golpes)	N Corregido (#golpes)	Profundidad media del Estrato eje Zcr (m)	Pres. vert. con peso esp sat.prom. por estrato (Ton/m2)	Pres. vert. con peso esp sat.prom. x est.acum. (Ton/m2)	Pres. vert. con peso esp sat.prom.a 1/2 est. (Ton/m2)
P O Z O 1			PUNTO A				
0-6	6	4	4	3	9.95	9.95	4.77
6-10	4	12	12	8	7.97	17.92	13.94
10-12	2	5	5	11	3.99	21.91	19.92
12-16	4	19	17	14	7.97	29.88	25.90
16-19	3	71	43	17.5	5.98	35.86	32.87
19-21	2	167	91	20	3.99	39.85	37.85
SE TOMA COMO REFERENCIA AL POZO 1.			PUNTO A'				
0-6	6			3			
6-10	4	NO EXISTE POZO EN EL		8	NO ES NESESARIO EL CALCULO DE LAS		
10-12	2	PUNTO A'		11	COLUMNAS 6,7,8 PORQUE SE TOMA LA C.R.		
12-16	4	SE CONSIDERAN LAS CARAC-		14	DE LOS ESTRATOS DEL PUNTO A.		
16-19	3	TERISTICAS DEL POZO 1		17.5	(Ver planteamiento del problema)		
19-21	2			20			
P O Z O 2			PUNTO B				
0-6	6	4	4	3.0	9.95	9.95	4.77
6-10	4	12	12	8.0	7.97	17.92	13.94
10-12	2	5	5	11.0	3.99	21.91	19.92
12-16	4	19	17	14.0	7.97	29.88	25.90
16-19	3	71	43	17.5	5.98	35.86	32.87
19-21	2	167	91	20.0	3.99	39.85	37.85
21-23.5	2.5	91	53	22.3	4.98	44.83	42.34

CALCULO DEL ESFUERZO VERTICAL POR SOBRECARGA MENOS EXCAVACION POR BOUSSINESQ.

9	10	11	12	13	14	15	16
C. R. (%)	Estrato (m)	Altura del estrato compresibe Ho (m)	Profindidad media eje Zb (m)	m (X/Zb) (-)	n (Y/Zb) (-)	Wo (-)	Inc. de esf. vertical por sobrecarga -excavacion (Ton/m2)
30	0-2	2	1.0	40.00	30.00	0.250	11.87
50	2-6	4	4.0	10.00	7.50	0.250	11.85
30	6-8	2	7.0	5.71	4.29	0.248	11.79
50	8-12	4	10.0	4.00	3.00	0.246	11.66
70	12-15	3	13.5	2.96	2.22	0.240	11.39
90	15-17	2	16.0	2.50	1.88	0.235	11.14
30	0-2	2	1.0	40.00	60.00	0.250	5.93
50	2-6	4	4.0	10.00	15.00	0.250	5.93
30	6-8	2	7.0	5.71	8.57	0.249	5.92
50	8-12	4	10.0	4.00	6.00	0.248	5.89
70	12-15	3	13.5	2.96	4.44	0.246	5.83
90	15-17	2	16.0	2.50	3.75	0.243	5.77
30	0-2	2	1.0	20.00	30.00	0.250	23.73
50	2-6	4	4.0	5.00	7.50	0.249	23.64
30	6-8	2	7.0	2.86	4.29	0.245	23.29
50	8-12	4	10.0	2.00	3.00	0.238	22.58
70	12-15	3	13.5	1.48	2.22	0.225	21.84
90	15-17	2	16.0	1.25	1.88	0.214	20.28
70	17-19.5	2.5	18.3	1.10	1.64	0.203	19.24

||CALCULO DEL ESFUERZO CONFINANTE PROMEDIO EN CAMPO.

17	18	19	20	21	22	23	24
Angulo de ficcion interna (grados)	Coeficiente de presion lateral en reposo (Ko) (-)	Peso especifico seco (Ton/m3)	e (-)	Peso especifico saturado (Ton/m3)	Presion vertical con peso esp sat. X est. (Ton/m2)	Presion vertical con peso esp sat. X est. acum(Ton/m2)	Pres.Vert. con peso esp sat.(1/2)est compresible (Ton/m2)
30.37	0.494	1.566	0.692	1.975	9.81	9.81	4.70
30.68	0.490	1.591	0.666	1.991	7.96	17.77	13.79
30.37	0.494	1.566	0.692	1.975	3.95	21.72	19.74
30.68	0.490	1.591	0.666	1.991	7.96	29.68	25.70
31.00	0.485	1.616	0.640	2.006	6.02	35.70	32.69
33.65	0.446	1.643	0.618	2.028	4.05	39.74	37.72
30.37	0.494	1.566	0.692	1.975	9.81	9.81	4.70
30.68	0.490	1.591	0.666	1.991	7.96	17.77	13.79
30.37	0.494	1.566	0.692	1.975	3.95	21.72	19.74
30.68	0.490	1.591	0.666	1.991	7.96	29.68	25.70
31.00	0.485	1.616	0.640	2.006	6.02	35.70	32.69
33.65	0.446	1.643	0.613	2.023	4.05	39.74	37.72
30.37	0.494	1.566	0.692	1.975	9.81	9.81	4.70
30.68	0.490	1.591	0.666	1.991	7.96	17.77	13.79
30.37	0.494	1.566	0.692	1.975	3.95	21.72	19.74
30.68	0.490	1.591	0.666	1.991	7.96	29.68	25.70
31.00	0.485	1.616	0.640	2.006	6.02	35.70	32.69
33.65	0.446	1.643	0.619	2.023	4.05	39.74	37.72
31.00	0.485	1.616	0.640	2.006	5.02	44.76	42.25

