613 A
29

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE QUIMICA

UNIDAD DE APOYO DEL ALGEBRA APLICADA AL ESTUDIO DE LA FISICA A NIVEL MEDIO SUPERIOR

TRABAJO ESCRITO

QUE PRESENTA:

ALEJANDRO LOZA GARCIA

PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO QUIMICO

FALLA DE ORIGEN

MEXICO, D. F. 1990

OBJETIVO

El objetivo de este trabajo es proporcionar y explicar al alumno que ingresa al nivel de Educación Media Superior las herramientas necesarias de Algebra para un buen desarrollo y comprensión del curso de Física, que se imparte analogamente, ya que de acuerdo al programa oficial de la Universidad Nacional Autónoma de México, se requieren conocimientos de Algebra en dicho curso, antes de ser impartidos en la materia correspondiente.

Considero que siendo estas materias catalogadas como de alto grado de dificultad por el estudiantado, este trabajo será de gran utilidad para los alumnos y así reducir el temor al que se enfrentan durante la exposición de estos cursos.

INTRODUCCION

Este trabajo es desarrollado con la finalidad de que el alumno que inicia sus estudios en la Educación Media Superior obtenga las herramientas necesarias para un buen desarrollo del curso de Física II, impartido en el Cuarto Año de Bachillerato, según el programa oficial de la Escuela Nacional Preparatoria, ya que, por experiencias anteriores se ha notado que el estudiantado que entra a este nivel, posee grandes deficiencias en cuanto a su preparación anterior y esto le dificulta en grado supremo, el aprendizaje en las materias sucesivas.

Considero que a esto se debe que el estudiantado sienta de alto grado de dificultad dichas asignaturas, y sientan una repulsión hacia su estudio; de ahí el alto porcentaje de reprobación en estas materias.

Trataré pues, en la manera de lo posible subsanar estas deficiencias, explicando los temas que considero de mayor utilidad y grado de dificultad, que sean aplicados al curso de Física II.

Con el efecto de lograr un mejor aprovechamiento, abordaré los temas utilizados de Algebra en cada una de las unidades del curso de Física, siguiendo el orden en el cual son impartidos.

Presentación de los programas oficiales de las materias de:
Matemáticas IV (álgebra) y Física II

MATEMATICAS IV

Tema 1.- Operaciones con números reales.
Tema 2.- Ecuaciones de primer grado con una incógnita.
Tema 3.- Aplicaciones matemáticas.
Tema 4.- Ecuaciones de primer grado con dos variables.
Tema 5.- Ecuaciones y desigualdades de segundo grado.
Tema 6.- La recta.

FISICA II

Tema 1.- Introducción a la Física.
- a) Definición.
- b) Interrelación con otras ciencias.
- c) División de la Física para su estudio.
- d) Aplicaciones.

Tema 2.- Vectores.
- a) Introducción a los vectores.
- b) Adición gráfica de vectores (método del polígono).
- c) Método del paralelogramo.
- d) Sustracción de vectores.
- e) Método analítico.
- f) Equilibrio.

Tema 3.- Cinética.
- a) Conceptos generales.
- b) Movimiento rectilíneo uniforme.
- c) Movimiento uniformemente acelerado. Velocidad y aceleración. Caída libre. Tiro parabólico.
- d) Movimiento circular uniforme.
- e) Movimiento períodico.
- f) Conversión de unidades.

Tema 4.- Dinámica.

a) Inercia: Reposo y movimiento.

b) Conceptos.

c) Propiedades de fuerzas.

d) Masa y peso.

e) Leyes de Newton.

f) Impulso y cantidad de movimiento.

g) Fuerzas centrífuga y centrípeta.

Tema 5.- Energía y cinética.

a) Trabajo.

b) Energía

b') cinética.

b'') potencial

c) Potencia.

Tema 6.- Gravitación.

a) Fuerza de gravitación.

b) Ley de Kepler.

c) Ley de la Gravitación Universal.

Tema 7.- Estructura de la materia.

a) Conceptos de átomo y molécula.

b) Características de los fluídos. Estados de la materia.

c) Dilatación de líquidos y gases.

d) Escalas de temperatura.

e) Calor específico.

f) Calor. Caloría.

g) Termodinámica.

Tema 8.- Electrostática.

a) Conductividad.

b) Carga eléctrica.

c) Ley de atracción y repulsión.

d) Diferencia de potencial.

Tema 9.- Energía eléctrica.

a) Corriente.

b) resistencia

c) Ley de Ohm.
d) Potencia eléctrica.
e) Circuítos y resistencias.
f) Fuerza electromotríz.

Tema 10.- Electromagnetismo.
a) Campos magnéticos.
b) Dirección y magnitud.
c) Fuentes de campos en conductores. Imanes.
d) Ley de Biot y Savart.

Tema 11.- Electrodinámica e inducción electromagnética.
a) Fuerza electromotríz inducida.
b) Fuerzas de corriente en un campo magnético.
c) Galvanómetro y motor eléctrico.

Tema 12.- Movimiento ondulatorio.
a) Vibraciones.
b) Velocidad.
c) Ondas estacionarias.
d) Resonancia.

Tema 13.- Física moderna.
a) Rayos catódicos.
b) Rayos X.
c) Efectos.
d) Fotones.
e) Teoría de Böhr
f) El átomo.
g) Física atómica.

TEMA 1

INTRODUCCION

En este tema trataré los temas referentes a las propiedades de números reales y se fundamentará la explicación del plano cartesiano y sus coordenadas rectangulares.

Propiedades de los números reales.

a) Propiedades aditivas

I.- Cerradura.

Para todo valor x, y perteneciente a los números reales, el resultado de su suma siempre pertenecerá a dichos números.

Ejemplos:

$$\begin{matrix} a + b = c \\ 4 + 3 = 7 \end{matrix} \Longrightarrow \quad c \text{ y } 7 \text{ pertenecen a los reales.}$$

II.- Asociatividad.

Para todo valor de x, y, z perteneciente a los números reales, el resultado no varía al variar el orden en que se efectúa la operación.

Ejemplos:

$$(a+b) + c = a + (b+c)$$
$$(3+4) + 8 = 3 + (4+8)$$

III.- Número neutro.

Existe un elemento en los reales, tal que la suma de un real y ese elemento, nos da como resultado el mismo número real (este elemento es el cero).

Ejemplos:

$$a + 0 = a$$
$$4 + 0 = 4$$

IV.- Número inverso.

Existe un número inverso, tal que la suma de un real y su inverso siempre da como resultado el elemento neutro.

Ejemplos:

$$a + (-a) = 0$$
$$4 + (-4) = 0$$

V.- Conmutatividad.

Nos dice que el resultado de la suma de dos números reales es la misma sin importar el orden en que se realice.

Ejemplos:

$$a + b = b + a$$
$$3 + 4 = 4 + 3$$

b) Propiedades multiplicativas.

I.- Cerradura.

El resultado del producto de dos números reales siempre pertenecerá a ellos.

Ejemplos:

$$\begin{matrix} ab = c \\ 3(4) = 12 \end{matrix} \longrightarrow$$ c y 12 pertenecen a los números reales.

II.- Asociatividad.

Si a, b, c pertenecen a los reales, el resultado no varía, el efectuar las operaciones en cualquier orden.

Ejemplos:

$$(ab)c = a(bc)$$
$$[(3)(4)]8 = 3\ [(4)(8)]$$

III.- Número neutro.

Existe un elemento en los reales, tal que su producto con cualquier número real es igual a este número (este número es el uno).

Ejemplos:

$$(a)(1) = a$$
$$5\ (1) = 5$$

IV.- Número inverso.

Existe un número inverso, tal que su producto con un número real da como resultado el número neutro. En este caso existe la excepción del cero.

Ejemplos.

$$a\left(\frac{1}{a}\right) = 1 \qquad \text{siempre que } a \neq 0$$
$$4\left(\frac{1}{4}\right) = 1$$

V.- Conmutatividad.

El resultado del producto de dos números reales, es el mismo sin importar el orden en que se eféctue.

Ejemplos.

$$ab = ba$$
$$(4)(3) = (3)(4)$$

c) Propiedad común de adición y multiplicación.

VI.- Distributividad.

El producto de una suma es igual a la suma de sus productos.

Ejemplos.

$$a(b+c) = ab + ac$$
$$3(4+2) = (3)(4) + (3)(2)$$

RESUMEN TEMA 1

Si un conjunto cumple con todas las propiedades de suma y producto se le llama campo.

Ejemplos:

Los Racionales ($\frac{p}{q}$ si $q \neq 0$).

Los Reales (0,1,2,3,4,...), y los complejos.

La base de estas propiedades es la que rige el despeje de fórmulas que es uno de los principales obstáculos para el estudiantado. Presentaremos algunos ejemplos de despejes aplicando dichas propiedades.

1.- Despejar "c" de la ecuación:

$$a + \frac{b}{c} = 3$$

$$a + (-a) + \frac{b}{c} = 3 + (-a)$$

$$\frac{b}{c} = 3 - a$$

$$C(\frac{b}{c}) = c\ (3-a)$$

$$b = c\ (3-a)$$

$$b(\frac{1}{3-a}) = c(3-a)(\frac{1}{3-a})$$

$$\frac{b}{3-a} = c$$

2.- Despejar "a" de la ecuación.

$$d = Vit + 1/2\ at^2$$

$$d+(-Vit) = Vit + (-Vit) + 1/2\ at^2$$

$$d-Vit = 1/2\ at^2$$

$$2(d-Vit) = 2(1/2)(at^2)$$

$$2d - 2Vit = at^2$$

$$(2d - 2Vit)\left(\frac{1}{t^2}\right) = at^2\left(\frac{1}{t^2}\right)$$

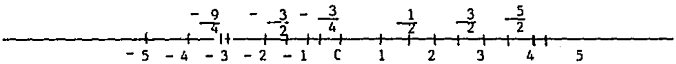
$$\frac{2d - 2Vit}{t^2} = a$$

La recta numérica y el plano cartesiano.

La recta numérica.

Es una recta que convencionalmente se utiliza para representar en correspondencia bilateral, los puntos de la recta con los elementos de conjuntos numéricos, es decir, es una recta creada por conveniencia para representar el conjunto de los números reales incluyendo a los números neutros e inversos.

Fué así que se dispuso que partiendo de cero se considero colocar en orden ascedente y hacia la derecha los números reales positivos y en orden ascendente pero a la izquierda sus inversos aditivos.



