

01162  
2ej.  
5

RECEIVED  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO  
CIUDAD UNIVERSITARIA  
JUL 11 1989

MODELACION DEL PROCESO DE  
ACORAZAMIENTO EN CAUCES

AMADO ABEL JIMENEZ CASTAÑEDA

TESIS

Presentada a la División de Estudios de  
Posgrado de la  
FACULTAD DE INGENIERIA  
de la  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO  
como requisito para obtener  
el grado de

MAESTRO EN INGENIERIA  
(HIDRAULICA)

CIUDAD UNIVERSITARIA  
(julio, 1989)

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## RESUMEN

En la tesis se define y explica un método que permite modelar el proceso del acorazamiento en cauces tomando en cuenta la erosión y el movimiento estocástico del sedimento. Al método se le hacen simplificaciones para optimizar el tiempo de cómputo. Se describe una subrutina para calcular el acorazamiento del cauce y la forma en que se integra ésta a un programa que calcula la erosión del lecho del río. También se propone una forma para modificar la fricción por efecto del acorazamiento. Posteriormente se hacen pruebas con el modelo numérico para estudiar el efecto de variables como el gasto y la rugosidad en el acorazamiento. Al final del trabajo, además de las conclusiones se dan las recomendaciones para mejorar el conocimiento de la predicción de la erosión en cauces en el tramo aguas abajo de presas.

1. INTRODUCCION	1
2. ACORAZAMIENTO	5
2.1 ANTECEDENTES	5
2.2 RESUMEN DE METODOS	7
2.2.1 Método de Gessler(1967)	8
2.2.2 Método de Shen y Lu(1983)	13
2.2.3 Otro método	18
2.3 DISCUSION DE LOS METODOS	18
2.4 METODO ALTERNATIVO	19
3. EROSION Y ACORAZAMIENTO EN UN FONDO PLANO	20
3.1 JUSTIFICACION DEL PORCENTAJE DE AREA ACORAZADA	21
3.2 DESCRIPCION DEL METODO	21
3.2.1 Determinación del volumen total de partículas de tamaño $D_{mk}$ por unidad área del fondo	23
3.2.2 Cálculo del volumen de una partícula de diámetro $D_{mk}$	25
3.2.3 Obtención del número de sólidos de tamaño $D_{mk}$ por unidad de área del fondo	26
3.2.4 Determinación del porcentaje de área unita ria ocupada por las partículas de tamaño $D_{ml}$ a $D_{mm}$	27
3.2.5 Cálculo del porcentaje de área acorazada en el tiempo	30

3.2.6	<i>Naturalosa estocástica del movimiento del sedimento</i>	31
3.2.7	<i>Efecto de las formas de fondo en el acorazamiento</i>	32
4.	<b>ELABORACION DEL MODELO</b>	33
4.1	<b>MODIFICACIONES EN LA FORMULA PARA EL CALCULO DE <math>A_i(t)</math></b>	34
4.1.1	<i>Cálculo de <math>\Delta P_i</math></i>	35
4.1.2	<i>Cálculo del diámetro DMR</i>	37
4.1.3	<i>Revisión de la expresión 4.1.1</i>	41
4.1.4	<i>Movimiento estocástico del material de <math>\Delta P_i</math></i>	44
4.1.5	<i>Revisión de la substitución de la suma en k de <math>\Delta P_k</math> <math>q_k/D_k</math></i>	45
4.2	<b>CONSTRUCCION DEL MODELO</b>	47
4.2.1	<i>Determinación de la variable <math>\Delta Z(t)</math></i>	48
4.2.2	<i>Cálculo del esfuerzo cortante <math>\tau_0</math></i>	50
4.2.3	<i>Restricciones en el cálculo de <math>A_i(t)</math></i>	51
4.3	<b>INTERACCION DEL ACORAZAMIENTO CON EL ESCURRIMIENTO</b>	53
4.3.1	<i>Efecto del acorazamiento en el gasto sólido</i>	53
4.3.2	<i>Efecto del acorazamiento en la fricción</i>	55

5. PRUEBAS Y APLICACIONES	57
5.1 ANALISIS DE SENSIBILIDAD DEL MODELO	57
5.1.1 Pruebas del modelo	60
5.1.2 Resumen de las corridas	71
5.2 PREDICCIÓN DE LA EROSIÓN AGUAS ABAJO DE UNA PRESA	72
5.2.1 Información de campo	73
5.2.2 Cálculo de las características del tramo en estudio	73
5.2.3 Selección de los intervalos $\Delta X$ y $\Delta t$	77
5.2.4 Determinación de la erosión sin acorazamiento	77
5.2.5 Erosión del cauce modificando el, gasto sólido con $A_s(t)$	78
5.2.6 Erosión del cauce modificando el gasto sólido y la rugosidad con $A_s(t)$	79
5.2.7 Comparación de estas dos últimas corridas	82
5.2.8 Estimación del gasto que rompe la coraza	83
 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	 85
 AGRADECIMIENTOS	 88
 REFERENCIAS	 89

## 1. INTRODUCCION

En algunos tramos de ríos, el caudal que escurre y el gasto sólido que transporta producen erosión y sedimentación en forma continua, pero esto no provoca cambios de importancia durante muchos años. Sin embargo, existen factores tanto naturales como inducidos por el hombre, que pueden contribuir a que haya un desbalance entre el abastecimiento y la capacidad de transporte de sedimentos en algún tramo de un río, el mismo que a su vez, puede ocasionar la erosión o sedimentación del tramo en un tiempo relativamente corto.

Un ejemplo muy común de los factores que influyen en romper el equilibrio entre el abastecimiento y transporte de sedimentos es la construcción de una presa. Esto provoca que parte del sedimento transportado por el río se deposite en el vaso de la presa, y que en el tramo inmediato aguas abajo de la misma escurra agua relativamente limpia de sedimento que va a arrastrar el material que pueda, con lo que se tendrá una erosión en ese tramo. En el caso de que esa parte del cauce tenga una granulometría extendida, el material que no pudo ser arrastrado, material relativamente grueso, quedará cubriendo el fondo, aumentando la rugosidad del cauce y disminuyendo la velocidad del flujo, hasta llegar a una condición de equilibrio.

El objetivo de este trabajo es contribuir a la comprensión del proceso antes descrito; para ello, además de predecir la erosión que se produce en el tramo del cauce aguas abajo de la cortina de una presa, se desea estimar el tiempo en que ocurre tal erosión. Se incluye en este análisis el proceso de selección del material fino que se erosiona y la formación de una coraza de material grueso. Debido a la incertidumbre que se tiene sobre la forma en que ocurre este fenómeno, más que la predicción exacta del proceso, se hacen estimaciones cualitativas. Estas permiten mejorar el entendimiento del fenómeno y encontrar los puntos que conviene estudiar en el futuro.



El conocer la erosión máxima que se tiene en el tramo aguas abajo de la cortina de una presa es importante, por ejemplo, en el diseño del funcionamiento hidráulico de las estructuras terminales de las obras de excedencias, como lo son los tanques amortiguadores o las cubetas deflectoras. También permite conocer la disminución de la elevación del espejo del agua en el desfogue, y por tanto, el incremento de la carga estática que se pudiera ganar en el tiempo.

En este trabajo se presenta un método para modelar el proceso de erosión que ocurre en el tramo aguas abajo de la cortina de una presa, tomando en cuenta la erosión originada por el arrastre del material fino, y el hecho de que aumenta el tamaño medio del material que permanece en la superficie del cauce; tal proceso es lo que se conoce como acorazamiento del cauce. El trabajo está desarrollado en seis capítulos.

En el capítulo dos se define y describe el fenómeno por estudiar, y se hace una revisión de los trabajos más importantes sobre el tema.

En el capítulo tres se describe en forma detallada el método que se seleccionó para modelar el fenómeno.

En el siguiente capítulo se plantean las modificaciones hechas al método para simplificarlo y hacer los cálculos en forma más rápida; se compara con el método original.

En el capítulo cinco, se hace primero un análisis de sensibilidad del modelo numérico, resolviendo un ejemplo; después, con algunos datos de campo del tramo de un río aguas abajo de una hidroeléctrica se predice la erosión máxima del cauce y el tiempo en que alcanza dicha erosión, incluyendo el acorazamiento.

Finalmente, en el capítulo seis se dan las conclusiones y recomendaciones para futuras investigaciones, obtenidas a partir de la experiencia adquirida al realizar este trabajo.

## 2. ACORAZAMIENTO

### 2.1 ANTECEDENTES

Acorazamiento es el fenómeno que experimenta el fondo de un río cubierto de material bien graduado durante un proceso de erosión, provocándose que el porcentaje de finos en la superficie del cauce disminuya y aumente el de material grueso.

Para que haya acorazamiento es necesario que los sedimentos tengan una granulometría extendida, esto es que el material sea no uniforme, y el flujo tenga capacidad de arrastrar los granos finos del material del cauce, pero no los más gruesos; las partículas pequeñas, incapaces de resistir el paso del flujo, van siendo lavadas o arras

tradas por la corriente, lo que hace que afloren partículas de mayor tamaño que si pueden soportar el paso del flujo; de este modo, por la permanencia de partículas gruesas, se forma una especie de armadura o coraza en la superficie del lecho la cual protege del arrastre al material fino subyacente. Una descripción más detallada del proceso de acorazamiento se encuentra en Maza(1989) y y Shen(1971).

Además de que en el tramo del río se debe tener una distribución granulométrica extendida, para que se presente el acorazamiento, se requiere que en el tramo haya erosión, como por ejemplo, aguas abajo de la cortina de una presa, donde la cantidad de sedimento que entra, es menor que la que sale. En este caso, parte de la cantidad de sedimento necesario para satisfacer la capacidad de transporte del río proviene de la erosión del lecho y orillas; consecuentemente, se harán evidentes una disminución del nivel del fondo del lecho y ensanchamiento del cauce.

Durante el proceso de acorazamiento siempre hay transporte de sedimentos, y por tanto, una erosión o abatimiento del fondo que modifica la pendiente del cauce. Una vez que se ha llegado al grado de acorazamiento final, deja de existir el transporte de sedimento y ya no hay erosión, por lo que puede decirse que para esas condiciones se tiene un cauce estable.

## 2.2 RESUMEN DE METODOS

A continuación se describen en forma resumida las principales investigaciones y métodos que se han publicado relacionados al tema de acorazamiento.

Algunos de los primeros estudios sobre erosión de ríos son los presentados por Lane(1934) y 1955), Stanley(1951) y Livesey(1963); utilizan distintos enfoques y tratan de encontrar la magnitud de la erosión aguas abajo de una presa considerando la variación periódica del nivel del agua en ese lugar.

Harrison(1950) fue el primero en reportar experimentos de acorazamiento. Realizó experimentos en laboratorio con tres diferentes tamaños de material del fondo, y usó el método de transporte de Einstein para analizar sus resultados experimentales. Las conclusiones más importantes de Harrison, según Little y Mayer(1972), son:

- a) La acumulación de partículas inmóviles en la superficie del fondo causa un incremento en su rugosidad efectiva
- b) Una capa de partículas inmóviles, cuyo espesor es de un diámetro de dichas partículas, previene de manera efectiva la erosión, y no es necesaria la existencia de una capa completa en todos los casos

c) Las partículas inmóviles se arreglan ellas mismas en una formación con ondulaciones características

d) El método de Einstein predice muy bien el tamaño de grano más grande para el cual no hay transporte

Otra conclusión importante, citada por Suryanarayana et al(1971), es que en los experimentos, el fondo se degrada como una unidad, y el perfil final resulta paralelo al inicial, si las partículas inmóviles quedan uniformemente distribuidas a lo largo del fondo.

Tinney(1955) presenta un método de predicción de la degradación del perfil del fondo de un canal, en el que usa la ecuación de continuidad del sedimento y una ecuación de transporte de sedimento. También predice los tirantes y las pendientes finales después de la degradación. Sus resultados se aproximan mucho a los obtenidos experimentalmente por Newton(1951).

Uno de los métodos más aceptados para calcular el grado de acorazamiento de un río es el propuesto por Gessler (1967), y otro más reciente es el de Shen y Lu(1983). A continuación se describen los fundamentos de estos métodos.

### 2.2.1 Método de Gessler(1967)

Gessler(1967) propuso un método para determinar la distribución de tamaños de la coraza en un río; fue el primero en proponer que el movimiento incipiente del sedimento es

un proceso probabilístico, lo que se opone a lo sugerido en 1936 por Shields de tener un carácter determinístico. Gessler supuso que el esfuerzo cortante instantáneo en el fondo fluctúa en todo el ancho alrededor de un valor medio en el tiempo, y que esta fluctuación sigue una ley de distribución de Gauss.

