

01163  
2ej.  
3

AGRIETAMIENTO DEL SUBSUELO EN EL VALLE DE MEXICO

ARTURO ARIAS RODA

TESIS

Presentada a la División de Estudios de

Posgrado de la

FACULTAD DE INGENIERIA

de la

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

como requisito para obtener

el grado de

MAESTRO EN INGENIERIA  
(Mecánica de suelos)

CIUDAD UNIVERSITARIA, a 30 de Noviembre de 1989

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

	pag
1 INTRODUCCION	1
2 ANTECEDENTES	2
2.1 Conceptos teóricos	2
2.1.1 Fracturamiento	2
2.1.2 Modos de fracturamiento	2
2.1.3 Criterios de generación de grietas	3
2.1.4 Estado de esfuerzos en la cercanía de una grieta y criterio de propagación	4
a) Estado de esfuerzos.	4
b) Crecimiento cuasi-estático de una grieta en un cuerpo sólido elástico.	6
c) Criterio de propagación	8
d) Determinación experimental de $\xi_c$	8
2.2 Susceptibilidad de los suelos del Valle de México al agrietamiento	9
3. CASOS DE AGRIETAMIENTO DEL SUBSUELO EN EL VALLE DE MEXICO.	12
3.1 Antecedentes	12
3.2 Agrietamiento en la zona del Lago de Texcoco	12
3.3 Lago Nabor Carrillo	13
3.4 Dren de prueba	13
3.5 Lago Iztacalco	14
3.6 Inmediaciones del aeropuerto	15
3.7 Zona de Naucalpan	16
3.8 Unidad Rinconada del Sur	16
3.9 Cerro del Peñon	17
3.10 Conjunto habitacional El Molino	17
4. INTERPRETACION Y MODELACION DEL AGRIETAMIENTO DEL SUBSUELO	19
4.1 Criterios existentes	19
4.1.1 Primeras interpretaciones	19
4.1.2 Teoría de las grietas de tensión	19
4.1.3 Teoría de la propagación por presión hidráulica interna	21
4.2 Estudio del fenómeno de agrietamiento por simulación numérica	23
4.2.1 Generación	23
4.2.2 Propagación	24
4.2.3 Deformaciones	26
5. ASPECTOS CONSTRUCTIVOS	27
5.1 Relleno de grietas	27

5.2 Estructuración de la cimentación	27
5.3 Tierra armada	27
5.4 Terraplenes de confinamiento	28
6. CONCLUSIONES	29
REFERENCIAS	31
ANEXOS:	
I ESFUERZO EN LA PROXIMIDAD DE UNA GRIETA	33
II PROPAGACION DE GRIETAS	38

## 1 INTRODUCCION

El difícil subsuelo del valle en el que se encuentra localizada la ciudad de México plantea al ingeniero múltiples problemas geotécnicos. Uno de los más importantes, en los últimos años, es el agrietamiento del subsuelo en diferentes zonas de la ciudad.

El problema del agrietamiento ha sido motivo de preocupación por parte de las autoridades debido a sus consecuencias sociales y económicas. Para los especialistas en mecánica de suelos, este problema constituye un difícil reto debido al escaso conocimiento que se tiene actualmente en cuanto a los mecanismos que lo provocan y a las medidas que pueden minimizar sus efectos.

En el presente trabajo, se estudia el agrietamiento del subsuelo en el valle de México usando principalmente el concepto de fractura mecánica, paradójicamente poco usual en la mecánica de suelos tradicional.

Después de definir los conceptos fundamentales relacionados con la fractura mecánica, se analiza el estado de esfuerzos en el vértice de una grieta y se discute un criterio de propagación basado en el llamado "factor de intensidad de esfuerzos crítico".

Con el fin de revisar la problemática del valle de México se describen varios de los casos de agrietamiento más conocidos y se exponen sus posibles causas.

Se presentan y discuten brevemente las teorías existentes a la fecha que explican el fenómeno de agrietamiento en el valle de México.

Utilizando el método del elemento finito, se simula el caso del agrietamiento originado por asentamientos diferenciales, poniendo en evidencia factores que lo favorecen como la inclinación de la roca basal. Se analizan con esta misma técnica la propagación de grietas verticales por efecto de la presión interna de agua, calculando los esfuerzos en la vecindad del vértice y las deformaciones en la parte exterior de la grieta. Se hace también una estimación del factor de intensidad de esfuerzos crítico de acuerdo con los resultados obtenidos en el análisis y los agrietamientos observados en el campo por algunos investigadores.

Finalmente, se evalúa la efectividad de las medidas usadas tradicionalmente para corregir el agrietamiento y se proponen otras para controlar y evitar la propagación de grietas.

## 2 ANTECEDENTES

### 2.1 Conceptos teóricos

#### 2.1.1 Fracturamiento

Todo cuerpo sólido responde a cargas extremas experimentando grandes deformaciones o fracturamiento. El segundo fenómeno consiste en la pérdida de contacto entre dos partes del cuerpo. El fenómeno de fracturamiento implica la generación de una grieta y su propagación hasta que se presente la falla general o que se alcance un nuevo estado de equilibrio.

#### 2.1.2 Modos de agrietamiento

El frente de una grieta es el vértice que conecta los puntos adyacentes donde ocurren o pueden ocurrir separaciones subsecuentes. Durante un proceso de separación continua, esta línea se mueve a lo largo de un plano geométrico llamado superficie de fractura. El área de esta superficie de fractura se incrementa obviamente con el crecimiento de la grieta.

De acuerdo con Irwin (Hellan, 1984), existen tres modos básicos de desarrollo de agrietamiento (fig 1):

##### Modo I

Se presenta una abertura simétrica; el desplazamiento relativo entre las caras correspondientes es perpendicular a la superficie de fractura; las grietas se generan por tensión, separándose entre sí las caras de la grieta.

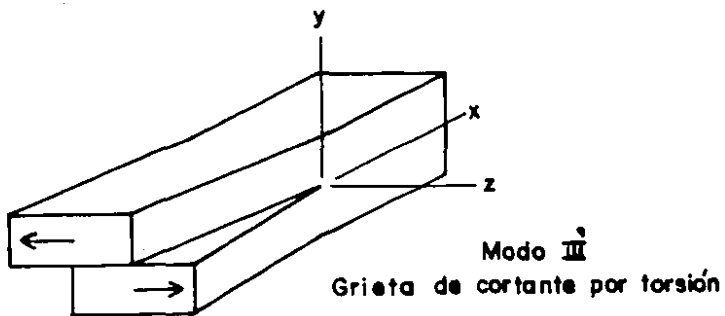
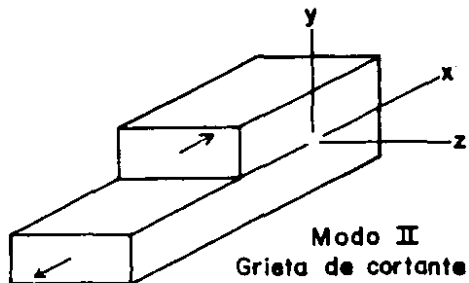
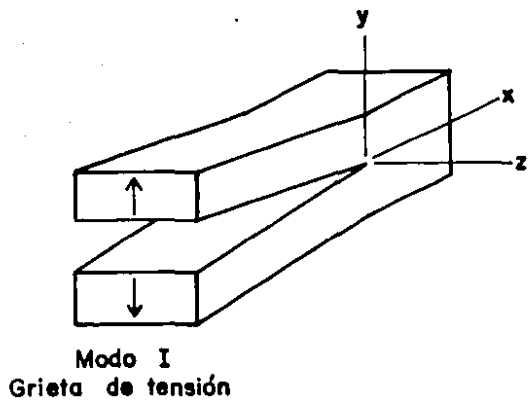
##### Modo II

La separación es asimétrica con desplazamientos tangenciales relativos perpendiculares al frente de la grieta; el agrietamiento se genera por cortante; las caras de las grietas deslizan una sobre la otra en dirección perpendicular al vértice.

##### Modo III

La separación es nuevamente asimétrica, con desplazamientos tangenciales relativos paralelos al frente de la grieta, bajo el efecto de esfuerzos inducidos por torsión; las superficies de las grietas deslizan una sobre la otra, en dirección paralela al vértice.

En general, en un cuerpo homogéneo, el agrietamiento puede ser descrito por alguno de estos modos o sus combinaciones. Sin embargo, el crecimiento de la grieta usualmente tiene lugar en el modo I o cerca de él.



**Fig. 1. MODOS DE AGRIETAMIENTO**

### 2.1.3 Criterios de generación de grietas

Existen diversas teorías o criterios de falla en materiales (Singer, 1980), que tienen por objeto predecir, en base al comportamiento del material en los ensayos de tensión o compresión simple, las condiciones en que se producirá la ruptura bajo cualquier tipo de cargas combinadas. Por lo que se refiere a agrietamiento los criterios más comúnmente usados son los siguientes:

#### a) Teoría de Rankine

La teoría del esfuerzo máximo, propuesta por Rankine, es la más antigua y la más sencilla de todas. Se basa en la hipótesis de que la falla tiene lugar cuando el mayor de los esfuerzos principales alcanza un valor límite, que puede ser el punto de fluencia determinado en un ensayo a tensión simple, o el esfuerzo último si el material es frágil.

#### b) Teoría de Saint Venant

La teoría de la deformación máxima, atribuida a Saint Venant, establece que en un material la fluencia empieza cuando la deformación principal máxima alcanza el valor de la deformación para la que empieza la fluencia en el ensayo de tensión simple.

Como un ejemplo de la aplicación de esta teoría, Alberro (1986) reporta deformaciones a la falla por tensión que oscilan de 0.17% a 0.24% en núcleos de presas.

#### c) Teoría de Griffith

Es conocido que los materiales tienen una resistencia muy inferior a la que cabría esperar de la magnitud de las fuerzas moleculares. Griffith (Jaeger, 1956) explica lo anterior por la presencia de un gran número de grietas pequeñas (microfisuras).

El efecto de una fisura es provocar una elevada concentración de esfuerzos en su vértice y, consecuentemente, el desarrollo de la grieta. Con el fin de facilitar los cálculos, Griffith supuso que las microfisuras tenían la forma de una elipse muy estrecha cuyo eje mayor es normal a la tensión. El máximo esfuerzo de tensión en una placa plana que contiene un agujero elíptico de eje mayor  $2l$ , sujeta a un esfuerzo promedio  $\sigma$  en dirección perpendicular al eje mayor está dado por:

$$\sigma_{\max} = 2\sigma(l/\rho)^{1/2} \quad (1)$$

donde  $\rho$  es el radio de curvatura en el extremo del eje mayor.

Los máximos esfuerzos ocurren en el extremo del eje mayor



cuando  $\rho \rightarrow 0$ , esto es, cuando la elipse tiende a ser una grieta plana, los esfuerzos tienden a infinito. Para el tipo de grietas bajo consideración,  $\rho$  puede ser estimado como del tamaño del espaciamiento intermolecular  $a$ .

La grieta se extenderá si los esfuerzos dados por la ecuación (1) alcanzan  $\sigma_m$ , el máximo esfuerzo de tensión que puede ser resistido por el material sin agrietarse. Para evaluar lo anterior, deberá considerarse que el proceso de agrietamiento produce dos nuevas superficies dentro del material cuya distancia de separación es del orden de un espaciamiento intermolecular  $a$  y que cada una posee una energía de superficie por unidad de área y que puede ser considerada como una propiedad intrínseca y medible del material. Esta energía de superficie será suministrada por la energía de deformación almacenada en el sólido durante el agrietamiento. Se tiene entonces que:

$$\sigma_m = 2(E\gamma/a)^{1/2} \quad (2)$$

Si para una resistencia a la tensión  $T_0$  del material y una tensión uniaxial actuando en dirección perpendicular a la grieta se hace  $\rho = a$ , se tiene:

$$T_0 = (E\gamma/l)^{1/2} \quad (3)$$

Esta teoría puede ser extendida a esfuerzos biaxiales, la suposición será que el material contiene un gran número de grietas incipientes orientadas casualmente y que la falla toma lugar cuando los esfuerzos locales mayores en la grieta más grande y de orientación más peligrosa es igual a  $\sigma_m$ . Esto conduce al siguiente criterio de falla.

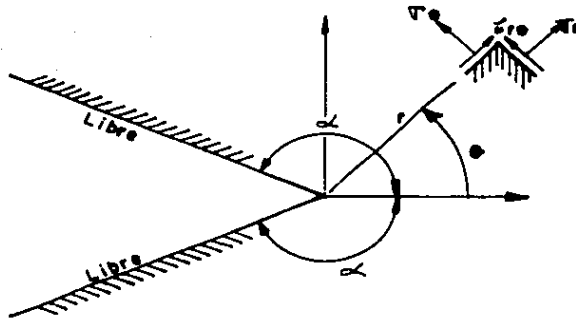
$$\begin{aligned} \sigma_1 &= T_0, \text{ si } 3\sigma_1 + \sigma_2 > 0 \\ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 8T_0(\sigma_1 + \sigma_2) &= 0, \text{ si } 3\sigma_1 + \sigma_2 < 0 \end{aligned} \quad (4)$$

donde  $T_0$  es la resistencia a la tensión uniaxial y  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  son los esfuerzos principales con  $\sigma_1 > \sigma_2$ .

#### 2.1.4 Estado de esfuerzos en la cercanía de una grieta y criterio de propagación

##### a) Estado de esfuerzos

Kare Hellan (1984) considera una placa de dimensiones infinitas en estado plano de esfuerzos. En la placa existe una grieta (fig 2) limitada por dos superficies planas concurrentes



**Fig. 2. ESFUERZOS ALREDEDOR DE UNA GRIETA**

que forman entre sí un ángulo  $2\alpha$ .

En ausencia de fuerzas de cuerpo el equilibrio se satisface a través de las siguientes ecuaciones (Anexo I):

$$\sigma_{\theta} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial r^2} ; \sigma_r = \nabla^2 \chi - \sigma_{\theta} ; \tau_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \chi}{\partial \theta} \right) \quad (5)$$

donde  $\sigma_{\theta}$ ,  $\sigma_r$ ,  $\tau_{r\theta}$  son los componentes del tensor de esfuerzos en coordenadas polares y  $\chi$  es la función de esfuerzos de Airy. Si el material constitutivo de la placa es linealmente elástico, la función de esfuerzos de Airy satisface la ecuación bi-potencial:

$$\nabla^2 (\nabla^2 \chi) = 0 \quad (6)$$

donde  $\nabla^2$  es el operador de Laplace en coordenadas polares:

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \quad (7)$$

Williams (Hellan, 1984) resuelve la ec (6) bajo las siguientes condiciones de frontera:

$$\sigma_{\theta} = \tau_{r\theta} = 0 \quad \text{para} \quad \theta = \pm \alpha \quad (8)$$

y suponiendo que la función de Airy puede escribirse como el producto:

$$\chi = r^{\lambda+1} f(\theta) \quad (9)$$

sustituyendo (8) y (9) en (6), llega a un conjunto de ecuaciones homogéneas cuya solución no trivial existe únicamente cuando el determinante de la ecuación es nulo. Para simular el agrietamiento, hace tender  $\alpha$  a  $\frac{\pi}{2}$  con lo que se obtiene el valor de  $\chi$ , sustituyendo este valor en (5) se llega a las expresiones siguientes:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= -\frac{C}{4} r^{-1/2} \left( 5 \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right) + \dots \\ \sigma_{\theta\theta} &= -\frac{C}{4} r^{-1/2} \left( 3 \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right) + \dots \\ \tau_{r\theta} &= -\frac{C}{4} r^{-1/2} \left( \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \dots \end{aligned} \quad (10)$$

donde  $C_{11}$  es un coeficiente dependiente de la geometría y de las cargas que es usual expresar como  $K_I/\sqrt{2\pi r}$ , siendo  $K_I$  el llamado "factor de intensidad de esfuerzos" (dimensión  $T/m^{3/2}$ ).

Se tiene entonces:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{r\theta} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} \cos\left(-\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin^2\left(-\frac{\theta}{2}\right)\right] \\ \cos^3\left(-\frac{\theta}{2}\right) \\ \sin\left(-\frac{\theta}{2}\right) \cos^2\left(-\frac{\theta}{2}\right) \end{Bmatrix} \quad (11)$$

En coordenadas cartesianas las expresiones anteriores se conocen como ecuaciones de Westergaard (Kobayashi, 1973) y se escriben:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} \cos\frac{\theta}{2} \left[1 - \sin\frac{\theta}{2} \sin\frac{3\theta}{2}\right] \\ \cos\frac{\theta}{2} \left[1 + \sin\frac{\theta}{2} \sin\frac{3\theta}{2}\right] \\ \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{\theta}{2} \cos\frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

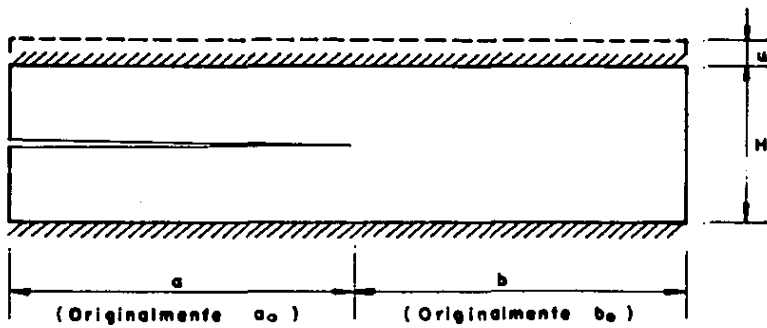
b) Crecimiento cuasi-estático de una grieta dentro de un cuerpo sólido elástico.

Con el fin de ilustrar de una manera simple el fenómeno de fractura mecánica, se considerará una grieta horizontal en una placa de ancho unitario, fija en sus bordes horizontales superior e inferior (fig 3). El material de la placa es elástico y se considera  $a \gg H$  y  $b \gg H$ .

Para conocer el valor crítico del desplazamiento relativo  $u$ , necesario para que la grieta existente se propague, se considera el material libre de esfuerzos arriba y abajo de la grieta, mientras que a la derecha de la grieta actúan esfuerzos constantes, correspondientes a la deformación vertical  $\epsilon = u/H$ . Estos esfuerzos son:

$$\sigma = \eta E \epsilon = \frac{\eta E u}{H} \quad (13)$$

donde  $E$  es el módulo de Young; y  $\eta$  es un factor que depende de la relación de Poisson  $\nu$  y de la geometría considerada:



**Fig. 3. CRECIMIENTO DE UNA GRIETA**

$$\eta = \frac{1}{(1 - \nu^2)} \qquad \eta = \frac{1}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \qquad (14)$$

para estado plano de esfuerzo y deformación, respectivamente.

Debido al desplazamiento, la placa tendrá el siguiente suministro de energía de deformación o energía potencial elástica:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} (\sigma b)u = \frac{1}{2} (\eta E \frac{u}{H} b)u = \frac{\eta E b}{2H} u^2 \qquad (15)$$

Supóngase ahora que la grieta comience a crecer a partir de su longitud inicial  $a_0$  hasta que se extienda en toda la longitud de la placa. Si lo anterior ocurre cuasi-estáticamente, sin producción de energía cinética, la energía potencial  $\mathcal{E}$  se aproxima gradualmente a cero conforme la pieza fracturada queda libre de esfuerzos. Durante el proceso, el valor de  $\mathcal{E}$  está dado por la expresión (15).

Lo anterior conduce a la pregunta: Que ha pasado con la energía potencial suministrada?. La respuesta es que ha sido consumida durante la propagación de la grieta, lo que significa que se realizó trabajo a lo largo del incremento de superficie de agrietamiento. En 1920, Griffith definió este trabajo, desde el punto de vista microscópico, como el necesario para extraer átomos vecinos fuera de su mutuo campo de atracción. Una vez que la separación se inicia, el trabajo de separación y puede ser interpretado por tanto, físicamente, como el necesario para vencer las fuerzas de atracción de la estructura atómica.

La pérdida de energía potencial por superficie unitaria de fractura es:

$$\frac{\eta E}{2H} u^2 \equiv \mathcal{G} \qquad (16)$$

donde  $\mathcal{G}$  es conocida como fuerza de propagación de la grieta.

Griffith sostiene que esta cantidad debe ser igual al trabajo  $2\gamma$  (el factor de 2 se debe a que la superficie de agrietamiento tiene dos caras) necesario para mover el frente de la grieta en el estado crítico.

$$\frac{\eta E}{2H} u^2 = 2\gamma \qquad (17)$$

El desplazamiento crítico es por tanto:

$$u = 2 \sqrt{\frac{2\gamma H}{\eta E}} \qquad (18)$$

c) Criterio de propagación

El criterio de propagación utilizado es muy simple si suponemos fluencias altamente localizadas de frentes de grietas. La condición de propagación es:

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_c \quad \text{o} \quad K_I = K_{Ic} \quad (19)$$

los términos anteriores, fuerza de propagación y resistencia a la propagación de la grieta se relacionan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_c &= \frac{K_{Ic}^2}{E} && \text{estado plano de esfuerzos} \\ \mathcal{G}_c &= \frac{K_{Ic}^2}{E} (1-\nu^2) && \text{estado plano de deformación} \end{aligned} \quad (20)$$

El criterio de propagación se aplica en los casos en que la grieta ya existe, ya que antes de la aparición de ésta, el material puede ser considerado como un continuo en el que la concentración de esfuerzos no está presente.

c) Determinación experimental de  $\mathcal{G}_c$

La fuerza de propagación de la grieta  $\mathcal{G}_c$  puede determinarse por el procedimiento de prueba, establecido para fracturas mecánicas (ASTM E399-78).

La flexibilidad es la cantidad de desplazamiento por unidad de fuerza aplicada; una relación de desplazamiento a fuerza, que representa la respuesta estática, linealmente elástica, de un cuerpo sujeto a un par de fuerzas colineales iguales y opuestas. En la práctica, estas fuerzas opuestas son el resultado de distribuciones de presiones de contacto localizadas.

Cuando un cuerpo contiene una grieta, la flexibilidad para una posición y dirección dada de la carga depende de las dimensiones de la grieta y en algunos casos simples, la derivada de la flexibilidad con respecto al área de la grieta puede ser tomada como  $2\mathcal{G} / F^2$

Denotando la carga aplicada y el desplazamiento del punto cargado por  $F_c$  y  $U_c$  respectivamente, la flexibilidad del espécimen puede ser definida como:

$$\lambda = \frac{U_c}{F_c} \quad (21)$$

La fuerza de propagación de la grieta está dada por:

$$g_c = \frac{1}{2t} F_c^2 \frac{d\lambda}{dc} \quad (22)$$

donde  $t$  es el espesor del espécimen.

Para la determinación de la resistencia a la fractura estática  $K_{Ic}$  en un material dado, se considera éste homogéneo isótropo y con un amplio rango de comportamiento lineal elástico. El módulo de Young debe ser conocido con seguridad o determinado. Para que el resultado sea independiente de la geometría del espécimen de prueba, requerimientos mínimos de longitud de pre-agrietamiento deberán ser:

$$B \geq 2.5 \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_y} \right)^2 \quad a \geq 2.5 \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_y} \right)^2 \quad (23)$$

El valor de 2.5 fue determinado empíricamente y conduce a menudo a dimensiones prohibitivas. En la práctica, la prueba se realiza por aproximaciones sucesivas dado el hecho de que  $K_{Ic}$  no es conocido antes del experimento, por lo cual debe estimarse. Si los valores que resultan no satisfacen los requerimientos, la prueba debe ser considerada inválida para predecir el valor de  $K_{Ic}$  y una nueva debe realizarse con un espécimen de dimensiones diferentes.

Las figs 4 y 5 muestran un diagrama esquemático de un espécimen de prueba así como las curvas que se generan necesariamente durante la ejecución de la prueba (Fook-Hou Lee, 1988).

Los mismos autores reportan un factor de intensidad de esfuerzos críticos con valor de  $1.29 \text{ T/m}^{3/2}$  para una arcilla blanda con  $LL = 117\%$ ,  $LP = 55\%$  y  $w = 40\%$ .

## 2.2 Susceptibilidad de los suelos del valle de México al agrietamiento

Raúl J. Marsal y Marcos Mazari (1959) reportan pruebas de tensión simple en arcillas del valle de México, encontrándose que:

a) La relación entre resistencia a la tensión  $q_t$  y la resistencia a la compresión  $q_c$  es, en promedio de 0.5 con valores máximos y mínimos de 0.64 y 0.38 respectivamente.



