



201  
421

# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

FACULTAD DE INGENIERIA

"Diseño de Tanques Cilíndricos de  
Acero para Almacenamiento  
de Líquidos".

**T E S I S**

Que para obtener el Título de:

**INGENIERO CIVIL**

Presenta:

**MIGUEL ANGEL MARTINEZ CAMACHO**

---

MEXICO, D. F.

1989.

FALLA DE ORIGEN



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# INDICE

PAGINA

CAPITULO I : INTRODUCCION . . . . .	1
CAPITULO II : TEORIA. (Teoría de la Membrana en Cascarones cilíndricos) . . . . .	4
CAPITULO III. : ANALISIS ESTATICO (TEORIA GENERAL DE LOS CASCARONES CILINDRICOS CIRCULARES). 14	
3.1 Cascarones cilíndricos circulares cargados simétricamente con respecto a sus ejes . . . . .	14
3.2 Caso particular de deformación simétrica en cascarones cilíndricos circulares . . . . .	14
3.2.1 Flexión a lo largo de un cascarón cilíndrico con una carga uniformemente distribuida a lo largo de una sección circular . . . . .	14
3.2.2 Cascarón cilíndrico con una presión interna uniforme . . . . .	26
3.2.3 Cascarones cilíndricos curvos con fuerza y momento distribuido a lo largo de las orillas . . . . .	31
3.3 Tanques cilíndricos con pared de espesor uniforme . . . . .	33
3.4 Tanques cilíndricos con pared de espesor no uniforme . . . . .	41
CAPITULO IV : ANALISIS DINAMICO . . . . .	53
4.1 Introducción . . . . .	53
4.2 Descripción de la Analogía Mecánica de Housner . . . . .	54
4.3 Procedimiento para obtener los Efectos Impulsivos . . . . .	57
4.4 Aproximación a los Efectos Conectivos . . . . .	61
4.5 Aplicación de la Analogía Mecánica de Housner . . . . .	65

CAPITULO V : DISEÑO . . . . .	71
5.1 Introducción . . . . .	72
5.2 Consideraciones Generales . . . . .	72
5.2.1 Consideraciones de Diseño . . . . .	73
5.3 Diseño de las Placas del Tanque . . . . .	77
5.3.1 Placas de la Pared . . . . .	77
5.3.2 Diseño del Fondo . . . . .	85
5.3.3 Diseño de las Placas del Techo del Tanque . . . . .	87
5.3.3.1 Diseño de las Placas del Techo . . . . .	87
5.3.3.2 Diseño de las Correas . . . . .	89
5.3.3.3 Diseño de las Vigas . . . . .	94
5.3.3.4 Diseño de las Columnas . . . . .	96
5.3.4 Soldadura . . . . .	102
5.4 Diseño Sísmico . . . . .	105
5.5 Diseño por Viento . . . . .	109
5.6 Diseño de la Cimentación . . . . .	119
CAPITULO VI : APENDICE . . . . .	125
Tabla I . . . . .	125
Tabla II . . . . .	127
Tabla III . . . . .	129
Tabla IV . . . . .	132
Tabla V . . . . .	133
Tabla VI . . . . .	134
Tabla VII . . . . .	135
Tabla VIII . . . . .	136
CAPITULO VII : CONCLUSIONES . . . . .	137
BIBLIOGRAFIA . . . . .	140

# CAPITULO 1

## I. INTRODUCCION

Es común que el ingeniero trate de optimizar materiales, costos y recursos para obtener el máximo beneficio que le sea posible; es por ello que enfocamos el estudio de esta tesis a un problema que se presenta con cierta frecuencia en la ingeniería civil y que no ha sido tratado con mucho detenimiento en las materias que se imparten en la carrera de ingeniero civil. Es también común que en la práctica profesional nos encontremos con el uso del acero dentro de la ingeniería civil y es deseable que se obtenga el máximo aprovechamiento de las características tanto mecánicas como de costos para su uso racional.

El diseño y construcción de tanques cilindricos de almacenamiento, principalmente aquellos que contienen productos inflamables o tóxicos, debe de hacerse en tal forma que se evite en lo posible situaciones en las cuales el tanque se vea en peligro de falla o colapso. El sitio en el cual se construya el tanque deberá ser seleccionado de tal forma que su funcionamiento sea eficiente para los fines de almacenamiento y distribución del líquido contenido; además deberá cumplir con los requisitos de seguridad y funcionalidad que le sean impuestos.

Debemos tener plena conciencia de que las estructuras que proyectemos y construyamos deben de comportarse satisfactoriamente durante el período de vida útil que se le asigne e igualmente satisfactorio debe ser su comportamiento durante los breves momentos en que sea sometido a combinaciones de fuerzas que logren adquirir una importancia tal que ponga en peligro a la estructura (como puede ocurrir en situaciones de emergencia como son los sismos, una explosión o cualquier otra situación que ponga en peligro de colapso a la estructura). Debemos de cuidar dos aspectos importantes de la estructura en lo que se refiere a las condiciones de servicio y a las condiciones de seguridad que ofrece la estructura, ya que prácticamente de esto depende el correcto funcionamiento de la estructura.

En aplicaciones prácticas dentro de la ingeniería civil nos encontramos frecuentemente con problemas en donde los cascarones cilíndricos circulares son sometidos a la acción de fuerzas distribuidas simétricamente con respecto a los ejes del cilindro. La distribución de esfuerzos en calderas cilíndricas sometidas a la acción de la presión de vapor, esfuerzos en contenedores cilíndricos sometidos a la acción de la presión interna del líquido en su eje vertical y esfuerzos uniformes en la parte inferior de pipas circulares son ejemplos de tales problemas.

En el presente trabajo, mencionaremos en el segundo capítulo la teoría que rige a las membranas y se hará una analogía con el comportamiento de los tanques para cierto tipo de acciones hidrostáticas; y se proporcionarán fórmulas elementales que nos ayudarán en el cálculo y diseño de tanques.

En el capítulo tres describiremos la teoría estática desarrollada por Timoshenko para los cascarones cilíndricos circulares y que abarca el problema de interpretación de un tanque ante la acción de cargas estáticas, interpretaremos los resultados y proporcionaremos algunos factores de seguridad.

En el cuarto capítulo hemos de describir la teoría dinámica para tanques circulares que se toma básicamente del modelo propuesto por Housner y algunas modificaciones posteriores que ha sufrido para una mejor aproximación a la realidad del fenómeno físico que representa un sismo; además se proporciona el método que es sugerido por el American Petroleum Institute (API) Standar 650 y que fué publicado en 1930 además de mencionar algunos aspectos importantes que debemos de tomar en cuenta para el análisis dinámico de un tanque.

En el quinto capítulo se desarrollan algunos ejemplos con el fin de poder interpretar la combinación de fuerzas estáticas y dinámicas en un tanque cilíndrico de almacenamiento. En estos ejemplos se variará la relación H/R con el fin de obtener una relación H/R que sea óptima.

En el sexto capítulo se dan las tablas que simplifican los cálculos para establecer las características mecánicas a las cuales se ve sometido el tanque.

Finalmente, en el séptimo capítulo se harán una serie de recomendaciones para hacer un uso racional del material, además de presentar un estudio crítico del análisis de éste tipo de estructuras. Se mencionarán aspectos importantes que debemos de tomar en cuenta dentro del análisis y diseño de tanques cilíndricos sometidos a acciones estáticas y dinámicas y las conclusiones que se obtuvieron a lo largo del desarrollo de esta tesis.



# CAPITULO 2

## II. TEORIA

### Teoría de la Membrana en Cascarones Cilindricos

En el análisis de un cascarón cilíndrico (*figura 1a*) aceptamos que la generatriz del cascarón es horizontal y paralela al eje  $x$ . Un elemento es cortado del cascarón en dos generatrices adyacentes y dos secciones transversales perpendiculares al eje  $x$ , y esta posición es definida por las coordenadas  $x$  y el ángulo  $\varphi$ .

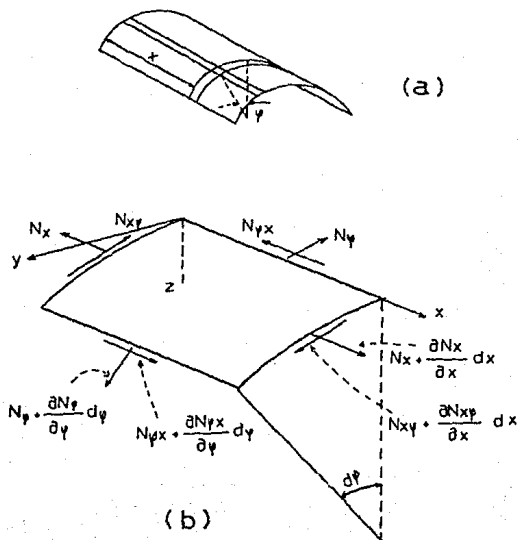


figura 1

Las fuerzas actuantes en las caras del elemento son mostradas en la figura 1b. En adición de una carga distribuida fuera de la superficie del elemento, las componentes de la magnitud de la carga esta denotada por X, Y y Z. Considerando el equilibrio del elemento y sumando las fuerzas delanteras en la dirección X, obtenemos

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} r d\varphi dx + \frac{\partial N_{x\varphi}}{\partial \varphi} d\varphi dx + X r d\varphi dx = 0 \quad (a)$$

En una forma similar, las fuerzas en la dirección de la tangente de la sección transversal normal, en la dirección y, da la correspondiente ecuación de equilibrio:

$$\frac{\partial N_{x\varphi}}{\partial x} r d\varphi dx + \frac{\partial N_{\varphi}}{\partial \varphi} d\varphi dx + Y r d\varphi dx = 0 \quad (b)$$

Las fuerzas actuantes en la dirección normal del cascarón, en la dirección z, da la ecuación:

$$N_{\varphi} d\varphi dx + Z r d\varphi dx = 0 \quad (c)$$

Después de simplificar, las tres ecuaciones de equilibrio se pueden representar en la siguiente forma

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial N_{x\varphi}}{\partial \varphi} = - X$$

$$\frac{\partial N_{x\varphi}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial N_{\varphi}}{\partial \varphi} = - Y$$

$$N_{\varphi} = - Z r$$

En cada caso particular podemos fácilmente calcular el valor de  $N_{\varphi}$ . Sustituyendo estos valores en la segunda ecuación, obtenemos  $N_{x\varphi}$  por integración, de éste modo obtenemos  $N_x$  de integrar la primera ecuación.

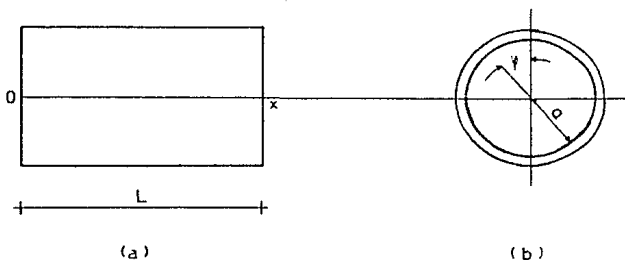


figura 2

Como un ejemplo de aplicación de la ecuación (1) consideremos un tubo horizontal circular lleno con líquido y empotrado en sus extremos. Midiendo el ángulo  $\varphi$  como se muestra en la figura 2b y denotando la presión en el eje del tubo por  $p_0$ , la presión en cualquier punto es  $p_0 - \gamma a \cos \varphi$ . De éste modo obtenemos

$$X = Y = 0 ; \quad Z = -p_0 + \gamma a \cos \varphi \quad (d)$$

Sustituyendo en la ecuación (1), llegamos a

$$N\varphi = p_0 a - \gamma a^2 \cos \varphi \quad (e)$$

$$N_x \varphi = \int \gamma a \sin \varphi \, dx + c_1(\varphi) = -\gamma a x \sin \varphi + c_1(\varphi) \quad (f)$$

$$\begin{aligned} N_x &= \int \gamma x \cos \varphi \, dx - \frac{1}{a} \int \frac{dN_x(\varphi)}{d\varphi} \, dx + c_2(\varphi) = \\ &= \gamma \frac{x^2}{2} \cos \varphi - \frac{x}{a} \frac{dN_x(\varphi)}{d\varphi} + c_2(\varphi) \end{aligned} \quad (g)$$

Las funciones  $c^*(\varphi)$  y  $c^z(\varphi)$  deben ahora ser determinadas para las condiciones en los apoyos.

Suponiendo primero que no hay fuerzas  $N_x$  en los apoyos del tubo, entonces tendremos

$$\left[ N_x \right]_{x=0} = 0 \qquad \left[ N_x \right]_{x=l} = 0$$

satisfaciendo estas condiciones tenemos que:

$$c^z(\varphi) = 0 \quad ; \quad c^*(\varphi) = \frac{2\varphi^2}{2} \sin \varphi + c$$

Si observamos la expresión (F), la constante  $c$  representa las fuerzas uniformemente distribuidas  $N_x\varphi$  alrededor del eje del tubo, como en el caso cuando el tubo está sujeto a torsión. Si la fuerza torsionante no es aplicada, tenemos que  $c=0$ . Entonces la solución de la ecuación (1) es otro caso particular y es:

$$N\varphi = p\varphi a - r a^2 \cos \varphi$$

$$N_x\varphi = r a \left[ \frac{1}{2} - x \right] \sin \varphi \qquad \dots \quad (2)$$

$$N_x = - \frac{r}{2} x (1 - x) \cos \varphi$$

Si observamos que  $N_x$  y  $N_x\varphi$  son proporcionales respectivamente, la fuerza cortante y el momento flexionante de una carga uniforme en una viga de dimensión máxima  $l$  obtenemos de aplicar a la viga las fórmulas en el tubo cargado con una fuerza uniformemente repartida de magnitud  $r a^2$  y por unidad de longitud en el tubo.

Por una adecuada selección de la función  $c^z(\varphi)$  podemos también obtener la solución del problema para un cascarón cilíndrico empotrado en las orillas. En dicho caso, la longitud de la generatriz permanece invariable, y teniendo la condición

\* El aumento de carga en el tubo se desprecia en el análisis.

$$\int_0^l [N_x - \nu N_\varphi] dx = 0$$

sustituyendo

$$N_x = \frac{\gamma}{2} x (l - x) \cos \varphi + c_x(\varphi)$$

$$N_\varphi = p_0 a - \gamma a^2 \cos \varphi$$

obtenemos

$$c_x(\varphi) = \nu p_0 a + \left[ \frac{l^2}{12} - p a^2 \right] \gamma \cos \varphi$$

y

$$N_x = -\frac{\gamma x}{2} (l-x) \cos \varphi + \nu p_0 a + \left[ \frac{l^2}{12} - p a^2 \right] \gamma \cos \varphi \quad (3)$$

Debido a la acción de  $N_\varphi$  y  $N_x$  estamos a una cierta cantidad de tensionar en la dirección de la circunferencia al final del tubo en contradicción a otra suposición de los tanques empotrados. Estas indicaciones sobre los apoyos del tubo son algunas flexiones locales, las cuales son despreciables en el estudio de la teoría de la membrana. Una solución más completa del problema se obtiene sólo de considerar simultáneamente esfuerzos en la membrana con esfuerzos flexionantes, los cuales son analizados en la teoría estática.

Basado en la teoría de la membrana la A.S.M.E. establece fórmulas para el cálculo de Tanques bajo los siguientes criterios.

I. Cilindros de pared delgada sujeto a presión interna o externa.

a) Naturaleza de los esfuerzos.

Si el cilindro representado en la figura 3a está sometido a presión interna uniforme en las paredes, se producen esfuerzos normales en dos direcciones principales. Los que actúan en la dirección del eje geométrico se llaman axiales o longitudinales, y los que se presentan en la dirección perpendicular se llaman circunferenciales o tangenciales.

b) Hipótesis Fundamentales.

1. Suponemos que los esfuerzos de tensión y compresión que se generan en la pared del cilindro son uniformemente distribuidos.
2. Suponemos que las cargas, esfuerzos y deformaciones en las membranas cilíndricas son simétricas con respecto al eje del cilindro.
3. La relación del espesor de la pared al radio de curvatura del cilindro no debe de exceder 0.10 aproximadamente.
4. No se permitirán anillos de refuerzo en el cilindro (porque se tendría que sumar al efecto de la membrana el efecto de la flexión).
5. No es cierta la teoría de la membrana en las proximidades de las placas y la tapa del cilindro por la misma razón que se indica en el inciso anterior.
6. Las fórmulas que se obtengan por medio de la teoría de la membrana seguirán siendo válidas si se invierte el sentido de la presión (cuando actúa una presión exterior).
7. No se toma en cuenta el pandeo local de la membrana debido al esfuerzo de compresión.

c) Deducción de las fórmulas para evaluar los esfuerzos Circunferencial y Tangencial.

1. Consideremos un cilindro de paredes delgadas, cerrado, con placas en sus extremos y sometido a una presión interna uniforme  $p$ , espesor de la pared  $t$  y de radio medio  $R$ .

Para determinar el esfuerzo circunferencial  $\sigma_c$  consideremos un diagrama de cuerpo libre de medio cilindro con una longitud  $L$  [obsérvese que el esfuerzo interno ( $\sigma_c$ ) aparece en este diagrama como una fuerza exterior] *figura 3b*. además en la *figura 3c* se muestra que las fuerzas actúan en una sección.

Las componentes horizontales de las presiones radiales se anulan entre sí en virtud de la simetría que existe con respecto al eje vertical. Por lo tanto, podemos plantear la siguiente

$$\Sigma F_y = 0$$

$$-2 \sigma_t t L + \int_0^\pi PR (d\theta) (\text{sen } \theta) L = 0$$

Tomando la integral

$$\int_0^\pi PR (d\theta) (\text{sen } \theta) L = PRL \int_0^\pi \text{sen } \theta d\theta = PRL [-\cos \theta]_0^\pi =$$

$$= -PRL [\cos \theta]_0^\pi = -PRL [-1-1] = 2PRL$$

Sustituyendo el valor obtenido en la ecuación de equilibrio tenemos:

$$-2 \sigma_t t L + 2 P R L = 0$$

$$\sigma_t = \frac{2PRL}{2tL}$$

Por lo que el esfuerzo circunferencial o tangencial es:

$$\sigma_t = \frac{P R}{t} \quad (h)$$

Para determinar el esfuerzo tangencial  $\sigma_L$  consideremos una sección como la mostrada en la *figura 3d*. Planteando la ecuación de equilibrio, tenemos:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$-P \pi R^2 + 2 \pi R t \sigma_L = 0$$

$$\sigma_L = \frac{P \pi R^2}{2 \pi R t}$$

Por lo que el esfuerzo longitudinal es:

$$\sigma_L = \frac{P R}{2 t} \quad (i)$$

De las ecuaciones obtenidas se puede ver que el esfuerzo circunferencial es el doble del esfuerzo longitudinal, por lo que el diseño deberá de hacerse con el esfuerzo circunferencial.



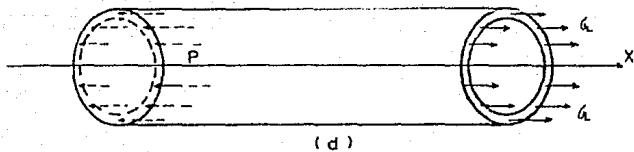
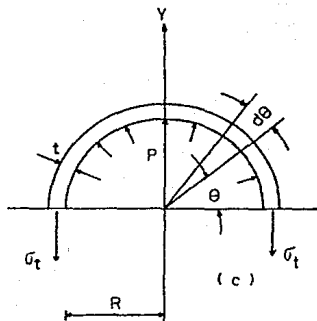
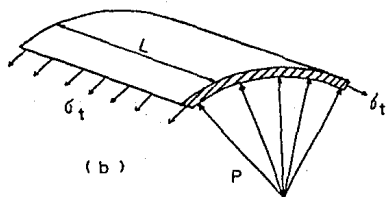
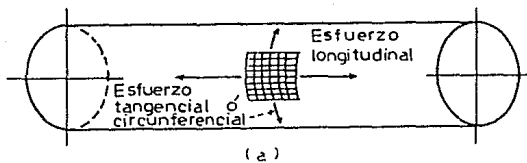


Figura 3

El rango de aplicación de la ecuación de la membrana fué ampliado por el A.S.M.E. mediante una modificación experimental agregando a la ecuación una constante igual a 0.6. La nueva ecuación resultante es igual a:

$$\frac{P R}{k} = \frac{P R}{E-1} + 0.6$$

donde:

- S Esfuerzo máximo permisible de trabajo.
- P Presión interna del liquido
- k  $R_o/R$
- R Radio interior del cilindro sin considerar corrosión (mm).
- $R_o$  Radio exterior del cascarón en mm.
- t Espesor mínimo requerido en el cascarón sin agregar la corrosión, en mm.

Si a la ecuación anterior le agregamos la eficiencia de las juntas (E) y el sobre espesor por corrosión (C) la ecuación finalmente queda:

$$t = \frac{P R}{SE - 0.6P} + C \quad (j)$$

E varía de 0.85 a 0.7

0.85 si las juntas son radiografiadas.

0.7 si las juntas no son radiografiadas.

C tolerancia debida a la corrosión especificada por el fabricante.

La fórmula (j) nos da el espesor necesario para un cilindro sujeto a presión interna.

Una vez analizado lo anterior, se indicarán las fórmulas especificadas por el A.S.M.E.

1. Esfuerzo circunferencial (juntas longitudinales). Cuando el espesor no exceda la mitad del radio interior o P no exceda de

0.385 SE, se aplicará la siguiente fórmula:

$$t = \frac{P R}{SE - 0.5P} \quad (3 a)$$

ó

$$t = \frac{P R_o}{SE + 0.4 P} \quad (3 b)$$

(3 a) referida a dimensiones interiores.

(3 b) referida a dimensiones exteriores.

2. Esfuerzo longitudinal (Juntas circunferenciales). Cuando el espesor no exceda de la mitad del radio interior o P no exceda 1.25 SE se aplicará la siguiente fórmula:

$$t = \frac{P R}{2SE + 0.4P} \quad (k)$$

# CAPITULO 3

### III. ANALISIS ESTÁTICO.

#### *Teoría General de Los Cascarones Cilíndricos Circulares.*

#### *3.1 Cascarones Cilíndricos Circulares Cargados Simétricamente con Respecto a sus Ejes.*

Para el desarrollo de una teoría que especifique las características que han de regir un cierto modelo matemático se hace necesario que existan los ejemplos físicos en cantidades suficiente para que sea productivo lo que se pretende investigar. Para el establecimiento de las ecuaciones requeridas para la solución de estos problemas se hace necesario considerar un elemento como el que se muestra en las *figuras 1 y 4*; y establecer las ecuaciones de equilibrio. Aceptando que la membrana está sometida a fuerzas simétricas  $N_{\phi} = N_{\theta}$ , se anulan en este caso la fuerza, y la fuerza  $N_{\theta}$  es constante a lo largo de la circunferencia. Observando las fuerzas cortantes transversales, podemos concluir por simetría que sólo las fuerzas  $Q_x$  no se anula. Considerando los momentos actuantes en el elemento de la *figura 4*, también concluimos por simetría que los momentos torsionantes  $M_{\phi} = M_{\theta}$  se anulan y el momento flexionante  $M_{\phi}$  es constante a lo largo de la circunferencia. Bajo semejantes condiciones de simetría, tres de las seis ecuaciones de equilibrio se anulan y nos hace considerar sólo las tres ecuaciones restantes, aquellas obtenidas proyectando las fuerzas en los ejes X y Z, tomando momentos de las fuerzas alrededor del eje Y. Asumiendo que las fuerzas externas consisten sólo en la presión normal de la superficie, esas tres ecuaciones de equilibrio son :

$$\frac{dN_x}{dx} a dx d\phi = 0$$

$$\frac{dQ_x}{dx} a dx d\phi + N_{\phi} dx d\phi + Z a dx d\phi = 0 \quad (A)$$

$$\frac{dM_x}{dx} a dx d\phi - Q_x a dx d\phi = 0$$

La primera indica que la fuerza  $N_x$  es que es constante, y nos dice que es igual a cero por lo que queda fuera del análisis.

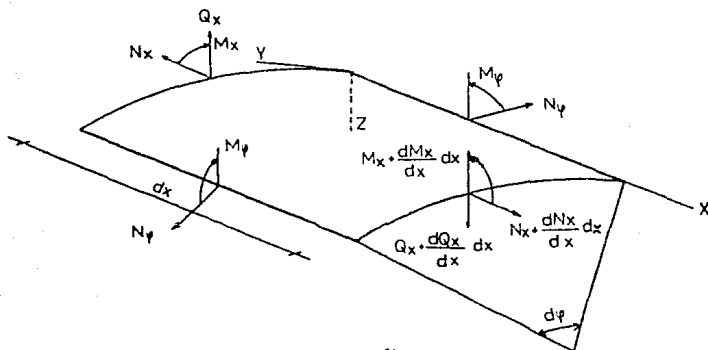


figura 4

Si las fuerzas son diferentes de cero, la deformación y esfuerzos correspondientes a dichas fuerzas constantes las podemos calcular fácilmente y superponer los esfuerzos y deformaciones producidas por la presión lateral. Las dos ecuaciones restantes las podemos escribir en la siguiente forma simplificada:

$$\frac{dQ_x}{dx} + \frac{1}{a} N_\varphi = - Z \quad (B)$$

$$\frac{dM_x}{dx} - Q_x = 0$$

Para estas dos ecuaciones tenemos tres incógnitas:  $N_\varphi$ ,  $Q_x$  y  $M_x$ . Para resolver el problema es necesario por lo tanto, considerar que los desplazamientos son iguales para todos los puntos en la mitad del cascarón. Por simetría concluimos que para la componente  $v$  del desplazamiento en la dirección de la circunferencia es igual

a cero. De éste modo podemos considerar solamente las componentes  $u$  y  $v$  en las direcciones  $X$  y  $Z$  respectivamente. La expresión para las componentes de las deformaciones llega a ser:

$$\epsilon_x = \frac{du}{dx} \quad \epsilon_\varphi = -\frac{w}{a} \quad (C)$$

De aquí, aplicando la ley de Hooke, obtenemos:

$$N_x = \frac{Eh}{1 - \nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_\varphi) = \frac{Eh}{1 - \nu^2} \left( \frac{du}{dx} - \nu \frac{w}{a} \right) = 0 \quad (D)$$

$$N_\varphi = \frac{Eh}{1 - \nu^2} (\epsilon_\varphi + \nu \epsilon_x) = \frac{Eh}{1 - \nu^2} \left( -\frac{w}{a} + \nu \frac{du}{dx} \right) = 0$$

La primera de estas ecuaciones la podemos escribir en la siguiente forma:

$$\frac{du}{dx} = \nu \frac{w}{a}$$

y para la segunda ecuación tenemos:

$$N_\varphi = -\frac{Ehw}{a} \quad (E)$$

Considerando los momentos flexionantes, concluimos por simetría que no hay cambio en la curvatura en la dirección de la circunferencia. La curvatura en la dirección de  $X$  es igual a  $d^2w/dx^2$ . Usando la misma ecuación que para las placas tenemos:

$$M_\varphi = \nu M_x \quad (F)$$

$$M_x = -D \frac{d^2w}{dx^2}$$

donde

$$D = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)}$$

es la rigidez por flexión del cascarón.

Retomando la ecuación (B) y eliminando  $Qx$ , obtenemos:

$$\frac{d^2 M_x}{dx^2} + \frac{1}{a} \cdot E\phi = -Z$$

con lo cual, de usar las ecuaciones (E) y (F) llegamos a

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[ D \frac{d^2 w}{dx^2} \right] + \frac{Eh}{a^2} w = -Z \quad \dots (4)$$

Todos los problemas de deformación simétrica en cascarones cilíndricos circulares se reducen a la integración de la ecuación (4). La aplicación más sencilla de la ecuación se obtiene cuando el espesor del cascarón es constante. Bajo dichas condiciones la ecuación (4) llega a ser:

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{Eh}{a^2} w = Z \quad \dots (5)$$

usando la notación

$$\beta^4 = \frac{Eh}{4a^2 D} = \frac{2(1-\nu^2)}{a^2 h^2} \quad \dots (6)$$

La ecuación (5) se representa en forma simplificada como:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4\beta^4 w = \frac{Z}{D} \quad \dots (7)$$

Esta es la misma ecuación que la que se obtiene para barras prismáticas con una rigidez de flexión  $D$ , soportada por un apoyo continuo elástico y sometido a la acción de una fuerza de magnitud  $Z$ . La solución general de esta ecuación es:



$$w = e^{\beta x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x) + e^{-\beta x} (c_3 \cos \beta x + c_4 \sin \beta x) + F(x) \quad (8)$$

en donde  $F(x)$  es una solución particular de la ecuación (7) y  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  y  $c_4$  son las constantes de integración que podemos determinar en cada caso particular para las condiciones de frontera del cilindro.