Este criterio utiliza la fórmula de Meyer-Peter y Müller para valuar el esfuerzo cortante crítico,  $\tau_{ck}$ , que resiste un grano

$$\tau_{ck} = 0.047(\gamma_s - \gamma) D_k \quad (2.2.1)$$

donde

$\gamma_s$  peso específico del sedimento, en  $\text{kgf/m}^3$

$\gamma$  peso específico del agua, en  $\text{kgf/m}^3$

$D_k$  diámetro característico del sedimento, en m

Gessler definió a una variable aleatoria dada por el cociente del esfuerzo cortante crítico entre el esfuerzo cortante actuante,  $\tau_0$ , el cual se calcula como

$$\tau_0 = \gamma h S \quad (2.2.2)$$

donde

$h$  tirante, supuesto un canal muy ancho, en m

$S$  pendiente de fricción

A partir de los resultados de sus experimentos, Gessler determinó la probabilidad ( $q_k$ ) de que, dada una condición de flujo, definida con  $\tau_0$ , un grano de tamaño  $k$  no sea arrastrado por la corriente y forme parte de la coraza. Con estos resultados elaboró la fig 2.2.1, donde la ecuación de la recta tiene como variable aleatoria a la relación  $\tau_{ck}/\tau_0$ , y se expresa como

$$q_k = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\tau_{ck}/\tau_0} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left( \frac{\nu - \mu}{\sigma} \right)^2 \right\} d\nu \quad (2.2.3)$$

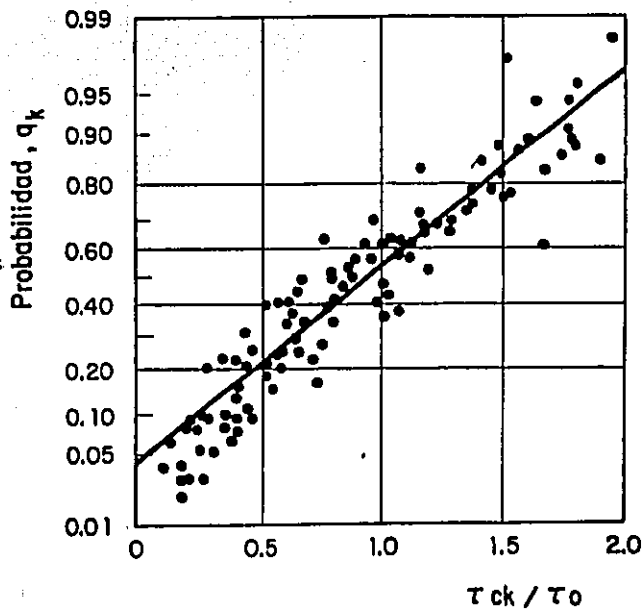


Fig 2.2.1 Probabilidad de que un determinado grano no sea arrastrado por el flujo y forme parte de la coraza, según Gessler



En la ec 2.2.3,  $q_k$  es la probabilidad que tiene una partícula, con esfuerzo cortante crítico  $\tau_{ck}$ , de no ser arrastrada por un flujo que provoca un esfuerzo cortante  $\tau_o$ ;  $\mu$  y  $\sigma$  son la media y desviación estándar de la distribución de los esfuerzos cortantes en el fondo, respectivamente, cuyos valores obtuvo experimentalmente Gessler como  $\mu = 1$  y  $\sigma = 0.57$ .  $v$  es una variable muda.

De acuerdo con lo anterior, si  $\tau_o = \tau_{ck}$ , la probabilidad que tiene un grano de tamaño  $D_k$  de formar parte de la coraza es 0.50, (fig 2.2.1); así mismo, si  $\tau_o = 0.50 \tau_{ck}$ , la probabilidad de que ese grano permanezca en la coraza es de 0.96; pero si  $\tau_o = 2\tau_{ck}$ , dicha probabilidad disminuye a 0.21. Esto implica que los tamaños grandes son los que tienen probabilidad alta de permanecer en el fondo formando parte de la coraza.

Gessler propuso un método que permite conocer el grado de acorazamiento al que llega un río cuando está actuando de manera constante un flujo con esfuerzo cortante  $\tau_o$ , durante un largo periodo, y también para calcular la coraza máxima que se puede formar. En ambos casos, con el método se obtiene la granulometría final del río.

Cruickshank y García(1976) presentan un procedimiento que permite obtener de manera sencilla la granulometría de la coraza. Además proponen la forma de obtener la llamada

coraza máxima, esto es, la coraza que resiste el esfuerzo cortante máximo. Para obtenerla se construye una curva de esfuerzo cortante actuante contra diámetro medio de la coraza, fig 2.2.2. Es importante aclarar que la curva del lado derecho del máximo no tiene significado físico y sólo se usa para obtener el valor máximo del diámetro medio de la coraza.

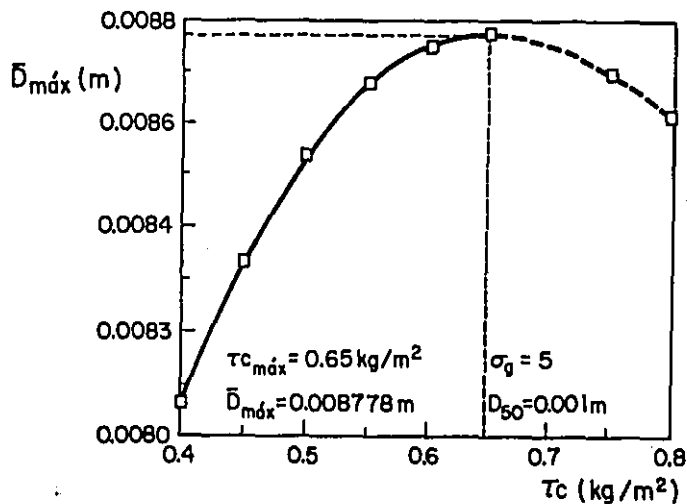


Fig 2.2.2 Curva de Gessler para obtener  $\tau_{c\acute{m}ax}$  y  $\bar{D}_{m\acute{a}x}$

La variable aleatoria  $v$ , en la ec 2.2.3 se puede estandarizar con la transformación

$$z = \frac{v - \mu}{\sigma} \quad (2.2.4)$$

o bien, según lo obtenido por Gessler

$$z = \frac{v - 1}{0.57} \quad (2.2.5)$$

De esta manera se transforma la variable  $v$  a una con  $\mu = 0$  y  $\sigma = 1$ . Al estandarizar la ec 2.2.3, ésta toma la forma

$$q_k = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\xi_c} \exp(-0.5\xi^2) d\xi \quad (2.2.6)$$

y 
$$\xi_c = \frac{\tau_{ck}/\tau_0 - 1}{0.57} \quad (2.2.7)$$

que permite calcular la probabilidad  $q_k$  en forma sencilla usando una tabla de distribución de probabilidad normal.

### 2.2.2 Método de Shen y Lu(1983)

Uno de los más recientes análisis del proceso de acorazamiento de fondo fue presentado por Shen y Lu(1983). Su método es esencialmente una extensión del procedimiento de Gessler(1967), con modificaciones para estimar la probabilidad de que un grano de determinado tamaño permanezca formando parte de la coraza. Las modificaciones sugeridas por Shen y Lu son las siguientes:

a) El límite superior de integración de  $q_k$ , ec 2.2.3, se cambia multiplicando al valor de  $\tau_{ck}$  por un factor de peso,  $\xi$ , por lo que la ecuación queda

$$q_k = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\xi \tau_{ck}/\tau_0} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{v - \mu}{\sigma} \right)^2 \right\} dv \quad (2.2.8)$$

Einstein(1950) da una gráfica para estimar el factor de ocultamiento  $\xi$ ; sin embargo, Shen y Lu, con datos experimentales reportados por Little y Mayer(1972), construyeron una curva para obtener  $\xi$ , la cual se presenta en la fig 2.2.3. En la figura,  $D_i$  es el tamaño del grano, y  $X$  depende del tamaño  $D_{65}$  de la granulometría y del grado de turbulencia de la corriente. Para obtener  $X$  primero se calculan los siguientes parámetros. Velocidad al cortante asociada al radio hidráulico

$$R'(Maza \text{ et al}(1981)) \quad U_*' = \sqrt{g R' S}$$

El espesor  $\delta'$  de la subcapa laminar, referida a la rugosidad de las partículas,  $\delta' = 11.6 \nu / U_*'$ , donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática, en  $m^2/s$ .

De la fig 2.2.5 se obtiene el valor de  $x = f(D_{65}/\delta')$

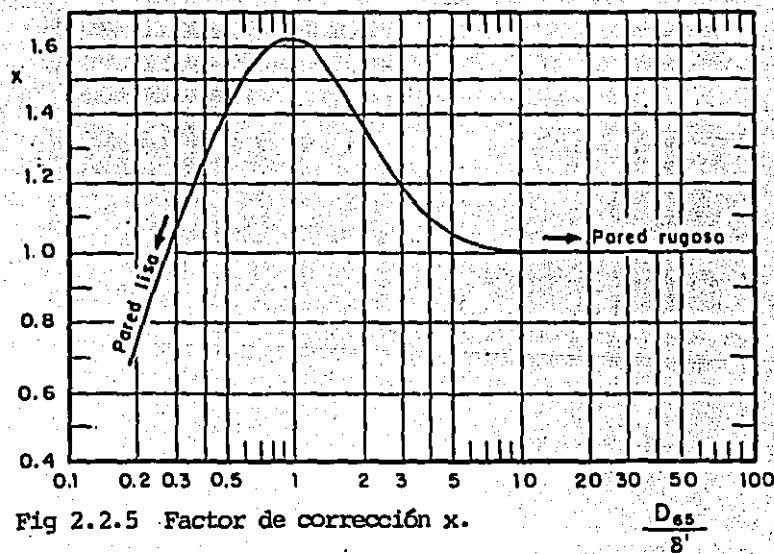


Fig 2.2.5 Factor de corrección  $x$ .

$$\text{Así,} \quad X = \begin{cases} 0.77 D_{65}/x, & \text{si } D_{65}/(x\delta') > 1.80 \\ 1.39 \delta', & \text{si } D_{65}/(x\delta') < 1.80 \end{cases}$$

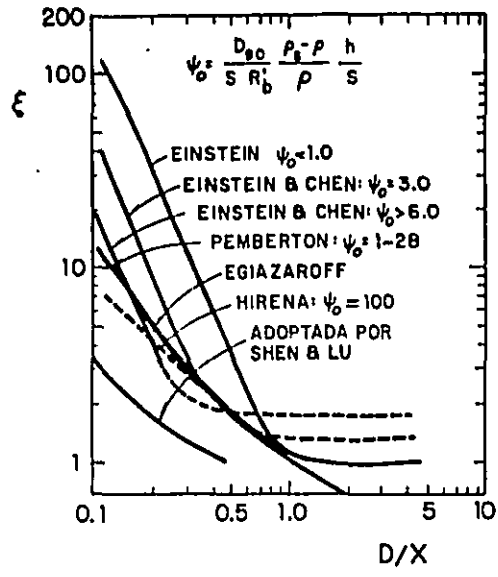


Fig 2.2.3 Factor de ocultamiento de las partículas del sedimento en la mezcla (Shen y Lu, 1983)

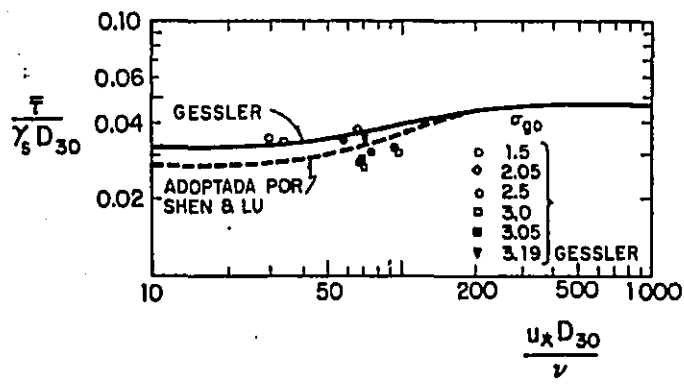


Fig 2.2.4 Curva modificada de Shields (Shen y Lu, 1983)

b) Se modifica la curva de Shields que da el esfuerzo cortante crítico,  $\tau_{ck}$ , como se ve en la fig 2.2.4. Para estos autores el esfuerzo cortante crítico es menor que el dado por el criterio de Shields. En la curva que proponen Shen y Lu, el esfuerzo cortante con el cual empieza el movimiento incipiente de todas las partículas del fondo es único y se determina con el diámetro  $D_{50}$ . Así, el valor del  $\tau_{ck}$  es independiente del intervalo del tamaño del sedimento, y por tanto, la probabilidad  $q_k$  es afectada únicamente por el factor de ocultamiento  $\zeta$ . Es importante indicar que la curva modificada de Shields se obtuvo usando los datos experimentales reportados por Little y Mayer(1972).

c) Se modifica el valor constante de  $\sigma = 0.57$ , que encontró Gessler; se supone que  $\sigma$  es función de la desviación estándar geométrica de la distribución original del sedimento. La relación entre  $\sigma$  y  $\sigma_g$ , dada por Shen y Lu, está en la tabla 2.2.1

Tabla 2.2.1 Relación entre la desviación estándar de los esfuerzos cortantes en el fondo (según Gessler) y la desviación estándar geométrica de la granulometría original

$\sigma_g$	1.5	2.0	2.5	3.0	3.05	3.19
$\sigma$	0.3	0.35	0.35	0.40	0.41	0.45

En resumen, con el procedimiento de Shen y Lu se determina la distribución de tamaños de la coraza usando la ec 2.2.3 de Gessler, pero modificando la función de probabilidad con las figs 2.2.2, 2.2.3 y la tabla 2.2.1 para estimar  $\xi$ ,  $\tau_{ck}$  y  $\sigma$ , respectivamente.

A partir de análisis estadísticos de los resultados experimentales reportados por Little y Mayer(1972), Gessler (1967) y los datos de campo de Lane y Carlson(1953), Shen y Lu(1983) publicaron también ecuaciones de regresión para calcular la granulometría final de la coraza a partir de la granulometría original.

$$\frac{D_{50}}{D_{50}_o} = 0.853 \left( \frac{\tau}{\tau_c} \right)^{0.456} (\sigma g)^{0.885} \quad (2.2.9)$$

$$\frac{D_{50}}{D_{50}_o} = 0.658 \left( \frac{\tau}{\tau_c} \right)^{-0.404} (\sigma g)^{2.290} \quad (2.2.10)$$

$$\frac{D_{84}}{D_{84}_o} = 0.189 \left( \frac{\tau}{\tau_c} \right)^{0.710} (\sigma g)^{-0.200} \quad (2.2.11)$$

donde  $\tau_c$  es el esfuerzo cortante crítico correspondiente a  $D_{50}$ ,  $\tau$  es el esfuerzo actuante provocado por el flujo y el subíndice o corresponde a la muestra original.

### 2.2.3 Otro método

Maza y García(1986) publicaron ecuaciones de regresión para conocer la granulometría final de la coraza máxima, deducidas utilizando el método de Gessler(1967) y teniendo como dato la granulometría original del río. Las ecuaciones de estos autores dan valores superiores a los obtenidos con el método original de Gessler.

