35
2ej

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

ANALISIS DE ALGORITMOS DE CALCULO DE LA DERIVADA PARA LA INTERPRETACION DE PRUEBAS DE PRESION

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO PETROLERO

P R E S E N T A :

ROBERTO NIEVES GONZALEZ

MEXICO, D. F.　　　ENERO, 1990

C O N T E N I D O

RESUMEN

La técnica de ajuste con curvas tipo constituye una herramienta valiosa para el análisis de pruebas de presión. El uso de la derivada en el análisis con curvas tipo ha permitido obtener un solo ajuste de datos e identificar los periodos de flujo que ocurren durante una prueba de presión.

En este trabajo se realiza un análisis comparativo de los diferentes algoritmos disponibles para calcular la derivada y se establecen aquellos que dan las mejores respuestas para lograr ajustes satisfactorios de datos de presión.

La precisión de los algoritmos seleccionados se ilustra por medio de dos ejemplos; uno con datos publicados y otro con datos de campo.

CAPITULO 1

INTRODUCCION

Las pruebas de presión constituyen una de las actividades mas importantes que se realizan en la Ingeniería Petrolera, y a través de su análisis se puede determinar información valiosa del sistema pozo-yacimiento.

En la literatura se han publicado diferentes técnicas de análisis de pruebas de presión, entre las que se pueden mencionar las técnicas semilogarítmicas de Horner y MDH y las técnicas de análisis de ajuste con curvas tipo[3-8].

Uno de los trabajos que ha venido a revolucionar estos análisis ha desarrollado las curvas tipo que consideran el ajuste simultáneo de presion y derivada, para yacimientos con comportamientos homogéneo y fracturado. Para el uso de estas curvas tipo es necesario construir una gráfica *log-log* con los datos de respuesta de presión (Δp contra Δt) y de su derivada ($\Delta p' \Delta t$ contra Δt). Por tanto, se requiere calcular la derivada de la presión con respecto al tiempo.

El cálculo de la derivada puede efectuarse a través de varios algoritmos, basados principalmente en el uso de diferencias finitas. Sin embargo, muchos de estos algoritmos tienen una mayor o menor influencia sobre el comportamiento de la derivada, por lo que es importante realizar tratamientos especiales a los algoritmos para reducir la dispersión que pueden provocar.

Por tanto, este trabajo tiene como objetivos principales: calcular la derivada de datos de presión con todos los algoritmos posibles, comparar las diferencias en los comportamientos obtenidos y establecer aquel algoritmo que sea más confiable y proporcione los mejores valores de derivada. En esta forma se logrará conocer el mejor procedimiento de cálculo de la derivada, que debe utilizarse para la mejor interpretación de las pruebas de presión.

CAPITULO II

FUNDAMENTOS DEL ANALISIS DE PRUEBAS DE PRESION

II.1. EL CONCEPTO DE CURVAS TIPO

Una curva tipo es la representación gráfica de la respuesta teórica de un modelo de interpretación que representa el comportamiento del pozo y del yacimiento durante una prueba.[1] Para una prueba a presión constante, la respuesta es un cambio en el gasto de producción; para una prueba a gasto constante la respuesta es un cambio de presión en el fondo del pozo.

Las curvas tipo se derivan de soluciones de las ecuaciones de flujo bajo condiciones iniciales y de frontera. Las curvas tipo generalmente se presentan en términos adimensionales de presión y tiempo. Un modelo de interpretación dado puede producir una sola curva tipo o una o más familias de curvas tipo dependiendo de la complejidad del modelo.

El análisis de pruebas de presión con curvas tipo consiste en encontrar una curva tipo que ajuste la respuesta real del pozo y el yacimiento durante la prueba. Los parámetros del pozo y el yacimiento, tales como la permeabilidad y el daño, pueden calcularse a partir de los parámetros adimensionales que define esa curva tipo.

El ajuste se hace graficamente mediante la superposición de datos de una prueba real con una gráfica similar y buscando la curva tipo que proporcione el mejor ajuste posible. Alternadamente, pueden usarse técnicas automáticas de ajuste a través de regresión lineal o no lineal.

Para seleccionar la curva tipo adecuada y compararla con los datos de la prueba se debe encontrar el modelo de interpretación más representativo del comportamiento dinámico del pozo y del yacimiento durante la prueba. Este modelo de interpretación se debe identificar a partir de los datos de la prueba porque normalmente es dificil predecirlo de información estática del pozo.

La manera mas práctica de identificar el modelo de interpretación es usar la derivada de la presión con respecto al tiempo transcurrido, y esto permitirá que varios componentes caracteristicos del modelo se reconozcan fácilmente. Estas carac terísticas se ilustran en la figura 1, los rasgos posibles son: i) un máximo, ii) un mínimo, iii) una estabilización y iv) una tendencia hacia arriba o hacia abajo.

El máximo se encuentra a tiempos cortos e indica efectos de almacenamiento y daño,(entre mayor sea el máximo, mayor será el daño del pozo). Si no hay máximo indica que el pozo se encuentra sin daño o estimulado. La estabilización representa el flujo radial semilogarítmico y corresponde a la línea recta en una gráfica de Horner. Un mínimo indica un comportamiento heterogéneo, y una tendencia hacia arriba o hacia abajo al final de los datos indica los efectos de frontera. Por tanto, el modelo completo de interpretación se obtiene combinando todos estos componentes. En la figura 2 se muestra un modelo de interpretación.

Una vez que ha sido identificado el modelo de interpretación, se debe seleccionar la curva tipo correspondiente al modelo que es el más apropiado para el rango de datos disponibles de la prueba, como se muestra en la figura 3. Las curvas tipo describen el comportamiento total del modelo de interpretación correspondiente al pozo y al yacimiento e incluye varios regímenes de flujo que se pueden presentar en una prueba. Como resultado, el análisis de las curvas tipo proporciona todos los parámetros del pozo y del yacimiento que pueden obtenerse de una prueba. Los métodos de análisis

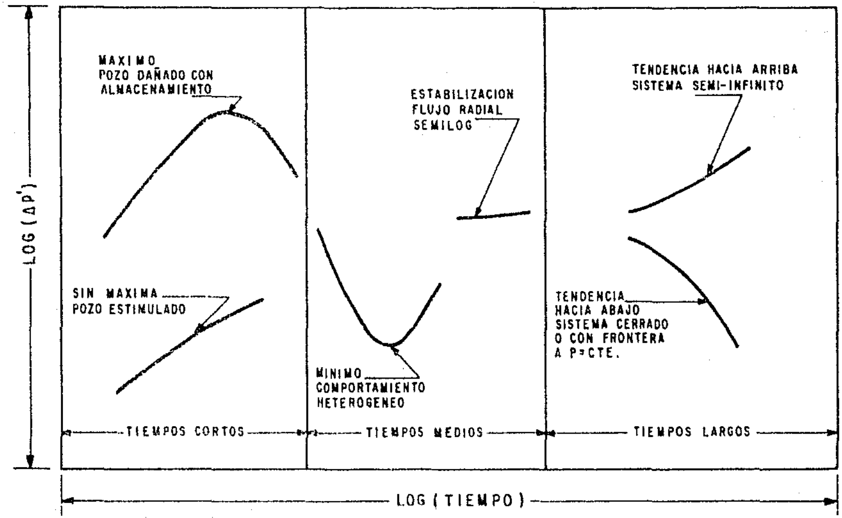

FIG.1.- FORMAS CARACTERISTICAS DE LOS COMPONENTES DEL MODELO A TRAVES DE LA DERIVADA DE LA PRESION[1]

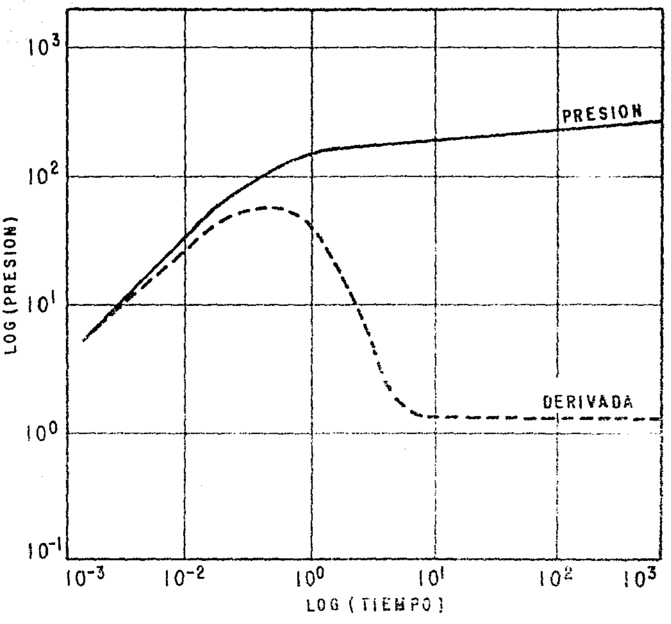

FIG. 2.- MODELO DE INTERPRETACION DE UN POZO CON DAÑO Y ALMACENAMIENTO EN UN YACIMIENTO HOMOGENEO E INFINITO[1].

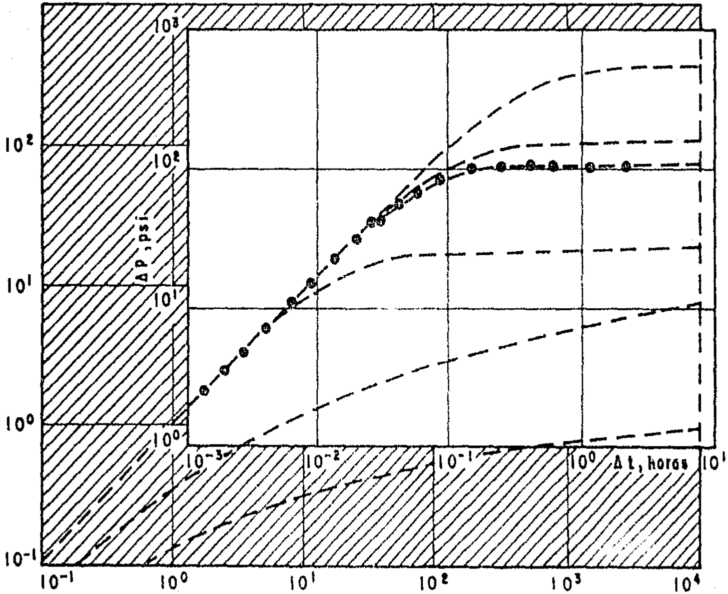

FIG. 3.- SELECCION DE LA CURVA TIPO DEL MODELO QUE SE AJUSTA AL RANGO DE DATOS DE LA PRUEBA.

convencionales,[2] son métodos de análisis basados en líneas rectas, y son válidos para flujos específicos. Como resultado, dan los parámetros para esos flujos específicos.

Si durante una prueba existe un determinado período de flujo, la línea recta correspondiente y el análisis con curvas tipo deben dar el mismo valor para los parámetros que caracterizan ese régimen de flujo. En tal caso, los métodos de análisis de línea recta son más fáciles de usar si la línea recta está definida con poca ambigüedad. La dificultad con los métodos convencionales es determinar la existencia del régimen de flujo en particular[2]. En el análisis por curvas tipo, esto es realizado como parte de la identificación del modelo de interpretación aplicable. Además, en el análisis convencional, no hay un paso preliminar. Se presume que el período de flujo existe, que puede o no ser el caso; una línea recta aparente sobre un rango de datos no prueba necesariamente la existencia de un flujo específico[2]. Un análisis basado en una línea recta errónea producirá, resultados erróneos. El procedimiento más eficiente es iniciar con la identificación del modelo de interpretación,[1] evaluar todos los parámetros apropiados del pozo y del yacimiento con el análisis de curvas tipo y luego confirmar los resultados con el análisis de la línea recta, si es aplicable.

Asumiendo que la prueba ha sido bien diseñada y que el rango disponible de datos de la prueba es adecuado, el modelo de interpretación puede determinarse con una certeza razonable. Por otro lado, su significado en términos de la descripción del yacimiento, puede no ser único. Esta situación de no-unicidad es inherente al proceso de prueba y es independiente de la técnica de análisis utilizada. El modelo de interpretación solamente indica cuántos medios diferentes están contribuyendo al proceso de flujo y cómo interactúan estos medios. Pero el análisis comunmente no puede indicar como están distribuidos estos medios.

Por ejemplo, los datos de una prueba pueden indicar que un yacimiento presenta un comportamiento de doble-porosidad, pero no pueden establecer si el yacimiento es fracturado o estratificado sin considerar otra información adicional.

Asumiendo que la interpretación se ha identificado correctamente y que un rango adecuado de datos está disponible, el análisis con curvas tipo debe dar un ajuste único. En la práctica, sin embargo, la falta de resolución de la representación doble logarítmica usada para la mayoría de las curvas tipo puede crear un problema. Esto puede resolverse combinando los análisis con curvas tipo y las técnicas semilogarítmicas, como se mencionó antes.

Si el rango de datos es inadecuado y no se ha alcanzado el flujo radial semilogarítmico durante la prueba, no se puede obtener una respuesta única con el análisis por curvas tipo sin un proceso de validación (por supuesto que no es posible realizar un análisis con ninguna técnica convencional).

Un proceso completo de interpretación debe incluir:

a) La identificación del modelo de interpretación.

b) La validación del modelo, y

c) El cálculo de los parámetros del modelo.

Mejoras en el proceso de interpretación pueden hacerse en el futuro, esencialmente con respecto a la identificación y validación.

Para la parte de la identificación, el análisis con curvas tipo representa una drástica mejora, especialmente con derivadas de la presión, ya que no hay identificación en el análisis convencional:

" Toda la recta trazada se asume a priori que representa el periodo de flujo requerido ".

Lo mismo se aplica a la validación porque no hay validación posible en el análisis convencional. Como se menciono antes, un primer nivel de validación consiste en verificar los resultados del análisis de la curva tipo con técnicas de línea recta para los periodos de flujo identificados en el análisis logarítmico. Una segunda revisión más estricta, consiste en comparar el gráfico de Horner de los datos con una curva simulada a partir de los resultados obtenidos con curvas tipo.

II.2. DESCRIPCION DE LAS CURVAS TIPO.

En la literatura se han publicado varias curvas tipo que representan el comportamiento de la presión en pozos con almacenamiento y daño, las que a continuación se describen son las más comunes.

II.2.1. AGARWAL, AL-HUSSAINY Y RAMEY.

Las curvas tipo publicadas por Agarwal, Al-Hussainy y Ramey[3] se muestran en la figura 4, la cual es una gráfica *log-log* de la presión adimensional (eje *Y*) contra el tiempo adimensional (eje *X*). Estas variables adimensionales se definen de la siguiente manera:

$$P_D = \frac{kh \, \Delta P}{141.2 \; q \; B \; \mu} \qquad (1)$$

$$t_D = \frac{0.000264 \; kt}{\phi \; \mu \; C_t \; r_w^2} \qquad (2)$$

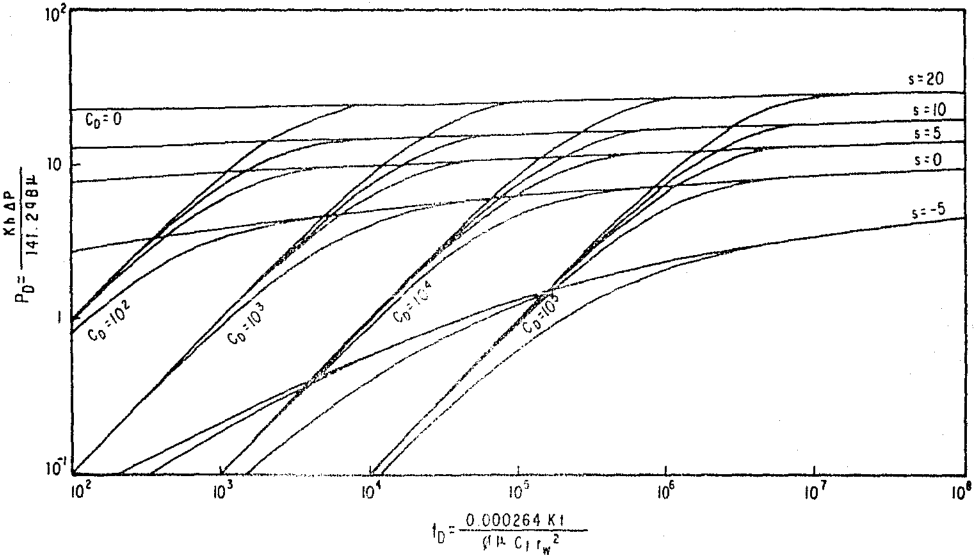

FIG. 4.– GRAFICA DE LAS CURVAS TIPO PUBLICADAS POR AGARWAL, AL–HUSSAINY Y RAMEY[3].

A cada curva le corresponde un valor específico de factor de daño (s) y un valor del coeficiente adimensional de almacenamiento, dado por :

$$C_D = \frac{0.8936\ C}{\phi\ C_t\ h\ r_w^2} \tag{3}$$

donde C es el coeficiente de almacenamiento.

Las curvas fueron calculadas a partir de la solución analítica de la ecuación de difusividad representando la caída de presión de un pozo que produce a gasto constante, con un radio finito del pozo con daño infinitesimal en un yacimiento infinito. La solución se obtuvo primero en el dominio de Laplace, como:

$$L\left\{P_D\right\} = \frac{K_0(\sqrt{p}) + s\sqrt{p}\ K_1(\sqrt{p})}{p\left\{\sqrt{p}\ K_1(\sqrt{p}) + C_D\ p\left[K_0(\sqrt{p}) + s\sqrt{p}\ K_1(\sqrt{p})\right]\right\}} \tag{4}$$

donde K_0 y K_1 son funciones modificadas de Bessel de segunda clase y orden cero y uno, y p el parámetro de Laplace.

La inversión de la ecuación 4 mediante la fórmula de

Mellin se obtuvo como:

$$\overline{P}_D = \frac{4}{\pi^2}\int_0^{\infty}\frac{(1 - e^{-u^2 t_D})du}{u^3\left\{\left[u\ C_D\ J_0(u) - (1 - C_D\ S\ u^2)J_1(u)\right]^2 + BAB^2\right\}} \quad (5)$$

donde:

$$BAB = u\ C_D Y_0(u) - (1 - C_D\ S\ u^2)\ Y_1(u)$$

y donde J_n y Y_n son funciones modificadas de Bessel de orden n, de primera y segunda clase, respectivamente.

La ecuación anterior se usó para cálculos con daño positivo. La situación de daño negativo se aproximó evaluando la ecuación 5 en s=0, pero para variables adimensionales de almacenamiento y tiempo basadas en el radio efectivo del pozo, $r_{w_S}^{-s}$ (respectivamente, $t_D\ e^{2s}$ y $C_D\ e^{2s}$), siendo s el valor negativo real del daño.

Como se mencionó anteriormente, los efectos de almacenamiento ($C_D \neq 0$) son caracterizados por una línea recta *log-log* de pendiente unitaria; las curvas de C_D=0 no muestran este comportamiento. El tiempo cuando el flujo radial inicia corresponde aproximadamente a la intersección de las curvas de C_D=0 y $C_D \geq 0$ para valores apropiados de C_D y s. La aproximación de flujo radial semilogarítmico es solamente válida para puntos de presión más allá de la intersección.

El uso eficiente de esta curva tipo requiere que C_D sea conocida para el pozo de interés. Si este es el caso, los datos pueden ajustarse fácilmente con una de las curvas teóricas correspondientes a este valor de C_D, obteniéndose el daño s. El producto kh puede entonces calcularse a partir de la presión ajustada. El tiempo ajustado comúnmente no es usado por la incertidumbre del radio efectivo.

Por otro lado, si C_D no se puede evaluar, el ajuste llega a ser más difícil, ya que diferentes curvas de C_D y s tienen formas similares. En estos casos puede estimarse solamente el inicio de la línea recta semilogarítmica (si se tienen datos suficientes).

II.2.2. MC KINLEY.

La curva tipo de McKinley[4] se muestra en la figura 5. Esta curva tipo fue preparada para pruebas de incremento de presión. El tiempo de cierre, en minutos, es la ordenada, con un grupo de incremento de presión igual a $5.615C\Delta P/B\ q$ (días), graficado en las abscisas. Cada curva es para un valor constante del grupo de transmisibilidad $kh/5.615\mu C$ (mD-psi/BPD-cp).

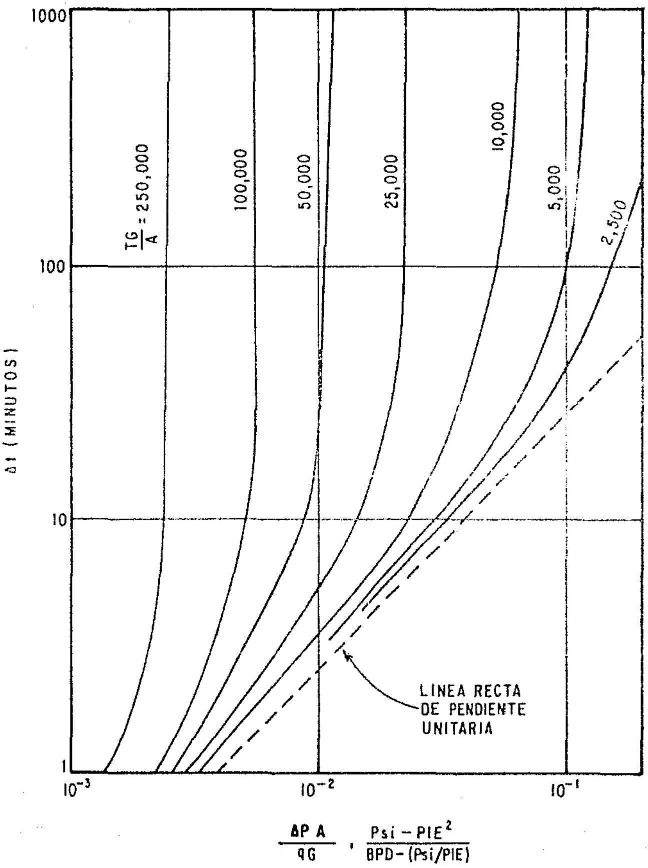

FIG. 5.- GRAFICA DE LAS CURVA TIPO PUBLICADAS POR McKINLEY[4].