Tomando como ejemplo una pipa circular muy larga sometida a la acción de un momento flexionante  $M_0$  y una fuerza cortante  $Q_0$ , ambas uniformemente distribuidas a lo largo de la orilla para  $x=0$  (figura 5). En este caso no hay presión en  $Z$  distribuida a la mitad de la superficie del cascarón, y  $F(x)=0$  para la solución general (8). Como las fuerzas aplicadas en la orilla ( $x = 0$ )

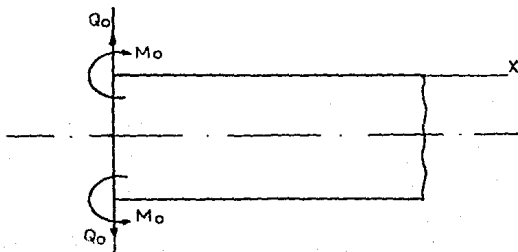


figura 5

produce una flexión local que disminuye rápidamente con la distancia  $x$  para la carga, y crece rápidamente para el final, se concluye que la primera mitad del lado derecho de la ecuación (8) es igual a cero. Por lo tanto  $c_1=c_2=0$ , y tenemos:

$$w = e^{-\beta x} (c_3 \cos \beta x + c_4 \sin \beta x) \quad (8)$$

las constantes  $c_3$  y  $c_4$  se pueden determinar para las condiciones de carga en la frontera, con ella podemos escribir:

$$(M_x)_{x=0} = -D \left[ \frac{d^2 w}{dx^2} \right]_{x=0} = M_0 \quad (9)$$

$$(Q_x)_{x=0} = \left[ \frac{dM_x}{dx} \right]_{x=0} = -D \left[ \frac{d^3 w}{dx^3} \right]_{x=0} = Q_0$$

sustituyendo la expresión (8) por  $w$ , tenemos para estas condiciones de frontera

$$c_3 = -\frac{1}{2\beta^3 D} (Q_0 + \beta M_0); \quad c_4 = \frac{M_0}{2\beta^2 D} \quad (10)$$

De éste modo la expresión final para  $w$  es:

$$w = \frac{e^{-\beta x}}{2\beta^3 D} \left[ \beta M_0 (\sin \beta x - \cos \beta x) - Q_0 \cos \beta x \right] \quad \dots (11)$$

La flecha máxima se obtiene para las condiciones de frontera, donde

$$(w)_{x=0} = -\frac{1}{2\beta D^3} (\beta M_0 + Q_0) \quad \dots (12)$$

El signo negativo para la flecha resulta a causa de que el factor  $w$  es tomado positivo hacia el eje del cilindro. La pendiente se obtiene de derivar la expresión (11) con respecto a  $x$ , y aplicando las condiciones de frontera, ésta da:

$$\left[ \frac{dx}{dx} \right]_{x=0} = \frac{e^{-\beta x}}{2 \beta^2 D} \left[ 2\beta M_0 \cos \beta x + Q_0 \cos \beta x + \text{sen } \beta x \right]_{x=0} =$$

$$= \frac{1}{2 \beta^2 D} (2\beta M_0 + Q_0) \quad \dots (11)$$

Introduciendo la siguiente notación:

$$\begin{aligned} \varphi(\beta x) &= e^{-\beta x} (\cos \beta x + \text{sen } \beta x) \\ \psi(\beta x) &= e^{-\beta x} (\cos \beta x - \text{sen } \beta x) \\ \theta(\beta x) &= e^{-\beta x} \cos \beta x \\ \zeta(\beta x) &= e^{-\beta x} \text{sen } \beta x \end{aligned} \quad \dots (12)$$

las expresiones para la flecha y sus derivadas respectivas son representadas en la siguiente forma simplificada:

$$W = - \frac{1}{2 \beta^3 D} \left[ \beta M_0 \psi(\beta x) + Q_0 \theta(\beta x) \right]$$

$$\frac{dW}{dx} = \frac{1}{2 \beta^2 D} \left[ 2\beta M_0 \theta(\beta x) + Q_0 \varphi(\beta x) \right]$$

$$\frac{d^2 W}{d^2 x} = - \frac{1}{2 \beta D} \left[ 2\beta M_0 \varphi(\beta x) + 2Q_0 \zeta(\beta x) \right] \quad \dots (13)$$

$$\frac{d^3 W}{d^3 x} = \frac{1}{D} \left[ 2\beta M_0 \zeta(\beta x) - Q_0 \psi(\beta x) \right]$$

Los valores numéricos de las funciones  $\varphi(\beta x)$ ,  $\psi(\beta x)$ ,  $\theta(\beta x)$  y  $\zeta(\beta x)$  se representan en la Tabla (I). Las funciones  $\varphi(\beta x)$  y  $\psi(\beta x)$  se representan en forma gráfica en la *figura 6*. Como se puede observar en las curvas y en la Tabla (I), la función que define la flexión del cascarón se aproxima a cero cuando  $\beta x$  es muy grande. Las indicaciones para la flexión producida en el cascarón es de carácter local, como ya se había mencionado en la flexión cuando las constantes de integración fueron calculadas.

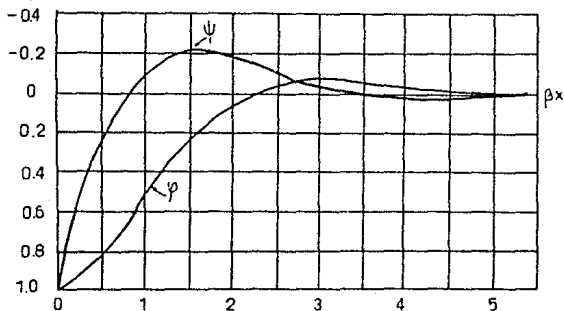


figura 6

Si el momento  $M_x$  y la flecha  $w$  se establecen por medio de la ecuación (13), el momento flexionante  $M_y$  es obtenido de la primera ecuación (F), y el valor de la fuerza  $N_\varphi$  por la ecuación (E). Por lo tanto se tiene toda la información para calcular los esfuerzos en el cascarón.

### 3.2 Caso Particular de Deformación Simétrica en Cascarones Cilindricos Circulares.

#### 3.2.1 Flexión en un Cascarón Cilindrico Largo debido a una Carga Uniforme Distribuida a lo Largo de una Sección Circular (Figura 7).

Si la carga se encuentra lo suficientemente lejana de las paredes del cilindro, se utilizara la solución (9) para cada mitad del cascarón. Con las condiciones de simetría concluimos que el valor  $Q_0$  en este cascarón es  $-P/2$ . De este modo obtenemos la mitad derecha como:

$$w = \frac{P}{2\beta^3 D} \left[ \beta M_0 (\sin \beta x - \cos \beta x) + \frac{P}{2} \cos \beta x \right] \quad (a)$$

donde  $x$  es medido desde la sección transversal a la cual se le aplica una carga. Al calcular el momento  $M_0$  que aparece en la

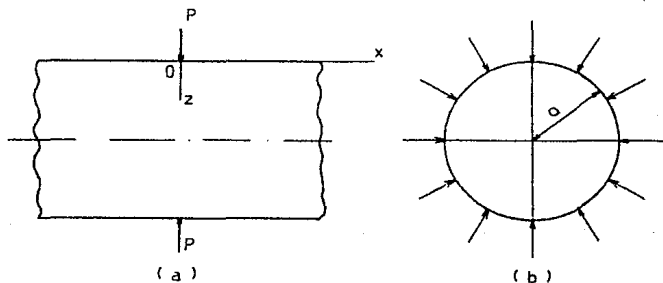


figura 7

expresión (a) usamos la ecuación (11), al dar la pendiente ( $x=0$ ). En nuestro caso, la pendiente vale cero por simetría. De aquí

$$2\beta M_0 - \frac{P}{2} = 0$$

y tenemos:

$$M_0 = \frac{P}{4\beta} \quad (b)$$

Sustituyendo éste valor en la expresión (a), la flecha en el cascarón se hace

$$w = \frac{P e^{-\beta x}}{8 \beta^3 D} (\sin \beta x + \cos \beta x) = \frac{P}{8 \beta^3 D} \varphi(\beta x) \quad \dots (14)$$

y de derivar llegamos a:

$$\frac{dw}{dx} = -2\beta \frac{P}{8 \beta^3 D} e^{-\beta x} \sin \beta x = -\frac{P}{4 \beta^2 D} \zeta(\beta x)$$

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = 2\beta^2 \frac{P}{8 \beta^3 D} e^{-\beta x} (\sin \beta x - \cos \beta x) = -\frac{P}{4\beta D} \psi(\beta x) \quad (c)$$

$$\frac{d^3 w}{dx^3} = 4\beta^3 \frac{P}{8 \beta^3 D} e^{-\beta x} \cos \beta x = \frac{P}{2D} \theta(\beta x)$$

Observando las ecuaciones (B) y (F) del artículo anterior tenemos que

$$M_x = -D \frac{d^2 w}{dx^2} \qquad Q_x = -D \frac{d^3 w}{dx^3}$$

finalmente llegamos a las siguientes expresiones para el momento flexionante y la fuerza cortante

$$M_x = \frac{P}{4\beta} \psi(\beta x) \qquad Q_x = -\frac{P}{2} \theta(\beta x) \quad \dots (15)$$

Los resultados obtenidos son representados en la *figura 8*. Observamos que la flecha máxima está debajo de la carga  $P$  y que este valor es dado por la ecuación (14) y es:

$$w_{\max} = \frac{P}{8 \beta^3 D} = \frac{P a^2 \beta}{2Eh} \quad \dots (16)$$

El momento flexionante máximo esta también bajo la carga y se determina por medio de la ecuación (15) y es:

$$M_{\max} = \frac{P}{4\beta} \quad (17)$$

El valor máximo absoluto de las fuerzas cortantes es evidentemente igual a  $P/2$ . Los valores de todas estas cantidades a una cierta distancia de la carga se pueden obtener fácilmente utilizando la Tabla (I). Si observamos la tabla (I) y la *figura 8* todas las cantidades determinadas para la flexión del cascarón son pequeñas para  $X > \pi/\beta$ . La realidad indica que la flexión es de carácter local y que el cascarón de longitud  $l = 2\pi/\beta$  cargado a la mitad hace prácticamente la misma flecha máxima y el mismo esfuerzo máximo en un cascarón muy largo.

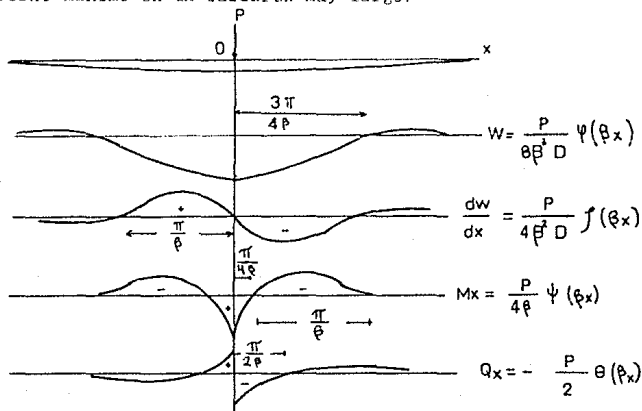
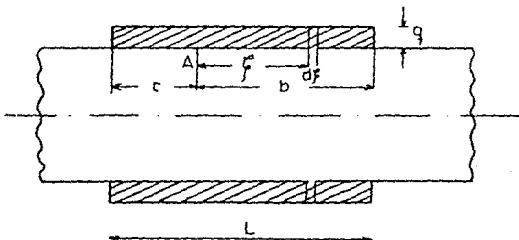


figura 8

Hallando la solución del problema para el caso en que una carga es concentrada en una sección transversal circular, podemos fácilmente resolver el problema de una carga distribuida a lo largo de una cierta longitud del cilindro de aplicar el principio de superposición. Como un ejemplo, consideraremos el caso de una carga de intensidad  $q$  uniformemente distribuida a lo largo de una

longitud  $l$  de un cilindro *figura 9*. Asumiendo que la carga está a una distancia considerable de las orillas del cilindro, podemos utilizar la solución dada por la ecuación (14) al calcular las



*figura 9*

flechas. La flecha en el punto  $A$  producida por un anillo unitario cargado con una magnitud  $qd\zeta$  a una distancia  $\zeta$  de  $A$  es obtenida por la expresión (14) al sustituir  $qd\zeta$  por  $p$  y  $\zeta$  por  $x$  es:

$$\frac{qd\zeta}{8\beta^3 D} e^{-\beta\zeta} (\cos \beta\zeta + \text{sen } \beta\zeta)$$

La flecha producida en  $A$  del total de cargas distribuidas fuera de la longitud  $l$  es

$$w = \int_0^b \frac{qd\zeta}{8\beta^3 D} e^{-\beta\zeta} (\cos \beta\zeta + \text{sen } \beta\zeta) + \int_0^c \frac{qd\zeta}{8\beta^3 D} e^{-\beta\zeta} (\cos \beta\zeta + \text{sen } \beta\zeta)$$

$$w = \frac{q\beta^2}{2Eh} (2 - e^{-\beta b} \cos \beta b - e^{-\beta c} \cos \beta c)$$

El momento flexionante en el punto  $A$  se calcula en forma similar de aplicar el método de superposición.



3.2.2 Cascarón Cilíndrico con una Presión Interna Uniforme (figura 10).

Si las orillas del cascarón son apoyos libres, la presión interna  $p$  produce sólo un anillo de esfuerzos:

$$\delta_t = \frac{Ez}{h}$$

y el radio del cilindro aumenta de tamaño

$$\delta = \frac{a\delta_t}{Eh} = \frac{pa^2z}{Eh} \quad (d)$$

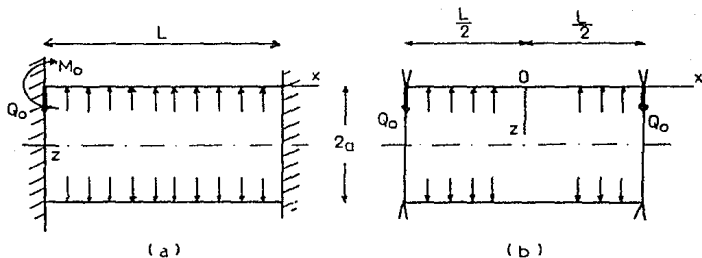


figura 10

Si al final del cascarón empotrado como el que se muestra en la figura 10a, no hay movimiento, y la flexión local ocurre en la orilla. Si la longitud  $l$  del cascarón es suficientemente grande, podemos usar la solución dada por la ecuación (9) e investigar la flexión, el momento  $M_0$  y la fuerza cortante  $Q_0$  se determinan de

las condiciones de flecha y de la pendiente a lo largo de la estructura en los apoyos  $x=0$  (figura 10a). Acordando estas condiciones, las ecuaciones (10) y (11) del artículo anterior tenemos:

$$-\frac{1}{2\beta^3 D} (\beta M_0 + Q_0) = \delta$$

$$\frac{1}{2\beta^2 D} (2\beta M_0 + Q_0) = 0$$

donde  $\delta$  es dado por la ecuación (d). Resolviendo para  $M_0$  y  $Q_0$ , tenemos:

$$M_0 = 2\beta^2 \delta D = \frac{P}{2\beta^2} \quad ; \quad Q_0 = -4\beta^3 D \delta = -\frac{P}{\beta} \quad \dots (18)$$

Por lo tanto tenemos un momento flexionante positivo y una fuerza cortante negativa actuante como se muestra en la figura 10a. Sustituyendo estos valores en la expresión (13), la flecha y el momento flexionante a cualquier distancia de las orillas las podemos calcular utilizando la Tabla (I).

Si en lugar de los apoyos empotrados los hacemos simplemente apoyados en los extremos como se muestra en la figura 10b, la flecha y el momento flexionante  $M_x$  vale a lo largo de la orilla  $M_0 = 0$ , y obtenemos, usando la ecuación (10)

$$Q_0 = -2\beta^3 D \delta$$

Sustituyendo los valores de la solución (9) en la flecha para todas las distancias de la orilla están calculadas.

Al asumir en la discusión del prodecimiento, la longitud del cascarón se tomo como muy grande. Si éste no es el caso, la flexión en una orilla no esta considerada como independiente de la

condición de la orilla; y debemos recurrir a la solución general dada por la ecuación (8) contando con cuatro constantes de integración. La solución particular de la ecuación (9) para el caso de carga uniforme ( $z = -p$ ) es  $-p/4\beta^4 D = -pa^2/Eh$ . La solución general (8) puede ser puesta en la siguiente forma de la introducción de funciones hiperbólicas en lugar de funciones exponenciales:

$$w = -\frac{pa^2}{Eh} + c_1 \operatorname{sen} \beta x \operatorname{senh} \beta x + c_2 \operatorname{sen} \beta x \operatorname{cosh} \beta x + c_3 \cos \beta x \operatorname{senh} \beta x + c_4 \cos \beta x \operatorname{cosh} \beta x \quad (e)$$

Si el origen de las coordenadas es tomado a la mitad del cilindro, como se muestra en la *figura rob*, la expresión (e) debe ser una función de  $x$ . De aquí:

$$c_2 = c_3 = 0 \quad (f)$$

Las constantes  $c_1$  y  $c_4$  deben ser ahora seleccionadas de tal forma que satisfagan las condiciones de frontera. Si los apoyos son simplemente apoyados, la flecha y el momento flexionante  $M_x$  debe valer cero en las orillas y obtenemos:

$$(w)_{x=l/2} = 0 \quad ; \quad \left[ \frac{d^2 w}{dx^2} \right]_{x=l/2} = 0 \quad (g)$$

Sustituyendo en la expresión (e) en esta relación y recordando que  $c_2 = c_3 = 0$ , llegamos a

$$\begin{aligned} -\frac{pa^2}{Eh} + c_1 \operatorname{sen} \alpha \operatorname{senh} \alpha + c_4 \cos \alpha \operatorname{cosh} \alpha &= 0 \\ c_1 \cos \alpha \operatorname{cosh} \alpha - c_4 \operatorname{sen} \alpha \operatorname{senh} \alpha &= 0 \end{aligned} \quad (h)$$

donde por motivos de simplificación

$$\frac{\beta l}{2} = \alpha \quad (i)$$

Para estas ecuaciones tenemos:

$$c_1 = \frac{pa^2}{Eh} \frac{\frac{\sin \alpha}{\sin^2 \alpha} \frac{\sinh \alpha}{\sinh^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cosh^2 \alpha}}{\cosh^2 \alpha} = \frac{pa^2}{Eh} \frac{2 \sin \alpha \sinh \alpha}{\cos 2\alpha + \cosh 2\alpha} \quad (j)$$

$$c_4 = \frac{pa^2}{Eh} \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha \sinh^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cosh^2 \alpha}}{\cosh^2 \alpha} = \frac{pa^2}{Eh} \frac{2 \cos \alpha \cosh \alpha}{\cos 2\alpha + \cosh 2\alpha}$$

Sustituyendo los valores (j) y (f) de las constantes en la expresión (e) y observando para la ecuación (6) lo que da:

$$\frac{Eh}{a^4} = 4D\beta^4 = \frac{64\alpha^4 D}{l^4} \quad (k)$$

Obtenemos

$$w = - \frac{pl^4}{64D\alpha^4} \left[ 1 - \frac{2 \sin \alpha \sinh \alpha}{\cos 2\alpha + \cosh 2\alpha} \sin \beta x \sinh \beta x - \frac{2 \cos \alpha \cosh \alpha}{\cos 2\alpha + \cosh 2\alpha} \cos \beta x \cosh \beta x \right] \quad (l)$$

En este caso particular, si las dimensiones del cascarón son conocidas, la cantidad  $\alpha$ , que es adimensional, puede calcularse mediante la notación (i) y con la ecuación (8). De sustituir los valores de la ecuación (l) la flecha del cascarón en cualquier punto de la base es cero.

Para la mitad del cascarón, sustituyendo  $x=0$  en la expresión (l), obtenemos:

$$(w)_{x=0} = - \frac{pl^4}{64D\alpha^4} \left[ 1 - \frac{2 \cos \alpha \cosh \alpha}{\cos 2\alpha + \cosh 2\alpha} \right] \quad (m)$$

Cuando el cascarón es largo,  $\alpha$  llega a ser grande, el segundo término en el paréntesis de la expresión (m) se vuelve pequeño, y la flecha se aproxima al valor (d) calculado para el caso de apoyos libres. Las indicaciones que en el caso de cascarones largos los efectos en los extremos son soportados en la flecha a la mitad, son despreciables. Tomando el otro caso extremo, el caso donde  $\alpha$  es muy pequeño, se muestra desarrollando series de potencias trigonométricas y funciones hiperbólicas en series de potencias en que la expresión en el paréntesis de la ecuación (m) es aproximado al valor de  $5\alpha^4/6$  y que la flecha (l) se aproxima a la de la viga simple apoyada de longitud  $l$  y carga uniforme y rigidez a la flexión  $D$ .

Derivando dos veces la expresión (l) y multiplicando por  $D$ , el momento flexionante en el apoyo es

$$M_x = -D \frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{pl^2}{4\alpha^2} \left[ \frac{\operatorname{sen} \alpha \operatorname{senh} \alpha}{\cos 2\alpha + \cosh 2\alpha} \cosh \beta x \cos \beta x - \frac{\cos \alpha \cosh \alpha}{\cos 2\alpha + \cosh 2\alpha} \operatorname{sen} \beta x \operatorname{senh} \beta x \right] \quad (n)$$

A la mitad del cascarón el momento es:

$$(M_x)_{x=0} = -\frac{pl^2}{4\alpha^2} \frac{\operatorname{sen} \alpha \operatorname{senh} \alpha}{\cos 2\alpha + \cosh 2\alpha} \quad (o)$$

Como se puede observar, para valores grandes de  $\alpha$ , tenemos, para cascarones largos, que el momento llega a ser despreciable y que a la mitad, para propósitos prácticos, sufre la acción de un arco simple de fuerza  $pl/h$ .

El caso de un cilindro empotrado como se muestra en la *figura 10a* es tratado en una forma similar. Yendo directamente al resultado final, encontramos que el momento actuante  $M_0$  a lo largo del empotramiento en los extremos es

$$M_0 = \frac{p}{2\beta^2} \frac{\sinh 2\alpha - \sin 2\alpha}{\sinh 2\alpha + \sin 2\alpha} = \frac{p}{2\beta^2} \kappa_z(2\alpha) \quad \dots (19)$$

donde

$$\kappa_z(2\alpha) = \frac{\sinh 2\alpha - \sin 2\alpha}{\sinh 2\alpha + \sin 2\alpha}$$

En el caso de cascarones largos,  $\alpha$  es grande, el factor  $\kappa_z(2\alpha)$  en la expresión (19) es aproximadamente uno, y el valor del momento es aproximadamente el dado por la primera de las expresiones (18). Para cascarones pequeños el valor del factor  $\kappa_z(2\alpha)$  en (19) es tomado de la Tabla (II).

### 3.2.3 Cascarones Cilíndricos Curvos con Fuerza y Momento Distribuido a lo Largo de las Orillas.

En la sección anterior, el problema que se analizó se supuso que el cascarón era largo y que toda la orilla era independiente. En el caso de cascarones pequeños con ambas orillas consideradas simultáneamente, se usa la solución (e) con cuatro constantes de integración. Procediendo como en el caso anterior, los siguientes resultados son obtenidos. Para el caso de flexión y fuerza cortante uniformemente distribuida  $Q_0$  (figura 11a), la flecha y la pendiente de las orillas son:

$$(w)_{x=0; x=l} = - \frac{2Q_0/\beta a^2}{Eh} \frac{\cosh 2\alpha + \cos 2\alpha}{\sinh 2\alpha + \sin 2\alpha} = - \frac{2Q_0/\beta a^2}{Eh} \kappa_1(2\alpha) \quad \dots (20)$$

$$\left(\frac{dw}{dx}\right)_{x=0; x=l} = \pm \frac{2Q_0/\beta^2 a^2}{Eh} \frac{\sinh 2\alpha - \sin 2\alpha}{\sinh 2\alpha + \sin 2\alpha} = \pm \frac{2Q_0/\beta^2 a^2}{Eh} \kappa_2(2\alpha)$$

En el caso de momento flexionante  $M_0$  (figura 11b), obtenemos:

$$(u)_{x=0; x=L} = -\frac{2M_0\beta^2 a^2}{Eh} \frac{\sinh 2\alpha - \sin 2\alpha}{\sinh 2\alpha + \sin 2\alpha} = -\frac{2M_0\beta^2 a^2}{Eh} \kappa_2 \quad (21)$$

$$\left(\frac{du}{dx}\right)_{x=0; x=L} = \pm \frac{4M_0\beta^3 a^2}{Eh} \frac{\cosh 2\alpha - \cos 2\alpha}{\sinh 2\alpha + \sin 2\alpha} = \pm \frac{4M_0\beta^3 a^2}{Eh} \kappa_3 \quad (22)$$

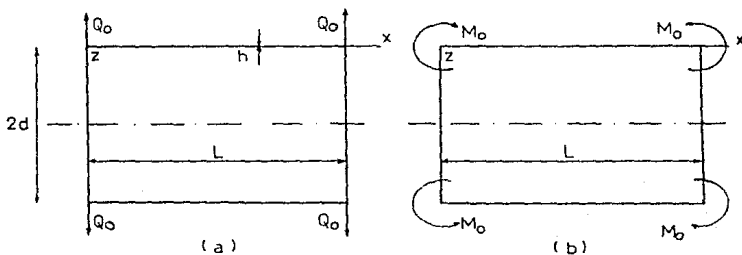


figura 11

En el caso de cascarones largos, los factores  $\kappa_1, \kappa_2$  y  $\kappa_3$  de (20) y (21) se aproximan a la unidad, y los resultados coinciden con los que obtuvimos en (10) y (11). Al simplificar los cálculos para cascarones pequeños, los valores de las funciones  $\kappa_1, \kappa_2$  y  $\kappa_3$  se obtienen de la Tabla (II).

Usando las soluciones (20) y (21), los esfuerzos a lo largo de una pipa reforzada con anillos a distancias iguales (figura 12) y sometido a una presión interna uniforme  $p$  es a continuación analizado.

Suponiendo primero que no hay anillos, tenemos, bajo la acción de la presión interna, un aro de esfuerzos  $\delta_t = pa/h$  producido y el radio de la pipa se incrementa en forma importante

$$\delta = \frac{pa^2}{Eh}$$

Ahora, tomando los aros en consideración y aceptando que ellos son absolutamente rígidos, concluimos que las reacciones son producidas en la mitad para todos los aros de la pipa. La magnitud de las fuerzas por unidad de longitud de la circunferencia del tubo se denota por P. La magnitud de P es ahora determinada por la condición en que las fuerzas P producen una flecha en la pipa bajo el aro igual a la expansión  $\delta$  creada por la presión interna p. En cálculos, la flecha observada para una porción de tubo en medio de dos aros consecutivos considerados para un cascarón mostrado en las figuras 11a y 11b. En éste caso  $Q_0 = -P/2$ , y la magnitud del momento flexionante  $M_0$  bajo un aro de esfuerzos es determinado bajo la condición de  $dw/dx = 0$  en un punto. De aquí para las ecuaciones (20) y (21) llegamos a

$$-\frac{P\beta^2 a^2}{Eh} \kappa_2(2\alpha) + \frac{4M_0\beta^3 a^2}{Eh} \kappa_3(2\alpha) = 0$$

de donde

$$M_0 = \frac{P\kappa_2(2\alpha)}{4\beta\kappa_3(2\alpha)} \quad (p)$$

Si la distancia  $l$  a la mitad de los aros es grande, la cantidad

$$2\alpha = \beta l = \frac{l}{\sqrt{ah}} \sqrt{3(1-\nu^2)}$$

es también grande, las funciones  $\kappa_2(2\alpha)$  y  $\kappa_3(2\alpha)$  son aproximadamente uno, y el momento  $M_0$  se aproxima a los valores dados por la ecuación (17). Para calcular la fuerza P que esta en la ecuación (p) la expresión para la flecha esta dada en la



ecuación (20) y (21) antes usadas. Dichas expresiones dan:

$$\frac{P\beta a^2}{Eh} \kappa_1(2a) - \frac{P\beta a^2}{2Eh} \kappa_2^2(2a) = \delta = \frac{Pa^2}{Eh}$$

6

$$P\beta \left[ \kappa_1(2a) - \frac{1}{2} \kappa_2^2(2a) \right] = \frac{\delta E h}{a^2} = p \quad \dots (22)$$

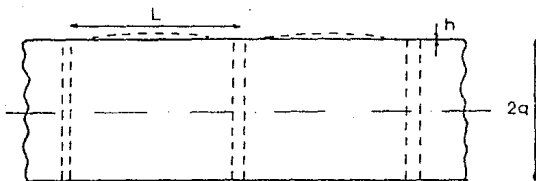


figura 12

Para valores grandes de \$2a\$ éstos se reducen a:

$$\frac{P\beta a^2}{2Eh} = \delta$$

que coincide con la ecuación (18). Cuando \$2a\$ no es muy grande, el valor de las reacciones \$P\$ es calculado de acuerdo a (22) y usando la Tabla (11). Resolviendo la ecuación (22) para \$P\$ y sustituyendo el resultado en la expresión (p), llegamos finalmente a que

$$M_0 = \frac{P}{2\beta^2} \kappa_2(2a) \quad \dots (23)$$

Este valor coincide con la ecuación (19) previamente obtenida para un cascarón empotrado. Tomando en consideración la expresión

de aros, observamos que las reacciones P producen en el aro una fuerza tensionante Pa y el correspondiente incremento del radio del aro es\*:

$$\delta_1 = \frac{Pa^2}{AE}$$

donde A es el área transversal del aro. Tomando por extensión en la consideración la sustituimos  $\delta - \delta_1$  por  $\delta$  en la ecuación (22) y tenemos

$$P\beta \left[ \kappa_1(2\alpha) - \frac{1 \times \kappa_2(2\alpha)}{2 \times \kappa_2(2\alpha)} \right] = P - \frac{Ph}{A} \quad \dots (24)$$

Para esta ecuación, P es obtenida en realidad de usar la Tabla (II) y los momentos en los apoyos se sustituir p-(Ph/A) por p en la ecuación (23). Si la expresión p no solo actúa en el cascarón cilíndrico sino también en los apoyos, el esfuerzo axial es:

$$N \times = \frac{Pa}{2}$$

son producidas en el cascarón. El incremento del radio del cilindro es:

$$\delta' = \frac{Pa^2}{Eh} \left[ 1 - \frac{1}{2} \nu \right]$$

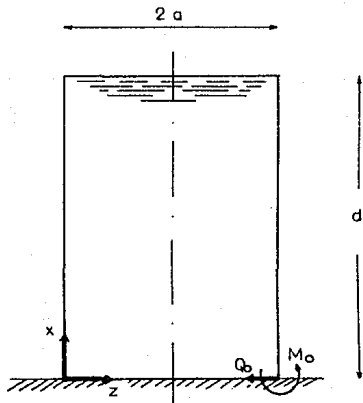
y la cantidad p(1- $\nu$ /2) es sustituida por p en las ecuaciones (23) y (24). Las ecuaciones (23) y (24) son también usadas en el caso de presión uniforme externa producida por esfuerzos de compresión en un aro y en el cascarón son bastante alejados de los esfuerzos críticos que producirían el pandeo.