			MODULO DE DEFORMACION UNITARIA.			ASENTAMIENTOS.	
25	26	27	28	29	30	31	32
Esfuerzo confinante inicial (Ton/m2)	Inc. esf. conf.conf. devido a la sobrecarga (Ton/m2)	Esfuerzo confinante promedio (Ton/m2)	C (-)	n (-)	Mz (m2/Ton)	deformaciones por estrato compresible (m)	Deformacion total (cm)
3.11	7.87	7.05	0.001085	0.824884	2.17E-04	0.0051	
9.10	7.82	13.01	0.000886	0.715385	1.41E-04	0.0067	
13.09	7.82	17.00	0.001085	0.824884	1.05E-04	0.0025	
16.96	7.69	20.80	0.000886	0.715385	1.01E-04	0.0047	
21.47	7.48	25.20	0.000809	0.662378	9.54E-05	0.0033	
23.79	7.02	27.30	0.000796	0.640579	9.57E-05	0.0021	2.44
3.11	3.93	5.08	0.001085	0.824884	2.84E-04	0.0034	
9.10	3.91	11.05	0.000886	0.715385	1.59E-04	0.0038	
13.09	3.92	15.05	0.001085	0.824884	1.16E-04	0.0014	
16.96	3.89	18.90	0.000886	0.715385	1.08E-04	0.0025	
21.47	3.83	23.38	0.000809	0.662378	1.00E-04	0.0018	
23.79	3.64	25.61	0.000796	0.640579	9.97E-05	0.0012	1.40
3.11	15.73	10.98	0.001085	0.824884	1.50E-04	0.0071	
9.10	15.60	16.90	0.000886	0.715385	1.17E-04	0.0111	
13.09	15.44	20.81	0.001085	0.824884	8.87E-05	0.0041	
16.96	14.90	24.41	0.000886	0.715385	9.01E-05	0.0081	
21.47	14.01	28.47	0.000809	0.662378	8.80E-05	0.0056	
23.79	12.79	30.18	0.000796	0.640579	8.97E-05	0.0036	
27.74	12.64	34.06	0.000809	0.662378	7.82E-05	0.0038	4.35

TABLA VI.1. Continuacion.

IICALCULO DE LA COMPACIDAD RELATIVA DEL MATERIAL.

1	2	3	4	5	6	7	8
Estrato (m)	Altura del Estrato. (m)	N ' Promedio (#golpes)	N Corregido (#golpes)	Profundidad media del Estrato eje 2cr (m)	Pres. vert. con peso esp sat.prom. por estrato (Ton/m2)	Pres. vert. con peso esp sat.prom. x est.acum. (Ton/m2)	Pres. vert. con peso esp sat.prom.a 1/2 est. (Ton/m2)
SE TOMA COMO REFERENCIA AL POZO 2.			PUNTO B'				
0-6	6	NO EXISTE POZO EN EL PUNTO B' SE CONSIDERAN LAS CARAC-TERISTICAS DEL POZO 2		3.0	NO ES NESESARIO EL CALCULO DE LAS COLUMNAS 6,7,8 PORQUE SE TOMA LA C.R. DE LOS ESTRATOS DEL PUNTO B. (Ver planteamiento del problema)		
6-10	4			8.0			
10-12	2			11.0			
12-16	4			14.0			
16-19	3			17.5			
19-21	2			20.0			
21-23.5	2.5			22.3			
P O Z O 3			PUNTO C				
0-6	6	4	4	3.0	9.95	9.95	4.77
6-10	4	12	12	8.0	7.97	17.92	13.94
10-12	2	5	5	11.0	3.99	21.91	19.92
12-16	4	19	17	14.0	7.97	29.88	25.90
16-19	3	71	43	17.5	5.98	35.86	32.87
19-21	2	167	91	20.0	3.99	39.85	37.85
21-23.5	2.5	91	53	22.3	4.98	44.83	42.34
23.5-26	2.5	91	53	24.8	4.98	49.81	47.32
P O Z O 4			PUNTO C'				
0-6	6	4	4	3.0	9.95	9.95	4.77
6-10	4	12	12	8.0	7.97	17.92	13.94
10-12	2	5	5	11.0	3.99	21.91	19.92
12-16	4	19	17	14.0	7.97	29.88	25.90
16-19	3	71	43	17.5	5.98	35.86	32.87
19-21	2	167	91	20.0	3.99	39.85	37.85
21-23.5	2.5	91	53	22.3	4.98	44.83	42.34
23.5-26	2.5	91	53	24.8	4.98	49.81	47.32

CALCULO DEL ESFUERZO VERTICAL POR SOBRECARGA MENOS EXCAVACION POR BOUSSINESQ.

9	10	11	12	13	14	15	16
C. R.	Estrato	Altura del estrato compresibe Ho	Profundidad media eje Zb	m (X/Zb)	n (Y/Zb)	Wo	Inc.de esf. vertical por sobrecarga -excavacion
(%)	(m)	(m)	(m)	(-)	(-)	(-)	(Ton/m2)
30	0-2	2	1.0	20.00	60.00	0.250	11.87
50	2-6	4	4.0	5.00	15.00	0.249	11.83
30	6-8	2	7.0	2.86	8.57	0.246	11.68
50	8-12	4	10.0	2.00	6.00	0.240	11.38
70	12-15	3	13.5	1.48	4.44	0.229	10.86
90	15-17	2	16.0	1.25	3.75	0.220	10.43
70	17-19.5	2.5	18.3	1.10	3.29	0.211	10.01
30	0-2	2	1.0	40.00	30.00	0.250	11.87
50	2-6	4	4.0	10.00	7.50	0.250	11.85
30	6-8	2	7.0	5.71	4.29	0.248	11.79
50	8-12	4	10.0	4.00	3.00	0.246	11.66
70	12-15	3	13.5	2.96	2.22	0.240	11.39
90	15-17	2	16.0	2.50	1.88	0.235	11.14
70	17-19.5	2.5	18.3	2.19	1.64	0.229	10.85
70	19.5-22	2.5	20.8	1.93	1.45	0.221	10.51
30	0-2	2	1.0	40.00	60.00	0.250	5.93
50	2-6	4	4.0	10.00	15.00	0.250	5.93
30	6-8	2	7.0	5.71	8.57	0.249	5.92
50	8-12	4	10.0	4.00	6.00	0.248	5.89
70	12-15	3	13.5	2.96	4.44	0.246	5.83
90	15-17	2	16.0	2.50	3.75	0.243	5.77
70	17-19.5	2.5	18.3	2.19	3.29	0.240	5.71
70	19.5-22	2.5	20.8	1.93	2.89	0.237	5.62

CALCULO DEL ESFUERZO CONFINANTE PROMEDIO EN CAMPO.

