

*Lej*



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

AJUSTE RIGUROSO DE REDES GEODESICAS  
EN LA PROYECCION UTM.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE;  
INGENIERO TOPOGRAFO Y GEODESTA

P R E S E N T A :

MILTON SAMUEL BROWNE LOPEZ

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## CONTENIDO

	Pag.
INDICE.....	6
INDICE DE TABLAS.....	9
INDICE DE FIGURAS.....	11
I. INTRODUCCION.....	13
II. GENERALIDADES.....	16
III. PROYECCIONES CONFORMES.....	34
IV. AJUSTES.....	55
V. CALCULOS Y APLICACIONES EN LA PROYECCION UTM.	67
VI. CONCLUSIONES.....	135
BIBLIOGRAFIA .....	141

## INDICE

	Pag
CAPITULO I.	INTRODUCCION. . . . . 13
CAPITULO II.	GENERALIDADES . . . . . 16
II.1	Introducción.
II.2	Triangulateración. . . . . 18
	-Conexión entre Cadenas de Triangulateración.
II.3	Poligonación. . . . . 25
II.4	Reducción Geométrica de las Observaciones. . . 29
	-Corrección por Factores Meteorológicos.
	-Correcciones Geométricas.
	-Nivelación Trigonométrica.
	-Reducción de las Observaciones al Nivel -
	Medio del Mar.
	-Reducción a la Superficie Curva.
CAPITULO III.	PROYECCIONES CONFORMES. . . . . 34
III.1	Introducción
III.2	Las Proyecciones Conformes y su Aplicación en .
	los Trabajos Geodésicos. . . . . 40
	-La Proyección UTM.
	-Transformación de Coordenadas Geodésicas a
	Planas.
	-Transformación de Coordenadas Planas a Geo-
	désicas.
	-Transformación de Azimutes y Distancias Geo-
	désicas a Planas y Cálculo de los Factores
	T, c, t, (t-T) y m.
	-Propagación de Coordenadas en el Plano.
CAPITULO IV.	AJUSTES . . . . . 55
IV.1	Introducción.
IV.2	El Principio de los Mínimos Cuadrados. . . . . 56
	-La Confiabilidad y el Peso.
IV.3	Método de los Mínimos Cuadrados. . . . . 60
	-Modelos Matemáticos.
	-Linealización de Modelos Matemáticos.
	-El Principio de los Mínimos Cuadrados y el -
	Vector Solución $\hat{X}$ .
IV.4	Calidad de las Observaciones. . . . . 65
IV.5	Evaluación y Ajuste de una Cadena Terrestre. . . 65
CAPITULO V.	CALCULOS Y APLICACIONES EN LA PROYECCION UTM. . 67
V.1	Introducción.
V.2	Cálculos y Ajuste en el Plano de una Poligonal
	Geodésica . . . . . 68
	-Descripción del Levantamiento.

- Reducción de las Observaciones al Elipsoide.
  - Corrección por Factores Meteorológicos.
  - Corrección Geométrica de las Distancias.
  - Reducción de las Observaciones al Plano.
  - Reducción de las Coordenadas Fijas al Plano.
  - Ejemplo de Cálculo de las Coordenadas UTM para el Vértice 391.
  - Cálculo de las Coordenadas UTM usando un Programa de Computadora.
  - Ejemplo de Cálculo de las Coordenadas Planas Aproximadas del Vértice 998.
  - Cálculo de las Coordenadas Planas Aproximadas entre los Vértices 52 y 997.
  - Ajuste de la Poligonal en el Plano por Métodos Topográficos.
  - Elaboración de las Planillas UTM y Geodésica a partir de los Datos Ajustados.
  - Elaboración de la Planilla UTM.
  - Elaboración de la Planilla Geodésica.
- V.3 Cálculos y Ajuste en el Plano de una Triangulación Geodésica. . . . . 100
- Descripción del Levantamiento.
  - Datos del Levantamiento.
  - Distancias Reducidas al Elipsoide.
  - Angulos Horizontales Observados.
  - Reducción de las Observaciones al Plano.
  - Reducción de las Coordenadas Fijas al Plano.
  - Propagación de las Coordenadas Fijas para el Cálculo de las Aproximadas.
  - Ejemplo de Cálculo de las Coordenadas Aproximadas del Vértice Magdalena.
  - Cálculo de las Coordenadas Aproximadas de T<sub>o</sub> do el Levantamiento.
  - Ajuste de la Triangulación en el Plano por el Método de los Mínimos Cuadrados.
  - Cálculo de las Ecuaciones de Observación de Direcciones.
  - Determinación de las Direcciones Calculadas.
  - Ecuaciones de Observación de Direcciones Linealizadas.
  - Cálculo de las Ecuaciones de Observación de Distancias.
  - Elaboración de las Planillas UTM y Geodésica de la Triangulación.

	Pag.
CAPITULO VI. CONCLUSIONES . . . . .	135
VI.1 Conclusiones para la Poligonal. . . . .	135
VI.2 Conclusiones para la Triangulateración. . . . .	135
-Análisis Estadístico del Levantamiento.	
-La Prueba de Hipótesis $J_1^2$ *	

## INDICE DE TABLAS

TABLA	NOMBRE	Pag.
II.1	Especificaciones para medida de distancias en Triangulateración y Poligonales. . . . .	21
II.2	Especificaciones Angulares para Triangulateración y Poligonales. . . . .	23
II.3	Especificaciones de error de cierre angular de figuras de Triangulateración. . . . .	24
II.4	Especificaciones para el Control Azimutal en Triangulateración Geodésica. . . . .	24
II.5	Especificaciones de Control Azimutal en Poligonales. . . . .	27
II.6	Tolerancias de Cierre Angular en Poligonales. . . . .	28
II.7	Cierre en Posición despues del Ajuste Azimutal. . . . .	29
V.1	Datos del Levantamiento (Polig). . . . .	69
V.2	Medidas Angulares (Polig). . . . .	69
V.3	Distancias Crudas, Distancias Zenitales, Temperaturas y Presiones(P). . . . .	71
V.4	Distancias Corregidas Meteorológicamente.(P)..	73
V.5	Elevaciones Parciales.(P). . . . .	75
V.6	Elevaciones Finales.(P). . . . .	76
V.7	Distancias Reducidas al Elipsoide.(P). . . . .	77
V.8	Distancias, Direcciones, y Coordenadas Planas Aproximadas.(P). . . . .	94
V.9	Planilla de Cálculo para el Ajuste de la Poligonal. . . . .	95
V.10	Planilla UTM Poligonal. . . . .	98
V.11	Planilla Geodésica Poligonal. . . . .	99
V.12	Coordenadas Fijas Triangulateración. . . . .	100
V.13	Distancias Corregidas Geométricamente(T). . . . .	102
V.14	Angulos Horizontales (T). . . . .	103
V.15	Direcciones obtenidas a partir de los Angulos Observados (T) . . . . .	105
V.16	Coordenadas Planas UTM (T). . . . .	106

TABLA	NOMBRE	Pag.
V.17	Coordenadas Aproximadas (T) . . . . .	119
V.18	Direcciones a partir del Norte (T) . . . . .	121
V.19	Distancias Planas Calculadas (T) . . . . .	122
V.20	Valores de $\Delta X, \Delta Y, \Delta X/D$ y $\Delta Y/D$ . (T) . . . . .	122
V.21	Ecuaciones de Observación de Direcciones.(T) . . . . .	124
V.22	Ecuaciones de Observación de Distancias (T) . . . . .	126
V.23	Coordenadas UTM Ajustadas(T) . . . . .	132
V.24	Planilla UTM Triangulateración . . . . .	133
V.25	Planilla Geodésica Triangulateración . . . . .	134
VI.1	Valores $x''$ , $x''^2$ y $y$ . (T) . . . . .	136
VI.2	Frecuencias de las Distancias. (T) . . . . .	137
VI.3	Frecuencias de las Direcciones (T) . . . . .	138



## INDICE DE FIGURAS

FIGURA	NOMBRE	Pag.
II.1	Orden de las Poligonales. . . . .	28
II.2	Refracción de la Luz. . . . .	30
II.3	Cuerda Espacial, al Nivel del Mar y al Elipsoide. . . . .	32
II.4	Cuerda Reducida al Elipsoide. . . . .	33
III.1	Proyección Estereográfica. . . . .	35
III.2	Proyección Cónica . . . . .	36
III.3	Proyección de Mercator. . . . .	37
III.4	Proyección Transversa de Mercator.. . . .	39
III.5	Distorsiones para la Proyección Gauss-Kruger y la Proyección UTM.. . . .	41
III.6	Elementos de la Proyección UTM. . . . .	42
III.7	Convergencia Plana. . . . .	46
III.8	Direcciones Planas y Direcciones Geodésicas Projectadas. . . . .	48
III.9	Relación que existe entre los Valores Planos y los del Elipsoide. . . . .	52
III.10	Diagrama de Flujo para el Cálculo de Coordenadas Propagadas, partiendo de una Coordenada Fija y un Azimut. . . . .	53
III.11	Diagrama de Flujo para el Cálculo de Coordenadas Propagadas, partiendo de dos Coordenadas Fijas. . . . .	54
IV.1	Curva de Probabilidad de Gauss. . . . .	56
IV.2	Modelo de Distancias. . . . .	61
IV.3	Modelo de Azimutes, Angulos y Direc- ciones. . . . .	61
V.1	Polygonal Geodésica. . . . .	70
V.2	Cuerda Espacial, al nivel del Mar y al Elipsoide. . . . .	72
V.3	Cálculo de las Coordenadas Aproximadas de 998. . . . .	83
V.4	Diagrama de Flujo para Calcular las Coordenadas Aproximadas de 998. . . . .	84

FIGURA	NOMBRE	Pag.
V.5	Croquis de la Triangulateración. . . . .	101
V.6	Direcciones Utilizadas en el Cálculo . . . .	104
V.7	Cálculo de las Coordenadas Aproximadas del Vértice Magdalena. . . . .	107
V.8	Diagrama de Flujo para el Cálculo de las Coordenadas Aproximadas de Magdalena . . . .	108
V.9	Trayecto seguido para el Cálculo de las Coordenadas Aproximadas de la Triangu- lateración y origen y sentido de las Direcciones usadas en el Cálculo . . . .	114
VI.1	Curva de Probabilidad $Y = 0.56e^{-x^2}$ . . . . .	136
VI.2	Histograma de Barras, Polígono de Fre- cuencias, y Curva de Probabilidad $Y = 0.56e^{-x^2}$ (Distancias) . . . . .	137
VI.3	Histograma de Barras, Polígono de Fre- cuencias y Curva de Probabilidad $Y = 0.56e^{-x^2}$ (Direcciones). . . . .	138

## CAPITULO I

### INTRODUCCION

En nuestros días, la geodesia ha tomado un papel muy relevante en el desarrollo de los países. La información proporcionada por esta ciencia, sirve de apoyo a los trabajos cartográficos, además de ser útil para la toma de decisiones en los distintos niveles de gobierno.

El conjunto de levantamientos geodésicos, forma una red o armazón, la cual se debe uniformizar, tomando en cuenta que existen diversos tipos de instrumentos y métodos de levantamiento.

Una forma de uniformizar los valores de las coordenadas de los levantamientos, es aplicando métodos de ajuste adecuados a cada levantamiento en particular y que satisfagan los requerimientos de precisión buscada, y aceptada por organismos oficiales.

Un ajuste riguroso (como los que se aplican en esta Tesis), es aquel en el que se involucran todos los lados y direcciones del levantamiento, para formar las ecuaciones de observación utilizadas en el ajuste.

En esta Tesis se presentan dos ejemplos de ajuste riguroso en el plano.

Un ajuste en el plano, consiste en reducir todos los valores geodésicos conocidos (coordenadas fijas, distancias y direcciones ó ángulos), al plano (una proyección cartográfica), y trabajar con estos valores en forma topográfica, formando las ecuaciones de observación con las que se realiza el ajuste, posteriormente, los valores ajustados se transforman al elipsoide.

Uno de los objetivos para realizar el ajuste en el plano, es el de simplificar los cálculos, ya que los cálculos realizados en el elipsoide, involucran fórmulas más complicadas, que las utilizadas en el plano.

Otro objetivo, es presentar un método de ajuste prácticamente nuevo en México, pero que se ha utilizado con muy buenos resultados en otros países, especialmente en Canadá en redes de 2<sup>o</sup> y 3<sup>er</sup> orden.

A este método también se le conoce como de "Variación de Coordenadas", (Home F. Rainsford, 1957), ya que se determinan coordenadas aproximadas a partir de las coordenadas fijas, realizándose posteriormente el ajuste paramétrico usando las coordenadas aproximadas y las fijas a la vez.

La Tesis está organizada en tres partes.

- 1.- Teoría;           Caps. II, III y IV.
- 2.- Cálculos;        Cap. V.
- 3.- Conclusiones    Cap. VI.

En el Cap. II (Generalidades), se comentan algunos aspectos relacionados con el levantamiento de poligonales y triangulateraciones, coordenadas geográficas, errores y correcciones a las distancias, todo en forma general y enfocándolo al levantamiento de una poligonal y una triangulateración geodésicas, además se presentan las Normas Técnicas para Levantamientos Geodésicos editadas por la SPP (Diario Oficial, - 1985).

En el Cap. III (Proyecciones Conformes), se hace un estudio general de las proyecciones conformes, y posteriormente se hace un estudio más detallado de la Proyección UTM, que es la utilizada para el ajuste en el plano, también se presentan las fórmulas y la secuencia a seguir para la propagación de coordenadas en el plano, que nos sirve para el cálculo de las coordenadas aproximadas.

En el Cap. IV (Ajustes), se estudia el método de los mínimos cuadrados y su aplicación en levantamientos geodésicos, para que las coordenadas de los levantamientos puedan utilizarse en forma práctica y confiable, para otros levantamientos, trabajos de desarrollo urbano, comunicaciones etc.

En el Cap. V (Cálculos y Aplicaciones en la Proyección UTM), se hace una aplicación práctica de lo visto en los temas anteriores, desde el tratamiento a los valores crudos de la poligonal, hasta el ajuste en el plano de la poligonal y una triangulateración geodésica y la obtención final de una planilla geodésica para cada levantamiento.

Los datos utilizados para el cálculo de la poligonal geodésica, me fueron facilitados por el Ing. Raymundo Arvizu Diaz, y los datos para el cálculo de la triangulateración geodésica, me fueron facilitados por el Ing. Victor Magaña, otros comentarios al respecto se hacen en el Capítulo V.

## CAPITULO II

### GENERALIDADES

#### II.1 INTRODUCCION

En este tema se hacen comentarios acerca de las redes que se van a calcular en el plano y algunos conceptos relativos a la geodesia en general. Estos comentarios resultan interesantes ya que sin el levantamiento geodésico, no existe un motivo para realizar el ajuste, además, un buen levantamiento, permite la realización de un buen ajuste.

La palabra geodesia, significa división de la Tierra y es la ciencia que aporta las bases teóricas y matemáticas para poder fijar puntos en la superficie de la Tierra, además considera la curvatura de la Tierra permitiendo conocer en forma mas exacta las magnitudes medidas.

Por medio de la geodesia, se forman redes muy grandes que forman un armazón o estructura geométrica en la superficie de la Tierra, que sirven de apoyo a los levantamientos topográficos.

Los puntos que se fijan en la superficie de la Tierra, se les conoce como "puntos de control geodésico", y pueden ser de primero, segundo o tercer orden. Estos puntos se fijan por determinaciones de la latitud y longitud y a su vez, se propagan por medio de triangulaciones trilateraciones, triangulateraciones o poligonales geodésicas tambien de primero, segundo o tercer orden.

Todos los trabajos topográficos o geodésicos en los que se hacen mediciones para fijar puntos en la superficie de la Tierra, siempre estarán sujetos a algún tipo de error, esto implica la necesidad de ajustar, compensando adecuadamente los errores.

La medida de cualquier cantidad sólo se podrá hacer con un cierto grado de precisión la cual dependerá de:

- Los instrumentos utilizados.
- Las condiciones ambientales.
- El observador.

No importa que tan buenos sean los instrumentos, las condiciones ambientales y que tan cuidadoso sea el observador, siempre habrá pequeñas discrepancias en las cantidades medidas.

Un método que nos permita manejar estas discrepancias, obtener el valor mas probable (el mas cercano al verdadero) y un indicador de la confiabilidad, nos permitirá hacer el ajuste adecuado.

En el latín la palabra error implica el realizar una acción desacer tada, en topografía o geodesia, errar implica no acertar a lo que es el valor verdadero al hacer mediciones.

El alejamiento del valor verdadero puede ser grande o pequeño, por lo cual los errores se pueden clasificar de la siguiente manera.

- a)Equivocaciones.
- b)Errores constantes
- c)Errores sistemáticos
- d)Errores accidentales

#### a)Equivocaciones

Surgen por descuido al medir, son valores muy alejados del verdadero, y se pueden detectar haciendo mediciones repetitivas.

Los valores provenientes de una equivocación deben ser desechados.

#### b)Errores constantes

Son siempre de una misma magnitud y de un mismo signo en un trabajo particular.

#### c)Errores sistemáticos

Siguen una ley fija pero desconocida, que depende de circunstancias locales, por ejemplo, no hacer correcciones por temperatura, no re-

ducir distancias inclinadas, etc.

#### d) Errores accidentales

Son errores pequeños y aleatorios que quedan después de haber eliminado los errores constantes y los sistemáticos. Son aleatorios porque surgen de la imperfección de los instrumentos, la falibilidad del observador y los cambios ambientales, afectando las medidas y observaciones angulares en un grado mayor o menor.

En este Cap. se comentan aspectos generales relacionados con el levantamiento de poligonales y triangulaciones.

## II.2. TRIANGULACION

Se le dá el nombre de triangulación, al método de levantamiento horizontal que combina los métodos de triangulación y trilateración al mismo tiempo.

La triangulación es el método clásico y universalmente conocido para el desarrollo de levantamientos horizontales, en este método se determinan las longitudes de los lados de un sistema de triángulos interconectados, con base a la medida de algunos lados y todos los ángulos.

La trilateración en cambio, consiste en determinar un conjunto de figuras conformadas por triángulos interconectados, con base a la medida de todas las distancias y algunos ángulos.

Este sistema se ha desarrollado últimamente debido al gran avance que ha habido en el desarrollo de los sistemas electrónicos de medición.

En ambos métodos el propósito es determinar las coordenadas de los triángulos.

En la triangulación, se miden en forma directa todos los ángulos y todas las distancias, esto permite mayor elasticidad en el diseño, mejorándose la rigidez, obteniéndose resultados satisfactorios con mayor exactitud al mismo costo ó, una mayor velocidad de avance con la



precisión dentro de las normas.

Básicamente el trabajo de campo consiste en lo siguiente tanto para la triangulateración como para la poligonación.

- 1.-Reconocimiento
- 2.-Señalamiento
- 3.-Medición de distancias
- 4.-Medida de ángulos verticales
- 5.-Medida de ángulos horizontales
- 6.-Medida de azimutes de uno o varios lados.

#### 1.-Reconocimiento

Para fijar la distancia entre vértices se deberá tomar en cuenta la finalidad del trabajo.

Antes de realizar el reconocimiento, se dibuja un diseño del proyecto en un mapa o carta de la región indicándose los vértices, ángulos y distancias aproximadas. En los casos en que se pueda sobrevolar la zona, será más fácil localizar los vértices.

En el campo es necesario verificar la visibilidad entre vértices, de preferencia, utilizando un teodolito.

En los vértices se construye un monumento, el cual debe colocarse de tal forma que se pueda colocar el instrumento.

Los ángulos dibujados a escala en la carta, sirven para calcular la rigidez, por medio de la cual se puede ver si es necesario aceptar o modificar la red.

También es necesario tomar en cuenta la intervisibilidad, ya que por el efecto de curvatura puede ser necesario calcular la altura de las señales.

#### 2.-Señalamiento

El señalamiento se realiza por medio de banderas, heliотropos ó lámparas eléctricas.

El heliотropo sirve para reflejar la luz solar a la estación de observación.

Las lámparas eléctricas se usan en la noche y tienen ciertas ventajas sobre los heliotropos.

### 3.-Medida de distancias

Las distancias se determinan por medio de distanciómetros electrónicos que utilicen radiación electromagnética, microondas, del tipo electro-óptico o rayos infrarrojos. La utilización de cintas o alambres invar no se recomienda por razones de costo y tiempo, restringiéndose su uso a medidas de calibración o medidas menores a 250m.

El instrumento seleccionado debe ser acorde a las precisiones requeridas según el orden del levantamiento.

En el caso de los levantamientos contemplados en esta Tesis, ambos fueron levantados con Electrototape DM-20 que trabaja con una fuente emisora de microondas y cada unidad puede realizar las funciones de receptor o interrogador.

La precisión de los distanciómetros debe estar comprendida dentro de un rango de 0.5cm a 2.0cm en la parte constante de error y de 2 a 5 partes por millón de la distancia medida.

Los instrumentos se deben de calibrar por lo menos cada seis meses o cuando se sospeche de algún cambio en el instrumento. La calibración se realiza, en una distancia conocida con la mayor exactitud.

Cualquier medida que se realice desde un punto, deberá necesariamente ser vinculada a una medida en sentido contrario; esto se facilita en instrumentos de función intercambiable.

Si se usan instrumentos electroópticos o infrarrojos, las distancias deberán de ser medidas el número de veces que sea necesario hasta obtener la precisión requerida.

A la par que se realiza la medida de distancias, se deben de hacer determinaciones de las condiciones ambientales, en cada extremo, al principio y al final de la medida, a la sombra y al mismo nivel del

del instrumento para lo cual es necesario medir la temperatura seca, la humedad relativa y la presión atmosférica, con termómetros, psicrómetros y barómetros, precisos y calibrados, con el propósito de aplicar las correcciones requeridas por factores meteorológicos.

En la determinación de distancias también se debe tomar en cuenta el orden del trabajo; para el primer orden, se hacen dos grupos de medidas con una diferencia mínima de cuatro horas entre grupo y grupo, es lo mismo para el segundo orden; para el tercer orden se hará un sólo grupo. Un grupo consiste en dos medidas independientes observadas en sentidos contrarios.

Tabla II.1 Especificaciones para medida de distancias en Triangulación y Poligonales

Orden	Error Medio Cuadrático del Promedio
Primero	1:600000
Segundo Clase I	1:300000
Segundo Clase II	1:120000
Tercero Clase I	1:60000
Tercero Clase II	1:30000

#### 4.-Medida de ángulos verticales.

La finalidad de medir los ángulos verticales, es poder calcular las elevaciones de los vértices partiendo de una elevación conocida y posteriormente reducir las distancias al Nivel Medio del Mar. El método con el que se calculan las elevaciones se le conoce como "Nivelación Trigonométrica". Los ángulos verticales o las distancias zenitales, se pueden medir desde una estación o desde dos estaciones en forma recíproca. La medida de distancias zenitales en forma recíproca tiene ciertas ventajas sobre el primer método y esto se debe a que la refracción es la misma en cada estación y esto será más probable si las medidas se hacen al mismo tiempo en un día tranqui-

lo, además se han visto mejores resultados con este método que con el de una sola estación.

En cada estación se colocan las señales adecuadas midiéndose la altura de la señal y del aparato. En base a esto, la corrección a las elevaciones será:

$$c = \frac{(i-s)_{\text{inicial}} - (i-s)_{\text{final}}}{2}$$

i= instrumento

s= señal

Se divide entre dos debido a que se hace un promedio de las distancias zenitales al calcular las elevaciones.

#### 5.-Medida de ángulos horizontales.

Para la medida de ángulos horizontales se pueden seguir los siguientes métodos:

- a) Direcciones (Bessel).
- b) Ángulos Independientes.
- c) Scribeber.
- d) Horizonte.

a) El método de direcciones de Bessel consiste en medir valores angulares de todos los lados que concurren al vértice en el que se hacen observaciones, tomando uno de ellos como origen.

La medida se debe de hacer por medio de series en posición directa e inversa cambiando el origen al iniciar una nueva serie. El número de series depende del orden del trabajo.

b) El método de ángulos independientes consiste en medir todos los ángulos que puedan formarse con las n estaciones visibles, midiendo separadamente cada ángulo en las dos posiciones del instrumento.

c) El método de Scribeber consiste en medir todos los ángulos que puedan formarse con las n estaciones visibles, por ejemplo:

Para 5 estaciones visibles, se forman 10 ángulos.

- d) El método de vuelta de Horizonte, consiste en hacer un giro de  $360^{\circ}$  a partir de un lado base mientras se van determinando los valores angulares que concurren a un sólo vértice. Luego se dá vuelta de campana y se realiza la misma operación en posición inversa hasta llegar al origen.

En la medida de ángulos y direcciones es necesario tomar en cuenta los errores de torsión, fase y refracción.

Tabla II.2 Especificaciones angulares para Triangulateración y Poligonales

Orden	Tipo de Instrumento	N <sup>o</sup> de Posiciones	Limite de Rechazo
Primero	0.2"	16	$\pm 4''$
Segundo	0.2"	8	$\pm 4''$
Clase I	1.0"	12	$\pm 5''$
Segundo	0.2"	6	$\pm 4''$
Clase II	1.0"	8	$\pm 4''$
Tercero			
Clase I	1.0"	4	$\pm 5''$
Tercero			
Clase II	1.0"	2	$\pm 5''$

-Error de cierre angular.

Los errores de cierre angular se pueden calcular aplicando el exceso esférico mas  $180^{\circ}$  menos la suma de los ángulos observados.

$$E_e = \frac{A}{R^2}$$

A = area del triángulo plano.

R = radio terrestre del sitio considerado.

Tabla II.3 Especificaciones de error de cierre angular de figuras de Triangulateración

Orden	1 <sup>o</sup>	2 <sup>o</sup> C I	2 <sup>o</sup> C II	3 <sup>o</sup> C I	3 <sup>o</sup> C II
Error de cierre de un Triángulo.	$\pm 1.5''$	$\pm 1.5''$	$\pm 3.0''$	$\pm 5''$	$\pm 10''$
Error de cierre promedio de los Triángulos.	$\pm 1.0''$	$\pm 1.0''$	$\pm 1.5''$	$\pm 3''$	$\pm 5''$
Error de cierre de un Cuadrilátero	$\pm 1.5''$	$\pm 1.5''$	$\pm 3.0''$	$\pm 5''$	$\pm 10''$
Error de cierre promedio de los Cuadriláteros.	$\pm 1.0''$	$\pm 1.0''$	$\pm 1.5''$	$\pm 3''$	$\pm 5''$

#### 6.-Medida de azimutes.

La determinación del azimut se logra por medio de la aplicación de métodos astronómicos, haciendo observaciones a las estrellas. Uno de los métodos mas comunes es observando la estrella polar.

La determinación del azimut para trabajos geodésicos debe hacerse exclusivamente con las estrellas y no con el sol.

Tabla II.4 Especificaciones para el control azimutal en Triangulateración Geodésica .

Orden	1 <sup>o</sup>	2 <sup>o</sup> C I	2 <sup>o</sup> C II	3 <sup>o</sup> C I	3 <sup>o</sup> C II
Espaciamiento entre figuras.	12	6 a 8	6 a 10	10 a 12	12 a 15
Número de posiciones por serie.	16	16	16	8	4
Número de noches de observación.	2	2	1	1	1
Error medio cuadrático del promedio.	0.45	0.45	0.45	0.75	3.0

### II 2.1 Conexión entre Cadenas de Triangulateración.

El espaciamiento entre cadenas de Triangulateración de primer orden, no debe de exceder de 100Km y la distancia entre vértices principales vecinos, no deberá ser menor que 10Km ó 3Km en levantamientos urbanos.

El espaciamiento entre cadenas de orden menor, queda gobernado por el de los levantamientos en los cuales se apoyan.