Si al tiempo $t=0$, comienza la producción a un gasto $q(t)$ a partir de un pozo previamente estático, entonces el cambio subsecuente de la presión de fondo a partir de las condiciones estáticas se puede simular mediante las siguientes ecuaciones:

$$Pv(t) - Pv(0) = K\int_0^t \left[q_f(\tau) - q(\tau) \right] d\tau \qquad (6)$$

$$Pv(t) - Pv(0) = -\frac{70.6}{T} \int_0^t q_f(\tau)\, U'(t-\tau)\, d\tau \qquad (7)$$

donde K es un parámetro que contiene el almacenamiento del pozo:

$$K = \begin{cases} 6.95 \times 10^{-4} \dfrac{1}{Cv\ V}; & \text{para un pozo lleno de fluido.} \\ 3.90 \times 10^{-3} \dfrac{G}{A}; & \text{para un pozo parcialmente lleno.} \end{cases}$$

y $U(t)$ es la respuesta de la presión adimensional de la formación para un gasto unitario de inyección:

$$U'(t) = \frac{\delta U}{\delta t} \qquad (8)$$

El uso de estas ecuaciones requiere de algunas suposiciones sobre la respuesta unitaria de la función U para la formación. Para el conjunto de estas curvas tipo, U es tomada como la solución de línea fuente para una formación homogénea y radialmente infinita.

$$U\ (t) = -\ Ei\left(\frac{r_v^2}{4\eta^* t}\right) \qquad (9)$$

donde:

$$\eta^* = \frac{0.00633}{1440}\ \frac{k}{\phi\ C_v\ \mu}$$

La naturaleza de la solución de las ecuaciones 7 y 8 es obtenida facilmente a partir de un análisis de la frecuencia de la respuesta de presión estacionaria para un gasto de producción de frecuencia angular ω. El resultado es una ecuación para la amplitud M, para el cambio de presión del pozo respecto al de una formación impermeable. Esta solución está dada por:

$$M^2 = \frac{\left\{ k_{er}^{\,2}\left(\sqrt{r_v^2\,\omega/\eta^*}\right) + k_{ei}^{\,2}\left(\sqrt{r_v^2\,\omega/\eta^*}\right) \right\}}{k_{er}^{\,2}\left(\sqrt{r_v^2\,\omega/\eta^*}\right) + \left\{ k_{ei}\left(\sqrt{r_v^2\,\omega/\eta^*}\right) + 2\pi\frac{TK}{\omega} \right\}^2} \qquad (10)$$

En la figura 6 se presenta una gráfica semilogarítmica de la relación de amplitud de presión, M, donde se observa que el parámetro TK/ω está más influenciado por la respuesta de la presión que por $rv^2\omega/\eta^*$. Por tanto, las curvas de presión pueden ser aproximadamente caracterizadas por el parámetro TK con rv^2/η^* fijado en un valor promedio representativo de las condiciones del campo. Sobre estas bases, se calculó numéricamente un conjunto de curvas de incremento de presión (mediante diferencias finitas) a partir de las ecuaciones 7 a 9 considerando únicamente una distribución uniforme de presiones con $rv^2/\eta^* = 0.02275$ minutos.

La Figura 5. es un ejemplo de una gráfica *log-log* de estas curvas para incremento de presión en un pozo parcialmente lleno de liquido, con presión constante en la cabeza del pozo. Aquí el tiempo de cierre (Δt en minutos) es la ordenada con un grupo de incremento de presión graficado en las abscisas. Este grupo incluye el incremento de presión (ΔP,psi) a partir de la presión P_{wf}, el gasto (q,BPD) antes del cierre, el área (A,pie^2) y el gradiente de presión en la columna del pozo (G,psi/pie). Cada curva de incremento es evaluada con el parámetro TG/A constante.

En la figura 5 las curvas de incremento convergen a la linea recta de 45° discontinua, mientras el efecto de almacenamiento es constante. La distancia con que una curva se separa de la linea de 45° refleja el tiempo con que desaparece

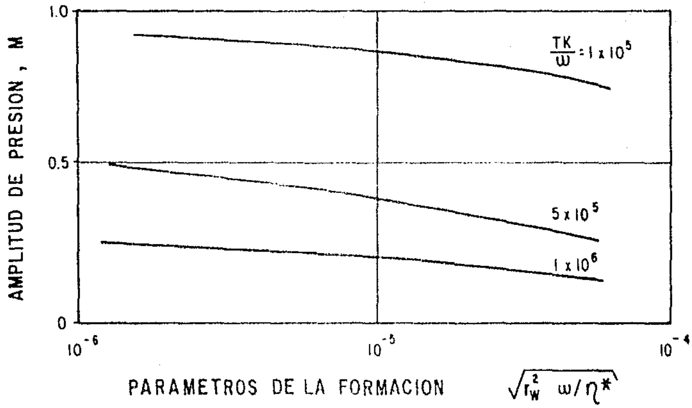

FIG. 6.- CAMBIO DE PRESION EN EL POZO .

el efecto de almacenamiento.

Una formación productora de aceite a veces actúa como un cuerpo infinito, es deseable un efecto de límite en las curvas de incremento. Esto puede observarse en la figura 5, después de que desaparece el efecto de almacenamiento, cada curva de incremento es calculada con la función E_i para un tiempo correspondiente a 0.2 de un ciclo de una gráfica semilogaritmica. Después de este último tiempo, las curvas de la figura 5 se hacen verticales, que indica la influencia del radio de drene (frontera constante). Si la localización de este radio de drene es deseado para una aplicación especifica, esta dado por:

$$r_e/r_w = \sqrt{4\eta^* \Delta t^* / r_w^2} \qquad (11)$$

Si la equivalencia de A/G es 5.615 C_v V es introducida en la Figura 5, entonces las curvas resultantes se aplican a pozos completamente llenos.

El analisis de datos de incremento de presión mediante la curva tipo de McKinley requiere de graficar el tiempo de cierre (Δt, en minutos) como la ordenada, contra el incremento de presión (ΔP, en psi) como la abscisa en escalas *log-log* y esta curva de datos se superpone sobre la curva tipo de McKinley hasta que los puntos graficados se ajusten a una curva (si es necesario se puede interpolar), como se muestra en la figura 5. Se registran los valores paramétricos, T/CvV, de la curva tipo ajustada y se elige un punto de ajuste (leyendo sus valores de ΔP y $\Delta P C_v V/q$). Con estos valores leídos se puede determinar el coeficiente de almacenamiento CvV y la transmisibilidad de la formación.

II.2.3. EARLOUGHER Y KERSCH.

A tiempos cortos, cuando es dominante el efecto de almacenamiento[5], el comportamiento de la presión en un pozo que produce a gasto constante de un yacimiento infinito, homogéneo e isotrópico, puede representarse mediante la aproximación de la solución de la ecuación de difusividad para flujo radial transitorio, dada por :

$$P_D = \frac{t_D}{C_D} \qquad (12)$$

Involucrando las ecuaciones 1 a 3 en la ecuación 12:

$$\frac{P_D\ C_D}{t_D} = \frac{\left[\dfrac{kh\Delta P}{141.2\ qB\mu}\right]\left[\dfrac{0.8936\ C}{\phi C_t h_w r^2}\right]}{\dfrac{0.000246\ k\ \Delta t}{\phi\ \mu\ C_t r_w^{\ 2}}} = \frac{24}{qB}\ \frac{\Delta P\ C}{\Delta t} = 1 \qquad (13)$$

a tiempos muy cortos, combinando las ecuaciones 1 y 2, se tiene:

$$t_D/C_D = 0.0002951 \left(\frac{k\,h}{\mu}\right) \frac{\Delta\, t}{C} \qquad (14)$$

Como P_D es una función de t_D, C_D y S, entonces una gráfica de $P_D(C_D/t_D)$ contra t_D/C_D de una familia de curvas paramétricas en C_D y S, las cuales son asintóticas a $P_DC_D/t_D = 1$ en valores pequeños de t_D/C_D. Esto realmente sucede, pero el número de curvas es tan grande que parecen ser de poco valor.

La multitud de curvas puede reducirse a una familia de curvas al definir un radio efectivo del pozo. En términos de este radio efectivo, los términos de almacenamiento y tiempo adimensionales llegan a ser $C_D\ e^{2s}$ y $t_D\ e^{2s}$. Estos términos se pueden introducir en las ecuaciones 13 y 14 sin cambiar las últimas ecuaciones ya que se cancelan los términos e^{2s}. La familia de curvas tipo de la figura 7 es una gráfica del grupo de la ecuación 13 contra el grupo adimensional t_D/C_D de la ecuación 14 con C_De^{2s} como el único parámetro.

A tiempos largos, el coeficiente de almacenamiento no es importante, tal que:

$$P_D = \frac{1}{2} \left[\ln(4t_D) - 0.5772 \right] + s \qquad (15)$$

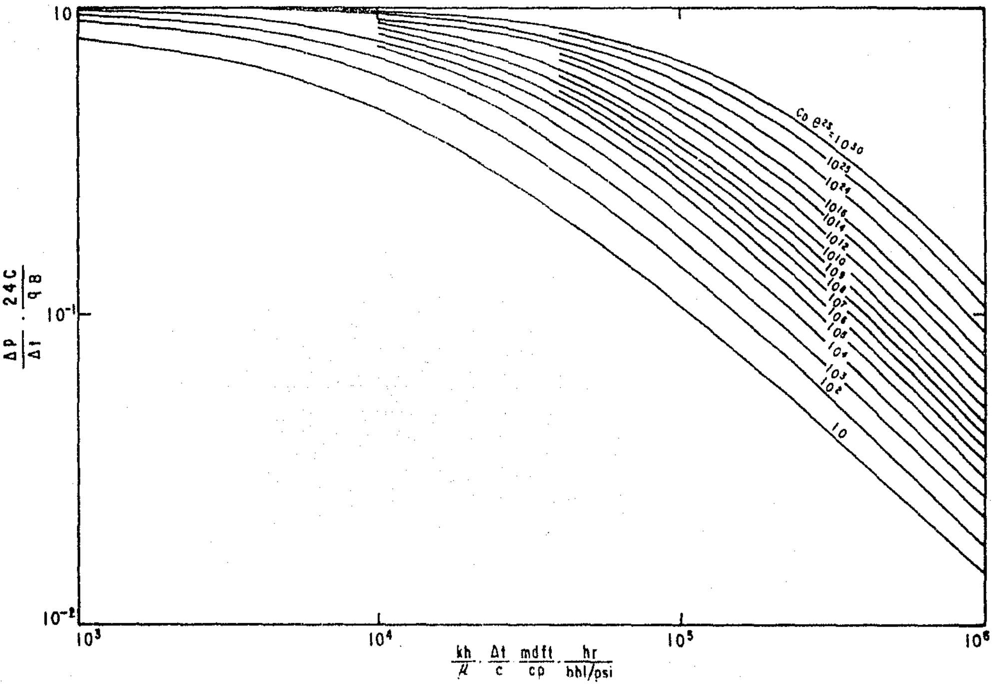

FIG. 7.- CURVAS TIPO DE COMPORTAMIENTO DE PRESION PARA UN POZO CON EFECTOS DE ALMACENAMIENTO Y DAÑO EN UN YACIMIENTO HOMOGENEO[5].

que también se puede escribir como:

$$P_D = \frac{1}{2}\left[\ln(4t_{De}{}^{2s}) - 0.5772\right] \qquad (16)$$

Usando las modificaciones de $t_{De}{}^{2s}$ y $C_{De}{}^{2s}$, el factor de daño es correctamente incluido tanto para tiempos cortos (ecuación 13) como para tiempos largos (ecuación 16).

Los autores[5] recomendaron usar esta curva tipo solamente en aquellos casos en que no pueden usarse las técnicas convencionales de análisis semilogarítmico. Si la prueba no fue suficientemente larga para alcanzar el flujo transitorio entonces puede usarse la figura 7 como una curva tipo.

Para usar estas curvas tipo, los datos de presión de una prueba registrada deben graficarse en coordenadas *log-log* como $\Delta P/\Delta t$ (psi/hr) en la ordenada contra Δt (hr) en la abscisa, al mismo tamaño de la figura 7.

A partir de las condiciones de terminación del pozo se puede estimar el coeficiente de almacenamiento mediante:

$$C = V_v\, c \qquad (17)$$

para un pozo completamente lleno de fluido, o con :

$$C = \frac{V_v}{\left(\frac{\rho \quad g}{144 \quad g_c}\right)} \qquad (18)$$

para un pozo con el nivel de liquido cambiante.

En la gráfica de los datos, $\Delta P/\Delta t$ contra Δt, debe calcularse la localización de la asintota horizontal usando la ecuación 13:

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta t}\right)_{1.0} = \frac{q \ B}{24C} \qquad (19)$$

ya que el lado izquierdo de la ecuación 19 es el valor de $\Delta P/\Delta t$ leido en la curva de datos cuando $\left(\frac{\Delta P}{\Delta t}\frac{24C}{q \ B}\right) = 1.0$ en la figura 7.

Superponiendo la curva de datos sobre la curva tipo de la figura 7 y al lograr el mejor ajuste se lee el valor de $C_D \ e^{2s}$ de la curva ajustada y de un punto de ajuste elegido, los valores de $(\frac{\Delta P}{\Delta t})$, Δt, $P_D \ C_D/t_D$ y t_D/C_D. Estos valores son usados entonces para calcular la transmisibilidad de la formación, si consideramos la ecuación 14 y la reordenamos nos queda de la siguiente forma:

$$\frac{kh}{\mu} = \frac{C(t_D/C_D)}{\Delta t} \tag{20}$$

y el factor de daño con:

$$s = \frac{1}{2}\ ln\left[(C_D\ e^{2s})/C_D\right] \tag{21}$$

Estas curvas tipo constituyen una sola familia de curvas, el ajuste es esencialmente en una dimensión, con su uso se puede estimar la permeabilidad de la formación ó (kh/μ), el factor de daño s incluyen los efectos de porosidad, compresibilidad y el radio del pozo. La permeabilidad calculada con esta técnica puede corregirse en un factor de 2 ó 3. El cálculo del factor de daño es cualitativo e indica el grado de daño o mejoramiento del pozo.

II.2.4. GRINGARTEN-BOURDET-LANDEL-KNIAZEFF.

Esta curva tipo[6] se presenta en la figura 8. Está dada como P_D contra t_D/C_D, y cada curva está caracterizada por un valor de $C_D\ e^{2s}$.

Los limites de los distintos periodos de flujo (final del almacenamiento y principio del flujo radial semilogaritmico), que se muestra en la curva tipo corresponden a un 5% de

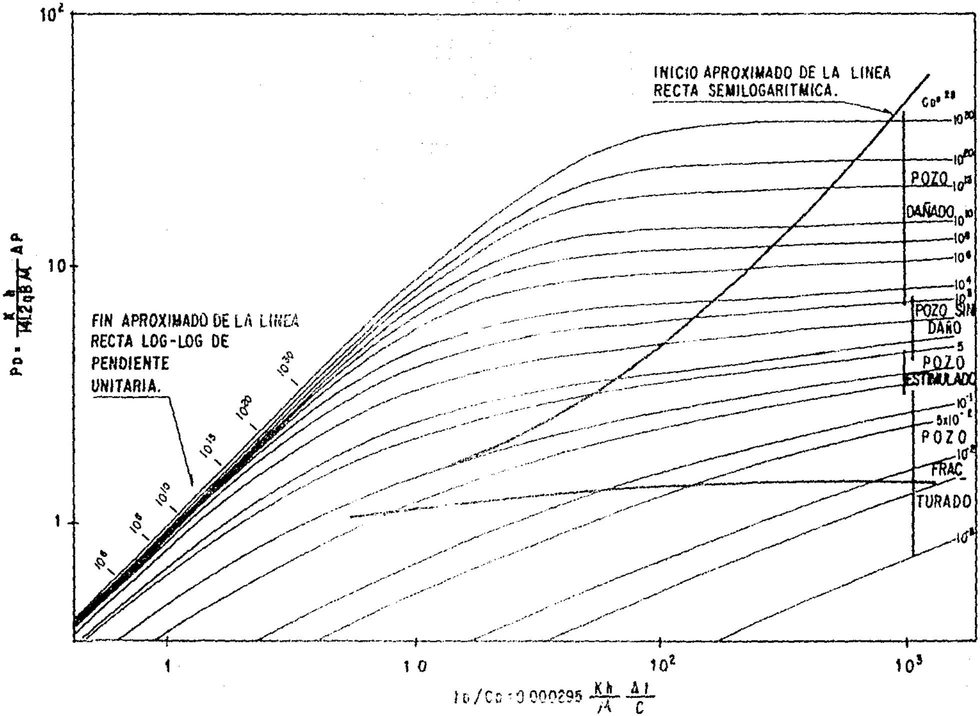

FIG. 8 .- GRAFICA DE P_D CONTRA t_D/C_D PARA UN POZO CON EFECTOS DE ALMACENAMIENTO Y DAÑO EN UN YACIMIENTO HOMOGENEO[6]

aproximación, porcentaje satisfactorio para aplicaciones prácticas. También se indican los rangos de $C_D e^{2s}$ para varias condiciones del pozo: dañado, sin daño, acidificado y fracturado.

Todas las curvas (excepto aquellas para valores muy bajos de $C_D e^{2s}$) surgen de una línea recta unitaria a tiempos cortos, cuando dominan los efectos de almacenamiento.

Esta curva tipo se usa de la manera usual: los datos de la prueba se grafican como Δp contra Δt en escalas *log-log*, del mismo tamaño que la curva tipo y se ajustan con una de las curvas. Cuando se presenta el efecto de almacenamiento, el ajuste puede hacerse más convenientemente superponiendo primero las líneas rectas de pendientes unitarias en ambas gráficas (datos de prueba y curva tipo), y luego deslizando la gráfica de datos en la dirección de 45^{o} hasta obtener el mejor ajuste. Esto produce un valor para $C_D e^{2s}$ y para s si C_D se conoce.

El producto permeabiliadad-espesor (kh) puede calcularse a partir de la presión ajustada o del tiempo ajustado (cuando se conoce un valor del coeficiente de almacenamiento). Por supuesto los resultados deben ser identicos. Un punto importante es que solo se puede obtener kh de los ejes ajustados, como en el caso de la curva tipo de Earlougher y Kersch[5]; y no $\phi C_t h$ como en el caso de Agarwal y colaboradores[3]. Como alternativa el tiempo de ajuste puede usarse para calcular el coeficiente de almacenamiento.

El modelo básico usado para la construcción de la curva tipo de la figura 8 es identico a la de Agarwal y colaboradores[3], un pozo con efectos de daño y almacenamiento en un yacimiento infinito. Sin embargo, hay algunas diferencias fundamentales.

Contrario a lo establecido anteriormente[3], la ecuación 4 no puede invertirse para daños negativos. El uso de un daño negativo infinitesimal de la cara de la arena implicaría la generación de energía en el medio poroso y produciría inestabilidad en la ecuación de el flujo. El único medio de simular un daño negativo es asumir conductividad infinita en un radio efectivo $r_{w}' = r_w\ e^{-2s}$, pero hay un limite inferior en terminos de $C_D\ e^{2s}$. Esto puede demostrarse por el siguiente cálculo: si se supone que la zona de conductividad infinita alrededor del pozo tiene la misma porosidad que la formación, el coeficiente de almacenamiento correspondiente es igual a :

$$C_s = C + \pi(r_{w_e}{}^2 - r_w{}^2)h\phi C_t \qquad (22)$$

donde C es el coeficiente de almacenamiento real. El coeficiente de almacenamiento adimensional es:

$$(C_D\ e^{2s})_s = (C_D\ e^{2s})_v + \frac{1-e^{2s}}{2} \qquad (23)$$

El valor más pequeño posible para $(C_D e^{2s})_s$ es de 0.5. Valores más bajos de $C_D e^{2s}$ deben corresponder a pozos fracturados con efectos de almacenamiento. En la curva-tipo de la figura 8, estos se obtuvieron para un pozo con fractura vertical de conductividad infinita[7].

El daño en el grupo $C_D e^{2s}$, $C_D e^{2s} < 0.5$ representa un daño equivalente basado en el radio efectivo $r_v' = x_f/2$:

$$s = s_f = \ln(r_v/r_v') \tag{24}$$

la siguiente relación considera:

$$C_D e^{2s_f} = (x_f/r_v')\ C_D{}^2{}_f = 4C_{D_f} \tag{25}$$

donde C_{D_f} es el coeficiente de almacenamiento adimensional de un pozo fracturado, definido como:

$$C_{D_f} = \frac{0.8926\ C}{\phi\ C_t h\ x_f^2} \tag{26}$$

Todas las curvas correspondientes a $C_D e^{2s} \geq 0.5$ se calcularon evaluando la ecuación 5 con $S=0$, pero para tiempo y almacenamiento adimensionales basados en el radio efectivo del pozo $r_v e^{-s}$ ($t_D e^{2s}$ y $C_D e^{2s}$, respectivamente), como lo hicieron

Agarwal y colaboradores[3] para daños negativos y por Earlougher y Kersch[5] para daños positivos. Para verificar que C_De^{2s} fue efectivamente el parámetro gobernante, la ecuación 5 también se evaluó para un valor dado de C_De^{2s} con valores fijos de C_D(10^2,10^3,10^4 y 10^5) y el daño (s) correspondiente. La diferencia entre las curvas de $s = 0$ y $s \neq 0$ fue menor que 0.1% para todos los valores de C_De^{2s}(10^3,10^4,10^6,10^8,10^{10},10^{15},10^{20},10^{30}) que fueron investigados.

Los límites de tiempo para los diferentes periodos de flujo se evaluaron a partir de la diferencia, para un valor dado de $C_D\,e^{2s}$, entre el valor de P_D de la ecuación 5 y aquel de la apropiada aproximación de la ecuación,

$$P_D = \frac{t_D}{C_D} \tag{27}$$

para flujo de almacenamiento, y:

$$P_D = 1/2\left(\ln \frac{t_D}{C_D} + 0.80907 + \ln C_D\, e^{2s}\right) \tag{28}$$

para flujo radial.

