

26
Jey



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
"ACATLAN",

**"MODELOS REOLOGICOS EN LA
CONSOLIDACION DE LOS SUELOS"**

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO CIVIL
P R E S E N T A :
DAR'O VIGUERAS ALFARO



Acatlán, Edo. de México.

1990



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Contenido

	Pág.
INTRODUCCION	1
CAPITULO I. Conceptos básicos	
I.1. Estructura de suelos blandos	3
I.1.1. Origen de los suelos	3
I.1.2. Suelos finos y gruesos	4
I.1.3. Estructura simple	6
I.1.4. Estructura panaloide	7
I.1.5. Estructura floculenta	7
I.1.6. Otras	8
I.2. El fenomeno de la consolidación	12
I.2.1. Definición	12
I.2.2. Proceso hidrodinámico	14
I.2.3. Consolidación primaria y secundaria	17
I.2.4. Relación esfuerzo-deformación-tiempo	19
I.3. Reología aplicada a suelos	32
I.3.1. Definición	32
I.3.2. Importancia	32

CAPITULO II Modelos reológicos

II.1. Modelos elasticos	35
II.2. Modelos plasticos	37
II.3. Modelos viscosos	37
II.3.1. Modelo viscoso de fluidez lineal	37
II.3.2. Modelo plasto-viscoso de fluidez no lineal	39
II.3.3. Modelo plasto-viscoso no lineal con carga variable en el tiempo	43
II.4. Modelos combinados	46
II.4.1. Modelo elasto-plastico	46
II.4.2. Modelo elastico viscoso lineal	54
II.4.3. Modelo elasto-plastico con fluidez lineal	57
II.4.4. Modelo de retardamiento plasto-viscoso de fluidez no lineal	58
II.4.5. Modelo elasto-plastico viscoso lineal y relajamiento	64

CAPITULO III Resultados y aplicaciones

III.1. Presentación de resultados	69
III.1.1. Listado de resultados	69
III.1.2. Correlación a materiales permeables o no saturados	71
III.1.3. Correlación a materiales impermeables saturados	76

III.2. Aplicaciones a tipos de suelos.....	82
III.2.1. Aplicaciones en arcilla.....	82
III.2.2. Ejemplo.....	91
CONCLUSIONES.....	117
BIBLIOGRAFIA.....	120

Introducción

El presente trabajo fue inspirado en los estudios que se han venido realizando en materia de Mecánica de Suelos, aportando nuevos métodos de análisis, que sin embargo no han podido ser tomados en cuenta en la práctica, dada la dificultad de asociarlos a las condiciones de la estratigrafía de cada problema o a la falta de estadísticas sobre el comportamiento, asentamientos totales y relativos de las cimentaciones, fundamentalmente de la Ciudad de México, así como lo somero de los estudios y la falta de profundidad y detalle de los mismos, tanto por limitaciones económicas como por las técnicas de los participantes.

De esta manera tenemos que para el caso específico de la consolidación de los suelos y el análisis de asentamientos, la mayoría de los especialistas utilizan la fórmula que proporciona el método tradicional de Terzaghi, el cual supone una serie de condiciones ideales que en la realidad distan mucho de cumplirse en la mayoría de los casos, de ahí la importancia de estudiar e incorporar modelos más apegados a la realidad de los tipos de suelos y sus combinaciones que comunmente se encuentran en la naturaleza.

Es por ello que al responsable de este trabajo le inquietó la idea de recopilar material acerca de la manera en que se han aprovechado las herramientas y técnicas que aporta la Reología para el estudio de la Mecánica de Suelos, específicamente a la consolidación de los mismos; no se pretende con este intento el llegar a establecer los fundamentos y leyes específicas para su aplicación, pero sí plantear bases para auxiliarnos en el estudio de fenómenos naturales y en su simulación a través de elementos mecánicos, apoyándose en experimentos físicos, modelos matemáticos y la combinación de ambos.

Para llevar a cabo lo anterior, el trabajo se divide en tres partes fundamentales. En la primera de ellas se analizan las estructuras de los suelos y se relacionan con el estudio planteado por Terzaghi, resaltando las dos fases de consolidación que ocurren al paso del tiempo, la primaria y secundaria para después destacar la necesidad de efectuar un análisis exhaustivo y apegado al comportamiento real del suelo, es aquí donde se aprovecha la Reología, su método y técnicas de investigación.

En la segunda parte del trabajo se presentan la serie de modelos reológicos aislados, que a la fecha se han realizado para simular los distintos tipos de deformación que presentan los materiales ideales en la naturaleza, clasificándolos de la manera más práctica para su entendimiento. Cada modelo representa un experimento mecánico y de la observación del mismo se deriva un análisis y un modelo matemático.

Con base en lo anterior, la última parte de la tesis se ocupa de la combinación de los modelos tratando de representar y simular algunos de los tipos de suelos más comunes que se encuentran en la naturaleza.

Para llegar a simular un comportamiento real es necesario combinar más de dos modelos y finalmente traducir todo este estudio en modelos matemáticos y parámetros, así como gráficas y tablas donde se muestren estos resultados y sea práctica su aplicación.

Cabe señalar que los estudios aquí mencionados, son el producto de la observación y análisis del comportamiento de sedimentos, así como de múltiples ensayos realizados por diversos investigadores entre los cuales destacan los trabajos del Dr. Leonardo Zeevaert W., quien ha dedicado parte importante de su obra al estudio y aplicación de Modelos Reológicos en la consolidación y deformación de los suelos, especialmente los que subyacen en la ciudad de México.

CAPITULO PRIMERO CONCEPTOS BASICOS

I.1. Estructura de suelos blandos

I.1.1. Origen de los suelos

Los suelos son conjuntos de partículas minerales, productos de la desintegración mecánica o de la descomposición química de las rocas preexistentes. Dichos conjuntos presentan dos propiedades esenciales, que no pueden ser olvidadas para comprender su comportamiento ingenieril y son:

- a) Cada conjunto posee una organización definida y propiedades que varían vectorialmente. Así mismo, los valores de las propiedades en general, presentan cambios mucho más rápidos en sentido vertical que en forma horizontal.
- b) La organización de las partículas minerales es tal, que el agua que está presente en todo el suelo y en mayor o menor cantidad puede, si hay suficiente, tener continuidad en el sentido de distribución de presiones.

El agua no ocupa huecos aislados, sino que puede llenar todos los poros que dejan entre sí las partículas minerales, las cuales se intercomunican de manera que el agua forma una masa continua que comprende los minerales en su seno.

Ahora bien los suelos pueden ser residuales o transportados, según se les encuentre, ya sea en el mismo lugar en que se han generado o en un lugar diferente. El viaje por aire y agua así como la sedimentación en esos medios, constituye el mecanismo usual que da

lugar a un suelo transportado. Es evidente que la estructuración y la distribución interna de las propiedades, tienen que ser completamente diferentes en un suelo residual que en uno transportado. En el primero, el ataque mecánico y la desintegración química tienden a producir un resultado final, que en estructura y disposición recuerda, aunque lejanamente, a la roca madre. Los suelos transportados y depositados en aire o agua, generan estructuras que se encuentran regidas únicamente por los mecanismos propios de la depositación y no por la disposición, características y condiciones iniciales de la roca original.

Cabe aclarar que en una medida, sin duda mayor que lo deseable, la mecánica de suelos actual se refiere sobre todo a suelos transportados.

El interés en esta materia empezó por el planteamiento de diversos problemas de índole general e importante, sobre todo relativas al tipo de cimentaciones realizadas en ciudades grandes y con subsuelos particularmente difíciles; tal desarrollo tiene su génesis en las ideas que fueron surgiendo de los laboratorios y de las experiencias de campo de quienes afrontaban tales problemas. En general, las ciudades catalizadoras del interés por la *Mecánica de Suelos*, se sitúan en valles o planicies de costa, en los que por razón natural los suelos transportados prevalecen.

1.1.2. Suelos finos y gruesos

Se denomina estructura de un suelo, al arreglo o disposición que adopten sus partículas minerales; es obvio, que la estructuración que tenga un suelo dado juega un papel fundamental en su comportamiento, especialmente en lo que se refiere a resistencia, compresibilidad y permeabilidad.

El problema de la estructuración de los suelos es netamente distinto en los que son gruesos (de forma equidimensional) y en los finos (generalmente de forma laminar). En los

primeros, la aglomeración de partículas se produce únicamente por acción gravitacional; esto es, los granos de arena ó grava se disponen como las canicas dentro de una caja.

El mecanismo de estructuración es fácil de concebir y dado el tamaño de los granos de que se habla, cualquier hipótesis de estructuración es inmediatamente verificable a simple vista.

Por el contrario, en los suelos finos, las fuerzas que definen la estructura son fundamentalmente de naturaleza electromagnética, siendo éstos mucho más difíciles de concebir, existiendo la dificultad adicional de que cualquier hipótesis de estructuración que se haga no puede ser verificada a simple vista, debido al pequeño tamaño de los cristales y demás componentes, por lo que no es de extrañar que el problema de la estructuración de los suelos finos resulte difícil, controvertible y en general, mucho más complicado que el de los suelos gruesos.

De esta manera los métodos de investigación de la estructura de los suelos finos, tales como el uso de microscopios electrónicos, difracción de ondas, etc., son todos de naturaleza indirecta y están sujetos a la interpretación del especialista, por lo que no resulta "raro" que existan muy variadas corrientes de pensamiento en torno a este problema.

Por otro lado, la estructura típica de un suelo grueso (análoga al agrupamiento de canicas en una caja) recibe el nombre de estructura simple y su comportamiento mecánico queda fundamentalmente definido por la compacidad. Terzaghi propuso el concepto de *compacidad relativa* para medir tal condición, siendo su fórmula la siguiente:

$$C_r = 100 \frac{e_{max} - e_{nat}}{e_{max} - e_{min}}$$

C_r se expresa usualmente como porcentaje, valores superiores al 50% suelen considerarse de un suelo compacto y este valor se menciona frecuentemente como *límite de*

seguridad razonable en problemas prácticos tales como cimentaciones en suelos gruesos, posibilidades de licuación de mantos de arena y limos no plásticos, etc.

Además de la compacidad, se acepta que influye en el comportamiento mecánico de un suelo grueso la angulosidad de sus granos –a igual compacidad, la mayor angulosidad da más trabazón y por tanto, mayor resistencia al esfuerzo cortante– y la orientación de sus partículas, lo que se admite que influye sobre todo en la permeabilidad.

Existen también varias hipótesis sobre estructuración de los suelos finos, Terzaghi presentó originalmente las conocidas con el nombre de **Panaloide** y **Floculenta**.

Los suelos formados por partículas relativamente grandes (gravas y arenas), son más fáciles de identificar y estudiar en cuanto a las fuerzas que intervienen para formar su estructura; por el contrario, en los suelos formados por partículas muy pequeñas (limos y arcillas), las fuerzas que intervienen en el proceso de estructuración son de carácter más complejo; las estructuras resultantes son sólo prácticamente verificables por métodos indirectos, relativamente complicados y aún en plena etapa de desarrollo y perfeccionamiento.

Todo ello hace que los mecanismos de estructuración y aún las mismas estructuras resultantes, de estos suelos, sean materia de hipótesis.

En seguida se presentan el conjunto de estructuras y mecanismos de formación tradicionales, así como algunas ideas de mayor aceptación actual.

1.1.3. Estructura simple

El comportamiento mecánico e hidráulico de un suelo de estructura simple, queda definido principalmente por dos características:

- La compacidad del manto y

– La orientación de las partículas

Compacidad es el grado de acomodo alcanzado por las partículas de suelo dejando pequeños vacíos entre ellas. A un alto grado de acomodo se tienen deformaciones pequeñas (suelos compactos). Cuando hay poco grado de acomodo, tanto en volúmenes de vacíos como la capacidad de deformación, serán mayores.

1.1.4. Estructura panaloide

La estructura Panaloide se considera típica en granos de tamaño pequeño (0.002 mm de diámetro o algo menores), los cuales se depositan en un medio continuo, normalmente agua y en ocasiones aire.

Estas partículas tienden a sedimentarse debido al efecto que sobre ellas ejerce la gravitación. Asimismo y dada su propia masa, otras fuerzas naturales pueden producir una magnitud comparable, concretamente si la partícula antes de llegar al fondo del depósito toca a otra ya depositada, la fuerza de adherencia que se desarrolla entre ambas puede neutralizar al peso, haciendo que la ésta quede detenida antes de completar su carrera; otra partícula puede ahora añadirse y el conjunto de ellas podrá llegar a formar una celda, con una cantidad importante de vacíos, a modo de panal. Las fuerzas de adherencia causantes de estas estructuras, son fuerzas superficiales.

1.1.5. Estructura floculenta

Cuando en el proceso de sedimentación, dos partículas de diámetros menores de 0.02 mm llegan a tocarse, se adhieren con fuerza y se sedimentan juntas; de esta manera, pueden unirse al grupo, formando un grupo y adquiriendo una estructura similar a un panal.

Cuando estos granos llegan al fondo, forman a su vez panales cuyas bóvedas no están ya formadas por partículas individuales, sino por los granos antes mencionados. El mecanismo anterior produce una estructura muy blanda y suelta, con gran volúmen de vacíos llamada floculenta y a veces, panaloide de orden superior.

1.1.6. Otras Estructuras

Se considera que las estructuras estudiadas anteriormente rara vez se presentan puras en la naturaleza, ya que la sedimentación comprende partículas de todos tamaños y tipos, las cuales son regidas por las leyes de la naturaleza de un modo diferente. En las formaciones compuestas, que serían las más comunes de encontrarse, se define un esqueleto constituido por granos gruesos y masas coloidales de flóculos que proporcionan nexo entre ellos.

La estructura mostrada en las figuras I-1a y I-1b, se ha formado en condiciones que permiten la sedimentación de partículas gruesas y finas simultáneamente; ésto ocurre frecuentemente en el agua de mar y lagos con un contenido de sales apreciable, donde el efecto floculante de éstas coexiste con el arrastre de los vientos y corrientes de agua.

Ahora bien, el proceso de acumulación de sedimentos, arriba de un cierto nivel, hace que las capas inferiores se consoliden bajo el peso de las suprayacentes; las partículas más gruesas se aproximan ocasionando que la arcilla floculada entre ellas disminuya de volúmen.

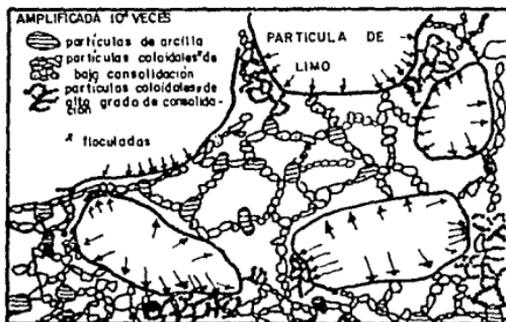
Como resultado de lo anterior la compresión de la arcilla es mayor en las zonas donde ésta se encuentre más confinada, esto es, en las regiones de aproximación entre los granos más gruesos, siempre y cuando no haya flujo lateral de la masa en esas regiones.

Algunos autores han atribuído exclusivamente la diferencia del comportamiento mecánico de las arcillas, entre los estados inalterado y remoldeado, a las propiedades tixotrópicas de esos materiales.

ESTRUCTURAS DE SUELOS



(a)
En formación



(b)
ya formada

Fig. I-1

Si pensamos por ejemplo en un sedimento depositado en aguas tranquilas, que contiene desde el punto de vista granulométrico y mineralógico una variedad de granos, desde arena muy fina y limo, hasta minerales de arcilla y coloides orgánicos, pudiendo contener también conchas microscópicas y diatomeas; veremos que durante la sedimentación se forman flóculos debidos a la conocida acción electrolítica, que se presenta en prácticamente todos los sedimentos finos depositados en el agua (fig. I-2).

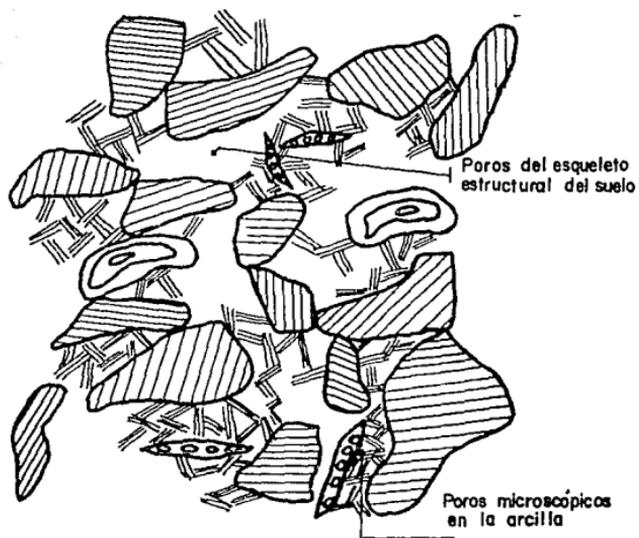
Los flóculos se forman por aglomeración de minerales de arcilla, que a su vez forman una estructura semejante a una casa de naipes, la cual ha sido estudiada y reportada por varios investigadores. Los poros dejados en la fracción formada por flóculos de minerales de arcilla y coloides, quedan llenos de agua y sus dimensiones son del orden microscópico o submicroscópico y representan los poros de la estructura viscosa intergranular.

Ahora bien los sedimentos que contienen minerales de arcilla presentan generalmente una compresibilidad alta y muy alta, así como fenómenos de alta plasticidad; asimismo y debido a las propiedades de tixotropía que poseen las arcillas, suceden fenómenos de endurecimiento que son importantes de tomar en consideración en las propiedades mecánicas de compresibilidad y deformación. Debido a la alta potencia capilar de estos materiales, generalmente se encuentran en la naturaleza ya sea saturados o bien con un alto grado de saturación.

Cuando los materiales arcillosos proceden de zonas lacustres o marinas, se pueden considerar saturadas, a excepción de los que pueden contener gases orgánicos que, sin embargo, en la mayoría de los casos se encuentran disueltos en el agua.

Otra categoría de materiales arcillosos del subsuelo son aquellos producto de la descomposición de las rocas, esto es, material que en general no se encuentra saturado.

Basados en las condiciones teóricas anteriores se concluye, desde el punto de vista



Minerales de arcilla y coloides



Limo y arena muy fina



Conchas microscópicas
y diatomeas

Fig. I-2

práctico, que el suelo puede visualizarse formado de dos estructuras básicas, que muestran comportamientos mecánicos diferentes:

- 1a. La parte formada por el *esqueleto* que forma la estructura primaria del suelo, constituida de granos del orden de limos y mayores, los cuales muestran principalmente un comportamiento elasto-plástico; y
- 2a. La estructura secundaria formada por las aglomeraciones de minerales de arcilla y

coloides que exhiben un comportamiento plasto-viscoso.

1.2. El Fenómeno de la consolidación

1.2.1. Definición

Como se describió en el punto anterior, el suelo está constituido por una estructura o *esqueleto pétreo*, la cual puede estar de tal manera arreglada que reaccione en parte como un material puramente elástico, es decir, se puede considerar que el suelo contiene un determinado número de elementos elásticos por unidad de volúmen que aseguran la estabilidad del mismo.

Los elementos restantes que constituyen la estructura, pueden presentar una estabilidad variable que depende del nivel de esfuerzo a que el suelo sea sometido y de su arreglo estructural. Para un nivel de carga pequeño, si los granos no sufren movimientos relativos entre sí, puede estimarse que el comportamiento es puramente elástico.

Se puede visualizar que cuando la estructura se somete a un determinado nivel de carga, los granos inestables sufren movimientos relativos entre ellos, sin embargo, estos movimientos hacen que los granos ocupen posiciones más estables dentro del

arreglo estructural. El movimiento relativo, correspondiente al resbalamiento o rotura de contactos firmes entre granos, puede considerarse como un fenómeno puramente plástico que al retirar la carga que lo produjo no se recupera; también puede ocurrir que parte de éste sea originado en forma instantánea, de la misma manera que la deformación elástica.

Dicha deformación va seguida, normalmente por un fenómeno viscoso que implica una deformación con el tiempo, la cual surge, como se detalla en el inciso 1.2.2, al vencerse las fuerzas viscosas intergranulares.

Ahora consideremos un estrato de suelo de extensión infinita según un plano horizontal y de un espesor H , de manera que la presión debida al peso propio del suelo y del agua del mismo, pueda considerarse despreciable en comparación a las presiones producidas por las cargas aplicadas (fig. 1-3).

Supongamos que el agua sólo puede drenarse por la frontera superior del estrato, al cual se le considera confinado inferiormente por una frontera impermeable.

Dicho estrato ha estado sujeto a una presión " P_i ", durante el tiempo suficiente para consolidarse totalmente bajo ésta; tomando en cuenta las condiciones anteriores y aplicando al estrato un incremento de presión " ΔP ", la presión final sobre el mismo estrato será: $P_f = P_i + \Delta P$.

Al tiempo $t = 0$, inmediatamente después de aplicar el incremento de carga, éste es soportado íntegramente por el agua intersticial la cual adquirirá por tanto una presión en exceso de la hidrostática (a lo largo de todo el espesor H), igual a ΔP ; al cabo de un cierto tiempo t , habrá fluido una cierta cantidad de agua por la superficie superior con la consecuente disminución del exceso de presión hidrostática y transferencia de parte de la carga (ΔP) a la estructura sólida del suelo.

Sabemos que $\Delta P = \Delta \bar{P} + \mu$, donde la presión $\Delta \bar{P}$ en la estructura del suelo, como la

μ en el agua intersticial, son funciones de la profundidad Z , y el tiempo t ; quedando por tanto:

$$\Delta\bar{p} = \Delta P - \mu = \Delta P - f(z, t)$$

ecuación que expresa el fenómeno de la consolidación unidimensional con flujo vertical.

Como conclusión de las ideas anteriores, se puede expresar que el proceso de consolidación es la disminución de volúmen, en un lapso determinado, provocado por un aumento de las cargas sobre el suelo; donde la posición relativa de las partículas sólidas sobre un mismo plano horizontal permanece esencialmente igual; y donde el movimiento de estas puede ocurrir sólo en dirección vertical al fenómeno que se conoce como *Consolidación Unidireccional*.

Por lo anterior las características de la consolidación de los estratos de arcilla pueden investigarse cuantitativamente con aproximación razonable; realizando la prueba correspondiente sobre especímenes inalterados, representativos del suelo.

En la actualidad no se sabe con certeza si las consideraciones y bases de la teoría antes descrita son aplicables ya que se supone en la práctica de la mecánica de suelos, que todas las constantes de consolidación, tanto en el proceso rápido de laboratorio, como en el mucho más lento que tiene lugar en la naturaleza, son las mismas.

1.2.2. Proceso hidrodinámico

Una estructura de suelo sometida a la acción de una carga, queda representada por un elemento resistente que puede deformarse inmediatamente a medida que el esfuerzo efectivo progresa, el cual finalmente recibe toda la carga, sin embargo, el agua atrapada

en los poros retarda la compresión de dicho elemento por el fenómeno exclusivamente hidrodinámico, ya que durante este proceso, toma parte de la carga aplicada, el total al inicio del mismo y nada al terminar éste.

La reacción de la estructura propia del suelo empieza a funcionar después de un determinado tiempo de haberse iniciado el proceso hidrodinámico; después de lo cual, se pueden identificar los fenómenos viscosos intergranulares del material.

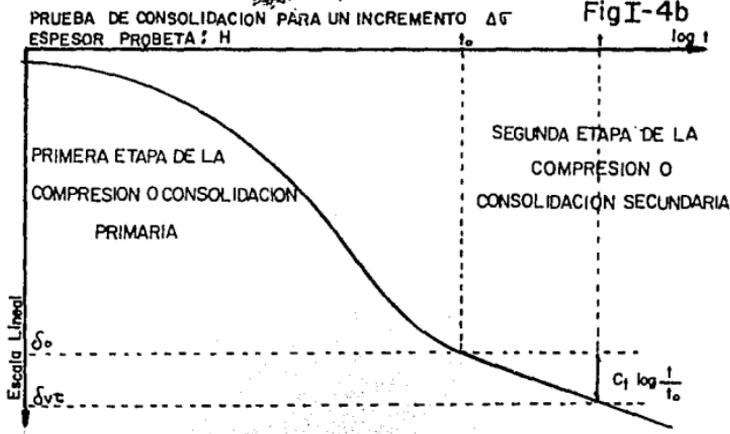
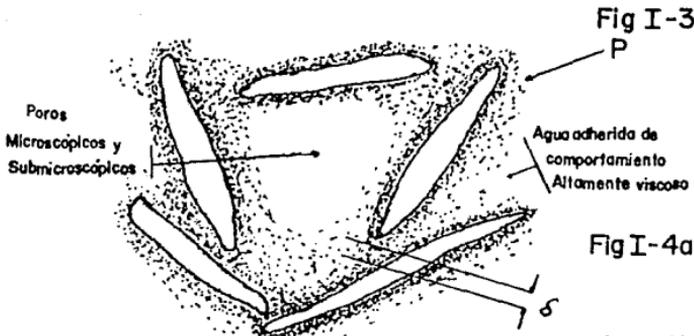
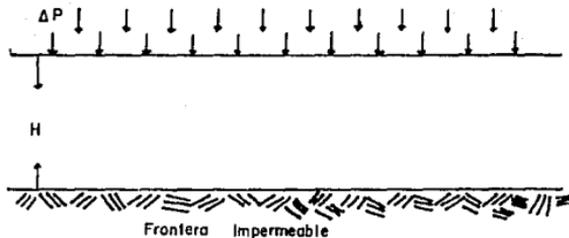
El efecto *plasto-viscoso* que se observa, se debe principalmente al restablecimiento de los granos entre sí, buscando posiciones más estables; al verificarse el fenómeno viscoso intergranular mostrado en la figura I-4a, por lo que el comportamiento mecánico real de la estructura del suelo es: *Elasto-Plástico y Plasto-Viscoso*.

Se observa que el fenómeno hidrodinámico, produce un retardamiento de las deformaciones elasto-plásticas y viscosas intergranulares. A la terminación del retardamiento hidrodinámico de los fenómenos de deformación volumétrica elasto-plástica, se hace notorio solamente el fenómeno de deformación volumétrica plasto-viscosa intergranular, la cual puede quedar aproximadamente representada por una ley logarítmica lineal (fig. I-4b):

$$\partial v_t = \partial_0 + C_1 \log \frac{t}{t_0}$$

La consolidación de un depósito de arcilla puede dividirse en dos partes fundamentales que son las siguientes:

- a) Compresión debida al retardamiento hidrodinámico de la deformación elasto-plástica y
- b) compresión que recibe el nombre de consolidación secundaria, representada por una ley fenomenológica de compresión que rige principalmente, los fenómenos plásticos de retardamiento viscoso entre los granos.



En la mayoría de los casos, dentro de cierto lapso, esta compresión es una ley función lineal del logaritmo del tiempo, la cual ha sido reportada de observaciones en pruebas de laboratorio y de campo; la ley fenomenológica es:

$$\delta_v = C_t \text{Log} \frac{t}{t_0}$$

y queda representada por una línea recta en papel semilogarítmico, en donde:

C_t = pendiente de la línea

t_0 = tiempo para el cual se observa que da principio la ley logarítmica lineal.

