

23  
29

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**FUSION CERCANA A LA BARRERA COULOMBIANA  
DE  $32 S + (12, 13) C$**

**T E S I S**

que para obtener el título de

**F I S I C O**

presenta

**ARNULFO MARTINEZ DAVALOS**

México D. F.

julio 1989.

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

1	INTRODUCCION.	1
2	REACCIONES NUCLEARES.	5
2.1	Tipos de Interacción.	5
2.2	Secciones Eficaces.	7
	2.2.1 Medición de la Sección Eficaz.	7
	2.2.2 Predicción de la Sección Eficaz.	9
2.3	Reacciones Nucleares con Iones Pesados.	11
2.4	La Barrera Coulombiana.	12
3	FUSION CERCANA A LA BARRERA COULOMBIANA.	14
3.1	Antecedentes.	14
3.2	Definición.	16
3.3	Fusión de Iones Pesados.	17
3.4	Fusión Cercana a la Barrera Coulombiana.	18
	3.4.1 El Modelo de Corte Abrupto.	19
	3.4.2 El Modelo de Penetración de Barrera (Barreras Empíricas).	21
	3.4.3 El Modelo de Canales Acoplados.	24
4	ANALISIS Y DISCUSION DE LOS DATOS.	27
4.1	Descripción de un Experimento Tipo.	27
4.2	Procedimiento Experimental.	28
4.3	Depuración de los Datos.	29
4.4	Resultados y Discusión.	32
	4.4.1 Análisis con el Modelo de Penetración de Barrera.	33
	4.4.2 Análisis con el Modelo de Canales Acoplados.	36
4.5	Análisis Comparativo.	37
5	CONCLUSIONES.	39
	BIBLIOGRAFIA	40

## 1 INTRODUCCION.

El descubrimiento y estudio del núcleo atómico se remonta a principios de este siglo. En 1909 dos discípulos de Ernest Rutherford, Hans Geiger y Ernest Marsden estudiaron la dispersión de partículas alfa (núcleos de Helio) emitidas por átomos radiactivos haciéndolas incidir sobre una hoja de oro muy delgada.

Para 1911 Rutherford ya había hecho un estudio teórico de la dispersión, y experimentos posteriores hechos por Geiger y Marsden (1913) confirmaron que la distribución angular estaba de acuerdo con la teoría de Rutherford de un centro dispersor *de dimensiones mucho menores que las del átomo*. [Ac 73, 5a 80]

A partir de entonces, y hasta la fecha, se ha estudiado al núcleo por medio de lo que se conoce como "procesos de dispersión", es decir, mediante métodos que consisten en bombardear un núcleo con otro y observar los productos dispersados después de la interacción.

Desde el punto de vista experimental la complejidad del problema sugirió a los físicos estudiar primero los sistemas más simples, como las colisiones de un núcleo con otro. Se introdujo el término de ión para denominar la naturaleza del proyectil debido al uso de aceleradores electrostáticos en esta labor, si bien el hecho de tratarse de un átomo ionizado interviene sólo en el proceso de aceleración.

El creciente desarrollo tecnológico, aunado a los primeros resultados en el estudio de sistemas "simples" permitió iniciar la era de la experimentación con iones pesados. En la actualidad se ha alcanzado un nivel de sofisticación muy por encima de los experimentos que dieron origen a la física nuclear, y eventualmente ésta ha dado lugar a lo que se conoce como física de altas energías, o de partículas elementales.

La constitución del núcleo atómico como un agregado de protones y neutrones se conoce desde los años treinta. Dado que ninguna fuerza conocida hasta entonces podía explicar la estabilidad del núcleo se invirtió una gran cantidad de recursos en tratar de describir la forma de esta nueva interacción.

Para ello se ha recurrido a una gran cantidad de aproximaciones y teorías (que a menudo se toman prestadas de otras ramas de la física) a las cuales llamamos modelos. Entre los que se refieren a la estructura nuclear podemos mencionar al modelo de gota líquida y al modelo de capas, y en cuanto a la dispersión al modelo óptico.

Sin embargo, y a pesar de la tremenda cantidad de información acumulada sobre el núcleo, todavía hay ciertos fenómenos que no han podido ser descritos adecuadamente por los modelos existentes, debido principalmente a que el núcleo es un sistema de muchos cuerpos interactuando a través de fuerzas muy complicadas.

Por otra parte, dadas las dimensiones del núcleo atómico (del orden de  $10^{-15}$  m) y el intervalo de energías de mayor interés para la física nuclear (digamos de 0 a 1000 MeV), los efectos de carácter ondulatorio son muy importantes y se requiere de la mecánica cuántica para hacer una descripción cuantitativa del problema [5a 80].

Esto significa que los diversos procesos que puedan ocurrir al hacer experimentos de dispersión se estudian en función de lo que le sucede a las ondas asociadas con un haz de partículas (o de núcleos) moviéndose con una cierta energía, al incidir sobre otros núcleos.

Cuando chocan dos núcleos complejos hay muchas posibilidades de interacción asociadas con rearrreglos importantes en las estructuras nucleares. Es de esperar que los grados de libertad colectivos sean los más relevantes pues el número de nucleones involucrados en la interacción es relativamente grande, de ahí que un tratamiento macroscópico sea un buen punto de partida, y que los conceptos clásicos de movimiento y los fenómenos estadísticos jueguen un papel importante en la descripción del proceso [11 80].

En la actualidad el estudio de las reacciones nucleares entre iones pesados es un campo en expansión debido a la riqueza de fenómenos que se pueden observar. En particular, es de interés el estudio de las reacciones de fu-

sión entre iones pesados tanto desde el punto de vista práctico como desde el puramente académico.

Es de esperar que la sección eficaz para la formación del núcleo compuesto disminuya drásticamente en cuanto la energía de bombardeo caiga por debajo de la barrera coulombiana (véase capítulo 2). La evidencia experimental indica que esto ocurre efectivamente, pero sorprendentemente los modelos teóricos empleados para describir el fenómeno son incapaces de reproducir correctamente el comportamiento de la sección eficaz a bajas energías, dándose inclusive el caso de que las secciones medidas sean varios órdenes de magnitud mayores que las predichas.

El origen de esta discrepancia ha sido investigado recientemente. Entre los factores que tienden a aumentar la sección eficaz a bajas energías se ha encontrado que tanto la deformación estática como el acoplamiento a estados excitados son de gran importancia. Sin embargo estos estudios se han realizado en general para sistemas pesados en los cuales es difícil aislar la influencia específica de ambos factores.

En términos generales esta tesis presenta datos sobre la sección eficaz de fusión para los sistemas  $^{32}\text{S} + (^{12,13}\text{C})$  a energías cercanas a la barrera coulombiana y pretende determinar los parámetros de la barrera de fusión para los mismos. También se buscan indicios de los efectos (si es que existen) asociados a la influencia del neutrón extra en el  $^{13}\text{C}$  respecto del  $^{12}\text{C}$ , esto es, se trata de determinar si es que existen efectos de estructura.

Este tipo de sistemas, formados por un proyectil esférico ( $^{32}\text{S}$ ) y blancos ligeros de estructura simple, permiten estudiar los posibles cambios asociados a la presencia de un nucleón extra (un neutrón en nuestro caso) cuya configuración inicial está bien descrita por el modelo de capas. Si bien estos núcleos son deformes, dadas sus dimensiones la influencia de este factor es despreciable.

En el capítulo 2 se hace una revisión general de algunas definiciones y conceptos elementales de física nuclear que son relevantes para el desarrollo del presente trabajo. Se ubica a las reacciones nucleares con iones pesados en el contexto de la física nuclear en general y se establece un marco de referencia sobre el cual desarrollar posteriormente los temas específicos a tratar.

El capítulo 3 se refiere a las reacciones de fusión, y en particular a la fusión entre iones pesados a energías cercanas a la barrera coulombiana. Se describen algunos de los modelos teóricos empleados para analizar datos experimentales de este tipo de reacciones y se presenta el formalismo matemático que los caracteriza.

El capítulo 4 se dedica al análisis y discusión de las secciones eficaces de fusión medidas en los experimentos y es, junto con el capítulo 3, la parte central de esta tesis. En él se mencionan los datos más relevantes sobre los experimentos, se describe el proceso de depuración de los datos, se presentan las secciones eficaces medidas y se analizan empleando los modelos descritos en el capítulo que le precede.

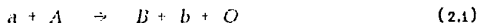
Finalmente, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones derivadas de este trabajo,

## 2 REACCIONES NUCLEARES.

Como ya se ha mencionado, el estudio del núcleo atómico se lleva a cabo principalmente mediante procesos de dispersión. Para ello se hace incidir un haz de partículas sobre un blanco hecho de un material que contenga los núcleos en de interés y se observan los productos dispersados y su distribución tanto en ángulo como en energía. Siempre que dos núcleos se acercan lo suficiente como para que sientan la interacción fuerte (o fuerza nuclear) se dice que ha ocurrido una interacción nuclear.

### 2.1 Tipos de Interacción.

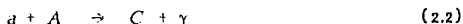
En realidad existe una gran variedad de procesos que se pueden llevar a cabo cuando chocan dos núcleos. Una reacción nuclear típica podría representarse por:



[Otra notación comúnmente usada es  $A(a,b)B$ ].

donde  $a$  representa al proyectil,  $A$  al blanco,  $B$  al núcleo residual,  $b$  a la partícula observada y  $Q$  es la energía liberada o perdida durante la reacción.

Cabe hacer notar que la ecuación (2.1) no describe a todos los procesos que pueden ocurrir cuando  $a$  interacciona con  $A$ , pues en general podría haber más de 2 partículas como producto o (en particular) podría ocurrir que  $a$  y  $A$  permanezcan juntos para formar un núcleo  $C$  y emitir un rayo  $\gamma$ :





Normalmente es de interés estudiar cual es la probabilidad de que ocurran procesos tales como (2.1) y (2.2) como función de la energía de la partícula incidente  $a$ , observando tanto la energía como la dirección de las partículas que emergen. Podemos clasificar a todas las interacciones que pueden ocurrir en dos grandes grupos:

i) Dispersión Elástica  $A(a,a)A$ : la energía cinética en el centro de masa es la misma antes y después de la colisión.

ii) Reacciones:  $a \neq b$  y  $A \neq B$  de tal manera que ha ocurrido alguna clase de rearrreglo de los nucleones constituyentes del par de núcleos que colisionan.