La figura 9 nos muestra el tiempo adimensional t_D/C_D, al final de la recta logarítmica de pendiente unitaria

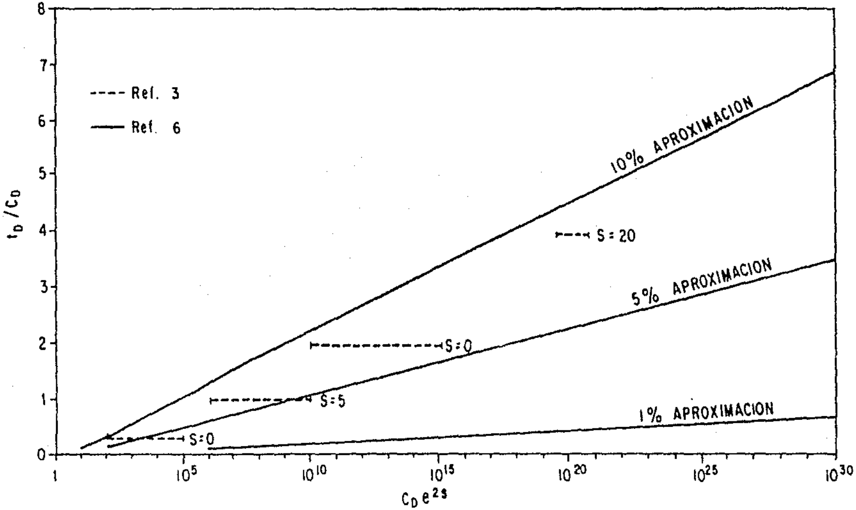

FIG. 9 .- TIEMPO ADIMENSIONAL DEL FINAL APROXIMADO DE LA PENDIENTE UNITARIA .

(almacenamiento) para varios porcentajes diferentes entre P_D de la ecuación 5 y P_D de la ecuación 12. Como se mencionó anteriormente, la diferencia en la curva del 5% es la que se puede aplicar en la práctica. Las curvas mostradas en la figura 9 pueden aproximarse con una buena aproximación mediante la siguiente ecuación:

$$t_D/C_D = \alpha \, ln \left[3\alpha \; C_D \; e^{2s} \right] \tag{29}$$

para $C_D \; e^{2s} > 10^3$, y donde α es la diferencia porcentual (0.01 para 1%, 0.05 para 5% y 0.10 para 10%). Las ecuaciones propuestas por Agarwal[3] son:

$$\begin{aligned} t_D/C_D &= 0.25 \text{ para } S \neq 0 \\ t_D/C_D &= 0.4 \text{ para } S = 0 \end{aligned} \tag{30}$$

estas corresponden aproximadamente a la diferencia del 8 % entre las ecuaciones 5 y 12.

Las aproximaciones para el flujo radial semilogaritmico en los primeros periodos se presenta en la figura 10, para varias diferencias de porcentajes entre las ecuaciones 5 y 28 (0.1, 0.5, 1.0, 5.0 y 10.0 %). Para una diferencia de porcentaje dada, la aproximación semilogaritmica es válida en los primeros

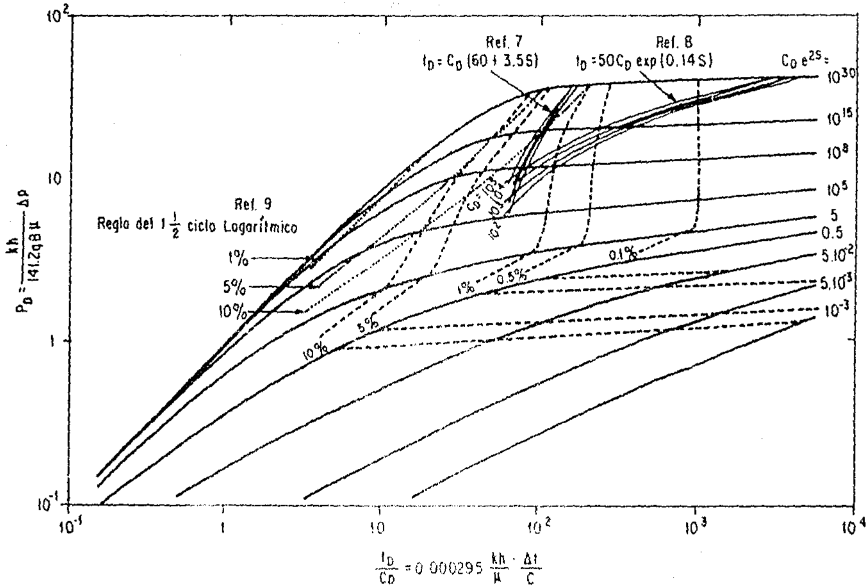

Fig. 10 - COMPARACION ENTRE LOS DIFERENTES CRITERIOS PARA DETERMINAR EL INICIO APROXIMADO DE LA LINEA RECTA SEMILOGARITMICA.

periodos para pozos acidificados y en los últimos periodos, para pozos fracturados, comparados con pozos con $s \geq 0$. Nuevamente, una diferencia del 5% parece ser la apropiada para el análisis.

En la figura 10 se incluyen las curvas al inicio del periodo de flujo radial en las que se muestran diferentes criterios para su determinación. El "ciclo logaritmico uno y medio", como regla[7], señala que el inicio de la curva logaritmica que ocurre en la gráfica logaritmica sobre un ciclo logaritmico de un ciclo y medio después del fin de la recta de pendiente unitaria, es razonablemente buena para pozos dañados ($C_De^{2s} > 10^8$). El porcentaje sobre las curvas de la figura 10, se refiere al final de la recta con pendiente unitaria.

La fórmula de Ramey[7]:

$$t_D = C_D \, (60 + 3.5 \, s) \tag{31}$$

también proporciona resultados para pozos dañados ($C_De^{2s} > 3$). Corresponde este aproximadamente a una diferencia entre las ecuaciones 5 y 28 de 2%. Por otro lado, la ecuación propuesta por Chen y Brigham[8]:

$$t_D = 50 \, C_D \, exp \, (0.14 \, S) \tag{32}$$

permite limites en tiempo que son muy diferentes a los que se encontraron, o a los obtenidos con la ecuación 31 o con la regla de "un ciclo y medio". El echo de que la ecuación 32 se deriva de las curvas tipo de incremento de presión no es suficiente para justificar tal discrepancia.

CAPITULO III

ALGORITMOS PARA EL CALCULO DE LA DERIVADA DE LA PRESION

III.1. CURVA TIPO USANDO LA DERIVADA

Todos los métodos para el análisis de pruebas de presión están basados en la ecuación de difusividad para flujo de fluidos a través de medios porosos. Esta ecuación está en términos de la derivada de la presión con respecto al tiempo. Por tanto, es esta cantidad la que es significativa y la que idealmente debería ser medida . Sin embargo, los registradores mecánicos de la presión, no son capaces de medir la velocidad del cambio de presión con respecto al tiempo y esto tradicionalmente ha restringido los análisis de pruebas en pozos. Una nueva generación electrónica de registradores de presión de fondo permiten que la medición de la rapidez del cambio de presión respecto al tiempo sea accesible. El análisis basado en esta presión diferencial $\Delta P'$ es mas sensitivo y poderoso que el análisis basado únicamente en la presión ΔP.

Para la interpretación de una prueba se debe graficar el cambio de presión (ΔP, psi), contra el tiempo transcurrido (Δt, horas), en una escala *log-log*. En la figura 11 se muestra una prueba de incremento de presión.

Esta gráfica es de diagnóstico y permite la identificación del comportamiento del pozo y del yacimiento. Una vez que el comportamiento ha sido identificado, lo cual implica comparar la respuesta de la presión con las respuestas teóricas (curvas tipo), entonces el análisis correcto puede ser llevado a cabo.

En los análisis de pruebas de presión es muy frecuente encontrar el comportamiento de un pozo con almacenamiento y daño en un yacimiento homogéneo. La correspondiente familia de curvas tipo se muestra en la figura 12. Las curvas son graficadas también en una escala *log-log* en términos de presión adimensional, P_D, contra el tiempo adimensional dividido por el coeficiente de almacenamiento adimensional t_D/C_D. Estos dos términos están definidas por las ecuaciones 1 y 14.[10]

Cada curva está etiquetada por el grupo adimensional C_De^{2s}, la cual define la forma de las curvas y está dada por:

$$C_D\, e^{2s} = \frac{0.8936\ C\ \ e^{2s}}{\phi\ C_t h\ r_w^{\ 2}} \tag{33}$$

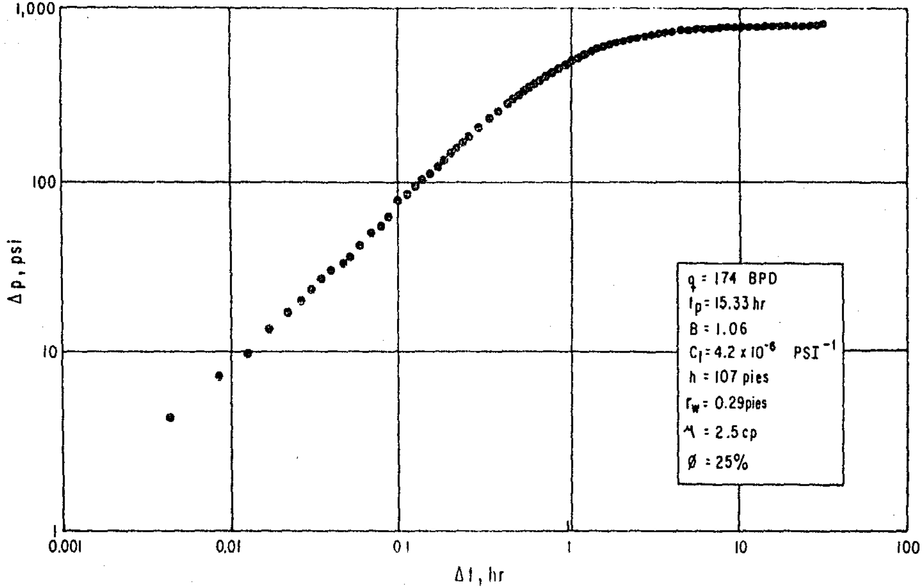

FIG. 11.- CURVA DE DATOS DE PRESION[10]

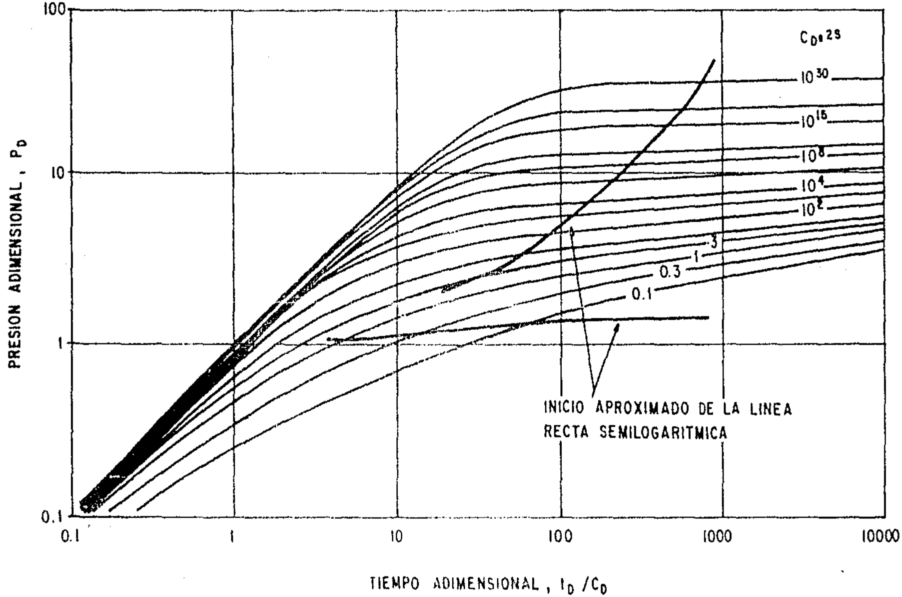

FIG. 12 .- CURVAS TIPO PARA POZOS CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO EN UN YACIMIENTO CON COMPORTAMIENTO HOMOGENEO[10].

Todas las curvas se unen a tiempos cortos en una línea recta de pendiente unitaria, la cual corresponde al periodo de almacenamiento. A tiempos largos, las curvas corresponden al periodo de flujo radial infinito, cuando los efectos de almacenamiento han disminuido y el flujo es radial en el yacimiento. Con un ajuste inicial de los datos sobre una de estas curvas tipo se permite obtener: i) la confirmación del diagnóstico original, ii) la identificación de los dos periodos de flujo: almacenamiento y radial infinito.

El ajuste inicial se hace deslizando la gráfica de los datos de la prueba sobre las curvas tipo, con respecto a la línea recta de tiempos cortos y se selecciona el mejor ajuste posible. El fin del almacenamiento y el comienzo del flujo radial infinito es obtenido a partir de los límites marcados en la curva tipo (figura 12). Sin embargo, hay dos problemas que se encuentran comúnmente en el ajuste de las curvas tipo: i) Para valores altos de $C_D\ e^{2s}$, las curvas tipo tienen formas muy similares, por lo que si los datos corresponden a una de esas curvas (como en el ejemplo), no es posible encontrar un único ajuste por simple comparación de formas, ii) Los datos de incremento se desvían de las curvas tipo diseñadas para el análisis de datos de decremento, la desviación depende del periodo de producción previo (t_p). Una vez que los regímenes de flujo se han identificado, hay análisis especializados que se aplican a cada uno. Para una prueba de incremento el método de Horner es el análisis especializado aplicable durante el régimen de flujo radial infinito. El método implica una gráfica de presión de fondo contra el $log(t_p+\Delta t)/\Delta t$, como se muestra en la figura 13. En esta gráfica los datos del periodo de flujo radial infinito caen sobre una linea recta. Los parámetros de la linea recta dados en la figura 13 se utilizaron para calcular el producto permeabilidad-espesor, *kh*, y el daño, *s* :

$$kh = 162.6\ qB\mu/m \tag{34}$$

$$S = 1.151\left[\left[(P_{1hr} - Pw_f)\right] / m - \left[log(k/\phi\mu C_t r_w^2)\right] + 3.23\right] \tag{35}$$

A partir del valor de *kh*, obtenido de la gráfica de Horner, puede fijarse el ajuste sobre el eje de la presión de la curva tipo. Si se ordena la ecuación 1 como $P_D/\Delta P$ queda[10]:

$$P_D/\Delta P = kh/141.2qB\mu \tag{36}$$

Si se fija un valor de ΔP, entonces se obtiene un valor de P_D. Por tanto, la gráfica *log-log* de la figura 11 se puede sobreponer sobre las curvas tipo de la figura 12, sabiendo que la ΔP en el eje *Y* de la figura 11 corresponde a un valor de P_D en el eje *Y* de la figura 12 (ver figura 14). Esto establece un

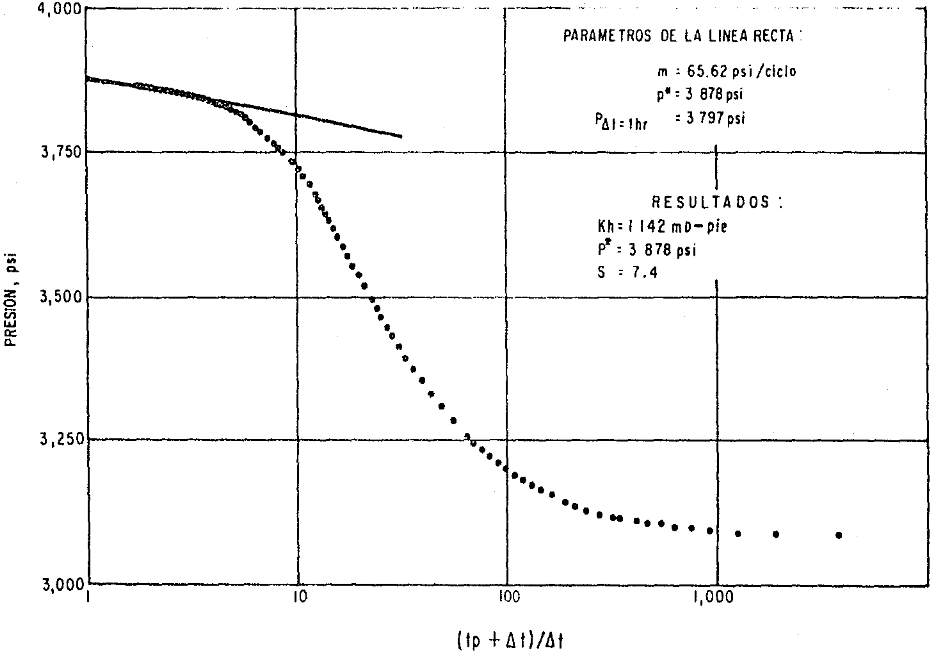

FIG. 13 .- GRAFICA DE HORNER PARA LOS DATOS DE PRESION[10].

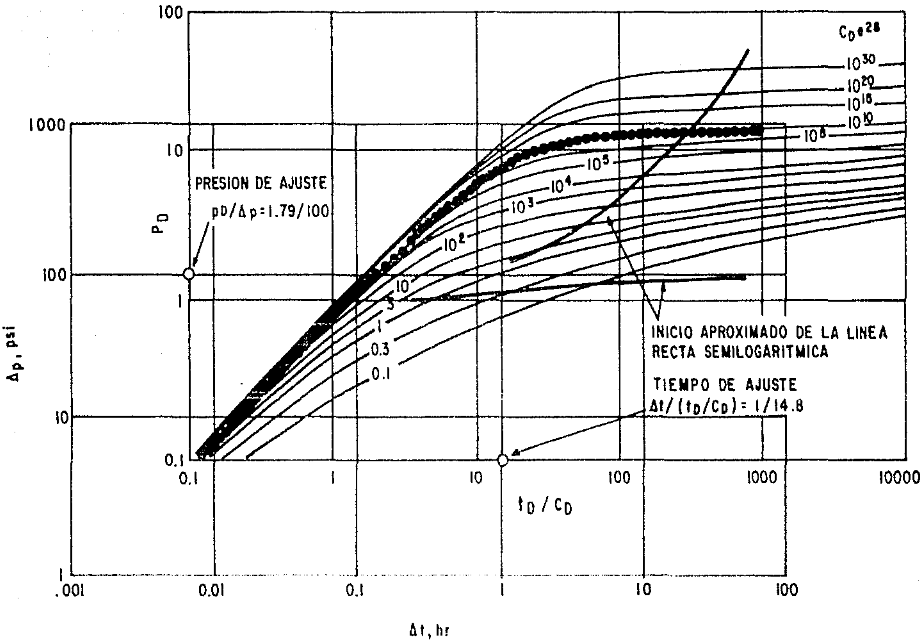

FIG. 14.- SELECCION DE LA CURVA TIPO, OBTENCION DEL TIEMPO Y LA PRESION DE AJUSTE PARA OBTENER EL DAÑO Y LA PERMEABILIDAD (ECUACIONES 37 A 40)[10].

ajuste vertical inicial ($P_D/\Delta P$). El tiempo del ajuste se encuentra entonces deslizando la curva de datos de la prueba horizontalmente hasta que sean ajustadas las lineas rectas de las curvas a tiempos cortos. De esta manera se puede afinar el ajuste.

Cuando se ha realizado el ajuste refinado, el valor de $C_D\, e^{2s}$ de la curva ajustada junto con la traslación de los ejes de la curva de datos con respecto a los ejes de la curva tipo, permiten que los parámetros del pozo y del yacimiento sean calculados[10]:

$$kh = 141.2\ qB\mu\ (P_D/\Delta P)_{ajuste} \qquad (37)$$

$$C = [0.000295\ kh/\mu]\ [\Delta t/(t_D/C)]_{ajuste} \qquad (38)$$

$$C_D = 0.8936\ C/(\phi\ C_t\ h\ r_w^{\ 2}) \qquad (39)$$

$$s = 0.5\ ln\ (C_D\ e^{2s}/C_D) \qquad (40)$$

Por tanto, hay dos aspectos complementarios al análisis del comportamiento de presión: i) Un aspecto global, que utiliza curvas tipo para identificar la naturaleza del comportamiento, y ii) Un aspecto especifico, que utiliza un análisis especializado para un cálculo preciso de los parámetros del pozo y del yacimiento.

Para obtener un alto grado de confiabilidad en los resultados de la interpretación del comportamiento de presión y para obtener todos los parámetros de interés, el método de análisis es iterativo ya que la concordancia se debe obtener entre estos dos aspectos del análisis.

Los dos regimenes dominantes descritos en la curva tipo de la figura 12 pueden ser diferenciados.[10] Cuando predomina el periodo de almacenamiento, cuando $P_D = t_D/C_D$, entonces:

$$\frac{d(P_D)}{d(t_D/C_D)} = P_D' = 1 \tag{41}$$

Cuando predomina el periodo de flujo radial infinito, es decir, cuando $P_D = 0.5\ (\ln\ (t_D/C_D) + 0.80907 + \ln\ (C_D\ e^{2s}))$, entonces:

$$\frac{d(P_D)}{d(t_D/C_D)} = P_D' = 0.5/(t_D/C_D) \tag{42}$$

Por consiguiente, los comportamientos de P_D' a tiempos cortos y largos, son idénticos e independientes del grupo $C_D\ e^{2s}$. La curva tipo *log-log* que corresponde a estas relaciones se muestra en la figura 15. A tiempos cortos, todas las curvas surgen de una línea recta que corresponde a $P_D'= 1$ (recta A). A tiempos largos, todas las curvas convergen en una línea recta de

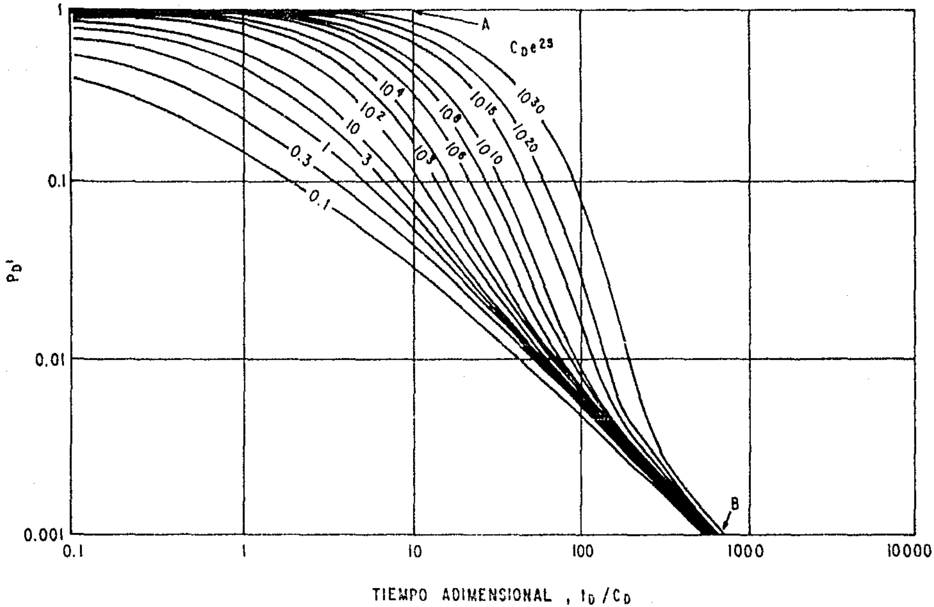

FIG. 15.- GRAFICA DE LA DERIVADA DE LA PRESION ADIMENSIONAL, QUE MUESTRA LAS LINEAS RECTAS A TIEMPOS CORTOS Y LARGOS Y LAS CURVAS ENTRE LAS DOS LINEAS RECTAS (A Y B)[10].

pendiente -1 (recta B), correspondiente a $P_D' = 0.5/(t_D/C_D)$. Entre estas dos asintotas, a tiempos intermedios, cada curva $C_D e^{2s}$ produce una forma muy especial.