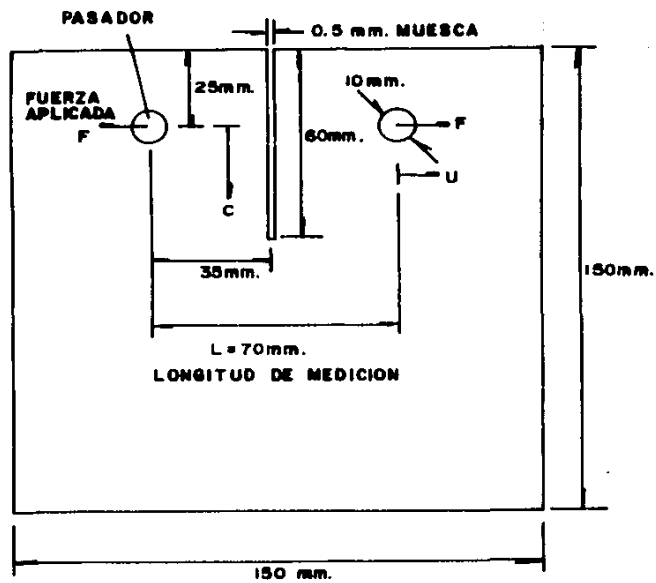


Fig. 4. ESPECIMEN DE PRUEBA

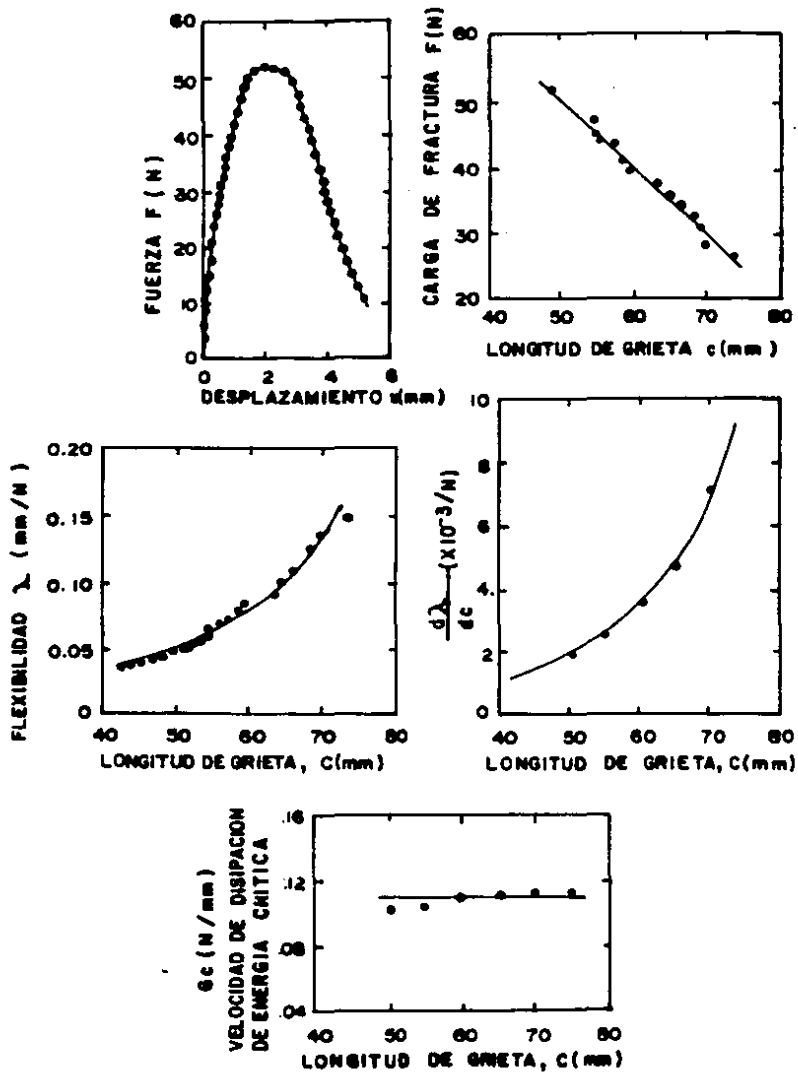


Fig. 5. RESULTADOS DE LA PRUEBA DE TENSION

b) La relación  $q_t / q_u$  disminuye aproximadamente de 0.5 a 0.2 cuando el contenido natural de agua decrece de 400% a 100%.

La tabla 1 muestra valores típicos de resistencia a la tensión en arcillas de la zona del lago.

TABLA 1

Elevación m	W <sub>i</sub> %	LL %	LP %	q <sub>u</sub> kg/cm <sup>2</sup>	q <sub>t</sub> kg/cm <sup>2</sup>
-6.89	414	420	95	1.44	0.71
-9.62	334	425	110	0.76	0.08(?)
-11.70	399	340	95	0.73	0.41
-14.26	432	425	115	0.62	0.23
-23.06	353	400	105	1.45	0.46
-29.14	269	270	95	3.58	0.68
-30.74	281	325	100	2.09	0.98
-31.22	269	401	135	2.96	1.01
-37.82	191	262	78	4.49	1.11
-38.63	208	214	67	3.65	0.75
-41.85	158	178	67	3.16	0.86
-41.85	164	170	75	3.61	0.72

Reséndiz y Zonana (1969) analizan características del subsuelo referido, a tensión y compresión, en pruebas no drenadas, llegando a las siguientes conclusiones:

a) El módulo de deformación es relativamente alto en el estado inalterado exhibiendo el material falla frágil al ser sometido a esfuerzos cortantes en condiciones no drenadas.

b) La deformación unitaria a la falla, en pruebas de compresión simple de muestras inalteradas de buena calidad, varía entre 2% y 5% con un valor promedio de 3%.

c) El módulo de deformación en tensión  $M_t$ , de muestras alteradas es mayor que el módulo en compresión y puede considerarse que  $M_t/M_c$  es aproximadamente igual a 3, independientemente del contenido de agua.

La tabla 2 muestra valores típicos de propiedades mecánicas en condiciones no drenadas tratándose de la arcilla de la ciudad de México.

TABLA 2

Contenido de agua (%)	Deformación a la falla en tensión		resistencia a la tensión $q_t$		modulo de def en tensión $M_t$		modulo de def en compresión $M_c$		$M_t/M_c$	
	media	desv est	media	desv est	media	desv est	media	desv est	med	desv est
1 a 2	0.66	0.30	0.89	0.197	134.8	45.9	51.0	40.9	3.3	1.0
2 a 3	0.84	0.26	0.85	0.164	101.2	35.0	97.9	24.7	3.1	0.9
3 a 4	0.98	0.51	0.49	0.099	50.0	24.7	21.3	16.1	2.9	0.6

Los mismos Reséndiz y Zonana, utilizando un procedimiento indirecto estimaron la deformación de falla de tensión con los resultados que se presentan en la tabla 3.

TABLA 3

Prof. (m)	Contenido de agua (%)	Def. en la falla (%)	Prof. (m)	Contenido de agua (%)	Def. en la falla (%)
7.2	101	0.3	16.8	328	0.5
7.4	372	1.0	16.8	386	1.5
8.0	361	1.7	17.0	395	1.7
8.2	359	1.2	17.4	396	0.4
8.8	326	1.5	17.8	342	1.6
10.2	401	0.3	18.2	299	0.6
10.8	322	1.5	18.4	250	1.0
11.0	378	1.3	18.6	318	0.9
11.2	182	0.7	19.0	304	0.4
12.4	254	0.8	19.0	303	0.4
12.8	327	0.8	19.4	188	0.7
13.2	303	0.3	20.2	180	0.8
14.1	168	0.8	20.2	297	1.0
14.1	203	0.8	21.6	169	0.6
14.1	278	1.3	21.6	176	0.4
14.8	154	1.2	22.2	251	0.5
15.4	284	0.7	23.0	160	0.5
15.6	319	0.7			
16.2	373	0.9			

Los valores reportados en la tabla anterior resultan altos en algunos casos, si se comparan con los consignados en la tabla 2.

### 3. CASOS DE AGRIETAMIENTO EN EL VALLE DE MEXICO.

#### 3.1 Antecedentes

El agrietamiento del subsuelo en el valle de México ha sido estudiado desde hace mucho tiempo, tanto en sus causas físicas como en el daño que origina.

El agrietamiento afecta la totalidad de la cuenca y su perímetro, y compromete también bases y faldas de cerros como el de Xico y el Peñón.

Nabor Carrillo atribuyó el agrietamiento del fondo del Lago de Texcoco ocurrido al sur del evaporador solar El Caracol, al bombeo de la salmuera, causante de que las fuerzas de filtración asociadas al flujo generado en las capas de arcilla provocaran un estado de tensión en la masa del suelo.

E. Juárez Badillo (1962), ha propuesto una teoría basada en la tensión superficial desarrollada en la capa superior de arcilla, arriba del nivel freático; induciendo un estado de compresión anisotrópica durante la época de estiaje, desapareciendo en la temporada de lluvias al cubrirse la superficie con una lámina de agua, provocando una descarga vertical rápida y consecuentemente un estado de tensión horizontal.

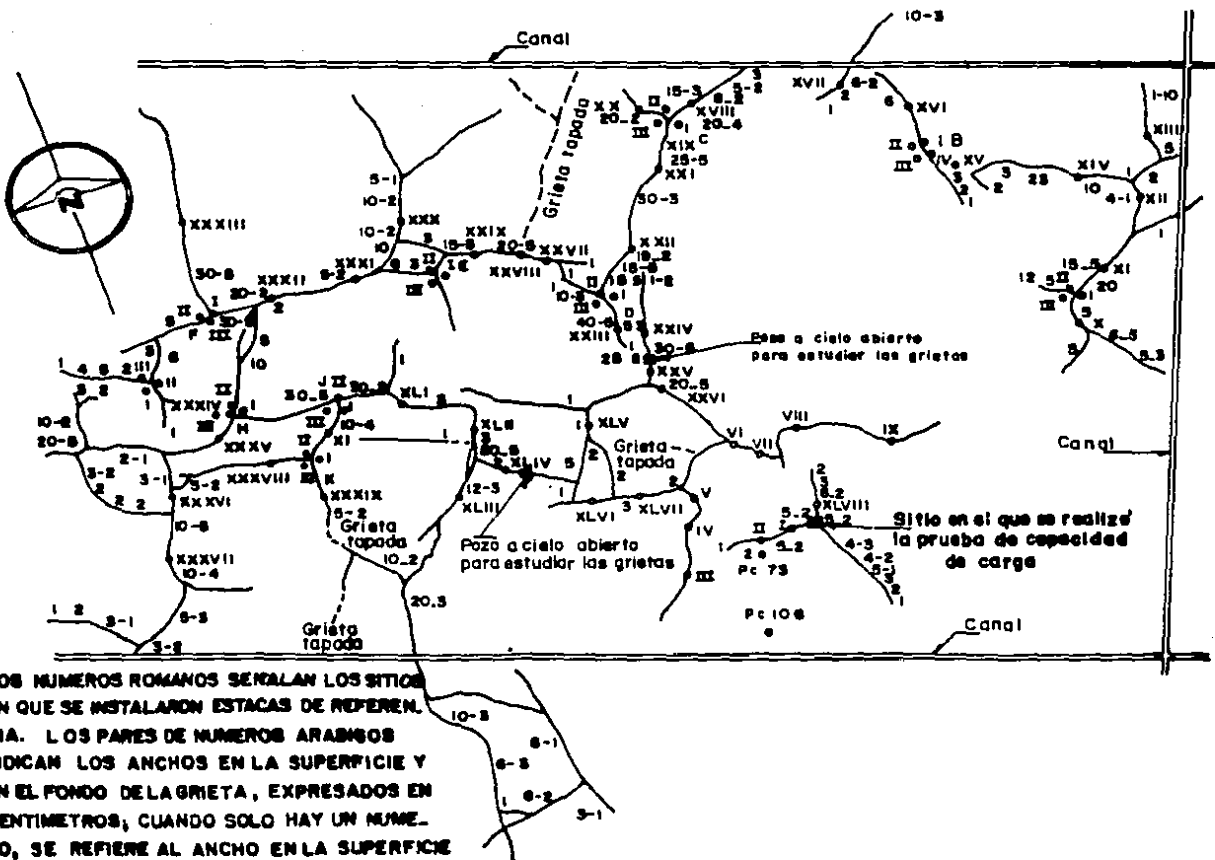
G. Auvinet (1981), propone como mecanismo de propagación del fenómeno, la existencia de sobrepresiones transitorias en el interior de las grietas al inicio de la época de lluvias.

#### 3.2 Agrietamiento en la zona del Lago de Texcoco

Las grietas profundas y de gran extensión son comunes en la zona del ex-lago de Texcoco, estas aparecen al inicio de la época de lluvia cuando se forman delgadas láminas de agua, después de un período intenso de evaporación. Su abertura y longitud son variables así como su configuración formando cuadrículas irregulares que son interrumpidas con la presencia de cualquier estructura de carga.

Raúl J. Marsal (1986) reporta que durante el ensayo de carga sobre una zapata de 2 x 2 m. en el Lago de Texcoco, observó la generación de grietas precisamente después de una precipitación pluvial intensa en torno al lugar de la prueba. La fig 6 muestra la configuración de las grietas y su abertura.

El agrietamiento de la Zona es comúnmente atribuido al hundimiento, producido por abatimiento de los niveles piezométricos de los acuíferos, teniéndose por una parte, los efectos de la fuerza de filtración en las masas arcillosas en



LOS NUMEROS ROMANOS SENALAN LOS SITIOS EN QUE SE INSTALARON ESTACAS DE REFERENCIA. LOS PARES DE NUMEROS ARABICOS INDICAN LOS ANCHOS EN LA SUPERFICIE Y EN EL FONDO DELA GRIETA, EXPRESADOS EN CENTIMETROS, CUANDO SOLO HAY UN NUMERO, SE REFIERE AL ANCHO EN LA SUPERFICIE

Fig.6.GRIETAS EN EL LAGO DE TEXCOCO

torno a los pozos de bombeo y por otra, la extensión impuesta a las capas superiores ocasionadas por deformaciones diferenciales producto de la consolidación.

### 3.3 Lago Nabor Carrillo

Alberro (1981) describe los agrietamientos observados durante la formación del Lago Nabor Carrillo.

El lago mencionado se conformó por el método de consolidación de arcillas inducido por bombeo. La fig 7 muestra los agrietamientos producidos en diversas direcciones. Si bien un gran número de ellas se orientan paralelas a las líneas de hundimientos semejantes, es decir, perpendiculares a las direcciones de mayor gradiente de deformación; también se encuentran grietas paralelas a estas últimas direcciones o sin correlación aparente con ellas. Obviamente, lo heterogéneo del suelo y los efectos de las irregularidades topográficas debieron actuar como factores condicionantes de la orientación de las grietas, configurando efectos locales en las inmediaciones de los pozos.

### 3.4 Dren de prueba

Auvinet (1981) menciona el caso de agrietamientos en un dren de pruebas del Lago de Texcoco.

Las figs 8 y 9 muestran la configuración de las grietas desarrolladas en la corona de los taludes excavados en dicho dren de pruebas, donde se observan las grietas presentadas, en general paralelas y contiguas al talud y en algunos casos a una distancia considerable del mismo.

Reséndiz y Zonana (1969) estudian este tipo de problemas dentro del marco de teoría lineal de elasticidad, suponiendo los siguientes componentes:

- a) El estado inicial de esfuerzos que incluye los del peso propio.
- b) Los esfuerzos derivados de la carga liberada en la cara de los taludes, considerando una frontera rígida a la profundidad de la excavación.
- c) Los esfuerzos en la masa del suelo por encima de la profundidad de excavación, inducidos por la deformación del suelo adyacente.

Atribuyen este tipo de grietas a la presencia de zonas de tensión producidas por la descarga del terreno, con las deformaciones elásticas consecuentes. Dichas grietas son particularmente profundas cuando el módulo de deformación del suelo decrece con la profundidad, situación común en el valle de México, por la presencia en la superficie de materiales

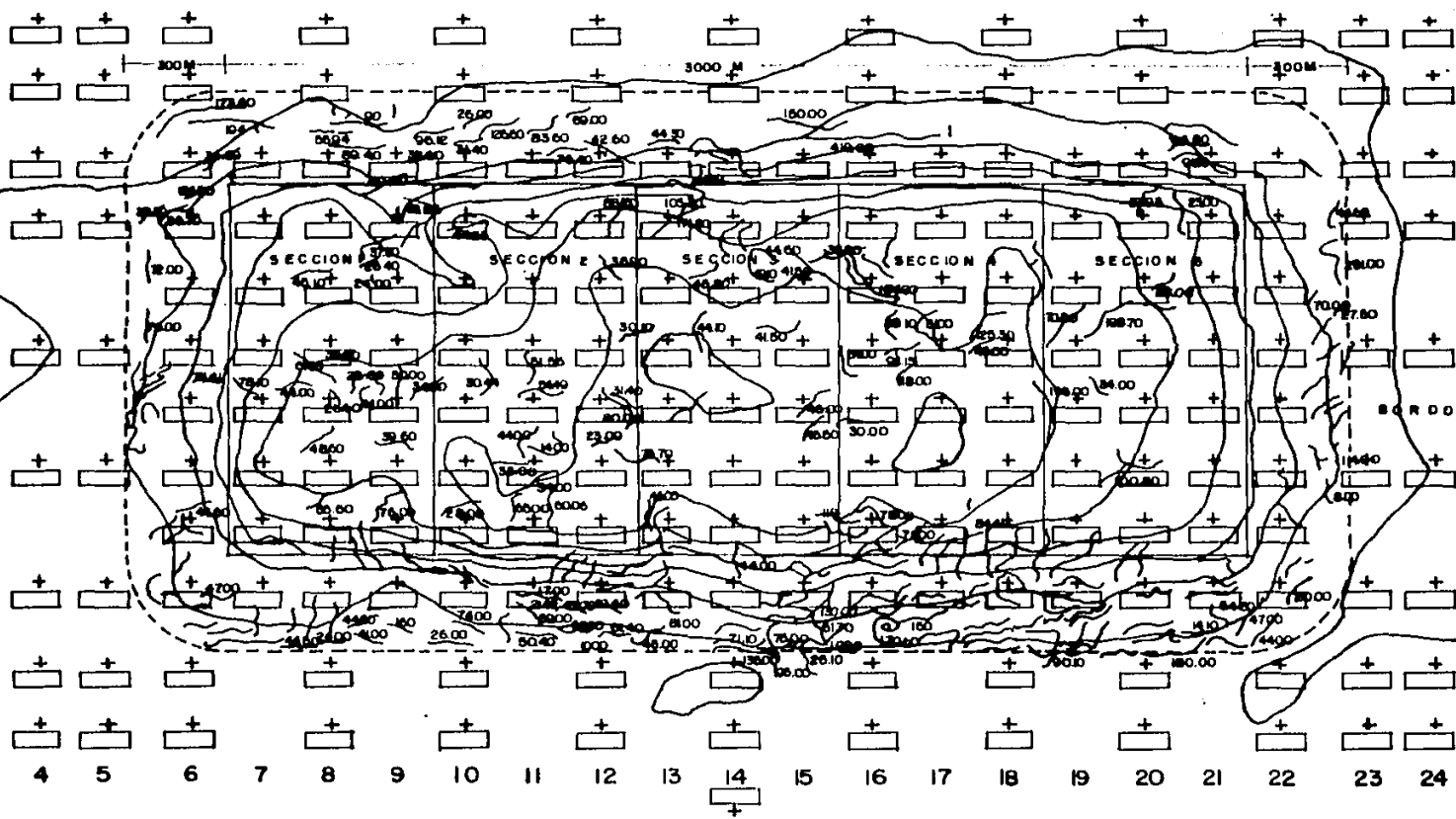


Fig. 7. LAGO NABOR CARRILLO



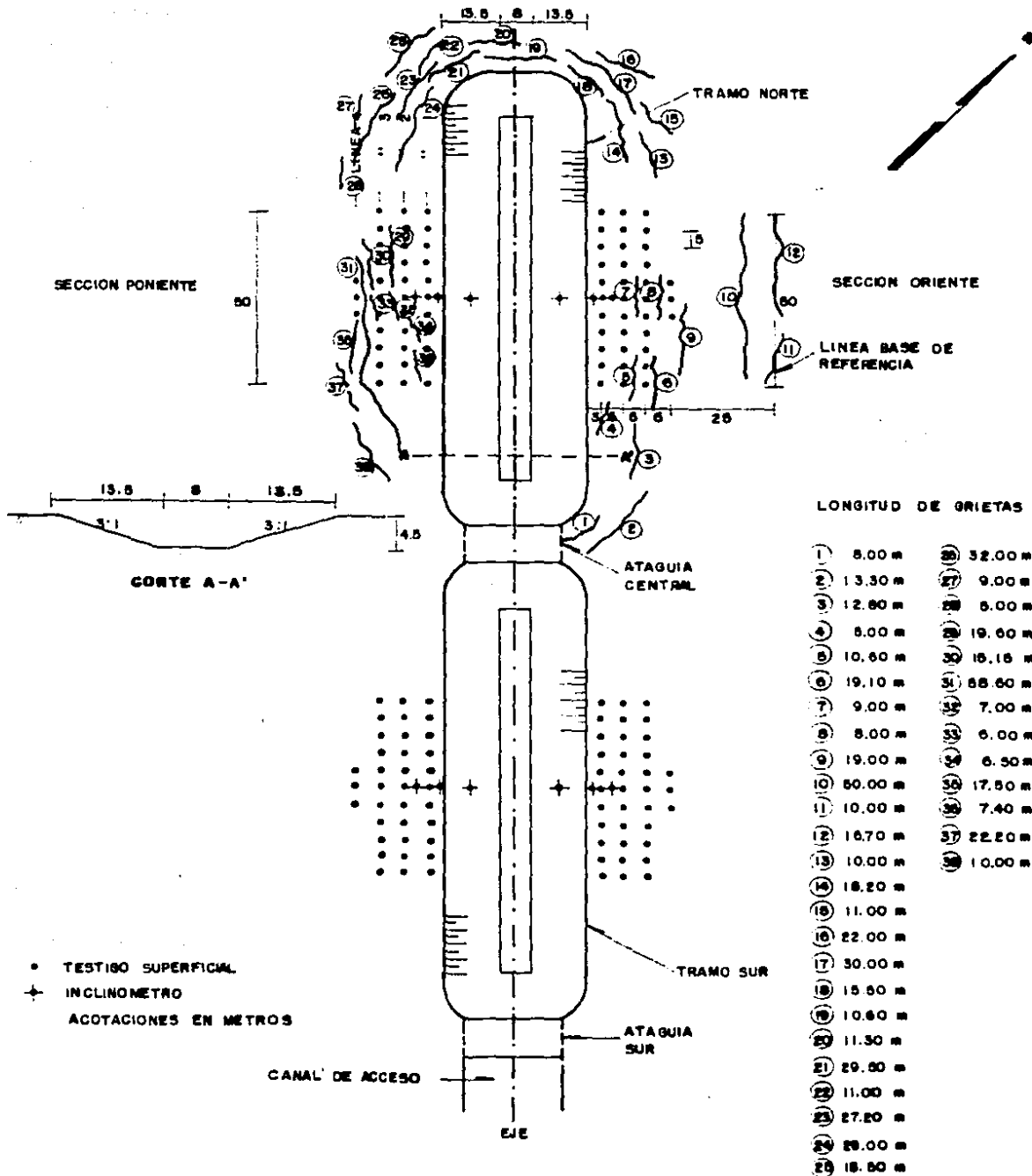
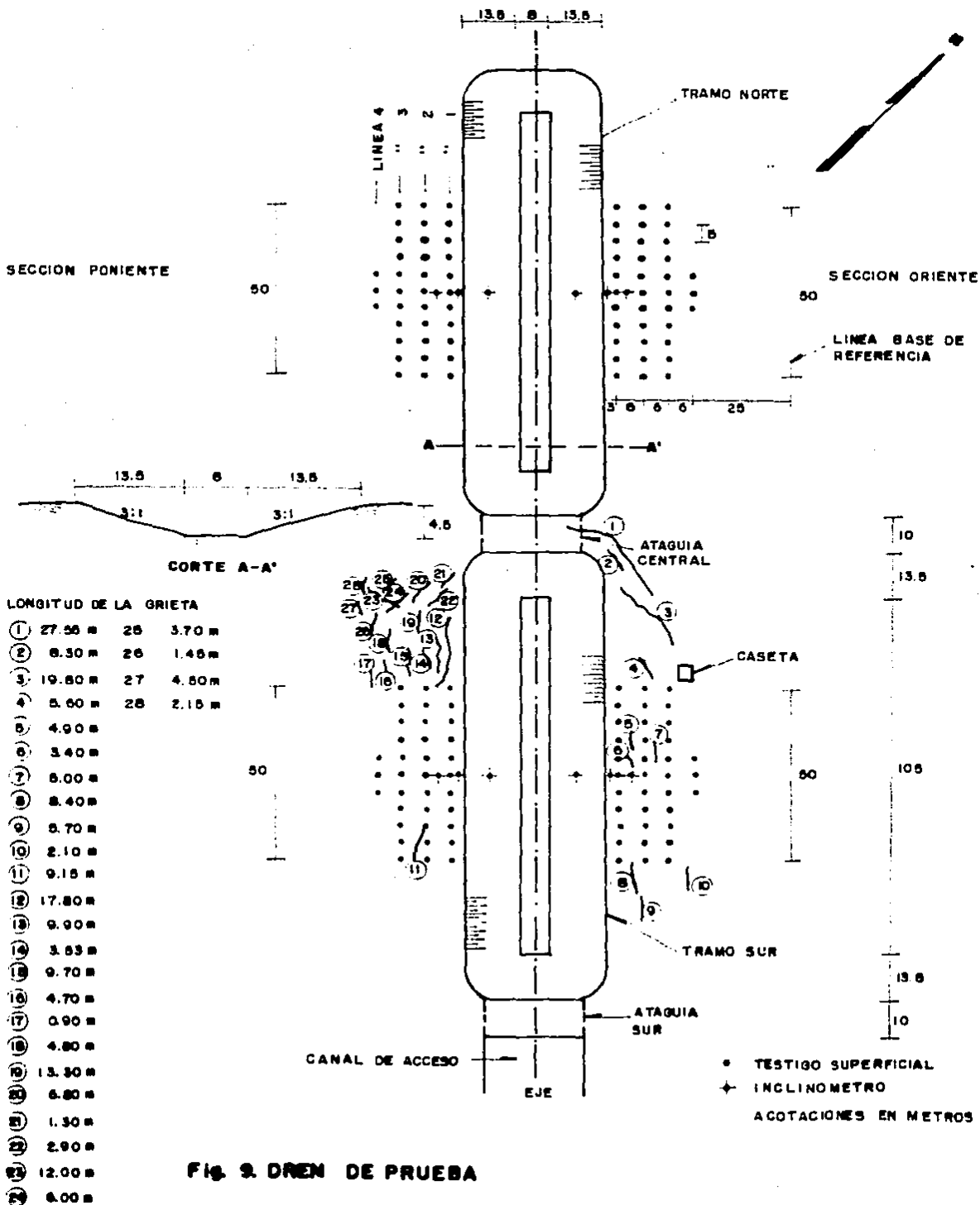


Fig. 8. DREN DE PRUEBA



**Fig. 9. DREN DE PRUEBA**

preconsolidados debido a la desecación.

### 3.5 Lago Iztacalco

En abril de 1979, inmediatamente después de un sismo de mediana intensidad, Auvinet (1981) observó que el lago recreativo de la Unidad Iztacalco quedó seco en pocas horas, dejando al descubierto grietas tan profundas que inclusive salían del lago y cruzaban la avenida Churubusco.

La Unidad Iztacalco se localiza en la zona estratigráfica del lago. Se considera que el subsuelo presenta características semejantes a la zona vecina del Palacio de los Deportes (fig 10), estando su estratigrafía constituida por potentes estratos arcillosos altamente compresibles. En esta zona, la formación arcillosa superior presenta un espesor de 40 m. y su contenido de agua es particularmente alto, pues alcanza valores cercanos a 400%. Con excepción de la costra superficial de limo arcilloso preconsolidada por desecación, el subsuelo se encuentra normalmente consolidado.