A grandes rasgos las interacciones no elásticas están dominadas por dos tipos de mecanismos, las llamadas "reacciones directas" y la "formación de núcleo compuesto" (ver figura 2.1).

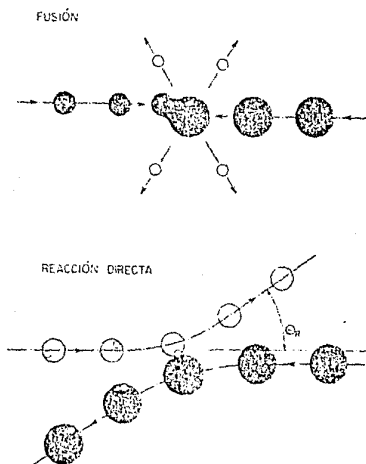


FIGURA 2.1 Mecanismos de Reacción a bajas energías

El parámetro de impacto determina el tipo de reacción: si es pequeño se propicia la fusión y para colisiones rasantes dominan las reacciones directas.

La diferencia más importante entre ambos procesos es la duración de la interacción. Mientras que las reacciones directas ocurren en tiempos del orden del que le toma al proyectil viajar una distancia equivalente a las dimensiones del blanco, la formación del núcleo compuesto resulta de una interacción mucho más profunda en la que el blanco y el proyectil se fusionan para formar un estado intermedio que decae posteriormente, y dado que se pasa por un equilibrio estadístico entre los nucleones de los núcleos iniciales, le toma un tiempo varios órdenes de magnitud mayor el llevarse a cabo. [Me 39]

## 2.2 Secciones Eficaces.

Como ya se vió en la sección 2.1 existe una gran variedad de procesos que pueden ocurrir al realizar un experimento de dispersión. Sin embargo debemos tener en cuenta que la clasificación dada ahí no se aplica rígidamente.

A cada combinación posible de partículas se le puede llamar "partición". A su vez, cada partición puede distinguirse por el estado de excitación de cada núcleo, y a cada par de tales estados se le llama un "canal". La partición inicial  $a+A$ , con ambos núcleos en sus estados base se conoce como el canal de entrada. Los diversos conjuntos posibles de productos y sus estados posibles de energía constituyen los canales de salida. Si un canal no es accesible debido a que no hay energía disponible se dice que está "cerrado". Los canales abiertos son aquellos que están energéticamente disponibles.

### 2.2.1 MEDICION DE LA SECCION EFICAZ.

Ahora bien, se introduce el concepto de sección eficaz dado que necesitamos una medida cuantitativa de la probabilidad de que ocurra una cierta reacción nuclear. Considérese la reacción nuclear típica  $A(a,b)B$ . Si se tiene un flujo  $I_0$  de partículas  $a$  por unidad de área, incidiendo sobre un blanco que contiene  $N$  núcleos del tipo  $A$ , entonces el número de partículas  $b$  emitidas por unidad de tiempo es proporcional tanto a  $I_0$  como a  $N$ . La constante de proporcionalidad es la sección eficaz  $\sigma$ , y tiene dimensiones de área. Se tiene entonces :

$$\sigma = \frac{\# \text{ de partículas } b \text{ emitidas}}{(\# \text{ de partículas incidentes/unidad de área})(\# \text{ de blancos dentro del haz)}}$$

Si nos interesamos por el número de partículas  $b$  emitidas por unidad de tiempo dentro de un elemento de ángulo sólido  $d\Omega$  en la dirección de los ángulos polares  $(\theta, \varphi)$  con respecto al haz incidente, esta cantidad es proporcional a  $d\Omega$ , a  $I_0$  y a  $N$  (ver figura 2.2). La constante de proporcionalidad es en este caso la sección eficaz diferencial  $d\sigma/d\Omega$ . Como los ángulos sólidos son adimensionales, también tiene dimensiones de área.

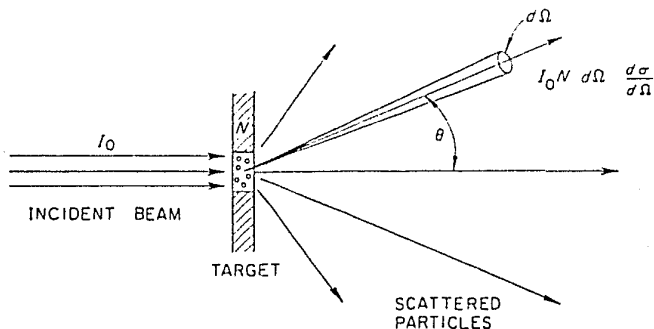


FIGURA 2.2 Definición de la Sección Eficaz Diferencial.

Usualmente el tamaño del área irradiada del blanco es mucho menor que la distancia al detector, por lo que el ángulo  $\theta$  está bien definido.

$$N_b = \frac{d\sigma}{d\Omega} I_0 N d\Omega \quad (2.3)$$

o bien:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{I(\theta, \varphi)}{I_0} \quad (2.4)$$

donde  $I(\theta, \varphi)$  es el número de partículas  $b$  dispersadas dentro del cono que subtende el ángulo sólido  $d\Omega$ .

Generalmente el proceso de dispersión es simétrico respecto al ángulo azimutal  $\varphi$  (a menos que los espines de una o más de las partículas estén polarizadas) y en ese caso puede escribirse  $d\sigma(\theta)/d\Omega$ .

Es claro que:

$$\sigma = \int_0^{4\pi} \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) d\Omega \quad (2.5)$$

o, dado que  $d\Omega = \text{Sen } \theta \, d\theta \, d\phi$

$$\sigma = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \text{Sen } \theta \, d\theta \int_0^{2\pi} \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) d\phi \quad (2.6)$$

y si no hay polarización de espines:

$$\sigma = 2\pi \int_0^{\pi} \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) \text{Sen } \theta \, d\theta \quad (2.7)$$

La sección eficaz es una medida de probabilidad y no representa propiedades sólo del blanco, sino también del proyectil (Sa Bo. Co 77).

Es esta cantidad, medida experimentalmente, la que nos interesa interpretar a través de un modelo teórico.

### 2.2.2 Predicción de la Sección Eficaz.

De acuerdo con lo mencionado en la sección 2.1, la sección total de interacción puede separarse en una componente elástica y una de reacción:

$$\sigma_t = \sigma_{el} + \sigma_r \quad (2.8)$$

Cuánticamente la sección eficaz de dispersión se obtiene a partir del traslape de las funciones de onda que describen al canal de entrada y al canal de salida. Además, suponiendo que el potencial nuclear es esférico, la onda que describe a cada canal puede descomponerse en términos de sus componentes de momento angular orbital  $l$  (medido en lo subsecuente en unidades de  $\hbar$  y referido al estado en el cual el cuadrado del momento angular es  $\hbar^2 l(l+1)$ ).

Las secciones eficaces pueden entonces subdividirse en secciones eficaces parciales:

$$\sigma_{el} = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_{el,l} \quad \sigma_r = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_{r,l} \quad (2.9)$$

Se procede ahora a derivar formalmente una expresión para  $\sigma_{r,\ell}$  [13] 521. El haz incidente se representa por una onda plana en el canal de entrada; definimos el vector  $\mathbf{r}$  como el vector entre el centro del núcleo blanco  $A$  y el proyectil  $a$ . La onda plana puede escribirse en la forma

$$\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) = \exp(ikz) \quad (2.10)$$

si es que se escoge el eje  $z$  paralelo a  $\mathbf{k}$ . El vector  $\mathbf{k}$  está relacionado con el vector velocidad relativa  $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}$  por:

$$\mathbf{k} = \frac{\mu \mathbf{v}}{\hbar} \quad \mu = \frac{M_a M_A}{M_a + M_A} \quad (2.11)$$

en donde  $\mu$  es la masa reducida de  $a$  y  $A$ . El número de onda  $k = |\mathbf{k}|$ , la longitud de onda  $\lambda$  y la energía en el centro de masa  $E$  están relacionados mediante:

$$k = \frac{1}{\lambda} = \frac{(2\mu E)^{1/2}}{\hbar} \quad (2.12)$$

La onda plana puede expandirse en armónicos esféricos. Para valores grandes de  $kr$  esta expansión está dada por:

$$e^{i(kz)} \approx \frac{\sqrt{\pi}}{kr} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sqrt{2\ell+1} i^{\ell+1} \left\{ \exp[-i(kr - \frac{1}{2}\ell\pi)] - \exp[i(kr - \frac{1}{2}\ell\pi)] \right\} Y_{\ell,0} \quad (2.13)$$

Esta expresión describe una onda plana no perturbada. La reacción nuclear cambia esta ecuación. Sin embargo, solo la onda divergente (la cual es proporcional a  $\exp(ikr)$ ) cambia, por lo que la función de onda que describe al sistema en el canal incidente tiene un comportamiento asintótico diferente de la expresión anterior en el término  $\exp(ikr)$ . Por lo tanto, podemos expresar a la función de onda del canal de entrada, para  $kr \gg 1$ , como:

$$\Psi(r) \approx \frac{\sqrt{\pi}}{kr} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sqrt{2\ell+1} i^{\ell+1} \left\{ \exp[-i(kr - \frac{1}{2}\ell\pi)] - \eta_{\ell} \exp[i(kr - \frac{1}{2}\ell\pi)] \right\} Y_{\ell,0} \quad (2.14)$$

El número complejo  $\eta_{\ell}$  es el coeficiente de la onda divergente con momento angular  $\ell$ .

Dado que la carga de un ion pesado puede ser muy grande, es necesario emplear energías muy altas para "vencer" la repulsión coulombiana entre el proyectil y el blanco. Sin embargo, la energía promedio por nucleón no es tan grande, usualmente entre 1 y 10 MeV para la mayoría de los experimentos. De cualquier manera se siguen construyendo aceleradores cada vez más grandes, capaces de producir haces de iones pesados cada vez más energéticos, con la esperanza de observar toda una nueva gama de fenómenos.

Finalmente, debido a que las colisiones entre iones pesados involucran las interacciones entre un número relativamente grande de "piezas" de materia nuclear, de tal manera que la energía se comparte (o distribuye) entre todos los nucleones, estas son particularmente adecuadas para el estudio de las propiedades macroscópicas de los núcleos [5a 80, 1e 80].

Todas estas características hacen que el estudio de las reacciones nucleares sea un campo en expansión, en el que todavía existen muchos problemas por resolver.