La conexión de la Triangulateración a levantamientos previos, será satisfactoria, cuando la verificación de distancias tenga una discrepancia cuya magnitud esté dentro del mismo orden de exactitud, que corresponde a la nueva triangulateración y cuando las discrepancias angulares no sean mayores que 3" en triangulateraciones de primero y segundo orden clase I; 5" para segundo orden clase II y tercer orden clase I y 10" para triangulateraciones de tercer orden clase II.

### II.3. POLIGONACION

La poligonación es el método de levantamiento horizontal, que consiste en una serie de líneas conectadas en sus extremos en forma sucesiva, formandose una línea quebrada donde se miden todas las distancias y se observan todos los ángulos, con el propósito de determinar las coordenadas de los vértices.

Este método ofrece como ventajas, mayor flexibilidad, cubrimiento relativamente rápido y economía, pero su rigidez relativa es menor que la de levantamientos formados por figuras.

Este método se ha popularizado debido al progreso en la construcción de instrumentos electrónicos para la medición de distancias, cuya precision ha hecho posible reemplazar las triangulaciones de orden menor, por poligonales, conservandose la precisión y reduciendose los costos.

La poligonación tiene mucho que hablar en su favor, pero igualmente existen argumentos que le son contrarios, lo correcto será aplicar sus propiedades positivas.

El sistema poligonal sin apoyo en la triangulación, trilateración o triangulateración, no es muy útil aunque su precisión sea muy grande, siendo mas adecuado para levantamientos de una extensión limitada en estas condiciones. (Horvat, 1973).

Entre sus ventajas se puede mencionar, que la poligonación se adapta mejor que los sistemas de figura, a toda la variedad que caracteriza un terreno, esto es válido especialmente en terrenos llanos y cultivados donde la utilización de sistemas de figura es de difícil realización y muy costosa.

Las poligonales son mas adecuadas para ubicar puntos en donde se les necesita mientras que los sistemas de figura están sometidos a muchas condiciones contrarias a tal ubicación.

La triangulación de orden menor, resulta un proceso demasiado complicado y costoso si es que existe la posibilidad de remplazarla por poligonales de precisión adecuada.

De lo previamente comentado se puede resumir lo siguiente:

- 1.-Sin los levantamientos de figura (triangulateración, triangulación y trilateración), será imposible formar un sistema de apoyo en si suficientemente homogéneo.
- 2.-La poligonación como densificación del sistema fundamental de apoyo, es una parte integral del levantamiento general de un país.
- 3.-La estructura del sistema poligonal, necesita que se intercale con un sistema conocido de suficiente precisión.

Existen casos en los que la poligonación es la única solución posible, por ejemplo, cuando no hay un sistema de figura, o existen escasos puntos de las cadenas fundamentales y no convenientemente ubicados para un fin determinado. En estos casos conviene levantar las poligonales con una precisión conveniente para que su vinculación al sistema fundamental se haga sin grandes y costosos trabajos suplementarios.

Las poligonales pueden estar formadas por polígonos relativamente



regulares (polígonos cerrados), o líneas poligonales sensiblemente rectas con lados de longitud uniforme (poligonales abiertas). Si las poligonales abiertas son muy extensas (más de 400km) entre puntos de coordenadas conocidas, los ángulos de deflexión en los vértices deberán ser menores o iguales a  $20^{\circ}$ . Si las poligonales no son muy extensas, las deflexiones podrán ser mayores.

Si es necesario dar cambios bruscos en la dirección de poligonales abiertas, se harán observaciones de azimut donde ocurran dichos cambios.

Las especificaciones para la observación de ángulos horizontales, están dadas por la tabla II.2. de la página 23, y las especificaciones para la medida de distancias, están dadas por la tabla II.1.

Tabla II.5 Especificaciones de Control Azimutal

Orden	1 <sup>o</sup>	2 <sup>o</sup> C I	2 <sup>o</sup> C II	3 <sup>o</sup> C I	3 <sup>o</sup> C II
Número de lados entre secciones Azimutales.	5 a 6	10 a 12	15 a 20	20 a 25	30 a 40
Número de posiciones por serie.	16	16	12	8	4
Número de noches de observación.	2	2	1	1	1
Error medio cuadrático del promedio.	0.45"	0.45"	1.5"	3.0"	8.0"

El espaciamiento entre poligonales de primer orden no debe ser mayor a los 100km con lados entre 10km y 15km, en zonas urbanas, la distancia mínima de los lados no debe ser menor a los 3km.

En poligonales de 2<sup>o</sup> orden Clase I los lados no deben ser menores que 4km y en zonas urbanas no deben ser menores a 300m. Para poligonales de 2<sup>o</sup> orden Clase II, los lados no deben de ser menores a 2km y en zonas urbanas no deben ser menores a 200m. Para el tercer orden, los lados se definirán de acuerdo al proyecto, no debiendo ser menores a 100m en zonas urbanas.

El orden del trabajo también quedará afectado por el orden de los puntos de conexión. Esto se muestra gráficamente en la siguiente figura.

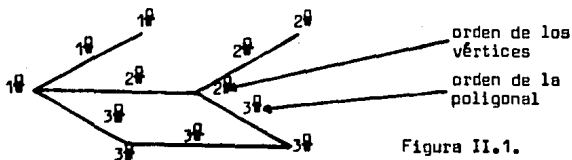


Figura II.1.

Para las conexiones, se debe verificar, que las discrepancias en la magnitud medida, correspondan al orden de la distancia fija.

Las discrepancias angulares en las conexiones, no deben ser mayores a 4" en poligonales de primero y segundo orden Clase I; 5" para el segundo orden Clase II y el tercer orden Clase I y 10" para el tercer orden clase II

Tabla II.6 Tolerancias de Cierre Angular

Orden	Normal	Áreas Urbanas
1º	1.0 por est. 6 2" $\sqrt{N}$	1.0 por est. 6 2" $\sqrt{N}$
2º C I	1.5 " 3" $\sqrt{N}$	2.0 " 3" $\sqrt{N}$
2º C II	2.0 " 6" $\sqrt{N}$	4.0 " 8" $\sqrt{N}$
3º C I	3.0 " 10" $\sqrt{N}$	6.0 " 15" $\sqrt{N}$
3º C II	8.0 " 30" $\sqrt{N}$	8.0 " 30" $\sqrt{N}$

Cierre en Posición despues del ajuste  
Azimutal

Orden	Tolerancia de cierre en metros
1 <sup>a</sup>	0.04 $\sqrt{K}$
2 <sup>a</sup> C I	0.08 $\sqrt{K}$
2 <sup>a</sup> C II	0.20 $\sqrt{K}$
3 <sup>a</sup> C I	0.40 $\sqrt{K}$
3 <sup>a</sup> C II	0.80 $\sqrt{K}$

Los valores invariables para realizar el ajuste son:

- Un Azimut
- Coordenadas del punto inicial
- Coordenadas del punto final

#### II.4.REDUCCION GEOMETRICA DE LAS OBSERVACIONES

En geodesia o topografía, no es posible utilizar los datos observados crudos, directamente en los cálculos, sino que hay que hacer las siguientes correcciones:

- Por factores Meteorológicos
- Geométricas

##### II.4.1 Corrección por Factores Meteorológicos.

El principio de la medición de distancias con aparatos electrónicos, está basado en la medición del tiempo de propagación de la luz, ondas electromagnéticas o microondas, en forma casi exacta. En el caso del Electrotape, se mide la velocidad de propagación de ondas electromagnéticas que parten de un instrumento interrogador, son reflejadas en el instrumento remoto, y vuelven a regresar al interrogador.

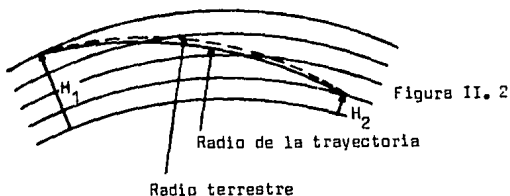
La velocidad de propagación de las ondas luminosas en la atmosfera, depende del índice de refracción del aire, pero éste no es constante sino que depende del estado de la atmósfera y de la longitud de la

onda portadora emitida.

Cada aparato (DME) medición electrónica de distancias, utiliza su propio índice de refracción ( $n$ ) el cual se basa en la longitud de onda portadora así como en una atmósfera de referencia, por lo tanto la distancia indicada será sólo correcta, cuando durante la medición el estado momentáneo de la atmósfera corresponda al de la atmósfera de referencia.

Las desviaciones de la atmósfera de referencia producen errores en la distancia y su corrección se le llama primera corrección de velocidad.

El índice de refracción varía linealmente con la altura en las capas inferiores de la atmósfera.



El índice de refracción promedio proporciona un valor correcto para un radio terrestre  $R$ , pero no para el radio  $r$  que sigue la trayectoria real de los rayos. La substitución del índice medio para una corrección independiente, se llama, segunda corrección de velocidad.

Una fórmula para calcular esta corrección es la sig: (Apuntes Univ.).

$$N_B = 1 + \left( \frac{103.46}{r} P + \frac{490814.24}{r^2} E \right) 10^{-6}$$

$$\text{Distancia corregida} = \frac{NP}{N_B}$$

$$NP = 1.00032$$

$$E = E' + \text{de}$$

$$E' = 4.58 \times 10^3$$

$$a = \frac{7.5 t'}{237.3 + t'}$$

$$de = -0.00066(1 + 0.0015t') P(t-t')$$

$t'$  = temperatura humeda

$t$  = temperatura seca

## II.4.2 Correcciones Geométricas

### II.4.2.1 Nivelación Trigonométrica

Para poder reducir geométicamente las distancias, es necesario conocer la elevación de los vértices, las elevaciones se pueden determinar partiendo de un punto de elevación conocida y realizando un nivelación trigonométrica.

La formula general utilizada es la siguiente (Ingram, 1911).

$$\Delta h_1 = h_1 - h_2 = K \tan 1/2 (Z_2 - Z_1) \left( 1 + \frac{h_1 + h_2}{2R} + \frac{K^2}{12R^2} \right)$$

$\Delta h_1$  = Desnivel entre  $h_1$  y  $h_2$ .

$h_1$  = Punto de elevación conocida.

$h_2$  = Punto cuya elevación se va a calcular.

$K$  = Distancia reducida al Nivel Medio del Mar.

$D$  = Distancia inclinada.

$Z_1$  = Distancia zenital en 1.

$Z_2$  = Distancia zenital en 2.

$R$  = Radio terrestre.

Como no se conoce  $h_2$  se puede calcular  $\Delta h_0 \cong h_2 - h_1$ ; el término  $h_1 + h_2$  se deja en función de  $\Delta h_0$  y de  $h_1$ .

$$\frac{h_1 + h_2}{2R} = \frac{h_1 + h_1 + h_2 - h_1}{2R} = \frac{2h_1 + h_2 - h_1}{2R} = \frac{h_1}{R} + \frac{\Delta h_0}{2R}$$

Haciendo a  $K=0$  y sustituyendo en la fórmula original queda:

$$\Delta h_1 = D \tan \frac{1}{2} (Z_2 - Z_1) \left( 1 + \frac{h_1}{R} + \frac{\Delta h_0}{2R} + \frac{D^2}{12R^2} \right)$$

Desarrollando la fórmula en forma iterativa, queda de la siguiente manera:

$$(A) = D \tan\left(\frac{Z_2 - Z_1}{2}\right)$$

$$(B) = 1 + \frac{h_1}{R} + \left(\frac{D}{R}\right)^2 \cdot 1/12$$

$$(C) = \Delta h_0 = (A) \times (B)$$

$$(D) = \frac{\Delta h_0}{2R} + (B)$$

$$(E) = \Delta h_1 = (D) \times (A)$$

$$h_2 = (E) + h_1$$

#### II.4.2.2. Reducción de las observaciones al Nivel Medio del Mar

Fórmula para la reducción directa al nivel medio del mar. (Scherrer, 1982).

$$D_0 = \sqrt{\frac{D_3^2 - (\Delta H)^2}{\left(1 + \frac{H_A}{R}\right)\left(1 + \frac{H_B}{R}\right)}}$$

$D_0$  = Cuerda al nivel del mar.

$D_3$  = Cuerda espacial.

$H_A$  = Altura del punto A.

$H_B$  = Altura del punto B.

$H$  = Diferencia de alturas  $H_A - H_B$ .

$R$  = Radio terrestre.

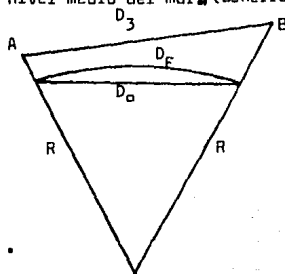


Figura II.3

#### II.4.2.3. Reducción a la Superficie Curva

La fórmula utilizada es la siguiente: (Scherrer, 1982).

$$D_E = D_o \left( 1 + \frac{D_o^2}{24R^2} \right)$$

$D_E$  = Distancia reducida a la superficie de la tierra.

$D_o$  = Cuerda al nivel del mar.

$R$  = Radio terrestre.

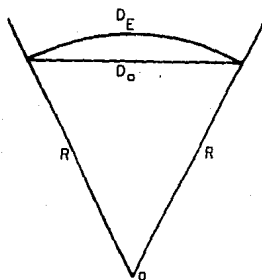


Figura II.4

## CAPITULO III

### PROYECCIONES CONFORMES

#### III.1 INTRODUCCION

En cartografía las proyecciones se utilizan para representar puntos de la superficie terrestre, en mapas y planos, y entre las muchas proyecciones que existen, las proyecciones conformes destacan por sus características particulares.

Una proyección conforme, se caracteriza principalmente porque conserva su forma verdadera por lo menos en pequeñas extensiones. A esta característica se le conoce como ortomorfismo (orto-correcto, morfoco-forme).

El que la forma se conserve es bueno, ya que se facilita la identificación de los elementos representados.

Para que haya ortomorfismo, es necesario que la escala sea la misma en todas direcciones alrededor de un punto cualquiera y los meridianos y paralelos se corten en ángulo recto.

Existe un grupo de proyecciones conformes con diversas características y cualidades, las mas importantes son las siguientes:

- 1.- Proyección Estereográfica.
  - 2.- Proyección Cónica Conforme de Lambert, con 1 y 2 paralelos tipo.
  - 3.- Proyección de Mercator.
  - 4.- Proyección Transversa de Mercator.
- 1.- Proyección Estereográfica.

Pertenece al grupo de las proyecciones perspectivas. En esta proyección, el punto de vista está colocado en la superficie de la Tierra, y se emplea como plano de proyección, el plano diametral-perpendicular al diámetro que pasa por el punto de vista.



## Proyección Estereográfica



Figura III.1

Sus propiedades más importantes son las siguientes:

- 1) Se conservan los ángulos.
- 2) La proyección de un círculo cualquiera de la esfera, es un círculo.

De la primera propiedad, se puede comentar, que una figura pequeña cualquiera trazada en la superficie de la esfera, tiene por proyección estereográfica, una figura semejante, ya que siendo los ángulos muy pequeños, pueden ser reemplazados por arcos de círculo máximo y si la figura se descompone en triángulos, estos quedarán proyectados según triángulos semejantes.

En la proyección, los meridianos quedan representados por rectas (radios), que parten del centro y los paralelos quedan representados por círculos concéntricos.

Si el plano de proyección es el ecuador, la proyección estereográfica se llamará "Proyección Estereográfica Polar", si este plano es el meridiano, se llamará, "Proyección Estereográfica Meridiana o Transversal" y para cualquier otra posición del plano de proyección, se tendrá la "Proyección Estereográfica Oblicua".

En las proyecciones estereográficas, se altera notablemente la relación entre las superficies de las regiones centrales respecto a las mas alejadas del centro.

## 2.- Proyección Cónica conforme de Lambert, con un paralelo tipo.

Esta proyección se obtiene al colocar un cono tangente a la Tierra y la línea de tangencia con la Tierra se le conoce como paralelo-tipo, ya que la escala no varía a lo largo de este paralelo.

Todas las cónicas satisfacen la condición de ortomorfismo ya que en esta condición se establece que exista igualdad entre pequeñas extensiones de la Tierra y sus representaciones en el mapa.

Esta semejanza se logra haciendo que los meridianos y paralelos se corten en ángulos rectos y que los factores de escala en dos direcciones cualesquiera trazadas desde un punto sean iguales.

Esta condición la satisfacen ya que los paralelos están representados por arcos de círculo concéntricos y los meridianos por líneas rectas concurrentes en el centro común.

La condición de ortomorfismo además se logra, haciendo que el factor de escala en el meridiano sea el mismo que en el paralelo.

Proyección Cónica

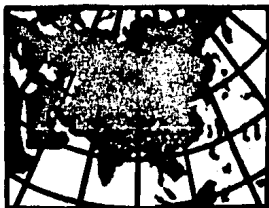


Figura III.2

En esta proyección las áreas sufren mas alteración que en las otras cónicas, ya que el factor de escala en los meridianos actúa en el mismo sentido que en los paralelos.

Esta proyección no es adecuada para grandes extensiones en latitud ni para las cercanas al polo.

**-Proyección Cónica Ortomórfica con dos Paralelos Tipo.**

Con el fin de aumentar los límites de la representación con una deformación aceptable, se ideó la proyección con dos paralelos - tipo a una distancia de  $1/6$  o  $1/5$  de la distancia entre los extremos norte y sur de la carta que se está representando.

El ortomorfismo se obtiene de la misma manera que para la proyección cónica ortomórfica de un paralelo tipo.

**3.- Proyección de Mercator.**

Esta es una proyección cilíndrica que lleva el seudónimo latino - de su inventor Gerard Kramer, que nació en Flandes en 1512 y publicó su sistema en una carta mundial en 1569.

Los principios verdaderos de este sistema y el método de construcción y cálculo fueron dados por Edward Wright de Cambridge 30 años después.

La finalidad de esta proyección es que toda línea de rumbo constante (línea loxodrómica), en la esfera o esferoide, esté representada por una recta en la carta.

Proyección de Mercator



Figura III.3

En esta proyección, el cilindro es tangente en el ecuador y la equidistancia de los meridianos, será proporcional a los arcos de ecuador comprendidos entre ellos. Los arcos de meridiano y como consecuencia los espaciamentos entre los paralelos, crecen del ecuador hacia los polos.

La Proyección de Mercator es ampliamente utilizada para la construcción de cartas marinas, es una proyección ortomórfica, debido a que desde un punto cualquiera, los factores de escala, son iguales en el meridiano y en el paralelo, además, los meridianos y paralelos se cortan en ángulo recto.

Su uso en cartas mundiales es inconveniente debido a que la amplificación en latitudes alejadas del ecuador, es considerable.

Esta proyección tiene buenas cualidades para extensiones no muy alejadas del ecuador.

#### -Cualidades de la Proyección de Mercator.

Cualquier dirección desde un punto en la carta es una línea recta, los meridianos quedan dibujados paralelamente a los bordes este y oeste de la carta y las líneas cardinales N,S,E y W, siempre señalan la misma dirección y se conservan paralelas hasta los bordes de la carta, propiedad importante para la meteorología.

La latitud y longitud, se encuentran fácilmente a partir de su posición en el mapa.

#### 4.- Proyección Transversa de Mercator.

Es una proyección cilíndrica cuyo eje no coincide con el de la esfera modelo, habiéndose desarrollado con el fin de poder representar regiones ubicadas a lo largo de un meridiano.

El cilindro auxiliar es tangente a la esfera modelo según un meridiano.

En la Figura III.4., se muestra un canevas de la proyección Transversa de Mercator para un hemisferio.

## Proyección Transversa de Mercator

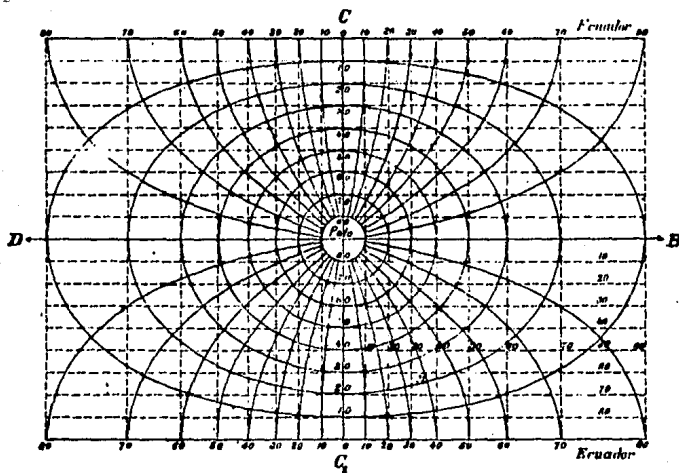


Figura III.4

La recta  $OB$  que pasa por el polo, es el meridiano perpendicular al central, representado por la línea  $CC_1$ , que es la línea de tangencia con el cilindro en que se hace la proyección. Los demás meridianos, son las líneas curvas que parten del polo y van a las líneas horizontales superior e inferior que corresponden al ecuador, los paralelos son las curvas cerradas que tienen por centro el polo.

Si las dimensiones que se desean representar, van de norte a sur, esta proyección, será la que de mejores resultados, siempre que el área por representar no se aleje demasiado del meridiano de tangencia.

### III.2 LAS PROYECCIONES CONFORMES Y SU APLICACION EN LOS TRABAJOS GEODESICOS.

Las proyecciones que se consideran como las mas adecuadas para ser utilizadas en los trabajos geodésicos, son las proyecciones conformes, esto se debe a que cumplen con ciertos requisitos mínimos para su utilización.

Estos requisitos mínimos estan expresados en, (Blachut, 1979) y son los siguientes:

- 1.-Que exista una correspondencia biunívoca entre las superficies del plano y el elipsoide, que pueda expresarse en términos de fórmulas matemáticas que permitan cálculos numéricos con una precisión predeterminada.
- 2.-La distorción de ángulos y distancias causada por la proyección, debe ser razonablemente pequeña y facil de calcular.
- 3.-Debe de tomarse como superficie de referencia la de un elipsoide de revolución.

Las proyecciones conformes cumplen con estos requisitos, pero existe un argumento que hace que la Proyección TM predomine sobre todas las demás. Este argumento, es que debe existir una universalidad de los valores de sus coordenadas, ya que un sistema universal de coordenadas planas, se puede transformar facilmente a otros sistemas similares, que puedan cubrir la misma area, esto se convierte en una ventaja decisiva para elegir la proyección TM ya que las coordenadas de puntos de control locales, son requeridos frecuentemente en algun sistema regional para objetivos de cartografía, vías de comunicación, etc.

#### III.2.1 La Proyección UTM.

La Proyección UTM (Proyección Universal Transversa de Mercator), es una variante de la Proyección Transversa de Mercator, donde el factor de escala se ha hecho inferior a la unidad en el meridiano central, para disminuir los valores máximos que alcanza el factor de escala en

los extremos de la carta.

En la siguiente gráfica se muestran las distorsiones para la proyección Gauss-Kruger(TM) y la UTM. (Scherrer,1982).

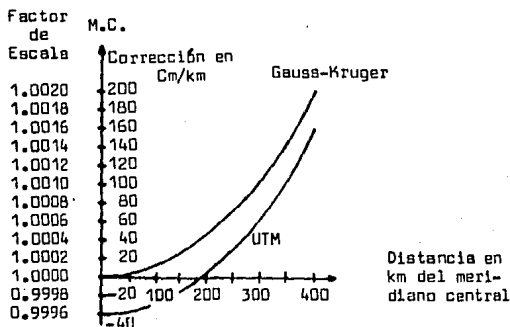


Figura III.5

Por ser una variante de la Proyección Transversa de Mercator, también será una proyección conforme en donde los valores angulares de la cuadrícula se acercan mucho a los verdaderos, y en cualquier punto, las correcciones de las distancias son las mismas en todas direcciones.

#### -Especificaciones de la Proyección UTM.

En la proyección UTM, la tierra está dividida en 60 Husos donde cada huso es una zona numerada, empezando la cuenta desde el meridiano 180 Este. Cada Huso tiene una amplitud de  $6^{\circ}$ .

Los meridianos son curvas con concavidad hacia el meridiano central y los paralelos son divergentes hacia el ecuador. El meridiano central y el ecuador son líneas rectas, fig. III.4. Pag. 39.

La proyección se elabora preferentemente para el elipsolde de Clarke de 1866 en América del Norte, cuyas características son las siguientes:

Semieje Ecuatorial(m)	$a = 6378206.4$
Semieje Polar	$b = 6356583.8$
Achatamiento(f); $f = (a-b)/a$ ;	$f = 1/294.978698$
Radio de Curvatura Polar(c); $c = a^2/b$ ;	$c = 6399902.55159$
Cuadrado de la Exentricidad( $e^2$ ); $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$ ;	$e^2 = 0.006768658$
Cuadrado de la 2ª Exentricidad( $e'^2$ ) $= (a^2 - b^2)/b^2$ ;	$e'^2 = 0.006814784946$

La longitud de origen es el meridiano central y la latitud de origen el ecuador.

Para el hemisferio Norte el origen empieza en  $0m$ , y para el hemisferio Sur se utiliza una falsa ordenada de  $10000000$ .

Para evitar las coordenadas negativas, se utiliza la falsa abscisa de  $500000$  en el meridiano central.

El límite de latitud al Norte y al Sur es de  $80^\circ$ , ya que la proyección sufre mucha distorsión fuera de este límite.

El factor de escala en el meridiano central es  $m_0 = 0.9996$ .

-Elementos de la Proyección.

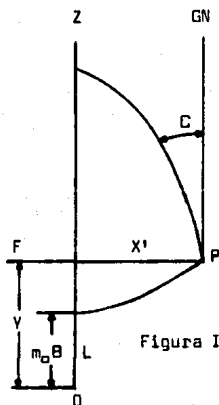


Figura III.6



- P = Punto considerado  
 F = Pié de la perpendicular de "P" al meridiano central.  
 O = Origen (ecuador)  
 OZ = Meridiano central  
 LP = Paralelo que pasa por "P"  
 ZP = Meridiano que pasa por "P"  
 OL =  $m_0 B$  = Arco de meridiano a partir del ecuador.  
 LF = Ordenada de curvatura  
 OF = Ordenada de la cuadrícula = Y  
 FP =  $X'$  = Distancia sobre la cuadrícula desde el meridiano central hasta el punto "P"  
 GN = Norte de la cuadrícula  
 C = Convergencia de los meridianos en P.

"P" representa a un punto situado al E del meridiano central, invirtiendo la figura, podrá representar a un punto al Oeste del meridiano central.

### III.2.2 Transformación de Coordenadas Geodésicas a Planas

El avance de las computadoras y calculadoras electrónicas, permite que los cálculos para realizar la transformación de coordenadas, pueda hacerse aplicando las fórmulas directamente.

Las fórmulas que a continuación se presentan, son las del (Manual Técnico N°19 del Army Map Service de los Estados Unidos).

$$Y = I + I I p^2 + I I I p^4 + A6$$

$$X = X' + 500000 \text{ cuando el punto está al este del meridiano central,}$$

$$= 500000 - X' \text{ cuando el punto está al oeste del meridiano central.}$$

$$X' = I V p + V p^3 + B5$$

-Cálculo de I

$$I = 8m_0$$

$$m_0 = 0,9996 = \text{factor de escala en el meridiano central.}$$

B = Arco de meridiano medido a partir del ecuador hasta el punto de latitud  $\varphi$ .

La fórmula utilizada para calcular B está referida a, (Blachut, 1979).

La fórmula parte de la integral elíptica  $B = \int_0^\varphi M d\varphi$ , la cual se desarrolló en serie.

$$B = 6367399.68917\varphi - 32365.18693 \operatorname{sen}\varphi \cos\varphi (1 + 0.0042314080 \operatorname{sen}^2\varphi + 0.0000222782 \operatorname{sen}^4\varphi + 0.0000001272 \operatorname{sen}^6\varphi + 0.0000000008 \operatorname{sen}^8\varphi),$$

para el elipsoide de Clarke, donde B, se deduce de la fórmula para la integral elíptica.