### 2.3 Discusión de los métodos

De acuerdo con lo antes escrito, todos estos autores han presentado contribuciones significativas para comprender y calcular el proceso de acorazamiento. Sin embargo, este conocimiento no es aún satisfactorio, ni en la predicción de la granulometría, ni en el análisis de la evolución temporal del acorazamiento debido a la degradación del fondo del río. Aunque Gessler, y Little y Mayer, desarrollaron relaciones para predecir la distribución de tamaños de la coraza que se pueda formar, según las características del flujo actuante, no reportan datos de la evolución del acorazamiento del fondo con la progresiva degradación del mismo. El procedimiento de Shen y Lu, el cual es una adaptación del método de Gessler con los datos experimentales de Little y Mayer tiene la misma limitación.



Una desventaja adicional de estas investigaciones es que son válidas únicamente para condiciones de flujo con fondo plano.

#### 2.4 Método alternativo

En los últimos años se ha estado investigando y corrigiendo un método, propuesto inicialmente por Karim et al (1983), con un enfoque distinto para simular el proceso de acorazamiento teniendo en cuenta los siguientes puntos:

- a) la relación dinámica entre la cantidad de degradación, variables del flujo y la extensión del acorazamiento desde su etapa inicial hasta la final
- b) el mecanismo de selección de diferentes tamaños de fracciones, llamado en inglés *sorting*, dentro de las formas de fondo (rizos y dunas) y sus efectos en el acorazamiento del fondo

En el siguiente capítulo se describe en forma detallada este trabajo.

### 3. EROSION Y ACORAZAMIENTO EN UN FONDO PLANO

Este método en su primera versión fue propuesto por Karim, Holly y Kennedy(1983). Para condiciones de flujo que producen un fondo casi plano en ríos, la degradación gradual (por ejemplo, aguas abajo de una presa) de un lecho que contiene una cantidad significativa de sedimentos gruesos los cuales no pueden ser movidos por el gasto normal de extracción y si por los gastos que pasan por la obra de excedencias, puede llevar a un rápido acorazamiento de la superficie del cauce. La extensión del acorazamiento se puede estimar relacionando la profundidad de degradación al correspondiente volumen de las fracciones de tamaños de sedimento inmóviles, y luego obtener el área ocupada por esos sedimentos, suponiendo para ello el espesor de la coraza.

### 3.1 JUSTIFICACION DEL PORCENTAJE DE AREA ACORAZADA

Aún cuando los trabajos experimentales de Gessler(1967), Little y Mayer(1972) y observaciones de campo indican que la coraza contiene sedimentos de todas las fracciones de tamaños del material original del cauce, se supone en el presente análisis que, como el desarrollo del acorazamiento se incrementa con la degradación del fondo, la superficie del cauce está formada por dos partes (ver fig 3.1.1): la coraza, y la parte del fondo que contiene fracciones que se pueden mover. La idea es entonces estimar el porcentaje del área superficial cubierta por las partículas de la coraza ya inmóviles. Para ello es necesario considerar que las partículas finas se encuentran entre otras más grandes, pero no contribuyen a la estabilidad del cauce; de estas partículas finas algunas podrán pasar a formar parte del transporte de sedimento de un momento a otro, y otras quedar protegidas por las partículas de la coraza. Desde este punto de vista, no es necesario determinar la distribución de tamaños de la coraza, y por ello no se trata en este capítulo. En su lugar, se usa el porcentaje, de la superficie del fondo cubierta por partículas inmóviles en cualquier tiempo dado como una medida de la extensión del acorazamiento.

### 3.2 DESCRIPCION DEL METODO

Para determinar el porcentaje de la superficie del cauce,  $A_f(t)$ , cubierta por partículas inmóviles en un tiempo

dado se supone que hay un total de  $m$  fracciones de tamaño diferente, de las cuales las fracciones 1 hasta la  $m$  ( $1 \leq m$ ) no pueden ser transportadas por el flujo, y se acumulan por tanto en la superficie en una capa con espesor de un diámetro.

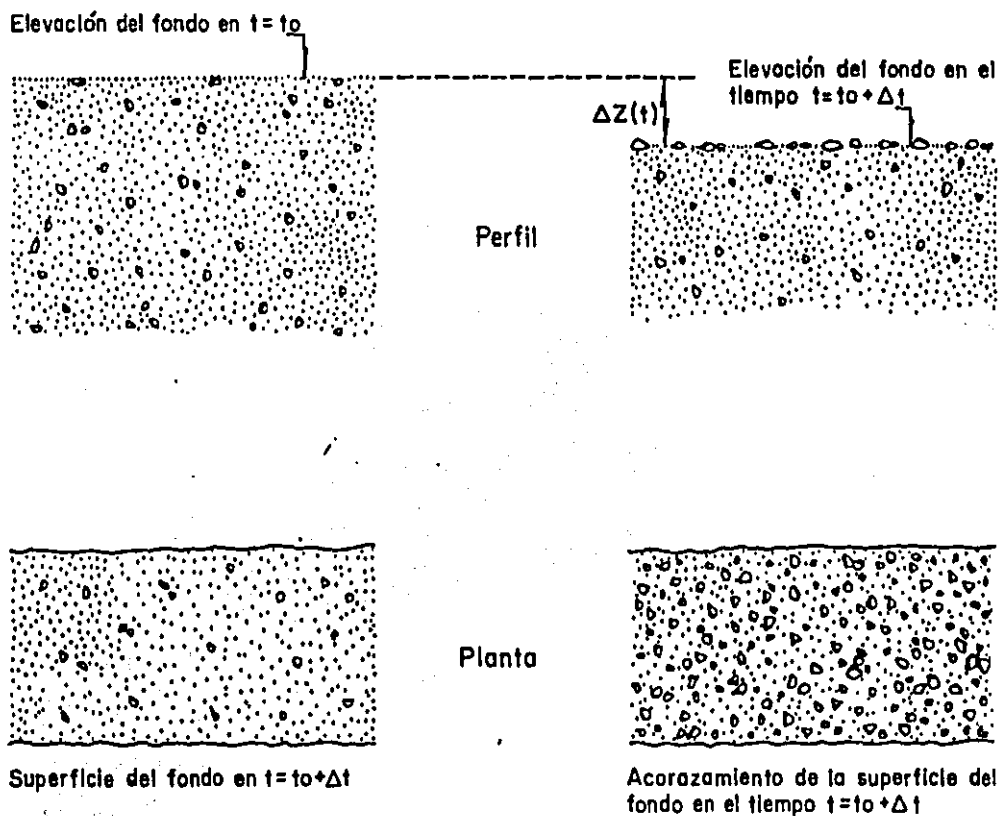


Fig 3.1.1 Representación esquemática del acorazamiento de un fondo plano

### 3.2.1 Determinación del volumen total de partículas de tamaño $D_{mk}$ por unidad de área del fondo

Supóngase que durante un intervalo de tiempo  $\Delta t$ , la cota del fondo del cauce, en una sección del río, disminuye  $\Delta Z(t)$ , y se desea conocer el volumen total de los sólidos que se quedaron en esa sección. Para ello se analiza el volumen de área unitaria que se muestra en la fig 3.2.1, como si fuera una muestra.

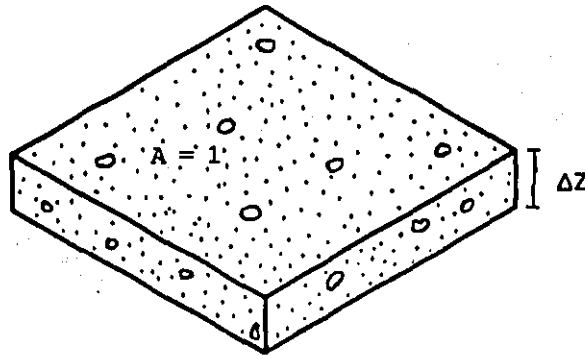


Fig 3.2.1 Muestra del fondo de área unitaria

El volumen total de la muestra es

$$V_m = A \Delta Z(t) \quad (3.2.1)$$

donde

$V_m$  volumen de la muestra, en  $m^3$

$\Delta Z(t)$  espesor de la muestra, en m

El volumen de sólidos que hay en la muestra, suponiendo que se tiene un sólo tipo de tamaño de material completamente uniforme y usando relaciones volumétricas, es

$$V_s = \frac{\epsilon}{e} V_m = (1-\epsilon) V_m \quad (3.2.2)$$

donde

$\epsilon$  porosidad de la muestra ( $V_v/V_m$ )

$e$  relación de vacíos ( $V_v/V_s$ )

$V_v$  volumen de vacíos

$V_s$  volumen de sólidos

Sustituyendo 3.2.1 en 3.2.2

$$V_s = (1-\epsilon) A \Delta Z(t) \quad (3.2.3)$$

y considerando que el área es unitaria

$$V_s = (1-\epsilon) \Delta Z(t) \quad (3.2.4)$$

Generalizando la expresión anterior para el caso en que la muestra estuviera compuesta de material no uniforme y se conociera su granulometría, el volumen de sólidos se calcula como

$$V_s = (1-\epsilon) \Delta Z(t) \sum_{k=1}^m \Delta P_k \quad (3.2.5)$$

donde  $\Delta P_k$  es el tamaño del intervalo del porcentaje en peso de la curva granulométrica con diámetro característico  $D_{mk}$ .

Si se desea conocer el volumen de sólidos de cierto tamaño, desde el tamaño  $l$  hasta el  $m$ ,  $l \leq m$ , éste se calcula con

$$V_s = (1-\epsilon) AZ(t) \sum_{k=1}^m \Delta P_k \quad (3.2.6)$$

Por tanto, con la ec 3.2.6 se obtiene el volumen total de partículas de tamaños  $l$  a  $m$ , acumuladas en una capa en la superficie del fondo.

### 3.2.2 Cálculo del volumen de una partícula de diámetro $D_{mk}$

Se supone aquí que la forma de cada partícula es la de un elipsoide (fig 3.2.2) con ejes  $b = c$ ; esta se caracteriza por el factor de forma,  $f_s$  (cociente del eje principal menor a la raíz cuadrada del producto de los otros dos ejes). El volumen de una partícula de fracción  $k$  es

$$V_k = \frac{4}{3} \pi a b c \quad (3.2.7)$$

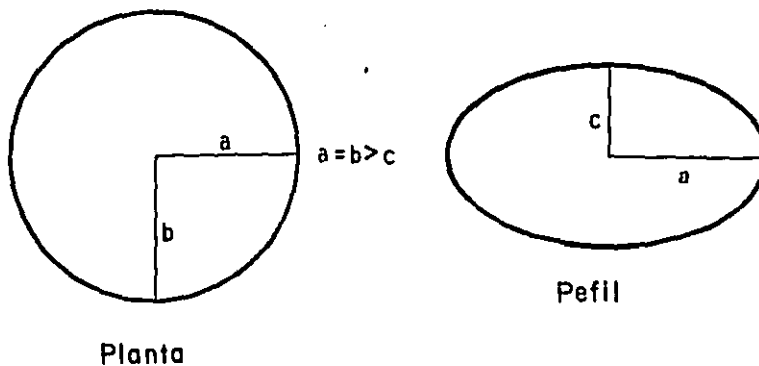


Fig 3.2.2 Forma de las partículas

En la definición de factor de forma

$$f_s = c / \sqrt{a b} \quad (3.2.8)$$

Dado que  $a = b$

$$V_k = \frac{4}{3} \pi a^2 c \quad (3.2.9)$$

y  $f_s = \frac{c}{a} \quad (3.2.10)$

despejando  $c$  del factor de forma y substituyendo en la ec 3.2.9 se obtiene

$$V_k = \frac{4}{3} \pi f_s a^3 \quad (3.2.11)$$

Vistas en planta, las partículas son circulares, por lo que se considera que el diámetro  $D_{mk}$  está relacionado con la magnitud  $a$

$$a = D_{mk} / 2$$

por lo que

$$V_k = \frac{4}{3} \pi f_s \frac{D_{mk}^3}{(4)^3 (2)} \quad (3.2.12)$$

Finalmente, el volumen de una partícula de diámetro  $D_{mk}$  es

$$V_k = \frac{\pi}{8} f_s D_{mk}^3 \quad (3.2.12a)$$

3.2.3 Obtención del número de sólidos de tamaño  $D_{mk}$  por unidad de área del fondo

El número de partículas de tamaño  $k$  que se agregan a la



coraza, debido a una disminución de magnitud  $\Delta Z$  en el fondo, por unidad de área, es el cociente del volumen total de partículas de tamaño  $k$  entre el volumen de un grano de tamaño  $k$ , o sea

$$N_k(t) = \frac{(1-\epsilon) \Delta Z(t) \Delta P_k}{\frac{\pi}{6} f_s D_{mk}^3} \quad (3.2.13)$$

y el número total de partículas que se agregan a la coraza debido a la disminución  $\Delta Z(t)$  del fondo, es la suma de los cocientes de cada tamaño  $k$ , donde  $k$  varía desde  $l$  hasta  $m$

$$N(t) = \frac{(1-\epsilon) \Delta Z(t)}{\frac{\pi}{6} f_s} \sum_{k=l}^m \frac{\Delta P_k}{D_{mk}^3} \quad (3.2.14)$$

### 3.2.4 Determinación del porcentaje de área unitaria, ocupada por las partículas de tamaños $D_{ml}$ a $D_{mm}$

El porcentaje del área de la superficie del fondo cubierta por partículas acorazantes, después de un tiempo  $\Delta t$ ,  $A_f(t)$ , se expresa como

$$A_f(t) = N(t) A_k \quad (3.2.15)$$

donde  $A_k$  es el área más grande proyectada de cada una de las partículas; dado que esta proyección es circular,  $A_f(t)$  se expresa de la siguiente manera

$$A_f(t) = N(t) \frac{\pi}{4} D_{mk}^2 \quad (3.2.16)$$

o bien, tomando en cuenta la ec 3.2.14

$$A_i(t) = \frac{(1-\epsilon)\Delta Z(t)}{\frac{\pi}{6} f_s} \frac{\pi}{4} \sum_{k=1}^m \frac{\Delta P_k}{D_{mk}^3} D_{mk}^2 \quad (3.2.17)$$

Finalmente

$$A_i(t) = \frac{3}{2} \frac{(1-\epsilon)\Delta Z(t)}{f_s} \sum_{k=1}^m \frac{\Delta P_k}{D_{mk}} \quad (3.2.18)$$

Por otro lado, expresando el volumen  $V_k$  de la ec 3.2.12a en términos de una partícula esférica equivalente de diámetro  $D_k$

$$V_k = \frac{\pi}{6} f_s D_{mk}^3 = \frac{\pi}{6} D_k^3 \quad (3.2.19)$$

se obtiene la siguiente expresión para  $D_{mk}$  en términos de  $D_k$

$$D_{mk} = \frac{1}{f_s^{(1/3)}} D_k \quad (3.2.20)$$

que al ser substituida en la ec 3.2.18, da

$$A_i(t) = \frac{3}{2} \frac{(1-\epsilon)\Delta Z(t)}{f_s^{(2/3)}} \sum_{k=1}^m \frac{\Delta P_k}{D_k} \quad (3.2.21)$$

Agrupando términos y definiendo a  $C_A$  como  $C_A = 3/2 f_s^{-2/3}$  la ec 3.2.21 se escribe como

$$A_i(t) = C_A (1-\epsilon) \Delta Z(t) \sum_{k=1}^m \frac{\Delta P_k}{D_k} \quad (3.2.22)$$

Al observar la ec 3.2.22 se ve que es posible que la variable  $A_i(t)$  puede tomar un valor mayor de 1 cuando  $\Delta Z$  sea muy grande, lo que equivale a tener más del 100% del área acorazada; para evitar esto, en el subcapítulo 4.2.3 se dan las opciones que restringen esta posibilidad.

