

3
2ej'



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

"LEVANTAMIENTO Y AJUSTE DE UNA RED DE NIVELACION DE SEGUNDO ORDEN CLASE II"

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE;
INGENIERO TOPOGRAFO Y GEODESTA
P R E S E N T A :
ROSALIO CERVANTES QUEZADA

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

	<u>Pág.</u>
INTRODUCCION	2
1.2. CONCEPTOS GENERALES	3
1.3. FUENTES DE ERROR EN UNA NIVELACION	7
II.- PROYECTO	
2.1 NORMAS DE LEVANTAMIENTOS GEODESICOS VERTICALES . .	17
2.1.1. RECONOCIMIENTO	20
2.1.2. RED DE BANCOS	20
2.1.3. RUTAS DE NIVELACION	20
2.2. DESCRIPCION DEL EQUIPO PARA NIVELACION DE PRECISION	20
2.2.1. EQUIPO A UTILIZAR	23
2.2.2. CARACTERISTICAS TECNICAS DEL NIVEL WILD N 3. . . .	26
2.2.3 MIRA INVAR	27
2.3. EQUIPO Y PERSONAL	28
III.- LEVANTAMIENTO Y AJUSTE DE LA RED	
3.1. METODOLOGIA DEL LEVANTAMIENTO	33
3.1.1. EL METODO DE LOS TRES HILOS	34
3.1.2. COMPROBACION DE CIERRE	34
3.2. DEFINICION Y PROPOSITO DEL AJUSTE	35
3.2.1. LEY DE PROBABILIDAD DEL ERROR	35
3.2.2. PRINCIPIO DE MINIMOS CUADRADOS	37
3.2.3. ECUACIONES DE OBSERVACION.	40
3.3. AJUSTE MEDIANTE EL METODO DE ECUACIONES NORMALES .	41

	<u>Pág.</u>
3.3.1. AJUSTE MEDIANTE EL METODO MATRICIAL Y PROGRAMA DE COMPUTADORA	44
IV.- APLICACIONES Y CONCLUSIONES.	
4.1. APLICACIONES.	55
4.2. CONCLUSIONES.	56
BIBLIOGRAFIA	57

C A P I T U L O I

INTRODUCCION

1.2 CONCEPTOS GENERALES

1.3 FUENTES DE ERROR EN UNA NIVELACION.

INTRODUCCION

La información geográfica constituye un elemento básico en la planeación para el aprovechamiento de los recursos naturales - con que cuenta un país.

Para que esta información sea confiable debe mantener una - alta calidad. Esto sólo se logra si se observan ciertas normas en la ejecución de los levantamientos geodésicos en sus diferentes - tipos (horizontal, vertical, gravimétrico). Con este propósito la Secretaría de Programación y Presupuesto, a través de la Dirección de Geografía, decretó cuáles son las especificaciones a seguir de acuerdo con el tipo de levantamiento.

La presente tesis estudia la metodología para lograr una - precisión del segundo orden clase II de un levantamiento vertical (nivelación). Para ello se utilizan varios refinamientos con respecto a una nivelación común, lo que permite disminuir la posibilidad de errores accidentales y sistemáticos. Esto será posible - si se manejan adecuadamente en la planificación del trabajo los - siguientes tres factores: Proyecto, precisión de instrumentos, - precisión de métodos.

El proyecto es el factor fundamental, éste incluye la prepa ración correcta del control del trabajo, así como la selección de instrumentos y métodos más convenientes para cada operación. La - precisión de instrumentos no es absolutamente necesaria pero permite un ahorro de tiempo, lo cual proporciona economías. Los mét dos precisos deben ser siempre utilizados, éstos anulan o reducen el efecto de los diferentes tipos de error.

Los tres factores (proyecto, instrumentos, métodos) pueden ser valorados por la economía que producen, sin embargo, nunca podrá efectuarse ninguna elección sin antes saber calcular los erro res que deben esperarse, de lo cual se deduce: No es posible un - trabajo de medición sin el conocimiento de la naturaleza de los - errores.

Ahora bien, ninguna operación importante es completa si no se efectúan medidas de comprobación. Por esta razón se deben elegir al menos dos caminos a lo largo de un levantamiento que ligan una estación con las restantes de un sistema. Estas medidas son - el único medio seguro para valorar la exactitud de un trabajo. Si hacemos estas medidas con iguales precauciones sus valores difieren poco y sólo por casualidad serán iguales. Para saber cuál es el valor más exacto el siguiente paso es hacer una combinación ma temática entre éstas, a este procedimiento se le denomina el aju ste, el cual es el segundo propósito del presente trabajo.

Por lo anterior es importante tener presentes los elementos teóricos que a continuación se enumeran.

1.2.- CONCEPTOS GENERALES:

DATUM.- El Datum o plano Datum es una superficie derivada o relacionada con observaciones de las mareas, a la cual están referidas las elevaciones de una región dada.

SUPERFICIE DE NIVEL.- Es aquella que en cualquiera de sus puntos es perpendicular a la línea de la plomada o a la dirección en que actúa la gravedad, por lo anterior una línea de nivel es una línea contenida en una superficie de nivel. Una línea horizontal es una recta tangente a una línea de nivel en cualquier punto dado.

NIVELACION.- Es el proceso de determinar el desnivel entre dos puntos midiendo la distancia vertical entre las superficies de nivel.

Una nivelación se le puede clasificar de acuerdo a su método de levantamiento como:

- 1.- Diferencial o geométrica (también conocida como directa).
- 2.- Trigonométrica (o indirecta).
- 3.- Barométrica.
- 4.- Hipsométrica.

BANCO DE NIVEL.- Es un punto cuya elevación ha sido previamente determinada y referida, por lo general al "DATUM" o nivel medio de la superficie del mar.

RED DE NIVELACION.- Es el sistema o conjunto de bancos de nivel que nos proporciona el apoyo para otras nivelaciones.

Una nivelación se le puede clasificar de acuerdo a su precisión como geodésica o topográfica.

Es por esto que es necesario hacer referencia a algunos conceptos de teoría de los errores.

NOCIONES DE TEORIA DE LOS ERRORES:

ERROR.- La palabra se deriva del latín "errare" que significa desviarse, alejarse, lo que implica entonces el alejamiento o desviación con respecto a algo determinado.

EQUIVOCACIONES.- Estas son confusiones de la mente, y son independientes de los métodos usados en una medición y se eliminan mediante la repetición del trabajo, ya sea que lo ejecute otra persona o usando otro método.

CLASIFICACION DE ERRORES EN UNA MEDICION.

- a) Errores constantes.
 - b) Errores sistemáticos.
 - c) Errores accidentales.
- a).- Son errores que se conservan invariables a través de todo un trabajo, esto significa que conservan su signo.
 - b).- Errores sistemáticos son aquéllos que obedecen a una ley determinada, por lo que algunas veces es posible establecer su modelo matemático, aunque no siempre.
 - c).- Errores accidentales son aquéllos que después de haber eliminado las equivocaciones, errores sistemáticos y constantes aún quedan en las observaciones, éstos obedecen a las leyes de la casualidad, por lo que pueden ser eliminados o manejados por las leyes de la probabilidad.

CLASIFICACION DE LAS MAGNITUDES OBSERVADAS.

- a) Independientes.
 - b) Condicionadas.
- a).- Son independientes cuando no tienen alguna relación con otra magnitud. Por ejemplo la medida de una base, cota de un banco de nivel, etc.
 - b).- Son condicionadas cuando sus valores guardan determinada relación con otros valores. Por ejemplo los ángulos internos de un triángulo, por estar sujetos a la condición geométrica que su suma sea igual a 180° .

DIFERENCIA ENTRE PRECISION Y EXACTITUD.

Estos conceptos muchas veces se usan como equivalentes, lo cual no es cierto, precisión es el grado de perfección o afinación alcanzado en la ejecución de una medida o varias.

Exactitud es la aproximación a la verdad a la que hay que procurar llegar en toda medida.

Peso.- Es el grado de confianza para una medida, el cual depende de varios factores, entre ellos las condiciones atmosféricas, la pericia del que mide, el equipo utilizado, la experiencia del que mide.

VALOR MAS PROBABLE.

El valor más probable de una magnitud es la media o promedio aritmético de varias mediciones:

$$\text{MEDIA ARITMETICA} = \frac{M_1 + M_2 + M_3 + M_4}{n} = \frac{\sum M}{n} = M_0$$

Residuo o Desviación.- Es la diferencia entre el valor de cada medida y la media aritmética.

$$V_1 = M_1 - M_0$$

donde: M_1 = Medida observada

$$V_2 = M_2 - M_0$$

M_0 = Media aritmética

$$V_3 = M_3 - M_0$$

V = Residuo.

- - - - -

- - - - -

$$V_n = M_n - M_0$$

Se demuestra en la teoría de los mínimos cuadrados que el error más probable es una función de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las desviaciones o errores residuales.

DEL CALCULO DE PROBABILIDADES se han obtenido las siguientes fórmulas:

Error probable de una sola observación .

$$E.P. = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{\sum V^2}{n-1}}$$

Error probable de la media.-

$$E.P. \text{ de la media} = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{\sum V^2}{n-1}}$$

TOLERANCIA.- Es el error máximo permisible al efectuar un trabajo de medición.

Cuando se ha determinado el error resultante de un trabajo de medición, el siguiente paso será distribuir este error entre los valores de las medidas encontradas.

A éste se le denomina el ajuste, para un ajuste más estricto se recomienda la asignación de pesos, teniendo en cuenta lo siguiente:

- a).- La experiencia y pericia del que mide.
- b).- La precisión del equipo utilizado.
- c).- El error medio cuadrático.
- d).- El método de medición.
- e).- Las condiciones climatológicas.

Esto será posible siempre y cuando se efectúen más medidas que las indispensables.

A partir de lo anterior es claro que la teoría de los erro--

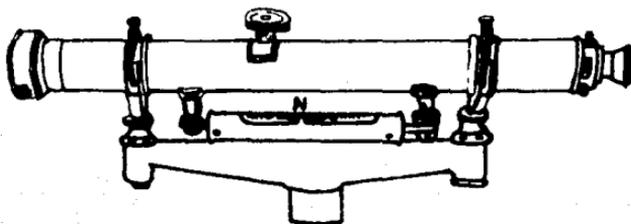
res nos indica del tratamiento matemático, que debe efectuarse - con los diferentes resultados obtenidos al medir una determinada magnitud, esto es calcular la mejor aproximación de la medida buscada y su límite probable de error.