Las características generales aparecen en las figs 11 y 12 donde se aprecia una planta del lago y un corte.

Se observa que el fondo del lago está constituido por un revestimiento de arcilla compactada en dos capas de 20 cm de espesor y una carpeta asfáltica de 8 cm.

Se indica en la fig 11 el aspecto de las grietas observadas, pudiendo advertirse que las principales coinciden con los ejes de los diversos ramales del Lago.

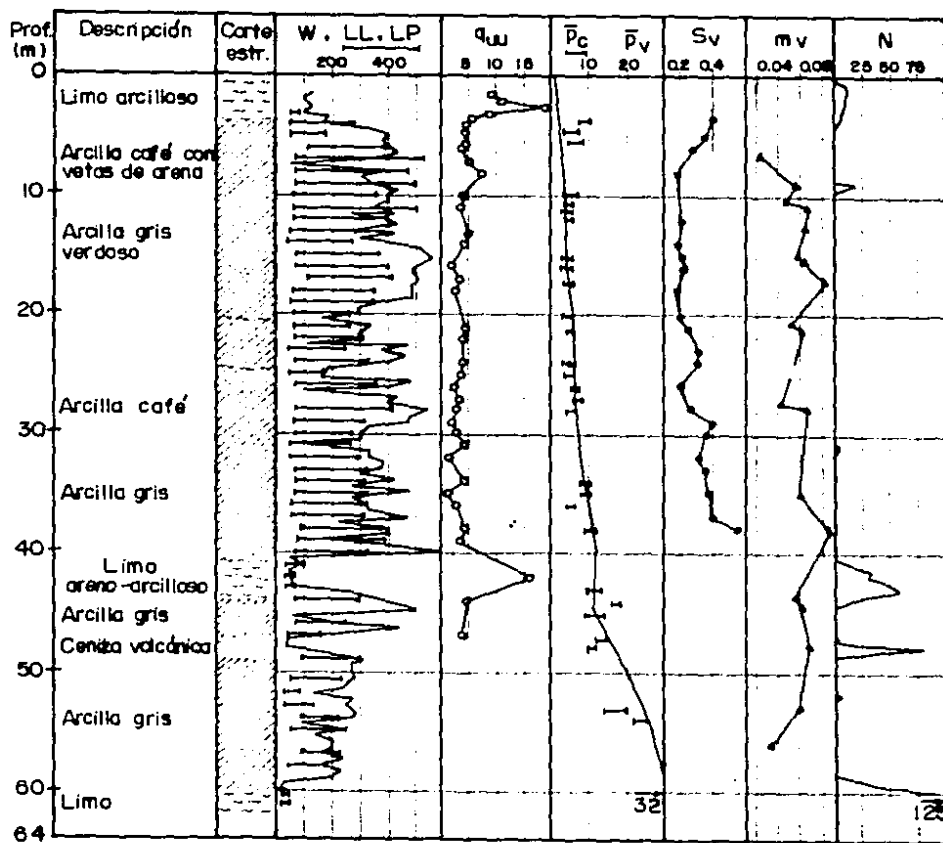
Para una mejor apreciación y medida de las grietas se excavaron dos pozos a cielo abierto con 2 m. de profundidad. En ambos pozos se observó como lo indica la fig 13 que el revestimiento de arcilla compactada descansa sobre una delgada capa de limo arenoso, bajo la cual subyace un manto de arcilla blanda típica de la formación arcillosa superior.

El ancho de las grietas observado en los pozos resultó constante e igual a 4 cm. lo que hizo suponer que se extendían a profundidad considerable.

Se observó dentro de las grietas en su parte superior, un relleno de arcilla y fragmentos de la carpeta asfáltica.

El nivel freático visible dentro de la grieta, se localizó a 2.4 m. de profundidad.

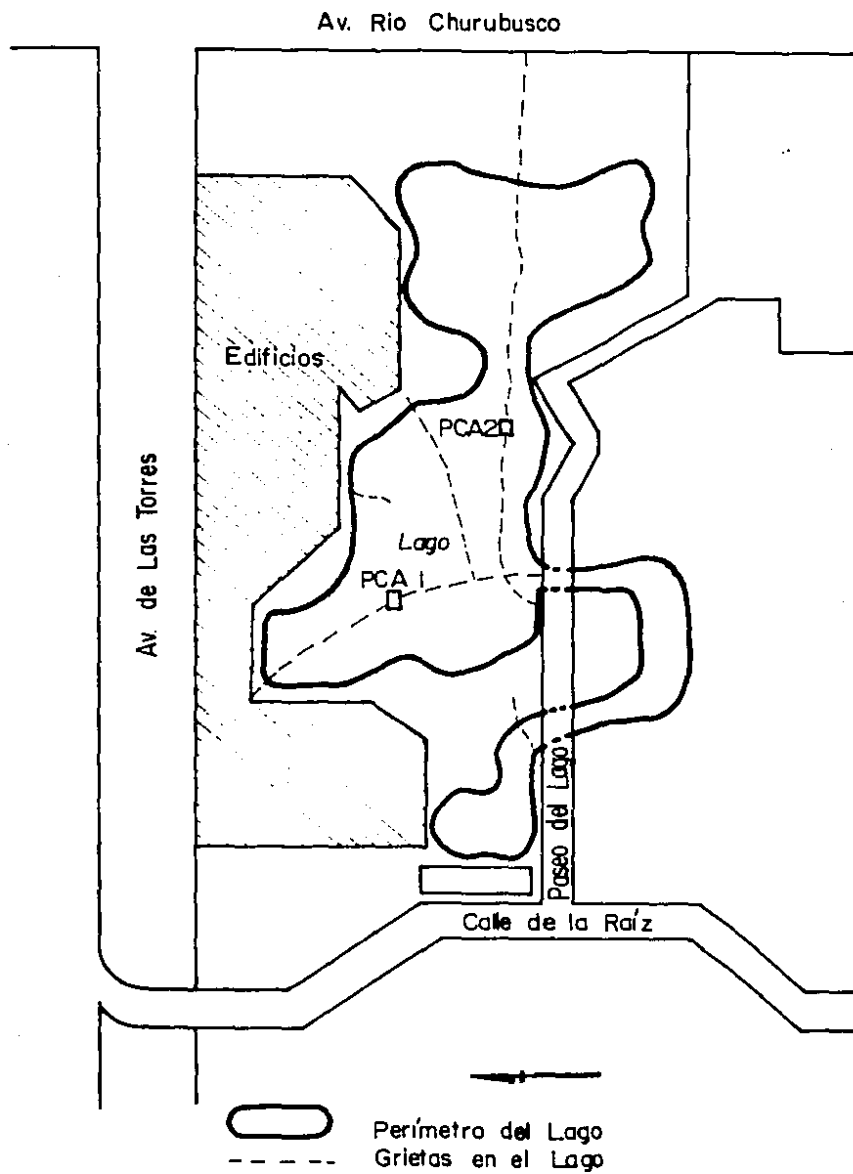
El agrietamiento se explica en la forma siguiente:



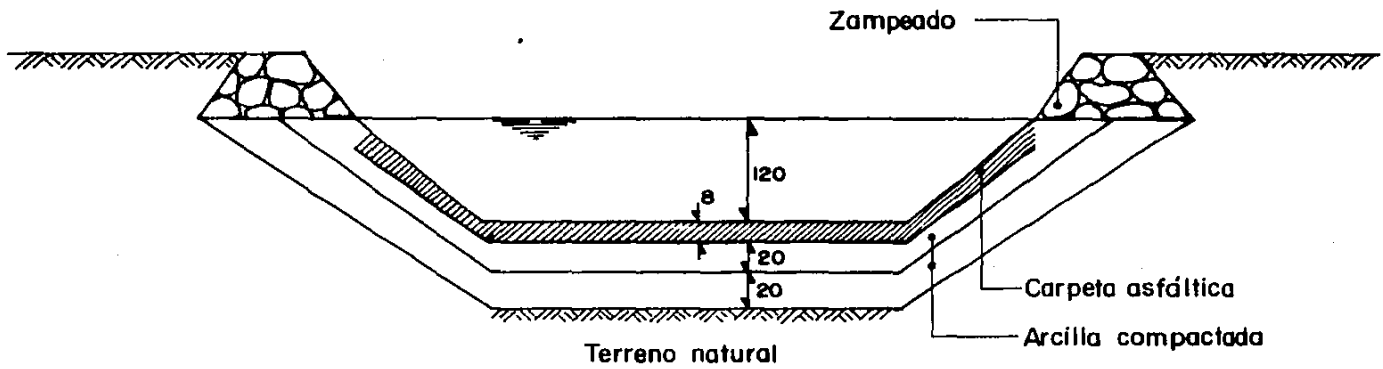
- Arcilla
- Limo
- Arena

- W Contenido de agua, en %
- LL, LP Límites de consistencia, en %
- $q_{UU}$  Resistencia a la compresión en prueba triaxial no consolidada-no drenada, en  $\text{ton/m}^2$
- $\bar{p}_c$  Carga de preconsolidación, en  $\text{ton/m}^2$
- $\bar{p}_v$  Presión vertical efectiva, en  $\text{ton/m}^2$
- $S_v$  Resistencia de veleta in situ, en  $\text{kg/cm}^2$
- $m_v$  Módulo de variación volumétrica, en  $\text{cm}^3/\text{kg}$
- N Número de golpes en penetración estándar

Fig. 10. ESTRATIGRAFIA EN ZONA DEL LAGO

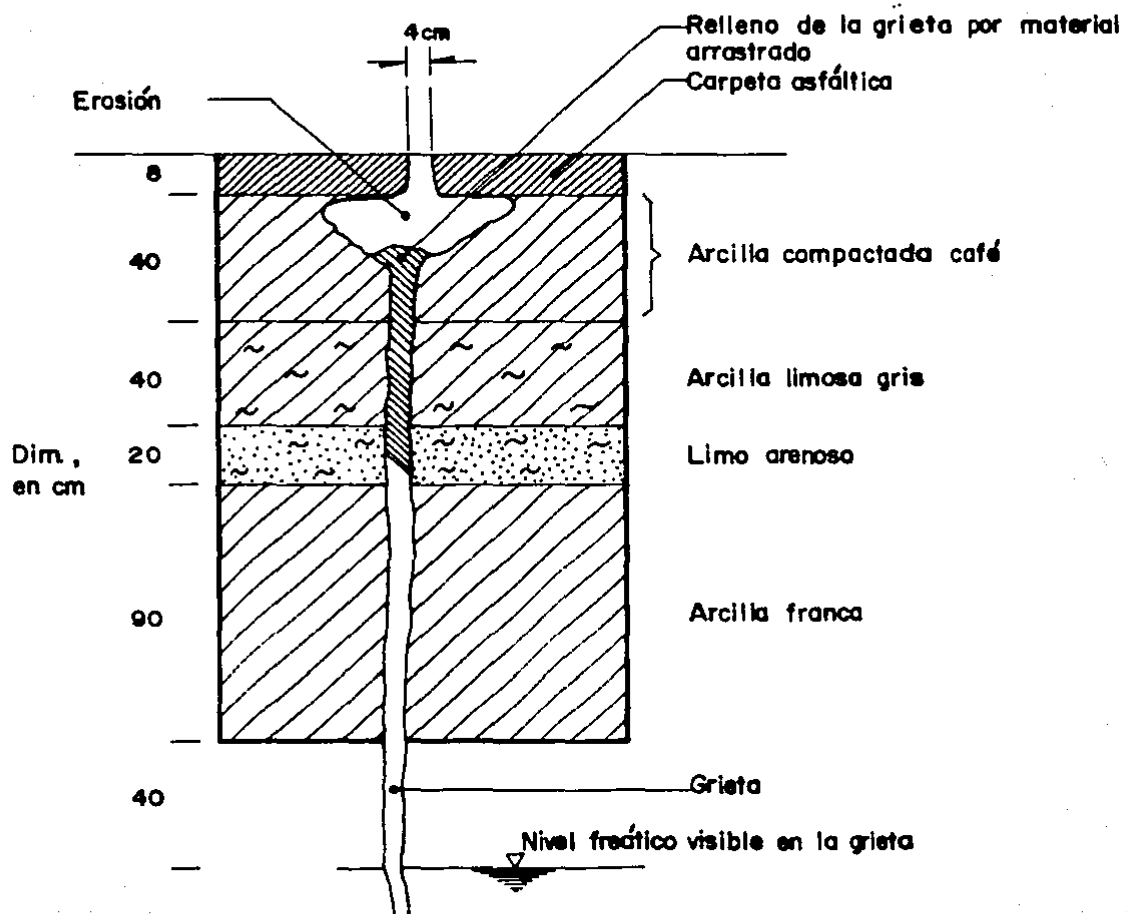


**Fig. II. LAJO IZTACALCO**



Dim., en cm

Fig. 12. SECCION DEL LAGO



**Fig. 13. POZO A CIELO ABIERTO**

a) El revestimiento impermeable del fondo del lago presenta una alta rigidez, por lo que existe incompatibilidad de deformaciones con la arcilla adyacente. Esta condición facilitó el agrietamiento de la carpeta y de la capa de arcilla compactada subyacente al ocurrir el sismo.

b) El agrietamiento del fondo provocó una fisuración inicial en la arcilla subyacente que facilitó la inmediata acumulación de agua.

c) La presión de agua generada dentro de las fisuras (del orden de  $2.5 \text{ T/m}^2$ ) fue suficiente para provocar el fracturamiento de la arcilla blanda subyacente, con lo que las grietas se propagaron hasta su profundidad final y se extendieron horizontalmente salvando los límites del lago.

En visita reciente se observó que las grietas mencionadas habían sido tratadas por el procedimiento común de relleno, con material de las mismas características que el existente en el sitio pero que nuevas grietas se habían desarrollado paralelamente a las anteriores.

### 3.6 Inmediaciones del aeropuerto

Moreno Fernández y Reyes Santos (1986) reportan la falla del subsuelo a inmediaciones del aeropuerto a raíz del sismo de septiembre de 1985.

Al oriente del aeropuerto internacional de la Ciudad de México, en la colonia Adolfo López Mateos, se observó la generación de fallas del subsuelo en el área que delimitan las calles Javier Barros Sierra y Ernesto P. Uruchurtu, con las calles Fernando Román Lugo, Manuel J. Tello y Eduardo Bustamante. La falla mencionada se localiza en lo que se conoce como zona del lago (fig 14).

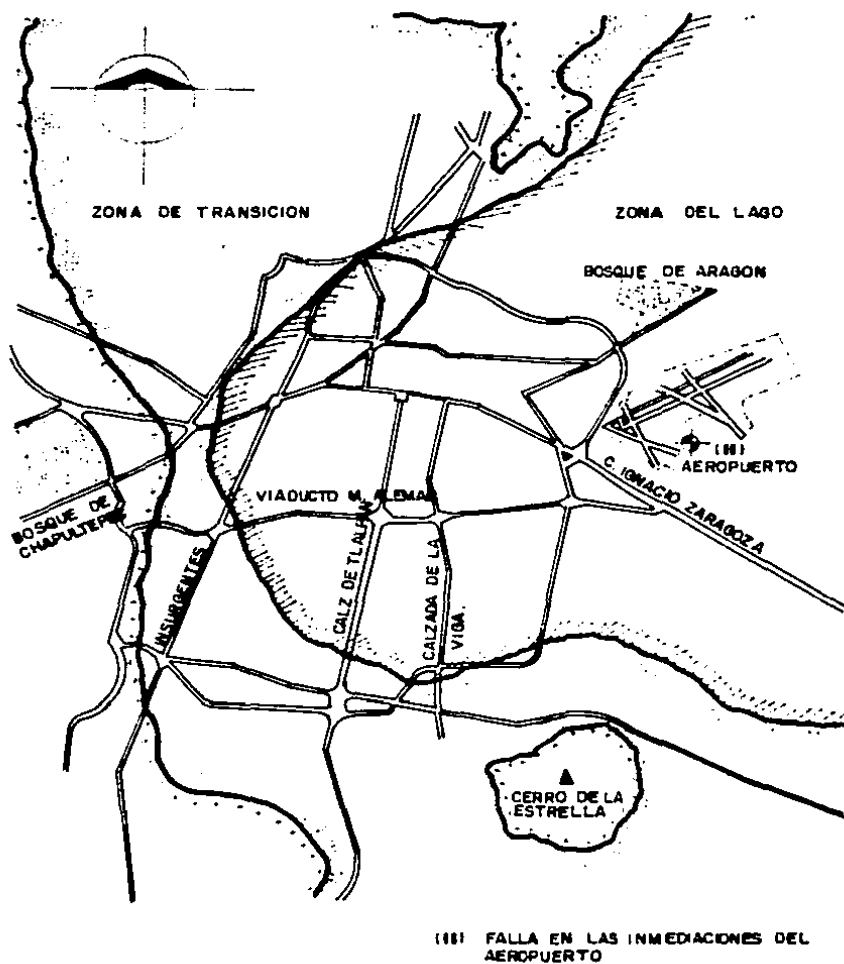
La fig 15 muestra una vista en planta de la falla mencionada.

La falla más aparatosa delimita un graben Este-Oeste; el salto mayor de 80 cm., se tuvo en la falla que limita el bloque hacia el Norte (corte A fig 16 ). Los planos de la falla son grietas con una separación de 20 cm. y de tres a cuatro metros de profundidad aparente. La fig 16 muestra los cortes A, B, C y D.

La zona más afectada está ocupada por viviendas de una y dos plantas. En el caso de edificaciones mayores, como en el de las escuelas primaria y secundaria, se observaron hundimientos de magnitud variable.

Este tipo de grietas puede atribuirse a alguna de las dos causas siguientes :





**Fig. 14. FALLA CERCANA AL AEROPUERTO**

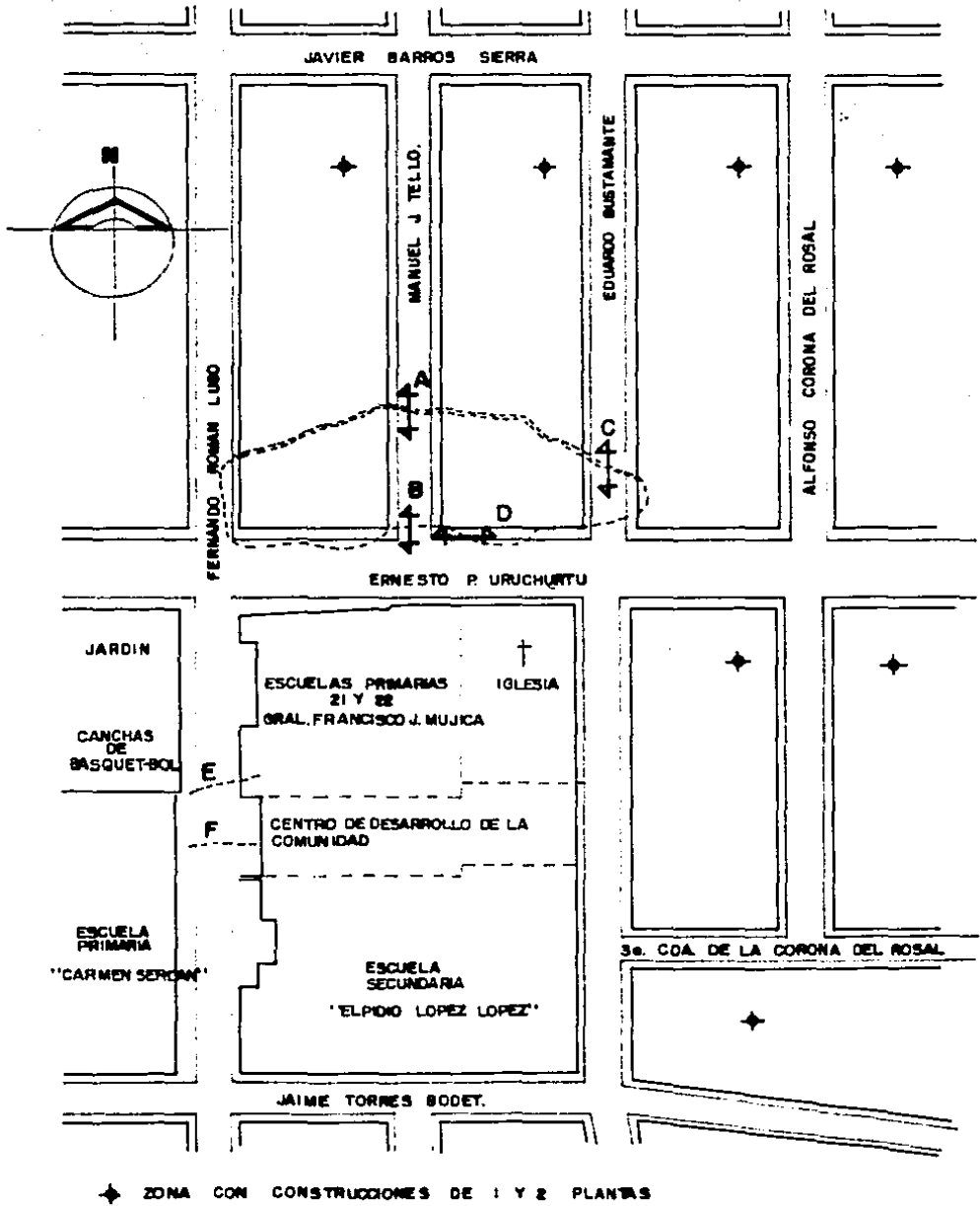
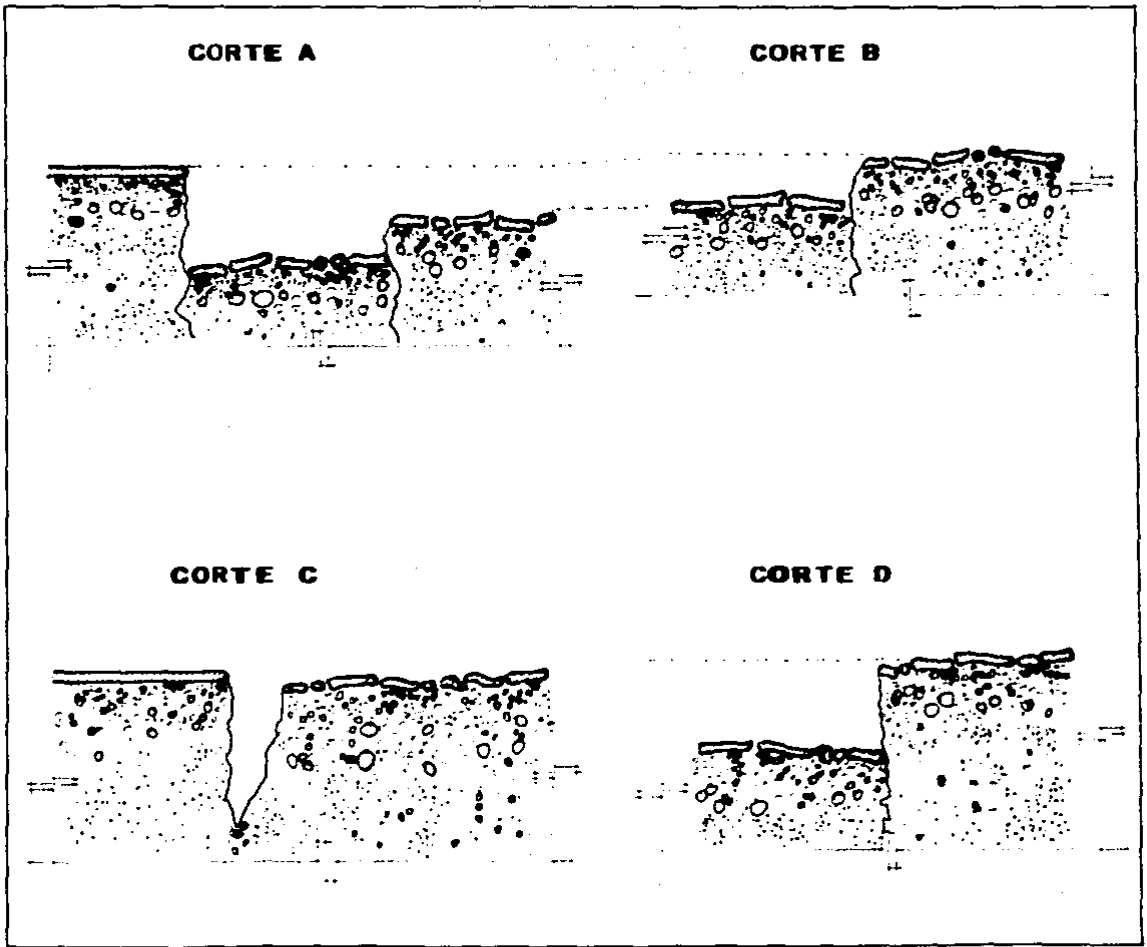


Fig. 15. VISTA EN PLANTA DE LA FALLA



ESC. VERTICAL Y HORIZONTAL



Fig. 16. CORTES DE LA FALLA

- a) Grietas pre-existentes en la zona, que se activaron a consecuencia del sismo.
- b) Grandes deformaciones provocadas por el sismo.

### 3.7 Zona de Naucalpan

Carlos A. Melgoza (1978) describe los agrietamientos localizados en el fraccionamiento Hacienda de Echegaray, en el municipio de Naucalpan de Juárez, Edo. de México.

Los agrietamientos se localizan en una zona sensiblemente plana, pero realmente inclinada hacia el Oriente. Esta zona limita al Norte con Cd. Satélite, al Sur con el Parque Nacional de los Remedios y San Bartolo Naucalpan y al Poniente con cumbres de San Mateo.