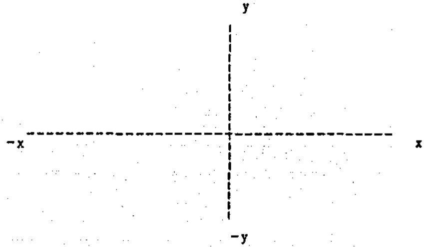
En base a esta recta quedó satisfecha la representación gráfica de los números reales.

El plano cartesiano.

De la misma manera, se creó la necesidad de representar las figuras en dos o más dimensiones y siguiendo los mismos lineamientos se creó el plano cartesiano, en donde se representan las parejas de puntos (x, y) que conforman una figura plana.

Consta de dos rectas las cuales, representan por convección, los reales positivos a la derecha y hacia arriba respectivamente y los reales negativos a la izquierda y hacia abajo.

A estas dos rectas se les llamó ejes cartesianos. Al eje horizontal se le llama eje de las abscisas o eje "x" y al eje vertical se le llama eje de las ordenadas o eje "y".

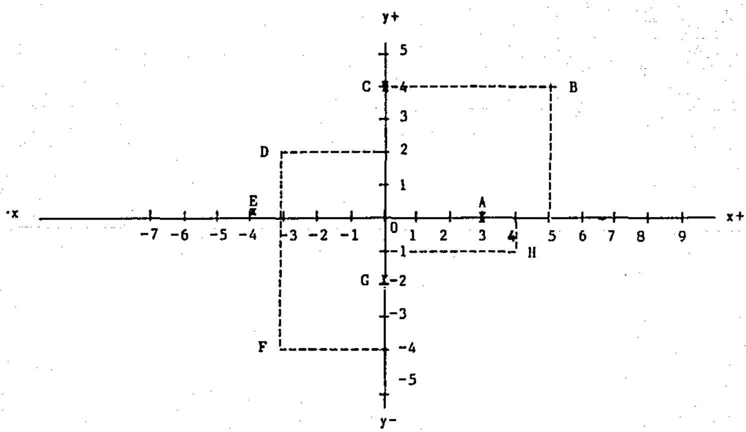


Es así que podemos representar parejas de puntos de un plano.

Ejemplos:

Representar los siguientes puntos en el plano cartesiano:

A (3,0) B(5,4) C(0,4) D(-3,2) E(-4,0) F(-3,-4) G(0,-2) H(4,-1)

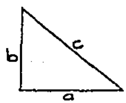


TEMA 2

V E C T O R E S

En este tema se trata la resolución de sistemas vectoriales por métodos gráficos y analíticos. Aquí me avocaré a la resolución por métodos analíticos.

En la descomposición vectorial y en la resolución de sistemas de fuerzas se utiliza, en numerosas ocasiones, el Teorema de Pitágoras que nos dice que la suma del cuadrado de los catetos en un triángulo rectángulo es igual al cuadrado de la hipotenusa. $c^2 = a^2 + b^2$.



Análogamente y aplicado a un sistema de fuerzas, tendremos que:

$R = \sqrt{(\Sigma Fx)^2 + (\Sigma Fy)^2}$, en donde,

R es la resultante
ΣFx es la suma de fuerzas en el eje "equis".
ΣFy es la suma de fuerzas en el eje "ye".

Es visible que en la resolución de estos problemas los errores más frecuentes se encuentran a la hora de sumar algebraicamente cantidades de diferente signo y en la resolución de la raíz cuadrada por lo cual trataré de explicar dichos casos.

Suma algebraica de cantidades de diferente signo.

Para resolver estas operaciones es recomendable sumar, en dos columnas diferentes, las cantidades positivas y las cantidades negativas y ya efectuadas estas sumas proceder a efectuar una resta entre los resultados. Al producto de esta operación se le antepone el signo de la suma que haya resultado mayor.

Ejemplo:

Se tiene las siguientes fuerzas y se quiere saber el valor de la fuerza real. Sabiendo que la fuerza se mueve en un mismo plano.

F1 = 15 N	F6 = - 9 N
F2 = -17 N	F7 = 12 N
F3 = - 6 N	F8 = -11 N
F4 = 9 N	F9 = - 2 N
F5 = - 3 N	F10= 4 N

PASO I

Cantidades positivas	Cantidades negativas.
+	-
15 N	17 N
9 N	6 N
12 N	3 N
4 N	9 N
	11 N
	2 N
40 N	48 N

PASO II

48 N - 40 N = 8 N

PASO III

Como el número mayor corresponde a la columna negativa, al resultado se le antepone el signo menos, por lo tanto:

F 1 + F 2 + F 3 + F 4+ F 5 + F 6 + F 7 + F 8 + F 9 +
15 N + (-17N) + (-6N) + 9N + (-3N) + (-9N) + 12N + (-11N) + (-2N) +

F 10 =
4N = - 8N.

Resolución de la raíz cuadrada.

Para encontrar la raíz cuadrada de un número se siguen los siguientes pasos:

1.- Se divide el número a partir del punto decimal en períodos de dos cifras, de derecha a izquierda sin importar que el último pueda --

constar de una cifra.

2.- Se saca raíz cuadrada al primer período y se coloca a un costado de la raíz.

3.- Se resta el cuadrado de la raíz encontrada del primer período.

4.- Se baja el siguiente período y se duplica la raíz.

5.- Separando una cifra al número formado por el residuo y el segundo período se divide entre el duplo de la raíz, escribiendo el cociente en tres lugares, que son: en la raíz, junto al duplo de la raíz y para multiplicar al número formado por el duplo de la raíz y el cociente.

6.- El producto se resta para encontrar un segundo residuo.

7.- Se baja el siguiente período, se duplica la raíz, y se repiten los pasos 5 y 6 sucesivamente hasta terminar.

Ejemplo:

Calcular la raíz cuadrada de: 58929.

$$\sqrt{58929}$$

Paso I:

$$\sqrt{5,89,29}$$

Paso II:

$$\sqrt{5} = 2$$

Paso III:

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{5,89,29} & \underline{2} \\ \underline{-4} & \\ 1 & \end{array}$$

Paso IV:

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{5,89,29} & \underline{2} \\ 1\ 89 & \underline{4} \end{array}$$

Paso V:

```
√ 5,89,29 | 24
  1 89    | 44 x 4
```

18   4 = 4

Paso VI:

```
√ 5,89,29 | 24
   1 89   | 44 x 4
  -1 76
     13
```

176 = 44 x 4

Paso VII:

```
√ 5,89,29 | 242
  1 89    | 44 x 4
    13 29 | 482 x 2
     3 65
```

RESUMEN TEMA 2

En este tema se analizan los casos de manejo de signos y resolución de raíz cuadrada, por lo cual generalizaré ambos procedimientos.

a) Cantidades positivas y negativas.

En Algebra, cuando se estudian cantidades que pueden tomarse en dos sentidos opuestos, se expresa el sentido o valor relativo de la cantidad por medio de los signos más (+) o menos (-). Por conveniencia, se antepone el signo (+) a las cantidades cuyo recorrido es hacia la derecha o hacia arriba y el signo menos a las cantidades cuyo recorrido es hacia la izquierda o hacia abajo.

Cuando se efectúa la reducción de dos términos semejantes de signos distintos, se reduce a un solo término todos los positivos y también los negativos, sumándolos algebraicamente por separado. Posteriormente se restan los coeficientes, poniendo delante de esta diferencia el signo del mayor y a continuación se escribe la parte literal.

Ejemplo:

Reducir: $5a - 8a + a - 6a + 21a - 3a - 7a + 4a$

1.- Reduciendo los positivos: $5a + a + 21a + 4a = 31a$
2.- Reduciendo los negativos: $- 8a - 6a - 3a - 7a = -24a$
3.- Restando los coeficientes: $31 a - 24a = 7a$

b) Resolución de la raíz cuadrada.

Definiendo raíz.- Raíz de una expresión algebraica, es toda expresión que elevada a una potencia reproduce la expresión dada.

Raíz cuadrada.- La raíz cuadrada de una expresión es aquel valor que al ser elevado al cuadrado es igual a la expresión dada.

Su resolución es continuando los siguientes pasos:

1.- Dividir la expresión a partir de su punto decimal de derecha a izquierda, sin importar que la última cantidad conste de una ci fra.

2.- Se busca un número que multiplicado por sí mismo sea igual o -- cercano al primer período sin excederlo, colocándose dicho número a un costado de la raíz.

3.- Se resta el cuadrado de la raíz del primer período.

4.- Se baja el siguiente período y se duplica la raíz.

5.- Se toman los términos compuestos por el paso número cuatro, excepto el dígito de las unidades y se divide entre el duplo de - la raíz, transcribiendo el resultado en tres posiciones: en la raíz, junto al duplo de la raíz, y para multiplicar al número - formado por el duplo de la raíz y el cociente.

6.- El producto se resta para encontrar un segundo residuo.

7.- Se baja el siguiente período, se duplica la raíz y se repiten - los pasos 5 y 6 hasta finalizar.

Ejemplo:

$$\sqrt{12\ 74\ 32}$$

Paso 1

$$\sqrt{12,74,32}$$

Paso 2

$$\sqrt{12} = 3$$

Paso 3

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{12,74,32} & \underline{3} \\ \underline{-9} & \\ 3 & \end{array}$$

Paso 4

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{12,74,32} & \underline{3} \\ \ \ 3\ 74 & \underline{6} \end{array}$$

Paso 5

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{12,74,32} & \underline{35} \\ \ \ 3\ 74 & \underline{65 \times 5} \end{array}$$

Paso 6

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{12,74,32} & \underline{35} \\ \ \ 3\ 74 & \underline{65 \times 5} \\ \underline{-3\ 25} & \\ \ \ \ \ 49 & \end{array}$$

Paso 7

```
√ 12,74,32    356
   3 74       65   x  5
     49 32    706 x 6
     42 36
      6 96
```

TEMA 3

C I N E T I C A

En este tema se ha encontrado que el mayor grado de dificultad para los alumnos se presenta en la resolución de ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita, es decir, en los despejes, debido a la gran variedad de fórmulas que se desarrollan. Así mismo, se presenta la problemática de la conversión de unidades la cual lleva a una incorrecta resolución de problemas.

1.- Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita.

El primer paso a seguir es identificar los datos y la incógnita a resolver, y posteriormente la fórmula a utilizar.

Una vez realizado este paso se procede a despejar la incógnita y se efectuan las conversiones de unidades correspondientes si es que las hay.

2.- Conversión de unidades.