Ya que la presente tesis trata del levantamiento y ajuste - de una nivelación, es necesario tener presentes cuáles son los - errores más frecuentes y cuáles son las precauciones para disminuirlos o en su caso eliminarlos.

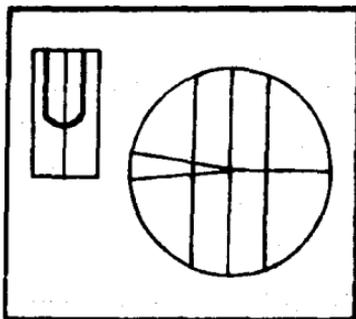
1.3 FUENTES DE ERROR EN UNA NIVELACION.

BURBUJA DESCENTRADA.

Si al leer el estadal la burbuja no está centrada se produce un error accidental, y su magnitud depende de la sensibilidad del nivel de burbuja. Este error se minimiza si se observa la burbuja antes y después de leer el estadal. (Fig. 1.3.1).



Nivel antiguo (tipo americano)



Nivel Moderno (tipo Basculante, comprobar meniscos)

FIG. 1.3.1

ERROR DE LA LINEA DE COLIMACION.

Es condición esencial del NIVEL FIJO 9 (o equalmetro), - que la línea de colimación del anteojo sea paralelo al eje del nivel tubular. La falta de paralelismo ocasiona un error sistemático, aunque la burbuja esté exactamente centrada, la línea - estará siempre inclinada hacia arriba o hacia abajo. Es evidente que el error es proporcional a la distancia entre el nivel y la mira, y que para una distancia dada será igual en magnitud y signo para las visuales atrás y adelante; puesto que las lecturas atrás se suman y las de adelante se restan; es obvio que el error se elimina cuando entre los puntos extremos la suma de - distancias atrás sea igual a la suma de las de adelante, este - error se reduce al mínimo corrigiendo el aparato y/o tomando - las distancias atrás y adelante iguales. (Fig. 1.3.2.)

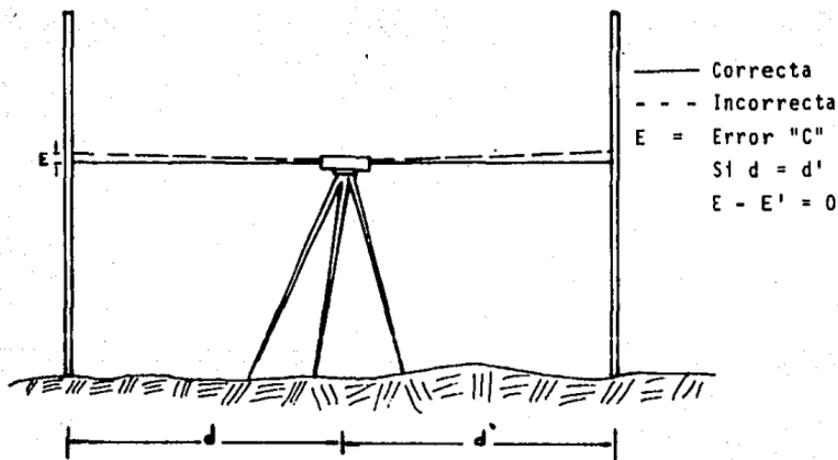


FIG. 1.3.2

Lectura incorrecta del Estadal.- Se debe a que el ojo no es capaz de distinguir exactamente dónde el hilo central "corta" al estadal. Este error es accidental y su magnitud depende de la distancia del instrumento al estadal, de las características del telescopio, del paralaje, de las condiciones atmosféricas, y si las condiciones atmosféricas son adversas las visuales se deben reducir.

Estadal no Plomeado.- Si al hacer una lectura el estadal no está vertical, se produce un error sistemático de signo positivo y su magnitud depende de la lectura, es mayor si se lee en la cabeza que si se lee en el pie del estadal, ya que se produce un giro en la base del estadal. (Fig. 1.3.3).

Se recomienda el mover hacia adelante y hacia atrás y tomar la mínima lectura, o usar una niveleta de estadal.

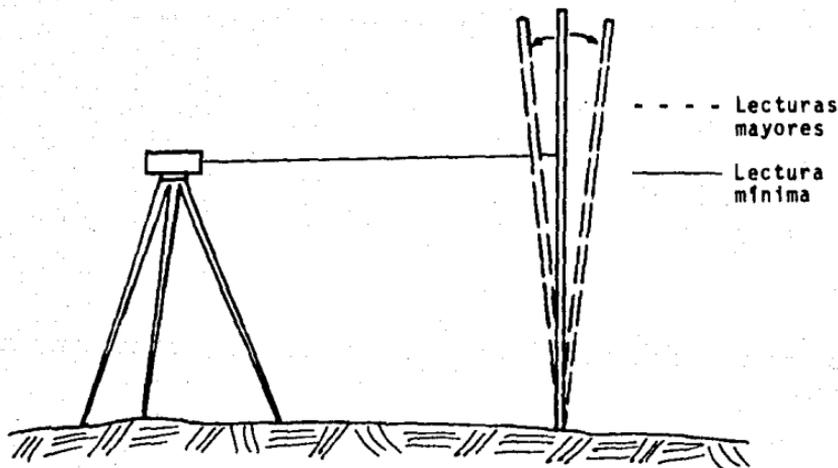


FIG. 1.3.3.

PARALAJE.

Este error es accidental, se elimina enfocando el ocular - sobre la retícula.

POR CURVATURA Y REFRACCION ATMOSFERICA.

A 100 mets. el error es de 0.0007 m que es despreciable - en una sola lectura, sin embargo, si se hace un número considerable de lecturas no balanceadas, o sea con visuales hacia adelante más largas que hacia atrás o viceversa se produce un - - error significativo.

La curvatura y refracción siempre hacen que la lectura del estadal sea mayor (Fig. 1.3.4), se elimina igualando las visuales.

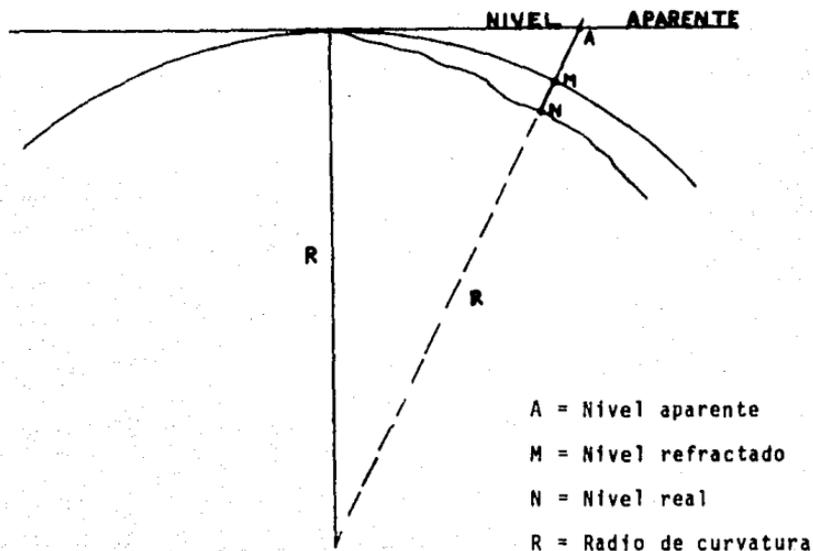


FIG. 1.3.4

ERROR POR VARIACION DE TEMPERATURA.

Al incidir los rayos del sol sobre el anteojo, o sólo en uno de sus extremos, se produce una especie de alabeo que puede influir en las lecturas, este error es accidental, y su magnitud es mínima. Sólo se toma en cuenta en nivelaciones de precisión, prácticamente se elimina si se resguarda el instrumento de los rayos solares con una sombrilla.

DILATACION O CONTRACCION DE LA MIRA.

Los cambios de temperatura pueden dar lugar a una dilatación o contracción de la mira, el error resultante es sistemático. Las miras de madera tratada se encogen o alargan en la dirección de la fibra, pero en muy poco valor, este error no tiene importancia en nivelaciones topográficas. Sin embargo en nivelación de precisión, se aplicará la corrección por dilatación térmica, anotando la temperatura de la mira, dada por un termómetro unido a la mira. (Fig. 1.3.5).

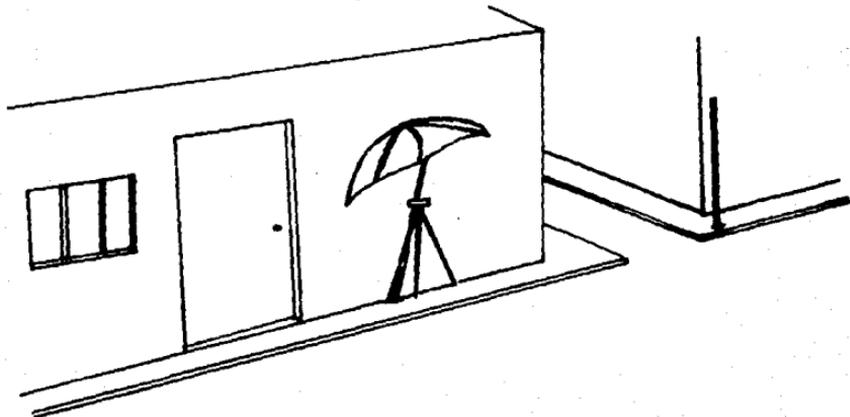
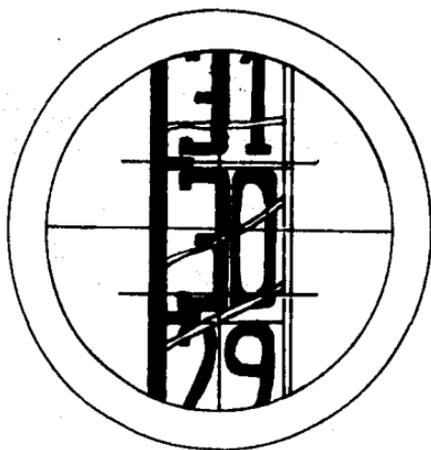


FIG. 1.3.5.