17	18	19	20	21	22	23	24
Angulo de ficcion interna (grados)	Coeficiente de presion lateral en reposo (Ko) (-)	Peso especifico seco (Ton/m3)	e (-)	Peso especifico saturado (Ton/m3)	Presion vertical con peso esp sat. X est. (Ton/m2)	Presion vertical con peso esp sat. X est. acum (Ton/m2)	Pres.Vert. con peso esp sat.(1/2)est compresible (Ton/m2)
30.37	0.494	1.566	0.692	1.975	9.81	9.81	4.70
30.68	0.490	1.591	0.666	1.991	7.96	17.77	13.79
30.37	0.494	1.566	0.692	1.975	3.95	21.72	19.74
30.68	0.490	1.591	0.666	1.991	7.96	29.68	25.70
31.00	0.485	1.616	0.640	2.006	6.02	35.70	32.69
33.65	0.446	1.643	0.613	2.023	4.05	39.74	37.72
31.00	0.485	1.616	0.640	2.006	5.02	44.76	42.25

30.37	0.494	1.566	0.692	1.975	9.81	9.81	4.70
30.68	0.490	1.591	0.666	1.991	7.96	17.77	13.79
30.37	0.494	1.566	0.692	1.975	3.95	21.72	19.74
30.68	0.490	1.591	0.666	1.991	7.96	29.68	25.70
31.00	0.485	1.616	0.640	2.006	6.02	35.70	32.69
33.65	0.446	1.643	0.613	2.023	4.05	39.74	37.72
31.00	0.485	1.616	0.640	2.006	5.02	44.76	42.25
31.00	0.485	1.616	0.640	2.006	5.02	49.78	47.27

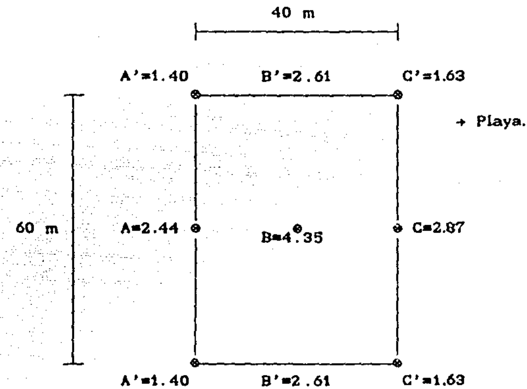
30.37	0.494	1.566	0.692	1.975	9.81	9.81	4.70
30.68	0.490	1.591	0.666	1.991	7.96	17.77	13.79
30.37	0.494	1.566	0.692	1.975	3.95	21.72	19.74
30.68	0.490	1.591	0.666	1.991	7.96	29.68	25.70
31.00	0.485	1.616	0.640	2.006	6.02	35.70	32.69
33.65	0.446	1.643	0.613	2.023	4.05	39.74	37.72
31.00	0.485	1.616	0.640	2.006	5.02	44.76	42.25
31.00	0.485	1.616	0.640	2.006	5.02	49.78	47.27

CALCULO DEL ESFUERZO VERTICAL POR SOBRECARGA MENOS EXCAVACION POR BOUSSINESQ.

9	10	11	12	13	14	15	16
C. R. (%)	Estrato (m)	Altura del estrato compresibe Ho (m)	Profindidad media eje Zb (m)	m (X/Zb) (-)	n (Y/Zb) (-)	Wo (-)	Inc.de esf. vertical por sobrecarga -excavacion (Ton/m2)
30	0-2	2	1.0	40.00	30.00	0.250	11.87
50	2-6	4	4.0	10.00	7.50	0.250	11.85
30	6-8	2	7.0	5.71	4.29	0.248	11.79
50	8-12	4	10.0	4.00	3.00	0.246	11.66
70	12-15	3	13.5	2.96	2.22	0.240	11.39
90	15-17	2	16.0	2.50	1.88	0.235	11.14
30	0-2	2	1.0	40.00	60.00	0.250	5.93
50	2-6	4	4.0	10.00	15.00	0.250	5.93
90	6-8	2	7.0	5.71	8.57	0.249	5.92
50	8-12	4	10.0	4.00	6.00	0.248	5.89
70	12-15	3	13.5	2.96	4.44	0.246	5.83
90	15-17	2	16.0	2.50	3.75	0.243	5.77
90	0-2	2	1.0	20.00	30.00	0.250	23.78
50	2-6	4	4.0	5.00	7.50	0.249	23.64
90	6-8	2	7.0	2.86	4.29	0.245	23.29
50	8-12	4	10.0	2.00	3.00	0.238	22.58
70	12-15	3	13.5	1.48	2.22	0.225	21.34
90	15-17	2	16.0	1.25	1.88	0.214	20.28
70	17-19.5	2.5	18.3	1.10	1.64	0.208	19.24

VI.6. PRESENTACION DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

Los asentamientos se pueden resumir en la siguiente figura:



Como se podrá notar, los asentamientos menores se presentan en las esquinas debido a la poca concentración de carga, así como el mayor asentamiento se registra al centro de la losa por tener la mayor concentración de carga.

Por tener el estrato de roca sana una inclinación, se puede notar que los asentamientos son mayores hacia la playa, ya que se forma un nuevo estrato a partir de los puntos A, como lo indican las pruebas de penetración en la figura VI.2.

VII. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS.

VII.1. CONCLUSIONES.

Las conclusiones de la presente investigación se clasifican en dos grupos; uno enfocado hacia las pruebas multitriaxiales de resistencia al esfuerzo cortante y el segundo a las pruebas triaxiales de deformación.

A. PRUEBAS MULTITRIAXIALES DE RESISTENCIA AL ESFUERZO CORTANTE.

Las pruebas de resistencia realizadas en laboratorio, con arena de Ottawa 20/30, muestran como era de suponerse, que el ángulo de fricción interna de el material es mayor al aumentar la compacidad relativa, sin embargo, esta variación no es lineal como la presupone el Dr. Zeevaert.

Contrario a esto, para compacidades de 10 a 70% aproximadamente las variaciones de el ángulo de fricción interna son pequeñas pudiéndose considerar lineales, pero para compacidades superiores la variación es mayor y digna de considerarese. Con lo cual, al suponer lineal la variación, se está considerando mayor resistecia al material.