Para convertir correctamente las unidades es indispensable tener a la mano las equivalencias entre las proporcionadas o conocidas y las deseadas, y en base a productos de estas equivalencias ir transformando las unidades hasta lograr las deseadas.

Ya efectuados los pasos 1 y 2, se sustituyen los valores en la fórmula despejada y se efectuan las operaciones correspondientes.

Ejemplo 1:

Calcular la aceleración ejercida a un móvil que cambia su velocidad uniformemente desde 18 Km/h hasta 90 Km/h, en 10 segundos.

Datos	Incógnita	Fórmula
$Vi = 18$ Km/h	$a = ?$	$Vf = Vi + at$
$Vf = 90$ Km/h		
$t = 10$ s		

Datos conocidos : 3
Datos desconocidos: 1

Por lo cual se puede resolver el problema.

Tomando en cuenta que todas las ecuaciones están formadas por dos miembros iguales entre sí se puede crear una regla fácil y entendible.

primer miembro = segundo miembro

Para despejar una incógnita es necesario aislarla en cualquier de los miembros, es decir, pasar al miembro opuesto cada uno de los datos conocidos.

Aquello que se encuentre en el primer miembro sumando, pasará al segundo miembro restando y viceversa.

Lo que se encuentre en el primer miembro restando, pasará al segundo sumando y viceversa.

Lo que se encuentra multiplicando, pasa dividiendo y lo que está dividiendo pasa multiplicando.

Si está en forma de raíz se traslada como potencia, y si es en forma de potencia lo cambiamos como raíz.

Así:

primer miembro	=	segundo miembro
$+$		$-$
$-$		$+$
$\times$		$\div$
$\div$		$\times$
$\sqrt[n]{a}$		a^n
a^n		$\sqrt[n]{a}$

Regresando al ejemplo y tomando en cuenta que el dato desconocido es la aceleración (a), se procederá a despejarla:

$$Vf = Vi + at$$

Tomamos y analizamos el término de Velocidad inicial (Vi).

Está en el segundo miembro sumando y pasa el primer miembro restando.

Así:

$$Vf - Vi = at$$

Nos falta unicamente despejar el término tiempo (t) que se encuentra en el segundo miembro multiplicando por lo que pasará al primer término dividiendo. Así:

$$\frac{Vf - Vi}{t} = a$$

Quedando despejada la aceleración.

Convirtiendo las unidades tendremos:

$$Vi = 18\ \cancel{Km} / \cancel{h} \times 1\ \cancel{h} / 3600\ s \times 1000\ m / 1\ \cancel{Km} = 5\ m/s$$
$$Vf = 90\ \cancel{Km} / \cancel{h} \times 1\ \cancel{h} / 3600\ s \times 1000\ m / 1\ \cancel{Km} = 25\ m/s$$

Tenemos ya un sistema congruente en unidades por lo cual podemos efectuar las operaciones:

$$a = \frac{Vf - Vi}{t} = \frac{25\ m/s - 5\ m/s}{10\ s} = \frac{20\ m/s}{10\ s/1} = 2m \times 1/s \times s = 2m/s^2$$

Ejemplo 2:

Un autobus se mueve con una velocidad de 20 m/s y comienza a detenerse a razón de 3 m/s cada segundo. Encontrar la distancia que recorre antes de detenerse.

Datos	Incógnita	Fórmula
$Vi = 20\ m/s$ $Vf = 0\ m/s$ $a = -3\ m/s^2$	$d = ?$	$Vf^2 = Vi^2 + 2ad$

Despeje:

$$Vf^2 - Vi^2 = 2ad$$

$$\frac{Vf^2 - Vi^2}{2a} = d$$

Como el sistema de unidades es adecuado, procederemos a efectuar la sustitución:

$$d = \frac{(0 m/s)^2 - (20\ m/s)^2}{2(-3\ m/s^2)} = \frac{-400\ m^2/s^2}{-6\ m/s^2} = 66.66\ \frac{m^{\cancel{2}}\cancel{s^2}}{\cancel{m}\cancel{s^2}}$$

$d = 66.66$ m

Ejemplo 3 :

Un cañon antiaéreo dispara verticalmente hacia arriba, con una velocidad inicial de 500 m/s. Despreciando el rozamiento del aire. Calcular: cuando estará a 10 km de altura?

Como la granada mientras no tenga contacto con ningún objeto, puede sobrepasar la altura asignada, se pueden lograr 2 resultados; el primero cuando va de subida, y el segundo al ir bajando. Esto implica que se utilizará una ecuación de segundo grado, ya que se requiere de dos resultados. Recordando, tendremos que tener una ecuación de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

expresada en función al tiempo

$$at^2 + bt + c = 0$$

partiendo de la fórmula:

$$d = Vit + \frac{at^2}{2}$$

vemos que el único dato desconocido es el tiempo, por lo cual podremos aplicar dicha fórmula:

Datos:	Incógnita:	Fórmula:
$d = 10$ km x 1000m/1 km = 10000 m	$t = ?$	$d = Vit + \frac{at^2}{2}$
$Vi = 500$ m/s		
$a = -9.8\ m/s^2$		

Despeje:

$$0 = -d + Vit + \frac{at^2}{2}$$

o acomodando:

$$\frac{at^2}{2} + Vit - d = 0$$

por lo cual y análogamente a :

$at^2 + bt + c = 0$ tenemos:

$a = 1/2\ a; \qquad b = Vi \quad y \quad c = -d$

Sustituyendo en la ecuación general:

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$ tendremos:

$$t = \frac{-Vi \pm \sqrt{Vi^2 - 4(1/2a)(d)}}{2\ (1/2a)}$$

$$t = \frac{-Vi \pm \sqrt{Vi^2 + 2ad}}{a}$$ sustituyendo:

$$t = \frac{-500\ m/s \pm \sqrt{(500\ m/s)^2 + 2\ (-9.8\ m/s^2)(10000\ m)}}{-\ 9.8\ m/s^2} =$$

$$t = \frac{-500\ m/s \pm \sqrt{250000 m^2/s^2 - 196000\ m^2/s^2}}{-\ 9.8\ m/s^2} =$$

$$t = \frac{-500\ m/s \pm \sqrt{54000\ m^2/s^2}}{-\ 9.8\ m/s^2} = \frac{-500\ m/s \pm 232.38\ m/s}{-\ 9.8\ m/s^2}$$

$$t_1 = \frac{-\ 500\ m/s + 232.38\ m/s}{-\ 9.8\ m/s^2} = \frac{-267.62\ m/s}{-9.8\ m/s^2} = 27.28\ \frac{m\ s^2}{m\ s}$$

$t_1 = \quad 27.28\ s \qquad$ (tiempo de subida).

$$t_2 = \frac{-\ 500\ m/s - 232.38\ m/s}{-\ 9.8\ m/s^2} = \frac{-732.38\ m/s}{-\ 9.8\ m/s^2} = 74.73\ \frac{m\ s^2}{m\ s}$$

$t_2 = \quad 74.73\ s \qquad$ (tiempo de bajada).

RESUMEN TEMA 3

En este tema se han analizado la resolución de ecuaciones de primer y segundo grado, y la conversión de unidades.

a) Resolución de ecuaciones.

Aquí aplicaremos el siguiente axioma: "si con cantidades iguales se verifican operaciones iguales, la igualdad en una ecuación continúa", es decir:

1.- Si a los dos miembros de una ecuación se suma o resta una misma cantidad, la igualdad subsiste.

Ejemplo:

$$85 = 79 + 6$$
$$85 + 5 = (79 + 6) + 5$$

ó

$$143 = 138 + 5$$
$$143 - 7 = (138 + 5) - 7$$

2.- Si los dos miembros de una ecuación se multiplican o dividen por una misma cantidad, positiva o negativa, la igualdad continúa.

Ejemplo:

$$8 + 5 = 13$$
$$(8 + 5)\ 9 = 13\ (9)$$
$$72 + 45 = 117$$
$$117 = 117$$

$$11 + 13 = 24$$
$$\frac{11 + 13}{6} = \frac{24}{6}$$
$$\frac{24}{6} = \frac{24}{6}$$
$$4 = 4$$

3.- Si los dos miembros de una ecuación se elevan a una misma potencia o se les extrae una misma raíz, la igualdad permanece.

Ejemplo:

$$5 = 4 + 1$$
$$(5)^2 = (4 + 1)^2$$
$$25 = 4^2 + 2\ (4)(1) + (1)^2$$

$$36 = 9\ (4)$$
$$\sqrt{36} = \sqrt{9\ (4)}$$
$$\sqrt{36} = \sqrt{9}\ \sqrt{4}$$

$25 = 16 + 8 + 1$ $\qquad\qquad$ $6 = 3\ (2)$

$25 = 25$ $\qquad\qquad$ $6 = 6$

b) Ecuación de segundo grado.

La ecuación general de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$, tiene dos y solo dos raíces cuyos valores son:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

lo cual nos lleva a tres casos posibles:

1.- Si $b^2 - 4ac$ es una cantidad positiva. En este caso las raíces son reales y desiguales.

2.- Si $b^2 - 4ac = 0$. En este caso las raíces son reales e iguales.

3.- Si $b^2 - 4ac$ es menor que cero. En este caso las raíces son imaginarias.

Ejemplos:

a) $3x^2 - 7x + 2 = 0$

$$x_1 = \frac{-(-7) + \sqrt{(-7)^2 - 4(3)(2)}}{2\ (3)} \qquad x_2 = \frac{-(-7) - \sqrt{(-7)^2 - 4(3)(2)}}{2\ (3)}$$

$$x_1 = \frac{7 + \sqrt{49 - 24}}{6} = \frac{7 + \sqrt{25}}{6} \qquad x_2 = \frac{7 - \sqrt{49 - 24}}{6} = \frac{7 - \sqrt{25}}{6}$$

$$x_1 = \frac{7 + 5}{6} = \frac{12}{6} = 2 \qquad x_2 = \frac{7 - 5}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

b) $4x^2 - 12X + 9 = 0$

$$x_1 = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4\ (4)(9)}}{2\ (4)}$$

$$x_1 = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{(8)}$$

La raíz es cero.
Una solución.

$$x_1 = \frac{12 + 0}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

c) $x^2 - 2x + 3 = 0$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(3)}}{2\ (1)}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 12}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-8}}{2}$$

$\sqrt{-8}$ sus raíces son imaginarias.

c) Conversión de unidades.