Se ha encontrado que el factor de forma tiene un valor de  $f_s = 0.70$ , por lo que  $C_A$  es igual a 1.902. En la derivación de esta ecuación se supone que la coraza tiene como espesor un diámetro con el arreglo idealizado que se muestra en la fig 3.2.3



### 3.2.3 Arreglo idealizado de las partículas de la coraza

Si algunas partículas no reposan en su posición más estable (eje menor perpendicular al fondo), el valor de  $C_A$  se reduce. Así, en general,  $C_A$  podrá ser función de cada fracción y su arreglo particular en la capa de la coraza.

De la manera en que ha sido deducida la ec 3.2.22, se pueden hacer las siguientes observaciones:

- a)  $C_A$  es supuesto constante en el tiempo y para cada una de las fracciones de tamaño
- b) La fórmula para calcular  $A_f(t)$  no es acumulativa en el tiempo/
- c) No se incluye la posibilidad de que una partícula de tamaño  $k$  empiece a formar parte de la coraza en algún intervalo de tiempo y no en otro tiempo

A estos aspectos se agrega la consideración de que la ec 3.2.22 es válida para un fondo plano. A continuación se describe la manera como puede mejorarse el cálculo del porcentaje de área acorazada.

### 3.2.5 Cálculo del porcentaje de área acorazada en el tiempo

El primer paso es extender la formulación de la ec 3.2.22 a una más general, en la cual, esté incluida la dependencia de  $A_f$  y  $C_A$  en la fracción de tamaño de grano y tiempo. Para ello la ec 3.2.22 se expresa ahora como

$$A_f(t, k) = A_f(t-1, k) + C_A(t, k) (1-e) \Delta Z(t) \frac{\Delta P_k}{D_k} \quad (3.2.23a)$$

con

$$A_f(t, k) = 0 \quad \text{si} \quad k < k(t) \quad (3.2.23b)$$

en la cual,  $A_f(t, k)$  es la fracción del área del fondo cubierta por granos del intervalo de tamaño  $k$  en el tiempo  $t$ ;  $C_A(t, k)$  valor del coeficiente  $C_A$  en la ec 3.2.22, en el tiempo  $t$  para la fracción  $k$ ;  $\Delta Z(t)$  incremento en la profundidad de degradación durante ese intervalo de tiempo, y  $k(t)$  intervalo de menor tamaño en la curva granulométrica, el cual queda inmóvil (determinado con el criterio de Shields) y que forma la coraza en el tiempo  $t$ .

Como se observa, se hace la suma para cada tamaño  $k$  de grano mayor o igual a  $l(t)$ ; así, el área acorazada final es

$$A_l(t) = \sum_{k=l(t)}^m A_l(t, k) \quad (3.2.23c)$$

quedando incluida de esta manera la suma acumulativa en el tiempo del porcentaje de área acorazada.

### 3.2.6 Naturaleza estocástica del movimiento del sedimento

El siguiente paso consiste en incluir el carácter estocástico del movimiento del sedimento.

El diagrama de Shields se usa universalmente para determinar el esfuerzo cortante crítico a partir del cual el sedimento empieza a moverse. Esto tiene gran reconocimiento; sin embargo, éste es un criterio de cálculo determinista que necesita ser cambiado por otro que tome en cuenta la naturaleza estocástica del movimiento del sedimento, dada la turbulencia del flujo.

Para tomar esto en cuenta se seleccionó el criterio de Gessler (1987), descrito en el subcap. 2.2.1. Según este criterio, los tamaños grandes son los que tienen probabilidad alta de permanecer formando la coraza. La naturaleza estocástica del movimiento del sedimento se toma en cuenta en forma indirecta al usar  $q_k = q(D_k)$ , ec 2.2.3, como un factor de corrección aplicado a  $C_A(t, k)$

$$C'_A(t, k) = 1.002 qk$$

(3.2.24)

En consecuencia, la probabilidad de que los sedimentos permanezcan en el fondo formando parte de la coraza es mayor para los tamaños más grandes. Es quizás más apropiado considerar  $qk$  como una corrección a  $\Delta Pk$  (ecs 3.2.23) que como una corrección a  $C_A$ ; pero por la forma de las ecs 3.2.23, al substituir el factor  $C'_A$  de la ec 3.2.24 en lugar de  $C_A$  se incluye este efecto.

### 3.2.7 Efecto de las formas de fondo en el acorazamiento

Se ha tratado de incluir el efecto de las formas de fondo, rizos y dunas, en el proceso de acorazamiento. Karim et al(1983) multiplican por un factor  $\alpha$  al valor de  $C'_A$ , ec 3.2.24, el cual es función de la altura de la duna, obtenida según Allen(1978), y el tirante del escurrimiento. Sin embargo, tal efecto no se ha tomado en cuenta en este trabajo por las siguientes dos razones: la primera es que sin considerar este efecto, la simulación del fenómeno es ya bastante compleja, y la segunda es el desconocimiento sobre la mecánica en que ocurre la formación y propagación de los rizos y dunas cuando el fondo se está acorazando; además de que se sabe, que un fondo acorazado es casi plano, por lo que se cree que en el caso de que llegase a haber dunas, éstas desaparecen conforme se va acorazando el fondo.

#### 4. ELABORACION DEL MODELO

De acuerdo con lo visto en los capítulos anteriores, la única manera que se tiene para modelar el proceso de acorazamiento junto con la degradación del fondo, es el método de Karim et al(1983), y sus subsecuentes modificaciones, Karim et al(1987), que se ha presentado en el cap 3 de este trabajo. Con este método se calcula el porcentaje de área acorazada en función de la erosión en una sección. Tanto el método de Gessler como el de Shen y Lu, sólo permiten obtener la granulometría final para un cierto grado de acorazamiento, al que se llega después de que estuvo actuando un flujo con esfuerzo cortante  $\tau_0$ , durante un periodo largo de tiempo que no está determinado.

Dado que uno de los objetivos de este trabajo es el de entender el proceso del acorazamiento, y no tanto su cálculo preciso, se ha visto la conveniencia de hacerle algunas modificaciones a la ec 3.2.23, las cuales se describen a continuación.

#### 4.1 MODIFICACIONES EN LA FORMULA PARA EL CALCULO DE $A(k)$

Tal y como ha sido deducida la ec 3.2.23, su uso es general; sin embargo, su aplicación directa no es práctica ya que involucra una gran cantidad de sumas en  $k$ , lo que implica mucho tiempo de cómputo. Además, el número de subíndices que se necesita para almacenar los diámetros de la granulometría consume mucha memoria; por ello se hacen las siguientes simplificaciones. Estas se basan en suponer que el material del fondo sigue una distribución de probabilidad log-normal; el fundamento de esta hipótesis es que se ha encontrado que en muchos tramos de ríos de planicie, el material del cauce sigue aproximadamente este tipo de distribución. En el caso de que se tuviera otro tipo de granulometría, se podría seguir el procedimiento que se describe a continuación para encontrar los parámetros respectivos y simplificar la ec 3.2.23.

Las expresiones para calcular el porcentaje de área acorazada para la fracción  $k$ , incluyendo todos los efectos mencionados en el capítulo anterior, ecs 3.2.23 y 3.2.24, son



$$A_f(t, k) = A_f(t - \Delta t, k) + 1.902 \cdot (1 - \epsilon) \Delta Z(t) \frac{\Delta P_k}{D_k} q_k \quad (3.2.23a)$$

$$\text{con } A_f(t, k) = 0 \quad \text{si } k < l(t) \quad (3.2.23b)$$

$$\text{Así } A_f(t) = \sum_{k=l(t)}^m A_f(t, k) \quad (3.2.23c)$$

Nótese que las variables  $\epsilon$ ,  $\Delta Z(t)$  y las constantes son independientes de la fracción  $k$ , y que por tanto, el operador  $\Sigma$  únicamente afecta a los términos  $q_k$ ,  $\Delta P_k$  y  $D_k$ . Se propone primero substituir los términos de la suma que tienen que ver con la distribución granulométrica planteando la siguiente igualdad

$$\frac{\Delta P_l}{DMR} = \sum_{k=l(t)}^m \frac{\Delta P_k}{D_k} \quad (4.1.1)$$

donde  $\Delta P_l$  es el porcentaje en peso del material que se queda formando la coraza y DMR es un valor representativo ó equivalente de ese material (ver fig 4.1.1). La hipótesis es que es posible substituir la suma por la relación  $\Delta P_l / DMR$

#### 4.1.1 Cálculo de $\Delta P_l$

Para obtener el tamaño límite del material que se queda formando la coraza, se igualan los esfuerzos cortantes  $\tau_{ck}$  y  $\tau_o$ , ecs 2.2.1 y 2.2.2

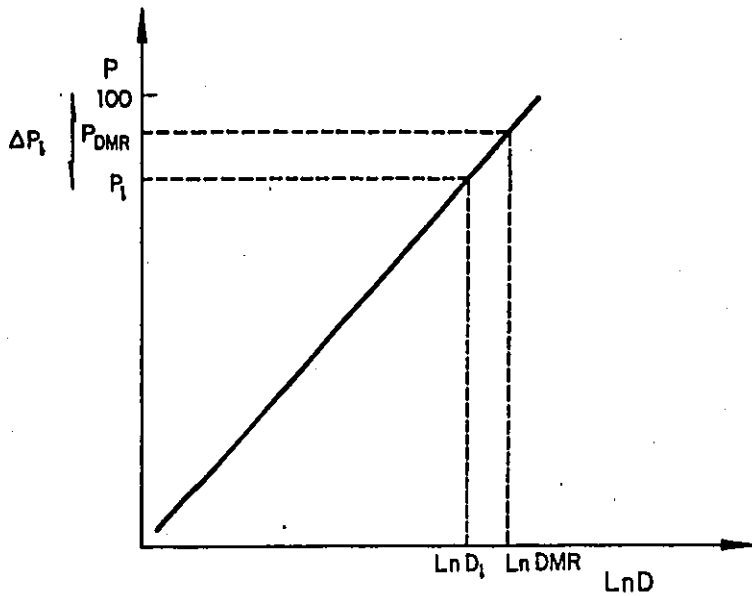


Fig 4.1.1 Esquema para ubicar DMR en la curva granulométrica

$$0.047 (\gamma_s - \gamma) D_i = \gamma h S$$

y de la igualdad se despeja el diámetro  $D_i$

$$D_i = \frac{\gamma h S}{0.047(\gamma_s - \gamma)} \quad (4.1.2)$$

$D_i$  es el menor tamaño del material que no es arrastrado por el flujo. Dado que los diámetros  $D_i$  siguen una ley de distribución log-normal,, estos se calculan con

$$D_i = D_{50} \sigma_g^{z_i} \quad (4.1.3)$$

donde

$D_i$  tamaño del material por debajo del cual queda el  $i\%$  de la muestra de suelo, en peso

$z_i$  variable normal estándar

$\sigma_g$  desviación estándar geométrica,  $\sigma_g = \sqrt{D_{84}/D_{16}}$

Para calcular el porcentaje en peso,  $P_i$ , del material que es arrastrado, fig 4.1.1, primero se despeja la variable normal estándar  $z_i$  que corresponde al diámetro  $D_i$  en la ec 4.1.3

$$z_i = \frac{\ln (D_i/D_{50})}{\ln (\sigma_g)} \quad (4.1.4)$$

y con  $z_i$  se calcula  $P_i$  a partir de la función de distribución de probabilidad acumulada de Gauss. Una manera aproximada de obtener este valor, a partir de  $z_i$ , es usando el siguiente polinomio, Abramowitz et al(1972)

$$P_i = 1 - 0.5[C_1 z_i + C_2 z_i^2 + C_3 z_i^3 + C_4 z_i^4] \quad (4.1.5)$$

donde

$$0 \leq z_i < \infty$$

$$C_1 = 0.196854 \quad C_3 = 0.000344$$

$$C_2 = 0.115194 \quad C_4 = 0.019527$$

Finalmente, el valor de  $\Delta P_i$  es el complemento de  $P_i$ , es decir

$$\Delta P_i = 1 - P_i \quad (4.1.6)$$

#### 4.1.2 Cálculo del diámetro DMR

Para calcular el valor representativo del tamaño del material que se queda formando la coraza, DMR, y dado que se conoce  $\Delta P_i$ , se propone despejar dicho valor de la ec 4.1.1, quedando

$$DMR = \Delta P_l \sum_{k=1}^m \frac{\Delta P_k}{D_k} \quad (4.1.7)$$

Aquí la idea es obtener alguna expresión que permita conocer el valor de DMR en función de variables conocidas. Para ello, se calcularon una gran cantidad de valores de DMR usando la ec 4.1.7 y cinco granulometrias tipo log-normal con desviación estándar geométrica  $\sigma_g = \{3,4,5,6,7\}$ ; las distribuciones se generaron con la expresión 4.1.3. La secuela de cálculo es la siguiente:

- a) se escogen los parámetros  $D_{50}$  y  $\sigma_g$  de la distribución granulométrica
- b) se calculan los diámetros  $D_i$ , donde  $i$  varía en percentiles,  $\Delta P_k = 0.01$ , desde el 30% hasta el 95%
- c) se hace variar el subíndice  $i$  desde 30 hasta 95
- d) se asigna el valor de  $P_i$ , según el valor de  $i$ .  $P_i = i/100$
- e) se hace la suma en  $k$ , desde el correspondiente valor de  $i$  hasta 95, de  $\Delta P_k/D_k$
- f) se calcula el valor de DMR con la ec 4.1.7
- g) se calcula el porcentaje, en peso,  $P_{DMR}$  en la curva granulométrica correspondiente a un grano de tamaño DMR. Para ello se calcula primero su correspondiente variable normal estándar con la ec 4.1.4, y con este último valor y la ec 4.1.5 se obtiene  $P_{DMR}$
- h) se repite el procedimiento para otro valor de  $i$ , inciso c a g.