## 2.4 La Barrera Coulombiana.

Recordemos que estamos interesados principalmente en experimentos de dispersión y, excepto para neutrones, todas las partículas involucradas en una reacción nuclear usual estarán cargadas positivamente y de ahí que se repelan unas a otras. Una vez que dos núcleos  $a$  y  $A$  estén lo suficientemente cerca como para que actúe la fuerza nuclear, que es de carácter atractivo, esta repulsión coulombiana será sobrepasada. Sin embargo, a separaciones mayores no se puede considerar despreciable y tiene una influencia importante en la probabilidad de que dos núcleos se acerquen lo suficiente para que ocurra una reacción.

De hecho una de las secciones eficaces más importantes en la física es la sección eficaz diferencial para la dispersión de dos partículas cargadas. La fuerza de Coulomb causará dispersión aún y cuando no estén presentes otro tipo de fuerzas, específicamente las nucleares.

En un trabajo clásico, Rutherford (1911) dió la fórmula para la sección eficaz diferencial para la dispersión de Coulomb en el caso no relativista. Estrictamente la fórmula de Rutherford solo es válida para la dispersión de cargas puntuales. Sin embargo también describe la dispersión de partículas con una cierta distribución de carga, siempre y cuando éstas no se aproximen demasiado.

Ahora, bien, cuando dos núcleos chocan, una descripción completa del fenómeno debería considerar el hecho de que se trata de describir la interacción de dos sistemas de muchos cuerpos, complicándose enormemente la solución del problema.

No obstante, es posible simplificar tal descripción si ésta se hace en términos de un potencial efectivo, de tal manera que sólo se tiene que describir la dispersión de una partícula (cuya masa es la masa reducida del sistema) por dicho potencial.

El potencial efectivo consiste de una suma de términos nuclear, coulombiano y centrífugo\*. En general la forma del término nuclear depende del modelo particular que se elija, el término coulombiano se considera como el de la interacción entre dos esferas cargadas

$$V_{\text{Coul}} = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} & \text{si } r > R \\ \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2R} \left( 3 - \frac{r^2}{R^2} \right) & \text{si } r < R \end{cases} \quad (2.19)$$

donde  $r$  representa la distancia entre los centros de las esferas y  $R$  la suma de los radios de las mismas, y el término centrífugo (ecuación 3.9) surge de la descomposición en términos de ondas parciales

Para la onda parcial  $S$  ( $\ell=0$ ) el potencial efectivo se reduce a la suma de los términos nuclear y coulombiano. A la barrera que presenta este potencial es a la que normalmente se conoce como la *barrera coulombiana*.

(\*) véase la sección 3.4.2.

### 3 FUSION CERCANA A LA BARRERA COULOMBIANA

#### 3.1 Antecedentes.

El estudio de la fusión nuclear es importante debido principalmente a dos razones. En primer lugar las reacciones nucleares juegan un papel importante en la astrofísica. Una fuente muy importante de energía estelar proviene de la fusión nuclear, y la comprensión de los ciclos de "ignición estelar" requieren de conocer y entender un buen número de reacciones. Más aun, el estudio de la nucleogénesis trata de entender las abundancias relativas en el presente de los elementos en el universo a través de secuencias de reacciones nucleares que se han venido llevando a cabo a lo largo de la historia [Sa 80, Ba 80]. Por otra parte, el interés en la posibilidad de producir elementos super-pesados ha enfocado la atención en la cuestión más general de los mecanismos de interacción de iones pesados con un núcleo blanco [Gu 73, Wo 73].

Resulta que los modelos nucleares predicen la existencia de núcleos con masa considerablemente mayor a la del uranio, que es el elemento más pesado encontrado hasta ahora en la naturaleza. Se ha postulado la posible existencia de una "isla de estabilidad" en el plano  $Z$  vs.  $N$ , localizada alrededor de  $Z=126$ . (ver figura 3.1).

Un entendimiento detallado de la estructura de los núcleos implica describir la dinámica de cada nucleón dentro del núcleo como resultado de las interacciones sucesivas con el resto de sus compañeros.

El modelo de capas postula, como una primera aproximación al problema, que el efecto promedio de las interacciones pueden ser sustituido por un potencial radial. Ello ha permitido entender la estabilidad y abundancia relativa de algunos núcleos cuyo número de protones y neutrones coincide con una cierta secuencia, denominada "números mágicos" (2, 8, 20, 28, 50, 82, 126). Estas cifras corresponden al cupo de nucleones de cada tipo en las diversas capas energéticas del núcleo.



Para elementos más pesados el aumento en la repulsión eléctrica reduce la estabilidad, limitando aparentemente, el número de protones a 92 (Uranio). Sin embargo, según este modelo, existe la posibilidad de que la cohesión ganada al alcanzar el próximo número mágico de protones (126) fuese suficiente como para vencer la repulsión entre ellos y garantizar la existencia de lo que se ha dado en llamar elementos super-pesados.

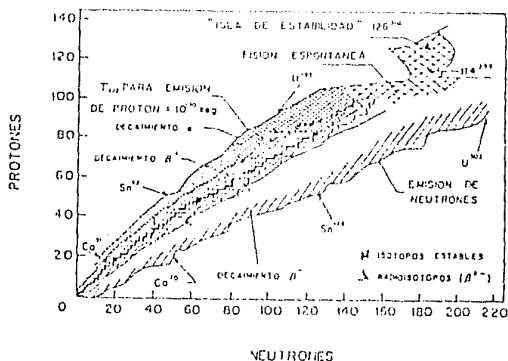


FIGURA 3.1 Los Núcleos estables, ubicados según su número de protones (Z) y de neutrones (N) están representados por cuadros negros; en el extremo superior derecho se muestra la zona predicha para los núcleos super-pesados, la "isla de estabilidad"

De existir tales elementos, éstos tendrían propiedades interesantes y, seguramente, aplicaciones prácticas importantes. Dado que no han sido encontrados en la naturaleza, se ha atacado el problema sobre la posibilidad de sintetizarlos en el laboratorio. Las dificultades más evidentes se deben al conflicto entre 2 necesidades. Primero, se trata de unir dos núcleos pesados minimizando su energía relativa para formar un núcleo lo menos excitado posible. Por otra parte, hay que vencer el efecto del enorme campo eléctrico repulsivo que tiende a excitar, e incluso, fisiónar a los núcleos incidentes antes de que entren en contacto sus densidades de masa.

Para tratar de solucionar este problema se han propuesto esencialmente dos métodos. Algunos investigadores buscan mecanismos de "fusión lenta" que permitan unir dos núcleos a la energía relativa más baja posible para minimizar la excitación y la subsecuente evaporación de materia nuclear. Por otra parte, ya que el proceso de fisión es un fenómeno relativamente lento, otros investigadores proponen aumentar al máximo la energía para disminuir la posibilidad de fisión previa. En este proceso de "fusión rápida" conviene aumentar el tamaño de los núcleos iniciales de manera que, después de la evaporación, la materia restante incluya el número necesario de nucleones. Ambos mecanismos han requerido un entendimiento más profundo de los procesos que favorecen o impiden la fusión.

En cuanto a la síntesis de superpesados por "fusión lenta" la evidencia indica que al aumentar la energía incidente aparecen serias limitaciones debidas al momento angular. Esto ha dado lugar a que se estudie la fusión a energías inferiores a la barrera coulombiana en la que la probabilidad de fusión disminuye exponencialmente al reducir la energía incidente. Sin embargo se observa que la sección eficaz de fusión cae más lentamente que lo predicho. Más aún, los resultados indican que la discrepancia depende tanto de detalles de la estructura interna de los núcleos contendientes, como de la deformación [Re B5, Ag B6].

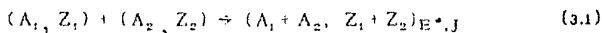
### 3.2 Definición.

La fusión se define como el proceso en el cual dos núcleos se amalgaman para formar un solo núcleo "compuesto". Este núcleo estará en general altamente excitado y podrá decaer por emisión de partículas. Los estados de alto momento angular decaerán preferentemente por emisión de partículas  $\alpha$  (o fisión en el caso de núcleos muy pesados) mientras que los estados de bajo momento angular decaerán por emisión de partículas ligeras (protones ó neutrones) [Mo B4].

Cualitativamente la fusión se puede entender en términos de una "acción recíproca" entre fuerzas conservativas y disipativas: los núcleos se aproximan uno a otro y "sienten" la interacción núcleo-núcleo. Una vez que entran en contacto empiezan a tener lugar primero las reacciones periféricas, tales como las excitaciones inelásticas y las reacciones de transferencia de una sola partícula y posteriormente algunas otras más violentas, convirtiendo energía

cinética en energía de excitación intrínseca. Esto es lo que clásicamente se describe como fricción. Si la pérdida de energía es lo suficientemente grande, los núcleos quedarán atrapados en el pozo del potencial núcleo-núcleo y se mantendrán allí por un tiempo suficientemente largo como para que pierdan su estructura individual y se mezclen formando el núcleo compuesto (Mo 81).

Desde el punto de vista experimental uno desearía tener criterios observables por los cuales pudiera reconocerse la fusión completa. Sin embargo, no hay una forma no ambigua de inferir una secuencia de estados intermedios a partir de características observables. Esto conduce a adoptar una definición esquemática de fusión completa que puede expresarse simbólicamente de la siguiente manera:



El miembro derecho de la ecuación representa el estado del sistema completamente caracterizado por su masa total, carga, energía y momento angular, y que ha alcanzado el equilibrio con respecto a todos los otros grados (internos) de libertad. Esta definición se refiere claramente a una situación idealizada, la cual casi nunca se lleva a cabo en la práctica debido a la vida finita del núcleo compuesto, especialmente a altas energías de excitación (13a 80).

### 3.3 Fusión de Iones Pesados.

La fusión de iones pesados ha capturado el interés de muchos físicos nucleares durante los últimos años. Este interés ha sido causado, en primer lugar por el hecho de que se ha incrementado el número de aceleradores de iones pesados disponibles en un intervalo adecuado de energías. Una motivación más profunda reside en el hecho de que una reacción de fusión entre iones pesados es uno de los rearrreglos más drásticos que le puede ocurrir a un sistema nuclear de muchos cuerpos. Ofrece la posibilidad de producir núcleos en estados altamente excitados. Esta energía de excitación desemboca parcialmente en una alta excitación térmica, haciendo posible el estudio de núcleos compuestos "calientes". Sin embargo, la energía disponible puede también convertirse en energía rotacional. Los altos momentos angulares involucrados en reacciones con iones pesados conduce a la población de estados con valores de espín muy grande (véase, por ejemplo, Phys. Today, Feb. 1968, p. 17).