Aquí se aplica el principio de la división que nos indica que al dividir dos factores iguales el resultado es la unidad y se obedece la ley conmutativa de la multiplicación que nos dice que el órden de los factores no altera el producto. Así:

$$ab = ba \qquad \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} = \frac{a}{c} \cdot \frac{b}{b} = \frac{a}{c}$$

E j e m p l o :

Convertir 108 km/h a m/s

$$\frac{108\ km}{h} = x\ \frac{1h}{3600\ s}\ x\ \frac{1000\ m}{1\ km} = \frac{108\ (1000)}{3600}\ (km/km)\ (h/h)$$

$(m/s) = 30\ m/s.$

TEMA 4

D I N A M I C A

En este tema, el alumnado se enfrenta a dificultades, otra vez en despejes y en la resolución de problemas de impulso y cantidad y movimiento, sobre todo cuando se encuentran con dos incógnitas (resolución de dos ecuaciones con dos incógnitas) y binomios de Newton.

Ejemplo 1:

Una fuerza constante de 10 Newtons, actúa sobre un objeto de 5 kg. Que viaja a 12 m/s. En cuanto tiempo podrá esta fuerza detener al objeto.

Datos	Incógnita	Fórmula
$V_i = 12 m/s$ $V_f = 0 m/s$ $F = 10N$	$t = ?$	$F = ma$ pero $a = \frac{V_f - V_i}{t}$ Por lo tanto, $F = m\left(\frac{V_f - V_i}{t}\right)$

Despeje:

Aplicando las reglas anteriores, notamos que el tiempo se encuentra en el segundo miembro de la ecuación dividiendo, por lo cual lo trasladaremos al primer miembro multiplicando, con el objeto de tenerlo en el numerador y lograr un fácil despeje, por lo tanto:

$$Ft = m(V_f - V_i)$$

Enseguida, notamos que el término de fuerza (F) que acompaña al tiempo multiplicándolo, puede ser transferido al segundo miembro dividendo, por lo que el despeje nos quedará:

$$t = \frac{m(V_f - V_i)}{F}$$

Desarrollo:

$$t = \frac{6kg\ (0\ m/s - 12\ m/s)}{10\ N} = \frac{6\ kg\ (-12\ m/s)}{10\ kg\ m/s^2} = \frac{-72}{10}\ s$$

t = - 7.2 s. El signo menos nos indica que la fuerza es opuesta al movimiento.

Ejemplo 2.- Cantidad de Movimiento.

Una pelota de 1 kg se mueve a 12 m/s, y choca de --- frente con una pelota de 2 kg que se mueve en la misma dirección, - pero en sentido opuesto a 24 m/s. Encuentre la velocidad de cada - una después del impacto, sabiendo que el coeficiente de restitución es:

a) 2/3 (Semielástico)
b) 1 (Completamente elástico)

Datos	Incógnitas:
m1 = 1 kg	V1 = ?
m2 = 2 kg	V2 = ?
U1 = 12 m/s	
U2 = -24 m/s (Sentido contrario)	

Fórmulas:

$$m1\ U1 + m2\ U2 = m1\ V1 + m2\ V2$$

$$e = \frac{V2 - V1}{U1 - U2}$$

Sustitución:

a) $1\ kg\ (12\ m/s) + 2\ kg\ (-24\ m/s) = 1\ kg\ V1 + 2\ kg\ V2$

$12\ kg\ m/s - 48\ kg\ m/s = kg\ (V1 + 2\ V2)$

$$\frac{-36\ kg\ m/s}{kg} = V1 + 2\ V2$$

$- 36\ m/s = V1 + 2\ V2$ ---------- (1)

b) $$2/3 = \frac{V2 - V1}{12\ m/s - (-24\ m/s)}$$

$$2/3 = \frac{V2 - V1}{36\ m/s}$$

$$\frac{36\ m/s\ (2)}{3} = V2 - V1$$

$$24\ m/s = V2 - V1 \qquad \text{------------} \quad (2)$$

El resultado son dos ecuaciones con dos incógnitas, el cual puede resolverse de diversas formas.

Resolveré y explicaré los dos casos más utilizados:

a) Por sustitución

$-36 = V1 + 2\ V2$ .... (1)

$24 = V2 - V1$ .... (2)

Se despeja una de las ecuaciones, y se sustituye en la otra.

De la ecuación . . (1)

$-36 - 2\ V2 = V1$ .... (3)

Sustituyendo ... (3) en ... (2)

$24 = V2 - (-36 - 2\ V2)$

$24 = V2 + 36 + 2\ V2$

$24 = 36 + 3\ V2$

$24 - 36 = 3\ V2$

$-12 = 3\ V2$

$\frac{-12}{3} = V2$

$-4 = V2$

V2 = 4 m/s en dirección de la pelota (2)

Sustituyendo V2 en (3)

$- 36 - 2\ (-4) = V1$

$- 36 + 8 = V1$

$- 28 = V1$

V1 = 28 m/s en dirección de la pelota (2)

b) Por Igualación:

Se despeja la misma incógnita en las dos ecuaciones y se igualan entre sí:

$-36 = V1 + 2\ V2 \quad . . . (1)$

$24 = V2 - V1 \quad . . . . . (2)$

De (1)

$-36 - V1 = 2\ V2$

$\frac{-36 - V1}{2} = V2 \quad . . . (3)$

De (2)

$24 + V1 = V2 \quad . . . . . (4)$

Igualando . . . (3) = . . . (4)

$\frac{-36 - V1}{2} = 24 + V1$

$-36 - V1 = 2\ (24 + V1)$

$-36 - V1 = 48 + 2\ V1$

$-36 - V1 - 2\ V1 = 48$

$-36 - 3\ V1 = 48$

$-\ 3\ V1 = 48 + 36$

$V1 = \frac{84}{-3}$

$V1 = -28$

$V1 = 28$ m/s en dirección de la pelota (2)

Sustituyendo en (3) ó (4).

En (3).

$V2 = \frac{-36 - V1}{2}$

$V2 = \frac{-36 - (-28)}{2}$

$V2 = \frac{-8}{2}$

$V2 = -4$

$V2 = 4$ m/s en dirección de la pelota (2)

En (4)

$V2 = 24 + V1$

$V2 = 24 + (-28)$

$V2 = -4$

$V2 = 4$ m/s en dirección de la pelota (2)

Ejemplo 3.

Dos pelotas idénticas chocan frontalmente, la velocidad inicial de una es 0.75 m/s, mientras que la otra es 0.43 m/s. Si el choque es perfectamente elástico ¿Cual es la velocidad con -- que rebotan las pelotas?

Datos:	Incógnitas:
$U1 = 0.75$ m/s	$V1 = ?$
$U2 = -0.43$ m/s	$V2 = ?$
$m1 = m2$	

Fórmulas:

$$m1U1 + m2U2 = M1V1 + m2V2$$

$$1/2\ m1U1^2 + 1/2\ m2U2^2 = 1/2\ m1V1^2 + 1/2\ m2V2^2$$

Despejes y Desarrollo

$$m1 = m2$$

$$m1U1 + m1U2 = m1V1 + m1\ V2$$

$$m1(U1 + U2) = m1\ (V1 + V2)$$

$$\frac{M1\ (U1 + U2)}{m1} = V1 + V2$$

$$\boxed{U1 + U2 = V1 + V2}$$

$$1/2\ m1\ U1^2 + 1/2\ m1\ U2^2 = 1/2\ m1\ V1^2 + 1/2\ m1\ V2^2$$

$$1/2\ m1\ (U1^2 + U2^2) = 1/2\ m1\ (V1^2 + V2^2)$$

$$\frac{1/2\ m1\ (U1^2 + U2^2)}{1/2\ m1} = V1^2 + V2^2$$

$$\boxed{U1^2 + U2^2 = V1^2 + V2^2}$$

Resolución:

$0.75\ m/s + (0.43\ m/s) = V_1 + V_2$

$0.32\ m/s = V_1 + V_2$ - - - - - - - - - - - - - - (1)

$(0.75\ m/s)^2 + (0.43\ m/s)^2 = V_1^2 + V_2^2$

$0.5625\ m^2/s^2 + 0.1849\ m^2/s^2 + V_1^2 + V_2^2$

$0.7474\ m^2/s^2 = V_1^2 + V_2^2$ -

Por sustitución:

De (1)

$V_1 = 0.32\ m/s - V_2$ - - - - - - - - - - - (3)

sustituyendo 3 en 2:

$0.7474\ m^2/s^2 = (0.32\ m/s - V_2)^2 + V_2^2$

$0.7474\ m^2/s^2 = 0.1024\ m^2/s^2 - 0.64\ V_2\ m^2/s^2 + V_2^2 + V_2^2$

$0 = -0.7474\ m^2/s^2 + 0.1024\ m^2/s^2 - 0.64\ V_2\ m/s + 2\ V_2^2$

$0 = -0.6050\ m^2/s^2 - 0.64\ V_2\ m/s + 2\ V_2^2$

Acomodando:

$2\ V_2^2 - 0.64\ m/s\ V_2 - 0.6050\ m^2/s = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

$$V_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 2$ $b = -0.64\ m/s$ $c = -0.6050\ m^2/s^2$

$$V_2 = \frac{-(-0.64\ m/s) \pm \sqrt{(-0.64\ m/s)^2 - 4\ (2)(-0.6050\ m^2/s^2)}}{2\ (2)}$$

$$V_2 = \frac{0.64\ m/s \pm \sqrt{0.4096\ m^2/s^2 + 4.84\ m^2/s^2}}{4}$$

$$V_2 = \frac{0.64\ m/s \pm \sqrt{5.2496\ m^2/\ s^2}}{4}$$

$V_2 = 0.64\ m/s \pm V$

$$V_2 = \frac{0.64\ m/s\ + 2.36\ m/s}{4}$$

$$V_2 = \frac{3\ m/s}{4}$$

$$V_2 = 0.75\ m/s$$

$$V_2' = \frac{0.64\ m/s - 2.36\ m/s}{4}$$

$$V_2' = \frac{-1.72}{4} = -0.43\ m/s$$

Como el choque es elástico $V_2' = V_1$

En este tipo de problemas puede encontrarse también un problema del Binomio de Newton.

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Ejemplo:

$(0.32\ m/s - V_2)^2$

$a = 0.32\ m/s$

$b = -V_2$

$a^2 = (0.32\ m/s)^2 = 0.1024\ m^2/s^2$

$2ab = 2(0.32\ m/s)(-V_2) = -0.64\ m/s\ V_2$

$b^2 = (-V_2)^2$

$b^2 = V_2{}^2$

$(0.32\ m/s - V_2)^2 = 0.1024\ m^2/s^2 - 0.64\ V_2\ m/s + V_2{}^2$.