REVERBERACION.

Es el efecto de las ondas de calor y cuando son muy notorias afectan la precisión de las lecturas; éste es un error accidental que se reduce si se acortan las distancias de las visuales o se eleva la visual cercana al piso. (Fig. 1.3.6).

**FIG. 1.3.6**

PUNTOS DE LIGA INADECUADOS.

Un punto de liga nunca se deberá fijar en terreno blando, por ejemplo arenoso o pantanoso, ya que en esta forma no se conserva el valor de una elevación, por esta razón se deben ubicar en lugares firmes, de preferencia que tengan una superficie aguda o curva.

VIENTO.- El viento hace vibrar el nivel y dificulta mantener centrada la burbuja y en consecuencia leer el estadal, este error se disminuye si acortamos las visuales y se aumenta la estabilidad del tripié abriendo y clavando más las patas del tripié.

ASENTAMIENTOS Y VIBRACIONES.

El nivel y la mira deben colocarse en lugares firmes, alejados en lo posible del tránsito de vehículos y máquinas que produzcan vibraciones.

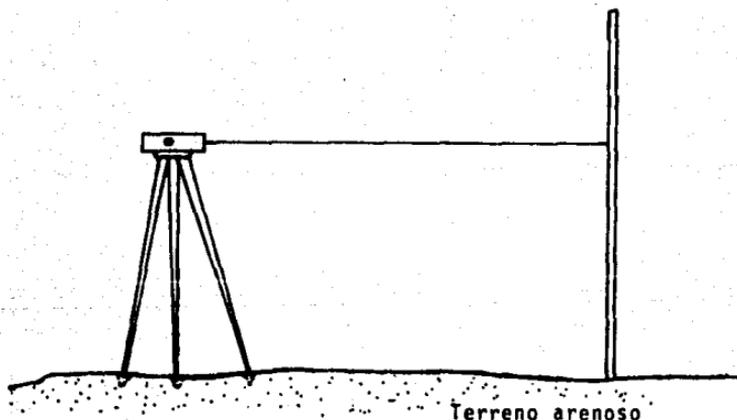


FIG. 1.3.7

LONGITUD INCORRECTA DEL ESTADAL.

Este es un error sistemático, pero se convierte en accidental si los desniveles no son grandes, este error se reduce comprobando periódicamente la longitud del estadal o aplicar correcciones a las elevaciones de los bancos de nivel.

Estos son los errores más frecuentes en una nivelación de acuerdo a la precisión que se desee alcanzar será necesario tener mayores precauciones en su control.

La calidad de una nivelación se juzga por los errores de cierre de línea o de circuito o por la diferencia máxima permisible entre las corridas hacia adelante y hacia atrás de un tramo de línea nivelada.

Un error de cierre de línea es la diferencia entre el desnivel medido entre dos puntos de elevación fija y el desnivel correspondiente a las elevaciones establecidas de esos puntos.

Un error de cierre de circuito es la magnitud por la que no cierra un circuito de nivelación. Puesto que en una nivelación prácticamente todos los errores son accidentales, el error de cierre es proporcional a la raíz cuadrada del número de lecturas. Por lo tanto suponiendo que el número de lecturas es más o menos el mismo por kilómetro, la tolerancia se expresa como un coeficiente multiplicado por la raíz cuadrada de la distancia en kilómetros.

* Normas de nivelación geodésica.

ORDEN	CLASE	ERROR DE CIERRE MAXIMO PERMISIBLE
PRIMERO	I	$4 \text{ mm } \sqrt{k}$
	II	$5 \text{ mm } \sqrt{k}$
SEGUNDO	I	$6 \text{ mm } \sqrt{k}$
	II	$8 \text{ mm } \sqrt{k}$
TERCERO	UNICA	$12 \text{ mm } \sqrt{k}$

A continuación enumero otras causas que repercuten en la calidad de una nivelación.

* INEGI (Diario Oficial del 10. de Abril de 1985).

EQUIVOCACIONES.

a).- Mala lectura del estadal.

Esta equivocación ocurre cuando existe un obstáculo en la lectura del estadal, por ejemplo hojas de árboles o hierbas. Esto se puede corregir si observamos los hilos superior e inferior y sus valores.

b).- Mala colocación de un punto de liga.

Esto ocurre cuando no se coloca el estadal en el mismo lugar para una visual hacia adelante y la siguiente visual hacia atrás.

c).- Equivocación de registro.

Esto es anotar o dictar números diferentes a los observados, para evitar esto, el anotador deberá repetirlos en voz alta. Mas sin embargo si se registra una lectura en una columna que no le corresponde se originará una grave confusión detectable sólo hasta realizar una comprobación de cierre.

De esta forma con los conceptos antes citados, estamos conscientes de los problemas que se presentan en la ejecución del levantamiento, y así preparar la siguiente etapa que es el proyecto.

C A P I T U L O I I

2 PROYECTO.

2.1 NORMAS DE LEVANTAMIENTOS GEODESICOS VERTICALES.

2.1.1 RECONOCIMIENTO

2.1.2 RED DE BANCOS.

2.1.2 RUTAS DE NIVELACION.

2.2 DESCRIPCION DEL EQUIPO PARA NIVELACION DE PRECISION.

2.2.1 EQUIPO A UTILIZAR.

2.2.2 CARACTERISTICAS TECNICAS DEL NIVEL WILD No. 3.

2.2.3 MIRA INVAR.

2.3. EQUIPO Y PERSONAL.

2.3.1 LOCALIZACION DE LOS BANCOS.

2.3.2 DETERMINACION DEL ERROR DE COLIMACION.

II. PROYECTO.

El proyecto comprende el análisis de las normas técnicas para levantamientos geodésicos verticales editadas por la Dirección de Geografía de la Secretaría de Programación y Presupuesto, con la finalidad de establecer los requerimientos técnicos necesarios para la red de nivelación. Además se determina el equipo y personal para la nivelación, así como la elaboración del croquis de localización de los bancos de nivel.

NORMAS TECNICAS PARA LEVANTAMIENTOS GEODESICOS VERTICALES.

I.3.2 LEVANTAMIENTOS GEODESICOS VERTICALES.- Comprenderán todas aquellas operaciones de campo dirigidas a determinar la distancia vertical que existe entre puntos situados sobre la superficie terrestre y un cierto nivel de referencia.

II.- ETAPAS DE LOS LEVANTAMIENTOS.

II.1. Todo levantamiento geodésico deberá hacerse siguiendo una secuencia operativa que en el orden indicado contemple las siguientes etapas:

- a).- Diseño y pre-análisis.
- b).- Reconocimiento y monumentación.
- c).- Observaciones y cálculos de campo.
- d).- Cálculos de gabinete y ajuste en su caso).
- e).- Evaluación.
- f).- Memoria de los trabajos.

II.1.1. La etapa de Diseño consistirá en el establecimiento de las condiciones geométricas, técnicas, económicas y de factibilidad que permitan la elaboración de un anteproyecto.

V.2. Para levantamientos geodésicos verticales, niveles montados, con una sensibilidad de $0''50$ que en el caso de primer orden tengan una calidad óptica tal que permita la repetibilidad de lecturas dentro de 0.2 mm sobre una mira geodésica a una distancia de 50 m en condiciones atmosféricas normales.

V.4. Todo instrumento, antes de dar principio y al final de medidas deberá ser verificado y ajustado para asegurar que se han conservado las relaciones geométricas entre los diversos componentes y las condiciones de operación durante el periodo de medición.

I.1.- La nivelación directa constituye el método clásico utilizado para el desarrollo de los levantamientos geodésicos verticales; mediante un procedimiento que determina di-

rectamente la diferencia de altura entre puntos vecinos, por la medida de la distancia vertical existente entre dichos puntos y un plano horizontal local definido a la altura del instrumento que se utilice para hacer dicha medida.

- XIII.2 Con propósito de clasificación de los levantamientos geodésicos verticales, se establecen las siguientes órdenes y clases de exactitud, limitados a la nivelación diferencial, el indicador para cada orden y clase se da en función de la tolerancia para el error de cierre altimétrico de las nivelaciones desarrolladas en líneas o circuitos cerrados, con secciones corridas ida y vuelta.

ORDEN	CLASE	EXACTITUD (mm)
PRIMERO	I	$4 \sqrt{k}$
PRIMERO	II	$5 \sqrt{k}$
SEGUNDO	I	$6 \sqrt{k}$
SEGUNDO	II	$8 \sqrt{k}$
TERCERO	UNICA	$12 \sqrt{k}$

En estas expresiones, k es la distancia de desarrollo de la nivelación en un solo sentido, entre puntos de elevación conocida expresada en kilómetros.

XIII.2.3. Segundo Orden, Clase II

Deberá aplicarse a la densificación de las redes primarias y secundarias y ajustarse junto con ellas, para apoyo de proyectos locales de ingeniería, en cartografía topográfica, como apoyo de levantamientos locales y en estudios de asentamientos rápidos del suelo.

- XIII.10 Con el propósito de reducir la ocurrencia de errores sistemáticos, se deberá limitar la longitud de las visuales y mantener un adecuado balance de las mismas. En la tabla (XIII.1) se dan las especificaciones del caso.

C O N C E P T O	ORDEN DE LA NIVELACION				
	1o. CI	1o. CII	2o. CI	2o. CII	3o.
LONGITUD MAXIMA DE VISUALES	50	60	60	70	90
MAXIMA DIFERENCIA ENTRE LA DISTANCIA DE VISUALES POR PUESTA DE APARATO	2	5	5	10	10
VALOR ACUMULATIVO DE LA MAXIMA DIFERENCIA POR SECCION.	4	10	10	10	10

TABLA (XIII.1)

XIII.16 A medida que avancen las nivelaciones se deberán ir haciendo las comprobaciones de los cierres de secciones, - de acuerdo con las especificaciones que se indican en la tabla (XIII.2) aplicables a corridas dobles en direcciones opuestas.

