

69
21



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

CONTROLADORES DE POSICION PARA
MOTORES DE CORRIENTE DIRECTA
ANALISIS COMPARATIVO

T E S I S
Que para obtener el Titulo de
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA
p r e s e n t a :
ARTURO IZAGUIRRE BALLESTEROS



Director de Tesis
DR. RAFAEL KELLY MARTINEZ

México, D. F.

Julio de 1989

FALLA DE ORIGEN



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

OBJETIVOS

CONTENIDO

- CAPITULO 1. INTRODUCCION

- CAPITULO 2. EL MOTOR DE CORRIENTE DIRECTA
 - 2.1 Modelado del Motor de Corriente Directa.
 - 2.2 Modelo Matemático del Motor Controlado por Inducido.

- CAPITULO 3. CONTROLADOR PROPORCIONAL CON RETROALIMENTACION TACOMETRICA
 - 3.1 Descripción de la Ecuación.
 - 3.2 Análisis.
 - 3.3 Resultados Experimentales.
 - 3.3.1 Respuesta Escalón.
 - 3.3.2 Respuesta Armónica.

- CAPITULO 4. CONTROLADOR PROPORCIONAL DERIVATIVO
 - 4.1 Descripción de la Ecuación.
 - 4.2 Análisis.
 - 4.3 Resultados Experimentales.
 - 4.3.1 Respuesta Escalón.
 - 4.3.2 Respuesta Armónica.

- CAPITULO 5. CONTROLADOR PAR CALCULADO
 - 5.1 Descripción de la Ecuación.
 - 5.2 Análisis.
 - 5.3 Resultados Experimentales.
 - 5.3.1 Respuesta Escalón.
 - 5.3.2 Respuesta Armónica.

CONCLUSIONES

- APENDICE A. DESCRIPCION DE LA TARJETA ELECTRONICA DEL CONTROLADOR
- APENDICE B. OBTENCION EXPERIMENTAL DE LAS CURVAS CARACTERISTICAS DEL MOTOR
- APENDICE C. DESCRIPCION DEL PROGRAMA PARA GENERAR REFERENCIAS

OBJETIVOS

El continuo desarrollo industrial y tecnológico de la actualidad hace necesario que muchos sistemas mecánicos requieran de un control preciso en el movimiento de algunos de sus componentes, para lo cual se emplean comunmente motores de CD y se implementan diversos sistemas de control de posición o de velocidad para accionarlos y obtener un movimiento lo mas cercano posible al movimiento deseado. El sistema de control de posición mas sencillo es aquel en el que solo se retroalimenta la posición angular del eje de la carga controlada, sin embargo, la precisión y la velocidad de respuesta de este controlador no son muy buenas y este resulta poco efectivo para compensar efectos no lineales tales como el rozamiento mecánico, por lo que se han ideado otros controladores más elaborados que superan estas deficiencias.

En el presente trabajo se presenta un análisis comparativo entre tres diferentes controladores de posición angular para motores de CD, con objeto de conocer el comportamiento de cada uno de estos y las ventajas o desventajas que puedan existir entre los mismos. Para ello se presenta primeramente una descripción y análisis de la ecuación o algoritmo que define a cada controlador y, posteriormente, se describen una serie de experimentos realizados con la implementación física de cada controlador.

El primer controlador presentado es el proporcional con retroalimentación tacométrica, en el que, además de la retroalimentación de posición, se añade una retroalimentación negativa de la velocidad angular de la carga, que se suma al error de posición, como se muestra en la figura 1.1.

El segundo controlador es el proporcional derivativo o PD. Este controlador difiere del anterior en que se tiene también un canal de error de velocidad además del canal de error de posición.

Este error se obtiene al hacer la diferencia entre la velocidad retroalimentada y una señal de referencia de velocidad, que es igual a la derivada de la referencia de posición.

También se tiene una señal de referencia de aceleración, que es igual a la segunda derivada de la referencia de posición y que se suma a los errores de posición y de velocidad para generar la señal de mando, como se muestra en la figura 1.2.

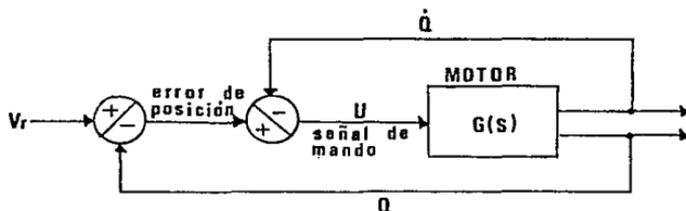


Fig 1.1 CONTROLADOR PROPORCIONAL CON RETROALIMENTACION TACOMETRICA

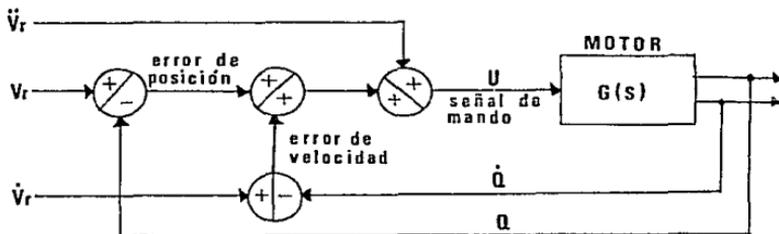


Fig 1.2 CONTROLADOR PROPORCIONAL DERIVATIVO

El tercer controlador es el denominado par calculado y es similar al controlador PD, pero incluye además una señal

proporcional a la velocidad angular de la carga, que se suma a la señal de mando y que tiene como objetivo compensar los efectos de fricción en los contactos mecánicos del sistema, lo que deberá traducirse en una disminución significativa de la zona muerta del controlador. En la figura I.3 se muestra un diagrama esquemático de este controlador.

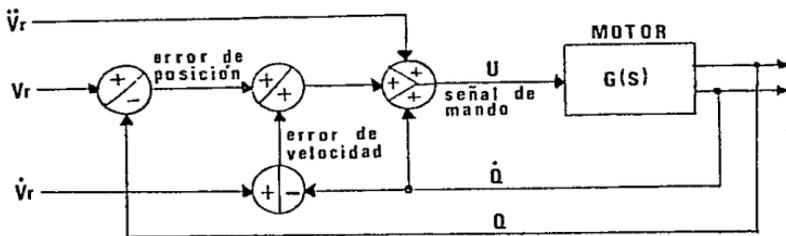


Fig I.3 CONTROLADOR PAR CALCULADO

Como un objetivo de este trabajo se pretende también diseñar y construir un circuito electrónico en el que se puedan implementar fácilmente cualquiera de los tres controladores anteriores, y que se pueda emplear posteriormente para probar cada controlador en un motor de CD y realizar una serie de experimentos que consistirán en la obtención de las respuestas escalón y armónica (entrada senoidal) y la graficación de las mismas. Estas gráficas permitirán comparar la respuesta de los controladores y determinar que controlador tiene el comportamiento mas adecuado para una aplicación específica.

Como equipo para efectuar los experimentos se cuenta con un módulo de prácticas MS150 que incluye un motor de CD, un tacómetro acoplado al eje del motor, un potenciómetro circular de 10 Kohms acoplado transversalmente al eje del motor mediante un reductor de velocidad de 30:1, y un amplificador de potencia para alimentar al

motor. Se cuenta también con una computadora personal APPLE equipada con 16 puertos de conversión digital/analógica que se empleará para generar las señales de referencia para el controlador mediante un programa escrito en BASIC que se describe en el apéndice C.

CONTENIDO

En el capítulo 1 de este trabajo se presenta como introducción una visión de las aplicaciones principales de los motores de CD en el campo de la robótica y de los servomecanismos, así como una descripción de los métodos básicos de control preciso en este tipo de motores.

En el capítulo 2 se describe en forma mas detallada el funcionamiento de los motores de CD, las diferentes maneras en que se pueden operar y, finalmente, se presenta su modelo matemático en forma de función de transferencia.

En los capítulos 3, 4 y 5 se describen respectivamente cada uno de los controladores presentados, esto es, el proporcional con retroalimentación tacométrica, el proporcional derivativo y el par calculado. Se presenta para cada controlador una descripción de la ecuación o algoritmo de control que lo define, así como un análisis matemático de esta ecuación. Se presenta después una explicación de los experimentos realizados con cada controlador y un análisis de los resultados obtenidos.

En el capítulo 6 se presenta una comparación de los resultados obtenidos en los capítulos anteriores, de la que se deducen conclusiones respecto a complejidad y desempeño de los controladores. Se mencionan también las aplicaciones mas adecuadas para cada controlador según el comportamiento observado en cada uno de ellos.

En el apéndice A se encuentra una descripción del circuito electrónico diseñado para los experimentos y en el cual se pueden implementar, mediante un simple movimiento de puentes de conexión, cualquiera de los tres controladores estudiados. Se describe también la tarjeta electrónica y la configuración requerida para implementar cada controlador.

En el apéndice B se describen las características de operación del motor de CD utilizado en los experimentos con los controladores, así como la característica de transferencia del tacómetro acoplado al eje del motor, datos que se requieren para ajustar las amplitudes de las señales generadas en la computadora.

En el apéndice C se describe el programa de computadora empleado para generar las señales de referencia utilizadas por el controlador. También se describe el convertidor D/A acoplado a la computadora APPLE y a través del cual se obtienen las señales de referencia.

CAPITULO 1

INTRODUCCION

Una de las disciplinas dentro de la ingeniería que ha tenido gran desarrollo en los últimos años ha sido el control automático. Esta disciplina es responsable de la existencia de una gran cantidad de dispositivos, tanto industriales como domésticos, que permiten la utilización mas eficiente de la energía y la regulación más precisa de muchos tipos de procesos. Los sistemas de control automático emplean componentes muy diversos, incluidos los mecánicos, eléctricos, electrónicos, neumáticos y las combinaciones entre ellos, y se emplean para regular magnitudes tales como temperatura, presión, flujo, fuerza y tensión mecánicas, velocidad, desplazamiento, corriente y voltaje eléctricos, etc. Su utilización se encuentra en numerosas aplicaciones que van desde los familiares aparatos de uso doméstico, como el tostador automático de pan y el horno controlado termostáticamente, hasta los sofisticados sistemas de control para la generación de potencia y la exploración espacial, incluyendo también sistemas de control de calidad de productos manufacturados, control de máquinas herramientas, sistemas de transporte, robótica, etc. El control automático influye en nuestra vida cotidiana.

Dentro de las innumerables aplicaciones del control automático figura la llamada robótica, que comprende sistemas tales como bandas transportadoras, mecanismos manipuladores (robots), sistemas de guía de borde, sistemas de seguimiento y, en general, cualquier tipo de servomecanismo. Un servomecanismo (o simplemente servo) es un sistema utilizado para realizar una tarea de control de un movimiento mecánico cuya extensión, dirección, velocidad y/o algunas otras características están determinadas como la respuesta a una función de mando (Bulliet. 1970). El término servo se deriva

del griego y significa esclavo, el cual proporciona la fuerza necesaria para realizar el trabajo requerido por una señal de mando, actuando con absoluta obediencia respecto a ésta. El esfuerzo requerido para aplicar la señal de mando puede ser insignificante comparado con el resultado que la acompaña (Bulliet. 1970).

Dentro de la gama de servomecanismos existentes, destacan aquellos que emplean motores eléctricos de corriente directa como dispositivos actuadores. Los motores de CD tienen la ventaja de la facilidad de control de su velocidad dentro de un amplio margen; de no requerir de una instalación eléctrica complicada para su alimentación; de su pequeño tamaño; y de su capacidad para proporcionar un elevado par de arranque. Adicionalmente, los motores de CD diseñados para ser utilizados en servomecanismos requieren de una relación par-inercia grande, lo que se obtiene reduciendo el diámetro del rotor y aumentando su longitud; de una conmutación efectiva dentro de un amplio rango de velocidades; y de un funcionamiento suave a bajas velocidades, sin sacudidas apreciables (Weyrick. 1975). Estas características hacen que los motores de CD sean muy empleados en el diseño de robots manipuladores.

Los sistemas de control mecánico o servomecanismos, se basan en el principio básico de todo sistema de control, es decir, la retroalimentación negativa de la variable controlada o salida, hacia la variable controladora o entrada de referencia, para su comparación. La diferencia entre las dos variables constituye la señal de error. De acuerdo a esto, un servomecanismo es un sistema de malla cerrada que permite asegurar el control de una magnitud de salida (posición, velocidad, etc) a partir de una magnitud de referencia en la entrada. Una característica de todos los servomecanismos es que son dispositivos sensibles al error o reductores de error. Esto significa que cualquier error o diferencia existente entre la entrada y la salida del dispositivo,

genera automáticamente una acción para reducirlo o eliminarlo (Bulliet. 1970).

En consecuencia, un servomecanismo se compone de dos cadenas, una cadena de acción dirigida desde la entrada hacia la salida, que contiene un comparador y el controlador y que asegura el mando de la carga, pudiendo ser grande la potencia que transmite, conocida también como cadena de potencia; y una cadena de reacción dirigida desde la salida hacia la entrada, que tiene como misión transmitir con precisión la información obtenida en la salida del sistema, de donde toma una potencia muy pequeña, despreciable en comparación con la potencia absorbida por la carga, y que se denomina igualmente cadena de precisión (Milsant. 1972).

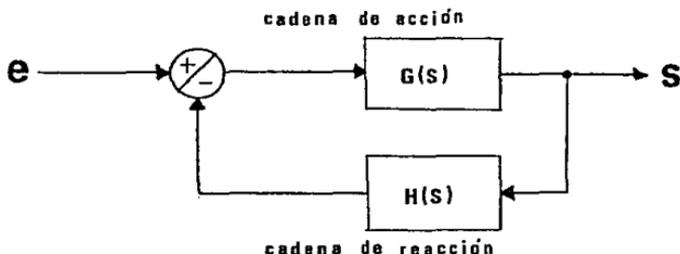


Fig. 1.1 SISTEMA DE CONTROL DE MALLA CERRADA

Según la naturaleza de la cadena de reacción, los servomecanismos se clasifican en dos categorías:

a) Servomecanismos de Posición

La magnitud de reacción es una posición angular. Para poder comparar la entrada con la salida de un sistema de control, se requiere convertir éstas a una magnitud compatible físicamente,

para lo cual se emplean transductores. En el caso de un controlador de posición, puede utilizarse un potenciómetro circular acoplado al eje del motor para sensar la posición de la carga. Igualmente, se emplea otro potenciómetro circular acoplado al eje de referencia para sensar la posición deseada.

En un servomecanismo de posición, al ser las magnitudes de entrada y de salida de la misma naturaleza y siendo la totalidad de la magnitud de salida conducida hacia la entrada, se dice que se trata de un sistema de retorno unitario. La salida debe seguir con un error nulo las fluctuaciones de la entrada, esto es, la posición de equilibrio se logra cuando el error se hace cero. A los sistemas de control que se comportan como un servomecanismo de posición se les llama sistemas seguidores (Milsant. 1972).

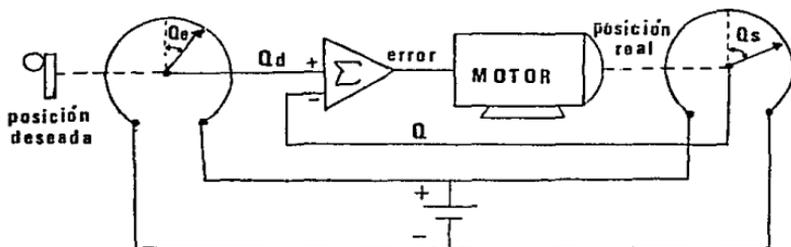


Fig 1.2 SERVOMECANISMO DE POSICION

b) Servomecanismos de Velocidad

La magnitud de reacción es una velocidad angular. A diferencia de un servomecanismo de posición, en un servomecanismo de velocidad la naturaleza de las magnitudes de entrada y de salida es diferente, ya que la salida es una velocidad angular mientras que la entrada es generalmente un voltaje. En estas

condiciones, el retorno no es unitario sino que contiene un bloque de transferencia $H(s)$ debido a un transductor de velocidad a voltaje (tacómetro). Además, mientras que en un servomecanismo de posición la señal de error es nula cuando se alcanza el régimen permanente, el error nunca será nulo en un servomecanismo de velocidad, ya que se requiere de un voltaje que, adecuadamente amplificado, mantenga en movimiento al motor. El estado de equilibrio se alcanza cuando el error toma un valor tal que, al amplificarse y aplicarse al motor, éste se mantenga girando a la velocidad deseada. A los sistemas que se comportan como un servomecanismo de velocidad se les llama sistemas reguladores (Milsant. 1972).

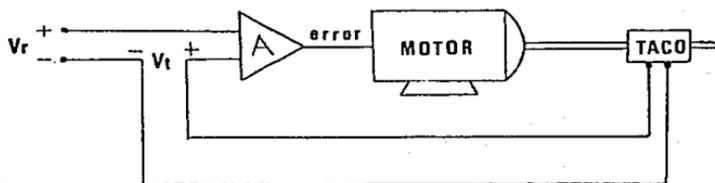


Fig 1.3 SERVOMECANISMO DE VELOCIDAD

La precisión y la velocidad de respuesta de un sistema de control dependen de la ganancia de la cadena de acción. En efecto, si se tiene una gran amplificación, el aparato de mando podrá entrar en acción en cuanto exista la menor diferencia entre la magnitud controlada y la magnitud de referencia. Pero, como puede demostrarse, un sistema realimentado con ganancia elevada puede volverse inestable y estar sometido a oscilaciones (Milsant. 1972).