RESUMEN TEMA 4

En este tema se analizaron los temas correspondientes a ecuaciones de primer grado con una y dos incógnitas y al Binomio de Newton.

La explicación de la ecuación de primer grado con una incógnita fué explicado en el tema anterior por lo cual enfrentaremos los otros dos temas.

Sistema de ecuaciones con dos incógnitas.

Dos o más ecuaciones con dos o más incógnitas son simultáneas cuando se satisfacen para iguales valores de las incógnitas.

Existen varios métodos de resolución de estos sistemas, pero aquí solo analizaremos los métodos por igualación y sustitución.

<u>Método por sustitución.</u>

En este método despejamos cualquiera de las incógnitas de cualquier ecuación y la sustituimos por la otra resolviendola como ecuación de primer grado con una incógnita.

Ejemplo:

$$2x + 5y = -24 \quad . . . \quad (1)$$
$$8x - 3y + 19 \quad . . . \quad (2)$$

1.- Despejamos "y" de la primera ecuación:

$$2x + 5y - 2X = -24 - 2x$$

$$5y = -24 \ -2x$$

$$\frac{5y}{5} = \frac{-24 - 2x}{5}$$

$$y = \frac{-24 - 2x}{5} \quad . . . \quad (3)$$

2.- Sustituimos 2 y 2 en la segunda ecuación.

Resolvemos:

$$8x - 3 \left(\frac{-24 \ -2x}{5} \right) = 19$$

$$8x - 8x -3 \left(\frac{-24 - 2x}{5} \right) = 19 - 8x$$

$$\frac{72 + 6x}{5} = 19 - 8x$$

$$5\left(\frac{72 + 6x}{5}\right) = 5\,(19 - 8x)$$

$$72 + 6x = 95 - 40x$$

$$72 + 6x + 40x = 95 - 40x + 40x$$

$$72 + 46x = 95$$

$$72 + 46x - 72 = 95 - 72$$

$$46x = 23$$

$$\frac{46x}{46} = \frac{23}{46}$$

$$x = \frac{23}{46}$$

$$x = 1/2$$

Sustituimos el valor de "x" en la ecuación (3)

$$y = \frac{-24 - 2x}{5}$$

$$y = \frac{-24 - 2(1/2)}{5}$$

$$y = \frac{-24 - 1}{5}$$

$$y = \frac{-25}{5}$$

$$y = -5$$

<u>Método por igualación.</u>

Despejamos de ambas ecuaciones la misma incógnita y las igualamos entre sí. Posteriormente resolvemos como ecuación de primer grado con una incógnita.

E j e m p l o :

$$7x + 4y = 13 \quad \ldots \quad (1)$$
$$5x - 2y = 19 \quad \ldots \quad (2)$$

De la ecuación (1)

$$7x + 4y - 4y = 13 - 4y$$
$$7x = 13 - 4y$$
$$\frac{7x}{7} = \frac{13 - 4y}{7}$$
$$x = \frac{13 - 4y}{7} \quad \ldots \quad (3)$$

De . . . (2)

$$5x - 2y + 2y = 19 + 2y$$
$$5x = 19 + 2y$$
$$\frac{5x}{5} = \frac{19 + 2y}{5}$$
$$x = \frac{19 + 2y}{5} \quad \ldots \quad (4)$$

Igualamos (3) y (4)

$$\frac{13 - 4y}{7} = \frac{19 + 2y}{5}$$
$$7\left(\frac{13 - 4y}{7}\right) = \frac{7(19 + 2y)}{5}$$
$$13 - 4y = \frac{133 + 14y}{5}$$
$$5(13 - 4y) = \frac{5(133 + 14y)}{5}$$
$$65 - 20y = 133 + 14y$$
$$65 - 20y - 14y = 133 + 14y - 14y$$
$$65 - 34y = 133$$
$$65 - 34y - 65 = 133 - 65$$
$$-34y = 68$$
$$\frac{-34y}{-34} = \frac{68}{-34}$$
$$y = -2$$

Se sustituye en (3) ó (4)

$$x = \frac{13 - 4y}{7}$$

$$x = \frac{13 - 4(-2)}{7}$$

$$x = \frac{13 + 8}{7}$$

$$x = \frac{21}{7}$$

$$x = 3$$

Binomio de Newton.

Pertenece al tema de productos notables los cuales -- pueden resolverse por simple inspección sin verificar la multiplicación. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Es decir que el cuadrado de la suma de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad más el duplo del producto de la primera cantidad por la segunda más el cuadrado de la segunda cantidad.

E j e m p l o :

$(2x - 3y)^2$

$a = 2x \quad b = -3y$

$(2x - 3y)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(-3y) + (-3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$

TEMA 5

T R A B A J O   Y   E N E R G I A

Este tema presenta problemática a los alumnos en despejes y conversión de unidades, debido a que las unidades utilizadas presentan términos poco digeribles como el tiempo elevado a diferentes potencias.

Es necesario pues que el alumno comprenda las unidades más usuales y sus conversiones, las cuales expondré en el cuadro número 1.

Los siguientes ejemplos estarán basados en el cuadro arriba mencionado y en las conversiones, tomaré en cuenta la explicación dada en el tema número tres.

Ejemplo 1.

Convertir:

a) 5 Newtons a dinas y libras fuerzas.
b) 800,000 dinas a Newtons y libras fuerza.
c) 147,000 libras fuerza a Newtons y dinas.

Resoluciones:

a) $5N = 5\ Kg\ m/s^2$

$$\frac{5\ Kg\ m}{s^2} \times \frac{1{,}000\ g}{1\ Kg} \times \frac{100\ cm}{1 m} = 500{,}000\ g\ cm/s^2 =$$

$$= 500{,}000 \text{ dinas.}$$

$$\frac{5\ Kg\ m}{s^2} \times \frac{1\ ft}{0.3054\ m} \times \frac{1\ lb}{0.454\ Kg} = 36.11\ lbft/s^2 = 36.11\ lbf.$$

b) $800{,}000 \text{ dinas} = 800{,}000\ gcm/s^2$

CUADRO 1.

UNIDADES / SISTEMAS	MASA	LONGITUD	TIEMPO	VELOCIDAD	ACELERACION	FUERZA	TRABAJO Y ENERGIA	POTENCIA
INTERNACIONAL o MKS	KILOGRAMO Kg	METRO m	SEGUNDO s	m / s	m / s^2	Newton (N) 1N = 1Kg m/s^2	Joule (J) 1J = 1N m = 1 Kg m^2/s^2	Watt (W) 1W = 1J/s = 1Kg m^2/s^3
GRAVITACIONAL o CGS	GRAMO g	CENTIMETRO cm	SEGUNDO s	cm / s	cm / s^2	Dina 1dina = 1g cm/s^2	Erg 1 Erg = 1dina cm = 1g $\frac{cm^2}{s^2}$	no se utiliza
INGLES	LIBRA lb	PIE ft	SEGUNDO s	ft / s	ft / s^2	1bf = 1 1bft / s^2	1bfm 1 1bfm = 11b m^2 / s^2	no se utiliza

Existen en potencia otras unidades muy utilizadas y que no pertenecen a estos sistemas, como el Kilo-watt-hora (Kwh) y el caballo de potencia (hp).

$$800{,}000 \frac{gcm}{s^2} \times \frac{1\ Kg}{1000\ g} \times \frac{1\ m}{100\ cm} = 8 \frac{Kg\ m}{s^2}$$

$$800{,}000 \frac{gcm}{s^2} \times \frac{1\ lb}{454\ g} \times \frac{1\ ft}{30.54cm} = 57.7 \frac{lbgft}{s^2} = 57.7\ lbf$$

c) 147,000 $lbft/s^2$

$$147{,}000 \frac{lbft}{s^2} \times \frac{1\ Kg}{2.2\ lb} \times \frac{0.3054\ ftm}{1\ ft} = 20406.3 \frac{Kg\ m}{s^2} =$$

$$= 20{,}406.3\ N$$

$$147{,}000 \frac{lbft}{s^2} \times \frac{454\ g}{lb} \times \frac{30.54\ cm}{1\ ft} = 2{,}040'630{,}000 \frac{gcm}{s^2} =$$

$$= 2{,}040'630{,}000 \text{ dinas.}$$

Ejemplo 2 :

Calcular el trabajo que realiza contra la gravedad una bomba que descarga 600 litros de aceite combustible, dentro de un tanque situado a 20 metros por arriba de la toma, sabiendo que en un centímetro cúbico tiene una masa de 0.82 gramos y un litro tiene 1,00 centímetros cúbicos.

Datos	Incógnita	Fórmulas
Vol = 600 lt	t = ?	T = Fd
altura (h) = 20 m		T = mad
a = g = 9.8 m/s^2		T = mgh
1 cm^3 = 0.82 g		
1 lt = 1,000 cm^3		

La masa levantada es:

$$600 \text{ litros} \times \frac{1000\ cm^3}{1\ litro} \times \frac{0.82\ g}{1\ cm^3} = 492{,}000\ g \times \frac{1\ Kg}{1000\ g} = 492\ Kg$$

$$T = 492\ Kg\ (9.8\ m/s^2)(20m) = 96{,}400\ Kg\ m^2/s^2 = 96{,}400\ J$$

Ejemplo 3.

Un motor de 0.25 hp se usa para levantar una carga con una velocidad de 5 cm/s ¿Cuál es la máxima carga que puede le vantarse con esta velocidad constante, sabiendo que un hp es igual a 746 watts?

Datos	Incógnita	Fórmulas
$P = 0.25$ hp	$m = ?$	$P = \frac{T}{t}$
$V = 5$ cm/s		$P = \frac{Fd}{t}$
1 hp = 746 watts		$P = FV$
$a = g = 9.81$ m/s²		$P = maV$
		$P = mgV$
		$m = \frac{P}{gV}$

Desarrollo:

$$m = \frac{0.25 \text{ hp}^{*} \quad \frac{746 \text{ watts}}{1 \text{ hp}} \times \frac{1 \text{ Kg m}^2/\text{s}^3}{1 \text{ watt}}}{9.8 \text{ m/s}^2 \quad \times \quad 5 \text{ cm/s} \quad \times \quad \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}}} = 381 \text{ Kg}$$

RESUMEN TEMA 5

En este tema se analizaron los temas de conversión de unidades y resolución de ecuaciones cuya explicación se trató en el tema número tres.