#### -Cálculo de II

$$II = r \operatorname{sen}\varphi \cos\varphi \operatorname{sen}^2 1'' \times m_0 \times 10^8 / 2$$

r = radio de curvatura del primer vertical, conocido como la normal al esferoide en el extremo del eje menor.

$$r = a / (1 - e^2 \operatorname{sen}^2\varphi)^{1/2} = p (1 + e^2 \cos^2\varphi)$$

p = radio de curvatura de un meridiano

$$= a(1 - e^2) / (1 - e^2 \operatorname{sen}^2\varphi)^{3/2}$$

Fórmulas para el cálculo de III, IV y V.

$$III = \operatorname{sen}^4 1'' \cdot r \cdot \operatorname{sen}\varphi \cos^3\varphi (5 - \tan^2\varphi + 9e^2 \cos^2\varphi + 4e^4 \cos^4\varphi) \cdot m_0 \cdot 10^{16} / 24$$

En las fórmulas III, IV, V, etc. aparece el  $\operatorname{sen} 1''$ , el cual se utiliza para transformar las unidades de arco en radianes.

$$IV = r \cdot \cos\varphi \operatorname{sen} 1'' \cdot m_0 \cdot 10^4$$

$$V = \operatorname{sen}^3 1'' \cdot r \cdot \cos^3\varphi (1 - \tan^2\varphi + e^2 \cos^2\varphi) \cdot m_0 \cdot 10^{12}$$

$$A6 = p^6 \operatorname{sen}^6 1'' \cdot r \cdot \operatorname{sen}\varphi \cos^5\varphi (61 - 58 \tan^2\varphi + \tan^4\varphi + 270e^2 \cos^2\varphi - 330e^4 \operatorname{sen}^2\varphi) \cdot m_0 \cdot 10^{24} / 720$$

$$B5 = \frac{p^5 \operatorname{sen}^5 1'' \cdot r \cdot \cos^5\varphi (5 - 18 \tan^2\varphi + \tan^4\varphi + 14e^2 \cos^2\varphi - 58e^4 \operatorname{sen}^2\varphi) \cdot m_0 \cdot 10^{20}}{120}$$

$p = 0.0001 \Delta\lambda$ ;  $\Delta\lambda$  está expresado en segundos.

### III.2.3 Transformación de Coordenadas Planas a Geodésicas.

La fórmula utilizada es la siguiente:

$$\varphi = \varphi' - VIIq^2 + VIIIq^4 - D6$$

$$\Delta\lambda = IXq - Xq^3 + E5$$

$\varphi'$  es la latitud al pie de la perpendicular trazada del punto considerado al meridiano central como se mostró en la fig. III.6. Pag. 42.

$\varphi'$  se puede calcular por medio del siguiente proceso iterativo (Blachut, 1979).

$$1) \varphi'_{(1)} = \sqrt{6367399.689}$$

2) Se calcula  $B_{(1)}$  con  $\varphi'_{(1)}$  con la fórmula, pag. 44

$$3) \varphi'_{(2)} = \varphi'_{(1)} + (Y - B_{(1)}) / 6367399.689$$

4) Se calcula  $B_{(2)}$  con  $\varphi'_{(2)}$

$$5) \varphi'_{(n+1)} = \varphi'_{(n)} + (Y - B_{(n)}) / 6367399.689$$

$$\varphi' = \varphi'_{(n)}, \text{ cuando } B_{(n)} = Y$$

Fórmulas para el cálculo de VII, VIII, IX, X, D6 y E5.

$$VII = \tan^2 \varphi (1 + e'^2 \cos^2 \varphi) \cdot 10^{12} / m_0^2 \cdot 2r^2 \cdot \text{sen}^4 1''$$

$$VIII = \frac{\tan^4 \varphi (5 + 3 \tan^2 \varphi + 6e'^2 \cos^2 \varphi - 6e'^2 \text{sen}^2 \varphi - 3e'^4 \cos^4 \varphi - 9e'^4 \cos^2 \varphi \text{sen}^2 \varphi) \cdot 10^{24}}{m_0^4 \cdot 24r^4 \text{sen}^4 1''}$$

$$IX = \sec^2 \varphi 10^6 / m_0 \cdot r \text{sen}^4 1''$$

$$X = \sec^2 \varphi (1 + 2 \tan^2 \varphi + e'^2 \cos^2 \varphi) \cdot 10^{18} / m_0^3 \cdot 6 \cdot r^3 \text{sen}^4 1''$$

$$D6 = q^6 \tan^2 \varphi (61 + 90 \tan^2 \varphi + 45 \tan^4 \varphi + 107e'^2 \cos^2 \varphi - 162e'^2 \text{sen}^2 \varphi - 45e'^2 \tan^2 \varphi \text{sen}^2 \varphi) \cdot 10^{36} / m_0^6 \cdot 720 \cdot r^6 \text{sen}^4 1''$$

$$E5 = q^5 \sec^2 \varphi (5 + 28 \tan^2 \varphi + 24 \tan^4 \varphi + 6e'^2 \cos^2 \varphi + 8e'^2 \text{sen}^2 \varphi) \cdot 10^{30} / m_0^5 \cdot 120 \cdot r^5 \text{sen}^4 1''$$

$q = 0.000001 X'$ ;  $X$  = distancia sobre la cuadrícula desde el meridiano central hasta el punto considerado.

### III.2.4. Transformación de Azimutes y Distancias Geodésicas a Planas y Cálculo de los Factores $T, c, t, (t-T)$ y $\bar{m}$ .

-El Azimut Geodésico Proyectado (T).

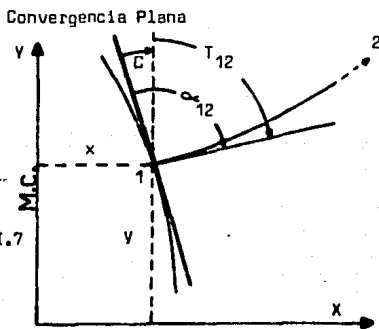
El azimut geodésico proyectado, es el equivalente del azimut geodésico, el cual se mide a partir del norte o el sur sobre el elipsoide de referencia.

En el elipsoide, el azimut directo difiere del inverso por una cantidad igual a  $180 + \Delta\alpha$ ;  $\alpha' = \alpha + 180 + \Delta\alpha$ ;  $\Delta\alpha$  es la convergencia de los meridianos que pasan, uno por cada extremo de la línea considerada.

En el plano, el azimut geodésico proyectado (T), se mide a partir del norte de la cuadrícula UTM.

Fuera del meridiano central y del ecuador, la dirección norte de la cuadrícula (dirección positiva del eje Y), diferirá del norte geográfico (dirección de la transformada del meridiano), por un valor angular conocido como convergencia plana.

La convergencia plana se mide generalmente a partir del norte.



(T) es la transformada del azimut geodésico donde:

$$T_{12} = \alpha_{12} - C$$

C es la convergencia plana que se puede calcular con la siguiente fórmula y a partir de las coordenadas geográficas ( $\varphi, \lambda$ ). (Blachut, 1979).

$$C = a_7 l + a_9 l^3 + a_{11} l^5 + \dots$$

$l = \lambda - \lambda_0$  = diferencia de longitud desde el meridiano central.

$l$  está medida en radianes.

$$a_7 = \text{sen } \varphi$$

$$a_9 = 1/3 \text{ sen } \varphi \cos^2 \varphi (1 + 3e'^2 \cos^2 \varphi + 2e'^4 \cos^4 \varphi)$$

$$a_{11} = 1/15 \text{ sen } \varphi \cos^2 \varphi (-1 + 3 \cos^2 \varphi + \dots)$$

Si  $\alpha$  está referido al sur, la fórmula para obtener la transformada T queda:

$$T = \alpha + C + 180; \quad \text{si } X < 500000 \text{ ó está al W del Meridiano Central}$$

$$T = \alpha - C + 180; \quad \text{si } X > 500000 \text{ ó está al E del Meridiano Central}$$

Si  $l$  se obtiene algebraicamente,  $T = \alpha + C$

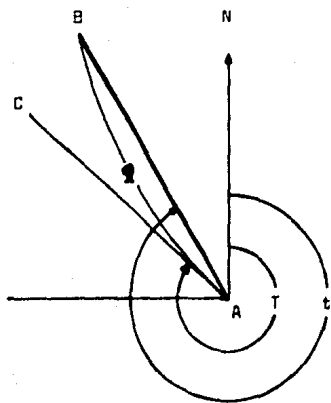
-El Azimut Plano ( $t$ ).

Como la proyección UTM es conforme, los azimutes de las visuales realizadas en campo, serán iguales a las proyectadas, siendo esto válido sólo para líneas pequeñas; cuando la visual sea mas grande que una milla, será necesario distinguir dos tipos de azimut, el azimut geodésico proyectado T y el azimut plano t.

En la figura III.8 de la siguiente pag. se muestra el comportamiento de las direcciones planas y las geodésicas proyectadas.

En la figura se muestran los puntos A y B, al este y al oeste del meridiano central.

Si un observador coloca un teodolito en A y observa B, su visual al proyectarse en la carta, no apuntará en la dirección de la línea recta  $\overline{AB}$  sino que describirá una línea curva  $\widehat{AB}$  de tal manera que el observador verá el árbol alineado con el punto B.



M.C.

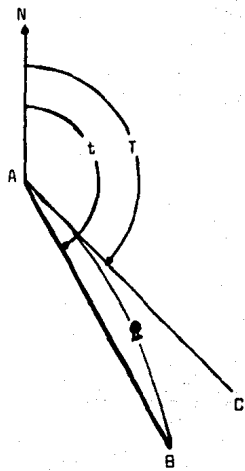
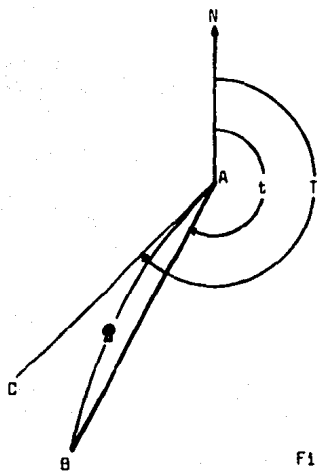
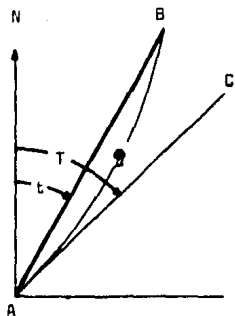


Figura III.8

Todas las visuales proyectadas en el plano, siguen líneas curvas.

En la proyección UTM, la curvatura siempre será cóncava hacia el meridiano central, teniendo su mayor valor para las líneas norte-sur y el menor valor para las líneas este-oeste.

Si por el punto A de la línea curva  $\overline{AB}$ , se pasa una tangente AC, el ángulo en A contado a partir del norte de la cuadrícula hacia AC, en el sentido de las manecillas del reloj, será entonces el ángulo que el teodolito formará con el norte de la cuadrícula cuando esté apuntando hacia B.

Este ángulo es el azimut geodésico proyectado, y su valor, es una cantidad físicamente real que puede obtenerse del azimut geodésico, aplicándole a éste, la corrección por convergencia.

La diferencia entre dos azimutes geodésicos proyectados, medidos sobre un mismo vértice, será igual al ángulo leído directamente en el aparato, al dirigir las visuales a los puntos observados en el terreno.

$$T_{12} - T_{13} = d_{12} - d_{13}$$

A  $t$  se le conoce como el azimut plano, y es el ángulo medido a partir del norte de la cuadrícula hasta la cuerda.

$$t = \text{ang tan } \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$$

Una fórmula aproximada para calcular la corrección  $(t-T)$  es:

$$(t_{AB} - T_{AB}) = \frac{K}{3m_0^2} (y_A - y_B)(2x_A + x_B - 3y^2); \quad (\text{Blachut, 1979})$$

$$K = \left( \frac{321.14}{c} (1 + e'^2 \cos^2 \varphi_m) \right)^2$$

$$m_0 = 0.9996$$

$$c = 6399902.55159$$

$$y^2 = 500000$$

Finalmente se puede mostrar que  $T = t - (t-T)$ .

-El Factor Local de Escala ( $\bar{m}$ ).

El factor local de escala, es aquel valor que multiplicado por la distancia elipsoidal, dará la distancia plana buscada.

$$s = \bar{m}S$$

$s$  = Distancia plana

$S$  = Distancia elipsoidal

$\bar{m}$  = Factor local de escala

Conforme los puntos se vayan alejando del meridiano central, el factor de escala irá aumentando como se mostró en la fig. III.5. Por esta razón, es necesario aplicar un factor de escala promedio entre los dos puntos considerados, el cual se produce cerca del punto medio y - mas precisamente, en el punto sobre la cuerda donde:

$$X_m^2 = 1/3 (X_1'^2 + X_1' X_2' + X_2'^2)$$

$$Y_m = Y_1 + \frac{(Y_2 - Y_1)(X_m - X_1')}{X_2' - X_1'} ; \quad (\text{Blachut, 1979})$$

donde  $X_1'$ ,  $X_2'$ ,  $Y_1$  y  $Y_2$ , son coordenadas extremas, y  $X_1'$ ,  $X_2'$ , están medidas a partir del meridiano central.  $X' = X - 500000$ .

Una fórmula para calcular el factor de escala dentro de un rango de  $\pm 2^\circ$  de latitud media, y  $\pm 3^\circ 30'$  de longitud, es la siguiente, (Blachut, 1979) :

$$\bar{m} = m_0(1 + y'^2(1 - D1x' + D2x'^2 + D3y'^2))$$

En esta fórmula  $y'$  y  $x'$  son valores en los que se toma en cuenta la orientación de los ejes de la Cuadrícula Transversa de Mercator y para aplicarla a la proyección UTM, se calcularán  $x'$  y  $y'$  como se muestra:

$$x' = \frac{Y_m - B_m}{m_0 \cdot c} ;$$

$$y' = \frac{X_m}{m_0 \cdot c \cdot V_m^{-2} \sqrt{2}}$$

$$V_m^2 = 1 + e'^2 \cos^2 \varphi_m$$

$$D1 = 4e'^2 \sin \varphi_m \cos \varphi_m V_m^{-5}$$



$$D2 = 2e'^2(1-2\cos^2 \varphi_m)V_m^{-2}$$

$$D3 = 1/6(1+4e'^2\cos^2 \varphi_m)$$

También se puede aplicar,  $\bar{m} = m_0(1 + y'^2)$ , que da una aproximación de 0.6 partes por millón dentro de los límites de latitud y longitud mencionados.

### III.2.5. Propagación de Coordenadas en el Plano.

La propagación de coordenadas en el plano es un proceso que se vuelve relativamente sencillo, al aplicar la fórmula para la corrección (t-T) y la fórmula para calcular el factor de escala  $\bar{m}$ .

Los cálculos se pueden realizar a partir de:

- a.-Una coordenada fija (X,Y) en la Proyección UTM y el azimut  $\alpha$  de la línea inicial.
- b.-Dos coordenadas fijas (X,Y) en la Proyección UTM.

Además de esto, es necesario conocer las distancias elipsoidales, y los ángulos o direcciones geodésicas.

Para entender mejor la secuencia seguida en el cálculo, en la siguiente página se muestra la fig.III.9 donde se ve la relación que existe entre los valores planos y los del elipsoide. A continuación se muestran los distintos elementos de la figura.

$P_j, P_k$  = Puntos cuyas coordenadas UTM son conocidas.

$P_k$  = Punto cuyas coordenadas se van a calcular.

$\alpha$  = Azimut Geodésico.

C = Convergencia Plana

$d^E$  = Dirección elipsoidal

$w^E$  = Angulo elipsoidal

T = Azimut Geodésico Proyectado.

$d^P$  = Dirección Plana

$w^P$  = Angulo Plano

s = Distancia Plana

S = Distancia elipsoidal

Relación que existe entre los valores planos, y los del elipsoide. (Peter V. y Krakiwsky, 1973).

M.C.

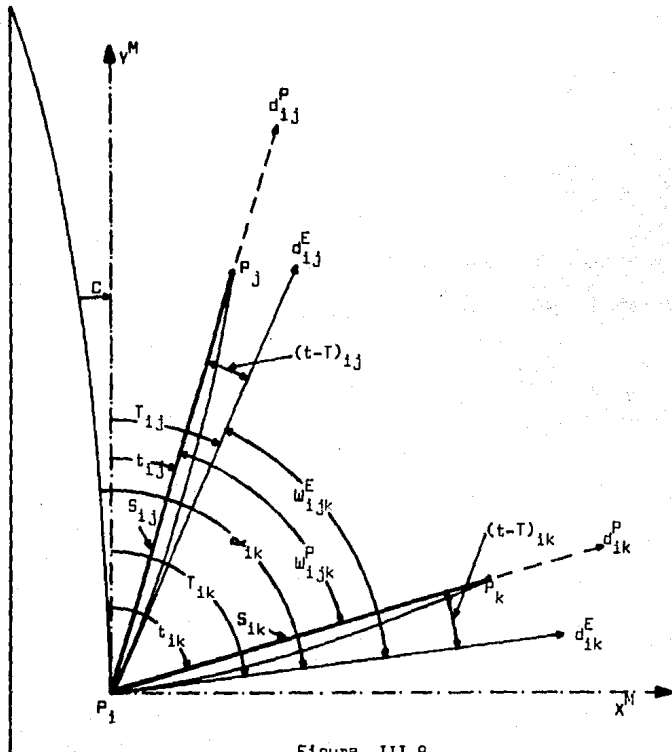


Figura III.9

-Diagrama de Flujo para el Cálculo de las Coordenadas Propagadas del Punto  $P_k$ , Partiendo de una Coordenada Fija y un Azimut.

Datos para el cálculo.

Latitud media  $\varphi_m$ .

Distancia (S).

Una coordenada fija ( $P_i$ ).

El Azimut  $\alpha$  de la línea  $P_i P_k$ .

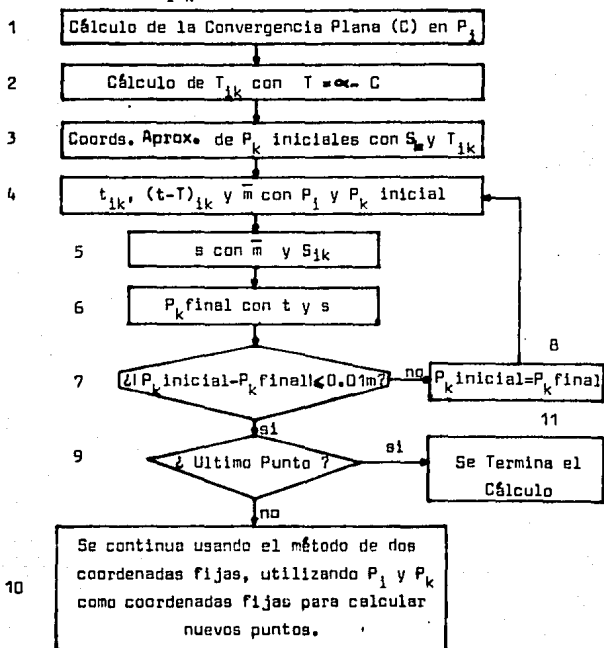


Figura III.10.

-Diagrama de Flujo para el Cálculo de las Coordenadas Propagadas del Punto  $P_k$ , Partiendo de dos Coordenadas Fijas.

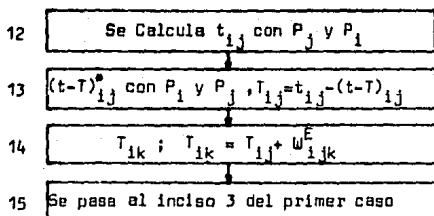
Datos para el cálculo.

Latitud media  $\varphi_m$ .

La distancia (S).

Las coordenadas fijas  $P_j$  y  $P_i$ .

El ángulo  $\omega_{ijk}^E$ .



• usando la fórmula  
pag.49.

Figura III.11

## CAPITULO IV

### AJUSTES

#### IV.1 INTRODUCCION

Ajustar algo consiste en acoplar o compensar varias partes de un todo.

En topografía y geodesia un ajuste consiste en compensar los valores observados de un levantamiento y referirlos a un sistema de coordenadas conocido y aceptado por organismos oficiales.

Existen diversos métodos de ajuste y en todos ellos se busca que los valores ajustados, se acerquen lo mas posible a los verdaderos.

Por bueno que sea un ajuste, nunca será posible obtener los valores verdaderos, pero los valores obtenidos se les denomina como los más probables (los aceptados por organismos oficiales) y son los valores más cercanos a los verdaderos.

En el presente trabajo, se muestra el ajuste riguroso de dos levantamientos geodésicos, usando dos métodos diferentes de ajuste, uno de ellos, el método topográfico de la brújula, para el ajuste de una poligonal geodésica en el plano, y el método de los mínimos cuadrados, para el ajuste de una triangulación geodésica en el plano.

Como los métodos topográficos de ajuste son muy comunes y se encuentran generalmente en cualquier publicación de topografía, no se hacen comentarios de ellos.

En el método de los mínimos cuadrados, se busca obtener los valores más probables, por medio de la solución de un sistema de ecuaciones de observación linealizado.

En el sistema de ecuaciones de observación linealizado, se relacionan todos los valores observados entre si, y con las coordenadas de partida y llegada del levantamiento.

## IV.2 EL PRINCIPIO DE LOS MINIMOS CUADRADOS.

El principio de los mínimos cuadrados se apoya en la teoría de las probabilidades y la teoría de los errores, de donde proviene la siguiente ecuación, que relaciona los errores y la probabilidad.

$$y = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2}$$

Y = frecuencia o facilidad de presentación de un error (x) en las condiciones caracterizadas por el factor de precisión (h).

La ecuación representa a una curva llamada, curva de Probabilidad.

Curva de Probabilidad de Gauss

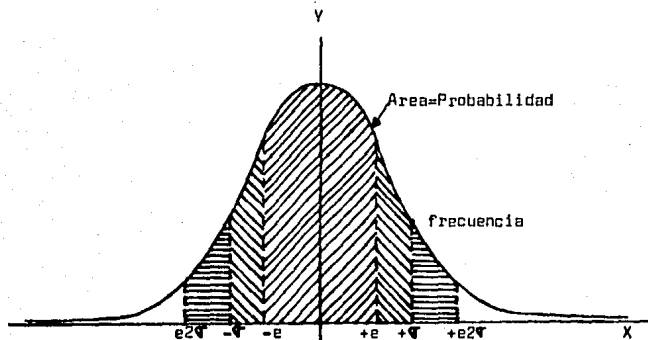


Figura IV.1

Esta curva está apoyada o fundamentada en los Postulados de Gauss, los cuales se definieron en base a la experiencia y la estadística matemática de la observación de los errores accidentales, y se vio que tenían un comportamiento definido.

El comportamiento de los errores es el siguiente:

- 1) Los errores pequeños son mas frecuentes que los errores grandes.

- 2) Los errores positivos y negativos de igual magnitud, son igualmente probables.
- 3) Los errores accidentales muy grandes no se presentan.
- 4) Los errores son modificados por las circunstancias de observación, entre mejores sean los aparatos y el observador, los resultados serán más precisos.
- 5) El valor más probable de una cantidad, la cual ha sido obtenida por observación directa y repetida, es la media aritmética de todas las medidas.

A partir de la curva de probabilidad se han definido los siguientes errores que son los más importantes.

- a.- Error Medio Cuadrático E.M.C.  $\sigma$  ( $\sigma$ ).
- b.- Error Probable de una Observación ( $e$ ).
- c.- Error Probable del Promedio ( $e_p$ ).
- d.- Error 95% ( $2\sigma$ ), error 99% ( $2.5\sigma$ ), etc.

a.- Error Medio Cuadrático ( $\sigma$ ).

Se le designa como la desviación o error estandar y se le conoce también como  $1\sigma$  ya que el área bajo la curva entre  $\pm \sigma$  es un 68% del área total y representa una probabilidad del 68% de que todos los errores estén comprendidos entre  $\pm \sigma$ .

$$\sigma = \text{EMC} = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-1}}$$

b.- Error Probable de una Observación ( $e$ ).

Este error se define como aquel que tiene una probabilidad del 50% de que se presente y su posición es media entre todos los errores, se calcula mediante la relación,

$$e = 0.6745 \sigma$$

en donde 0.6745 es un factor obtenido de tablas estadísticas para la curva normal considerando una probabilidad del 50%.

c.- Error Probable del Promedio ( $e_p$ ).

Es una medida de dispersión del valor mas probable, para la media de uno o varios conjuntos de observaciones.

$$e_p = \frac{e}{\sqrt{n}}$$

d.- Error 95%,99%.

Es el error estandar calculado a diferentes probabilidades; al 95% es  $2\epsilon$  y al 99% es  $2.5\epsilon$ ; en donde los factores 2 y 2.5 se obtienen de las tablas estadísticas de la curva normal de Gauss.

#### IV.2.1. La Confiabilidad y el Peso.

Cuando se le tiene mas confianza a una medida u observación, se le dá más peso, que es lo mismo que darle más importancia en el momento de hacer el cálculo.

El peso aplicado a las formulas de error probable queda como se muestra.

$$e = 0.6745 \sqrt{\frac{\sum PV^2}{n-1}}; \quad e_D = \frac{e}{\sqrt{\sum P}}$$

La confiabilidad depende de varios aspectos, los mas importantes son:

- a) Las condiciones ambientales.
- b) El número de medidas realizadas.
- c) La experiencia del operador, etc.

Todos estos aspectos se manifiestan en la desviación estandar, haciendo que exista una mayor o menor dispersión. Por ejemplo: Si se realiza una buena cantidad de mediciones en condiciones favorables, con un operador experimentado, todas las medidas resultarán muy similares unas de otras por lo que la desviación estandar será pequeña.

Por esta razón, una serie de medidas con una  $\epsilon$  grande, se le asignará un peso pequeño, y la serie con menos error, se le asignará mayor peso.



Como la desviación estandar del promedio es,

$$\sigma_p = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

el número de observaciones variará inversamente con el cuadrado de  $\sigma$  y como los pesos se asignan en forma proporcional, el número de mediciones quedará,

$$P = n = \frac{\sigma^2}{\sigma_p^2}$$

donde los pesos variarán de acuerdo a los cuadrados de los errores me dios cuadráticos del promedio de las series.

$$P = \frac{1}{\sigma_p^2}$$

Regresando a la curva de probabilidad, la probabilidad de presentación del error  $x$ , es el area de la curva de probabilidad  $P = Ydx$ , don de  $dx$  es la aproximación del instrumento con el que se trabaja.

La ecuación de la curva de probabilidad puede desarrollarse para ob tener otra ecuación que exprese la probabilidad de presentación de los errores ( $x$ ).

$$P = \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^n \frac{(dx)^n}{e^{h^2 \sum x^2}}$$

A partir de esta ecuación se establece el principio de los mínimos cuadrados.

La probabilidad de que se presenten todos los errores será máxima - cuando,  $\frac{1}{e^{h^2 \sum x^2}}$  sea máximo y esto ocurrirá cuando  $\sum x^2$  sea un mínimo.

Como esto se cumple para los errores, también se cumplirá para los residuos  $V_1, V_2, \dots, V_n$ , quedando la ecuación de la siguiente manera.

$$P = \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^n e^{-h^2 \sum v^2} (dv)^n$$

El valor mas probable de la cantidad observada corresponde a la serie de errores que tienen la mayor probabilidad de presentación y el

valor más probable de una magnitud  $Z$  será aquel para el cual  $P$  sea máximo o sea cuando la suma de las  $V^2$ , es un mínimo.

#### IV.3 METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS.

Se utiliza la notación matricial para expresar la solución para un sistema de ecuaciones con muchas incógnitas, el sistema se expresa de la siguiente manera:

$$B(\Delta X) + W = V$$

$B$  = Matriz de Coeficientes.