\* Se presume que la dimensión de la sección transversal del aro es pequeña en comparación con el radio a.

### 3.3 Tanques Cilíndricos con Pared de Espesor Uniforme.

Si un tanque es sometido a la acción de la presión hidrostática de un líquido como se muestra en la *figura 13*, los esfuerzos en la pared se analizan usando la ecuación (7). Sustituyendo en esta ecuación tenemos:

$$Z = - \gamma (d - x) \quad (a)$$



*figura 13*

donde  $\gamma$  es el peso específico del líquido, tenemos:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4\beta^4 w = -\gamma \frac{(d-x)}{D} \quad (b)$$

La solución particular de la ecuación (b) es

$$w_1 = -\gamma \frac{(d-x)}{4\beta^4 D} = -\gamma \frac{(d-x)a^2}{Eh} \quad (c)$$

Esta expresión representa el incremento del radio del cascarón cilíndrico en la parte libre de las orillas bajo la acción de esfuerzos. Sustituyendo la expresión (c) en lugar de  $F(x)$  en la expresión (8), tenemos la solución completa para la ecuación (b)

$$w = e^{\beta x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x) + e^{-\beta x} (c_3 \cos \beta x + c_4 \sin \beta x) - \gamma \frac{(d-x)a^2}{Eh}$$

en muchos casos prácticos el espesor de la pared  $h$  es pequeño en comparación con el radio  $a$  y la altura  $d$  del tanque, y considerando el cascarón de longitud infinita, las constantes  $c_1$  y  $c_2$  son iguales a cero, y obtenemos:

$$w = e^{-\beta x} (c_3 \cos \beta x + c_4 \sin \beta x) - \gamma \frac{(d-x)a^2}{Eh} \quad (d)$$

Las constantes  $c_3$  y  $c_4$  son obtenidas para las condiciones de apoyo del tanque. Aceptando que el apoyo es inferior que la pared y que a su vez la pared se considera empotrada y de rigidez grande, las condiciones límite son:

$$(w)_{x=0} = c_3 - \frac{r a^2 d}{Eh} = 0$$

$$\left(\frac{dw}{dx}\right)_{x=0} = \left[-\beta c_3 e^{-\beta x} (\cos \beta x + \operatorname{sen} \beta x) + \beta c_4 e^{-\beta x} (\cos \beta x - \operatorname{sen} \beta x) + \frac{r a^2}{Eh}\right]_{x=0} = \beta(c_4 - c_3) + \frac{r a^2}{Eh} = 0$$

Para estas ecuaciones tenemos:

$$c_3 = \frac{r a^2 d}{Eh} \quad ; \quad c_4 = \frac{r a^2}{Eh} \left[d - \frac{1}{\beta}\right]$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación (d) llegamos a:

$$w = -\frac{r a^2}{Eh} \left\{ d - x - e^{-\beta x} \left[ d \cos \beta x + \left(d - \frac{1}{\beta}\right) \operatorname{sen} \beta x \right] \right\}$$

con lo cual usando la notación de la ecuación (12), tenemos

$$w = -\frac{r a^2 d}{Eh} \left[ 1 - \frac{x}{d} - \theta(\beta x) - \left[ 1 - \frac{1}{\beta d} \right] \zeta(\beta x) \right] \quad (e)$$

Para esta expresión la flecha en cualquier punto es fácilmente calculada si usamos la Tabla (I). La fuerza  $N\phi$  en dirección de la circunferencia es:

$$N\phi = -\frac{Eh w}{a} = \gamma d \left[ 1 - \frac{x}{d} - \theta(\beta x) - \left[ 1 - \frac{1}{\beta d} \right] \zeta(\beta x) \right] \quad (f)$$

Para la segunda derivada de la expresión (e) tenemos el momento flexionante:

$$\begin{aligned}
 Mx &= -D \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{2\beta^2 a^2 D d}{Eh} \left[ -\zeta(\beta x) + \left(1 - \frac{1}{\beta d}\right) \theta(\beta x) \right] = \\
 &= \frac{\gamma adh}{\sqrt{12(1-\nu^2)}} \left[ -\zeta(\beta x) + \left(1 - \frac{1}{\beta d}\right) \theta(\beta x) \right] \quad (g)
 \end{aligned}$$

Teniendo las expresiones (f) y (g), el máximo esfuerzo para todos los puntos son calculados fácilmente para cada caso particular. El momento flexionante tiene su máximo valor en la base, donde es igual a:

$$(Mx)_{x=0} = M_0 = \left(1 - \frac{1}{\beta d}\right) \frac{\gamma adh}{\sqrt{12(1-\nu^2)}} \quad (h)$$

El resultado anterior fue obtenido usando las soluciones (10) y (11). Aceptando que la pared del fondo del cascarón es enteramente libre, tenemos para la expresión (c)

$$(w^*)_{x=0} = -\frac{\gamma a^2 d}{Eh} \quad ; \quad \left(\frac{dw^*}{dx}\right)_{x=0} = \frac{\gamma a^2}{Eh} \quad (i)$$

Al eliminar los desplazamientos y rotaciones del fondo y satisfaciendo las condiciones de frontera en la base del tanque, la fuerza cortante  $Q_0$  y el momento máximo flexionante  $M_0$  son los que se muestran en la *figura 13*. La magnitud de todas estas cantidades son obtenidas de igualar las expresiones (10) y (11) a la expresión (i) tomada con signos cambiados. De aquí tenemos:

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{2\beta^3 D} (\beta M_0 + Q_0) &= +\frac{\gamma a^2}{Eh} \\
 \frac{1}{2\beta^2 D} (2\beta M_0 + Q_0) &= -\frac{\gamma a^2}{Eh}
 \end{aligned}$$

Para estas ecuaciones obtenemos otra vez la expresión (h) para  $M_0$ , donde las fuerzas cortantes  $Q_0$  finales son \*

\* El signo negativo indica que  $Q_0$  va en la dirección mostrada en la *figura 13* que es opuesta a la dirección utilizada en la *figura 8* cuando derivamos las expresiones (10) y (11).

$$Q_0 = - \frac{\gamma \cdot a d h}{\sqrt{12(1-\nu^2)}} \left[ 2\beta - \frac{1}{d} \right] \quad (j)$$

Tomando como ejemplo:  $a = 9 \text{ m}$ ,  $d = 7 \text{ m}$ ,  $h = 35 \text{ cm}$ ,  $\gamma = 1 \text{ t/m}^3$  y  $\nu = 0.25$ , tenemos que  $\beta = 0.73 \text{ m}^{-1}$  y  $\beta d = 5.108$ . Para el valor de  $\beta d$  nuestra suposición es que este cascarón es infinitamente largo, da el resultado en un valor exacto para el momento y la fuerza cortante, y obtenemos de las expresiones (h) y (j):

$$M_0 = 5.287 \text{ t m/m} \quad ; \quad Q_0 = 8.654 \text{ t/m}$$

En la construcción de tanques de acero, las placas metálicas de varios espesores son usados frecuentemente como el caso mostrado en la *figura 14*. Aplicando la solución particular (c) a cada porción de espesor uniforme, encontramos que las diferencias en los espesores dan elevadas discontinuidades en los desplazamientos  $w$  a lo largo de las juntas  $aa$  y  $bb$ .

Estas discontinuidades, simultáneamente con los desplazamientos con el fondo  $ab$  suprime la aplicación de momentos y fuerzas cortantes. Aceptando que la dimensión vertical de cada porción es suficientemente grande se justifica la aplicación de las fórmulas para un cascarón infinitamente grande, calculamos la discontinuidad de momentos y fuerzas cortantes usando las ecuaciones (10) y (11) y aplicando para cada junta las dos condiciones de las porciones adyacentes del cascarón teniendo iguales deflexiones y una tangente común. Si usamos las fórmulas (10) y (11) derivadas para una longitud infinita del cascarón no podemos justificarla, la solución general contiene cuatro constantes de integración que debemos aplicar a cada porción del tanque. La determinación de las constantes bajo dichas condiciones se convierte en un problema muy complejo y hace que el factor para cada junta no se pueda tratar en forma independiente, sino que se necesita la solución de un sistema de ecuaciones simultáneamente. Este problema tiene solución por métodos aproximados.

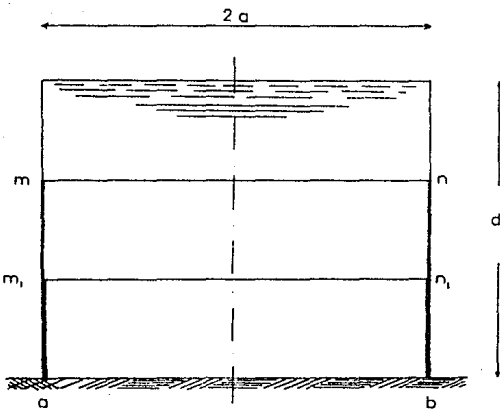


figura 1.4

### 3-4 Tanques Cilíndricos con Pared de Espesor no Uniforme.

En el caso de tanques cilíndricos con pared y espesor no uniforme, la solución del problema requiere la integración de la ecuación (4), considerando la rigidez por flexión  $D$  y el espesor  $h$  como no constante a lo largo del cascarón, pero es función de  $x$ . Por lo tanto tenemos que partir con una ecuación diferencial lineal de cuarto orden con coeficientes variables. Como en el



ejemplo anterior dejamos de considerar el caso donde el espesor del cascarón es una función lineal de la coordenada  $x$ . Tomando el origen como se muestra en la *figura 15* tenemos para el espesor de la pared y para la rigidez por flexión la expresión:

$$h = \alpha x \quad ; \quad D = \frac{E \alpha^3}{12(1 - \nu^2)} x^3 \quad (A)$$

y la ecuación (4) llega a ser:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( x^3 \frac{d^2 w}{dx^2} \right) + \frac{12(1 - \nu^2)}{\alpha^2 a^2} x w = - \frac{12(1 - \nu^2) r (x - x_0)}{E \alpha^3} \quad (B)$$

La solución particular de la ecuación es:

$$w_1 = - \frac{r a^2}{E \alpha} \frac{(x - x_0)}{x} \quad (C)$$

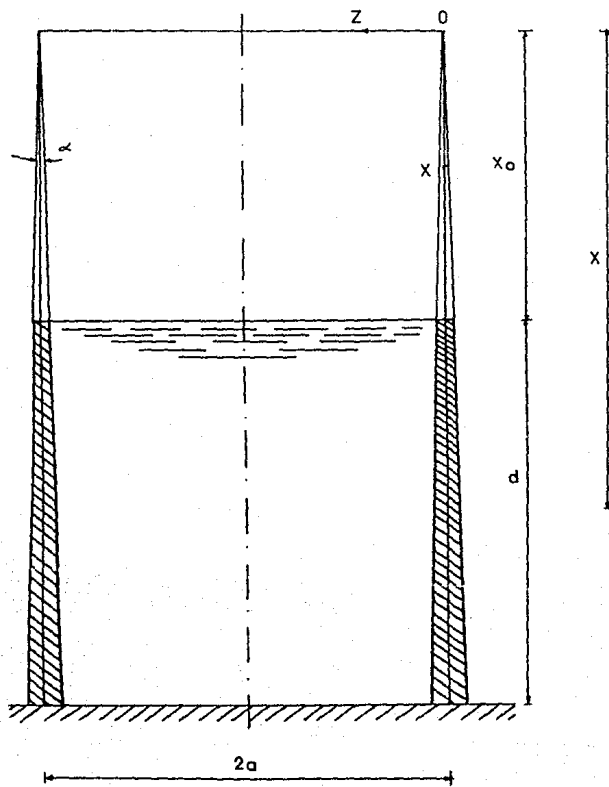
Esta solución representa la expansión radial del cascarón con la orilla libre bajo la presión interna  $r(x - x_0)$ . Como un resultado del desplazamiento (C) como cierta cantidad del momento de las generatrices del cilindro. El momento flexionante correspondiente es:

$$M_x = - D \frac{d^2 w_1}{dx^2} = - \frac{r \alpha^2 x_0}{6(1 - \nu^2)} \quad (D)$$

Este momento es independiente de  $x$  y es en todos los casos prácticos es de magnitud tan pequeña que es despreciable.

Para obtener la solución completa de la ecuación (B) tenemos que sumar la solución particular (C) a la solución de la ecuación homogénea:

Figura 15



$$\frac{d^2}{dx^2} \left[ x^3 \frac{d^2 H}{dx^2} \right] + \frac{12(1-\nu^2)}{a^2 a^2} x w = 0$$

en cuya división sobre  $x$ , lo podemos escribir también como:

$$\frac{1}{x} \frac{d^2}{dx^2} \left[ x^3 \frac{d^2 H}{dx^2} \right] + \frac{12(1-\nu^2)}{a^2 a^2} w = 0 \quad (E)$$

La solución de esta ecuación de cuarto orden la podemos reducir a las siguientes dos ecuaciones de segundo orden si observamos que:

$$\frac{1}{x} \frac{d^2}{dx^2} \left[ x^3 \frac{d^2 H}{dx^2} \right] = \frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left\{ x^2 \frac{d}{dx} \left[ \frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left[ x^2 \frac{dH}{dx} \right] \right] \right\}$$

Para simplificar las expresiones, introduzcamos los siguientes símbolos:

$$L(w) = \frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left[ x^2 \frac{dH}{dx} \right] \quad (E)$$

$$\rho^4 = \frac{12(1-\nu^2)}{a^2 a^2} \quad (G)$$

La ecuación (E) se convierte en:

$$L [L(w)] + \rho^4 w = 0 \quad (H)$$

y podemos reescribirla en una de las dos siguientes formas:

$$\begin{aligned} L [L(w) + i\rho^2 w] - i\rho^2 w [L(w) + i\rho^2 w] &= 0 \\ L [L(w) - i\rho^2 w] + i\rho^2 w [L(w) - i\rho^2 w] &= 0 \end{aligned} \quad (I)$$

donde  $i = \sqrt{-1}$

Si observamos la ecuación (H) se satisface con las soluciones de las ecuaciones de segundo orden:

$$L(w) + i\rho^2 w = 0 \quad (J)$$

$$L(w) - i\rho^2 w = 0 \quad (K)$$

Aceptando que

$$w_1 = \varphi_1 + i\varphi_2 \quad y \quad w_2 = \varphi_3 + i\varphi_4 \quad (L)$$

son dos soluciones linealmente independientes de la ecuación (J) y también observamos que:

$$w_3 = \varphi_1 - i\varphi_2 \quad y \quad w_4 = \varphi_3 - i\varphi_4 \quad (M)$$

son soluciones de la ecuación (K). Las cuatro soluciones (L) y (M) simultáneamente representan la forma completa del sistema de soluciones independientes de (K). De usar la suma y la resta de las soluciones (L) y (M), la solución general (H) se puede representar en la siguiente forma:

$$w = C_1 \varphi_1 + C_2 \varphi_2 + C_3 \varphi_3 + C_4 \varphi_4 \quad (N)$$

en donde  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  y  $C_4$  son constantes arbitrarias. De este modo, el problema se reduce a la determinación de las cuatro funciones  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$  y  $\varphi_4$  con lo cual obtenemos la solución completa de las ecuaciones (J) y (K) conocidas.

Tomando la ecuación (J) y sustituyendo por  $L(w)$  en (E) obtenemos:

$$x \frac{d^2 w}{dx^2} + 2 \frac{dw}{dx} + i\rho^2 w = 0 \quad (Q)$$

Si introducimos nuevas variables

$$\eta = 2\rho \sqrt{ix} \quad ; \quad \zeta = w \sqrt{x} \quad (P)$$

la ecuación (Q) llega ser:

$$\eta^2 \frac{d^2 \zeta}{d\eta^2} + \eta \frac{d\zeta}{d\eta} + (\eta^2 - 1) \zeta = 0 \quad (R)$$

Tenemos como una solución de la ecuación la serie de potencias

$$\zeta = a_0 + a_1 \eta + a_2 \eta^2 + \dots \quad (S)$$

Sustituyendo la serie en la ecuación (R) e igualando los coeficientes de cada potencia de  $\eta$  igual a cero, obtenemos la siguiente relación en medio de los coeficientes de serie (S)

$$(\eta^2 - 1) a_n + a_{n-2} = 0 \quad (T)$$

Aplicando esta ecuación a los primeros dos coeficientes y tomando  $a_{-1} = a_{-2} = 0$ , encontramos que  $a_0 = 0$  y que  $a_1$  podemos tomarlo igual a cualquier constante arbitraria. Calculando el último de los coeficientes de la ecuación (T), encontramos que la serie (S) es

$$\zeta = C \frac{\eta}{2} \left[ 1 - \frac{\eta^2}{2*4} + \frac{\eta^4}{2*4*6} - \frac{\eta^6}{2*(4*6)^2*8} \right] = C J_1(\eta) \quad (U)$$

donde  $J_1(\eta)$  es la función Bessel de primer género y de primer orden. Para nuestro análisis es ventajoso el uso de la relación

$$J_1(\eta) = -\frac{d}{d\eta} \left[ 1 - \frac{\eta^2}{2^2} + \frac{\eta^4}{(2*4)^2} - \frac{\eta^6}{(2*4*6)^2} + \dots \right] = -\frac{dJ_0}{d\eta} \quad (\text{V})$$

en que la serie en los corchetes designadas por  $J_0$ , es la función Bessel de primer género de orden cero. Sustituyendo la expresión  $2\rho\sqrt{ix}$  por  $\eta$  [ver notación (P)] en la serie representada por  $J_0(\eta)$  y retomando los términos reales e imaginarios, tenemos:

$$J_0(\eta) = \psi_1 \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] + i\psi_2 \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] \quad (\text{H})$$

donde

$$\begin{aligned} \psi_1 \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] &= 1 - \frac{\left[ 2\rho\sqrt{x} \right]^4}{(2*4)^2} + \frac{\left[ 2\rho\sqrt{x} \right]^8}{(2*4*6*8)^2} - \dots \quad (25) \\ \psi_2 \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] &= -\frac{\left[ 2\rho\sqrt{x} \right]^2}{2^2} + \frac{\left[ 2\rho\sqrt{x} \right]^6}{(2*4*6)^2} - \frac{\left[ 2\rho\sqrt{x} \right]^{10}}{(2*4*6*8*10)^2} \end{aligned}$$

La solución (U) entonces es

$$\zeta_1 = -C \left[ \psi_1' \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] + i\psi_2' \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] \right] \quad (\text{A}')$$

donde  $\psi_1'$  y  $\psi_2'$  son las derivadas de las funciones de la ecuación (25) con respecto al argumento  $2\rho\sqrt{x}$ . La segunda derivada de la ecuación (R) es de una forma más complicada. Omitiendo su deducción se puede representar de la siguiente forma:

$$\zeta_2 = C'' \left[ \psi_3' \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] + i\psi_4' \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] \right] \quad (\text{B})$$

en donde  $\psi_3'$  y  $\psi_4'$  son las derivadas con respecto al argumento  $2\rho\sqrt{x}$  de las siguientes funciones:

$$\psi_3 \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] = \frac{1}{2} \psi_1 \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] - \frac{2}{n} \left[ R_1 + \ln \beta \frac{2\rho\sqrt{x}}{2} \psi_2 \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] \right] \quad (26)$$

$$\psi_4 \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] = \frac{1}{2} \psi_2 \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] + \frac{2}{n} \left[ R_2 + \ln \beta \frac{2\rho\sqrt{x}}{2} \psi_1 \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] \right]$$

donde

$$R_1 = \left[ \frac{2\rho\sqrt{x}}{2} \right]^2 - \frac{S(3)}{(3*2)^2} \left[ \frac{2\rho\sqrt{x}}{2} \right]^0 + \frac{S(5)}{(5*4*3*2)^2} \left[ \frac{2\rho\sqrt{x}}{2} \right]^4 - \dots$$

$$R_2 = \frac{S(2)}{2^2} \left[ \frac{2\rho\sqrt{x}}{2} \right]^4 + \frac{S(4)}{(4*3*2)^2} \left[ \frac{2\rho\sqrt{x}}{2} \right]^0 + \frac{S(6)}{(6*5*4*3*2)^2} \left[ \frac{2\rho\sqrt{x}}{2} \right]^4$$

$$S(n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n}$$

$$\ln \beta = 0.57722$$

Teniendo las soluciones (A') y (B') de la ecuación (E), concluimos que la solución general (N) de la ecuación (E) es:

$$w = \frac{f}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}} \left[ C_1 \psi_1' \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] + C_2 \psi_2' \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] + C_3 \psi_3' \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] + C_4 \psi_4' \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] \right] \quad (27)$$

Los valores numéricos de las funciones  $\psi_1', \psi_2', \psi_3', \psi_4'$  y sus primeras derivadas se dan en la Tabla (III). Una representación gráfica de las funciones  $\psi_1', \psi_2', \psi_3'$  y  $\psi_4'$  son representadas en la figura 16. Si observamos los valores de las funciones, éstos crecen o decrecen rápidamente conforme la distancia a los apoyos crece. Estas indicaciones son calculando las constantes de

integración de la solución (Q') podemos muy fácilmente proceder como se obtuvo con las funciones (12). Por considerar que el cilindro es de una longitud infinita y usando a cada uno de los ejes sólo dos de las cuatro constantes de la solución (Q').

En aplicaciones de la teoría general a casos particulares, el cálculo de las derivadas consecutivas de  $w$  se simplifica si usamos las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \psi_1''(\xi) &= \psi_2(\xi) - \frac{1}{\xi} \psi_1'(\xi) \\ \psi_2''(\xi) &= -\psi_1(\xi) - \frac{1}{\xi} \psi_2'(\xi) \\ \psi_3''(\xi) &= \psi_4(\xi) - \frac{1}{\xi} \psi_3'(\xi) \\ \psi_4''(\xi) &= -\psi_3(\xi) - \frac{1}{\xi} \psi_4'(\xi) \end{aligned} \quad (D')$$

donde el símbolo  $\xi$  es usado en lugar de  $2\rho\sqrt{x}$ . Para la expresión (Q') obtenemos:

$$N_p = -\frac{Eh}{a} u = -\frac{E\alpha}{a} \sqrt{x} \left[ C_1 \psi_1'(\xi) + C_2 \psi_2'(\xi) + C_3 \psi_3'(\xi) + C_4 \psi_4'(\xi) \right] \quad (E')$$

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dx} = \frac{1}{2x\sqrt{x}} \left\{ C_1 \left[ \xi \psi_2(\xi) - 2\psi_1'(\xi) \right] - C_2 \left[ \xi \psi_1(\xi) + 2\psi_2'(\xi) \right] + \right. \\ \left. + C_3 \left[ \xi \psi_4(\xi) - 2\psi_3'(\xi) \right] - C_4 \left[ \xi \psi_3(\xi) + 2\psi_4'(\xi) \right] \right\} \end{aligned} \quad (E'')$$

$$\begin{aligned} M_x = -D \frac{d^2 H}{dx^2} = -\frac{E\alpha^3}{48(1-\nu^2)} \sqrt{x} \left\{ C_1 \left[ (\xi)^2 \psi_2'(\xi) - 4(\xi) \psi_2'(\xi) + 8\psi_1'(\xi) \right] \right. \\ - C_2 \left[ (\xi)^2 \psi_1'(\xi) - 4(\xi) \psi_1'(\xi) - 8\psi_2'(\xi) \right] \\ + C_3 \left[ (\xi)^2 \psi_4'(\xi) - 4(\xi) \psi_4'(\xi) + 8\psi_3'(\xi) \right] \\ \left. - C_4 \left[ (\xi)^2 \psi_3'(\xi) - 4(\xi) \psi_3'(\xi) - 8\psi_4'(\xi) \right] \right\} \end{aligned} \quad (Q'')$$



$$Qx = \frac{dMx}{dx} = \frac{E\alpha^3 \rho^2 x}{24(1-\nu^2)} \left\{ C_1 \left[ \zeta \psi_1(\zeta) + 2\psi_2'(\zeta) \right] - C_2 \left[ \zeta \psi_2(\zeta) - 2\psi_1'(\zeta) \right] + C_3 \left[ \zeta \psi_3(\zeta) + 2\psi_4'(\zeta) \right] - C_4 \left[ \zeta \psi_4(\zeta) - 2\psi_3'(\zeta) \right] \right\} \quad (H')$$

Por medio de estas fórmulas se puede calcular la deflexión y los esfuerzos en cualquier punto, proporcionando las constantes  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  y  $C_4$  son determinados para la condición de un apoyo. Los valores de las funciones  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ ,  $\psi_3$  y  $\psi_4$  son tomadas de la Tabla (III). Si  $2\rho\sqrt{x} \leq 6$ . Para valores grandes del argumento, las siguientes expresiones son suficientemente aproximadas para fines prácticos:

$$\begin{aligned} \psi_1(\zeta) &\cong \frac{1}{\sqrt{2\pi\zeta}} e^{\zeta/2^{0.5}} \cos \left[ \frac{\zeta}{2^{0.5}} - \frac{\pi}{8} \right] \\ \psi_2(\zeta) &\cong -\frac{1}{\sqrt{2\pi\zeta}} e^{\zeta/2^{0.5}} \operatorname{sen} \left[ \frac{\zeta}{2^{0.5}} - \frac{\pi}{8} \right] \\ \psi_1'(\zeta) &\cong \frac{1}{\sqrt{2\pi\zeta}} e^{\zeta/2^{0.5}} \cos \left[ \frac{\zeta}{2^{0.5}} + \frac{\pi}{8} \right] \\ \psi_2'(\zeta) &\cong \frac{1}{\sqrt{2\pi\zeta}} e^{\zeta/2^{0.5}} \operatorname{sen} \left[ \frac{\zeta}{2^{0.5}} + \frac{\pi}{8} \right] \\ \psi_3(\zeta) &\cong \sqrt{\frac{2}{\pi\zeta}} e^{-\zeta/2^{0.5}} \operatorname{sen} \left[ \frac{\zeta}{2^{0.5}} + \frac{\pi}{8} \right] \end{aligned} \quad \dots (27)$$

$$\psi_4(\xi) \cong -\sqrt{\frac{2}{\pi\xi}} e^{-\xi/2} \cos\left\{\frac{\xi}{2} + \frac{\pi}{8}\right\}$$

$$\psi_5(\xi) \cong -\sqrt{\frac{2}{\pi\xi}} e^{-\xi/2} \operatorname{sen}\left\{\frac{\xi}{2} - \frac{\pi}{8}\right\}$$

... (27)

$$\psi_4'(\xi) \cong \sqrt{\frac{2}{\pi\xi}} e^{-\xi/2} \operatorname{sen}\left\{\frac{\xi}{2} + \frac{\pi}{8}\right\}$$

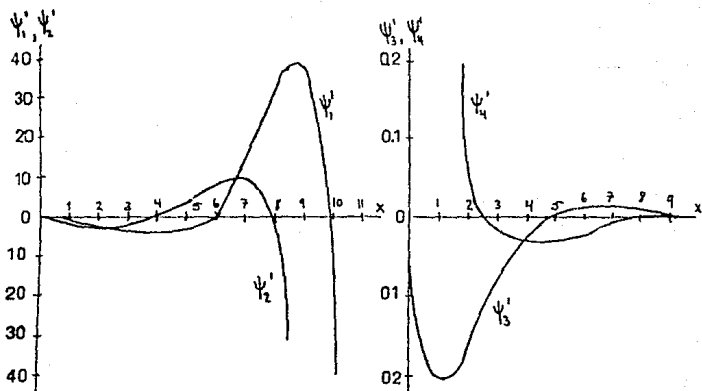


figura 16

Como ejemplo, consideremos un tanque cilíndrico de dimensiones idénticas al que se ha usado en el artículo precedente y supongamos que el espesor de la pared varía de 36 cm en el fondo a 8.75 cm en la parte superior. En dicho caso la distancia del origen de las coordenadas (figura 15) para el fondo del tanque es:

$$d + x_0 = \frac{4}{3} d = 10.66 \text{ m}$$

De aquí  $\left[2\rho\sqrt{x}\right]_{x=x_0+d} = 21.45$  Para un valor grande del argumento ( $>6$ ), las funciones  $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$  y sus primeras derivadas son reemplazadas por sus expresiones asintóticas (27). La deflexión y la inclinación del fondo del tanque corresponde a la solución particular (Q) es:

$$(w_1)_{x=x_0+d} = -\frac{r_0 a}{E\alpha} \frac{d}{d+x_0}$$

$$\left(\frac{dw_1}{dx}\right)_{x=x_0+d} = \frac{r_0 a^2}{E\alpha} \frac{x_0}{(x_0+d)^2} \quad (I')$$

Considerando que la longitud del cascarón cilíndrico en la dirección axial es muy grande, tomamos las constantes  $C_3$  y  $C_4$  de la solución (Q') iguales a cero y determinando las constantes  $C_1$  y  $C_2$  así que hacemos la deflexión y la pendiente de la base del cascarón igual a cero. Estos requisitos nos dan las siguientes ecuaciones:

$$\frac{1}{\sqrt{x}} \left[ C_1 \psi_1' \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] + C_2 \psi_2' \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] \right]_{x=x_0+d} = \frac{r_0 a^2}{E\alpha} \frac{d}{d+x_0} \quad (II')$$

$$\frac{1}{2X\sqrt{x}} \left\{ C_1 \left[ 2\rho\sqrt{x} \psi_2 \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] - 2\psi_1' \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] \right] + \right.$$

$$\left. - C_2 \left[ 2\rho\sqrt{x} \psi_1 \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] + 2\psi_2' \left[ 2\rho\sqrt{x} \right] \right] \right\}_{x=x_0+d} = \frac{r_0 a^2}{E\alpha} \frac{x_0}{(x_0+d)^2}$$

Calculando los valores de las funciones  $V_1$  y  $V_2$  y sus derivadas para las fórmulas asintóticas (27) y sustituyendo los valores resultantes de la ecuación (J'), obtenemos:

$$C_1 = -269 \frac{\gamma a^2}{E\alpha} \frac{1}{\sqrt{d+x_0}} N$$

$$C_2 = -299 \frac{\gamma a^3}{E\alpha} \frac{1}{\sqrt{d+x_0}} N$$

donde

$$N = \left[ e^{-z/z_0} \cdot \sqrt{2\pi z} \right]_{z=21.45}$$

Sustituyendo estos valores de las constantes en la expresión (G') encontramos para el momento flexionante en la base

$$M_0 = 6.30 \text{ t-m/m}$$

De la misma forma, utilizando la expresión (H'), tenemos la magnitud de la fuerza cortante en la base del tanque y es:

$$Q_0 = 9.41 \text{ t/m}$$

Estos valores no difieren mucho de los obtenidos con anterioridad para un tanque con pared uniforme.