La mayoría de los depósitos lacustres y marinos de arcillas, limos y arcillas limosas en general, se ajustan tanto en laboratorio como en el campo con bastante aproximación a la ley citada.

1.2.3. Consolidación primaria y secundaria

En el caso de las arcillas hasta un grado de consolidación del orden del 80%, la forma de las curvas experimentales tiempo-consolidación son muy similares a las mostradas en la figura I-5, rango que está marcado con una línea continua, a partir de dicho punto la tendencia de la curva en lugar de dirigirse a una asíntota horizontal, continúa con un cambio de pendiente disminuyendo la velocidad del asentamiento.

La consolidación progresiva, representada por las curvas llenas, se conoce como *Consolidación Primaria*; mientras que la representada por las punteadas, después del cambio de pendiente, se le dá el nombre de *Consolidación Secundaria*.

A pesar de que el efecto secundario se puede observar y medir durante la ejecución de los ensayos de consolidación, los varios intentos realizados para predecir el asentamiento

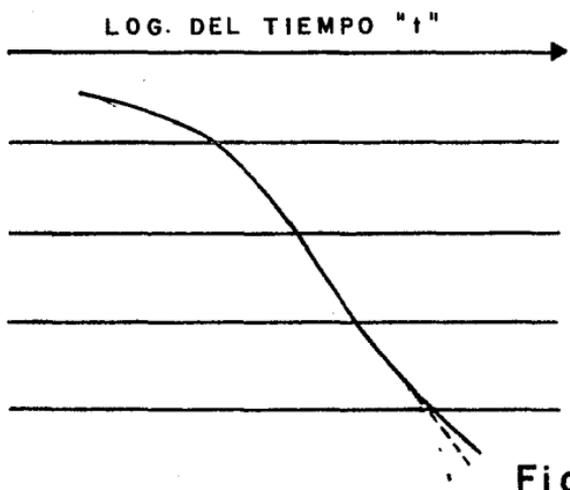
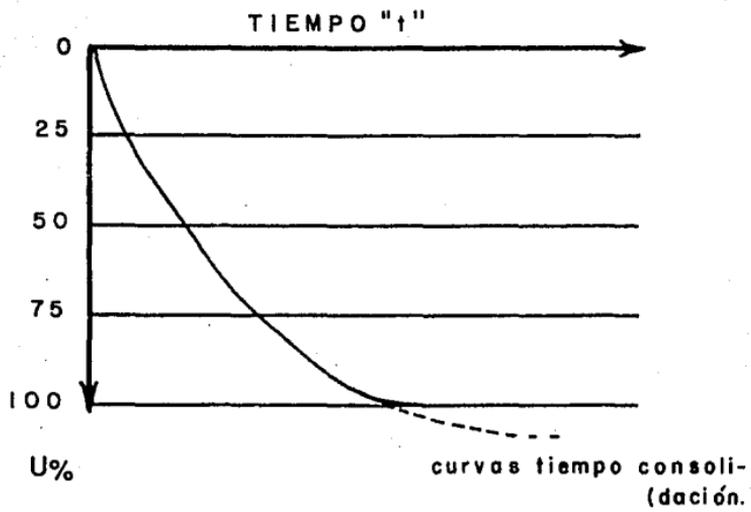


Fig I-5

de estructuras de tamaño natural, utilizando los resultados del laboratorio, a la fecha se considera que no proporcionan datos consistentes, confiables y satisfactorios, que se apeguen con poca variación a la magnitud de los finalmente ocurridos; cuando más proporcionan su orden de magnitud.

Una fracción importante de la deformación elástica, plástica y plástica-viscosa intergranular, se verifica durante el proceso hidrodinámico de consolidación, según la teoría de Terzaghi y a medida que la estructura del material toma los esfuerzos efectivos.

Sin embargo, después de que la consolidación primaria teórica ha alcanzado un grado avanzado de consolidación, puede observarse que la compresión y consecuentemente el cambio volumétrico del material continúa. Esta compresión del material diferido con el tiempo, se conoce en **Mecánica de Suelos** como *Consolidación Secundaria* y corresponde al retardamiento que los elementos viscos-intergranulares del material, dan al fenómeno durante el cual se verifican cambios de deformación volumétrica plasto-viscosa cuya magnitud decrece con el tiempo.

1.2.4. Relación esfuerzo-deformación-tiempo

La relación entre las propiedades mecánicas de esfuerzo-deformación y el efecto del tiempo en los sedimentos no consolidados, es uno de los problemas más difíciles y complejos de determinar e interpretar en mecánica de suelos; siendo por ello necesario comprender con detalle el mecanismo intergranular que se dé entre los diferentes componentes de los sedimentos al variar su estado de esfuerzos.

El estudio e interpretación adecuado de los fenómenos relativos a las propiedades esfuerzo-deformación y los efectos del tiempo, de los sedimentos finos que se encuentran en la naturaleza, nos permiten conocer los parámetros tales como los módulos de

elasticidad y deformación unitaria, el coeficiente de compresibilidad volumétrica *Módulo de Poisson* y la rigidez del suelo en condiciones dinámicas; entre otros, necesarias para su entendimiento y manejo matemático del fenómeno.

Como se ve, las propiedades esfuerzo-deformación-tiempo son función de varios factores, siendo los principales los siguientes:

1. Estado de esfuerzos a que esté o haya estado sometido el material.
2. Estructura interna y componentes del sedimento.
3. Fuerzas cohesivas intergranulares y cementación del material.
4. Forma, dimensiones y resistencia de las partículas sólidas.
5. Consistencia y grado de saturación del material; y
6. Permeabilidad del material.

Podemos decir que la compresibilidad de un material está íntimamente asociado con el módulo de deformación unitaria, el cual se define por la siguiente relación:

$$\lim_{\Delta\sigma \rightarrow 0} \frac{\Delta\epsilon}{\Delta\sigma} = M$$

Dicho módulo corresponde a la tangente a la curva esfuerzo-deformación unitaria (fig. I-6).

En esta curva se observa que a medida que el nivel de esfuerzos aumenta, el *Módulo de Deformación Unitaria* también lo hace, hasta que cerca de la ruptura del material su valor tiende a ser muy grande.

La deformación unitaria total para un esfuerzo σ_1 determinado, será:

$$\epsilon_1 = \int_0^{\sigma_1} M d\sigma$$

Particularmente si M es una constante igual tanto en la carga como en la descarga, se obtiene:

$$\epsilon_1 = M \cdot \sigma_1$$

donde la deformación unitaria es proporcional al esfuerzo, y "M" representa en éste caso, el coeficiente de proporcionalidad, se dice entonces que se trata de un sólido elástico ideal.

Sin embargo en la realidad no ocurre así, puesto que al descargar el material, después de haber alcanzado el nivel de esfuerzo σ_1 (fig. I-7), existe que la deformación no se recupera íntegramente, quedándose el material deformado en una determinada cantidad $\widehat{\sigma}_1$, que significa un reajuste estructural; la parte $\widehat{\sigma}_1 \widehat{\sigma}_2$, que se recupera representa el fenómeno reversible de carácter elástico.

La variación con el tiempo en la deformación, es de suma importancia en ciertos materiales, sobre todo en aquellos que contienen la fracción fina o muy fina, como lo son los limos y arcillas.

Si observamos la figura I-8, apreciaremos que después de haber aplicado un aumento de esfuerzo en el material en forma $\Delta\sigma$ inmediata, se observa un incremento de deformación también inmediato $\Delta\epsilon$, pero al transcurrir el tiempo se podrá ver que la deformación sigue aumentando.

Sin embargo la rapidez de deformación $\frac{d(\Delta\epsilon)}{dt}$, o sea la pendiente de la curva $\Delta\epsilon$ VS t , disminuye con el tiempo y dependiendo del material de que se trate, este valor puede tender a cero o a un valor fijo.

Cuando el material es permeable, si durante el proceso y después de haber transcurrido un tiempo t_1 , se descarga en forma inmediata, podrá observarse una cierta deformación recuperable, también inmediata, resultado de la expansión de los elementos puramente elásticos que contiene el material.

Al volver a cargar, en el tiempo (t_2), se observará nuevamente una deformación rápida seguida del efecto de la deformación de que se habló con anterioridad (fig. I-9).

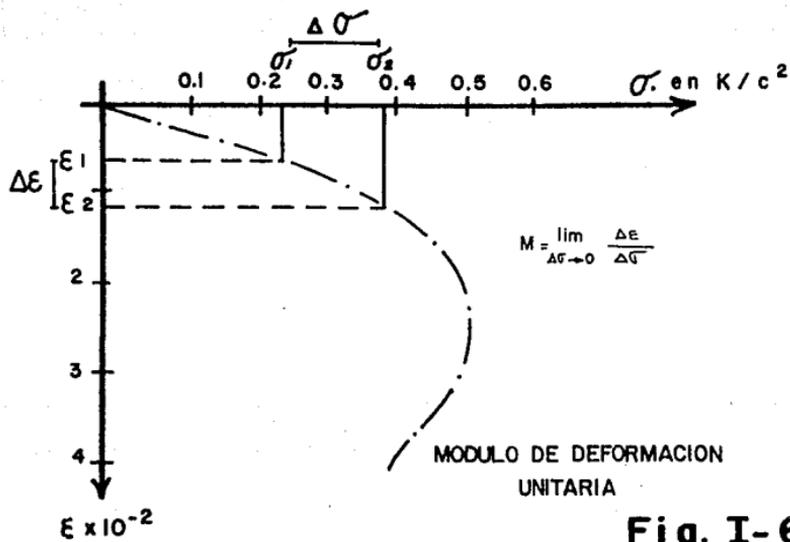


Fig. I-6

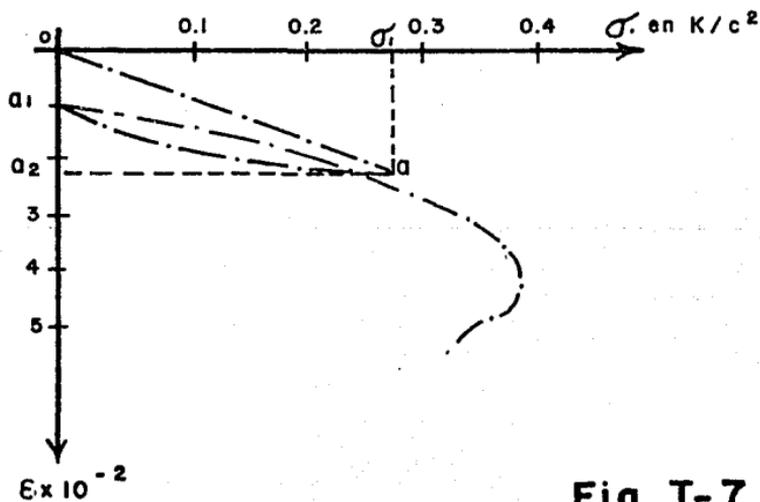


Fig. I-7

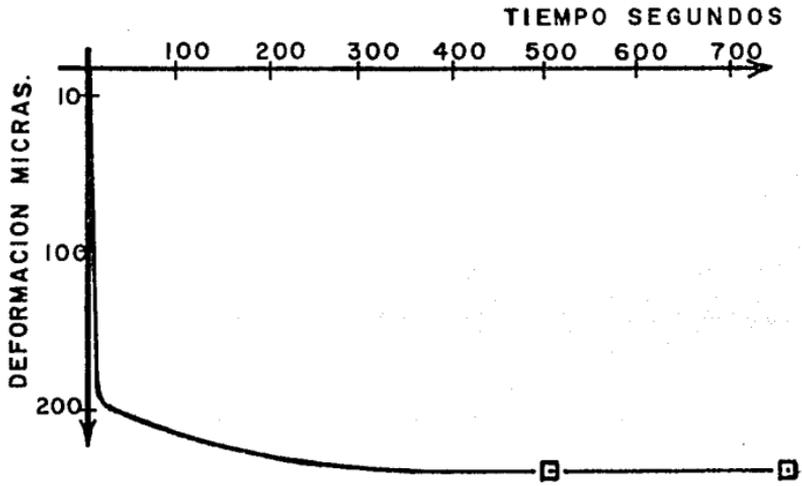


Fig. I-8

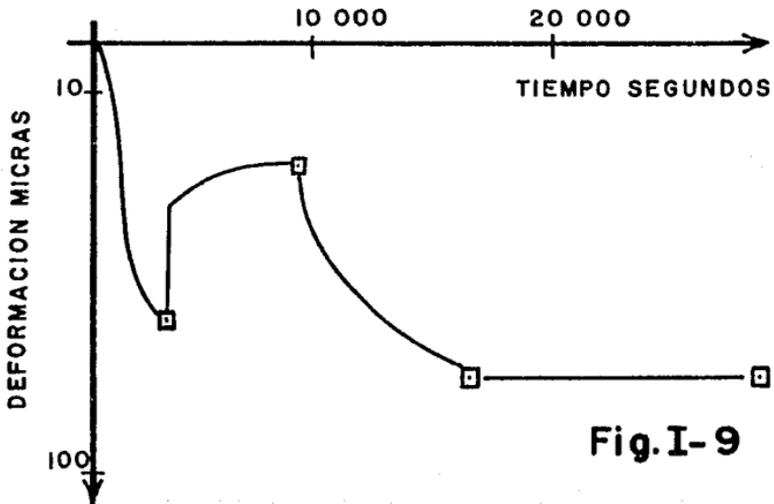


Fig. I-9

De lo anterior, se juzga la importancia de poder conocer las leyes que rigen estos fenómenos de esfuerzo-deformación-tiempo, con objeto de interpretarlos debidamente y poder de esta manera pasar de los resultados de probetas representativas en el laboratorio a los depósitos reales en el campo.

La teoría de consolidación encontrada por Terzaghi, explica exclusivamente el fenómeno hidrodinámico que se verifica por la expulsión de agua gravitacional de un material, en el cual no se observa el fenómeno de viscosidad integrular.

Las hipótesis generales del desarrollo de la teoría de la consolidación son:

1. La masa de suelo es homogénea e isótropa en sentido vertical, en toda su extensión.
2. El agua y los granos mismos que constituyen la estructura del suelo son incompresibles.
3. El agua de expulsión es exclusivamente el agua gravitacional, y por tanto, se supone válida la ley de Darcy.
4. El cambio de oquedad tiende a un valor límite al determinarse el proceso de consolidación teórica relacionado con la expulsión del agua gravitacional.
5. Las propiedades mecánicas de deformación del material son exclusivamente las relacionadas con la elasticidad y plasticidad inmediata; consecuentemente no son funciones del tiempo.

En este orden de ideas y para explicar la *Teoría de Consolidación* se puede usar un modelo reológico que cumpla con las hipótesis antes mencionadas, que tenga presente que el peso de la estructura incrementa la presión a que este sometido un suelo desde una presión " P_b ", al valor " $P_b + \Delta P$ ", y origina una disminución en la relación de vacíos desde " e_0 " hasta " e " (fig. I-10a).

El esquema mostrado en la figura I-10b, nos ayudará a determinar el asentamiento en

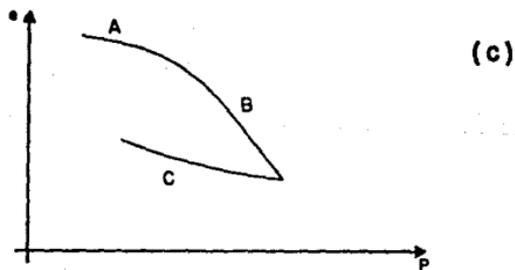
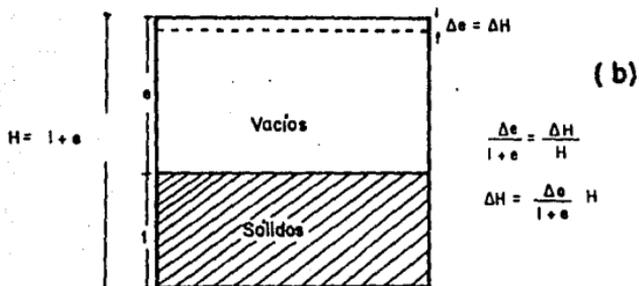
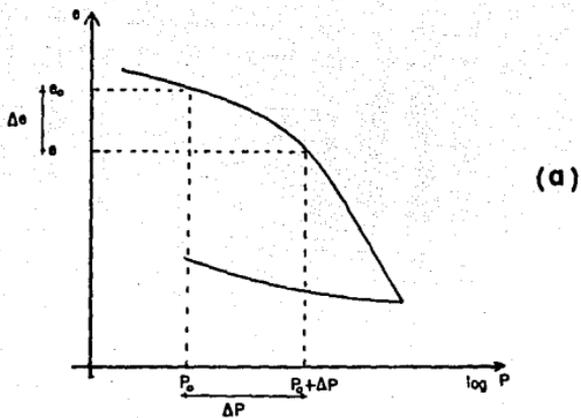


Fig I-10

un estrato de arcilla, previa consideración de que con el incremento de presión los sólidos no se deforman, de esta forma $\Delta H = \Delta \epsilon = \epsilon_0 - \epsilon$ representa la disminución de espesor de una muestra de suelo con espesor total $I + \epsilon$.

Para un estrato de espesor H , de acuerdo con lo anterior se tendrá respectivamente la deformación unitaria siguiente:

$$\frac{\Delta H}{H} = \frac{\Delta \epsilon}{I + \epsilon}$$

De donde la disminución total del estrato de espesor H es:

$$\Delta H = \frac{\Delta \epsilon}{1 + \epsilon} H$$

A la tangente dentro del intervalo $P_0, P_0 + \Delta P$ se le conoce con el nombre de *Coefficiente de compresibilidad "av"* y queda definida por:

$$a_v = \frac{\epsilon_0 - \epsilon}{\Delta p} = \frac{\Delta \epsilon \text{ (cm}^3\text{)}}{\Delta p \text{ (gr)}}$$

∴

$$\Delta \epsilon = a_v \Delta p$$

Sustituyendo en ΔH nos queda:

$$\Delta H = \frac{a_v}{1 + \epsilon} \cdot \Delta p \cdot H$$

Si llamamos $\frac{a_v}{1 + \epsilon} = m_v$, *Coefficiente de variación volumétrica*, finalmente tenemos:

$$\Delta H = m_v \Delta P H$$

La adherencia y la fricción en los bordes de los estratos confinados de arcilla, impiden que éstos se expandan en sentido horizontal; de esta forma, los datos necesarios para calcular los asentamientos causados por la compresión de dichos estratos, puede obtenerse efectuando ensayos sobre muestras del material mantenidas lateralmente confinadas.

El ensayo de compresión confinada o ensayo de consolidación unidimensional, se realiza colocando una muestra de arcilla dentro de un anillo metálico (fig. I-11) y cargándola uniformemente a través de una placa circular metálica.

La compresión del suelo es medida utilizando un micrómetro; la muestra se coloca entre dos piedras porosas que permiten el drenaje del agua durante la compresión.

Los resultados del ensayo se presentan gráficamente, indicando en escala natural la relación de vacíos " e " en el eje vertical, y la presión " P " en el eje horizontal.

La curva resultante se denomina curva " $e - P$ ", RELACION DE VACIOS VS PRESION; es común también dibujar tomando " e " en escala natural y " P " en escala logarítmica ($e - \log P$).

En una curva de compresibilidad generalmente se definen tres tramos diferentes (fig. I-10c); en donde el "A" es un tramo curvo que comienza en forma casi horizontal y cuya curvatura es progresiva, alcanzando su máximo en la proximidad de su unión con el tramo "B". Este tramo es ordinariamente recto y con él se llega al final de la etapa de carga, al cual corresponde la máxima presión sobre la muestra.

A partir de este punto es común en la prueba de consolidación someter el espécimen a una segunda etapa, esta vez de descarga, en la que se sujeta al mismo a cargas decrecientes, dando a cada decremento el tiempo suficiente para que la velocidad de deformación se reduzca prácticamente a cero; en esta etapa se tiene una recuperación de la muestra de suelo, si bien éste no llega nunca a su relación de vacíos inicial; el tramo "C" corresponde a esta fase, con la muestra llevada a una carga final nula.

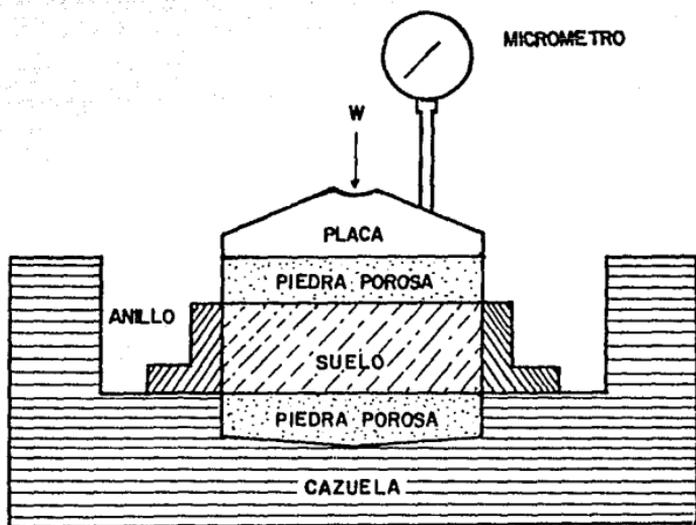


Fig I-11

También se conocen estos tramos de la curva de compresibilidad con los siguientes nombres:

Tramo A Tramo de recompresión

Tramo B Tramo Virgen

Tramo C Tramo de descarga

Cuando el material se encuentra saturado y confinado a un determinado estado de esfuerzos, la deformación se retarda por el efecto hidrodinámico al ser expulsada el agua de los poros.

El comportamiento plástico se hace más notable en los materiales de grano grueso donde el fenómeno viscoso intergranular tiene proporciones pequeñas, por ejemplo, si se efectúa una prueba en arena suelta, se tiene el comportamiento, en la que se observa que al cargar el material se verifica una deformación en forma inmediata (fig. 1-12).

Si la carga P , se retira después de haber alcanzado la deformación X_1 , se observa que gran parte de ésta no se recupera.

La deformación permanente observada, se debe al resbalamiento relativo y acomodo de los granos que tienden a ocupar posiciones más estables; durante este movimiento podrá ocasionarse también rotura entre los contactos intergranulares cuando los granos son suaves. Así pues, la deformación inmediata de la probeta al cargarla resulta:

$$X_{ep} = X_e + X_p$$

es decir, la deformación total es la suma de las deformaciones elásticas y plásticas respectivamente. Para un nivel de carga bajo, el material se comporta elásticamente.

En materiales de granulometría fina, en los cuales los granos están ligados entre sí, tal es el caso de los minerales de arcilla, podrá observarse que la deformación es factor muy

importante del tiempo (fig. I-13), es decir, se observa un fenómeno viscoso con motivo de las propiedades mineralógicas de las arcillas, el cual no permite que la deformación total se verifique de inmediato, por consiguiente, después de la aplicación de la carga P_a y de haberse comprobado la deformación X_{ep} inmediata, la deformación del material sigue progresando con el tiempo. Esto implica que las propiedades viscosas del material arcilloso que envuelve los granos, retardan principalmente el efecto plástico o resbalamiento entre ellos.

Sin embargo, bajo una carga constante, la rapidez de deformación es decreciente con el tiempo y depende de la cantidad de elementos viscosos intergranulares por unidad de volúmen que contenga el suelo.

El subsuelo tiene además de propiedades elásticas y plásticas, propiedades de alta viscosidad y viscosidad normal; estas últimas son las que retardan la deformación bajo los esfuerzos aplicados. Este fenómeno es especialmente importante en los materiales finos y muy finos de baja y muy baja permeabilidad, como son las arcillas, arcillas limosas y limos arcillosos.

Los materiales impermeables como las arcillas, requieren de tiempos muy grandes para consolidarse bajo un incremento de carga.

La figura I-14, muestra en forma cualitativa curvas de consolidación para tres tipos de materiales bajo carga sostenida. Las arenas finas, por tener una permeabilidad del orden de 10 veces mayor que las arcillas, se consolidan rápidamente los limos con 10^3 veces más permeabilidad que las arcillas, lo hacen con rapidez intermedia y finalmente la arcilla con un proceso lento.

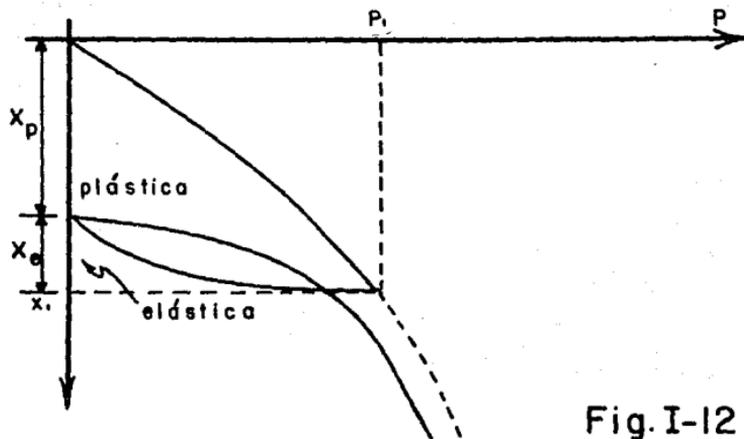


Fig. I-12

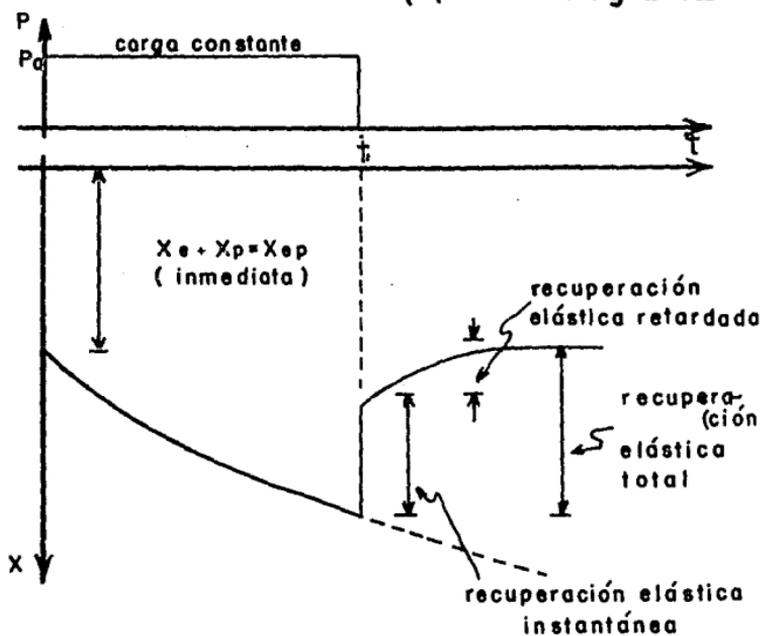


Fig. I-13

1.3. Reología aplicada a suelos

1.3.1. Definición

La reología (rheos-corriente y logos-tratado), es la parte de la física encargada del estudio de la mecánica de los cuerpos deformables, en ella se incluyen los problemas de elasticidad, plasticidad, viscosidad y fluidez; de tal manera que al hablar de *reología aplicada a suelos*, nos referimos al estudio de tales fenómenos y su comportamiento, al aplicar alguna carga en un determinado tipo de suelo.