ORDEN DE LA NIVELACION	TOLERANCIA PARA CIERRE DE SECCIONES CORRIDAS EN AMBOS SENTIDOS (En mm)
PRIMERO, CLASE I	$3 / \sqrt{k}$
PRIMERO, CLASE II	$4 / \sqrt{k}$
SEGUNDO, CLASE I	$6 / \sqrt{k}$
SEGUNDO, CLASE II	$8 / \sqrt{k}$
TERCERO	$12 / \sqrt{k}$

De acuerdo con estas normas de nivelación de precisión la nivelación que se desea realizar es del segundo orden clase II.

2.1.1 RECONOCIMIENTO

El reconocimiento es la visita al lugar de trabajo y consiste en la localización de los sitios más convenientes para los bancos de nivel.

Para la elección del lugar hay que tomar en cuenta las siguientes condiciones:

El terreno debe ser firme, de preferencia estar cerca de vías de comunicación.

Se deberán tener visibilidad y facilidad de operación con el equipo.

Se deben comprobar las posibles rutas de nivelación.

Bajo estas condiciones se localizan 3 lugares para los bancos, los cuales se observan en el plano 2.1.3.

2.1.2. Red de bancos de nivel.

Con apoyo de un plano general de C.U. se ubican en él los puntos donde se localizan los bancos de nivel, la red se encuentra en la zona norte de la Fac. de Ingeniería, por la que el banco que dará elevaciones a la red será el que se tiene en la entrada del edificio principal de la facultad.

2.1.3 RUTAS DE NIVELACION.

El recorrido se hará por el método de secciones corridas en ambos sentidos, para darle elevación a los bancos intermedios II, IV, V, puesto que los bancos I y II (Ingeniería y Copilco - respectivamente) tienen elevación conocida. El diseño de las rutas de nivelación se encuentra en el plano 2.1.3.

2.2 DESCRIPCION DEL EQUIPO PARA NIVELACION DE PRECISION.

En la selección del instrumento que se utiliza en nivelación se deben tomar en cuenta los siguientes dispositivos:

a).- El nivel de burbuja. Es un tubo de vidrio cerrado - casi lleno de un líquido volátil que tiene una baja temperatura de solidificación y pequeña viscosidad. Tiene forma de barrilete y su sección longitudinal se compone de dos circunferencias de gran radio, las secciones transversales son pequeños círculos, el aire y vapor se sitúan en la parte más alta y constituye la burbuja. (Fig. 2.2.a).

CIUDAD UNIVERSITARIA
Universidad Nacional Autónoma de México



El presente plano arquitectónico muestra la distribución de las edificaciones y áreas verdes de la Ciudad Universitaria, de acuerdo con el programa de desarrollo urbano aprobado por el Consejo de la Universidad Nacional Autónoma de México. El plano está dividido en zonas de estudio, zona cultural, zona administrativa exterior y reserva ecológica. Las edificaciones están representadas por líneas gruesas y las áreas verdes por líneas finas y puntos.



INSTITUTO DE CALIFICACIÓN

Este plano arquitectónico es propiedad del Instituto de Calificación y no puede ser reproducido sin el consentimiento escrito de este organismo. Toda reproducción no autorizada será sancionada de acuerdo con la ley correspondiente.

Nombre	Coordenadas	Observaciones
Edificio de Estudios	A-1	
Edificio de Ciencias Exactas	B-2	
Edificio de Ciencias Biológicas	C-3	
Edificio de Ciencias Químicas	D-4	
Edificio de Ciencias Físicas	E-5	
Edificio de Ciencias Matemáticas	F-6	
Edificio de Ciencias Sociales	G-7	
Edificio de Ciencias Humanas	H-8	
Edificio de Ciencias Políticas	I-9	
Edificio de Ciencias Jurídicas	J-10	
Edificio de Ciencias Económicas	K-11	
Edificio de Ciencias de la Salud	L-12	
Edificio de Ciencias de la Ingeniería	M-13	

Nombre	Coordenadas	Observaciones
Edificio de Estudios	A-1	
Edificio de Ciencias Exactas	B-2	
Edificio de Ciencias Biológicas	C-3	
Edificio de Ciencias Químicas	D-4	
Edificio de Ciencias Físicas	E-5	
Edificio de Ciencias Matemáticas	F-6	
Edificio de Ciencias Sociales	G-7	
Edificio de Ciencias Humanas	H-8	
Edificio de Ciencias Políticas	I-9	
Edificio de Ciencias Jurídicas	J-10	
Edificio de Ciencias Económicas	K-11	
Edificio de Ciencias de la Salud	L-12	
Edificio de Ciencias de la Ingeniería	M-13	

Este plano arquitectónico es propiedad del Instituto de Calificación y no puede ser reproducido sin el consentimiento escrito de este organismo. Toda reproducción no autorizada será sancionada de acuerdo con la ley correspondiente.

Nombre	Coordenadas	Observaciones
Edificio de Estudios	A-1	
Edificio de Ciencias Exactas	B-2	
Edificio de Ciencias Biológicas	C-3	
Edificio de Ciencias Químicas	D-4	
Edificio de Ciencias Físicas	E-5	
Edificio de Ciencias Matemáticas	F-6	
Edificio de Ciencias Sociales	G-7	
Edificio de Ciencias Humanas	H-8	
Edificio de Ciencias Políticas	I-9	
Edificio de Ciencias Jurídicas	J-10	
Edificio de Ciencias Económicas	K-11	
Edificio de Ciencias de la Salud	L-12	
Edificio de Ciencias de la Ingeniería	M-13	

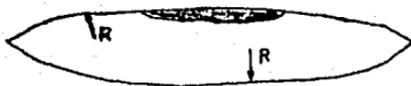


FIG. 2.2.a

Este dispositivo en un aparato define la dirección de la gravedad, la precisión de esto depende de la longitud del radio (r), lo que comúnmente se llama la sensibilidad del nivel.

Para medir la sensibilidad se puede efectuar la siguiente prueba:

Se coloca una mira a una distancia conocida del instrumento de tal forma que la burbuja se encuentre tres o cuatro divisiones fuera de su centro y se anota en la lectura, se mueve la burbuja hasta un punto 3 o 4 divisiones más allá del centro pero en sentido opuesto y se anota la lectura. Entonces:

$$S = \frac{1}{0.00000485} \frac{d}{L} \frac{1}{n}$$

donde

- S = sensibilidad en seg/división
- d = diferencia entre lecturas sobre la mira.
- L = distancia del centro del instrumento a la mira.
- n = número de divisiones del movimiento total de la burbuja.

b).- Óptica.- La mejor comprobación de una óptica es comparar la visual a través de un anteojo con la visual a través de otra. La variación mínima en el nivel observada por el movimiento de la cruz filar sobre la mira, sea aproximadamente igual a la variación mínima que puede ser detectada en el nivel por el movimiento de burbuja. En general una buena óptica la constituye un anteojo de tamaño medio, de enfoque interior, con lente objetiva de tamaño razonable.

2.2.1 Equipo a utilizar.

Los niveles que dan la precisión necesaria de acuerdo a las especificaciones son las siguientes:

Nivel Wild N-3 de tipo basculante con sensibilidad del nivel de burbuja de $5''/1$ mm.

Nivel Wild NA-2 tipo basculante con sensibilidad del nivel de burbuja de $10''/1$ mm.

Niveles automáticos:

NI-3 (MOM, Budapest)

NI-1 (SEISS, Ober-Kochen)

NI-002 (JENOPTIK, Jena).

Con precisión de centrado del compensador de $\pm 0.1''$ a $\pm 0.2''$, de los cuales usará el Wild N-3.

NIVEL DE PRECISION WILD N-3.

La figura 2.2.a representa un nivel del tipo basculante WILD N3, con sus tornillos de nivelar "N" para centrar la burbuja del nivel esférico "E" y lograr que el eje acimutal quede aproximadamente vertical; por medio del tornillo "P" se fija el movimiento acimutal y los movimientos precisos se dan con el tornillo tangencial "T". Al lado izquierdo y frente al observador, por reflexión de espejos o mediante refracción de prismas y a través de un arteojo, se observan las mitades del nivel tubular, éstas se hacen coincidir por medio del tornillo basculante "B" - como se observa en la figura (Fig. 2.2.b); entonces la línea de colimación será horizontal.

La retícula está grabada sobre vidrio con líneas finas y la mitad izquierda del hilo central está formada por dos rayas convergentes en forma de cuña que por medio de un sistema óptico, se desplaza hasta coincidir con la división centimétrica más cercana hasta que quede exactamente en el vértice de la cuña (Fig. 2.2.c). El desplazamiento se aprecia directamente al décimo de milímetro y por estimación, hasta al centésimo de milímetro, como se puede apreciar al lado izquierdo del ocular.

Lectura hasta el milésimo de centímetro por medio del micrómetro óptico.

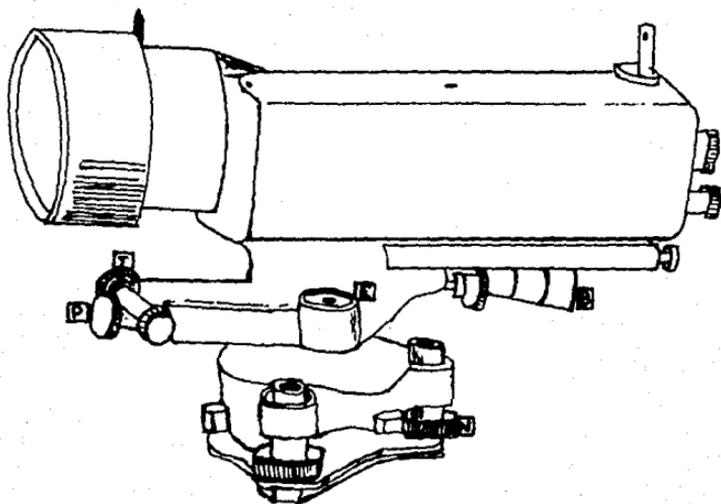


FIG. 2.3.1

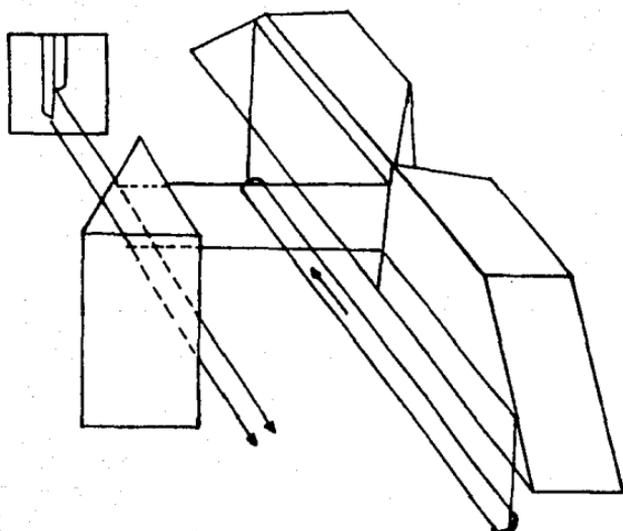
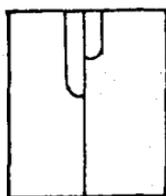
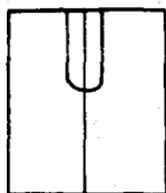