Calculando los valores de las funciones  $\psi_1$  y  $\psi_2$  y sus derivadas para las fórmulas asintóticas (27) y sustituyendo los valores resultantes de la ecuación (Q'), obtenemos:

$$C_1 = - 269 \frac{\gamma a^2}{E \alpha} \frac{1}{\sqrt{d+x_0}} N$$

$$C_2 = - 299 \frac{\gamma a^2}{E \alpha} \frac{1}{\sqrt{d+x_0}} N$$

donde

$$N = \left[ e^{-z/z_0} \cdot \sqrt{2\pi z'} \right]_{z=21.45}$$

Sustituyendo estos valores de las constantes en la expresión (Q') encontramos para el momento flexionante en la base

$$M_0 = 6.30 \text{ t-m/m}$$

De la misma forma, utilizando la expresión (H'), tenemos la magnitud de la fuerza cortante en la base del tanque y es:

$$Q_0 = 9.41 \text{ t/m}$$

Estos valores no difieren mucho de los obtenidos con anterioridad para un tanque con pared uniforme.

# CAPITULO 4

## IV. ANALISIS DINAMICO

### 1.1 Introducción

Los incendios que pueden provocarse a raíz de un sismo o la dotación de agua potable, son un riesgo especial. Por esta razón se requiere particular cuidado en el diseño de los tanques de almacenamiento de agua. Es por ello que debemos de presentar un estudio extenso para tratar de calcular la envolvente de los casos en los cuales un tanque cilindrico de almacenamiento pudiera sufrir daños en sus estructura o fallas en su funcionamiento.

El estudio del comportamiento hidrodinámico de tanques bien puede remontarse a la década de los treinta cuando Hoskins y Ruge realizaron los primeros trabajos de carácter experimental con motivo de las numerosas fallas ocurridas en este tipo de estructuras durante el sismo de de 1933 en Long Beach, California. Con estos estudios se evidenció la necesidad de usar criterios de diseño dinámico en vez de recurrir a la suposición de una carga estática equivalente de diseño actuando en el centro de la masa del tanque, tal como se había venido haciendo.

Posteriormente a fines de los años cuarenta, el enfoque analítico del problema recibe un gran impulso con las investigaciones realizadas por Arias y Jacobsen, quienes formulan la teoría de la masa reducida que permite llevar a cabo el análisis del tanque modelado por una serie de oscilaciones hidrodinámicas. Estos conceptos han sido ampliados por Graham y Moran para tanques de forma rectangular y cilíndrica.

En 1957 Housner publica un desarrollo teórico del problema basado en una analogía mecánica que no satisface el equilibrio dinámico en el fluido, y que conduce a la obtención de modos

senoidales independientes de la forma del recipiente, todo esto a diferencia de los trabajos ya mencionados, que parten de la búsqueda del potencial de velocidades del líquido que cumpla con la ecuación de Laplace y las condiciones de frontera.

La presentación eminentemente práctica de los artículos de Housner y la gran difusión que ha tenido son la causa de que hayan sido tomados como la base para el diseño dinámico de tanques por varias normas, desechando la aparente complicación que implica el manejo de los modelos matemáticamente rigurosos. Esta situación hace sentir la necesidad de analizar con detenimiento y desde un punto de vista un tanto teórico como de aplicación la conveniencia de la elección hecha a favor del método de Housner.

#### 4.2 Descripción de la Analogía Mecánica de Housner

Se ha observado el comportamiento de un líquido en un tanque, cuando a éste último se le excita con una aceleración horizontal en su base. La parte superior del líquido sufre desplazamientos relativos respecto al tanque, los cuales disminuyen en la parte inferior del tanque; así, el comportamiento dinámico del líquido prácticamente gobierna la respuesta dinámica del sistema tanque-líquido.

Para fines analíticos, es más conveniente representar al sistema tanque-líquido a través de una analogía mecánica que tratarlo como un cuerpo continuo deformable. De lo anterior el modelo más común para estudiar la respuesta dinámica de dicho sistema, es el propuesto por Housner; el cual discretiza la masa total del líquido en dos partes, y a cada una de ellas le asocia una respuesta dinámica; *figura 17*.



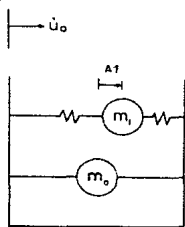
a) La masa  $m_0$ , representa al líquido que se encuentra en la parte inferior del tanque, y se supone que ella está limitada en todas direcciones por un recipiente muy rígido. Por lo cual, su respuesta dinámica depende, de manera directa, de la aceleración que "impulsa" a la base del tanque, por ello se dice que  $m_0$  tiene una RESPUESTA IMPULSIVA.

b) La masa  $m_1$ , representa al líquido que se encuentra en la parte superior del tanque, y se considera que su superficie está libre de restricción, y por lo tanto, ésta puede deformarse, por lo que su respuesta dinámica depende de la velocidad de flujo que se verifica en dicha superficie, la cual a su vez se origina por la aceleración de la base del tanque. Se dice pues, que  $m_1$  tiene una RESPUESTA CONECTIVA.

A partir de la discretización que se hace respecto a la masa del líquido, Housner, en 1949, obtiene las respuestas para calcular la distribución dinámica de presiones en algún punto dentro del líquido. Se obtiene pues, dos tipos de distribuciones: 1) La impulsiva, y 2) La conectiva; de la integración de ambas a través de toda la interface líquido-casco (pared mojada), se obtienen las fuerzas y momentos de volteo que actúan sobre las paredes y piso del tanque.

Para diseñar el casco, se determinan los esfuerzos que actúan sobre él, y para ello, se toma en cuenta únicamente el momento de volteo sobre el casco, así como el que actúa en el piso del tanque.

En los dos siguientes incisos, se presenta la manera de cómo se obtiene las distribuciones dinámicas de presión, tanto conectivas como impulsivas. De su integración, se conocerán las fuerzas y momentos de volteo que actúan sobre las paredes del tanque. Así mismo, en dichos incisos se discuten tanto las consideraciones cinemáticas hechas, así como las limitaciones de la aplicación de los resultados.



Analogía Mecánica  
17

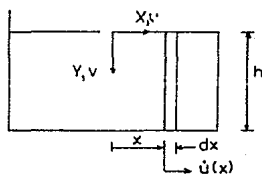
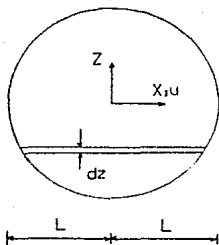
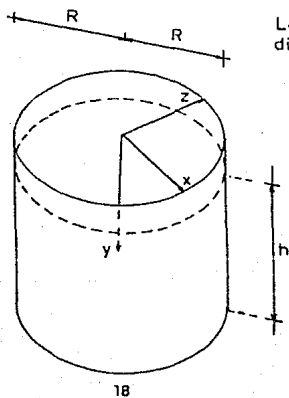


Lámina de líquido de  
dimensiones  $2L h dx$   
19



18

Tanque circular  
rígido lleno a  
una altura  $h$  con  
líquido incompresible

figuras 17,18,19

### 4.3 Procedimiento para obtener los Efectos Impulsivos.

Considérese un tanque circular de radio  $R$ , con paredes y piso rígidos y lisos, conteniendo un líquido incompresible de densidad  $\gamma$ , el cual alcanza un tirante  $h$ . El sistema de referencia se ha colocado según se muestra en la *figura 18*. Cuando la base del tanque se excita con una aceleración horizontal en la dirección del eje  $x$ ,  $\ddot{u}_0$  (aceleración impulsiva) produce en el líquido una aceleración con componentes en la dirección de los ejes  $x$  e  $y$ , ( $\ddot{u}$  y  $\ddot{v}$  respectivamente), pero no en la dirección del eje  $z$ , (esto es  $\ddot{w} = 0$ ), Jacobsen, en 1949.

El comportamiento dinámico de una franja diferencial de líquido con espesor unitario, y paralelas al plano  $x$ - $y$ , *figura 18*, se obtiene de manera independiente a las demás franjas, y este resultado se generaliza a toda la masa líquida. En lo sucesivo, se analiza el comportamiento dinámico de la masa líquida.

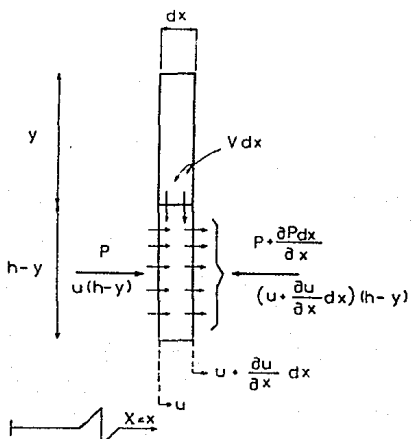
Imaginemos que se han incertado laminillas verticales, rígidas y sin masa, en forma paralela al eje  $x$ , separadas unas de otras una distancia  $dz$ . En estas circunstancias, la aceleración impulsiva,  $\ddot{u}_0$ , solamente produce movimiento del agua en el plano  $x$ - $y$ , y por lo tanto  $\ddot{w}_0 = 0$ , con lo cual, el espaciamiento entre las laminillas permanece constante.

Consideremos ahora una franja de líquido de espesor  $dz$ , *figura 19*; dicha lámina se limita:

- a) en el eje  $x$ , por los valores  $\pm l$  (paredes del tanque).
- b) en el eje  $y$ , por la cota  $y = h$  (piso del tanque).
- c) en el eje  $z$ , por las laminillas rígidas ya mencionadas.

Si a la base del tanque se le excita con una aceleración horizontal  $\ddot{u}_0$ , en la dirección del eje  $x$ , en el líquido se producen aceleraciones en  $\ddot{u}_0$  y  $\ddot{v}_0$ , en direcciones de los ejes  $x$  e  $y$  respectivamente. En este momento Housner hace la hipótesis

clave: La componente de la velocidad del líquido en dirección horizontal,  $u$ , es independiente de la velocidad del líquido en la dirección  $y$ ; con esta simplificación, y aplicando la 2ª Ley de Newton, así como la ecuación de continuidad, se obtiene la ecuación de movimiento en la dirección vertical para el líquido limitado por un elemento de espesor  $dx$ , figura 20, el cual pertenece a la franja diferencial de la figura 19. A partir de esta ecuación de movimiento, se calcula la distribución dinámica de presiones que actúa sobre cualquier intervalo de nivel a lo largo del tirante  $h$ . Esta distribución también se calcula para cualquier posición sobre el eje  $x$ , esto es  $x = X$ , figura 20. Note que la distribución de la figura anterior, se expresa de manera general como una función de la derivada parcial de la aceleración del líquido,  $\dot{u}$ , con respecto a  $x$ , y que la derivada se evalúa para  $x = X$ .



ELEMENTOS DE LA FIGURA 19

figura 20

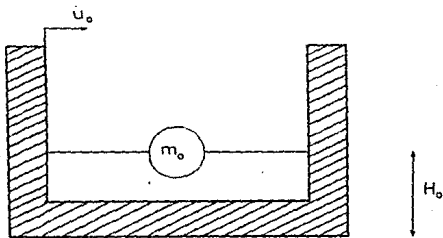
Como todos los elementos dentro de cada franja diferencial son semejantes, la aplicación de la 2a Ley de Newton permite obtener la ecuación de movimiento del líquido en la dirección  $x$ . Si se establece la condición de frontera consistente en que la aceleración del líquido en la pared del tanque es  $\dot{u}_0 = \dot{u}_0$  al resolver la ecuación de movimiento del agua, se obtiene una expresión para las aceleraciones del líquido,  $\dot{u}_0$ , como función de  $x$ ; su derivada parcial respecto a  $x$ , se combina con la expresión de la distribución dinámica de presiones sobre cualquier intervalo a lo largo del tirante  $h$  y el punto  $x = X$ ; esto permite calcular la distribución dinámica de presiones impulsivas en todo el volumen de la franja líquida. Puesto que la franja se eligió en forma arbitraria, el resultado anterior es válido para todas las franjas.

Finalmente, Housner resumió sus resultados en expresiones que están en función de coordenadas cilíndricas:  $r$ ,  $y$  y  $\theta$ . Si en estas expresiones se hace  $r = R$  (radio del tanque), se obtiene la expresión de la distribución dinámica de presiones sobre las paredes del tanque a cualquier profundidad  $y$ ; de igual manera, si se hace  $y = h$ , la expresión resultante determina la distribución dinámica de presiones en cualquier punto del piso del tanque. Así, la fuerza impulsiva resultante que actúa perpendicularmente sobre las paredes del tanque, se obtiene integrando las presiones que en ella actúan; de igual manera, el momento de volteo impulsivo se puede obtener integrando las contribuciones diferenciales de momento, debidas éstas a las fuerzas impulsivas aplicadas perpendicularmente sobre las paredes del tanque. De lo anterior es evidente que las fuerzas y momentos impulsivos son directamente proporcionales a la aceleración horizontal que excita la base del tanque,  $\dot{u}_0$ , el radio del tanque  $R$  y el tirante del líquido  $H$ .

Los efectos resultantes de las presiones impulsivas, se pueden simular considerando que una parte de la masa líquida,  $m_0$ , está rígidamente acoplada al tanque, *figura 21*. Conociendo la fuerza impulsiva y la aceleración horizontal en la base del

tanque, se puede calcular la expresión que permite obtener  $m_0$  a partir de la 2a Ley de Newton; así mismo, la altura del centro de gravedad  $m_0$ , se calcula como el cociente entre el momento de volteo impulsivo y la fuerza lateral impulsiva. Cabe aclarar que el valor del momento de volteo impulsivo depende de tomar o no en cuenta las presiones que actúan en la base del tanque; si ellas no se consideran, la altura a la cual estará  $m_0$ , se denota como  $h_0$ . En cualquier caso, Housner presenta las expresiones para calcularlas.

Las cantidades  $m_0$ ,  $h_0$  y  $h_0^*$  modelan en la analogía mecánica de Housner, los efectos de la presión impulsiva del líquido.



$H_0 = h_0$  si las presiones en el fondo del tanque no se incluyen en el cálculo.

$H_0 = h_0^*$  si las presiones en el fondo se incluyen.

Elementos de la analogía mecánica de Housner que modela los efectos de la presión impulsiva.

figura 21

Al igual que las presiones impulsivas, las presiones conectivas también se incrementan conforme lo hace la aceleración del líquido. Las aceleraciones conectivas se deben tanto a la respuesta oscilatoria del líquido como a la excitación horizontal en la base del tanque. Una vez obtenida esa respuesta, se pueden calcular las presiones conectivas. Se comenzará primeramente con la expresión de la respuesta conectiva del líquido.

La modelación matemática rigurosa del problema requiere determinar una función potencial de velocidades en el líquido, la cual satisfaga la ecuación de Laplace. Housner modela es problema desde un punto de vista físico al imponer restricciones a los desplazamientos del líquido, y esto le sirve para obtener la respuesta oscilatoria del líquido. A continuación se trata con el movimiento del líquido así restringido.

Considere que el líquido oscilante se representa por un conjunto de "estratos" limitados entre sí por laminillas rígidas y sin masa, las cuales permiten a cada estrato rotar libremente respecto a un eje perpendicular al eje  $z$ , *figura 22*; ellas a su vez, mantienen con un valor constante el volumen que contiene, incluso durante la rotación. La distribución de velocidades en el líquido contenido entre dos laminillas se determina por la distribución de velocidades angulares a lo largo de las laminillas. Nótese que el movimiento curvilíneo de los extremos de las laminillas, será mayor conforme el estrato esté a mayor altura respecto a la base del tanque; además, la distribución vertical de velocidades de los elementos líquidos contenidos entre las laminillas, dependerá de sus coordenadas sobre el eje  $x$ , así como de la velocidad angular de las laminillas; y será independiente de la coordenada  $z$ ; así mismo, la velocidad del líquido en el eje  $x$  también es independiente de la coordenada  $z$ . Tomando en cuenta ahora el significado de las literales en las *figuras 22 y 23*, se tiene que el líquido contenido en el elemento diferencial de

longitud  $2b$ , altura  $dy$  y ancho  $dx$ , se mueve con una velocidad horizontal igual en valor con la velocidad vertical. Con base en esto, la energía cinética en cualquier estrato líquido se expresa en término de las velocidades absolutas y relativas de las laminillas que lo confinan; así mismo, la energía cinética total del líquido en oscilación, se expresa en términos de una función incógnita  $\theta(y)$  que describe la variación del eje vertical (eje  $y$ ).

De igual manera con la energía cinética, la energía potencial máxima que alcanza el líquido en oscilación, se expresa en términos del desplazamiento angular "pico" de la superficie libre del líquido,  $\theta = \theta(y = h)$ . Igualando la energía potencial a la energía cinética y considerando el principio variacional de Hamilton, se obtiene las ecuaciones de Lagrange que representan el movimiento del líquido. Estas últimas permiten obtener la frecuencia natural de la respuesta oscilatoria del líquido,  $w$ , así como una formulación explícita para la función  $\theta(y)$ , con lo cual, la respuesta oscilatoria del líquido quedará completamente descrita.

Al igual que en el caso impulsivo, las fuerzas y momentos de volteo debidos a las distribuciones dinámicas de presiones conéctivas, se obtiene de la integración de éstas últimas sobre las paredes del tanque.

Por otro lado, para obtener la masa equivalente  $m_1$ , que oscila según la expresión

$$A = A_1 \text{ sen } (wt)$$

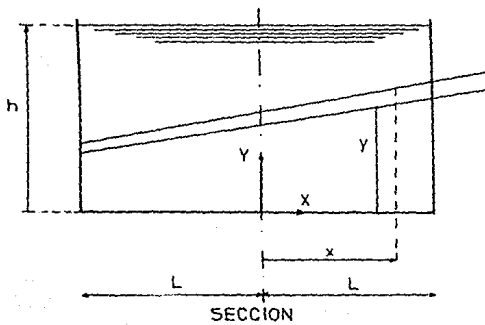
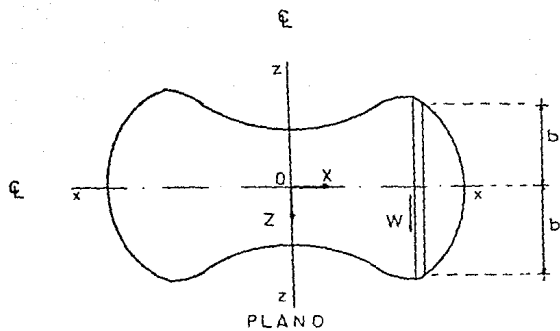
donde

$A_1$  = desplazamiento horizontal de la masa efectiva, *figura 24*

$w$  = frecuencia natural de la respuesta oscilatoria.

así como la relación entre la amplitud del movimiento oscilatorio de la masa  $m_1$ , denotado como  $A$ , y el desplazamiento angular "pico",





( $L=R$  Para tanques cilíndricos)

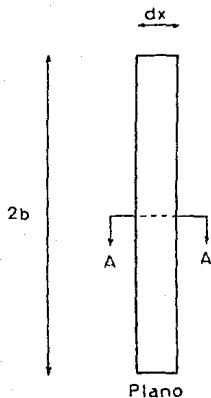
figura 22

Tesis: Diseño de Tanques Cilíndricos de Acero para Almacenamiento de Líquidos

Nigel Angel Martínez Casado

FE DE ERRATAS

Página	Renglón	Dice	Debe decir
2	21	circuluares	circulares
21	2	flexionanate	flexionante
24	15	uniformemete	uniformemente
39	7	enteramewnte	enteramente
47	1	teneiendo	teniendo
55	5	pro	por
58	2 y 3	<u>dirección y</u>	<u>coordenada y</u>
59	22	resultanque	resultante
59	33	acplada	acoplada
65	11	moento	momento
65	20	ocacionan	ocasionan
69	3	Típicamnte	Típicamente
73	14	del de	de
87	12	diseo	diseño
89	1	dse	de
102	7	soldaudra	soldadura
105	2	cuneta	cuenta
107	14	temnemos	tenemos
109	5	euque	en que
118	22	carag	carga
119	1	diseño	diseño
119	7	ángulode	ángulo de
119	11	d elos	de los
120	1	inindación	inundación
120	11	d ela	de la
120	27	ningón	ningún
120	31	calcularó	calculará
123	22	present aun	presenta un
124	2	uqe	que
124	4	dichoa	dichos



$$2b \, dx + 2b \frac{\partial v}{\partial y} \, dx \, dy$$

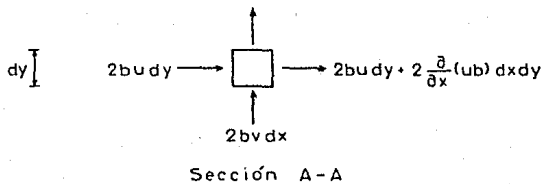


Diagrama de cuerpo libre de un elemento líquido.

*figura 23*

0. de la superficie idealizada del líquido *figura 25*, se considera para la masa líquida oscilante, tanto el principio de D'Lambert como la expresión de la energía cinética.

En la *figura 24* se puede apreciar la masa efectiva  $m_1$  que está suspendida por resortes entre las paredes del tanque, dichos resortes tienen una constante de rigidez igual a  $k = mw^2$ , donde  $m$  es la masa total del líquido contenido en el tanque.

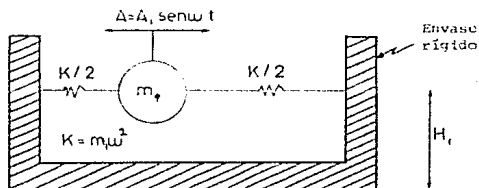
La altura a la que están acoplados los resortes a las paredes del tanque, se obtiene como el cociente entre el momento de volteo conectivo pico y la fuerza lateral conectiva pico. Esta altura se denota como  $h_1$  cuando el moento de volteo no incluye los efectos de la presión que actúa sobre el piso del tanque; y se denotará como  $h_1^*$  en caso contrario.

Las cantidades  $m_1$ ,  $h_1$ ,  $h_1^*$  y  $w$  modelan en la analogía mecánica de Housner la oscilación del líquido, y la aplicación de la analogía es válida para pequeños desplazamientos de la superficie del líquido. Al respecto, Housner afirma que un desplazamiento es pequeño si es menor que  $H/10$ , donde  $H$  es el tirante del líquido dentro del tanque. Además, que la magnitud de las cantidades y por ende, los efectos que ellas ocasionan, son aproximados.

#### 4.5 *Aplicación de la Analogía Mecánica de Housner*

La *figura 25* resume la analogía mecánica de Housner consistente en dos masa sujetas a las paredes del tanque de diferente manera, y que al ser excitadas con una aceleración horizontal  $\ddot{u}_0$ , reproducen el comportamiento dinámico del sistema tanque-líquido, cuando a éste último se le ha idealizado en su forma de movimiento. La analogía está caracterizada por los siguientes elementos:

- $m^o$  = masa del líquido con comportamiento impulsivo  
 $m^c$  = masa del líquido con comportamiento conectivo  
 $h^o$  y  $h^c$  = altura donde se encuentra  $m^o$  y  $m^c$  respectivamente; su valor se considera cuando sólo se incluyen efectos de la aceleración del agua sobre las paredes del tanque.  
 $\bar{h}^o$  y  $\bar{h}^c$  = altura donde se encuentra  $m^o$  y  $m^c$  respectivamente; su valor se considera cuando se incluyen efectos de la aceleración del agua, tanto en paredes como en el piso del tanque.  
 $w$  = frecuencia natural.



$H_1 = h_1$  si las presiones en el fondo del tanque no se incluyen en el cálculo.

$H_1 = \bar{h}_1$  si las presiones en el fondo se incluyen.

Elementos de la analogía mecánica de Housner que modela los efectos de la presión conectiva.

*figura 24*

El comportamiento de la masa  $m_0$  ante la aceleración  $u_0$ , modela el efecto de la presión impulsiva en un tanque circular rígido; de igual manera, la masa  $m_1$ , al ser excitada por  $u_0$ , sufre una oscilación libre descrita por  $A = A_1 \text{ sen } (\omega t)$ , (donde  $A$  es la deformación máxima del resorte y  $t$  es el tiempo); dicha oscilación semeja a la máxima rotación angular,  $\theta_{11}$ , de la superficie del líquido en el sistema tanque-líquido idealizado *figura 25*. Así,  $m_1$  oscila entre las paredes del tanque a la altura  $h$  de acuerdo a la expresión anterior, y sus efectos sobre las paredes modelan la respuesta oscilatoria de la superficie del líquido en el sistema tanque-líquido, descrita está última por la expresión:

$$\theta = \theta \text{ sen } (\omega t)$$

La Tabla IV resume las ecuaciones que definen las propiedades de la analogía mecánica de Housner en términos del sistema tanque-líquido idealizado en su respuesta a  $u_0$ ; así mismo la Tabla V presenta las ecuaciones que definen la respuesta dinámica del sistema idealizado, en términos de la respuesta dinámica de la analogía mecánica de Housner. Cabe mencionar que para el cálculo de esta respuesta, es necesario tener como datos a la aceleración máxima horizontal la cual excita la base del tanque,  $u_0$ , y la deformación máxima  $A$  de los resortes que sujetan la masa  $m_1$ .

Por otra parte, la frecuencia de oscilación de la superficie del agua dentro de tanques de diferentes alturas y radios, generalmente es pequeña (Tabla VI), ello da períodos naturales mayores a los de estructuras comunes para edificios; de igual manera, el amortiguamiento de la oscilación del líquido también es pequeño (1 a 3 % del crítico). Es por ello que esas características distinguen la respuesta de un oscilador líquido en comparación con las respuestas de estructuras elásticas típicas, por cierto muy comunes en los análisis sísmicos, pues ellas tienen períodos naturales del orden de 2 segundos, así como amortiguamientos del 5 al 10 % del crítico.