$(\Delta X)$  = Vector de Incógnitas.

$W$  = Vector de Términos Independientes.

$V$  = Vector de Residuos.

Este sistema se forma a partir de un sistema de ecuaciones linealizadas como las que se muestran a continuación.

$$a_1 dx + b_1 dy + c_1 dz + \dots - M_1 = V_1$$

$$a_2 dx + b_2 dy + c_2 dz + \dots - M_2 = V_2$$

$$\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots$$

$$\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots$$

$$a_n dx + b_n dy + c_n dz + \dots - M_n = V_n$$

donde:

$dx, dy, dz, \dots$  = incógnitas

$a, b, c, \dots$  = coeficientes

$M_1, M_2, \dots, M_n$  = términos independientes

$V_1, V_2, \dots, V_n$  = residuos

Las ecuaciones linealizadas sólo tienen exponentes a la primera potencia.

Estas ecuaciones se forman a partir de modelos matemáticos que pueden ser de distancias, azimutes, direcciones, ángulos, o algún otro modelo.

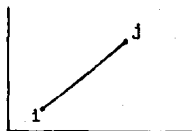
## IV.3.1 Modelos Matemáticos.

## -Modelo de Distancias.

De la figura,  
IV.2

$$D_{ij} = ((x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2)^{1/2}$$

Figura IV.2

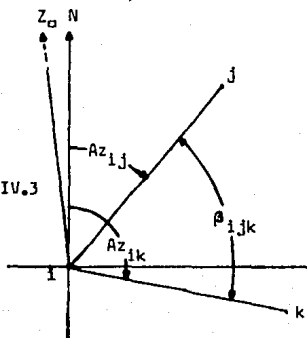


## -Modelo de Azimutes.

De la figura  
IV.3

$$Az_{1j} = \text{ang tan} \left( \frac{x_j - x_i}{y_j - y_i} \right)$$

Figura IV.3



## -Modelo de Angulos.

De la figura  
IV.3

$$\theta_{ijk} = Az_{1k} - Az_{1j}$$

## -Modelo de Direcciones referido a partir del Norte.

De la Figura  
IV.3

$$\text{Dir.}_{1k} = \text{ang tan} \left( \frac{x_k - x_i}{y_k - y_i} \right) - Z_0$$

### IV.3.2. Linealización de Modelos Matemáticos.

La formación de un sistema de ecuaciones de observación, utilizando modelos matemáticos sin linealizar, implicaría la realización de cálculos muy complicados por ser ecuaciones de un grado mayor que la unidad.

En cambio, al linealizar los modelos, se obtienen ecuaciones de primer grado que facilitan la solución del sistema.

La linealización se realiza aplicando la serie de Taylor y despreciando los términos de 2º grado o mayor.

A continuación se presenta la linealización del modelo de distancias y el modelo de direcciones, ya que son los modelos utilizados para realizar el ajuste en el plano.

#### -Linealización del Modelo de Distancias.

Una distancia  $D$  mas un incremento de ella ( $V_0$ ), será igual a una función  $f(X_1, Y_1, X_j, Y_j)$ ;  $D + V_0 = f(X_1, Y_1, X_j, Y_j)$ .

Una ecuación para realizar la linealización del modelo de distancias es la siguiente:

$$F(X_1, Y_1, X_j, Y_j) = F(X_{10}, Y_{10}, X_{j0}, Y_{j0}) + \left(\frac{\partial F}{\partial X_1}\right) dx_1 + \left(\frac{\partial F}{\partial Y_1}\right) dy_1 + \left(\frac{\partial F}{\partial X_j}\right) dx_j + \left(\frac{\partial F}{\partial Y_j}\right) dy_j$$

$$X_1 = X_{10} + dx_{10}$$

$$Y_1 = Y_{10} + dy_{10}$$

$$X_j = X_{j0} + dx_{j0}$$

$$Y_j = Y_{j0} + dy_{j0}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial X_1}\right) = 1/2 \frac{-2(X_j - X_1)(-1)}{D} = -\frac{X_j - X_1}{D} = \frac{\Delta X_{j1}}{D}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial Y_1}\right) = 1/2 \frac{-2(Y_j - Y_1)(-1)}{D} = -\frac{Y_j - Y_1}{D} = \frac{\Delta Y_{j1}}{D}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial X_j}\right) = 1/2 \frac{2(X_j - X_1)}{D} = \frac{X_j - X_1}{D} = \frac{\Delta X_{1j}}{D}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial y_j}\right) = 1/2 \frac{2(y_j - y_i)}{D} - \frac{y_j - y_i}{D} = \frac{\Delta y_{ij}}{D}$$

$$V_{D_{ij}} = \frac{\Delta x_{ij}}{D} dx_i + \frac{\Delta y_{ij}}{D} dy_i + \frac{\Delta x_{ij}}{D} dx_j + \frac{\Delta y_{ij}}{D} dy_j - (D.Obs. - D.Calc.)$$

-Linealización del modelo de Direcciones.

$$Dir_{.ij} + Z_0 + V_{Dir_{.ij}} = F(x_j, y_j, x_i, y_i, z_0) = F(x_{j0}, y_{j0}, x_{i0}, y_{i0}, z_0) +$$

$$+ \left(\frac{\partial F}{\partial x_j}\right) dx_j + \left(\frac{\partial F}{\partial y_j}\right) dy_j + \left(\frac{\partial F}{\partial x_i}\right) dx_i + \left(\frac{\partial F}{\partial y_i}\right) dy_i + \left(\frac{\partial F}{\partial z_0}\right) dz_0$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_j} = \frac{1}{1 + \left(\frac{x_j - x_i}{y_j - y_i}\right)^2} \cdot \frac{1}{y_j - y_i} = \frac{1}{(y_j - y_i)^2 + (x_j - x_i)^2} \cdot (y_j - y_i)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_j} = \frac{\Delta y_{ij}}{D_0^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} = \frac{1}{1 + \left(\frac{x_j - x_i}{y_j - y_i}\right)^2} \cdot \frac{-1}{y_j - y_i} = \frac{1}{(y_j - y_i)^2 + (x_j - x_i)^2} \cdot (y_j - y_i)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} = \frac{\Delta y_{ij}}{D_0^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial y_j} = \frac{1}{1 + \left(\frac{x_j - x_i}{y_j - y_i}\right)^2} \cdot \frac{(x_j - x_i)}{(y_j - y_i)^2} = \frac{-(x_j - x_i)}{(y_j - y_i)^2 + (x_j - x_i)^2} \cdot (y_j - y_i)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y_j} = \frac{\Delta x_{ij}}{D_0^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial v_i} = \frac{1}{1 + \left(\frac{x_j - x_i}{y_j - v_i}\right)^2} \cdot \frac{x_j - x_i}{(y_j - v_i)^2} = \frac{x_j - x_i}{\frac{(y_j - v_i)^2 + (x_j - x_i)^2}{(y_j - v_i)^2} \cdot (y_j - v_i)^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial v_i} = \frac{\Delta x_{ij}}{D_0^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial z_0} = -dz$$

$$V_{Dir.ij} = \left(\frac{\Delta y_{ij}}{D_0^2}\right) dx_j + \left(\frac{\Delta x_{ij}}{D_0^2}\right) dy_j + \left(\frac{\Delta y_{ij}}{D_0^2}\right) dx_i + \left(\frac{\Delta x_{ij}}{D_0^2}\right) dy_i - dz -$$

$$-(Dir.ij_{Obs.} - Dir.ij_{Calc.} + z_0)$$

### IV.3.3. El Principio de los Mínimos Cuadrados y el Vector Solución $\hat{\lambda}$ .

Del principio de los mínimos cuadrados, se establece que,

$$V^T P V = \text{mínimo}$$

P = Matriz de pesos.

Sustituyendo  $V = B(\Delta X) + w$ ,

$V^T P V = (B\Delta X + w)^T P (B\Delta X + w)$  . . .  $(B\Delta X + w)^T P (B\Delta X + w) = \text{mínimo}$   
Desarrollando y despejando  $\Delta X$  se obtiene,

$$\Delta X = - (B^T P B)^{-1} (B^T P w),$$

siendo  $\hat{\lambda}$  el vector solución del sistema de ecuaciones linealizado.

En el proceso de linealización, la fórmula de Taylor requiere de un punto de expansión, en este caso ese punto de expansión es  $X^0$ , estimación inicial de las incógnitas  $X$ , que son las coordenadas cartesianas de las estaciones de la poligonal o triangulación que se ajustó, por lo tanto, las coordenadas ya ajustadas  $\hat{\lambda}$  se calculan con,

$$\hat{\lambda} = X^0 + \Delta \hat{\lambda}$$

siendo entonces  $\Delta X$  pequeñas correcciones a las coordenadas iniciales  $X^0$ .

#### IV.4. CALIDAD DE LAS OBSERVACIONES

La calidad de las observaciones se determina por  $\sigma$  la cual se obtiene a partir de los valores de la diagonal principal de la matriz de covarianzas  $\Sigma_X$  y la obtención del error o desviación estandar unitaria  $\sigma_o^2$ .

La matriz de covarianzas, tiene desviaciones estandar elevadas al cuadrado en la diagonal principal y se expresa de la siguientes manera,  $\Sigma_X = \sigma_o^2 (B^T P B)^{-1}$  donde  $\sigma_o^2$  es la desviación estandar unitaria para todos los valores.

$$\sigma_o^2 = \frac{V^T P V}{n-u}$$

$n$  = número de observaciones

$u$  = número de incognitas

#### IV.5 EVALUACION Y AJUSTE DE UNA CADENA TERRESTRE

En el contexto de estos cálculos, la evaluación de la cadena tiene dos objetivos.

El primero es la búsqueda de equivocaciones.

El segundo es que los pesos de la cadena geodésica, esten dados correcta y uniformemente.

Las equivocaciones se pueden encontrar por la inspección del error de cierre en el vector de cierre antes que el ajuste paramétrico sea realizado.

Un error de cierre grande indicará que hay un error en la observación o un juego equivocado de coordenadas aproximadas.

Para que la cadena sea pesada uniformemente, es necesario que el factor de varianza a posteriori ( $\sigma_o^2$ ), esté muy cerca del factor de varianza a priori. La prueba de hipótesis estadística  $\chi^2$  nos ayuda a determinar si hay una diferencia significativa.

-Asignación de Pesos.

El peso de una observación (i) se define por la relación:

$$\frac{P_o}{P_i} = \frac{\sigma^2}{\sigma_o^2}$$

donde  $P_o$  es el peso de una observación típica; es conveniente hacer a  $P_o = 1$ ; en el caso de que  $P_o = 1$  y  $\sigma_i^2$  sea la varianza de una observación típica,  $\sigma_o^2$  se convierte en la varianza de peso unitario.

$\sigma_i^2$  es la varianza de una observación independiente.

Si se eligió el peso unitario para una observación típica, el peso para otra observación es,

$$P_i = \sigma_o^2 \frac{1}{\sigma_i^2}$$

Generalmente  $\sigma_o^2 = 1$  a menos que por experiencia se conozca otro valor diferente a 1.



## CAPITULO V

### CALCULOS Y APLICACIONES EN LA PROYECCION UTM

#### V.1 INTRODUCCION

En este capítulo se le dá un enfoque práctico a lo visto en capítulos anteriores, haciéndose el ajuste en el plano de una poligonal geodésica y una triangulación.

Los cálculos en el caso de la poligonal, abarcan desde los datos crudos hasta realizarse el ajuste. Estos datos me fueron facilitados por el ING. Raymundo Arvizu Díaz, los cuales provienen de PEMEX de un levantamiento realizado en Mazatlán. En el caso de la triangulación, se utilizaron datos corregidos geoméricamente, los cuales se pueden consultar en la Tesis del ING. Víctor Magaña (Ajuste en el Elipsoide de Redes Geodésicas ;1989).

Aunque el tema de la tesis se enfoca al ajuste riguroso de levantamientos geodésicos en el plano, es necesario considerar los cálculos previos para poder realizar el ajuste.

Cuando se hace un levantamiento geodésico, lo más común es realizar su ajuste en el elipsoide. En este trabajo se le dá un enfoque diferente al ajuste de levantamientos geodésicos, mostrando que el método es práctico y confiable.

En Canadá se ha visto que este tipo de ajuste es muy práctico para grandes redes de  $2^{\circ}$  y  $3^{\circ}$  orden. En México podría utilizarse este tipo de ajuste obteniéndose ventajas en su utilización.

El procedimiento que se sigue para realizar el ajuste a partir de datos geodésicos es el siguiente:

- 1.- Reducción de las observaciones al elipsoide.
- 2.- Reducción de todos los valores conocidos al plano.
- 3.- Cálculo de las coordenadas planas aproximadas, para los vértices donde no se conocen.
- 4.- Ajuste en el plano.
- 5.- Transformación de las coordenadas planas ajustadas al elipsoide.

Uno de los objetivos buscados al utilizar este método, es el ahorro de tiempo y esfuerzo, ya que las fórmulas utilizadas para realizar los cálculos en el elipsoide, son mas complicadas que las utilizadas en el plano.

Se puede decir que un ajuste realizado en el plano, es equivalente a uno realizado en el elipsoide sin una pérdida significativa de la precisión.

## V.2 CALCULOS Y AJUSTE EN EL PLANO DE UNA POLIGONAL GEODESICA.

### V.2.1. Descripción del Levantamiento.

La poligonal está ubicada entre los  $23^{\circ}$  y  $24^{\circ}$  de latitud norte, y los  $106^{\circ}$  y  $107^{\circ}$  de longitud este, en Mazatlan.

Para su levantamiento se partió de un lado geodésico conocido, cuyos vértices son el 391 y el 52, y se cerró en el punto conocido 997.

El cálculo de coordenadas aproximadas en el plano se realizó a lo largo de una distancia de 163Km.

La mayor distancia observada fué de 28 Km y la mas corta fué de 6.8 Km aproximadamente habiendo un total de 9 lados.

Las distancias se midieron con distanciómetro electrónico Electro-tape DM-20.

Las medidas angulares se hicieron con un teodolito Wild T-3.

El orden de los puntos de partida y de llegada es el primer orden.

El orden de la poligonal queda sujeta a:

- a.- La precisión de los instrumentos.
- b.- El orden de los puntos de conexión.
- c.- El espaciamiento de la poligonal.
- d.- La existencia de quiebras importantes, etc.

Tabla V.1. DATOS DEL LEVANTAMIENTO

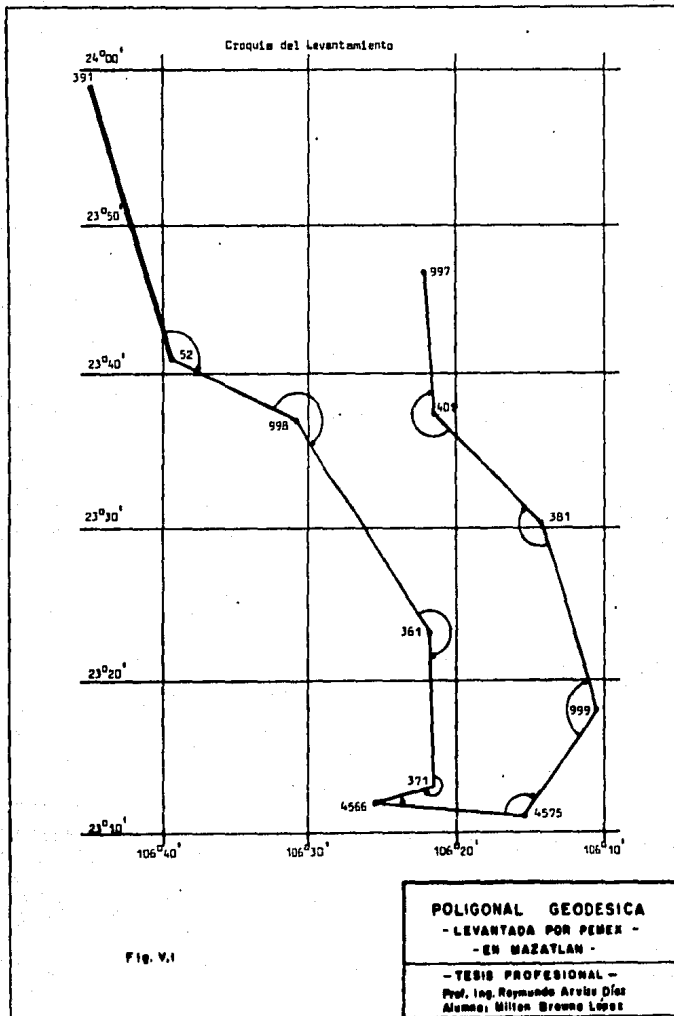
VERTICE	ELEVACION	LATITUD	LONGITUD
391	467.1774m	23° 59' 03.1033	106° 44' 50.3427
Partida 52	-----	23 41 22.5457	106 39 34.095
Llegada 997	836.2396m	23 46 51.29	106 22 15.613

Tabla V.2. MEDIDAS ANGULARES

P.O. Atras	EST.	P.O. Adelante	ANG. HOR.
391	52	998	132° 06' 32.9
52	998	361	218 24 37.3
998	361	371	193 01 41.8
361	371	4566	263 54 34.7
371	4566	4575	21 35 10.7
4566	4575	999	120 30 16.9
4575	999	381	129 17 29.7
999	381	401	153 00 28.0
381	401	997	220 05 30.2

Del levantamiento se obtuvieron:

- 1.- Las distancias inclinadas.
- 2.- Las distancias zenitales ( $Z_1$  y  $Z_2$ ) que sirvieron para calcular las elevaciones de las estaciones (Nivelación Trigonométrica) y poder así reducir las distancias al Nivel Medio del Mar.



- 3.- Temperaturas seca y humeda, para corregir las distancias por factores meteorológicos.
- 4.- La presión atmosférica para las correcciones por factores meteorológicos.

Tabla V.3 Distancias crudas, distancias zenitales temperaturas y presiones

Lado	D.C.	$Z_1$	$Z_2$	t	t'	P
1) 391 - 52	33836.06	90°12'58.9"	89°57'35.2"	28.75	24.28	722.6
2) 52 - 998	16152.946	89 09 31.9	90 58 14.1	24.61	21.88	713.7
3) 998 - 361	28746.246	90 53 34.4	89 19 56.9	27.80	24.53	721.4
4) 361 - 371	19018.702	90 21 30.8	89 47 33.4	29.22	23.69	741.4
5) 371 - 4566	6885.367	90 40 43.1	89 22 43.4	28.61	25.58	748.0
6) 4566 - 4575	17354.369	90 07 26.5	90 00 35.3	31.0	26.72	751.6
7) 4575 - 999	15190.751	87 35 37.9	92 31 20.1	28.78	24.28	755.7
8) 999 - 381	23638.609	90 54 41.4	89 16 10.6	26.69	22.25	712.0
9) 381 - 401	18233.822	89 57 55.9	90 10 34.3	26.25	24.0	724.9
10) 401 - 997	16963.092	88 38 21.5	91 29 41.7	22.69	22.36	704.6

D.C. = Distancia cruda

$Z_1$  = Distancia zenital en 1

$Z_2$  = Distancia zenital en 2

t = Temperatura seca °C ;

P = presión mm/Hg

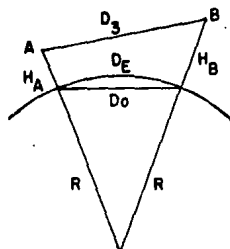
t' = Temperatura humeda °C

#### V.2.2. Reducción de las Observaciones al Elipsoide.

En todos los trabajos geodésicos es necesario reducir las observaciones al elipsoide para tener un mismo criterio respecto a cada distancia observada.

En la siguiente figura se muestra una distancia  $D_3$  que debe ser reducida al elipsoide.

Figura V.2



A, B = Vértices del levantamiento.

$H_A, H_B$  = Elevaciones de los puntos A y B.

R = Radio terrestre.

$D_3$  = Distancia cruda inclinada.

$D_0$  = Cuerda al nivel medio del mar.

$$D_0 = \sqrt{\frac{D_3^2 - (\Delta H)^2}{\left(1 + \frac{H_A}{R}\right)\left(1 + \frac{H_B}{R}\right)}} ; \text{ (Scherrer, 1982)}$$

$D_E$  = Distancia reducida al elipsoide.

$$D_E = D_0 \left(1 + \frac{D_0^2}{24 R^2}\right) ; \text{ (Scherrer, 1982)}$$

Antes de reducir las distancias al nivel medio del mar, y al elipsoide, es necesario corregirlas por factores meteorológicos.

### V.2.2.1 Corrección por Factores Meteorológicos.

Esta corrección se realiza, debido a que la temperatura y la presión atmosféricas afectan la velocidad de la luz, y en consecuencia, la distancia.

Las fórmulas utilizadas para esta corrección son las siguientes:

$$\text{Distancia corregida} = \frac{NP}{N_a} \cdot D$$

$$NP = 1.00032$$

$$N_a = 1 + \left( \frac{103.49}{T} (P-E) + \frac{86.2}{T} \left( 1 + \frac{574.8}{T} \right) E \right) 10^{-6}$$

$$N_a = 1 + \left( \frac{103.46}{T} P + \frac{490.814.24}{T^2} E \right) 10^{-6}; \text{ (Apuntes Univ.)}$$

$$E = E' + de$$

$$E' = 4.58 \times 10^8$$

$$a = \frac{7.5 t'}{237.3 + t'}$$

$$de = -0.00066 ( 1 + 0.0015t' ) P(t-t')$$

$$T = t^{\circ}\text{C} + 273.15$$

Como ejemplo, para la distancia 1, se tienen los siguientes valores parciales.

$$de = -2.1913390; \quad a = 0.696154; \quad E' = 22.752002; \quad E = 20.560663$$

$$T = 301.900; \quad N_a = 1.0003584; \quad \text{Dist. Corr.} = 33\ 834.761$$

Tabla V.4 Distancias Corregidas Meteorológicamente.

	<u>N<sub>a</sub></u>	<u>Distancias Corregidas</u>
1)	1.0003584	33 834.761
2)	1.0003496	16 152.468
3)	1.0003645	28 744.967
4)	1.0003566	19 018.006
5)	1.0003807	6 884.949
6)	1.0003836	17 353.266

	<u>Na</u>	<u>Distancias Corregidas</u>
7)	1.0003690	15 190.007
8)	1.0003439	23 638.044
9)	1.0003669	18 232.967
10)	1.0003592	16 962.427

### V.2.2.2. Corrección Geométrica a las Distancias.

#### -Nivelación Trigonométrica.

$$\Delta h_A = h_A - h_B = K \tan 1/2 (Z_2 - Z_1) \left( 1 + \frac{h_A + h_B}{2R} + \frac{K^2}{12R^2} \right)$$

$\Delta h_A$  = Desnivel entre A y B.

$h_A$  = Punto de elevación conocida.

$h_B$  = Punto cuya elevación se va a calcular.

$K, D$  = Distancia inclinada y distancia reducida al NMM.

$Z_A, Z_B$  = Distancias zenitales en A y B.

$R$  = Radio terrestre.

De la fórmula general se deduce la siguiente fórmula iterativa:

$$(A) = D \tan \frac{Z_B - Z_A}{2}$$

$$(B) = 1 + \frac{h_A}{R} + \left( \frac{D}{R} \right)^2 \cdot 1/12$$

$$(C) = \Delta h_D = AxB$$

$$(D) = \frac{\Delta h_D}{2R} + B$$

$$(E) = \Delta h_A = D \times A$$

$$(h_B) = E + h_A$$



Es conveniente que el radio utilizado, sea el radio medio ( $P$ ).

$$P = \sqrt{N R_m}$$

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_m)^{1/2}} ; \quad R_m = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_m)^{3/2}}$$

$\varphi_m$  = valor medio de la región donde se hizo el levantamiento.

$$a = 6\,378\,206.4$$

- Cálculo de  $\varphi_m$ .

$$\varphi_m = 23^\circ 30'$$

$$N = 6381641.4; \quad R_m = 6\,345\,275.1; \quad P = 6\,363\,432.4$$

Valores calculados de A, B, C, D y E para el lado 1 como ejemplo.

$$A = -75.75995; \quad B = 1.0000758; \quad C = -75.765693;$$

$$D = 1.0000818; \quad E = -75.766$$

Tabla V.5 Elevaciones Parciales

Estación	E	Elevaciones Parciales
391	—	467.1774(fija)
52	-75.766	391.411
998	255.417	646.828
361	-391.503	255.325
371	-93.931	161.394
4566	-78.108	83.286
4575	-17.298	65.988
999	653.740	719.728
381	-338.761	380.967
401	33.522	414.489
997	422.831	837.320

El error que se obtuvo sin tomar en cuenta las correcciones de (instrumento - señal) es:

$$\text{Elevación de 997} = 836.2396$$

$$\text{Elevación propagada} = 837.37$$

$$\text{Error} = 1.0804$$

- Cálculo de las correcciones por instrumento menos señal (i-s).

$$C = \left( \frac{(i-s)_{\text{inicial}} - (i-s)_{\text{final}}}{2} \right)$$

i = altura del instrumento.

s = altura de la señal.

De A a B = (i-s)inicial; de B a A = (i-s)final.

Tabla V.6 Elevaciones Finales

Ldo.	Datos (i-s)		Corrección C		Desnivel corr. por C	C'	C' Acumu- lada	Eleva- ciones Finales
	A	B	D=A-B	C=D/2				
	(i-s)I	(i-s)F						
1	-0.10	0.19	-0.29	-0.145	-75.911	-0.09	-0.09	391.18
2	-0.06	0.44	-0.50	-0.250	255.167	-0.06	-0.15	646.28
3	-0.12	0.01	0.11	0.055	-391.448	-0.09	-0.24	254.75
4	-0.05	0.27	-0.32	-0.160	-94.091	-0.02	-0.30	160.59
5	-0.22	-0.10	0.32	0.160	-77.948	-0.06	-0.32	82.63
6	-0.03	0.00	0.03	0.015	-17.283	-0.06	-0.38	65.28
7	-0.02	-0.28	0.30	0.150	653.890	-0.06	-0.44	719.11
8	-0.34	0.06	-0.40	-0.200	-338.961	-0.06	-0.50	380.09
9	-0.04	0.07	-0.03	-0.015	33.307	-0.06	-0.56	413.54
10	-0.11	0.25	-0.14	-0.070	422.761	-0.06	-0.62	836.24

-0.46

Error final = 1.08 - 0.46 = 0.62

$C' = \frac{D_1}{L} \times 0.62$  ; L = longitud total de la poligonal.

Aplicando las formulas para calcular  $D_O$  y  $D_E$  de la pag. 72 se obtiene la siguiente tabla.

Tabla V.7

Lado	$D_O$	$D_E$
1	33 832.39	33 832.434
2	16 149.133	16 149.137
3	28 740.266	28 740.290
4	19 017.152	19 017.159
5	6 884.376	6 884.376
6	17 353.056	17 353.061
7	15 174.994	15 174.998
8	23 633.572	23 633.586
9	18 231.799	18 231.805
10	16 955.494	16 955.499

### V.2.3. Reducción de las Observaciones al Plano.

Para realizar el ajuste en el plano, es necesario que todos los valores conocidos (coordenadas fijas, distancias y direcciones) estén reducidos al plano. Al mismo tiempo que se van calculando los valores planos se pueden calcular las coordenadas aproximadas de los vértices donde no se conocen.

El procedimiento que se sigue para la poligonal, es similar para la triangulateración, y consiste en dos puntos importantes.

- 1) Transformación de las coordenadas geodésicas fijas, a la proyección UTM.
- 2) Obtención de las direcciones y distancias planas al mismo tiempo que se calculan las coordenadas aproximadas.

### V.2.3.1. Transformación de las Coordenadas Geodésicas Fijas, al Plano.

Las fórmulas utilizadas, están referidas al Manual Técnico N°19 del Army Map Service de los E.U. , y a la pag. de esta Tesis.