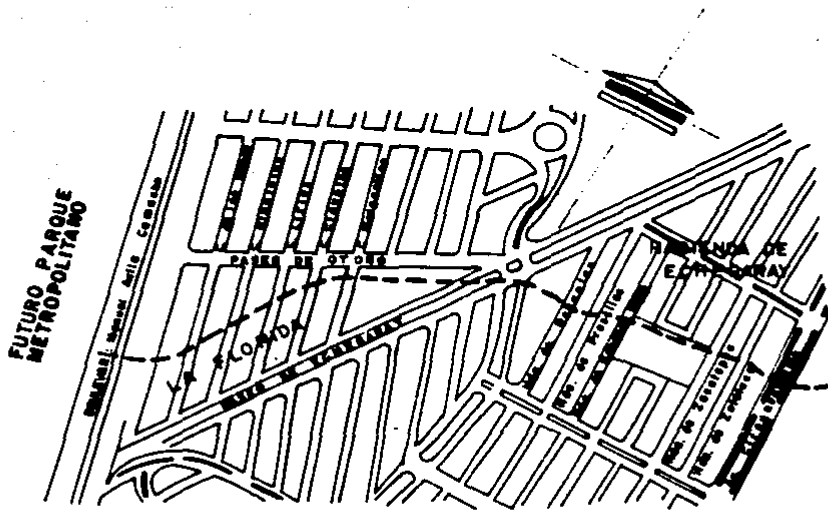
Las grietas escalonadas y paralelas entre si, se orientan de Este a Deste con una separación de 800 m. de una a otra. La grieta "La Florida" se prolonga en una longitud de 600 m., se inicia en el boulevard Manuel Avila Camacho y sigue hacia la colonia la Florida, cruza el río de los Remedios, el fraccionamiento Hacienda de Echegaray y la colonia Providencia, para terminar en el vaso del Cristo (fig 17). El escalón da la impresión de que su lado Norte permanece fijo, mientras que el Sur desciende con un desnivel de 75 cm.

La grieta Echegaray tiene un desarrollo aproximado de 1700 m. Se inicia al Poniente en las calles de Huicholes y Yaquis, en Santa Cruz Acatlán, cruza una fábrica textil y el antiguo panteón, continúa hacia el puente de Lomas Verdes y la calle Hacienda de la Gavia y su rastro se pierde antes de llegar a la avenida Circunvalación (fig 18). El escalón da la impresión de que su lado Norte desciende, mientras que el del Sur permanece fijo.

La zona corresponde desde el punto de vista geológico a la formación Tarango constituida por tobas y piedras pómez. La fig. 19 muestra el perfil estratigráfico de un sondeo efectuado a un lado de la grieta Echegaray. Los resultados de este sondeo muestran que, a partir de profundidades cercanas a 4.5 m., el subsuelo está constituido principalmente por arcillas arenosas de consistencia dura con contenido de agua cercano al límite plástico.

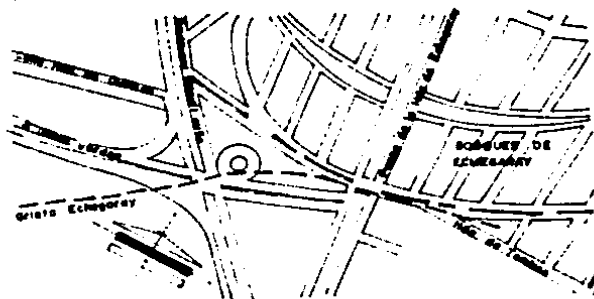
La formación de este tipo de grietas se atribuye al abatimiento del nivel freático por bombeo. Lo anterior origina asentamientos diferenciales por descenso de una parte de la cuenca provocando un punto de inflexión en el que se producen tensiones con los consecuentes agrietamientos.

### 3.8 Unidad Rinconada del Sur



----- GRIETA

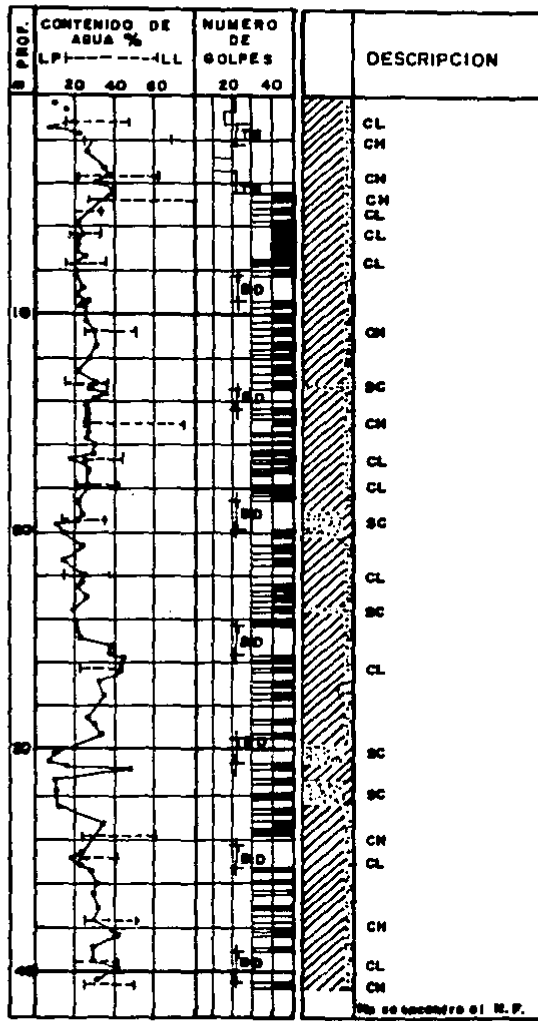
FIG. 17. GRIETA "LA FLORIDA"



SIMBOLOGIA :

---- GRIETA.

**Fig. 18. GRIETA ECHEGARAY.**





 ARCILLA   
  ARENA   
  GRAVA  
 MAS DE 50 GOLPES 

Fig. 19. ESTRATIGRAFIA EN ZONA DE GRIETAS

La Unidad Rinconada del Sur ubicada dentro de los límites de la delegación Xochimilco, está construida en una de las zonas de transición abrupta, donde los suelos blandos entran en contacto con las formaciones volcánicas que los confinan. La fig 20 muestra la localización de la Unidad y los contactos geológicos.

F.A.S.A. Construcciones (1987) menciona que a partir de 1984, los habitantes de la Unidad notaron hundimientos de consideración en toda el Área, excepto en la zona cercana a la esquina que forman las calles Mártires de Río Blanco y los Vitrales. Además de los hundimientos mencionados, se detectó la presencia de grietas de longitud y abertura diferentes.

Aunque la estratigrafía es errática, en términos generales existe una capa superficial de 2 a 3 m de espesor, compuesta por limos arenosos y arenas limosas de mediana resistencia, con materia orgánica en algunas partes. Debajo de estos materiales y con profundidades variables, fue detectado un estrato de arcillas y limos de alta plasticidad y de consistencia que varía de muy blanda a poco firme; en tal estrato se intercalan muchos substratos de materiales diversos (cenizas volcánicas, arena fina negra, etc.). Finalmente, estos estratos tienen como soporte un manto rocoso, como se aprecia en las fig 21.

En las figs 22 y 23 se muestra información topográfica de la zona y la localización de las grietas.

Federico Mooser (1988), atribuye los agrietamientos de esta zona a la extracción de agua del subsuelo, causa que produjo el descenso del nivel de la planicie de Xochimilco, en el orden de 4 a 5 m, dando lugar a que los contactos abruptos entre los suelos blandos y domos rocosos se acentúen, produciendo desgarramiento y ruptura de las arcillas en la referida zona de transición.

### 3.9 Cerro del Peñón

El cerro del peñón se localiza al Noroeste del aeropuerto internacional de la ciudad de México, y presenta una problemática similar a la mencionada en el punto 3.8, es decir entran en contacto suelos compresibles de espesor variable con mantos rocosos. Como se mencionó en el caso anterior la consolidación de los estratos compresibles produce que estos se cuelguen de las partes firmes produciendo desgarramientos en el suelo a consecuencia de las fuerzas de tensión generadas.

La fig 24 muestra fotografía de los daños observados en algunas de las construcciones aledañas a la zona mencionada.

### 3.10 Conjunto habitacional El Molino



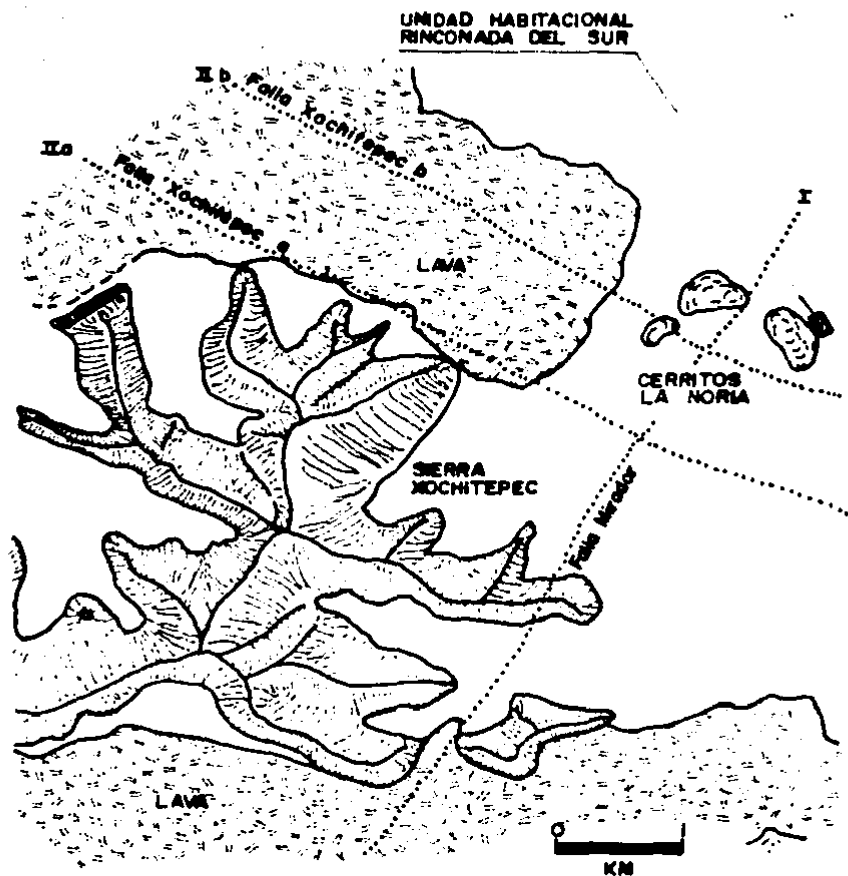


Fig.20. LOS CERRITOS DE LA NORIA, SU TECTONICA Y POSICION EN RELACION A LA SIERRA DE XOCHITEPEC

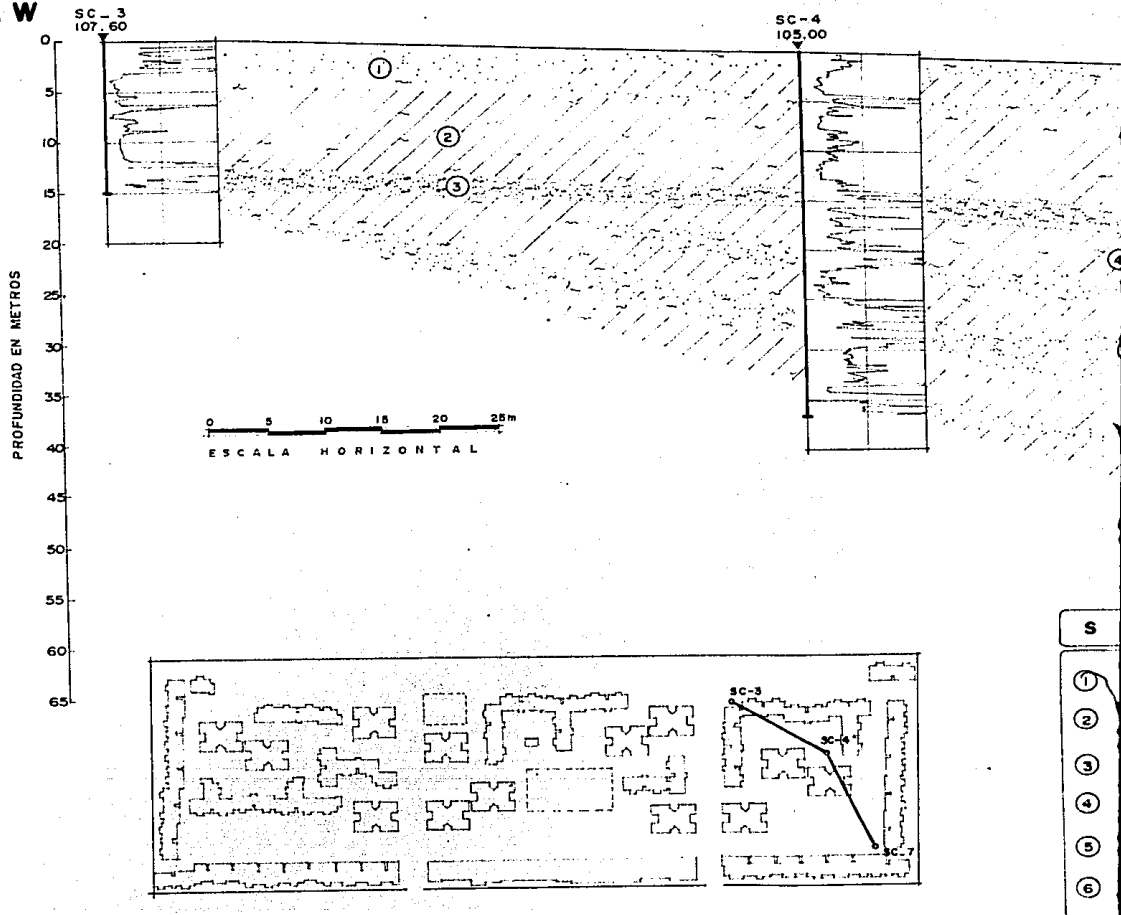


Fig. 21- CORTE ESTRATIGRAFICO W- E



SC-4  
105.00

SC-7  
101.70

0  
5  
10  
15  
20  
25  
30  
35  
40  
45  
50  
55  
60  
65  
PROFUNDIDAD EN METROS

25m

L

S I M B O L O G I A

- ① COSTRA SUPERFICIAL
- ② ESTRATO ARCILLOSO DE LA FORMACION SUPERIOR
- ③ CAPA DURA
- ④ ESTRATO ARCILLOSO DE LA FORMACION INFERIOR
- ⑤ LENTES DUROS
- ⑥ ROCA

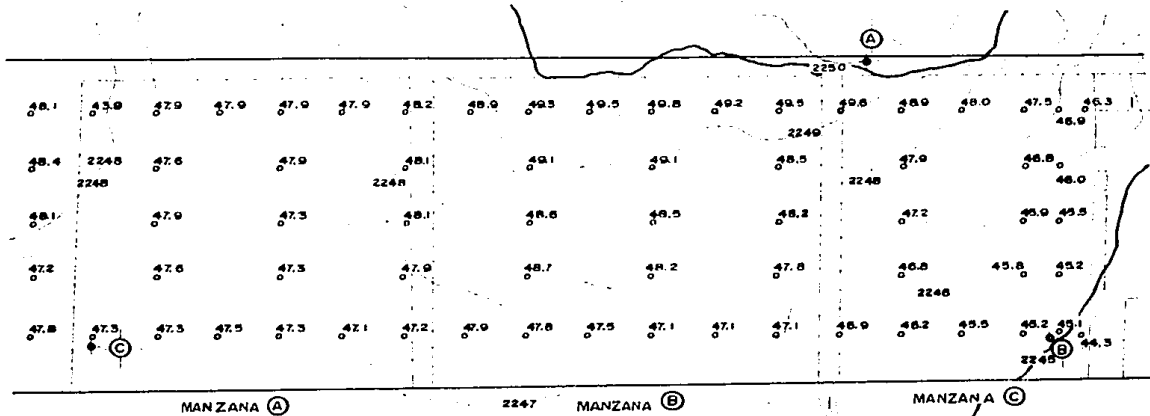
SC-3

SC-4

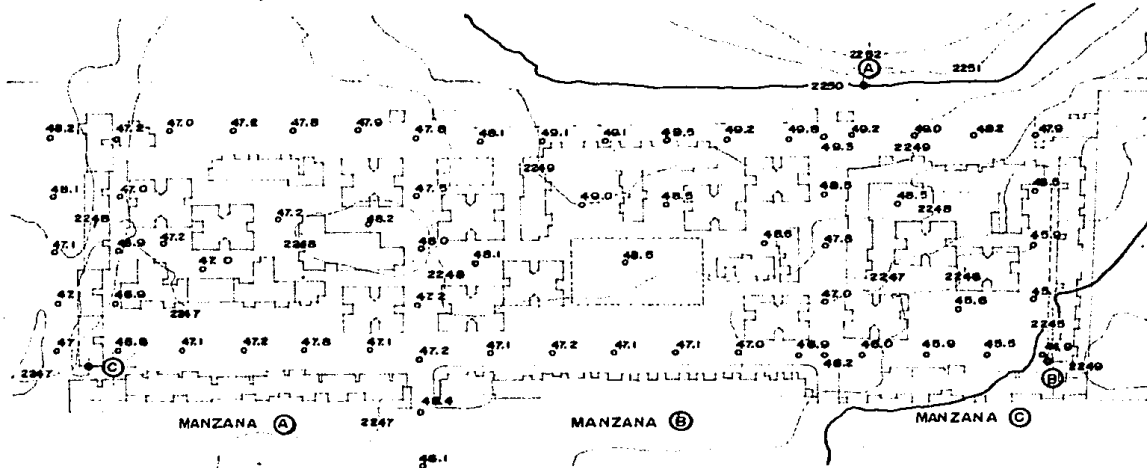
SC-7

TIGRAFICO W- E

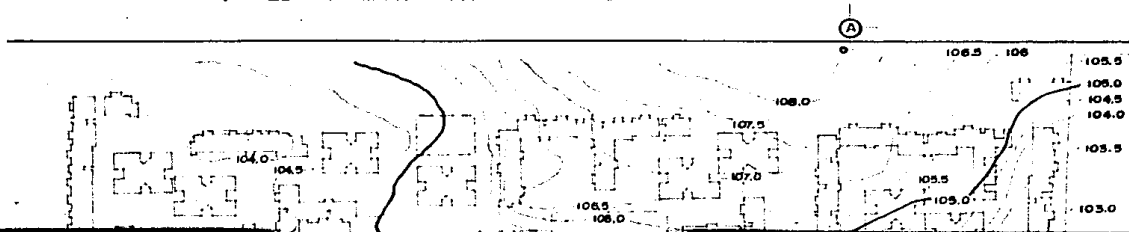
A) RESTITUCION FOTOGRAMETRICA DE UN VUELO DE 1970



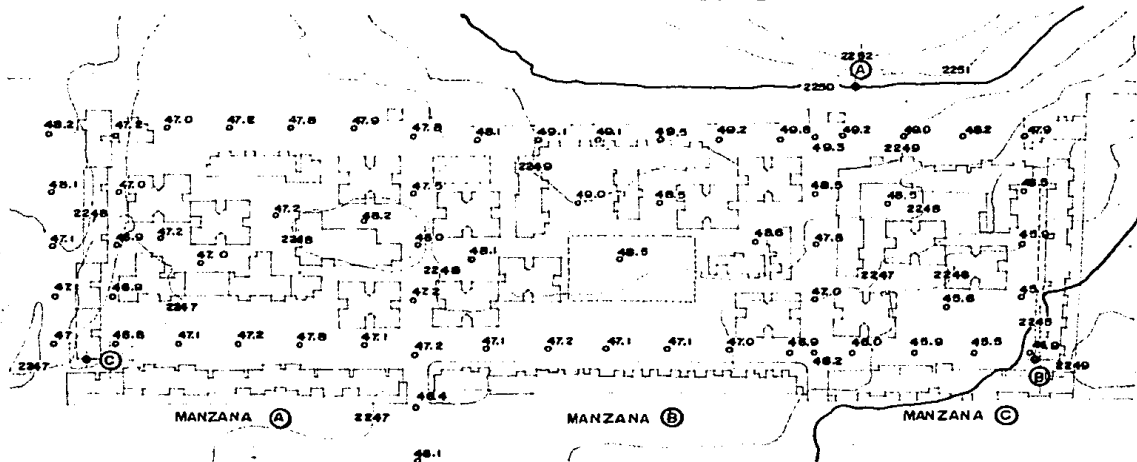
B) RESTITUCION FOTOGRAMETRICA DE UN VUELO DE 1977



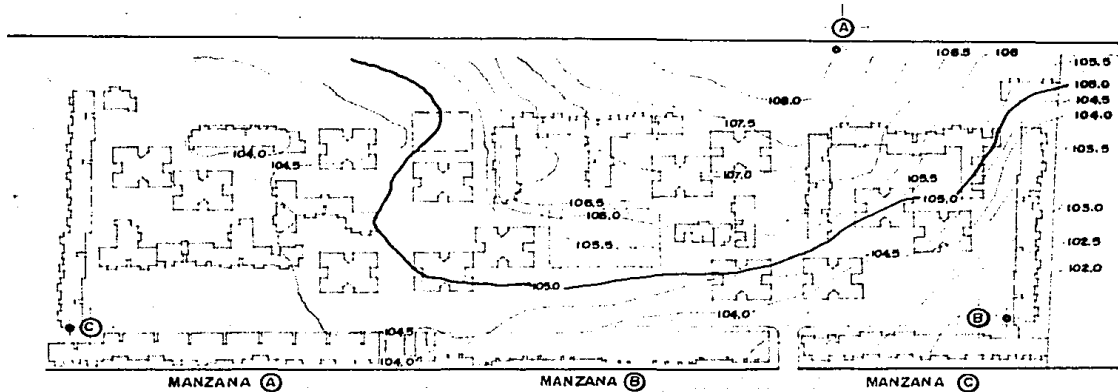
C) LEVANTAMIENTO TOPOGRAFICO DE AGOSTO DE 1988



B) RESTITUCION FOTOGRAMETRICA DE UN VUELO DE 1977



C) LEVANTAMIENTO TOPOGRAFICO DE AGOSTO DE 1988



NOTA:

- El banco fijo (117.264m) se encuentra frente a la tumba de los Misioneros Colombianos.

RINCONADA DEL SUR

Fig.22. INFORMACION TOPOGRAFICA

CEMENTERIO XOCHITEPEC

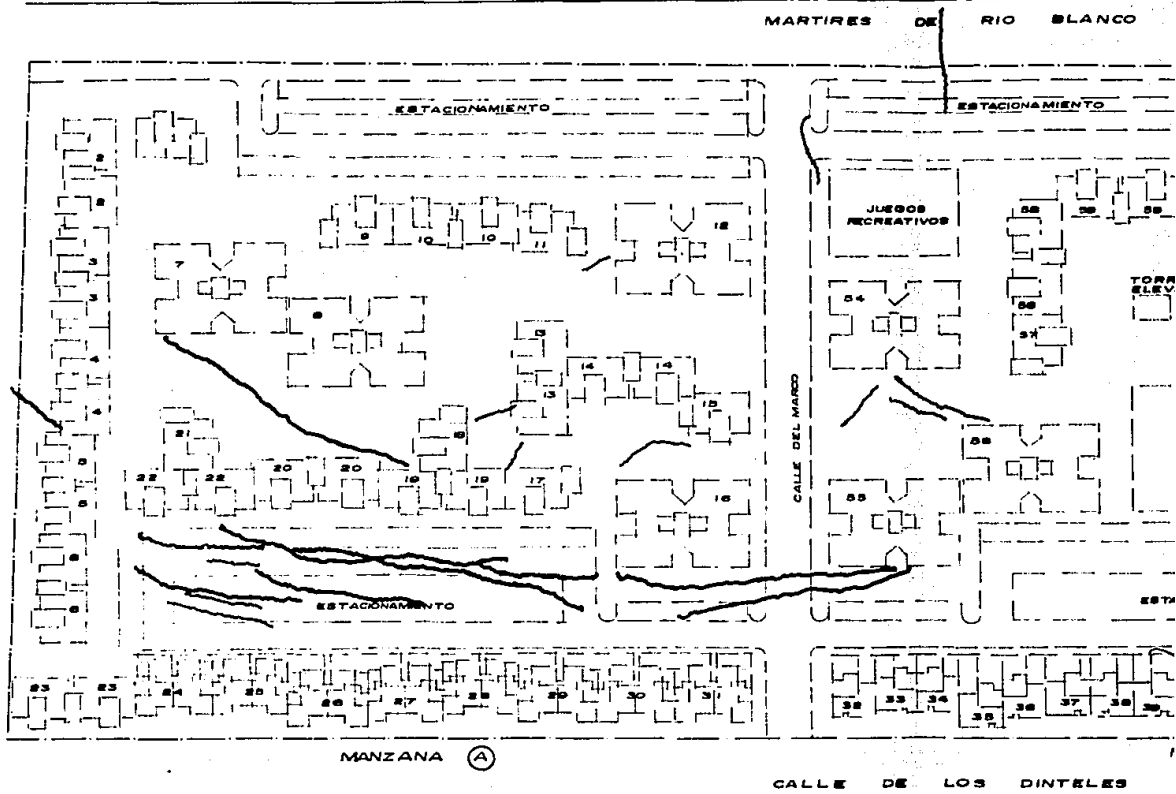
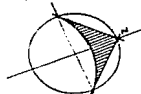
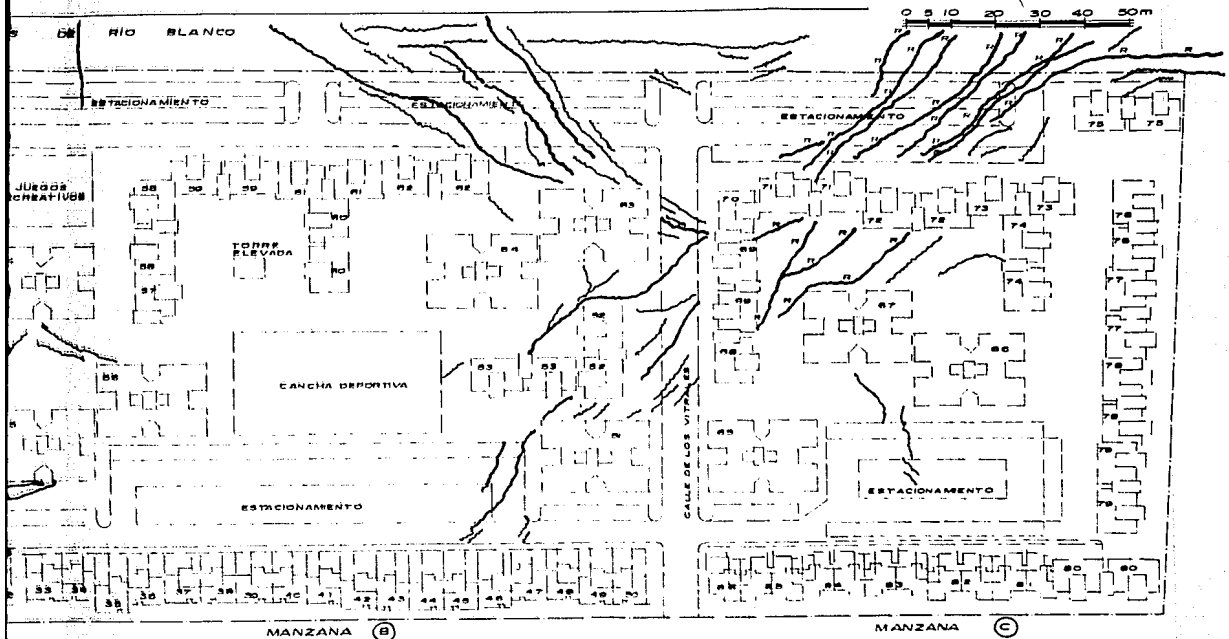


Fig. 23. LOCALIZACION DE GRI

XOCHITEPEC



0 5 10 20 30 40 50m



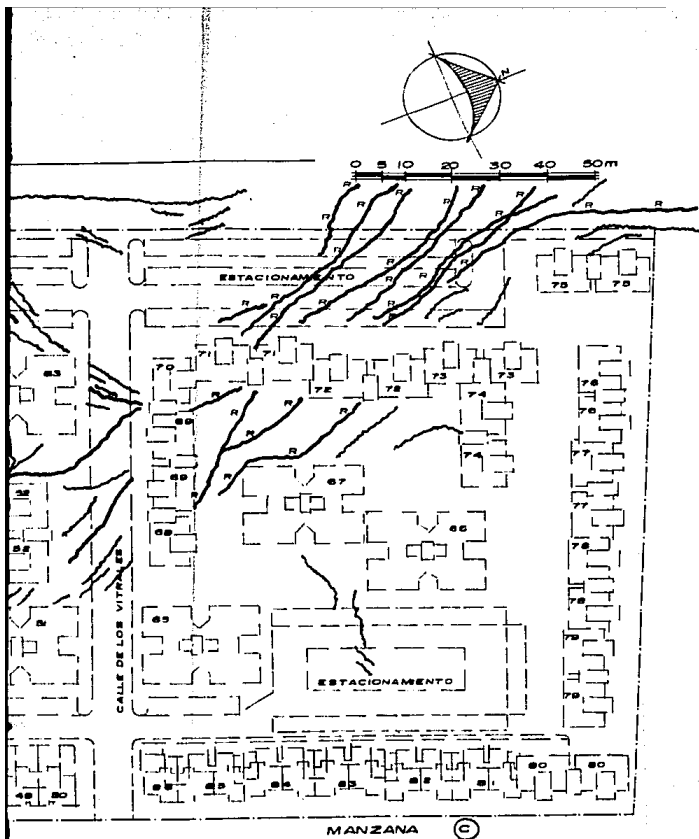
DE LOS DINTELES

MANZANA B



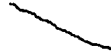
MANZANA C

LOCALIZACION DE GRIETAS

PI  
PI  
NOT



SIMBOLOGIA.