Por tanto, existe un compromiso en todo sistema de control entre precisión y estabilidad. Si se desea un sistema de control muy preciso y de alta velocidad de respuesta, se deberá soportar a cambio cierta inestabilidad que originará, ante un cambio de régimen (variación de la magnitud de referencia), oscilaciones en la salida, que se amortiguarán poco a poco antes de alcanzar el nuevo estado de equilibrio o de régimen permanente.

Por otro lado, si se desea un sistema libre de oscilaciones, se deberá pagar por esto con una deficiencia en precisión y en velocidad de respuesta. En un sistema de este tipo, y ante un cambio de régimen, la salida se moverá sin oscilaciones (o con oscilaciones muy amortiguadas) y lentamente hacia el nuevo estado de equilibrio, el cual podrá diferir del valor deseado en una cantidad significativa (habrá una zona muerta), ya que la poca ganancia del sistema no permitirá que el actuador venza los efectos de factores no lineales tales como la fricción estática entre mecanismos.

El criterio entre precisión y estabilidad que se deberá adoptar en el planteamiento de un sistema de control mecánico o servomecanismo, dependerá de las condiciones del controlador y de las necesidades y exigencias del sistema.

CAPITULO 2

EL MOTOR DE CORRIENTE DIRECTA

2.1 MODELADO DEL MOTOR DE CORRIENTE DIRECTA

La comprensión del funcionamiento de un motor de corriente directa, como la de cualquier otro sistema físico, requiere del planteamiento de un modelo que lo describa. Cuando un modelo describe en forma cuantitativa la relación entre las variables del sistema y dicha relación toma la forma de ecuaciones matemáticas, a esta relación se le denomina modelo matemático del sistema (Weyrick, 1975). Las formas más comunes de plantear un modelo matemático son las variables de estado, la función de transferencia y el diagrama de bloques.

La representación por variables de estado permite conocer el comportamiento en el tiempo de un sistema a través de ecuaciones diferenciales de primer orden que relacionan entre sí a las variables del sistema.

La función de transferencia establece una relación directa en el dominio de Laplace entre una entrada y una salida que pueden ser cualquier variable del sistema. Se pueden plantear tantas funciones de transferencia como relaciones existan entre un par de variables del sistema. El modelado por función de transferencia requiere que el sistema sea lineal e invariante en el tiempo y tiene su mayor aplicación en el análisis en el dominio de la frecuencia (Kuo, 1975).

Un diagrama de bloques describe la operación de un sistema por medio de bloques funcionales que describen cada uno una función del sistema, que puede o no ser realizada por un

dispositivo completo. Cada bloque queda definido por una relación matemática entre su entrada y su salida, lo que constituye la función de transferencia del bloque. La operación funcional del sistema se obtiene uniendo, mediante segmentos de recta dirigidos, todos los bloques que lo componen (Weyrick. 1975). Si todos los bloques se suponen lineales, se puede obtener la función de transferencia del sistema mediante el álgebra de los diagramas de bloques (Kuo. 1975).

Para obtener el modelo matemático del motor de CD, describiremos su funcionamiento primeramente en forma cualitativa, luego en forma de diagrama de bloques y, a partir de éste, obtendremos su función de transferencia.

Un motor de corriente directa es un dispositivo que convierte energía eléctrica en energía mecánica. Su principio de funcionamiento se basa en el hecho de que un conductor recorrido por una corriente y que se halla dentro de un campo magnético, queda sometido a una fuerza proporcional a la intensidad del campo y a la corriente en el conductor. Si el conductor tiene la forma de una espira, la fuerza actúa como un par que tiende a hacer girar a la espira. El sentido de giro depende de los sentidos relativos del flujo magnético y de la corriente en la espira. Para que el par tenga un sentido único en todo el giro de la espira, el sentido de la corriente debe invertirse en los puntos adecuados mediante un colector y unas escobillas, como se muestra en la figura 2.1.

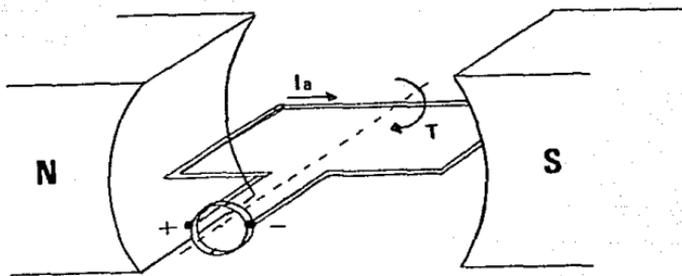


Fig. 2.1 PRINCIPIO DE OPERACION DEL MOTOR DE CD

El campo magnético empleado en un motor de CD puede obtenerse de un imán permanente o electromagnéticamente por medio de un arrollamiento o devanado llamado de campo. Para que el par inducido se mantenga constante durante la rotación del motor, la espira móvil suele sustituirse por un devanado distribuido alrededor de un núcleo móvil o rotor y que en su conjunto constituye una serie de espiras independientes ordenadas en forma circular y cada una de las cuales requiere de un colector propio.

La corriente que circula por el devanado de campo se denomina corriente de campo o de inducción, mientras que la que circula por el rotor o armadura se denomina corriente de armadura o de inducido.

En las aplicaciones de sistemas de control, los devanados de campo y de armadura están alimentados desde distintas fuentes (Weyrick, 1975) con lo que se pueden establecer dos maneras de controlar el par y la velocidad del motor:

-Control de Inducido:

Consiste en mantener una corriente constante de campo conectando el devanado de campo a una fuente constante de voltaje V_f . El motor se controla variando la corriente de armadura al conectar ésta a una fuente variable de voltaje v_a .

-Control de Campo:

En forma contraria al control de inducido, la dinámica del motor se controla variando la corriente de campo al conectar el devanado de campo a una fuente variable de voltaje v_f y manteniendo una corriente constante de armadura al conectar ésta a una fuente constante de voltaje V_a .

En la siguiente figura se muestra la conexión de un motor de CD para obtener el control de inducido y el control de campo.

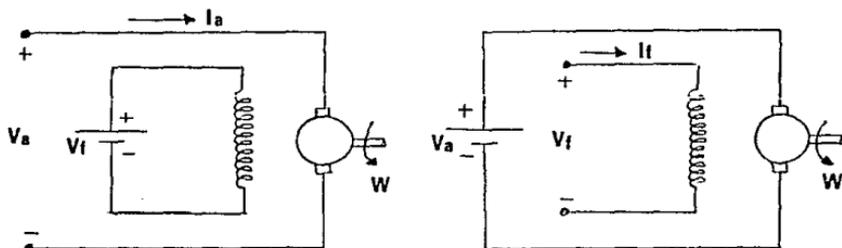


Fig. 2.2 a) CONTROL DE INDUCIDO b) CONTROL DE CAMPO

En un motor controlado por inducido, cuando se aplica un voltaje v_a a la armadura, el motor comienza a girar y la armadura genera una fuerza contra-electromotriz creciente e_a (debida a la inducción electromagnética en el devanado de armadura al moverse dentro de un campo magnético) que se opone al voltaje v_a . La corriente de armadura resulta ser así proporcional a la diferencia ($v_a - e_a$) y es tal que el par generado puede equilibrar al par de carga. Si la carga aumenta, la velocidad decrece, e_a decrece, la corriente de armadura aumenta y el par del motor también, lo que

tiende a equilibrar el aumento de la carga hasta un nuevo punto de equilibrio. El proceso opuesto ocurre para una disminución de la carga.

En el motor controlado por inducido, la velocidad es proporcional a v_a , como se muestra en la figura 2.3. Para arrancar al motor es necesario una cierta tensión mínima debido a la fricción en las escobillas. La figura 2.3 muestra también como al cargar el motor, la velocidad cae de forma que el par pueda aumentar y mantener girando al motor.

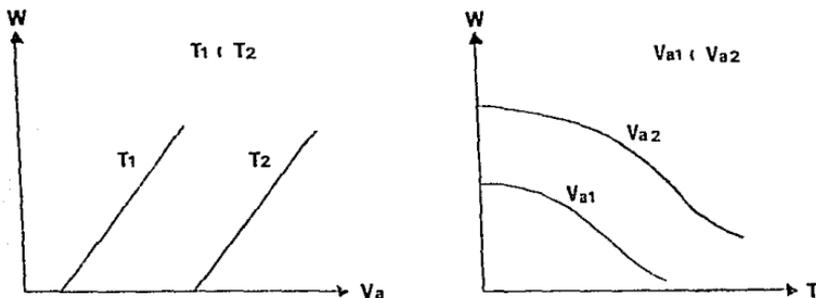


Fig. 2.3 CARACTERISTICAS DEL MOTOR CONTROLADO POR INDUCIDO

En el caso del motor controlado por campo, la fuerza contra-electromotriz e_a tiene menos efecto en la corriente del motor, lo que implica que la corriente del motor, y por lo tanto el par, dependa de una manera más directa del voltaje de entrada v_r . Cualquier pequeña variación en el voltaje de alimentación causará una variación grande en la velocidad. Por otra parte, aumentos en la carga producen que la velocidad caiga rápidamente. Todo esto hace difícil el control de este motor. La figura 2.4 muestra como es su comportamiento.

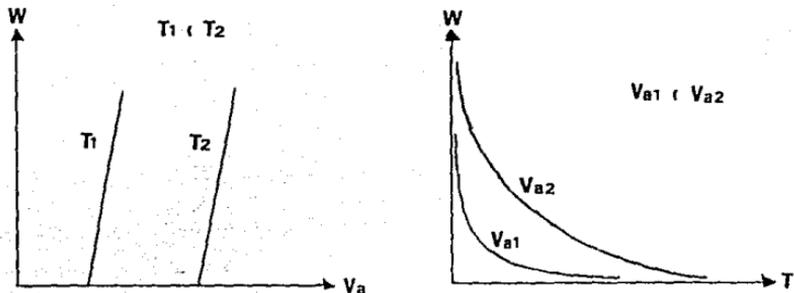


Fig. 2.4 CARACTERISTICAS DEL MOTOR CONTROLADO POR CAMPO

Aunque los motores controlados por campo requieren de una pequeña tensión de entrada para obtener un gran par, ya que este es practicamente proporcional a la corriente de control, la rapidez en la respuesta del motor al variar la entrada es generalmente más baja que en el motor controlado por inducido, y en la práctica se presentan ciertas dificultades para suministrar una corriente constante a la armadura del motor (Weyrick. 1975).

Debido a sus características, los motores controlados por campo solo se emplean en aplicaciones de baja potencia donde se requiere de un par de arranque grande, siendo los motores controlados por inducido los mas utilizados en aplicaciones de servomecanismos. Por esta razón centraremos nuestro estudio solamente en los motores controlados por inducido.

2.2 MODELO MATEMATICO DEL MOTOR CONTROLADO POR INDUCIDO

Para que un modelo matemático represente lo mas fielmente posible el funcionamiento de un sistema, se deben considerar la mayor cantidad posible de factores que influyan en el

comportamiento de dicho sistema al momento de plantear su modelo. En el caso de un motor de CD controlado por inducido, un modelo muy completo es el que se muestra en la figura 2.5.

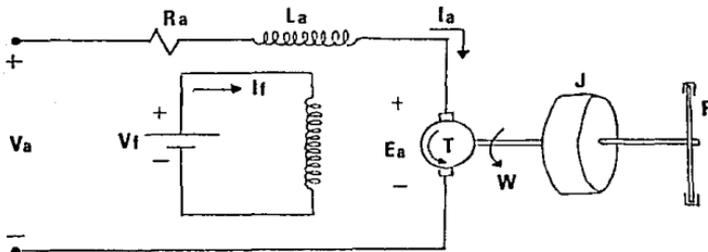


Fig. 2.5 MODELO ESQUEMATICO DEL MOTOR CONTROLADO POR INDUCIDO

donde:

R_a = resistencia del devanado de inducido en ohms.

L_a = inductancia del devanado de inducido en henrys.

i_f = corriente de campo en ampers.

i_a = corriente del devanado de inducido en ampers.

v_a = voltaje aplicado a la armadura en volts.

e_a = fuerza contra-electromotriz generada en la armadura en volts.

w = velocidad angular del eje del motor en rad/seg.

T = par desarrollado por el motor en Newton-metro.

J = momento inercial equivalente del motor y de la carga con referencia al eje del motor en $N\cdot m/(\text{rad}/\text{seg}^2)$.

f = coeficiente de fricción viscosa equivalente del motor y de la carga con referencia al eje del motor en $N\cdot m/(\text{rad}/\text{seg})$.

El par T desarrollado por el motor es proporcional a la corriente de armadura i_a y al flujo ϕ . Este último, a su vez, es proporcional a la corriente de campo i_f . En un motor controlado por inducido la corriente i_f permanece constante, por lo que el

flujo ϕ también es constante. De esta manera, puede considerarse al par del motor proporcional solo a variaciones de la corriente de armadura o de inducido i_a :

$$T = K_t i_a \quad (2.1)$$

donde K_t es una constante de proporcionalidad que engloba los efectos de la corriente de campo y del flujo magnético en el entrehierro y tiene unidades de N-m/A.

Cuando la armadura está en rotación, se induce en el devanado de inducido un voltaje proporcional al flujo magnético y a la velocidad. Para un flujo constante, el voltaje inducido e_a es proporcional solamente a la velocidad angular ω :

$$e_a = K_w \omega \quad (2.2)$$

donde K_w es una constante de proporcionalidad que engloba los efectos del flujo magnético y tiene unidades de V/(rad/seg).

La ecuación diferencial que se obtiene de la malla de voltajes del circuito eléctrico del motor controlado por inducido viene dada por:

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + e_a = v_a \quad (2.3)$$

Por otro lado, el par generado en la flecha del motor viene dado, según las leyes de la mecánica, por la siguiente ecuación diferencial:

$$J \frac{d\omega}{dt} + f \omega = T \quad (2.4)$$

Suponiendo que todas las condiciones iniciales son nulas y tomando las transformadas de Laplace de las ecuaciones (2.1) a (2.4), se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$T(s) = K_t I_a(s) \quad (2.5)$$

$$E_a(s) = K_w W(s) \quad (2.6)$$

$$sL_a I_a(s) + R_a I_a(s) + E_a(s) = V_a(s) \quad (2.7)$$

$$sJW(s) + fW(s) = T(s) \quad (2.8)$$

De donde se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\text{de (2.7)} \quad I_a(s) = \frac{V_a(s) - E_a(s)}{L_a s + R_a} \quad (2.9)$$

$$\text{de (2.8) y (2.5)} \quad W(s) = \frac{K_t I_a(s)}{J s + f} \quad (2.10)$$

Utilizando las ecuaciones (2.6), (2.9) y (2.10) se puede construir el siguiente diagrama de bloques que modela el funcionamiento del motor de CD controlado por inducido:

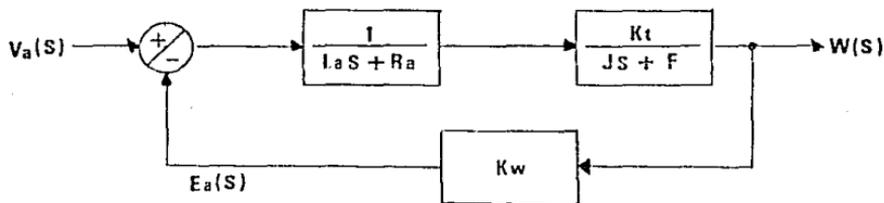


Fig. 2.6 DIAGRAMA DE BLOQUES DEL MOTOR CONTROLADO POR INDUCIDO

Si se considera a $V_a(s)$ como entrada y a $W(s)$ como salida del sistema, la función de transferencia del motor controlado por

Inducido puede obtenerse a partir de su diagrama de bloques de la siguiente manera:

$$\frac{W(s)}{V_a(s)} = \frac{\left(\frac{1}{L_a s + R_a}\right) \left(\frac{K_T}{J s + f}\right)}{1 + K_w \left(\frac{1}{L_a s + R_a}\right) \left(\frac{K_T}{J s + f}\right)} \quad (2.11)$$

de donde se tiene que:

$$\frac{W(s)}{V_a(s)} = \frac{K_T}{L_a J s^2 + (L_a f + R_a J) s + R_a f + K_T K_w} \quad (2.12)$$

La inductancia L_a en el circuito de inducido generalmente es pequeña y se le puede desprestigiar (Ogata, 1970). Despreciando la inductancia L_a , la función de transferencia dada por la ecuación (2.12) se reduce a:

$$\frac{W(s)}{V_a(s)} = \frac{K_T}{R_a J s + (R_a f + K_T K_w)} \quad (2.13)$$

o de otra manera:

$$\frac{W(s)}{V_a(s)} = \frac{K_m}{T_m s + 1} \quad (2.14)$$

que representa al motor controlado por inducido como un sistema de primer orden donde:

$$K_m = \frac{K_T}{R_a f + K_T K_w} \quad \text{ganancia estática del motor en (rad/s)/V.}$$

$$T_m = \frac{R_a J}{R_a f + K_T K_w} \quad \text{constante de tiempo del motor en segs.}$$

De lo anterior puede observarse que la constante de tiempo del motor es mas pequeña al ser mas pequeñas R_a y J . Con una inercia pequeña y al reducirse la resistencia eléctrica de la armadura, la constante de tiempo del motor tiende a cero y el motor actúa como un seguidor ideal en el cual la velocidad sigue al voltaje de alimentación de armadura de una manera muy fiel, sin manifestar ningún tipo de amortiguamiento o retardo.