1) una vez que han calculado todos los valores de DMR para cada  $t$  se cambian los parámetros  $D_{50}$  y  $\sigma_g$ , y se repite el cálculo desde el inciso b

Teniéndose todos los cálculos, se graficaron los valores de  $P_l - P_{DMR}$ ; en la fig 4.1.2 sólo se muestran las líneas extremas que corresponden a las distribuciones con desviación estándar geométrica 3 y 7, quedando las demás curvas de los otros valores de  $\sigma_g$  dentro de dichas líneas.

Como puede verse en la fig 4.1.2, la forma de la ecuación general que relaciona a las variables  $P_{DMR}$  con  $P_l$  y  $\sigma_g$  es del tipo

$$P_{DMR} = \alpha P_l^\beta \sigma_g^\lambda \quad (4.1.8)$$

También se observa en la misma figura que el efecto de  $\sigma_g$  es muy pequeño, y en cambio, el de  $P_l$  tiende a ser grande; por ello se consideró despreciable el parámetro  $\lambda$ , y usando todos los valores de  $P_l$  y  $P_{DMR}$  obtenidos con las cinco granulometrías se propuso la siguiente regresión lineal

$$P_{DMR} = 0.988039 P_l^{0.458086} \quad (4.1.9)$$

que tiene un coeficiente de correlación lineal de 0.9962756. La gráfica de la ec 4.1.9 se muestra también en la fig 4.1.2.; una forma sencilla de obtener  $P_{DMR}$  es con  $P_{DMR} \cong \sqrt{P_l}$ .

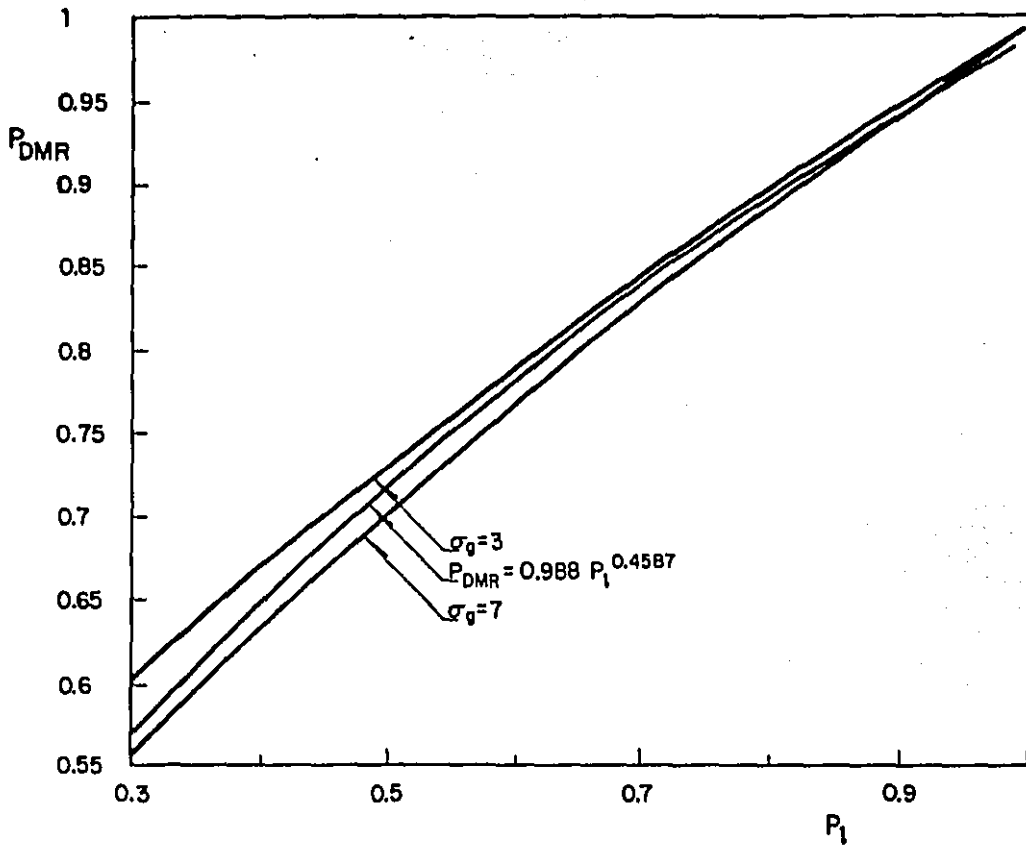


Fig 4.1.2 Relación entre los porcentajes  $P_1$  y  $P_{DMR}$

En resumen, conocidos los valores de los esfuerzos  $\tau_{ck}$  y  $\tau_e$ , con la ec 4.1.2 se calcula el valor de  $D_i$ ; con  $D_i$  y las ecs 4.1.4 y 4.1.5 se calcula  $P_i$ ; con  $P_i$  y las ecs 4.1.6 y 4.1.8 se calculan  $\Delta P_i$  y  $P_{DMR}$  respectivamente; después con  $P_{DMR}$  y las siguientes ecuaciones dadas por Abramowitz et al(1972), se calcula la variable normal estándar  $Z_{DMR}$

$$t = \sqrt{\text{Ln} \left[ \frac{1}{(1-P_{DMR})^2} \right]} \quad (4.1.10a)$$

$$Z_{DMR} = t - \frac{a_0 + a_1 t}{1 + b_1 t + b_2 t^2} \quad (4.1.10b)$$

donde

$$0 < 1 - P_{DMR} \leq 0.5$$

$$a_0 = 2.30573; \quad b_1 = 0.99229$$

$$a_1 = 0.27061; \quad b_2 = 0.04481$$

Finalmente, con la ec 4.1.3 se calcula el valor de  $DMR$ ; cumpliéndose de esta manera que

$$\frac{\Delta P_i}{DMR} = \sum_{k=1(t)}^m \frac{\Delta P_k}{D_k} \quad (4.1.1)$$

#### 4.1.3 Revisión de la expresión 4.1.1

Con el fin de comprobar la igualdad de la expresión 4.1.1, se resuelve el siguiente ejemplo, calculando primero la suma

$$\sum_{k=1}^m \frac{\Delta P_k}{D_k} \quad (4.1.11)$$

y luego, el cociente de las variables

$$\frac{\Delta P_l}{D_{MR}} \quad (4.1.12)$$

La revisión se hace para una granulometría log-normal con  $D_{50} = 1 \text{ mm}$  y  $\sigma_g = 5$ , y un esfuerzo cortante actuante  $\tau_0 = 0.4752 \text{ kg/m}^2$

a) Cálculo del diámetro  $D_l$  y fracción  $P_l$

El grano de menor tamaño que no se mueve es, ec 4.1.2

$$D_l = \frac{0.4752}{0.047 (1650)} = 0.006128 \text{ m}$$

con  $D_l$  y la ec 4.1.4 se tiene que

$$z_l = \frac{\ln (0.006128/0.001)}{\ln (5)} = 1.1264$$

con  $z_l$  y la ec 4.1.5 se calcula  $P_l = 0.87$ ; así, el valor de  $\Delta P_l$  es

$$\Delta P_l = 1 - P_l = 0.13$$

b) Cálculo de la suma en  $k$

Haciendo  $\Delta P_k = 0.01$  se tienen trece sumandos en  $k$ , que se anotan en la tabla 4.1.1; los valores de  $z_k$  se obtuvieron a partir de  $P_k$  con las ecs 4.1.10, y los de  $D_k$ , sustituyendo las  $z_k$  en la ec 4.1.3, respectivamente. Con los valores de la tabla 4.1.1 se tiene que la suma es



$$\sum_{k=87}^{99} \frac{\Delta P_k}{D_k} = 12.16298$$

Tabla 4.1.1 valores del diámetro de grano para hacer la suma de la ec 4.1.1. Granulometría log-normal con  $D_{50}=1$  mm y  $\sigma_g=5$ .

k	Pk	zk	Dk(Cm)
87	.8700	1.1245	.008110
88	.8800	1.1733	.008608
89	.8900	1.2249	.007181
90	.9000	1.2801	.007848
91	.9100	1.3395	.008635
92	.9200	1.4040	.009580
93	.9300	1.4749	.010738
94	.9400	1.5542	.012198
95	.9500	1.6445	.014108
96	.9600	1.7506	.016735
97	.9700	1.8811	.020645
98	.9800	2.0545	.027290
99	.9900	2.3277	.042360

c) Cálculo del cociente de la ec 4.1.12

Del inciso a) se tiene que  $P_l = 0.87$  y  $\Delta P_l = 0.13$ . Para calcular DMR primero se calcula  $P_{DMR}$  con la ec 4.1.9

$$P_{DMR} = 0.988039 P_l^{0.458686} = 0.9269$$

Para este valor de  $P_{DMR} = 0.9269$  corresponde una variable normal estándar  $z_{DMR} = 1.4531$ , ecs 4.1.10, que substituida en la ec 4.1.3 permite obtener el valor del diámetro DMR que es el tamaño representativo del material que no se mueve

$$\text{DMR} = 0.001 (5)^{4.4581} = 0.010367 \text{ m}$$

Finalmente, con los valores de  $\Delta P_1$  y DMR se calcula el cociente de la ec 4.1.12

$$\frac{\Delta P_1}{\text{DMR}} = \frac{0.13}{0.010367} = 12.5398$$

que tiene un error del 3.1% con respecto a la suma, el cual se considera que es aceptable, y por tanto que la expresión 4.1.9 da una aproximación razonable.

#### 4.1.4 Movimiento estocástico del material de $\Delta P_1$

La expresión original propuesta por Karim et al(1983), que toma en cuenta la naturaleza estocástica del movimiento del sedimento incluye la siguiente suma

$$\sum_{k=1}^m \frac{\Delta P_k}{D_k} q_k \quad (4.1.13)$$

donde  $q_k$  es la probabilidad, según Gessler, de que un grano de tamaño  $k$  no se mueva. En este trabajo, para tomar en cuenta este fenómeno se propuso encontrar la probabilidad  $q(D_g)$  de un grano de tamaño  $D_g$ , que aplicada al cociente  $\Delta P_1/\text{DMR}$ , en la ec 4.1.12, produzca resultados similares a la suma dada por la ec 4.1.13, teniéndose que

$$\sum_{k=1}^m \frac{\Delta P_k}{D_k} q_k \approx \frac{\Delta P_1}{\text{DMR}} q(D_g) \quad (4.1.14)$$

La probabilidad  $q(D_g)$  se calculó usando primero el

diámetro DMR, pero cuando se revisó la supuesta igualdad de 4.1.14, se vió que los resultados de la suma eran, en general, en un 20% menores que los obtenidos con  $\Delta P_i q(\sigma_g)/DMR$ , deduciéndose que un diámetro un poco menor a DMR produciría resultados más aproximados; con base en esto, se propuso utilizar un diámetro  $D_g$  obtenido con el promedio geométrico de los diámetros  $D_i$  y DMR, es decir

$$D_g = \sqrt{D_i DMR} \quad (4.1.15)$$

y calcular la probabilidad de Gessler con ese diámetro  $D_g$ . De esta manera, la expresión para calcular el porcentaje de área acorazada en una sección es

$$A_i(t) = A_i(t-\Delta t) + 1.902 (1-\epsilon) \Delta Z(t) \frac{\Delta P_i}{DMR} q(\sigma_g) \quad (4.1.16)$$

De esta forma se eliminan las sumas en  $k$ , lo que hace que la ecuación utilizada para calcular el porcentaje de área acorazada sea más simple desde el punto de vista de tiempo de cómputo.

#### 4.1.5 Revisión de la substitución de la suma en $k$ de $\Delta P_k q_k/D_k$

Con el fin de tener una idea de los resultados obtenidos con la ec 4.1.16, se decidió resolver el ejemplo antes descrito (granulometría log-normal con  $D_{50} = 1$  mm y  $\sigma_g = 5$ ) pero ahora incluyendo el carácter estocástico del movimiento del sedimento. El ejemplo consiste en calcular la suma de  $\Delta P_k q_k/D_k$  y el producto  $\Delta P_i q(\sigma_g)/DMR$  para cada  $t$ , variando  $t$  desde 50 hasta 98.

TABLA 4.1.2 Revisión de la ecuación 4.1.14 para  $D_{50} = 1 \text{ mm}$  y  $\sigma_g = 5$ .