FIGURA A	DE 2 A 3 cm. DE ANCHO CON 2 A 10 cm. DE DESNIVEL	 
FIGURA B	DE 0.5 A 2 cm. DE ANCHO SIN DESNIVEL	

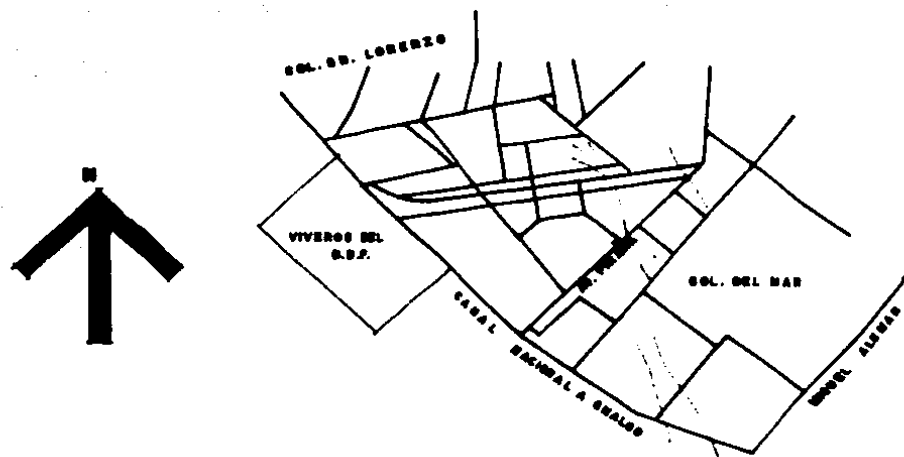
NOTAS:

- \* ESTE LEVANTAMIENTO SE REALIZO EN SEPTIEMBRE DE 1988.
- \* EL CRITERIO DE CLASIFICACION SE IMPLANTO PARA ESTE LEVANTAMIENTO.





Fig. 24 CERRO DEL PEÑON



CROQUIS DE LOCALIZACION

Fig. 25- CONJUNTO HABITACIONAL "EL MOLINO"

Roberto Poucell Padrón (1986) reporta la existencia de grietas en el conjunto habitacional El Molino (fig 25) ubicado en la carretera Canal Nacional a Chalco Col. San Lorenzo Iztapalapa.

El terreno en que se ubica el conjunto habitacional es sensiblemente plano, aunque tiene promontorios y depresiones que no se pueden apreciar a simple vista. En este predio aparecen grietas de hasta 30 cm. de abertura que Poucell clasifica como grietas de tensión.

En el sondeo efectuado hasta 40 m de profundidad se encontró que la estratigrafía está compuesta principalmente por un depósito de arcilla color café, café rojizo, café verdosa y verde, interrumpida a varias elevaciones por depósitos de arena, limo y arcilla limosa de espesor reducido.

Este depósito principal es de baja resistencia al esfuerzo cortante y muy alta compresibilidad, ya que su contenido de agua alcanza valores tan altos como 380 % con una relación de vacíos de hasta 10 aproximadamente y peso volumétrico de  $1.13 \text{ T/m}^3$ .

Los depósitos de arena, limo y arcilla limosa que interrumpen la secuencia del depósito de arcilla, son de mayor resistencia al corte que éste y de menor compresibilidad.

Las figs 26 y 27 muestran un perfil estratigráfico y fotografía de la zona agrietada.

E. Ovando Shelley (1989) realiza un estudio de la zona en cuestión considerando la geología regional y concluye que los agrietamientos son producidos por asentamientos diferenciales ocasionados por la explotación masiva de los pozos en la cuenca Xochimilco Chalco.

De los casos presentados, se desprende que la formación de grietas en el subsuelo está generalmente asociada a uno o varios de los siguientes factores:

- a) Deformaciones inmediatas, inducidas por carga (peso de las construcciones) o descarga (excavaciones en el subsuelo).
- b) Deformaciones diferenciales, producto de la consolidación no uniforme de la masa del suelo, provocada por cargas exteriores o por bombeo.
- c) Solicitaciones transitorias inducidas por temblores u otro tipo de cargas dinámicas.
- d) Variaciones volumétricas, por secado o absorción de agua.
- e) Sobrepresiones internas transitorias en las grietas

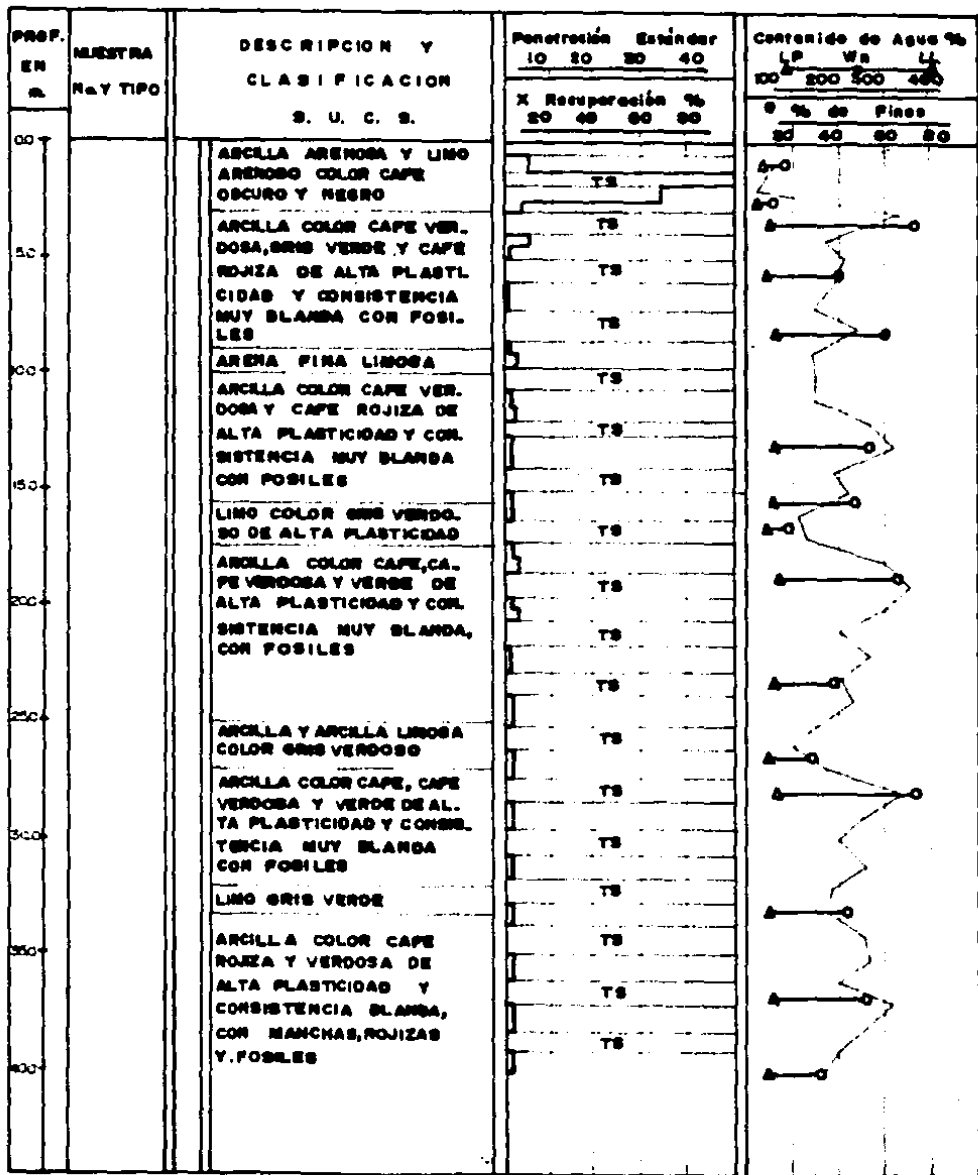


Fig. 26.

ESTRATIGRAFIA DE LA ZONA "EL MOLINO"



FIG. 27. GRIETA EN "EL MOLINO"

## 4 INTERPRETACION Y MODELACION DEL AGRIETAMIENTO DEL SUBSUELO DEL VALLE DE MEXICO

### 4.1 Criterios existentes

Los agrietamientos del tipo descrito en el inciso 3.2, han inspirado a varios investigadores diversas explicaciones del fenómeno.

#### 4.1.1 Primeras interpretaciones

En versión de E. Juárez Badillo (1959), Nabor Carrillo asocia la formación de grietas a un flujo horizontal a través de un estrato permeable subyacente a una masa de suelo arcilloso y concibe que como consecuencia de ese flujo, un sistema de esfuerzos horizontales en la parte superior de la masa de arcilla tal que la ecuación  $\sigma = \sigma' + u$ , puede expresarse como,  $-\sigma = \sigma' - u$

Después de una lluvia supone que la ecuación toma la forma  $-\sigma = -\sigma' + u$ , dando esto origen a la formación de grietas.

#### 4.1.2 Teoría de las grietas de tensión

E. Juárez Badillo (1962) expuso su teoría de grietas de tensión, considerando que las tensiones del agua en la parte superior del estrato arcilloso deben explicarse como originados por un flujo vertical resultante de una fuerte y prolongada evaporación (Terzaghi, 1945). Al anularse la tensión del agua ante la presencia de una lámina superficial de agua, los esfuerzos inducidos en el terreno ocasionan las grietas mencionadas. Considera para el análisis:

- Esfuerzos generados en el suelo por evaporación.
- Esfuerzos efectivos y neutrales generados en la masa de suelo al cambiar bruscamente los esfuerzos exteriores.

Para calcular los esfuerzos generados por evaporación en una masa de arcilla saturada, se resuelve la ecuación de consolidación unidimensional, considerando una evaporación de intensidad constante  $I_0$  y las siguientes condiciones:

$$u = 0 ; z > 0 ; t = 0 \quad \text{condición inicial} \quad (24)$$

$$\frac{k}{\gamma_v} \frac{\partial u}{\partial z} = I_0 ; z = 0 , t > 0 \quad \text{condición de frontera}$$

obteniendo las siguientes expresiones:

$$u = - \frac{I \cdot \gamma_v}{k} \left[ 2 \left( \frac{C_v t}{\pi} \right)^{1/2} e^{-\frac{z^2}{4C_v t}} - z \operatorname{erfc} \frac{z}{2(C_v t)^{1/2}} \right] \quad (25)$$

cuando  $z \rightarrow 0$  para  $t > 0$

$$u = - \frac{2I \cdot \gamma_v}{k \sqrt{\pi}} \sqrt{C_v t} \quad (26)$$

Utilizando la expresión (25) se calcula el valor de los esfuerzos efectivos obteniendo :

$$\bar{\sigma}_z = \gamma'_m z + \frac{I \cdot \gamma_v}{k} z f(x) \quad (27)$$

$$\bar{\sigma}_x = \bar{\sigma}_y = K_{oc} \left[ \gamma'_m z + \frac{I \cdot \gamma_v}{k} z f(x) \right]$$

donde

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi} x} e^{-x^2} - \operatorname{erfc} x \quad (28)$$

Para calcular los esfuerzos inducidos en la masa de arcilla al ser anulada la tensión superficial producida por evaporación propone la ecuación:

$$\bar{\sigma}_{xs} = \bar{\sigma}_{ys} = (-K_{oc} + K') u \quad (29)$$

donde

$K_{oc}$  es el coeficiente de la presión en reposo del material

$K'$  es el coeficiente de presión en el momento de la descarga.

Considera que habrá tensiones efectivas en dirección horizontal en la superficie del suelo, sí y solo sí :  $K' > K_{oc}$

Finalmente, considera que la grieta permanece abierta en tanto que el segundo término de la derecha en la ecuación (30) sea

mayor que el primer término.

$$\bar{\sigma}_{x_3} = \bar{\sigma}_{y_3} = \bar{K}_{oc} \gamma'_m z - (K' - K_{oc}) \frac{I_o \gamma_v}{k} z f(x) \quad (30)$$

Con esta teoría el autor muestra que para periodos de evaporación de 4 años, pueden alcanzarse profundidades de agrietamiento de hasta 12m.

#### 4.1.3 Teoría de la propagación por presión hidráulica interna

Auvinet (1981) propone el fracturamiento por presión hidráulica interna como mecanismo de propagación de grietas en el subsuelo y considera lo siguiente:

a) Durante el estiaje se generan en las capas superficiales fisuras de poca profundidad atribuidas principalmente a la desecación, con la consiguiente contracción volumétrica.

b) Con las precipitaciones pluviales las fisuras se llenan de agua presentándose la consiguiente presión hidrostática diferencial, variable en razón de la profundidad del nivel freático o más si se añade un tirante por encharcamiento.

c) La presión anterior provoca el fracturamiento de la arcilla blanda en la formación arcillosa superior y genera grietas profundas. Además las grietas pre-existentes se manifiestan al someterse el suelo a la presión que anula los rellenos anteriores.

Auvinet sostiene con base en la teoría de Griffith, que la condición para que se propague una grieta con presión interna  $p$ , es que se cumpla en la punta de la grieta:

$$p > \sigma_2 + T_0 \quad (31)$$

donde

$\sigma_2$  es el esfuerzo principal menor.

$p$  es la presión interna

$T_0$  es la resistencia a la tensión del material

En la formación arcillosa superior se puede considerar que el esfuerzo principal menor es el horizontal y que:

$$\bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_h = K_0 \bar{\sigma}_z \quad (32)$$



donde

$\sigma_1$  es el esfuerzo efectivo vertical

$\sigma_h$  es el esfuerzo efectivo horizontal

$K_0$  es el coeficiente de empuje horizontal en reposo (del orden de 0.4)

Arriba del nivel freático las condiciones de esfuerzo son complejas, pero abajo del mismo se tiene:

$$\sigma_2 = (z - d)\gamma_v + K_0(\gamma_m - \gamma_v)z + K_0\gamma_v d \quad (33)$$

donde

$\gamma_v$  es el peso volumétrico del agua

$\gamma_m$  es el peso volumétrico del material

$d$  es la profundidad del nivel freático

La presión interna en una grieta llena de agua y de profundidad  $z$ , es en la punta:

$$p = \gamma_v z \quad (34)$$

La condición de propagación de grieta se cumplirá si :

$$\sigma_2 < p - T_0 \quad (35)$$

Abajo del nivel freático, esta condición se cumplirá si:

$$(z - d)\gamma_v + K_0(\gamma_m - \gamma_v)z + K_0\gamma_v d < \gamma_v z - T_0 \quad (36)$$
$$z < \frac{-K_0\gamma_v d - T_0 + \gamma_v d}{K_0(\gamma_m - \gamma_v)}$$

Con base en lo anterior, se puede mostrar que las grietas alcanzan grandes profundidades (del orden de 23m), especialmente si existe encharcamiento en la superficie.

## 4.2 ESTUDIO DEL FENOMENO DE AGRIETAMIENTO POR SIMULACION NUMERICA

### 4.2.1 Modelación de la generación de tensiones en el suelo por asentamiento diferencial

Como se mostró en los incisos anteriores, los agrietamientos en el valle de México se presentan comúnmente por diferencias de asentamientos entre diferentes puntos del subsuelo. Estos asentamientos diferenciales se originan principalmente por el efecto del abatimiento del nivel piezométrico por bombeo, en zonas en las que el espesor de los materiales arcillosos compresibles varía rápidamente.

Este mecanismo fue simulado recurriendo al método del elemento finito. Se consideró un manto de suelo apoyado sobre una roca basal inclinada y se evaluaron las variaciones de esfuerzos dentro del mismo. Se supuso que inicialmente el suelo se encontraba sumergido y que al abatirse totalmente el nivel freático pasó de sumergido a saturado.

Se realizaron unas simulaciones numéricas para poner en evidencia la influencia de, la pendiente del contacto suelo-roca basal sobre la distribución de esfuerzos y en particular sobre la aparición de esfuerzos de tensión que pueden provocar agrietamiento.

En los análisis se consideraron valores típicos de las propiedades del suelo del valle: un peso volumétrico  $\gamma = 1.3 \text{ T/m}^3$ , una relación de Poisson  $\nu = 0.35$  y un módulo de Young en condiciones drenadas  $E = 150 \text{ T/m}^2$ . Para calcular el estado de esfuerzos finales se utilizó el programa FEADAMB4 de elementos finitos (Duncan, 1984).

Las figs 28 a 32 muestran los modelos utilizados y en ellas se señalan las deformaciones obtenidas del análisis en zonas de tensión.

Para determinar si existe falla en los materiales por las fuerzas de tensión aplicadas, puede utilizarse cualquiera de los criterios mencionados en el inciso 2.1.3.

Alberro (1986), reporta deformaciones a la falla por tensión para arcillas en núcleos de presas con valores que van de 0.17% a 0.24%. En la tabla 2 se encuentran valores de deformación a la falla en tensión para arcillas de la ciudad de México en condiciones no drenadas, cuyos valores oscilan entre 0.66% y 0.98%. Las deformaciones máximas obtenidas del análisis dan valores de 0.87% a 1.47% los que según la teoría de Saint Venant producirán falla del material si se comparan con los valores típicos para arcillas de la ciudad de México. La aplicación del criterio de Griffith mostró que para los valores obtenidos y

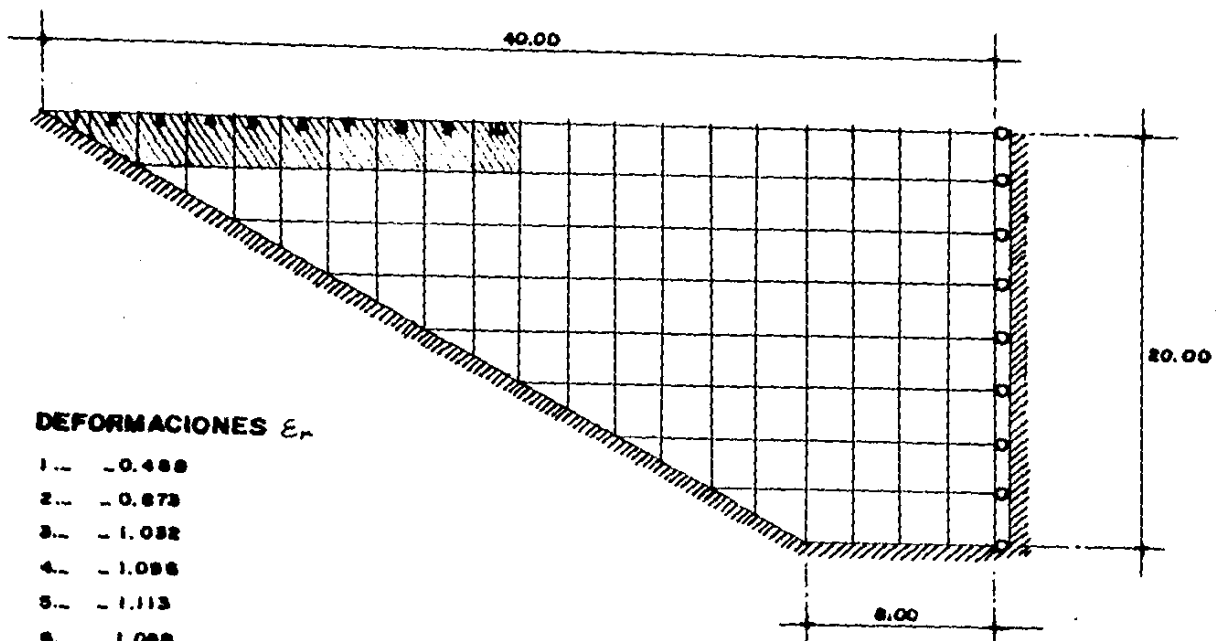


Fig. 28. MODELO I.

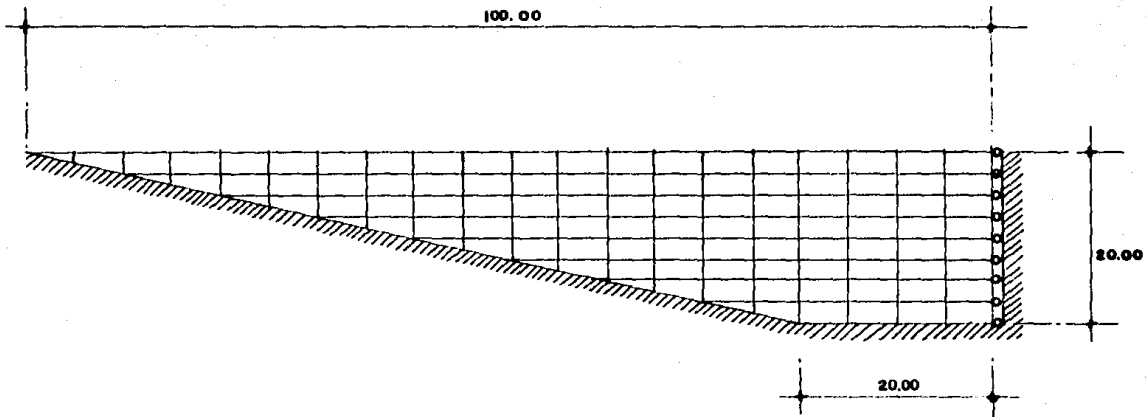


Fig. 29. MODELO 2.

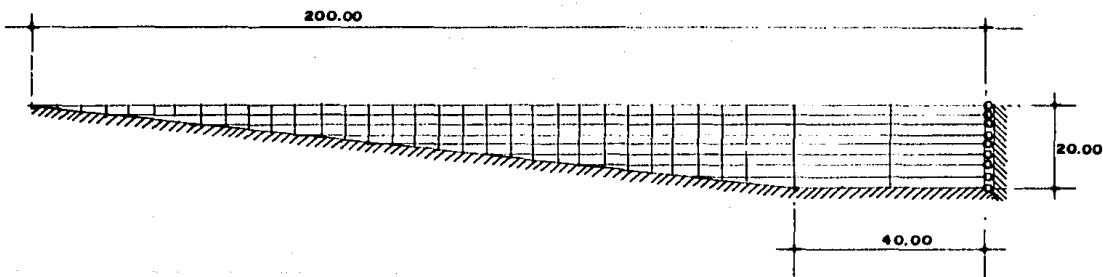


Fig. 30. MODELO 3.