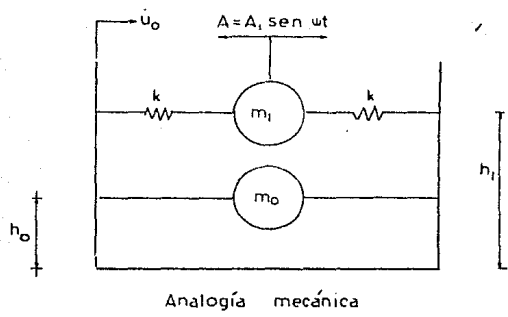
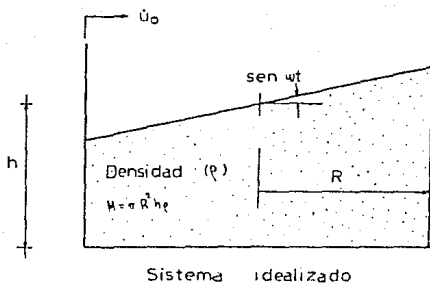


figura 25

En la práctica ingenieril, el problema de interés es la predicción de las cargas sísmicas sobre la estructura y su cimentación que ocasiona un sismo de diseño. Típicamente tal excitación sísmica se describe por un espectro de respuesta, por lo cual es útil contar de antemano con él; sin embargo, si no se calculó dicho espectro, se considerará para diseño un espectro hipotético; para ello puede usarse el presentado en la *figura 26* propuesto por Newmark y Rosemblyeth, el cual está basado en los valores de la respuesta máxima del terreno para un sismo dado. De esta alternativa cabe hacer algunos comentarios:

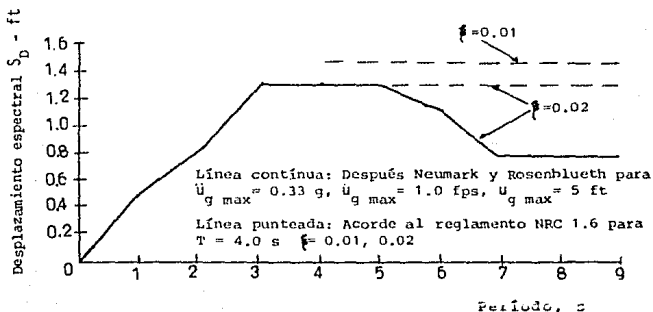
Los espectros de respuesta comunes, sólo son precisos para predecir ciertas características del comportamiento dinámico de ciertas estructuras comunes, debido a que se calculan con el propósito específico de que sirvan a los diseñadores de edificios; pero para predecir las correspondientes características del comportamiento dinámico en estructuras con bajos porcentajes de amortiguamiento crítico y bajas frecuencias naturales, no son apropiados. Por este motivo, la Nuclear Regulatory Commission, 1973, aconseja que el espectro de respuesta para fines de diseño sea modificado, y así se efectue una correcta predicción de la respuesta oscilatoria del sistema tanque-líquido. Particularmente, dicha Comisión sugiere que el espectro de respuesta para desplazamientos se considere constante a la amplitud de desplazamiento espectral sólo si el periodo natural del sistema tanque-líquido,  $T$ , sea mayor que 4 segundos. Esta modificación se representa por las líneas puntuadas de la *figura 26*, y son válidas sólo para dos porcentajes de amortiguamiento crítico, así como para el espectro de respuesta para desplazamientos propuesto por los autores antes mencionados. Calculando el valor de periodo natural  $T$  (con la expresión respectiva de la Tabla V), se entra al espectro de respuesta de la *figura 26* [el cual está asociado con  $u_0 = 0.33 g$ ], y se obtiene el correspondiente valor del desplazamiento pico,  $S_d = A$ . Con  $A$  y  $u_0$ , las expresiones de la Tabla V permiten calcular: el desplazamiento vertical máximo de la superficie del líquido dentro del tanque,  $D$ , y las fuerzas



dinámicas debidas a las respuestas conectivas e impulsiva del liquido, así como sus respectivos momentos de volteo sobre la cimentación.

La forma de proceder cuando sí se haya calculado previamente el espectro de respuesta para desplazamientos, es semejante.

Si se toma en cuenta las propiedades de la analogía mecánica de Housner presentada para diferentes radios y alturas (Tabla VI), así como el espectro de respuesta para desplazamientos presentado en la *figura 26*, se obtiene como resultado la Tabla VII, en la cual puede verse que los desplazamientos verticales máximos,  $D$ , de la superficie del liquido, son menores que  $H/10$ , lo cual indica que la aproximación al valor de los elementos mecánicos es razonable; ello es debido a que en la representación del comportamiento dinámico del liquido sólo se consideró su primer modo de oscilación, pues los demás influyen de manera insignificante en dicho comportamiento dinámico.



Espectro de respuesta de diseño para las características asociadas al movimiento máximo del terreno.

*figura 26*

# CAPITULO 5

## V. DISEÑO

### 5.1 *Introducción.*

El diseño de los tanques cilindricos de almacenamiento, principalmente aquellos que contienen petróleo, debe de hacerse en tal forma que se evite en lo posible situaciones en las las cuales el tanque se vea en peligro de falla o colapso. Debemos de tener presente que los tanques que vamos a diseñar son altamente peligrosos si llegan a fallar, por lo que el análisis que hagamos deberá de estar lo más apegado con la realidad en lo que se refiere a las cargas que en él actúan.

El análisis estático se fundamenta en la teoría de los cascarones cilindricos circulares desarrollada por Timoshenko y que se describió con anterioridad en el capítulo 3. Podemos afirmar que en la mayoría de los tanques, los esfuerzos que rigen el diseño son los que se obtienen precisamente del análisis estático de la estructura. El análisis sísmico se basa en el modelo desarrollado por Housner y las modificaciones posteriores que ha sufrido su modelo mecánico y que encuentra en el capítulo 4

En el presente capítulo se desarrollan tres ejemplos que pretenden ilustrar la teoría descrita en esta tesis; en los ejemplos variaremos la relación H/D, en donde H es la altura total del tirante del líquido almacenado y D el diámetro del tanque. Los tanques que aquí se analizarán, serán tanques de almacenamiento cilindricos verticales, de acero soldado, apoyados en el terreno, con el  $\gamma$  del líquido constante y cuya superficie del líquido estará sometido a una presión aproximadamente igual a la atmosférica.

La revisión de estos tanques se podrá hacer de acuerdo a los esfuerzos permisibles para el acero que se presentan en el "Manual de Obras Civiles" del la Comisión Federal de Electricidad o de acuerdo con la teoría de los cascarones y las fórmulas que presenta el A.S.M.E.

## 5.2 Consideraciones Generales.

En el diseño de tanques se considera la necesidad de tomar en cuenta las siguientes acciones:

1. Peso propio del tanque y sus accesorios, incluyendo la tapa y la estructura de soporte, es su caso.
2. Presión interior del líquido almacenado. El diseño se realizará bajo el supuesto de que el tanque almacena agua a 15°C, o el líquido al cual está destinado si su densidad es mayor a la del agua. Quando se considera simultáneamente con este empuje el efecto del sismo o viento, se supondrá que el tanque está lleno al 80% de su capacidad. Para valuar deformaciones diferidas en estructura y cimentación, se supondrá lleno al 70 % .
3. la carga viva sobre la tapa no se tomará menor a 120 kg por metro cuadrado de proyección horizontal. Sobre las escaleras, pasillos y plataformas se considerará una carga concentrada móvil de 500kg. Los barandales se diseñaran para una carga de 100 kg, capaz de actuar el cualquier punto del pasamano y el cualquier dirección.
4. Efectos de cambios de temperatura, de contracciones y del flujo plástico.
5. Efectos de viento.
6. Efectos de sismo.

Además se tomarán precauciones en la estructura y en los detalles constructivos, para evitar comportamiento catastrófico del tanque en caso de ocurrir acciones extraordinarias, como explosión o incendio.

Al diseñar la cimentación de un tanque debe revisarse la resistencia del terreno, y deben limitarse los hundimientos

diferenciales y el hundimiento medio. Los hundimientos diferenciales se limitan en función de la capacidad del tanque para deformarse sin agrietarse, en caso de que el tanque sea de concreto, o sin que fallen las soldaduras, si es de acero; el hundimiento medio se limita en función de la capacidad de deformación de las tuberías y conexiones que ligan al tanque con el exterior, así como los requisitos de desnivel de los orificios de salida. En un tanque sobre el terreno, debe evitarse que su fondo llegue a quedar abajo del nivel del terreno por efecto del hundimiento. Al determinar los hundimientos, se incluirá la deformación inmediata del suelo y la diferida. Deben evitarse las cimentaciones mixtas.

#### 5.2.1. Consideraciones de Diseño.

a) Espesor y dimensiones del de la placa del fondo.

Las placas del fondo deberán tener un espesor mínimo de 6.3mm y deberán traslaparse por lo menos 25 mm, o soldarse a tope (figura 27). Todas las placas rectangulares tendrán de preferencia un ancho mínimo de 1.80 m y 6.10 m de largo nominal.

b) Diseño de las uniones soldadas.

Cuando se vayan a unir por medio de juntas traslapadas, las placas centrales del fondo no requieren ser escuadradas, y se admitirán variaciones en el largo y ancho que no afecten las operaciones de montaje.

Las placas del fondo podrán soldarse a tope, siempre y cuando los bordes de las placas por soldar sean paralelas, con preparación en "v" o recta; la separación de las placas estará en función del grueso y tipo de preparación. Las soldaduras se harán empleando una placa de respaldo de 3.2 mm de espesor mínimo.

c) Unión de la placa del Fondo con la Pared del Tanque.

La unión de la placa del fondo con la placa de la pared del tanque se realizará por medio de un filete de soldadura continuo.

colocado a ambos lados de la placa de la pared (figura 27). El tamaño de cada soldadura no será mayor de 12.7 mm, ni menor que el espesor nominal de la placa más delgada de las dos que se van a unir. También se deberá cumplir que el tamaño de cada soldadura no sea mayor que el valor dado en la siguiente tabla:

Espesor (e) de la placa de la primera hilada de la pared (mm)	Tamaño mínimo de la soldadura de filte (mm)
4.8	4.8
4.8 < e < 19.0	6.3
19.0 < e < 31.8	7.5
31.8 < e < 38.1	9.5

d) Diseño de la Pared del Tanque.

d.1) Tamaño y espesor de las placas de la pared del tanque.

El espesor mínimo de las placas de la pared del tanque se calcularán a partir del esfuerzo de tensión que actúa sobre las juntas verticales, usando un factor de eficiencia de 0.85. El esfuerzo de tensión permisible, antes de aplicar el factor de eficiencia de la soldadura, será de 1475 kg/cm<sup>2</sup> como máximo. La siguiente fórmula puede usarse para calcular el espesor mínimo de las placas del cuerpo:

$$t = \frac{0.0005 D (H - 1) G}{0.85 (1475)}$$

Si la placa de la pared se construye por medio de las hiladas de las placas soldadas vertical y horizontalmente, H representa la profundidad entre el fondo de la hilada y el máximo nivel del líquido, en cm. Las otras letras tienen los siguientes significados:

t espesor mínimo, en cm

D diámetro nominal del tanque, en cm

G densidad relativa del líquido almacenado, pero en ningún caso menor que 1.0

El espesor de las placas de la pared en ningún caso será inferior que la señalada en la siguiente tabla:

Diámetro nominal del tanque (m)	Espesor nominal mínimo (mm)
D < 15	4.8
15 < D < 36	6.3
36 < D < 60	8.0
D > 60	9.6

El ancho nominal de las placas podrá ser 2438 mm, 1829 mm ó 1524 mm, y podrán aceptarse variaciones no mayores a 2 mm

e) Diseño del techo del tanque.

Las siguientes definiciones se podrán aplicar al diseño del techo de los tanques, pero no deben considerarse como una limitación para el tipo de techo a utilizar:

Cono soportado: este tipo de techo tiene la forma de cono recto, soportado por vigas y columnas o sobre vigas y armaduras con o sin columnas.

Cono autosoportado: tiene la forma de cono recto, soportado solamente en su periferia.

Cúpula autosoportada: tiene la forma de un casquete esférico, soportado únicamente en su periferia.

Sombrilla autosoportada: este tipo es tal que cualquier sección recta horizontal forma un polígono regular de tantos lados como placas se emplean en la circunferencia exterior del techo, y está soportado solamente en su periferia.

Las placas del techo tendrán un espesor nominal mínimo de 4.8 mm (3/16")

e.1) Los techos del tipo cono autoportado deberán cumplir con los siguientes requisitos:

- \* Una pendiente mínima del 17 % y una máxima del 75 %
- \* Un espesor mínimo de las placas del techo, dado por :

$$t = \frac{D}{4800 \operatorname{sen} \theta}$$

pero no menor que 4.8 mm y un espesor máximo de 12.7 mm

El área, en  $\text{cm}^2$ , de la sección transversal del ángulo localizado en la parte superior de la pared del tanque mas las porciones de las placas de la pared y del techo que se consideran efectivas, será mayor o igual que:

$$\frac{D^2}{432\,000 \operatorname{sen} \theta}$$

donde

D diámetro nominal del tanque, en cm

$\theta$  ángulo que forma el cono con la horizontal

t espesor nominal de las placas del techo, en cm

e.2) Los techos del tipo cúpula deberán cumplir con los siguientes requisitos:

- \* El radio puede variar de un mínimo de 0.8 D a un máximo de 1.2 D
- \* El espesor mínimo de las placas estará dado por:

$$t = \frac{R}{200}$$

pero no menor que 4.8 mm y un espesor máximo de 12.7 mm

- \* El área de la sección transversal del ángulo localizado en la parte superior del tanque mas las porciones de las placas de la pared y del techo que se consideran efectivas, será mayor o igual que



donde

D diámetro nominal del tanque, cm

R radio de curvatura del techo

t espesor nominal de las placas del techo, en cm

Si se prevén problemas de corrosión, debe incluirse un espesor adicional por este concepto. Las placas del techo deberán estar unidas al ángulo de la parte superior de la pared del tanque por medio de un filete de soldadura continuo.

Los elementos estructurales deberán tener un espesor mínimo de 4.3 mm

Para tanques con diámetro:

$D \leq 35$ pies	usar ángulo 2 x 2 x 1/16
$35 < D \leq 60$ pies	usar ángulo 2 x 2 x 1/4
$D > 60$ pies	usar ángulo 3 x 3 x 3/8

### 5.3 *Diseño de Las Placas del Tanque.*

#### 5.3.1 *Placas de la Pared.*

Tenemos por necesidades de espacio y de capacidad que construir tres tanques de acero para almacenamiento de agua, situado en un suelo medianamente compacto, con las siguientes características en los tanques:

$H_1 = 15$ m	$D_1 = 5$ m	(H/D = 3)
$H_2 = 6$ m	$D_2 = 30$ m	(H/D = 0.2)
$H_3 = 8$ m	$D_3 = 10$ m	(H/D = 0.8)

Para hacer el diseño de las placas de estos tanques, supondremos que tratamos con tanques de espesor uniforme. Para el

espesor de las placas de la primera hilada del tanque usaremos la tabla VIII proporcionada por la C.F.E. y revisaremos la teoría estática (A.S.M.E.).

Para el primer tanque, tenemos que para calcular el espesor de las placas utilizaremos la fórmula:

$$t = \frac{0.0005 D (H - 1) G}{0.85 (1475)}$$

$$t = \frac{0.0005 (500) (1499)}{0.85 (1475)} = 0.299 \text{ cm} \cong 3 \text{ mm}$$

Pero para  $D < 15 \text{ m}$  debemos utilizar placas de espesor mínimo de 4.8 mm. La tabla VIII nos recomienda utilizar placas de espesor de 4.8 mm, por lo que de ahora y en adelante para hacer la primera aproximación para obtener el espesor de la primera hilada recurriremos a la tabla VIII.

Para revisar si el espesor propuesto es el adecuado debemos de conocer los elementos mecánicos que actúan en el tanque. Para el análisis estático es necesario conocer  $N\theta$ ,  $M\theta$  y  $Q\theta$  que se pueden obtener de las expresiones (f), (h) y (j) del apartado 3.3

Utilizando dichas expresiones y la ecuación (6) tenemos que:

$$\beta^4 = \frac{3(1 - 0.09)}{(2.5)^2 (0.0048)^2} = 18\,958 \frac{1}{\text{m}^4}$$

$$\beta = 11.78 \frac{1}{\text{m}} \quad (\text{que es un valor alto})$$

$$\beta H = 176.6 \quad (\text{que es un valor muy alto})$$

Utilizando las expresiones (h) y (j) para  $x = 0$

$$(M_x)_{x=0} = M_0 = \left[ 1 - \frac{1}{\beta d} \right] \frac{\gamma_{adh}}{\sqrt{12(1-\nu^2)}}$$

$$Q_0 = - \frac{\gamma_{adh}}{\sqrt{12(1-\nu^2)}} \left[ 2\beta - \frac{1}{d} \right]$$

tenemos que

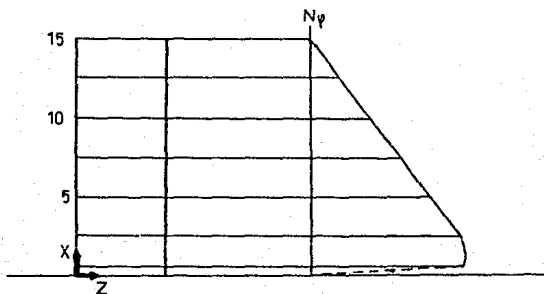
$$M_0 = 0.0498 \frac{\text{ton}\cdot\text{m}}{\text{m}} ; \quad Q_0 = 1.171 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$$

Para  $N_\phi$  variaremos el valor de  $x$  de acuerdo con la siguiente tabla:

$$N_\phi = - \frac{Eh\mu}{a} = \text{rad} \left[ 1 - \frac{x}{d} - \theta(\beta x) - \left( 1 - \frac{1}{\beta d} \right) \zeta(\beta x) \right]$$

x	$N_\phi$	x	$N_\phi$
0	0	5	25.0
0.5	36.133	7.5	18.75
1.0	35.0	10.0	12.5
2.5	31.25	12.5	6.25
		15.0	0

Obtenemos un diagrama con las siguientes características:



Con el  $N_\phi$  máx (esfuerzo circunferencial máximo) que se presenta para  $x = 0.5\text{m}$  debemos revisar los esfuerzos de trabajo y compararlo con el esfuerzo permisible ( $\sigma_{\text{per}} = 1520$ )

$$\sigma_{trab} = \frac{N\phi R}{t} = \frac{36.133(250)}{0.48} = 1888 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} > \sigma_{oer}$$

$$\therefore t = \frac{N\phi R}{\sigma_{oer}} = \frac{3.6133(250)}{1520} = 0.594 \text{ cm} \rightarrow t = 6.35 \text{ mm}$$

Por lo que debemos de repetir algunos cálculos:

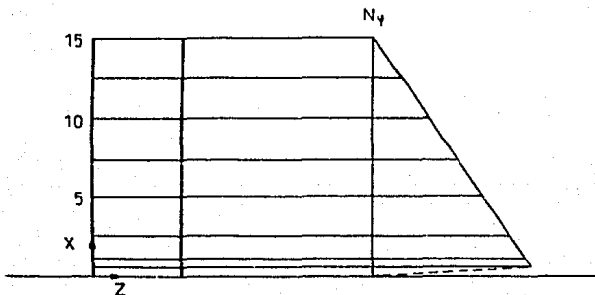
$$\beta^4 = \frac{3(1 - 0.09)}{(2.5)^2(0.0064)^2} = 10832 \frac{1}{\text{m}^4}$$

$$\beta = 10.16 \frac{1}{\text{m}} \quad (\text{que es un valor alto})$$

$$\beta H_c = 152.43$$

$$M_o = 0.0633 \frac{\text{ton}\cdot\text{m}}{\text{m}} ; \quad Q_o = 1.353 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$$

x	N $\phi$	x	N $\phi$
0	0	5	25.0
0.5	36.0	7.5	18.75
1.0	35.0	10.0	12.5
2.5	31.25	12.5	6.25
		15.0	0



$$\sigma_{trab} = \frac{N\phi R}{t} = \frac{3E.0(250)}{0.64} = 1.406 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < \sigma_{per}$$

$$\therefore t_1 = 6.4 \text{ mm (2.5")}$$

$$y \quad t_2 = t_3 = t_4 = t_5 = \frac{3}{16}$$

$$\sigma_{trab} = \frac{2E.35(250)}{0.48} = 1.476 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < \sigma_{per}$$

Para el tanque 2 tenemos que  $R = 15 \text{ m}$  y  $H_2 = 6 \text{ m}$ , por lo tanto de la tabla VIII tenemos que  $t_1 = 8.6 \text{ mm}$  y procediendo en forma análoga que para el ejemplo anterior tenemos que:

$$\beta^4 = \frac{3(1 - 0.09)}{(15.)^2 (0.0086)^2} = 164 \frac{1}{\text{m}^4}$$

$$\beta = 3.579 \frac{1}{\text{m}}$$

$$\beta H_2 = 21.473$$

$$M_0 = 0.205 \frac{\text{ton m}}{\text{m}} ; \quad Q_0 = 1.505 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$$

x	$N\phi$	x	$N\phi$
0	0	2.0	59.92
0.5	67.024	3.0	45.0
0.75	72.337	4.0	30.0
1.0	72.344	5.0	15.0
		6.0	0

$$\sigma_{trab} = \frac{7.234(1500)}{0.86} = 12.618 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \ll \sigma_{per}$$

$$\therefore t = \frac{N\phi R}{\sigma_{per}} = \frac{7.234(1500)}{1520} = 7.139 \text{ cm} \rightarrow t = 6.35 \text{ cm (2.5")}$$

$$\beta^4 = \frac{3(1 - 0.09)}{(15.)^2 (0.0635)^2} = 3.01 \frac{1}{\text{m}^4}$$

$$\beta = 1.317 \frac{1}{\text{m}}$$

$$\beta Hz = 7.902$$

$$M_0 = 1.389 \frac{\text{ton}_m}{m} ;$$

$$Q_0 = 3.923 \frac{\text{ton}}{m}$$

x	N $\phi$	x	N $\phi$
0	0	2.0	53.287
0.5	35.450	3.0	43.169
0.75	44.734	4.0	29.50
1.0	50.409	5.0	14.86
		6.0	0

$$\sigma_{\text{trab}} = \frac{5.465 (1500)}{6.35} = 1291 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Para } t = 5.08 \text{ cm (2")}$$

$$\beta^4 = \frac{3(1 - 0.09)}{(15.)^2 (0.0508)^2} = 4.70 \frac{1}{\text{m}^4}$$

$$\beta = 1.473 \frac{1}{\text{m}}$$

$$\beta Hz = 8.835$$

$$M_0 = 1.128 \frac{\text{ton}_m}{m} ;$$

$$Q_0 = 3.534 \frac{\text{ton}}{m}$$

x	N $\phi$	x	N $\phi$
0	0	2.0	55.056
0.5	38.91	3.0	43.843
1.0	53.895	4.0	29.730
1.5	57.280	5.0	14.937
1.75	58.64	6.0	0

$$\sigma_{\text{trab}} = \frac{5.728 (1500)}{5.08} = 1691 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \approx \sigma_{\text{per}}$$

$$t_s = t_a = 2''$$

Para el tercer tanque tenemos  $R = 5\text{ m}$  y  $H = 8\text{ m}$ , de la tabla VIII tenemos que  $t = 4.8\text{ mm}$  y

$$\beta^4 = \frac{3(1 - 0.09)}{(5.0)^2 (0.0048)^2} = 4\,739 \frac{1}{\text{m}^4}$$

$$\beta = 8.297 \frac{1}{\text{m}} \quad (\text{valor alto})$$

$$\beta H^3 = 66.378 \quad (\text{valor muy alto})$$

$$M_0 = 0.0526 \frac{\text{ton}\cdot\text{m}}{\text{m}} ; \quad Q_0 = 0.878 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$$

x	$N\varphi$	x	$N\varphi$
0	0	4.0	20.0
0.5	36.825	5.0	15.0
1.0	34.988	6.0	10.0
2.0	30.0	7.0	5.0
3.0	25.0	8.0	0

$$\sigma_{\text{trab}} = \frac{3.683(500)}{0.48} = 3\,835 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} > \sigma_{\text{per}}$$

$$\therefore t = \frac{N\varphi R}{\sigma_{\text{per}}} = \frac{3.683(500)}{1520} = 1.21\text{ cm}$$

con  $t = 1.27\text{ cm}$  ( $1/2''$ )

$$\beta^4 = \frac{3(1 - 0.09)}{(5.0)^2 (0.0127)^2} = 677 \frac{1}{\text{m}^4}$$

$$\beta = 5.101 \frac{1}{\text{m}} \quad (\text{valor alto})$$

$$\beta H^3 = 40.808 \quad (\text{valor muy alto})$$

$$M_0 = 0.137 \frac{\text{ton}\cdot\text{m}}{\text{m}} ; \quad Q_0 = 1.424 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$$

x	N <sub>φ</sub>	x	N <sub>φ</sub>
0	0	4.0	20.0
0.5	34.246	5.0	15.0
1.0	34.736	6.0	10.0
2.0	29.999	7.0	5.0
3.0	25.0	8.0	0

$$\sigma_{\text{trab}} = \frac{3.474 (500)}{1.27} = 1.367 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < \sigma_{\text{per}}$$

$$\therefore t_1 = t_2 = 1.27 \text{ cm } (\frac{1}{2}'' )$$

$$t_3 = 0.95 \text{ mm } (\frac{3}{8}'' )$$

$$t_4 = 0.635 \text{ mm } (\frac{1}{4}'' )$$

$$t_5 = 0.48 \text{ mm } (\frac{3}{16}'' )$$



### 5.3.2 *Diseño del Fondo*

Para el diseño del fondo tomaremos placas de espesor mínimo de 6.4 mm y deberán traslaparse cuando menos 25 mm, o soldarse a tope. La forma y diseño del fondo de un tanque de almacenamiento dependerá de las siguientes características:

Tipo de cimentación.

Método para llenar y vaciar el tanque.

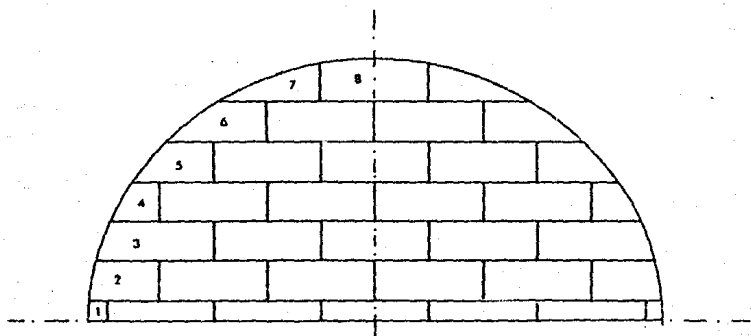
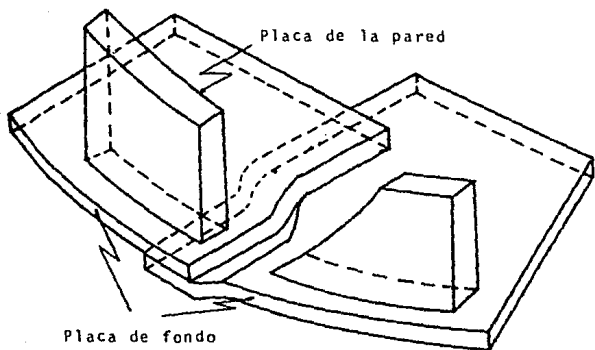
Corrosión del fondo en contacto con el suelo.

Dimensiones del tanque.

Si las condiciones mencionadas establecen el fondo de un fondo plano y la capacidad de carga del suelo es de cuando menos  $15 \text{ ton/m}^2$  el fondo se colocará sobre una capa de arena o grava sobre el suelo.

Al seleccionar el espesor de las placas del fondo se recomienda que dichas placas sean de 96 pulgadas de ancho y que tengan entre 20 y 30 pies de largo (por funcionalidad), además, si las placas del fondo son colocadas simétricamente con respecto a las líneas centrales, el número de cortes se reduce a un valor mínimo. Esto es una ventaja por que las placas pueden ser marcadas y colocadas en grupo de cuatro, mientras que si son simétricas con respecto a una sola línea central, sólo dos placas pueden ser marcadas y cortadas al mismo tiempo. Por esta razón, la disposición de las placas del fondo es la que se presenta en la *figura 27*. Donde el corte A-A señala la simetría de las placas. Las placas del tanque requieren de cortes especiales para poder dar forma a la circunferencia.

La práctica demuestra que las placas de 6.4 mm de espesor son suficientemente buenas para el diseño del fondo de los tanques por lo que se tomará dicho espesor para la construcción de los tanques.



Nota: Las placas con número son las que requieren cortes especiales.

figura 27

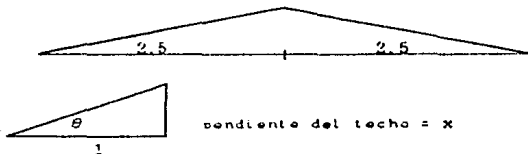
### 5.3.3 Diseño de las Placas del Tanque.

#### 5.3.3.1 Diseño de las placas del Techo.

El diseño de las placas del techo se hará bajo las siguientes condiciones: el techo será del tipo soportado, apoyado sobre vigas y columnas, capaz de recibir una carga mínima de  $120 \text{ kg/cm}^2$  como un incremento de la carga muerta, con una pendiente del techo cónico de 6.25%.

Suponemos que las placas del techo trabajan como vigas continuas horizontales con una carga uniformemente repartida y empotrada en sus extremos, mientras que las correas y vigas trabajan como vigas uniformemente cargadas con los apoyos libres, por lo que el diseño del tanque toma en consideración la flexión y el cortante actuante en las placas del techo, correas y vigas.

Para el primer tanque ( $D = 5\text{m}$ ,  $H = 15\text{m}$ ) podemos utilizar un techo del tipo cono autosoportado que debe cumplir con una pendiente mínima del 17% ó una máxima del 75% con un espesor mínimo de las placas de 4.8mm y un máximo de 12.7 mm.



y el espesor de las placas del techo las obtenemos de la expresión

$$t = \frac{D}{4800 \operatorname{sen} \theta}$$

$$\theta = \operatorname{ang} \operatorname{tg} \frac{x}{1}$$

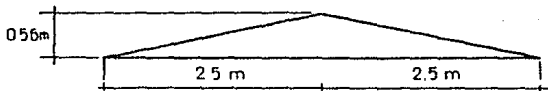
Si tomamos la pendiente como 23.5%

$$\theta = \text{ang tg } 0.235 = 12.66^\circ$$

por lo que

$$t = \frac{b_{00}}{4800 \text{ sen } 12.66} = 0.475 \text{ cm} \cong 4.8 \text{ mm}$$

por lo que tenemos



Para el segundo tanque tenemos que  $H = 6\text{ m}$  y  $D = 30\text{ m}$  por lo que se sugiere utilizar un techo del tipo cono soportado con placas de 6.4 mm de espesor. Limitando la longitud de las placas a 7.5 m ya que para claros mayores de 9m se necesitan secciones muy robustas, por lo que colocaremos 2 polígonos de vigas para las correas.