Pl	Dt (m)	SUMA	DMR (m)	PRODUCTO	ERROR %
.50	.001000	165.1346	.002533	167.7822	-1.60
.51	.001041	156.7107	.002615	158.8173	-1.34
.52	.001083	148.6306	.002698	150.2565	-1.09
.53	.001127	140.8806	.002785	142.0806	-.85
.54	.001174	133.4480	.002874	134.2720	-.62
.55	.001222	126.3205	.002967	126.8140	-.39
.56	.001272	119.4865	.003063	119.6909	-.17
.57	.001325	112.9350	.003163	112.6879	.04
.58	.001380	106.6554	.003266	106.3912	.25
.59	.001438	100.6378	.003374	100.1875	.45
.60	.001498	94.8727	.003485	94.2644	.64
.61	.001562	89.3509	.003601	88.6102	.83
.62	.001629	84.0639	.003722	83.2140	1.01
.63	.001699	79.0034	.003848	78.0650	1.19
.64	.001773	74.1614	.003980	73.1534	1.36
.65	.001852	69.5305	.004117	68.4698	1.53
.66	.001934	65.1034	.004261	64.0051	1.69
.67	.002021	60.8732	.004411	59.7510	1.84
.68	.002114	56.8333	.004569	55.6992	2.00
.69	.002211	52.9774	.004734	51.8422	2.14
.70	.002315	49.2995	.004908	48.1725	2.29
.71	.002426	45.7937	.005090	44.6833	2.42
.72	.002544	42.4544	.005283	41.3679	2.56
.73	.002669	39.2764	.005486	38.2200	2.69
.74	.002804	36.2545	.005701	35.2336	2.82
.75	.002948	33.3838	.005929	32.4029	2.94
.76	.003103	30.6596	.006170	29.7224	3.06
.77	.003270	28.0773	.006427	27.1869	3.17
.78	.003451	25.6326	.006701	24.7914	3.28
.79	.003646	23.3214	.006994	22.5311	3.39
.80	.003859	21.1396	.007307	20.4015	3.49
.81	.004092	19.0834	.007644	18.3982	3.59
.82	.004347	17.1491	.008007	16.5171	3.69
.83	.004627	15.3332	.008400	14.7542	3.78
.84	.004938	13.6323	.008826	13.1057	3.86
.85	.005284	12.0431	.009291	11.5680	3.95
.86	.005672	10.5627	.009800	10.1377	4.02
.87	.006110	9.1879	.010360	8.8116	4.10
.88	.006608	7.9162	.010981	7.5865	4.16
.89	.007181	6.7447	.011672	6.4596	4.23
.90	.007848	5.6711	.012449	5.4281	4.28
.91	.008635	4.6930	.013328	4.4896	4.33
.92	.009580	3.8083	.014335	3.6417	4.38
.93	.010738	3.0152	.015501	2.8823	4.41
.94	.012198	2.3120	.016872	2.2097	4.42
.95	.014108	1.6973	.018512	1.6225	4.40
.96	.016735	1.1704	.020520	1.1199	4.31
.97	.020645	.7323	.023050	.7020	4.14
.98	.027290	.3800	.026370	.3703	2.55

Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 4.1.2, en la cual se anexa en la sexta columna el error en porcentaje calculado como

$$\text{ERROR} = \left[ \sum_{k=1}^m \frac{\Delta P_k}{D_k} q_k - \frac{\Delta P_l}{DMR} q(\sigma_g) \right] / \left[ \sum_{k=1}^m \frac{\Delta P_k}{D_k} q_k \right] \quad (4.1.17)$$

En la tabla se observa que los errores máximos son menores del 4.4%, concluyéndose que la substitución de la suma en k por el producto de  $\Delta P_l q(\sigma_g) / DMR$  da una buena aproximación para los fines de este trabajo.

Por otro lado, se calcularon tablas similares a la 4.1.2 para otras distribuciones tipo log-normal, y se observó que sólo cuando la granulometría es mal graduada,  $\sigma_g \leq 3$  y  $D_{50} \leq 2$  mm, los errores crecen hasta en un 8%.

#### 4.2 CONSTRUCCION DEL MODELO NUMERICO

Para aplicar la ecuación que calcula el porcentaje de acorazamiento, ec 4.1.16, es necesario tener como datos el valor de  $\Delta Z(t)$ , es decir, la disminución de la cota del cauce durante un intervalo de tiempo, y los esfuerzos  $\tau_0$  y  $\tau_{ek}$ . A continuación se describe en forma breve la manera en que se obtienen estos valores, y también se discute el hecho de que la variable  $A(t)$  pueda tomar el valor de cero en función del esfuerzo cortante actuante  $\tau_0$ , independientemente del grado de acorazamiento que haya alcanzado el cauce.

#### 4.2.1 Determinación de la variable $\Delta Z(t)$

El valor de  $\Delta Z(t)$  se obtiene usando un modelo matemático con el que se resuelven las ecuaciones dinámica y de continuidad del sedimento en su versión simplificada para flujo permanente, Berezowsky et al(1988). La forma de la ecuación dinámica es

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q}{A} \right)^2 + g \left( \frac{\partial H}{\partial x} + S \right) = 0 \quad (4.2.1)$$

donde

- Q gasto líquido, en  $m^3/s$
- A área hidráulica, en  $m^2$
- H cota de la superficie libre del agua ( $H = Z + h$ ), en m
- Z cota del fondo, en m
- h tirante, en m
- S pendiente de fricción

y la de continuidad del sedimento

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{1}{(1-\epsilon)B_s} \frac{\partial G}{\partial x} = 0 \quad (4.2.2)$$

donde

- G gasto sólido total del fondo (incluye el material del fondo que va en suspensión), en  $m^3/s$
- $B_s$  ancho del fondo donde ocurre el transporte de sedimento, en m

Estas dos ecuaciones se han expresado en un esquema de diferencias finitas implícito del tipo de Preissmann. En Berezowsky et al(1988) se da el desarrollo algebraico de las ecuaciones en diferencias finitas, así como la discusión de las condiciones iniciales y de frontera utilizadas. Aquí sólo se menciona que la condición inicial es el perfil del flujo gradualmente variado en régimen subcrítico, la condición de frontera aguas arriba es un sedimentograma y la condición de frontera aguas abajo es la cota del nivel del agua en la sección final.

En forma sucinta, el procedimiento de solución es el siguiente. Se conocen las condiciones iniciales, es decir, para un gasto líquido, las cotas del fondo y del agua en el tiempo inicial y en todas las secciones. Con ellos se calculan los coeficientes de las ecuaciones en el instante  $n$ , luego se resuelve el sistema de ecuaciones obteniéndose como solución los incrementos  $\Delta Z_j$  y  $\Delta H_j$ . Conocidos estos se calculan las nuevas cotas del fondo y del agua así como los tirantes en el siguiente instante con

$$Z_j^{n+1} = Z_j^n + \Delta Z_j \quad (4.2.3)$$

$$H_j^{n+1} = H_j^n + \Delta H_j \quad (4.2.4)$$

$$h_j^{n+1} = H_j^{n+1} - Z_j^{n+1} \quad (4.2.5)$$

El valor de  $\Delta Z_j$  obtenido es el que se usa en la ec 4.1.16 para calcular el porcentaje de área acorazada. Este porcentaje de área acorazada se interpreta como el promedio de acorazamiento en una longitud  $\Delta X/2$  hacia aguas arriba y  $\Delta X/2$  hacia aguas abajo de esa sección o nudo (fig 4.2.1)

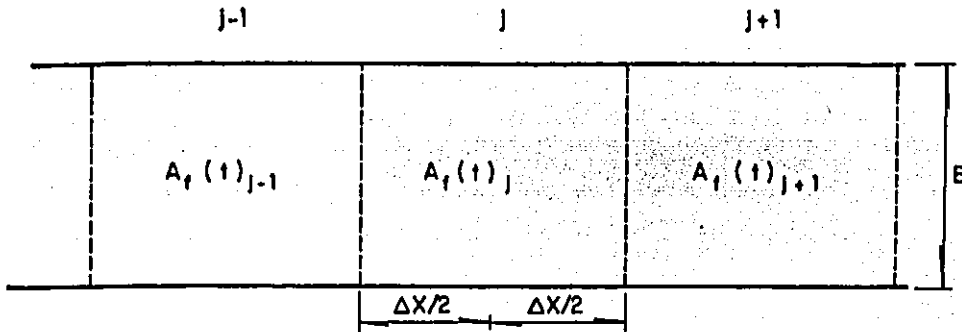


Fig 4.2.1 Forma en que están asociadas la sección  $j$  con  $A_f(t)_j$

#### 4.2.2 Cálculo del esfuerzo cortante $\tau_0$

El valor de este esfuerzo se obtiene aplicando la ec 2.2.2

$$\tau_0 = \gamma h S \quad (2.2.2)$$

para calcular  $\tau_0$ , se emplean el valor de  $h$  obtenido con la ec 4.2.7, y el de la pendiente de fricción  $S = S(Q, h, n)$  calculada en el intervalo de tiempo anterior, el cual también se usa en la solución del sistema lineal de ecuaciones con el que se obtienen  $\Delta Z_j$  y  $\Delta H_j$ .



#### 4.2.3 Restricciones en el cálculo de la variable $A_f(t)$

La forma en que se calcula la evolución del porcentaje de área acorazada en el tiempo, así como las condiciones que se deben cumplir para que se incremente el valor de la variable  $A_f(t)$  o que éste se reduzca a cero se ilustran en el diagrama de flujo mostrado en la fig 4.2.2. Para que aumente el valor de  $A_f(t)$  se tienen que cumplir las siguientes restricciones:

- a) la variable  $\tau_0$  debe ser menor que el esfuerzo cortante crítico máximo determinado con el criterio de Gessler. Se recuerda que con el método de Gessler se obtiene un esfuerzo cortante crítico máximo que resiste el material del cauce, y que, un esfuerzo cortante  $\tau_0$  mayor o igual a ese crítico máximo produce un transporte generalizado del material; por ello se considera que cuando el esfuerzo actuante  $\tau_0$  es mayor o igual al esfuerzo cortante máximo determinado con el criterio de Gessler el valor de  $A_f(t)$  es cero, puesto que se ha roto la coraza.
- b) una vez que  $A_f(t)$  es mayor de 0.995 durante el cálculo, se le asigna el valor máximo de 1
- c) el valor de  $\Delta Z$  debe ser menor que cero

El valor asignado a esta variable en el tiempo inicial debe estar dentro del intervalo cero y uno. Si se hace  $A_f(t) = 0$ , se está suponiendo que el cauce no tiene coraza; en cambio, si se le da algún otro valor se considera

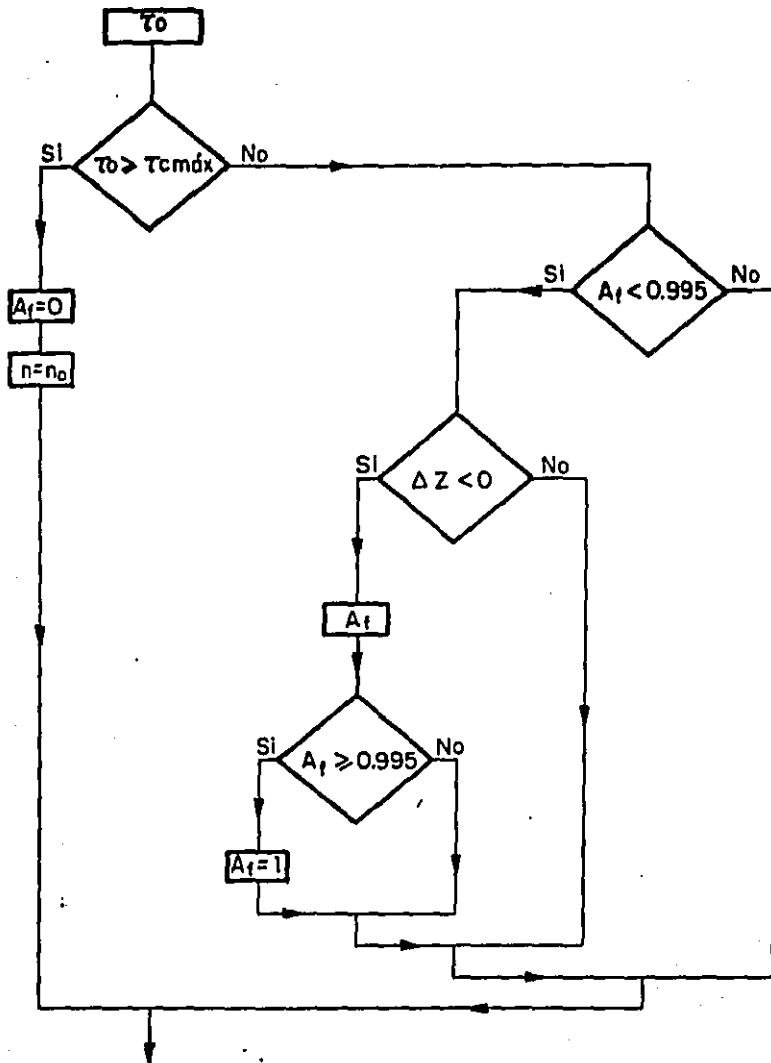


Fig 4.2.2 Diagrama de flujo para determinar el valor de  $A_f(t)$  en una sección

que el cauce ya tiene un cierto grado de acorazamiento. Para tener una mejor descripción del proceso se recomienda revisar que durante el cálculo, los incrementos de la variable  $A(t)$  no sean mayores de 0.50; en el caso de que esto se presente se deberá disminuir el valor de  $\Delta t$ , puesto que el valor de  $AZ(t)$  es función del incremento en el tiempo  $\Delta t$ .