Para el estudio de estos fenómenos elásticos, plásticos, viscosos y sus combinaciones, la reología crea primero un razonamiento mecánico (modelo mecánico), que simula el comportamiento del suelo en cuestión. Al operar en él alguna carga, y por medio de la observación de dicho modelo, se crea un modelo matemático o ley que nos haga cuantitativos los resultados.

En general, ésta es la mecánica que siguen los *modelos reológicos* en su aplicación a suelos, de tal suerte que se trata de obtener un mecanismo (modelo), apropiado para un suelo que presente características especiales en cuanto a su elasticidad-plasticidad, viscosidad, etc.

La justificación de éstos modelos se analizará más adelante, teniendo en cuenta resultados de investigaciones de instituciones de mecánica de suelos a nivel mundial y de investigadores aislados que se interesan en el tema, como es el caso del mexicano Dr. Leonardo Zeevaert W.

1.3.2. Importancia

La reología, como hemos visto, investiga por medio de modelos mecánicos simples la propiedad esfuerzo-deformación-tiempo.

Los modelos Reológicos tratan de representar el comportamiento de deformación de los sedimentos, facilitando el poder visualizar e interpretar dichos fenómenos, con el objeto de encontrar con mayor certidumbre las leyes fenomenológicas que los rigen, es decir, las leyes que por observación definen y representan los fenómenos en cuestión.

El estudio de una serie de modelos mecánicos representativos de cada una de las leyes fundamentales y sus combinaciones, permite encontrar en forma cualitativa y aún cuantitativa, en casos simples, la forma de estas leyes fenomenológicas que representan un determinado comportamiento de esfuerzo-deformación-tiempo.

Se han hecho investigaciones en modelos reológicos, principalmente de materiales elásticos y plásticos, así como de sus efectos viscosos para el caso de metales, concreto, rocas y otros materiales de alta viscosidad, como lo son: compuestos bituminosos, resinas, pinturas, etc. Sin embargo muy poco se ha estudiado a fin de establecer los criterios y la aplicación de modelos y sus combinaciones en el caso de los sedimentos, tomando en cuenta sus características estructurales, granulométricas y mineralógicas.

Es por ello que tiene gran importancia para los estudiosos de la mecánica de suelos el análisis de tales fenómenos, por ejemplo: al comprimirse un suelo no saturado, principalmente en estado confinado, éste cambia su volumen, de tal manera que al hacerse más compacto, por el acomodamiento de sus granos, se vuelve menos compresible (fig. I-15); si el material se encuentra saturado en sus poros con agua gravitacional, existirá un retardamiento hidrodinámico que impide que se pueda verificar la deformación volumétrica en forma inmediata.

De lo anterior se puede concluir que cuando se incrementa la carga en un material o probeta representativa de éste, la deformación en función del tiempo, tendrá que llegar a su fin si el material contiene elementos elásticos ligados con elementos plásticos.

Sin embargo, la magnitud y rapidez de deformación con el tiempo depende del grado de confinamiento a que esté sujeto el suelo.

De aquí que los modelos reológicos bien diseñados y seleccionados, pueden ofrecer una herramienta útil para visualizar e interpretar los fenómenos representativos de la relación esfuerzo-deformación-tiempo de los diferentes materiales y sus combinaciones existentes en el subsuelo.

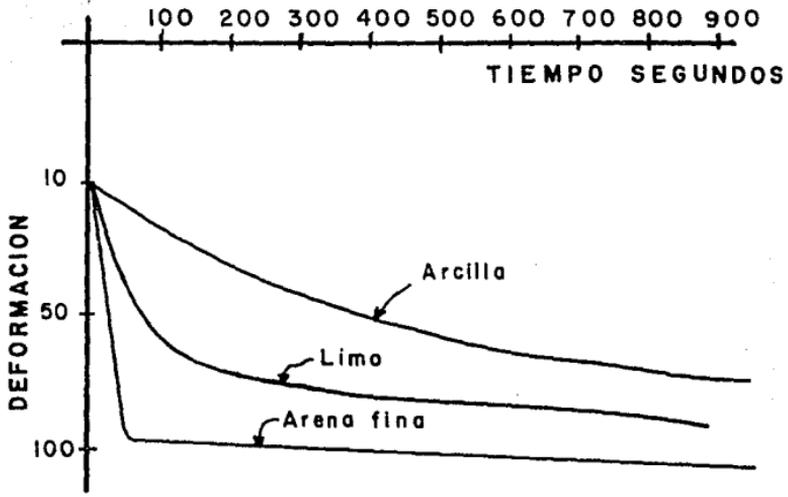


Fig. I-14

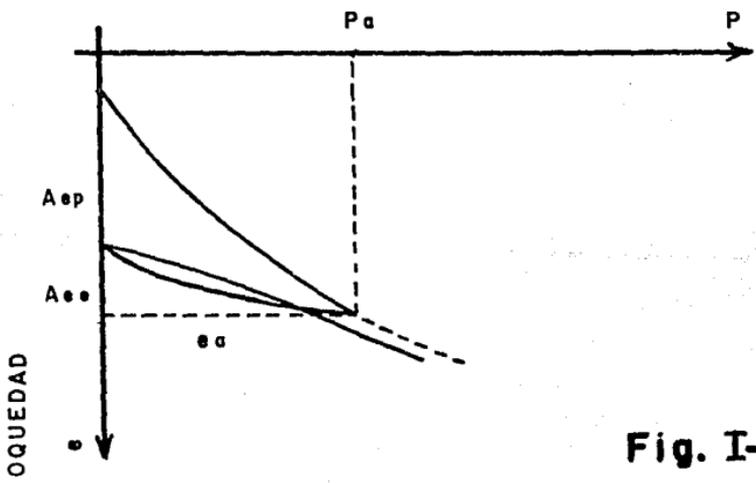


Fig. I-15

CAPITULO II MODELOS REOLOGICOS

II.1. Modelos elásticos

La elasticidad de los materiales es definida como la del sólido ideal que al aplicarle un determinado nivel de esfuerzos y por consecuencia sufrir una deformación, tiene una rigidez tal que al aliviarlo de tales esfuerzos, independientemente del tiempo que actuen, recupera íntegramente su forma original. Al respecto Hooke dedujo la siguiente ley:

"La distorsión de un cuerpo elástico es directamente proporcional al esfuerzo que al el se aplica, y el fenómeno es reversible"

Desde el punto de vista matemático lo anterior se puede representar como sigue:

$$X_e = \alpha_e P \quad (2.1)$$

de donde:

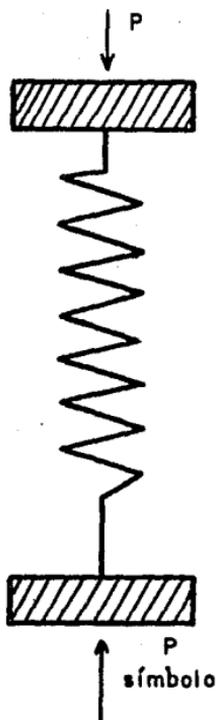
X_e = Deformación

α_e = Constante de elasticidad, que representa el coeficiente de proporcionalidad entre la deformación y la carga.

P = Carga

Esta ley puede representarse mediante el resorte ideal (fig. II-1), que no sufre deformación permanente al cargarlo o descargarlo cuantas veces se quiera, independientemente de la frecuencia con que se aplique la carga. En la misma figura se muestra la gráfica CARGA VS DEFORMACION que representa el fenómeno de elasticidad.

MODELO
ELASTICO



Unidad de Hooke

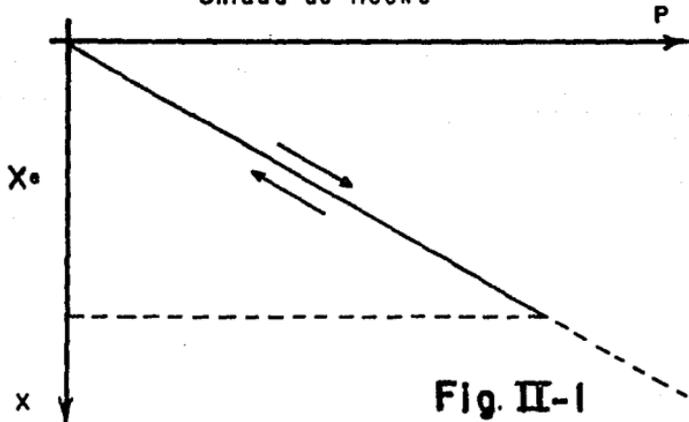


Fig. II-1

II.2. Modelos plásticos

Un cuerpo es idealmente plástico cuando al aplicarle un determinado nivel de carga, éste se deforma inmediatamente, y al remover ésta el cuerpo no recupera su forma original; es decir, el cuerpo conserva la deformación total que originó la carga a la cual fue sometido.

Si suponemos un cuerpo "A" muy rígido, de peso "W" sobre una superficie (fig. II-2). Al cuerpo "A" se le aplica una fuerza horizontal "P", la cual no producirá movimiento alguno con respecto a la base, hasta no haberse rebasado la resistencia a la fricción "P_s" entre los dos cuerpos -la base y el cuerpo mismo-. La resistencia límite de acuerdo con la ley de fricción de Coulomb vale: $P_s = \mu W$

Donde:

P_s = Fuerza de resistencia a la fricción

μ = Coeficiente de fricción

W = Peso del cuerpo "A"

Al alcanzarse esta resistencia el cuerpo entra en movimiento y al retirar la carga, el desplazamiento "X_P" permanece íntegro.

II.3. Modelos viscosos

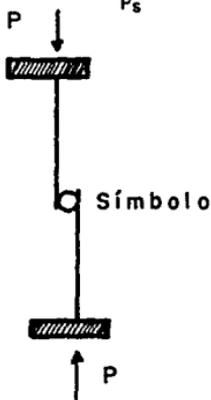
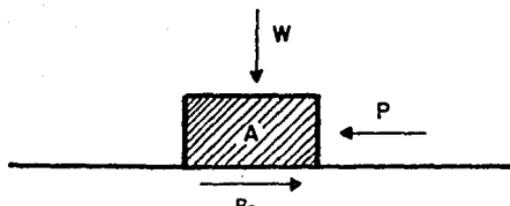
II.3.1. Modelo viscosos de fluidez lineal

Cuando un cuerpo se comporta de acuerdo con la ley de Newton

$$\frac{dX_v}{dt} = \varphi P$$

la cual expresa que "la rapidez de deformación es directamente proporcional a la carga", se dice que se trata del líquido perfecto de Newton. Aquí el coeficiente de proporcionalidad

MODELO
PLASTICO



Unidad de Coulomb

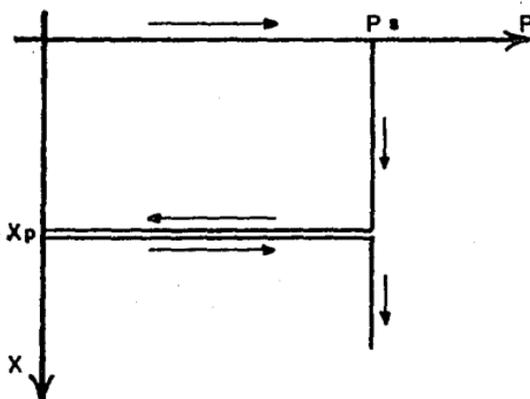


Fig. II-2

φ , representa la fluidez y se mantiene constante durante el proceso de deformación-carga-tiempo.

De la ley anterior se obtiene:

$$X_v = \varphi \int_0^t P dt \quad (2.2)$$

donde si la carga permanece constante resulta:

$$X_v = \varphi Pt \quad (2.3)$$

La representación gráfica de este comportamiento (fig. II-3), se ve que de cada valor de "P" se obtendrá una línea recta X_v vs t , que representa un fenómeno viscoso lineal. El recíproco de $\varphi \frac{1}{P}$, representa la viscosidad del material.

En el caso de la aplicación del concepto de viscosidad y fluidez a los suelos, debe hacerse notar que éstos no se comportan con fluidez lineal. Por ejemplo, las arcillas son materiales que presentan mayor fluidez, la cual sin embargo, en estado confinado, disminuye con el tiempo.

Lo anterior se debe a que al acercarse los granos entre sí, para ocupar posiciones más estables, la viscosidad del agua adherida que los rodea aumenta. Así pues, en estos casos la rapidez de deformación por el efecto viscoso intergranular en los suelos que exhiban esta propiedad (fig. II-4).

II.3.2. Modelo plasto-viscoso de fluidez no lineal

Puede vislumbrarse fácilmente en el caso de los suelos arcillosos, aún en los más suaves, que el fenómeno de Tixotropía dará cierta rigidez sólida inicial al material y constituye la iniciación del fenómeno de *solidificación o endurecimiento*, que hará que la fluidez se

MODELO VISCOSO DE
FLUIDEZ LINEAL

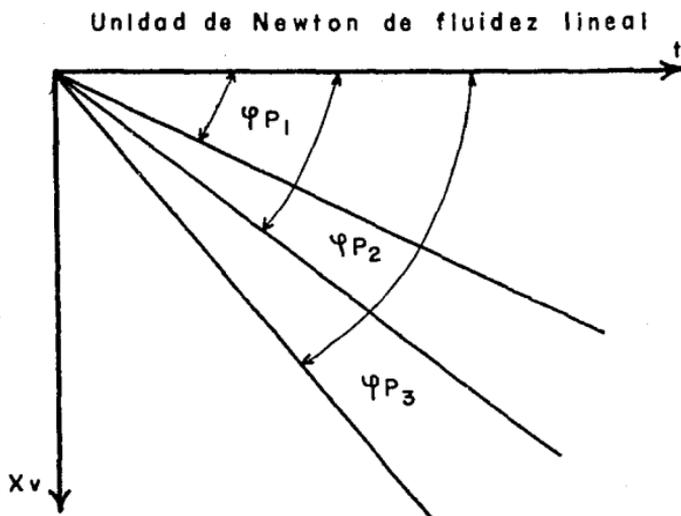
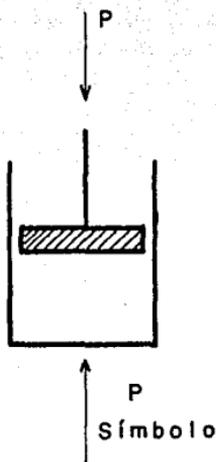
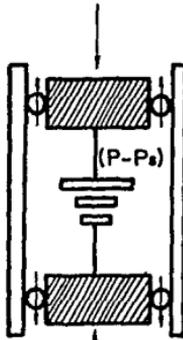


Fig. II-3



Símbolo
 MODELO PLASTO-VISCOZO DE
 FLUIDEZ NO LINEAL

Unidad de fluidez no lineal con fricción
 formada por elementos de Coulomb
 y un elemento de viscosidad no lineal.

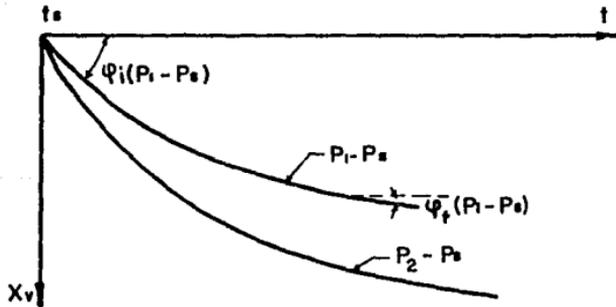


Fig II-4

inicie para un nivel de carga determinado P_s , el cual correspondería al rompimiento de los contactos firmes intergranulares, provocados previamente por la Solidificación. Así pues, el fenómeno se iniciará al alcanzarse la carga P_s y con una fluidez φ de tal manera que:

$$\frac{dX_v}{dt} = \varphi(P - P_s) \quad (2.4)$$

la fluidez φ disminuye con el tiempo hasta que adquiere un valor φ_f final, el cual puede ser muy pequeño o nulo en algunos suelos. En estas condiciones, la ley matemática más simple que satisface el fenómeno viscoso no lineal o viscosidad intergranular, que queda representado por la unidad de la figura mostrada con anterioridad, es la siguiente:

$$\frac{dX_v}{dt} = [\varphi_f + \frac{a}{b+t}](P - P_s) \quad (2.5)$$

de tal forma que para $t = 0$, se tiene:

$$\frac{dX_v}{dt} = [\varphi_f + \frac{a}{b}](P - P_s) = \varphi_i(P - P_s) \quad (2.6)$$

y cuando

$$t \rightarrow \infty: \frac{dX_v}{dt} \rightarrow \varphi_f(P - P_s) \quad (2.7)$$

por tanto la expresión 2.5, satisface las condiciones límites del fenómeno.

Después de la aplicación de la carga $P_a > P_s$ en forma inmediata, esto es, en un tiempo $t_0 \approx 0$ el fenómeno viscoso intergranular principia. Si posteriormente la carga permanece constante durante todo el proceso, integrando se obtiene:

$$X_v = [\varphi_f t + a \text{ Log } b + t](P_a - P_s) + C \quad (2.8)$$

para $t = 0$; $X_v = 0$; por consiguiente: $\epsilon = -a \text{Log } b(P_a - P_t)$, de donde se obtiene:

$$X_v = (\varphi f t + a \text{Log } \frac{b + t}{b})(P_a - P_t) \quad (2.9)$$

La Ley que representa el fenómeno viscoso no lineal, indica que si $a = 0$, se obtendrá el fluido perfecto Newtoniano de fluidez φf . Por otro lado si $\varphi = 0$, se tendrá una Ley Logarítmica para la unidad que se presenta en la figura II-4, cuya rapidez de deformación tiende a cero a medida que el tiempo tiende a ser muy grande.

Esta última condición representa el fenómeno de solidificación o endurecimiento en los materiales arcillosos, al desarrollarse gradualmente contactos firmes en mayor número, así como mayor acercamiento entre los granos durante la compresión, y en donde el efecto del agua adherida entre éstos juega un papel importante.

La representación gráfica de esta Ley se muestra en escala semilogarítmica en la gráfica II-5, donde se ve que si $\varphi f = 0$, la ley es una línea recta con pendiente (a) para valores de (t). La desviación de ésta puede investigarse fácilmente añadiendo el término $(\varphi f \cdot t)$, una vez que el fenómeno del material en cuestión se ha investigado en escala semilogarítmica.

De la expresión 2.5 se ve que para: $t = 0$, $\varphi_t = \varphi f + \frac{a}{b}$ de donde se obtiene:

$$b = \frac{a}{\varphi_t - \varphi f} \quad (2.10)$$

el tiempo (t) empezará a contar a la terminación de la aplicación de la carga inmediata y, consecuentemente, la iniciación del fenómeno viscoso.

II.3.3. Modelo plasto-viscoso no lineal con carga variable en el tiempo

Es importante investigar el fenómeno cuando la carga varía con el tiempo. Por ejemplo, cuando la aplicación de ésta es lineal con el tiempo $P = Pt$; se puede escribir:

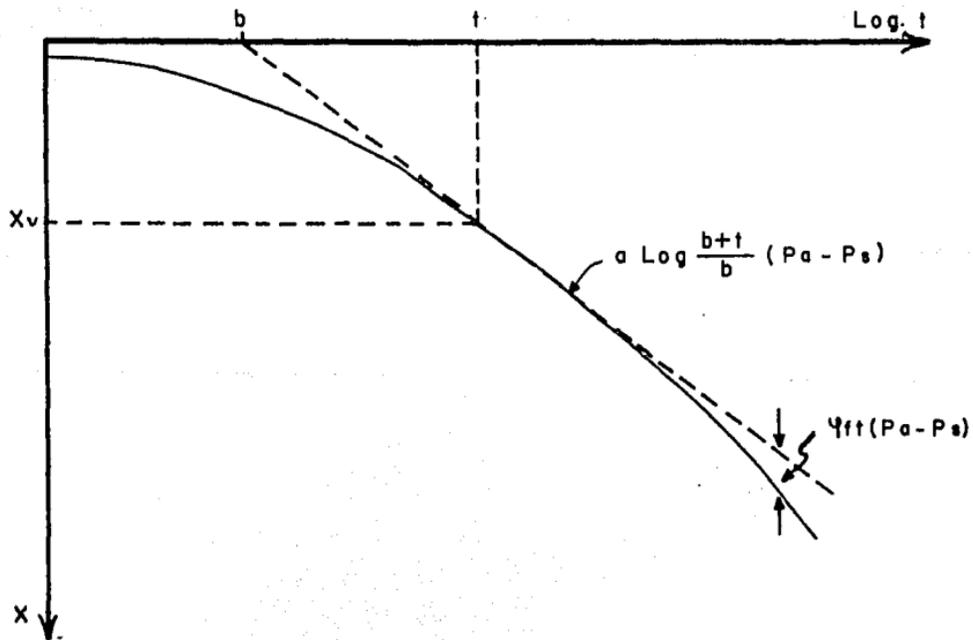


Fig. II-5

$$\frac{dX_v}{dt} = \left[\varphi f + \frac{a}{b+t} \right] P_t \quad (2.11)$$

de tal manera que durante la aplicación gradual de la carga, cuando "P" alcance el valor $P_e = P_{st}$, en el tiempo $t = t_e$, el fenómeno viscoso se iniciará. En ese instante $X_v = 0$, por lo cual de la integración de la expresión se obtiene:

$$X_v = \varphi f \frac{P}{2} (t^2 - t_e^2) + a f [t - t_e - b \text{Log} \frac{b+t}{b+t_e}] \quad (2.12)$$

si a partir de ese lapso la carga permanece constante, la deformación sigue la ley expresada por la expresión 2.9, ésto es:

$$X_v = \left[\varphi f (t - t_e) + a \text{Log} \frac{b+t}{b+t_e} \right] P_e - P_e \quad (2.13)$$

Para valores grandes de t_e , se puede usar $b + t \approx t$; de donde si llamamos:

$$\varphi_m = \varphi f \left(1 - \frac{P_e}{P_t} \right); \quad \gamma \quad (2.14)$$

$$a_m = a \left(1 - \frac{P_e}{P_t} \right) \quad (2.15);$$

y sustituimos en la ecuación 2.13, tenemos que:

$$X_v = \left[\varphi_m (t - t_e) + a_m \text{Log} \frac{t}{t_e} \right] P_e \quad (2.16)$$

por lo cual la deformación viscosa total, para valores $t > t_e$ será igual a:

$$X_{vt} = X_{vc} + X_v \quad (2.17)$$

Los valores de los parámetros φ , a y b , pueden obtenerse por medio de una prueba, después de la aplicación de la carga y transcurrido el tiempo t_e ; independientemente de la

forma en que sea aplicada la carga entre los tiempos t_a y t_c , ya que X_{vt} puede medirse de la prueba en el instante en que la carga se hace constante.

El caso más simple de este fenómeno se presenta cuando: $\varphi f = 0$ y $b + t \approx t$, en cuyo caso se obtiene la siguiente expresión para $t_a < t < t_c$

$$X_{vt} = aP(t - t_a) \quad (2.18)$$

ésto es, para el rango de tiempos indicado, la deformación es lineal con el tiempo, igual que la forma de aplicar la carga (fig. II-6); para $t > t_c$:

$$X_{vt} = a(P_c - P_a) + (P_c - P_a)a \text{Log} \frac{t}{t_c} \quad (2.19)$$

por lo tanto

$$X_{vt} = [a(1 - \frac{P_a}{P_c}) + a(1 - \frac{P_a}{P_c}) \text{Log} \frac{t}{t_c}] P_c \quad (2.20)$$

Se juzgará que los valores $a(1 - \frac{P_a}{P_c})$, no afectan la forma de la Ley expresada de donde ésta, finalmente, se puede escribir para $t > t_c$, como sigue:

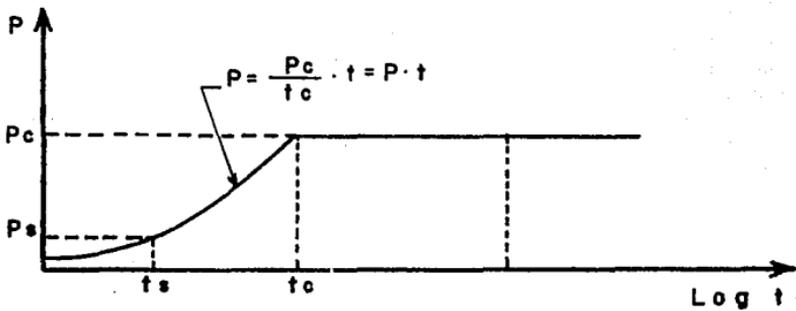
$$X_{vt} = [1 + \text{Log} \frac{t}{t_c}] a_m P_c \quad (2.21)$$

Estas expresiones son importantes de considerarlas en relación con la compresión secundaria de arcillas y limos.

II.4. Modelos combinados

II.4.1. Modelo elasto-plástico

Si se une un elemento elástico y otro plástico en serie, se obtiene una nueva unidad mecánica que se conoce como *cuero de St. Venant*, quien investigó su comportamiento, la figura II-7 muestra el modelo conjuntamente con su símbolo y gráfica carga-deformación correspondientes.



GRAFICAS DEL MODELO PLASTO-VISCOSO NO LINEAL
 CON CARGA VARIABLE EN EL TIEMPO

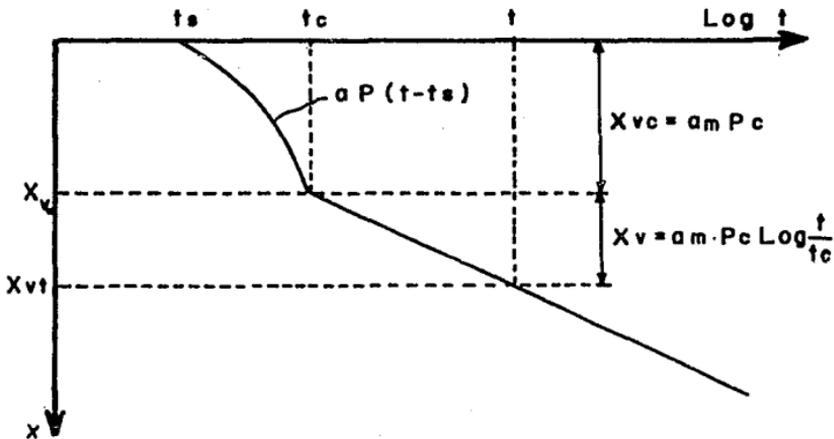
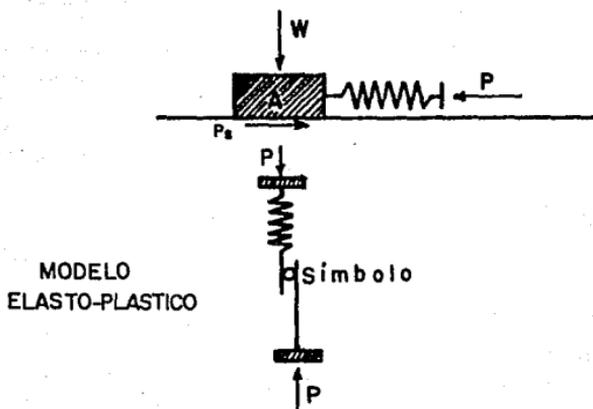


Fig. II-6



Unidad de -St.Venant-

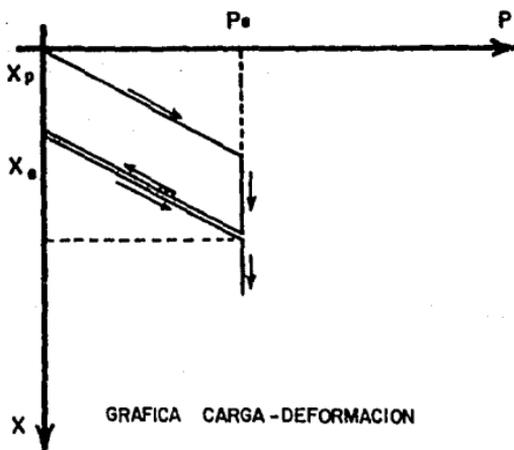


Fig. II-7

Se puede observar que al aplicar la carga P , el cuerpo tiene un comportamiento elástico hasta un valor P_e , que corresponde al límite de resistencia, donde el cuerpo entra en estado plástico, al retirar la carga, el material sufre una recuperación elástica debida al resorte. Este comportamiento se asemeja a los materiales reales, como el acero, el cual se apega mucho al comportamiento de la unidad de St. Venant, hasta esfuerzos cercanos a la zona de endurecimiento, donde la ley fenomenológica de esfuerzo-deformación es diferente.