TEMA 6

G R A V I T A C I O N

En este tema no se presentan muchos problemas, unicamente he notado que el estudiante vuelve a tener contratiempos en el despeje de las fórmulas.

Las fórmulas más utilizadas en este tema son las de la Ley de la Gravitación Universal y la tercera Ley de Kepler.

Ley de la Gravitación Universal

$$F = G \frac{m\, m'}{r^2} \qquad \text{en donde}$$

r es la distancia entre los centros de masa $G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$ y m m' son masas en cuestión siendo F la fuerza.

En estos temas es recomendable utilizar el sistema internacional de medidas (mks).

La Tercera Ley de Kepler

Esta ley nos dice que el cuadrado de un período es proporcional al cubo de la distancia entre dos centros de masa y es muy utilizado en el cálculo de los períodos de los planetas.

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G\, M} r^3$$ en donde M sería la masa del Sol.

Ejemplo 1:

Calcule la masa de la tierra, considerando que ésta es una esfera de radio de 6,370 km.

Datos	Incógnita
r = 6,370 km = 6/370,000 m	m = ?

Datos:

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{Kg^2} = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\frac{Kg\ m}{s^2}\ m^2}{kKg^2} = 6.67 \times 10^{-11} \frac{m^3}{Kg\ s^2}$$

$g = 9.81\ m/s^2$

Fórmula:

$$F = G\ \frac{m\ m'}{r^2}$$

Siendo m' la masa de cierto objeto que se encuentra sobre la superficie de la tierra, su fuerza obedeciendo la segunda Ley de Newton será $F = m'a = m'g$
por lo tanto:

$$m'g = G\ \frac{m\ m'}{r^2}$$ por lo cual:

$$\frac{m'gr^2}{Gm'} = m$$

Desarrollando:

$$m = \frac{9.81\ m/s^2\ (6.37 \times 10^6\ m)^2}{6.67 \times 10^{-11}\ m^3/Kg\ s^2} = \frac{3.98 \times 10^{14}\ m^3\ s^2\ Kg}{6.67 \times 10^{-11}\ m^3\ s^2}$$

$m = 0.5968 \times 10^{25}$ Kg

$m = 6 \times 10^{24}$ Kg

Ejemplo 2:

El período de Jupiter es de 11.86 años. Determinar su distancia al Sol.

Datos

$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{m^3}{Kg\ s^2}$

$M = 2 \times 10^{30}$ Kg

Incógnita

$r = ?$

$$T = 11.86 \text{ años} \times \frac{31.104 \times 10^{6} \text{ seg}}{1 \text{ año}} = 3.69 \times 10^{8} \text{ seg}$$

Fórmula:

$$T^2 = \frac{4 \pi^2}{G M} r^3 \quad \text{de donde}$$

$$r^3 = \frac{T^2 G M}{4 \pi^2}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{T^2 G M}{4 \pi^2}}$$

Desarrollo:

$$r = \sqrt[3]{\frac{(3.69 \times 10^{8} \text{ seg})^2 (6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{Kg seg}^2) (2 \times 10^{30} \text{ Kg})}{4 (\pi^2)}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{(1.3608 \times 10^{17} \text{ seg}^2)(6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{Kg seg}^2)(2 \times 10^{30} \text{ Kg})}{4 (\pi^2)}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{18.153 \times 10^{36} \text{ Km}^3}{39.4784}} = \sqrt[3]{0.4598 \times 10^{36} \text{ m}^3}$$

$$r = 0.7718 \times 10^{12} \text{ m}$$

$$r = 7.718 \times 10^{8} \text{ Km}$$

RESUMEN TEMA 6

La problemática se centra en la resolución de ecua-- ciones de primer grado que se trató en el tema tres.

TEMA 7

E S T R U C T U R A   D E   L A   M A T E R I A

En este tema, los alumnos presentan una variedad de problemas en despejes, en manejo y conversión de unidades, y en -- factorización.

Ejemplo 1:

Un tubo de diámetro interno variable, transporta agua. En la primera sección el diámetro es de veinte centímetros y la presión es de 130 Kilopascales. En el punto dos, que se encuentra a cuatro metros más alto que el punto uno, el diámetro es de treinta centímetros. Si el flujo es de 0.08 metros cúbicos sobre segundo. ¿Cuál es la presión en el segundo punto?.

Datos	Incógnita
$d_1 = 20\ cm = 0.2\ m$	$P_2 = ?$
$P_1 = 130\ Kpa = 130{,}000\ N/m^2$	
$h_2 - h_1 = 4\ m$	
$P_1 = P_2 = 1000\ Kg/m^3$	
$d_2 = 30\ cm = 0.3\ m$	
$Q = 0.08\ m^3/s$	
$1Pa = 1N/m^2$	

Fórmula:

$$P_1 + 1/2\rho V_1^2 + h_1\rho g = P_2 + 1/2\rho V_2^2 + h_2\rho g.$$

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 \Longrightarrow V_1 = Q/A_1 \quad y \quad V_2 = Q/A_2$$

$$A = \pi r^2$$

Resolución:

$$P_1 + 1/2\rho(Q/A_1)^2 + h_1\rho g = P_2 + 1/2\rho(Q/A_2)^2 + h_2\rho g$$

$$P_2 = P_1 + 1/2\rho(Q/A_1)^2 + h_1\rho g - 1/2\rho(Q/A_2)^2 - h_2\rho g$$

$$P_2 = P_1 + 1/2\rho[(Q/A_1)^2 - (Q/A_2)^2] + \rho g\ (h_1 - h_2)$$

$$P_2 = P_1 + 1/2\rho[(Q/\pi d_1^2/4)^2 - (Q/\pi d_2^2/4)^2] + \rho g\ (h_1 - h_2)$$

$$P_2 = P_1 + 1/2\rho[(4Q/\pi d_1^2)^2 - (4Q/\pi d_2^2)^2] + \rho g\ (h_1 - h_2)$$

$$P_2 = 130{,}000\ N/m^2 + 1/2\ (1000\ Kg/m^3)\ [(4(0.08 m^3/s)/\pi(0.2m)^2)^2 - (4(0.08m^3/s)/\pi(0.3m)^2)^2] + 1000\ Kg/m^3\ (9.81\ m/s^2)(-4\ m)$$

$$P_2 = 130{,}000\ N/m^2 + 500\ Kg/m^3\ [6.4846\ m^2/s^2\ -\ 1.2809\ m^2/s^2]$$

$$P_2 = 130{,}000\ \frac{\frac{Kg\ m}{s^2}}{m^2} + 2{,}601.85\ \frac{Kg}{ms^2}$$

$$P_2 = 130{,}000\ Kg/ms^2 + 2{,}601.85\ Kg/ms^2\ -\ 39{,}240\ Kg/ms^2$$

$$P_2 = 93{,}361.85\ \ Kg/ms^2\ x\ 1N/1Kgm/s^2 = 93{,}361.85\ N/m^2\ x\ 1\ Kpa/1000\ N/m^2$$

$$P_2 = 93.36\ Kpa$$

Ejemplo 2:

Una masa de oxígeno ocupa 20 litros a la presión atmosférica de 101 Kpa y 0°F. Determinar su volumen si la presión se incrementa a 121 Kpa y la temperatura cambia a 60°F.

Datos	Incógnita	Fórmulas
P_1 = 101 Kpa	V_2 = ?	°F = 9/5 °C + 32
T_1 = 0 °F = -17.78 °C		$\frac{P_1\ V_1}{T_1} = \frac{P_2\ V_2}{T_2}$
V_1 = 20 l		
P_2 = 121 Kpa		
T_2 = 60 °F = 15.56 °C		

Aquí se presenta el problema del despeje el cual vamos a desarrollar paso a paso.

°F = 9/5 °C + 32

°F - 32 = 9/5 °C

5 (°F - 32) = 9°C

$5/9\ (°F - 32) = °C$

$°C = 5/9\ (°F - 32)$

$T_1 = 5/9\ (\ 0 - 32)$

$T_1 = 5/9\ (-32)$

$T_1 = -160/9$

$T_1 = -17.78\ °C$

$T_2 = 5/9\ (60 - 32)$

$T_2 = 5/9\ (\ 28\ )$

$T_2 = 140/9$

$T_2 = 15.56\ °C$

En estos problemas las temperaturas hay que convertirlas a temperaturas absolutas por lo que en este caso se convertirán a grados Kelvin:

$T°K = T°C = 273$

$T_1 = -17.78 + 273 = 255.22\ °K$

$T_2 = 15.56 + 273 = 288.56\ °K$

Despejando V_2 de la fórmula:

$$\frac{P_1\ V_1\ T_2}{T_1} = P_2\ V_2$$

$$\frac{P_1\ V_1\ T_2}{T_1\ P_2} = V_2$$

$$V_2 = \frac{P_1\ V_1\ T_2}{T_1\ P_2}$$

$$V_2 = \frac{101\ \text{Kpa}\ (20\ 1)(288.56°K)}{255.22\ °K\ \ (121\ \text{Kpa})} = 18.87\ \text{litros}$$

$V_2 = 18.87$ litros

Ejemplo 3:

Un calorímetro de cobre de 200 g contiene 150 g de aceite a 20°C. Al aceite se le agregan 80 g de aluminio a 300°C. ¿Cuál será la temperatura del sistema en equilibrio?.

Cpcu = 0.093 cal/g°C Cpal = 0.21 cal/g°C Cpaceite = 0.37 cal/g°C

Obedeciendo a la Ley de conservación de la energía, el calor perdido por el aluminio es igual al calor ganado por el calorímetro y el aceite.

$$mCpal\ (AT) = mCpcu\ (AT) + mCpaceite\ (AT)$$

Datos	Incógnita
$m_{cu} = 200$ g	T_2sistema = ?
$m_{aceite} = 150$ g	
$m_{al} = 80$ g	
T_1aceite = 20°C	
T_1cu = 20°C	
T_1al = 300°C	

Fórmula:

$$mCpal\ (AT) = mCpcu\ (AT) + mCpaceite\ (AT)$$
$$mCpal\ (T_1al - T_2sist) = mCpcu\ (T_2s - T_1cu) + mCpaceite\ (T_2s - T_1cu)$$

Desarrollo:

$$(80g)\ 0.21\ cal/g°C(300°C - T_2) = 200g\ (0.093\ cal/g°C)(T_2 - 20°C) + (150g)(0.37\ cal/g°C)(T_2 - 20\ °C)$$

$$5040\ cal - 16.8\ T_2\ cal/°C = 18.6\ cal/°C\ T_2 - 372\ cal + 55.5\ T_2\ cal/°C - 1110\ cal.$$

$$5040\ cal + 372\ cal + 1110\ cal = 16.8\ cal/°C\ T_2 + 18.6\ cal/°C\ T_2 + 55.5\ cal/°C\ T_2.$$

$$6522\ cal = 90.9\ cal/°C\ T_2.$$

$$\frac{6522\ \text{cal}}{90.9\ \text{cal/°C}} = T_2$$

$T_2 = 71.74\ °C.$

RESUMEN TEMA 7

En esta sección se trataron los temas de ecuaciones de primer grado con una incógnita, conversión de unidades y factorización. Los dos primeros se explicaron en el tema tres y la factorización se explicará enseguida.