FIG. 2.2.b



Burbuja antes de
ser centrada



Burbuja centrada

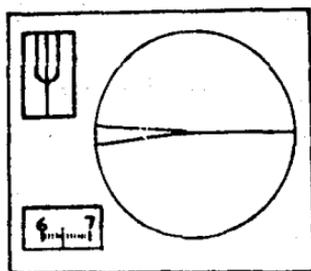


FIG. 2.2.c

2.2.2 CARACTERISTICAS TECNICAS DEL NIVEL WILD N-3

- Aumento del anteojo: 45 diámetros.
- Diámetro del objetivo: 5.0 mm
- Diámetro del campo visual a 100 m: 1.8 m.
- Distancia mínima de enfoque: 0.45 m.
- Distancia máxima a la cual se lee un cm: 450 m.
- Constante estadimétrica: 1:100.
- Constante aditiva: 0.
- Sensibilidad del nivel tubular: $10''/2$ mm
- Desviación estándar para 1 km. de doble nivelación c/micrómetro: 4 mm.
- Micrómetro óptico.

MICROMETRO OPTICO.

Este dispositivo óptico está integrado al nivel Wild N-3 pero puede ser adaptado al nivel Wild N-2, y consiste en un vidrio grueso cuyas superficies están perfectamente pulidas, planas y paralelas, el cual se puede girar mediante un tambor graduado.

Esta pieza al ser montada debe cumplir con la condición geométrica de que la superficie del vidrio sea perpendicular a la línea de colimación, para que cuando se gire el tambor, la visual se mueva hacia arriba o hacia abajo paralelamente a sí misma (Fig. 2.2.a) cuando el nivel se apunta sobre la mira y se le nivela, se mueve la visual hacia la división más conveniente, el valor de esta división más la lectura del tambor da la lectura real de la mira.

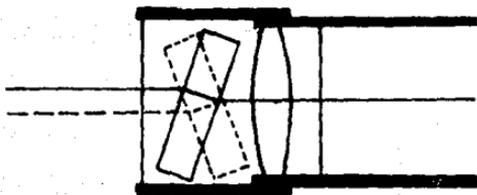


FIG. 2.2.a.

2.2.3 MIRA INVAR.

El estadal o mira Invar (Fig. 2.2.3) consta de una cinta metálica graduada, fija en el respaldo de madera que tiene firmemente asegurada una pata de metal. Un resorte en la cabeza del respaldo permite conservar a la cinta bajo tensión constante.

La cinta está hecha de metal invar cuyo coeficiente de dilatación es aproximadamente 0.000018 gc^2 . la cinta lleva dos divisiones de centímetros de precisión, desplazadas una en relación a la otra cuyas cifras están marcadas en la madera. Una escala de alturas reales, la otra indica valores que son superiores en por lo menos 3 metros a los anteriores, esto permite que se hagan dos lecturas independientes como comprobación de las observaciones y con lo cual se evitan las equivocaciones.

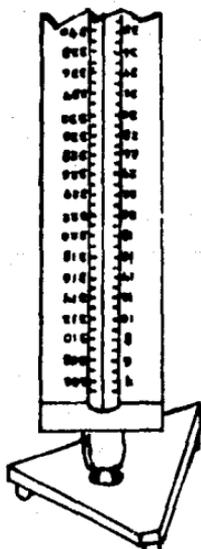


FIG. 22.3.

2.3 EQUIPO Y PERSONAL.

El equipo y personal para el levantamiento es el siguiente:

a).- Equipo.

- Un nivel fijo Wild N-3.
- Dos estadales o miras Invar.
- Dos bases para estadal.
- Un nivel de mano.
- Una libreta de nivel.

b).- Personal.

- Un topógrafo, jefe de brigada.
- Dos estadaleros.
- Un anotador.

2.3.1 LOCALIZACION DE LOS BANCOS DE NIVEL.

Los bancos de nivel de cota establecida son el de la Facultad de Ingeniería y el de Copilco, éstos se identifican con placas metálicas, la primera sobre un monumento de concreto de forma tronco-piramidal, y la segunda sobre guarnición de banquetta.

Las coordenadas U.T.M. aproximadas de los bancos son las siguientes:

BANCO	COORDENADAS	
	N	E
I. Ingeniería	2 137 240	480 740
II. Sub-Est. Eléctrica	2 137 660	480 300
III. Copilco	2 137 885	481 100
IV. Ajedrez	2 137 530	481 080
V. Islas	2 137 530	480 700

Las coordenadas fueron tomadas de la Carta Topográfica - E-14-A-39 (D.F.), editada por el INEGI.

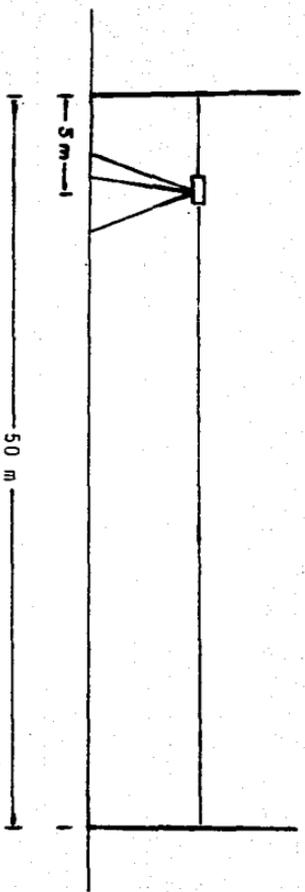
2.3.2 DETERMINACION DEL ERROR DE COLIMACION.

Para determinar el valor del error de la línea de colimación se realizó la siguiente prueba:

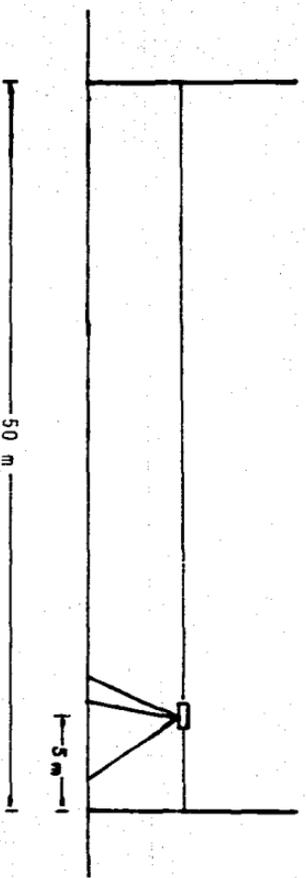
En un lugar sensiblemente plano se midió una distancia de 50 m y en sus extremos se colocaron los estadales, luego se estaciona el nivel a 5 m de cada estadal y se hacen las lecturas atrás y adelante (o cerca y lejos respectivamente) según la figura 2.3.2.

Las lecturas hechas para las miras lejanas se pueden corregir por refracción y curvatura de acuerdo con la siguiente tabla:

Distancia (m)	Corrección (mm)
0 a 13	0.0
13 a 37	0.1
37 a 54	0.2
54 a 67	0.3
67 a 77	0.4
77 a 86	0.5
86 a 95	0.6
95 a 102	0.7



ESTACION "A"



ESTACION "B"

FIG. 2.3.2

				30					Sab. 11- Feb '89.
Seccion Copilco - Ajedrez				(10A)					Despejado:
									t = 17°C
P.V.	Lec	Mic	Dif Edif	Lec.	M:c	Dif.	Edif	Notas	
	1323			2000					
Bn	1210	908	113	1880	443	120		Copilco	
	1092		113	1760		120	240		
	1702			1421					
PL1	1500	372	202	1240	461	181			
	1302		202	1059		181	362		
	1988			0910					
L2	1840	808	148	0270	328	140			
	1692		148	0130		140	280		
	1780			1088					
PL3	1230	231	250	0840	701	248			
	0980		250	0592		248	496		
	1850			1190					
PL4	1730	447	120	1060	060	130			
	1610		120	0230		130	260		

Varilla
enfrente Club
de Ajedrez

C A P I T U L O I I I

- 3.1 METODOLOGIA DEL LEVANTAMIENTO.
- 3.1.2 EL METODO DE LOS TRES HILOS.
- 3.1.2 COMPROBACION DE CIERRE
- 3.2 DEFINICION Y PROPOSITO DEL AJUSTE.
- 3.2.1 LEY DE PROBABILIDAD DEL ERROR.
- 3.2.2 PRINCIPIOS DE MINIMOS CUADRADOS.
- 3.2.3 ECUACIONES DE OBSERVACION.
- 3.3. AJUSTE MEDIANTE EL METODO DE ECUACIONES NORMALES.
- 3.3.1 AJUSTE MEDIANTE EL METODO MATRICIAL Y PROGRAMA DE COMPUTADORA.

3.1 METODOLOGIA DEL LEVANTAMIENTO.

Antes de salir a campo es recomendable revisar el buen funcionamiento del equipo que se va a utilizar.

Del nivel fijo se deben revisar los enfoques del objetivo y de los hilos de retícula, y el giro azimutal. Asimismo comprobar los movimientos de los tornillos niveladores y basculante.

En campo el primer paso será efectuar el registro correspondiente donde deben figurar los siguientes datos: brigada, nombre del responsable, lugar y fecha del levantamiento, las condiciones atmosféricas y la elevación del banco de partida con una descripción del mismo.

El tipo de registro en este caso es semejante al de una nivelación de primer orden (Registro 3.1).