Usando un radio de 7.5m para circunscribir el polígono interior que consta de 6 lados. Para el segundo polígono se colocarán vigas con la misma longitud de 7.5 m pero se requiere completar un polígono de 12 lados. Para obtener los radios que circunscriben los polígonos formados por las vigas hacia la parte interior del cono tenemos que la longitud de un lado de un polígono de lados iguales es:

$$L = 2 R \text{ sen } \frac{360}{2N}$$

donde

L = longitud del lado del polígono regular.

N = Número de lados del polígono.

R = Radio del círculo que circunscribe al polígono.

Por lo tanto podemos obtener a qué distancia del centro deben quedar los polígonos, despejando  $R$  de la ecuación anterior tenemos:

$$R = \frac{l}{2 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{N}}$$

Para el caso de las vigas exteriores ( $N = 12$ ):

$$R_1 = \frac{7.5}{2 \operatorname{sen} \frac{360}{2(12)}} = 14.49 \approx 14.5 \text{ m (pero lo podemos ajustar a 15m)}$$

Para el caso de las vigas del polígono interior:

$$R_2 = \frac{7.5}{2 \operatorname{sen} \frac{360}{2(5)}} = 7.5 \text{ m}$$

### 5.3.3.2 Diseño de Las Correas.

Las correas son perfiles sobre los cuales se encuentra apoyado el techo, el número mínimo de correas adyacentes al cilindro se obtiene dividiendo la circunferencia del cilindro entre el mayor espaciamento de las correas considerando que trabajan sobre una viga empotrada en los extremos con una carga uniformemente repartida.

Por lo anterior tenemos que el momento flexionante con el que debemos diseñar es  $M_{\max} = -wl^2/12$  y se presenta en los apoyos de las correas.

$$M_{\max} = -\frac{wl^2}{12} = -\frac{p(1)l^2}{12} = -\frac{pl^2}{12}$$

donde:

$l$  = longitud de la correa.

$p$  = carga cuando el ancho es unitario

Además, el esfuerzo que actúa como resultado de la flexión es:

$$\sigma_x = \frac{M}{S_x}$$

donde  $S_x$  (módulo de sección) es igual a:

$$S_x = \frac{I}{y} = \frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^2}{6}$$

Si  $b=1$  (ancho unitario)

$$S_x = \frac{h^2}{6}$$

Sustituyendo este valor en la ecuación de esfuerzo tenemos

$$\sigma = \frac{\frac{p l^2}{12}}{\frac{h^2}{6}} = \frac{p l^2}{2h^2}$$

despejando el valor de la separación máxima ( $l$ ) tenemos:

$$l = h \sqrt{\frac{2\sigma}{p}}$$

Si  $h = 6.4 \text{ mm}$  ( $\frac{1}{4}$ " )

$$p = \text{peso propio} + \text{carga viva} = 56.05 + 120 = 176.05 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_{\text{per}} = 1548 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$p = 0.64 \sqrt{\frac{2(1548)}{0.176}} = 265.32 \text{ m}$$

Por especificación de API 650, cuando se manejan placas de  $\frac{1}{4}$  de espesor tenemos que

$$L = 2\pi (12) = 75.4 = 191.5 \text{ cm}$$

Tomando la menor de las longitudes obtenemos el número mínimo de correas que puede haber en el anillo exterior, dividiendo la circunferencia del cilindro entre la menor separación de las correas calculadas anteriormente:

$$N_{\text{min}} = \frac{2\pi R}{L} = \frac{2\pi(1500\text{cm})}{191.5 \text{ cm}} = 60 \text{ correas}$$

$$\frac{50 \text{ correas}}{12 \text{ vigas}} = 4.167 \frac{\text{correas}}{\text{viga}}$$

Se eligen 5 porque 4 sería un número escaso para soportar al techo y se podrían cometer errores; si consideramos que en cada viga se colocan 5 correas por viga tenemos un total de 80 correas para el anillo exterior.

#### Correas Exteriores:

$$L = R_e - R_i$$

donde

$$R_e = \text{Radio exterior} = 15\text{m}$$

$$R_i = \text{Radio interior} = R_e \cos \frac{360}{2V}$$

$$R_i = 7.5 \cos \frac{360}{2(12)} = 7.24 \text{ m}$$

$$\therefore L = 15 - 7.24 = 7.75 \text{ m}$$

Separación exterior:

$$S_e = \frac{\pi D}{N} = \frac{30\pi}{80} = 1.57 \text{ m}$$

Separación interior:

$$S_i = \frac{\text{longitud de la viga}}{5 \text{ correas}} = \frac{7.5}{5} = 1.50 \text{ m}$$

Separación media

$$S_r = \frac{1.57 + 1.50}{2} = 1.53 \text{ m}$$

- Carga sobre el techo:

* Carga viva	=	120 kg/m <sup>2</sup>
* Carga muerta (placa de $\frac{1}{4}$ )	=	56 kg/m <sup>2</sup>
Carga en el techo (Q)	=	176 kg/m <sup>2</sup>

Carga por metro lineal:

$$S_r Q = 1.53 (176) = 269 \text{ kg/m}$$

Eligiendo un perfil CE 203 x 29.9 que cuenta con las siguientes características:

$$A = 35.42 \text{ cm}^2$$

$$I_x = 1818.8 \text{ cm}^4$$

$$S_x = 179 \text{ cm}^3$$

$$r_x = 7.16 \text{ cm}$$

$$M_{\text{max}} = \frac{(269 + 29.90) (7.75)^2}{8} = 2320 \text{ kg m}$$

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{2320 (100)}{179} = 1296 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < 1548 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Flecha:

$$\Delta_{\text{max}} = \frac{5 w l^4}{384 EI} = \frac{5 (298.90) (775)^4}{384 (2.1E 06)(1818.8)} = 3.88 \text{ cm}$$

$$\Delta_{\text{per}} = \frac{L}{180} = \frac{775}{180} = 4.30 \text{ cm} > 3.88 \text{ cm}$$

∴ podemos tomar el perfil CE 203 x 29.90

La reacción en los apoyos es:

$$R = \frac{w l}{2} = \frac{258.9 (775)}{2} = 1091.8 \text{ kg}$$



### Correas Intermedias:

$$L = R_a - R_c = R_c = 7.5 \text{ m}$$

$$\text{Separación media (S)} = \frac{2 \cdot L}{3} = 1.50 \text{ m}$$

$$\text{Carga total (W)} = S \cdot \frac{Q}{2} = 1.50 \cdot \frac{(17.500)}{2} (176) = 990 \text{ kg}$$

Del manual AHMSA

$$M_{\text{max}} = 0.128 \cdot W \cdot R = 0.128 (990) (7.50) = 950.4 \text{ kg m}$$

Eligiendo un perfil CE 203 x 17.11 que cuenta con las siguientes características:

$$A = 21.68 \text{ cm}^2$$

$$I_x = 1344.4 \text{ cm}^4$$

$$S_x = 132.3 \text{ cm}^3$$

$$r_x = 7.87 \text{ cm}$$

$$M_{\text{max}} = \frac{17.11 (8.5)^2}{8} = 120.30 \text{ kg m}$$

$$\text{Momento total} = 950.4 + 120.30 = 1071 \text{ kg m}$$

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{1071 (100)}{132.3} = 809.3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < 1548 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Reacciones:

$$R_a = \frac{W}{3} + \frac{Wl}{2} = \frac{990.4}{3} + \frac{17.11(7.5)}{2} = 381 \text{ kg}$$

$$R_b = \frac{2W}{3} + \frac{Wl}{2} = \frac{2(990.4)}{3} + \frac{17.11(7.5)}{2} = 698 \text{ kg}$$

Flecha:

$$\Delta_{\text{max}} = 0.01304 \frac{Wl^4}{EI}$$

$$w_1 = 950.4 + 7.5(17.11) = 1086 \text{ kg}$$

$$\Delta_{\max} = 0.01304 \frac{1.086 (750)^3}{2.1E06 (1.344.4)} = 2.11 \text{ cm}$$

$$\Delta_{\text{per}} = \frac{f}{8} = \frac{750}{160} = 4.17 > 2.11 \text{ cm}$$

∴ podemos tomar el perfil CE 203 x 17.11

### 5.3.3.3 Diseño de las Vigas.

\* Vigas Exteriores:

Carga por correas exteriores = 9 (1 091.8)

$$\Sigma = 9 826.2 \text{ kg}$$

Carga por metro lineal:

$$\frac{9 826.2 \text{ kg}}{7.5 \text{ m}} = 1 310.16 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

Eligiendo un perfil IPR 403 x 53.7 que cuenta con las siguientes características:

$$I_x = 18 647 \text{ cm}^4$$

$$S_x = 926 \text{ cm}^3$$

$$r_x = 16.5 \text{ cm}$$

$$M_{\max} = \frac{(1310.16 + 53.7)(7.5)^2}{8} = 959 \text{ kg m}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{S_x} = \frac{959 (100)}{179} = 1 036 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < 1 548 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Flecha:

$$\Delta_{\max} = \frac{5 w l^4}{384 EI} = \frac{5 (13.640) (750)^4}{384 (2.1E 06) (18 647)} = 1.43 \text{ cm}$$

$$\Delta_{\text{per}} = \frac{l}{250} = \frac{750}{250} = 3.00 \text{ cm} > 1.43 \text{ cm}$$

∴ podemos tomar el perfil IPR 403 x 53.7

La reacción en los apoyos es:

$$p = \frac{W}{2} = \frac{13.64(750)}{2} = 5.115 \text{ kg}$$

\* Vigas Interiores

Carga por correas exteriores = 9 (1.091.8)

Carga por correas interiores = 5 (698)

$$\Sigma = 13.316.2 \text{ kg}$$

Carga por metro lineal:

$$\frac{13316.2 \text{ kg}}{7.5 \text{ m}} = 1.775.5 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

Eligiendo un perfil IPR 403 x 53.7 que cuenta con las siguientes características:

$$I_x = 18.547 \text{ cm}^4$$

$$S_x = 926 \text{ cm}^3$$

$$r_x = 16.5 \text{ cm}$$

$$M_{\text{max}} = \frac{(1.775.50 + 53.7)(7.5)^2}{8} = 12.861 \text{ kg m}$$

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{S_x} = \frac{12.861(1000)}{926} = 1.389 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < 1.548 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Flexión:

$$\Delta_{\text{max}} = \frac{5. W L^4}{384 EI} = \frac{5(18.292)(750)^4}{384(2.15 \cdot 10^6)(18.547)} = 1.92 \text{ cm}$$

$$\Delta_{\text{cor}} = \frac{L}{250} = \frac{750}{250} = 3.00 \text{ cm} > 1.92 \text{ cm}$$

∴ podemos tomar el perfil IPR 403 x 53.7

La reacción en los apoyos es:

$$R = \frac{W L}{2} = \frac{18.292(750)}{2} = 6.860 \text{ kg}$$

## 5.3.3.4

## Diseño de las Columnas Soportantes:

Para la selección del perfil de las columnas que soportan al techo se recomienda el uso de perfiles canal, procurando obtener un momento de inercia grande; es por esto que utilizaremos dos perfiles canal colocados como se muestran en la *figura 28*.

## Columna Exterior.

$P = 2 (5\ 115)$  (que es el peso que transmiten las vigas)

$P = 10\ 230\ \text{kg}$

$L = 600\ \text{cm}$

Eligiendo al miembro 1 como un perfil CE 203 x 17.11 que cuenta con las siguientes características:

$$\begin{aligned} A &= 21.68\ \text{cm}^2 & x &= 14.50\ \text{cm} \\ I_x &= 1\ 344.4\ \text{cm}^4 & I_y &= 54.11\ \text{cm}^4 \end{aligned}$$

y al miembro 2 como un perfil CE 152 x 12.20 con:

$$\begin{aligned} A &= 15.42\ \text{cm}^2 & x &= 12.98\ \text{cm} \\ I_x &= 541.1\ \text{cm}^4 & I_y &= 29.14\ \text{cm}^4 \end{aligned}$$

Las propiedades de la sección compuesta son:

$$A = 21.68 + 15.42 = 37.10\ \text{cm}^2$$

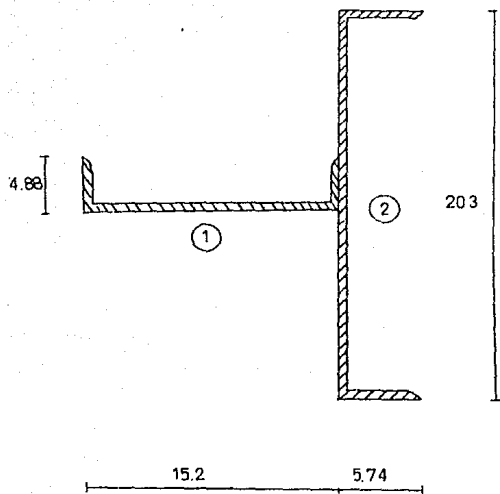
$$\bar{x} = \frac{1}{37.1} (21.68 + 10.84) = 6.33\ \text{cm}$$

$$I_x = 1\ 344 + 29.14 = 1\ 373.54\ \text{cm}^4$$

$$I_y = 54.11 + 21.68 (6.33)^2 + 541.1 + 15.42 (8.15)^2 = 2\ 488\ \text{cm}^4$$

$$r_x = \sqrt{\frac{1374}{37.1}} = 6.1\ \text{cm}$$

$$\left[ \frac{L}{r_x} \right] = \frac{600}{6.1} = 98.36 < 120$$



① CE 203 x 17.11

② CE 152 12.20

*figura 28*

El esfuerzo admisible es:

$$F_a = \frac{\left[ 1 - \frac{(kL/r)^2}{2C_c^2} \right] E_y}{\frac{5}{3} + \frac{3(kL/r)}{8 C_c} - \frac{(kL/r)^3}{8 C_c^3}} \quad ; \text{ si } \frac{kL}{r} \leq C_c$$

$$F_a = \frac{12\pi^2 E}{23 \left( \frac{kL}{r} \right)^2} \quad ; \text{ si } \frac{kL}{r} > C_c \quad (C_c = 120)$$

con  $k = 1.8 \Rightarrow kL/r = 177 > C_c$

$$F_a = \frac{12\pi^2 (2.1 \times 10^6)}{23 (177)^2} \quad \therefore F_a = 344.98 \approx 345 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Peso propio de la columna =  $6(17.11 + 12.20) = 176 \text{ kg}$

Peso total =  $176 + 2(5115) = 10406 \text{ kg}$

$$\text{Esfuerzo M\u00e1ximo } (\sigma_{\max}) = \frac{10406}{37.1} = 281 < 345$$

Columna Intermedia:

$$P = 2(6860) = 13720 \text{ kg}$$

Eligiendo un perfil como el anterior tenemos que:

$$L = 6 + 7.5(0.0625) = 6.47 \text{ m}$$

$$\left[ \frac{L}{r_x} \right] = \frac{647}{6.1} = 106.1$$

Si  $k = 1.5 \Rightarrow kL/r = 159.1$

$$F_a = \frac{12\pi^2 (2.1 \times 10^6)}{23 (159.1)^2} \quad \therefore F_a = 477 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Peso total de la columna = 8.47 (17.11 + 12.2) = 190 kg

Peso total = 190 + 13 720 = 13 910 kg

$$\sigma_{\max} = \frac{13\,910}{37.1} = 374.9 < 477$$

#### Columna Central:

P = 30 (correas) (381) = 11 430 kg

Eligiendo un perfil como el anterior tenemos que:

L = 6 + 15(0.0625) = 6.94 m

$$\left[ \frac{L}{r_x} \right] = \frac{694}{6.1} = 113.73$$

Si  $k = 1.5 \rightarrow kL/r = 170.59 > C_c$

$$F_a = \frac{12\pi^2(2.1 \times 10^6)}{23(170.6)^2} \quad \therefore F_a = 371.57 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

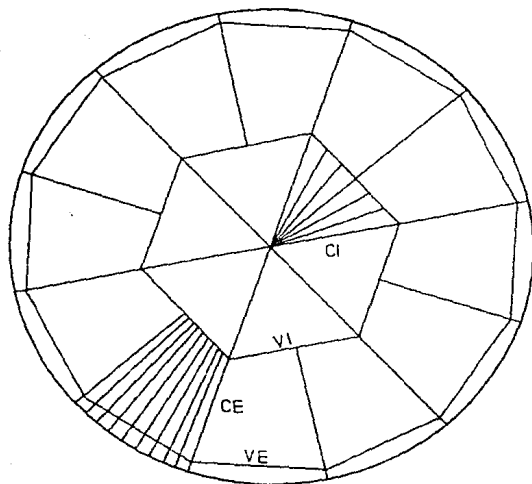
Peso total de la columna = 6.94 (17.11 + 12.2) = 203.4 kg

Peso total = 203.4 + 11 430 = 11 430 kg

$$\sigma_{\max} = \frac{11\,430}{37.1} = 313.6 < 371.6$$

A manera de resumen presentamos la *figura 29*, en la cual se ilustran los elementos que fueron calculados para el techo del segundo tanque.

Para el tercer tanque procedemos en forma análoga que para el segundo tanque y sólo se presenta un resumen esquemático con las características del tercer tanque y que se ilustra en la *figura 30*



Correas	Interiores	CI	Columna	Central	C1
"	Exteriores	CE	"	Interiores	C2
Vigas	Interiores	VI	"	Exteriores	C3
"	Exteriores	VE			

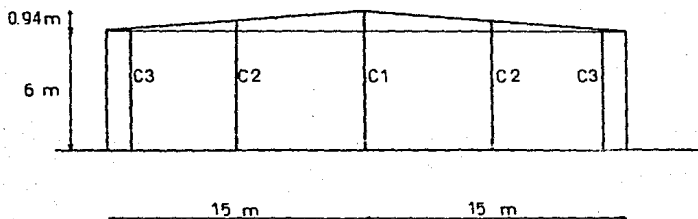
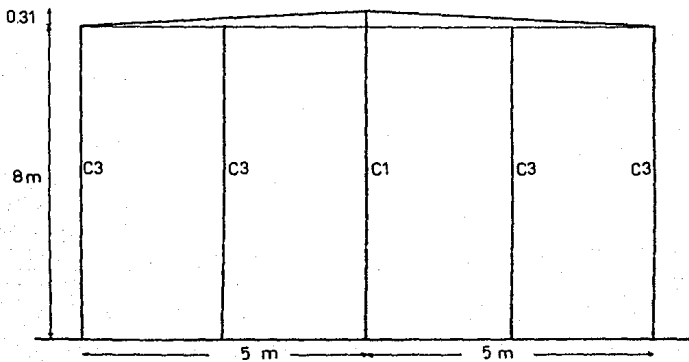
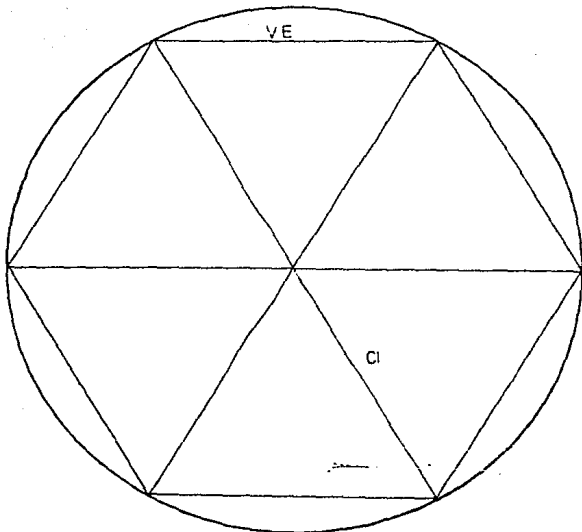


figura 29





*figura 30*

Las placas que empleamos en la construcción de tanques deben quedar unidas entre sí para que trabajen como un elemento único y para ello empleamos algún tipo de soldadura que elegimos de acuerdo a las condiciones de diseño y también por economía.

Los tipos de soldadura son:

- a) Soldadura a Tope y
- b) Soldadura de Filete o Chafilán.

a) *Soldadura a Tope.*

En la soldadura a tope se considera que el metal de aportación suplanta al metal base, ya que el primero es más resistente. Por este motivo, la soldadura a tope no requiere de ser calculada, solamente se necesita seguir las recomendaciones relativas a la preparación de las placas, ángulo de preparación, abertura de la raiza, etcétera; que permiten obtener una junta que trabaje adecuadamente. La falla de la junta debe ocurrir en el metal base, nunca en la soldadura.

Existe una gran cantidad de juntas a tope que han sido suficientemente probadas y por lo tanto, está garantizada su efectividad, a este tipo de juntas, cuya eficiencia esta probada se les denomina JUNTAS CALIFICADAS.

Las juntas verticales de las placas del cascarón deberán ser juntas a tope con una completa penetración y completa fusión, que se logrará con soldadura doble o por otro medio que permita obtener la misma calidad del metal de aportación en la parte interna y externa de la superficie.

A continuación se presentan las juntas típicas verticales para el cascarón

## JUNTAS

## VERTICALES



" v " Sencilla



" u " Sencilla



" v " Doble



" u " Doble



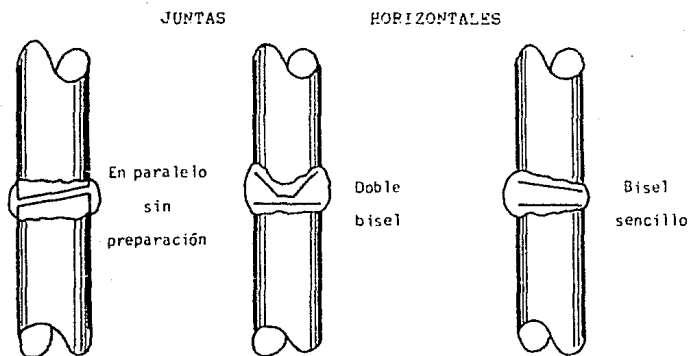
En paralelo sin preparacion



" j " Doble

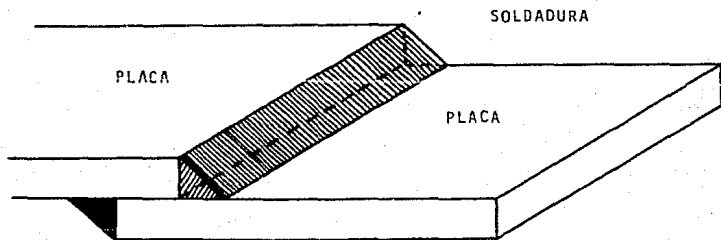
Además, las uniones verticales de ~~tres~~ anillos consecutivos no deben de estar alineados. Esta es una precaución contra condiciones específicas de esfuerzos en las uniones y para asegurar una distribución uniforme de los esfuerzos en toda la superficie del tanque.

Para las juntas horizontales de las placas del cascarón se debe tener también una completa penetración y fusión excepto para el ángulo de coronamiento, el cual podría ser conectado al cascarón por una junta de filete

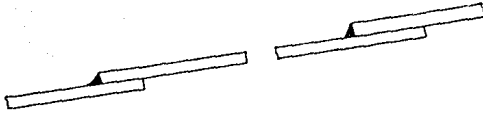


b) *Soldadura de Filete o Chaflán.*

Esta soldadura recibe su nombre por su forma de triángulo isósceles. LA soldadura de filete se utiliza principalmente para unir elementos sin necesidad de realizar preparaciones a las piezas. Es por ello que este tipo de soldadura se emplea en las placas del fondo del cascarón.



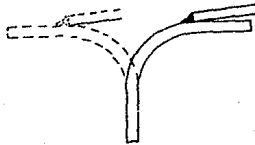
DETALLE DE LAS JUNTAS DEL TECHO



JUNTAS DEL TECHO CON EL ANGULO DE CORONAMIENTO



ALTERNATIVA DE JUNTA DEL TECHO CON EL ANGULO DE CORONAMIENTO



TIPOS DE JUNTAS DEL FONDO DEL TANQUE



JUNTAS TÍPICAS DEL TECHO Y FONDO DEL TANQUE

#### 5.4 Diseño Sísmico.

Para el primer tanque que cuneta con las siguientes características geométricas  $H = 15m$  y  $D = 5m$  y que almacena un líquido con  $\gamma = 1 \text{ ton}/m^3$ . Se determinan los efectos conectivos e impulsivos considerando la aceleración del terreno asociada al sismo de diseño que es  $a_{\text{máx}} = 0.05g$ , esto es  $u_0 = 0.59 \text{ m}/s^2$

Para el tanque 1 tenemos que  $H = 15m$  y  $R = 2.5m$

- a) Propiedades de la Analogía Mecánica de Housner (utilizando las tablas 4 y 5).

$$m_0 = 29.22 \text{ t f } s^2/m \quad (\text{t f} = \text{tonelada fuerza})$$

$$h_0 = 5.625 \text{ m}$$

$$h_0^* = 5.832 \text{ m}$$

$$m_1 = 2.30 \text{ t f } s^2/m$$

$$h_1 = 13.639 \text{ m}$$

$$h_1^* = 13.639 \text{ m}$$

$$\omega^2 = 7.209 \text{ 1}/s^2$$

$$T_1 = 0.872 \text{ s}$$

$$T_2 = 2.364 \text{ s} \leftarrow T$$

- b) Efectos Impulsivos:

$$F_1 = 17.237 \text{ t f}$$

$$M_{1v} = 96.96 \text{ t f m}$$

$$M_{1r} = 100.53 \text{ t f m} \leftarrow M_0$$

- c) Efectos Conectivos:

$$F_c = 1.215 \text{ t f}$$

$$M_{cv} = 16.566 \text{ t f m}$$

$$M_{cr} = 16.566 \text{ t f m}$$

$$\theta_H = 0.05379 \text{ rad}$$

$$D_1 = 0.134 \text{ m} \leftarrow D$$

$$D_2 = 0.112 \text{ m}$$

d) Efectos Combinados:

$$F = 17.28 \text{ t f}$$

$$M = 104.69 \text{ t f m}$$

Sobreesfuerzo:

$$\Delta \sigma_{\text{max}} = \frac{M}{I} R ; I = \frac{\pi R^4}{4}$$

$$\Delta \sigma_{\text{max}} = 8.531 \text{ t f m}$$

Para el tanque 2 tenemos que  $R = 15\text{m}$  y  $H = 6\text{m}$

a) Propiedades de la Analogía Mecánica de Housner (utilizando las tablas 4 y 5).

$$m_0 = 99.81 \text{ t f s}^2/\text{m} \quad (\text{t f} = \text{tonelada fuerza})$$

$$h_0 = 2.250 \text{ m}$$

$$h_0^* = 12.24 \text{ m}$$

$$m_1 = 311.24 \text{ t f s}^2/\text{m}$$

$$h_1 = 3.128 \text{ m}$$

$$h_1^* = 12.663 \text{ m}$$

$$\omega^2 = 0.951 \text{ r/s}^2$$

$$T_1 = 6.610 \text{ s}$$

$$T_2 = 7.373 \text{ s} \leftarrow T$$

b) Efectos Impulsivos:

$$F_i = 58.886 \text{ t f}$$

$$M_{iH} = 132.496 \text{ t f m}$$

$$M_{iR} = 721.056 \text{ t f m} \leftarrow M_0$$

c) Efectos Conectivos:

$$F_c = 21.658 \text{ t f}$$

$$M_{cv} = 67.789 \text{ t f m}$$

$$M_{cr} = 274.261 \text{ t f m}$$

$$\theta_H = 0.00709 \text{ rad}$$

$$D_1 = 0.106 \text{ m} \leftarrow D$$

$$D_2 = 0.081 \text{ m}$$

d) Efectos Combinados:

$$F = 62.743 \text{ t f}$$

$$M = 771.46 \text{ t f m}$$

Sobreesfuerzo:

$$\Delta \sigma_{\text{máx}} = \frac{M}{I} y ; I = \frac{\pi D^4}{4}$$

$$\Delta \sigma_{\text{máx}} = 0.291 \text{ t f m}$$

Para el tanque 3 tenemos que  $H = 8\text{ m}$  y  $R = 5\text{ m}$

a) Propiedades de la Analogía Mecánica de Housner (utilizando las tablas 4 y 5).

$$m_0 = 46.99 \text{ t f s}^2/\text{m} \quad (\text{t f} = \text{tonelada fuerza})$$

$$h_0 = 3.0 \text{ m}$$

$$h_0^* = 4.456 \text{ m}$$

$$m_1 = 18.311 \text{ t f s}^2/\text{m}$$

$$h_1 = 5.552 \text{ m}$$

$$h_1^* = 5.823 \text{ m}$$

$$\omega^2 = 3.594 \text{ 1/s}^2$$

$$T_1 = 1.748 \text{ s}$$

$$T_2 = 3.354 \text{ s} \leftarrow T$$



c) Efectos Conectivos:

$$\begin{aligned}F_c &= 4.818 \text{ t f} \\M_{c\omega} &= 26.747 \text{ t f m} \\M_{c\tau} &= 28.052 \text{ t f m} \\ \theta_H &= 0.0268 \text{ rad} \\D_1 &= 0.134 \text{ m} \leftarrow D \\D_2 &= 0.101 \text{ m}\end{aligned}$$

d) Efectos Combinados:

$$\begin{aligned}F &= 28.137 \text{ t f} \\M &= 126.581 \text{ t f m}\end{aligned}$$

Sobreesfuerzo:

$$\Delta \sigma_{\text{máx}} = \frac{M}{I} R ; I = \frac{\pi R^4}{4}$$

$$\Delta \sigma_{\text{máx}} = 1.289 \text{ t f m}$$

## 5.5 *Diseño por Viento.*

El viento es aire en movimiento, y al igual que cualquier otro fluido, produce distintos efectos sobre los objetos que se le interponen. Todas las fuerzas debidas al viento son dinámicas en el sentido en que son producidas por un fluido en movimiento; sin embargo, bajo determinadas circunstancias, es válido tratar estas cargas como si fueran estáticas. Esta aproximación es válida dado que en general la relación entre la variación del viento en el tiempo y la frecuencia natural de la estructura es tal que genera básicamente una respuesta estática.