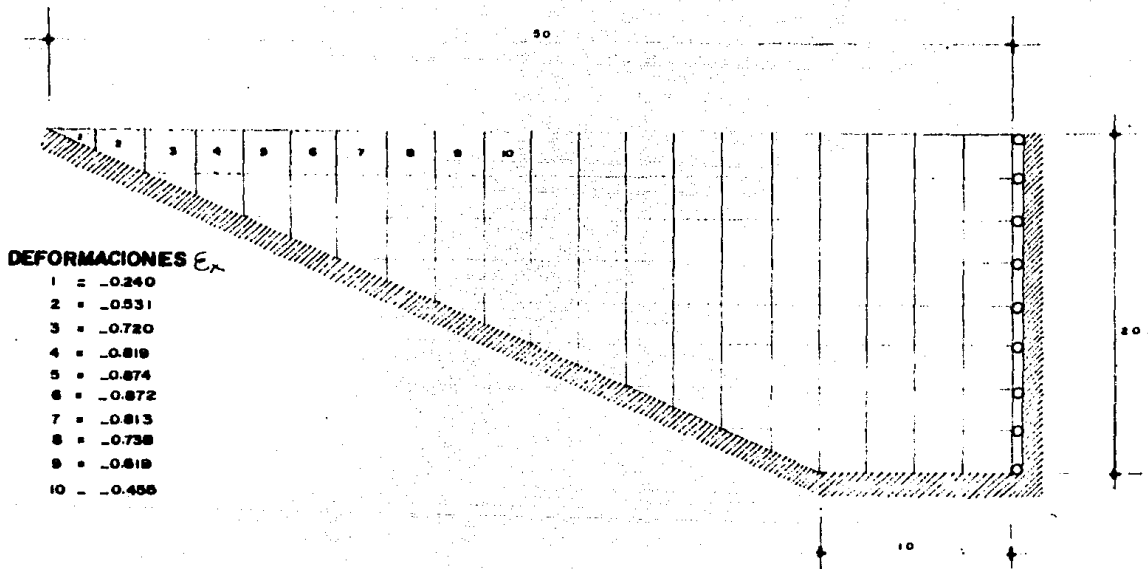


Fig. 31. MODELO 4.

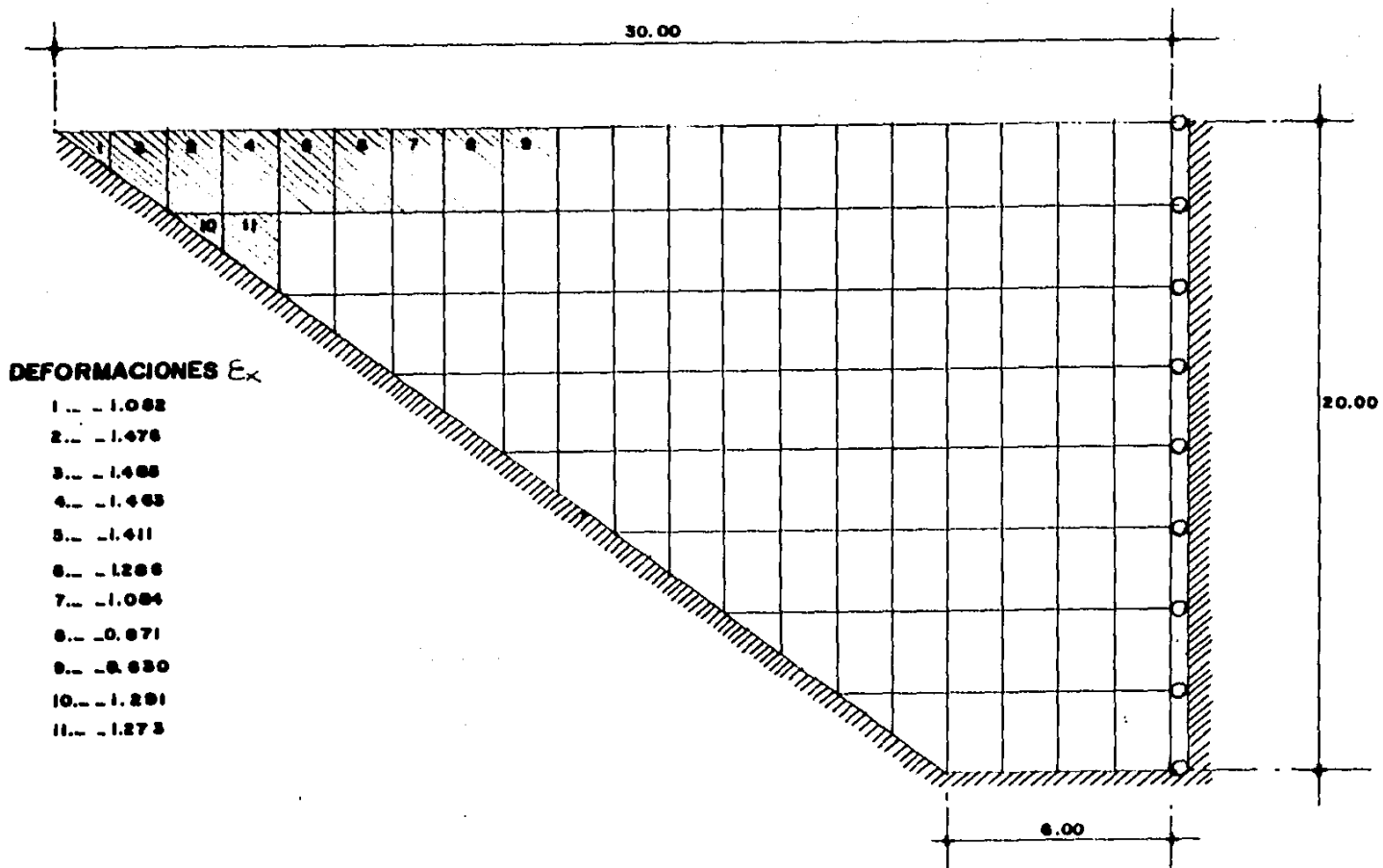


Fig. 32. MODELO 5.

aplicando la ecuación 4, esta teoría se simplifica llegando a ser la misma de Rankine.

La fig 33 representa la variación de los esfuerzos en función del ángulo de inclinación de la roca basal, mostrando ésta, que para ángulos pequeños los esfuerzos en la masa del suelo son de compresión y que los de tensión aparecen para inclinaciones mayores de  $26^{\circ}$ .

La formación de zonas de tensión depende de varios parámetros tales como inclinación del lecho rocoso además de extensión y profundidad de la cuenca. Para pendientes suaves se observó que la zona de tensión tiende a desaparecer por la disminución de la componente horizontal de las fuerzas de cuerpo. Aún cuando no se modeló el caso se intuye que la heterogeneidad es un factor que propicia también la propagación de grietas.

#### 4.2.2 Modelación numérica de la propagación de grietas por efecto de presiones hidráulicas internas

Otro mecanismo que parece prestarse a la modelación numérica por el método del elemento finito es el comentado en el inciso 4.1.3 y que atribuye la propagación de grietas pre-existentes a las presiones hidráulicas internas que se generan al iniciarse la época de lluvias. Sin embargo, antes de aplicar esta herramienta al problema se consideró necesario verificar su aplicabilidad por lo que el estudio se dividió en dos etapas:

##### a) Simulación del estado de esfuerzos alrededor de la punta de una grieta

El enfoque matemático utilizado para el análisis de fracturas mecánicas linealmente elásticas (L.E.F.M.) y expuesto en el inciso 2.1.4 relaciona la distribución de esfuerzos en la vecindad del vértice de la grieta con otros parámetros tales como esfuerzos nominales aplicados a la estructura y tamaño forma y orientación de la grieta; esto permite representar las propiedades de fractura del material en términos de un solo parámetro que puede ser energía o factor de intensidad de esfuerzos.

Los esfuerzos en la vecindad de la punta de grietas están definidos si se conocen los factores de intensidad de esfuerzos. Desafortunadamente, los métodos analíticos para la determinación de estos factores son complicados y solamente permiten abordar los casos más simples (Hellan, 1984).

La solución de los casos en los que las condiciones geométricas y de carga no son sencillas requiere el uso de métodos numéricos como el del elemento finito.

Con el objeto de evaluar la validez del uso del método del



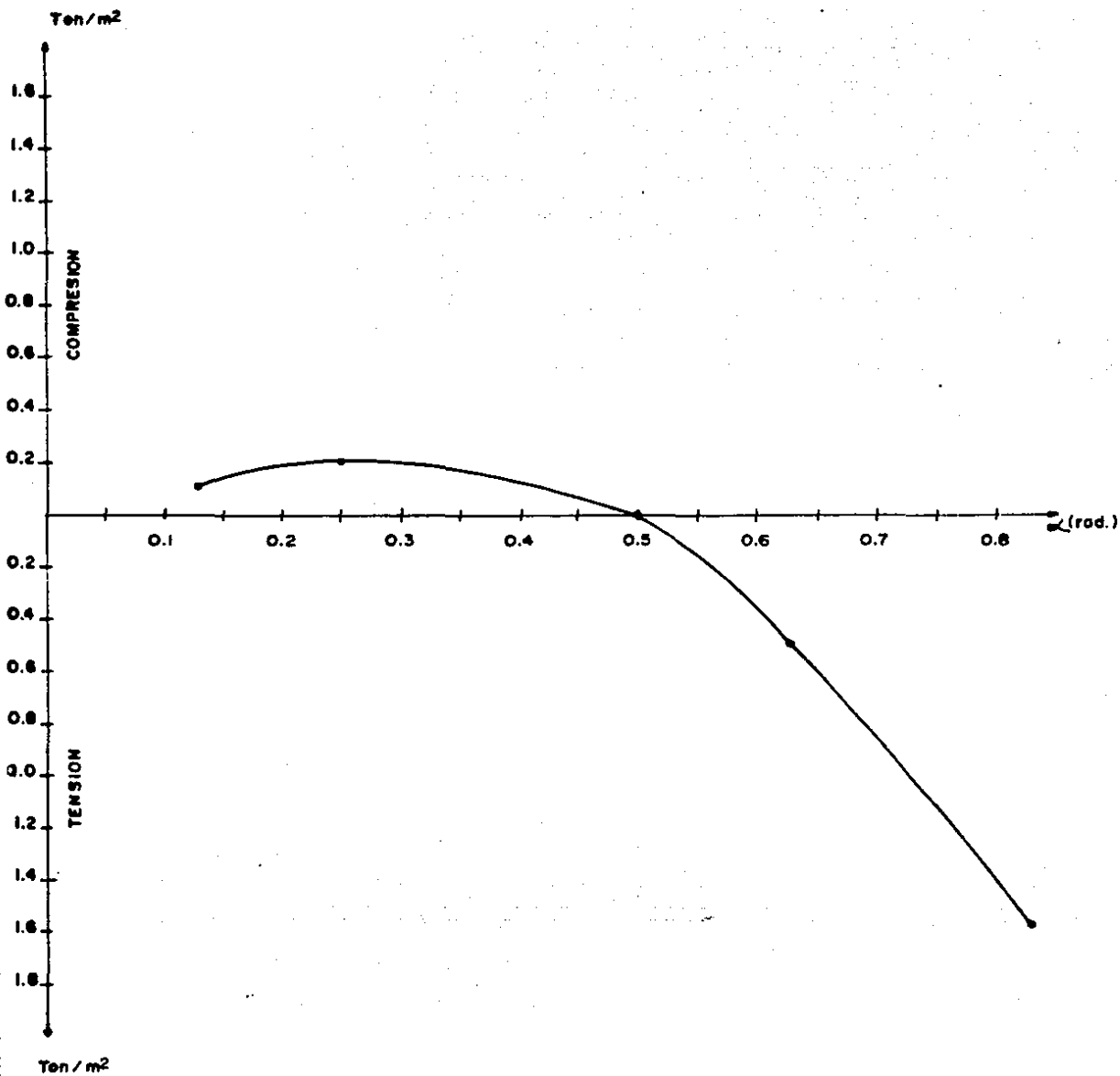


Fig. 33 - ESFUERZOS VS. ANGULO DE INCLINACION DE LA ROCA BASAL

elemento finito para este fin, se calcularon los esfuerzos en la vecindad de una grieta en un medio semi-infinito (fig 34).

La solución exacta de este problema está dada por las ecuaciones (12) con un factor  $K_I = \frac{2pb}{(\pi a)^{1/2}} \text{Arc sen } \frac{b}{a}$

Se determinaron los esfuerzos utilizando el método numérico y fueron comparados los resultados con los de la ecuación (12). La fig 35 muestra el modelo teórico analizado, y la línea de simetría, lugar donde los desplazamientos normales y fuerzas tangenciales son cero, está representada por rodillos. La fig 35 muestra también la variación de la relación  $K_I$  calculado/ $K_I$  teórico: puede verse que en la proximidad de la grieta esta relación es del orden de 1 pero que disminuye a medida que aumenta la distancia del vértice. Lo anterior es congruente con el hecho de que la solución exacta es válida únicamente en la proximidad del vértice de la grieta.

El método del elemento finito puede por tanto considerarse como una herramienta útil para obtener estados de esfuerzos en medios agrietados.

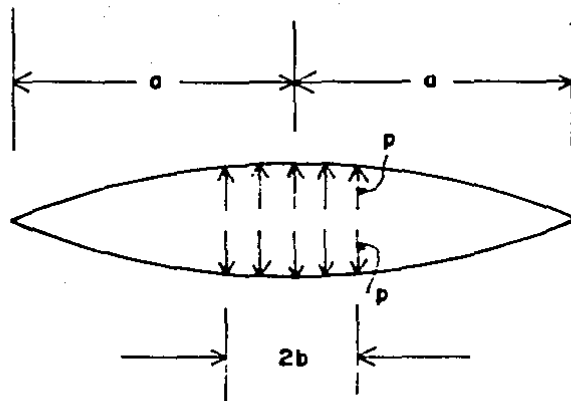
#### b) Propagación de una grieta por presiones hidráulicas internas

Para modelar la propagación de una grieta en el subsuelo, se consideró la existencia de una abertura inicial de 2.50 m de profundidad. Con el fin de simular un problema que se aproxime a condiciones comunes en el valle de México, se consideró una capa dura a 30 m de profundidad y la grieta se analizó suponiendo el medio semi-infinito.

Después de varios intentos, se encontró que era posible simular aproximadamente el medio semi-infinito considerando libre la frontera paralela a la grieta. Para obtener resultados confiables, se concluyó que la malla a utilizarse en la cercanía del vértice de la grieta debía ser menor que 1/10 de su longitud. La fig 36 muestra el modelo utilizado en el análisis simplificado por simetría.

Utilizando el programa FEADAMB4, se calcularon los esfuerzos en la cercanía de la grieta, considerando  $\gamma = 1.3 \text{ T/m}^3$ ,  $E = 500 \text{ T/m}^2$  y  $\nu = 0.49$ , valores típicos de la zona del lago en el valle de México.

Tomando en cuenta que se ha observado que el llenado de grietas es suficiente para provocar su propagación, se pudo estimar a la inversa un límite superior del valor del parámetro  $K_{IC}$  para la zona del lago en el valle de México. Comparando los esfuerzos calculados en la proximidad de la grieta con los



$$K_I = \frac{2pb}{\sqrt{\pi a}} \frac{a}{b} \arcsin \frac{b}{a}$$

**Fig. 34. GRIETA INTERNA**

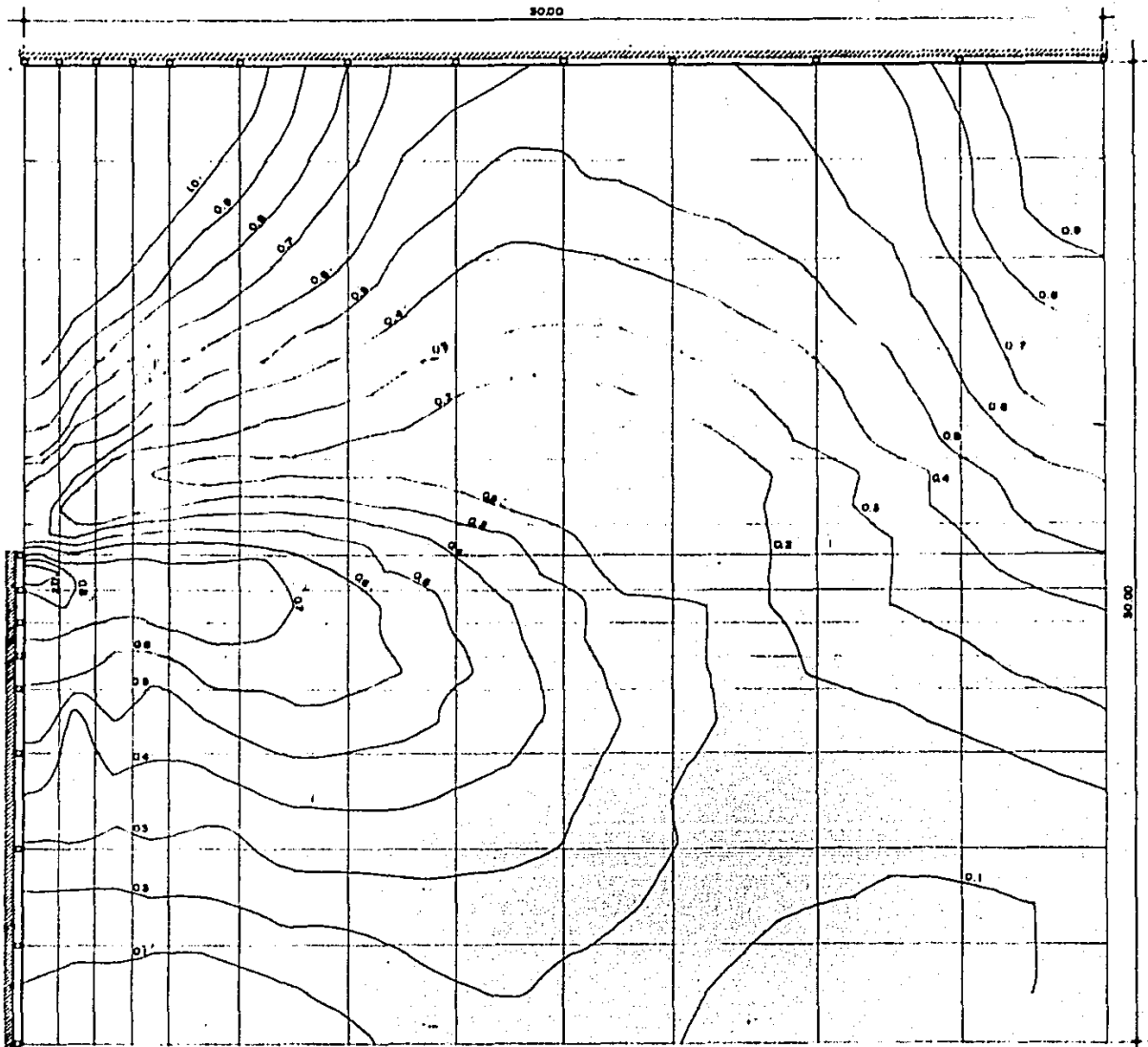


Fig. 36. RELACION DE  $K_1$  CALCULADO/ $K_1$  TEORICO

40.00

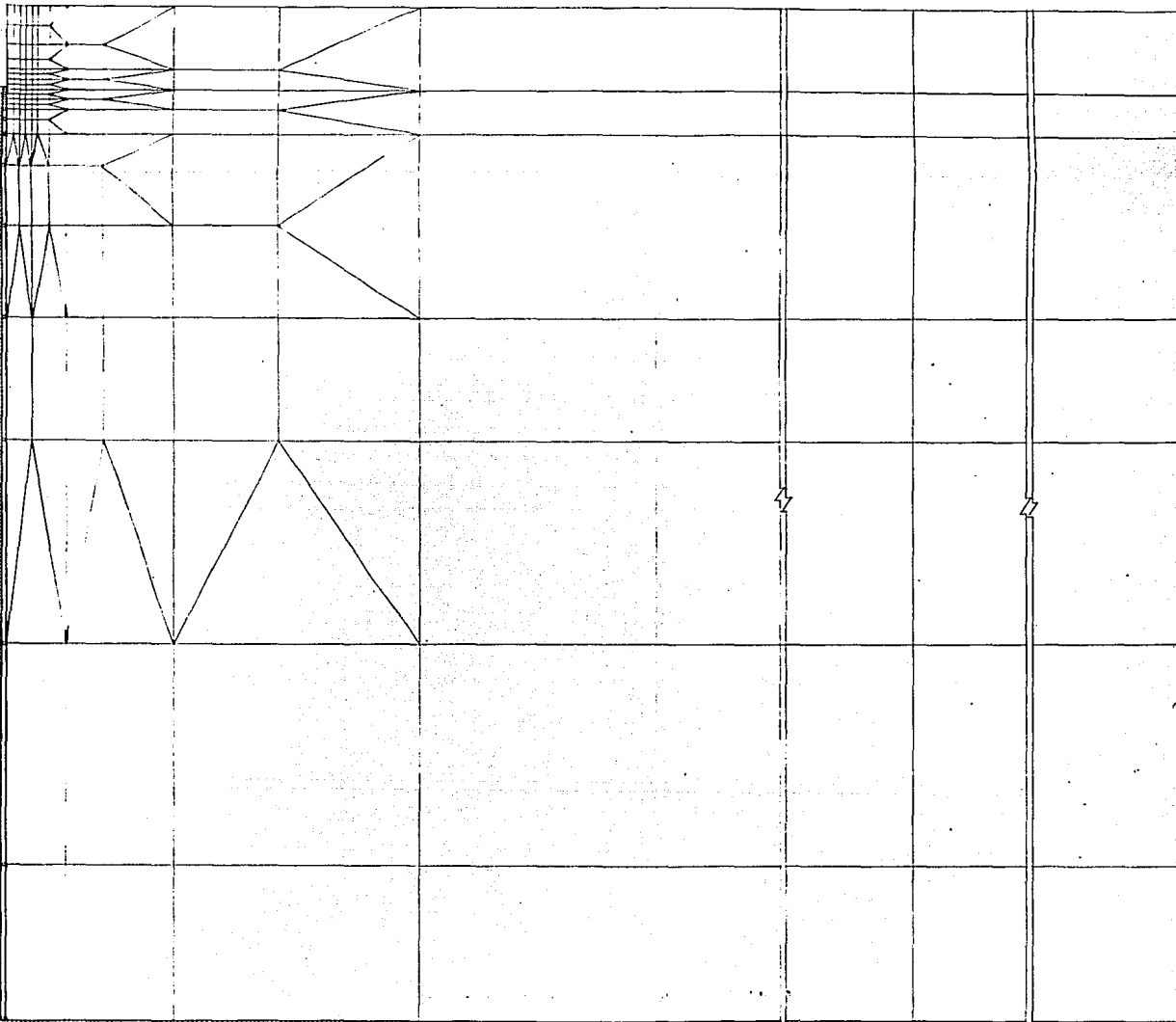


FIG. 36. CRECIMIENTO DE GRIETA

obtenidos con las fórmulas de Westergaard se obtiene que  $K_{Ic}$  es inferior o igual a  $1.9 \text{ T/m}^{3/2}$ . Este valor es del mismo orden de magnitud pero ligeramente mayor que el reportado por Lee (1988). No existen datos disponibles de  $K_{Ic}$  determinados en laboratorio para las arcillas del valle de México, por lo que sería conveniente iniciar un programa de investigación de parámetros de agrietamiento.

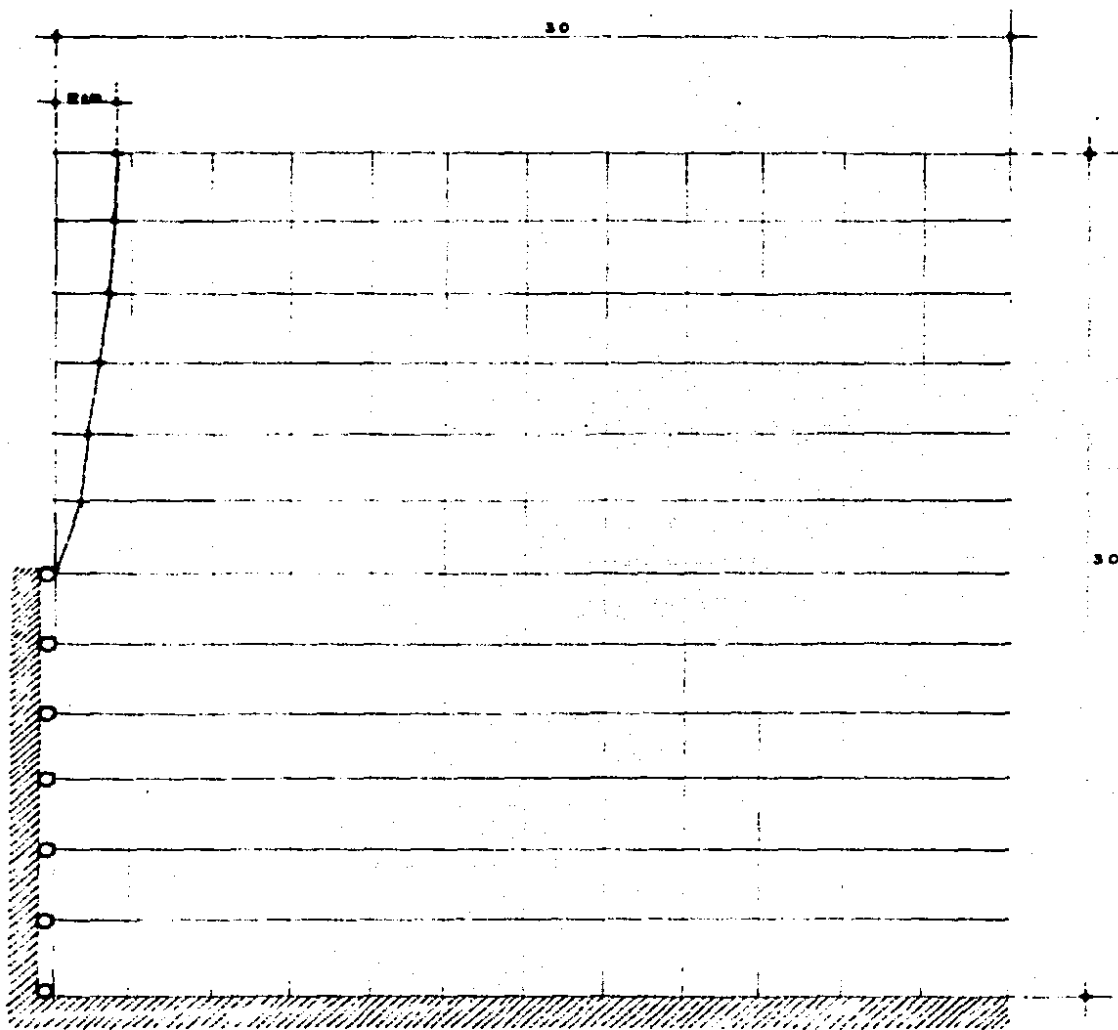
En un segundo análisis, se modeló un posible encharcamiento de agua después de lluvias intensas y se consideró un tirante de agua de 1 m por encima de la superficie libre del suelo en este caso se obtuvo un valor de  $K_I = 2.6 \text{ T/m}^{3/2}$ , sensiblemente mayor que el  $K_{Ic}$  estimado en el inciso anterior, lo que significa que la grieta se propaga dentro del medio con mayor facilidad en estas condiciones.