Una vez que se niveló el instrumento, cada lectura se efectúa como sigue:

- 1.- Se usa la mira.
- 2.- Se lleva el hilo vertical de la cruz filar exactamente sobre la mira.
- 3.- Se centra la burbuja (chequeo de la coincidencia de meniscos).
- 4.- Se leen los tres hilos.

Es importante recordar que no deben tocarse los tornillos niveladores, ya que el movimiento de cualquiera de ellos modifica la altura de aparato.

Al anotar los tres hilos podemos calcular si las visuales atrás y adelante han estado equilibradas y para determinar la longitud total de las líneas de nivel. Las longitudes totales se usan para calcular la exactitud del trabajo y para determinar las longitudes de cada tramo de la red con objeto de afectarlos de un peso en el ajuste de la misma.

Temperaturas de la mira.

Con mira de cinta Invar es necesario conocer únicamente las temperaturas de la mira a lo largo del itinerario. Si el trabajo se efectúa sin interrupción y no se producen cambios bruscos de temperatura, es suficiente con registrar la temperatura inicial y final de las secciones, para ida y vuelta se utiliza la media de las 4 temperaturas.

En terreno con fuerte pendiente se lee el estadal con nivel de mano antes de instalar el nivel fijo.

Los resultados del levantamiento se dan a continuación - mediante la siguiente tabla:

LINEA	DESNIVEL	DIST. ATRAS	DIST. ADELANTE	OIF. EN DIST.	DIST. TOTAL
1	+7.5851	508.6	514.2	5.6	1022.8
2	-7.5869	511.4	502.5	8.9	1013.9
3	-18.6080	433.9	424.8	9.1	858.7
4	+18.6177	429.2	432.5	3.3	861.7
5	+2.2277	166.6	163.8	2.8	330.4
6	-2.23269	169.5	171.4	1.9	340.9
7	+8.76648	312.6	304.3	8.3	616.9
8	-8.76002	307.6	298.3	9.3	605.9
9	-2.86009	224.6	220.3	4.3	449.9
10	+2.86501	232.7	228.1	4.6	460.8

3.1.1 COMPROBACION DE CIERRE.

En la siguiente tabla se hace el resumen de la comprobación de cierre conforme a la tolerancia de un levantamiento de segundo orden clase II.

TABLA 3.1.2

SECCION	DISTANCIA (Km)	TOLERANCIA $\pm 8 \sqrt{K}$ (mm)	ERROR (mm)
1 - 2	2034.8	11.40	- 1.8
2 - 3	1720.4	10.49	+ 9.7
3 - 4	671.3	6.55	- 4.3
4 - 1	1222.8	8.84	+ 6.46
1 - 5	449.9	5.36	+ 4.92

AJUSTE DE LA RED DE NIVELACION.

3.2 DEFINICION Y PROPOSITO DEL AJUSTE.

AJUSTAR.- Es hacer o poner una cosa de modo que se adapte exactamente a otra. Encajar varias partes de un todo, acomodar una cosa con otra, conciliar lo que no esté acorde.

AJUSTE.- Encaje o medida que tienen las partes de que se compone alguna cosa para su exacto acoplamiento.

PROPOSITO PRINCIPAL DEL AJUSTE.- Es el de efectuar correcciones equitativas y lógicas a los valores resultantes de una medición.

CLASIFICACION DE LOS VALORES DE UNA MEDICION.

VALOR VERDADERO.- Es aquél que está exento de error y - por lo mismo es desconocido.

VALOR OBSERVADO.- Es el que resulta de la observación o experimentación, después de haber hecho las correcciones instrumentales y del medio en que se trabaja.

VALOR MAS PROBABLE.- Es aquél que más se acerca al valor verdadero, de acuerdo con las observaciones hechas, valor que se acerca tanto más cuanto más precisas sean las observaciones.

Al hacer varias mediciones se encontrará que los resultados difieren y que un mismo valor nunca ocurre dos veces, por lo que es necesario averiguar cuáles son los mejores valores de las mediciones efectuadas, para esto es necesario conocer el modelo matemático de la distribución de la probabilidad del error.

3.2.1 LEY DE LA PROBABILIDAD DEL ERROR.

Como se vio en el capítulo I, los errores sistemáticos - e instrumentales se pueden corregir o minimizar, pero persisten los errores accidentales, a estos últimos se les aplica la teoría de la probabilidad, para poder calcularlos.

La teoría del error fue el resultado en la experiencia - de la distribución que se tenía en las desviaciones estándar al hacer la gráfica de éstas con respecto al valor más probable, de donde GAUSS razonó y dedujo los siguientes postulados:

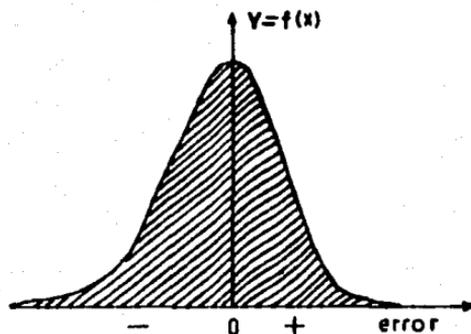
- 1.- Los pequeños errores son más frecuentes que los grandes errores.
- 2.- Los errores positivos y negativos de igual magnitud son igualmente probables.

3.- Los errores muy grandes no se presentan.

4.- Los errores son modificados por las circunstancias de la observación, mientras mejores sean los instrumentos y mejor el observador los resultados son más precisos.

Puesto que la probabilidad de un error es una función de ese error (su magnitud), entonces si llamamos "X" al error y "Y" a su probabilidad, esta ley se puede representar mediante la ecuación $Y = F(X)$ si y sólo si cumple también con los postulados antes mencionados.

Si en un sistema cartesiano decimos que las ordenadas representan las probabilidades y las abscisas los errores, se tiene una curva según la gráfica (3.2).



GRAFICA 3.2.

Esta curva cumple las siguientes propiedades:

- a).- Ser simétrica con respecto al eje "Y", puesto que errores positivos y negativos de igual magnitud son igualmente probables.
- b).- A medida que "X" aumenta numéricamente el valor de "Y" disminuye, si "X" es muy grande $Y = 0$.
- c).- La probabilidad que el error esté entre -0.0 y $+0.0$ es igual a 1.

Al efectuar la deducción de la ecuación que cumpliera -

con estas propiedades, GAUSS concluyó la siguiente función de probabilidad.

$$P = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-h^2 x^2}$$

donde P = Probabilidad del error

σ = Desviación estándar.

x = Error.

$$h^2 = \frac{1}{2\sigma^2}$$

NOTA: Mientras mayor sea el número de observaciones las desviaciones se ajustarán mejor a una curva representativa.

3.2.2 PRINCIPIO DE MINIMOS CUADRADOS.

El principio de los mínimos cuadrados establece que el valor más probable de una cantidad física que ha sido observada n veces es la media aritmética de dichas observaciones y debe cumplir con la condición de que la suma de los cuadrados de los residuos sea un mínimo.

El principio puede ser demostrado, si aceptamos que "Z" es el valor verdadero de una cantidad física, M_1, M_2, M_3, M_n los resultados de las observaciones y $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ los errores accidentales cometidos en las observaciones, o sea:

$$Z - M_1 = x_1$$

$$Z - M_2 = x_2$$

$$Z - M_n = x_n$$

$$Z - M_i = x_i \dots\dots\dots (1)$$

Las respectivas probabilidades de los errores son:

$$P_1 = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-h^2 x_1^2}$$

$$P_2 = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-h^2 x_2^2}$$

$$P_n = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-h^2 x_n^2}$$

Además sabemos que la probabilidad de varios eventos de una misma clase es igual al producto de sus probabilidades individuales:

$$P_1 \dots P_2 \cdot P_3 \dots P_n = P$$

Que equivale a
$$P = \frac{1}{(0/2\pi)^n} e^{-h^2 (x_1^2 + x_2^2 + \dots x_n^2)}$$

Igual a
$$P = \frac{1}{(0/2\pi)^n e^{h^2 (x_1^2 + x_2^2 + \dots x_n^2)}}$$

El valor de "P" será máximo cuando el denominador sea mínimo, lo cual implica que la suma del cuadrado de los errores sea mínimo, o sea:

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = \text{un mínimo.}$$

Además, si sabemos que la diferencia entre la media aritmética (\bar{Z}) y las observaciones son los residuos $r_1, r_2 \dots r_n$, tenemos:

$$\bar{Z} - M_1 = r_1$$

$$\bar{Z} - M_2 = r_2$$

$$\bar{Z} - M_n = r_n \qquad \bar{Z} - M_i = r_i \qquad (2)$$

Y si recordamos que la media aritmética de una serie de observaciones es el valor más probable de la cantidad física observada:

$$\bar{Z} \approx Z$$

Simplificando las ecuaciones (1) y (2)

$$x_i - Z - n_i \approx \bar{Z} - M_i = r_i$$

Implica que $x_i \approx r_i$

Por lo que se concluye que el valor más probable de los errores accidentales es aproximadamente igual al de los residuos, de esta forma, podemos expresar a la suma del cuadrado de los residos como un mínimo, de la siguiente manera:

$$f(r) = r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_n^2 = \text{un m\u00ednimo.}$$

Igualando esta funci\u00f3n a cero y derivando con respecto a r :

$$\frac{df(r)}{dr} = 2r_1 + 2r_2 + \dots + 2r_n = 0.$$

Sustituyendo los valores para r_i de la ecuaci\u00f3n 2 tenemos:

$$(Z - M_1) + (Z - M_2) + \dots + (Z - M_n) = 0$$

$$z - (M_1 + M_2 + \dots + M_n) = 0$$

$$n \bar{z} - \sum M_i = 0$$

$$\text{Despejando, } \bar{z} = \frac{\sum M_i}{n}$$

Procediendo en forma an\u00e1loga para el caso de observaciones pesadas:

$$f(r) = P_1 r_1^2 + P_2 r_2^2 + \dots + P_n r_n^2 = \text{un m\u00ednimo}$$

Haciendo la primera derivada e igualando a cero:

$$df(r) = 2P_1 r_1 + 2P_2 r_2 + \dots + 2P_n r_n = 0$$

$$= P_1 r_1 + P_2 r_2 + \dots + P_n r_n = 0$$

Sustituyendo los valores para r_i de la ecuaci\u00f3n 2 tenemos:

$$P_1(Z - M_1) + P_2(Z - M_2) + \dots + P_n(Z - M_n) = 0$$

$$\bar{z} (P_1 + P_2 + \dots + P_n) - (P_1 M_1 + P_2 M_2 + \dots + P_n M_n) = 0$$

$$\bar{z} \sum P_i - \sum P_i M_i = 0$$

$$\bar{z} = \frac{\sum P_i M_i}{\sum P_i}$$

Donde \bar{z} es promedio pesado de las observaciones.