A continuación se hará el análisis de las fuerzas debidas al viento que actúan en un tanque y los efectos que en él causan. Dicho análisis se basa en el procedimiento recomendado por la C.F.E. en su "Manual de Diseño por Viento".

Para hacer el análisis se considerará que los tanques están en una zona donde la velocidad del viento es de 80 km/hr (zona 5) y que se encuentra a una altura sobre el nivel del mar de 1000m cuya topografía es de campo abierto ( $\alpha = 0.14$ ) y que nos encontramos en un terreno plano ( $K = 1$  y  $Z_0 = 275m$ ).

Para el cálculo de las velocidades de diseño tenemos que para el tanque 2 (que es el que se encuentra más detallado) tenemos que  $H = 6m$  y  $D = 30m$  (el análisis para los otros tanques es idéntico y sólo mostramos un resumen de los cálculos en forma gráfica)

### Velocidad Básica:

$$V_b = K V_0$$

$$V_b = 1 (80) = 80 \text{ km/hr}$$

Velocidad del viento a una altura " z "

$$V_z = V_b (Z/10)^\alpha \quad Z > 10$$

$$V_s = V_b \left[ \frac{1000}{10} \right]^{0.14} = 152.44 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$$

Velocidad de Diseño

$$V_d = Fr V_s$$

$$V_d = 1 (152.44) = 152.44 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$$

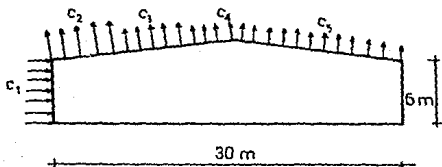
Presiones y Succiones debidas al Viento.

$$P = 0.048 G C V_d^2$$

$$G = \frac{R + h}{R + 2h} = \frac{-8 + 1}{-8 + 2 \cdot 1} = 0.9 \quad ; \quad h = 1000 \text{ msnm}$$

$$P = 0.0048 (0.9) (C) (152.44)^2 = 100.38 C \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

Valores de los Coeficientes C.



$$C_1 = 0.70$$

$$C_2 = -1.75$$

$$C_3 = -1.00$$

$$C_4 = -0.40$$

$$C_5 = -0.68$$

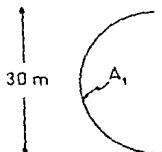
$\theta$	Coeficientes para el techo			Superficie de sotavento
	Superficie en el techo			
	barlovento	central	sotavento	
$< 15$	-1.75	-1.0	-0.4	-0.64

Cálculo del área expuesta al viento

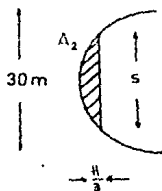
- Cálculo del área  $A_1$ :

$$A_1 = 6^\circ (30) = 180 \text{ m}^2$$

\* se considera la proyección de la circunferencia



Cálculo de  $A_2$



$$h = \frac{15}{3} = \frac{15}{3} = 2\text{m}$$

$$r = \frac{15}{2} + \frac{h^2}{8h}$$

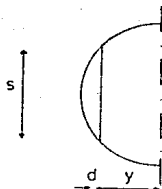
$$15 = \frac{r^2}{2} + \frac{h^2}{2(8)}$$

$$s = \sqrt{14(16)} = 14.966\text{m}$$

$$A = \frac{h}{6s} (3h^2 + 4s^2) = \frac{2}{6 \cdot 14.966} [3(2)^2 + 4(14.966)^2]$$

$$A_2 = 20.22 \text{ m}^2$$

Cálculo del punto de aplicación (centroide) de la fuerza en el área  $A_2$ .



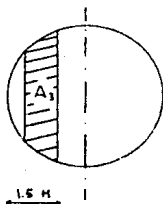
$$y^2 = \frac{s^2}{12 R^2}$$

$$y^2 = \frac{14.068^2}{12(20.22)^2} = 13.81$$

$$d = 9 - y^2 = 15 - 13.81$$

$$d = 1.185 \text{ m}$$

- Cálculo del área  $A_3$



$$1.5H = 1.5(6) = 9 \text{ m}$$

$$h = 9 - 2 = 7 \text{ m}$$

$$s = \frac{h}{2} + \frac{h^2}{8R}$$

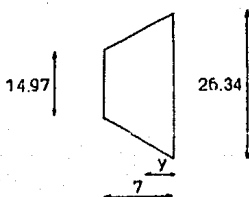
$$15 = \frac{7}{2} + \frac{s^2}{2(7)}$$

$$s = 25.377 \text{ m}$$

$$A_3 = \frac{h}{6s} (3h^2 + 4s^2) = \frac{7}{6 \times 25.377} [3(7)^2 + 4(25.377)^2]$$

$$A_3 = 125.185 \text{ m}^2$$

Cálculo del punto de aplicación (centroide) de la fuerza en el área  $A_3$ .



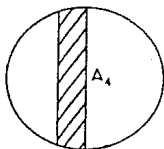
$$y_3 = \frac{h}{3} + \frac{a + 2b}{a + b}$$

$$y_3 = \frac{7}{3} \frac{26.344 + 2 \times 14.966}{26.344 + 14.966}$$

$$y_3 = 3.199 \text{ m}$$

$$y_3' = y_3 + (15 - 9) = 9.199 \text{ m}$$

- Cálculo del área  $A_4$



$$h = 15 - 9 = 6\text{ m}$$

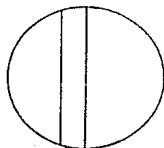
$$A_4 = A_T - A_2 - A_3$$

$$A_T = \pi R^2 = 706.86 \text{ m}^2$$

$$A_4 = 706.86 - 20.22 - 125.19$$

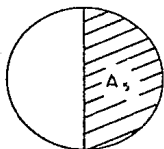
$$A_4 = 561.45 \text{ m}^2$$

Cálculo del punto de aplicación (centroide) de la fuerza en el área  $A_4$ .



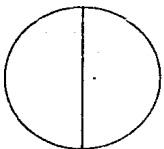
$$y_4 = \frac{6}{2} = 3\text{ m}$$

- Cálculo del área  $A_5$



$$A_5 = \frac{A_T}{2} = 353.429 \text{ m}^2$$

Cálculo del punto de aplicación (centroide) de la fuerza en el área  $A_5$ .



$$y_5 = \frac{\frac{2}{12} R^3}{\frac{A_T}{2}} = \frac{15^3}{12 \cdot 353.429}$$

Cálculo de las presiones 2 Superficies.

$$P_1 = 100.38 (0.7) = 70.268 \text{ kg/m}^2$$

$$P_2 = 100.38 (-1.75) = -175.67 \text{ kg/m}^2$$

$$P_3 = 100.38 (-1.00) = -100.38 \text{ kg/m}^2$$

$$P_4 = 100.38 (-0.48) = -48.18 \text{ kg/m}^2$$

$$P_5 = 100.38 (-0.68) = -68.26 \text{ kg/m}^2$$

Cálculo de las Fuerzas Actuantes.

En general

$$F_i = P_i \cdot A_i$$

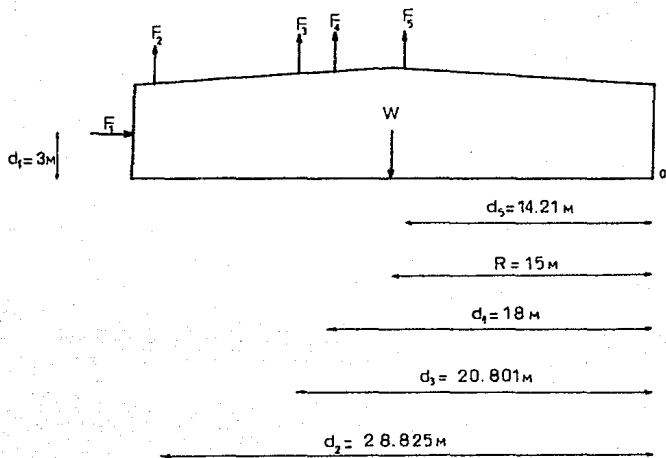
$$F_1 = 70.268 (180) = 12\ 648 \text{ kg}$$

$$F_2 = -175.67 (20.22) = -3\ 553 \text{ kg}$$

$$F_3 = -100.38 (125.185) = -12\ 567 \text{ kg}$$

$$F_4 = -48.18 (561.45) = -27\ 053 \text{ kg}$$

$$F_5 = -68.26 (353.429) = -24\ 125 \text{ kg}$$



$W_T$  = Peso del Tanque:

$W_T$  esta integrado por el peso de las placas de la pared del tanque mas el peso del techo del tanque que incluye el peso de las corras, vigas y columnas mas el peso de la placa del piso.

Peso de las placas del tanque ( $W_p$ ) =  $\pi D W_{placas} h$

$$W_{placas} (2'') = 398.4 \text{ kg/m}^2$$

$$W_p = \pi (30) (398.4) (6) = 225\ 290 \text{ kg}$$

Peso del techo del tanque ( $W_t$ )

$$W_{placas} (\frac{1}{4}'') = 56 \text{ kg/m}^2$$

$$W_t \text{ placas} = 56 \pi (15)^2 = 39\ 584 \text{ kg}$$

$W_T$  correas = Longitud \* Número de correas por viga \*  $W_{corr}$

$$W_T \text{ correas} = 7.5 (9*12) (29.9) = 24\ 219 \text{ kg (correas exteriores)}$$

$$W_T \text{ correas} = 6 (5*6) (17.11) = 3\ 079 \text{ kg (correas interiores)}$$

$W_T$  vigas = Número de vigas \* longitud \*  $W_{viga}$

$$W_T \text{ vigas} = (12+6) (7.5+7.5) (17.11) = 4\ 619 \text{ kg}$$

$W_T$  columnas = Longitud de la columna \*  $W_{columna}$

$$W_T \text{ columna} = (12*6 + 6*6.47 + 6.94) (17.11 + 12.20) = 3\ 451 \text{ kg}$$

$$W_{placas} \text{ del piso} (\frac{1}{4}'') = 56 \text{ kg/m}^2$$

$$W_T \text{ placas del piso} = 56 \pi (15)^2 = 39\ 584 \text{ kg}$$

$$W_T = 225\ 290 + 39\ 584 + 24\ 219 + 3\ 079 + 4\ 619 + 3\ 451 + 39\ 584$$



$$W_r = 339\ 826 \approx 340 \text{ ton}$$

Cálculo del Momento de Volteo respecto al punto O.

Se consideran los momentos positivos en el sentido horario.

En general:  $M_v = \sum F_i d_i$

$$M_{v1} = 12.65 (3) = 164.43 \text{ ton-m}$$

$$M_{v2} = -3.55 (28.825) = -102.29 \text{ ton-m}$$

$$M_{v3} = -12.6 (20.801) = -262.09 \text{ ton-m}$$

$$M_{v4} = -27.00 (18.00) = -486.00 \text{ ton-m}$$

$$M_{v5} = -24.13 (14.21) = -324.67 \text{ ton-m}$$

$$M_{vr} = -1028.62 \text{ ton-m}$$

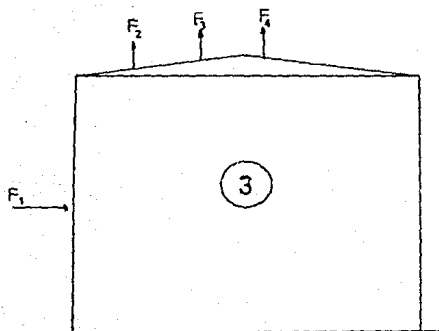
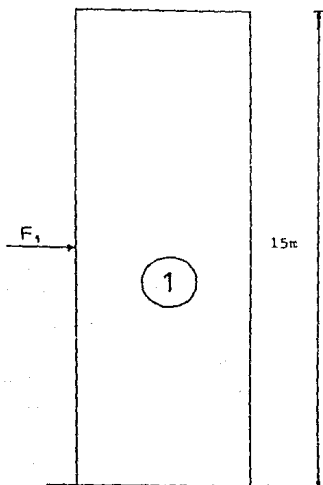
$$M_r = W_r * \text{Radio} = 340 (15) = 5\ 100 \text{ ton-m}$$

$$F.S. = \frac{M_r}{M_{vr}} = \frac{5\ 100}{1028.62} = 5.88 > 1.5$$

Por lo que se concluye que el tanque es estable ante cargas de viento y no es necesario anclarlo.

Resumen del análisis por viento  
(Tanques estables ante las cargas eólicas)

$$F.S. = \frac{250}{39.5} = 6.3$$



$$F.S. = \frac{750}{33.72} = 25.95$$

## 5.6 Diseño de la Cimentación.

### Capacidad de Carga del Terreno.

Primeramente se analizarán las acciones a las cuales se verá sometido el suelo durante la vida útil de los tanques, y después se tratará con la capacidad de carga del terreno. Ello servirá de base para analizar la cimentación:

a) Acciones: La cimentación se considerará sometida a una carga igual a la suma del peso de la estructura, la presión aplicada por el fluido al encontrarse el tanque lleno, afectada por un factor de carga de 1.4, y de un sobreesfuerzo, producido por el sismo de diseño y aplicado sobre el fondo de dicho tanque. Sólo se hará el análisis de la cimentación del tanque 2 (R = 15m, H = 6m). Para los demás tanques no se incluye el análisis ya que únicamente cambian los datos y no el procedimiento.

Las acciones a las que se verá sometido el suelo de la cimentación durante la vida útil de los tanques son:

1) Estáticas: Puesto que la condición estática es más desfavorable, la descarga de los tanques es:

$$W_T + W_f$$

$$W_T = 340 \text{ ton} \quad \text{y} \quad W_f = \pi (15\text{m})^2 (6\text{m}) (1\text{ton/m}^3) = 4\,581 \text{ ton}$$

$$\text{Descarga (w)} = \frac{W_T + W_f}{A_T} = \frac{4\,581}{706.86} = 6.481 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2}$$

la carga estática de diseño se obtiene como:

$$w(F_c) = 6.481 (1.4) = 9.073 \text{ ton/m}^2$$

2) Dinámicas: A su vez, la carga dinámica de diseño se calcula como la suma de la carga estática más desfavorable (según el Manual de obras Civiles de la C.F.E., debemos tomar el 80% de la

capacidad del tanque lleno para diseño sísmico) y del incremento del esfuerzo normal sobre la cimentación,  $\Delta\sigma = 0.991 \text{ ton/m}^2$  el cual se obtuvo del análisis dinámico de la estructura en el nivel de desplante; dicha suma se afecta por un factor de 1.1:

$$(0.8W_s + \Delta\sigma) = [(0.8 \cdot 6.481) + 0.991] = 6.033 \text{ ton/m}^2$$

b) Capacidad de carga del terreno. Si contamos con un suelo cuyo peso volumétrico sea de  $2 \text{ ton/m}^3$  y su ángulo de fricción interno sea de  $\phi = 30^\circ$ , podemos obtener:

$$\phi = 30^\circ \quad N\gamma = 20 \text{ con lo cual}$$

$$q_u = 0.5 \gamma B N\gamma = 0.5 (1) (30) (20) = 300 \text{ ton/m}^2$$

Por lo anterior, la evaluación de los factores de seguridad, tanto para las condiciones estáticas como para las dinámicas resultan:

1) Estática:

$$F.S. = \frac{\text{Resistencia}}{\text{Acción}} = \frac{300}{9.073} \approx 33$$

2) Dinámica:

$$F.S. = \frac{\text{Resistencia}}{\text{Acción}} = \frac{300}{9.073} \approx 33$$

Como se puede ver, la cimentación tiene un margen muy alto contra la falla por resistencia al esfuerzo cortante del suelo, lo cual garantiza que dicha cimentación será estable durante su vida útil.

#### Requerimientos Generales del Anillo de Cimentación.

Las principales características de este tipo de cimentación se pueden resumir en la *figura 34*. El fondo del tanque descansará sobre un terraplén cuya altura se fijará en función de la magnitud de los asentamientos totales esperados y la posibilidad de

inundación en la zona; en ningún caso esta altura será inferior a 30 cm sobre el nivel de cimentación. El terraplén se construirá después de sustituir el material superficial indeseable por uno libre de materias orgánicas o productos corrosivos.

Si los asentamientos esperados son grandes, las columnas deberán contar con un dispositivo que permita modificar su altura en caso de que resulte necesario.

El muro anular de concreto se construirá con el propósito de repartir la carga concentrada de la pared cilíndrica, facilitar la construcción del tanque, proteger al terraplén durante y después de la construcción y aislar el fondo de ella humedad. El anillo deberá descansar sobre un suelo inalterado o compactado y ser dimensionado de tal forma que la presión de contacto en su parte inferior sea aproximadamente igual a la presión actuante en el relleno confinado a la misma profundidad. Usando este criterio, el ancho del anillo se calculará a partir de la siguiente fórmula:

$$b = \frac{W}{\gamma_f H + h (\gamma_m + \gamma_c)}$$

donde

- b: ancho del anillo, en m
- H: altura del tanque, en m
- h: altura del anillo (propuesta), en m
- w: peso de la pared lateral de acero y de la fracción del techo soportada por metro lineal, en ton/m
- $\gamma_f$ : peso volumétrico del fluido, en ton/m<sup>3</sup>
- $\gamma_m$ : peso volumétrico del relleno confinado, en ton/m<sup>3</sup>
- $\gamma_c$ : peso volumétrico del concreto reforzado, en ton/m<sup>3</sup>

En ningún caso el ancho del anillo será inferior a 30 cm

El muro será reforzado en forma continua a lo largo de toda la circunferencia para resistir la presión horizontal atribuible al material confinado y a la sobrecarga del fluido. La tensión en el muro se calculará con la expresión:

$$T = \frac{E \phi H}{2}$$

donde:

- T: fuerza de tensión en la sección del muro, en ton  
 D: diámetro interior del tanque, en m  
 $p_a$ : presión horizontal atribuible al efecto combinado del relleno y la sobrecarga del fluido, la cual se calculará de acuerdo a:

$$p_a = K_a (\gamma_f h + \gamma_s H)$$

donde:

$\gamma_f$ , h y H fueron definidas anteriormente

$$K_a = \tan^2 (45 - \phi/2)$$

siendo  $\phi$  el ángulo de fricción interna del material de relleno. En ausencia de información confiable sobre el ángulo  $\phi$ ,  $K_a$  podrá considerarse igual a 0.70 .

El refuerzo mínimo será de dos varillas de 1.25 cm de diámetro. La parte superior del muro anular deberá ser lisa y a nivel, con una tolerancia de pendiente de  $\pm 3$  mm por tramo de 10 m a lo largo de 1 a circunferencia.

#### Cálculo del Anillo de Cimentación.

La cimentación para el tanque de almacenamiento se hará tomando en cuenta las recomendaciones anteriores y de acuerdo con los siguientes datos del tanque 2.

Diámetro del tanque .....	30 m
Altura del tanque.....	5 m
Peso del tanque.....	340 ton
Capacidad del tanque.....	4 241 m <sup>3</sup>
Altura del anillo (propuesta).....	1.20 m

-Determinación de las Cargas.

Peso de la pared por unidad de longitud

$$W_p = \frac{\text{Peso. Vacio. + Peso del Anillo}}{\text{perímetro}} = \frac{340 + 32.8}{30 \pi} = 3.287 \text{ ton/m}$$

-Determinación de la Geometría del Anillo.

$$\gamma' = 1.0 \text{ ton/m}^3$$

$$\gamma_c = 2.4 \text{ ton/m}^3$$

$$\gamma_w = 1.6 \text{ ton/m}^3$$

$$b = \frac{3.287}{1(6) + 1.2(1.6 - 2.4)} \cong 0.65 \text{ m} = 65 \text{ cm}$$

-Cálculo del acero de refuerzo

\* Cálculo de la presión horizontal debida al relleno y sobrecarga del fluido ( $p_o$ )

$$De \quad p_o = K_a (\gamma_w h + \gamma' H)$$

Tomando  $K_a = 0.70$  y sustituyendo valores tenemos:

$$p_o = 0.7 [1.6(1.2) + 1(6)] = 5.544 \text{ ton/m}^2$$

\* Cálculo de las tensiones en el anillo.

$$T = \frac{p_o D}{2} = \frac{5.544(30)}{2} = 83.16 \text{ ton/m}$$

\* Cálculo del área del acero necesario para resistir la tensión.

$$A_s = \frac{T}{f_s}$$

$$\text{donde } f_s = 0.6 f_v \quad \text{y} \quad f_v = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = \frac{83.160}{0.6(4200)} = 33 \text{ cm}^2$$

utilizando dos ramas:

$$\frac{A_s}{2} = \frac{33}{2} = 16.5 \text{ cm}^2$$

Usando carillas del número 6

$$N_v = \frac{A_s}{a_v} ; a_v = \text{área de una varilla} = 2.87 \text{ cm}^2$$

$$N_v = \frac{16.5}{2.87} = 5.75 = 6 \text{ varillas por rama}$$

$$\text{Separación} = \frac{120}{6} = 20 \text{ cm}$$

- Acero por temperatura

Bajo las condiciones de carga en que se encuentra la estructura de concreto, ésta no se ve afectada por la fuerza cortante, sin embargo, para fines constructivos es necesaria dotarla de anillos para poder tener en condiciones de colado de acero longitudinal. De acuerdo al ACI 318-83  $p_{tr} = 0.0014$ . Por lo que el caso que nos ocupa el área de acero es:

$$A_{st} = \frac{b d p_{tr}}{2} = \frac{1.2(0.65)(0.0014)}{2} = 0.00546$$

Utilizando varillas del número 4

$$\text{sep} = \frac{\phi_v(100)}{5} = \frac{1.27(100)}{5} = 25.4 \text{ cm}$$

$$\text{sep} = b = 65 \text{ cm}$$

$$\text{sep} = 16 \phi = 20.3 \text{ cm}$$

$$\text{sep} = 48 \phi = 60.9$$

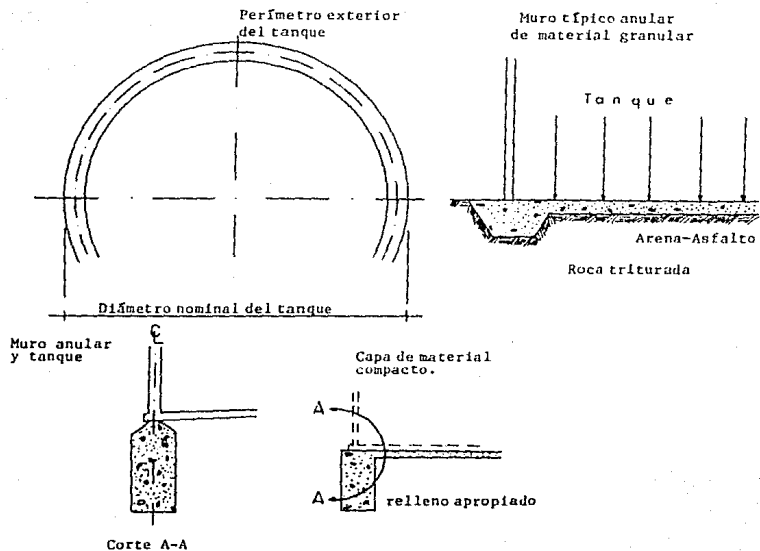
por lo que la separación será de 25 cm

Los otros tanques se analizarán en forma análoga y sólo se presentará un resumen gráfico del diseño de la cimentación de cada tanque.



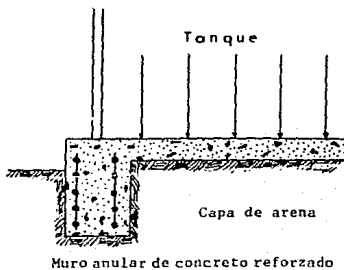
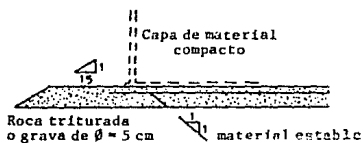
#### Recomendaciones para Diseño y Construcción de Tanques.

- a) Se realizarán las excavaciones que alojarán los anillos de cimentación hasta la profundidad del nivel freático, y con esto, dichos anillos tendrán una profundidad de desplante adecuada.
- b) Se compactará por métodos superficiales el suelo del fondo de las excavaciones.
- c) Se procederá al colado de los anillos perimetrales de cimentación. Los anillos serán de concreto hidráulico reforzado (resistente a los salitres), y con ello se desplantará directamente en el fondo de las excavaciones realizadas.
- d) Se recomienda colocar sobre el material de relleno y dentro de cada anillo, una capa de concreto asfáltico de 7.5 cm de espesor.
- e) Se construirán los tanques descansando su base directamente sobre el anillo y la capa de concreto.
- f) Una vez terminados de construir los tanques, se aprovechará la prueba hidrostática (llenado del tanque) para verificar su estabilidad y resistencia estructural, y medir asentamientos. Las mediciones consistirán en nivelaciones de varios puntos localizados en la pared o base del tanque.
- g) Deben instalarse juntas flexibles entre los tramos de tubería que comunican los tanques con las tomas de abastecimiento del mismo.



Recomendaciones para muros anulares de concreto

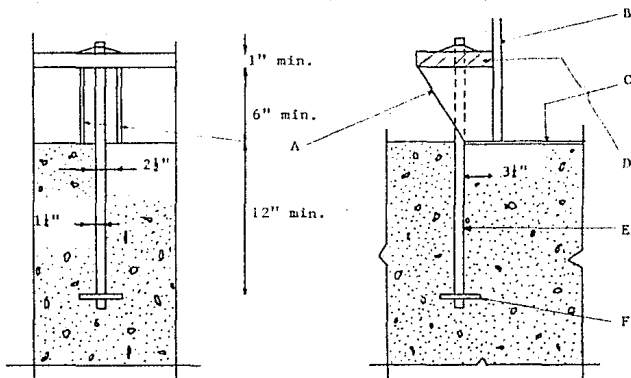
Muro típico de concreto reforzado



Recomendaciones para muros anulares de grava-arena.

Cimentaciones a base de muros anulares

FIGURA 31



- A Placas rigidizantes
- B Placa de la pared del tanque
- C Placa del fondo del tanque
- D Ancho del anillo
- E Ancho del refuerzo
- F Placa cuadrada de acero

#### Tanques Anclados

DETALLES RECOMENDABLES PARA IMPLEMENTAR UN ANCLA

# CAPITULO 6

TABLAS DE FUNCIONES.

TABLA 1.