En el diagrama de bloques de la figura 2.6 se observa que existe una realimentación debida a la fuerza contra-electromotriz inducida en la armadura y que tiende a compensar variaciones en la velocidad del motor debidas a perturbaciones externas, lo que contribuye a aumentar la estabilidad del motor controlado por inducido.

CAPITULO 3

CONTROLADOR PROPORCIONAL CON RETROALIMENTACION TACOMETRICA

3.1 DESCRIPCION DE LA ECUACION

Se conoce como la ecuacion de un controlador a la expresion matemática que define la señal de actuación, esto es, la señal que va a manejar al sistema o dispositivo actuador, y está en función de las señales de referencia y de las de retroalimentación. La señal de actuación generalmente no se aplica directamente al dispositivo actuador sino a través de un amplificador que da potencia a la señal.

En el caso del controlador proporcional con retroalimentación tacométrica, la señal de actuación es un voltaje y está dado por la siguiente expresión:

$$u = K_p \tilde{Q} - K_v \dot{Q} \quad [\text{VOLTS}] \quad (3.1)$$

donde: u = voltaje de actuación.

\dot{Q} = velocidad angular retroalimentada.

\tilde{Q} = error de posición (diferencia entre la posición deseada y la posición retroalimentada).

K_p = coeficiente de posición.

K_v = coeficiente de velocidad.

Se puede observar que el control se realiza empleando la señal de error de posición (necesaria en cualquier controlador de posición), pero además se resta una señal proporcional a la velocidad angular del motor. K_p y K_v son constantes de ganancia que permiten variar el peso relativo entre \tilde{Q} y \dot{Q} y se utilizan para determinar la respuesta transitoria deseada del controlador.

El voltaje u se aplica a un amplificador de potencia, del que se obtendrá la alimentación que moverá al motor.

3.2 ANALISIS

El análisis matemático del controlador consiste en encontrar la ecuación que describe el comportamiento del sistema de control de un motor de CD, mediante la combinación de la expresión que define el comportamiento del motor de CD (función de transferencia) y de la expresión que define el funcionamiento del controlador, para luego deducir de esta ecuación como será el comportamiento del sistema controlado.

De la ecuación (2.14) se obtiene la ecuación que determina el comportamiento del motor de CD:

$$W(s) = \frac{K_m}{T_m s + 1} V_a(s) \quad (3.2)$$

donde: $W(s)$ = velocidad angular.
 $V_a(s)$ = voltaje de alimentación.
 K_m = ganancia estática.
 T_m = constante de tiempo.

Integrando esta ecuación se obtiene la expresión para la posición angular del motor:

$$Q(s) = \frac{K_m}{s(T_m s + 1)} V_a(s) \quad (3.3)$$

de donde:

$$s^2 Q(s) + s \frac{1}{T_m} Q(s) = \frac{K_m}{T_m} V_a(s) \quad (3.4)$$

que corresponde a la transformada de Laplace de la ecuación diferencial lineal de segundo orden que determina el comportamiento del motor en el tiempo:

$$\ddot{q} + \frac{1}{T_m} \dot{q} = \frac{K_m}{T_m} v_a \quad (3.5)$$

donde q es la posición angular del eje del motor.

Si el voltaje de alimentación v_a es el proporcionado por el controlador, el modelo del sistema se obtiene sustituyendo la ecuación del controlador proporcional con retroalimentación tacométrica (ecuación 3.1) en la ecuación (3.5) de la siguiente manera:

$$\ddot{q} + \frac{1}{T_m} \dot{q} = \frac{K_m}{T_m} [K_p \tilde{q} - K_v \dot{q}] \quad (3.6)$$

Si $\tilde{q} = q_d - q$, entonces el modelo del sistema se reduce a:

$$\ddot{q} + \frac{1}{T_m} [1 + K_m K_v] \dot{q} + \frac{K_m K_p}{T_m} q = \frac{K_m K_p}{T_m} q_d \quad (3.7)$$

Transformando en Laplace la ecuación (3.7) y considerando condiciones iniciales nulas, se obtiene la siguiente expresión:

$$Q(s) = \frac{K_m K_p}{T_m s^2 + (1 + K_m K_v)s + K_m K_p} Q_d(s) \quad (3.8)$$

De donde se obtiene la función de transferencia estable asociada del controlador proporcional con retroalimentación tacométrica, que está dada por:

$$G(s) = \frac{K_m K_p}{T_m s^2 + (1 + K_m K_v)s + K_m K_p} \quad (3.9)$$

$$\text{Por lo que: } Q(s) = G(s)Q_d(s) \quad (3.10)$$

La ganancia estática de esta función (esto es, cuando $s=0$) es igual a la unidad, es decir, $G(0) = 1$. Esto significa que, si la señal de referencia de posición q_d es una constante, entonces se tiene que $Q_d(s) = q_d/s$, y por el teorema del valor final:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} q(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sQ(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)q_d/s = q_d \quad (3.11)$$

lo que implica que la posición angular del eje del motor tiende siempre en forma asintótica al valor de referencia q_d .

Es importante recalcar que el cumplimiento del objetivo de control no podrá garantizarse para una función $q_d(t)$ variante en el tiempo.

Para referencias senoidales de la forma $q_d(t) = \text{sen}(\omega_0 t)$, la posición angular $q(t)$ será también senoidal y estará dada por la expresión $q(t) = |G(j\omega_0)| \text{sen}(\omega_0 t + \angle G(j\omega_0))$, en donde:

$$G(j\omega_0) = \frac{K_m K_p}{T_m(j\omega_0)^2 + (1 + K_m K_v)(j\omega_0) + K_m K_p} \quad (3.12)$$

En el caso particular donde $\omega_0 \rightarrow \infty$, se puede demostrar que $|G(j\omega_0)| = 0$ y que $\angle G(j\omega_0) = 180^\circ$, por lo que la respuesta de este controlador ante señales de excitación de frecuencia alta tenderá a quedar totalmente amortiguada, es decir, no habrá respuesta.

3.3 RESULTADOS EXPERIMENTALES

Con objeto de probar el funcionamiento del controlador proporcional con retroalimentación tacométrica, se implementó un

sistema de control de posición empleando el circuito controlador descrito en el apéndice A configurado en la opción de controlador I, así como el servosistema modular MS150 que se describe en el apéndice B.

Utilizando estos elementos, el servomecanismo de control de posición quedó implementado como se muestra en el siguiente diagrama esquemático:

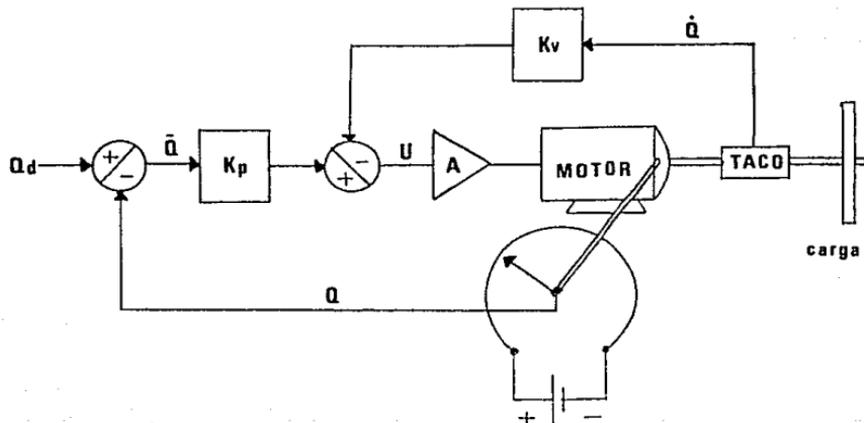


Fig. 3.1 CONTROLADOR PROPORCIONAL CON RETROALIMENTACION TACOMETRICA

El voltaje Q_d es la señal de referencia de posición (posición deseada) que puede generarse a partir de un divisor de voltaje obtenido de un potenciómetro. En los experimentos descritos en esta sección, el voltaje Q_d fué generado a través de un convertidor D/A acoplado a una microcomputadora APPLE y mediante el programa descrito en el apéndice C. Con esta señal se pretende

controlador la posición del eje transversal acoplado al eje del motor por medio de un reductor de velocidad de 30 a 1, que a su vez acciona un potenciómetro circular del que se obtiene la señal de retroalimentación de posición Q que va al controlador.

El tacómetro acoplado al eje del motor produce un voltaje que es proporcional a la velocidad del motor y que, por tanto, es también proporcional a la velocidad del eje transversal cuyo movimiento se desea controlar. Este voltaje constituye la señal de retroalimentación de velocidad \dot{Q} , y se manda al controlador.

Las constantes K_v y K_p son los coeficientes de sintonía de velocidad y de posición del controlador y su valor se ajusta manualmente por medio de potenciómetros hasta obtener la respuesta deseada.

La prueba del controlador consiste en aplicar al sistema una señal de prueba conocida y observar su respuesta. La efectividad del controlador se determina comparando la respuesta obtenida con la respuesta esperada. Las señales de prueba más comúnmente empleadas son las funciones escalón y senoidal, con las que se obtienen respectivamente las respuestas escalón y armónica del sistema. Se escogieron estas dos funciones para probar el controlador.

Para poder apreciar gráficamente la respuesta del sistema, se dispuso de un graficador milimétrico de precisión de 4 canales, en los que se graficaron simultáneamente las señales de retroalimentación de posición Q , error de posición \tilde{Q} , retroalimentación de velocidad \dot{Q} y error de velocidad $\tilde{\dot{Q}}$ en los canales 1, 2, 3 y 4 respectivamente. En el caso del controlador proporcional con retroalimentación tacométrica, no existe referencia de velocidad, por lo que las gráficas de velocidad y de error de velocidad resultan iguales.

3.3.1 Respuesta Escalón

Se obtuvo aplicando al sistema una señal de prueba del tipo $Q_d = Au(t)$ donde A es la amplitud o ganancia que amplifica al escalón unitario $u(t)$ y su valor está determinado por la computadora que genera las referencias. En este caso se eligió una ganancia tal que $A = 100$ grados. En la figura 3.2 se encuentran las gráficas correspondientes a este experimento.

Canal 1

Presenta el desplazamiento de respuesta del sistema ante el escalón de entrada. Se observa que la respuesta del sistema no es instantánea como la entrada, sino que presenta cierta pendiente que se puede calcular en aproximadamente 400 gra/seg.

Canal 2

Presenta el error de posición durante la respuesta del sistema. Se observa que el sistema no empieza a responder sino hasta que existe un error de alrededor de 80 grados (debido posiblemente a un retardo de la señal de actuación a lo largo del controlador), entonces el error comienza a decrecer linealmente hasta que el sistema llega al estado de reposo. En este momento el error debería ser cero, como antes de que se presentara el escalón de entrada, sin embargo, existe un error en régimen permanente de 7.5 grados debido a la existencia de una zona muerta alrededor de la posición de equilibrio, causada por la fricción estática entre los elementos móviles del sistema.

El canal 3 presenta el trazo de la retroalimentación de velocidad, mientras que en el canal 4 se muestra el error de velocidad. Sin embargo, al no existir en este controlador señal de referencia de velocidad, las dos gráficas muestran señales idénticas excepto en el tamaño (debido a una diferencia de escalas en el graficador) y en la polaridad.

Se observa que al iniciarse el movimiento la velocidad angular crece rápidamente (existe una gran aceleración) hasta alcanzar un valor de aproximadamente 400 gra/seg. La velocidad se mantiene luego constante en este valor hasta que se presenta un decrecimiento brusco hasta llegar a alrededor de 70 gra/seg, luego de lo cual la desaceleración es mas lenta hasta llegar al estado de reposo o de velocidad nula. En forma ideal se puede considerar que el movimiento de respuesta al escalón se efectuó a velocidad constante en todo momento.

Hay que notar que esta velocidad, así como las otras cantidades graficadas, no se refieren al eje del motor sino al eje transversal acoplado a éste mediante un mecanismo reductor de velocidad. El movimiento del eje del motor es 30 veces mayor que las cantidades graficadas y medidas.

3.3.2 Respuesta Armónica

Se consiguió aplicando al sistema una señal de prueba del tipo $Q_d = A \sin(2\pi ft)$ donde A es la amplitud de la señal senoidal y f es su frecuencia y están ambas cantidades determinadas por el programa generador de referencias. Para este experimento se escogió una amplitud tal que $A = 60$ grados y un periodo de la señal de π segundos, por lo que $f = 1/\pi = 0.3183$ Hz.

En la figura C.1 del apéndice C se muestran las gráficas de las señales de prueba generadas por la microcomputadora. La primer gráfica corresponde a la señal de referencia de posición utilizada en este experimento. El trazo escalonado muestra que se trata de una señal discreta generada por una computadora digital. La figura 3.3 muestra las gráficas obtenidas en este experimento.

Canal 1

Muestra la señal de retroalimentación de posición con una amplitud aproximada de 60 grados. Se observa un achatamiento en las zonas correspondientes al máximo desplazamiento, debido al efecto de la zona muerta.

Canal 2

Muestra el error de posición generado durante el movimiento del motor. El error máximo es de aproximadamente 15 grados y se presenta durante los periodos de máxima velocidad (máxima pendiente del trazo de retroalimentación de posición), lo que indica que existe un arrastre de la posición real respecto a la posición deseada o de referencia. Puede observarse que el trazo de esta gráfica es escalonado, debido a la naturaleza discreta de la señal de referencia de posición.

En forma similar al experimento de respuesta escalón, las gráficas de los canales 3 y 4 (retroalimentación de velocidad y error de velocidad respectivamente), resultan iguales y de polaridad opuesta debido a la ausencia de referencia de velocidad.

Se observa que el trazo de la gráfica de retroalimentación de velocidad adopta también la forma senoidal y que corresponde mas o menos a la derivada de la señal de retroalimentación de posición (canal 1). Los puntos de máxima velocidad corresponden a los de cero grados de desplazamiento, mientras que los puntos de velocidad nula corresponden a los de máximo desplazamiento. Según se observa en el trazo de velocidad (canal 3), se tiene una velocidad máxima de 120 gra/seg en el eje transversal acoplado al motor.

Puede notarse mas claramente en la gráfica de velocidad el efecto de la zona muerta en los cruces por cero del trazo senoidal. Existe cierto tiempo durante el cual no existe

movimiento debido a que la señal de actuación no tiene el nivel suficiente para vencer la fricción entre mecanismos. Puede verse como los puntos de cruce por cero corresponden con los achatamientos mencionados en la gráfica de desplazamiento.

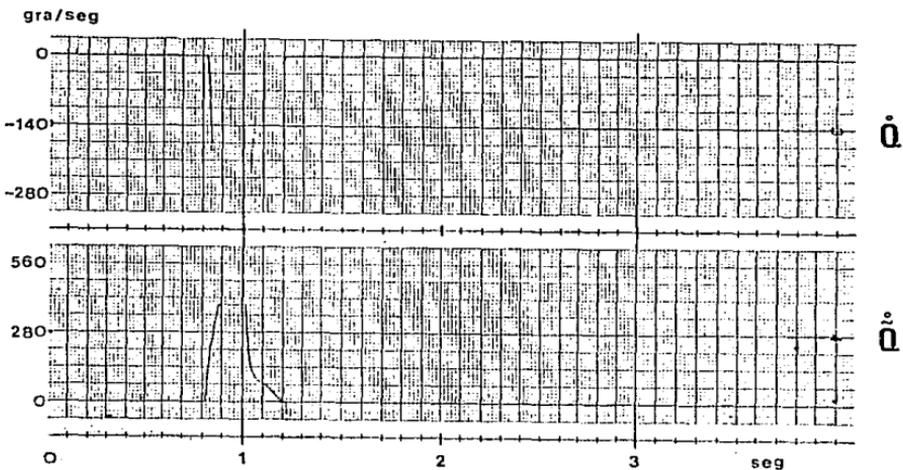
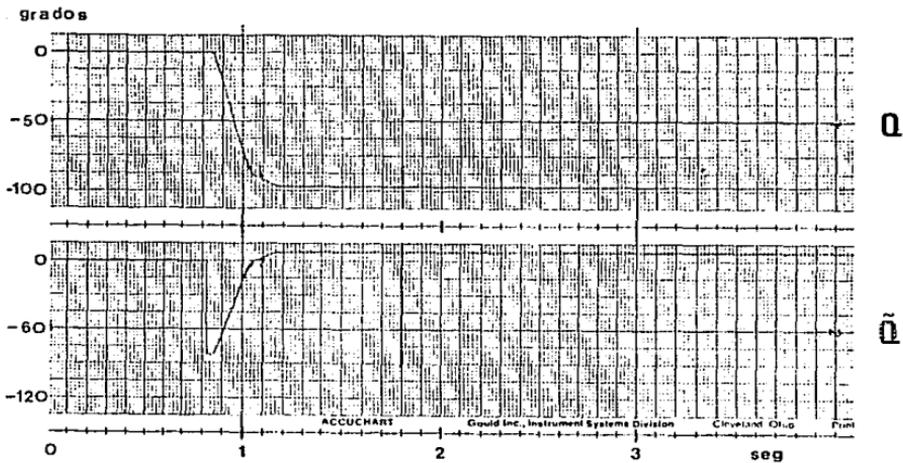


FIG 3.2

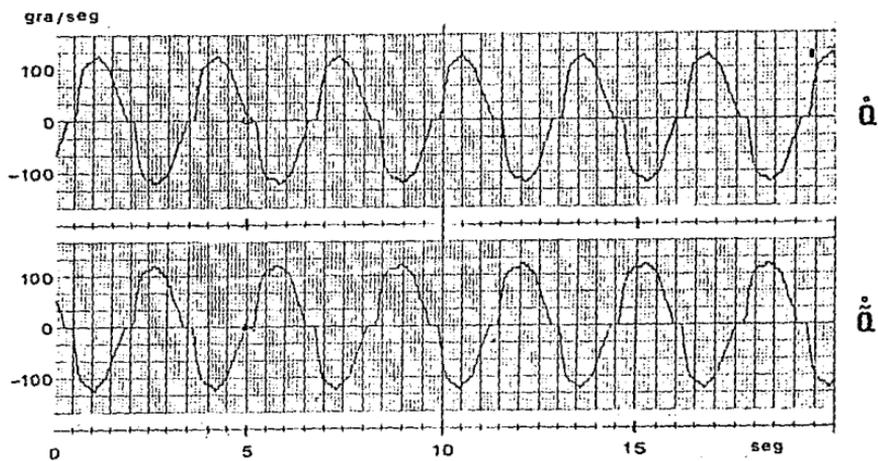
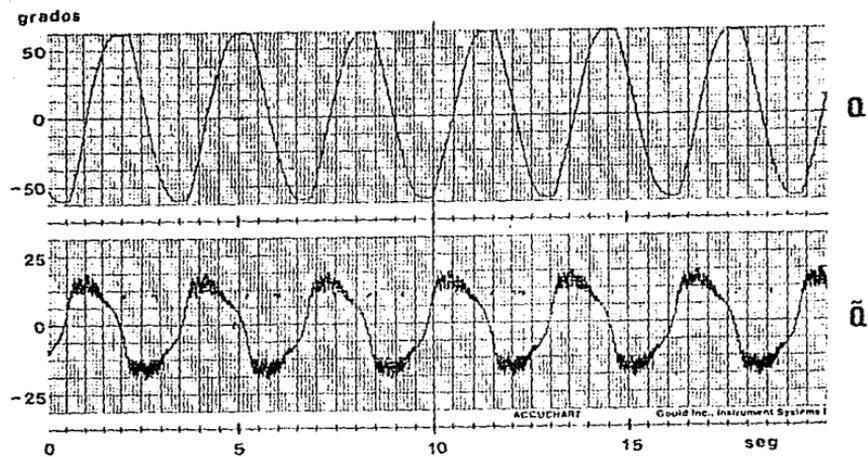


FIG 3.3

CAPITULO 4

CONTROLADOR PROPORCIONAL DERIVATIVO

4.1 DESCRIPCION DE LA ECUACION

La ecuación que define el comportamiento del controlador proporcional derivativo o PD, está dada por la siguiente expresión:

$$u = \ddot{Q}_d + K_v \dot{Q} + K_p \tilde{Q} \quad [\text{VOLTS}] \quad (4.1)$$

donde: u = voltaje de actuación.