3.2.3 ECUACIONES DE OBSERVACION.

Para el ajuste de una nivelación se usa un grupo de observaciones directas, de las cuales no todas son de la misma cantidad, sino más bien cada observación representa la medida de la diferencia de elevación de una línea separada del circuito de nivelación.

Las ecuaciones que relacionan las incógnitas con las observaciones y sus correspondientes errores se les conocen como ecuaciones de observación. En general estas ecuaciones se pueden reducir a la forma lineal siguiente:

$$A_1X + B_1Y + C_1Z + \dots = M_1$$

$$A_2X + B_2Y + C_2Z + \dots = M_2$$

⋮

$$A_nX + B_nY + C_nZ + \dots = M_n$$

En donde $A_1, B_1, C_1 \dots$ son coeficientes conocidos, X_1, Y_1, Z_1 las incógnitas y $M_1, M_2 \dots M_n$ las cantidades observadas. Si las ecuaciones de observación son menos que las incógnitas, los valores de estas últimas no se pueden calcular, por lo que es indispensable hacer un número mayor de observaciones que el número de incógnitas al encontrar los valores más probables y sustituirlos en las ecuaciones originales se obtendrán los residuos (V_s) motivados por los errores de observación.

Por lo tanto se pueden plantear como un sistema de ecuaciones lineales de "n" ecuaciones de observación con "u" incógnitas, de la siguiente forma:

$$A_1X_1 + B_2X_2 + C_1X_3 + \dots + n_1X_u = M_1 + V_1$$

$$A_2X_1 + B_2X_2 + C_2X_3 + \dots + n_2X_u = M_2 + V_2$$

⋮

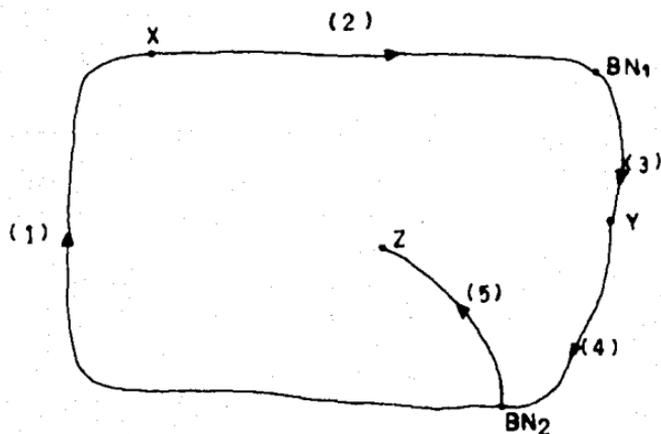
$$A_nX_1 + B_nX_2 + C_nX_3 + \dots + nX_u = M_n + V_n$$

3.3 AJUSTE MEDIANTE EL METODO DE ECUACIONES NORMALES.

Si consideramos para este primer ajuste que las condiciones del levantamiento fueron las mismas, esto es que las observaciones tienen pesos iguales. Usando el diagrama 3.4.1 y la lista de resultados que se dan a continuación:

Bancos de elevación conocida; $BN_1 = 2265.293$ (Copilco)

$BN_2 = 2276.298$ (Fac. Ing.)



LINEA NUMERO	DIF. DE ELEVACION
1	7.5860
2	-18.61285
3	+ 2.2302
4	+ 8.76325
5	- 2.86305

DIAGRAMA 3.4.1

Con la información anterior procedemos a ordenar las ecuaciones de observación, las cuales relacionan todas las mediciones de las diferencias de elevación de una línea con los valores observados, las incógnitas $X_1 Y_1 Z$ y los errores residuales de las mediciones como sigue:

$$BN2 + 1 = X = 2276.298 + 7.5860 + V_1 = X$$

$$X + 2 = BN1 = X - 18.6128 + V_2 = 2265.293$$

$$BN1 + 3 = Y = 2265.293 + 2.2302 + V_3 = Y$$

$$Y + 4 = BNZ = Y + 8.76325 + V_4 = 2276.298$$

$$BNZ + 5 = Z = 2276.298 = 2.86305 + V_5 = Z$$

Despejando el valor de los residuos:

$$V_1 = X - 2283.8840$$

$$V_2 = X - 2283.9058$$

$$V_3 = Y - 2267.5232$$

$$V_4 = Y - 2267.5348$$

$$V_5 = Z - 2273.435$$

Elevando al cuadrado las ecuaciones:

$$V_1^2 = (X - 2283.8840)^2$$

$$V_2^2 = (X - 2283.9058)^2$$

$$V_3^2 = (Y - 2267.5232)^2$$

$$V_4^2 = (Y - 2267.5348)^2$$

$$V_5^2 = (Z - 2273.4350)^2$$

De la fórmula de mínimos cuadrados:

$$U = V_1^2 + V_2^2 + V_3^2 + \dots + V_n^2 = \text{mínimo.}$$

Sustituyendo los valores de los residuos:

$$V = (X - 2283.8840)^2 + (X - 2283.9058)^2 + (Y - 2267.5232)^2 + (Y - 2267.5348)^2 + (Z - 2273.4350)^2 = 0$$

Si ahora derivamos con respecto a las incógnitas:

$$\frac{du}{dx} = 2(X - 2283.8840) + 2(X - 2283.9058) = 0$$

$$\frac{du}{dx} = 2X - 4567.7898 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{du}{dy} = 2(Y - 2267.5232) + 2(Y - 2267.5348) = 0$$

$$\frac{du}{dy} = 2Y - 4.535.058 = 0 \quad (2)$$

$$\frac{du}{dz} = 2(Z - 2273.4350) = 0$$

$$\frac{du}{dz} = 2Z - 4546.870 = 0 \quad (3)$$

De esta forma nos queda un sistema de ecuaciones lineales de la forma:

$$2X + 0Y + 0Z = 4567.7898 \quad (1)$$

$$0X + 2Y + 0Z = 4535.058 \quad (2)$$

$$0X + 0Y + 2Z = 4546.870 \quad (3)$$

Resolviendo el sistema por el Método de Kramer.

$$X = \frac{\begin{array}{ccc} 4567.7898 & 0 & 0 \\ 4535.058 & 2 & 0 \\ 4546.870 & 0 & 2 \end{array}}{\begin{array}{ccc} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{array}} = \frac{18271.159}{8} = 2283.8949$$

$$Y = \frac{\begin{array}{ccc} 2 & 4567.7898 & 0 \\ 0 & 4535.058 & 0 \\ 0 & 4546.870 & 2 \end{array}}{8} = \frac{18140.232}{8} = 2267.529$$

$$Z = \frac{\begin{array}{ccc} 2 & 0 & 4567.7898 \\ 0 & 2 & 4535.058 \\ 0 & 0 & 4546.870 \end{array}}{8} = \frac{18187.480}{8} = 2273.435$$

Resumiendo los resultados:

BANCO DE NIVEL	ELEVACION
X	2283.8949
Y	2267.5289
Z	2273.435

3.3.1 AJUSTE PARAMETRICO CON NOTACION MATRICIAL.

El sistema de ecuaciones de observación del inciso anterior lo podemos representar en forma matricial, por medio de la siguiente fórmula:

$$A \cdot X = L + V$$

Si A es la matriz de coeficientes de "0" renglones por "N" columnas (O = No. de observaciones y N = No. de incógnitas).

X; Vector de "N" incógnitas.

L; Vector de "O" observaciones.

V; Vector de "O" residuos.

Despejando el valor del vector de residuos tenemos:

$$V = AX - L$$

La forma al cuadrado a minimizar es:

$$V^2 = V^t V$$

Donde V^t es el vector transpuesto de V, sustituyendo valores algebraicos:

$$\begin{aligned} V^t V &= (AX - L)^t (AX - L) \\ &= (AX)^t - L^t (AX - L) \end{aligned}$$

Aplicando propiedades de matrices:

$$\begin{aligned} V^t V &= X^t A^t AX - X^t A^t L - L^t AX + L^t L \\ &= X^t A^t AX - 2L^t AX + L^t L \end{aligned}$$

Aplicando el principio de mínimos cuadrados; esto es, derivando la forma de las incógnitas e igualando a cero se tiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}\frac{dv^t v}{dx} &= 2X^t A^t A \frac{dx}{dx} - 2L^t A \frac{dx}{dx} + 0 = 0 \\ &= X^t A^t A - L^t A = 0 \\ X^t A^t A &= L^t A\end{aligned}$$

O bien: $A^t A X = A^t L$

mos: Premultiplicando cada término por la matriz $(A^t A)^{-1}$ tenemos:

$$\begin{aligned}(A^t A)^{-1} A^t A X &= (A^t A)^{-1} A^t L \\ X &= (A^t A)^{-1} A^t L\end{aligned}$$

Y si además hacemos $N = (A^t A)$ y $U = A^t L$

$$X = N^{-1} U$$

Para obtener los residuos.

$$V = AX - L$$

Por lo tanto las observaciones compensadas serán:

$$L = L + V$$

En donde: $N = A^t P A$; $U = A^t PL$

Para obtener el grado de refinamiento o precisión absoluta (desviación estándar), hacemos uso de la varianza de peso unitario, la cual se representa:

$$S_0^2 = \frac{V^t P U}{(N - O)}$$

En donde: S_0^2 = Varianza de peso unitario.

V = Matriz de los residuos.

P = Matriz de pesos.

O = Número de observaciones.

N = Número de incógnitas.

Multiplicando la varianza de peso unitario por N^{-1} tenemos la matriz de varianzas y covarianzas $MVYC = (S_0^2) N^{-1}$.