Si se desease conocer el ángulo de fricción interna de un material a diferentes compacidades relativas, se sugiere con lo anterior, obtener las resistencias para las compacidados relativas de 10 y 70% e interpolar y extrapolar linealmente para las restantes, con ésto estaremos de el lado de la seguridad para compacidades relativas superiores

B. PRUEBAS TRIAXIALES DE DEFORMACION.

A saber, con las pruebas triaxiales de deformación, obtuvimos los módulos de deformación unitaria Mep, que nos dan una idea la deformabilidad del suelo; éstos dependen fundamentalmente de tres variables: Una es el nivel de esfuerzo axial aplicado durante la prueba, que en nuestro caso para la arena de Ottawa 20/30, fue de la mitad del esfuerzo desviador de falla, con lo cual para nosotros deja de ser una variable. La segunda, es el esfuerzo confinante aplicado durante la prueba, que corresponderia al de campo y por último la compacidad relativa obtenida en campo. Estas dos últimas variables son independientes y continuas, por lo cual se analizarán como tales.

Variando el esfuerzo confinante para cualquier compacidad relativa, se observo que el módulo de deformación unitaria disminuye, esto resulta evidente, ya que el esfuerzo desviador de falla de el material, aumenta con el efuerzo confinate como se puede ver en la solución gráfica de Mohr. De esta manera al tomar la mitad de este esfuerzo, y presentarse en el denominador del módulo, el valor de éste último disminuirá; tomando en cuenta que la variación en las deformaciones unitarias, no afecta numéricamente al valor del Mep.

Por otro lado analizando para un mismo esfuerzo confinante y variando la compacidad relativa del material, los resultados de las pruebas de laboratorio mostraron que al aumentar la compacidad relativa, el módulo de deformación unitaria disminuye; esta disminución no es lineal, ya que para compacidades relativas bajas el módulo varia grandemente, sin embargo para compaciadades relativas altas, la disminución es minima. Lo anterior es válido para esfuerzos confinantes ente 0.1 y 3.0 Kgf/cm^2, que son los que prácticamente se trabajaron en laboratorio; para valores comprendidos entre 4 y 10 Kgf/cm^2 los valores del Mep para todas las compacidades son muy similares y al parecer para esfuerzos confinantes mayores, al disminuir la compacidad relativa el módulo también lo hace para un mismo esfuerzo confinante, siendo la variación mayor para compacidades bajas; ésto es una mera suposición, ya que se obtuvo por extrapolación a los datos trabajados en laboratorio. En lo sucesivo, únicamente se hará mención a los datos respaldados por pruebas de laboratorio.

La variación en el módulo de deformación al variar la compacidad relativa, para un mismo esfuerzo confinante descrita en el párrafo anterior, tiene su justificación basada en que al aumentar la compacidad relativa del material, estamos acomodando las partículas de éste, provocando mayores áreas de contacto entre éstas así como dando una trabazón mayor a las partículas del material; con lo cual la deformación unitara disminuye, y junto con ésta el Mep, por ser ambos directamente proporcionales. Por otro lado, al aumentar la compacidad relativa para un mismo esfuerzo confinante, la mitad del esfuerzo desviador de falla aumentará, como se concluyó en las pruebas triaxiales de resistencia, de esta manera, el Mep disminuirá ya que el esfuerzo es inversamente proporcional al módulo de deformación unitaria.

Dicho lo anterior, se observa que la interpolación lineal propuesta por el Dr. Zeevaert, no es aceptable, ya que los resultados obtenidos con su metodología muestran que la variación del módulo de deformación unitaria es pequeña para las compacidades pequeñas, aumentando considerablemente la diferencia a medida que la compacidad aumenta; lo que resulta contrario a lo obtenido en las pruebas de laboratorio.

Se sugire utilizar la interpolación propuesta por el Dr. Zeevaert, cuando se disponen de rectas de variación del módulo de deformación unitaria, con respecto al esfuerzo confinante, para valores próximos a la compacidad relativa deseada, para con ésto disminuir el error que se incurre con esta interpolación.

VII.2. COMENTARIOS.

Si se llegase a tener en campo un valor de esfuerzo mayor a la mitad del esfuerzo desviador de falla, se tendrá que considerar en el cálculo de asentamientos una deformación viscoplástica con lo cual no se podrán ocupar los datos de la presente investigación.

Se recomienda aplicar un factor de seguridad de 0.9 a los ángulos de fricción interno de la arena de Ottawa, por la compactación que sufre la probeta en las pruebas multitriaxiales de resistencia, devido a la utilización de una sola probeta para obtener el plano p-q.

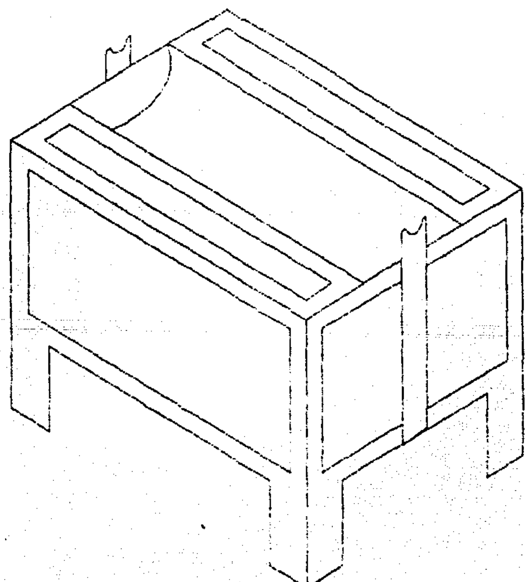
De igual manera se sugiere aplicar un factor de seguridad de 1.15 a los valores de los módulos de deformación unitaria. Este F.S. fué estudiado con anterioridad en la Facultad de Ingeniería de la UNAM.

ANEXO A

PREPARACION DE LAS MEMBRANAS IMPERMEABLES.

Para la realización de las pruebas triaxiales se elaboraron membranas impermeables en el laboratorio de Geotecnia de la Facultad de Ingeniería, el procedimiento a seguir fué el siguiente:

El latex se rebaja con amoniaco, formando asi una mezcla homogénea no muy espesa, la cual es vaciada a una caja como la mostrada en la figura A.1.