\tilde{Q} = error de posición (diferencia entre la posición deseada y la posición retroalimentada).

\dot{Q} = error de velocidad (diferencia entre la velocidad deseada y la velocidad retroalimentada).

\ddot{Q}_d = referencia de aceleración o aceleración deseada.

K_p = coeficiente de posición.

K_v = coeficiente de velocidad.

Este controlador emplea, además de la señal de referencia de posición, señales de referencia de velocidad y de referencia de aceleración, que corresponden respectivamente a la primera y a la segunda derivadas de la señal de referencia de posición. Las señales de referencia (exceptuando la de aceleración) se utilizan para generar las señales de error al hacer la diferencia entre estas señales y las señales de retroalimentación. Se tienen retroalimentaciones de posición y de velocidad, con las que se obtienen los respectivos errores de posición y de velocidad. Como no existe retroalimentación de aceleración, tampoco existe error de aceleración y la señal de referencia de aceleración se aplica directamente al controlador.

Las constantes K_v y K_p se utilizan para sintonizar el controlador hasta obtener la respuesta transitoria deseada.

El control proporcional derivativo se diferencia del control proporcional con retroalimentación tacométrica en que el primero incluye adicionalmente señales de referencia de velocidad y de aceleración. La retroalimentación de velocidad ya no se aplica directamente al controlador, sino que se convina con la referencia de velocidad para generar el error de velocidad. Este controlador es potencialmente mejor que el anterior, ya que recibe mayor información del sistema y, por tanto, puede responder mejor a las exigencias de control.

4.2 ANALISIS

En el capítulo anterior se obtuvo la ecuación diferencial lineal que define el comportamiento de un motor de CD, y que está dada por:

$$\ddot{q} + \frac{1}{T_m} \dot{q} = \frac{K_m}{T_m} v_a \quad (4.2)$$

El modelo del sistema de control se obtiene sustituyendo en la ecuación (4.2) la variable v_a por la expresión que define el voltaje de actuación del controlador PD, que está dada en la ecuación (4.1). El modelo del sistema queda entonces como:

$$\ddot{q} + \frac{1}{T_m} \dot{q} = \frac{K_m}{T_m} [\ddot{q}_d + K_v \dot{q} + K_p \tilde{q}] \quad (4.3)$$

Tomando en cuenta que $\dot{\tilde{q}} = \dot{q}_d - \dot{q}$ y que $\tilde{q} = q_d - q$, el modelo del sistema queda dado por:

$$\ddot{q} + \frac{1}{T_m} [1 + K_m K_v] \dot{q} + \frac{K_m K_p}{T_m} q = \frac{K_m}{T_m} \dot{q}_d + \frac{K_m K_v}{T_m} q_d + \frac{K_m K_p}{T_m} q_d \quad (4.4)$$

Transformando en Laplace la ecuación (4.4) obtenemos la siguiente expresión:

$$Q(s) = \frac{K_m s^2 + K_m K_v s + K_m K_p}{T_m s^2 + (1 + K_m K_v) s + K_m K_p} Q_d(s) \quad (4.5)$$

De donde se obtiene la función de transferencia estable asociada al controlador proporcional derivativo:

$$G(s) = \frac{K_m s^2 + K_m K_v s + K_m K_p}{T_m s^2 + (1 + K_m K_v) s + K_m K_p} \quad (4.6)$$

$$\text{Por lo que: } Q(s) = G(s) Q_d(s) \quad (4.7)$$

En el caso particular cuando q_d es una constante se tiene que $Q_d(s) = q_d/s$. La posición angular final $q(t)$ puede obtenerse entonces, de acuerdo con el teorema del valor final, de la siguiente manera:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} q(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sQ(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)q_d/s = q_d \quad (4.8)$$

Este resultado es idéntico al obtenido en la sección 3.2 para el controlador proporcional con retroalimentación tacométrica, lo que implica que ambos controladores se comportan de igual manera cuando la excitación es una constante.

Para el caso en que $q_d(t) = \text{sen}(\omega_0 t)$, la posición angular $q(t)$ estará dada por $q(t) = |G(j\omega_0)| \text{sen}(\omega_0 t + \angle G(j\omega_0))$, en donde:

$$G(j\omega_0) = \frac{K_m(j\omega_0)^2 + K_m K_v(j\omega_0) + K_m K_p}{T_m(j\omega_0)^2 + (1 + K_m K_v)(j\omega_0) + K_m K_p} \quad (4.9)$$

Si consideramos el caso en que $\omega_0 \rightarrow \infty$, se tiene entonces que $|G(j\omega_0)| = K_m/T_m$ y que $\angle G(j\omega_0) = 0$ y, por consiguiente, el error de posición en régimen permanente estará dado por la expresión $\tilde{q}(t) = q_d(t) - q(t) = (1 - K_m/T_m)\text{sen}(\omega_0 t)$. De esta manera, la respuesta del controlador proporcional derivativo ante señales de excitación de alta frecuencia tenderá asintóticamente a un valor constante.

Si por otro lado consideramos que $K_m K_v \gg 1$, lo que implica que $(1 + K_m K_v) \approx K_m K_v$; y también que $\omega_0 \ll 1$, con lo que el término ω_0^2 se vuelve despreciable, entonces:

$$G(j\omega_0) \approx \frac{K_m K_v(j\omega_0) + K_m K_p}{K_m K_v(j\omega_0) + K_m K_p} = 1 \quad (4.10)$$

De esta manera, el objetivo de control para el controlador proporcional derivativo quedará garantizado para señales de excitación de baja frecuencia, siempre y cuando $K_m K_v \gg 1$; es decir, el objetivo de control se cumplirá solo para movimientos lentos y con variaciones suaves.

Hay que notar que, aunque la constante K_m depende del motor que se esté empleando y no se puede variar, la constante K_v depende del controlador y, por tanto, puede variarse a comodidad para obtener un producto $K_m K_v$ conveniente.

4.3 RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para realizar los experimentos correspondiente a este controlador se empleó el mismo equipo utilizado para probar el controlador proporcional con retroalimentación tacométrica, esto es, el circuito controlador configurado ahora en la opción de controlador II, el servosistema modular MS150, la computadora digital para generar referencias y el graficador de 4 canales.

El controlador quedó implementado de la siguiente manera:

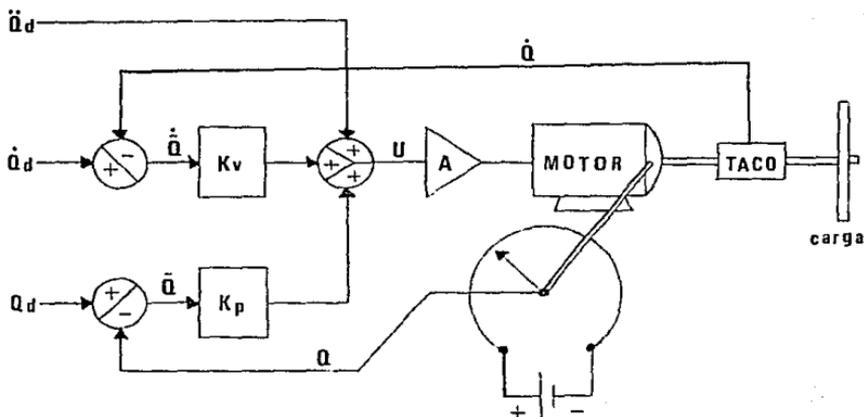


FIG. 4.1 CONTROLADOR PD

Las señales Q_d , \dot{Q}_d y \ddot{Q}_d son respectivamente las señales de referencia de posición, de velocidad y de aceleración, y son generadas en la computadora digital. El potenciómetro circular proporciona la señal de retroalimentación de posición Q , mientras

que el tacómetro proporciona la señal de retroalimentación de velocidad \dot{Q} . Estas señales entran al controlador donde son utilizadas para generar las señales de error de posición \tilde{Q} , de error de velocidad $\dot{\tilde{Q}}$ y, finalmente, la señal de actuación u que se aplica al motor luego de pasar por un amplificador de potencia. Los valores de las constantes de sintonía de posición K_p y de velocidad K_v se ajustan por medio de un par de potenciómetros localizados en la tarjeta del circuito controlador, hasta lograr el funcionamiento deseado del sistema.

Como señales de prueba se emplearon también las funciones escalón y senoidal para obtener las respuestas escalón y armónica de este controlador.

4.3.1 Respuesta Escalón

Se utilizó la misma señal de prueba empleada en los experimentos con el controlador proporcional con retroalimentación tacométrica, esto es, $Q_d = Au(t)$, donde $A = 100$ grados y $u(t)$ es un escalón unitario. Los resultados del experimento se muestran en la figura 4.2.

Canal 1

Muestra el desplazamiento angular ocurrido ante el escalón de entrada. De igual manera que en el experimento con el controlador proporcional con retroalimentación tacométrica, la respuesta no es instantánea, sino que presenta cierta pendiente que se puede calcular en 400 gra/seg.

Canal 2

Muestra el error de posición generado durante el movimiento del sistema, el que no empieza a responder (debido al retardo por propagación en la respuesta del controlador) sino hasta que el error es de alrededor de 84 grados. El error decrece linealmente

hasta alcanzar un valor en régimen permanente de alrededor de 6 grados.

En la obtención de la respuesta escalón solo se empleó señal de referencia de posición, ya que las correspondientes a las de velocidad y de aceleración son señales impulsivas en $t=0$, por lo que las gráficas de los canales 3 y 4, correspondientes a la velocidad retroalimentada y al error de velocidad, resultan iguales, aunque a diferente escala y polaridad, y muestran ambas el trazo de la señal de retroalimentación de velocidad. El trazo muestra una aceleración brusca hasta alcanzar un valor constante de velocidad de aproximadamente 400 gra/seg, el cual se mantiene cierto tiempo hasta que se presenta una desaceleración, brusca al principio y mas atenuada al final, hasta llegar al reposo. La forma del trazo sugiere que el movimiento se efectuó a velocidad angular constante.

4.3.2 Respuesta Armónica

Para este experimento no solo se empleó la señal de referencia de posición, sino que también se aplicaron señales de referencia de velocidad y de aceleración. La señal de referencia de posición fué del tipo $Q_a = A \sin(2\pi ft)$ con $A = 60$ grados y $f = 1/\pi = 0.3183$ Hz. La referencia de velocidad es una señal igual a la primera derivada de la referencia de posición, por lo que fué del tipo $\dot{Q}_a = B \cos(2\pi ft)$ con $B = A(2\pi f) = 120$ gra/seg. La referencia de aceleración es igual a la segunda derivada de la referencia de posición y estuvo dada por una expresión del tipo $\ddot{Q}_a = -C \sin(2\pi ft)$ con $C = A(2\pi f)^2 = 240$ gra/seg². Estas señales fueron generadas en la computadora digital y se muestran en la figura C.1. Por ser de origen digital, y en particular debido a la cuantización del convertidor D/A, estas señales son de tipo discreto, lo que puede notarse en la gráfica. La gráfica 4.2 muestra los resultados de este experimento.

Canal 1

Presenta el desplazamiento observado ante la señal senoidal de entrada, y su amplitud es de 80 grados aproximadamente. Se observa también la existencia de achatamientos en los puntos de máximo desplazamiento, causados por la zona muerta debida a los efectos de fricción.

Canal 2

Muestra el error de posición obtenido durante el movimiento. Su valor máximo es de alrededor de 10 grados y se presenta también en los intervalos de máxima velocidad, lo que denota la permanencia del arrastre de posición observado en el controlador proporcional con retroalimentación tacométrica. Al igual que en los casos anteriores, la señal de error de posición es de tipo discreto.

Canal 3

Presenta la señal de retroalimentación de velocidad. Esta corresponde a la derivada de la señal de retroalimentación de posición, por lo que su forma es también senoidal. Se observa también el efecto de la zona muerta en los cruces por cero de la señal. La máxima velocidad alcanzada fué de alrededor de 120 gra/seg.

Canal 4

En este caso si se tiene señal de referencia de velocidad, por lo que la gráfica del canal 4 muestra ahora si un verdadero error de velocidad. Se observa un error casi nulo durante el movimiento, excepto en los puntos de cruce por cero de la señal de velocidad, donde se tienen picos de aproximadamente 55 gra/seg de error y que se deben a los efectos de la zona muerta. Se observa también el caracter discreto de esta señal.

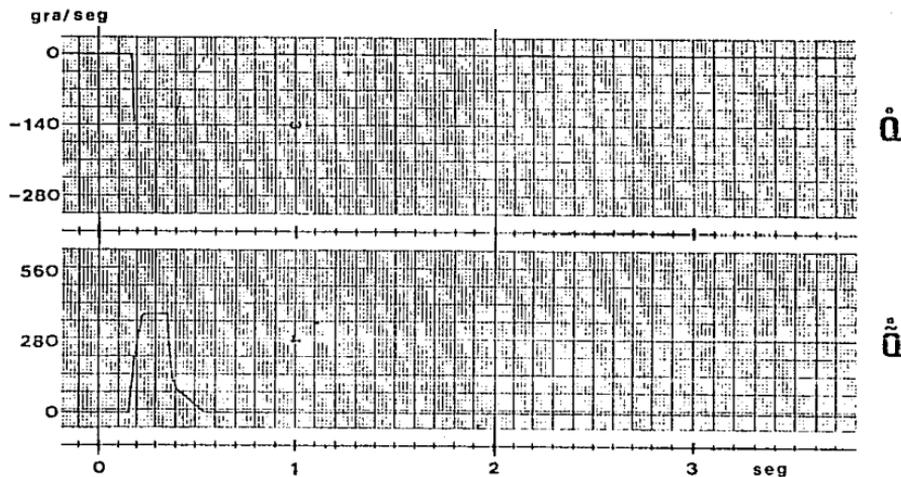
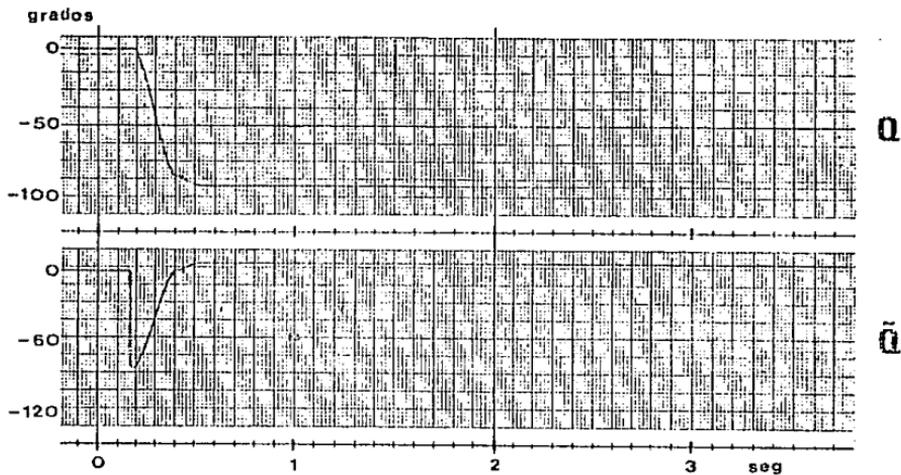