TABLA DE FUNCIONES  $\varphi, \psi, \theta, \zeta$

$\beta x$	$\varphi$	$\psi$	$\theta$	$\zeta$
0.0	1.0000	1.0000	1.0000	0.0000
0.1	0.9907	0.8100	0.9003	0.0903
0.2	0.9651	0.6398	0.8024	0.1627
0.3	0.9267	0.4888	0.7077	0.2189
0.4	0.8784	0.3564	0.6174	0.2610
0.5	0.8231	0.2415	0.5323	0.2908
0.6	0.7628	0.1431	0.4530	0.3099
0.7	0.6997	0.0599	0.3798	0.3199
0.8	0.6354	-0.0093	0.3131	0.3223
0.9	0.5712	-0.0657	0.2527	0.3185
1.0	0.5083	-0.1108	0.1988	0.3096
1.1	0.4476	-0.1457	0.1510	0.2967
1.2	0.3899	-0.1716	0.1091	0.2807
1.3	0.3355	-0.1897	0.0739	0.2628
1.4	0.2849	-0.2011	0.0419	0.2430
1.5	0.2384	-0.2068	0.0158	0.2226
1.6	0.1959	-0.2077	-0.0059	0.2018
1.7	0.1576	-0.2047	-0.0235	0.1812
1.8	0.1234	-0.1985	-0.0376	0.1610
1.9	0.0932	-0.1899	-0.0484	0.1415
2.0	0.0677	-0.1794	-0.0563	0.1230
2.1	0.0436	-0.1675	-0.0618	0.1057
2.2	0.0244	-0.1548	-0.0652	0.0895
2.3	0.0080	-0.1416	-0.0668	0.0748
2.4	-0.0056	-0.1282	-0.0669	0.0613
2.5	-0.0166	-0.1149	-0.0658	0.0492
2.6	-0.0254	-0.1019	-0.0636	0.0383
2.7	-0.0320	-0.0895	-0.0608	0.0287
2.8	-0.0369	-0.0777	-0.0573	0.0204
2.9	-0.0403	-0.0666	-0.0534	0.0132

3.0	-0.0423	-0.0563	-0.0493	0.0071
3.1	-0.0431	-0.0469	-0.0450	0.0019
3.2	-0.0431	-0.0383	-0.0407	-0.0024
3.3	-0.0422	-0.0306	-0.0364	-0.0058
3.4	-0.0408	-0.0237	-0.0323	-0.0085
3.5	-0.0389	-0.0177	-0.0263	-0.0105
3.6	-0.0366	-0.0124	-0.0245	-0.0121
3.7	-0.0341	-0.0079	-0.0210	-0.0131
3.8	-0.0314	-0.0040	-0.0177	-0.0137
3.9	-0.0286	-0.0008	-0.0147	-0.0140
4.0	-0.0258	0.0019	-0.0120	-0.0139
4.1	-0.0231	0.0040	-0.0095	-0.0136
4.2	-0.0204	0.0057	-0.0074	-0.0131
4.3	-0.0179	0.0070	-0.0054	-0.0125
4.4	-0.0155	0.0079	-0.0038	-0.0117
4.5	-0.0132	0.0085	-0.0023	-0.0108
4.6	-0.0111	0.0089	-0.0011	-0.0100
4.7	-0.0092	0.0090	0.0001	-0.0091
4.8	-0.0075	0.0089	0.0007	-0.0082
4.9	-0.0059	0.0087	0.0014	-0.0073
5.0	-0.0046	0.0084	0.0019	-0.0065
5.1	-0.0033	0.0080	0.0023	-0.0057
5.2	-0.0023	0.0075	0.0026	-0.0049
5.3	-0.0014	0.0069	0.0028	-0.0042
5.4	-0.0006	0.0064	0.0029	-0.0035
5.5	0.0000	0.0058	0.0029	-0.0029
5.6	0.0005	0.0052	0.0029	-0.0023
5.7	0.0010	0.0046	0.0028	-0.0018
5.8	0.0013	0.0041	0.0027	-0.0014
5.9	0.0015	0.0038	0.0026	-0.0010
6.0	0.0017	0.0031	0.0024	-0.0007
6.1	0.0018	0.0026	0.0022	-0.0004
6.2	0.0019	0.0022	0.0020	-0.0002
6.3	0.0019	0.0018	0.0018	+0.0001
6.4	0.0018	0.0015	0.0017	0.0003
6.5	0.0018	0.0012	0.0015	0.0004
6.6	0.0017	0.0009	0.0013	0.0005
6.7	0.0016	0.0006	0.0011	0.0006
6.8	0.0015	0.0004	0.0010	0.0006
6.9	0.0014	0.0002	0.0008	0.0006
7.0	0.0013	0.0001	0.0007	0.0006

---

TABLE 2.

$2\alpha$	$x_1(2\alpha)$	$x_2(2\alpha)$	$x_3(2\alpha)$
0.2	5.009	0.0068	0.100
0.4	2.502	0.0268	0.200
0.6	1.674	0.0601	0.300
0.8	1.267	0.1065	0.400
1.0	1.033	0.1670	0.500
1.2	0.890	0.2370	0.596
1.4	0.803	0.3170	0.689
1.6	0.755	0.4080	0.775
1.8	0.735	0.5050	0.855
2.0	0.738	0.6090	0.925
2.5	0.802	0.8220	1.065
3.0	0.893	0.9770	1.090
3.5	0.966	1.0500	1.085
4.0	1.005	1.0580	1.050
4.5	1.017	1.0400	1.027
5.0	1.017	1.0300	1.008

TABLA 3.

Tabla de las funciones  $\psi(x)$ 

x	$\psi_1(x)$	$\psi_2(x)$	$\frac{d\psi_1(x)}{dx}$	$\frac{d\psi_2(x)}{dx}$
0.00	+1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.10	+1.0000	-0.0025	-0.0001	-0.0500
0.20	+1.0000	-0.0100	-0.0005	-0.1000
0.30	+0.9999	-0.0225	-0.0017	-0.1500
0.40	+0.9996	-0.0400	-0.0040	-0.2000
0.50	+0.9990	-0.0625	-0.0078	-0.2499
0.60	+0.9980	-0.0900	-0.0135	-0.2998
0.70	+0.9962	-0.1224	-0.0214	-0.3496
0.80	+0.9836	-0.1599	-0.0320	-0.3991
0.90	+0.9686	-0.2023	-0.0455	-0.4485
1.00	+0.9444	-0.2496	-0.0624	-0.4974
1.10	+0.9771	-0.3017	-0.0831	-0.5458
1.20	+0.9676	-0.3587	-0.1078	-0.5935
1.30	+0.9554	-0.4204	-0.1370	-0.6403
1.40	+0.9401	-0.4867	-0.1709	-0.6860
1.50	+0.9211	-0.5576	-0.2100	-0.7302
1.60	+0.8979	-0.6327	-0.2545	-0.7727
1.70	+0.8700	-0.7120	-0.3048	-0.8131
1.80	+0.8367	-0.7953	-0.3612	-0.8509
1.90	+0.7975	-0.8821	-0.4238	-0.8857
2.00	+0.7517	-0.9723	-0.4931	-0.9170
2.10	+0.6987	-0.0654	-0.5690	-0.9442
2.20	+0.6377	-1.1610	-0.6520	-0.9661
2.30	+0.5680	-1.2585	-0.7420	-0.9836
2.40	+0.4890	-1.3575	-0.8392	-0.9944
2.50	+0.4000	-1.4572	-0.9436	-0.9983
2.60	+0.3001	-1.5569	-1.0552	-0.9943
2.70	+0.1887	-1.6557	-1.1737	-0.9815
2.80	+0.0651	-1.7529	-1.2993	-0.9589
2.90	-0.0714	-1.8472	-1.4315	-0.9256
3.00	-0.2214	-1.9376	-1.5698	-0.8804
3.10	-0.3855	-2.0228	-1.7141	-0.8223
3.20	-0.5644	-2.1016	-1.8636	-0.7499
3.30	-0.7584	-2.1723	-2.0177	-0.6621
3.40	-0.9680	-2.2334	-2.1755	-0.5577



3.50	-1.1930	-2.2832	-2.3361	-0.4353
3.60	-1.4353	-2.3199	-2.4983	-0.2936
3.70	-1.6933	-2.3413	-2.6608	-0.1515
3.80	-1.9574	-2.3454	-2.8221	+0.0506
3.90	-2.2576	-2.3300	-2.9808	+0.2596
4.00	-2.5634	-2.2927	-3.1346	+0.4812
4.10	-2.8843	-2.2302	-3.2819	+0.7482
4.20	-3.2195	-2.1422	-3.4199	+1.0218
4.30	-3.5679	-2.0236	-3.5465	+1.3433
4.40	-3.9283	-1.8726	-3.6587	+1.6833
4.50	-4.2991	-1.6860	-3.7536	+2.0526
4.60	-4.6784	-1.4610	-3.8280	+2.4520
4.70	-5.0639	-1.1948	-3.8762	+2.8818
4.80	-5.4531	-0.8837	-3.9006	+3.3422
4.90	-5.8429	-0.5251	-3.8910	+3.8330
5.00	-6.2301	-0.1160	-3.8454	+4.3542
5.10	-6.6107	+0.3467	-3.7598	+4.9048
5.20	-6.9803	+0.8658	-3.6270	+5.4835
5.30	-7.3344	+1.4443	-3.4446	+6.0893
5.40	-7.6674	+2.0845	-3.2063	+6.7198
5.50	-7.9736	+2.7890	-2.9070	+7.3729
5.60	-8.2466	+3.5597	-2.5409	+8.0453
5.70	-8.4794	+4.3986	-2.1024	+8.7336
5.80	-8.6644	+5.3068	-1.5856	+9.4332
5.90	-8.7937	+6.2854	-0.9844	+10.1394
6.00	-8.8583	+7.3347	-0.2931	+10.8462

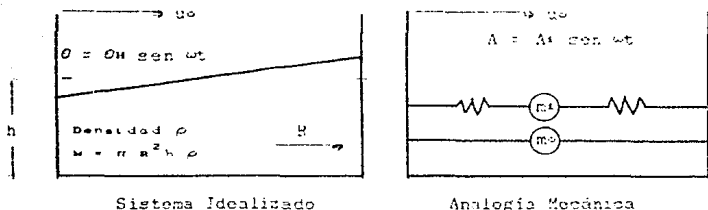
Tabla de las Funciones  $\psi(x)$  (Continuación)

x	$\psi_0(x)$	$\psi_1(x)$	$\frac{d\psi_0(x)}{dx}$	$\frac{d\psi_1(x)}{dx}$
0.00	+0.5000	-	0.0000	+
0.10	+0.4946	-1.5409	-0.0929	+6.3413
0.20	+0.4826	-1.1034	-0.1419	+3.1340
0.30	+0.4667	-0.8513	-0.1746	+2.0498
0.40	+0.4480	-0.6765	-0.1970	+1.4974
0.50	+0.4275	-0.5449	-0.2121	+1.4974
0.60	+0.4058	-0.4412	-0.2216	+0.9273
0.70	+0.3834	-0.3574	-0.2268	+0.7582
0.80	+0.3606	-0.2883	-0.2286	+0.6286
0.90	+0.3377	-0.2308	-0.2276	+0.5258

1.00	+0.3151	-0.1825	-0.2243	+0.4422
1.10	+0.2929	-0.1412	-0.2193	+0.3730
1.20	+0.2713	-0.1076	-0.2129	+0.3149
1.30	+0.2504	-0.0766	-0.2054	+0.2686
1.40	+0.2302	-0.0542	-0.1971	+0.2235
1.50	+0.2110	-0.0337	-0.1882	+0.1873
1.60	+0.1926	-0.0166	-0.1786	+0.1580
1.70	+0.1752	-0.0023	-0.1692	+0.1290
1.80	+0.1588	+0.0094	-0.1594	+0.1056
1.90	+0.1433	+0.0199	-0.1496	+0.0954
2.00	+0.1289	+0.0265	-0.1399	+0.0679
2.10	+0.1153	+0.0325	-0.1304	+0.0527
2.20	+0.1026	+0.0371	-0.1210	+0.0397
2.30	+0.0911	+0.0405	-0.1126	+0.0285
2.40	+0.0804	+0.0429	-0.1032	+0.0189
2.50	+0.0705	+0.0444	-0.0948	+0.0109
2.60	+0.0614	+0.0451	-0.0862	+0.0039
2.70	+0.0531	+0.0452	-0.0791	-0.0019
2.80	+0.0455	+0.0447	-0.0713	-0.0066
2.90	+0.0387	+0.0439	-0.0650	-0.0105
3.00	+0.0326	+0.0427	-0.0586	-0.0137
3.10	+0.0270	+0.0412	-0.0526	-0.0161
3.20	+0.0220	+0.0394	-0.0469	-0.0180
3.30	+0.0176	+0.0376	-0.0417	-0.0194
3.40	+0.0137	+0.0356	-0.0369	-0.0204
3.50	+0.0102	+0.0335	-0.0325	-0.0210
3.60	+0.0072	+0.0314	-0.0284	-0.0213
3.70	+0.0045	+0.0293	-0.0246	-0.0213
3.80	+0.0022	+0.0271	-0.0212	-0.0210
3.90	+0.0003	+0.0251	-0.0180	-0.0206
4.00	-0.0014	+0.0230	-0.0152	-0.0200
4.10	-0.0028	+0.0211	-0.0127	-0.0193
4.20	-0.0039	+0.0192	-0.0104	-0.0185
4.30	-0.0049	+0.0174	-0.0083	-0.0177
4.40	-0.0056	+0.0156	-0.0065	-0.0168
4.50	-0.0062	+0.0140	-0.0049	-0.0158
4.60	-0.0066	+0.0125	-0.0035	-0.0148
4.70	-0.0069	+0.0110	-0.0023	-0.0138
4.80	-0.0071	+0.0097	-0.0012	-0.0129
4.90	-0.0071	+0.0085	-0.0003	-0.0119
5.00	-0.0071	+0.0073	+0.0005	-0.0109
5.10	-0.0070	+0.0063	+0.0012	-0.0100
5.20	-0.0069	+0.0053	+0.0017	-0.0091
5.30	-0.0067	+0.0044	+0.0022	-0.0083
5.40	-0.0065	+0.0037	+0.0025	-0.0075

5.50	-0.0082	+0.0029	+0.0028	-0.0067
5.60	-0.0059	+0.0023	+0.0030	-0.0060
5.70	-0.0056	+0.0017	+0.0032	-0.0053
5.80	-0.0053	+0.0012	+0.0033	-0.0047
5.90	-0.0049	+0.0008	+0.0033	-0.0041
6.00	-0.0046	+0.0004	+0.0033	-0.0036

TABLA 4



ELEMENTO IMPULSIVO

$$m_0 = \rho_0 R^2 h \frac{\tan h \left[ \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{h R}{h_0} \right]}{\frac{\sqrt{3}}{3} \frac{h R}{h_0}}$$

$$h_0 = \frac{R^2}{8} h$$

$$h_0^* = \frac{R^2}{8} h \left[ 1 + \frac{4}{3} \left( \frac{\sqrt{3}}{\tan h \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{h R}{h_0}} \cdot \frac{h R}{h_0} \right) \right]$$

ELEMENTO CONECTIVO

$$m_1 = 0.46 \frac{m R}{h} \tan h \sqrt{\frac{27}{8}}$$

$$h_1 = h \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{\frac{27}{8}} \tan h \sqrt{\frac{27}{8}} \frac{h}{R}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{27}{8}} \operatorname{sen} h \sqrt{\frac{27}{8}} \frac{h}{R}} \right]$$

$$h_1^* = h \left[ 1 - \frac{\cos h \sqrt{\frac{27}{8}} \frac{h}{R} \cdot \frac{h}{R} \cdot \frac{27}{12}}{\sqrt{\frac{27}{8}} \frac{h}{R} \operatorname{sen} h \sqrt{\frac{27}{8}} \frac{h}{R}} \right]$$

$$s^2 = \frac{R}{h} \sqrt{\frac{27}{8}} \tan h \sqrt{\frac{27}{8}} \frac{h}{R}$$

Ecuaciones que definen las propiedades de la analogía mecánica de Housner en términos del sistema idealizado

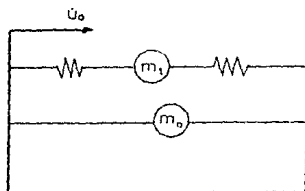
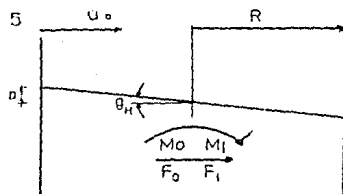


TABLA 5



EFFECTOS IMPULSIVOS

$$F_i = m_0 u_0$$

$$\left. \begin{aligned} M_{i1} &= F_i h_0 \\ M_{i2} &= F_i h_0 \end{aligned} \right\} M_0$$

EFFECTOS CONECTIVOS

$$F_c = m_1 \omega^2 A_1$$

$$\left. \begin{aligned} M_{c1} &= F_c h_1 \\ M_{c2} &= F_c h_1 \end{aligned} \right\} M_1$$

$$\theta_n = \frac{A_1}{R} \sqrt{\frac{2I}{\delta}} \tan h \sqrt{\frac{2I}{\delta}} \frac{h}{R} = A_1 \frac{\omega^2}{g}$$

$$D = \text{la mayor de } \left[ \begin{array}{l} R \theta_n \\ \frac{1}{4} R \theta_n \left[ \frac{1}{1 - \frac{A_1}{R} \left( \frac{R \omega^2}{g} \right)^2} \right] \end{array} \right]$$

COMBINACION DE EFFECTOS

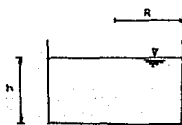
$$F = \sqrt{F_i^2 + F_c^2}$$

$$M = \sqrt{M_0^2 + M_1^2}$$

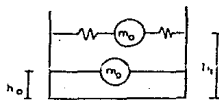
Ecuaciones que definen la respuesta del sistema idealizado  
(en términos de la respuesta de la Analogía Mecánica de Housner)

T A B L A G

R	h	$m^0$	$h^0$	$m^1$	$h^1$	$\omega$	T
(ft)	(ft)	( $lb\text{-}s^2/ft$ )	(ft)	( $lb\text{-}s^2/ft$ )	(ft)	$\frac{rad}{s}$	s
5.0	25.0	$3.36 \times 10^3$	9.38	$3.60 \times 10^2$	22.0	3.44	1.83
10.0	50.0	$2.93 \times 10^4$	18.75	$2.80 \times 10^3$	44.6	2.43	2.58
20.0	60.0	$1.32 \times 10^4$	22.50	$3.24 \times 10^3$	49.2	1.72	2.65
30.0	60.0	$2.56 \times 10^5$	22.50	$7.55 \times 10^4$	44.5	1.40	4.48
40.0	60.0	$4.15 \times 10^5$	22.50	$1.78 \times 10^5$	40.8	1.21	5.19
50.0	60.0	$5.66 \times 10^5$	22.50	$3.42 \times 10^5$	38.2	1.08	5.85
60.0	60.0	$7.13 \times 10^5$	22.50	$5.75 \times 10^5$	36.3	0.97	6.49
70.0	60.0	$8.55 \times 10^5$	22.50	$8.82 \times 10^5$	35.0	0.88	7.14
80.0	60.0	$9.92 \times 10^5$	22.50	$1.26 \times 10^6$	34.0	0.81	7.79
90.0	55.0	$9.50 \times 10^5$	22.60	$1.65 \times 10^6$	30.0	0.73	8.62
100	50.0	$8.77 \times 10^5$	18.80	$2.03 \times 10^6$	26.6	0.66	9.59
110	45.0	$7.83 \times 10^5$	16.90	$2.37 \times 10^6$	23.5	0.58	10.70
120	41.0	$7.09 \times 10^5$	15.40	$2.69 \times 10^6$	21.2	0.52	12.00
130	38.0	$6.60 \times 10^5$	14.20	$3.02 \times 10^6$	19.4	0.47	13.30



Sistema Idealizado

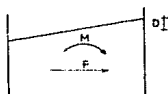


Analogía Mecánica

Propiedades de la Analogía Mecánica de Housner para un rango de tanques típicos llenos con líquido de peso específico unitarios.

T A B L A 7

CARGAS IMPULSIVAS		CARGAS CONECTIVAS		CARGAS TOTALES		
Fr	M <sub>iv</sub>	Pc	M <sub>cv</sub>	P	M	Q
lb	ft-lb	lb	ft-lb	lb	ft-lb	ft
3.92x10 <sup>4</sup>	3.62x10 <sup>5</sup>	3.23x10 <sup>7</sup>	7.39x10 <sup>5</sup>	3.24x10 <sup>4</sup>	3.75x10 <sup>5</sup>	2.27
6.14x10 <sup>4</sup>	5.89x10 <sup>5</sup>	1.65x10 <sup>4</sup>	2.07x10 <sup>5</sup>	2.14x10 <sup>5</sup>	5.94x10 <sup>5</sup>	2.48
1.41x10 <sup>5</sup>	3.12x10 <sup>7</sup>	9.75x10 <sup>4</sup>	4.39x10 <sup>5</sup>	1.42x10 <sup>5</sup>	3.21x10 <sup>7</sup>	2.42
2.85x10 <sup>5</sup>	6.49x10 <sup>7</sup>	2.33x10 <sup>5</sup>	9.92x10 <sup>5</sup>	2.66x10 <sup>5</sup>	6.48x10 <sup>7</sup>	2.78
4.45x10 <sup>5</sup>	1.00x10 <sup>8</sup>	5.91x10 <sup>5</sup>	1.60x10 <sup>7</sup>	4.45x10 <sup>5</sup>	1.01x10 <sup>8</sup>	2.78
6.97x10 <sup>5</sup>	1.29x10 <sup>8</sup>	5.32x10 <sup>5</sup>	2.26x10 <sup>7</sup>	6.10x10 <sup>5</sup>	1.36x10 <sup>8</sup>	2.69
7.94x10 <sup>5</sup>	1.71x10 <sup>8</sup>	8.98x10 <sup>5</sup>	2.94x10 <sup>7</sup>	7.69x10 <sup>5</sup>	1.74x10 <sup>8</sup>	2.62
9.17x10 <sup>5</sup>	2.06x10 <sup>8</sup>	1.03x10 <sup>6</sup>	3.59x10 <sup>7</sup>	9.22x10 <sup>5</sup>	2.09x10 <sup>8</sup>	2.63
1.06x10 <sup>7</sup>	2.38x10 <sup>8</sup>	1.23x10 <sup>6</sup>	4.12x10 <sup>7</sup>	1.07x10 <sup>7</sup>	2.43x10 <sup>8</sup>	2.43
9.49x10 <sup>5</sup>	1.76x10 <sup>8</sup>	1.31x10 <sup>6</sup>	3.48x10 <sup>7</sup>	9.49x10 <sup>5</sup>	1.80x10 <sup>8</sup>	2.00
8.39x10 <sup>5</sup>	1.42x10 <sup>8</sup>	1.22x10 <sup>6</sup>	2.86x10 <sup>7</sup>	8.43x10 <sup>5</sup>	1.44x10 <sup>8</sup>	1.75
7.60x10 <sup>5</sup>	1.17x10 <sup>8</sup>	1.11x10 <sup>6</sup>	2.34x10 <sup>7</sup>	7.68x10 <sup>5</sup>	1.19x10 <sup>8</sup>	1.53
7.07x10 <sup>5</sup>	1.01x10 <sup>8</sup>	1.01x10 <sup>6</sup>	1.97x10 <sup>7</sup>	7.41x10 <sup>5</sup>	1.03x10 <sup>8</sup>	1.53



*Cargas sísmicas en tanques, según se muestran en la figura , debido a la excitación indicada en la figura 26, predichas en la respuesta de acuerdo a la Analogía Mecánica de Housner.*

\* Nota: Las cargas totales se obtienen de la combinación de los efectos impulsivos y conectivos a partir de las ecuaciones de la Tabla 5.

T A B L A 3

Espesor de la placa de la pared para tamaños típicos de tanques de acero formados con hiladas de 343.8 mm de altura, soldadas a tope.

Diámetro del tanque (m)	Altura del tanque (m)								
	2.44	4.88	7.31	9.75	12.19	14.62	17.07	19.51	H máx
	Número de hiladas en la altura del tanque								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Espesor de la placa de la Pared (mm)								
3.0	4.8	4.8	4.8	4.8	-	-	-	-	-
4.6	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8	-	-	-	-
6.1	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8	-	-	-
7.6	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8	5.1	5.8	-
9.1	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8	5.3	6.1	7.1	-
10.7	4.8	4.8	4.8	4.8	5.1	6.1	7.1	8.4	-
12.2	4.8	4.8	4.8	4.8	5.8	7.1	8.1	9.4	-
13.7	4.8	4.8	4.8	5.3	6.6	7.9	9.1	10.7	-
15.2	6.3	6.3	6.3	6.3	7.4	8.9	10.2	11.7	-
18.3	6.3	6.3	6.3	6.9	8.6	10.4	12.2	-	17.7
21.3	6.3	6.3	6.3	8.1	10.2	12.2	-	-	15.2
24.4	6.3	6.3	6.9	9.4	11.7	-	-	-	13.4
27.4	6.3	6.3	7.9	10.4	-	-	-	-	11.9
30.5	6.3	6.3	8.6	11.7	-	-	-	-	10.8
36.6	7.9	7.9	10.4	-	-	-	-	-	9.0
42.7	7.9	7.9	11.9	-	-	-	-	-	7.8
48.8	7.9	8.9	-	-	-	-	-	-	6.9
54.9	7.9	10.2	-	-	-	-	-	-	6.1
61.0	7.9	11.2	-	-	-	-	-	-	5.5
67.0	9.5	12.2	-	-	-	-	-	-	5.1



# CAPITULO 7

## VII. CONCLUSIONES

En el estudio, diseño y construcción de tanques cilíndricos de almacenamiento, tenemos un caso muy general de investigación en la ingeniería, en donde a través de la observación, se plantean métodos que pretenden describir el comportamiento físico de un fenómeno en particular para justificar la aplicación de ciertos criterios de análisis. Esto queda mejor definido si partimos de que el análisis de un evento puede ser generado de un conocimiento empírico (que parece ser muy común) o al través de la aplicación del método científico (que parece ser muy utilizado para demostrar lo que la experiencia -conocimiento empírico- ya había dictado) y puede estar en un menor o mayor grado apegado a la realidad.

El análisis estático de los cascarones cilíndricos circulares, desarrollado bajo un punto de vista teórico, nos da placas de un espesor que en la práctica resultan sobrados dadas las condiciones bajo las cuales se obtuvieron los elementos mecánicos del modelo, ya que en general, no trabajamos en la práctica con materiales y condiciones ideales (isotropía, materiales homogéneos, condiciones de apoyo -empotrado-, etcétera) y por lo tanto, al considerar al tanque como de espesor constante, los elementos mecánicos que obtenemos (aunque no son del todo ciertos) dejan un margen de seguridad confiable, por lo que el análisis se considera aceptable, y nos evitamos un análisis matemático muy complicado (al tratar el espesor de las placas como no constante) y que a final de cuentas, daría resultados muy parecidos al análisis hecho con placas de espesor constante. La única aparente "desventaja", serían las zonas en donde tenemos que aplicar soldadura para unir las placas; pero como la soldadura tiene que ser más resistente que las placas, la aparente desventaja queda nulificada.

Es por lo anteriormente expuesto que concluimos que el análisis de tanques cilíndricos circulares, suponiendo que sus paredes son de espesor constante, es correcto y aplicable a casos reales.

El análisis hidrodinámico de tanques se venía haciendo bajo la suposición de una carga estática equivalente de diseño actuando en el centro de masa del tanque, con lo que el fenómeno sísmico y la respuesta del tanque ante ésta excitación, no quedaba del todo bien definido. Housner desarrolla un modelo mecánico del tanque, en el cual discretiza la masa del tanque en dos porciones bien definidas: una masa restringida para deformarse (masa impulsiva) que se encuentra en la parte baja del tanque y una segunda masa que si puede deformarse (masa conectiva) que se encuentra en la parte media superior del tanque (cuando el tanque está lleno de líquido), con lo cual, el mismo y la excitación sísmica queda mucho mejor definida que en el caso de una carga estática de diseño. Este modelo y su procedimiento de análisis, aunque presenta algunas lagunas (no es aplicable para grandes deformaciones de la masa conectiva, ni contempla movimiento vertical del terreno o grandes deformaciones del suelo, entre las más sobresalientes) es un método de diseño que describe con un buen grado de aproximación el fenómeno sísmico.

Por lo anterior, la aplicación del modelo mecánico de Housner -método teórico- puede aplicarse en el diseño sísmico de éste tipo de estructuras.

En el diseño de tanques cilíndricos de almacenamiento que se hizo en este trabajo, variamos la relación  $H/D$  (que es un parámetro análogo al de esbeltez en columnas) para analizar su comportamiento. Nos percatamos de que para relaciones grandes de  $H/D$  ( $>2$ ) vamos a tener placas en las paredes del cascarón de bajo calibre, pero la cimentación estará sujeta a cargas muy altas de diseño, que en general, son aplicadas en áreas muy pequeñas; y para relaciones bajas de  $H/D$  ( $<0.3$ ) vamos a trabajar con placas de

un alto calibre para las paredes del cilindro, pero la cimentación estará sujeta a cargas muy bajas de diseño. En tanques donde la relación  $H/D$  está entre un rango de  $0.5 < H/D < 1.5$ , las placas no son muy delgadas pero tampoco resultan ser exageradamente altas y las cargas de diseño sobre el terreno no son muy altas. En la práctica ingenieril no es muy común la construcción de tanques "esbeltos" ( $H/D$  alto), y son más comunes los tanques con relaciones de  $H/D$  intermedias o bajas.

En forma general, podemos decir que los principales aspectos de diseño que debemos cuidar en un tanque son las cargas estáticas y dinámicas que actúan en el tanque, condiciones del terreno y los tipos de apoyo que tomemos, el tipo de cimentación que soportará a la estructura (en general será un anillo de cimentación), la selección de los aditamentos del tanque y los aspectos constructivos y de supervisión, así como un adecuado control de la obra.

## BIBLIOGRAFIA

- \* Timoshenko S. y Woinowsky-Krieger S. "Theory of Plates and Shells", segunda edición, Mc Graw Hill Book Company, Inc. Nueva York.
- \* American Petroleum Institute. "Welded Steel Tanks for Oil Storage". API Standar 650, sexta edición revisada. Washington D.C.
- \* Comisión Federal de Electricidad, "Manual de Diseño de Obras Civiles -Tanques- C.2.5 Tanques y Depósitos", México 1980.
- \* Instituto Mexicano de la Construcción en Acero A.C., "Manual de Construcción en Acero, Tomo 1", primera edición, México 1987.
- \* Tavera F. y Moreno G., "Manual de Diseño, Tomos 1 y 2". Universidad Michoacana de San Nicolás Hidalgo, 1986.
- \* Housner George S., "Fundamentos de Ingeniería Sísmica", Revista "Ingeniería" Volumen XXXII Número 3, 1982.
- \* Wozniak R. S. y Mitchell W. W., "Basis of Seismic Design Provisions for Welded Steel Oil Storage Tanks", Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica.
- \* Iglesias J. y De la Cera J. "Análisis Hidrodinámico de Tanques", Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, Memorias del V Congreso de Ingeniería Sísmica. Guadalajara, 1979.
- \* Bertero V. V., "Seismic Resistant of Cylindrical Liquid Storage Tanks", Memorias del Simposio sobre Diseño Sísmico de Estructuras Industriales, Volumen 1, México 1981.