#### V.2.3.1.1. Ejemplo de Cálculo de las Coordenadas UTM para el Vértice 391.

-Cálculo de Y.

$$Y = I + IIP^2 + IIIp^4 + A6$$

Datos para el cálculo.

$$\varphi_{391} = 23^{\circ}59'03''.1033$$

$$\lambda_{391} = 106^{\circ}44'50''.3427$$

$$e^2 = 0.006768658$$

$$e_1^2 = 0.006814784946$$

$$m_0 = 0.9996$$

$$1/\text{sen}1'' = 206\,264.80625$$

-Cálculo de I.

$$I = B_{391} m_0$$

$$B = 6\,367\,399.68917 \times \varphi_{391} - 32\,365.18693 \text{ sen } \varphi_{391} \cos \varphi_{391} \times \\ \times (1 + 0.0042314080 \text{ sen}^2 \varphi_{391} + 0.0000222782 \text{ sen}^4 \varphi_{391} + \\ + 0.0000001272 \text{ sen}^6 \varphi_{391} + 0.0000000008 \text{ sen}^8 \varphi_{391})$$

$$B = 2\,653\,385.296$$

$$I = 2\,652\,323.942$$

-Cálculo de II

$$II = \frac{r \text{ sen } \varphi_{391} \cos \varphi_{391}}{2 \times 206\,264.80625}$$

$$r = \frac{6\,378\,206.4}{(1 - 0.006768658 \text{ sen}^2 \varphi_{391})^{1/2}}$$

$$r = 6\,381\,776.0355$$

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

$$II = \frac{6\ 381\ 776.0355 \operatorname{sen} \varphi_{391} \cos \varphi_{391} \times 0.9996}{2 \times 206\ 264.80625^2}$$

$$II = 2.784294409 \times 10^{-5}$$

-Cálculo de III

$$III = \frac{r \operatorname{sen} \varphi_{391} \cos^3 \varphi_{391} \cdot (5 - \tan^2 \varphi_{391} + 9e^{1^2} \cos^2 \varphi_{391} + 4e^{4^4} \cos^4 \varphi_{391}) m_0}{24 \times 206\ 264.80625^4}$$

$$III = 2.2095109417 \times 10^{-16}$$

-Cálculo de p.

$p = \Delta \lambda''$  segundos de arco.

$$\Delta \lambda = \lambda_{391} - \lambda_0$$

$$\lambda_0 = 105^0$$

$$\Delta \lambda = 106^0\ 44'\ 50''.3427 - 105^0$$

$$\Delta \lambda = 1^0\ 44'\ 50''.3427$$

$$\Delta \lambda = p = 6\ 290''.3427$$

-Cálculo de A6.

$$A6 = p^6 \operatorname{sen} \varphi_{391} \cos^5 \varphi_{391} (61 - 58 \tan^2 \varphi_{391} + \tan^4 \varphi_{391} + 270 e^{1^2} \cos^2 \varphi_{391} \cos^2 \varphi_{391} - 330 e^{1^2} \operatorname{sen}^2 \varphi_{391}) m_0 / (720 \times 206\ 264.80625^6)$$

$$A6 = 0.000093562106$$

$$Y = 2\ 652\ 323.942 + 2.784294409 \times 10^{-5} \times 6290.3427^2 + \\ + 2.2095109417 \times 10^{-16} \times 6290.3427^4 + \\ + 0.00009356216$$

$$Y = 2\ 653\ 425.989$$

-Cálculo de X

$$X = X' - 500\ 000$$

$$X' = IVp + Vp^3 + B5$$

Datos para el cálculo

$$r = 6\ 381\ 776.0355$$

$$\varphi_{391} = 23^{\circ} 59' 03''.1033$$

$$m_0 = 0.9996$$

$$p = 6\ 290''.3427$$

$$e^2 = 0.006814784946$$

$$1/\text{sen}'' = 206\ 264.80625$$

-Cálculo de IV.

$$IV = \frac{r \cos \varphi_{391} \times m_0}{206\ 264.80625}$$

$$IV = 28.257006593$$

-Cálculo de V.

$$r \cos^3 \varphi_{391} (1 - \tan^2 \varphi_{391} + e^2 \cos^2 \varphi_{391}) \cdot m_0 / (5 \times 206\ 264.80625^3)$$

$$V = 74.639876378 \times 10^{-12}$$

-Cálculo de B5.

$$B5 = p^5 r \cos^5 \varphi_{391} (5 - 18 \tan^2 \varphi_{391} + \tan^4 \varphi_{391} + 14 e^2 \cos^2 \varphi_{391} - 58 e^2 \text{sen}^2 \varphi_{391}) \cdot m_0 / 120 \times 206\ 264.80625^5$$

$$B5 = 0.00133088$$

$$X' = 28.257006593 \times 6290''.3427 + 74.639876378 \times 10^{-12} \times 6290''.3427^3 + 0.00133088$$

$$X' = 177\ 764.837;$$

$$X = 322235.163$$

CALCULO DE COORDENADAS UTM PARTIENDO  
DE COORDENADAS GEOGRAFICAS

01

EST.	LAT.		LONG.			M.C.	DEG.	X	Y		
	G	N	G	N	G						
101	0	21	49	0	105	0	11	0	322235,1657	0	2651025,0691
052	0	21	41	27	4107	0	105	0	330782,0775	0	2620694,5911
059	0	21	40	51	2934	0	105	0	330107,2006	0	2630493,3396
LAM	0	30	34	30	5510	0	105	0	427470,0163	0	3362481,1304
DUD	0	30	30	0	0180	0	105	0	393117,5004	0	3361306,3098
PAT	0	29	43	15	0300	0	105	0	400307,0037	0	3360516,1175
GU*	0	29	41	17	1500	0	105	0	476580,9203	0	3362999,3004



CENTRO DE CALCULO TOPOGRAFICO Y GEOMETRICO DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

### V.2.3.1.2. Cálculo de las Coordenadas UTM usando un Programa de Computadora, en la VAX/VMS del CEEAFI de la Facultad.

Por medio de este programa se obtiene el meridiano central (M.C.) de la región (R.E.) en que se encuentra el levantamiento y los valores (Y,X) en la proyección UTM.

Los datos se pueden introducir por medio de un archivo de datos de la siguiente manera:

- 1) Número de estaciones por calcular.
- 2) Estación, Latitud, Longitud.

Ejemplo

3 ← 3 estaciones

3  
 391,23.59031033,106.44503427  
 052,23.41225457,106.39340950  
 997,23.46512924,106.22156134

} 3 estaciones

latitud      longitud

Coordenadas UTM de 391,052 y 997.

EST.	M.C.	REG.	X	Y
391	105	13	322235.1657	2653425.9891
52	105	13	330792.0775	2620694.5911
997	105	13	360307.2606	2630493.3298

### V.2.3.2. Ejemplo de Cálculo de las Coordenadas Aproximadas del Vértice 998.

En la figura V.3 de la siguiente página se muestra un croquis que nos permite ver la solución del problema, y además nos sirve de apoyo para el diagrama de flujo de la pag. 84 el cual también está basado en los diagramas de flujo de las pags. 53 y 54.



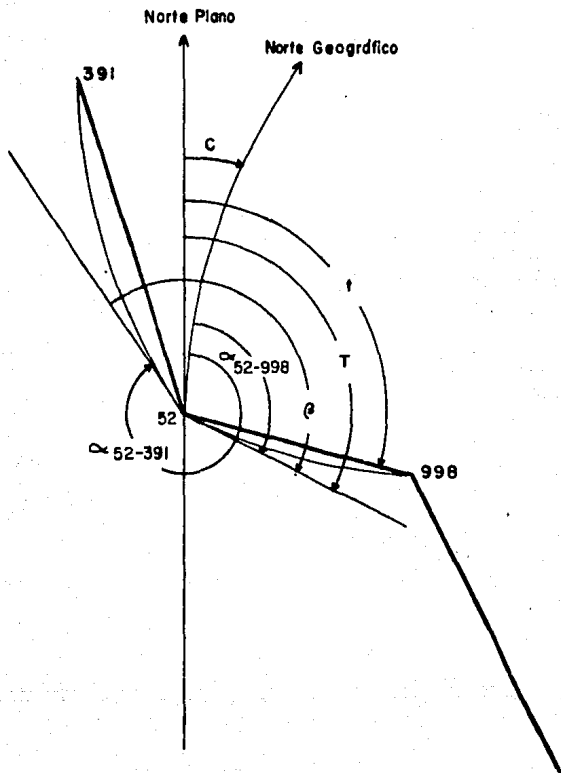


Figura V.3

Diagrama de flujo para el cálculo de las coordenadas  
aproximadas del punto 998

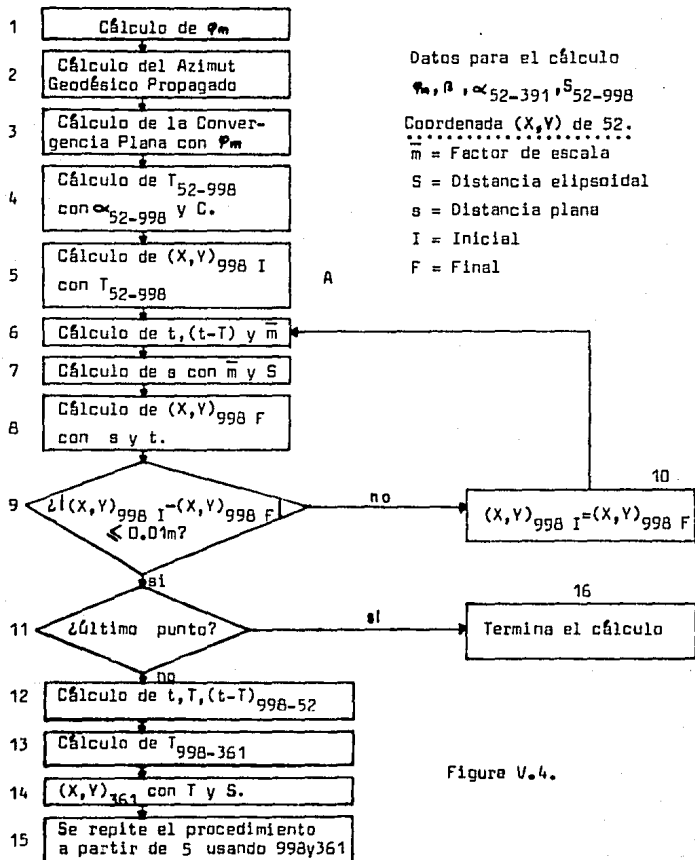


Figura V.4.

-Datos para el cálculo.

$$\theta = 132^{\circ} 06' 32.9''$$

$$\alpha_{52-391} = 344^{\circ} 41' 41.8''$$

$$X_{52} = 330\ 792.106 *$$

$$Y_{52} = 2\ 620\ 694.577 *$$

$$B_m = 2\ 598\ 721.0298$$

$$e'^2 = 0.006814784946$$

$$C = 6\ 399\ 902.552$$

$$m_0 = 0.9996$$

$$\varphi_{52} = 23^{\circ} 41' 22.5''$$

$$\lambda_{52} = 106^{\circ} 39' 34.1''$$

$$S_{52-998} = 16\ 147.919$$

\*

Estos valores difieren ligeramente de los calculados porque se calcularon en una Texas 59, la diferencia se debe a errores de truncamiento.

1.-  $\varphi_m = 23^{\circ} 30'$

2.- Cálculo del Azimut Geodésico propagado 52-998 .

$$\begin{aligned} \alpha_{52-998} &= \alpha_{52-391} + \beta \\ &= 344^{\circ} 40' 41.8'' + 132^{\circ} 06' 32.9'' \end{aligned}$$

$$\alpha_{52-998} = 116^{\circ} 47' 14.7''$$

3.- Cálculo de la convergencia.

Datos para el cálculo;  $\varphi_{52}$ ,  $\lambda_{52}$  y  $e'^2$ .

La fórmula utilizada está referida a la pag.47 de esta Tesis, y es la siguiente:

$$C = a7 l + a9 l^3 + a11 l^5$$

C = valor de la convergencia.

l = Diferencia de longitud entre el meridiano central y el punto considerado.

$$l = \lambda - \lambda_0$$

$$l = 106^{\circ} 39' 34.1'' - 105$$

$$l = 1^{\circ} 39' 34.1''$$

l debe estar expresado en radianes.

$$l = 0.0289633; \quad l^3 = 0.0000243; \quad l^5 = 2.038153 \times 10^{-8}$$

$$a7 = \text{sen } \varphi_{52} = \text{sen } 23^{\circ} 41' 22.5''$$

$$a7 = 0.4017812979$$

$$a9 = 1/3 \text{ sen } \varphi_{52} \cos^2 \varphi_{52} (1 + 3e^{l^2} \cos^2 \varphi_{52} + 2e^{l^4} \cos^4 \varphi_{52})$$

$$a9 = 0.1142402288$$

$$a11 = 1/15 \text{ sen } \varphi_{52} \cos^2 \varphi_{52} (-1 + 3 \cos^2 \varphi_{52} + \dots)$$

$$a11 = 0.0340452368$$

$$C = 0.4017812979 \times 0.0289633 + 0.1142402288 \times 0.0000243 + \\ + 0.0340452368 \times 2.038153 \times 10^{-8}$$

$$C_{52} = 40' 00.85''$$

4.- Cálculo del Azimut Geodésico Proyectado ( $T_{52-998}$ )

$$T_{52-998} = \alpha_{52-998} + C_{52}$$

$$= 116^{\circ} 47' 14.7'' + 40' 00.85''$$

$$T_{52-998} = 117^{\circ} 27' 15.55''$$

5.- Cálculo de  $X_{998 I}$  y  $Y_{998 I}$ .

$$X_{998} = X_{52} + S_{52-998} \text{ sen } T_{52-998}$$

$$= 330\,792.106 + 16\,147.919 \text{ sen } 117^{\circ} 27' 15.55''$$

$$X_{998 I} = 345,122.506$$

$$Y_{998 I} = Y_{52} + S_{52-998} \cos T_{52-998}$$

$$= 2620694.577 + 16147.9189 \cos 117^{\circ} 27' 15.55''$$

$$Y_{998} = 2613249.158$$

6.- Cálculo de  $(t-T)$ ,  $t$  y  $\bar{m}$ .

-Cálculo de  $(t-T)$ .

$$(t-T)_{52-998} = \frac{K}{3 m_0^2} (Y_{52} - Y_{998}) (2 \cdot X_{52} + X_{998} - 1500000)$$

$$K = \left( \frac{321.14}{6399902.552} (1 + 0.005814784946 \times \cos^2 23^\circ 30') \right)^2$$

$$K = 25.4687 \times 10^{-10}$$

$$(t-T)_{52-998} = \frac{25.4687 \times 10^{-10}}{3(0.9996)^2} (2620694.577 - 2613249.159) \cdot$$

$$\cdot (2 \times 330792.106 + 345122.5059 - 1500000)$$

$$(t-T)_{52-998} = -3.121$$

-Cálculo de t.

$$T = t - (t-T); \quad t = T + (t-T)$$

$$t = 117^\circ 27' 15.55'' - 3.121$$

$$t = 117^\circ 27' 12.434''$$

-Cálculo de  $\bar{m}$ .

$$\bar{m} = m_0 (1 + y'^2 (1 - D1x' + D2x' + D3y'^2))$$

$$x' = \frac{Y_m - B_m}{m_0 \cdot C}; \quad y' = \frac{X_m}{m_0 \cdot CV^{-2}\sqrt{2}}$$

$X_m$  y  $Y_m$ , son las coordenadas (x,y) del punto medio de la línea.

$D1, D2$  y  $D3$ , son factores mostrados en la pag.50 y 51.

Las formulas mostrados están referidas a la pag.50.

$$X_m = 1/3 (X_{52}^2 + X_{52} X_{998} + X_{998}^2)$$

$$X_m = 1/3 (169207.894^2 + 169207.894 \times 154877.495 + 154877.495^2)$$

$$X_m = 162\,095.4906$$

$$Y_m = Y_{52} + \frac{(Y_{998} - Y_{52})(X_m - X_{52}^2)}{X_{998}^2 - X_{52}^2}$$

$$Y_m = 2620694.577 + \frac{(2613249.158 - 2620694.577)(162095.490 - 169207.894)}{154877.495^2 - 169207.894^2}$$

$$Y_m = 2,616,999.298 \quad \underline{\underline{-169207.894}}$$

-Cálculo de  $x'$  y  $y'$ .

$$x' = \frac{2616999.298 - 2598721.0298}{0.9996 \times 6399902.552} = 0.0028571658$$

-Cálculo de  $y'$

$$V_m^2 = 1 + e'^2 \cos^2 \varphi_m = 1 + 0.006814784946 \times \cos^2 23^\circ 30'$$

$$V_m^2 = 1.0028615201$$

$$y' = \frac{162095.4906 \times 1.0028615201}{0.9996 \times 6399902.552 \sqrt{2}}$$

$$y' = 0.0180193144$$

-Cálculo de los valores D1, D2 y D3.

$$D1 = 4e'^2 \sin \varphi_m \cos \varphi_m V_m^{-5}$$

$$= 4 \times 0.006814784946 \times \sin 23^\circ 30' \cos 23^\circ 30' \times 1.00286152^{-5}$$

$$D1 = 0.0098266339$$

$$D2 = 2e'^2 (1 - 2 \cos^2 \varphi_m) V_m^{-2}$$

$$= 2 \times 0.006814784946 \times (1 - 2 \cos^2 23^\circ 30') \times 1.0028615201^{-2}$$

$$D2 = -0.0092423741$$

$$D3 = 1/6 (1 + 4e'^2 \cos^2 \varphi_m)$$

$$= 1/6 (1 + 4 \times 0.0068147849 \times \cos^2 23^\circ 30')$$

$$D3 = 0.1704874857$$

-Cálculo del factor de escala.

$$\bar{m} = 0.9996 (1 + 0.0180193144 (1 - 0.0098266339 \times 0.0028571658 -$$

$$- 0.0092423741 \times 0.0028571658^2 +$$

$$+ 0.1704874857 \times 0.0180193144))$$

$$\bar{m} = 0.9999245746$$

7.- Cálculo de  $s$ .

$$s = \bar{m} \times S$$

$$s = 0.9999245746 \times 16149.137$$

$$s = 16147.9189$$

8.- Cálculo de las coordenadas  $X_{998}$  y  $Y_{998}$  Finales.

$$X_{998} = X_{52} + s \cdot \sin t$$

$$= 330792.106 + 16147.9189 \sin 117^\circ 27' 12.434$$

$$X_{998} = 345121.539$$

$$\begin{aligned}
 Y_{998} &= Y_{52} + s \cdot \cos t \\
 &= 2620694.577 + 16147.9189 \cos 117^\circ 27' 12''.434 \\
 Y_{998} &= 2613249.939
 \end{aligned}$$

9.- Comparación entre los valores iniciales y los finales.

Coordenadas de 998

Iniciales		Finales		Diferencia	
X	Y	X	Y	X	Y
345122.505	2613249.158	345121.537	2613249.939	0.032	0.78

Segunda Iteración

10.- El valor inicial se desecha y se utiliza el valor final como inicial, se pasa al punto 6.

6.- Cálculo de  $(t-T)_{52-998}$ ,  $t_{52-998}$  y  $\bar{m}$ .

$$(t-T) = \frac{25.468 \times 10^{-10}}{3 \times 0.9996^2} (2620694.577 - 2613249.939)(2 \times 330792.106 + 345121.537 - 1500000)$$

$$(t-T) = -3.120$$

-Cálculo de  $t$ .

$$t = 117^\circ 27' 15.55'' - 3.120$$

$$t = 117^\circ 27' 12.430''$$

-Cálculo de  $\bar{m}$ .

-Cálculo de  $X_m, Y_m, x'$  y  $y'$ .

$$X_m = 1/3 (169207.894^2 + 169207.894 \times 154878.46 + 154878.46^2)$$

$$X_m = 162095.967$$

$$Y_m = 2620694.577 + \frac{(2613249.939 - 2620694.577) \cdot (162095.967 - 154878.46 - 169207.894)}{154878.46 - 169207.894}$$

$$Y_m = 261699.683$$

$$-169207.894)$$

$$x' = \frac{2616999.683 - 2598721.029}{0.9996 \times 6399902.552}$$

$$x' = 0.0028572259$$

$$y' = \frac{162095.967 \times 1.0028615201}{0.9996 \times 6399902.552 \sqrt{2}}$$

$$y' = 0.0180193674$$

-Cálculo de  $\bar{m}$ .

$$\bar{m} = 0.9996(1 + 0.0180193674^2(1 - 0.0098266339 - 0.0092423741 \times \\ \times 0.0028572259 + 0.1704874857 \times \\ \times 0.0180193674^2))$$

$$\bar{m} = 0.9999245766$$

7.- Cálculo de  $s$ .

$$s = 0.9999245766 \times 16149.137$$

$$s = 16147.919$$

8.- Cálculo de las coordenadas finales del punto 998.

$$X_{998} = 330792.106 + 16149.137 \text{ en } 117^{\circ} 27' 12.43''$$

$$X_{998} = 345121.537$$

$$Y_{998} = 2620694.577 + 16149.137 \cos 117^{\circ} 27' 12.43''$$

$$Y_{998} = 2613249.936$$

9.- Comparación de los valores iniciales y finales del vértice 998.

Coordenadas del punto 998.

Iniciales		Finales		Diferencia	
X	Y	X	Y	X	Y
345121.537	2613249.939	345121.537	2613249.936	0.00	0.003

V.2.3.3. Cálculo de las Coordenadas Aproximadas entre los vértices 52 y 997.

El cálculo se realizó por medio de un programa de computadora en Basic, algunas características de este programa son las siguientes:

Para proporcionarle datos al programa, se puede hacer un archivo de datos, o se puede correr el programa y proporcionar los datos conforme se vayan solicitando.

Ejemplo para cuando se van solicitando los datos.



## 1.- Aparece

• Teclar 1 PARA UNA EST. FIJA//2 PARA DOS//M.C.//LAT.M.

En el caso de que se parta de una estación fija y un azimut conocido, se pondrá 1.

Si se parte de dos estaciones fijas, se pondrá 2.

M.C. = Meridiano Central.

LAT.M. = Latitud Media.

Los valores angulares se deben teclear con un punto decimal.

$23^{\circ} 40' 15.6'' = 23.40156$

Para el caso de la poligonal se teclea lo siguiente.

1,105,23.3000

## 2.- Aparece

TECLEAR: EST//(X,Y) EST.//LAT. EST.//LONG. EST.

Se Teclea.

52,330792.106,2620694.577,23.41225,106.39341

## 3.- Aparece

PUNTO AD. //DIST.//AZ.

Se teclea.

998,16149.137,116.47147

## 4.- Aparece

TECLEAR: 1 SI EL AZ. SE MIDIO DEL SUR//0 SI SE MIDIO DEL NORTE

Se teclea.

0

## 5.- Aparece

TECLEAR: 1 PARA TERMINAR//2 PARA CAMBIAR EST.//3 CONTINUAR EN EST.

Se teclea

2

6.- Aparece

PUNTO AD.//DIST//DIR.

Se teclea.

0361,28740.29,218.24373

De aqui en adelante aparecen 5 y 6 en forma alternada hasta terminar.

Ejemplo para cuando se forma un archivo de datos.

Basándonos en la secuencia anterior del 1 al 6, se teclean los siguientes datos.

1,105,23.3000

0052,330792.106,2620694.577,23.41225,106.39341

0998,16149.137,116.47147

0

2

0361,28740.29,218.24373

2

0371,19017.159,193.01418

2

4566,6884.376,263.54347

2

4575,17353.061,21.35107

2

0999,15174.998,120.30169

2

0391,23633.586,129.17297

2

0401,18231.805,153.0028

2

0997,16955.499,220.05302

1

CUENTA DE INYECTAR, APERTURAS Y COMBINACION PLANAS  
PARA LA PROYECCION UTM

53

RESUMEN GENERAL: UN

LATITUD EFECTIVA = 21 30 0.000 "

LAT. EST. = 21 41 39.400 " LONG. EST. = 104 34 14.100 " ALTURA = 116 47 14.700 "

EST. N.º	D.º	H.º	X	Y	90	T	(99+)	OP	
0057	0000	10140,1170	AR	0 840709,1000 0 745171,5177	2600040,3770 2615240,9163	117 27 15,636	117 27 15,656	-3,120	10147,910
0058	0000	-----	0 00 00	0 145121,5377 0 330709,1000	2615240,9163 2607004,5770	287 27 12,416	287 27 6,405	3,030	-----
0161	0000	20740,300	218 24 37,100	0 150371,0116 0 356871,0310	2587024,2757 2587026,2757	155 51 16,616	155 51 46,705	-10,090	20736,600
0161	0000	-----	0 00 00	0 145121,5377 0 145171,5377	2587026,2757 2615240,9163	115 51 36,616	335 51 26,705	0,030	-----
0171	0000	14017,140	103 1 41,000	0 140519,7525 0 140519,7525	2564360,7790 2564360,7790	148 53 1,837	148 53 0,505	-6,740	14014,200
0171	0161	-----	0 00 00	0 140519,7525 0 140519,7525	2564360,7790 2587026,2757	148 53 1,837	340 52 45,147	6,690	-----
0171	0161	0000,376	761 94 14,700	0 140519,7525 0 140519,7525	2564360,7790 2587026,2757	242 47 20,111	257 47 20,047	-0,715	0001,300
0171	0161	-----	0 00 00	0 140519,7525 0 140519,7525	2564360,7790 2587026,2757	72 47 20,111	72 47 20,205	0,747	-----
0171	0161	17300,001	21 35 10,700	0 171264,0070 0 171264,0070	2564360,7790 2564360,7790	94 29 30,501	94 29 30,045	-0,673	17350,171
0171	0161	-----	0 00 00	0 171264,0070 0 171264,0070	2564360,7790 2564360,7790	274 27 30,501	274 27 30,137	0,694	-----
0171	0161	14176,000	120 50 14,000	0 170960,9184 0 170960,9184	2577451,0316 2577451,0316	14 52 50,070	14 52 50,037	3,092	14171,000
0171	0161	-----	0 00 00	0 170960,9184 0 170960,9184	2577451,0316 2587000,0000	214 52 50,070	214 52 2,976	-3,000	-----
0171	0161	21617,584	128 17 20,700	0 171640,4750 0 171640,4750	2600187,1672 2600187,1672	346 10 39,711	346 10 32,630	7,081	21620,970
0181	0000	-----	0 00 00	0 171640,4750 0 171640,4750	2600187,1672 2577451,0316	146 10 39,711	164 10 46,917	-7,206	-----
0181	0001	14210,004	141 0 20,000	0 141110,4508 0 141110,4508	2613450,5041 2613450,5041	117 11 19,360	117 11 14,917	4,463	14220,000
0181	0181	-----	0 00 00	0 141110,4508 0 141110,4508	2613450,5041 2613450,5041	117 11 19,360	137 10 21,963	-4,593	-----
0007	10000	000 0 270	0 30,700	0 100710,1810 0 100710,1810	2630023,2325 2630023,2325	157 17 0,180	157 16 20,183	0,000	10020,700

Tabla V.8 Distancias, Direcciones y  
Coordenadas Planas Aproximadas.

Est.	P.O.	Az. Plano	Dist. Plana	X	Y
52	998	117 27' 12.434	16147.919	330792.106	2620694.577
998	361	155 51 36.614	28736.680	345121.538	2613249.936
361	371	168 53 01.837	19014.242	356873.832	2587026.276
371	4566	252 47 29.111	6883.356	360539.753	2568368.772
4566	4575	94 22 38.591	17350.171	353964.537	2566332.324
4575	999	34 52 59.029	15171.830	371264.097	2565008.063
999	381	344 10 39.711	23628.571	379940.919	2577453.833
381	401	317 11 19.369	18228.481	373498.476	2600187.163
401	997	357 17 00.169	16952.780	361110.659	2613559.504
997				360307.162	2630493.233

W V.2.4. Ajuste de la Poligonal en el Plano por Métodos Topográficos.