FIG 4.2

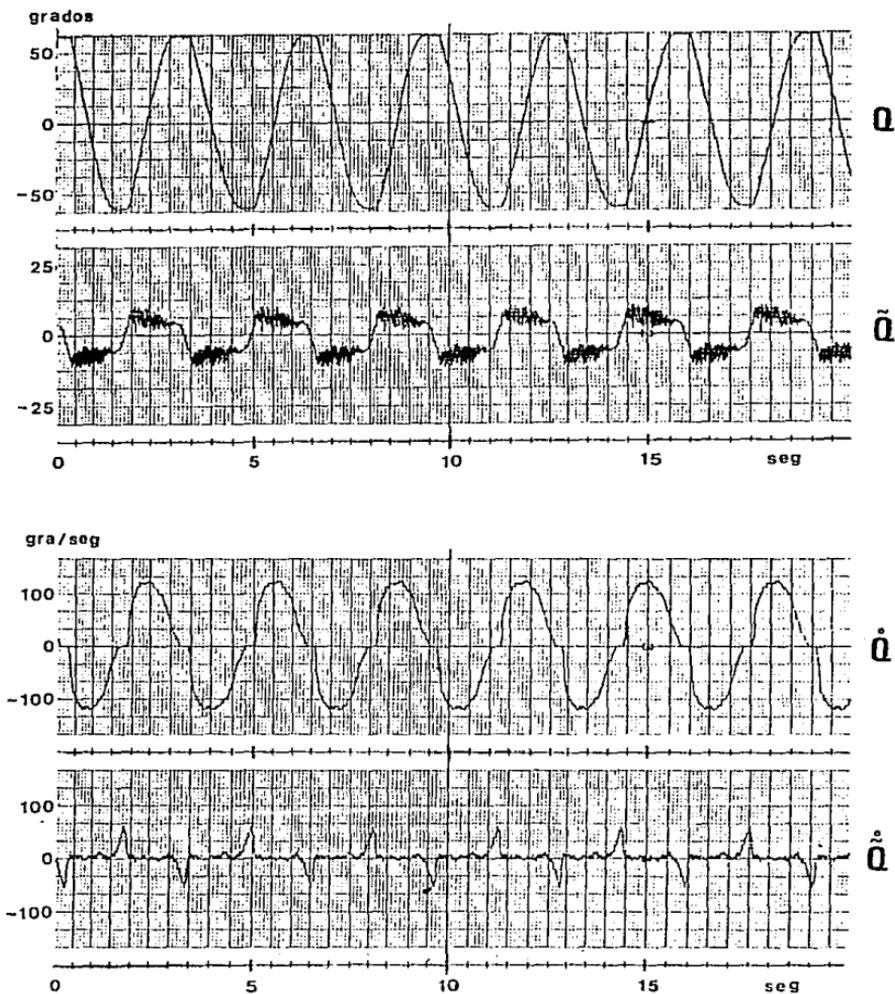


FIG 4.3

CAPITULO 5

CONTROLADOR PAR CALCULADO

5.1 DESCRIPCION DE LA ECUACION

El funcionamiento del controlador par calculado está determinado por la siguiente ecuación (Craig, 1986):

$$u = \frac{T_m}{K_m} [\ddot{Q}_d + K_v \dot{\tilde{Q}} + K_p \tilde{Q}] + \frac{1}{K_m} \dot{Q} \quad (\text{VOLTS}) \quad (5.1)$$

donde: u = voltaje de actuación.

\tilde{Q} = error de posición.

$\dot{\tilde{Q}}$ = error de velocidad.

\ddot{Q}_d = referencia de aceleración.

K_m = ganancia estática del motor controlado.

T_m = constante de tiempo del motor controlado.

K_p = coeficiente de posición.

K_v = coeficiente de velocidad.

Este controlador es similar al controlador PD pero no solo se emplean señales de referencia y de retroalimentación para generar la señal de actuación, sino que también se emplean señales que toman en cuenta los efectos del par inercial y de la fricción viscosa del sistema, reflejados en las constantes K_m y T_m del motor. La señal de actuación del controlador par calculado se puede obtener a partir de la señal de actuación del controlador PD, expresada en la ecuación (4.1), multiplicando ésta por una constante equivalente a T_m/K_m y sumándole una señal proporcional en $1/K_m$ a la señal de retroalimentación de velocidad.

Al tomar en cuenta los efectos de la inercia y de la fricción viscosa, se pretende aumentar la velocidad de respuesta del sistema y reducir considerablemente su zona muerta.

5.2 ANALISIS

Considérese el modelo lineal de un motor de CD dado por:

$$\ddot{q} + \frac{1}{T_m} \dot{q} = \frac{K_m}{T_m} v_a \quad (5.2)$$

Substituyendo en esta expresión la ecuación (5.1), que define el comportamiento del controlador, se obtiene el modelo del sistema de control que está dado por:

$$\ddot{q} + \frac{1}{T_m} \dot{q} = \frac{K_m}{T_m} \left[\frac{T_m}{K_m} (\ddot{q}_d + K_v \dot{\tilde{q}} + K_p \tilde{q}) + \frac{1}{K_m} \dot{q} \right] \quad (5.3)$$

Si consideramos que $\ddot{\tilde{q}} = \ddot{q}_d - \ddot{q}$, esta ecuación se reduce a:

$$\ddot{\tilde{q}} + K_v \dot{\tilde{q}} + K_p \tilde{q} = 0 \quad (5.4)$$

que es la ecuación de malla cerrada del sistema con control par calculado, y está dada por una ecuación diferencial lineal con coeficientes constantes. La transformada de Laplace de la ecuación anterior toma la siguiente forma:

$$\{s^2 \tilde{Q}(s) - s\tilde{q}(0) - \dot{\tilde{q}}(0)\} + K_v \{s\tilde{Q}(s) - \tilde{q}(0)\} + K_p \tilde{Q}(s) = 0 \quad (5.5)$$

$$\text{de donde: } \tilde{Q}(s) = \frac{s\tilde{q}(0) + [\dot{\tilde{q}}(0) + \tilde{q}(0)]}{s^2 + K_v s + K_p} \quad (5.6)$$

Nótese que si K_v y K_p son escalares positivos, entonces los polos de la ecuación (5.6) se localizan en la zona de estabilidad y, en consecuencia, la función $\tilde{q}(t)$ es exponencialmente estable, esto es, $\tilde{q}(t) \rightarrow 0$ y, por tanto, $\dot{\tilde{q}}(t) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$. Esto significa que para cualquier $q_u(t)$, constante o variable en el tiempo, los errores de posición y de velocidad tienden a cero, cumpliéndose así el requisito de control para el controlador par calculado.

Nótese también que si las condiciones iniciales de error son nulas, esto es $\tilde{q}(0) = 0$ y $\dot{\tilde{q}}(0) = 0$, entonces $\tilde{Q}(s) = 0$, con lo que $\tilde{q}(t) = 0$ y $\dot{\tilde{q}}(t) = 0$ para cualquier instante de tiempo t . De esta manera, el movimiento resultante se realiza siempre conforme al movimiento deseado, sin la existencia de un transitorio inicial de recuperación.

5.3 RESULTADOS EXPERIMENTALES

Los experimentos para obtener las respuestas escalón y armónica del controlador par calculado se realizaron de la misma manera descrita para los controladores anteriores y empleando el mismo equipo y señales de prueba. Para implementar este controlador se configuró el circuito controlador en la opción de controlador III y se dispuso el equipo de la siguiente manera:

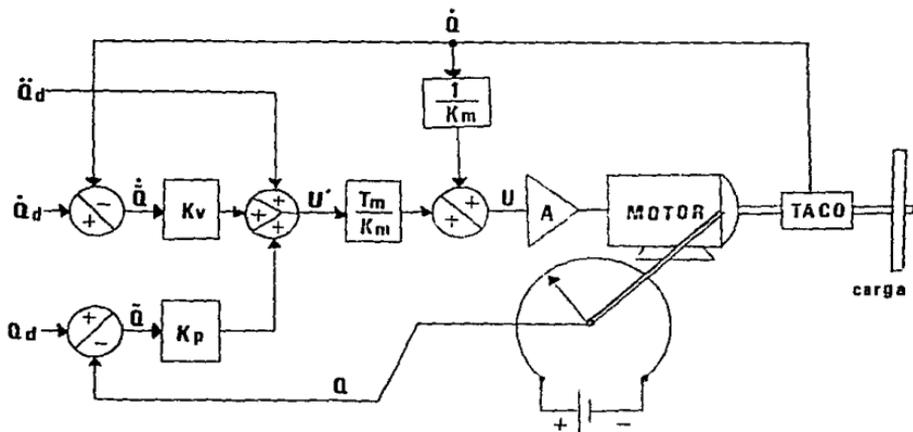


FIG. 5.1 CONTROLADOR PAR CALCULADO

Las señales \dot{Q}_a , \dot{Q}_u , \dot{Q}_d , \dot{Q} y \dot{Q} , así como las constantes K_p y K_v , tienen el mismo significado mencionado para el controlador PD, siendo la señal u' igual a la señal de actuación de un controlador PD. La nueva señal de actuación se obtiene luego de multiplicar u' por la constante T_m/K_m y sumarle la señal $1/K_m\dot{Q}$. La señal de actuación entra a un amplificador de potencia y luego se aplica al motor del sistema.

5.3.1 Respuesta Escalón

Se obtuvo aplicando una señal de prueba del tipo $Q_d = Au(t)$ con $A = 100$ grados. La figura 5.2 muestra los resultados del experimento.

Canal 1

Presenta la retroalimentación de posición o desplazamiento obtenido ante la entrada escalón de referencia. La razón de movimiento se puede calcular en 400 gra/seg.

Canal 2

Muestra el error de posición generado durante el movimiento. La gráfica muestra que el sistema solo responde hasta que existe un error de alrededor de 80 grados (debido al retardo propio del controlador). El error en régimen permanente fué de 4.5 grados.

Debido a la ausencia de señales de referencia de velocidad y de aceleración en la obtención de la respuesta escalón, las gráficas de velocidad y de error de velocidad (canales 3 y 4) resultan idénticas excepto por factores de escala y de polaridad. Estas gráficas muestran la señal de retroalimentación de velocidad y se observa como hay una aceleración brusca hasta alcanzar una velocidad constante de 400 gra/seg aproximadamente. Esta velocidad se mantiene cierto tiempo y luego decrece rápidamente hasta otro

valor constante de alrededor de 220 gra/seg donde se mantiene otro pequeño intervalo de tiempo para luego decrecer lentamente hasta el reposo.

5.3.2 Respuesta Armónica

Las señales de referencia utilizadas en la realización de este experimento fueron:

$$Q_d = A \sin(2\pi f t) \text{ con } A = 60 \text{ grados}$$

$$\dot{Q}_d = B \cos(2\pi f t) \text{ con } B = 120 \text{ grados/seg}$$

$$\ddot{Q}_d = -C \sin(2\pi f t) \text{ con } C = 240 \text{ grados/seg}^2$$

Para todos los casos la frecuencia de oscilación de la señal fué $f = 1/\pi = 0.3183$ Hz.

En la figura C.1 se muestran las señales de referencia de posición, velocidad y aceleración generadas en la computadora. Los resultados del experimento se muestran en la figura 5.3.

Canal 1

Muestra el desplazamiento de respuesta ante las excitaciones de entrada. La amplitud máxima alcanzada es de unos 60 grados y se presentan también los achatamientos debidos a la zona muerta.

Canal 2

Muestra el error de posición. Se observa que esta señal no es simétrica respecto al eje horizontal, ya que es mayor en un sentido del movimiento que en el otro. Su valor máximo en un sentido es de 6.25 grados aproximadamente, mientras que en el otro sentido es de alrededor de 9.5 grados. Se puede notar también el caracter discreto de la señal.

Canal 3

Muestra la señal de retroalimentación de velocidad. Puede apreciarse una reducción grande, respecto a los controladores anteriores, de los efectos de la zona muerta en los cruces por cero de la señal. La velocidad máxima alcanzada es de unos 130 gra/seg

Canal 4

Presenta el error de velocidad, que se mantiene en un valor muy pequeño durante la mayor parte del movimiento, excepto en los puntos de cruce por cero de la señal de retroalimentación de velocidad, donde existen picos de alrededor de 30 gra/seg de error y que se deben al efecto de la zona muerta, que no se logra eliminar totalmente.

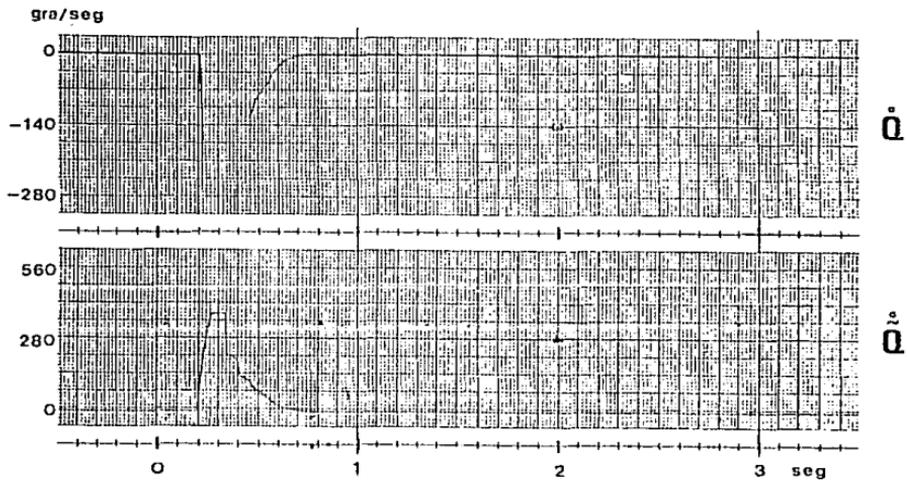
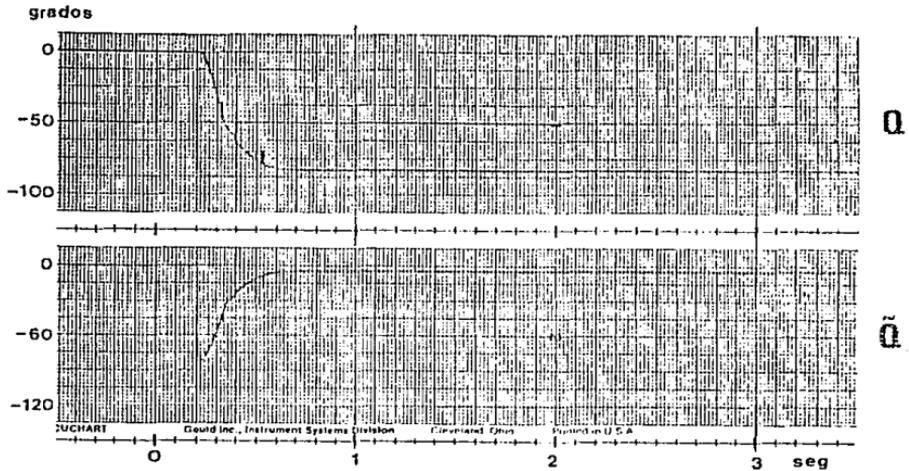


FIG 5.2

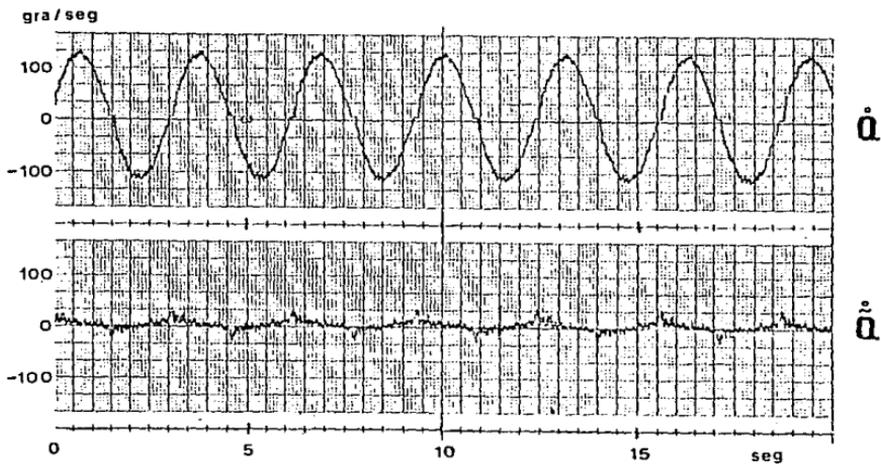
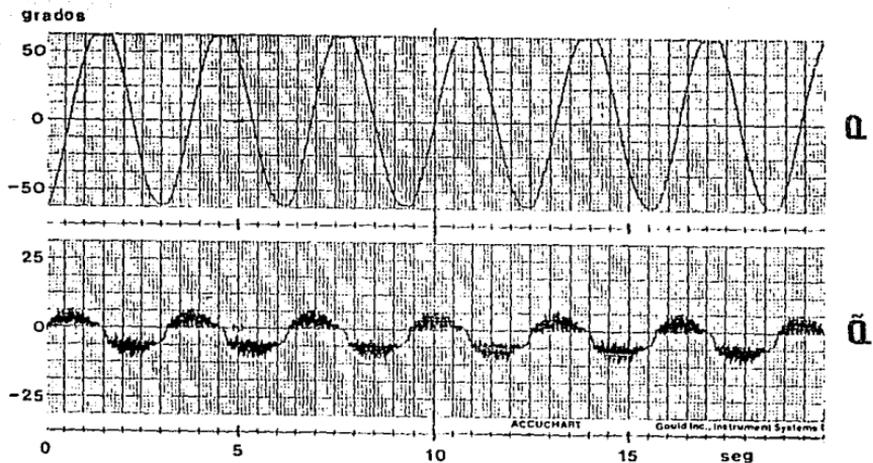


FIG 5.3

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en este trabajo muestran el comportamiento de tres diferentes controladores para el control de posición en motores de CD. Los tres controladores estudiados son, por grado de complejidad, los siguientes:

- Proporcional con retroalimentación tacométrica.
- Proporcional derivativo o PD.
- Par calculado.