Sin embargo, desde un punto de vista practico, es preferible graficar las curvas tipo como $P_D'(t_D/C_D)$ contra t_D/C_D, como se muestra en la figura 16, donde:

$$P_D'(t_D/C_D) = \Delta P'\Delta t kh/(141.2qB\mu) \qquad (43)$$

Esta gráfica es preferida por lo siguiente:

i) Las curvas tipo son más convenientes sobre las comúnmente usadas en escala *log-log* de 3 X 5.

ii) Los grupos adimensionales de ambos ejes de presión y tiempo son consistentes con las curvas tipo de la figura 12. Para usar estas curvas tipo los datos reales deben ser graficados como $\Delta P'\Delta t$ contra Δt. En la figura 16, a tiempos cortos, las curvas siguen una linea recta *log-log* de pendiente unitaria. Cuando se alcanza el flujo radial infinito a tiempos largos, las curvas llegan a ser horizontales para un valor de $P_D'(t_D/C_D) = 0.5$.

Estas curvas tipo son mas fáciles de usar que las curvas tipo comunes. Si ambos periodos de flujo (almacenamiento y

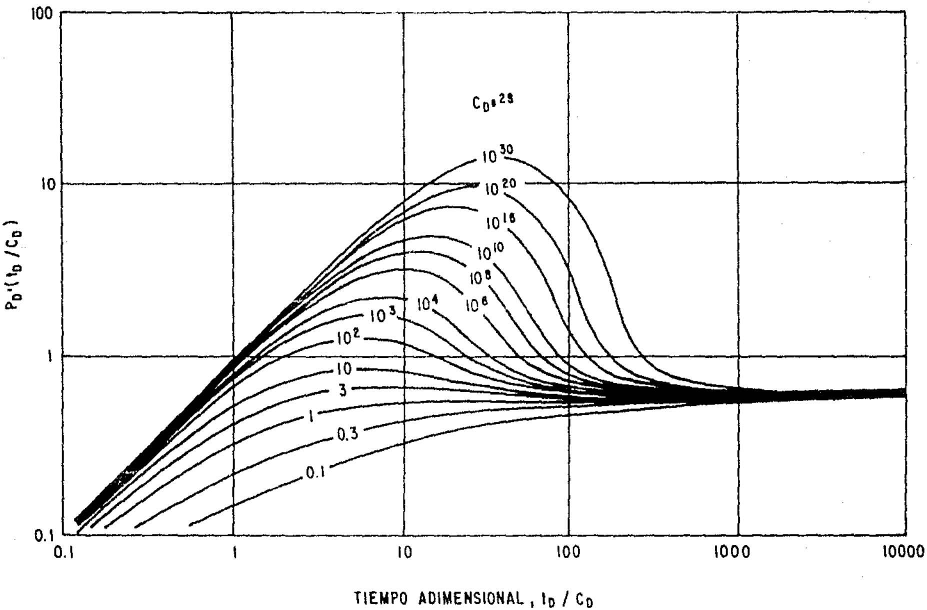

FIG.16.- CURVA TIPO DE $P_D'(t_D/C_D)$ CONTRA t_D/C_D PARA POZOS CON EFECTOS DE ALMACENAMIENTO Y DAÑO EN UN YACIMIENTO INFINITO[10].

radial) ocurrieron durante el periodo de prueba, entonces una gráfica *log-log* de los datos también exhibirá las dos lineas rectas. De este modo con el ajuste de las dos porciones de las lineas rectas de los datos sobre las asintotas de las curvas tipo, es claro que solo un ajuste sera posible. Entre las dos asintotas las curvas tipo son diferentes para distintos valores de $C_D\, e^{2s}$. Asi, es fácil identificar la curva correcta de $C_D\, e^{2s}$ correspondiente a los datos.

Además de alcanzar esta única solución y una alta definición, estas curvas tipo tienen otra caracteristica muy importante, que consiste en que el régimen de flujo radial infinito da origen a una linea recta en la gráfica *log-log* de la derivada de presión. Por tanto, en comparación con el análisis del comportamiento de presión, el análisis de la derivada de presión combina las ventajas del ajuste con curvas tipo (consideración global de la respuesta) con la precisión de las gráficas especializadas semilogaritmicas. El análisis de la derivada de presión es, por consiguiente llevado a cabo con una sola gráfica, eliminando la necesidad de gráficas adicionales para confimrar el ajuste.

En las curvas tipo de la derivada de presión, tan pronto como el flujo radial infinito se alcanza, todas las curvas son idénticas y en particular son independientes del factor de daño. Esto significa que el efecto de daño solo se manifiesta en la curvatura entre la línea recta del periodo de almacenamiento y la línea recta debida al flujo radial infinito. La experiencia ha demostrado que los datos en esta porción de la curva no siempre están bien definidos. Es por esta razón que se ha encontrado util superponer las dos curvas tipo de las figuras 12 y 16 en la misma escala. El resultado, figura 17, permite realizar un ajuste simultáneo de los datos de respuesta de presión (ΔP) y los datos de la derivada de presión ($\Delta P'\Delta t$), ya que son graficados en la misma escala. Los datos de la derivada de presión proporcionan sin ambigüedad la presión de ajuste y el tiempo de ajuste, mientras que el valor de $C_D\, e^{2s}$ se obtiene por comparación de las curvas ajustadas para los datos de la derivada y los datos de presión.

El procedimiento de análisis que debe aplicarse es el siguiente[10]:

1.- Se grafican ΔP y $\Delta P'\Delta t$ en la misma gráfica *log-log* contra Δt.

2.- Los puntos de los datos a tiempos largos de la curva de la derivada de presión se ajustan sobre la línea recta de la línea recta horizontal del flujo radial de la curva tipo de P_D'. La presión ajustada es entonces fijada y se puede calcular *kh* con la ecuación 37.

3.- La curva de datos es desplazada horizontalmente hasta que los datos de tiempos cortos se ajusten a la línea recta de

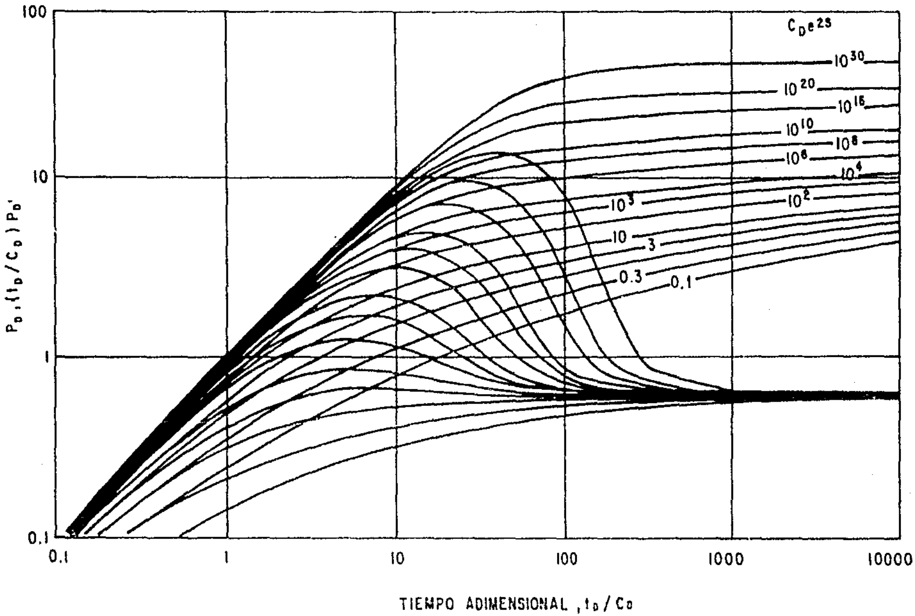

FIG. 17 - COMBINACION DE LAS FIGS. 12 Y 16 PARA OBTENER UN AJUSTE SIMULTANEO DE LA RESPUESTA DE PRESION Y LOS DATOS DE LA DERIVADA DE PRESION.

pendiente unitaria correspondiente al periodo de almacenamiento. El tiempo de ajuste es fijado y entonces puede obtenerse el valor de C, ecuación 38.

4.- Se encuentra que la etiqueta $C_D e^{2s}$ de la curva ajustada con los datos de la derivada de presión es consistente con $C_D e^{2s}$ de la curva ajustada de presion. De esta manera se logra un ajuste de los datos de presión como se ilustra en la figura 18 y utilizando la ecuaciones 39 y 40 se obtiene el daño de la formación.

III.2. COMPORTAMIENTO DE YACIMIENTOS DE DOBLE-POROSIDAD.

La respuesta de presion en un yacimiento con comportamiento de doble-porosidad se realiza principalmente en tres regimenes sucesivos de flujo.[11,12] Primero, se presenta la respuesta de un sistema de fracturas de alta permeabilidad, los bloques de la matriz de baja permeabilidad no contribuyen significativamente a la producción. Durante este periodo de flujo, la respuesta de la presión en el pozo comienza a exhibir un comportamiento homogéneo representativo de las fracturas del sistema. Después, los bloques de la matriz comienzan a producir hacia las fracturas y la respuesta de la presión se desvia del comportamiento homogéneo de las fracturas para seguir un régimen de transición. Como resultado de esto, la presión en el sistema

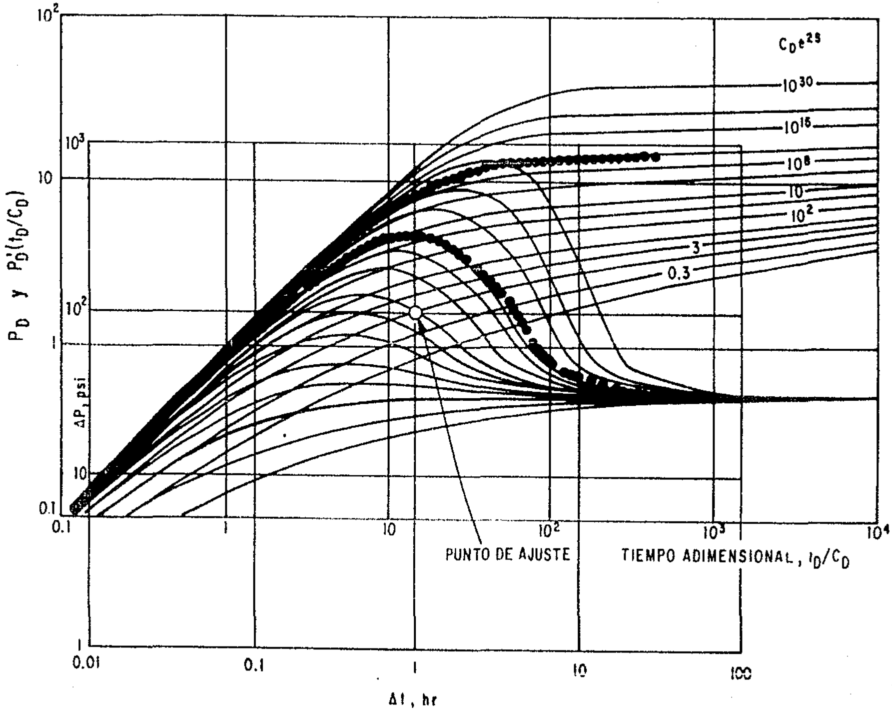

FIG.18.- AJUSTE SIMULTANEO DE DATOS DE PRESION CON LAS CURVAS TIPO DE PRESION Y DERIVADA DE PRESION[10]

de la matriz desciende desde la presión inicial del yacimiento p_i, hasta la presión del sistema de fracturas. Tradicionalmente se ha considerado que el flujo de fracturas puede ocurrir en régimen pseudoestacionario o transitorio[11-12]; las dos posibilidades producen diferentes comportamientos en el periodo de transición. Finalmente, después de algún tiempo de producción, la presión en ambos medios (fracturas y matriz) se iguala, el periodo de transición finaliza y el pozo responde nuevamente siguiendo un comportamiento homogeneo, pero ahora correspondiente al sistema total (fracturas y matriz).

Para caracterizar la naturaleza de doble-porosidad se utilizan dos parámetros. El primero consiste en la relación de almacenamiento dada por la siguiente ecuación:

$$\omega = (\phi V C_t)_f / [(\phi V C_t)_f + (\phi V C_t)_m] \tag{44}$$

que representa la contribución del sistema de fracturas a la capacidad de almacenamiento del yacimiento. También define la diferencia entre los dos comportamientos homogéneos, flujo de fracturas y flujo del sistema total, y puede expresarse como:

$$\omega = (C_D\ e^{2s})_{f+m} \;/\; (C_D\ e^{2s})_f \tag{45}$$

El segundo parámetro, llamado coeficiente de flujo interporoso, está relacionado al contraste de permeabilidades que existe entre los dos medios porosos y define el comportamiento del periodo de transición cuando los bloques de matriz empiezan a contribuir al flujo:

$$\lambda = \alpha \, r_v^{\;2} \; \frac{k_m}{k_f} \qquad (46)$$

Curvas tipo que representan el comportamiento de la presión en pozos con almacenamiento y daño en un yacimiento con comportamiento de doble-porosidad se presentan en las figuras 19 y 20, para flujo interporoso pseudoestacionario y transitorio, respectivamente. En el modelo de flujo interporoso transitorio se define el grupo adimensional β', expresado de la siguiente manera:

$$\beta' = \delta' (C_D e^{2s})_{f+m} \, / \lambda e^{-2s} \qquad (47)$$

donde δ' es el factor de forma de los bloques y puede ser considerado como $\delta' = 1.8914$ para estratos y $\delta' = 1.0508$ para bloques esfericos.

Las curvas de las figuras 18 y 19 se construyeron por superposición de dos familias de curvas:

i) Las curvas $C_D e^{2s}$ que corresponden al comportamiento homogéneo.

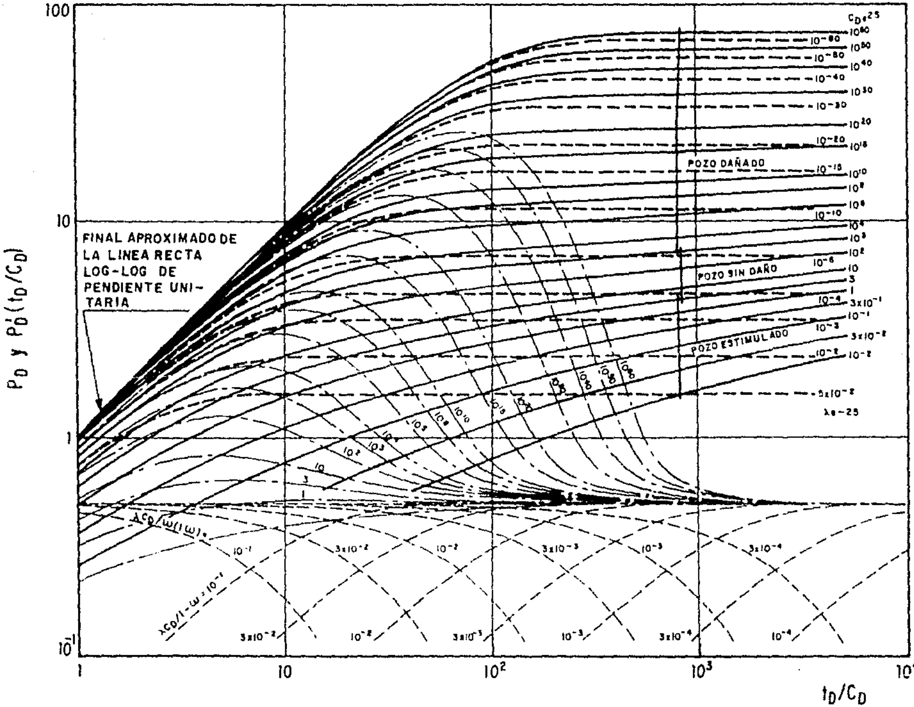

FIG.19 - CURVAS TIPO PARA POZO CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO EN UN YACIMIENTO INFINITO, CON COMPORTAMIENTO DE DOBLE-POROSIDAD Y FLUJO INTERPOROSO EN REGIMEN PSEUDOESTACIONARIO[11]

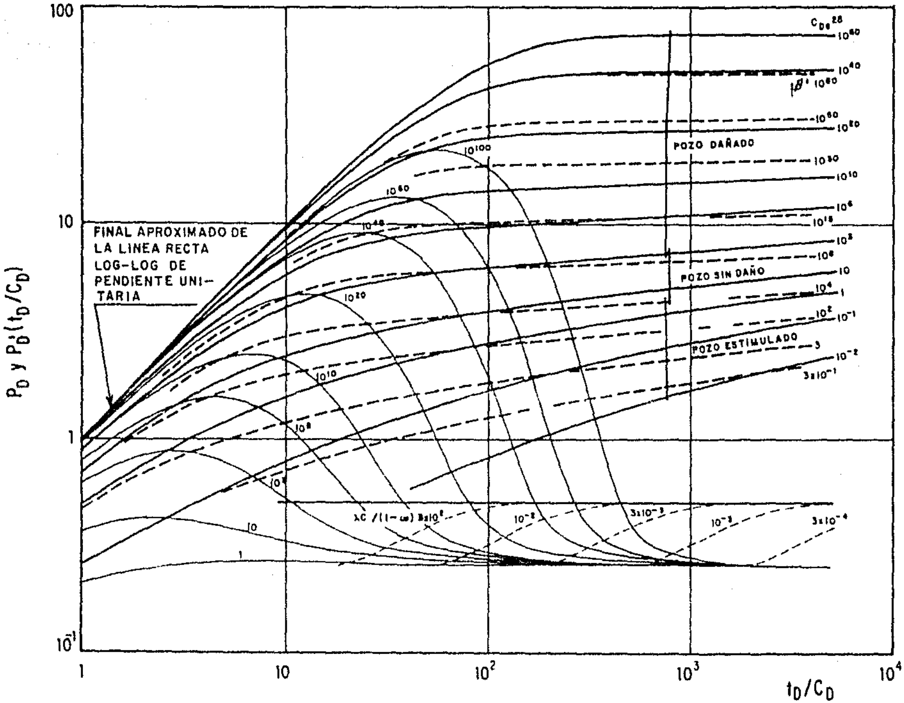

FIG.20.– GRAFICA DE CURVAS TIPO PARA FLUJO INTERPOROSO TRANSITORIO[12].

ii) Las curvas λe^{-2s} que representan el comportamiento de presión durante la zona de transición. En el modelo transitorio se utilizó el grupo adimensional β'.

Una respuesta completa de doble-porosidad sigue tres curvas, una para cada régimen de flujo característico. Para el ejemplo A, mostrado en la figura 21, durante el flujo inicial de fracturas la presión sigue una curva de comportamiento homogéneo $(C_De^{2s})_f = 1$. Luego, se inicia la transición, desde el valor de $\lambda e^{-2s} = 3 \times 10^{-4}$ hasta que se alcanza un nuevo comportamiento homogéneo correspondiente al sistema total, $(C_D\ e^{2s})_{f+m} = 10^{-1}$.

En el ejemplo B, el comportamiento de doble-porosidad va de $(C_D\ e^{2s})_f = 10^5$ a $(C_De^{2s})_{f+m} = 10^7$ a través de una transición sobre $\lambda e^{-2s} = 10^{-7}$. En este caso el flujo de las fracturas termina antes del inicio teórico de la línea recta semilogarítmica sobre $(C_De^{2s})_f$ y por tanto, solamente el comportamiento homogéneo del sistema total presentará una línea recta en una gráfica semilogarítmica, figura 22.

Como se observa en la figura 22, en una respuesta de doble-porosidad la presión se estabiliza durante la transición; por tanto, la derivada en esta zona tiende a caer como se ilustra en la figura 23 con el ejemplo A. Inicialmente, debido a los efectos de almacenamiento, la curva de la derivada sigue a $(C_D\ e^{2s})_f = 1$. Luego el flujo radial infinito en el sistema de

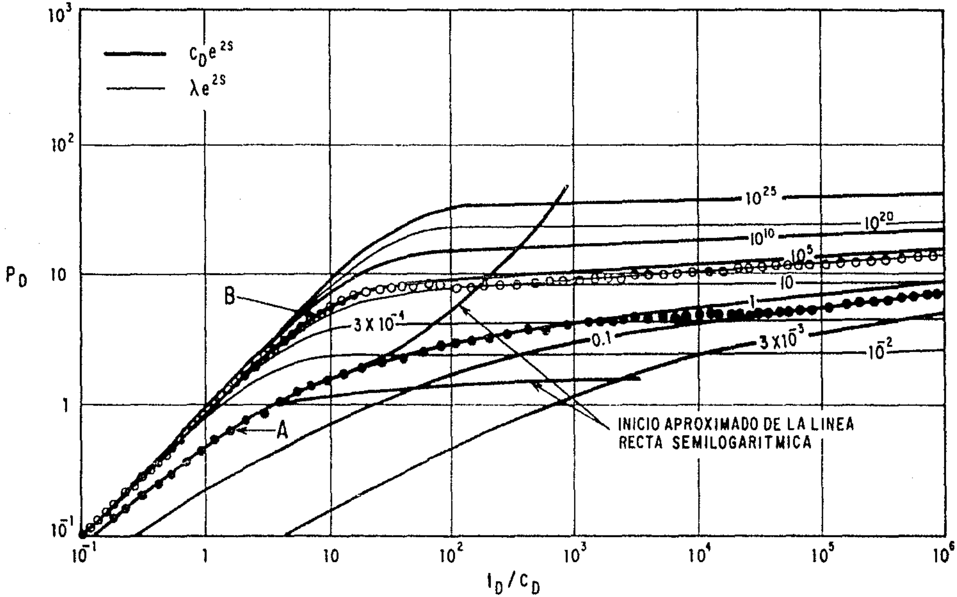

FIG.21 .- GRAFICA DE CURVAS TIPO PARA FLUJO INTERPOROSO EN ESTADO PSEUDOESTACIONARIO[11].