#### 4.3 INTERACCION DEL ACORAZAMIENTO CON EL ESCURRIMIENTO

El acorazamiento de la superficie del fondo del cauce tiende a reducir la capacidad de transporte del flujo y a cambiar la rugosidad característica del fondo. Esto es hoy en día si no imposible, muy difícil de representar con una formulación matemática rigurosa; por tanto, el efecto del acorazamiento se toma aquí en cuenta modificando el gasto sólido y la rugosidad del cauce de la siguiente manera:

##### 4.3.1 Efectos del acorazamiento en el gasto sólido.

Existe una gran cantidad de métodos para evaluar el transporte de sedimentos en un río, los cuales se han dividido por conveniencia en seis clases, Maza et al (1981); en este trabajo sólo se considera el transporte total de fondo, ya que éste es el que más influye en los cambios en el tiempo del perfil longitudinal del río. Este tipo de transporte está constituido por:

- a) El arrastre en la capa de fondo, formado por el material que es arrastrado dentro de una capa adyacente al fondo.
- b) El transporte de fondo en suspensión, que lo integran las partículas del fondo que son transportadas en suspensión, es decir, arriba de la capa de fondo

El método que aquí se utiliza para calcular el transporte total de fondo es el de Engelund-Hansen. La fórmula propuesta para cauces arenosos, en el sistema de unidades S I es

$$G = \frac{Q^2}{20 B_s \sqrt{g} D_{85} \Delta^2} S^{3/2} h^{-1/2} \quad (4.3.1)$$

donde

$\Delta$  densidad relativa del material sólido sumergido,

$$\Delta = (\rho_s - \rho) / \rho$$

$\rho_s$  densidad del material del fondo, en  $\text{kgm/m}^3$

$\rho$  densidad del líquido, en  $\text{kgm/m}^3$

El efecto del acorazamiento se toma en cuenta modificando el gasto sólido de la siguiente forma

$$G = G (1 - F_x A_f(t)) \quad (4.3.2)$$

donde  $F_x$  es una función que se obtiene por calibración y que varía entre 0 y 1. Por no disponer de información al respecto, en este trabajo se ha supuesto  $F_x = 1$ . Como puede observarse, si  $A_f(t)=1$ ,  $G$  toma el valor cero y por tanto el fondo no se mueve.

#### 4.3.2 Efectos del acorazamiento en la fricción

Así como hay muchos métodos para valuar el gasto sólido, también los hay para calcular la fricción. En este trabajo se ha escogido la fórmula de Manning-Strickler, ya que desde el punto de vista de tiempo de cómputo es la más rápida, y además, el objetivo de este trabajo no es analizar el efecto del acorazamiento en diferentes formulaciones de fricción. Así, la pendiente de fricción se calcula con

$$S = \left[ \frac{Q n}{A R^{2/3}} \right]^2 \quad (4.3.3)$$

donde

R radio hidráulico, en m

n coeficiente de rugosidad de Manning

Dado que el incremento del acorazamiento del fondo del cauce aumenta su rugosidad, para tomar en cuenta este efecto se considera factible calcular, a partir de la granulometría original del río, los valores límites de los coeficientes de rugosidad; es decir, cuando no hay coraza, y cuando está completamente acorazado el fondo. Así, para calcular el coeficiente de rugosidad,  $n_0$ , para las condiciones iniciales en las que el grado de acorazamiento  $A_f(t)$  es igual a cero, se utiliza la expresión siguiente, Maza et al(1984)

$$n_0 = \frac{D_{65}^{1/6}}{24} \quad (4.3.4)$$

y para cuando el fondo está completamente acorazado, el coeficiente de rugosidad,  $n_c$ , es

$$n_c = \frac{D_{90c}^{1/6}}{26} \quad (4.3.5)$$

donde  $D_{90c}$  es el diámetro correspondiente al porcentaje 90 de la granulometría de la coraza máxima, la cual se obtiene aplicando el método propuesto por Cruickshank y García(1976).

Finalmente, el valor del coeficiente de rugosidad de Manning para cualquier etapa ó grado de acorazamiento es

$$n = n_c + A_f(t) (n_c - n_0) \quad (4.3.6)$$

quedando de esta sencilla manera contemplado el efecto del acorazamiento en la rugosidad y pendiente de fricción. También aquí puede observarse que si  $A_f(t) = 0$ , el coeficiente de rugosidad  $n$  es igual a  $n_0$ , lo que indica que no hay acorazamiento, mientras que si  $A_f(t) = 1$ ,  $n$  es igual a  $n_c$ , tomándose en cuenta que el fondo está completamente acorazado. También en este caso, es necesario aplicar un factor de calibración a  $A_f(t)$  en la ec 4.3.6.

Es importante aclarar que en rigor, las ecs 4.3.4 y 4.3.5 deben dar aproximadamente el mismo valor, pero aquí por tratarse de una granulometría extendida, se ha considerado conveniente utilizar estas expresiones para definir el rango de variación del coeficiente de rugosidad.

## 5. PRUEBAS Y APLICACIONES

Este capítulo tiene dos objetivos. Se trata primero de hacer un análisis de sensibilidad del proceso de acorazamiento con el modelo numérico para observar su evolución en el espacio y en el tiempo; se estudia el efecto de los diferentes aspectos que influyen en el acorazamiento (gasto, rugosidad, etc). Como segundo objetivo se usa el modelo para predecir la evolución del tramo de un río aguas abajo, de la cortina de una presa, conociendo algunos datos de campo.

### 5.1 ANALISIS DE SENSIBILIDAD DEL MODELO

Para observar el comportamiento del modelo numérico se hicieron varias corridas del programa resolviendo el siguiente ejemplo con dos gastos diferentes:

Se desea analizar un tramo de 80 km de longitud de un río aguas abajo de una presa. El material del cauce sigue una distribución granulométrica tipo log-normal con  $D_{50} = 0.001$  m y  $\sigma_g = 5$ , el esfuerzo cortante crítico máximo que resiste el material, obtenido con el método de Cruickshank y García(1976), visto en el subcap. 2.2.1, es  $\tau_{max} = 0.65$  kg/m<sup>2</sup>; la pendiente del fondo es de 0.00053 (fig 5.1.1). El análisis se hace para los gastos  $Q_1 = 200$  m<sup>3</sup>/s y  $Q_2 = 335$  m<sup>3</sup>/s. Se utiliza como criterio de resistencia al flujo el de Manning; los valores extremos de dicho coeficiente, para el caso en que no hay coraza y cuando está completamente acorazado el cauce son, respectivamente

$$n_o = \frac{0.001858^{(1/\sigma_g)}}{24} = 0.0146$$

$$n_c = \frac{0.007887^{(1/\sigma_g)}}{26} = 0.0170$$

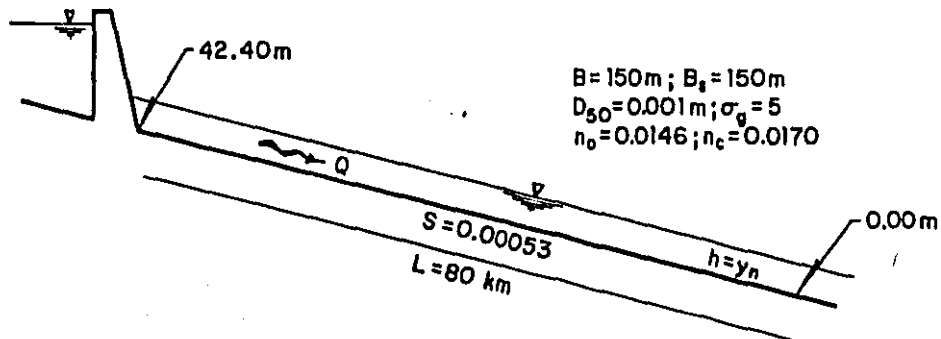


Fig 5.1.1 Esquema del tramo del río analizado



Dado que la condición de frontera aguas arriba es la que corresponde a la cortina de una presa, el gasto sólido que entra aguas arriba es cero en todo el tiempo; se considera que la condición de frontera aguas abajo es la cota del agua dada por la suma de la cota del fondo más el tirante normal del gasto correspondiente. Se emplearon los valores de  $\Delta X = 2000$  m y  $\Delta t = 86400$  s, los cuales se comprobó dan buenos resultados, ver Lara(1985).

Primero se hicieron simulaciones con cada uno de los gastos con el objetivo de conocer la erosión que se tendría en el cauce cuando no se considera el efecto del acorazamiento, y observar su incremento en el tiempo. Después, en las siguientes corridas se considera este efecto en las variables del escurrimiento. La secuencia en que se hicieron las corridas y lo que se toma en cuenta en cada una de ellas se muestra en la tabla 5.1.1; a continuación se discuten los resultados obtenidos en cada una de ellas.

TABLA 5.1.1 Consideraciones de cada corrida

CORRIDA	Q (m <sup>3</sup> /s)	G (m <sup>3</sup> /s)	n
1	200	G	no
2	200	G(1-Ar(t))	no
3	200	G(1-Ar(t))	no+Ar(t)(nc-no)
4	335	G	no
5	335	G(1-Ar(t))	no
6	335	G(1-Ar(t))	no+Ar(t)(nc-no)

### 5.1.1 Pruebas del modelo

#### Corrida 1

En la primera corrida se utiliza el gasto  $Q_1 = 200 \text{ m}^3/\text{s}$  y no se toma en cuenta el efecto del acorazamiento a través de la variable  $Af(t)$ , ni en el gasto sólido, ni en el coeficiente de rugosidad. Los resultados obtenidos se ven en forma gráfica en la fig 5.1.2. En la fig 5.1.2a se muestran los primeros 20 km del perfil longitudinal del río en los tiempos 180, 360, 540 y 720 días; nótese que a los dos años la cota inicial del fondo disminuyó en la sección 1, esto es, en el desfogue de la presa, desde la elevación 42.40 m hasta la 39.28 m, es decir, bajó 3.12 m en ese lapso; también se ve que el efecto de erosión llegó hasta 20 km aproximadamente a partir de la presa. En la fig 5.1.2b se muestra la evolución longitudinal del acorazamiento calculado en el río; únicamente los primeros 25 km se acorazarían completamente, aunque el acorazamiento llega hasta el km 40. Con el fin de comparar resultados con las demás corridas, se hace ver que la cota del fondo de la sección 1, a los 180 días de modelación, llegó a la elevación 41.09 m, es decir, la erosión es de 1.31 m.

#### Corrida 2

La diferencia entre esta corrida y la anterior es que en este caso si se toma en cuenta el efecto del acorazamiento en el gasto sólido (ver tabla 5.1.1).

FIG 5.1.2a PERFILES DEL CAUCE

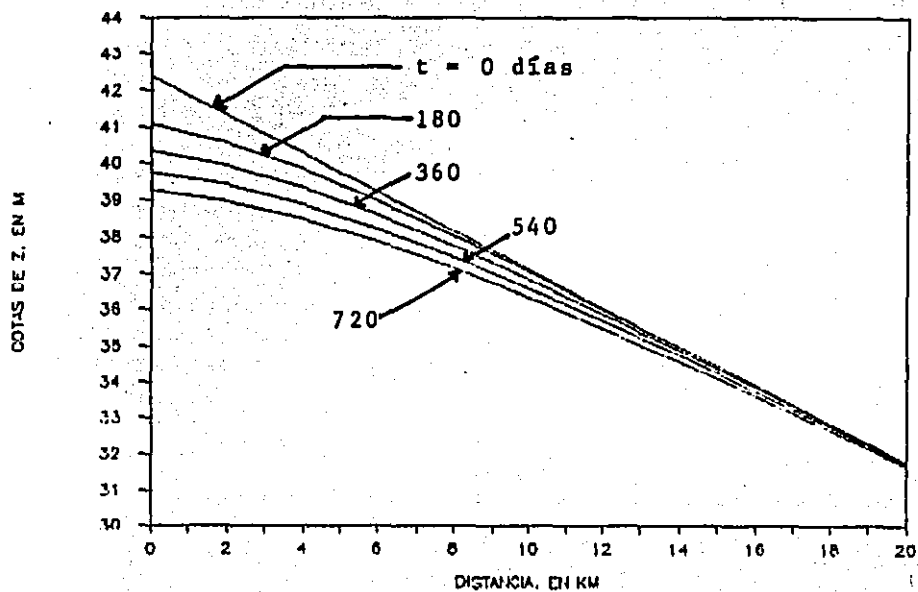
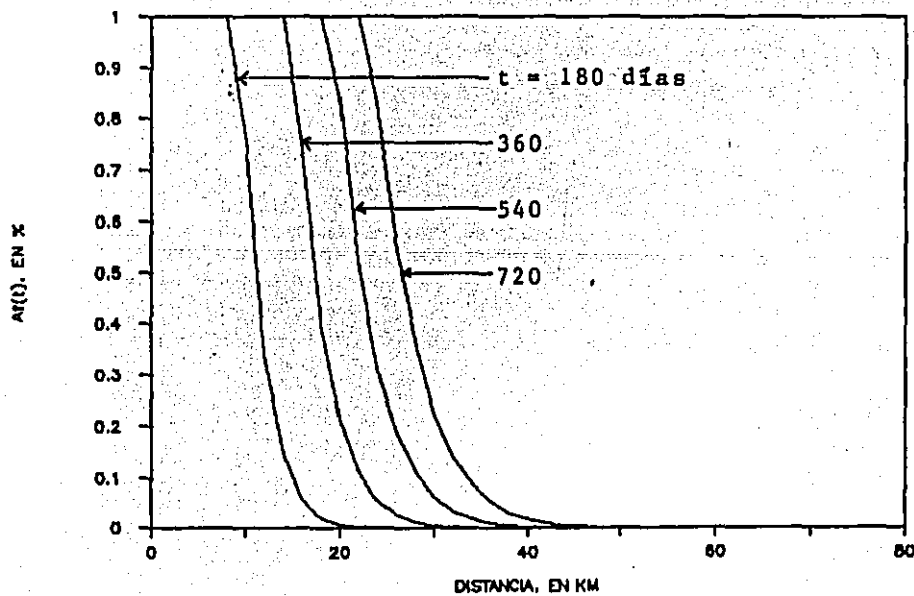


FIG 5.1.2b PERFILES DEL ACORAZAMIENTO



Algunos resultados se muestran en la fig 5.1.3. En la fig 5.1.3a se grafica el perfil inicial del fondo ( $t = 0$ ) y el perfil a los 180 días, para los primeros 4 km del tramo en estudio; ahí se ve como la cota del fondo en la sección uno disminuye desde la elevación 42.40 m hasta la 42.31 m, es decir, baja únicamente 0.09 m, que es mucho menor que lo obtenido con la corrida 1. En la fig 5.1.3b se ve que la sección 1 se acoraza totalmente (y por tanto, el fondo deja de moverse) el día 28, que es cuando  $Af(t) = 1$ , por lo que  $G = 0$  (ec 4.3.2); las secciones 2 y 5, a 2 y 10 km respectivamente, aguas abajo del desfogue, se acorazaron completamente desde los días 34 y 55. Por otro lado, se puede apreciar también en la fig 5.1.3b, que el valor de la variable  $Af(t)$  en las primeras secciones nunca se reduce a cero, ya que el esfuerzo cortante actuante  $\tau_o \cong 0.50 \text{ kg/m}^2$  siempre es menor que el esfuerzo cortante crítico máximo,  $\tau_{o\text{max}} = 0.65 \text{ kg/m}^2$ , determinado con el método de Cruickshank y García(1976), por lo que la coraza nunca se rompe.