Las reacciones de fusión son pues una herramienta ideal para estudiar núcleos con espines muy grandes y/o a grandes temperaturas. La energía de excitación total de un núcleo compuesto ( $E^*$ ) está dada por la suma de la energía cinética disponible\* y el valor  $Q$  de la reacción. Su separación en energía térmica y rotacional está determinada por la distribución en momento angular del canal de entrada de la reacción [Mo 81].

El estudio de las reacciones de fusión con iones pesados ha revelado una rica e interesante interacción entre la estructura nuclear y los mecanismos de reacción. Básicamente la barrera para fusión gobierna el tamaño y la dependencia con la energía de la sección eficaz.

La estructura nuclear, tanto a un nivel macroscópico como microscópico, determina la barrera. Los aspectos macroscópicos (repulsión coulombiana, fuerzas nucleares de tipo gota líquida, momentos de inercia) determinan el comportamiento global. Por ejemplo, cuando dos núcleos poseen cargas muy grandes, la fusión en la barrera se inhibe, y se requiere de una energía extra para "forzar" a los núcleos a acercarse. Sobre estos efectos de primer orden vienen otros efectos de segundo orden. En el caso de iones muy pesados pareciera que los efectos de la estructura de capas pudieran influir en las secciones eficaces a energías de bombardeo por encima de la barrera. Los efectos de segundo orden, que pueden hacerse más notorios a energías debajo de la barrera, están íntimamente ligados con la estructura nuclear y surgen de fenómenos nucleares colectivos (deformación y vibración) y de propiedades microscópicas (a nivel de partículas individuales) [St 88].

### 3.4 Fusión Cercana a la Barrera Coulombiana.

A energías de bombardeo por debajo de la barrera coulombiana la fusión completa está clásicamente prohibida, pero de cualquier manera puede ocurrir debido al fenómeno mecánico cuántico de penetración de barrera.

Las mediciones de las secciones eficaces a energías debajo de la barrera son experimentalmente difíciles porque son muy pequeñas. En principio, en la formación de núcleo compuesto se puede observar cualquiera de los siguientes productos de decaimiento: residuos pesados de la evaporación, productos ligeros de la evaporación, rayos gamma emitidos en el decaimiento de estados ligados excitados del núcleo residual y finalmente betas "retrasadas" o radiación gamma del decaimiento de productos radiactivos [Ba 80].

\* es decir, la energía de bombardeo menos la del centro de masa.

La característica más importante de las colisiones a bajas energías es que son suaves. Los procesos de reacción son menos frecuentes, más débiles y más simples que a altas energías. La barrera coulombiana ejerce una influencia muy fuerte en las partículas cargadas, y si la energía de bombardeo no está muy por encima de ella restringe las colisiones a aquellas que se llevan a cabo en la zona exterior de los núcleos. De hecho existen procesos en los cuales los núcleos apenas si llegan a tocarse. Esta restricción en las reacciones a grandes radios (separación entre los núcleos) hace posible obtener información detallada y no ambigua sobre la superficie nuclear y sobre las reacciones que ahí se llevan a cabo [15 B21].

Uno de los principales intereses en tener datos de fusión a bajas energías es la sensibilidad de la sección eficaz a pequeñas variaciones en el potencial nuclear. Los modelos de penetración de una barrera unidimensional (BPM, véase la sección 3.4.2), aunque útiles para predecir las características más generales de los datos cerca de la barrera, son incapaces de reproducirlos a energías más bajas. Más aún, se sabe que esta discrepancia está influida tanto por deformaciones estáticas de los núcleos como por el acoplamiento a canales inelásticos y de transferencia favorables. De ahí que se necesite más información experimental tendiente a evaluar la importancia relativa de estos efectos de estructura [16 B21].

En las reacciones nucleares entre partículas cargadas es de interés medir la altura de la barrera entre los núcleos involucrados. Tal medida nos da información sobre el proceso de fusión, que como ya hemos visto, resulta importante desde muchos puntos de vista. Es de particular interés la barrera de interacción para la onda parcial S ( $\ell=0$ ) a la cual tradicionalmente se le llama la "Barrera Coulombiana" [17 Wo 73].

### 3.4.1 El Modelo de Corte Abrupto.

Este simple (pero sugestivo) modelo está basado en la idea de que los núcleos tienen orillas bien definidas y de que cualquier contacto entre los dos núcleos involucrados en la colisión los apartará del canal elástico hacia cualquier otro tipo de reacción. Si el contacto ocurre cuando los núcleos están separados una distancia  $R$  (donde  $R$  es el "radio nuclear" para esta colisión) y si el número de onda de sus movimientos relativos es  $k = \lambda^{-1}$  entonces habrá absorción completa para el momento angular relativo  $\ell < kR$ .

La amplitud  $\eta_l^{\dagger}$  de la onda elástica saliente que describe partículas que dejan la colisión con momento angular  $l$  es:

$$\eta_l = \begin{cases} 0, & l < l_{cr} = kR \\ 1, & l > l_{cr} = kR \end{cases} \quad (3.2)$$

Ahora bien, todos los modelos de penetración de barrera para la sección eficaz de fusión  $\sigma_f(E)$  parten de la expresión de la sección eficaz en términos de una suma de ondas parciales:

$$\sigma_f(E) = \pi \lambda^2 \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) T_l(E) P_l(E) \quad (3.3)$$

donde  $T_l(E)$  son los coeficientes de penetración de barrera y  $P_l(E)$  las probabilidades de que la fusión se lleve a cabo una vez que se ha penetrado la barrera. Estos coeficientes son cantidades muy complicadas que dependen de los detalles de la interacción [11o 7B].

Como una primera aproximación se puede emplear el modelo de corte abrupto para el cálculo de estos coeficientes [1Va 8B].

$$T_l(E) P_l(E) = \begin{cases} 1, & l < l_{cr} \\ 0, & l > l_{cr} \end{cases} \quad (3.4)$$

de donde:

$$\sigma_f(E) = \pi \lambda^2 \sum_{l=0}^{l=l_{cr}} (2l+1) = \pi \lambda^2 (l_{cr} + 1)^2 \quad (3.5)$$

que para el límite  $l_{cr} \gg 1$  nos conduce a la parametrización de la sección eficaz de fusión más comúnmente usada, que es la ecuación clásica para la colisión entre esferas [1Va 7B].

$$\sigma_f(E) = \pi R_B^2 \left( 1 - \frac{V_B}{E} \right) \quad (3.6)$$

(\*) véase la sección 2.2.2

(†)  $T_l(E) = 1 - |\eta_l|^2$

Una gráfica de  $\sigma_f(E)$  versus  $E$  permite extraer los parámetros independientes  $R_B$  y  $V_B$ . Los valores para  $I_{cr}$  pueden calcularse mediante modelos que emplean mecánica clásica.

Para energías cercanas a la barrera, la mayoría de los modelos se reducen a describir la penetración de una barrera de potencial real. Los valores de los coeficientes de transmisión  $T_f(E)$  calculan generalmente a partir de un potencial real dado y las probabilidades de fusión  $P_f$  se consideran igual a 1 ( $P_f$ ) [Va 81].

La altura de la barrera ( $V_B = V(R_B)$ ) y su posición radial ( $R_B$ ), junto con  $\hbar\omega$  (curvatura del potencial\*) se pueden usar para calcular una dependencia suave de los  $T_f(E)$  con respecto a  $R$ , en contraste con la aproximación que hace el modelo de corte abrupto dado por la ecuación (3.4).

### 3.4.2 El Modelo de Penetración de Barrera (Barreras Empíricas).

El punto de partida para el cálculo de las secciones eficaces para la penetración a través de la barrera de potencial es la ecuación radial de Schroedinger:

$$\frac{d^2 \psi_f(r)}{dr^2} + k_f^2(r) \psi_f(r) = 0 \quad (3.6)$$

donde  $k_f^2(r)$  denota el número de onda local:

$$k_f^2(r) = \frac{2\mu}{\hbar^2} [E - V_f(r)] \quad (3.7)$$

$\mu$  es la masa reducida del sistema y  $V_f(r)$  es el potencial efectivo de interacción que consiste de la suma de los términos Coulombiano, Nuclear y Centrifugo:

$$V_f(r) = V_{Coul}(r) + V_{Nuc}(r) + V_{Cent}(r) \quad (3.8)$$

En la mayoría de los cálculos uno considera la forma  $V_{Coul}$  dada por la ecuación (2.19) y  $V_{Cent}$  como:

$$V_{Cent} = l(l+1)\hbar^2/2\mu r^2 \quad (3.9)$$

(\*) En  $R_B$ .

Una vez fijo el potencial nuclear, de acuerdo con un modelo en particular, se tiene el potencial efectivo para la interacción. Un resultado interesante (Va. 81) es que para diferentes modelos del potencial nuclear las funciones de excitación  $\sigma_{\ell}(E)$  son esencialmente paralelas. De hecho se ha encontrado que la barrera de fusión necesaria para ajustar un número dado de datos es prácticamente independiente de la forma funcional empleada.

El máximo exterior en  $V_{\ell}(r)$  es el que constituye dicha barrera; un núcleo incidente será desviado hacia adentro por el pozo atractivo que se encuentra al pasar la barrera y la fusión se llevará a cabo (B. 86).

La barrera está caracterizada por su posición  $R_{\ell}$ , su altura  $V_{\ell}(R_{\ell})$  y su curvatura:

$$\hbar\omega_{\ell} = \left[ -\frac{\hbar^2}{\mu} \left. \frac{d^2 V_{\ell}(r)}{dr^2} \right|_{r=R_{\ell}} \right]^{1/2} \quad (3.10)$$

Para obtener la sección eficaz de fusión se resuelve la ecuación de Schrödinger suponiendo que solo hay ondas entrantes en la región dentro de la barrera y ondas incidentes y reflejadas en la región fuera de la barrera. Esto describe la situación en la que el núcleo es negro de tal manera que no hay reflexiones desde su interior, de acuerdo al modelo óptico.