Para que exista equilibrio elástico-plástico, deberán acoplarse una serie de cuerpos o elementos de St. Venant en paralelo, formando así una unidad elasto-plástica, donde el comportamiento proporciona equilibrio estático antes de rebasar la carga límite de todos sus elementos plásticos.

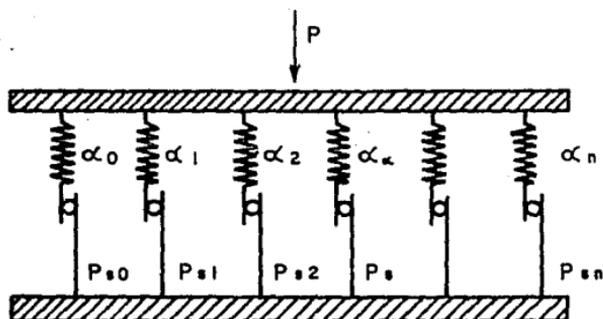
En la figura II-8, se muestra un modelo que sirve para representar un comportamiento elasto-plástico. El modelo está constituido por una serie de cuerpos de St. Venant en paralelo, donde los resortes tienen diferentes módulos de deformación y los elementos plásticos de Coulomb poseen diferentes límites de resistencia, variando desde cero hasta un valor grande. En esta forma a medida que la carga aumenta, los elementos de St. Venant van siendo utilizados gradualmente a medida que se vence su resistencia " P_{in} " y para un nivel intermedio de carga se tiene un equilibrio elasto-plástico.

La deformación plástica aumenta a medida que la carga aumenta, hasta crecer indefinidamente cerca de la ruptura, así mismo se observa también que para niveles muy pequeños de carga inferiores al " P_{e1} " mínimo del conjunto, el material tiene un comportamiento sólido elástico.

Observando la figura II-8, de elementos elasto-plásticos de St. Venant en paralelo, podemos ver que:

$$\frac{dX_{ep}}{dP} = f(P)$$

Elementos elasto-plásticos de St.Venant en paralelo.



$$0 \leq P_{s0} \leq P_{sn}$$
$$\alpha_0 < \alpha_1 < \alpha_k < \alpha_n$$

α : módulo de deformación

Fig. II-8

donde $f(P)$ deberá satisfacer las siguientes condiciones:

1. Para un nivel de carga pequeño el valor $\frac{dX_{ep}}{dP}$ deberá quedar definido.
2. Cuando $P \rightarrow P_u$, o sea, a la carga última de resistencia la relación $\frac{dX_{ep}}{dP}$ tiende a un valor muy grande.

Después de investigar varias funciones matemáticas de la carga "P" se llega a la conclusión de recomendar la siguiente como la más conveniente:

$$f(P) = \frac{a}{b - e^{PP}} \quad (2.22)$$

en la cual si:

$$P \rightarrow 0; f(P) \rightarrow \frac{a}{b-1}$$

$$P \rightarrow P_u; f(P) \rightarrow \infty \quad (2.23)$$

de donde:

$$b = e^{PP_u} \quad (2.24)$$

quedando la función de la manera siguiente:

$$\frac{dX_{ep}}{dP} = \frac{a}{e^{PP_u} - e^{PP}} \quad (2.25)$$

integrando se obtiene

$$X_{ep} = \frac{a}{e^{PP_u} - e^{PP}} [PP \text{ Log}(e^{PP_u} - e^{PP})] + C \quad (2.26)$$

Donde se tiene que para $P = 0$, $X_{ep} = 0$, y para que $P = P_u$, $X_{ep} = 0$

De lo anterior se obtiene:

$$X_{ep} = \frac{a}{e^{\nu} P_0} \left[P + \frac{1}{\rho} \text{Log} \frac{e^{\nu} P_0}{e^{\nu} P_0 - e^{\nu} P} \right] \quad (2.27)$$

De la expresión anterior se observa que para valores muy pequeños de P se tiene que:

$$X_{ep} = \frac{a}{e^{\nu} P_0} P \quad (2.28)$$

El valor $\frac{a}{e^{\nu} P_0}$ representa el módulo inicial elástico de deformación αe , por lo cual y sustituyendo en la ecuación 2.27 la expresión se puede escribir como sigue:

$$X_{ep} = \alpha e P + \frac{\alpha e}{\rho} \text{Log} \frac{e^{\nu} P_0 - 1}{e^{\nu} P_0 - e^{\nu} P} \quad (2.29)$$

ρ mide el fenómeno plástico, ya que si $\frac{1}{\rho} = 0$, queda exclusivamente un comportamiento elástico.

Llamando $\alpha p = \frac{\alpha e}{\rho}$, se obtiene finalmente la siguiente expresión para el fenómeno puramente elasto-plástico:

$$X_{ep} = \alpha e P + \alpha p \text{Log} \frac{e^{\nu} P_0 - 1}{e^{\nu} P_0 - e^{\nu} P} \quad (2.30)$$

Esta Ley implica que el efecto plástico no se deja sentir en forma importante hasta haberse obtenido cierto nivel de esfuerzos, a partir del cual empiezan los granos a sufrir entre ellos resbalamientos importantes y finalmente cuando la carga aplicada se acerca a la ruptura P_u , la deformación tiende a ser muy grande (fig. II-9).

Desarrollando en serie los valores exponenciales se obtiene como primera aproximación:

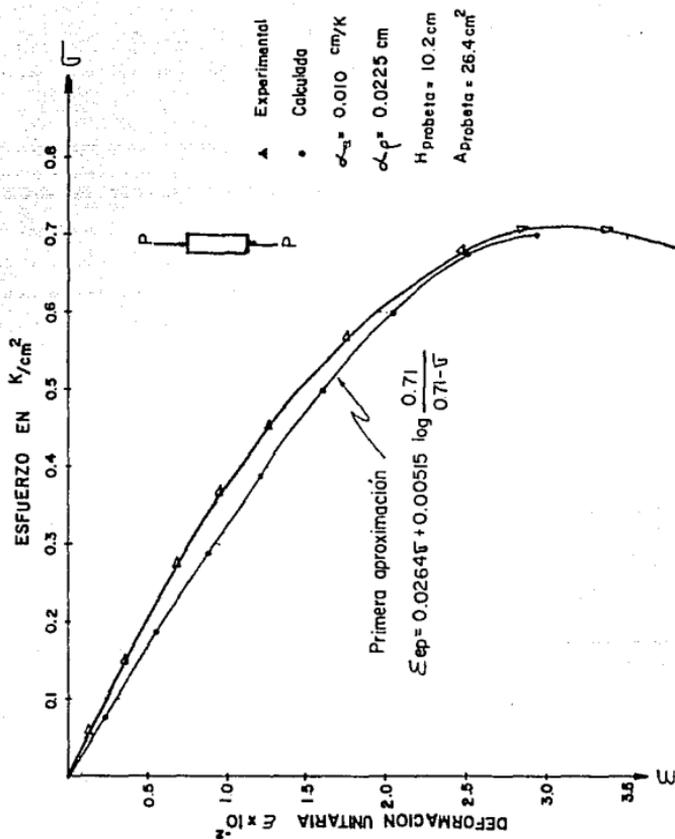


Fig. II-9

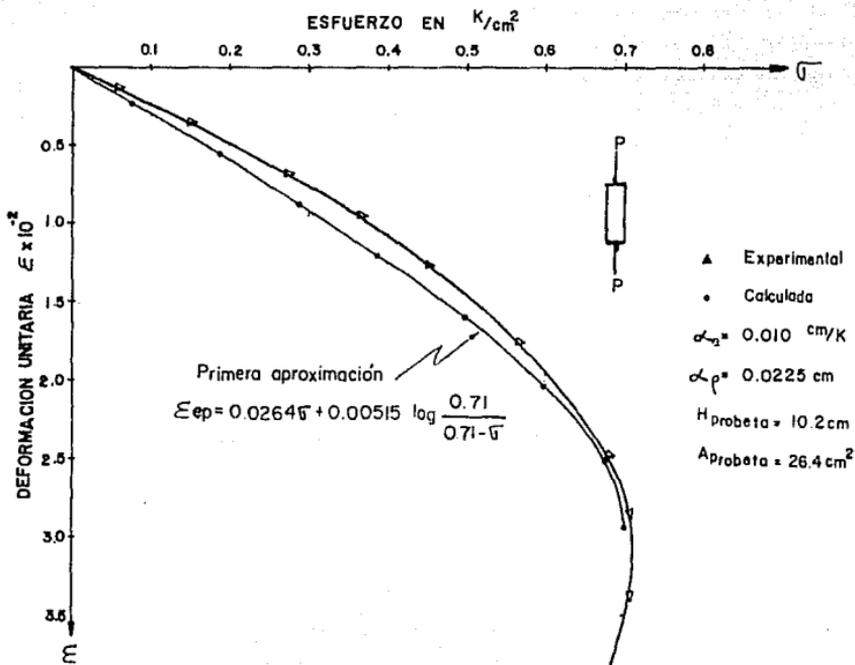


Fig. II-9

$$X_{ep} = \alpha \epsilon P + \alpha p \text{Log} \frac{\epsilon^p P_0 - I}{\epsilon^p P_0 - \epsilon^p P} \quad (2.31)$$

esta Ley expresa la regla más probable del FENOMENO CARGA VS DEFORMACION, para un material elasto-plástico y para un determinado estado de esfuerzos de confinamiento iniciales que no varían durante el proceso de la prueba.

En ésta sin embargo, interesa conocer el efecto elástico plástico de esfuerzo-deformación para un incremento de carga ΔP_0 y para un nivel de carga P_0 que actúa sobre el material.

De la expresión 2.30, se puede encontrar:

$$\Delta X_{ep} = \alpha \epsilon \Delta P + \alpha P \frac{p \epsilon^p P_0}{\epsilon^p P_0 - \epsilon^p P} \cdot \Delta P \quad (2.32)$$

de donde para un nivel de carga P_0 el incremento de deformación elasto-plástica queda definido por:

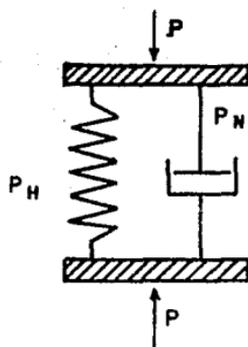
$$\Delta X_{ep} = \left[\alpha \epsilon + \frac{\alpha p p \epsilon^p P_0}{\epsilon^p P_0 - \epsilon^p P} \right] \Delta P \quad (2.33)$$

aquí el paréntesis representa un valor constante durante el incremento considerado, de donde se puede escribir:

$$\Delta X_{ep} = \alpha \epsilon p \cdot \Delta P \quad (2.34)$$

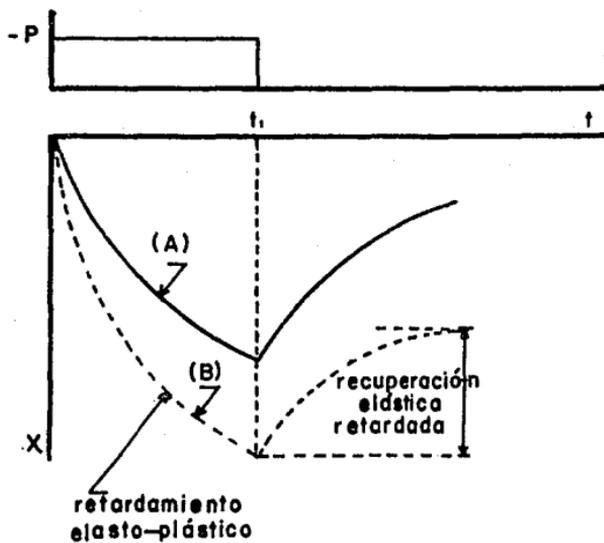
II.4.2. Modelo elástico-viscoso lineal

La deformación elástica puede ser retardada por un fenómeno viscoso lineal, el cual puede ser investigado uniendo en paralelo una unidad de Hooke y una de Newton; obteniéndose así una unidad conocida como Unidad Kelvin (fig. II-10). La condición de la carga es la siguiente:



UNIDAD KELVIN

MODELO ELASTICO-VISCOSO LINEAL



$$P = P_H + P_N \quad (2.35)$$

y la deformación:

$$X = X_H = X_N \quad (2.36)$$

para

$$X_H = \alpha \epsilon P_H$$

y

$$\frac{dX_N}{dt} = \varphi P_N$$

por consiguiente y substituyendo en la expresión 2.35, se tiene:

$$P = \frac{x}{\alpha \epsilon} + \frac{1}{\varphi} \frac{dx}{dt} \quad (2.37)$$

La solución de esta ecuación diferencial es la siguiente:

$$X \epsilon^{\frac{\varphi}{\alpha \epsilon}} = \varphi \int \epsilon^{\frac{\varphi}{\alpha \epsilon}} P dt + c \quad (2.38)$$

De la expresión anterior se puede encontrar, cuando P constante, el fenómeno de retardamiento elástico, ya sea en la compresión o el fenómeno reversible de la expansión.

Para carga constante se obtiene de la expresión 2.38:

$$X \epsilon^{\frac{\varphi}{\alpha \epsilon}} = \alpha P \epsilon^{\frac{\varphi}{\alpha \epsilon}} + c \quad (2.39)$$

para $t = 0$; $X = 0 \therefore 0 = \alpha \epsilon P + c$, por consiguiente $c = -\alpha \epsilon P$ de donde se obtiene:

$$X = \alpha \epsilon P [1 - \epsilon^{\frac{\varphi}{\alpha \epsilon}}] \quad (2.40)$$

Lo anterior implica que la unidad elástica no se deformará hasta que en forma gradual y a través del tiempo el efecto viscoso-lineal se lo permita, de tal manera que después de un tiempo grande, se verificará la deformación elástica ocasionada por la carga total P , al retirar la carga curva A de la gráfica II-10, se verificará el fenómeno reversible el cual se observa en los suelos por el efecto hidrodinámico de expulsar el agua gravitacional de los poros del material (según la teoría de consolidación).

Durante el proceso de deformación con el tiempo en el fenómeno con antelación señalado, es interesante conocer la fracción de carga que toma el elemento resistente, así como la que toma el elemento viscoso lineal para un tiempo determinado. Lo anterior se puede obtener igualando las expresiones:

$$X = \alpha \epsilon P_H$$

y

$$X = \alpha \epsilon P [1 - e^{-\frac{P}{P_s} t}]$$

de donde la fracción de la carga que toma el resorte es:

$$\frac{P_H}{P} = [1 - e^{-\frac{P}{P_s} t}] \quad (2.41)$$

y la fracción de carga que toma el fluido lineal es:

$$\frac{P_N}{P} = e^{-\frac{P}{P_s} t} \quad (2.42)$$

II.4.3. Modelo elasto-plástico con fluidez lineal

Si en lugar de tener un elemento de Hooke, éste lo sustituimos por un elemento de St. Venant, para valores $P_1 < P_s$, el fenómeno será idéntico al anterior descrito, hasta que P_1 en el elemento de St. Venant alcance el valor P_s para un tiempo determinado t_s , después de lo cual se observará un fenómeno Plasto-Viscoso lineal. Si la carga se retira, se observará el

efecto reversible elástico, únicamente quedando la deformación permanente del fenómeno plasto-viscoso (fig. II-11).

El efecto plasto-viscoso lineal en este caso estaría representado por la expresión:

$$X_{ep} = \varphi (P - P_e); P > P_e \quad (2.43)$$

el cual es irreversible.

Ahora bien, si se supone que la unidad de Kelvin contiene múltiples elementos elasto-plásticos capaces de tomar un incremento de carga ΔP_i en cualquier momento, según

$$\Delta X_{ep} = \alpha_{ep} \Delta P_i; [\Delta X_{ep}]_i = X_{ep} \Delta P_i \quad (2.44)$$

Se puede concluir de los razonamientos anteriores, que el funcionamiento de la unidad de Kelvin será el mismo excepto que el valor de (α_e) elástico para el incremento considerado cambia por (α_{ep}) de donde se obtiene:

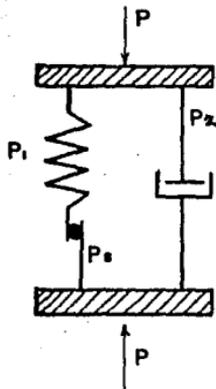
$$[\Delta X_{ep}]_i = \alpha_{ep} \Delta P_i \left[1 - e^{-\frac{X_{ep}}{\alpha_{ep}} \Delta P_i} \right] \quad (2.45)$$

Al retirar la carga se encontrará únicamente la recuperación elástica, retardada por el fluido (fig. II-10b).

II.4.4. Modelo de retardamiento plasto-viscoso

de fluidez no lineal

Considerando la unidad estudiada para el comportamiento plasto-viscoso no lineal, pero introduciendo una unidad de viscosidad lineal en paralelo para retardar la deformación; de tal manera que la nueva unidad quedará representada (fig. II-12a). A esta unidad se le llamará "z".



MODELO ELASTO - PLASTICO CON FLUIDEZ
LINEAL

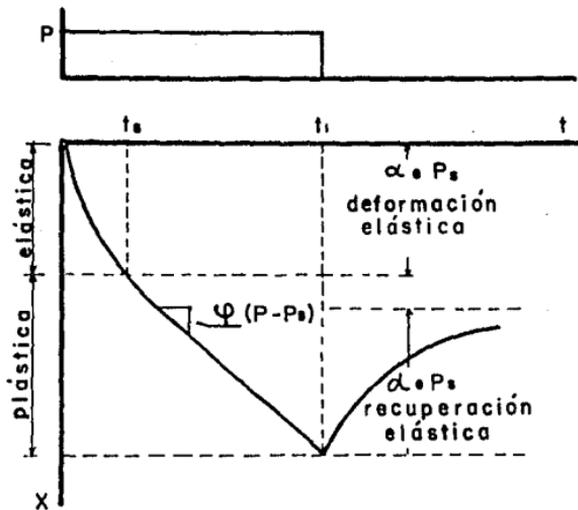


Fig. II-11

El elemento viscoso no lineal representa los efectos viscosos intergranulares, así como la necesidad de alcanzar por medio de la fricción de Coulomb ($P_s = \mu\omega$), un nivel de carga (P_s) tan pequeño como se quiera para iniciar dichos fenómenos. Por otro lado, el elemento de viscosidad lineal representa el agua gravitacional en los poros de la estructura del material, que al ser expulsada de éstos retarda la deformación viscosa intergranular.

A este nuevo modelo reológico le llamaremos en adelante "Unidad Z" y su condición de carga será

$$P_a - P_s = P_1 + P_2 \quad (2.46)$$

$$X_v = X_1 = X_2$$

Además se tienen las siguientes expresiones para el elemento viscoso no lineal:

$$\frac{dX_v}{dt} = \left[\varphi f + \frac{a}{b+t} \right] P_1 \quad (2.47)$$

en el elemento viscoso lineal:

$$\frac{dX_v}{dt} = \varphi_a P_2 \quad (2.48)$$

sustituyendo en 2.46, se obtiene

$$(P_a - P_s) = \left[\frac{1}{\varphi f + \frac{a}{b+t}} + \frac{1}{\varphi_a} \right] \frac{dX_v}{dt} \quad (2.49)$$

Efectuando operaciones algebraicas y llamando:

$$A = \left(b + \frac{a}{\varphi f} \right) \frac{\varphi f \varphi_a}{\varphi f + \varphi_a} \quad (2.50)$$

$$B = b + \frac{a}{\varphi f + \varphi a} \quad (2.51)$$

$$\varphi_a f = \frac{\varphi f \bar{\varphi}_a}{\varphi + \varphi_a} \quad (2.52)$$

de donde se obtiene la siguiente ecuación diferencial que rige el fenómeno:

$$\frac{dX_v}{dt} = \left[\frac{A}{B+t} + \varphi_a f \frac{t}{B+t} \right] (P_a - P_s) \quad (2.53)$$

después de integrar:

$$X_v = [(A - \varphi_a f B) \text{Log}(B+t) + \varphi_a f t] (P_a - P_s) + C \quad (2.54)$$

a la aplicación de una carga instantanea $P_a > P_s$ el fenómeno dará principio, esto es: para $t = 0, X_v = 0$, por consiguiente:

$$C = -[(A - \varphi_a f B) \text{Log} B] (P_a - P_s)$$

sustituyendo obtenemos:

$$X_v = [(A - \varphi_a f B) \text{Log} \frac{B+t}{B} + \varphi_a f t] (P_a - P_s) \quad (2.55)$$

llamando

$$(A - \varphi_a f B) = \beta \quad (2.56)$$

se puede escribir finalmente la ley con que se verifica el fenómeno:

$$X_v = [\beta \text{Log} \frac{B+t}{B} + \varphi_a f t] (P_a - P_s) \quad (2.57)$$

Nótese que si $\varphi_f = 0$, resulta

$$A = a = \beta;$$

$$B = b + \frac{a}{\varphi_a};$$

$$\varphi_a f = 0$$

de donde se obtiene

$$X_v = a \text{Log} \frac{b + \frac{a}{\varphi_a} + t}{b + \frac{a}{\varphi_a}} (P_a - P_s) \quad (2.59)$$

De aquí se puede concluir que cuando $\varphi_f = 0$ la Ley de Deformación es solamente logarítmica con la misma pendiente que la expresada por la

$$X_v = [\varphi_f \cdot t + a \text{Log} \frac{b+t}{b}] (P_a - P_s) \quad (2.60)$$

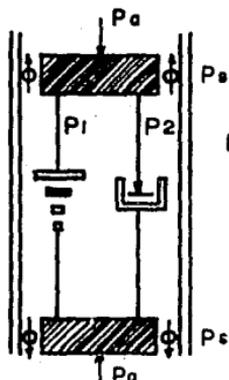
del comportamiento Plasto-Viscoso de Fluides No Lineal, de donde se deduce que el agua gravitacional al ser expulsada de los poros produce un retardamiento medido por $(\frac{a}{\varphi_a})$ en la iniciación del fenómeno de viscosidad intergranular no lineal (fig. II-12b).

En este caso, la fracción de la carga total que toman los fluidos, de fluides no lineal y fluides lineal respectivamente, se pueden obtener diferenciando la expresión 2.59, es decir:

$$\frac{dX_v}{dt} = \frac{a}{(b + \frac{a}{\varphi_a}) + t} (P_a - P_s) \quad (2.61)$$

la que igualada a las expresiones 2.47 y 2.48, proporciona respectivamente los siguientes valores para fluides lineal:

UNIDAD (Z)



$$P_a - P_s = P_1 + P_2$$

$$X_v = X_1 + X_2$$

(a)

RETARDAMIENTO PLASTO-VISCOSO DE FLUJIDIZ NO LINEAL

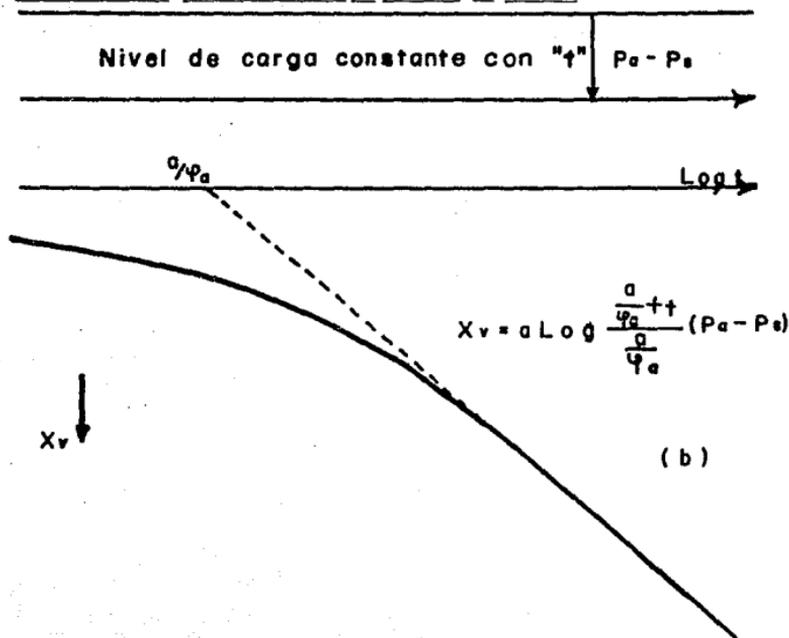


Fig. II-12

$$P_1 = \frac{b + t}{b + \frac{s}{\varphi_a} + t} (P_a - P_e) \quad (2.62)$$

y para fluidez no lineal:

$$P_2 = \frac{\frac{s}{\varphi_a}}{b + \frac{s}{\varphi_a} + t} (P_a - P_e) \quad (2.63)$$

Sin embargo, para $t = 0$, el fluido en los poros del material representado por el elemento de fluidez lineal, toma momentaneamente la carga, por consiguiente, para que se verifique cuando $t = 0$, $P_1 = 0$, y $P_2 = (P_a - P_e)$ será necesario considerar que $b \approx 0$, de donde finalmente se puede escribir la proporción de la carga que toman los elementos a saber:

Elemento de fluidez no lineal:

$$\frac{P_1}{(P_a - P_e)} = \frac{t}{\frac{s}{\varphi_a} + t} \quad (2.64)$$

elemento de fluidez lineal:

$$\frac{P_2}{(P_a - P_e)} = \frac{\frac{s}{\varphi_a}}{\frac{s}{\varphi_a} + t} \quad (2.65)$$

Por consiguiente, la expresión 2.59, toma la forma siguiente:

$$X_v = a \left(1 - \frac{P_e}{P_a} \right) \text{Log} \frac{\frac{s}{\varphi_a} + t}{\frac{s}{\varphi_a}} P_a \quad (2.66)$$

representado gráficamente en la figura II-12b.