Se limpia con Cloruro de Calcio un cilindro de madera de 3" de diámetro, el cual se colocará en los orificios correspondientes de la caja, de tal forma que una parte del cilindro se sumeja en el latex una profundidad no mayor a un milimetro. A una velocidad minima y constante se le da tres vueltas al cilindro, dejandolo escurrir y secar durante 24 horas; esta operación es repetida hasta obtener el espesor deseado en la membrana (1/10 mm aprox.), el número de veces dependerá de lo espeso del látex. Para decimbrar la membrana del cilindro usese Caolin o talco natural.

Un método tanto más sofisticado, es el utilizado en el Instituto de Ingenieria de la UNAM, donde para lograr una mayor elasticidad en la membrana, el látex es mezclado con diversos compuestos quimicos: hidróxido de sodio, hidróxido de amonio, caseina, merac y carbono-199. Además la aplicación de este compuesto lo realizan con atomización, para lograr capas uniformes. Asi con el espesor deseado, decimbran y hornean la membrana a 70°C con el objeto de vulcanizarla.

ANEXO B

B.1. CALCULO DEL ANGULO DE FRICCION INTERNO EN FUNCION DE LA COMPACIDAD RELATIVA DE EL MATERIAL EN CAMPO.

El problema conciste, en calcular el ángulo de fricción interno de el material, para una determinada compacidad relativa correspondiente a la de campo.

El Dr. Leonardo Zeebaert W. (prof. de la División de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, U.N.A.M.), en un ciclo de conferencias que sustentó "Conceptos Fundamentales sobre Ingeniería de Cimentaciones" en Agosto de 1985; propuso lo siguiente para solucionar éste problema.

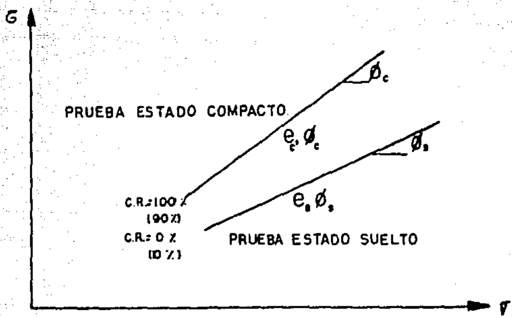
Para determinar el ángulo de fricción interna en un suelo con una relación de vacíos e_n en el campo; Se obtiene primeramente el ángulo de fricción interna ϕ_c para el estado compacto y ϕ_s para un estado suelto del suelo.

Cabe aclarar que la prueba en estado compacto se realiza tratando de colocar el suelo en un estado lo más compacto posible, procurando no romper los granos del suelo. El estado suelto se obtiene colocando el suelo con la mayor relación de vacíos que se pueda.

Se puede hacer una interpolación lineal entre el ángulo de fricción interna y la relación de vacíos, relacionando éstos valores en los estados suelto y compacto, con el estado natural, de la siguiente manera:

$$\frac{\phi_c - \phi_s}{e_s - e_c} = \frac{\phi_n - \phi_s}{e_s - e_n}$$

$$\phi_n = \phi_s + \frac{e_s - e_n}{e_s - e_c} (\phi_c - \phi_s) \qquad \text{...(B.1)}$$



recordando por la ec.III.1. que

$$C.R. = \frac{e_s - e_n}{e_s - e_c} \qquad \text{...(III.1) Repetida.}$$

o con pesos especificos secos por la ec.III.6.

$$C.R. = \frac{\dfrac{1}{\gamma_{d\ suelto}} - \dfrac{1}{\gamma_{d\ natural}}}{\dfrac{1}{\gamma_{d\ suelto}} - \dfrac{1}{\gamma_{d\ compacto}}} \qquad \text{...(III.6) Repetida.}$$

sustituyendo la ec. III.6. en la ec. B.1.

$$\boxed{\phi_n = \phi_s + \frac{\dfrac{1}{\gamma_{d\ suelto}} - \dfrac{1}{\gamma_{d\ natural}}}{\dfrac{1}{\gamma_{d\ suelto}} - \dfrac{1}{\gamma_{d\ compacto}}} (\phi_c - \phi_s)} \qquad \text{...(B.3)}$$

Con el fin de poder comparar los resultados de interpolación lineal propuestos por el Dr. Zeevaert con los obtenidos en laboratorio, obtendremos pues, los águlos de fricción interna para las compacidades relativas utilizadas en laboratorio.

Para nuestro caso, el estado más suelto corresponderá a tener una compacidad relativa de 10%, y el estado más compacto a tener una compacidad relativa del 90%, por lo cual se va a interpolar entre estas compacidades. Con ayuda de las tablas III.3. y V.2. se puede escribir de la ec. B.2.

$$\phi_n = 29.9 + \frac{\dfrac{1}{1.542} - \dfrac{1}{\gamma_{d\,nat}}}{\dfrac{1}{1.542} - \dfrac{1}{1.643}} \left(33.65 - 29.9 \right) \qquad \text{...(B.3)}$$

subtituyendo en esta última los valores correspondientes a la tabla III.3. se llega a:

C.R.	$\gamma_{d\,nat.}$	ϕ
(-)	(kgf/cm)^3	(grados)
10	1.542	29.9
30	1.566	30.8
50	1.591	31.8
70	1.616	32.7
90	1.643	33.65

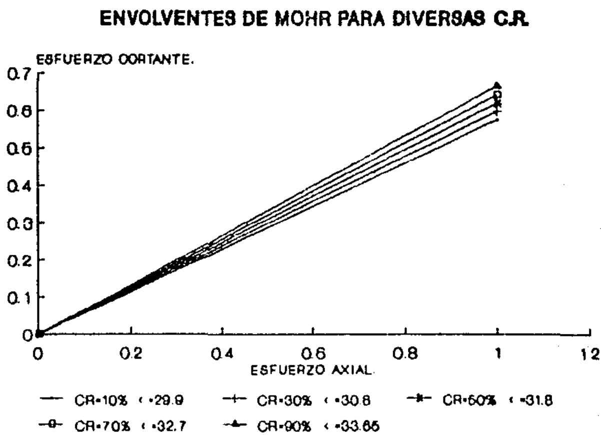
Tabla B.1. Angulos de fricción interna interpolados linealmente entre las compacidades relativas de 10 y 90% según el Dr. Zeevaert.