Existen varias aproximaciones alternativas a los métodos exactos de penetración de Borrero, basadas en la observación de que la barrera se puede substituir por una parábola invertida que coincida en posición, altura y curvatura. Lo que se hace es aproximar la parte coulombiana y nuclear por un potencial tipo oscilador armónico invertido:

$$V_{\ell}(r) = V_0 - \frac{1}{2} \mu \omega_0^2 (r - R_0)^2 + \ell(\ell+1) \hbar^2 / 2\mu r^2 \quad (3.11)$$

Los coeficientes de transmisión para un potencial armónico de este tipo fueron calculados por Hill y Wheeler (11 53), y están dados por:

$$T_{\ell}(E) = \left\{ 1 + \exp \left[ \frac{2\pi}{\hbar\omega_{\ell}} (E_{\ell} - E) \right] \right\}^{-1} \quad (3.12)$$

donde  $E_{\ell}$  representa la altura de la barrera y  $\hbar\omega_{\ell}$  la curvatura para la  $\ell$ -ésima



una onda parcial. Si se hace la aproximación :

$$\hbar\omega_L \sim \hbar\omega_0 \quad E_L \sim V_0^2 + \hbar^2 L(L+1)/2\mu R_0^2 \quad (3.13)$$

y se substituyen las ecuaciones (3.12) y (3.13) en la ecuación (3.3) (con  $P_L = 1$ ), reemplazando la suma por una integral se obtiene [Wo 73] :

$$\sigma_T(E) = \frac{R_0^2}{2E} \frac{\hbar\omega_0}{\hbar\omega_L} \ln \left\{ 1 + \exp \left[ \frac{2\pi}{\hbar\omega_L} (E - V_0) \right] \right\}^{-1} \quad (3.14)$$

Nótese que si  $E \gg V_0$  esta ecuación se reduce a la expresión clásica para la captura de una partícula cargada por un núcleo dada por la ecuación (3.6).

El procedimiento de análisis seguido en este trabajo es similar al descrito por Vaz *et al* [Va 78], e implica el cálculo de una barrera empírica calculando primero la función de excitación para un potencial teórico dado y, si es necesario, variando un conjunto de parámetros introducidos en ese trabajo hasta ajustar los datos experimentales. Finalmente se obtiene la altura de la barrera ( $E_{0f}$ ) y, ligada a ella a través del modelo empleado, la posición de la misma ( $R_{0f}$ ). Hemos usado para  $V_N(r)$  la forma analítica del potencial tipo Proximity [Bl 77],

$$V_N(r) = 4\pi \gamma b \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \Phi(\zeta) \quad (3.15)$$

donde  $\Phi(\zeta)$  es una función universal del parámetro de separación  $\zeta = (r - C_1 C_2)/b$  expresado en términos del radio de densidad media  $C_i$  ( $i = 1, 2$  indica proyectil y blanco, respectivamente) y del ancho superficial  $b = 1 + \Delta b$  fm. El término de energía superficial  $\gamma$  está dado por:

$$\gamma = 0.9517 \left\{ 1 - 1.7826 \left[ (N - 2)/A \right] \right\}^2 + \Delta\gamma \text{ MeV/fm}^2 \quad (3.16)$$

la forma analítica de  $\Phi(r)$  es:

$$\Phi(\zeta) = \begin{cases} -\frac{1}{2} (\zeta - \zeta_1)^2 - 0.0852 (\zeta - \zeta_1)^2 & \zeta < \zeta_2 \\ -3.347 \exp(-\zeta/0.75) & \zeta > \zeta_2 \end{cases} \quad (3.17)$$

con  $C_1 = 2.54$  y  $C_2 = 1.2511$ . Las  $C_i$ 's están dadas por:

$$C_i = R_i \left( 1 + \frac{b^2}{R_i^2} \right) \quad (3.18)$$

$$\text{con} \quad R_i = 1.28 \sqrt[3]{A_i} - 0.76 + 0.8 \sqrt[3]{A_i} + \Delta R \quad (3.19)$$

donde  $\Delta R$ ,  $\Delta \gamma$  y  $\Delta b$  son los parámetros introducidos por Vaz. Para un conjunto dado de estos parámetros, el máximo en el potencial  $E_{\ell m}$  y su posición  $R_{\ell m}$  están relacionados por:

$$E_{\ell m} = V_N(R_{\ell m}) + V_C(R_{\ell m}) + \ell(\ell+1)\hbar^2/2\mu R_{\ell m}^2 \quad \text{ó} \quad E_{\ell m} = V_{\ell}(R_{\ell m}) \quad (3.20)$$

Si se considera la aproximación por medio de una parábola, los coeficientes de transmisión  $T_{\ell}(E)$  son de la forma de Hill-Wheeler (ecuación (3.12)) la curvatura  $\hbar\omega$  está dada por la ecuación (3.10) y la sección eficaz  $\sigma_{\ell}(E)$  está dada por la suma (3.3)

Para una energía dada la  $\ell_{cr}$  es aquella para la cual  $T_{\ell_{cr}}(E) = 1/2$ , y está dada por las condiciones:

$$E = V_{\ell_{cr}}(R_{\ell m}) \quad \text{y} \quad \left. \frac{dV_{\ell}(r)}{dr} \right|_{R_{\ell m}, \ell_{cr}} = 0 \quad (3.21)$$

de ahí que  $\ell_{cr} = (R_{\ell m}/\lambda) \{1 - V_{\ell}(R_{\ell m})/E\}^{1/2}$ .

Para  $\ell > \ell_{cr}^{\max}$  el potencial real deja de tener un pozo, esto es, existen una  $R_{\ell m}^{\min}$  y una  $E_{\ell m}^{\max}$  relacionadas por:

$$E_{\ell m}^{\max} = V_{\ell}(R_{\ell m}^{\min}) \quad (3.22)$$

Es análisis se restringe a energías  $E < E_{\ell}^{\max}$  para las cuales el potencial real tiene una pozo (ver figura 4.6).

### 3.4.3 El Modelo de Canales Acoplados.

Los modelos (relativamente simples) de penetración de barrera (BPM) se han aplicado frecuentemente a la interpretación de secciones eficaces de fusión de iones pesados (véase por ejemplo [Va 81] y [Be 85]). En estos mode-

los se supone que cualquier flujo que penetre la barrera de potencial real derivará (eventualmente) en fusión (S. 27).

Sin embargo, la discrepancia entre los valores calculados y los experimentales para energías debajo de la barrera hace evidente la presencia de grados de libertad adicionales a la separación relativa entre los dos núcleos. Las diferencias en términos del número de neutrones sugieren que la estructura de los núcleos participantes juega un papel importante en esta clase de reacciones  $[AB \rightarrow C]$ . De hecho se sabe que esta discrepancia está influida tanto por deformaciones estáticas como por el acoplamiento dinámico a canales inelásticos y de transferencia favorables.

Esto sugiere un desarrollo teórico en el que uno acople estados colectivos de baja energía al proceso de transmisión a través de la barrera. Una forma conveniente y numéricamente simple, aunque aproximada, es la descrita por Dasso *et al* [Da 83a, Da 87]. En ésta se hacen dos suposiciones que simplifican el problema, de tal manera que se puede dar una solución directa:

i) Sólo se toman en cuenta acoplamientos de los estados base con los diversos estados excitados, considerando cada excitación ( $2^+$ ,  $3^-$ , etc.) de los núcleos blanco y proyectil como su cuanto elemental independiente de un oscilador armónico efectivo;

ii) La intensidad de acoplamiento en el modelo colectivo entre el estado base y el estado excitado  $i$  de uno de los núcleos en colisión es:

$$F_{0i}(r) = \sqrt{4\pi} \delta_i \left\{ -\frac{dV_N(r)}{dr} + 3e^2 Z_1 Z_2 R_{C1}^{J-1} r^{-J-1} / (2J+1) \right\} \quad (3.23)$$

donde  $\delta_i = \beta_i r_i$  es la longitud de la deformación,  $V_N$  la parte nuclear del potencial efectivo y  $R_{C1} = 1.2 \sqrt[3]{A_1}$  el radio efectivo de Coulomb del núcleo excitado. Este factor de forma se mantiene constante al valor que tome en la posición de la barrera  $r = R_B$ , donde generalmente domina la parte nuclear. Esto permite el desacoplamiento de las ecuaciones aproximadas ( $n, m = 0, 1, 2, \dots$ ,  $\epsilon_n$  en eigenestados intrínsecos).

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) - E \right] \chi_n(r) = - \sum_m \left[ \epsilon_n \delta_{nm} + F_{nm}(R_B) \right] \chi_m(r) \quad (3.24)$$

por diagonalización de la matriz:

$$\sum U_{n\ell} M_{\ell k} U_{k m} = \lambda_m \delta_{nm} \quad (3.25)$$

donde  $M_{\ell k} = \epsilon_{\ell} \delta_{\ell k} + F_{\ell k}(R_B)$  y  $U$  es la matriz unitaria que diagonaliza  $M$ , dadas las energías del eigencanal  $\lambda_m$ . Las condiciones a la frontera para las funciones de onda radiales  $\chi_n$  se consideran de la forma "IWBC - Ingoing Wave Boundary Conditions", esto es, en términos del potencial óptico uno supone que ocurre absorción total cuando se remonta la barrera, mientras que los acoplamientos explícitos a canales inelásticos se ocupan de todos los demás mecanismos absorptivos.

El efecto del acoplamiento es reemplazar la barrera  $V(r)$  por un conjunto de barreras  $\{V_{\ell}(r) + \lambda_m\}$  y calcular la transmisión total como un promedio pesado de las funciones de transmisión para cada barrera efectiva. La altura para cada barrera está dada por  $V_{\ell}(r) + \lambda_m$  y los factores de peso están determinados por  $|U_{m0}|^2 = |\langle m|0\rangle|^2$ , esto es, por las probabilidades de traslape del estado base  $|0\rangle$  con los diferentes eigencanales  $|m\rangle$ , y pueden calcularse junto con  $\lambda_m$  a partir de la diagonalización del acoplamiento.

Todo esto da como resultado la siguiente función de excitación:

$$\sigma_T(E) = \pi \lambda^2 \sum_{\ell, m} (2\ell + 1) |U_{m0}|^2 T_{\ell} [E, V_{\ell}(r) + \lambda_m] \quad (3.26)$$

donde  $T_{\ell} [E, V(r)]$  son los coeficientes de transmisión usuales para una barrera unidimensional [Re 25].