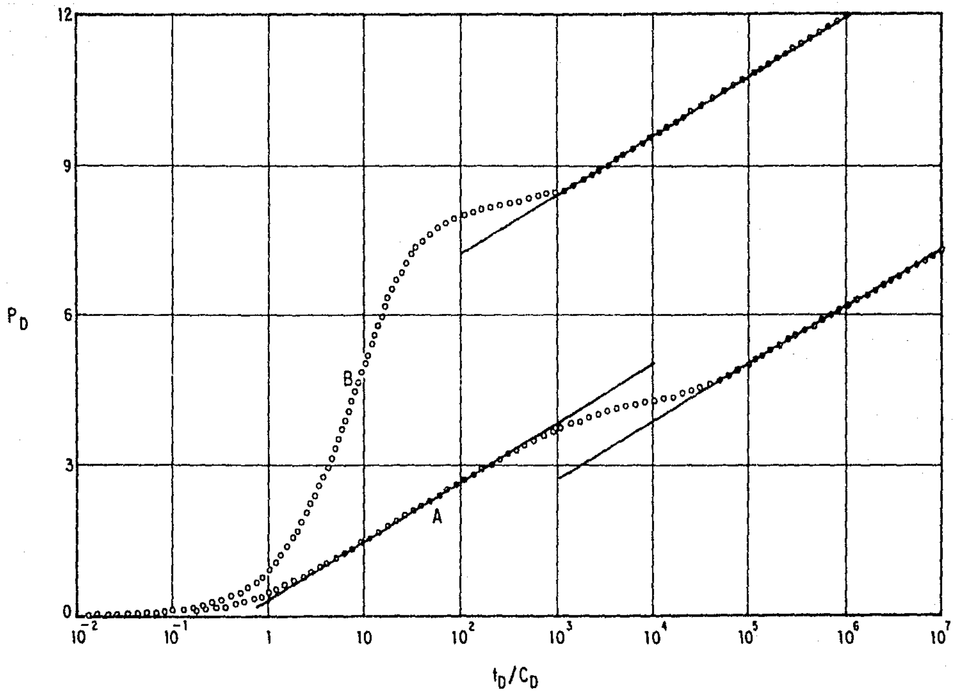

FIG. 22.- GRAFICA SEMILOGARITMICA QUE MUESTRA EL COMPORTAMIENTO DE DOBLE-POROSIDAD DE DATOS DE DECREMENTO DE PRESION[11].

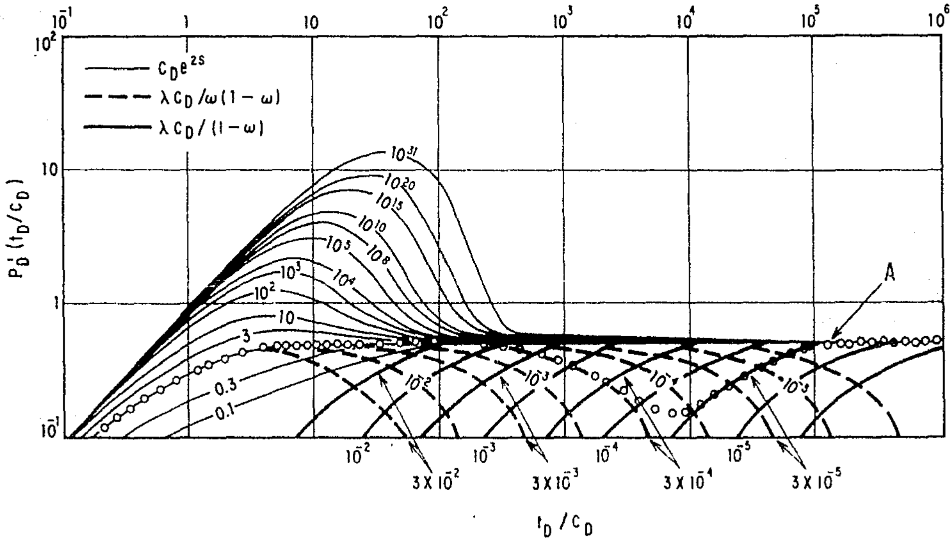

FIG.23.- ILUSTRACION DEL AJUSTE DE LA DERIVADA DE LA PRESION DEL EJEMPLO A (FIGURA 21) CON CURVAS TIPO PARA YACIMIENTOS DE DOBLE-POROSIDAD[11].

fracturas y la derivada alcanza la línea recta de 0.5. Después empieza la transición y la derivada cae sobre una curva con etiqueta $(\lambda C_D)/\omega(1-\omega)$ hasta alcanzar un mínimo, y luego sigue una curva con etiqueta $(\lambda C_D)/(1-\omega)$ antes de regresar a la línea horizontal de 0.5 correspondiente al flujo radial infinito en el sistema total $(C_D\ e^{2S})_{f+m}$. Por tanto, el periodo de transición está definido por dos familias de curvas. La transición inicial se ajusta a la curva $(\lambda C_D)/\omega(1-\omega) = 3.33 \times 10^{-4}$ y la transición final se ajusta a $(\lambda C_D)/(1-\omega) = 3.33 \times 10^{-5}$, como en el ejemplo A.

El analisis *log-log* de la derivada de la presion resulta particularmente útil para la interpretación de respuestas de doble-porosidad, ya que la alta sensibilidad de la derivada muestra sin problema el caracter heterogéneo de la respuesta. Esto se ilustra en la figura 24 donde se han graficado simultaneamente la presión y la derivada del ejemplo B.

En la figura 22 la curva de presion del ejemplo B mostró que la linea recta semilogaritmica de fracturas estuvo enmascarada por el efecto de almacenamiento del pozo. En la derivada, figura 24, se observa que va directamente de almacenamiento a transición. Cuando el almacenamiento aún está presente la transicion inicial se ajusta al valor del factor $(\lambda C_D)/\omega(1-\omega) = 1.11 \times 10^{-2}$ que no es estrictamente aplicable; pero cuando el almacenamiento es despreciable, la transición

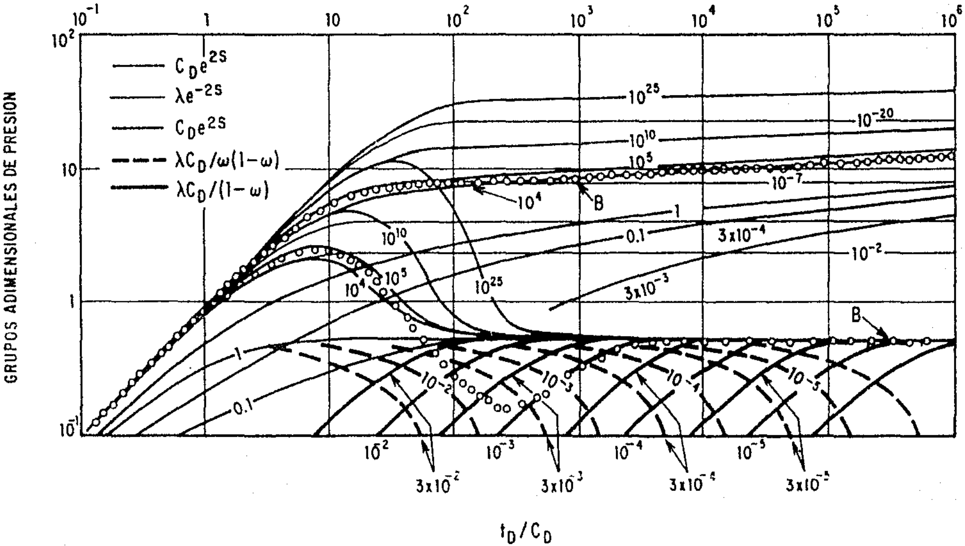

FIG.24.- ILUSTRACION DEL AJUSTE DE LOS DATOS DEL EJEMPLO B (FIGURA 19) CON CURVAS TIPO PARA YACIMIENTOS DE DOBLE-POROSIDAD CON EFECTOS DE DAÑO Y ALMACENAMIENTO[11].

final se ajusta bien a la curva $(\lambda C_D)/(1-\omega) = 1.11 \times 10^{-3}$.

Por tanto, usando las curvas tipo de las figuras 18 y 19 para los modelos pseudoestacionario y transitorio, respectivamente, que combinan las respuestas de presión y derivada para comportamiento de doble-porosidad, se logra un alto grado de confiabilidad en los resultados de los analisis de pruebas de presión en formaciones fracturadas.

III.3. ALGORITMOS PARA EL CALCULO DE LA DERIVADA

III.3.1. EL CONCEPTO DE DERIVADA.

El incremento de una variable que pasa de un valor numérico a otro es la diferencia que se obtiene restando el valor inicial del valor final[13]. Un incremento de X se representa por el simbolo ΔX, que se lee "delta X". El incremento puede ser positivo o negativo, segun que la variable aumente o disminuya al cambiar de valor.

La derivada de una función se define como el limite de la razon del incremento de la función al incremento de la variable independiente cuando este tienda a cero[13], es decir:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \qquad (48)$$

Sea la secante S que pasa por los puntos C y C' de la curva de la figura 25. Si el punto C' se mueve sobre la curva aproximandose indefinidamente a C, la secante que pasa por CC' gira alrededor de C y su posición limite es, por definición, la tangente a la curva en C[13]. Si se considera la gráfica de la función $f(x)$, es decir la curva AB mostrada en la figura 25, dada por $y = f(x)$ y se aplica la regla general de los cuatro pasos y se interpreta cada paso geométricamente para los puntos $C(x,y)$, y $C'(x+\Delta x, y+\Delta y)$. A continuación se obtiene la derivada:

PRIMER PASO $\qquad y + \Delta y = f(x+\Delta x) = NC'$

SEGUNDO PASO

$$\begin{array}{rcl} y + \Delta y & = f(x+\Delta x) & = NC' \\ -\; y & = f(x) & = MC = NR \\ \hline \Delta Y & = f(x+\Delta x) - f(x) & = RC' \end{array}$$

TERCER PASO

$$\frac{\Delta Y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{RC'}{CR}$$

$$= \tan(\angle RCC') = \tan \theta$$

= pendiente de la secante CC'

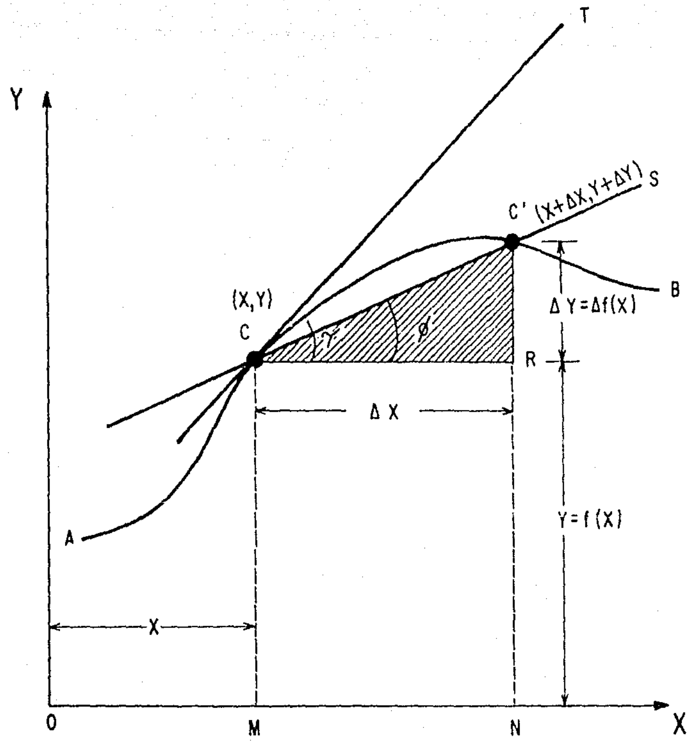

FIG. 25.- INTERPRETACION GEOMETRICA DE LA DERIVADA [13].

CUARTO PASO $\qquad \dfrac{dy}{dx} = f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} tg\ \theta = tg\ \tau$

$= \text{pendiente de la tangente en C.}$

En el tercer paso se observa que la razón de los incrementos Δy y Δx es igual a la pendiente de la secante determinada por los puntos $C(x,y)$ y $C'(x+\Delta x, y+\Delta y)$ en la grafica de la curva $y = f(x)$.

El cuarto paso puede explicarse geométricamente considerando fijo el valor de x, y entonces C es un punto fijo de la curva. Asi mismo, Δx varia tendiendo a cero. Por tanto, el punto C' se mueve a lo largo de la curva aproximandose a C como posición limite. Entonces la secante CC' gira alrededor de C y tiene como limite la tangente en C. Entonces el $\lim_{\Delta x \to 0} \theta = \tau$ y si $tan\ \theta$ es una función continua, se obtiene la derivada $\dfrac{dy}{dx}$. Por tanto, se puede establecer que el valor de la derivada en cualquier punto de una curva es igual a la pendiente de la tangente a la curva en dicho punto.

La ecuación 48 puede usarse para calcular la derivada de la presión, a travès de diferentes conceptos de diferencias (figura 26), para lo cual se plantean los algoritmos descritos a continuación.

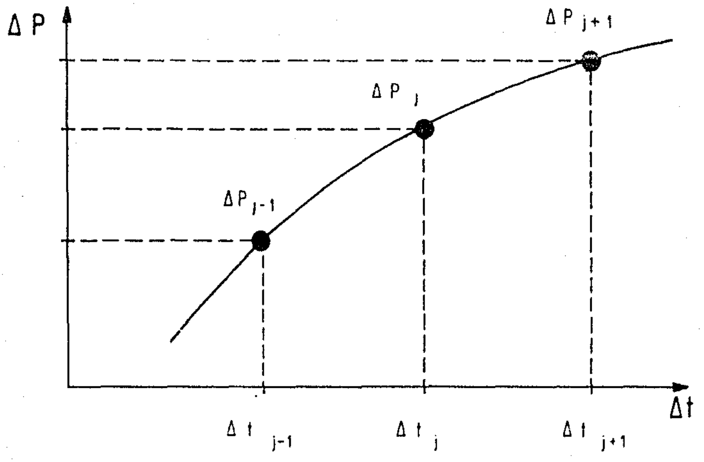

FIG.26.— GRAFICA QUE REPRESENTA LOS ALGORITMOS DE DIFERENCIAS FINITAS.

III.3.2. ALGORITMO DE DIFERENCIAS HACIA ATRAS.

El concepto de diferencias hacia atrás, según la figura 27, se define de la siguiente manera[14]:

$$\begin{aligned}
\Delta f(x) &= f(x) - f(x - \Delta x)\\
\Delta^2 f(x) &= \Delta f(x) - \Delta f(x - \Delta x)\\
\Delta^3 f(x) &= \Delta^2 f(x) - \Delta^2 f(x - \Delta x)\\
\vdots \quad & \quad \vdots \qquad\qquad \vdots\\
\Delta^n f(x) &= \Delta^{n-1} f(x) - \Delta^{n-1} f(x - \Delta x)
\end{aligned}$$

donde $\Delta f(x)$ se denomina primera diferencia hacia atrás, $\Delta^2 f(x)$, segunda diferencia hacia atrás, etc.

Cuando no se tiene una función continua, es decir que solamente se dispone de un conjunto de datos medidos, como es el caso de los datos de pruebas de variación de presión, es posible calcular la derivada utilizando el concepto de diferencias hacia atrás:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x) - f(x - \Delta x)}{\Delta x} \qquad (49)$$

Para el caso de datos de presión donde se requiere magnificar la respuesta de la derivada para los distintos periodos de flujo, es posible ponderar los valores de la

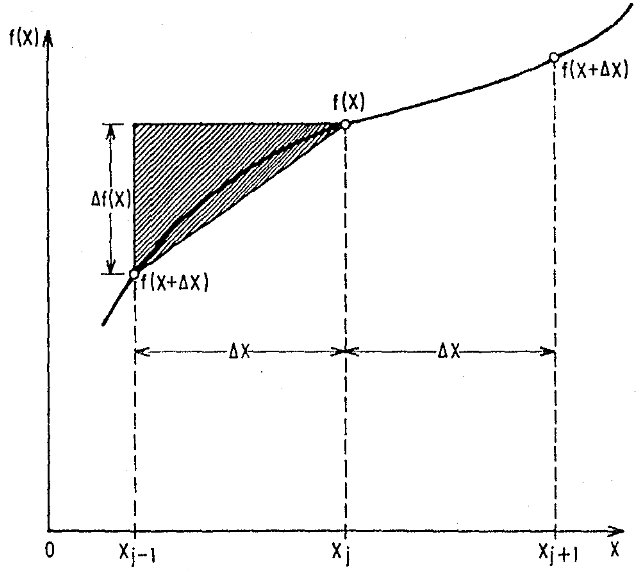

FIG.27.- REPRESENTACION ESQUEMATICA DE LAS DIFERENCIAS HACIA ATRAS.

derivada de diferentes maneras para poder ajustar a los modelos de las curvas tipo. Estas ponderaciones son las siguientes:

a) Ponderación con el Tiempo Pivote.

El planteamiento de este algoritmo, con base en los puntos ilustrados en la figura 25, se realiza multiplicando el cociente de la diferencia hacia atras por el tiempo del punto considerado (j):

$$\frac{dP}{dt} \Delta t_j = \left(\frac{\Delta P_j - \Delta P_{j-1}}{\Delta t_j - \Delta t_{j-1}} \right) \Delta t_j \qquad (50)$$

b) Ponderación con el Tiempo Anterior.

En este caso la ponderación se realiza con el producto de la diferencia hacia atrás por el tiempo anterior al calculado ($j-1$):

$$\left. \frac{dP}{dt} \right|_j \Delta t_{j-1} = \left(\frac{\Delta P_j - \Delta P_{j-1}}{\Delta t_j - \Delta t_{j-1}} \right) \Delta t_{j-1} \qquad (51)$$

c) Ponderación con el Tiempo Promedio.

Al multiplicarse el promedio de los tiempos involucrados (Δt_{j-1} y Δt_j) con la diferencia hacia atrás se obtiene:

$$\left.\frac{dP}{dt}\right|_j \overline{\Delta t} = \left[\frac{\Delta P_j - \Delta P_{j-1}}{\Delta t_j - \Delta t_{j-1}}\right]\left[\frac{\Delta t_{j-1} + \Delta t_j}{2}\right] \qquad (52)$$

III.3.3. ALGORITMO DE DIFERENCIAS CENTRALES.

El concepto de diferencias centrales se define considerando la figura 28 de la siguiente manera[14]:

$$\Delta f(x) = f(x + \frac{\Delta x}{2}) - f(x - \frac{\Delta x}{2})$$

$$\Delta^2 f(x) = \Delta f(x + \frac{\Delta x}{2}) - \Delta f(x - \frac{\Delta x}{2})$$

$$\Delta^3 f(x) = \Delta^2 f(x + \frac{\Delta x}{2}) - \Delta^2 f(x - \frac{\Delta x}{2})$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\Delta^n f(x) = \Delta^{n-1} f(x + \frac{\Delta x}{2}) - \Delta^{n-1} f(x - \frac{\Delta x}{2})$$

donde $\Delta f(x)$, se denomina la primera diferencia central, $\Delta^2 f(x)$,

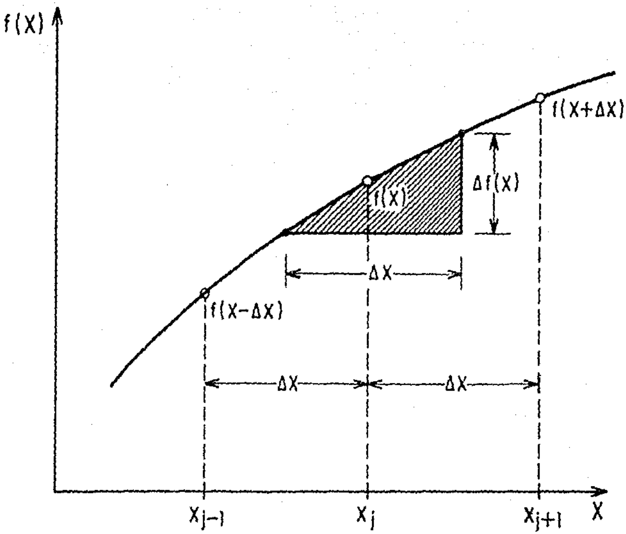

FIG.28.–REPRESENTACION ESQUEMATICA DE LAS DIFERENCIAS CENTRALES.

la segunda diferencia central, etc.

Si se aplica este concepto a la definición de derivada de datos de presión y si se pondera con respecto al tiempo, de acuerdo a la figura 26 resultan las siguientes opciones:

a) Ponderación con el Tiempo Anterior.

Este algoritmo consiste en multiplicar el cociente de la diferencia central por el tiempo anterior al punto de interes ($_{j-1}$):

$$\frac{dP}{dt}\bigg|_{j}\Delta t_{j-1} = \left(\frac{\Delta P_{j+1} - \Delta P_{j-1}}{\Delta t_{j+1} - \Delta t_{j-1}}\right)\Delta t_{j-1} \qquad (53)$$

b) Ponderación con el Tiempo Central.

En este caso la ponderación se realiza al multiplicar el cociente de las diferencias centrales por el tiempo al punto de interés ($_{j}$):

$$\frac{dP}{dt}\Delta t_{j} = \left(\frac{\Delta P_{j+1} - \Delta P_{j-1}}{\Delta t_{j+1} - \Delta t_{j-1}}\right)\Delta t_{j} \qquad (54)$$

c) Ponderación con el Tiempo Posterior.

En este algoritmo la ponderación que se realiza considera la multiplicación del cociente de la diferencia central por el tiempo posterior al punto de interés ($_{j+1}$):

$$\left.\frac{dP}{dt}\right|_{j} \Delta t_{j+1} = \left[\frac{\Delta P_{j+1} - \Delta P_{j-1}}{\Delta t_{j+1} - \Delta t_{j-1}}\right] \Delta t_{j+1} \tag{55}$$

d) Ponderación con el Tiempo Promedio.