El ajuste en el plano se puede realizar por cualquier método topográfico. El método más común, es el de la brújula, donde los errores angulares, tienen un efecto semejante a los de cadenamamiento.

Las correcciones a las proyecciones se establecen por la siguiente relación:

$$\text{Corr.}_{x,y} = \left( \frac{E_{x,y}}{L} \right) l$$

$E_{x,y}$  = error en x ó en y

L = Longitud total del levantamiento.

l = Longitud del lado que se trate.

Tabla V.9 Planilla de cálculo para el ajuste de la poligonal

Est.	P.O.	Dist.Plano	Az.Plano	Proyecciones sin corregir		Correcciones		Proyecciones Corregidas		Coordenadas UTM corregidas	
				X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
52	996	16147,919	117° 27' 12,434	14329,433	-7444,630	0,010	0,010	14329,443	-7444,620	330792,106	2620294,577
996	361	28736,680	155° 51' 36,614	11752,297	-26223,66	0,018	0,017	11752,315	-26223,642	345121,549	2611249,950
361	371	19014,242	168° 53' 01,837	3665,924	-18657,500	0,012	0,011	3665,936	-18657,489	356873,864	2587026,310
371	4566	6083,356	252° 47' 29,111	-6575,216	-2036,449	0,004	0,004	-6575,212	-2036,445	360539,800	2568368,820
4566	4575	17350,171	94° 22' 38,591	17299,360	-1324,260	0,011	0,010	17299,571	-1324,249	353964,508	2566332,374
4575	999	15171,830	34° 52' 59,029	8676,820	12445,771	0,009	0,009	8676,829	12445,780	371264,159	2565008,125
999	381	23628,571	344° 10' 39,711	-6442,443	22733,330	0,015	0,014	-6442,420	22733,345	379940,708	2577453,905
381	401	18228,481	317° 11' 19,369	-12387,822	13372,331	0,011	0,011	-12387,811	13372,342	373490,561	2600187,250
401	997	16952,780	357° 17' 00,169	-803,501	16933,728	0,010	0,010	-803,491	16933,738	361110,750	2613559,592

$E_x = 0,090m$ ;  $E_x = 360307,162 - 360307,260$   
 $E_y = 0,096m$ ;  $E_y = 2630493,233 - 2630493,329$   
 $ET = 0,130m$ ;  $ET = (0,090^2 + 0,096^2)^{1/2}$   
 $L = 162,114$ ; Precisión =  $1/1174739$

## V.2.5. Elaboración de las Planillas UTM y Geodésica, a partir de los Datos Ajustados.

### V.2.5.1 Elaboración de la Planilla UTM.

Los datos para el cálculo son las coordenadas fijas y las coordenadas ajustadas.

Los datos de esta planilla son los siguientes:

Estación, punto observado, azimut plano ( $t$ ), distancia plana, ángulo ( $t-T$ ), azimut geodésico proyectado ( $T$ ), convergencia de meridianos y el factor de escala  $\bar{m}$ .

Las formulas utilizadas para el cálculo son las mismas utilizadas en cálculos anteriores.

Fórmulas.

-Cálculo de las distancia plana.

$$\text{Dist. AB} = ((X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2)^{1/2}$$

-Cálculo del Azimut Plano.

$$\text{Az.}_{AB} = \text{ang tan } (X_A - X_B) / (Y_A - Y_B)$$

-Cálculo de ( $t-T$ )

$$(t-T) = \frac{K}{3 m_0^2} (Y_A - Y_B) (2 X_A + X_B - 1500000)$$

-Cálculo del azimut geodésico proyectado ( $T$ ).

$$T = t - (t-T)$$

-Cálculo de la convergencia.

$$C = a_7 l + a_9 l^3 + a_{11} l^5 + \dots$$

$l$  y los coeficientes se muestran en la página 47.

Para poder calcular la convergencia con la fórmula mostrada, es necesario transformar las coordenadas UTM de cada punto a Geodésicas y así tener la latitud ajustada de cada punto. Las coordenadas geodésicas se muestran en la planilla de coordenadas geodésicas.

-Cálculo de los factores de escala.

Para facilitar el cálculo se puede aplicar la fórmula  $\bar{m} = m_0(1+y^2)$  que es una parte de la fórmula general y que nos da una aproximación

de 0.6 partes por millón dentro de los límites de  $\pm 2^{\circ}$  de latitud media y  $\pm 3^{\circ} 30'$  de longitud.

Fórmula

$$y' = X \cdot Vm^2 / m_0 \cdot C \cdot \sqrt{2}$$

$$Vm^2 = 1 + e' \cos^2 \varphi_m$$

$$X^2 = 1/3 (X_1'^2 + X_1' X_2' + X_2'^2)$$

$$X' = X - 500000$$

$$e'^2 = 0.0068147849$$

$$m_0 = 0.9996$$

$$C = 6399902.55159$$

$$\varphi_m = 23^{\circ} 30'$$

#### V.2.5.2. Elaboración de la Planilla Geodésica.

La Planilla Geodésica se puede calcular fácilmente usando los valores de la Planilla UTM.

-Cálculo de las Coordenadas Geodésicas.

El cálculo se realizó por medio de un programa de computadora que me fué facilitado por el Ing. Arvizu.

En el Tema III.2.3. de la pag.45, se muestran las fórmulas y la secuencia seguida para el cálculo.

-Cálculo de las Distancias Geodésicas.

$$S = \frac{S}{m}$$

-Cálculo de los Azimutes Directo e Inverso.

Al Este del Meridiano Central.

$$Az.D_{1-2} = T_{1-2} + c_1$$

$$Az.I_{1-2} = T_{2-1} + c_2$$

c = Convergencia  
de Meridianos

Al Oeste del Meridiano Central.

$$Az.D_{1-2} = T_{1-2} - c_1$$

$$Az.I_{1-2} = T_{2-1} - c_2$$

Tabla V.10 Planilla UTM-Poligonal

Est. P.O.	Coordenadas Ajustadas		Distancia Plana	Azimut Plano (t)		(t-T)	T	Convergen- cia seys.	Factor de Escala $\frac{m}{m}$
	X	Y							
52 -998	330792,106	2620694,577	16147,921	117 <sup>0</sup> 27'	12.264	-3,120	117 <sup>0</sup> 27' 15,384	2400,853	0,99992457
998 -52				297 27	12.264	3,030	297 27 09,234	2190,637	
995 -361	345121,549	2613249,950	28736,668	155 51	36,450	-10,091	155 51 46,540	2190,637	0,9998744
361 -998				335 51	36,450	9,830	335 51 26,620	2001,749	
361 -371	356873,864	2587026,310	19014,233	168 53	01,602	-6,748	168 53 08,350	2001,749	0,99984663
371 -361				348 53	01,602	6,690	348 52 54,912	1934,788	
371-4566	360539,800	2568368,820	6883,351	252 47	29,012	-0,735	252 47 29,747	1934,788	0,99985177
4566-371				72 47	29,012	0,747	252 47 28,265	2024,170	
4566-4575	353964,508	2566332,374	17350,180	94 22	38,340	-0,473	94 22 38,813	2024,178	0,99983348
4575-4566				274 22	38,340	0,454	274 22 37,886	1783,445	
4575-999	371264,159	2565008,125	15171,851	34 52	58,971	3,992	34 52 54,979	1783,445	0,99979124
999-4575				214 52	58,971	-3,900	214 53 02,871	1672,290	
999- 381	379940,988	2577453,905	23628,577	344 10	39,841	7,081	344 10 32,760	1672,290	0,99978778
381 -999				164 10	39,841	-7,206	164 10 47,047	1779,300	
381 -401	373498,561	2600187,250	18228,475	317 11	19,422	4,453	317 11 14,969	1779,388	0,99981767
401 -381				137 11	19,422	-4,593	137 11 24,015	1964,832	
401 -997	361110,750	2613559,592	16952,792	357 17	00,143	6,006	357 16 54,137	1964,832	0,99983967
997 -401				177 17	00,143	-6,018	177 17 06,161	1990,563	



Tabla V.11 Planilla Geodésica - Poligonal

Est. P.O.	Latitud	Longitud	Distancia	Az.D	Az.I
52 - 998	23 <sup>o</sup> 41' 22.5457	106 <sup>o</sup> 39' 34.0941	16149.139	116 <sup>o</sup> 47' 14.531	296 <sup>o</sup> 50' 38.597
998 - 361	23 37 25.7301	106 31 05.5253	28740.278	155 15 15.903	335 18 04.871
361 - 371	23 23 17.1024	106 24 01.8748	19017.150	168 19 46.601	348 20 40.124
371 -4566	23 13 11.6630	106 21 46.5793	6884.372	252 25 41.553	252 13 44.087
4566 -4575	23 12 03.4038	106 25 37.1552	17353.070	93 48 54.635	273 52 54.441
4575 - 999	23 11 25.5411	106 15 28.3185	15175.019	34 23 11.534	214 25 10.581
999 - 381	23 18 12.5609	106 10 26.7007	23633.593	343 42 40.47	163 41 07.659
381 - 401	23 30 29.9374	106 14 20.3424	18231.799	316 41 35.581	136 64 42.175
401 - 997	23 37 41.0323	106 21 41.5152	16955.510	356 44 09.305	176 43 55.598
997	23 46 51.2924	106 22 15.6134			

### V.3 CALCULOS Y AJUSTE EN EL PLANO DE UNA TRIANGULATERACION GEODESICA

#### V.3.1. Descripción del Levantamiento.

Las características generales de este levantamiento son las siguientes:

Fu  levantado en Chihuahua a una latitud media de  $30^{\circ} 15'$  Norte y una longitud media de  $105^{\circ} 46'$  Este.

La extensión del levantamiento en sentido E-W es aproximadamente de  $1^{\circ}$  y en el sentido N-S, de aproximadamente  $50'$ .

La triangulateración está formada por tres cuadriláteros con diagonales, en donde hay cuatro vértices fijos y cuatro vértices por calcular; los vértices fijos son: Lamentos, 2, Rayo y Gomeños.

Todas las distancias se midieron con Electrotape DM-20 y todos los ángulos con un Teodolito Wild T-2. Los datos de las distancias corregidas geométricamente, los valores angulares y los pesos, me fueron facilitados por el Ing. Victor Magaña, los cuales se pueden consultar en su Tesis "Ajuste en el Elipsoide de Redes Geodésicas". Los datos originales provienen de un levantamiento realizado por PEMEX.

Datos de los puntos de partida y llegada.

Tabla V.12 Coordenadas Fijas

Estación	Latitud	Longitud	Elevación
2	$30^{\circ} 39' 06.818$	$106^{\circ} 06' 47.526$	2154.21
Lamentos	$30 34 39.553$	$105 48 32.284$	1976.06
Rayo	$29 53 15.678$	$105 56 43.601$	1952.82
Gomeños	$29 51 32.150$	$105 14 35.870$	2216.90

En el levantamiento existen 25 ángulos medidos y 16 distancias medidas, dos de las cuales deben de haber servido para efectos de comprobación.

En la siguiente página se muestra un croquis del levantamiento.

## Croquis del Levantamiento

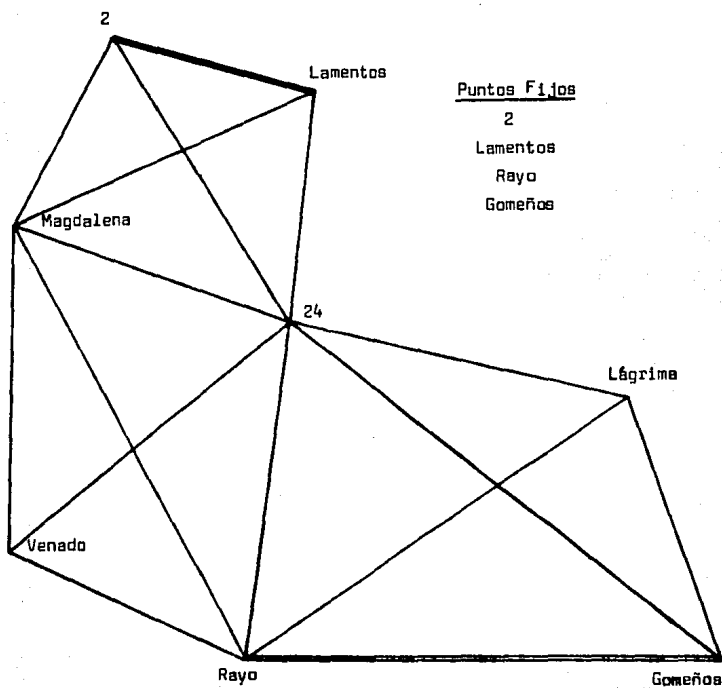


Figura V.5

### V.3.2. Datos del Levantamiento.

#### V.3.2.1. Distancias Reducidas el Elipsoide.

Un ejemplo de la reducción al elipsoide se puede ver en el caso de la poligonal en la página 71.

Tabla V.13 Distancias Corregidas Geométricamente.

Lado	Distancia	Peso
2 -Magdalena	28752.001	18.58
2 -Lamentos	30309.045	16.75
2 - 24	46744.102	7.10
Lamentos -Magdalena	47484.761	6.88
Lamentos - 24	32074.470	14.98
Magdalena- 24	42855.719	8.44
Magdalena-Rayo	68311.945	3.33
Magdalena-Venado	44499.315	7.83
24 -Venado	50326.119	6.14
Venado - Rayo	36804.360	11.41
24 - Rayo	45536.403	7.48
24 - Lágrima	49043.905	6.45
24 - Gomeños	76401.061	2.67
Rayo - Lágrima	64144.290	3.78
Rayo - Gomeños	67908.964	3.37
Gomeños - Lágrima	37150.363	11.21

#### V.3.2.2 Angulos Horizontales Observados.

Los ángulos fueron medidos con Teodolito Wild T-2, 16 veces cada ángulo en posición directa e inversa, obteniéndose el valor probable y el peso de cada ángulo.

Los ángulos de la tabla que se muestra a continuación se convirtieron en direcciones debido a que el método de ajuste fué por direcciones y además son necesarias para poder calcular las coordenadas aproximadas por medio de un programa de computadora.

Tabla V.14 Angulos Horizontales

Est.	P.D.		Angulo	Peso
	Atras	Adelante		
Ray - 24 - Lag			49 <sup>0</sup> 36' 20.406	1.896484
Ray - Lag - Gom			32 30 49.993	1.298542
24 - Lag - Gom			23 41 47.855	0.211630
Gom - Ray - 24			36 11 09.459	0.993306
Gom - 24 - Lag			32 02 31.352	1.061605
24 - Gom - Ray			61 41 51.294	0.079329
24 - Ray - Ven			44 48 27.100	0.120446
24 - Ven - Mag			56 22 00.480	0.182402
Ven - Mag - 24			53 18 24.481	1.239268
Ven - 24 - Ray			60 40 59.808	0.708148
Mag - 24 - Ray			40 50 27.000	0.536489
Mag - Ray - Ven			29 29 15.107	0.309848
2 - Lam - 24			42 55 20.000	0.380442
2 - 24 - Mag			64 04 25.011	0.205644
Mag - 2 - Lam			37 37 07.878	0.473964
Mag - Lam - 24			41 11 33.922	0.619351
Lag - Ray - 24			45 00 06.397	0.127584
Lag - Gom - Ray			79 15 33.239	0.113462
Ray - Ven - Mag			36 31 22.363	1.308044
Ray - Mag - 24			37 59 10.696	1.923763
24 - Mag - 2			37 06 56.706	0.313207
24 - 2 - Lam			40 03 20.080	0.067367
Lam - Lag - 24			52 29 20.134	0.176363
Lam - 24 - Mag			61 38 14.152	0.247081
Lam - Mag - 2			35 23 06.684	0.307694

## Direcciones Utilizadas en el Cálculo

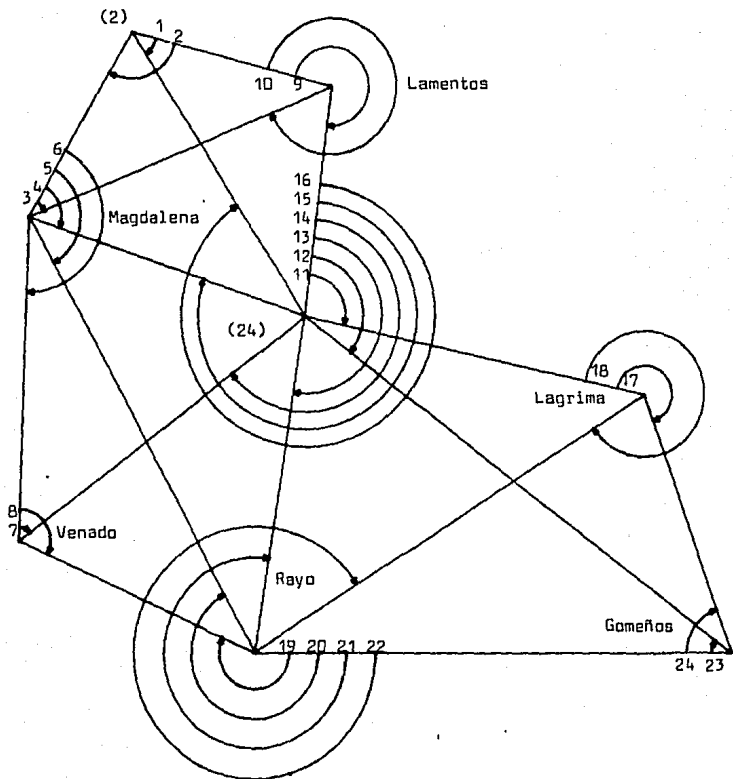


Figure V.6

Tabla V.15

Direcciones obtenidas a partir de los ángulos  
observados

	<u>Direcciones</u>	<u>Observadas</u>
(1)	42 <sup>o</sup> 55'	20.000
(2)	106 59	45.000
(3)	37 37	07.878
(4)	78 48	41.798
(5)	119 39	08.798
(6)	149 08	23.920
(7)	53 18	24.481
(8)	113 59	24.289
(9)	262 58	39.164
(10)	324 36	53.316
(11)	96 15	36.484
(12)	119 57	24.340
(13)	181 39	15.634
(14)	226 27	42.714
(15)	282 49	43.210
(16)	319 56	39.920
(17)	235 44	20.364
(18)	314 59	53.603
(19)	203 22	16.542
(20)	239 53	38.905
(21)	277 52	49.601
(22)	327 29	10.00
(23)	36 11	09.459
(24)	68 13	40.811

### V.3.3. Reducción de las Observaciones al Plano.

#### V.3.3.1. Reducción de las Coordenadas Fijas al Plano.

La reducción de coordenadas fijas al plano, se realizó por medio de un programa de computadora. Referencia en pag. 81.

Un ejemplo de cálculo se muestra en la transformación de coordenadas geodésicas a UTM para la poligonal, en la pag. 78.

Tabla V.16 Coordenadas Planas UTM

Est.	X	Y
2	393337.500	3391369.789
Lamentos	422429.918	3382893.159
Rayo	408707.603	3306536.188
Gomeños	476500.920	3302999.260

V.3.3.2. Propagación de las Coordenadas Fijas, para el Cálculo de las Aproximadas.

V.3.3.2.1. Ejemplo de Cálculo de las Coordenadas Aproximadas del - Vértice Magdalena.

En la siguiente página se muestra la figura V.7 que nos permite visualizar la secuencia que se debe seguir en el cálculo, además en la pag.108 se muestra un diagrama de flujo que nos va indicando la secuencia para realizar el cálculo.

-Datos para el cálculo

$$\varphi_m = 30^{\circ} 15' 19''$$

$$e_1^2 = 0.006814784946$$

$$X_2 = 393337.500$$

$$m_0 = 0.9996$$

$$Y_2 = 3391369.789$$

$$C = 6399902.552$$

$$X_{Lam} = 422429.918$$

$$Y_{Lam} = 3382893.159$$

$$S_{2-Mag} = 28752.001$$

$$\alpha_{2-Lam-Mag} = 106^{\circ} 59' 45.00''$$



## Cálculo de las Coordenadas Aproximadas del Vértice Magdalena

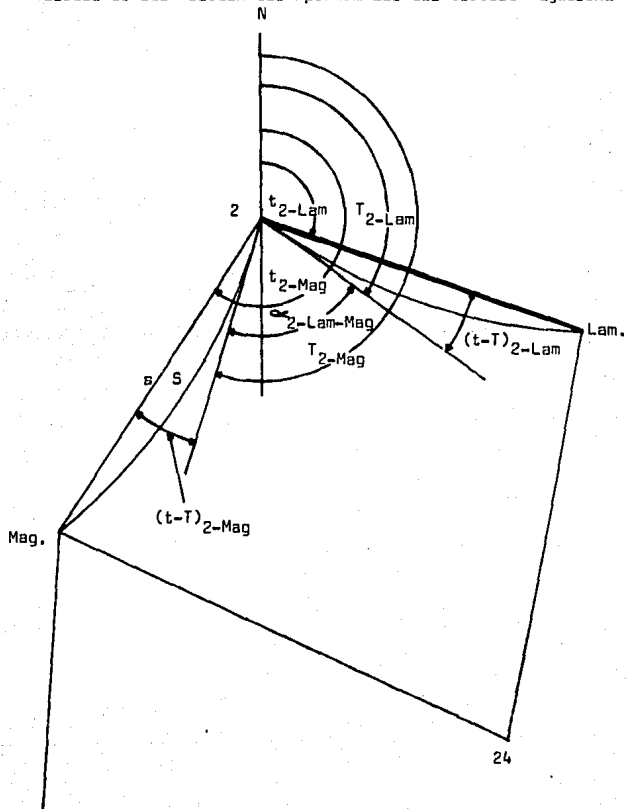
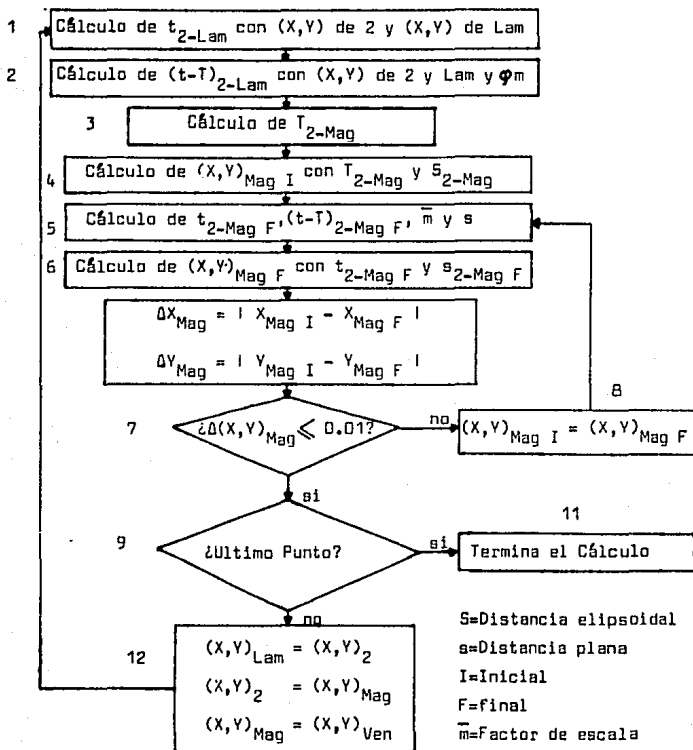


Figura V.7

Diagrama de flujo para el cálculo de las coordenadas aproximadas de Magdalena.



Los datos de partida son:

2, Lam,  $\phi_m$ ,  $\alpha_{2-Lam-Mag}$  y S.

Figura V.8

Las fórmulas utilizadas en el cálculo están referidas a las páginas 47, 49, 50 y 51.

1.-Cálculo de  $t_{2-Lam}$

$$t_{2-Lam} = \text{ang tan } (X_2 - X_{Lam}) / (Y_2 - Y_{Lam})$$

$$= \text{ang tan } \frac{393337.500 - 422429.918}{3391369.789 - 3382893.159}$$

$$t_{2-Lam} = 106^{\circ} 14' 40.16''$$

2.-Cálculo del valor  $(t-T)_{2-Lam}$

$$(t-T)_{2-Lam} = \frac{K}{3 \times 0.9996^2} (Y_2 - Y_{Lam}) (2 \cdot X_2 + X_{Lam} - 1500000)$$

$$K = \left( \frac{321.14}{6399902.5516} (1 + 0.006814784946 \cos^2 30^{\circ} 15' 19'') \right)^2$$

$$K = 25.4359 \times 10^{-10}$$

$$(t-T) = \frac{25.4359 \times 10^{-10}}{3 \times 0.9996^2} (3391369.789 - 3382893.159) \cdot (2 \times 393337.5 + 422429.918 - 1500000)$$

$$(t-T)_{2-Lam} = -2.092$$

3.-Cálculo de  $T_{2-Mag}$

$$T_{2-Mag} = T_{2-Lam} + \text{Dir}_{2-Lam-Mag} ; \quad T_{2-Lam} = t_{2-Lam} - (t-T)_{2-Lam}$$

$$= 106^{\circ} 14' 40.16'' + 2.092$$

$$T_{2-Lam} = 106^{\circ} 14' 42.252''$$

$$T_{2-Mag} = 106^{\circ} 14' 42.252'' + 106^{\circ} 59' 45.00''$$

$$T_{2-Mag} = 213^{\circ} 14' 27.252''$$

4.-Cálculo de las coordenadas aproximadas iniciales del vértice Magdalena.

$$X_{Mag 1} = X_2 + S \text{ sen } T_{2-Mag} = 393337.500 + \text{sen } 213^{\circ} 14' 27.252'' \times 28752.001$$

$$X_{Mag 1} = 377576.791$$

$$Y_{\text{Mag I}} = Y_2 + 5 \text{ sen } T_{2-\text{Mag}} = 3391369.7898 + \cos 213^\circ 14' 27'' \cdot 252 \times 28752.001$$

$$Y_{\text{Mag I}} = 3367322.3868$$

5.-Cálculo de  $t, (t-T), \bar{m}$  y  $s$ .

$$(t-T)_{\text{Mag F}} = \frac{K}{3 \times 0.9996^2} (Y_2 - Y_{\text{Mag I}}) (2 \cdot X_2 + X_{\text{Mag I}} - 1500000)$$

$$= \frac{25.435 \times 10^{-10}}{3 \times 0.9996^2} (3391369.789 - 3367322.38682) \cdot$$

$$\cdot (2 \times 393337.5 + 377576.791 - 1500000)$$

$$(t-T)_{\text{Mag F}} = -6.851$$

-Cálculo de  $t$ .

$$t_{\text{Mag F}} = T_{2-\text{Mag}} + (t-T)_{\text{Mag F}}$$

$$= 213^\circ 14' 27'' \cdot 252 - 6.851$$

$$t_{\text{Mag F}} = 213^\circ 14' 20.401$$

-Cálculo del factor de escala  $\bar{m}$ .

$$\bar{m} = m_0 (1 + y^2 (1 - D_1 x^1 + D_2 x^1{}^2 + D_3 y^1{}^2))$$

-Cálculo de  $X_m$  y  $Y_m$  para calcular  $x^1$  y  $y^1$ .

$$X_m^2 = 1/3 (X_2^1{}^2 + X_2^1 X_{\text{Mag I}}^1 + X_{\text{Mag I}}^1{}^2)$$

$$X_2^1 = 393337.500 - 500000$$

$$= -106662.5$$

$$X_{\text{Mag I}}^1 = 377576.7906 - 500000$$

$$= -122423.21$$

$$X_m = 114633.179$$

$$Y_m = (Y_{\text{Mag I}} - Y_2) \cdot (X_m - X_2^1) / (X_{\text{Mag I}}^1 - X_2^1)$$

$$Y_m = 3391369.789 + \frac{3367322.3868 - 3391369.789}{122423.21 - 106662.5} (114633.178 - 106662.5)$$

$$Y_m = 3379208.2743$$

-Cálculo de  $x'$  y de  $y'$ .

$$x' = (Y_m - B_m) / (m_0 \times C)$$

-Cálculo de  $B_m$  para  $\varphi_m = 30^\circ 15' 19''$

$$B_m = 6367399.6892 \times \varphi_{m_{\text{rad}}} - 32365.18693 \times \text{sen } \varphi_m \times \text{cos } \varphi_m \times \\ \times (1 + 0.0042314080 \times \text{sen}^2 \varphi_m + 0.0000222782 \times \text{sen}^4 \varphi_m + \\ + 0.0000001272 \times \text{sen}^6 \varphi_m + 0.0000000008 \times \text{sen}^8 \varphi_m)$$

$$B_m = 3346891.7094$$

$$x' = (3379208.2743 - 3346891.7094) / (0.9996 \times 6399902.5516)$$

$$x' = 0.0050515608$$

$$y' = X_m \cdot V_m^2 / 0.9996 \times 6399902.5516 \sqrt{2}$$

-Cálculo de  $V_m^2$

$$V_m^2 = 1 + 0.006814784946 \cos^2 30^\circ 15' 19''$$

$$V_m = 1.00253914$$

$$y' = 0.0127349839$$

-Cálculo de los factores  $D_1, D_2$  y  $D_3$ .

$$D_1 = 4 \times 0.006814784946 \times \text{sen } 30^\circ 15' 19'' \cos 30^\circ 15' 19'' / 1.00253914^5$$

$$D_1 = 0.0117143313$$

$$D_2 = 2 \times 0.006814784946 \times (1 - 2 \cos^2 30^\circ 15' 19'') / 1.00253914^2$$

$$D_2 = -0.0066753932$$

$$D_3 = 1/6 (1 + 4 \times 0.0068147849 \cos^2 30^\circ 15' 19'')$$

$$D_3 = 0.1700564843$$

$$\bar{m} = 1 + 0.012734984^2 \times (1 - 0.0117143313 \times 0.00505156 - \\ - 0.0066753932 \times 0.0050515^2 + \\ + 0.17005648 \times 0.012734984^2)$$

$$\bar{m} = 0.9997621098$$

-Cálculo de  $s_{2-\text{Mag}}$

$$s = \bar{m} \times s_{2-\text{Mag}} = 0.9997621098 \times 28752.001$$

$$s = 28745.1612$$

6.-Cálculo de las coordenadas finales del vértice Magdalena.

$$X_{Mag} = 393337.5 + 28745.1612 \times \text{sen } 213^{\circ}14'20.401''$$

$$X_{Mag} = 377581.339$$

$$Y_{Mag} = 3391369.789 + 28745.1612 \times \text{cos } 213^{\circ}14'20.401''$$

$$Y_{Mag} = 3367327.5841$$

7.-Comparación entre las coordenadas iniciales y las finales.