#### 4.2.3 Modelación de los desplazamientos del subsuelo en la cercanía de una grieta profunda pre-existente al llenarse de agua.

Se consideró de interés calcular el orden de magnitud de los desplazamientos inducidos al llenarse de agua una grieta profunda (15 m) debido a las consecuencias que pueden tener estos movimientos sobre las construcciones vecinas. Para ello, se utilizó el modelo que muestra la fig 37 y el programa FEADAMB4, considerando el suelo con  $\gamma = 0$  y  $E = 500 \text{ T/m}^2$ .

El valor medio de los desplazamientos laterales de los labios de la grieta fue de 24 cm, un poco menores que los observados en algunos sitios donde han aparecido grietas, aunque hay que tomar en cuenta que la mayor abertura puede deberse a problemas de erosión.

Utilizando este mismo modelo y considerando fijo el nudo en la parte superior de la grieta, se calculó el valor de la fuerza de tensión, resultando ser de 12 T/m



**Fig. 37. DEFORMACION DE GRIETA**

## 5. ASPECTOS CONSTRUCTIVOS

### 5.1 Relleno de grietas

Algunos autores (Zeevaert, 1973), recomiendan como solución al problema de grietas en el subsuelo, el relleno de éstas con material de la zona y en algunos casos con mezcla de bentonita. El análisis de propagación de grietas realizado en este trabajo muestra que al rellenar las grietas e incrementar la presión interna de ellas el valor de  $K_1$  aumenta, produciendo con esto condiciones propicias a la propagación, situación que se pretende evitar. El relleno brusco de grietas no parece por tanto recomendable.

### 5.2 Estructuración de la cimentación

En el caso de agrietamiento del subsuelo por debajo de una zapata, se genera en la sección de concreto una fuerza de tensión. Por lo anterior las zapatas en zonas que presentan este problema, deben revisarse a tensión.

Como se menciona en el punto 4.2.3, la fuerza que puede generarse al llenarse de agua una grieta profunda es del orden de 12 T/m.

El concreto simple es capaz de soportar esfuerzos de tensión del orden del 6 % de su resistencia a la compresión. Lo anterior muestra que un concreto común de 200 Kg/cm<sup>2</sup> puede soportar hasta 12 Kg/cm<sup>2</sup>, resistencia suficiente para que una sección de concreto de 10x60 cm soporte una fuerza de tensión de 7.2 T/m. La diferencia deberá ser tomada por la armadura usual en zapatas, cuidando de evitar la presencia de grietas en la estructura de concreto que provocarían la oxidación y pérdida de sección en el acero por el contacto con el agua. Para fines de diseño, es preferible que el acero sea suficiente para tomar la totalidad de las fuerzas de tensión.

El diseñar zapatas resistentes a la tensión no elimina otros problemas asociados al agrietamiento, tales como deformaciones verticales y horizontales que deterioran la superestructura. Para prevenir lo anterior las estructuras que se construyan en esta zona serán rígidas y se localizarán a una distancia tal que las deformaciones verticales diferenciales no rebasen las recomendadas por el reglamento de construcción.

### 5.3 Tierra armada

Históricamente, las fibras han sido usadas para reforzar diferentes tipos de materiales de construcción. Algunos usos clásicos son: paja en ladrillos, cabello de animales en yeso y asbesto en el concreto. Un uso adicional a los mencionados es el



de reforzar los terraplenes con tiras metálicas (Vidal 1966), o algún derivado de los plásticos.

En el caso de la existencia de grietas de hasta 15 m de profundidad se estima que la fuerza de tensión que puede originarse en la superficie sería del orden de 12 ton/m.

Si consideramos una sección comercial de acero galvanizado de  $3 \times 1/8$ " y  $f_s = 1400 \text{ kg/cm}^2$  (Smith, 1980), tendremos que cada tira resistirá una fuerza de tensión  $F_t = 3262 \text{ kg}$ . Para resistir por adherencia la fuerza anterior, se necesitan longitudes de refuerzo variables en función de la presión de confinamiento. La figura 38 muestra la variación de la longitud de anclaje con la altura de material confinante.

El análisis anterior muestra que esta solución debe desecharse, para profundidades de grietas mayores de 5m.

#### 5.4 Terraplenes de confinamiento.

En este trabajo se propone como una de las formas de controlar la propagación de grietas en el subsuelo, el uso de terraplenes de confinamiento, la idea consiste en reducir el valor de  $K_I$  hasta hacerlo menor que el  $K_{Ic}$ . Para lograr lo anterior, es necesario reducir los valores de los esfuerzos de tensión en la vecindad del vértice de la grieta lo que obviamente se logra aumentando los esfuerzos de compresión.

Para modelar este efecto, se consideró el terraplén formado por un material de  $\gamma = 1.6 \text{ T/m}^3$  y se fue variando su altura y su longitud. Las figs 39 y 40 muestran la variación de  $K_I$  con la altura y longitud de terraplén respectivamente, pudiendo observarse que estructuras de tierra de pequeña altura (75 cm) y de pequeña longitud (16 m), son suficientes para convertir los esfuerzos de tensión a esfuerzos de compresión en la vecindad del vértice de la grieta, y que la variación de los esfuerzos es más sensible a los incrementos de altura que de longitud de terraplén.

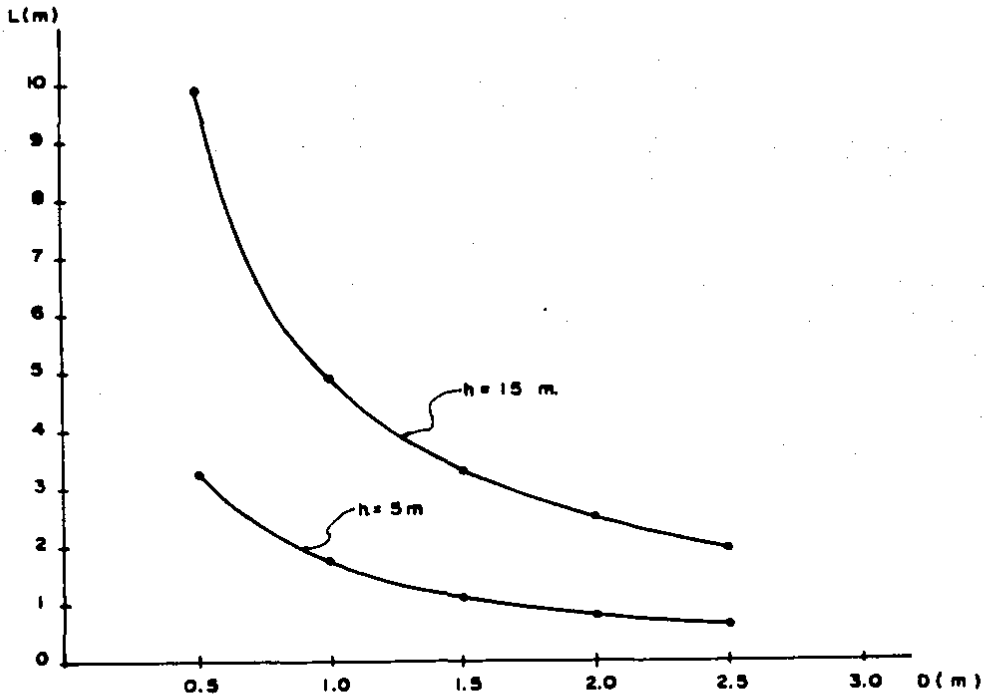
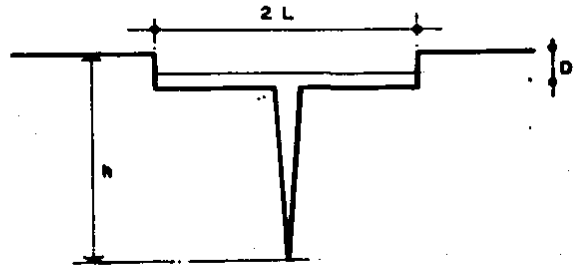


Fig. 30. LONGITUD DE REFUERZO Vs. PROFUNDIDAD DE RELLENO.

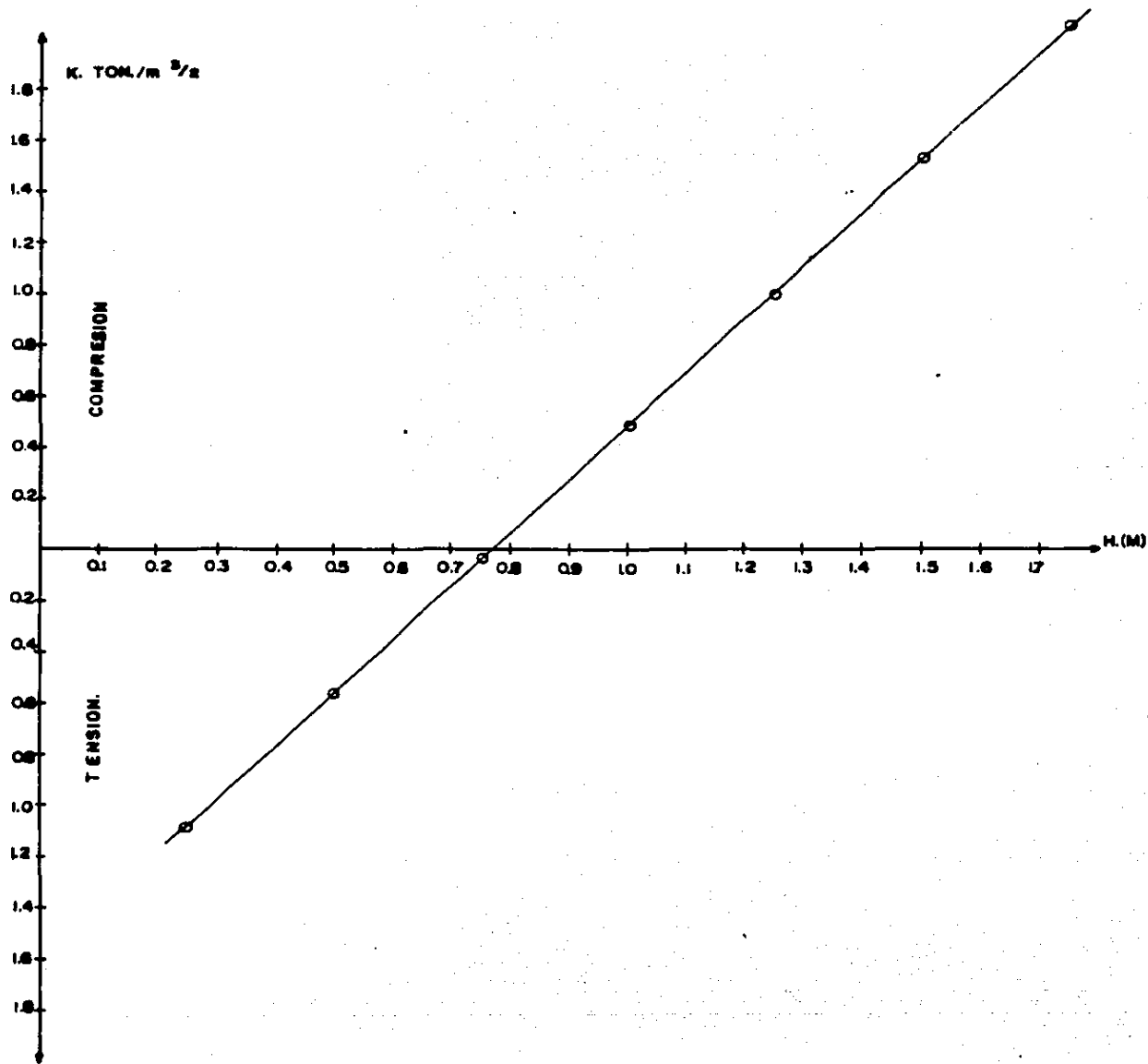


Fig. 39. FACTOR DE INTENSIDAD DE ESFUERZOS(K) Vs ALTURA DE TERRAPLEN.

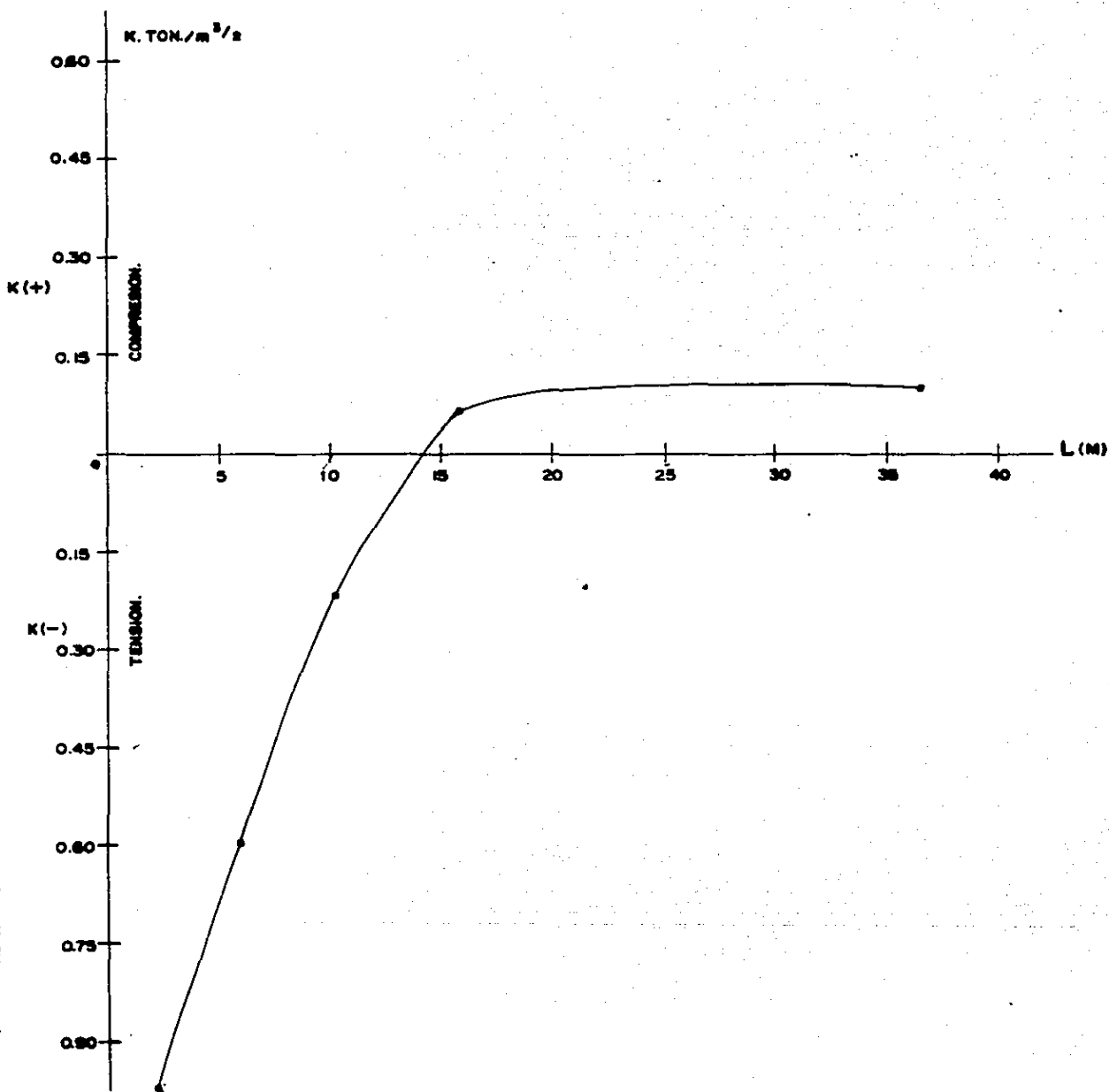


Fig. 40. LONGITUD DE TERRAPLEN Vs FACTOR DE INTENSIDAD DE ESFUERZOS

## 6. CONCLUSIONES

El fenómeno de agrietamiento del subsuelo es común en el valle de México y requiere la atención de los especialistas en mecánica de suelos, lo anterior debido a los problemas que origina en el comportamiento de las estructuras afectadas.

La mecánica de fractura ofrece un marco de referencia teórico para abordar este problema. Su uso, aún no difundido en la mecánica de suelos, permite analizar los problemas de propagación de grietas, en función de propiedades del suelo como el factor de intensidad de esfuerzos crítico  $K_{Ic}$ .

De los casos referidos en el presente trabajo puede concluirse que las principales causas de agrietamiento en el valle de México son las siguientes:

- a) Deformaciones inmediatas provocadas por carga o descarga.
- b) Asentamientos diferenciales producidos por consolidación de estratos con espesor variable.
- c) Solicitaciones transitorias originadas por sismos.
- d) Cambios volumétricos debidos a variación del contenido de agua.
- e) Presiones hidráulicas internas en grietas pre-existentes.

Algunos de los mecanismos anteriores pueden modelarse recurriendo a la técnica del elemento finito.

Casos típicos de deformaciones diferenciales ocasionadas por la rápida variación de espesores en suelos compresibles, fueron modelados, mostrando este análisis que se presentan deformaciones máximas del orden de 1.4%, que provocan esfuerzos de tensión y pueden ocasionar, según la teoría de Saint Venant, la falla del material. La variación en la inclinación de la roca basal influye en la aparición de esfuerzos de tensión en la superficie del suelo. Para ángulos menores de  $26^\circ$  aparentemente solo se generan esfuerzos de compresión.

Es posible, según demuestra el análisis desarrollado en el inciso 4.2.2, obtener buenas aproximaciones en el cálculo de los esfuerzos generados en la vecindad del vértice de una grieta, sujeta a presión interna, utilizando análisis numérico, por lo que este procedimiento es aplicable en suelos agrietados.

Con el fin de avanzar en la investigación del fenómeno de agrietamiento y propiciar la aplicación del criterio de propagación expuesto en el inciso 4.2.2, es recomendable la determinación en laboratorio del factor de intensidad de esfuerzos

crítico para los suelos en estudio. En la zona del lago, se estimó, de acuerdo a los cálculos realizados y a los casos de agrietamientos reportados, que el valor del  $K_{ic}$  es menor o igual que  $1.9 T/m^{3/2}$ .

El fenómeno de agrietamiento en suelos puede controlarse cambiando el estado de esfuerzo en la masa del suelo.

Cuando el agrietamiento es producido por asentamientos diferenciales, no es posible evitar su propagación mientras sea activo el proceso de consolidación que genera esfuerzos y deformaciones que conducen a un estado crítico en la masa del suelo. La única solución consiste en eliminar las causas de la consolidación (suspendiendo bombeo en zonas cercanas, etc.).

El análisis desarrollado muestra que el relleno brusco de grietas favorece su propagación debido a que las presiones internas provocadas por éste, incrementa el valor de las tensiones con el consecuente aumento del factor de intensidad de esfuerzos. Por lo anterior, esta práctica debe revisarse cuidadosamente si se pretende usar como solución a problemas de este tipo.

Las fuerzas originadas por las grietas, pueden ser soportadas por las zapatas de uso común, diseñadas adecuadamente para resistir fuerzas de tensión. En el caso de grietas pre-existentes, se recomienda que las construcciones sean localizadas lejos de ellas debido a los problemas de deformación horizontal y vertical asociadas al fenómeno, capaces de dañar la superestructura de las construcciones y las obras propias de terrenos urbanizados (alcantarillado, agua potable, pavimentos etc.). Atendiendo a lo anterior, las construcciones deberán ser rígidas y se localizarán alejadas de las grietas lo suficiente para que los movimientos verticales del suelo sean tolerables.

En el caso de propagación originada por presión interna, la tierra armada presenta una posibilidad de solución para grietas de profundidades pequeñas (4m). Su aplicación en grietas profundas queda descartado por la longitud de refuerzo necesario por adherencia.

El uso de terraplenes de confinamiento permite controlar el fenómeno de propagación ya que disminuye los esfuerzos de tensión en el vértice de la grieta. El análisis mostró que es posible reducir significativamente el factor de intensidad de esfuerzos por debajo del crítico con terraplenes de pequeña altura (1m)

Finalmente, también es recomendable que las zonas urbanizadas donde se presenten problemas de agrietamiento, cuenten con un eficiente sistema de drenaje que evite la generación de presiones sobre las caras de la grieta que propician su propagación.

## REFERENCIAS

- Alberro J., Hanell J.J., 1981 "Formation de lacs artificiels par consolidation", Proceedings of the tenth international conference on soil mechanics and foundation engineering, Stockholm
- Alberro J., 1986, "Efectos en la presa Carlos Ramirez Ulloa (El Caracol)", Memoria, "Los sismos de 1985", Casos de mecánica de Suelos, SMMS
- Auvinet G., 1981, "Agrietamiento de las arcillas del valle de México", Informe del Instituto de Ingeniería de la UNAM a la Comisión del Lago de Texcoco
- Duncan J.M., Seed R.B., Wong K.S., Ozawa Y., "FEADAMB4 a computer program for finite element analysis of dam", Department of civil engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University
- Fook-Hou Lee, Kwang-Wei Lo, y Seng-Lip Lee., 1988, "Tension crack development in soils", Journal of geotechnical engineering, Vol 114
- Hellan K., 1984, "Introduction to fracture mechanics", McGraw-Hill Book Company
- Jaeger J., 1956, "Elasticity, fracture and flow with engineering and geological application", John Wiley and Sons, Inc
- Juárez Badillo E., 1959, "Teorías de grietas de tensión", Primer congreso panamericano de mecánica de suelos y cimentaciones
- Juárez Badillo E., 1962, "Mecanismos de grietas de tensión en el Valle de México", Tesis doctoral, Universidad Nacional Autónoma de México
- Juarez Badillo E., y Rico Rodriguez A., 1974, "Mecánica de suelos", Tomo III, Flujo de agua en suelos, Limusa
- Kobayashi Albert S., 1973, "Experimental Techniques in fracture mechanics", Society for experimental stress analysis monograph series.
- Marsal, R J., y Mazári M., 1959, "El subsuelo de la ciudad de México", Facultad de Ingeniería de la UNAM
- Marsal, R J., 1986, "Notas sobre el diseño y construcción de cimentaciones en el Distrito Federal", Comisión Federal de Electricidad
- Melgoza Carlos A., 1978, "El subsuelo y la ingeniería de cimentaciones en el área urbana del Valle de México", SMMS

Mooser F., 1988, T G C, "Unidad Rinconada del Sur", Estudio geotécnico

Moreno Fernández y Reyes Santos, 1986, "Los sismos de 1985", Casos de mecánica de suelos, SMMS

Ovando Shelley E., Montiel Rosado A., 1989, "Estudio sobre el problema del agrietamiento en la Unidad Habitacional Cananea, Ixtapalapa D.F."

Poucell Padrón R., 1986, "Conjunto habitacional el molino", Estudio de mecánica de suelos

Reséndiz, D., y Zonana, J., 1969, "La estabilidad a corto plazo de excavaciones a cielo abierto en la arcilla de la ciudad de México", Volumen Nabor Carrillo, El hundimiento de la ciudad de México y proyecto Texcoco, Secretaría de Hacienda y Crédito Público

Scott Ronald F., 1981, "Foundation Analysis", Prentice Hall

Singer F. y Pytel A., 1980, "Strength of materials", Harper and Row Publishers, Inc

Smith G. N. y Pole E. L., 1980, "Elements of foundation design", Garland STPM press

Terzaghi K., 1945, "Theoretical soil mechanics", John Wiley & Sons, Inc

Timoshenko S. y Goodier J. N., 1934, "Theory of elasticity", McGraw Hill

Vidal H., 1966, La terre armée. Annales de l'Institut technique du bâtiment et des travaux publics.

Zeevaert L., 1973, "Foundation engineering for difficult subsoil condition", Robert E Krieger Publishing Company, Inc



## ANEXO I. ESTADO DE ESFUERZOS Y DEFORMACIONES EN LA PROXIMIDAD DE UNA GRIETA

La aplicación de fuerzas a un cuerpo sólido da lugar al desarrollo de esfuerzos y de deformaciones.

La mayoría de los problemas de interés en mecánica de suelos son estáticamente indeterminados (Scott, 1981), por lo que para la solución de ellos es necesario satisfacer tres ecuaciones que son:

- I) Ecuaciones de equilibrio.
- II) Ecuaciones de compatibilidad de deformaciones.
- III) Ecuaciones de comportamiento del material.

Para un sistema dado de ejes coordenados, el estado de esfuerzos en un punto cualquiera está definido por los nueve componentes del tensor de esfuerzo. Usando un sistema de coordenadas cartesianas, tenemos que los nueve componentes consisten en un esfuerzo normal y dos esfuerzos cortantes actuando sobre cada una de las tres caras de un cubo elemental del material.

Los esfuerzos en el sistema de ejes  $x, y, z$ , se muestran en la fig 1.1, El tensor de esfuerzo puede ser representado de la siguiente manera:

$$\sigma_{ij} = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{Bmatrix} \quad (I-1)$$

Si el volumen elemental de la figura 1.1, tiene las dimensiones  $dx, dy, y dz$ , el equilibrio del elemento muestra que:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} ; \tau_{xz} = \tau_{zx} ; \tau_{yz} = \tau_{zy} \quad (I-2)$$

con lo que se tienen seis componentes independientes en el estado de esfuerzos.