Este caso se basa en la multiplicación del cociente de la diferencia central con el promedio entre los tiempos anterior, posterior y del punto de interés ($\overline{\Delta t}$):

$$\left.\frac{dP}{dt}\right|_{j} \overline{\Delta t}_{3} = \left[\frac{\Delta P_{j+1} - \Delta P_{j-1}}{\Delta t_{j+1} - \Delta t_{j-1}}\right] \sum_{i=j-1}^{j+1} \frac{\Delta t_{i}}{3} \tag{56}$$

e) Ponderación con el Tiempo Promedio Marginal.

Este algoritmo consiste en realizar el producto de la diferencia central con respecto al promedio entre los tiempos

$$\left.\frac{dP}{dt}\right|_{j}^{\overline{\Delta t}_2} = \left(\frac{\Delta P_{j+1} - \Delta P_{j-1}}{\Delta t_{j+1} - \Delta t_{j-1}}\right)\left(\frac{\Delta t_{j-1} + \Delta t_{j+1}}{2}\right) \qquad (57)$$

III.3.4. ALGORITMO DE DIFERENCIAS HACIA ADELANTE.

El concepto de diferencias hacia adelante, segun la figura 29, se puede definir de la siguiente manera[14]:

$$\begin{aligned}
f(x) &= f(x + \Delta x) - f(x) \\
\nabla^2 f(x) &= \nabla f(x + \Delta x) - \nabla f(x) \\
\nabla^3 f(x) &= \nabla^2 f(x + \Delta x) - \nabla^2 f(x) \\
\nabla^4 f(x) &= \nabla^3 f(x + \Delta x) - \nabla^3 f(x) \\
&\vdots \\
\nabla^n f(x) &= \nabla^{n-1} f(x + \Delta x) - \nabla^{n-1} f(x)
\end{aligned}$$

donde $\nabla f(x)$ se denomina primera diferencia hacia adelante, $\nabla^2 f(x)$, segunda diferencia hacia adelante, etc.

Aplicando este concepto a la definición de derivada de datos de presión, y si se pondera con respecto al tiempo, de acuerdo a la figura 26 resultan las siguientes opciones:

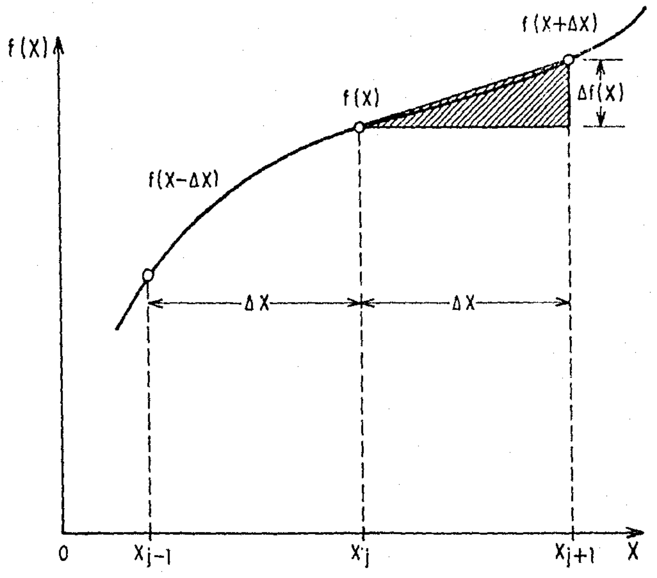

FIG.29.- REPRESENTACION ESQUEMATICA DE LAS DIFERENCIAS HACIA ADELANTE.

a) Ponderación con el Tiempo Pivote.

Este caso se basa en el producto de la derivada (con diferencias hacia adelante) con el tiempo pivote (j):

$$\frac{dP}{dt}\,\Delta t_j = \left(\frac{\Delta P_{j+1} - \Delta P_j}{\Delta t_{j+1} - \Delta t_j}\right) \Delta t_j \tag{58}$$

b) Ponderación con el Tiempo Posterior.

En este algoritmo se considera la multiplicación de la derivada (diferencias hacia adelante) con el tiempo posterior al punto de interés (j+1):

$$\left.\frac{dP}{dt}\right|_j \Delta t_{j+1} = \left(\frac{\Delta P_{j+1} - \Delta P_j}{\Delta t_{j+1} - \Delta t_j}\right) \Delta t_{j+1} \tag{59}$$

c) Ponderación con el Tiempo Promedio.

En este algoritmo la ponderación que se realiza considera el producto de las diferencias hacia adelante por el promedio del tiempo posterior y el tiempo en el punto de interés:

$$\left.\frac{dP}{dt}\right|_j \overline{\Delta t} = \left(\frac{\Delta P_{j+1} - \Delta P_j}{\Delta t_{j+1} - \Delta t_j}\right) \left(\frac{\Delta t_j + \Delta t_{j+1}}{2}\right) \tag{60}$$

III.3.5. ALGORITMO DE BOURDET.

El algoritmo propuesto por Bourdet y col.[15-17] consiste principalmente en tomar un punto atrás y otro adelante del punto de interés, se calculan las derivadas correspondientes a diferencias hacia atrás y hacia adelante con las parejas j-1, j y j, j+1, respectivamente y se ponderan con los intervalos de tiempo posterior y anterior , y se dividen por el intervalo de tiempo total:

$$\left.\frac{dP}{dt}\right|_j = \frac{\dfrac{\Delta P_j - \Delta P_{j-1}}{\Delta t_j - \Delta t_{j-1}}(\Delta t_{j+1} - \Delta t_j) + \dfrac{\Delta P_{j+1} - \Delta P_j}{\Delta t_{j+1} - \Delta t_j}(\Delta t_j - \Delta t_{j-1})}{\Delta t_{j+1} - \Delta t_{j-1}} \qquad (61)$$

Se considera que el efecto de ruido es reducido al escoger los puntos atrás y adelante lo suficientemente espaciados con respecto al punto de interés. En la figura 30 se muestra el algoritmo propuesto por Bourdet y col.[17], donde el parámetro L define la distancia horizontal (mínima abscisa) en la escala de tiempo entre puntos elegidos para el cálculo de la derivada.

El valor de L recomendado[15,17], oscila entre 0.1 a 0.5, pero el comportamiento de la curva depende de efectos particulares (historia de producción, el modelo usado, etc). Para cada caso

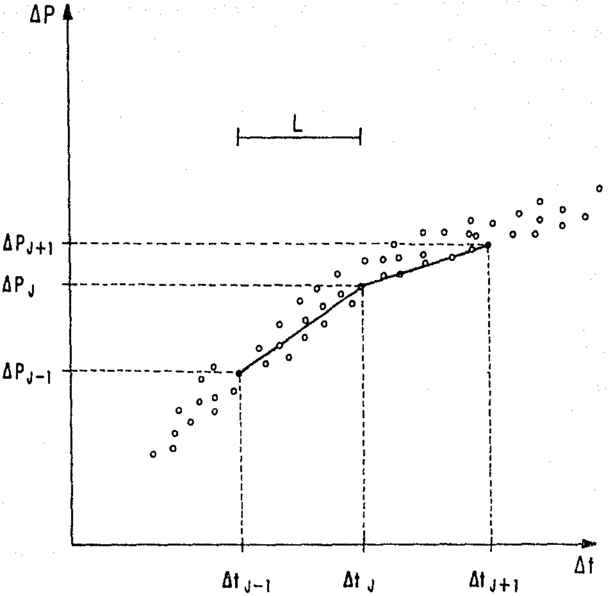

FIG.30.- ALGORITMO DE DIFERENCIACION USANDO TRES PUNTOS[17] .

es recomendable que se planeen adecuadamente los datos que se considerarán para calcular la derivada, así como el algoritmo de cálculo que se utilizará . Es recomendable escoger el parámetro L más apropiado[15], para calcular la derivada, tanto para los datos reales como para los de la curva tipo. Con esto, si se compara la derivada original con la de la curva tipo se obtendrá un mejor ajuste.

Mediante la ecuación 61 se obtiene la derivada de la presión con respecto al tiempo; sin embargo, para su aplicación práctica con las curvas tipo de la figura 15 se requiere multiplicar este algoritmo por el tiempo Δt_j, de tal manera que:

$$\left.\frac{dP}{dt}\Delta t\right|_j = \left[\frac{\dfrac{\Delta P_j - \Delta P_{j-1}}{\Delta t_j - \Delta t_{j-1}}(\Delta t_{j+1} - \Delta t_j) + \dfrac{\Delta P_{j+1} - \Delta P_j}{\Delta t_{j+1} - \Delta t_j}(\Delta t_j - \Delta t_{j-1})}{\Delta t_{j+1} - \Delta t_{j-1}}\right]\Delta t_j$$

(62)

III.3.6. DISCUSION

Los algoritmos representados por las ecuaciones 50 a 60 y por la ecuación 62 permiten calcular la derivada de los datos de presión ponderados por un término de tiempo, es decir, dan valores de $\Delta P'\Delta t$ los cuales al graficarlos contra Δt en coordenadas *log-log*, pueden usarse para efectuar el ajuste de los datos con las curvas tipo de la derivada.

Para realizar una comparación entre las distintas curvas *log-log* del término de la derivada, $\Delta P'\Delta t$ contra Δt, obtenidos con los diferentes algoritmos descritos anteriormente, se desarrolló un programa de cómputo para computadoras "PC" que se anexa en el Apéndice . Para realizar el análisis de los resultados obtenidos con los diferentes algoritmos se generaron los datos de presión-tiempo[18] que se dan en la Tabla III.1.

En la figura 31 se muestran las curvas de derivada de la presión encontradas con los algoritmos de diferencias hacia atrás, según las ecuaciones 50 a 52 (Tabla III.2). En esta figura se observa que la curva obtenida con la ecuación 52 ofrece un comportamiento más uniforme (circulos unidos por rectas) y por tanto, se considera que este algoritmo es el mejor para calcular la derivada a través de diferencias hacia atrás. La figura 32 ilustra una comparación similar de las curvas cuyos datos se calcularon con los algoritmos de diferencias centrales dados por las ecuaciones 53 a 57 (Tabla III.3). En este caso se eligió la curva obtenida con la ecuacion 56 como la más representativa de la derivada, ya que además de presentar una tendencia mas uniforme, también coinciden los valores a tiempos cortos con los de P_D (linea recta de pendiente unitaria).

TABLA III.1

DATOS DE TIEMPO Y PRESION UTILIZADOS PARA COMPARAR LOS ALGORITMOS DE CALCULO DE LA DERIVADA DE PRESION.[18]

tD/CD	ΔPD	tD/CD	ΔPD
1 E+2	0.095800	10 E+4	26.338301
2 E+2	0.199384	2 E+5	27.108801
3 E+2	0.298380	3 E+5	27.151700
4 E+2	0.397103	4 E+5	27.187599
5 E+2	0.495459	5 E+5	27.223000
6 E+2	0.593450	6 E+5	27.260401
7 E+2	0.691078	7 E+5	27.297701
8 E+2	0.788342	8 E+5	27.333900
9 E+2	0.885247	9 E+5	27.368799
10 E+2	0.981791	10 E+5	27.402300
2 E+3	1.927750	2 E+6	27.671101
3 E+3	2.839240	3 E+6	27.858999
4 E+3	3.717600	4 E+6	28.000000
5 E+3	4.564120	5 E+6	28.111500
6 E+3	5.380041	6 E+6	28.202199
7 E+3	6.166550	7 E+6	28.280899
8 E+3	6.924670	8 E+6	28.348200
9 E+3	7.655570	9 E+6	28.407600
10 E+3	8.360150	10 E+6	28.460600
2 E+4	14.148000	2 E+7	28.808701
3 E+4	18.136700	3 E+7	29.011900
4 E+4	20.878700	4 E+7	29.155899
5 E+4	22.760500	5 E+7	29.267599
6 E+4	24.057800	6 E+7	29.358900
7 E+4	24.957199	7 E+7	29.436001
8 E+4	25.584999	8 E+7	29.502800
9 E+4	26.026199	9 E+7	29.561800

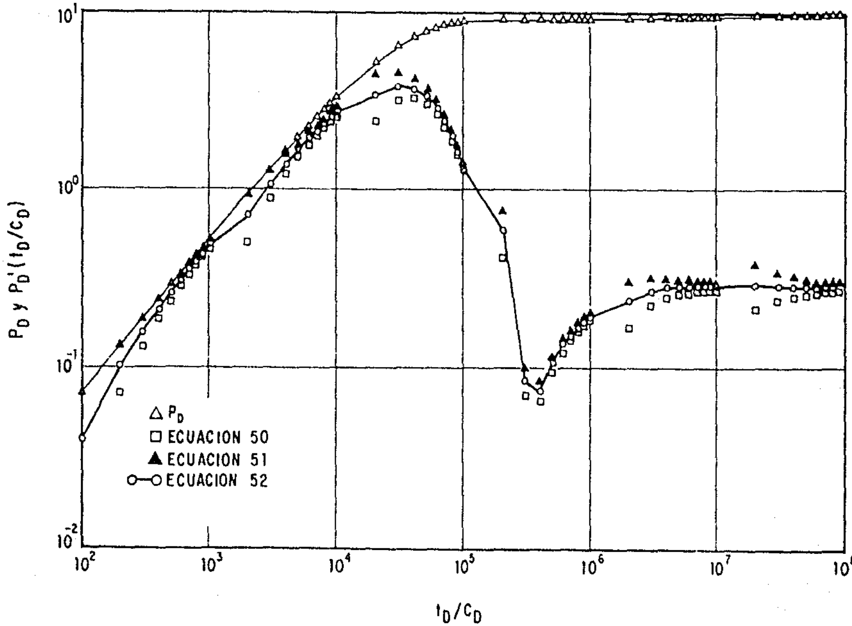

FIG. No. 31 .- DERIVADAS DE PRESION CON DIFERENCIAS HACIA ATRAS.

TABLA III.2.- VALORES DE DERIVADA DE PRESION CON LOS ALGORITMOS DE DIFERENCIAS HACIA ATRAS.

t_D/C_D	ΔP_D	$P_D'(t_D/C_D)$ (Ec. 50)	$P_D'(t_D/C_D)$ (Ec. 51)	$P_D'(t_D/C_D)$ (Ec. 52)
1.0E+02	0.0998	0.0000	0.0998	0.0499
2.0E+02	0.1993	0.0995	0.1989	0.1492
3.0E+02	0.2984	0.1982	0.2973	0.2477
4.0E+02	0.3971	0.2962	0.3949	0.3455
5.0E+02	0.4955	0.3934	0.4916	0.4425
6.0E+02	0.5935	0.4900	0.5877	0.53[illegible]
7.0E+02	0.6911	0.5858	0.6834	0.6346
8.0E+02	0.7883	0.6809	0.7781	0.7295
9.0E+02	0.8852	0.7752	0.8721	0.8237
1.0E+03	0.9818	0.8689	0.9654	0.9172
2.0E+03	1.9277	0.9460	1.8919	1.4189
3.0E+03	2.8392	1.8230	2.7345	2.2787
4.0E+03	3.7176	2.6551	3.5134	3.0743
5.0E+03	4.5641	3.3861	4.2326	3.8093
6.0E+03	5.3600	4.0796	4.8955	4.4876
7.0E+03	6.1665	4.7189	5.5034	5.1[illegible]
8.0E+03	6.9247	5.3071	6.0653	5.6862
9.0E+03	7.6556	5.8470	6.5779	6.2125
1.0E+04	8.3602	6.3412	7.0458	6.6935
2.0E+04	14.1480	5.7878	11.5757	8.6818
3.0E+04	18.1787	7.9814	11.9721	9.9768
4.0E+04	20.8787	8.2200	10.9600	9.59[illegible]
5.0E+04	22.7605	7.5272	9.4090	8.4681
6.0E+04	24.0578	6.4865	7.7838	7.1352
7.0E+04	24.9572	5.3958	6.2958	5.8461
8.0E+04	25.5850	4.3746	5.0224	4.7025
9.0E+04	26.0262	3.5296	3.9706	3.7502
1.0E+05	26.3383	2.8089	3.1219	2.9650
2.0E+05	27.1088	0.7705	1.5410	1.1558
3.0E+05	27.1577	0.0978	0.1467	0.1222
4.0E+05	27.1876	0.0897	0.1196	0.1046
5.0E+05	27.2230	0.1416	0.1770	0.1593
6.0E+05	27.2604	0.1870	0.2244	0.2057
7.0E+05	27.2977	0.2238	0.2611	0.2425
8.0E+05	27.3339	0.2534	0.2896	0.2715
9.0E+05	27.3688	0.2792	0.3141	0.2966
1.0E+06	27.4023	0.3015	0.3350	0.3183
2.0E+06	27.6711	0.2688	0.5376	0.4032
3.0E+06	27.8590	0.3758	0.5637	0.4697
4.0E+06	28.0000	0.4230	0.5640	0.4935
5.0E+06	28.1115	0.4460	0.5575	0.5017
6.0E+06	28.2032	0.4585	0.5502	0.5043
7.0E+06	28.2809	0.4662	0.5439	0.5050
8.0E+06	28.3482	0.4711	0.5384	0.5048
9.0E+06	28.4076	0.4752	0.5346	0.5049
1.0E+07	28.4606	0.4770	0.5300	0.5035
2.0E+07	28.8087	0.3481	0.6962	0.5222
3.0E+07	29.0119	0.4064	0.6096	0.5080
4.0E+07	29.1559	0.4320	0.5760	0.5040
5.0E+07	29.2676	0.4468	0.5585	0.5027
6.0E+07	29.3589	0.4565	0.5478	0.5022
7.0E+07	29.4360	0.4626	0.5397	0.5012
8.0E+07	29.5028	0.4676	0.5344	0.5010
9.0E+07	29.5618	0.4720	0.5310	0.5015

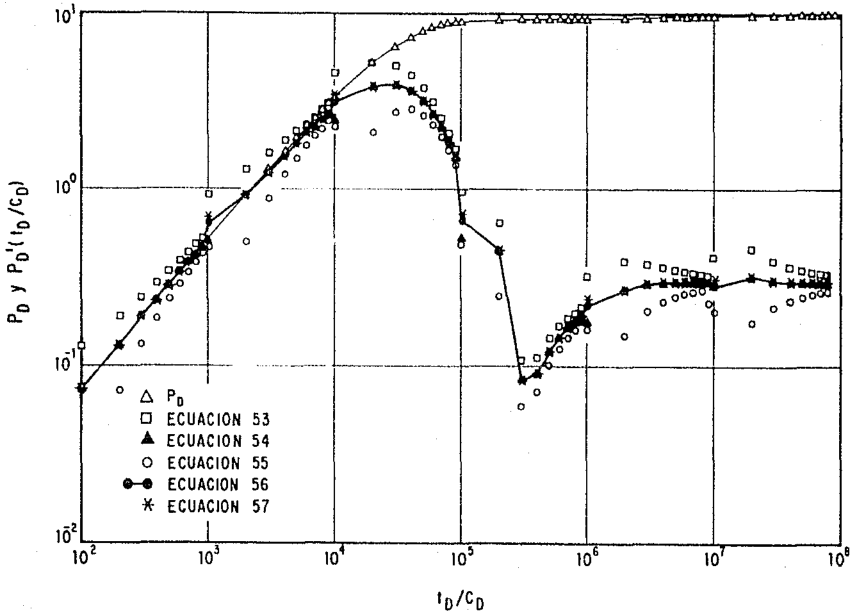

FIG. No.32.- DERIVADAS DE PRESION CON DIFERENCIAS CENTRALES.