Coordenadas de Magdalena

Iniciales		Finales		Diferencia	
X	Y	X	Y	X	Y
377576.7906	3367322.3868	377581.3385	3367327.5841	4.55	5.194

8.-El valor inicial se desecha y se utiliza el valor final como inicial, se pasa al punto 5

5.-Cálculo de  $(t-T)_{2-Mag F}$  Ref. pag.110 inciso (5).

$$(t-T)_{2-Mag F} = \frac{25.435 \times 10^{10}}{3 \times 0.9996^2} (3391369.789 - 3367327.58) \cdot (2 \times 393337.5 + 377581.34 - 1500000)$$

$$(t-T) = -6.849$$

$$t_{Mag F} = T_{2-Mag} + (t-T)_{Mag F}$$

$$= 213^{\circ}14'27.252'' - 6.849$$

$$t_{Mag F} = 213^{\circ}14'20.403''$$

-Cálculo de  $X_m$  y  $Y_m$  para el cálculo de  $x'$  y  $y'$ . Ref. pag. 110 inciso 5.

$$X'_{Mag} = | 377581.34 - 500000 | = 122418.66$$

$$X^2 = 1/3 (106662.5^2 + 106662.5 \times 122418.66 + 122418.66^2)$$

$$X = 114630.854$$

$$Y = 3391369.789 + \left( \frac{3367327.58 - 3391369.789 \times (114630.854 - 106662.5)}{122418.66 - 106662.5} \right)$$

$$Y = 3367327.5841$$

$$x' = \frac{3367327.5841 - 3346891.7094}{0.9996 \times 6399902.5516}$$

$$x' = 0.0050519774$$

$$y' = \frac{114630.854 \times 1.00253914^2}{0.9996 \times 6399902.5516 \sqrt{2}}$$

$$y' = 0.0127347257$$

$$\bar{m} = 0.9996(1 + 0.0127347257^2(1 - 0.0117143313 \times 0.0050519774 - 0.00666753932 \times 0.0050519774 + 0.1700564843 \times 0.0127347257^2))$$

$$\bar{m} = 0.9997621032$$

-Cálculo de  $s_{2-Mag}$

$$s_{2-Mag} = 0.9997621032 \times 28752.001$$

$$s_{2-Mag} = 28745.16099$$

6.-Cálculo de las coordenadas finales del vértice Magdalena.

$$X_{Mag F} = 393337.5 + 28745.16099 \times \text{sen } 213^{\circ}14'20''401$$

$$X_{Mag F} = 377581.3384$$

$$Y_{Mag F} = 3391369.789 + 28745.16099 \times \text{cos } 213^{\circ}14'20''401$$

$$Y_{Mag F} = 3367327.584$$

7.-Comparación entre las coordenadas iniciales y finales.

Coordenadas de Magdalena

Iniciales		Finales		Diferencia	
X	Y	X	Y	X	Y
377581.3385	3367327.5841	377581.3384	3367327.584	0.0001	0.0002

Como esta dentro de la tolerancia establecida, se pasa al punto 9.

9.-Para este ejemplo, Magdalena es el último punto, por lo que se termina con los cálculos. En el caso de que se quisiera continuar con otros puntos por ejemplo Venado; Magdalena y 2 se convierten en puntos de coordenadas fijas y venado el punto por calcular y se repite el procedimiento desde (1) pero ahora Magdalena es la estación, 2 el punto atrás y Venado el punto adelante.

V.3.3.2.2. Cálculo de las Coordenadas Aproximadas de todo el Levantamiento.

El cálculo de las coordenadas aproximadas se realizó por medio de un programa de computadora, calculándose todas las direcciones y las distancias planas. En la pag. 90 se hacen algunos comentarios de este programa.

El cálculo se realizó en forma de poligonal, partiendo de 2 para calcular Magdalena y Venado y cerrar en Rayo, y partiendo de Lamentos para calcular 24 y Lágrima y cerrar en Gomeños.

Croquis mostrando el trayecto que se siguió para el cálculo de coordenadas aproximadas y el origen y sentido de las direcciones usadas en el cálculo.

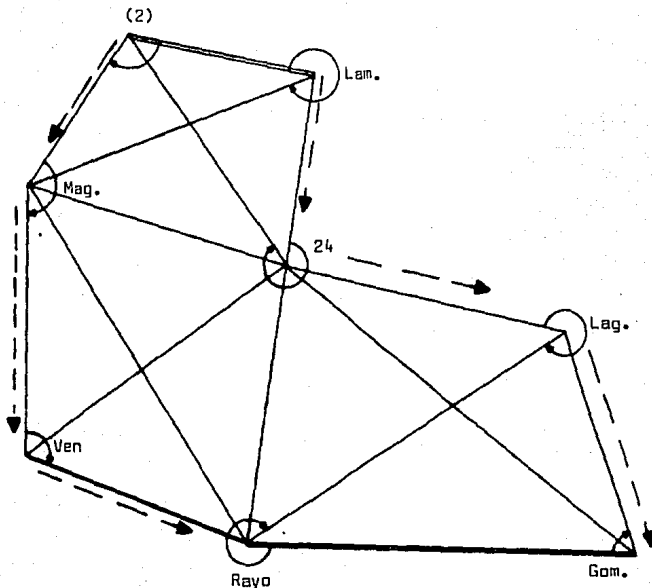


Figura V.9



PLANIMETRIE DERIVANTAN, AZIMUTER Y CONCORDANCIAS PLANES  
 PARA LA PROYECCION UTM

REPÚBLICA COSTARRICENSE

LATITUD SEÑAL 0 30 15 10,000 0

115

PROY. OR.	N. NOR.	NOR.	X.	Y	TP	T	(TP-T)	DP
<b>L88</b>								
009	-----	0 00 00	422420,0184	1322091,1503	286 16 40,160	286 16 30,276	1,803	-----
081	47686,261	376 36 41,116	177401,0108	1367376,4916	750 51 27,926	750 51 31,992	-3,666	47691,722
074	17076,670	969 10 30,200	417209,4504	1351261,2110	100 13 11,009	100 13 17,676	-6,300	17066,102
<b>076</b>								
L88	-----	0 00 00	417209,4504	1351261,2110	100 13 11,009	100 13 17,676	-6,300	-----
072	46746,169	310 56 30,490	171110,4144	1191360,2701	320 9 51,767	320 9 44,483	6,266	46730,402
081	47686,261	389 40 43,210	177401,0108	1367376,4916	702 2 01,701	702 2 47,773	-3,920	47686,200
070	40190,710	376 27 47,710	175740,7517	1322074,6717	715 40 40,300	715 40 47,273	-6,973	40212,737
081	47686,261	389 40 43,210	177401,0108	1367376,4916	190 52 10,405	190 52 20,193	-9,730	47692,444
070	40190,710	376 27 47,710	175740,7517	1322074,6717	129 10 21,170	129 10 28,903	-7,733	40212,436
L88	-----	0 00 00	417209,4504	1351261,2110	100 13 11,009	100 13 17,676	-6,300	40026,512
<b>L87</b>								
074	-----	0 00 00	406461,1676	1310160,0810	705 28 30,013	705 28 37,100	-1,705	-----
081	4144,200	110 50 51,600	406746,4211	1305559,5102	740 20 36,359	740 20 30,700	6,300	4122,016
070	17140,164	376 40 20,400	476400,6506	1301002,1917	161 12 04,601	161 12 07,400	-2,817	17135,900

РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ, СЪЮЗОВЕ И ПОДСЕЛБАНИ ПЛАНОВЕ  
 ЗА ЛА ПОДСВЕЩАВАНЕ УТМ

ОБЩИНСКИ ЦЕНТРАЛНИ ТУК ЗАВИСИМОСТИ ЗА 1978-1988 Г. 115

ПРИН. ДОК.	И. ОБЩ.	ОП.	И	У	УП	У	СР-У	ОП
<b>ОП</b>								
1.20	0 00 00	0 103117.4000	0 1301104.7000	0 104 14 00.100	0 100 14 00.700	0 -0.000	0	
020	0 00 00	0 020430.4100	0 1002001.1000	0 104 0 00.100	0 100 10 00.100	0 -10.000	0	00730.000
030	0 100 00	0 177000.0000	0 1301200.0000	0 110 14 20.000	0 110 14 20.700	0 -0.000	0	00700.100
<b>ОП</b>								
1.20	0 10 00	0 072070.0000	0 1301200.0000	0 110 14 20.000	0 110 14 20.700	0 7.000	0	
020	0 10 00	0 072070.0000	0 1301200.0000	0 110 14 20.000	0 110 14 20.700	0 -0.000	0	00700.100
030	0 10 00	0 072070.0000	0 1301200.0000	0 110 14 20.000	0 110 14 20.700	0 -0.000	0	00700.100
<b>ОП</b>								
1.20	0 10 00	0 072070.0000	0 1301200.0000	0 110 14 20.000	0 110 14 20.700	0 -0.000	0	00700.100
020	0 10 00	0 072070.0000	0 1301200.0000	0 110 14 20.000	0 110 14 20.700	0 -0.000	0	00700.100
030	0 10 00	0 072070.0000	0 1301200.0000	0 110 14 20.000	0 110 14 20.700	0 -0.000	0	00700.100
<b>ОП</b>								
1.20	0 10 00	0 072070.0000	0 1301200.0000	0 110 14 20.000	0 110 14 20.700	0 -0.000	0	00700.100
020	0 10 00	0 072070.0000	0 1301200.0000	0 110 14 20.000	0 110 14 20.700	0 -0.000	0	00700.100
030	0 10 00	0 072070.0000	0 1301200.0000	0 110 14 20.000	0 110 14 20.700	0 -0.000	0	00700.100

**ESTADO DE DEBITOS, RESERVAS Y CONTINGENCIAS PASIVAS  
PARA LA EJECUCION DE**

RECURSOS GENERALES S.C.

LÍNEA DE CRÉDITO N.º 30 DE 10,000.0

117

PAY. NO.	DESCR.	IMP.	X	Y	VP	Z	(PP-7)	MP
RAY	CRD	11 00 00	480707.4032	1306530.1874	03 50 11,606	07 70 17,326	-0,619	0000000000
			676400.4781	1702900.7466	03 50 11,606	07 70 17,326	-0,619	0000000000
	VP	4 46004.160	201 27 16,462	374738.2408	3122873.0792	206 71 20,020	206 71 20,768	4,296
			171580.8161	1167126.6411	312 51 6,862	322 72 51,120	14,733	68296.811
	Z	4 46104.000	277 42 46,401	617202.2403	1311241.0540	10 72 11,000	10 52 1,075	10,000
			466807.6691	1338176.2400	00 20 20,077	00 20 22,326	5,060	66122.010



Haciendo estación en cada vértice, se calcularon todas las distancias planas (s), las direcciones geodésicas proyectadas (T), las direcciones planas (t), y el valor (t-T).

Al llegar a los vértices fijos Rayo y Gomeños, se determinó el error de cierre entre coordenadas propagadas en el plano y coordenadas fijas.

Est.	UTM Propagadas		UTM Fijas		Diferencia	
	X	Y	X	Y	X	Y
Ray	408708.806	3306539.703	408707.6032	3306536.188	1.20	3.52
Gom	476499.450	3303002.191	476500.9200	3302999.260	1.47	2.93

Considerando que cada uno de los valores va a tener que ser ajustado, las diferencias son tolerables, ya que en el ajuste, cada valor se acercará considerablemente al valor verdadero.

Los valores propagados que se muestran a continuación, son los obtenidos por el cálculo directo en forma de poligonal.

Tabla V.17 Coordenadas Aproximadas

Est.	X	Y
Mag	377581.338	3367327.584
Ven	375739.151	3322875.873
24	417292.550	3351243.211
Lag	464541.143	3338160.042

#### V.3.4. Ajuste de la Triangulateración en el Plano por el Método de los Mínimos Cuadrados.

Para poderse realizar este ajuste es necesario formar el sistema matricial linealizado  $B\Delta X + W = V$  donde:

B = Matriz de Diseño,

$\Delta X$  = Vector de Incógnitas

W = Vector de Términos Independientes.

V = Vector de Residuos.

Las incógnitas  $\Delta X$ , se obtienen resolviendo el siguiente sistema.

$$\Delta X = -(B^T P B)^{-1} (B^T P W)$$

$P$  = Matriz de los Pesos

Los residuos ( $V$ ) nos pueden servir para cuestiones estadísticas.

El sistema  $B \Delta X + W = V$  proviene de un sistema de ecuaciones de observación linealizado como se comentó en el tema de ajustes.

En el sistema  $B \Delta X + W = V$

$B$  = Coeficientes del sistema de ecuaciones de observación linealizado.

$W$  = Diferencia entre los valores observados menos los calculados .

#### V.3.4.1. Cálculo de las Ecuaciones de Observación de Direcciones.

Fórmula Linealizada de Direcciones. Ref. Pag. 64.

$$V = \left( \frac{\Delta Y_{ij}}{D_o^2} \right) dx_j + \left( \frac{\Delta X_{ij}}{D_o^2} \right) dy_j + \left( \frac{\Delta Y_{i1}}{D_o^2} \right) dx_1 + \left( \frac{\Delta X_{i1}}{D_o^2} \right) dy_1 - \\ - dz + (\text{Dir. Plana Calculada} - \text{Dir. Plana} - Z_o)$$

##### V.3.4.1.1. Determinación de las Direcciones Calculadas.

Todas las direcciones están medidas a partir de una dirección desconocida  $Z_o$ , esta dirección es el origen de cada observación, pero por la forma en que se realizó el cálculo, esta dirección se trasladó al Norte sin afectar los resultados. Por esta razón se trabajó con Azimutes que son direcciones medidas a partir del Norte.

$$(\text{Dir. Calc.} - \text{Dir. Obs.} - Z_o) = (\text{Az. Calc.} - \text{Az. Obs.} - Z_o) = 0$$

-Cálculo de las direcciones a partir del Norte

$$\text{Dir.}_{1-2} = \text{ang} \tan(X_2 - X_1) / (Y_2 - Y_1)$$

Tabla V.18 Direcciones a partir del Norte

Est.	P.O.	Dirección Plana Observada	Dirección Plana Calculada	Diferencia
2	24	149 <sup>0</sup> 09' 52" 173	149 <sup>0</sup> 09' 48" 000	-4" 173
2	Mag	213 14 20.402	213 14 20.402	0
Mag	2	33 14 20.402	33 14 20.402	0
Mag	Lam	70 51 25.368	70 51 34.815	9.447
Mag	24	112 02 50.560	112 05 58.555	7.995
Mag	Ray	152 53 04.694	152 53 12.316	7.622
Mag	Ven	182 22 23.230	182 22 23.230	0
Ray	Ven	296 21 33.020	296 21 49.468	16.448
Ray	Mag	332 53 06.862	332 53 12.316	5.454
Ray	24	10 52 11.889	10 52 12.025	0.136
Ray	Lag	60 28 28.072	60 28 22.759	-5.313
Ven	Mag	2 22 23.230	2 22 23.230	0
Ven	24	55 40 41.692	55 40 47.081	5.389
Ven	Ray	116 21 28.817	116 21 49.468	20.651
Lam	24	189 13 11.089	189 13 11.089	0
Lam	Mag	250 51 27.926	250 51 34.815	6.889
24	Lam	9 13 11.089	9 13 11.089	0
24	Lag	105 28 38.813	105 28 38.813	0
24	Gom	129 10 21.170	129 10 25.365	4.195
24	Ray	190 52 10.455	190 52 12.025	1.570
24	Ven	235 40 40.300	235 40 47.081	6.781
24	Mag	292 02 51.701	292 02 58.555	6.854
24	2	329 09 53.747	329 09 48.000	-5.747
Lag	24	285 28 38.813	285 28 38.813	0
Lag	Gom	161 12 54.691	161 12 52.205	-2.486
Lag	Ray	240 28 26.359	240 28 22.759	-3.600
Gom	Lag	341 12 54.398	341 12 52.205	-2.193
Gom	24	309 10 25.896	309 10 25.365	-0.531

-Distancias Planas Calculadas.

Fórmula utilizada.

$$D = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

Tabla V.19

Lado	Dist.Plana Obs.	Dist.Plana Calc.	Diferencia
2 — Mag	28745.161	28745.161	0
2 — 24	46730.602	46733.143	-2.541
Lam — Mag	47471.723	47472.963	-1.240
Lam — 24	32064.182	32064.182	0
Mag — Ven	44489.867	44489.867	0
Mag — Ray	68294.311	68296.692	-2.381
Mag — 24	42844.208	42844.923	-0.715
24 — Ven	50312.727	50312.929	-0.202
24 — Ray	45522.444	45523.831	-1.387
24 — Gom	76373.434	76374.799	-1.365
24 — Lag	49026.512	49026.512	0
Lag — Ray	64122.014	64167.377	-45.363
Lag — Gom	37135.906	37139.155	-3.249
Ven — Ray	36794.954	36795.436	0.482

-Valores de  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta X/D$ , y  $\Delta Y/D$

$$\Delta X_{ji} = X_i - X_j ;$$

$$\Delta Y_{ji} = Y_i - Y_j$$

Tabla V.20

i	j	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta X/D$	$\Delta Y/D$
2	Mag	-15756.162	-24042.205	-0.54813268	-0.83639138
2	24	23955.052	-40126.578	0.51262019	-0.85867882
Lam	Mag	-44848.580	-15565.575	-0.94474304	-0.32789151
Lam	24	-5137.368	-31649.948	-0.16022140	-0.98708109
Mag	Ven	-1842.187	-44451.711	-0.04140689	-0.99914237
Mag	Ray	31126.265	-60791.396	0.45576659	-0.89013851
Mag	24	39711.212	-16084.373	0.92687469	-0.37541534
24	Ven	-41553.399	-28367.338	-0.82590234	-0.56382032



i	j	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta X/D$	$\Delta Y/D$
24	Ray	- 8584.947	-44707.023	-0.18858713	-0.98208749
24	Gom	59208.370	-48243.951	0.77524824	-0.63168498
24	Lag	47248.593	-13083.169	0.96373556	-0.26685906
Lag	Ray	-55833.540	-31623.854	-0.87073903	-0.49318248
Lag	Gom	11959.777	-35160.782	0.32205427	-0.94681363
Ven	Ray	32968.452	-16339.685	0.89600471	-0.44407407

### V.3.4.1.2. Ecuaciones de Observación de Direcciones, Linealizadas.

Los datos para formar estas ecuaciones son:

- 1) Las distancias planas calculadas.
- 2) La dirección plana observada menos la dirección plana calculada.
- 3)  $\Delta X$  y  $\Delta Y$ .

Ejemplo para el lado 2-24. Se hace referencia a la fórmula, pag. 64.

$$V_{2-24} = \left( \frac{Y_{24} - Y_2}{D_0^2 \text{ sen } 1} \right) dx_{24} + \left( \frac{X_2 - X_{24}}{D_0^2 \text{ sen } 1} \right) dy_{24} + \left( \frac{Y_2 - Y_{24}}{D_0^2 \text{ sen } 1} \right) dx_2 + \left( \frac{X_{24} - X_2}{D_0^2 \text{ sen } 1} \right) dy_2 - dz_2 + (D.P.C._{2-24} - D.P.O._{2-24} - Z_0)$$

$$V_{2-24} = \left( \frac{-40126.587}{46730.602^2 \text{ sen } 1} \right) dx_{24} + \left( \frac{-23955.05}{46730.602^2 \text{ sen } 1} \right) dy_{24} + \left( \frac{40126.587}{46730.602^2 \text{ sen } 1} \right) 0 + \left( \frac{-23955.05}{46730.602^2 \text{ sen } 1} \right) 0 - dz_2 + (149^{\text{D}} 09' 48.000'' - 149^{\text{D}} 09' 52.173'' - 0)$$

$dx_2$  y  $dy_2$  son iguales a 0 ya que 2 es coordenada fija y no existe ninguna diferencial en coordenadas fijas.

$$V_{2-24} = -3.7901344 dx_{24} - 2.262661 dy_{24} + 0 + 0 - dz_2 - 4.173''$$

Tabla V.21

Ecuaciones de Observación de Direcciones, Linealizadas

124

$V_{2-24}$	$= -3.7901344dx_{24}$	$-2.2626610dy_{24}$	$+ Odx_2$	$+ Ody_2$	$-dz_2$	$-4.173$
$V_{2-Mag}$	$= -6.0016396dx_{Mag}$	$+3.9331996dy_{Mag}$	$+ Odx_2$	$+ Ody_2$	$-dz_2$	$+0$
$V_{Mag-2}$	$= -6.0016396dx_{Mag}$	$+3.9331996dy_{Mag}$	$+ Odx_2$	$+ Ody_2$	$-dz_{Mag}$	$+0$
$V_{Mag-Lam}$	$= -1.4246898dx_{Mag}$	$+4.1049118dy_{Mag}$	$+ Odx_{Lam}$	$+ Ody_{Lam}$	$-dz_{Mag}$	$+9.447$
$V_{Mag-24}$	$= 1.8073615dx_{24}$	$+4.4622627dy_{Mag}$	$-1.8073610dx_{24}$	$-4.46226270dy_{24}$	$-dz_{Mag}$	$+7.995$
$V_{Mag-Ray}$	$= 2.6884266dx_{Mag}$	$+1.3765216dy_{Mag}$	$+ Odx_{Ray}$	$+ Ody_{Ray}$	$-dz_{Mag}$	$+7.622$
$V_{Mag-Ven}$	$= 4.6322437dx_{Mag}$	$-0.1919714dy_{Mag}$	$-4.6322437dx_{Ven}$	$+0.19197148dy_{Ven}$	$-dz_{Mag}$	$+0$
$V_{Ven-Mag}$	$= 4.6322437dx_{Mag}$	$-0.1919714dy_{Mag}$	$-4.6322437dx_{Ven}$	$+0.19197148dy_{Ven}$	$-dz_{Ven}$	$+0$
$V_{Ven-24}$	$= -2.3114686dx_{Ven}$	$+3.3859144dy_{Ven}$	$+2.3114686dx_{24}$	$-3.38591440dy_{24}$	$-dz_{Ven}$	$+5.389$
$V_{Ven-Ray}$	$= 2.4893862dx_{Ven}$	$+5.0228147dy_{Ven}$	$+ Odx_{Ray}$	$+ Ody_{Ray}$	$-dz_{Ven}$	$+20.651$
$V_{Ray-Ven}$	$= 2.4893862dx_{Ven}$	$+5.0228147dy_{Ven}$	$+ Odx_{Ray}$	$+ Ody_{Ray}$	$-dz_{Ray}$	$+16.448$
$V_{Ray-Mag}$	$= 2.6884266dx_{Mag}$	$+1.3765216dy_{Mag}$	$+ Odx_{Ray}$	$+ Ody_{Ray}$	$-dz_{Ray}$	$+5.454$
$V_{Ray-24}$	$= 4.44498948dx_{24}$	$-0.8544989dy_{24}$	$+ Odx_{Ray}$	$+ Ody_{Ray}$	$-dz_{Ray}$	$+0.136$
$V_{Ray-Lag}$	$= 1.5864472dx_{Lag}$	$-2.8009542dy_{Lag}$	$+ Odx_{Ray}$	$+ Ody_{Ray}$	$-dz_{Ray}$	$-5.313$
$V_{Lam-24}$	$= -6.3497672dx_{24}$	$+1.0306846dy_{24}$	$+ Odx_{Lam}$	$+ Ody_{Lam}$	$-dz_{Lam}$	$+0$
$V_{Lam-Mag}$	$= -1.4246898dx_{Mag}$	$+4.1049118dy_{Mag}$	$+ Odx_{Lam}$	$+ Ody_{Lam}$	$-dz_{Lam}$	$+6.889$
$V_{24-Lam}$	$= -6.3497672dx_{24}$	$+1.0306846dy_{24}$	$+ Odx_{Lam}$	$+ Ody_{Lam}$	$-dz_{24}$	$+0$
$V_{24-Lag}$	$= 1.1227319dx_{24}$	$+4.0546374dy_{24}$	$-1.1227319dx_{Lag}$	$-4.05463740dy_{Lag}$	$-dz_{24}$	$+0$
$V_{24-Gom}$	$= 1.7060170dx_{24}$	$+2.0937441dy_{24}$	$+ Odx_{Gom}$	$+ Ody_{Gom}$	$-dz_{24}$	$+4.195$
$V_{24-Ray}$	$= 4.44498948dx_{24}$	$-0.85449899dy_{24}$	$+ Odx_{Ray}$	$+ Ody_{Ray}$	$-dz_{24}$	$+1.57$
$V_{24-Ven}$	$= -2.3114686dx_{Ven}$	$+3.3859144dy_{Ven}$	$+2.3114686dx_{24}$	$-3.38591440dy_{24}$	$-dz_{24}$	$+6.781$
$V_{24-Mag}$	$= 1.8073615dx_{Mag}$	$+4.4622627dy_{Mag}$	$-1.8073615dx_{24}$	$-4.46226270dy_{24}$	$-dz_{24}$	$+6.854$
$V_{24-2}$	$= -3.7901344dx_{24}$	$-2.2626610dy_{24}$	$+ Odx_2$	$+ Ody_2$	$-dz_2$	$-5.747$
$V_{Lag-Gom}$	$= 3.2590422dx_{Lag}$	$+1.7887932dy_{Lag}$	$+ Odx_{Gom}$	$+ Ody_{Gom}$	$-dz_{Lag}$	$-2.486$
$V_{Lag-Ray}$	$= 1.5864472dx_{Lag}$	$-2.8009542dy_{Lag}$	$+ Odx_{Ray}$	$+ Ody_{Ray}$	$-dz_{Lag}$	$-3.600$
$V_{Lag-24}$	$= 1.1227319dx_{24}$	$+4.0546374dy_{24}$	$-1.1227319dx_{Lag}$	$-4.05463740dy_{Lag}$	$-dz_{Lag}$	$+0$
$V_{Gom-24}$	$= 1.7060170dx_{24}$	$+2.0937441dy_{24}$	$+ Odx_{Gom}$	$+ Ody_{Gom}$	$-dz_{Gom}$	$-0.531$
$V_{Gom-Lag}$	$= 3.2590422dx_{Lag}$	$+1.7887932dy_{Lag}$	$+ Odx_{Gom}$	$+ Ody_{Gom}$	$-dz_{Gom}$	$-2.193$