De las gráficas obtenidas en los experimentos de respuesta escalón realizados para cada uno de los controladores se observa que la respuesta de éstos a este tipo de excitación es muy similar, teniendo los tres una velocidad de respuesta casi idéntica. Puede notarse, sin embargo, la existencia de saltos bruscos en la respuesta escalón del controlador par calculado, lo que podría ser indeseable en aplicaciones donde se requiera suavidad de movimiento. Hay que notar también, que si bien la respuesta transitoria es muy similar en los tres controladores, el error de posición en régimen permanente o estado estacionario se reduce conforme aumenta la complejidad del controlador. Sin embargo, la diferencia no es muy grande y para los tres controladores el error es de alrededor del 6%.

En los resultados obtenidos de los experimentos realizados para obtener la respuesta armónica de los controladores se pueden encontrar, en cambio, mayores diferencias entre éstos.

Se puede observar una reducción drástica del error de posición en régimen permanente de los controladores PD y par calculado respecto al proporcional con retroalimentación tacométrica, siendo aun menor en el controlador par calculado. Lo mismo puede decirse para el error de velocidad.

Un efecto muy notorio en estos experimentos es la existencia de una zona muerta debida a fenómenos no lineales tales como el rozamiento viscoso entre componentes móviles del sistema. El efecto de zona muerta se presenta cuando la señal eléctrica de alimentación al motor es muy pequeña y resulta insuficiente para permitir que el motor venza la fricción mecánica del sistema, permaneciendo sin movimiento hasta que la señal de alimentación aumente. Este efecto se puede apreciar en los cruces por cero del trazo de velocidad de las gráficas correspondientes a cada controlador. Puede observarse una zona muerta grande en los controladores proporcional con retroalimentación tacométrica y PD, mientras que en el controlador par calculado es apreciablemente mas pequeña. Este efecto se observa también como picos en los trazos de error de velocidad. La existencia del error en estado estacionario mencionado en los experimentos de respuesta escalón se debe también al efecto de zona muerta.

Por todo lo anterior, podemos concluir que el aumento en complejidad de los controladores se traduce en un mejor desempeño, sin embargo, la elección de un controlador determinado deberá depender de la aplicación para la cual se requiera y no solo de su complejidad. Así podemos decir que en aplicaciones donde el valor de referencia (o set point) sea una señal constante o con pocas variaciones en el tiempo, se puede emplear perfectamente un controlador proporcional con retroalimentación tacométrica, o un proporcional derivativo si se quiere un poco mas de precisión, siendo innecesaria la utilización de un controlador par calculado, ya que el aumento en complejidad no compensará el poco aumento de precisión en el proceso de control. Sin embargo, en aplicaciones donde se tenga una señal de referencia variable, el controlador proporcional con retroalimentación tacométrica resulta insuficiente y se hace necesaria la utilización de un controlador mas preciso, como pueden ser el controlador PD o el par calculado, siendo este último el mas adecuado si el grado de precisión requerido es alto.

Puede decirse entonces que el controlador proporcional con retroalimentación tacométrica encuentra su mejor aplicación en sistemas en donde la referencia de posición se mantiene constante durante periodos prolongados de tiempo, como puede ser un mecanismo posicionador como el que abre o cierra una válvula ante una señal de abierto/cerrado; mientras que el controlador par calculado es mas útil en aplicaciones donde se requiere un movimiento continuo y rápido, como puede ser el caso de un robot manipulador. El controlador proporcional derivativo está en un punto intermedio y puede utilizarse en cualquiera de las aplicaciones mencionadas dependiendo de las exigencias de control, como podría ser un sistema donde el movimiento requerido no sea muy rápido.

Se debe también notar que para la implementación de los controladores proporcional con retroalimentación tacométrica y PD no es necesario conocer los parámetros característicos del motor, cosa que no sucede con el controlador par calculado para cuya implementación se requieren conocer las constantes K_m y T_m del motor. Sin embargo, si estas constantes no se conocen, se pueden utilizar amplificadores con ganancia variable o potenciómetros para ajustar los parámetros del controlador hasta lograr el mejor funcionamiento posible.

Por último, hay que mencionar que si bien el grado de precisión alcanzado con el controlador par calculado es alto, este no representa ningún límite en el desarrollo de mejores controladores y que se puede lograr un grado mayor de precisión con controladores mas complejos. Por ejemplo, se pretende, como un trabajo futuro, el desarrollo de una estrategia de control complementaria para atenuar aun mas los efectos de fricción que producen una zona muerta en la velocidad cuando esta cambia de signo. Este nuevo controlador, llamado de control adaptable, tiene una estructura similar a la del controlador par calculado:

$$u = \hat{h} [\ddot{Q} + K_v \dot{Q} + K_p Q] + \hat{c} \quad \text{(VOLTS)}$$

donde \hat{h} y \hat{c} son funciones variables en el tiempo y que dependen de los valores de \ddot{Q} y \dot{Q} , es decir, de las condiciones del sistema.

Tomando en cuenta el desarrollo de este trabajo futuro, el diseño del circuito electrónico empleado para la experimentación con los controladores estudiados se realizó de tal manera que pueda soportar la implementación de este nuevo controlador.

APENDICE A

DESCRIPCION DE LA TARJETA ELECTRONICA DEL CONTROLADOR

Con objeto de implementar un controlador de posición para motores de CD, se desarrolló un circuito electrónico modular en el que se pueden implementar fácilmente tres tipos de controladores:

Controlador I: Proporcional con Retroalimentación Tacométrica

$$u = K_p \tilde{Q} - k_v \dot{Q}$$

Controlador II: Proporcional Derivativo (PD)

$$u = \ddot{Q}_d + K_v \dot{\tilde{Q}} + K_p \tilde{Q}$$

Controlador III: Par Calculado

$$u = \frac{T_m}{K_m} (\ddot{Q}_d + K_v \dot{\tilde{Q}} + K_p \tilde{Q}) + \frac{1}{K_m} \dot{Q}$$

donde: u = voltaje de alimentación del motor de CD [volts].

Q_d = posición deseada del eje del motor [rad].

\dot{Q}_d = velocidad angular deseada del motor [rad/s].

\ddot{Q}_d = aceleración angular deseada del motor [rad/s²].

Q = posición real del eje del motor [rad].

\dot{Q} = velocidad angular real del motor [rad/s].

\tilde{Q} = error de posición. Diferencia entre la posición real y la posición deseada: $Q_d - Q$ [rad].

$\dot{\tilde{Q}}$ = error de velocidad. Diferencia entre la velocidad real y la velocidad deseada: $\dot{Q}_d - \dot{Q}$ [rad/s].

K_v = coeficiente de velocidad [1/s].

K_p = coeficiente de posición [1/s²].

K_m = ganancia estática del motor [(rad/s)/V].

T_m = constante de tiempo del motor [seg].

a) Diagrama Analógico

Se propone el siguiente arreglo de un controlador en el que se puedan implementar los tres tipos de controladores mediante la simple conexión o desconexión de interruptores:

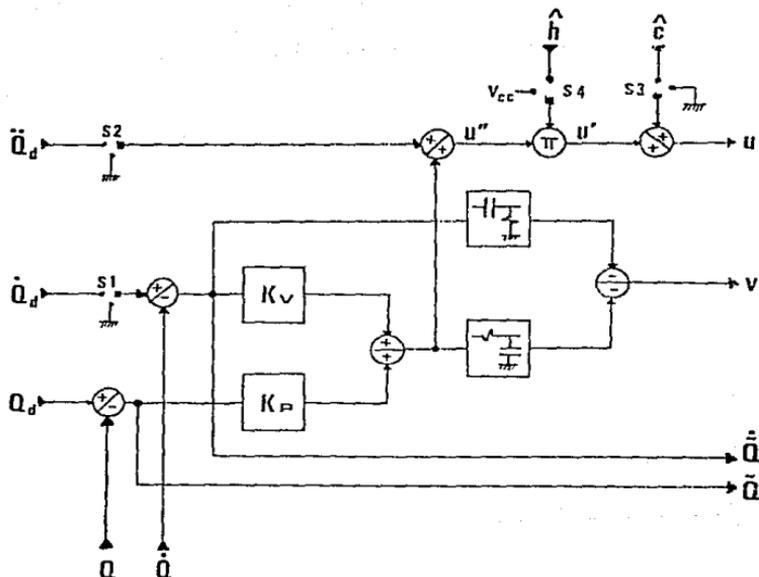


Fig. A.1 DIAGRAMA ANALOGICO

En el diagrama, las señales Q_d , \dot{Q}_d y \ddot{Q}_d son señales eléctricas procedentes de un generador externo (puede ser una microcomputadora). Las señales Q y \dot{Q} son señales de retroalimentación proporcionadas por el motor a través de transductores de posición (potenciómetro) y de velocidad (tacómetro).

La señal u es el voltaje de control que alimenta al motor. Las señales \tilde{Q} , $\dot{\tilde{Q}}$ y V se emplean en un circuito adicional para generar las señales \hat{h} y \hat{c} que se emplean para compensar los efectos de fricción en el controlador III.

El controlador I se obtiene abriendo todos los interruptores, de tal forma que se utilicen en el proceso de control solamente las señales Q y \dot{Q} . El controlador II se obtiene cerrando los interruptores S1 y S2 para emplear las señales \tilde{Q} , $\dot{\tilde{Q}}$ y \ddot{Q}_d . El controlador III se obtiene cerrando todos los interruptores para emplear adicionalmente las señales \hat{h} (T_m/K_m) y \hat{c} ($1/K_m\dot{Q}$).

b) Diagrama Eléctrico

Con objeto de implementar físicamente el controlador propuesto, se diseñó el circuito electrónico mostrado en la figura A.2.

El circuito se basa en la aplicación de amplificadores operacionales para la realización de las operaciones necesarias entre las señales: acoplamiento, amplificación, suma y diferencia. También se emplea un multiplicador analógico para realizar la multiplicación entre señales.

Se cuenta con puentes de opción para dejar pasar o aterrizar las señales opcionales. Si el puente de alguna señal se pone a tierra, equivale a hacerla cero y, por tanto, esta señal no tendrá efecto en el proceso de control.

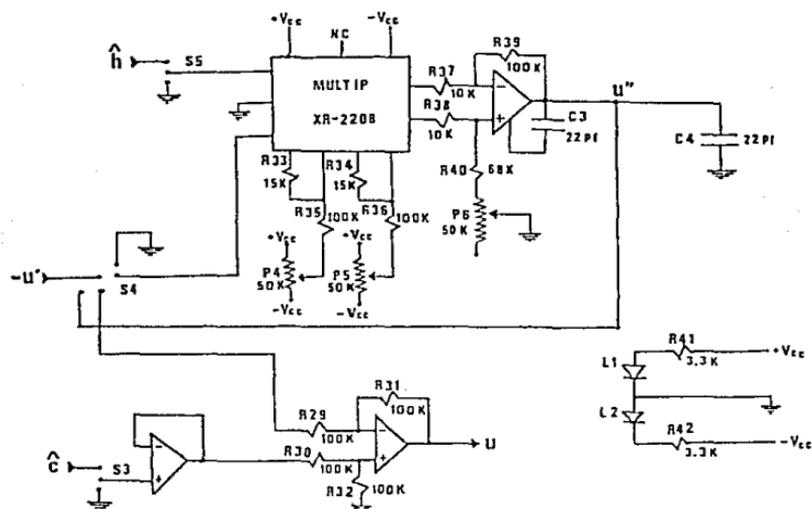
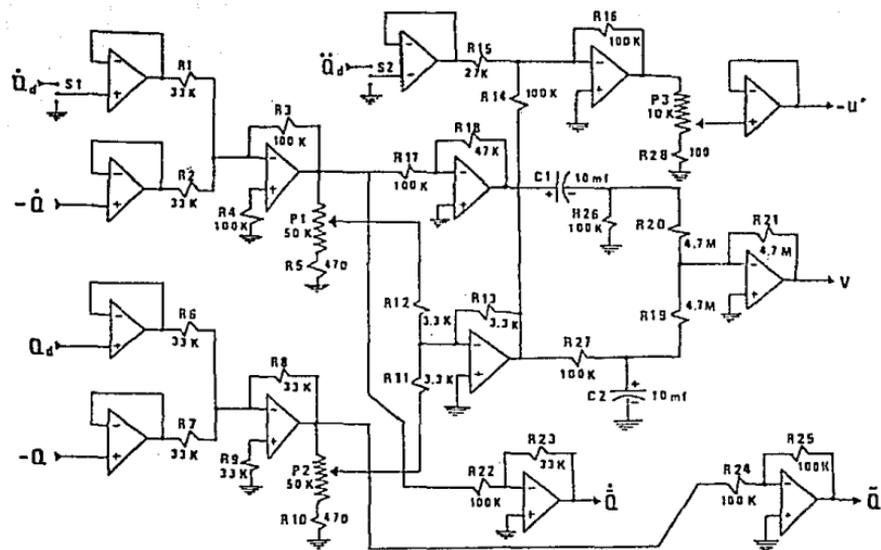


FIG A.2

El puente S4 permite la utilización del multiplicador analógico. Si los puentes se ponen en la posición horizontal, la señal de control se estará multiplicando por la señal \hat{h} . Si los puentes se ponen en posición vertical, el multiplicador no tendrá efecto alguno en el control.

La sintonía de los coeficientes K_v y K_p se obtiene mediante los potenciómetros P1 y P2 respectivamente. El potenciómetro P3 permite el ajuste de ganancia del multiplicador, mientras que los potenciómetros P4, P5 y P6 se usan para compensar el offset de voltaje en el multiplicador analógico.

El circuito anterior se implementó en una tarjeta electrónica que se describe posteriormente. La tarjeta dispone de un peine de conexión de 18 vías a través del cual se accesan las diferentes señales que entran y salen de la tarjeta del controlador.

En la figura A.3 se muestra la disposición de las señales en el peine de la tarjeta.

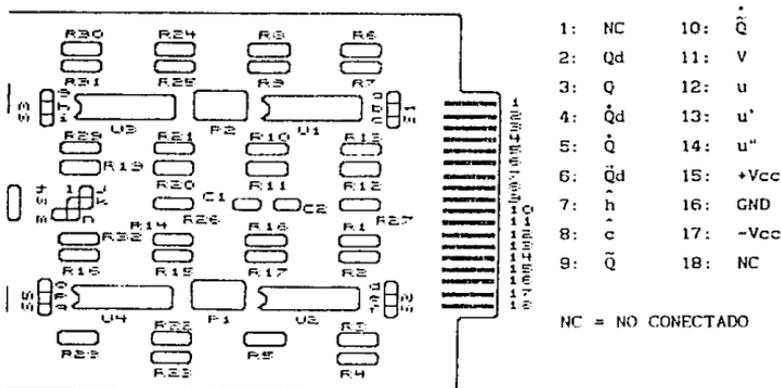


Fig. A.3 PEINE DE CONEXIONES

c) Configuración de la Tarjeta Electrónica

La tarjeta puede configurarse para obtener cada uno de los controladores mencionados. A continuación se muestra la tarjeta electrónica con la configuración respectiva para cada controlador.

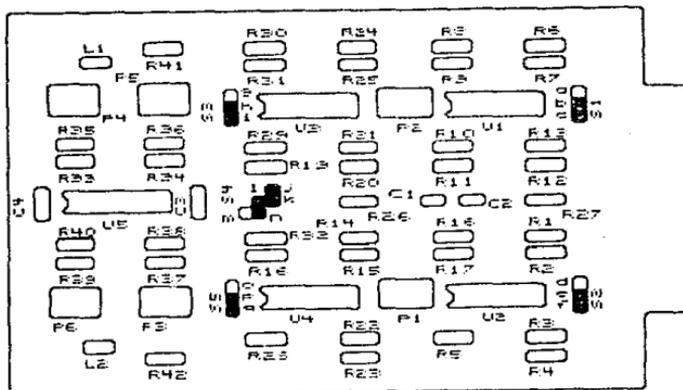


Fig. A.4 CONTROLADOR I

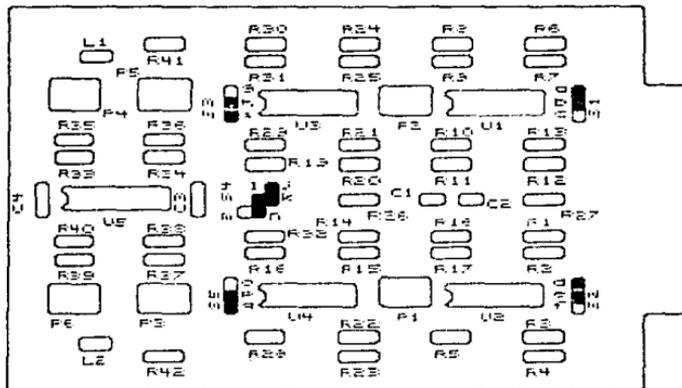


Fig. A.5 CONTROLADOR II

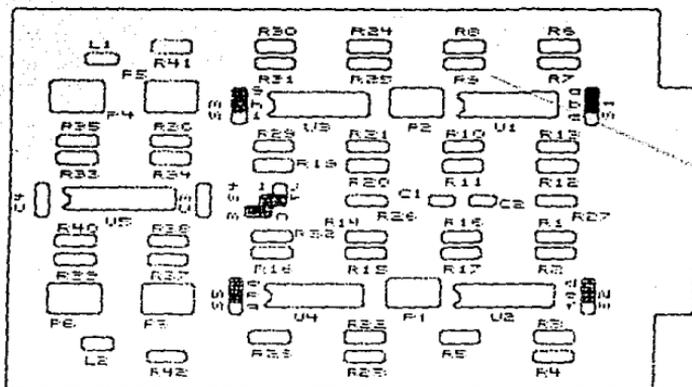


Fig. A.6 CONTROLADOR III

d) Procedimiento de Calibración y Sintonía

Antes de poder utilizar el controlador se debe realizar la calibración del multiplicador analógico (del tipo XR-2208) contenido en la tarjeta, con objeto de eliminar el "offset" de voltaje en su salida y para ajustar su ganancia. Los demás circuitos (amplificadores operacionales) no necesitan ser calibrados ni ajustados.