TABLA III.3.- VALORES DE DERIVADA DE PRESION OBTENIDOS CON LOS ALGORITMOS DE DIFERENCIAS CENTRALES.

tD/CD	ΔPD	PD'(tD/CD)				
		(Ec. 53)	(Ec. 54)	(Ec. 55)	(Ec. 56)	(Ec. 57)
1.00E+02	0.0998	0.1993	0.0996	0.0000	0.0996	0.0996
2.00E+02	0.1993	0.2978	0.1986	0.0993	0.1986	0.1986
3.00E+02	0.2984	0.3956	0.2967	0.1978	0.2967	0.2967
4.00E+02	0.3971	0.4927	0.3942	0.2956	0.3942	0.3942
5.00E+02	0.4955	0.5890	[illegible]	0.3927	0.4909	0.4909
6.00E+02	0.5935	0.6847	0.5869	0.4890	0.5869	0.5869
7.00E+02	0.6911	0.7796	0.6821	0.5847	0.6821	0.6821
8.00E+02	0.7883	0.8738	0.7767	0.6796	0.7767	0.7767
9.00E+02	0.8852	0.9672	0.8705	0.7738	0.8705	0.8705
1.00E+03	0.9818	1.8955	0.9477	0.8570	1.2320	1.3742
2.00E+03	1.9277	2.7862	1.8574	0.9287	1.8574	1.8574
3.00E+03	2.8392	3.5797	2.6848	1.7899	2.6848	2.6848
4.00E+03	3.7176	4.3122	3.4498	2.5873	3.4498	3.4498
5.00E+03	4.5641	4.9873	4.1561	3.3249	4.1561	4.1561
6.00E+03	5.3900	5.6084	4.8072	4.0060	4.8072	4.8072
7.00E+03	6.1665	6.1786	5.4063	4.6339	5.4063	5.4063
8.00E+03	6.9247	6.7007	5.9562	5.2116	5.9562	5.9562
9.00E+03	7.6556	7.1773	6.4596	5.7418	6.4596	6.4596
1.00E+04	[illegible]	11.8044	5.9026	5.3120	7.6729	8.5532
2.00E+04	14.4400	14.6678	9.7786	4.8893	9.7786	9.7786
3.00E+04	[illegible]	13.4614	10.0961	6.7307	10.0961	10.0961
4.00E+04	[illegible]	11.5945	9.2456	6.9337	9.2456	9.2456
5.00E+04	22.7605	9.5373	7.9478	6.3582	7.9478	7.9478
6.00E+04	24.0578	7.6884	6.5901	5.4917	6.5901	6.5901
7.00E+04	24.9572	6.1098	5.3452	4.5816	5.3452	5.3452
8.00E+04	25.5850	4.8105	4.2760	3.7415	4.2760	4.2760
9.00E+04	26.0262	3.7665	3.3899	3.0132	3.3899	3.3899
1.00E+05	26.3393	1.9684	0.9842	0.6858	1.2794	1.4271
2.00E+05	27.1088	1.2291	0.8194	0.4097	0.8194	0.8194
3.00E+05	27.1577	0.1576	0.1182	0.0788	0.1182	0.1182
4.00E+05	27.1875	0.1632	0.1306	0.0979	0.1306	0.1306
5.00E+05	27.2230	0.2184	0.1820	0.1456	0.1820	0.1820
6.00E+05	27.2604	0.2615	0.2241	0.1868	0.2241	0.2241
7.00E+05	27.2977	0.2940	0.2572	0.2205	0.2572	0.2572
8.00E+05	27.3337	0.3199	0.2844	0.2498	0.2844	0.2844
9.00E+05	27.3688	0.3420	0.3078	0.2736	0.3078	0.3078
1.00E+06	27.4073	0.5496	0.2748	0.2473	0.3573	0.3985
2.00E+06	27.6711	0.6850	0.4567	0.2283	0.4567	0.4567
3.00E+06	27.8590	0.6578	0.4933	0.3289	0.4933	0.4933
4.00E+06	28.0000	0.6313	0.5050	0.3788	0.5050	0.5050
5.00E+06	28.1115	0.6096	0.5080	0.4064	0.5080	0.5080
6.00E+06	28.2031	0.5929	0.5082	0.4235	0.5082	0.5082
7.00E+06	28.2809	0.5800	0.5075	0.4350	0.5075	0.5075
8.00E+06	28.3482	0.5702	0.5068	0.4435	0.5068	0.5068
9.00E+06	28.4076	0.5620	0.5058	0.4496	0.5058	0.5058
1.00E+07	28.4606	0.7293	0.3646	0.3282	0.4740	0.5207
2.00E+07	28.8087	0.8270	0.5513	0.2757	0.5513	0.5513
3.00E+07	29.0119	0.6944	0.5208	0.3472	0.5208	0.5208
4.00E+07	29.1559	0.6392	0.5114	0.3835	0.5114	0.5114
5.00E+07	29.2676	0.6090	[illegible]	0.4060	0.5075	0.5075
6.00E+07	29.3589	0.5894	0.5052	0.4210	0.5052	0.5052
7.00E+07	29.4360	0.5756	0.5036	0.4317	0.5036	0.5036
8.00E+07	29.5028	0.5661	0.5032	0.4403	0.5032	0.5032
9.00E+07	29.5618	0.0000	33.1907	29.5028	20.8978	14.7514

De la misma manera se hizo la comparación de las curvas obtenidas con los algoritmos de diferencias hacia adelante mediante las ecuaciones 58 a 60 (Tabla III.4). Como puede notarse en la figura 33, la curva obtenida con la ecuación 60 presenta un comportamiento más uniforme de la derivada, por lo que el algoritmo representado por esta ecuación es elegido como representativo de este caso.

En la Tabla III.5 y en la figura 34 se muestra la curva de la derivada de presión calculada con del algoritmo de Bourdet, ecuación 62. Las tres curvas seleccionadas anteriormente, ecuaciones 52, 56 y 60, se han comparado con la curva de la derivada obtenida con el algoritmo de Bourdet (figura 35), las que tienen una mejor resolución son las obtenidas por diferencias centrales (ecuación 56) y con el algoritmo de Bourdet (ecuación 62, Tabla III.6)

Por tanto, se concluye que para utilizar la derivada de la presión en el análisis de datos con la técnica de ajuste con curvas tipo, debe usarse el algoritmo de Bourdet (ecuación 62) o en su caso el de diferencias centrales (ecuación 56).

TABLA III.4.- VALORES DE DERIVADA DE PRESION OBTENIDOS CON ALGORITMOS DE DIFERENCIAS HACIA ADELANTE

tD/CD	ΔPD	PD'(tD/CD) (Ec. 58)	PD'(tD/CD) (Ec. 59)	PD'(tD/CD) (Ec. 60)
1.00E+02	0.0998	0.1999	0.0995	0.1497
2.00E+02	0.1993	0.2973	0.1982	0.2477
3.00E+02	0.2984	0.3949	0.2962	0.3455
4.00E+02	0.3971	0.4918	0.3934	0.4426
5.00E+02	0.4955	0.5879	0.4900	0.5390
6.00E+02	0.5935	0.6834	0.5858	0.6346
7.00E+02	0.6911	0.7781	0.6809	0.7295
8.00E+02	0.7883	0.8721	0.7752	0.8237
9.00E+02	0.8852	0.9654	0.8689	0.9172
1.00E+03	0.9818	1.8919	0.9460	1.4189
2.00E+03	1.9277	2.7345	1.8230	2.2787
3.00E+03	2.8592	3.5134	2.6351	3.0743
4.00E+03	3.7176	4.2326	3.3861	3.8093
5.00E+03	4.5641	4.8955	4.0796	4.4876
6.00E+03	5.3800	5.5054	4.7189	5.1122
7.00E+03	6.1665	6.0653	5.3071	5.6862
8.00E+03	6.9247	6.5779	5.8470	6.2125
9.00E+03	7.6556	7.0458	6.2412	6.6435
1.00E+04	8.3602	11.5759	5.7878	8.6819
2.00E+04	14.1480	11.9721	7.9814	9.9768
3.00E+04	18.1387	10.9600	8.2200	9.5900
4.00E+04	20.8787	9.4090	7.5272	8.4681
5.00E+04	22.7605	7.7838	6.4865	7.1352
6.00E+04	24.0578	6.2958	5.3964	5.8461
7.00E+04	24.9572	5.0214	4.3946	4.7065
8.00E+04	25.5850	3.9308	3.5296	3.7302
9.00E+04	26.0262	3.1210	2.8089	2.9650
1.00E+05	26.3383	1.5410	0.7705	1.1558
2.00E+05	27.1088	0.1467	0.0978	0.1222
3.00E+05	27.1577	0.1196	0.0897	0.1046
4.00E+05	27.1876	0.1770	0.1416	0.1593
5.00E+05	27.2230	0.2244	0.1870	0.2057
6.00E+05	27.2604	0.2611	0.2238	0.2425
7.00E+05	27.2977	0.2896	0.2534	0.2715
8.00E+05	27.3339	0.3141	0.2792	0.2966
9.00E+05	27.3688	0.3350	0.3015	0.3183
1.00E+06	27.4023	0.5376	0.2688	0.4032
2.00E+06	27.6711	0.5637	0.3758	0.4697
3.00E+06	27.8590	0.5640	0.4230	0.4935
4.00E+06	28.0000	0.5575	0.4460	0.5017
5.00E+06	28.1115	0.5502	0.4585	0.5043
6.00E+06	28.2032	0.5439	0.4662	0.5050
7.00E+06	28.2809	0.5384	0.4711	0.5048
8.00E+06	28.3482	0.5346	0.4752	0.5049
9.00E+06	28.4076	0.5300	0.4770	0.5035
1.00E+07	28.4606	0.6962	0.3481	0.5222
2.00E+07	28.8087	0.6096	0.4064	0.5080
3.00E+07	29.0119	0.5760	0.4320	0.5040
4.00E+07	29.1559	0.5585	0.4468	0.5027
5.00E+07	29.2676	0.5478	0.4565	0.5022
6.00E+07	29.3589	0.5397	0.4626	0.5012
7.00E+07	29.4360	0.5344	0.4676	0.5010
8.00E+07	29.5028	0.5310	0.4720	0.5015
9.00E+07	29.5618	0.0000	29.5618	14.7809

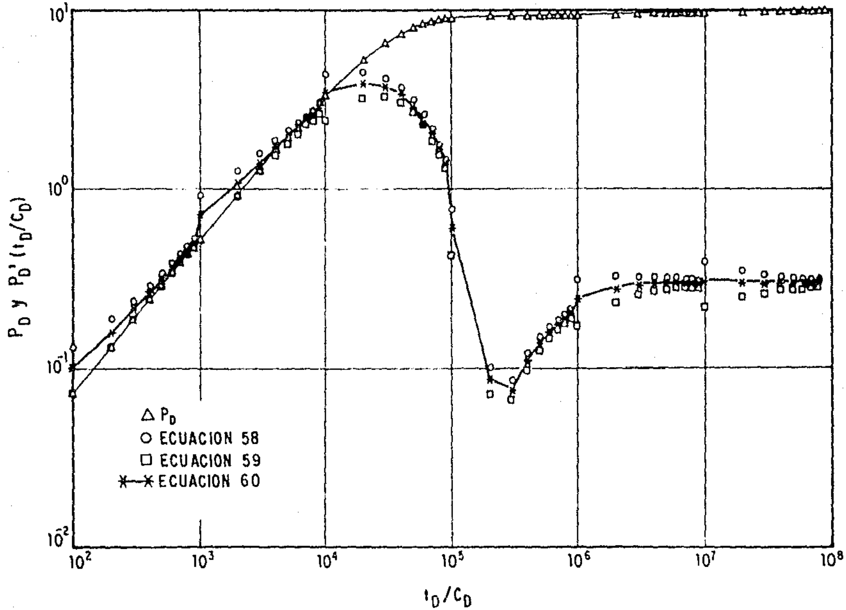

FIG. No. 33.- DERIVADAS DE PRESION CON DIFERENCIAS HACIA ADELANTE.

TABLA III.5.- VALORES DE DERIVADA DE PRESION CON EL ALGORITMO DE BOURDET.[15,16]

t_D/C_D	ΔP_D	$P_D'(t_D/C_D)$ (Ec. 62)
1.00E+02	0.0998	0.0996
2.00E+02	0.1993	0.1986
3.00E+02	0.2984	0.2967
4.00E+02	0.3971	0.3942
5.00E+02	0.4955	0.4909
6.00E+02	0.5935	0.5869
7.00E+02	0.6911	0.6821
8.00E+02	0.7883	0.7767
9.00E+02	0.8852	0.8705
1.00E+03	0.9818	0.9637
2.00E+03	1.9277	1.8574
3.00E+03	2.8392	2.6949
4.00E+03	3.7176	3.4498
5.00E+03	4.5641	4.1561
6.00E+03	5.3800	4.8072
7.00E+03	6.1665	5.4063
8.00E+03	6.9247	5.9562
9.00E+03	7.6556	6.4596
1.00E+04	8.3602	6.9314
2.00E+04	14.1480	9.7786
3.00E+04	18.1387	10.0961
4.00E+04	20.8787	9.2436
5.00E+04	22.7605	7.9478
6.00E+04	24.0578	6.5901
7.00E+04	24.9572	5.3452
8.00E+04	25.5859	4.2760
9.00E+04	26.0262	3.3899
1.00E+05	26.3383	2.9073
2.00E+05	27.1088	0.8194
3.00E+05	27.1577	0.1182
4.00E+05	27.1876	0.1306
5.00E+05	27.2230	0.1820
6.00E+05	27.2604	0.2241
7.00E+05	27.2977	0.2572
8.00E+05	27.3339	0.2844
9.00E+05	27.3688	0.3078
1.00E+06	27.4023	0.3290
2.00E+06	27.6711	0.4567
3.00E+06	27.8590	0.4933
4.00E+06	28.0000	0.5050
5.00E+06	28.1115	0.5080
6.00E+06	28.2032	0.5082
7.00E+06	28.2809	0.5075
8.00E+06	28.3482	0.5068
9.00E+06	28.4076	0.5058
1.00E+07	28.4606	0.5135
2.00E+07	28.8087	0.5513
3.00E+07	29.0119	0.5208
4.00E+07	29.1559	0.5114
5.00E+07	29.2676	0.5075
6.00E+07	29.3589	0.5052
7.00E+07	29.4360	0.5036
8.00E+07	29.5028	0.5032
9.00E+07	29.5618	-3.0979

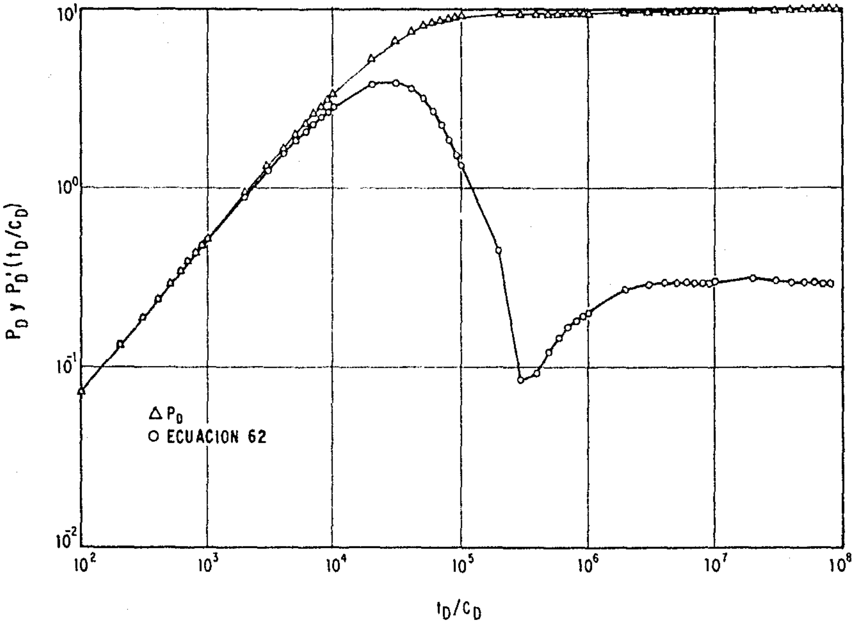

FIG. No. 34.- DERIVADAS DE PRESION CON EL ALGORITMO DE BOURDET.

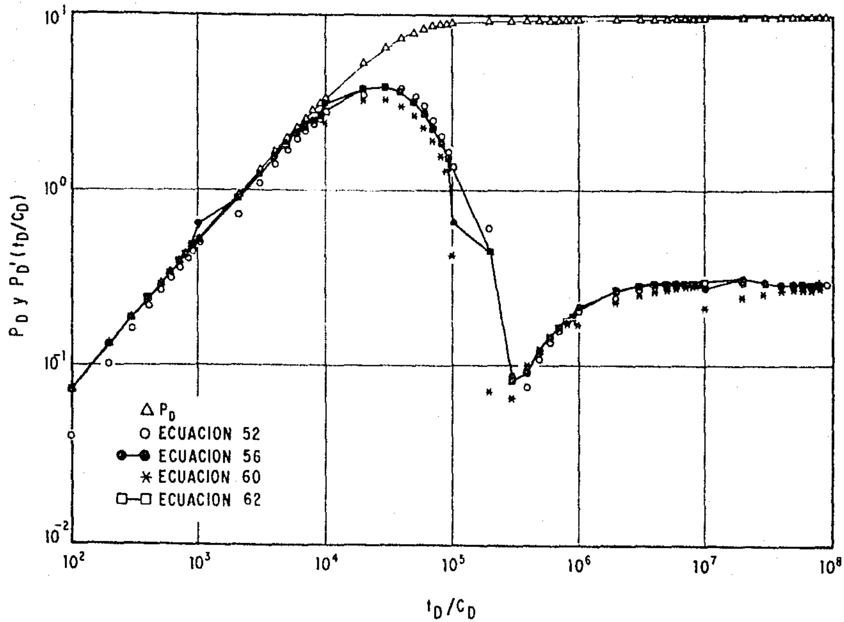

FIG. No.35 .- DERIVADAS DE PRESION CALCULADA CON DIFERENTES ALGORITMOS.

TABLA III.6.- VALORES DE DERIVADA DE PRESION OBTENIDOS CON LOS DIFERENTES ALGORITMOS.

t_D/C_D	ΔP_D	$P_D' t_D$ (Ec. 52)	$P_D' t_D$ (Ec. 56)	$P_D' t_D$ (Ec. 60)	$P_D' t_D$ (Ec. 62)
1.00E+02	0.0998	0.0499	0.0996	0.1492	0.0996
2.00E+02	0.1993	0.1492	0.1986	0.2477	0.1986
3.00E+02	0.2984	0.2477	0.2967	0.3455	0.2967
4.00E+02	0.3971	0.3455	0.3942	0.4426	0.3942
5.00E+02	0.4955	0.4426	0.4909	0.5390	0.4909
6.00E+02	0.5935	0.5390	0.5869	0.6346	0.5869
7.00E+02	0.6911	0.6346	0.6821	0.7295	0.6821
8.00E+02	0.7883	0.7295	0.7767	0.8237	0.7767
9.00E+02	0.8852	0.8237	0.8705	0.9172	0.8705
1.00E+03	0.9818	0.9172	1.2320	1.4189	0.9637
2.00E+03	1.9277	1.4189	1.8574	2.2787	1.8574
3.00E+03	2.8397	2.2787	2.6848	3.0743	2.6848
4.00E+03	3.7176	3.0743	3.4498	3.8093	3.4498
5.00E+03	4.5641	3.8093	4.1561	4.4876	4.1561
6.00E+03	5.3800	4.4876	4.8072	5.1132	4.8072
7.00E+03	6.1665	5.1132	5.4063	5.6862	5.4063
8.00E+03	6.9247	5.6862	5.9562	6.2125	5.9562
9.00E+03	7.6550	6.2125	6.4596	6.6935	6.4596
1.00E+04	8.3602	6.6935	7.6729	8.6818	6.9314
2.00E+04	14.1480	8.6818	9.7786	9.9768	9.7786
3.00E+04	18.1387	9.9768	10.0961	9.5900	10.0961
4.00E+04	20.8787	9.5900	9.2436	8.4681	9.2436
5.00E+04	22.7605	8.4681	7.9478	7.1352	7.9478
6.00E+04	24.0578	7.1352	6.5901	5.8461	6.5901
7.00E+04	24.9572	5.8461	5.3452	4.7085	5.3452
8.00E+04	25.5850	4.7085	4.2760	3.7502	4.2760
9.00E+04	26.0262	3.7502	3.3899	2.9650	3.3899
1.00E+05	26.3383	2.9650	1.2794	1.1558	2.9073
2.00E+05	27.1088	1.1558	0.8194	0.1222	0.8194
3.00E+05	27.1577	0.1222	0.1182	0.1046	0.1182
4.00E+05	27.1976	0.1046	0.1306	0.1593	0.1306
5.00E+05	27.2230	0.1593	0.1820	0.2057	0.1820
6.00E+05	27.2604	0.2057	0.2241	0.2425	0.2241
7.00E+05	27.2977	0.2425	0.2572	0.2715	0.2572
8.00E+05	27.3339	0.2715	0.2844	0.2966	0.2844
9.00E+05	27.3688	0.2966	0.3078	0.3183	0.3078
1.00E+06	27.4023	0.3183	0.3573	0.4032	0.3290
2.00E+06	27.6711	0.4032	0.4567	0.4697	0.4567
3.00E+06	27.8590	0.4697	0.4933	0.4935	0.4933
4.00E+06	28.0000	0.4935	0.5050	0.5017	0.5050
5.00E+06	28.1115	0.5017	0.5080	0.5043	0.5080
6.00E+06	28.2032	0.5043	0.5082	0.5050	0.5082
7.00E+06	28.2807	0.5050	0.5075	0.5048	0.5075
8.00E+06	28.3482	0.5048	0.5068	0.5049	0.5068
9.00E+06	28.4076	0.5049	0.5058	0.5035	0.5058
1.00E+07	28.4606	0.5035	0.4740	0.5222	0.5135
2.00E+07	28.8087	0.5222	0.5513	0.5080	0.5513
3.00E+07	29.0119	0.5080	0.5208	0.5040	0.5208
4.00E+07	29.1559	0.5040	0.5114	0.5027	0.5114
5.00E+07	29.2676	0.5027	0.5075	0.5022	0.5075
6.00E+07	29.3589	0.5022	0.5052	0.5012	0.5052
7.00E+07	29.4360	0.5012	0.5036	0.5010	0.5036
8.00E+07	29.5028	0.5010	0.5032	0.5015	0.5032
9.00E+07	29.5618	0.5015	20.8978	14.7809	-3.0979

CAPITULO IV

EJEMPLOS DE APLICACION

Con el propósito de ilustrar los algoritmos de derivación de datos de variación de presión se presentan dos ejemplos de aplicación, uno con datos publicados en la literatura[10] y otro con datos reales de un pozo de la Zona Sureste Chiapas-Tabasco.

IV.1. EJEMPLO 1-Datos Publicados.

De la literatura[10] se eligió una prueba de incremento de presión para ilustrar el uso de los algoritmos elegidos (ecuaciones 56 y 62) para calcular la derivada y realizar el ajuste mas confiable con curvas tipo. En la Tabla IV.1 y en la figura 36 se presentan los datos de tiempo-presión y las derivadas de la presion correspondientes.

Con el propósito de identificar con claridad la derivada calculada con cada algoritmo, en este caso se utilizó únicamente la ecuacion 56. Si se efectúa el ajuste de estos datos utilizando la curva tipo de la figura 17. De aqui se encuentra el ajuste mostrado en la figura 37.

Considerando los datos del pozo-yacimiento presentados en la figura 11, y resolviendo las ecuaciones 37 a 40 se obtienen

TABLA IV.1.- DATOS DE TIEMPO-PRESION DEL EJEMPLO 1 INCLUYENDO LA DERIVADA CALCULADA CON LOS ALGORITMOS RECOMENDADOS.