II.4.5. Modelo elasto-plástico viscoso lineal y relajamiento

En el estudio de fenómenos elasto-plásticos, se puede utilizar un elemento de St. Venant y un elemento de Newton en serie, como se muestra en la gráfica II-13, formando una unidad de Maxwell con fricción.

UNIDAD DE MAXWELL CON FRICCION
(MODELO ELASTO-PLASTICO VISCOZO LINEAL Y RELAJAMIENTO)

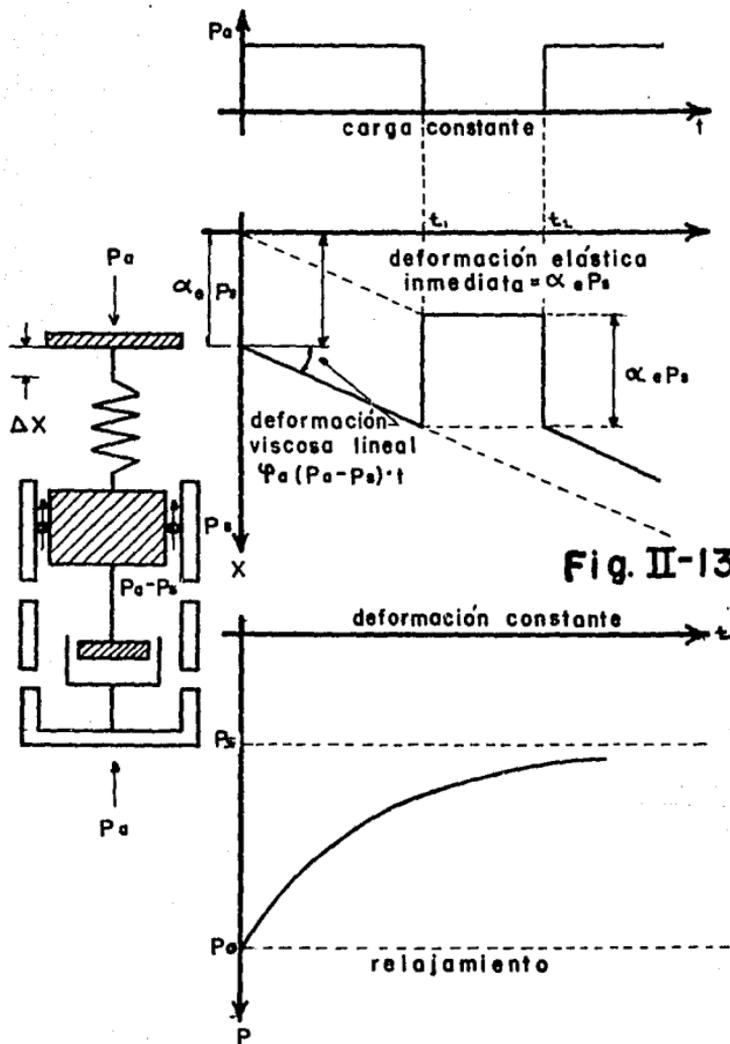


Fig. II-13

Fig. II-14

La condición de deformación será:

$$X = X_H + X_N \quad (2.67)$$

Substituyendo los valores para el fenómeno elástico y viscoso lineal respectivamente, se obtiene:

$$X = \alpha e P_a + \varphi a \int (P_a - P_s) dt + c \quad (2.68)$$

En este caso es necesario considerar dos fenómenos importantes: Cuando la carga se aplica en forma inmediata y permanece constante con el tiempo y cuando con determinada carga la rapidez de deformación se fija con el tiempo.

En el primer caso, para carga constante $P_a > P_s$ de la expresión 2.68 se obtiene:

$$X = \alpha e P_a + \varphi a (P_a - P_s) t \quad (2.69)$$

en la que para $t = 0$, $X = \alpha e P_a$, por consiguiente $C = 0$.

Esta ley queda representada en la figura anterior, en donde se observa que al retirar la carga (P_a) se recupera integralmente la deformación elástica ($\alpha e P_a$) correspondiente a la carga elástica que fue aplicada para movilizar la fricción P_s y que inicia el fenómeno viscoso. Al aplicar nuevamente la carga sucede el mismo fenómeno inicial, pero la deformación total se retarda con el tiempo.

El segundo caso representa el fenómeno cuando la rapidez de deformación es constante o nula y la carga se disminuye por el relajamiento a un valor límite de resistencia P_s equivalente a la fricción de Coulomb. El fenómeno se puede estudiar usando la expresión 2.67 en la siguiente forma:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dX_H}{dt} + \frac{dX_N}{dt} \quad (2.70)$$

usando para

$$\frac{dX_H}{dt} = \alpha c \frac{dp}{dt} \quad (2.71)$$

$$\frac{dX_N}{dt} = \varphi_a (P - P_*)$$

P_* representa la resistencia límite interior $P > P_*$. Substituyendo se obtiene:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha c \frac{dP}{dt} + \varphi_a (P - P_*) \quad (2.72)$$

arreglando términos

$$\frac{dP}{dt} + \frac{\varphi_a}{\alpha c} P = \left[\frac{1}{\alpha c} \frac{dx}{dt} + \frac{\varphi_a}{\alpha c} P_* \right] \quad (2.73)$$

integrando tenemos:

$$P e^{\frac{\varphi_a}{\alpha c} t} = \frac{1}{\alpha c} \int \left[\frac{dx}{dt} + \varphi_a P_* \right] e^{\frac{\varphi_a}{\alpha c} t} dt + C \quad (2.74)$$

Si $\frac{dx}{dt} = \text{constante}$

$$P e^{\frac{\varphi_a}{\alpha c} t} = \frac{1}{\varphi_a} \left[\frac{dx}{dt} + \varphi_a P_* \right] e^{\frac{\varphi_a}{\alpha c} t} + C \quad (2.75)$$

Para $t = 0$; $P = P_0$ resulta:

$$C = P_0 - \frac{1}{\varphi_a} \left[\frac{dx}{dt} + \varphi_a P_* \right] \quad (2.76)$$

y por tanto

$$P_t = P_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\varphi_0} \left[\frac{dz}{dt} + \varphi_0 P_0 \right] [1 - e^{-\frac{t}{\tau}}] \quad (2.77)$$

Esta fórmula nos proporciona el relajamiento de la carga P_0 con el tiempo para condiciones de fluidez lineal. De aquí que si dz/dt permanece nulo durante el proceso, entonces de la expresión

$$\frac{P_t}{P_0 - P_t} = \frac{\frac{1}{\varphi_0}}{\frac{1}{\varphi_0} + t} \quad (2.78)$$

se obtiene

$$P_t = P_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + P_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (2.79)$$

o bien

$$P_t = P_0 + (P_0 - P_t) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2.80)$$

La figura II-14 muestra la ley con que se verifica el fenómeno de relajamiento de una carga P_0 cuando la deformación permanece fija.

CAPITULO III RESULTADOS Y APLICACIONES

III.1. Presentación de resultados

III.1.1. Listado de resultados

En los siguientes párrafos se presentará un listado de los resultados obtenidos en el capítulo anterior, con el fin de visualizar lo que se ha logrado hasta el momento y poder hacer uso de ellos, para correlacionar algún tipo de suelo con alguna combinación de Modelos.

Hemos hablado de Modelos Elásticos, Plásticos, Viscosos, etc., pero debemos tomar en cuenta que en la naturaleza un suelo puede tener más de dos propiedades diferentes al mismo tiempo, es por ésto que surge la necesidad de crear en el laboratorio un modelo combinado para acercarnos más al comportamiento real del material.

También es lógico pensar que la combinación primaria más compleja, puede dar origen a una secundaria, la cual reuna a dos composiciones del mismo tipo y que se asemejen al modelo de suelo estudiado, tal y como veremos más adelante.

Teniendo ésto en mente, hagamos un listado de lo obtenido hasta ahora:

- a) Modelo Elástico: $X_e = \alpha_e \cdot P$
- b) Modelo Elasto-Plástico

(Para un incremento Δp)

$$\Delta X_{ep} = \alpha_{ep} \cdot \Delta p$$

c) Modelo Viscoso de Fluidez Lineal

$$X_v = \varphi \cdot P \cdot t$$

d) Modelo Plasto-Viscoso de Fluidez No Lineal

$$X_v = [\varphi f \cdot t + a \operatorname{Log} \frac{b+t}{b}] (P_a - P_s)$$

e) Modelo Anterior con Carga Variable en el Tiempo.

para $t_s < t < t_e$; $X_v t = a P (t - t_s)$

para $t > t_e$; $X_v t = [I + \operatorname{Log} \frac{t}{t_e}] a m P_e$

f) Modelo de Retardamiento Elástico-Viscoso Lineal

$$X = a e P [1 - e^{-\frac{t}{\tau}}]$$

g) Modelo de Retardamiento Elasto-Plástico con Fluidez Lineal. (Unidad de Kelvin modificada)

$$[\Delta X_{ep}]_i = a e P \Delta P_i [1 - e^{-\frac{t}{\tau}}]$$

h) Modelo de Retardamiento Plasto-Viscoso con Fluidez No Lineal. (Unidad Z)

$$X_v = a (1 - \frac{P_s}{P_a}) \operatorname{Log} \frac{\frac{a}{P_a} + t}{\frac{a}{P_a}} \cdot P_a$$

i) Modelo Elasto-Plástico Viscoso Lineal y Relajamiento.

para $P_a > P_s$

$$X = a e P_a + \varphi a (P_a - P_s) t$$

III.1.2. Correlación a materiales permeables o no saturados

Como es ya sabido, el suelo está formado de granos sólidos de diferentes tamaños y formas.

Los granos de la fracción "fina" y "muy fina" están constituidos principalmente por mineral de arcilla los cuales proporcionan propiedades cohesivas y de alta viscosidad intergranular. La figura III-1 muestra esquemáticamente la posición de las zonas viscosas intergranulares en la cercanía del contacto entre granos de minerales de arcilla. Esto es, las placas que constituyen los granos de arcilla quedan separados por el agua adherida de alta y muy alta viscosidad y la cual se supone tiende a tener las propiedades de un sólido en la periferia del grano.

Cuando las fuerzas intergranulares no rebasan la resistencia a la fricción en los puntos de contacto entre granos, el fenómeno de deformación estructural es puramente elástico. Sin embargo, al alcanzarse un nivel determinado de carga y rebasar la fricción intergranular, el fenómeno viscoso intergranular se deja sentir en forma importante y gradual; la figura III-2, muestra un arreglo estructural en donde se indican los contactos firmes entre granos. Se puede visualizar que si estos contactos firmes se rompen o dañan con la carga, inmediatamente entran en acción los elementos viscosos que los rodean. Cuando se ha roto la mayoría de los contactos firmes, el material ya no tendrá suficientes elementos elásticos y consecuentemente se comportará como un fluido altamente viscoso de fluidez no lineal, es decir, un fluido cuya fluidez disminuye con el tiempo a medida que el material se comprime y es obligado por la carga a encontrar un nuevo arreglo estructural. Sin embargo, debe considerarse el caso cuando un suelo es amasado perfectamente sin alterar su contenido natural de agua, en cuyo caso se podrán destruir también los elementos viscosos intergranulares que proporcionan la cohesión y alta viscosidad del material; quedando un nuevo arreglo estructural con elementos de alta plasticidad en donde los

POSICION DE LAS ZONAS VISCOSAS INTER -
GRANULARES

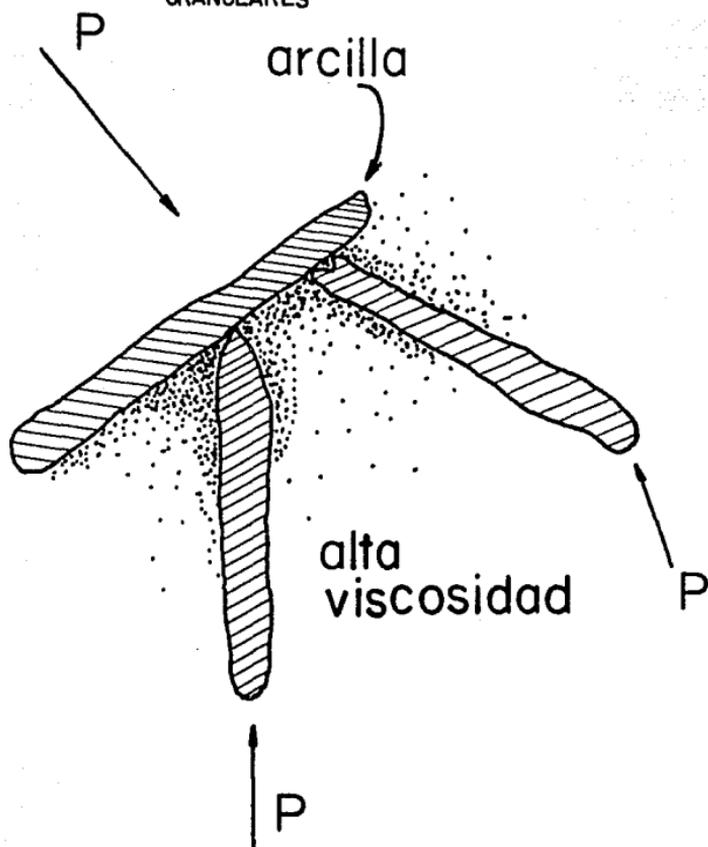
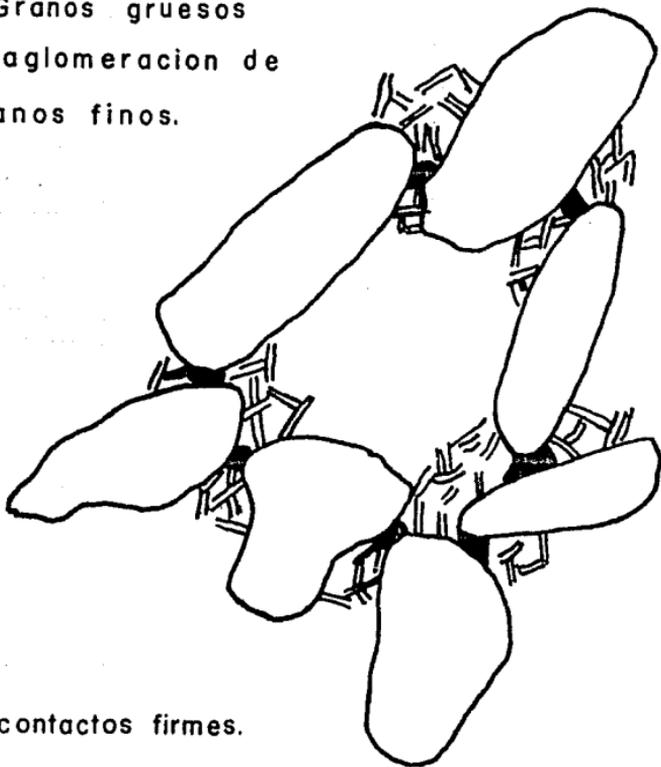


Fig. III-1

Granos gruesos
y aglomeracion de
granos finos.



● contactos firmes.

▨ elementos de alta viscosidad
intergranulares.

Fig. III-2

retardamientos de la deformación estarán dados por la fluidez lineal.

Los estudios reológicos realizados hasta aquí permiten llegar a conclusiones importantes relacionadas con el fenómeno carga-deformación-tiempo de los sedimentos. Aunque no es posible visualizar un modelo reológico que represente en forma precisa las leyes del fenómeno carga-deformación-tiempo de un sedimento, pero sí se puede idear un modelo o unidad (fig. III-3), para poder establecer los conceptos básicos. El modelo propuesto está constituido por elementos elásticos, plásticos y viscosos intergranulares dispuestos en tal forma de poder representar el comportamiento típico de un sedimento fino en la forma más aproximada posible.

El funcionamiento para el caso de un material permeable o no saturado es decir, donde el agua en los poros no intervenga en retardar la deformación, es como sigue:

Al aplicar un incremento de carga (ΔP_a) en un tiempo t_0 pequeño, se verificará de inmediato un incremento de deformación elasto-plástica, de acuerdo con:

$$\Delta X_{ep} = \alpha_{ep} \cdot \Delta P_a$$

(Modelo Elasto-Plástico)

Cuando el incremento de carga aplicada ΔP_a es mayor que ΔP_c , carga mínima de fricción entre dos grupos necesaria para iniciar el efecto viscoso intergranular, la deformación seguirá de acuerdo con la ley

$$\Delta X_v = [\varphi f \cdot t + \alpha \text{Log} \frac{b+t}{b}] (\Delta P_a - \Delta P_c)$$

y por consiguiente la deformación total con el tiempo quedará expresada como sigue:

$$\Delta x = \alpha_{ep} \Delta P_a + [\varphi f t + \alpha \text{Log} \frac{b+t}{b}] (\Delta P_a - \Delta P_c)$$

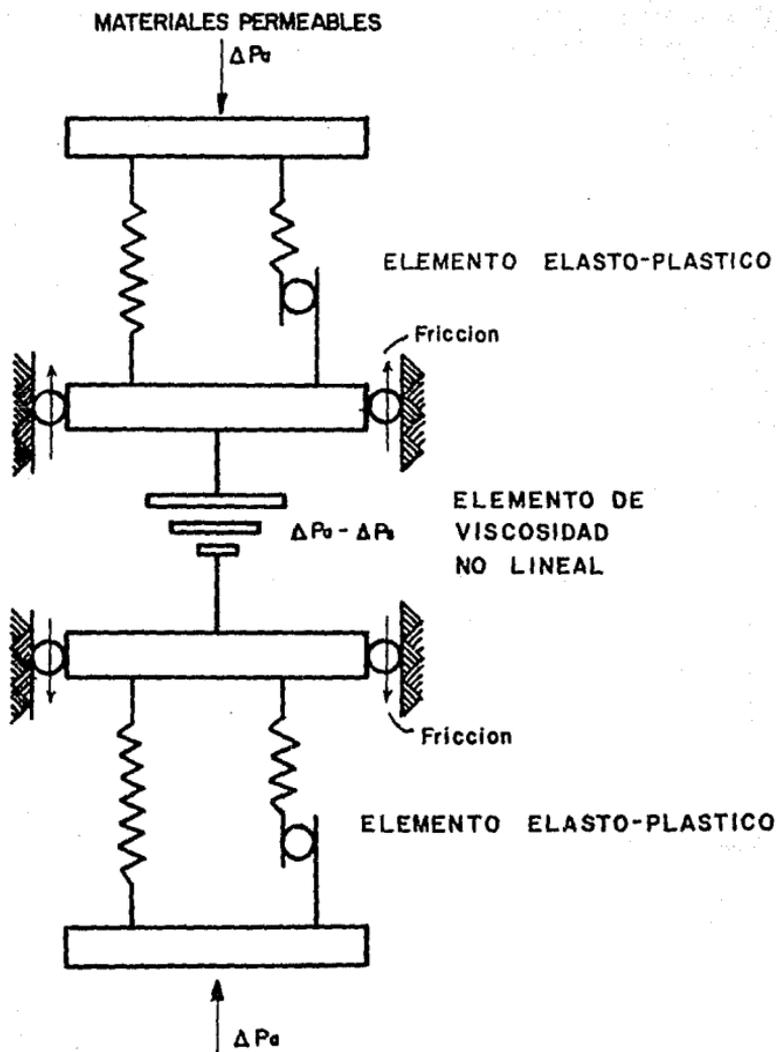


Fig. III-3

Deberá considerarse que en realidad el material está constituido por un gran número de unidades St. Venant, por consiguiente el valor del parámetro α_{ep} representa el comportamiento elástico-plástico.

La figura III-4, muestra cómo se verifica el fenómeno en escalas lineales y semi-logarítmicas. Si al cabo de un tiempo (t_1) se descarga el material, se observa una recuperación elástica inmediata; los elementos plasto-viscosos quedarán deformados ya que no son recuperables (fig. III-4a).

Si posteriormente en el tiempo (t_2) se vuelve a cargar el material con la misma carga, se observará una deformación elástica seguida del fenómeno viscoso-intergranular función del tiempo y la que fue interrumpida en el período: ($t_2 - t_1$)

III.1.3. Correlación a materiales impermeables saturados

Los sedimentos impermeables presentan un problema especial y complicado cuando los poros se encuentran llenos de agua, de tal manera que la deformación se retarda por el fenómeno hidrodinámico de expulsar el agua de éstos.

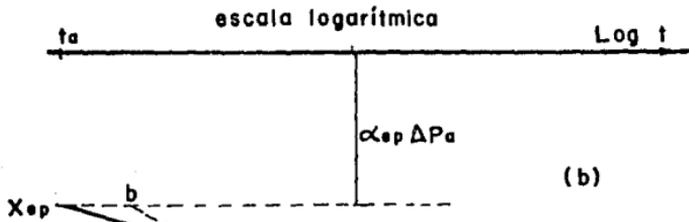
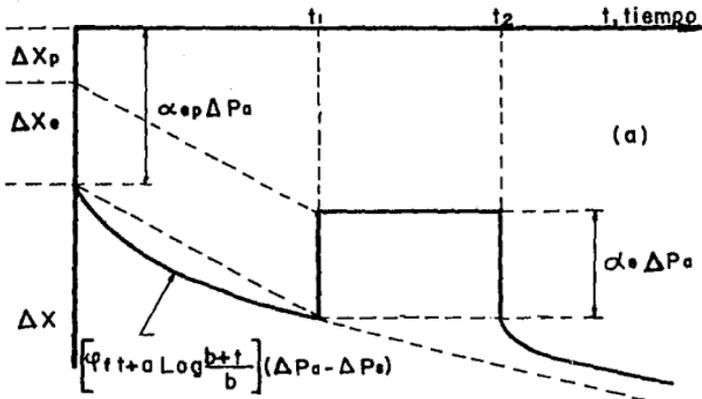
En el capítulo anterior se han estudiado dos unidades reológicas con retardamiento de la deformación por efectos viscosos lineales a saber:

a) Modelo de Retardamiento elasto-plástico con fluidez lineal Unidad Kelvin modificada

$$\Delta X_{ep} = \alpha_{ep} \Delta P_K \left[1 - e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} \right] \quad (3.1)$$

b) Modelo de Retardamiento Plasto-Viscoso de Fluidez no Lineal Unidad Z:

escalas lineales



escala lineal

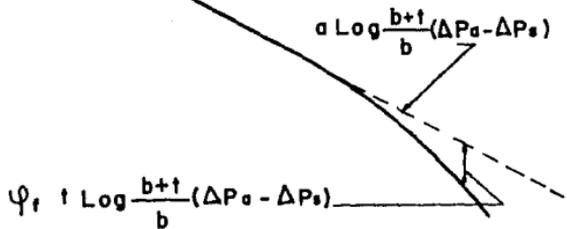


Fig. III-4

$$\Delta X_{v,z} = a \left[1 - \frac{\Delta P_s}{\Delta P_s} \right] \text{Log} \frac{\frac{s}{v_s} + t}{\frac{s}{v_s}} \Delta P_s \quad (3.2)$$

Estas unidades podrán ligarse en dos formas esto es, en serie o en paralelo. Se encuentra que la liga en serie puede representar el comportamiento de los sedimentos naturales en forma adecuada. Por consiguiente de la figura III-5, que muestra estos elementos acoplados en serie, se obtienen las siguientes condiciones:

$$\Delta P_s = \Delta P_h = \Delta P_s; \Delta_s = [\Delta X_{ep}]k + [\Delta X_v]s$$

de donde resulta:

$$\Delta_s = \alpha \epsilon \Delta P_s \left[1 - e^{-\frac{\Delta P_s}{\Delta P_s} t} \right] + a \left[1 - \frac{\Delta P_s}{\Delta P_s} \right] \text{Log} \frac{\frac{s}{v_s} + t}{\frac{s}{v_s}} \Delta P_s \quad (3.3)$$

Debe resaltarse que en este caso se ha considerado que el fenómeno viscoso intergranular, correspondiente a la unidad "z" principia para un nivel de carga $\Delta P_s = \Delta P_s$, correspondiente a un tiempo t_s , de tal manera que para $\Delta X_v = 0$

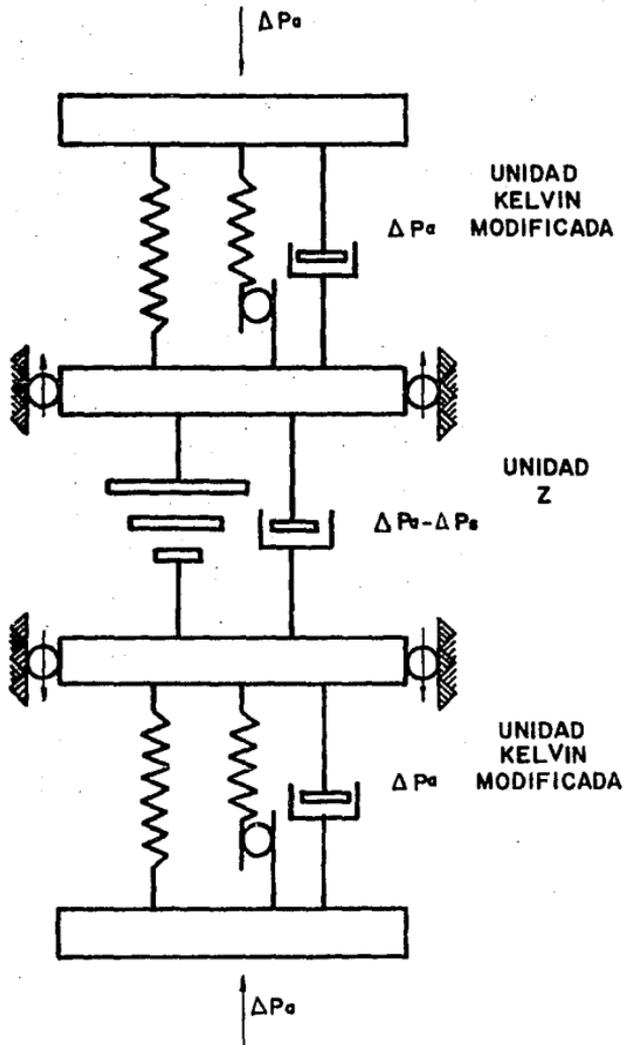
En escala semi-logarítmica se han representado en la figura III-6, la expresión 3.1 por la curva A, la expresión 3.2 por la curva B y en la misma figura se representa también la suma de las curvas expresada por la 3.3 de donde se puede juzgar la configuración que toma la deformación contra el tiempo.