Se aplica sobre todo el tipo de factorización por -- término común en donde se analizan todos los miembros y se ve que elementos tienen en común y se extrae como factor para descomponerlo en un producto.

E j e m p l o :

Descomponer:

$6xy^3 - 9nx^2y^3 + 12nx^3y^3 - 3n^2x^4y^3$

El cual puede escribirse como:

$\underline{3}(2)(\underline{x})(\underline{y^3})-\underline{3}(3)(n)(\underline{x})(x)(\underline{y^3}) + \underline{3}(4)(\underline{x})(x^2)(\underline{y^3}) -\underline{3}n^2\underline{x}(x^3)\underline{y^3}$

Vemos que tienen en común todos los elementos al "3", "x" y "y", -- por lo cual factorizamos:

$3xy^3 \ (2 - 3nx + 4x^2 - n^2x^3)$

TEMA 8

E L E C T R O S T A T I C A

En este tema no se presentan graves problemas debido a que la profundidad en este tema se amplia en el curso impartido en el Sexto Año de Bachillerato y solo es especifico al alumnado que tiende a especializarse en alguna carrera en donde tenga aplicación, sin embargo, vamos a ejemplificar un caso.

Ejemplo:

En el modelo de Bohr del átomo de Hidrógeno ($q = -e$) circunda a un protón $q' = e$ en una órbita de radio 5.3×10^{-11} m, - la atracción del protón por el electrón, aporta la fuerza centrípeta necesaria para mantener al electrón en la órbita. Encontrar:

a) La fuerza de atracción eléctrica entre las partículas.

b) La rapidez del electrón.

La masa del electrón es de 9.1×10^{-31} Kg, y la carga de las partículas es de 1.6×10^{-19} coulombs.

La constante de Coulomb es igual a 9×10^{9} N m² / C²

Datos	Incógnita	Fórmula
$q = q' = 1.6 \times 10^{-19}$C	F = ?	$F = K\, qq' / r^2$
$m = 9.1 \times 10^{-31}$ Kg	V = ?	$F = mV^2 / r$
$K = 9 \times 10^{9}$ Nm² / C²		
$r = 5.3 \times 10^{-11}$m		

Desarrollo:

Para recordar el manejo de exponentes, repasaremos los siguientes casos:

$$a*x^n + b*x^n = (a+b)*x^n$$
$$a*x^n - b*x^n = (a-b)*x^n$$
$$(a*x^n)(b*x^m) = (ab)*x^{n+m}$$
$$\frac{a*x^n}{b*x^m} = \frac{a}{b} * x^{n-m}$$
$$(a*x^n)^m = a^m * x^{nm}$$

$$\sqrt[m]{(a^* x^n)} = \sqrt[m]{a} * x^{n/m}$$

$F = K\ qq'/r^2 = K\ q^2/r^2$

$F = 9 \times 10^{9} \cdot N\ m^2 / C^2\ [(1.6 \times 10^{-19}\ C)^2/(5.3 \times 10^{-11} m)^2]$

$F = 9 \times 10^{9}\ (2.56 \times 10^{-38}/\ 28.09 \times 10^{-22})\ Nm^2/C^2 \cdot C^2/m^2$

$F = 9 * 2.56/28.09 \times 10^{9} \times 10^{-38}/\ 10^{-22} =$

$F = 0.82 \times 10^{9\ -\ 38\ -\ (-22)}$

$F = 0.82 \times 10^{-7}\ N$

$F = 8.2 \times 10^{-8}\ N$

$F = mV^2\ /\ r$

$V2 = Fr/m$

$V = \sqrt{Fr/m}$

$$V = \sqrt{\frac{8.2 \times 10^{-8}\ N\ \ (5.3 \times 10^{-11}\ \ m)}{9.1 \times 10^{-31}\ \ Kg}} = \sqrt{\frac{8.2*5.3}{9.1} \times \frac{10^{-8} \times 10^{-11}}{10^{-31}}\frac{Kgm/s^2 \cdot m}{Kg}}$$

$$V = \sqrt{4.78 \times 10^{-8\ -11\ +\ 31}\ m^2/s^2}$$

$$V = \sqrt{4.78 \times 10^{12}\ \ m^2/s^2} = \sqrt{4.78} * \sqrt{10^{12}} \times \sqrt{m^2/s^2}$$

$V = 2.18 \times 10^{6}\ \ m/s$

RESUMEN TEMA 8

Aquí se aplican los exponentes y sus reglas, por lo cual recordamos las siguientes reglas:

$$ax^n + bx^n = (a+b)\ x^n$$

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

$$(x^n)^m = x^{m\ n}$$

$$\sqrt[m]{x^n} = x^{n/m}$$

E j e m p l o s :

$$3x^5 + 5x^5 = (3+5)\ x^5 = 8x^5$$

$$y^7 \times y^4 = y^{7+4} = y^{11}$$

$$\frac{q^4}{q^3} = q^{4-3} = q$$

$$(q^3)^4 = q^{3 \cdot 4} = q^{12}$$

$$\sqrt[5]{x^4} = x^{4/5}$$

TEMA 9

E N E R G I A   E L E C T R I C A

En este tema se presentan problemas referentes a un manejo de unidades, utilizado por primera vez en el curso, que sin embargo son de fácil utilización.

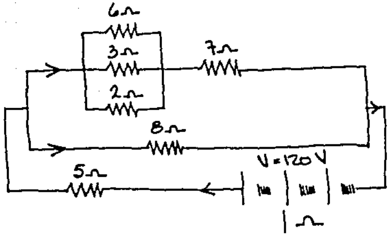
Es visible también, que la dificultad principal se representa en los circuitos eléctricos, específicamente cuando se trabajan resistores en paralelo.

Presentaremos un sumario de las principales unidades manejadas en este tema:

Concepto	Unidad	Equivalencia
Carga Eléctrica (q)	Coulombs (C)	
Diferencia de Potencial (V)	Volt (V)	$1V = 1\ J/C$
Intensidad de Corriente (I)	Ampere (A)	$1A = 1\ C/s$
Resistencia (R)	Ohm (Ω)	$1\Omega = 1\ V/A$
Potencia (p)	Watt (w)	$1W = 1VA = 1A^2\Omega$

Ejemplo:

Para el siguiente circuito, encontrar la resistencia equivalente, la intensidad de corriente a través de las resistencias de 5Ω.



Datos:

$R_1 = 2\ \Omega$
$R_2 = 3\ \Omega$
$R_3 = 6\ \Omega$
$R_4 = 7\ \Omega$
$R_5 = 8\ \Omega$
$R_6 = 5\ \Omega$
$R_7 = 1\ \Omega$
$V = 120\ V$

Incógnitas:

$Req = ?$
$I_5 = ?$
$I_7 = ?$
$I_3 = ?$
$P = ?$

Fórmulas

En paralelo

$$\frac{1}{Req} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots$$

En serie:

$$Req = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots$$

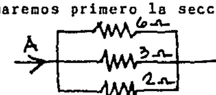
$$I = \frac{V}{R}$$

$$P = VI = I^2R = V^2/R$$

Desarrollo:

Para empezar a calcular la resistencia equivalente en el circuito, es necesario calcular resistencias equivalentes parciales, es decir, resolverlo por partes hasta lograr ejemplicar el circuito con una sola resistencia.

Tomaremos primero la sección de 2, 3 y 6 Ω



En virtud de que al llegar al punto A la corriente se dispersa por las tres trayectorias, entonces este sistema se encuentra conectado en paralelo, por lo tanto:

$$\frac{1}{Req} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{Req} = \frac{1}{6\Omega} + \frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{2\Omega}$$

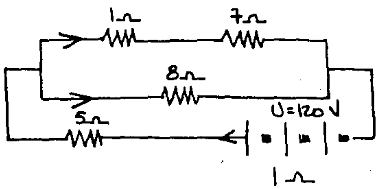
$$\frac{1}{Req} = \frac{1 + 2 + 3}{6\Omega} = \frac{6}{6\Omega}$$ dividiendo toda la ecuación entre 1.

$$\frac{1}{\frac{1}{Req}} = \frac{1}{\frac{1}{6\Omega}}$$

$$Req = \frac{6\Omega}{6}$$

$$Req = 1\Omega$$

Ahora podemos decir que nuestro circuito es equivalente al siguiente:



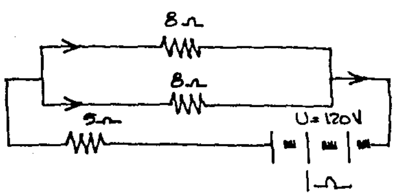
El siguiente paso es analizar las resistencias de 1Ω y 7Ω, en el cual notamos que toda la corriente que pasa por una, pasa por la otra, por lo que este sistema se encuentra conectado en serie, por lo tanto:

$$Req = R_1 + R_2$$

$$Req = 1\Omega + 7\Omega$$

$$Req = 8\Omega$$

por lo cual, equivale al siguiente circuito:



Ahora se analizan las dos resistencias de ocho - Ohms, en las cuales se ve que la corriente se divide, por lo cual están conectadas en paralelo:

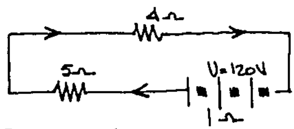
$$\frac{1}{Req} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{Req} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{Req} = \frac{2}{8}$$

$$Req = 8/2$$

$Req = 4\Omega$ su equivalencia será:



Esta equivalencia nos lleva a ver un circuito en donde sus resistencias están colocadas en serie, por lo cual:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R_T = 5 + 4 + 1$$

$$R_T = 10 \;.$$

Cálculo de Intensidades de Corriente.