Δt (tiempo)	ΔP (psi)	ΔP'Δt (Ec. 56)	ΔP'Δt (Ec. 62)
0.0042	4.2400	3.7461	3.[illegible]
0.0083	7.4800	5.9802	5.9801
0.0125	10.2200	9.3292	9.3292
0.0167	13.7000	13.4405	13.4406
0.0208	16.9399	16.8506	16.8502
0.0250	20.4399	20.2184	20.2184
0.0292	23.6799	22.6808	22.6811
0.0333	26.9199	25.9210	25.9207
0.0375	30.1599	19.3821	23.9231
0.0458	33.1499	21.2977	27.4795
0.0500	36.1499	38.9731	36.9586
0.0583	42.6299	47.0389	47.0384
0.0667	49.5898	48.8389	48.8383
0.0750	54.8398	52.7420	52.7420
0.0833	61.3098	84.5066	76.9809
0.0958	75.6199	88.3198	88.3198
0.1083	84.3499	71.2395	71.2395
0.1208	92.0598	79.4607	79.4607
0.1333	100.7900	84.5336	84.5336
0.1458	107.9099	98.5312	87.1852
0.1792	130.3499	116.8399	120.5456
0.1958	141.5598	127.4311	127.4311
0.2125	152.0400	135.0209	135.0209
0.2292	162.7400	143.9892	143.9218
0.2500	175.4600	155.7992	152.5996
0.2917	200.8799	169.2604	169.2604
0.3333	223.8198	188.5237	188.5231
0.3750	248.0100	207.5365	207.5365
0.4167	269.9399	203.2005	203.1998
0.4583	288.6499	209.9381	209.9376
0.5000	308.1099	233.5150	233.5148
0.5417	327.5698	256.0370	256.0377
0.5833	347.5000	239.0550	239.0566
0.6250	361.7200	243.2198	243.2190
0.6667	379.9299	271.3603	271.3595
0.7083	395.6399	233.1582	233.1596
0.7500	407.3599	266.3945	246.2866
0.8125	432.2998	283.7260	283.7260
0.8750	451.0100	244.4412	244.4412
0.9375	467.2200	258.0743	258.0743
1.0000	485.4199	261.4395	261.4395
1.0625	499.8999	265.1996	265.1996
1.1250	516.6199	290.6194	280.6194
1.1875	531.0798	267.8995	267.8995
1.2500	544.8198	234.5020	234.5020
1.3125	554.5300	227.8521	227.8521
1.3750	566.5200	258.0596	258.0596
1.4375	577.9900	241.0396	241.0396
1.5000	587.4800	226.7052	225.6797
1.6250	605.9399	206.1147	206.1147

Δt (tiempo)	ΔP (psi)	ΔP'Δt (Ec. 5d)	ΔP'Δt (Ec. 62)
1.7500	619.1899	188.9299	188.9299
1.8750	632.9299	200.3247	200.3247
2.0000	645.8999	165.7831	184.9596
2.2500	663.3799	146.9864	142.1997
2.3750	670.8599	130.4348	130.4348
2.5000	677.1099	118.3397	120.6999
2.7500	688.3198	119.1859	119.1859
3.0000	698.7800	116.4609	116.4609
3.2500	707.7300	95.4846	95.4846
3.5000	713.4700	108.0796	108.0796
3.7500	723.1699	121.2744	121.2744
4.0000	729.6399	85.5996	85.5996
4.2500	733.8699	50.8298	50.8298
4.5000	735.6199	31.5000	31.5000
4.7500	737.3699	42.7500	42.7500
5.0000	740.1199	59.8999	59.8999
5.2500	743.3599	64.9944	64.9944
5.5000	746.3098	55.1101	55.1101
5.7500	748.3699	52.3256	52.3256
6.0000	750.8599	50.8799	50.8799
6.2500	752.6099	18.6685	37.3001
7.2500	754.4500	19.2198	26.0034
7.7500	756.6799	28.9849	28.9849
8.2500	758.1899	26.8951	26.8951
8.7500	759.9399	26.1624	26.1624
9.2500	761.1799	11.4699	11.4699
9.7500	761.1799	24.3750	24.3750
10.2500	763.6799	33.2099	33.2099
10.7500	764.4199	18.8125	18.8125
11.2500	765.4299	19.6875	19.6875
11.7500	766.1699	20.5625	20.5625
12.2500	767.1799	21.4375	21.4375
12.7500	767.9199	19.8907	19.8907
13.2500	768.7400	16.5625	16.5625
13.7500	769.1699	15.8246	14.4272
14.5000	770.1699	16.9167	16.9167
15.2500	770.9199	15.1482	15.1482
16.0000	771.6599	15.8932	15.8932
16.7500	772.4099	16.6382	16.6382
17.5000	773.1499	14.5833	14.5833
18.2500	773.6599	15.2083	15.2083
19.0000	774.3999	12.6667	12.6667
19.7500	774.6599	10.0068	10.0068
20.5000	775.1599	17.0833	17.0833
21.2500	775.9099	15.2381	16.6964
22.2500	776.4099	10.9023	10.9023
23.2500	776.8899	8.6024	8.6024
24.2500	777.1499	9.3365	9.3365
25.2500	777.6599	12.7514	12.7514
26.2500	778.1599	9.7124	9.7124
27.2500	778.3999	8.9895	8.4770
28.5000	778.8999	10.4980	10.6228

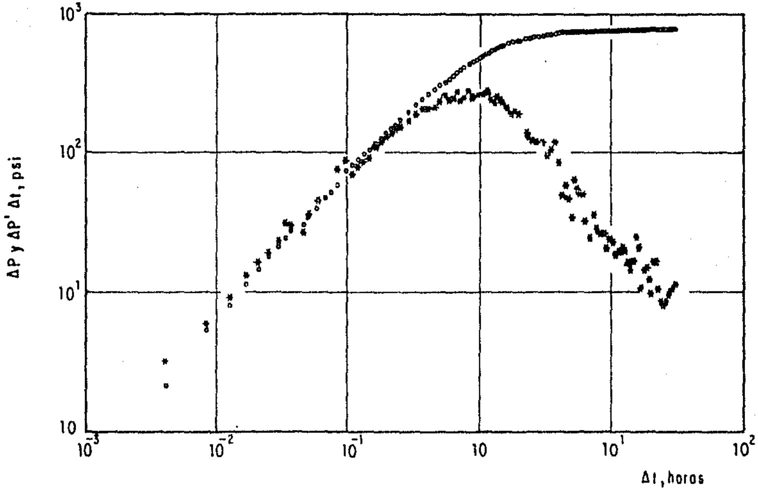

FIG. 36.- DATOS DE TIEMPO-PRESION Y DERIVADAS (EJEMPLO 1).

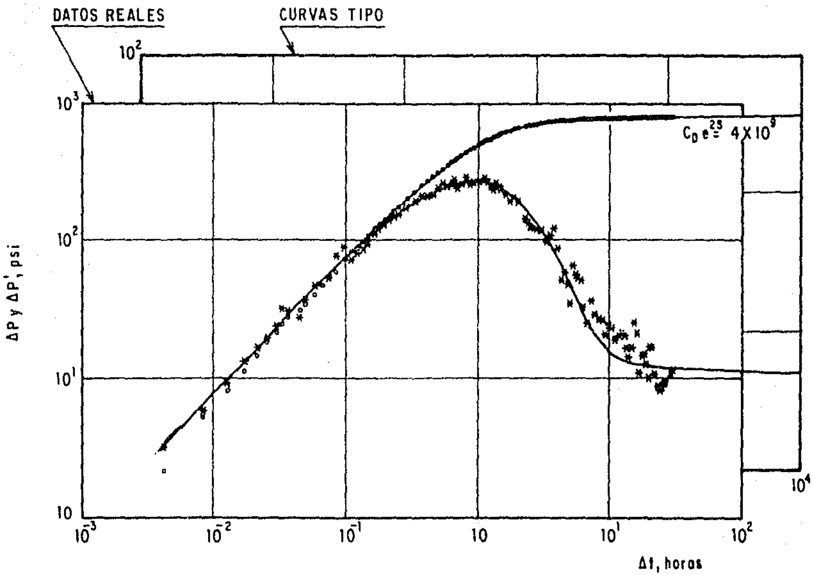

FIG. 37.- AJUSTE CON CURVAS TIPO PARA EL EJEMPLO 1.

los parámetros del sistema:

$$kh = 1165.0 \text{ mD-pie}$$

$$C = 9.3 \times 10^{-6} \text{ bl/psi}$$

$$S = 7.7$$

IV. 2. EJEMPLO 2.- POZO JUJO 36-A.

En el pozo Jujo 36-A de la Zona Sureste[19] se registró una prueba de incremento de presión (3-4 de abril de 1987), la cual se utilizó para ilustrar la aplicación de los algoritmos de cálculo de la derivada de la presión.

En la Tabla IV.2 y en la figura 38 se presentan los datos de tiempo-presión y las derivadas de la presión correspondientes. Con el propósito de identificar con claridad la derivada calculada con cada algoritmo, en este caso se utilizó unicamente la ecuación 62 y el ajuste realizado se muestra en la figura 39, donde se observa la concordancia de la derivada calculada con las curvas tipo. Considerando los datos del pozo-yacimiento y resolviendo las ecuaciones 37 a 40 se obtiene:

$$kh = 20991.7 \text{ mD-pie}$$

$$C = 9.9 \times 10^{-3} \text{ bl/psi}$$

$$S = 67.6$$

TABLA IV.2.- DATOS DE TIEMPO-PRESION DEL EJEMPLO 2 INCLUYENDO LA DERIVADA CALCULADA CON LOS ALGORITMOS RECOMENDADOS.

Δt (tiempo)	ΔP (psi)	$\Delta P'\Delta t$ (Ec. 56)	$\Delta P'\Delta t$ (Ec. 62)
0.0005	7.8900	8.8414	7.4152
0.0014	19.4700	15.6248	18.5164
0.0017	23.2500	24.5673	22.3013
0.0025	34.3700	33.2819	33.4786
0.0033	45.2000	44.0137	44.0137
0.0041	55.7100	50.3337	50.3828
0.0050	65.9100	57.9364	58.3381
0.0058	75.8500	71.2451	71.6205
0.0066	85.5300	75.9409	76.5326
0.0075	94.9400	81.5184	82.3156
0.0083	104.0900	95.2461	97.2936
0.0088	110.0400	94.5167	95.9200
0.0094	115.8600	90.7100	90.7100
0.0100	121.6200	106.6109	96.8081
0.0127	148.7400	118.7866	119.1280
0.0141	161.3900	124.6843	124.6843
0.0155	173.5000	131.6109	130.9197
0.0183	196.0100	140.2888	140.8011
0.0197	206.5400	144.5758	144.7012
0.0225	226.1200	150.3884	150.3884
0.0253	243.9700	158.3572	161.8524
0.0266	252.3000	158.0393	163.3312
0.0294	267.8800	155.6625	155.6625
0.0322	281.9500	154.1742	155.7861
0.0377	306.5400	156.2891	151.9711
0.0405	317.2000	144.2646	147.6082
0.0461	335.8200	144.8723	142.5189
0.0488	343.8400	126.5451	139.2723
0.0600	367.0600	122.4402	118.7617
0.0680	383.7300	104.8050	104.8050
0.0760	394.5200	85.8076	87.3298
0.0850	402.8400	69.0283	72.1688
0.1010	414.2800	56.7773	57.5097
0.1180	421.3300	39.6688	39.6688
0.1350	425.7100	26.9762	29.1188
0.1600	429.5600	20.6398	19.0059
0.1760	431.1000	13.7327	13.8969
0.1930	432.1300	9.1233	10.2431
0.2260	433.4000	7.3702	6.4667
0.2430	433.8000	4.7644	5.1816
0.2766	434.3700	4.2558	3.9920
0.2933	434.5900	3.4067	3.6030
0.3266	434.9400	3.1342	3.1348
0.3600	435.2300	3.1698	3.1859
0.3900	435.5000	2.9240	3.2589
0.4760	436.0600	2.9822	2.9567
0.6430	437.0000	3.2718	3.2199
0.7260	437.3900	3.2184	3.2193
0.8100	437.7400	3.2483	3.2481
0.8930	438.0600	3.2816	3.2816
0.9760	438.3500	3.2128	3.2675
1.1430	438.8600	3.3298	3.3366

Δt (tiempo)	ΔP (psi)	$\Delta P'\Delta t$ (Ec. 5d)	$\Delta P'\Delta t$ (Ec. 6Z)
1.2200	439.0800	3.1551	3.3027
1.3930	439.4900	3.1503	3.1490
1.5600	439.8500	3.1183	3.1861
1.8900	440.4500	3.1658	3.1403
2.1430	440.8400	3.1258	3.1245
2.3900	441.1800	3.1096	3.1113
2.6430	441.4900	3.0465	3.0454
2.8930	441.7600	3.0840	3.0846
3.1400	442.0200	3.0987	3.0982
3.3900	442.2500	3.0511	3.0511
3.6400	442.4700	3.0577	3.0577
3.8900	442.6700	3.1787	3.1121
4.3900	443.0700	3.4452	3.5118
4.6400	443.2700	3.7119	3.7119
4.8900	443.4700	3.9123	3.8795
5.3900	443.8600	4.4736	4.4736

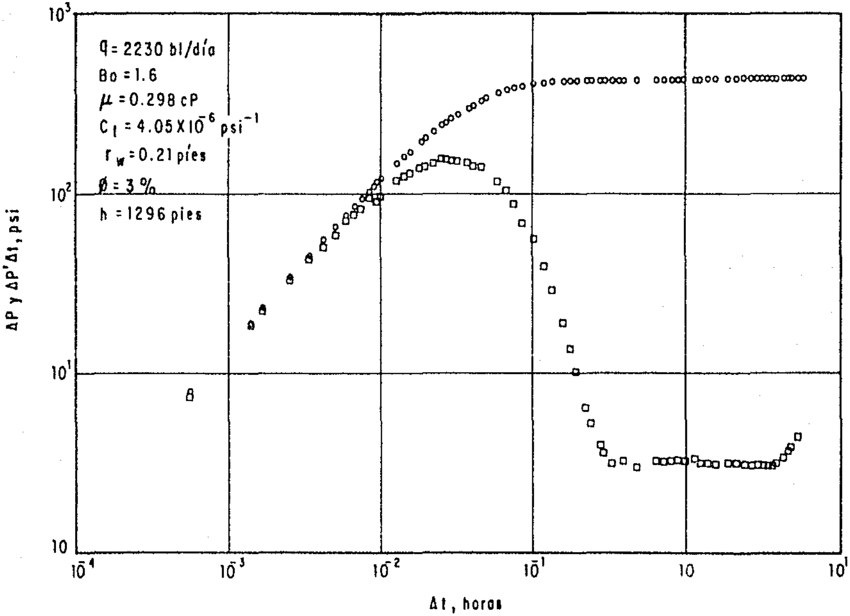

FIG. 38.- DATOS DE TIEMPO - PRESION Y DERIVADA (EJEMPLO 2)

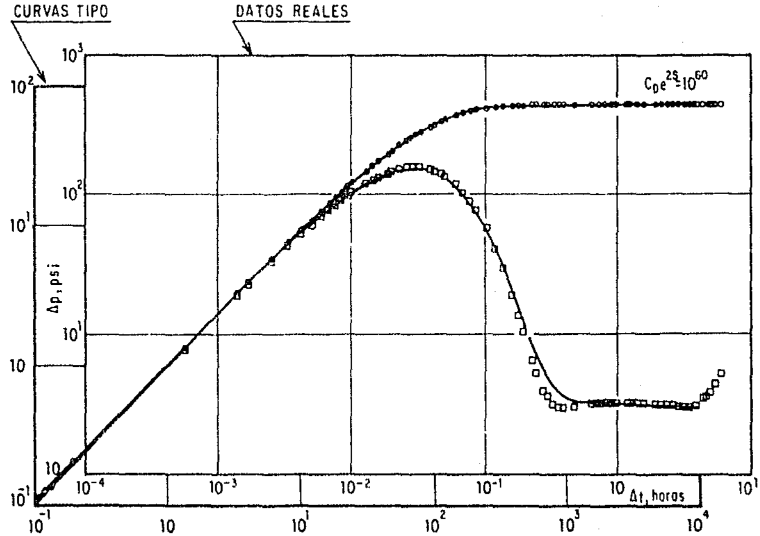

FIG. 39.- AJUSTE CON CURVAS TIPO PARA EL EJEMPLO 2 .

CAPITULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Las pruebas de variación de presión son de gran utilidad en la Industria Petrolera para realizar la caracterización adecuada de los yacimientos y determinar las condiciones de producción de los pozos.

Las técnicas de ajuste con curvas tipo constituye una herramienta muy poderosa en la interpretación de las pruebas de variación de presión; ya que mediante su uso es posible determinar las características del sistema pozo-yacimiento y además, identificar la naturaleza homogénea o heterogénea del yacimiento.

El uso de la derivada de los datos de presión para aplicar la técnica de curvas tipo ha permitido facilitar la interpretación de las pruebas de variación de presión, ya que con una sola gráfica se puede realizar un ajuste satisfactorio para obtener los parámetros del yacimiento, donde es posible identificar con exactitud los periodos de flujo de almacenamiento y radial infinito, y se puede obtener un solo ajuste de los datos con una curva tipo.

Para realizar un buen ajuste de datos con curvas tipo usando la derivada, es necesario disponer de algoritmos de cálculo que permitan obtener valores de derivada que definan adecuadamente la tendencia de las curvas y eliminen o reduscan la dispersion de los datos.

Del análisis realizado de todos los posibles algoritmos de cálculo de la derivada, se concluye que aquellos basados en diferencias centrales (ecuacion 56) y el planteado por la ecuación 62 son los que proporcionan valores más confiables y cumplen con la definicion de los diferentes periodos de flujo a través de la tendencia que tiene la curva de la derivada de presion.

La confiabilidad de los algoritmos analizados se basa en la tendencia más uniforme de las curvas, obtenidas con las ecuaciones 56 y 62, y la mayor simllitud con las curvas tipo de los yacimientos teóricos.

Los ajustes realizados en los ejemplos de aplicación confirman adecuadamente el uso de estos algoritmos en el cálculo de la derivada de presión para mejorar el análisis con curvas tipo.

NOMENCLATURA

A	Area del espejo de liquido del pozo,pie^2.
B	Factor de volumen, bcy/bcs.
C	Coeficiente de almacenamiento, bbl/psi.
C_D	Coeficiente de almacenamiento adimensional.
c_t	Compresibilidad total, psi^{-1}.
Ei	Integral exponencial.
$G = \rho/144$	Gradiente de presión del liquido,psi/pie.
h	Espesor de la formación, pies.
k	Permeabilidad, milidarcy.
K_0	Función modificada de Bessel de segunda clase y orden cero.
K_1	Función modificada de Bessel de segunda clase y primer orden.
p	Presión, psi.
P_D	Caida de presión adimensional.
$\bar{P}_D$	Transformada de Laplace de la presión adimensional.
pi	Presión inicial del yacimiento, psi.
Δp	Cambio de presión, psi.
q	Gasto, bl/día.
r_w	Radio del pozo, pies.
s	Factor de daño, adimensional.
$T = \dfrac{k\,h}{\mu}$	Transmisibilidad de la formación,mD-pie/cp.
Δt	Tiempo de cierre, horas.
t_D	Tiempo adimensional.

V	Volumen del sistema, pie^3.
α	Parámetro de la forma del bloque, pie^{-1}.
ρ	Densidad del liquido, lb/pie^3.
β'	Parámetro del flujo interporoso transitorio, adimensional.
γ	Exponencial de la constante de Euler(1.78).
λ	Parámetro del flujo interporoso pseudoestacionario, adimensional.
μ	Viscosidad, cp.
ϕ	Porosidad del sistema, fracción.
ω	Capacidad de almacenamiento, adimensional.
η^*	Difusividad Hidraulica, pie^2/min.

Subindices:

f	Fracturas.
m	Matriz.
$f+m$	Sistema total.
D	Adimensionalidad.

REFERENCIAS

1. Gringarten A.C.- " Type-Curve Analysis: What it Can and Cannot Do ". Journal of Petroleum Technology (January,1987).

2. Horner D.R.- " Pressure Build-Up in Wellss " Proc. Third World Pet. Cong., E.J. Brill, Leiden (1951).

3. Agarwal R.G., Al-Hussainy R. and Ramey H.J. Jr.- "An Investigation of Wellbore Storage and Skin Effect in Unsteady Liquid Flow. I: Analytical Treatment". Soc. Pet. Eng. J. (Sept.,1970).

4. McKinley R.M.- "Wellbore Transmissibility from Afterflow-Dominated Pressure Buildup Data". Journal of Petroleum Technology. (July, 1971).

5. Earlougher R.C. Jr. and Kersch K.M.- "Analysis of Short-Time Transient Test Data by Type-Curve Matching".Journal of Petroleum Technology. (July, 1974).

6. Gringarten A.C, Bourdet D.P.,Landel P.A. and Kniazeff V.J.- "A Comparison Between Different Skin and Wellbore Storage Tipe-Curves for Early-Time Transient Analysis". Soc. Pet. Eng. (Sep,1979).

7. Ramey H.J. Jr., Kumar A. and Gulati M.S. - "Gas Well Test Analysis Under Water-Drive Conditions". American Gas Association Monograph (1973).

8. Chen H.C. and Brigham W.E.- "Pressure Buildup for a Well With Storage and Skin in a Closed Square". Journal of Petroleum Technology. (Jan, 1978).

9. Ramey H.J. Jr.- " Practical Use of Modern Well Test Analysis ". Paper SPE5878 presented at the SPE-AIME 46th Annual California Regional Meeting, Long Beach(April 7-9, 1976).

10. Bourdet D., Whittle T. M., Douglas A.A and Pirard Y. M.- " A New Set of Type Curves Simplifies Well Test Analysis". World Oil (May, 1983).

11. Bourdet D., Ayoub J.A., Whittle Y.M., Pirard Y.M.and Kniazeff V.- " Interpreting Well Tests in Fractured Reservoirs". World Oil (October, 1983).

12. Bourdet D., Alagoa A., Ayoub J.A. and Pirard Y.M.- " New Type Curves Aid Analysis of Fissured Zone Well Tests " World Oil (April, 1984).

13. Granville W.A.- "Cálculo Diferencial e Integral ". Editorial Limusa, México (1981).

14. Carnahan H.A., Luther J. and Wilkes O.- "Applied Numerical Methods".

15. Clark D.G. and Van Golg-Racht.- "Pressure-Derivative Approach to Transient Test Analysis: A High-Permeability North Sea Reservoir Example", Journal of Petroleum Technology (November, 1985).

16. Bourdet D., Ayoub J.A. and Pirard Y.M.- "Use of Pressure Derivative in Well Test Interpretation".Paper SPE12777 (April, 1984).

17. Bourdet D., Ayoub J.A. and Pirard Y.M.- "Use of Pressure Derivative in Well-Test Interpretation". SPE Formation Evaluation (June, 1989).

18. Camacho V. R. Comunicación Personal(Julio, 1989).

19. Nieves G. R. y León-Ventura R.- "Proyecto D-5083: Servicio de Análisis e Interpretación de Pruebas de Presión en Pozos. Pozos Jujo 36 y Jujo 36-A". (Noviembre , 1988).

A P E N D I C E

DIAGRAMA DE FLUJO SINTETIZADO PARA CALCULAR LA DERIVADA DE LA PRESION