Si se sigue la aproximación de Wong esta expresión se reduce a:

$$\sigma_T(E) = \frac{\hbar \omega_0 R_0^2}{2E} \sum |U_{m0}|^2 \ln \left\{ 1 + \exp \left( \frac{2\pi}{\hbar \omega_0} [E - V_0 - \lambda_m] \right) \right\} \quad (3.27)$$

En el siguiente capítulo se hace un análisis de los datos experimentales empleando los métodos aquí descritos.

## 4 ANALISIS Y DISCUSION DE LOS DATOS.

### 4.1 Descripción de un Experimento Tipo.

Como hemos visto hay una gran diversidad de fenómenos asociados con las reacciones nucleares que uno puede medir, y al mismo tiempo se pueden implementar muchos arreglos experimentales para hacerlo.

En la figura 4.1 se muestra un esquema representando a un experimento de dispersión típico:

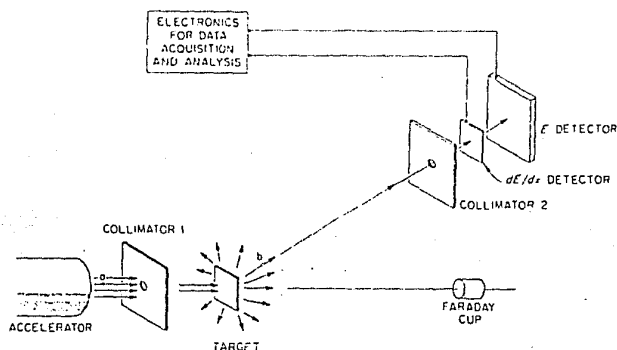


FIGURA 4.1 Esquema que representa los dispositivos que se usan en un experimento de dispersión.

Un haz de partículas cargadas  $a$  es acelerado !

y colimado de tal manera que incida sobre una pequeña zona del blanco, que generalmente es una película muy delgada del material que contiene los núcleos  $A$  (autosoportada o depositada sobre algún otro material).

Para conocer la intensidad del haz, así como su uniformidad se utiliza una copa de Faraday, colocada después del blanco, en la cual se recolecta el haz durante un tiempo determinado, se mide la carga acumulada y a partir de estos datos se hace una estimación de la corriente.

La forma de detección de los productos de la reacción varía considerablemente. Lo que se desea es identificar (es decir, determinar su carga y su masa) a las partículas emitidas  $b$  y medir su distribución en energía. Una forma de hacer esto es haciendo pasar la partícula dispersada a través de un primer detector "dE/dx"; el grado de ionización producido en éste permite identificar a la partícula  $b$ . Detrás de éste se coloca un segundo detector que detiene a la partícula, y nos da información sobre la energía total a partir del tamaño del pulso producido.

Si se registran estos dos pulsos en coincidencia, esto es, si los dos pulsos ocurren en un intervalo de tiempo determinado, se obtiene un espectro (o distribución) de energía para cada tipo de partícula emitida. Desplazando el detector se puede obtener información a distintos ángulos respecto a la dirección del haz incidente y así determinar las distribuciones angulares.

Obviamente esta descripción representa una sobresimplificación del problema, pues existen muchas limitaciones en la práctica, sin embargo nos da una idea general de la mecánica del experimento.

## 4.2 Procedimiento Experimental.

Los datos que se reportan en este trabajo corresponden a dos experimentos realizados usando un haz de  $^{32}\text{S}$  en el acelerador TANDAR de la Comisión Nacional de Energía Atómica (CNEA) en Buenos Aires, Argentina. Los experimentos fueron llevados a cabo a finales de 1986 y 1988 por investigadores del IFUNAM en colaboración con un grupo local.

Se usaron como blancos hojas delgadas de  $^{12}\text{C}$  (natural) y  $^{13}\text{C}$  (enriquecido al 95% en 1986 y al 99% en 1988) autosoportadas y cuyo grosor se determinó mediante el método estándar de pérdida de energía de alfas. Se varió la energía del haz incidente entre 46 y 72 MeV (en el sistema del laboratorio). El uso de un proyectil  $^{32}\text{S}$  más pesado que el blanco ( $^{12,13}\text{C}$ ) (método conocido como de cinemática invertida) permitió la observación de los residuos pesados, por poseer éstos la energía (en el laboratorio) suficiente para atravesar el sistema detector.

El sistema de detección consistió de una cámara de gas proporcional como unidad  $dE/dx$  con un detector de estado sólido (tipo barrera superficial) sensible a la posición (PSD) en la parte posterior. De esta manera se pudieron medir simultáneamente la energía, la pérdida diferencial de energía y la distribución angular (entre  $2.5^\circ$  y  $12.5^\circ$ ) de los remanentes de fusión. Simultáneamente se registró el canal elástico (escalado convenientemente) de tal manera que se pudieran eliminar las correcciones por grosor del blanco, integración de corriente del haz y tiempo muerto de detección en la evaluación de las secciones eficaces absolutas. El detector  $dE/dx$  funcionó a base de una mezcla 90-10% de gases Argón y Metano, respectivamente, a una presión de 10 Torr.

Como una prueba de autoconsistencia, se midieron las eficiencias del detector y los ángulos sólidos exponiendo un blanco de  $^{197}\text{Au}$  al haz de  $^{32}\text{S}$  a cada energía. El ángulo sólido subtendido por el sistema principal de detección tenía una dependencia angular desde 0.1 msr/grado hasta 1 msr/grado. Para reducir la variación angular azimutal, que es importante a ángulos pequeños, y para asegurar una tasa de conteo más homogénea en el detector. La calibración angular relativa se estableció por medio de tres postes pequeños colocados cerca del detector sensible a la posición, obteniéndose una resolución mejor que  $0.05^\circ$ . La energía del haz varió en pasos de 1 o 2 MeV y tenía una dispersión del orden de 0.2% en tanto que las pérdidas de energía en el blanco y en la ventana de entrada del detector implicaron una resolución de energía en el pico de los elásticos de aproximadamente 0.5 MeV.

### 4.3 Depuración de los datos.

Durante el experimento los datos fueron grabados en cintas magnéticas para su análisis posterior. El conjunto de los pulsos eléctricos (parámetros) generados por una partícula en el sistema detector se denomina evento.

De acuerdo con esta definición, en el presente experimento se registraron 3 parámetros de interés:  $dE/dx$  (denominado de aquí en adelante como  $dE$ ), energía ( $E$ ), y posición ( $Y$ ).

El primer paso del análisis consistió en formar los espectros  $\frac{dE}{dE}$  para cada uno de los parámetros de interés con el propósito de identificar las corridas útiles.

Una vez hecho esto se procedió a formar los espectros de  $\frac{dE}{dE}$  vs  $E$  para hacer la identificación de los grupos de interés. Uno de estos espectros se muestra en la figura 4.2, en el cual puede identificarse al grupo de fusión ( $F$ ); en la integración de los espectros de fusión, las contribuciones del grupo inelástico ( $I$ ) se eliminan ajustando la forma de ambas distribuciones y desdoblado la región de traslape.

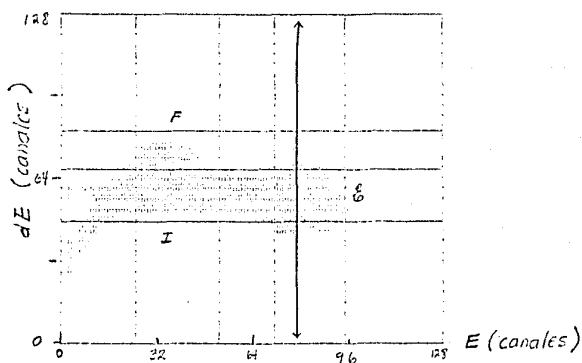


FIGURA 4.2 Identificación de los productos de fusión.

Los espectros se forman con los parámetros  $dE$  vs  $E$  y se puede identificar a los grupos de fusión ( $F$ ) e inelásticos ( $I$ ). Los productos a la derecha de la línea vertical se escalaron adecuadamente.

Ahora bien, las secciones eficaces absolutas pueden obtenerse a partir de la dispersión elástica de Rutherford; se puede mostrar fácilmente [Gu 73] que:

$$\frac{d\sigma_F}{d\theta} = \frac{N_{fus}}{N_{el}} \frac{d\sigma_R}{d\theta} \quad (4.1)$$

donde  $\sigma_R(\theta)$  es la sección eficaz de Rutherford,  $N_{fus}$  es el número de eventos de fusión y  $N_{el}$  el número de eventos elásticos para un ángulo  $\theta$  dado medido en el laboratorio. Debe notarse que al hacer el cociente,  $N_{fus}/N_{el}$  se cancelan los efectos de ángulo sólido y tiempo muerto de detección.

(\*) es decir, número de pulsos vs. altura del pulso.



Para obtener las distribuciones angulares de fusión se procedió de la siguiente manera: dado que se ha identificado a los grupos de fusión y de elásticos se pueden formar los espectros E vs P para ambos grupos (ver figura 4.3 a y b)

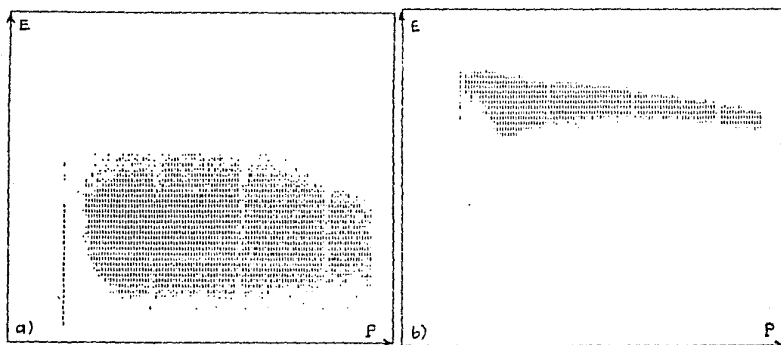


FIGURA 4.3 a) Espectro E vs P para los eventos de fusión y b) el mismo espectro para la dispersión elástica.

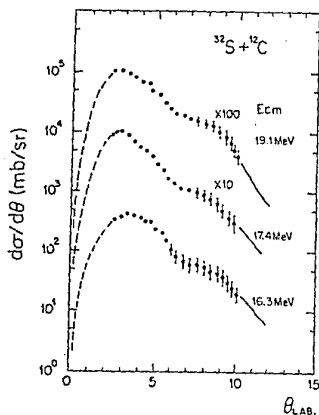


FIGURA 4.4 Distribuciones angulares para los productos de fusión de  $^{32}\text{S} + ^{12}\text{C}$  a  $E_{cm} = 19.1, 17.4$  y  $16.3$  MeV.