El procedimiento de calibración del multiplicador analógico es el siguiente:

- 1.- Alimente la tarjeta con $\pm V_{cc}$ y GND (15 V max) a través de las vías 15, 16 y 17 del peine de conexión mostrado en la figura A.3.
- 2.- Aplique 0 Volts en ambas entradas del multiplicador (puente S5 en la posición pq y puente S4 en la posición

jk) y ajuste el offset de salida a 0V usando el controlador de offset (potenciómetro P6). El voltaje de salida se debe medir en la vía 14 del peine de conexión.

- 3.- Coloque el puente S5 en la posición op y el puente S4 en la posición jk. Aplique una señal senoidal de 20 Vpp a 60 Hz en la vía 7 del peine. Ajuste el voltaje de salida al valor pico-pico mínimo posible usando el potenciómetro P4.
- 4.- Coloque el puente S5 en la posición pq y quite el puente S4. Aplique una señal senoidal de 20 Vpp a 60 Hz entre el pin k de S4 y tierra. Ajuste el voltaje de salida al valor pico-pico mínimo posible usando el potenciómetro P5.
- 5.- Repita el paso 2.
- 6.- Coloque el puente S5 en la posición op y quite el puente S4. Aplique un voltaje de 10 VCD en ambas entradas del multiplicador (vía 7 del peine y pin k de S4) y ajuste el voltaje de salida a 10 VCD usando el potenciómetro P3. Este paso puede repetirse con diferentes amplitudes y polaridades del voltaje de entrada, ajustando la salida al mismo valor de la entrada para asegurar ganancia unitaria del multiplicador.

Una vez calibrado el multiplicador, y luego de implementar cualquiera de los tres controladores posibles, se deben sintonizar los valores de K_p y K_v para el mejor funcionamiento en cada caso mediante los potenciómetros P2 y P1 respectivamente. Para una calibración rápida se pueden colocar los potenciómetros en la posición mostrada en las siguientes figuras, que corresponden a la sintonía más adecuada encontrada para cada controlador.

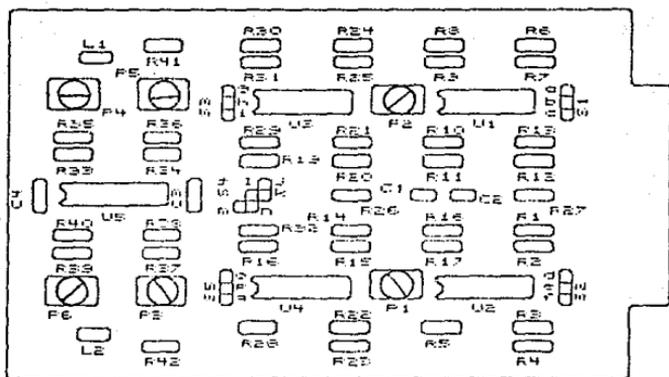


Fig. A.7 SINTONIA CONTROLADOR I

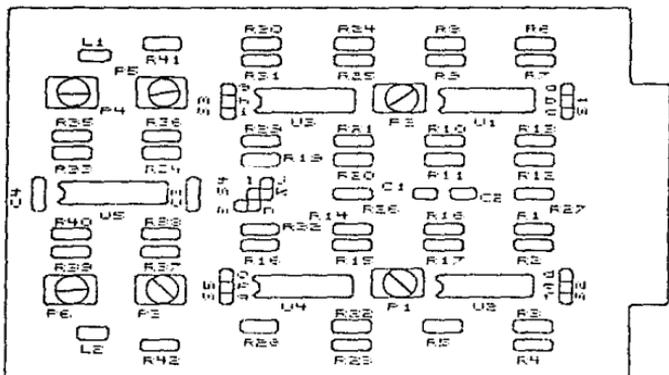


Fig. A.8 SINTONIA CONTROLADOR II

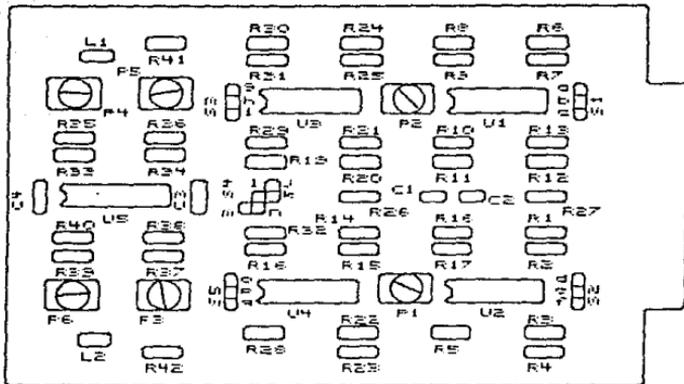


Fig. A.9 SINTONIA CONTROLADOR III

APENDICE B

OBTENCION EXPERIMENTAL DE LAS CURVAS CARACTERISTICAS DEL MOTOR

Con objeto de conocer las características de operación del motor de corriente directa empleado para realizar los experimentos con los controladores, se realizaron algunas pruebas para obtener sus curvas características.

Este motor forma parte de un equipo modular de experimentación denominado servosistema MS150, que cuenta además con un tacómetro acoplado directamente al eje del motor y que se emplea para sensar la velocidad de rotación del motor; un mecanismo reductor de velocidad de 30 a 1 acoplado transversalmente al eje del motor y en el que se puede instalar un potenciómetro circular para sensar la posición del eje del motor; un amplificador de potencia que alimenta al motor; y un freno magnético empleado para aplicar pares de carga conocidos al motor. Las características del sistema que se investigaron son:

a) El factor de conversión en estado estacionario del tacómetro, esto es, la constante de proporcionalidad que define la relación entre la velocidad de rotación del eje del tacómetro y el voltaje inducido en sus terminales. Esta constante se conoce como K_g , está dada en volts/RPM y sirve para calcular la velocidad del motor conociendo el voltaje inducido en el tacómetro.

b) La curva que relaciona en estado estacionario el voltaje de alimentación del motor contra la velocidad angular para diferentes condiciones de carga. Esta curva permite conocer el comportamiento de la velocidad del motor cuando éste está sometido a una carga determinada y existen variaciones en el voltaje de alimentación.

c) La curva que relaciona en estado estacionario el par de carga aplicado al motor contra la velocidad angular para diferentes voltajes de alimentación. Esta curva permite conocer el comportamiento de la velocidad del motor cuando éste está alimentado con un voltaje de entrada determinado y existen variaciones en la carga.

a) Factor K_g del Tacómetro

Para conocer este valor se requiere trazar la gráfica de velocidad angular contra voltaje generado en el tacómetro. El valor K_g resulta ser la pendiente de esta curva. Para realizar los experimentos necesarios se dispuso el equipo de la siguiente manera:

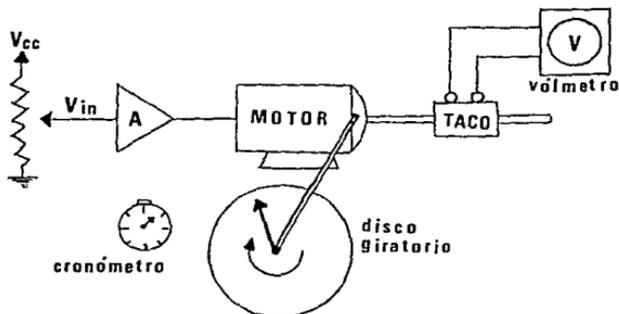


Fig. B.1 OBTENCION DEL FACTOR K_g DEL TACOMETRO

Con el potenciómetro de entrada se ajusta el voltaje de alimentación del motor hasta obtener un voltaje determinado de inducción en el tacómetro, que se mide con el voltímetro. Luego se cuentan 20 vueltas del disco del potenciómetro circular conectado al eje de baja velocidad, lo que corresponde a 600 vueltas en el eje del tacómetro, y se mide con el cronómetro el tiempo que

tardan en completarse las vueltas. Si el tiempo se mide en segundos, se puede calcular la velocidad del tacómetro en RPMs de la siguiente manera: $RPM = 600/t \times 60$ donde t es el tiempo en segundos que toman las 20 vueltas del eje transversal del motor.

Cada medición se repite 3 veces para cada valor de voltaje del tacómetro y luego se repite el mismo experimento para distintos voltajes. La tabla B.1 muestra los resultados obtenidos y la figura B.3 muestra la gráfica de velocidad (en RPM) contra voltaje (en volts) obtenida a partir de la tabla B.1.

En la parte lineal de la gráfica se toma un intervalo de 1000 RPM en el eje vertical y con éste se obtiene el rango correspondiente en el eje horizontal dado en volts, el cual resulta ser de 2.50 volts. El cociente del rango horizontal entre el rango vertical es el recíproco de la pendiente de la gráfica y representa la constante del tacómetro que resulta ser: $K_g = 2.5$ volts/1000RPM.

b) Curva de Voltaje de Alimentación vs Velocidad Angular

Para obtener esta curva se implementó el siguiente arreglo:

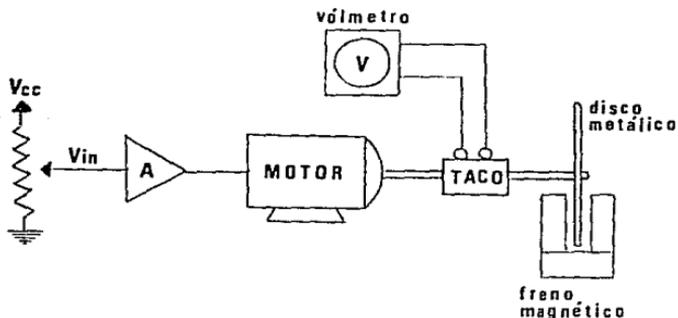


Fig. B.2 V_{in} vs VELOCIDAD ANGULAR

Con el potenciómetro de entrada se fija el valor del voltaje de alimentación en un valor determinado y se mide el voltaje del tacómetro, con lo que se determina la velocidad del motor para el voltaje de alimentación correspondiente. El mismo procedimiento se realiza para diferentes voltajes de entrada, con lo que se obtienen los datos mostrados en la tabla B.2.

Una tabla similar se obtiene ahora bajo condiciones de carga, para lo cual se emplea el freno magnético, aplicándolo al disco metálico acoplado al eje del motor. El flujo magnético del freno (obtenido de un imán permanente), al cruzar el disco metálico en movimiento, induce una corriente eléctrica dentro de éste y un par que tiende a frenar el movimiento del disco. El freno se colocó en una posición que corresponde a un par de 500 grms-cm, según especificaciones del freno, y se obtuvo una tabla similar a la obtenida para la condición de vacío. Estas tablas se emplean para obtener las curvas correspondientes de voltaje de alimentación contra velocidad angular del motor para cada una de las condiciones de carga. Las gráficas se muestran en la figura B.4.

c) Curva de Par de Carga vs Velocidad Angular

Para obtener esta curva se dispuso el equipo de la misma manera que para el caso anterior. En este experimento, sin embargo, el voltaje de alimentación se fijó a un valor constante y se varió la carga del motor empleando el freno magnético. Se tomaron lecturas correspondientes a las posiciones 0 (vacío) hasta 10 (plena carga) del freno y en cada una se midió el voltaje del tacómetro, con lo que se puede calcular luego la velocidad del motor para cada posición de carga. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla B.3, donde se indica el par ejercido por el freno para cada una de sus posiciones. Empleando estos resultados se puede trazar la gráfica de par de carga contra velocidad angular para el voltaje de alimentación escogido.

Este experimento se realizó para dos valores diferentes de voltaje de alimentación, por lo que se obtuvieron dos curvas de par vs velocidad, una correspondiente a un voltaje pequeño de entrada y otra para un voltaje grande. Las gráficas se muestran en la figura B.5.

Las gráficas obtenidas muestran el comportamiento del motor (bajo diferentes condiciones de carga y de alimentación) utilizado para probar el controlador.

CARACTERISTICAS DEL MOTOR

CONSTANTE DEL TACOMETRO Kg [V/1000 RPM]

TACOMETRO (VOLTS)	NUMERO DE ROTACIONES	TIEMPO (SEGUNDOS)	VELOCIDAD (RPM)
1	600	88.84	417.56
2	600	45.12	807.23
3	600	29.78	1210.54
4	600	22.34	1611.22
5	600	17.81	2019.85
6	600	14.91	2411.26
7	600	12.75	2822.08
8	600	11.09	3239.37
9	600	9.91	3633.92
10	600	8.9	4046.52

TABLA B.1

CARACTERISTICAS DEL MOTOR

K_g TACOMETRICA

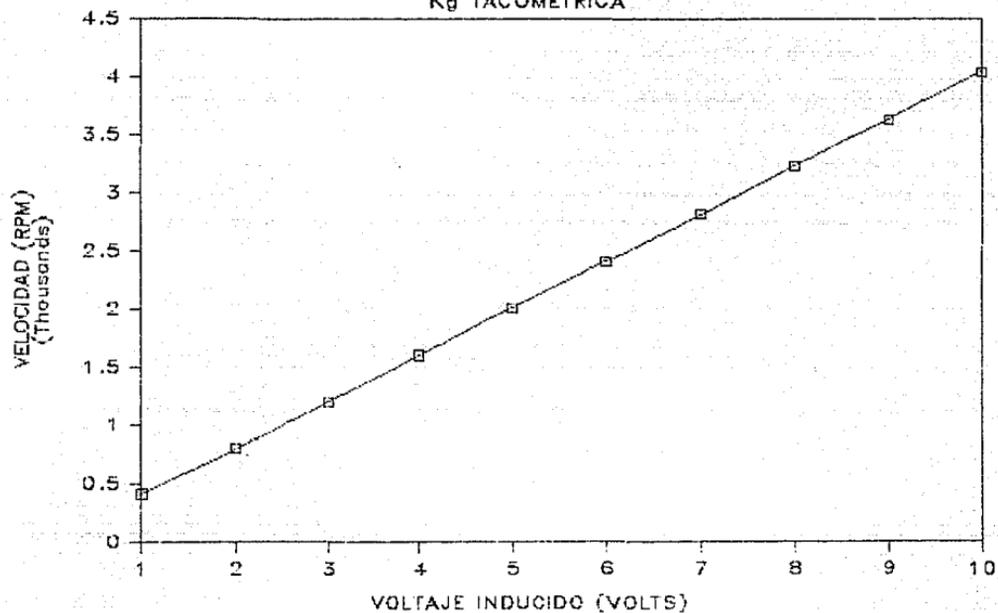


FIG B.3

CARACTERISTICAS DEL MOTOR

CURVA Vin VS VELOCIDAD

MOTOR EN VAÇIO:

Vin (VOLTS)	Vtaco-1 (VOLTS)	Vtaco-2 (VOLTS)	Vtaco (VOLTS)	VELOCIDAD (RPM)
3.7	1.4	1.5	1.45	580.00
4	2.25	2.35	2.3	920.00
5	4.65	4.62	4.635	1854.00
6	6.66	6.72	6.69	2676.00
7	8.5	8.52	8.51	3404.00
8	10.1	10.14	10.12	4048.00
9	11.75	11.8	11.775	4710.00
10	13.25	13.3	13.275	5310.00

Kg = 2.5

MOTOR CON CARGA MAXIMA: (PAR = 500 gramos-cm)

Vin (VOLTS)	Vtaco-1 (VOLTS)	Vtaco-2 (VOLTS)	Vtaco (VOLTS)	VELOCIDAD (RPM)
4	0.2	0.2	0.20	80.00
5	0.44	0.44	0.44	176.00
6	0.69	0.68	0.69	274.00
7	0.93	0.91	0.92	368.00
8	1.15	1.13	1.14	456.00
9	1.36	1.32	1.34	536.00
10	1.57	1.53	1.55	620.00