Planteando las ecuaciones de equilibrio en las direcciones  $x, y, z$ , y tomando en cuenta las fuerzas de cuerpo  $X, Y, Z$ , tendremos:

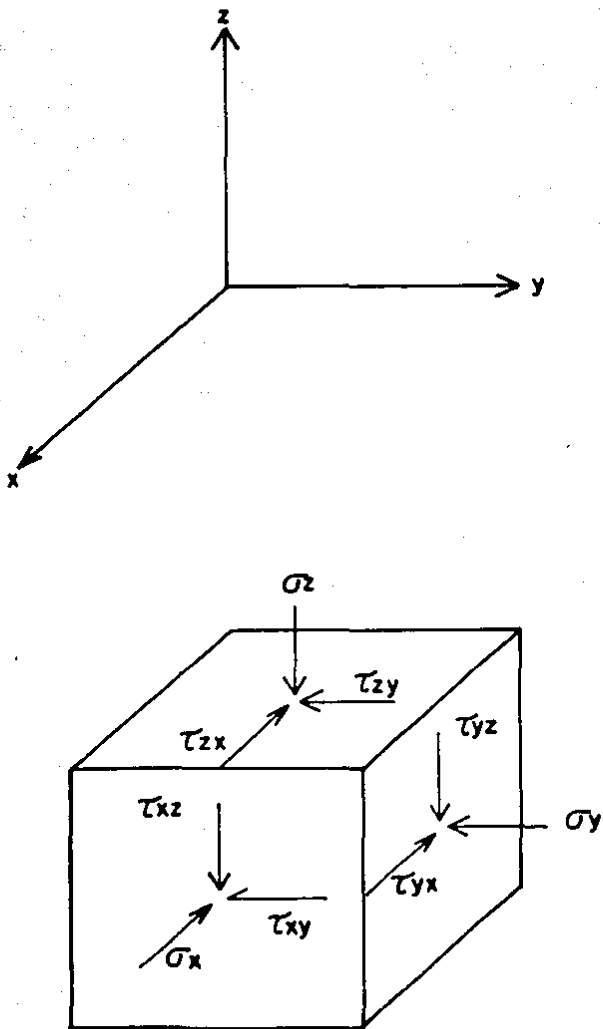


Fig. I.1. VOLUMEN ELEMENTAL

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y = 0 \quad (I-3)$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0$$

En la ausencia de fuerzas de cuerpo ( $X = Y = Z = 0$ ) y utilizando un sistema de coordenadas polares y la función de esfuerzos de Airy (Timoshenko, 1934), las ecuaciones 1.3, se expresan de la siguiente forma:

$$\sigma_r = \frac{\partial^2 \chi}{\partial r^2} \quad \sigma_\theta = \nabla^2 \chi - \sigma_r \quad \tau_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \left( -\frac{\partial \chi}{\partial \theta} \right) \right) \quad (I-4)$$

Estas ecuaciones se utilizan en el punto 2.1.4, para calcular los esfuerzos en la proximidad del vértice de una grieta, en un medio semi-infinito en estado plano de esfuerzos.

Se señalan a continuación las consideraciones hechas para la solución de las ecuaciones 1.4.

Si la placa es elástica (fig 2) la función de Airy satisface la ecuación bi-potencial:

$$\nabla^2 (\nabla^2 \chi) = 0 \quad (I-5)$$

donde el operador  $\nabla^2$  está en coordenadas polares y es igual a:

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \quad (I-6)$$

Las condiciones de frontera son las siguientes:

$$\sigma_r = \tau_{r\theta} = 0 \quad \text{para } \theta = \pm \alpha \quad (I-7)$$

Para la solución, Williams (Hellan, 1984) propone la siguiente función:

$$\chi = r^{\lambda+1} f(\theta) \quad (I-8)$$

con la cual se obtiene

$$\nabla^2 \chi = (\lambda + 1)^2 r^{\lambda-1} f(\theta) + r^{\lambda-1} \frac{d^2 f}{d\theta^2} \quad (I-9)$$

$$\nabla^2 (\nabla^2 \chi) = \frac{d^4 f}{d\theta^4} + 2(\lambda^2 + 1) \frac{d^2 f}{d\theta^2} + (\lambda^2 - 1)^2 f(\theta) = 0 \quad (I-10)$$

considerando  $f(\pm \alpha) = f'(\pm \alpha) = 0$ ,  $Df = \frac{df}{d\theta}$  se obtiene la ecuación característica:

$$\begin{aligned} [D^4 + 2(\lambda^2 + 1)D^2 + (\lambda^2 - 1)^2]f &= 0 \\ \{[D^2 + (\lambda^2 + 1)]^2 - (\lambda^2 - 1)^2\}f &= 0 \\ \{[D^2 + (\lambda^2 + 1)]^2 - 2\lambda^2 - 2\lambda^2\}f &= 0 \end{aligned} \quad (I-11)$$

con los arreglos algebraicos mostrados se llega a:

$$\{[D^2 + (\lambda^2 + 1)]^2 - 4\lambda^2\}f = 0 \quad (I-12)$$

Con la ecuación anterior es posible plantear la siguiente ecuación auxiliar:

$$\begin{aligned} [m^2 + (\lambda^2 + 1)^2 - 4\lambda^2] &= 0 \\ m^2 + (\lambda^2 + 1) &= \pm 2\lambda \\ m^2 &= -\lambda^2 - 1 \pm 2\lambda \\ m^2 &= -(\lambda \pm 1)^2 \\ m &= \pm i(\lambda \pm 1) \quad i = \sqrt{-1} \end{aligned} \quad (I-13)$$

Las raíces de la ecuación serán:

$$\begin{aligned} m_1 &= -i(\lambda - 1) \\ m_2 &= +i(\lambda - 1) \\ m_3 &= -i(\lambda + 1) \\ m_4 &= +i(\lambda + 1) \end{aligned} \quad (I-14)$$

La solución general de la ecuación será:

$$f = C_1 \cos (\lambda-1)\theta + C_2 \operatorname{sen} (\lambda-1)\theta + C_3 \cos (\lambda+1)\theta + C_4 \operatorname{sen} (\lambda+1)\theta \quad (\text{I-15})$$

Lo anterior conduce a un conjunto de ecuaciones homogéneas para las constantes de  $C_1$  a  $C_4$  que pueden expresarse de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \cos(\lambda-1)\alpha & \cos(\lambda+1)\alpha \\ (\lambda-1)\operatorname{sen}(\lambda-1)\alpha & (\lambda+1)\operatorname{sen}(\lambda+1)\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I-16})$$

$$\begin{bmatrix} \operatorname{sen}(\lambda-1)\alpha & \operatorname{sen}(\lambda+1)\alpha \\ (\lambda-1)\cos(\lambda-1)\alpha & (\lambda+1)\cos(\lambda+1)\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_2 \\ C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La solución no trivial existe únicamente cuando el determinante de la ecuación es igual a cero. Esto conduce a las siguientes ecuaciones para calcular los valores característicos de  $\lambda$ .

$$\lambda \operatorname{sen} 2\alpha + \operatorname{sen} 2\lambda\alpha = 0 \quad (\text{I-17})$$

$$-\lambda \operatorname{sen} 2\alpha + \operatorname{sen} 2\lambda\alpha = 0$$

Para simular la grieta se hace tender  $\alpha$  a  $\pi$  por lo que las ecuaciones se reducen a:

$$\operatorname{sen} 2\pi\lambda = 0 \quad (\text{I-18})$$

que tiene solamente raíces reales para:

$$\lambda = -\frac{1}{2}n \quad n = \text{entero} \quad (\text{I-19})$$

La solución contiene singularidades inaceptables si  $n$  es negativo. A cada valor característico de  $\lambda = -\frac{1}{2}n$  para  $n = 1, 2, 3, \dots$ , corresponderá una relación con  $C_{1n}$  y  $C_{3n}$  o  $C_{2n}$  y  $C_{4n}$ . El resultado es:

$$\text{para } n = 1, 3, 5, \dots \quad C_{3n} = -\frac{n-\frac{1}{2}}{n+\frac{1}{2}} C_{1n}; \quad C_{4n} = -C_{2n} \quad (\text{I-20})$$

$$\text{para } n = 2, 4, 6, \dots \quad C_{3n} = -C_{1n}; \quad C_{4n} = -\frac{n-\frac{1}{2}}{n+\frac{1}{2}} C_{2n}$$

Por lo que  $\chi$  estará dado por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
\chi = & \sum_{n=1,3,\dots} r^{1+n/2} \left[ C_{1n} \left( \cos \frac{n-2}{2} \theta - \frac{n-2}{n+2} \cos \frac{n+2}{2} \theta \right) \right. \\
& + C_{2n} \left( \sin \frac{n-2}{2} \theta - \sin \frac{n+2}{2} \theta \right) \left. \right] + \quad (1-21) \\
& + \sum_{n=2,4,\dots} r^{1+n/2} \left[ C_{1n} \left( \cos \frac{n-2}{2} \theta - \cos \frac{n+2}{2} \theta \right) + \right. \\
& \left. + C_{2n} \left( \sin \frac{n-2}{2} \theta - \frac{n-2}{n+2} \sin \frac{n+2}{2} \theta \right) \right]
\end{aligned}$$

Para el modo I de agrietamiento los esfuerzos estarán dados por las siguientes expresiones

$$\begin{aligned}
\sigma_r &= \frac{C}{4} r^{-1/2} (5 \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2}) + \dots \\
\sigma_\theta &= \frac{C}{4} r^{-1/2} (3 \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2}) + \dots \quad (1-22) \\
\tau_{r\theta} &= \frac{C}{4} r^{-1/2} (\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2}) + \dots \\
\text{donde } C_{11} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}}
\end{aligned}$$

## ANEXO II PROPAGACION DE GRIETAS

### a) Trabajo de separación

Supóngase la existencia de una grieta dentro de un cuerpo (fig II-1). El cuerpo está cargado por fuerzas de superficie  $p = (p_i)$  y fuerzas de cuerpo  $b = (b_i)$ . El desplazamiento  $u = (u_i)$  se supone pequeño durante el crecimiento de la grieta.

El crecimiento de la grieta se muestra en la fig II-2. El área sombreada representa la zona en proceso de fractura, que tiene un espesor despreciable. La frontera entre esta zona y el continuo que lo rodea puede ser considerada como la superficie de la grieta. El área de la grieta se incrementa de  $A$  en el estado  $\alpha$  de desarrollo, a  $A + \Delta A$  en el estado  $\beta$ . Durante este evento una nueva superficie de agrietamiento  $S_c^*$  es creada. La superficie de grieta existente  $S_c$  y la superficie exterior del cuerpo  $S_o$ , forman la frontera del continuo durante la transición de un estado a otro. Además de las fuerzas ya existentes actúan también sobre  $S_c^*$  las fuerzas de superficie  $P_i$ . Estas varían durante la transición de  $p_i^\alpha$  en estado  $\alpha$  a través de una compleja historia intermedia, a  $p_i^\beta$  en estado  $\beta$ .

El trabajo desarrollado en  $S_c^*$  será:

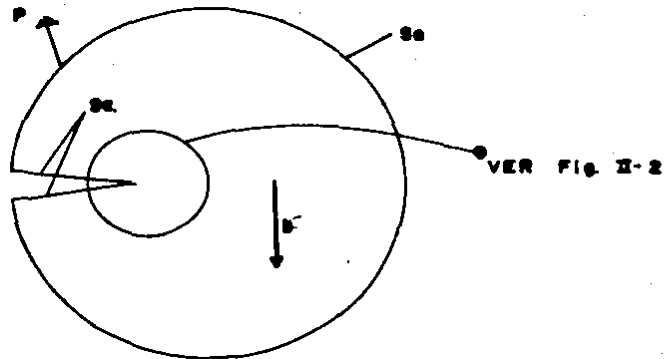
$$- \int_{S_c^*} \left( \int_a^b p_i du_i \right) dS \quad (II-1)$$

donde  $dS$  es un diferencial de área y  $du_i$  es el incremento de desplazamientos. El trabajo realizado por unidad de área generada subsecuente al estado  $\alpha$  es

$$C = - \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta A} \int_{S_c^*} \left( \int_a^b p_i du_i \right) dS \quad (II-2)$$

que será llamado trabajo de separación.

Una expresión global del trabajo de separación puede obtenerse de manera alternativa, aplicando el principio del trabajo virtual. Con los campos de desplazamiento  $du_i(x_j)$  correspondientes al movimiento diferencial de la grieta dentro de



**Fig. II-1 CUERPO AGRIETADO**



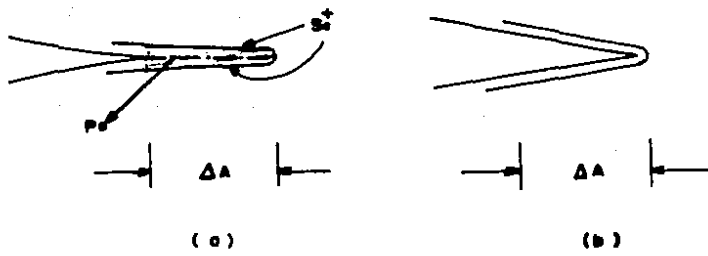


Fig. II-2 DESARROLLO DE LA GRIETA.

$t^a < t < t^b$ , obteniéndose:

$$\int_{S+S_c^+} p_i du_i dS + \int_V (b_i - \rho \dot{u}_i) du_i dV = \int_V \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} dV \quad (II-3)$$

donde S es la unión de  $S_a$  y  $S_c^+$ .

Integrando la expresión anterior se tiene:

$$\begin{aligned} & \int_S \left[ \int_a^b p_i du_i \right] dS + \int_V \left[ \int_a^b (b_i - \rho \dot{u}_i) du_i \right] dV - \int_V \left[ \int_a^b \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \right] dV = \\ & = - \int_{S_c^+} \left[ \int_a^b p_i du_i \right] dS \end{aligned} \quad (II-4)$$

En la primera integral, que no incluye la nueva superficie de agrietamiento, la variación de  $p_i$  puede ser despreciada en el límite en que  $\Delta A \rightarrow 0$ , y similarmente  $b_i$  puede ser considerada como constante. La integral de volumen contiene además la diferencial completa

$$\dot{u}_i du_i = -\frac{1}{2} d(\dot{u}_i \dot{u}_i) \quad (II-5)$$

y también

$$\sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^e = d\phi \quad (II-6)$$

cuando la deformación se separa en una parte elástica y una plástica:

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p \quad (II-7)$$

siendo  $\phi$  la densidad de energía de deformación. Con la notación

$$f^b - f^a = \Delta f \quad (II-8)$$

el lado izquierdo de la ecuación anterior puede ser expresado como:

$$\int_S p_i \Delta u_i dS + \int_V b_i \Delta u_i dV - \Delta T - \Delta \Phi - \int_V \left[ \int_a^b \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^p \right] dV \quad (II-9)$$

como  $\Delta A \rightarrow 0$  tendremos:

$$T = \frac{1}{2} \int_V \rho \dot{u}_i \dot{u}_i dV \quad (\text{II-10})$$

que es la energía cinética total, y

$$\mathcal{E} = \int_V \phi dV \quad (\text{II-11})$$

que es la energía de deformación elástica.

Suponiendo finalmente que el progreso de la superficie de fractura queda bien definida al ser descrita por el parámetro A, se tiene :

$$W = \frac{dT}{dA} = \frac{d\mathcal{E}}{dA} = D = C \quad (\text{II-12})$$

donde:

$$W = \int_S p_i \frac{du_i}{dA} dS + \int_V b_i \frac{du_i}{dA} dV \quad (\text{II-13})$$

es el trabajo externo hecho por  $p_i$  y  $b_i$

$$D = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta A} \int_V \left[ \int_a^b \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^P \right] dV \quad (\text{II-14})$$

donde D es la disipación del continuo.

El trabajo de separación tiene que ser expresado por cantidades localizadas en el frente de la grieta o a través del balance global de energía.

Durante el crecimiento de una grieta, fuerzas y desplazamientos pueden cambiar. Algunas de estas son acciones controladas mientras que otras siguen como variables dependientes. Si se considera un control que permita el crecimiento cuasi-estático de la grieta, esto es un desarrollo a través de estados sucesivos de equilibrio tales que  $dT/dA = 0$ , se obtiene un crecimiento virtual de la grieta entendiéndose por ello cualquier movimiento infinitesimal que tome lugar cuasi-estáticamente cuando las acciones permanecen constantes

$$\mathcal{E} = C + D \quad (\text{II-15})$$

$$\mathcal{E} \equiv W = \frac{dT}{dA} = \frac{d\mathcal{E}}{dA} \quad (\text{II-16})$$

b) Crecimiento cuasi-estático en un cuerpo elástico.

La respuesta esencialmente elástica  $\mathcal{E}$  de un cuerpo, es tradicionalmente conocida como fuerza de propagación de la grieta; ésta se compara con la resistencia adversa  $\mathcal{E}_c$  a la propagación de la grieta. La condición cuasi-estática de  $\mathcal{E}$  está dada por:

$$\mathcal{E}dA = WdA - d\Phi \quad (II-17)$$

donde

$$WdA = \int_S (p_i du_i) dS + \int_V (b_i du_i) dV \quad (II-18)$$

$$\text{o } WdA = P_k du_k \quad (II-19)$$

donde  $W$  es el trabajo externo realizado por  $P_i$  y  $b_i$ . La energía de deformación  $\Phi$ , como se dijo anteriormente depende únicamente de la superficie de fractura  $A$ , y de las fuerzas comunes  $P_i$ ,  $b_i$  y  $P_k$ . Como forma alternativa podemos considerar a  $\Phi$  como dependiente de  $A$  y de los desplazamientos  $u_i$ ,  $u_k$  en el punto de aplicación de la carga.

Si se consideran los efectos de una sola fuerza de las dos aplicadas al cuerpo (fig II-3), la ec. (II-17) combinada con la (II-19) toma la forma:

$$\mathcal{E}dA = Pdu - d\Phi \quad (II-20)$$

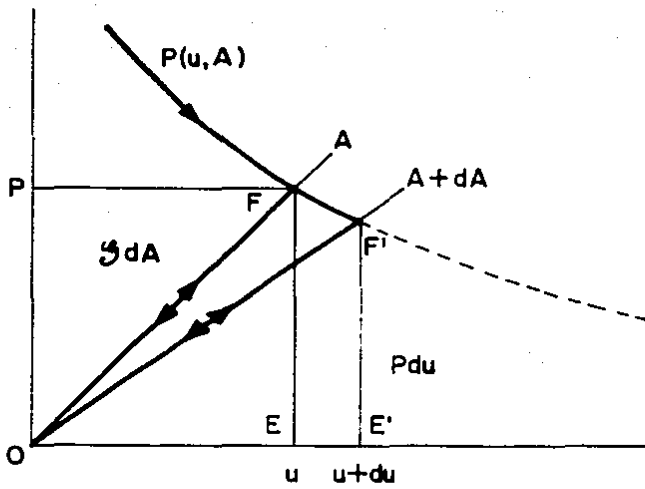
En el caso particular de la elasticidad lineal se tiene:

$$\Phi = -\frac{1}{2} Pu \quad (II-21)$$

como puede deducirse de la ec (II-20) a condición de que  $A$  permanezca constante. Los términos de la ecuación (II-20) están representados en la fig II-4. Las líneas  $OF$  y  $OF'$  expresan carga y descarga para el cuerpo dado con superficies de fractura  $A$  y  $A + dA$ , respectivamente; y la trayectoria  $P(u,A)$  indica una posible relación entre la carga  $P$  y el desplazamiento  $u$ , así como su interacción, mientras la grieta esté en desarrollo. El término  $Pdu$  aparece entonces como el área  $EE'F'F$ , mientras que  $d\Phi$  es la diferencia entre las áreas por debajo de las curvas  $OF'$  y  $OF$ , así se tiene que:

$$d\Phi = \Phi(A + dA) - \Phi(A) = OE'F' - OEF \quad (II-22)$$

A partir de la ec (II-20) se tiene:



(a) TRAYECTORIA DE CARGAS.

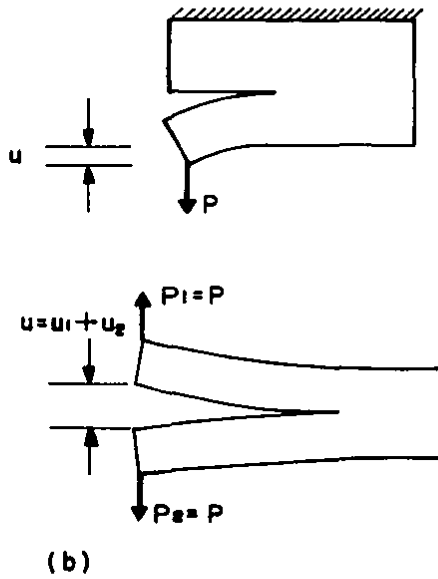
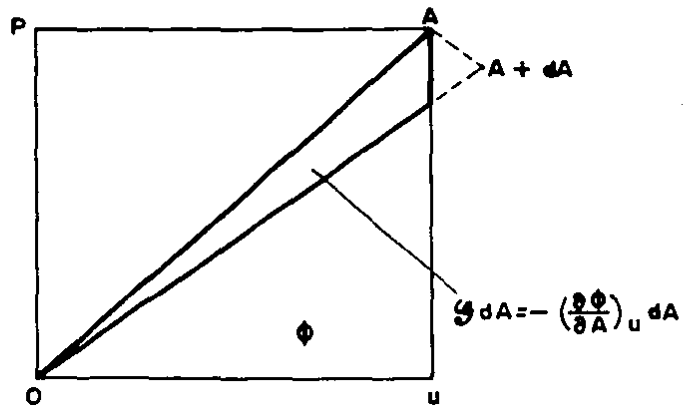
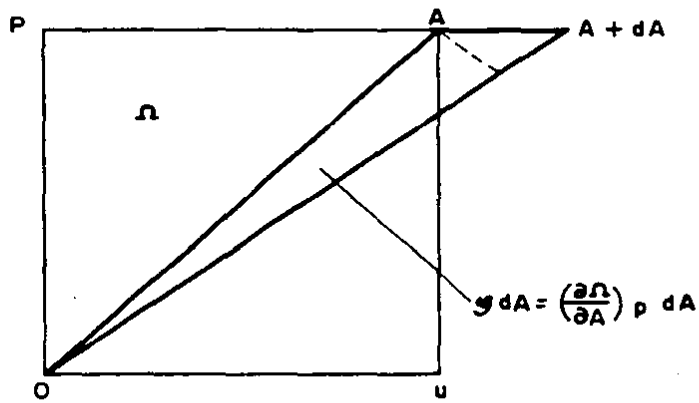


Fig. II-3



(a)



(b)

Fig. II - 4 FUERZA DE PROPAGACION, FORMAS ALTERNATIVAS.

$$\mathcal{G}dA = EE'F'F + OEF - OE'F' = OF'F \quad (\text{II-23})$$

donde  $\mathcal{G}dA$  es igual al área dada entre las curvas de carga para  $A$  y  $A + dA$  y la trayectoria  $P(u, A)$ . Teniendo mediciones de una curva  $P(u, A)$  y conociendo las curvas de carga para la vecindad de la superficie de fractura, es posible seguir el desarrollo de la fuerza de propagación de la grieta a medida de su crecimiento. Esta interpretación gráfica se justifica matemáticamente de dos maneras, como puede verse en la fig II-4. Primero (fig II-4a),  $dA$  se interpreta como la reducción de  $\mathcal{G}$  a medida que se incrementa la superficie de fractura si  $u$  permanece constante; así se tiene:

$$\mathcal{G} = - \left( -\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial A} \right)_u \quad (\text{II-24})$$

como  $u$  permanece constante, el pequeño triángulo de la derecha es despreciable ante incrementos infinitesimales de  $A$ . Segundo (fig II-4b),  $\mathcal{G}dA$  se considera como el incremento de energía complementaria.

$$\Omega = Pu - \mathcal{G} \quad (\text{II-25})$$

en que  $P$  permanece constante mientras crece la grieta. Así tenemos:

$$\mathcal{G} = \left( -\frac{\partial \Omega}{\partial A} \right)_P \quad ; \quad \mathcal{G} = P \left( -\frac{\partial u}{\partial A} \right)_P - \left( -\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial A} \right)_P \quad (\text{II-26})$$

Si para el caso de elasticidad lineal se introduce la igualdad  $\Omega = \mathcal{G}$ , la ecuación (II-26) puede escribirse como :

$$\mathcal{G} = \left( -\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial A} \right)_P \quad ; \quad \mathcal{G} = -\frac{1}{2} P \left( -\frac{\partial u}{\partial A} \right)_P \quad (\text{II-27})$$

Esto muestra que cuando la carga permanece constante durante el crecimiento de la grieta, el trabajo hecho sobre tal cuerpo se divide igualmente entre la fuerza de propagación de la grieta y el cambio de energía de deformación.

Una generalización de las ecs (II-21) y (II-25), para cualquier carga distribuida o algún sistema de cargas concentradas, será:

$$\Omega = \int_S P_i u_i dS + \int_V b_i u_i dV - \mathcal{G} \quad (\text{II-28})$$

$$\Omega = P_k u_k - \mathcal{G} \quad (\text{II-29})$$

considerando  $\Omega = \mathcal{G}$  en el caso de elasticidad lineal.

Deberá satisfacerse que  $b_i = 0$ , para poder aplicar la ecuación (II-24). Esta forma considera los desplazamientos como

controlados, mientras que la ecuación (II-26) supone un ficticio control de carga. Se puede entonces imaginar algún tipo de control mixto, que incluya fuerzas y desplazamientos. El resultado general puede ser expresado en términos de energía potencial  $\Pi$ .

$$\mathcal{G} = - \frac{\partial \Pi}{\partial A} \quad (II-30)$$

$$\Pi = \mathcal{G} - \int_{S_p} p_i u_i dS - \int_V b_i u_i dV \quad (II-31)$$

donde  $S_p$  denota la superficie en que  $P_i$  es controlada. La ecuación (II-28) hace  $\Pi = \mathcal{G}$  en el control supuesto de desplazamientos ( $b_i = 0$  es condición necesaria), mientras que  $\Pi = -\mathcal{G}$  para control de carga. Así podemos hacer el planteamiento general de que la fuerza de propagación de la grieta en un cuerpo elástico, es igual a la velocidad de decremento de la energía potencial durante el desarrollo virtual de la grieta.

En el contexto de la ecuación (II-21) podemos añadir una relación lineal del tipo:

$$u = ZP \quad (II-32)$$

donde  $Z(A)$  es la función de deformación, asumiendo así que está únicamente relacionada con  $A$ . Esto conduce a:

$$\mathcal{G} = -\frac{1}{2} P^2 Z = -\frac{\frac{1}{2} u^2}{Z} \quad (II-33)$$

y de las ecs (II-24) o (II-27) se llega a:

$$\mathcal{G} = -\frac{1}{2} P^2 \frac{dZ}{dA} = -\frac{1}{2} u^2 \frac{d(Z^{-1})}{dA} \quad (II-34)$$