Como la desviación estándar es igual a la raíz cuadrada de la varianza y las varianzas de las incógnitas se encuentran en la diagonal principal de la matriz de varianzas y covarianzas, podemos expresar la desviación estándar de las incógnitas de la siguiente manera:

$$\sigma_i = MVYC(i, i).$$

PROGRAMA DE COMPUTADORA.

Este programa será codificado en lenguaje de programación Basic, usando el sistema de cómputo de la Facultad de Ingeniería, el cual es el Sistema VAX 11-780.

El ajuste que realiza el programa, es el ajuste usando la notación matricial por el método de mínimos cuadrados, este programa ajusta una red de "N" bancos de nivel usando arreglos matriciales.

La ecuación matricial que resuelve este problema es la siguiente:

$$X = (A^t P A)^{-1} A^t P L$$

X = Vector de "N" bancos de nivel a ajustar.

A = Matriz de coeficientes de las ecuaciones de observación.

P = Matriz de pesos.

L = Vector de desniveles de las ecuaciones de observación.

El programa se integra en las siguientes partes:

- 1.- Lectura de datos generales, se refiere a los siguientes datos:
 - Lugar donde se encuentra la red.
 - Nombre y cota del o los bancos de nivel base.
 - Número de bancos de nivel a ajustar.
 - Número de ecuaciones de observación.
- 2.- Reservación de memoria.
- 3.- Lectura de matrices $A_1 X_1 L_1 P$
- 4.- Cálculo del ajuste.
- 5.- Resultados del ajuste.

DIAGRAMA DE FLUJO



DISEÑO DE MATRICES.

Para poder usar el programa para el ajuste, es necesario hacer el diseño de las matrices que representan el problema, ya que este programa utiliza las instrucciones del cálculo de matrices.

Para este caso se asignaron pesos a las observaciones en función de las distancias.

Los pesos se dan conforme a la siguiente fórmula:

$$P_i = \frac{K}{L_i}$$

En donde P_i = Peso relativo

L_i = Longitud de la línea en km.

K = Constante.

En este caso la constante fue $K = 2$ y se cerró el valor al entero más cercano.

Línea	Longitud en km.	Peso relativo
1 11	2.0367	1
2 S2	1.7204	1
3 E3	1.2228	2
4 A4	0.6713	3
5 B5	0.9107	2

1a: Si ordenamos los valores de las ecuaciones según la fórmula

$$A_n X + B_n Y + C_n + \dots = M_n$$

Ec. No.	Coeficientes			Elevaciones	Pesos
	A	B	C		
1	1	0	0	2283.8840	1
2	1	0	0	2283.9058	1
3	0	1	0	2267.5232	2
4	0	1	0	2267.5348	3
5	0	0	1	2273.4350	2

Sustituyendo valores en las matrices $A_1 X_1 L_1 P$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2283.8840 \\ 2283.9058 \\ 2267.5232 \\ 2267.5348 \\ 2273.4350 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

```

10 REM ***** FACILIDAD DE INGENIERIA U. N. A. M. *****
20 REM *****PROGRAMA PARA EL AJUSTE DE UNA RED DE NIVELACION*****
30 REM *****POR MINIMOS CUADRADOS *****
31 REM *****POSALTO CERVANTES QUEZADA *****
35 PRINT "LUGAR DE LA NIVELACION "
36 INPUT LNS
37 PRINT
38 PRINT "EL LUGAR DE LA NIVELACION ES:"LNS
39 PRINT
40 PRINT "CUAL ES EL NO. DE OBSERVACIONES"
42 INPUT N
43 PRINT "EL NO. DE OBSERVACIONES ES :"

```

```

312 PRINT
313 MAT PRINT R:
316 PRINT
320 MAT V=R-I.
322 PRINT "MATRIZ V DE LOS RESIDUOS."
323 PRINT
324 MAT PRINT V:
325 PRINT
340 MAT T=H+V
350 PRINT "MATRIZ T DE LOS VALORES COMPENSADOS DE LAS OBSERVACIONES."
360 PRINT
370 MAT PRINT T:
380 PRINT

420 REM --LECTURA DE LOS VALORES DE LAS ECUACIONES DE OBSERVACION--
430 PRINT
440 PRINT
450 PRINT
460 DATA 1.0,0.0,1.0,0.0,0.1,0.0,1.0,0.0,1.0,0.0,1.0
460 DATA -1.0,-1.0,-1.0
490 DATA 2783.8840,2783.9058,2787.5232,2787.5346,2773.435
510 DATA 2.0,0.0,0.0
520 DATA 0.2,0.0,0.0
530 DATA 0.0,1.0,0.0
540 DATA 0.0,0.1,0.0
590 DATA 0.0,0.0,1.0
620 DATA -7.5860,-18.6128,2.2302,8.7635,-2.86305
630 END

```

LUGAR DE LA NIVELACION

EL LUGAR DE LA NIVELACION ES: LA UNIVERSIDAD

CUANT. ES EL NO. DE OBSERVACIONES

EL NO. DE OBSERVACIONES ES : 5

CUANT. ES EL NO. DE INCOGNITAS

EL NO. DE INCOGNITAS ES : 3

IMPRESION DE MATRICES DE OBSERVACION Y DE RESULTADOS
MATRIZ DE COEFICIENTES DE A

1	0	0
1	0	0
0	1	0
0	1	0
0	0	1

MATRIZ DE INCOGNITAS Y

-1
-1
-1

MATRIZ DE DESNIVELES L

2283.88
2283.91
2267.52
2267.53
2273.44

MATRIZ DE PESOS P

2	0	0	0	0
0	2	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1

MATRIZ DE ELEVAIONES OBSERVADAS

-7.586
-18.6178
2.2302
8.76325
-2.86305

MATRIZ Y DE VALORES MAS PROBABLES

2283.9
2267.53
2273.44

MATRIZ R DE LAS OBSERVACIONES CORREGIDAS

2283.9
2283.9
2267.53
2267.53
2273.44

MATRIZ V DE LOS RESIDUOS

53

.109863E-01
-.107422E-01
.585938E-02
-.585938E-02
0

MATRIZ T DE LOS VALORES COMPENSADOS DE LAS OBSERVACIONES

-7.57501
-18.6235
2.23606
8.75739
-2.86305

C A P I T U L O I V

4.1.- APLICACIONES

4.2.- CONCLUSIONES.

4.1 APLICACIONES

Una vez que se han determinado los valores de las elevaciones de una red de nivelación se derivan múltiples aplicaciones, en forma particular para el segundo orden clase II la Srfa. de Programación y Presupuesto nos señala las siguientes:

En la densificación de las redes primaria y secundaria y ajustarse junto con ellas, para el apoyo de proyectos locales de ingeniería, en cartografía topográfica, como apoyo de levantamientos locales y en estudios de asentamientos rápidos del suelo.

A continuación hago una descripción más detallada de las aplicaciones de una red de nivelación:

EN INGENIERIA:

a).- Para proyectos carreteros. Constituyen el elemento básico en el diseño de las rasantes y pendientes, y para el control de las mismas durante su construcción.

b).- Para proyectos de riego.- Para poder representar la configuración de las zonas regables, en la localización de las pendientes del terreno y los drenes.

c).- Para proyectos de presas.- En el análisis de los asentamientos del suelo. Durante la construcción y operación hidráulica.

d).- Para proyectos de drenaje.- En la confección de planos para la conducción y distribución de las redes del drenaje.

EN MINERIA:

Para el proyecto de las rasantes de rampas, con objeto de comunicar niveles de extracción y el control de la explotación.

EN FOTOGRAMETRIA:

Para la elaboración de planos fotogramétricos, en la valoración de las posiciones verticales para los puntos de control de las fotografías.

EN CARTOGRAFIA:

De la combinación con el trabajo planimétrico se confeccionan los planos topográficos y de uso general.

Como se puede observar, los trabajos de nivelación son indispensables en muchas actividades, entre las que destaca su utilidad en la Ingeniería Civil.

4.2 CONCLUSIONES.

El conocimiento de las Normas de Levantamientos Geodésicos es muy importante para los ingenieros que realizan actividades relacionadas con el posicionamiento geográfico. Este conocimiento les permite utilizar las normas en levantamientos con fines específicos, con la seguridad de que éstos están dentro de los requerimientos de precisión de la empresa u organismo y dentro de un sistema de referencia común en la República Mexicana, sobre todo cuando se trata de trabajos simultáneos con un mismo objetivo, ejecutados en regiones geográficas distintas.

Si se requiere hacer uso de las redes existentes para el apoyo de un proyecto, se puede solicitar información sobre bancos y/o vértices de posicionamiento al Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI).

El levantamiento de la presente tesis logró la precisión enunciada, siguiendo las especificaciones indicadas, sin embargo, se puede alcanzar la misma calidad si utilizamos un nivel Wild - N-2 (sin micrómetro), desde luego conservando las demás precauciones.

Algo que sí es indispensable es mantener las condiciones geométricas del instrumento (nivel fijo) dentro de los límites aceptables (error de colimación).

Otro factor que facilita la ejecución del levantamiento es la preparación de los ayudantes (anotador y estadalero), por lo que es necesario hacerles una descripción de aquellas diferencias con respecto a una nivelación topográfica. De esta forma se agiliza las tareas de anotación y colocación de estadal, lo cual beneficia en el ahorro de tiempo.

Dado que hoy en día la mayoría de empresas del sector privado y público cuentan con sistemas de cómputo se optó por la elaboración de un programa de computadora, lo cual hace más rápido el cálculo del ajuste.

Por último, ya que este tipo de trabajos constituye un medio para que el hombre pueda afrontar problemas de ingeniería y fines científicos, esta diversidad de usos justifica su elaboración. Por lo que se debe fomentar su ejecución e incrementarse en todo el territorio nacional.

B I B L I O G R A F I A

- | | | |
|-----|-----------------------------|------------------------|
| 1.- | FUNDAMENTOS DE TOPOGRAFIA | SCHMIDT-RAYNER |
| 2.- | TRATADO DE TOPOGRAFIA | DAVIS, FOOTE, KELLY |
| 3.- | AJUSTES EN ING. TOPOGRAFICA | RAFAEL TORRES SOSA |
| 4.- | TOPOGRAFIA PARA INGENIEROS | KISSAM |
| 5.- | TOPOGRAFIA | NABOR BALLESTEROS TENA |