Los valores de ϕ, forman las envolventes de Mohr que se pueden apreciar en la gráfica B.1.1. y compararse con las obtenidas en laboratorio mostradas en la gráfica V.6.2. Esta comparación se facilita, si graficamos los ángulos de fricción interna que le corresponden a cada compacidad relativa, como se llevó a cabo en la gráfica B.1.2.; de esta manera empalmando las gráficas V.6.1. con ésta última se llega a la gráfica B.1.3.; en donde se puede visualizar la interpolación lineal entre el máximo valor de ϕ y el mínimo obtenido. Comentarios al respecto se encuentran en el séptimo capítulo.

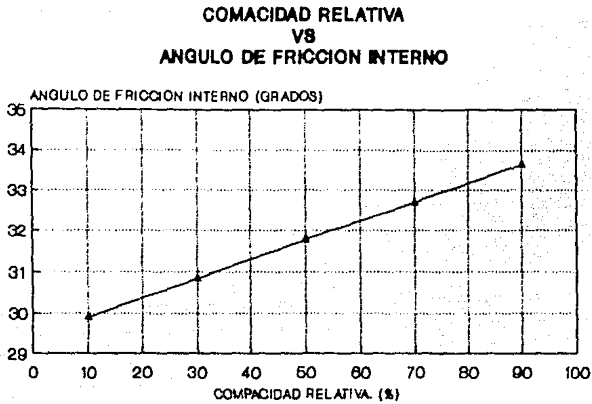
Una manera más fácil de interpolación, se puede hacer con ayuda de la gráfica B.1.3. con lo cual se tiene que:

$$\boxed{\phi_n = \frac{Cr_{(n)} - Cr_{(10\%)}}{Cr_{(90\%)} - Cr_{(10\%)}}\left[\phi_{(90\%)} - \phi_{(10\%)}\right] + \phi_{(10\%)}}$$

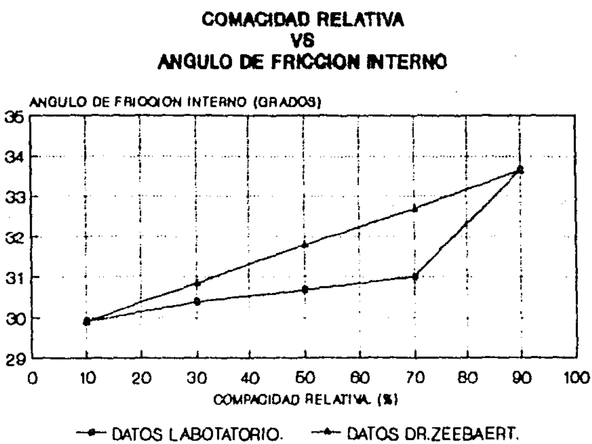
Utilizando ésta ecuación se llega de igual forma a la tabla B.1.



GRAF.B.1.1 ANGULOS DE FRICCION INTERNA
PARA DIFERENTES COMPACIDADES RELATIVAS.
SEGUN EL DR. ZEEVAERT. ARENA OTTAWA.



GRAF. B.12. CURVA QUE RELACIONA AL ANGULO DE FRICCION INTERNO CON LA C.R. DATOS SEGUN EL DR. ZEEVAERT. ARENA OTTAWA.



GRAF. B.13. C.R. VS ANGULO DE FRICCION INTERNO. DATOS PROPUESTOS DR.ZEEVAERT Y LOS OBTENIDOS EN LAB. ARENA DE OTTAWA.

B.2. OBTENCION DEL MODULO DE DEFORMACION UNITARIA EN FUNCION DE LA COMPACIDAD RELATIVA Y DEL ESFUERZO CONFINANTE DESEADOS.

Ahora nos enfrentamos al problema de calcular el módulo de deformación unitaria con una compacidad relativa y esfuerzo confinante de campo.

El Dr. Leonardo Zeevaert W. en el ciclo de conferencias mencionadas al inicio del presente anexo, sugirió, de manera análoga para el caso del ángulo de fricción interna, se determinara el módulo M_z para un estado compacto y un estado suelto a diferentes esfuerzos confinantes, con el objeto de realizar una interpolación lineal. Siguiendo un razonamiento similar se puede establecer que el módulo de deformación para el estado natural M_{zn} vale (*ver figura B.2.*):

$$\frac{M_{zs} - M_{zc}}{e_s - e_c} = \frac{M_{zs} - M_{zn}}{e_s - e_n}$$

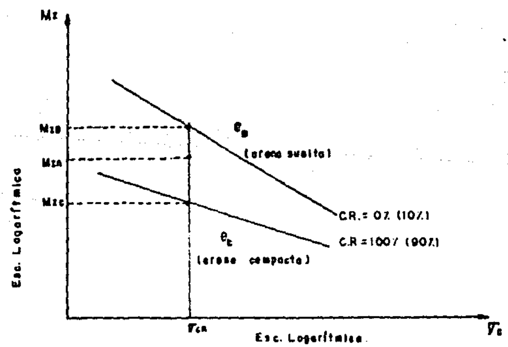


Figura B.2. Interpolación propuesta por el Dr. Zevaert.

$$M_{zn} \approx M_{zs} - \frac{e_s - e_n}{e_s - e_c} \left(M_{zs} - M_{zc} \right)$$

$$\boxed{M_{zn} \approx M_{zs} - \frac{\dfrac{1}{\gamma_{d\ suelto}} - \dfrac{1}{\gamma_{d\ natural}}}{\dfrac{1}{\gamma_{d\ suelto}} - \dfrac{1}{\gamma_{d\ compacto}}} \left(M_{zs} - M_{zc} \right)}$$

...(B.4)

en donde M_{zs} es el módulo de deformación correspondiente a una relación de vacios e_s, estando el suelo en un estado suelto. M_{zc} es el módulo de deformación correspondiente a una relación de vacios e_c estando el suelo en un estado compacto.[1]

Luego entonces con la ec. B.4. podemos interpolar linealmente cualquier módulo de deformación para una compacidad y esfuerzo confinante en campo, que a fin de cuentas es nuestro objetivo.

Con el fin de comparar el criterio expuesto por el Dr. Zeevaert con los datos obtenidos en laboratorio, obtendremos las rectas de los módulos para las compacidades relativas trabajadas en laboratorio a diferentes esfuerzos confinantes utilizando este criterio.