En la curva C, que representa el fenómeno total se observa un quiebre para un determinado tiempo t_a para el cual la determinación ha alcanzado el valor:

$$\Delta X_s = \left[\alpha \epsilon \left[1 - e^{-\frac{\Delta P_s}{\Delta P_s} t_a} \right] \right] + a \left[1 - \frac{\Delta P_s}{\Delta P_s} \right] \text{Log} \frac{\frac{s}{v_s} + t_a}{\frac{s}{v_s}} \Delta P_s \quad (3.4)$$

A partir del tiempo " t_a ", la deformación sigue según la ley:

MATERIALES IMPERMEABLES SATURADOS



ESTA TESIS NO DEBE SALIR DE LA BIBLIOTECA

Fig. III-5

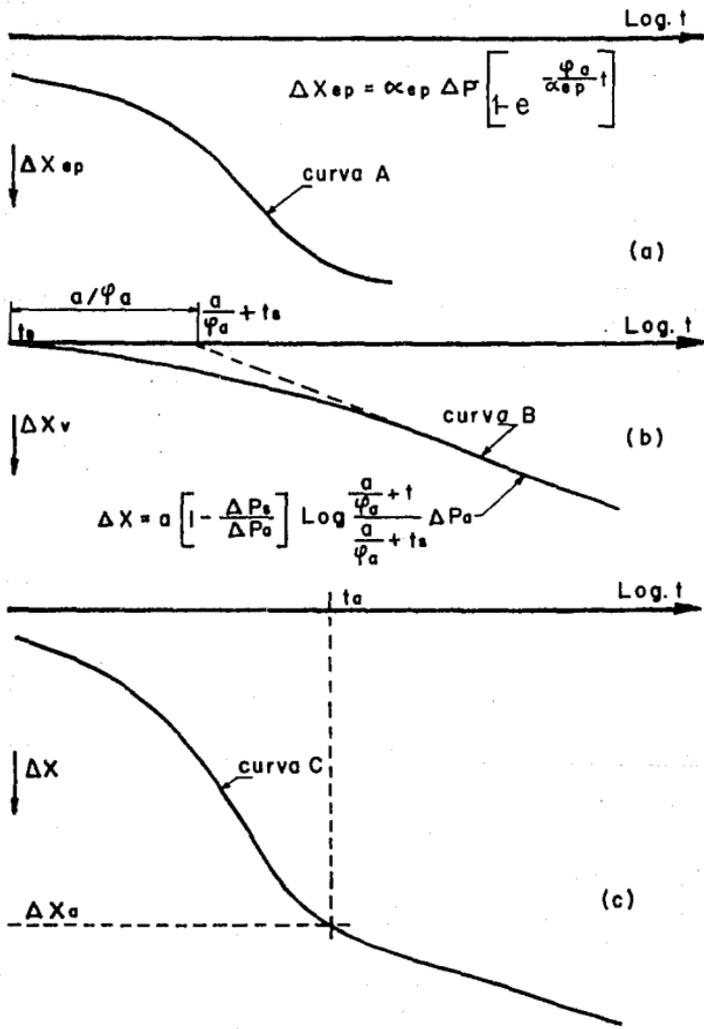


Fig. III-6

$$\Delta X_{vz} = a \left[1 - \frac{\Delta P_s}{\Delta P_a} \right] \text{Log} \frac{\frac{s}{\varphi_a} + t}{\frac{s}{\varphi_a} + t_a} \Delta P_a \quad (3.5)$$

por consiguiente la expresión 3.3. puede escribirse como sigue para valores de $t > t_a$:

$$\frac{\Delta X_a}{\Delta P_a} = \alpha_{ep} [1 - \epsilon \frac{-\varphi_a t_a}{\sigma_{ip}}] + a [1 - \frac{\Delta P_s}{\Delta P_a}] \text{Log} \frac{\frac{s}{\varphi_a} + t_a}{\frac{s}{\varphi_a} + t_a} = \alpha_a \quad (3.6)$$

también se podrá obtener la pendiente de la ley logarítmica:

$$at = a [1 - \frac{\Delta P_s}{\Delta P_a}]$$

Por tanto las fórmulas para el caso de un sedimento impermeable saturado confinado lateralmente toman la siguiente forma:

Primera etapa: $t < t_a$

$$\Delta X_1 = (\alpha_{ep} [1 - \epsilon \frac{-\varphi_a t}{\sigma_{ip}}] + a_1 \text{Log} \frac{\frac{s}{\varphi_a} + t}{\frac{s}{\varphi_a} + t_a}) \Delta P_a \quad (3.7)$$

Segunda etapa: $t > t_a$

$$\Delta X_2 = [\alpha_a + a_1 \text{Log} \frac{\frac{s}{\varphi_a} + t}{\frac{s}{\varphi_a} + t_a}] \Delta P_a \quad (3.8)$$

Se puede observar que en el valor de α_a quedan implícitos los fenómenos elasto-plásticos y parte del fenómeno viscoso intergranular que se efectúa en la primera etapa de la compresión.

La determinación de los parámetros α_{ep} y $\frac{\varphi_a}{\sigma_{ip}}$ requieren tratamiento especial que se estudiará mas adelante.

Los resultados de la investigación de las diferentes unidades reológicas hasta aquí analizadas, aunque representan unidades aisladas, permiten visualizar las leyes más probables y compatibles con el comportamiento real de los sedimentos del suelo. Sin

embargo, no hay que olvidar que el suelo está formado por múltiples unidades acomodadas en forma compleja y por consiguiente la única forma de poder encontrar los parámetros aplicables a los problemas reales del subsuelo, es el de la observación de las leyes fenomenológicas obtenidas en pruebas de laboratorio de materiales representativos.

Sin embargo, los conceptos y leyes fundamentales se conservan, permitiendo una mayor interpretación del comportamiento observado en las probetas y la forma de poder utilizar la información de laboratorio en la aplicación de los materiales reales en el campo.

III.2. Aplicaciones en Tipos de Suelos

III.2.1. Aplicación en arcilla

En un depósito de arcilla, la consolidación puede dividirse en dos partes fundamentales que son:

PRIMERO.-La compresión debida al retardamiento hidrodinámico producido exclusivamente por el agua gravitacional conocida como Consolidación de Terzaghi o Teoría Primaria de la Consolidación, que implica principalmente un retardamiento hidrodinámico de la deformación elasto-plástica.

SEGUNDO.-La compresión que recibe el nombre de consolidación secundaria, representada por una Ley fenomenológica de compresión que rige, principalmente, los fenómenos plásticos de retardamiento viscoso entre los granos.

Un sedimento, depositado en aguas tranquilas, contiene desde el punto de vista granulométrico y mineralógico una variedad de granos, desde arena muy fina y limo hasta minerales de arcilla y coloides orgánicos con la respectiva formación de flóculos.

Los minerales de arcilla y coloides se adhieren a los granos de limo, diatomeas y conchas microscópicas forrándolos totalmente y formando granos más grandes del orden de limo

fino hasta arena muy fina. Esta base formada por diferentes granos constituye la estructura porosa del esqueleto del suelo, capaz de transmitir esfuerzos efectivos. A los poros de esta estructura se les llamará poros *EE* (Esqueleto Estructural).

Durante la compresión, para que se obtenga un cambio de volumen, es necesario que el agua contenida en los poros microscópicos y submicroscópicos fluya a los poros *EE*.

De la discusión anterior, se puede concluir que la deformación volumétrica unitaria total del material $\Delta\epsilon_v$ es igual a la suma del cambio de volumen de los poros del esqueleto estructural del suelo $\Delta\epsilon_{EE}$ adicionado del cambio de volumen de los poros microscópicos $\Delta\epsilon_v E$ correspondientes a la estructura viscosa intergranular formada por los minerales de arcilla y coloides. Por lo tanto, puede establecerse la siguiente condición:

$$\Delta\epsilon_v = \Delta\epsilon_{EE} + \Delta\epsilon_v E$$

Hemos llegado en este estudio al punto donde tenemos un tipo de suelo determinado, con ciertas características de deformación, granulometría, compactación, etc., y un modelo físico que pretende semejar el comportamiento del material en cuestión, con su respectiva base matemática teórica; sin embargo es imprescindible una teoría de cálculo que permita efectuar la correlación geométrica y la mejor interpretación de las leyes fenomenológicas observadas, para poder aplicarlas de una manera cuantitativa a los diversos tipos de suelos existentes, especialmente a los que presentan una problemática mayor desde el punto de vista de la Mecánica de Suelos, como es el caso de las arcillas.

En los incisos III.1.2 y III.1.3 de este capítulo se estudió el retardamiento de la deformación correspondiente al comportamiento elasto-plástico y viscoso intergranular de un sedimento saturado desde el punto de vista reológico, haciendo uso de los modelos mecánicos antes descritos. El objeto fue el poder establecer la forma teórica como se

verifican los fenómenos en sus diferentes partes y las leyes generales que los rigen para poder efectuar una mejor interpretación del comportamiento observado.

En ese mismo punto se estudió el retardamiento hidrodinámico correspondiente al fenómeno plasto-viscoso intergranular, introduciendo un nuevo modelo reológico que se designó como unidad (Z), y el cual se pudo comprobar, representa satisfactoriamente la ley que rige el fenómeno la etapa de consolidación secundaria, pero en realidad representa el fenómeno de deformación volumétrica plasto-viscoso intergranular, que principia después de la aplicación de la carga y no al haberse terminado la consolidación primaria, como hasta ahora ha sido costumbre suponer a falta de una mejor interpretación teórica del problema.

El fenómeno plasto-viscoso intergranular se presenta implícito en conjunto con la ley de la consolidación estudiada por Terzaghi, en la primera etapa de compresión.

Sin embargo, de los estudios reológicos realizados en el punto citado, se llegó a la conclusión de que acoplado en serie la Unidad Kelvin que representa en forma simplificada el simil de Terzaghi y la Unidad (Z), se puede representar en forma satisfactoria la ley fenomenológica que se observa en los sedimentos impermeables.

Se llegó a la conclusión de que el fenómeno se verifica según las siguientes leyes:

1. Para la primera etapa del fenómeno:

$$\Delta X_1 = \{ \alpha e p [1 - e^{-\frac{p}{p_0} t}] + a_1 \text{Log} \frac{\frac{p}{p_0} + t}{\frac{p}{p_0} + t_0} \} \Delta P_0$$

2. Para la segunda etapa $t > t_0$:

$$\Delta X_2 = \{ a_2 + a_1 \text{Log} \frac{\frac{p}{p_0} + t}{\frac{p}{p_0} + t_0} \} \Delta P_0$$

en donde

$$\alpha_s = \alpha_{cp} [1 - e^{-\frac{p}{p_s} t_s}] + \alpha_1 \text{Log} \frac{\frac{p}{p_s} + t_s}{\frac{p_s}{p_s} + t_s}$$

Desde el punto de vista práctico se debe suponer, con aproximación satisfactoria, que el fenómeno viscoso intergranular, principia al mismo tiempo que el fenómeno de deformación elasto-plástico, consecuentemente $t_s \approx 0$ y $\Delta P_s \approx \sigma$, por consiguiente $C_t = \sigma$.

Es conveniente escribir las expresiones anteriores en términos de esfuerzo-deformación unitaria y de parámetros más conocidos en el cálculo de asentamientos en suelos; esto es:

$$M_{cp} = \alpha_{cp} \frac{A}{H}$$

Coefficiente de Compresibilidad volumétrica unitaria primaria, que representa al fenómeno elasto-plástico.

$$M_{va} = \alpha_a \frac{A}{H}$$

Coefficiente de Compresibilidad volumétrica unitaria del fenómeno elasto plástico y viscoso intergranular para el tiempo t_a , después del cual se observa en forma explícita el fenómeno viscoso intergranular. (Corresponde al quiebre de la curva de consolidación representada en escalas: DEFORMACION VS LOG DEL TIEMPO.

$$M_t = 2.31 \alpha_1 \frac{A}{H}$$

Coefficiente secundario de compresibilidad volumétrica que se obtiene de la ley logarítmica de base (10) que representa a la viscosidad intergranular, esto es: $M_t = \frac{c_v}{H \Delta \sigma}$

$$\Delta \sigma_1 = \frac{\Delta X_1}{H}$$

Deformación unitaria durante la primera etapa del fenómeno.

$$\Delta \epsilon_s = \frac{\Delta X_s}{H}$$

Deformación unitaria durante la segunda etapa del fenómeno.

$$\Delta \sigma = \frac{\Delta P}{A}$$

Incremento del esfuerzo unitario.

Podremos llamar a $\frac{K_1}{\gamma_o m_1} = C_s$ coeficiente de consolidación secundaria a semejanza del coeficiente de consolidación primaria, haciendo notar que K_1 , es el coeficiente de permeabilidad obtenido de la teoría de consolidación de Terzaghi.

De acuerdo a razonamientos anteriores se llamará en adelante $\frac{C_{s1}}{\alpha} = \beta$ y $\frac{m_1}{m_{v,p}} = \beta$ así también $\frac{m_1}{m_{v,s}} = \alpha$.

Los valores $M_{v,s}$ y M_1 son conocidos de las curvas de consolidación obtenidas en el laboratorio. Utilizando las definiciones y expresiones anteriores, las leyes de deformación VS. tiempo, se pueden escribir como sigue para curvas de consolidación que muestran quiebre.

1.- Primera etapa $0 < t < t_a$

$$\Delta \epsilon_s = [m_{v,p} f(T_v) + m_1 \log_{10} \frac{r+t}{r}] \Delta \sigma \quad (3.9)$$

2.- Segunda Etapa $t > t_a$, establece la condición de que: $F(t_u) \approx I$

$$\Delta \epsilon_s = [m_{v,s} + m_1 \log_{10} \frac{r+t}{r+t_a}] \Delta \sigma \quad (3.10)$$

El fenómeno de retardamiento hidrodinámico en la deformación elasto-plástica se

habrá verificado en su totalidad cuando $T_v \geq 1.5$, esto es: $F(T_{v1}) \approx 1$, la deformación volumétrica unitaria valdrá en este momento:

$$\Delta \epsilon_a = [m_{vp} + m_t \log \frac{r + t_a}{r}] \Delta \sigma$$

esto es:

$$\Delta \epsilon_a = m_{va} \cdot \Delta r$$

en donde:

$$m_{va} = [m_{vp} + m_t \log \frac{r + t_a}{r}] \quad (3.11)$$

dividiendo 3.11 entre M_t se puede escribir

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\beta} + \log \frac{r + t_a}{r}$$

sabiendo que $\frac{1}{\beta} = 5.67 \left[\frac{4C_{v1}}{H^2} \right]$ y $C_v = \frac{1}{2} C_{v1}$, se deduce

$$\frac{1}{r} = \frac{5.67}{\beta} \left(\frac{4C_{v1}}{H^2} \right) v$$

$$\frac{t}{r} = \frac{5.67}{\beta} T_{v1}$$

Por lo que sustituyendo en 3.12 obtenemos la siguiente ecuación auxiliar para facilitar la determinación de los parámetros:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\beta} + \text{Log}[1 + \frac{5.67}{\beta} T_{v1}] \quad (3.13)$$

De las pruebas de laboratorio se conoce m_{v_0} y m_t por consiguiente el valor de α en las cercanías de $f(t_0, b) = 1$. La expresión 3.13 se puede graficar para un valor de T_{v1} que haga $F(T_{v1}) \approx 1$ pudiéndose encontrar así el valor de β conociendo el de α .

De acuerdo con los razonamientos anteriores se podrán ligar las expresiones 3.9 y 3.10 escribiendo la siguiente expresión única para la deformación unitaria en función del tiempo.

$$\Delta \epsilon_v = \{M_{sp} F(\frac{4C_{v1}t}{H^2}) + M t \log[1 + \frac{5.67}{\beta} (\frac{4C_{v1}}{H^2})t]\} \Delta \sigma \quad (3.14)$$

Esta expresión se puede escribir en forma adimensional como sigue:

$$\frac{\Delta \epsilon_v}{m_{sp} \cdot \Delta \sigma} = F(T_{v1}) + \beta \log[1 + \frac{5.67}{\beta} T_{v1}] \quad (3.15)$$

en donde:

$$T_{v1} = \frac{4C_{v1}t}{H^2}$$

para un estrato de espesor H drenado por ambos lados.

El primer término representa la función de Terzaghi (fig. III-7) y el segundo término del fenómeno viscoso intergranular

$$\beta \log[1 + \frac{5.67}{\beta} T_{v1}] = Z(T_{v1}, \beta) \quad (3.16)$$

el cual se encuentra graficado para diferentes valores de β (fig. III-8), usando las gráficas se podrán calcular los valores:

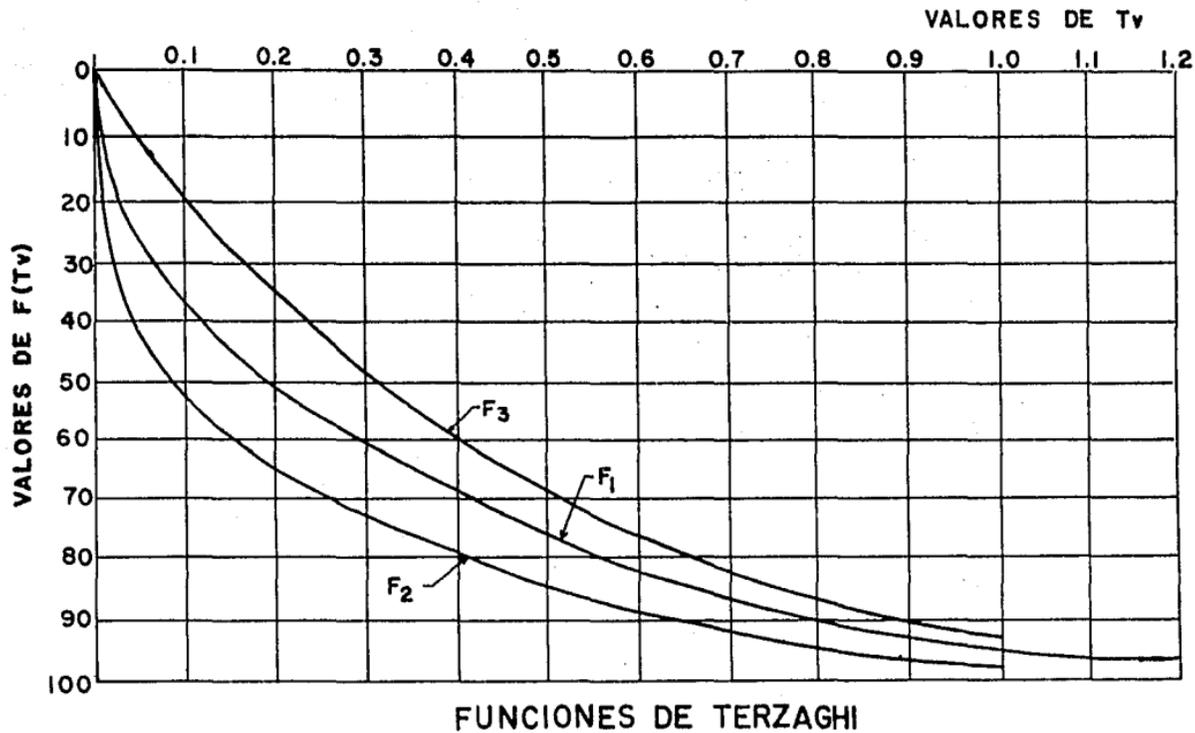


Fig. III-7

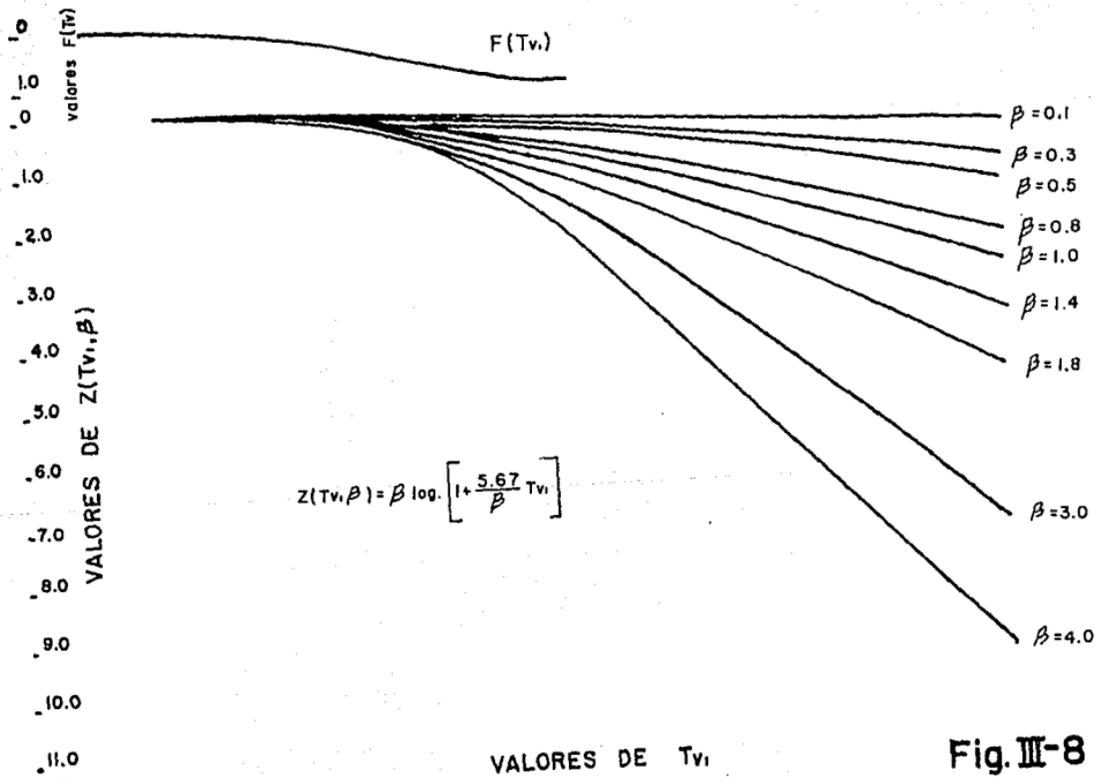


Fig. III-8

$$\frac{\Delta \epsilon_v}{m_{ep} \Delta \sigma} = f(T_{v1}) + z(T_{v1} \beta)$$

que se representan en la figura III-9.

Del estudio de dicha figura, se puede establecer la tabla II-III, que especifica el grado de deformación plasto-viscosa intergranular o compresión secundaria en función de β .

III.2.2. Ejemplo

Para entrar de lleno a un ejemplo de la aplicación de los Modelos Reológicos, es importante tener claro el punto de Determinación de los Parámetros que en ella intervienen.

Los valores m_{ep} , m_t , C_{v1} , que intervienen en las fórmulas antes estudiadas podrán calcularse de las pruebas de laboratorio para el caso de la compresión confinada a cero deformación lateral, o sea, de la prueba de consolidación efectuada en el odómetro y para un determinado incremento de esfuerzo $\Delta \sigma$ sobre el nivel de esfuerzo bajo el cual se encuentra el material consolidado previamente.

Sea la figura III-10 una curva de consolidación en papel semilogarítmico en el cual se observa quiebre. Llamaremos S_a y t_a las coordenadas del punto donde la ley logarítmica se vuelve explícita.

De la curva se obtiene el valor de C_1 :

$$C_1 = \frac{S_n - S_a}{\log \frac{t_n}{t_a}} \quad (3.17)$$

Por consiguiente

$$\alpha = \frac{C_1}{S_a} \quad (3.18)$$

Para encontrar el valor de β se utiliza la expresión 3.13 de la siguiente forma:

VALORES DE $\frac{\Delta E}{mep \Delta \sigma}$

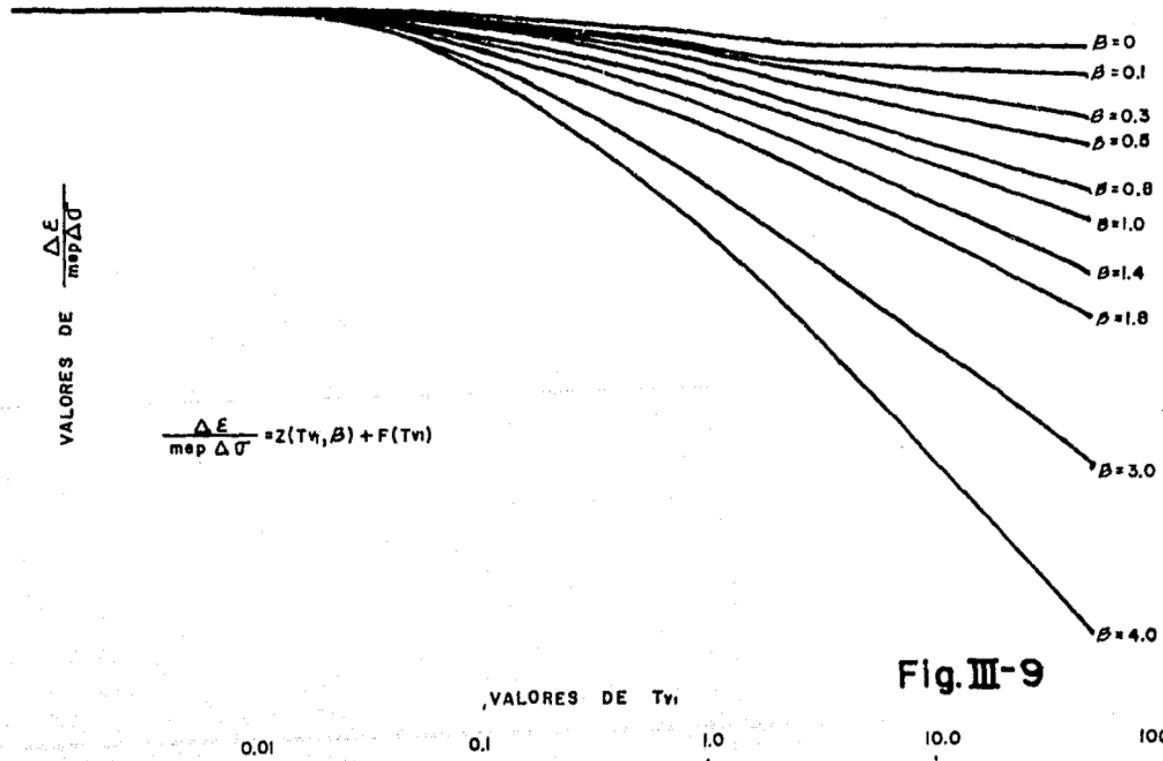
$$\frac{\Delta E}{mep \Delta \sigma} = Z(T_H, \beta) + F(T_H)$$

- $\beta = 0$
- $\beta = 0.1$
- $\beta = 0.3$
- $\beta = 0.5$
- $\beta = 0.8$
- $\beta = 1.0$
- $\beta = 1.4$
- $\beta = 1.8$
- $\beta = 3.0$
- $\beta = 4.0$

VALORES DE T_H

0.01 0.1 1.0 10.0 100

Fig. III-9



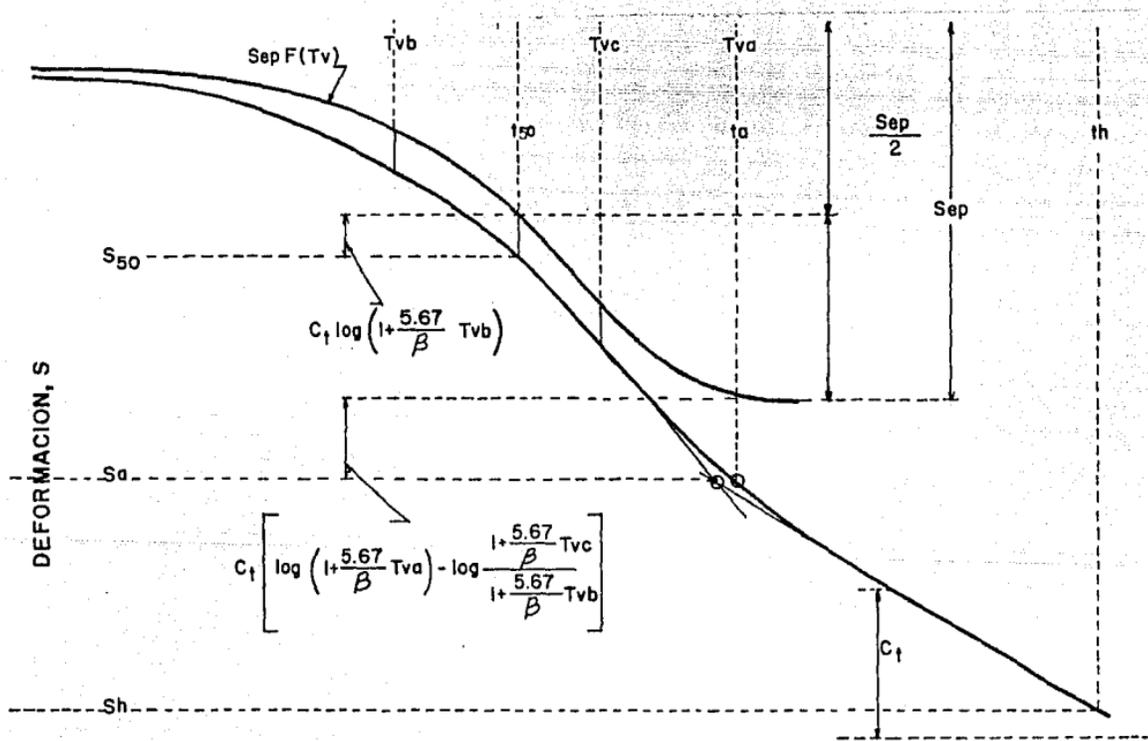


Fig. III-10

TABLA II-III

Compresión secundaria	Valores de β	Material
muy alta	mayor que 1.0	Arcillas y limos lacustres marinos de minerales activos de muy alta y alta compresibilidad.
alta	1.0 - 0.5	
mediana	0.5 - 0.3	Arcillas y limos lacustres y residuos compactos con minerales no activos de compresibilidad media.
baja	0.3 - 0.1	
muy baja	menor de 0.1	En general materiales de muy baja y baja compresibilidad.

$$\frac{I}{\alpha} = \frac{0.97}{\beta} + \log\left[1 + \frac{7.6}{\beta}\right] - \log\frac{1 + \frac{5.67}{\beta}T_{vc}}{1 + \frac{5.67}{\beta}T_{vb}} \quad (3.19)$$

la cual responde para $F(T_v) \doteq 0.97$ cuando aproximadamente termina la consolidación teórica primaria del fenómeno elasto-plástico (fig. III-11). De esta gráfica se encuadra el valor de β a función de α con lo cual:

$$S_{ep} = \frac{C_t}{\beta} \quad (3.20)$$

y de la gráfica auxiliar (fig. III-12), se determinan los valores T_{vc} y T_{vb} .