Kg = 2.5

TABLA B.2

CARACTERISTICAS DEL MOTOR

V_{in} VS VELOCIDAD

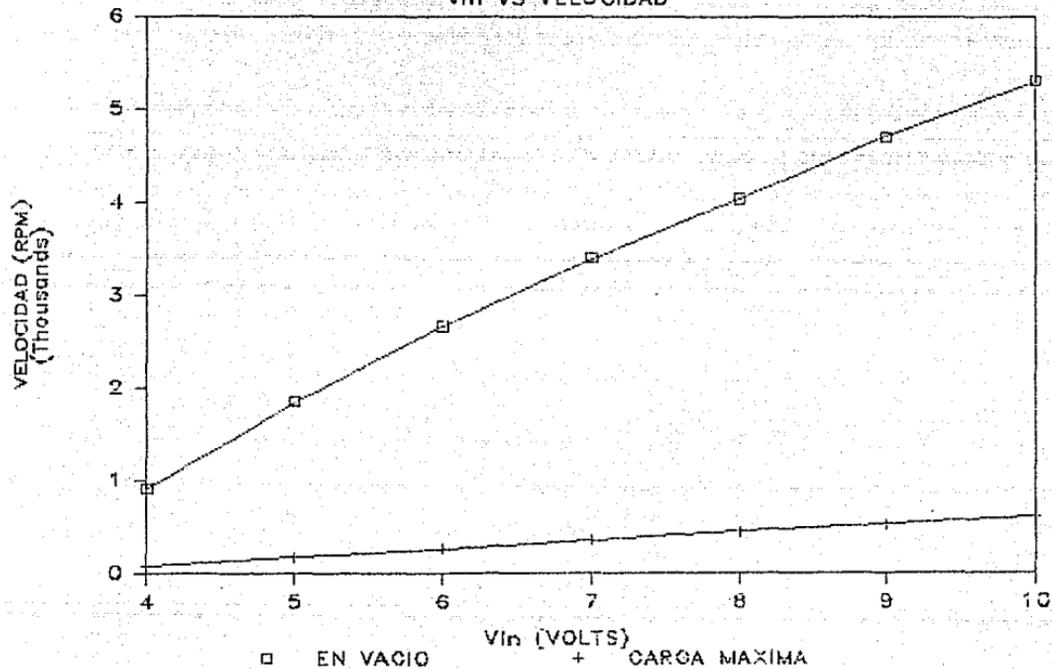


FIG B.4

CARACTERISTICAS DEL MOTOR

CURVA TORQUE VS VELOCIDAD

Vin = 5 VOLTS

Vin (VOLTS)	POSICION FRENO	PAR (GRMS-CM)	Vtaco (VOLTS)	VELOCIDAD (RPM)
5	0	0	3.91	1564.00
5	1	10	3.17	1268.00
5	2	100	1.33	532.00
5	3	250	0.88	352.00
5	4	400	0.65	260.00
5	5	600	0.53	212.00
5	6	700	0.48	192.00
5	7	850	0.4	160.00
5	8	1100	0.33	132.00
5	9	1400	0.28	112.00
5	10	1600	0.25	100.00

Kg = 2.5

Vin = 8 VOLTS

Vin (VOLTS)	POSICION FRENO	PAR (GRMS-CM)	Vtaco (VOLTS)	VELOCIDAD (RPM)
8	0	0	10.01	4004.00
8	1	10	6.96	2784.00
8	2	100	3.79	1516.00
8	3	250	2.39	956.00
8	4	400	1.9	760.00
8	5	600	1.58	632.00
8	6	700	1.43	572.00
8	7	850	1.26	504.00
8	8	1100	1.05	420.00
8	9	1400	0.91	364.00
8	10	1600	0.83	332.00

Kg = 2.5

TABLA B.3

ESTR
SALUD
32 LA
DIRECCION
TECN
ME
DIRE

CARACTERISTICAS DEL MOTOR

PAR VS VELOCIDAD

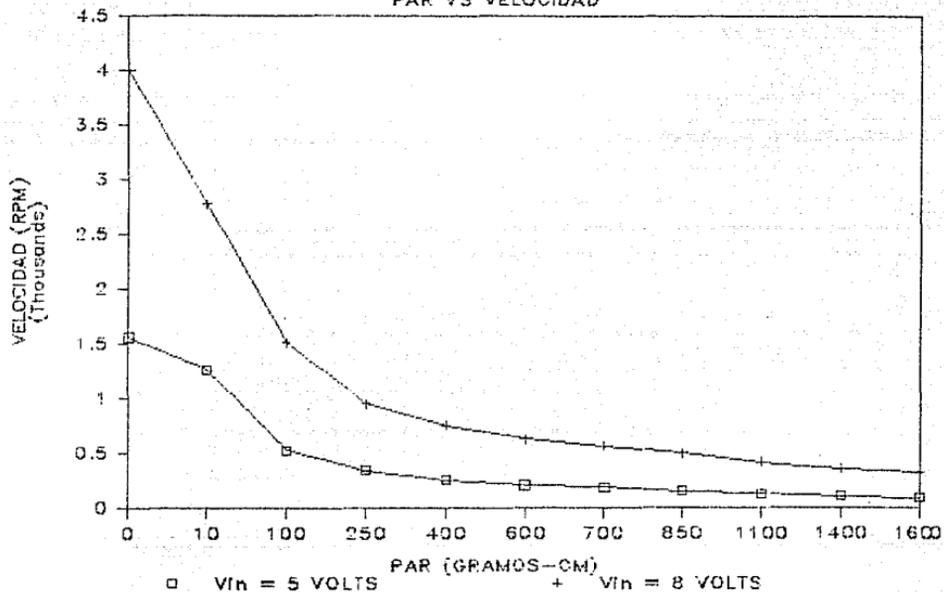


FIG 8.5

APENDICE C

DESCRIPCION DEL PROGRAMA PARA GENERAR REFERENCIAS

Con el fin de generar las señales de referencia necesarias para accionar los controladores estudiados en este trabajo, se escribió un programa en BASIC diseñado para correr en una microcomputadora personal APPLE y para utilizar los puertos convertidores digital/análogo de la computadora. Se escribió primeramente un programa para generar las señales senoidales de referencia correspondientes a las referencias de posición, de velocidad y de aceleración.

La computadora APPLE cuenta con siete ranuras (numeradas del 1 al 7) donde se puede colocar la tarjeta de conversión analógico/digital-digital/análogo. Esta tarjeta cuenta con 16 puertos convertidores D/A y 16 puertos convertidores A/D (numerados del 0 al 15) distribuidos en dos conectores respectivamente. Las direcciones de acceso a cada puerto dependen de la ranura en que se encuentre la tarjeta convertidora, como se muestra a continuación:

ranura	rango de direcciones	
1	-16240	a -16225
2	-16224	a -16209
3	-16208	a -16193
4	-16192	a -16177
5	-16176	a -16161
6	-16160	a -16145
7	-16144	a -16129

correspondiendo en cada ranura la dirección mas baja al puerto 0 y la mas alta al puerto 15.

El envío de datos a los convertidores D/A se hace mediante la instrucción POKE n,m donde n es la dirección del puerto de escritura y m es un número entre 0 y 255, donde 0 corresponde a un voltaje de -5 volts y 255 a un voltaje de +5 volts a la salida del puerto convertidor D/A. La lectura de los canales convertidores A/D se hace mediante la instrucción X=PEEK(n) donde n es la dirección del puerto de lectura y X es una variable que tomará un valor de 0 a 255 dependiendo del voltaje (entre -5 y +5 volts) existente en la entrada del convertidor A/D.

Las señales de referencia se obtuvieron a través del conector de conversión D/A, correspondiendo a la posición deseada el puerto 15, a la velocidad deseada el puerto 14 y a la aceleración deseada el puerto 13.

Las señales generadas, al ser de origen digital, son de tipo discreto, lo cual implica la existencia de un intervalo de muestreo, que, para el caso de las señales senoidales de referencia, se tomó de 6 grados, lo que se traduce en 60 muestras por período de la señal. El valor de las muestras se cuantizó a partir de las siguientes funciones:

referencia de posición:	$G \sin(2\pi/T t)$	grados
referencia de velocidad:	$G(2\pi/T) \cos(2\pi/T t)$	gra/seg
referencia de aceleración:	$-G(2\pi/T)^2 \sin(2\pi/T t)$	gra/seg ²

donde G es la amplitud deseada de oscilación y T es el periodo de oscilación. Para los experimentos se eligió una amplitud de 60 grados y un periodo de π segundos, es decir, $G=60$ y $T=3.1416$.

Las funciones ya discretizadas son entonces:

posición:	$60 \sin(K_n \cdot 3.1416/180)$	grados
velocidad:	$120 \cos(K_n \cdot 3.1416/180)$	gra/seg
aceleración:	$-240 \sin(K_n \cdot 3.1416/180)$	gra/seg ²

donde $k_n = 0, 6, 12, 18, \dots, 360$.

Los conjuntos de valores discretos correspondientes a cada función se guardan en vectores o arreglos de 60×1 . Para obtener la señal analógica se leen los valores de cada vector en forma consecutiva y se mandan al convertidor D/A. Para que esta señal analógica tenga el periodo deseado, el intervalo entre la conversión de muestras sucesivas debe ser de $\pi/60$ segundos, para lo cual se emplea una rutina de temporización.

Hay que notar que antes de convertir cada muestra a su correspondiente valor de voltaje, hay que multiplicarla por un factor de conversión que la haga compatible con la señal análoga de retroalimentación con la cual se va a obtener su diferencia para generar la correspondiente señal de error. Este factor es el mismo que se encuentra implícito en los transductores de posición y de velocidad y que hace posible la conversión de estas magnitudes a un valor proporcional de voltaje. Para conocer este factor es necesario investigar el funcionamiento de los transductores.

El transductor de posición consiste en un potenciómetro circular con sus dos extremos libres conectados a $+V_{cc}$ y a $-V_{cc}$. El cursor móvil es la fuente del voltaje de retroalimentación de posición que es proporcional al desplazamiento del eje del cursor. El voltaje de alimentación del potenciómetro es de ± 5 volts y su rango de detección es de ± 150 grados, por lo que se tiene un factor de conversión de $5V/150\text{gra} = 0.0333 \text{ V/gra}$.

El transductor de velocidad es un tacómetro acoplado al eje del motor y con una constante de conversión de $2.5V/1000\text{RPM}$. Sin embargo, las señales de retroalimentación se toman respecto al eje transversal de baja velocidad, por lo que este factor de conversión se traduce en $30 * 2.5V/1000\text{RPM} = 0.0125 \text{ V/(rad/seg)}$ respecto al eje de baja velocidad.

Debido a la inexistencia de retroalimentación de aceleración, la constante de conversión de aceleración no tiene un valor definido, por lo que se le puede asignar un valor arbitrario que sea suficiente para evitar que la señal de referencia de aceleración rebase el voltaje máximo posible del convertidor D/A, que es de 5 volts. Se eligió un factor de $0.0042 \text{ V}/(\text{gra}/\text{seg}^2)$.

Por último, antes de mandar cada muestra al convertidor D/A, se debe convertir su valor al rango de 0 a 255, correspondiente al rango de -5 a +5 volts. Para esto se utiliza la fórmula $N = 25.5V + 127.5$, donde V es el valor deseado de voltaje y N es el número que se debe mandar al convertidor para obtenerlo.

La rutina de temporización para obtener el intervalo entre muestras se implementó mediante la ejecución de ciclos FOR-NEXT. Experimentalmente se midió el tiempo que tarda en ejecutarse un ciclo, que es de 0.001050 segs/ciclo. El número de ciclos FOR-NEXT que se deben ejecutar para obtener la temporización deseada viene dado por $N = (T/60)/0.001050$ ciclos, donde T es el periodo de la señal generada. Como $T = 3.1416$ segundos, entonces $N = 50$ ciclos.

A continuación se muestra el programa que genera las señales de referencia senoidales:

```
10 INPUT "RANURA="; RN           : 'RANURA DONDE ESTA LA TARJETA'
20 IF RN > 7 THEN 10              : 'SOLO HAY 7 RANURAS'
30 D1 = -16225 + (RN-1)*16        : 'DIRECC.DEL PUERTO DE POSIC.'
40 D2 = D1 - 1                    : 'DIRECC. DEL PUERTO DE VELOC.'
50 D3 = D1 - 2                    : 'DIRECC. DEL PUERTO DE ACEL.'
60 G = 60                          : 'AMPLITUD DE OCILACION'
70 T = 3.1416                      : 'PERIODO DE OSCILACION'
80 M = 0.001050                   : 'DURAC. DE UN CICLO FOR-NEXT'
```

```

90 DIM P(60) : 'VECTOR DE POSICIONES'
100 DIM V(60) : 'VECTOR DE VELOCIDADES'
110 DIM A(60) : 'VECTOR DE ACELERACIONES'
120 W = (2*3.1416)/T
130 KP = 0.0333 * G : 'GANANCIA DE POSICION'
140 KV = 0.0125 * G * W : 'GANANCIA DE VELOCIDAD'
150 KA = 0.0042 * G * W * W : 'GANANCIA DE ACELERACION'
160 FOR K=0 TO 360 STEP 6
170 S = K * (3.1416/180) : 'ANGULO DE MUESTREO EN RAD'
180 P = KP * SIN(S) : 'POSICION'
190 P(K/6) = INT(25.5*P + 127.5) : 'MUESTRA DE POSICION'
200 V = KV * COS(S) : 'VELOCIDAD'
210 V(K/6) = INT(25.5*V + 127.5) : 'MUESTRA DE VELOCIDAD'
220 A = -KA * SIN(S) : 'ACELERACION'
230 A(K/6) = INT(25.5*A + 127.5) : 'MUESTRA DE ACELERACION'
240 NEXT K
250 T = (T - 0.75)/60 : 'TIEMPO DE MUESTREO'
260 N = INT(T/M) : 'No. DE CICLOS FOR-NEXT'
270 FOR K=0 TO 59
280 POKE D1,P(K) : 'CONVERSION DE POSICION'
290 POKE D2,V(K) : 'CONVERSION DE VELOCIDAD'
300 POKE D3,A(K) : 'CONVERSION DE ACELERACION'
310 FOR J=0 TO N : 'TEMPORIZACION ENTRE MUESTRAS'
320 NEXT J
330 NEXT K
340 GOTO 270 : 'INICIA OTRO CICLO'

```

Las gráficas de las señales generadas en la computadora se muestran en la figura C.1. Se observa claramente la forma discreta de las señales en su trazo escalonado. Cada escalón representa una muestra retenida por el convertidor D/A durante un intervalo de muestreo.

Las señales de referencia para los experimentos con excitación escalón se realizaron solamente empleando la instrucción POKE D1,210, que corresponde a un escalón de 100 grados introducido a través del canal correspondiente a la posición deseada. No se generaron las señales de referencia de velocidad ni de aceleración, ya que estas son solo señales impulsivas en el instante $t = 0$.

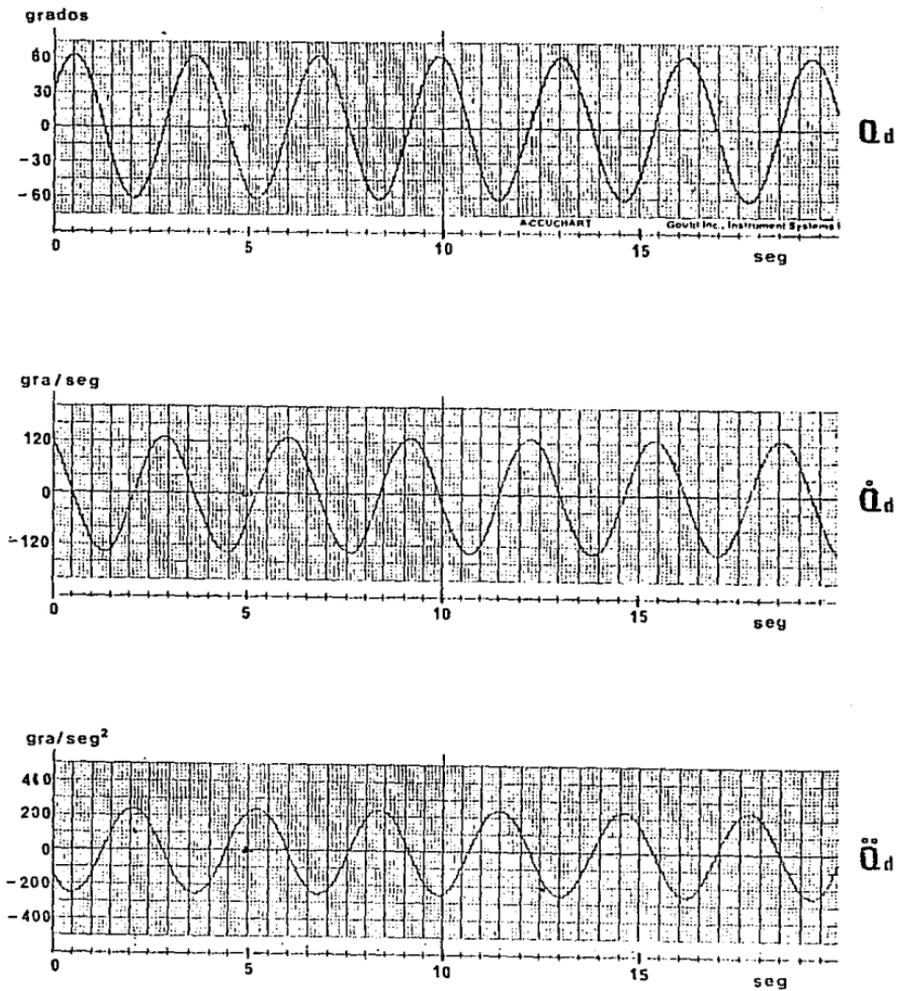


FIG C.1

REFERENCIAS

- BULLIET, L.J. (1970). Servomecanismos.
- KUO, B.C. (1975). Sistemas Automáticos de Control.
- MILSANT, F. (1972). Servosistemas Lineales.
- OGATA, K. (1970). Ingeniería de Control Moderna.
- WEYRICK, R.C. (1975) Introducción al Control Automático.
- SERVO MODULAR TIPO MS150 (Manual de Operación).
Feedback Instruments Limited. (1983).