Para nuestros datos M_{zs} y M_{zc} corresponden a las C.R. de 10 y 90% respectivamente. De ésta manera basándonos en la tabla V.7 podemos escribir la ec. B.4 de la siguiente manera:

---

[1] Referencia d.

$$M_{zn} \approx 0.001572\sigma_c^{(-1.043996)} + \frac{\dfrac{1}{0.542} - \dfrac{1}{\gamma_{d\ nat}}}{\dfrac{1}{1.542} - \dfrac{1}{1.643}} \cdot \left[0.001572\sigma_c^{(-1.043996)} - 0.000796\sigma_c^{(-0.640579)}\right]$$

...(B.5)

Substituyendo en la ec. B.5. los valores de $\gamma_{d\ nat.}$ dados por la tabla III.3. correspondientes a las compacidades relativas de 10, 30, 50, 70 y 90 % (que fueron las trabajadas en laboratorio) y tomando para cada C.R. dos puntos cualesquiera de esfuerzo confinante $\sigma_{c\alpha}$ y σ_{c*}, se pueden obtener los valores de $M_{z\alpha}$ y M_{z*} respectivamente. Graficando éstos puntos en escalas logarítmicas formarán rectas como ya se ha discutido (*subtema IV.6.3.1.*), obteniéndose las pendientes por medio de la expresión:

$$n = \frac{\log \dfrac{M_{zo}}{M_{z\alpha}}}{\log \dfrac{\sigma_{c\alpha}}{\sigma_{co}}} \quad \text{y una constante} \quad C = \frac{M_{zo}}{\sigma_{co}^{-n}}$$

de esta manera se puede escribir:

$$M_{z\alpha} = C\ \sigma_{\alpha o}^{-n}$$

que no es mas que la ec. IV.9.

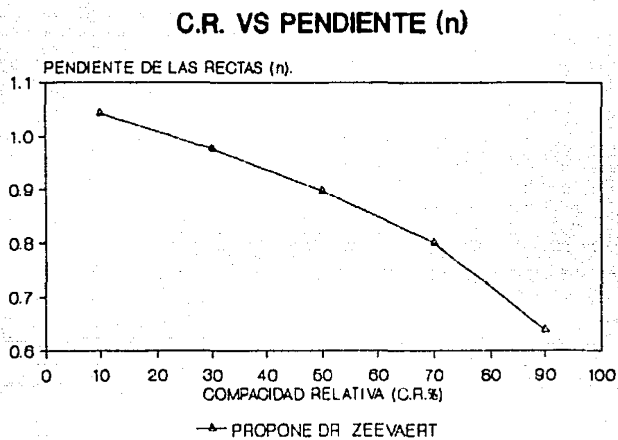
Hecho lo anterior, podemos ya obtener las ecuaciones de las rectas de los módulos en función del esfuerzo confinante, para las compacidades relativas trabajadas en el laboratorio por medio de la interpolación propuesta por el Dr.Zeevaert, con lo cual se llega a:

C.R.	$M_{z\alpha} = C\ \sigma_{c\alpha}^{-n}$
(%)	(cm²/kgf)
10	$0.001572\ \sigma_{c\alpha}^{(-1.048996)}$
30	$0.001470\ \sigma_{c\alpha}^{(-0.976628)}$
50	$0.001319\ \sigma_{c\alpha}^{(-0.897700)}$
70	$0.001114\ \sigma_{c\alpha}^{(-0.800056)}$
90	$0.000796\ \sigma_{c\alpha}^{(-0.640579)}$

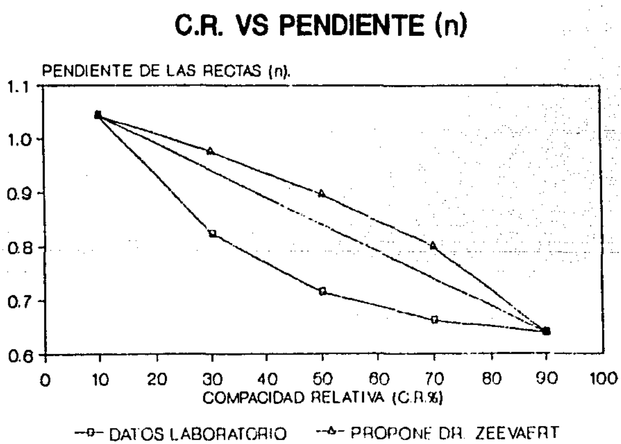
Tabla B.2. Ecuaciones de las rectas de los módulos de deformación en función del esfuerzo confinante, propuestas por el Dr Zeevaert por medio de una interpolación lineal, a los datos obtenidos en laboratorio para las C.R. de 10 y 90% en arena de ottava 20/30.

Al graficar las ecuaciones de la tabla B.2. se obtiene la gráfica B.2.1. la cual se puede comparar con la gráfica V.12.1. Para una mejor visualización conviene graficar las pendientes (n) obtenidas de la tabla B.2., con la compacidad relativa, lo cual se encuentra en la gráfica B.2.2. De esta manera empalmando ésta última con la gráfica V.12.2. la cual corresponde a las pendientes (n) para los datos obtenidos en laboratorio, obtendremos la gráfica B.2.3. en donde se puede apreciar la gran diferencia entre lo obtenido en laboratorio y lo propuesto por el Dr. Zeevaert. Comentarios al respecto se ecuentran en el séptimo capítulo.

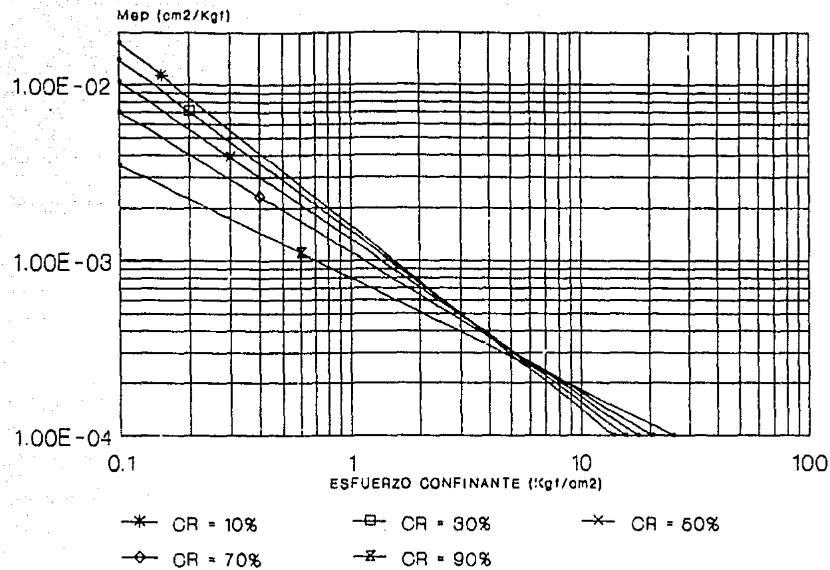
Cabe aclarar, que en esta ocasión, por tratarse de pendientes de rectas obtenidas a partir de logaritmos, resultó ser una curva la gráfica B.2.2. y no una recta como la obtenida para los ángulos de fricción interno (*graf.B.*1.2).