### V.3.4.2. Cálculo de las Ecuaciones de Observación Linealizadas de Distancias.

$$V_D = \frac{\Delta X_{ii}}{D} dx_i + \frac{\Delta Y_{ii}}{D} dy_i + \frac{\Delta X_{ij}}{D} dx_j + \frac{\Delta Y_{ij}}{D} dy_j - (\text{Dist. Plana Obs.} - \text{Dist. Plana Calculada})$$

Ejemplo para el lado 2-24

$$V_{2-24} = \frac{X_2 - X_{24}}{D_{2-24}} dx_2 + \frac{Y_2 - Y_{24}}{D_{2-24}} dy_2 + \frac{X_{24} - X_2}{D_{2-24}} dx_{24} + \frac{Y_{24} - Y_2}{D_{2-24}} dy_{24} - (\text{Dist. Plana Obs.} - \text{Dist. Plana Calc.})$$

$$V_{2-24} = \frac{-23955.05}{46730.602}(0) + \frac{40126.578}{46730.602}(0) + \frac{23955.05}{46730.60} dx_{24} - \frac{40126.578}{46730.602} dy_{24} - (-46730.602 - 46733.143)$$

$$V_{2-24} = 0 + 0 + 0.512620188 dx_{24} - 0.85867882 dy_{24} + 2.541$$

Tabla V.22

126

## Ecuaciones de observación de distancias, linealizadas

$V_{2-24}$	$=0.5126202dx_{24}$	$-0.8586788dy_{24}$	$+$	$0dx_2$	$+$	$0dy_2$	$+ 2.541$
$V_{2-Mag}$	$=-0.5481327dx_{Mag}$	$-0.8363914dy_{Mag}$	$+$	$0dx_2$	$+$	$0dy_2$	$+ 0$
$V_{Lam-Mag}$	$=-0.9447430dx_{Mag}$	$-0.3278915dy_{Mag}$	$+$	$0dx_{Lam}$	$+$	$0dy_{Lam}$	$+ 1.240$
$V_{Lam-24}$	$=-0.1602214dx_{24}$	$-0.9870811dy_{24}$	$+$	$0dx_{Lam}$	$+$	$0dy_{Lam}$	$+ 0$
$V_{Mag-24}$	$=-0.9268747dx_{Mag}$	$+0.3754153dy_{Mag}$	$+0.9268746dx_{24}$	$-0.3754153dy_{24}$	$+ 0.715$		
$V_{Mag-Ray}$	$=-0.4557665dx_{Mag}$	$+0.8901385dy_{Mag}$	$+$	$0dx_{Ray}$	$+$	$0dy_{Ray}$	$+ 2.381$
$V_{Mag-Ven}$	$=0.0414068dx_{Mag}$	$+0.9991424dy_{Mag}$	$-0.0414068dx_{Ven}$	$-0.9991423dy_{Ven}$	$+ 0$		
$V_{24-Ven}$	$=0.8259023dx_{24}$	$+0.5638203dy_{24}$	$-0.8259023dx_{Ven}$	$-0.5638203dy_{Ven}$	$+ 0.202$		
$V_{24-Ray}$	$=0.1885871dx_{24}$	$+0.9820874dy_{24}$	$+$	$0dx_{Ray}$	$+$	$0dy_{Ray}$	$+ 1.387$
$V_{24-Lag}$	$=-0.9637356dx_{24}$	$+0.2668591dy_{24}$	$+0.9637355dx_{Lag}$	$-0.26685906dy_{Lag}$	$+ 0$		
$V_{24-Gom}$	$=-0.7752482dx_{24}$	$+0.6316849dy_{24}$	$+$	$0dx_{Gom}$	$+$	$0dy_{Gom}$	$+ 1.365$
$V_{Ven-Ray}$	$=-0.8960047dx_{Ven}$	$+0.4440741dy_{Ven}$	$+$	$0dx_{Ray}$	$+$	$0dy_{Ray}$	$+ 0.482$
$V_{Lag-Gom}$	$=-0.3220543dx_{Lag}$	$+0.9468136dy_{Lag}$	$+$	$0dx_{Gom}$	$+$	$0dy_{Gom}$	$+ 3.249$

De las Ecuaciones de Observación Linealizadas, se formó el siguiente Sistema Matricial.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|l|} \hline \text{Coeficientes de Distancias} \\ \hline \\ \hline \text{Coeficientes de Direcciones} \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|l} \hline \text{O} \\ \text{r} \\ \text{i} \\ \text{e} \\ \text{n} \\ \text{t} \\ \text{a} \\ \text{c} \\ \text{i} \\ \text{ó} \\ \text{n} \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|l} \hline \text{D} \\ \text{e} \\ \text{s} \\ \text{c} \\ \text{o} \\ \text{n} \\ \text{o} \\ \text{c} \\ \text{i} \\ \text{o} \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|l} \hline \text{I} \\ \text{N} \\ \text{C} \\ \text{O} \\ \text{G} \\ \text{N} \\ \text{I} \\ \text{T} \\ \text{A} \\ \text{S} \\ \hline \end{array} \\
 + \\
 \begin{array}{|l} \hline \text{C} \\ \text{A} \\ \text{L} \\ \text{C} \\ \text{U} \\ \text{L} \\ \text{A} \\ \text{D} \\ \text{O} \\ \hline \end{array} \\
 - \\
 \begin{array}{|l} \hline \text{O} \\ \text{B} \\ \text{S} \\ \text{E} \\ \text{R} \\ \text{V} \\ \text{A} \\ \text{D} \\ \text{O} \\ \hline \end{array} \\
 = \\
 \begin{array}{|l} \hline \text{R} \\ \text{E} \\ \text{S} \\ \text{I} \\ \text{D} \\ \text{U} \\ \text{O} \\ \text{S} \\ \hline \end{array} \\
 \\
 \begin{array}{c}
 41 \times 16 \\
 16 \times 1 \\
 41 \times 1 \\
 41 \times 1
 \end{array}
 \end{array}$$

Donde:  $\Delta X = -(B^T P B)^{-1} (B^T P W)$ .

La Matriz de Pesos P, es una matriz en donde los pesos están en la diagonal principal, y lo demás son zeros como se muestra,

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{P} \\ \hline \text{E} \\ \text{S} \\ \text{CEROS} \\ \hline \text{O} \\ \text{S} \\ \text{CEROS} \\ \hline - \\ \hline \end{array} \\
 41 \times 41$$

En las siguientes paginas se muestra : B, W, B<sup>T</sup>, (B<sup>T</sup>PB)<sup>-1</sup>, -ΔX y V, los pesos se muestran en la pag. 102 y 103.





KATIPIT 11/19/68

184789F=01 - 184518E=01 - 802514E=01 - 181512E=02 - 870303E=02 - 182201E=02 - 549001E=02 - 512170E=02 - **CELAJO DE CALON (C.A.)** - 184178E=01  
 181778F=01 - 180504E=01 - 182751E=01 - 181375E=02 - 200714E=01 - 184178E=01

184534F=01 - 261046E=01 - 312485E=02 - 184006E=02 - 227223F=02 - 111311E=01 - 116170E=01 - 250911E=02 - 427104E=01 - 185111E=01  
 116286F=01 - 011341 - 829104E=01 - 250113E=01 - 154001E=02 - 281703E=02  
 802541F=01 - 712406E=02 - 338006E=01 - 118006E=01 - 116050E=02 - 116043E=02 - 418543E=02 - 220504E=02 - 117010E=01 - 241011E=01  
 412014F=01 - 181478E=01 - 442003E=01 - 170003E=01 - 011006 - 112121E=01  
 101512F=01 - 044004E=02 - 113005E=01 - 031011 - 182751E=02 - 507000E=02 - 500411E=02 - 507000E=02 - 110043E=01 - 182100E=01  
 111311 - 405110E=01 - 103111E=02 - 210010E=01 - 240010E=01 - 185300E=01  
 802541F=01 - 227223E=02 - 710006E=02 - 187751E=02 - 210070E=01 - 200473E=02  
 200473E=01 - 801000E=01 - 701253E=01 - 541000E=02 - 453710E=01 - 545710E=01  
 182723E=02 - 111301E=01 - 181043E=02 - 207043E=02 - 208473E=02 - 210473E=01 - 804105E=02 - 182141E=02 - 112100E=01 - 181004E=01  
 180041F=01 - 241000E=01 - 150015E=02 - 250015E=02 - 180043E=01 - 000210E=01  
 500015E=02 - 118701E=01 - 810481E=02 - 000311E=02 - 117010E=01 - 400000E=02 - 400000E=01 - 250100E=02 - 500100E=01 - 271000E=02  
 011018 - 180370E=01 - 410170E=01 - 152410E=01 - 005702 - 140502  
 53110F=01 - 260410E=02 - 200501E=02 - 200400E=02 - 26110E=02 - 011401E=02 - 251010E=02 - 412370E=01 - 1815270E=02 - 112120E=01  
 111310F=01 - 505740E=01 - 152920E=01 - 170220E=01 - 184500E=01 - 007011  
 501810F=01 - 427240E=01 - 412040E=01 - 1100410E=01 - 200110E=01 - 180100E=01 - 500700E=01 - 875740E=02 - 111371 - 112401  
 600110E=01 - 181700 - 10525 - 001300E=01 - 20018 - 24740  
 180040E=02 - 180040E=02 - 221000E=02 - 221000E=02 - 221000E=02 - 112121 - 000000 - 18415  
 111441E=01 - 201131 - 001100E=01 - 440200E=02 - 112001E=01  
 184040E=02 - 855111E=01 - 010010E=01 - 352440E=01 - 027150E=02 - 180040E=02 - 221000E=02 - 221000E=02 - 112121 - 000000 - 18415  
 111441E=01 - 201131 - 001100E=01 - 440200E=02 - 112001E=01  
 170006 - 241040E=01 - 000000E=01 - 405720E=01 - 500000E=01 - 250000E=02 - 300150E=01 - 505740E=01 - 1813205 - 111371 - 000110000  
 170006F=01 - 011341 - 101470E=01 - 405720E=01 - 500000E=01  
 180157 - 181847 - 010400E=01 - 30111 - 110207  
 427514F=01 - 029124E=01 - 442810E=01 - 303110E=02 - 701200E=01 - 150015E=02 - 180170E=01 - 182920E=01 - 180515 - 207141  
 201040E=01 - 181847 - 211802 - 050700E=01 - 110000 - 110000  
 011514F=01 - 254120E=01 - 170043E=01 - 231003E=01 - 511040E=02 - 250140E=02 - 122110E=01 - 170920E=01 - 000100E=01 - 001100E=01  
 000200E=01 - 180041E=01 - 000215E=01 - 00041 - 101000E=01 - 1075311E=01  
 200714F=01 - 180041E=02 - 011004 - 240000E=02 - 810100E=01 - 180000E=01 - 015204 - 014500E=01 - 20018 - 000010E=02 - 102201E=01  
 140041 - 14200 - 107050E=01 - 100187 - 271522  
 110100F=01 - 407300E=02 - 113220E=01 - 185100E=01 - 515271E=01 - 000170E=01 - 140502 - 007003 - 212400 - 182000E=01 - 211310E=01  
 110207 - 180041 - 107050E=01 - 271522 - 107050

RESV. YSTANDAR

Yano	U.02H	0	0.420
Yano	0.884	0	0.505
Yano	1.011	0	0.565
Yano	1.481	0	0.741
Yano	0.107	0	0.257
Yano	0.570	0	0.280
Yano	2.402	0	0.609
Yano	2.100	0	0.724
Yano	1.114	0	1.089
Yano	2.400	0	1.089
Yano	0.400	0	1.089
Yano	2.700	0	1.501
Yano	1.000	0	2.420
Yano	0.100	0	1.400
Yano	1.110	0	1.111

DESBICACION YSTANDAR INSTANTAN 1,0700

RESUMOS (V)

-2.03090	-0.75075	-1.50777	-0.50705	-0.60545	-1.00246	-1.1111	-1.1111
-2.01845	-0.60109	-1.80547	-1.11738	-0.80810E=02	-0.14570	-0.5000	-2.1011
-2.00007	-0.00000	-0.00000	1.00000	-0.00000	-0.00000	-0.00000	1.00000
-1.87054	-2.18705	5.00047	-2.11214	1.20000	2.10000	1.11111	1.11111
5.1105	-1.11011	-1.51001	-0.11001	2.00000	2.00000		



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CALICUT  
 DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING



Tabla V.23  
Coordenadas UTM Ajustadas

Est.	Coords. Aprox.	Correcciones.	Coords. Ajust.
X <sub>Mag</sub>	377581.338	$\Delta X_{Mag} = -0.028$	377581.310
Y <sub>Mag</sub>	3367327.584	$\Delta Y_{Mag} = -0.889$	3367326.695
X <sub>Ven</sub>	375739.151	$\Delta X_{Ven} = -1.013$	375738.138
Y <sub>Ven</sub>	3322875.873	$\Delta Y_{Ven} = -1.991$	3322873.882
X <sub>24</sub>	417292.550	$\Delta X_{24} = 0.087$	417292.637
Y <sub>24</sub>	3351243.211	$\Delta Y_{24} = -0.528$	3351242.683
X <sub>Lag</sub>	464541.143	$\Delta X_{Lag} = 0.062$	464542.005
Y <sub>Lag</sub>	3338160.042	$\Delta Y_{Lag} = -2.300$	3338157.662

#### V.3.4.3. Elaboración de las Planillas UTM y Geodésica de la Triangulación.

Los comentarios para la elaboración de estas planillas, se encuentran en el ejemplo de cálculo para la poligonal en las pags. 96 y 97.

Por medio de un programa de computadora que me fue facilitado por el Ing. Arvizu Díaz, se hizo el cálculo de las coordenadas geodésicas las cuales se muestran en una planilla de valores geodésicos, y sirven también para el cálculo de la planilla UTM.

Planilla UTM  
Tabla V.24 Triangulateración

Est.	P.O.	Coordenadas Ajustadas		Distancia Plana	Azimut Plano (t)	(t-T)	T	Conv.	F.E.
		X	Y						
2	Mag	393337.500	3391369.789	28745.905	213° 14' 17.23"	- 6.849	213° 14' 24.079"	34 03.313	0.99977211
Mag	2				33 14 17.23	7.171	33 14 10.059	38 44.886	
24	Mag	377581.310	3367326.695	42844.894	112 02 56.856	- 4.470	112 03 01.326	38 44.886	0.99973139
24	Mag				292 02 56.856	3.928	292 02 52.928	26 01.773	
Lan	24	422429.918	3382893.159	32064.691	189 13 10.000	- 6.388	189 13 16.388	24 41.569	0.99967926
24	Lan				9 13 10.000	6.526	9 13 13.474	26 01.773	
24	Ray	417292.537	3351242.683	45523.329	190 52 12.849	- 9.738	190 52 22.587	26 01.773	0.99969345
24	Ray				10 52 12.849	10.064	10 52 02.785	28 16.137	
Ray	Ven	408707.603	3306536.188	36795.63	296 21 36.913	4.254	296 21 32.659	28 16.137	0.99974442
Ray	Ven				116 21 36.913	- 4.710	116 21 41.623	38 42.256	
Ven	Mag	375738.138	3322873.882	44491.036	2 22 27.563	13.992	2 22 13.571	38 42.256	0.99978766
Mag	Ven				182 22 27.563	-13.922	182 22 41.465	38 44.886	
Gom	Lag	476500.920	3302999.260	37136.624	341 12 52.451	2.460	341 12 49.991	7 16.068	0.9996107
Lag	Gom				161 12 52.451	- 2.817	161 12 55.268	11 06.438	
Lag	24	464542.005	3338157.662	49027.753	105 28 45.445	1.705	105 28 43.740	11 06.438	0.99964536
24	Lag				285 28 45.445	-2.230	105 28 47.675	26 01.773	

Tabla V.25. Planilla Geodésica Triangulación

Est.	P.O.	Latitud	Longitud	Distancia	Az. D.	Az. I.
2	Mag	30° 39' 06.818"	106 06 47.526	28752.745	212° 40' 20.766"	32° 35' 25.17"
Mag	Ven	30 26 00.479	106 16 29.190	44500.484	181 43 56.60	1 43 31.315
Ven	Ray	30 01 55.957	106 17 19.398	36805.037	115 42 59.367	295 53 16.492
Lam	24	30 34 39.553	105 48 32.284	32074.976	188 48 34.819	8 47 11.701
24	Lag	30 17 30.184	105 51 36.105	49045.144	105 02 45.902	285 17 37.302
Lag	Gom	30 10 33.381	105 22 05.816	37151.087	161 01 48.830	341 05 33.923
Ray	24	29 53 15.678	105 56 43.601	45537.286	10 23 46.648	190 26 20.814
Mag	24	30 26 00.479	106 16 29.190	42856.406	111 24 16.414	291 36 51.155

## CAPITULO VI

### CONCLUSIONES

#### VI.1 CONCLUSIONES PARA LA POLIGONAL.

La precisión de  $1/1,174,000$ . ( $10^{-6}$  orden), de la poligonal geodésica, manifiesta algunos aspectos relacionados con los trabajos de campo, y los cálculos para el ajuste en el plano.

- 1.- Los quiebres en el levantamiento, no afectan significativamente la precisión, si las observaciones están cuidadosamente bien hechas.
- 2.- La magnitud de las distancias, tampoco afecta la precisión del levantamiento, si estas están correctamente medidas.
- 3.- Los cálculos en el plano, no afectan la precisión del levantamiento, si hay una aplicación correcta de las fórmulas, se evitan errores de truncamiento en la transformación de coordenadas, etc.

#### VI.2 CONCLUSIONES PARA LA TRIANGULACION.

Es necesario hacer un análisis estadístico de los resultados y hacer la prueba  $J_1^2$ , antes de dar conclusiones.

##### VI.2.1 Análisis Estadístico del Levantamiento.

Por medio de este análisis, se puede ver si la dispersión de errores concuerda con la curva de Gauss.

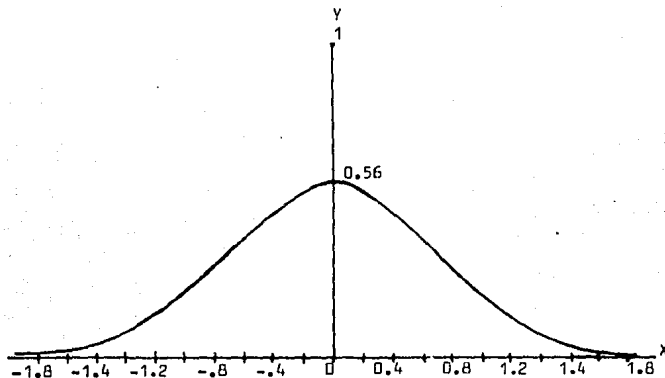
De la fórmula de probabilidad para la curva de Gauss,

$$Y = Ke^{-h^2 x^2} \quad \text{donde } K = \frac{h}{\sqrt{\pi}}; h = 1 \dots$$

$$Y = 0.56e^{-x^2}$$

Tabla VI.1 Valores  $x''$ ,  $x^2$  y  $Y$ .

$x''$	$x^2$	$Y$
$\pm 0.00$	0.0	0.56
$\pm 0.2$	0.04	0.54
$\pm 0.4$	0.16	0.48
$\pm 0.6$	0.36	0.39
$\pm 0.8$	0.64	0.29
$\pm 1.0$	1.0	0.21
$\pm 1.2$	1.44	0.13
$\pm 1.4$	1.96	0.08
$\pm 1.6$	2.56	0.04
$\pm 1.8$	3.24	0.02
$\pm 2.0$	4.00	0.01
$\pm 2.2$	4.84	0.00

Figura VI.1 Curva de Probabilidad  $Y=0.56e^{-x^2}$

En el ajuste se obtuvieron los residuos (V), tanto para las distancias como para las direcciones obteniéndose una muestra estadística.

En esta muestra se determinaron los intervalos de clase para poder así obtener las frecuencias de cada intervalo.

-Residuos de las distancias.

-3.04,-.76,-1.56,-.51,-.69,-1.60,-1.14,-1.93,-.88,-1.24,-.96,-.51,-.72

Tabla VI.2 Frecuencias de Distancias

Intervalo	Frecuencia
0 - -1	7
-1 - -2	5
-2 - -3	0
-3 - -4	1

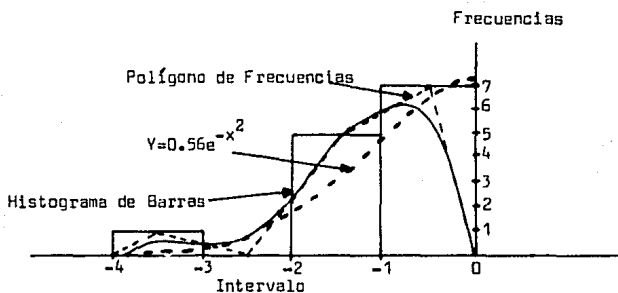


Figura VI.2

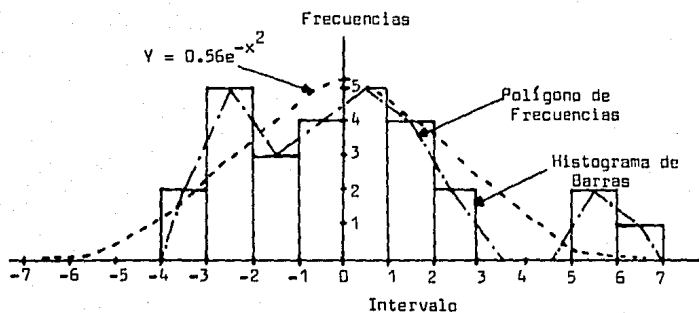
El comportamiento sesgado, posiblemente se debe a la existencia de errores sistemáticos.

-Residuos de las direcciones.

-.001,.01,6.80,-2.36,-.50,-2.85,-.87,.31,1.68,-3.47,-1.19,-1.42,1.76  
 .01,2.19,-2.19,5.60,-2.13,1.27,2.09,.13,1.67,-2.11,5.31,-1.33,-3.54  
 -.22,.21

Tabla VI.3. Frecuencias de Direcciones

Intervalo	Frecuencia
-5 - -4	0
-4 - -3	2
-3 - -2	5
-2 - -1	3
-1 - 0	4
0 - 1	5
1 - 2	4
2 - 3	2
3 - 4	0
4 - 5	0
5 - 6	2
6 - 7	1



### VI.2.2. La Prueba de Hipótesis $J_1^2$

Esta prueba se hace para determinar si el factor de varianza a priori es correcto.

Se establece por la siguiente desigualdad.

$$\frac{V^T PV}{X^2 P_2} \leq \sigma_0^2 \leq \frac{V^T PV}{X^2 P_1}$$

Los límites del intervalo se evalúan de:

- El número de grados de libertad  $v$ .
- Valor calculado del factor de varianza estimado  $\sigma_0^2$  (posteriori).
- Valores tabulados de  $X^2 P_1$  y  $X^2 P_2$  correspondiendo a los grados de libertad  $v$ , y las probabilidades  $(\frac{1-\alpha}{2})\%$  y  $(\frac{1-\alpha}{2})\%$ .

La estimación de  $\sigma_0^2$  a priori es 1.

Otras características del ajuste son:

$N^\circ$  de Incógnitas =  $u = 16$

$N^\circ$  de Observaciones =  $n = 41$

Grados de Libertad =  $n-u = v = 25$ , y

4 puntos fijos

Del ajuste se obtuvo  $\sigma_0^2 = 3.07$

Este resultado tiene la característica de estar dentro de una probabilidad del 38% ya que se trata de un problema en dos dimensiones y para poderlo pasar al 95%, que es la probabilidad que se trabaja - comúnmente en una dimensión, se usa la siguiente fórmula, (Arvizu Diaz)

$$\sqrt{2F_{2, v, \alpha}} = 2.45$$

que es el factor que me permite hacer el cambio al 95%.

$\sigma_0^2$  al 95% =  $3.07 \times 2.45 = 7.5$

$\sigma_0^2 \frac{V^T PV}{v} = 7.5$ ; despejando,  $V^T PV = 187.43$



Los valores tabulados para  $\chi^2$ , al ser usados en el intervalo de confianza son:

$$\chi^2_{P_1} = \chi^2(25), 0.025 = 13.1$$

$$\chi^2_{P_2} = \chi^2(25), 0.975 = 40.6$$

y los límites del intervalo de confianza para  $\sigma_0^2$  son:

$$4.6 \leq \sigma_0^2 \leq 14.4$$

La prueba falla para  $\sigma_0^2 = 1$ .

En el caso de que la prueba falle se puede hacer otra iteración, y sando el valor de  $\sigma_0^2$  a posteriori.

El motivo por el cual la prueba falló, puede ser alguno de los siguientes:

- a) Presencia de errores sistemáticos en las observaciones.
- b) Separación de la normalidad en las observaciones.
- c) Valor impropio de las varianzas de las observaciones.
- d) Modelo matemático inadecuado.

El juego de coordenadas aproximadas posiblemente se pudo haber mejorado haciendo un promedio de los valores calculados a partir de las coordenadas fijas, pudiéndose evitar la necesidad de otra iteración.

Otra iteración en el ajuste debe dar la solución definitiva, aunque el objetivo de la Tesis, es únicamente mostrar la secuencia seguida - para realizar los cálculos y ajuste de redes geodésicas, en el plano.

## BIBLIOGRAFIA

- Cuadrícula Universal Transversa de Mercator;(Manual Técnico del Army Map Service de los Estados Unidos), 1951.
- Cartografía y Levantamientos Urbanos.  
Blachut, 1979; Canadá.
- Apuntes Sobre Cartografía.  
Sanchez Pedro C., 1926 I.P.G.
- Reducción de Distancias en los Distanciómetros Electrónicos.  
Ing. René Scherrer, -Wild- 1982.
- Sistemas Poligonales Tomo I  
Horvat Esteban, 1973; Buenos Aires Argentina. I.P.G.
- Normas Técnicas para Levantamientos Geodésicos, SPP.  
Diario Oficial, 1985.
- Publicaciones Editadas en el Canadá sobre Triangulaciones, Trilateraciones, e Información Estadística.  
Propiedad: M.I. Raymundo Arvizu Diaz.
- Introducción a la Geodesia.  
Ing. Manuel Medina Peralta. 1978.
- Apuntes Universitarios sobre: Ajustes, Teoría de los Errores, Geodesia y Cartografía.