En la resistencia de 5 Ω se sufre una resistencia de 10 Ω, por lo que:

$$I = V/R$$

$$I = 120\ V / 10\,\Omega = 12\ A.$$

RESUMEN TEMA 9

Se manejan las ecuaciones de primer grado tratadas en el tema tres.

TEMA 10

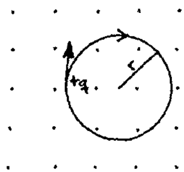
E L E C T R O M A G N E T I S M O

En este tema el único problema es el manejo de unidades, por lo cual, ejemplificaremos un problema en donde se utilizan estas unidades.

La carga mostrada en la figura, es un protón --- ($q = +e$, $m = 1.67 \times 10^{-27}$ Kg) con una rapidez de 5×10^{6} m/s. Se hace pasar a través de un campo magnetico uniforme dirigido hacia afuera de la página; B es 30 Gauss. Describir la trayectoria que sigue el protón.

$1G = 10^{-4}$ T es las T

$1T = 1\ N/C\ \frac{m}{s}$



B (hacia adentro de la página)

Datos:

$q = e = 1.6 \times 10^{-19}C$

$m = 1.67 \times 10^{-27}$ Kg

$V = 5 \times 10^{6}$ m/s

$B = 30\ G = 30 \times 10^{-4}T$

Incógnita:

$r = ?$

Dado que la velocidad del protón es perpendicular a B, la fuerza que actuá sobre el protón es:

$$qVB \text{ Sen } 90° = qVB$$

Por la perpendicular de la fuerza AV no se efectúa trabajo sobre el protón, y al estar dirigida radialmente hacia adentro, se suministra la fuerza centrípeta para el movimiento circular:

$$qVB = mV^{2}/r$$

$r = mV^2 / qVB$

$r = mV/qB$

$r = (1.67 \times 10^{-27}\ Kg)\ (5 \times 10^{6}\ m/s)/(1.6 \times 10^{-19} C)\ (30 \times 10^{-4} T)$

$$r = \frac{1.67 * 5}{1.6 * 30} \times \frac{10^{-27} * 10^{6}}{10^{19} * 10^{-4}} \quad \frac{Kg\ m/s}{C\ \frac{N}{C\ m/s}}$$

$$r = 0.174 \times 10^{-27 + 6 + 19 + 4} \frac{Kg\ m/s}{\frac{Kg\ m/s^2}{m/s}}$$

$r = 0.174 \times 10^{2}\ m$

$r = 17.4\ m$

RESUMEN TEMA 10

Se aprecia el manejo de unidades aplicado en el tema tres.

TEMA 11

E L E C T R O D I N A M I C A

El principal problema que se presenta en este tema es debido al manejo de unidades, que sin embargo debido al gran - uso de unidades, las conversiones van logrando una familiarización - satisfactoria.

Con el objeto de ejemplificar todos los temas, - se adjunta un problema de este punto.

Ejemplo:

Un solenoide tiene 60 cm de largo y un área en - su sección transversal de 10 cm². Se enrolla con 500 vueltas de a-- lambre que lleva una corriente de 1.2 A. La permeabilidad relativa del núcleo de hierro es 600. Calcular la inducción magnética para un punto interior y el flujo a través del solenoide.

Datos

$M_o = 4 \times 10^{-7}$ T m/A

N = 500

I = 1.2 A

L = 0.60 m

Km = 600

$A = 10 \times 10^{-4}$ m²

Incógnitas:

B = ?

Φ = ?

Fórmulas:

$$B_V = M_o NI/L$$

$$B_V = 4\pi \times 10^{-7} T\ M/A\ (500)\ (1.2\ A)/0.60\ M = 1.26 \times 10^{-3}\ T$$

$$B = 600\ (1.13 \times 10^{-3}\ T) = 0.75\ T$$

$$\Phi = B_1 A = BA$$

$$\Phi = 0.75\ T\ (10 \times 10^{-4}\ m^2)$$

$$\Phi = 5.4 \times 10^{-4} T\ m^2$$

$$\Phi = 5.4 \times 10^{-4}\ Wb.$$

RESUMEN TEMA 11

No se aplica ningún tema nuevo.

TEMA 12

M O V I M I E N T O   O N D U L A T O R I O

Este tema es casi en su totalidad teórico, por lo que los problemas que se presentan en él son muy sencillos y de fácil comprensión para el estudiantado.

La velocidad de las ondas de compresión en una varilla de metal es de 6000 m/s ¿ Cuál es el modelo de Young para el material de la varilla, si la densidad del material es de 8.2 g/cm^3?

Datos:

$V = 6000\ m/s$

$\rho = 8.2\ g/cm^3 \times 1000000\ cm^3/\ 1\ m^3 \times 1\ Kg/1000\ g = 8200\ Kg/m^3$

Incógnita:

$Y = ?$

Fórmula:

$V = \sqrt{Y/\rho}$ Por lo tanto,

$V^2 = Y/\rho$

$Y = V^2\rho$

Desarrollo:

$Y = \rho V^2 = 8200\ Kg/m^3\ (6000\ m/s)^2$

$Y = 8200\ Kg/m^3\ (36'000,000\ m^2/s^2)$

$Y = 2952 \times 10^8\ \ Kg\ m^2/s^2\ m^3$

$Y = 2.95 \times 10^8\ \ N/m^2.$

RESUMEN TEMA 12

Este tema es teórico casi en su totalidad.

TEMA 13

FISICA MODERNA

En este tema, para su estudio a fondo requerirá de un curso completo, sin embargo, en el temario tratado se recomienda que se visualiza de manera somera cuidando que los conceptos queden bien asimilados y se ejemplifican con problemas sencillos.

Ejemplo 1:

Calcule la masa de un electrón que viaja a la mitad de la velocidad de la luz, sabiendo que la masa en reposo de un electrón es de 9.1×10^{-31} Kg

Dato	Incógnita	Fórmula
$m_o = 9.1 \times 10^{-31}$ Kg	$m = ?$	$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - (v/c^2)}}$

Desarrollo:

$$m = \frac{9.1 \times 10^{-31}\ \text{Kg}}{\sqrt{1 - (0.5)^2}}$$

$$m = \frac{9.1 \times 10^{-31}\ \text{Kg}}{\sqrt{1 - 0.25}}$$

$$m = \frac{9.1 \times 10^{-31}\ \text{Kg}}{\sqrt{0.75}}$$

$$m = \frac{9.1 \times 10^{-31}}{0.866}\ \text{Kg}$$

$$m = 1.05 \times 10^{-30}\ \text{Kg}$$

Ejemplo 2:

¿Que longitud de onda debe tener la radiación electromagnética si un fotón en el haz va a tener la misma cantidad -

de movimiento que un electrón que se mueve a una velocidad de: 2×10^{5} m/s ?

Datos

$v = 2 \times 10^{5}$ m/s

$m = 9.1 \times 10^{-31}$ Kg

$h = 6.63 \times 10^{-34}$ J · s

Incógnita

$\lambda = ?$

Fórmula:

$$mv = h/\lambda$$

Desarrollo:

$$mv\lambda = h$$

$$\lambda = h/mv$$

$$\lambda = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ Kg m}^2/\text{s}^2 \cdot \text{s}}{9.1 \times 10^{-31} \text{ Kg } (2 \times 10^{5} \text{ m/s})}$$

$$\lambda = \frac{6.63}{9.1 \times 2} \times 10^{-34 + 31 - 5}$$

$$\lambda = 0.364 \times 10^{-8} \text{ m}$$

$$\lambda = 3.64 \times 10^{-9} \text{ m} \times \frac{1 \text{ nm}}{10^{-9} \text{ m}}$$

$$\lambda = 3.64 \text{ nm}$$

RESUMEN TEMA 13

Este tema es teórico en su totalidad.

C O N C L U S I O N E S

1.- Es necesaria esta unidad de apoyo didáctico como una ayuda al alúmnado de Educación Media Superior.

2.- Esta unidad pretende subsanar las deficiencias que presentan los cursos anteriores de Matemáticas.

3.- Es indispensable que el alumnado cuente con las herramientas necesarias para lograr un buen desarrollo y una mejor preparación y aprovechamiento del curso de Física II, ubicado en el Plan de Estudios de la Escuela Nacional Preparatoria en Cuarto Año de Bachillerato.

4.- Ha de considerarse que con la ayuda de esta unidad se logrará disminuir, en cierta medida, el temor con el que se enfrentan los alumnos, al cursar dicha materia, al percatarse de sus deficiencias en ella, lo que provoca un gran rechazo a asignaturas de tan significativa importancia en nuestra época.

B I B L I O G R A F I A

BALDOR, Aurelio Dr. — Algebra.
Publicaciones Cultural.
3a. Edición
México, D.F.

BARNETT, Raymond A. — Algebra.
Ed. Mc. Graw-Hill.
3a. Edición en inglés y 2a. Edición en español.
Traducción por Margarita Nolasco.
México, D.F. 1986.

BUECHE, Frederick J. — Física General.
7a. Edición en inglés y 2a. Edición en español.
Traducción de Griselda Zetina Vélez.
México D.F., 1985.

CABALLERO C., Arquimides. — Tablas Matemáticas.
Ed. Esfinge
1a. Edición.
México D.F., 1970.

HOOPER, Alfred. et. al. — Trigonometría.
Publicaciones Cultural.
8a. Edición.
México D.F., 1984.

HUDSON y LIPKA — Manual de Matemáticas, Geometría Analítica y Tablas Matemáticas.
Ed. Limusa - Wiley.
México, 1973.

KREIDER, Donald L. et. al. — Ecuaciones diferenciales.
Fondo Educativo Interamericano.
Ed. Addisson-Wesley Publishing Co.
Massachussets E.E.U.U.
Traducción por el Maestro en Ciencias Velasco Coba.
Facultad de Ciencias U.N.A.M.

PARRA CABRERA et. al. — Matemáticas.
Ed. Kapelusz
3a. Edición.
México D.F. , 1976

SANCHEZ MEZA, Jose María — Matemáticas. Segundo curso.
Editorial Herrero
3a. Edición.
México D.F., 1961.

SEMAT, Henry et. al. — Fundamentos de Física.
Ed. Interamericana
5a. Edición, 1976.

VALIENTE BARDERAS, Santiago — Diccionario de Matemáticas.
Ed. Alhambra Mexicana
1a. Edición.
México D.F., 1988.

OTRAS FUENTES DE CONSULTA

Programas de Estudio.
Nivel Bachillerato.
U.N.A.M. Dirección General de Publicaciones.
2a. Edición.
C.U. México D.F., 1987.