GRAF. B.2.2.VARIACION DE LA C.R. VS PENDIENTES DE LAS RECTAS OBTENIDAS CON LA G.B.2.1.SEGUN DR.ZEEVAERT. ARENA OTTAWA.



GRAF. B.2.3. VARIACION DE LA PENDIENTE DE LAS RECTAS OBTENIDAS CON LAS GRAFICAS V.12.1. Y B.2.1. VS C.R. ARENA OTTAWA.



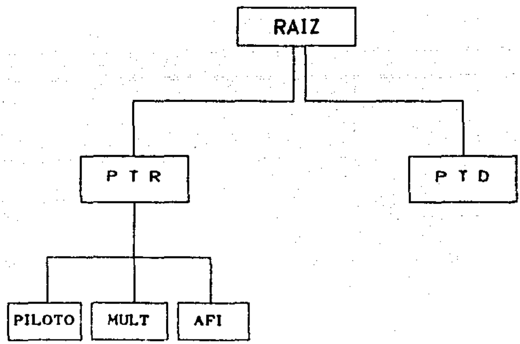
GRAF.B.2.1. Mep PARA C.R. DE 10,20,30,50
70 Y 90% EN FUNCION DEL ESF. CONFINATE.
PROPUESTAS DR. ZEEVAERT. ARENA OTTAWA.

ANEXO C

BASE DE DATOS DE LAS PRUEBAS TRIAXIALES REALIZADAS EN LABORATORIO.

Si el lector tiene alguna duda de las gráficas mostradas en la presente investigación, podrá consultar los datos experimentales que dieron lugar a las mismas por medio de el presente anexo.

Los datos se encuentran distribuidos en los siguientes directorios y subdirectorios:



En el directorio PTR (Pruebas Triaxiales de Resistencia), se encuentran todas las pruebas triaxiales de resistencia al esfuerzo cortante realizadas en Laboratorio.

En el subdirectorio PILOTO se encuentran los datos que dieron lugar a la gráfica V.a.

En el subdirectorio MULT (Multitriaxdal), se encuetran los valores de deformación unitaria e incremento de esfuerzo desviador de falla con que se realizaron las gráficas V.1 a V.6.

Por último el el subdirectorio AFI (Angulo de Fricción Interna), se ecuentran las correlaciones lineales a los datos del plano p-q, así como los datos de que dieron lugar a éste (gráficas V.6.1 y V.6.2.).

En el directorio PID (Pruebas Triaxiales de Deformación), se encuentran los datos experimentales que dieron lugar a las gráficas V.7. a V.12.

Todos los archivos se encuentran dentro de la hoja de cálculo electrónica "Lotus 1-2-3" (Versión 2.0), por lo cual primero se tiene que entrar a la misma teniendo una versión igual a la mencionada o posterior, ya que versiones anteriores no podrán leer los archivos del subdirectorio AFI.

Cabe una disculpa por no hacer la presentación de los datos experimentales en forma impresa, pero los listados son demasiado extensos y abarcarian más de un 40% del volúmen total de la tésis.

BIBLIOGRAFIA.

1.- Leonardo Zeevaert W. Faoundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions. Van Nostrand Reinhold, 2ª ed. New York, 1983.

2.- Holtz, R.D., y Kovacs, W.D. An introduction to Geotechnical Engineering. Prentice Hall, 1981.

3.- Juárez Badillo y Rico Rodriguez. Mecánica de Suelos. Tomos I y II. Limusa, México 1986.

4.- T. William Lambe y Robert V. Whitman. Mecánica de suelos. Limusa, México 1987.

5.- Apuntes del Dr. Zeevaert que imparte en clases de Posgrado.

6.- Memoria de la primera conferencia de un ciclo de seis sustentadas por el Dr. Leonardo Zeevaert W. Ciclo de conferencias "Conceptos Fundamentales Sobre Ingeniería de Cimentaciones". Facultad de Ingenieria, U.N.A.M. Julio - Agosto 1985.

7.- James M. Gore y Stephen P. Timoshenko. Mecánica de Materiales. Grupo Editorial Iberoamérica, México 1889.

8.- Coffman, B.S. Estimating the Relative Density of Sounds. Civil Engineering. USA, October, 1960.

9.- Gibbs, H.J. and Holtz, W.G. Research on Determinining the Density of Sands By Spoon Penetration Testing. Procs 4th Internacional Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering, London, 1957.

10.- Terzaghi, K., Peck, R.B. Soils Mechanics in Engineering Practice. Jhon Wiley and Sons, New York, 1976.

11.- Peck, R.B. Hanson, W.E., Thornburn, T.H. Fundation Engineering. John Wiley and Sons, New York, 1974.

12.- Browles J.E. Fundation Analysis and Desing. Mc Graw Hill.

13.- Hvorslev, M.J. Physical Components of Shear Strength of Cohesive Soils. A.S.C.E. Research Conference on Shear Strenght of Cohesive Soils. Boulder, Colorado, 1960.

14.- R.G. Ahlvin.Direct Measurement of Shear Stress in Soil Mass. Proc. Highway Research Board, 1954.

15.- A. W. Bishop y A. K. Gamal. Undrained Triaxial Tests on Saturated Sand and their Significance in the General Theory of Shear Strength. Proc. 3th Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol.1. 1953.

16.- T. W. Lambe. Soil Testing for Engineers. Jhon Wiley and Sons, Inc.,1958.

17.- T. N. W. Akroyd. Laboratory Testing in Soil Engineering. G. T. Foulis and Co., 1957.