Proyectando estos espectros sobre el eje de posición se obtienen los espectros correspondientes a  $N_{fus}$  y a  $N_{el}$ . La distribución angular para la dispersión de Rutherford se calculó por medio del código PTOLEMY [14, 86], de tal manera que se puede aplicar directamente la ecuación (4.1) para obtener las distribuciones angulares de fusión  $d\sigma_f/d\theta$ .

En la figura 4.4 se muestran algunos ejemplos de las distribuciones angulares encontradas para  $^{32}\text{S} + ^{12}\text{C}$  a  $E_{cm} = 19.1, 17.4$  y  $16.3$  MeV. Para propósitos de integración la región angular entre

$0^\circ$  y  $2.5^\circ$  y la caída después de los  $12.5^\circ$  se estimaron a partir de las predicciones hechas por el código de evaporación Lilita.<sup>[Go 61]</sup> Estas distribuciones angulares son muy similares a las observadas por Lesko *et al.*<sup>[Le 62]</sup> para el sistema  $^{28}\text{Si} + ^{12}\text{C}$ .

#### 4.4 Resultados y Discusión.

Las secciones eficaces medidas se muestran en la siguiente tabla; sólo se indican los errores de naturaleza estadística:

$E_{\text{lab}}$ (MeV)	$^{32}\text{S} + ^{12}\text{C}$			$^{32}\text{S} + ^{13}\text{C}$		
	$E_{\text{cm}}$ (MeV)	$\sigma_{\text{r}}$	$\Delta\sigma_{\text{r}}$	$E_{\text{cm}}$ (MeV)	$\sigma_{\text{r}}$	$\Delta\sigma_{\text{r}}$
72	19.6	504	15.1			
70	19.1	480	10.0	20.2	512	15.4
68	18.5	402	12.1	19.7	497	14.9
66	18.0	330	8.6	19.1	493	6.1
65	17.7	333	10.0	18.8	406	12.2
64	17.4	344	6.9	18.5	383	6.1
63	17.2	246	7.4	18.2	352	10.7
62	16.9	223	7.0	17.9	312	5.6
61	16.6	241	2.7	17.6	304	8.3
60	16.4	180	8.3	17.3	262	5.3
58	15.8	114	3.4	16.8	190	5.7
56	15.3	70	2.1	16.2	147	4.4
55	15.0	52	1.6	15.9	106	3.2
54	14.7	25	0.8	15.6	76	2.1
53	14.5	20	0.6	15.3	61	1.8
52	14.2	15	0.5	15.0	48	1.4
51	13.9	10	0.3	14.7	27	0.8
50	13.6	7	0.2	14.4	26	0.2
49				14.2	17	0.5
48				13.9	14	0.4
47				13.6	10	0.3

El análisis de estos datos se llevó a cabo empleando tanto el modelo de penetración de barrera con las modificaciones introducidas por Vaz *et al.*<sup>[Va 78]</sup> (descrito en la sección 3.4.2) como el modelo de canales acoplados, de acuerdo con las simplificaciones de Dasso *et al.*<sup>[Da 83a, 83b, 87]</sup>, descrito en la sección 3.4.3.

#### 4.4.1 Análisis con el Modelo de Penetración de Barrera.

En el caso del modelo de penetración de barrera se tuvo que desarrollar un código para calcular la función de excitación. En la figura 4.5 se muestran las barreras de potencial obtenidas para la onda parcial S ( $l=0$ ) en ambos sistemas (línea sólida), así como sus aproximaciones mediante una parábola.

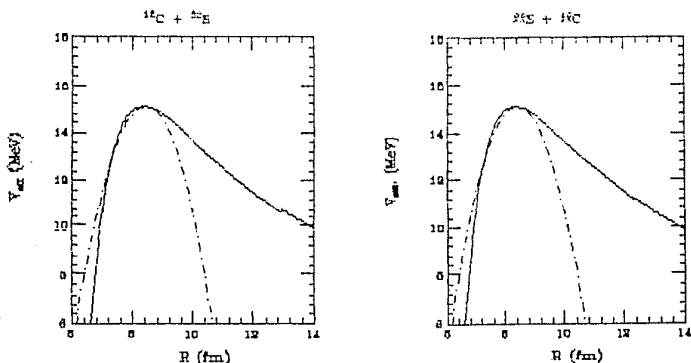


FIGURA 4.5 Aproximación parabólica a la barrera de potencial calculada con PROXIMITY ( $l=0$ ) para los sistemas  $^{32}\text{S} + (^{12,13})\text{C}$ .

Es claro que la parábola representa una barrera más angosta, de tal manera que se favorece la penetración a bajas energías y por lo tanto se incrementa la sección eficaz en esa zona.

Como ya se ha mencionado, este análisis se restringe a valores de  $l$  para los cuales el potencial efectivo presenta un pozo (ver figura 4.6), es decir la suma sobre todas las ondas parciales (dada por la ecuación (3.3)) se hace desde  $l=0$  hasta  $l=l_{\text{max}}$ .

Las predicciones teóricas hechas con este modelo para los sistemas  $^{32}\text{S} + (^{12,13})\text{C}$  se muestra en la figura 4.7; la línea punteada representa la función de excitación usando en el cálculo el potencial de Proximity sin modificar, mientras que la línea sólida representa el cálculo introduciendo la modificación indicada por  $V_{\text{az}}$ . En nuestro cálculo fué suficiente variar el parámetro  $\Delta r$  para obtener un buen ajuste de los datos experimentales, obteniéndose  $\Delta r=0.11$  fm para el blanco de  $^{12}\text{C}$  y  $\Delta r=0.07$  fm para el blanco de  $^{13}\text{C}$ .

\* ver sección 3.4.2, ecs. (3.15) - (3.19)

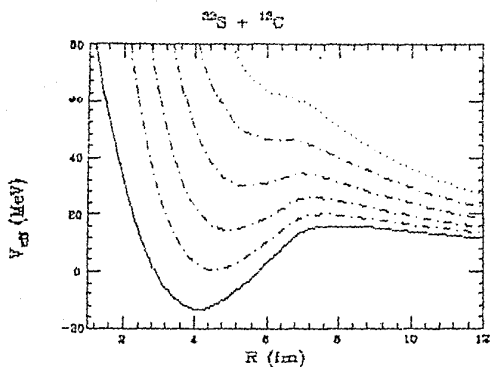


FIGURA 4.6 Potencial efectivo para el sistema  $^{32}\text{S} + ^{12}\text{C}$ . Se muestran los casos  $l=0, 10, 15, 20, 25$  y  $30$ . Nótese como desaparece el pozo a medida que  $l$  aumenta.

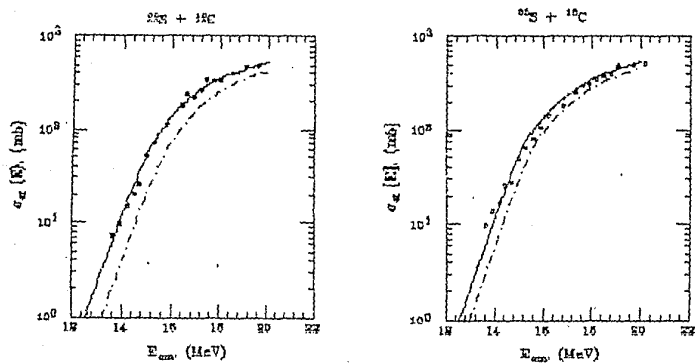


FIGURA 4.7 Función de excitación para los productos de fusión de  $^{32}\text{S} + (^{12,13})\text{C}$  (izquierda y derecha, respectivamente). Se usó el potencial Proximity con dependencia radial dada por la ecuación (3.19);  $\Delta r=0$  (línea punteada) y  $\Delta r=0.11$  fm y  $0.07$  fm (línea sólida).

Cabe hacer notar que con los datos a altas energías los que determinan en mayor medida las características de la barrera. El efecto de  $\hbar\omega$  solo es notable a bajas energías (ver Fig. 8)

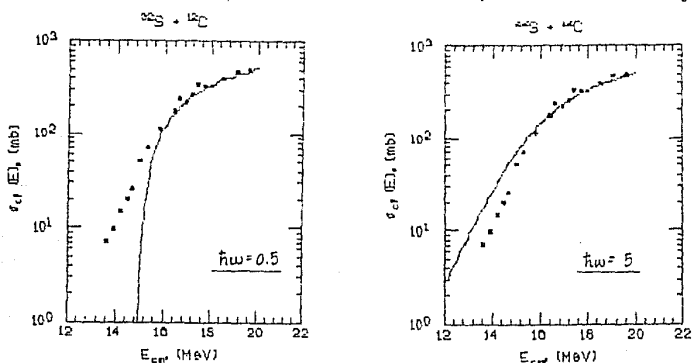


FIGURA 4.8 Se muestra el efecto de la curvatura ( $\hbar\omega$ ) de la parábola que aproxima a la barrera de  $V_L$  para  $^{32}\text{S} + ^{12}\text{C}$  (figura 4.5) sobre la función de excitación. Un aumento en la curvatura implica un aumento en la sección a bajas energías.

Los parámetros que describen a la barrera, obtenidos mediante este análisis, se resumen en la siguiente tabla.

PROXIMITY						
Blanco	$E_{0f}$ (MeV)	$R_{0f}$ (fm)	$\hbar\omega$ (MeV)	$L_{\max}$ ( $\hbar$ )	$E_{Lm}^{\max}$ (MeV)	$R_m^{\min}$ (fm)
$^{12}\text{C}$	15.66	8.02	3.5	26		
$^{13}\text{C}$	15.45	8.12	3.5	27		
EMPIRICO						
Blanco	$E_{0f}$ (MeV)	$R_{0f}$ (fm)	$\hbar\omega$ (MeV)	$L_{\max}$ ( $\hbar$ )	$E_{Lm}^{\max}$ (MeV)	$R_m^{\min}$ (fm)
$^{12}\text{C}$	15.07	8.35	3.5	28		
$^{13}\text{C}$	15.09	8.35	3.5	29		

#### 4.4.2 Análisis con el Modelo de Canales Acoplados

Para hacer el análisis mediante el modelo de canales acoplados se empleó el código CCFUS [Dob61].