Como ejemplo del cálculo de los parámetros utilizamos la curva de laboratorio (d) (fig. III-13), de donde se obtiene: $S_u = 127\mu$, $C_t = 48\mu$, $\alpha = 0.378$.

De la gráfica de la figura III-11, se obtiene $\beta = 0.385$ y de la gráfica de la figura III-12, los valores de $T_{vb} = 0.0078$, $T_{vc} = 1.07$ respectivamente, por consiguiente:

$$S_{ep} = \frac{48}{0.385} = 125.0\mu$$

puesto que $H = 1.684$ cm y $\Delta\sigma_a = 0.30 \frac{Kg}{cm^2}$, se obtiene: $m_{ep} = 0.0246 \frac{cm^2}{Kg}$; $m_t = 0.00949 \frac{cm^2}{Kg}$

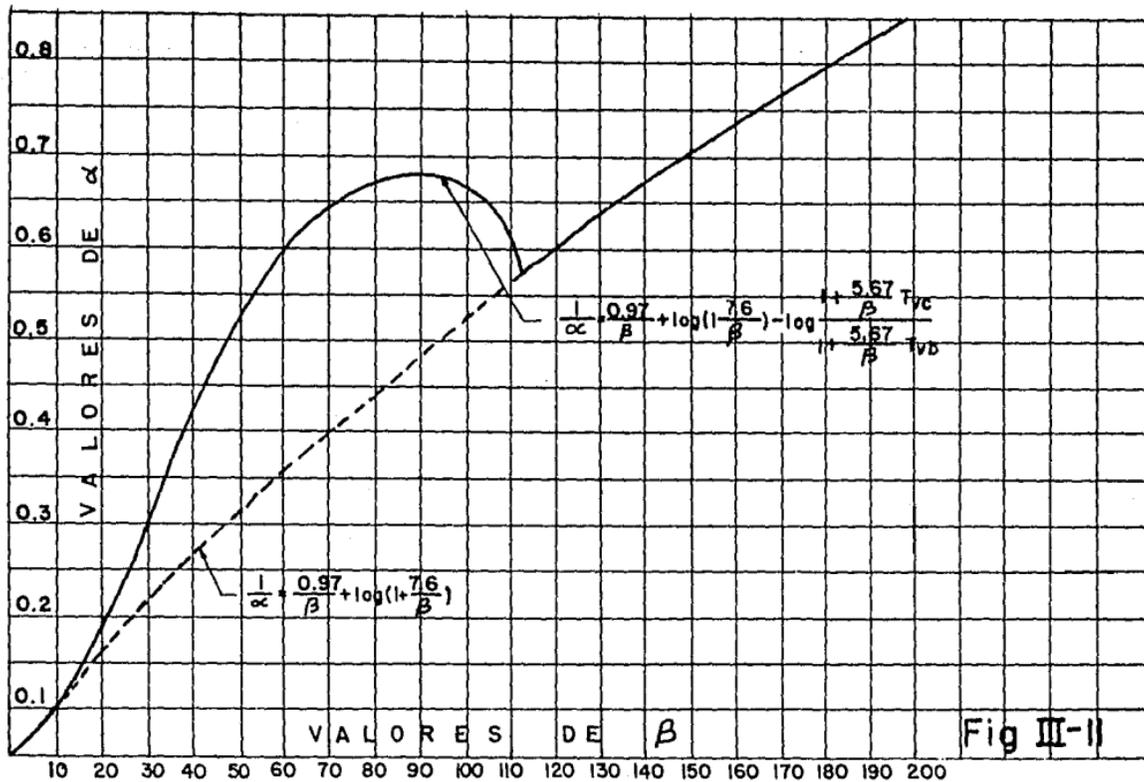
Por medio de la ecuación

$$\frac{I}{\alpha} = \frac{f(t_{va})}{\beta} + \log\left[1 + \frac{5.67}{\beta}T_{va}\right] - \log\frac{1 + \frac{5.67}{\beta}T_{vc}}{1 + \frac{5.67}{\beta}t_{vb}}$$

en la cual T_{va} representa un valor para el cual $f(T_{va}) \doteq 1$, se calcula:

$$S_{t0} = \frac{1}{2}(125) + 48 \log\left(1 + \frac{5.67}{0.385} 0.0078\right) = 64.5\mu$$

entrando a la curva de la figura III-14 con el valor de 64.5μ se obtiene $t_{t0} = 180$ seg con lo cual se calcula:



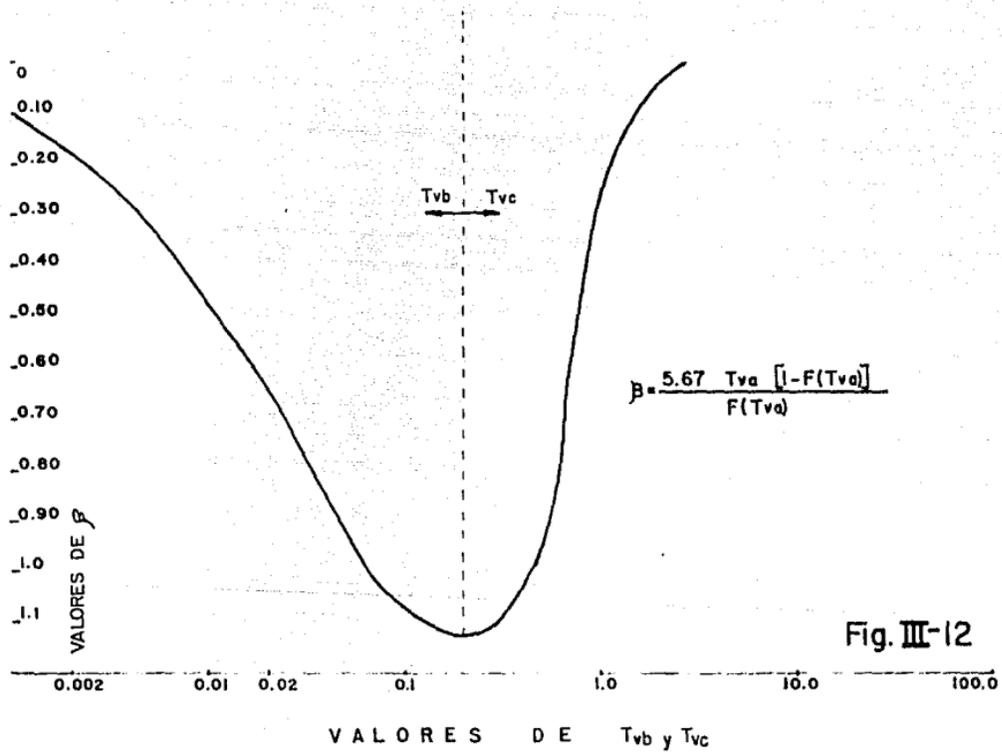


Fig. III-12

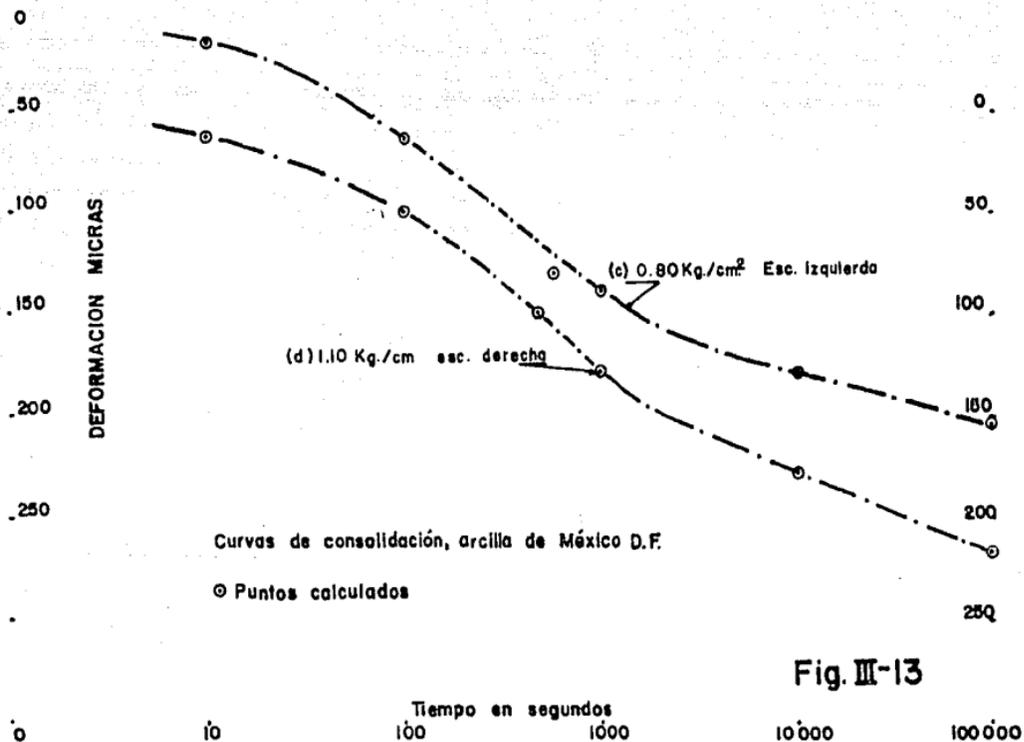


Fig. III-13

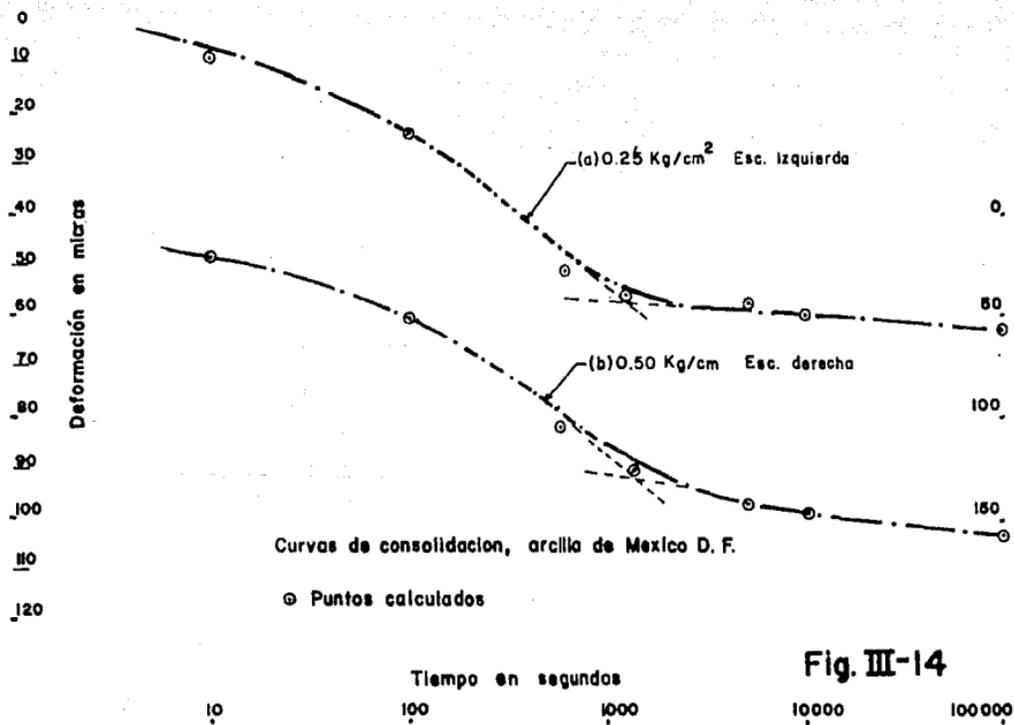


Fig. III-14

$$C_{v1} = \frac{0.05(1.684)^3}{180} = 0.00079 \frac{\text{cm}^2}{\text{seg}}$$

Para verificar si el punto obtenido corresponde aproximadamente $F(T_v) = 1$, se obtiene de la curva $t_a = 1050 \text{seg}$ de donde $T_{v0} = \frac{t \times 0.00079^2}{(1.684)^3} \times 1050 = 1.17$ de la figura III-9 se obtiene $F(T_v) = 0.955$, por lo cual el cálculo efectuado es satisfactorio.

El coeficiente de consolidación primaria puede ser calculado usando $F(T_v) = 0.50$, correspondientemente $T_v \geq 0.197$. Cuando $T_v > 0.197$ se puede usar la ecuación general la cual queda como sigue:

$$\Delta S_{50\%} = \left[\frac{1}{2} m_{sp} + m \log \left(1 + \frac{1.12}{\beta} \right) \right] H \Delta \sigma \quad (3.21)$$

pero si: $T_v < 0.197$, se aplica la ecuación 3.15 esto es:

$$\Delta S_{50\%} = \left[\frac{1}{2} M_{sp} + m \log \left(1 + \frac{5.67}{\beta} T_v b \right) \right] H \Delta \sigma \quad (3.22)$$

Se observa de la figura III-10, que conociendo el valor de $\Delta S_{50\%}$ puede determinarse el tiempo $t_{50\%}$ que corresponde a $T_v = 0.2$ y $F(T_v) = 50\%$.

Por consiguiente, de la ecuación para encontrar la presión de poro que ocasiona el fenómeno viscoso intergranular $\Delta U_v = \frac{1}{1 + \frac{1.5}{\beta} T_v} \cdot \Delta \sigma_a$, se obtiene:

$$C_{v1} = \frac{0.05 H^2}{t_{50}} \quad (3.23)$$

Si el espesor inicial de la probeta para un nivel de esfuerzos σ_a es H_a el incremento de esfuerzos es $\Delta \sigma_a$, entonces se obtiene:

$$m_{sp} = \frac{S_{sp}}{H_a \Delta \sigma_a}$$

$$m_i = \frac{C_1}{H_a \Delta \sigma_a} i \quad (3.24)$$

$$\beta = \frac{m_i}{m_{sp}}$$

así también: T_{vb} y t_{ve} con lo que se habrán determinado los parámetros para el nivel medio de esfuerzos, sus valores se grafican contra el valor medio: $\sigma_a + \frac{1}{2} \Delta \sigma_a$.

Así pues, los parámetros para el incremento de carga considerado, es decir, para: $\sigma_a + \frac{1}{2} \Delta \sigma_a = 0.95 \frac{Kg}{cm^2}$ son:

$$m_{sp} = 0.0246 \frac{cm^2}{Kg}$$

$$m_i = 0.00949 \frac{cm^2}{kg}$$

$$\beta = 0.385$$

$$CV_1 = 0.00079 \frac{cm^2}{kg}$$

además

$$T_{vb} = 0.0078 \text{ y } T_{ve} = 1.07$$

Una vez ilustrada la forma de obtener los parámetros podemos entrar al ejemplo del cálculo de Hundimientos utilizando todo lo anterior.

Supongamos que es necesario calcular la deformación con el tiempo de un estrato de 10 metros de espesor sujeto a un esfuerzo de $0.65 Kg/cm_2$ y sobre el cual se aumentará el esfuerzo en $\Delta \sigma_a = 0.35 \frac{Kg}{cm^2}$

En las figuras III-15, 16 y 17 se reporta la variación de los parámetros para el material en cuestión, cuyas curvas de consolidación se encuentran graficadas en las figuras III-13, 14, 15, 18 y corresponden a la curva de compresibilidad (fig. III-20).

Nótese que al pasar el quiebre y venir un reacomodo y consecuentemente una reorientación de los granos, se reduce considerablemente el coeficiente de consolidación primaria del material. Al reorientarse los granos por la compresión se hace el material más impermeable, observándose nuevamente un quiebre en la curva de consolidación (fig. III-16), curva "c".

Los valores de β , m_1 y C_{v1} , obtenidos de esta prueba y graficados en las figuras III-15, 19 y 17, proporcionan para $\sigma_a + \frac{1}{2}\Delta\sigma_a = 0.825 \frac{Kg}{cm^2}$, los siguientes valores;

$$\beta = 0.30$$

$$m_1 = 0.0077 \frac{cm^3}{Kg}$$

$$C_{v1} = 0.00085 \frac{cm^2}{seg}$$

Entrando con el valor de β a la figura III-12, obtenemos $T_{0.4} = 0.005Tvc = 1.20$, y de la figura III-21 $\Delta Z_1 = 0.012$, $\Delta Z_2 = 0.40$

obtenidos los parámetros m_1 y β podemos calcular:

$$m_{sp} = 0.0257 \frac{cm^3}{kg}$$

y la deformación elasto-plástica:

$S_{sp} = M_{sp} \Delta\sigma \cdot H = 0.0257 \times 1000 \times 0.35 = 9.0 \text{ } cm^3$, consecuentemente las expresiones de deformación para las diferentes fases del fenómeno son para:

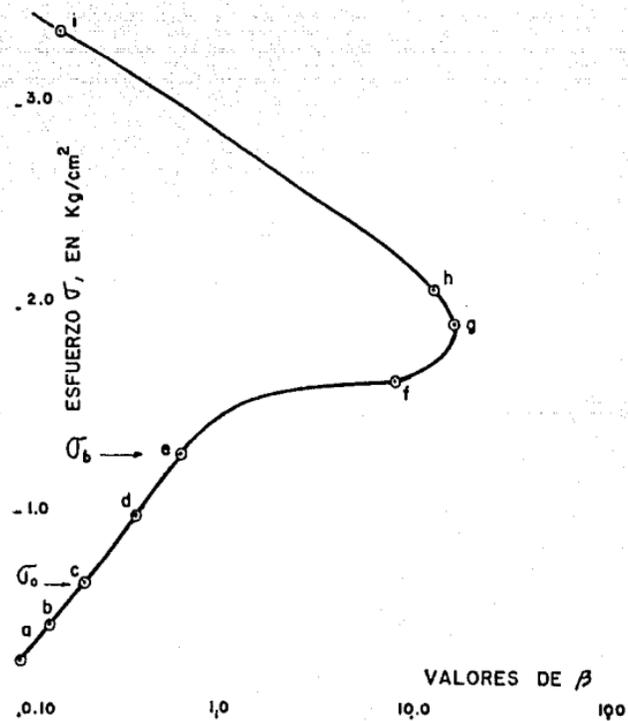


Fig. III-15

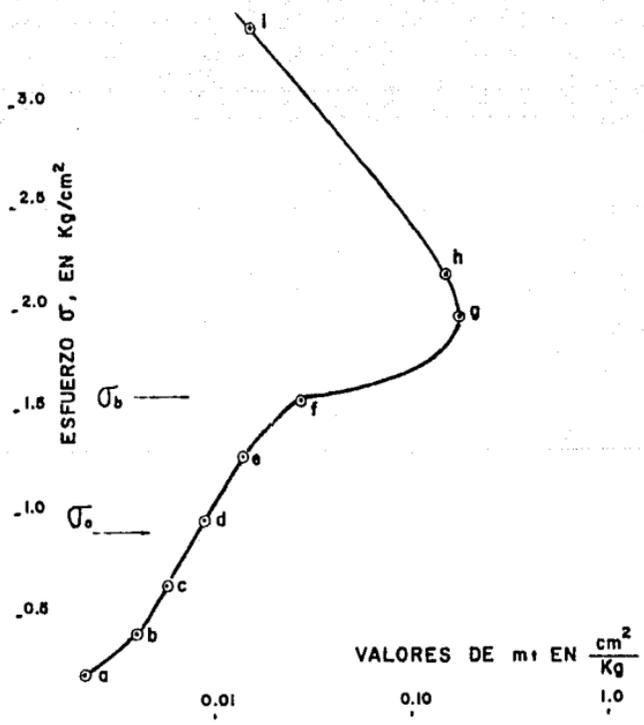


Fig. III-16

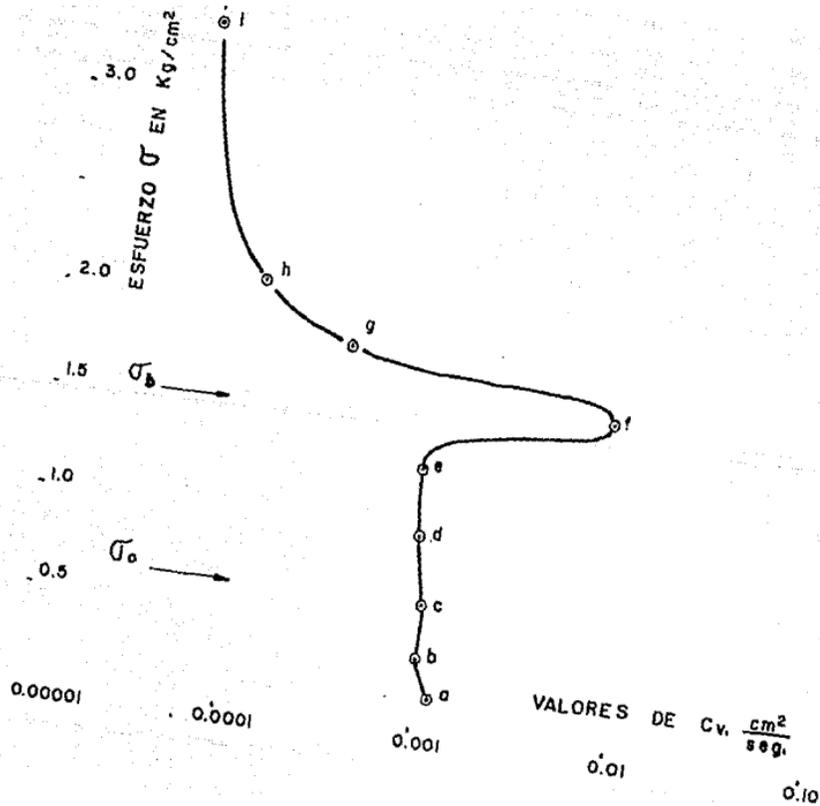


Fig. III-17
1.0

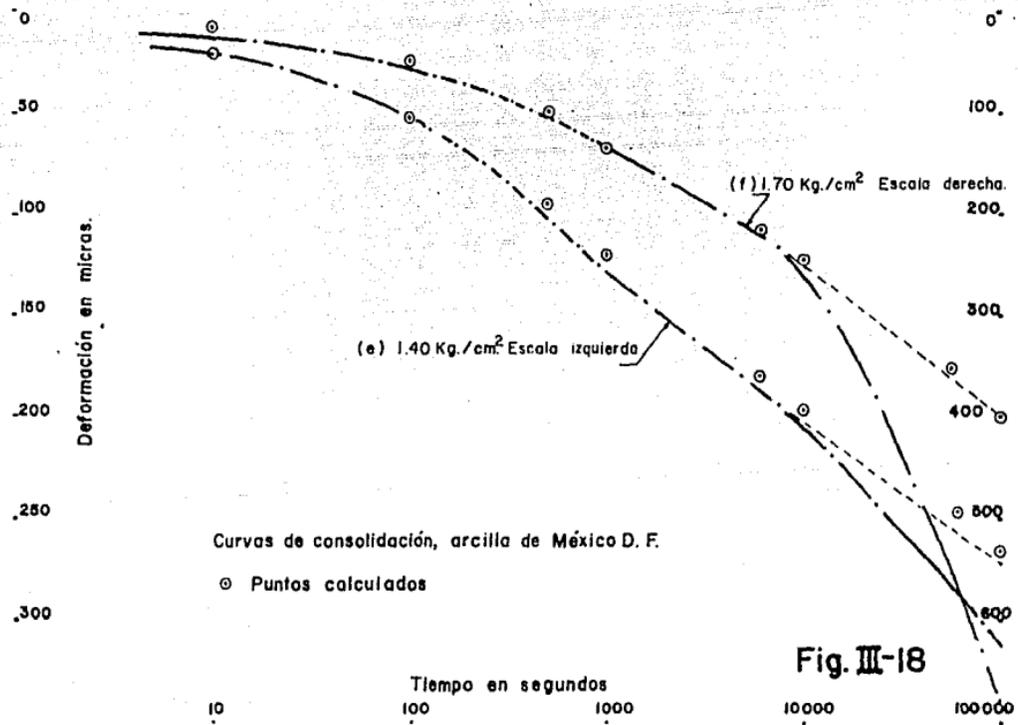
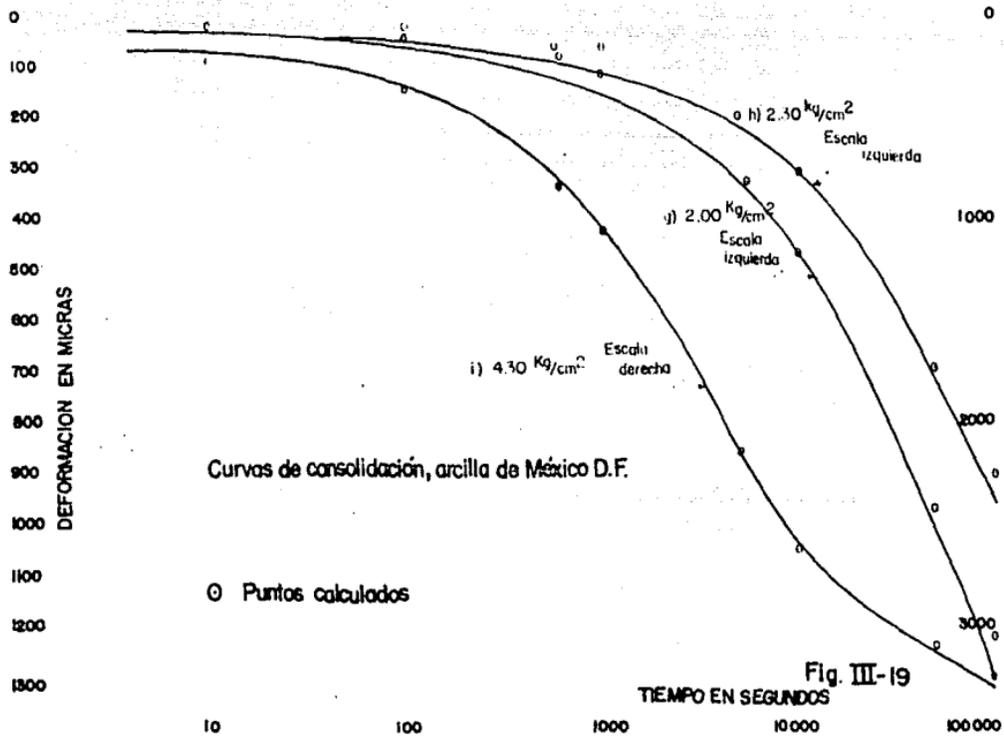
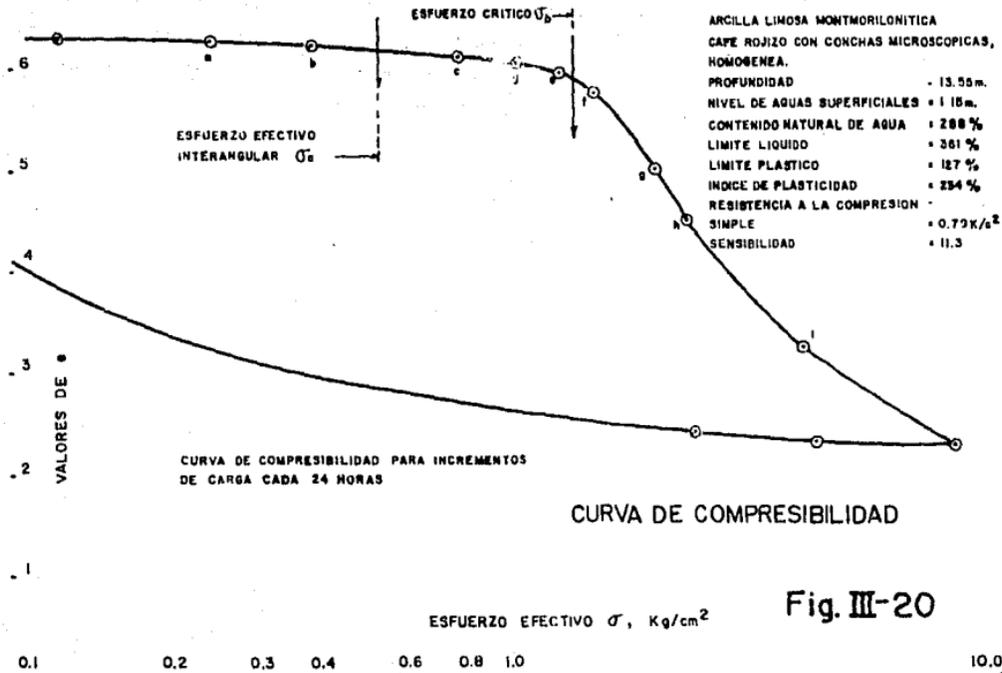


Fig. III-18





$T_v < T_{vb}$, (fórmula 3.9)

$$S_1 = [F(T_v) + Z(T_{v1}, \beta)]9.0 \text{ cm}$$

$T_{vb} < T < T_{vc}$, fórmula:

$$\frac{\Delta \epsilon}{M_{ep} \Delta \sigma} = F(T_v) + \beta \log \left[1 + \frac{5.67}{\beta} T_v \right]$$

$$S_2 = 9F(T_v) + 0.0012 \cdot (9) = [9F(T_v) + 0.1]$$

$T_v > T_{vc}$, fórmula:

$$\frac{\Delta \epsilon}{m_{ep} + \Delta \sigma} = F(T_v) + \beta \log \left[1 + \frac{5.67}{\beta} T_v \right] - \beta \log \frac{1 + \frac{5.67}{\beta} T_{vc}}{1 + \frac{5.67}{\beta} T_{va}}$$

$$S_3 = [F(T_v) + Z(T_{v1}, \beta)]9 - 0.4 \cdot 9 = [9F(T_v) + Z(T_{v1}, \beta)] - 3.6 \text{ cm}$$

Del valor de C_{v1} obtenemos:

$$T_{v1} = \frac{4 \cdot 8.5 \times 10^{-4}}{10^8} t = 34 \times 10^{-10} t \text{ seg}$$

es decir:

$$T_{v1} = (34 \times 10^{-10})(2.63)(10^8) t \text{ meses} = 8.95 t \text{ meses}$$

Entrando a la figura III-9 con los valores de T_v correspondientes a los tiempos deseados obtenemos los valores de $F(T_v)$ $Z(T_{v1}, \beta)$.

Los valores de $F(T_v)$ pueden obtenerse, con el mismo argumento de la figura III-22.

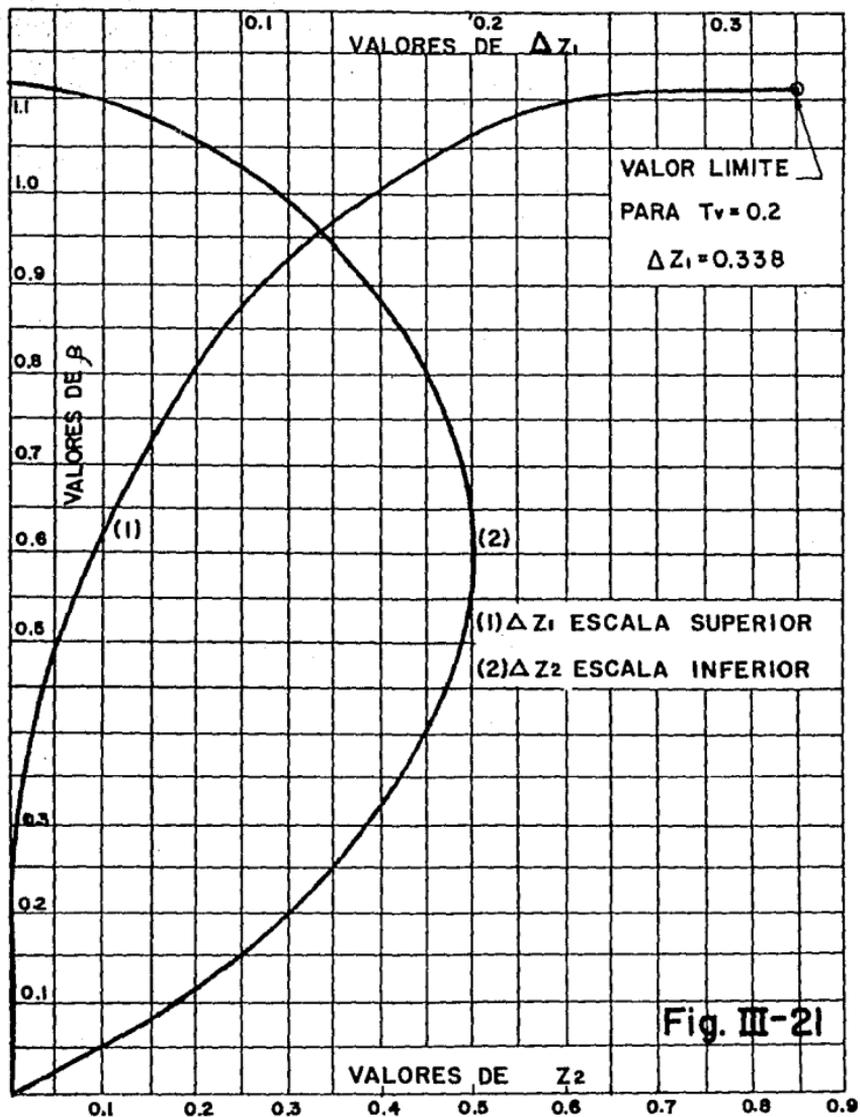
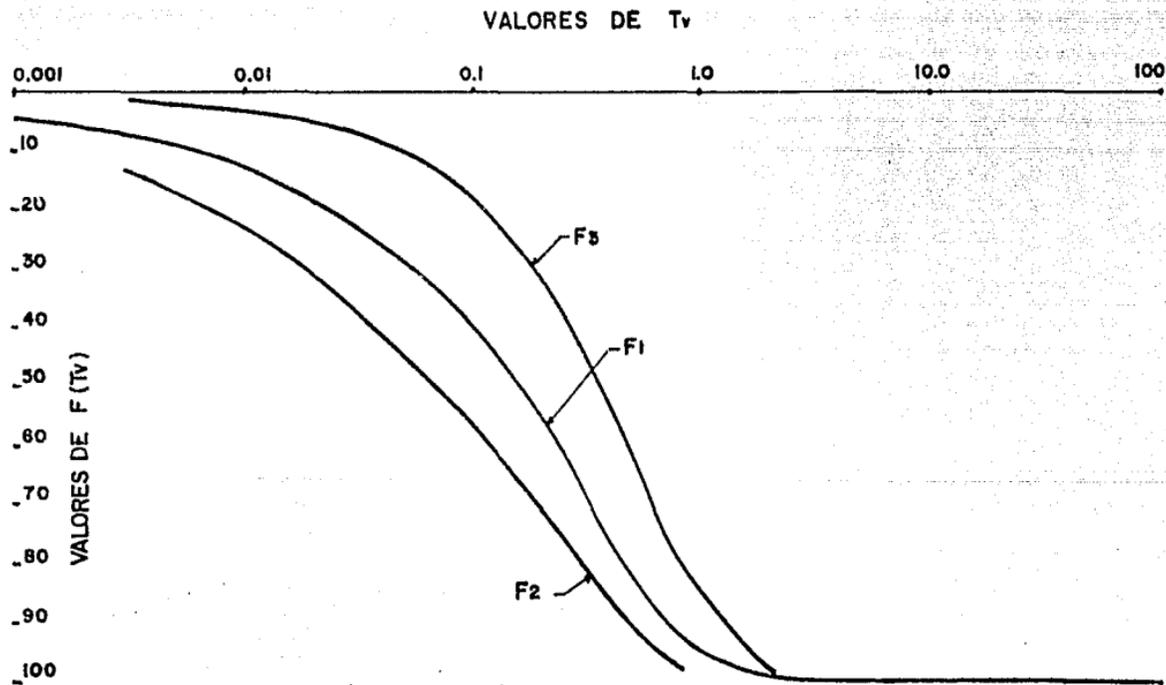


Fig. III-21



FUNCIONES DE TERZAGHI.

Fig. III-22

TABLA I-III

$Tvb > Tv > Tvc:$

t (meses)	Tv	$F(Tv)$	$S_2' = 9F(Tv)$	$S_2 = S_2' + 0.1$ cm
1	0.0089	0.11	0.99	1.09
2	0.0179	0.15	1.35	1.45
4	0.0358	0.21	1.89	1.99
8	0.0715	0.30	2.70	2.80
16	0.143	0.43	3.87	3.97
32	0.286	0.60	5.40	5.50
64	0.572	0.80	7.20	7.30
128	1.144	0.952	8.57	8.67

$Tv > Tvc$

t	Tv	$(F+Z)$	$S' = 9(F+Z)$	$S_3 = S_3' - 3.6$
256	2.29	1.49	13.4	9.8
512	4.58	1.58	14.3	10.7
1024	9.15	1.67	15.1	11.5

COMPRESION DEL ESTRATO SEGUN LA TABLA I-III

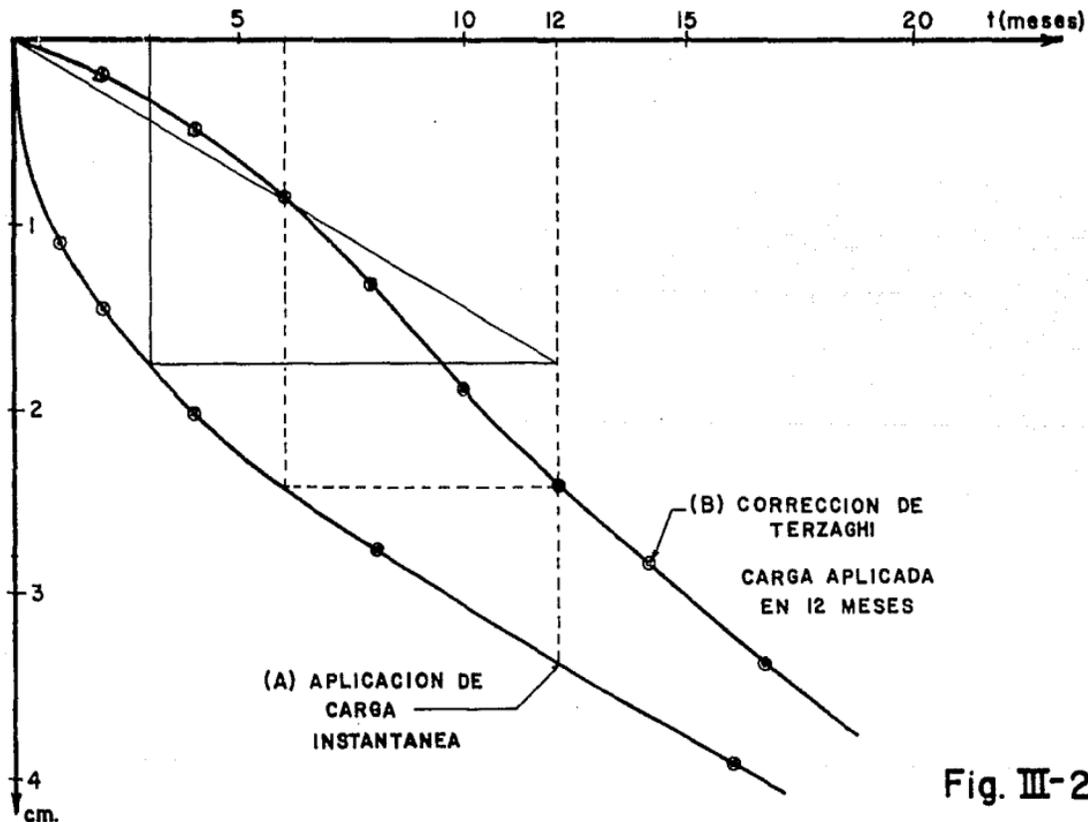
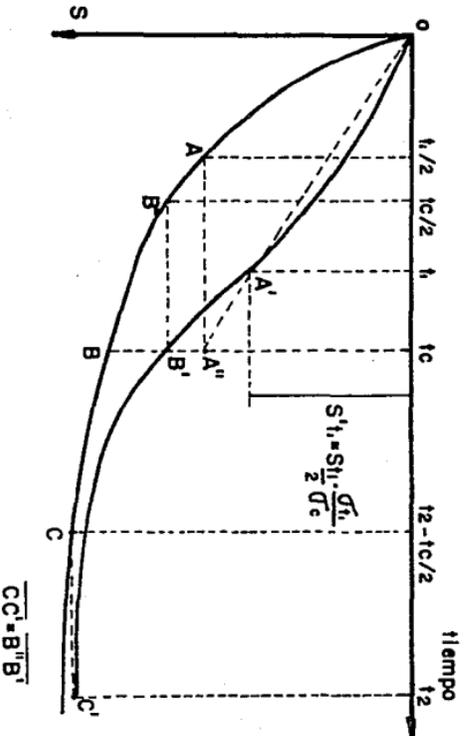
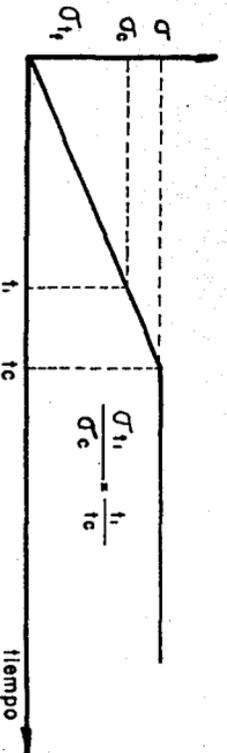


Fig. III-23



Para $t = t_c$ $S'_{t_c} = S_{t_c}$ (carga instantánea)

Para $t < t_c$ $S'_{t_1} = S_{t_1} \cdot \frac{t_1}{t_c}$ (")

Para $t > t_c$ $S'_{t_2} = S(t_2 - \frac{t_c}{2})$ (")

Fig. III-24

VALORES CORREGIDOS DEL HUNDIMIENTO

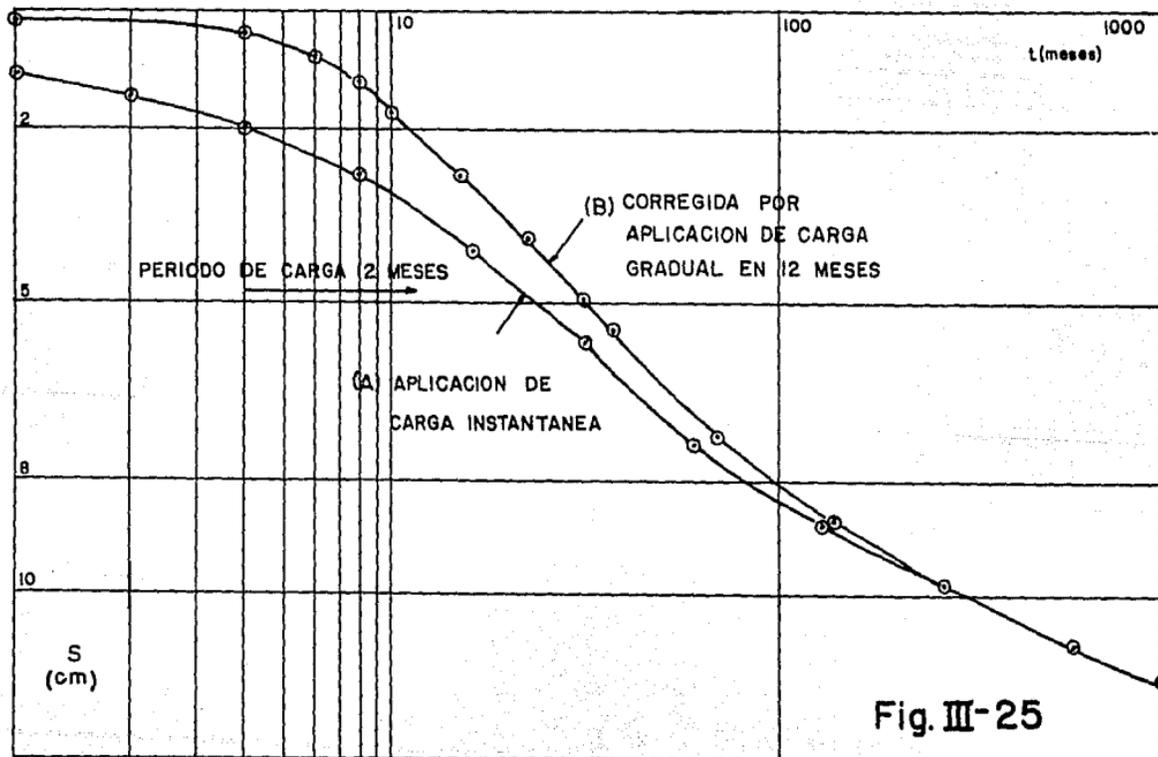


Fig. III-25

El cálculo de deformaciones utilizando las fórmulas antes expresadas para este problema, se puede encontrar consignado en la tabla I-III.

La curva reportada en la figura III-23 representa la compresión del estrato, de acuerdo con la tabla I-III, en función del tiempo para la aplicación del incremento de carga en forma inmediata.

Ahora bien, si se supone que la carga se aplica linealmente con el tiempo en un período de 12 meses, será necesario efectuar una corrección a las deformaciones.

La corrección se puede efectuar con escalas lineales por medio del procedimiento gráfico aproximado propuesto por Terzaghi.

Esta corrección consiste en suponer que la deformación para el final de la aplicación de la carga, correspondiente al tiempo t_c , es igual a la deformación que se verifica para $1/2 t_c$, aplicando la carga en forma inmediata como se muestra por medio de la curva A.

Las deformaciones intermedias entre t y t_c se corrigen en forma lineal o proporcionalmente a la carga aplicada en función del tiempo, la figura III-24 muestra la construcción gráfica del procedimiento propuesto en escalas lineales. En la figura III-25, se han graficado los valores corregidos del hundimiento en escala logarítmica del tiempo; de donde se puede concluir que para tiempos grandes la deformación es independiente de la forma de aplicar la carga.

CONCLUSIONES

Una vez presentados los diferentes tipos de Modelos Reológicos a la fecha conocidos, partiendo de los más sencillos para su entendimiento, hasta llegar a los más complejos debido a las combinaciones que se realizan para su formación, podemos citar las conclusiones y recomendaciones pertinentes para su uso, que en los siguientes párrafos se presentan de manera detallada.

En la naturaleza observamos que los suelos no exhiben características de elasticidad, plasticidad o viscosidad de manera aislada o única, ni tampoco se deforman siempre de manera lineal o no lineal exclusivamente (por ejemplo, las arcillas son materiales que presentan mayor fluidez, la cual sin embargo, en estado confinado disminuye con el tiempo), ni tampoco los estratos que se encuentran en el subsuelo están constituidos por un sólo material, sino por la combinación de varios.

Es por ello que la aplicación de los Modelos Reológicos debe llevarse a cabo combinando siempre éstos, a fin de representar con mayor exactitud las propiedades del tipo de suelo en cuestión, y de las condiciones de carga a las que haya estado y esté sometido el material, obteniéndose así resultados de laboratorio más apegados a los que se observan realmente en el campo.

Como ha podido constatarse en el desarrollo del presente trabajo, la consolidación que sufren los diferentes materiales (principalmente la arcilla), pueden estudiarse en dos partes fundamentales: la compresión debida al retardamiento hidrodinámico producido exclusivamente por el agua gravitacional, que implica principalmente un retraso de la deformación elasto-plástica; y la representada por una ley fenomenológica de compresión,

que rige principalmente los fenómenos plásticos de retardamiento viscoso entre los granos.

De lo anterior, se observa que la deformación volumétrica unitaria total del material, es igual a la suma del cambio de volumen de los poros del esqueleto estructural del suelo (consolidación primaria), adicionado del cambio de volumen de los poros microscópicos, correspondientes a la estructura viscosa intergranular, formada por los minerales de arcilla y coloides (consolidación secundaria).

Para el análisis de cada una de las partes anteriormente descritas en que se verifica la consolidación, se utiliza una combinación de Modelos Reológicos, lo cual nos lleva a la conclusión de que la introducción de éstos es de gran ayuda para el mejor estudio de los suelos y por tanto, complementa al método tradicional utilizado por Terzaghi, ya que utilizando ambos de una manera adecuada, se llega a resultados más apegados a la realidad.

La utilización de los Modelos Reológicos puede parecer demasiado complicada, puesto que para cada tipo de suelo se debe elaborar un modelo diferente y un análisis matemático exhaustivo, como el presentado en el capítulo III. Sin embargo, debe tomarse en cuenta que estos estudios se realizarán una sólo vez para cada suelo, el proceso a seguir para ocasiones subsecuentes, será semejante al que se lleva a cabo tradicionalmente.

En la medida que el uso de los Modelos Reológicos en la Consolidación de los Suelos se haga más general, se podrán elaborar gráficas, tablas, modelos mecánicos y análisis matemáticos estándares para el caso particular de cada tipo de suelo, así los investigadores recurrirán, según sea el caso, a tablas y gráficas definidas que tengan valores en los cuales estén comprendidos los factores de esfuerzo, deformación, tiempo, etc. de cada problema particular que se analice.

De esta manera, se deja abierta la posibilidad de profundizar y detallar en el estudio y

aplicación de Modelos Reológicos en la Consolidación de los Suelos, con el fin de facilitar su uso. Podrían comenzarse, por ejemplo, por realizar modelos estandarizados con sus respectivas gráficas y análisis matemáticos, en los tipos de suelos que subyacen el Valle de México.

BIBLIOGRAFIA

JUAREZ, Badillo E. y Rico, Rodríguez A.: "Mecánica de Suelos", tomos I y II, Ed. Limusa, 3a ed., México 1965.

KRAVTCHENCO, J. y Sirleys, P.: "Rheology and Soil", Simposium de Grenoble, Ed. Springer-Verlany, 1965.

MARSAL, J. Raúl y Mazari, Marcos: "El Subsuelo de la Ciudad de México", Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos y Cimentaciones, Ed. UNAM, 2a ed., México, 1969.

RICO, Rodríguez Alfonso y Castillo, Hermilo del: "La Ingeniería de Suelos en las Vías Terrestres", Tomo I, Ed. Limusa, 1a ed., México, 1974.

SCOTT, R. F. y Yimko, Hon: "International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering", Tomo I, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, México, 1969.

TERZAGHI, Karl y Peck, Ralph B.: "Soil Mechanics in Engineering Practice", Wiley International Editions, 2a ed., New York, 1967.

WINTERKORN, F. Hans y Fany,, Hsai-Yani: "Foundation Engineering Handbook", Van Nostrand Reinhold Co., New York, 1975.

ZEEVAERT, W. Leonardo: "Foundation Engineering for Dificult Subsoil Conditions", Van Nostrand Reinhold, 1a. ed., New York, 1973.

ZEEVAERT, W. Leonardo: "Apuntes de Mecánica de Suelos", 3a. ed., México, 1967.