Se incluyeron solamente los acoplamientos con el primer estado excitado tanto del blanco como del proyectil, y las deformaciones de los núcleos involucrados en la reacción se calcularon por medio de [Si65]:

$$\beta_2 = [B(EL\uparrow)]^{1/2} [3ZR_0^2/4\pi]^{-1} \quad (4.2)$$

donde  $B(EL\uparrow)$  está dada por [En79]:

$$B(EL\uparrow) = \frac{(2J+1)}{2J_0+1} B(EL\downarrow) \quad (4.3)$$

$$\text{con } B(EL\downarrow) = \{4\pi[(L+3)/3]^{-2}\}^{-1} R^{2L} S \quad (4.4)$$

y  $J, J_0$ : espines del estado excitado y estado base  
 $S$ : magnitud de la transición en unidades de Weizkopf  
 $R_0 = r_0 A^{1/3}$   $r_0 = 1.20$  fm.

En la siguiente tabla aparecen los parámetros usados en los cálculos:

Parámetros usados en CCFUS						
Núcleo	$\Delta E$ (MeV)	$J^\pi \rightarrow J_0^\pi$		$B(EL\downarrow)$ (W.u.)	$S$	$\beta_2$
$^{12}\text{C}$	4.44	2+	0+	7.34	4.5	0.56
$^{13}\text{C}$	3.68	$\frac{5}{2}^+$	$\frac{1}{2}^+$		3.1	0.36
$^{32}\text{S}$	2.23	2+	0+		10.0	0.31

En la figura 4.9 se muestran los mejores ajustes obtenidos para los sistemas  $^{32}\text{S} + (^{12,13}\text{C})$ , empleando los parámetros ya mencionados y variando el parámetro libre DV (que representa la profundidad del potencial Woods-Saxon) para minimizar el  $\chi^2$ . La línea sólida representa el cálculo con acoplamiento y la línea punteada es un cálculo sin acoplamiento que aparece sólo como referencia.

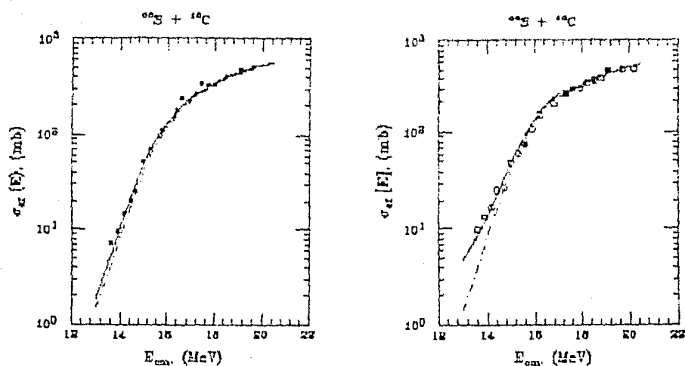


FIGURA 4.9 Función de excitación para los productos de fusión de  $^{32}\text{S} + (^{12,13}\text{C})$ . La línea sólida representa el cálculo de canales acoplados con  $DV=9.77$  y  $6.00$  MeV para  $^{12}\text{C}$  y  $^{13}\text{C}$  respectivamente. La línea punteada es un cálculo de penetración de barrera unidimensional.

Los parámetros que definen a la barrera se dan en la siguiente tabla:

Cálculo con CCFUS			
Blanco	$V_0$ MeV	$R_0$ (fm)	$\hbar\omega_0$ (MeV)
$^{12}\text{C}$	15.256	8.344	3.440
$^{13}\text{C}$	15.189	8.323	3.313

#### 4.5 Análisis Comparativo.

Con el objeto de estudiar la influencia del neutrón extra en el  $^{13}\text{C}$  respecto al  $^{12}\text{C}$  es conveniente el eliminar las diferencias macroscópicas triviales en las características de las barreras estáticas de fusión. Con este propósito se puede definir [Re 85] un sistema de referencia para el cual tanto la abscisa como la ordenada correspondan a los datos medidos.

Los sistemas a ser comparados deberán reducirse tanto en sección ( $\sigma_f'$ ) como en energía ( $E'$ ) mediante:

$$\sigma_f' = \left( \frac{R_B^{ref}}{R_B} \right)^2 \sigma_f \quad (4.5)$$

y

$$E' = \frac{V_B^{ref}}{V_B} E \quad (4.6)$$

La figura 4.10 muestra las secciones eficaces medidas tomando como referencia al sistema  $^{32}\text{S} + ^{12}\text{C}$  (círculos); para reducir los datos del sistema  $^{32}\text{S} + ^{13}\text{C}$  (cruces) se usaron la posición y la altura de la barrera obtenidos a través del cálculo de canales acoplados.

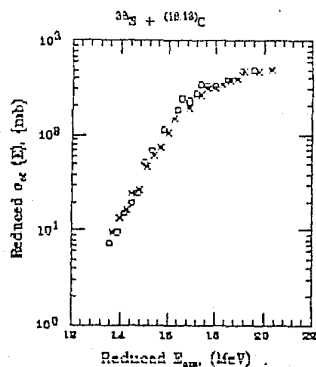


FIGURA 4.10 Comparación entre las secciones eficaces de fusión entre los sistemas  $^{32}\text{S} + ^{12}\text{C}$  y  $^{32}\text{S} + ^{13}\text{C}$  tomando al primero como referencia.



## 5 CONCLUSIONES.

Entre la gran variedad de procesos que pueden ocurrir en las interacciones entre iones pesados, la fusión es un fenómeno de gran interés.

A energías bajo la barrera coulombiana los modelos simples de penetración son inadecuados para predecir las secciones eficaces pues ignoran diversos efectos de la estructura nuclear.

Si bien algunos de estos efectos como la deformación estática han sido estudiados ampliamente, en general esto ha ocurrido en sistemas pesados donde el acoplamiento con estados colectivos y microscópicos compiten.

En esta tesis se reporta un estudio para las reacciones de fusión entre  $^{22}\text{Si} + (^{12,13}\text{C})$  a energías sobre y bajo la barrera coulombiana. El estudio comparativo de estos sistemas permite obtener información acerca de la influencia de un neutrón extra en el mecanismo de fusión.

El estudio incluye el análisis de los datos y una revisión de la formulación cuántica y las aproximaciones relevantes. Estos modelos han permitido caracterizar a las barreras coulombianas correspondientes mediante la determinación de los parámetros que las describen (posición, altura y curvatura).

El análisis comparativo de los datos indica que, como ha sido observado recientemente para sistemas más pesados ( $^{67}\text{Br}$ ), eliminando factores geométricos triviales el neutrón extra no influye en el comportamiento de la sección eficaz de fusión bajo la barrera coulombiana.

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

- H 32 J.S. Lilley, Contemporary Research topics in Nuclear Physics, D.H. Feng ed., Plenum Press, 1972.  
 Me 89 A. Menchaca Rocha, Ciencia 40 (1989) 4.  
 Mo 81 U. Mosel, Nucl. Part. Phys. 9, 6 (1964) 213.  
 Mo 84 U. Mosel, Treatise on Heavy Ion Science Vol. II, D. Allan Bromley Ed., Plenum Press, 1981.  
 Re 85 W. Renshoff *et al.*, Nucl. Phys. A 130 (1965) 21.  
 Sa 80 G.R. Satchler, Introduction to Nuclear Reactions, The MacMillan Press Ltd., London, 1969.  
 Sa 87 G.R. Satchler *et al.*, Am. Phys. (N.Y.) 176 (1987) 110.  
 St 65 P.H. Stelson and L. Grodzins, Nuclear Data A 1 (1965) 21.  
 St 88 R. Stokstad *et al.*, Proceedings of the Eleventh Oaxtepec Symposium on Nuclear Physics, A. Menchaca ed., 1988.  
 Va 78 L.C. Vaz and J.M. Alexander, Phys. Rev. C 18, 5 (1978) 2152.  
 Va 81 L.C. Vaz *et al.*, Phys. Rep. 69, 5 (1981) 373.  
 Wo 73 C.Y. Wong, Phys. Rev. Lett. 31, 12 (1973) 760.

## BIBLIOGRAFIA

- Ac 73 V. Acosta, C. Cowan, B.J. Graham, Essentials of Modern Physics. Harper and Row, N. Y., 1973
- Ag 86 E.F. Aguilera *et al.*, Phys. Rev. C 33 (1986) 1961.
- Ag 89 E.F. Aguilera *et al.*, Proceedings of the Twelfth Oaxtepec Symposium on Nuclear Physics, E. Belmont & A. Menchaca, 1989.
- Ba 69 H.H. Barshall, Phys. Teacher 7, 9 (1969) 481.
- Ba 80 R. Bass, Nuclear Heavy-Ion Reactions, Springer Verlag, Berlin, 1980.
- Be 85 M. Beckerman, Phys. Rep. 129, 3 (1985) 145.
- Be 88 E. Belmont *et al.*, Proceedings of the Eleventh Oaxtepec Symposium on Nuclear Physics, A. Menchaca ed., 1988.
- Bl 52 J. Blatt, V. Weisskopf, Theoretical Nuclear Physics, J. Wiley & Sons, N. Y., 1952.
- Bl 77 J. Blocki *et al.*, Ann. Phys. (N.Y.) 105 (1977) 427.
- Co 77 C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloe, Quantum Mechanics Vol. II, J. Wiley & Sons, N. Y., 1977.
- Da 83a C.H. Dasso *et al.*, Nucl. Phys. A 405 (1983) 381.
- Da 83b C.H. Dasso *et al.*, Nucl. Phys. A 407 (1983) 221.
- Da 86 C.H. Dasso and S. Landowne, Argonne National Lab. Report, ANL-PIYS-86/1.
- Da 87 C.H. Dasso and S. Landowne, Phys. Lett. B 183 (1987) 141.
- En 79 P.M. Endt, Atomic and Nuclear Data Tables 23 (1979) 547.
- Gr 88 D.E. Di Gregorio *et al.*, IBL-25676 Preprint Submitted to Phys. Rev. C, August 1988.
- Gu 73 H.H. Gutbrod *et al.*, Nucl. Phys. A 213 (1973) 267.
- Hi 53 D.L. Hill and J.A. Wheeler, Phys. Rev. 89 (1953) 1102.
- Ho 78 P.E. Hodgson, Nuclear Heavy-Ion Reactions, Clarendon Press, Oxford, 1978.
- Le 80 M. Lefort, Heavy Ion Collisions Vol. II, R. Bock ed., North Holland, Amsterdam, 1980.
- Le 82 K.T. Lesko *et al.*, Phys. Rev. C 25, 2 (1982) 872.