### Corrida 3

En esta corrida con  $Q_1 = 200 \text{ m}^3/\text{s}$ , además de tomarse en cuenta el efecto del acorazamiento en el gasto sólido, se modifica el coeficiente de rugosidad  $n$  de Manning con la ec 4.3.6. En la fig 5.1.4a están dibujados únicamente los perfiles longitudinales de los primeros 4 km en el tiempo inicial y en el día 180, dado que aquí también se observó

FIG 5.1.3a PERFILES DEL CAUCE

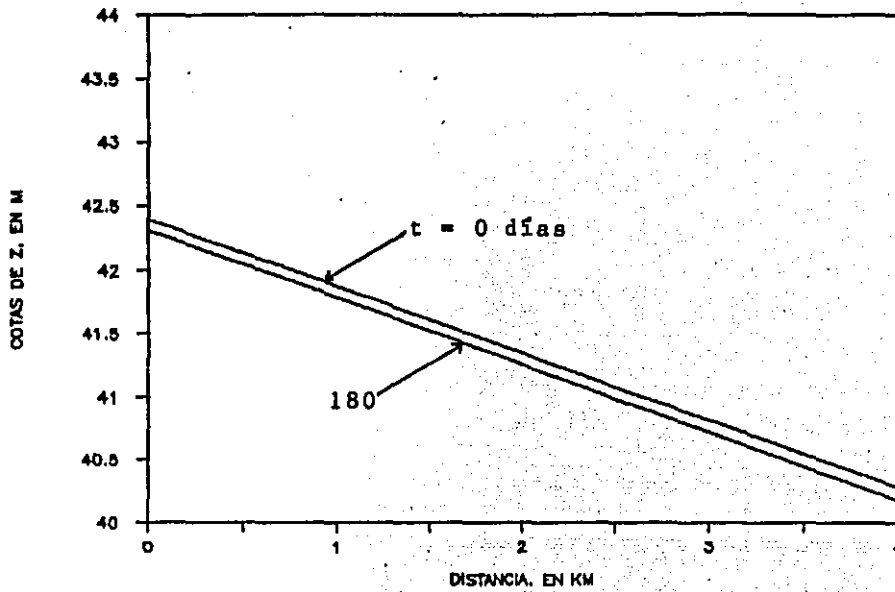
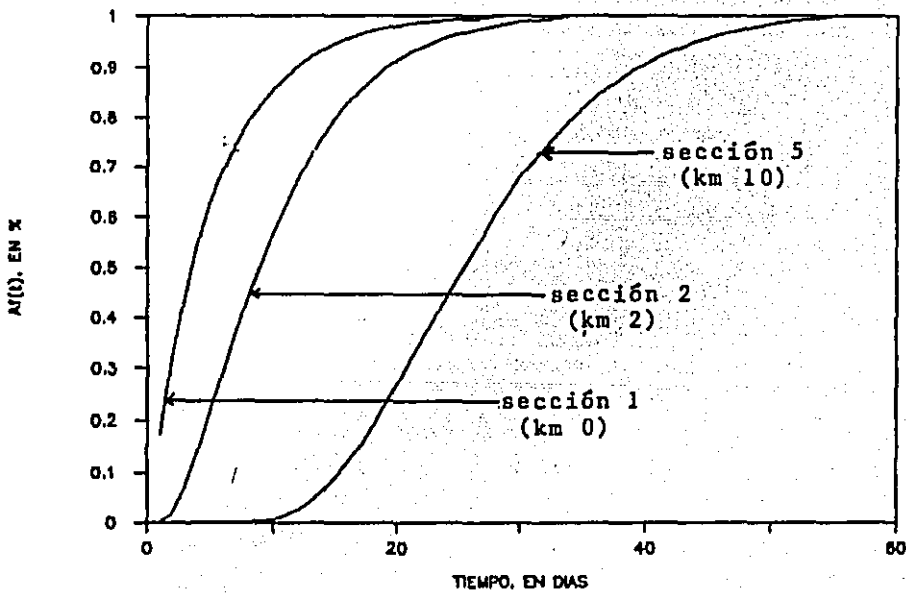


FIG 5.1.3b EVOLUCION DEL ACORAZAMIENTO



que, inclusive desde un tiempo anterior, fig 5.1.4b, las cotas del fondo de las primeras secciones ya no se modificaban, puesto que la sección 1 se acoraza completamente el día 34, mientras que las secciones 2 y 5 lo hicieron los días 42 y 67 respectivamente. De aquí se concluye que la cota del fondo en el desfogue deja de moverse desde el día 34, en el que está a la elevación 42.30, es decir, baja un total de 0.10 m que es prácticamente lo mismo que lo obtenido en la corrida 2; el considerar el coeficiente de rugosidad variable influye únicamente, en este caso, en que aumenta el tiempo en que se acorazan las secciones. Además, en la fig 5.1.4b se aprecia que al igual que en la corrida 2, la coraza nunca se rompe, puesto que  $A_f(t)$  siempre aumenta hasta llegar a uno, y luego se mantiene constante.

#### Corrida 4

Esta corrida se hizo con un gasto  $Q_2 = 335 \text{ m}^3/\text{s}$ , y al igual que en la corrida 1, no se tomó en cuenta el efecto del acorazamiento ni en el gasto sólido ni en el coeficiente de fricción. Los resultados obtenidos se muestran en la fig 5.1.5. En la fig 5.1.5a se ve como la cota del fondo de la sección 1, en dos años, disminuye desde la elevación 42.40 m hasta la 37.17 m, o sea 5.23 m (2.11 m más en comparación con la corrida 1). También se ve en la fig 5.1.5a que el proceso de erosión alcanza una distancia mayor que el que produjo el gasto  $Q_1$  en la

FIG 5.1.4a PERFILES DEL CAUCE

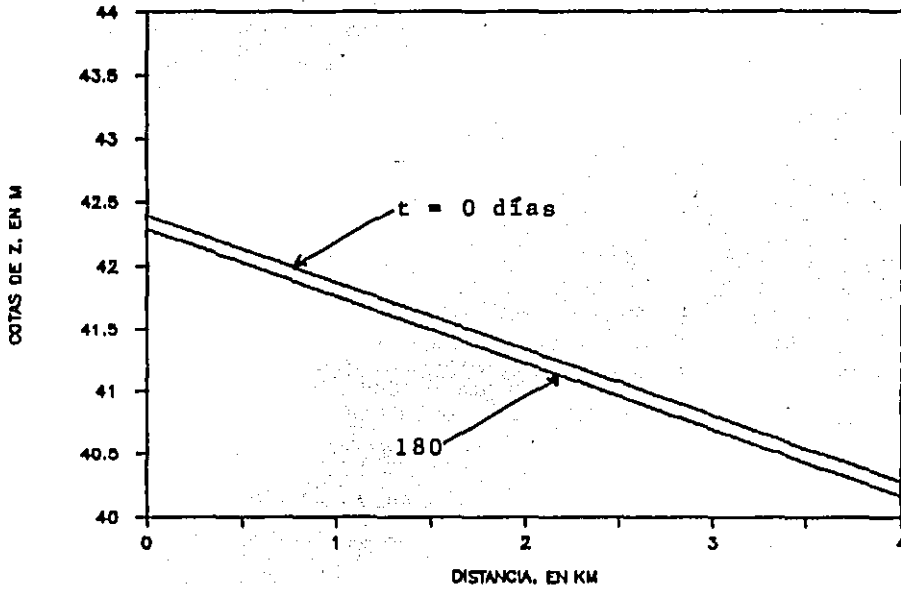


FIG 5.1.4b EVOLUCION DEL ACUMULAMIENTO

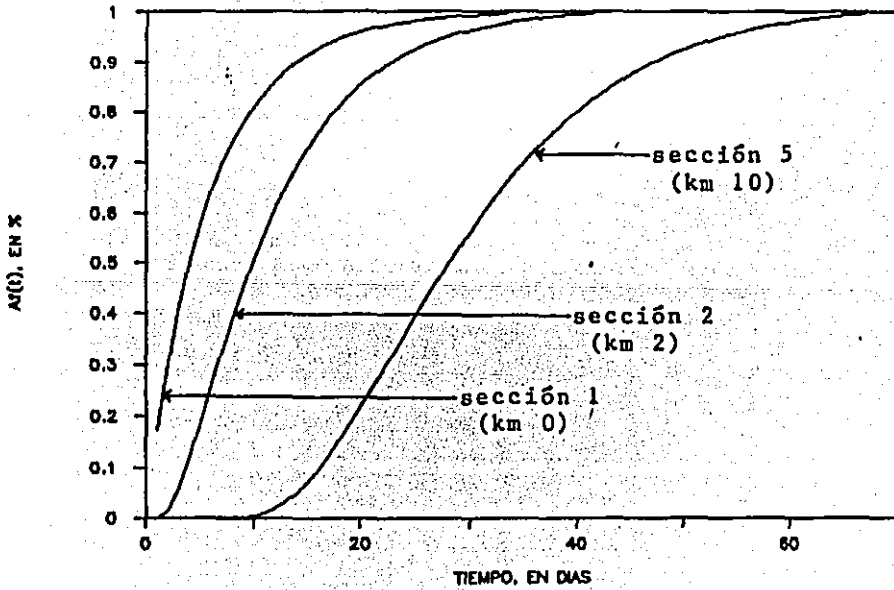


FIG 5.1.5a PERFILES DEL CAUCE

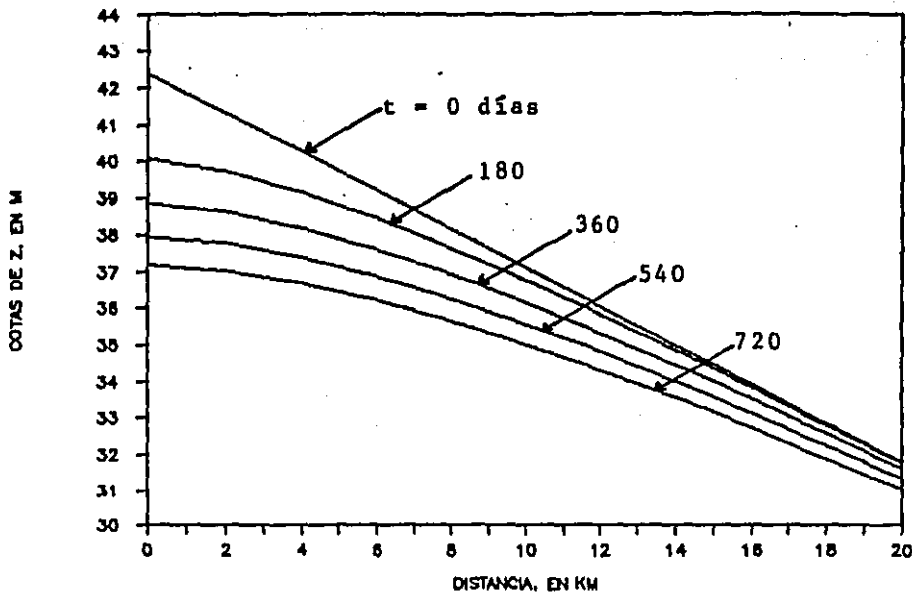
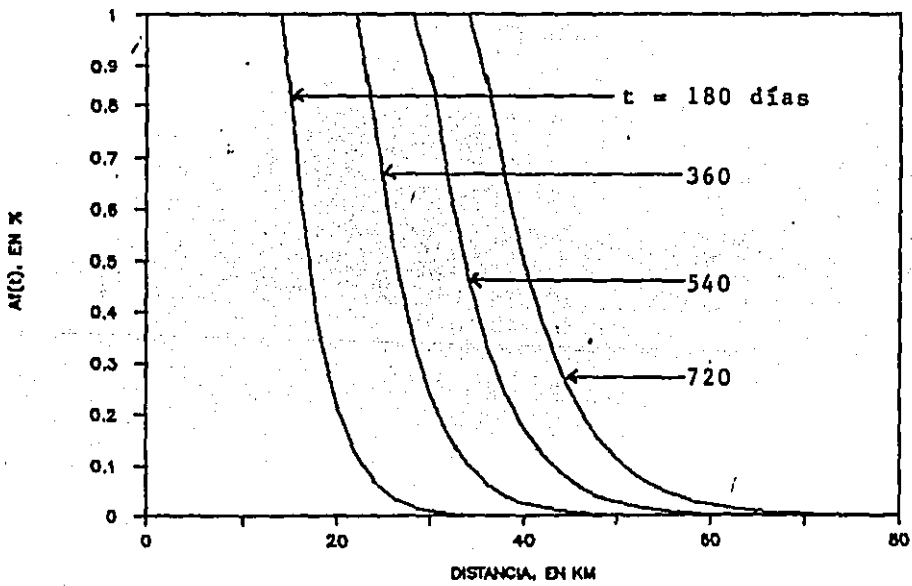


FIG 5.1.5b PERFILES DEL ACORAZAMIENTO





corrida 1, y por tanto, también el acorazamiento completo del cauce llega a una distancia mayor (fig 5.1.5b, con  $A_f(t) = 1$ ), que es aproximadamente hasta los 40 km. En este caso la cota de la sección 1 se encuentra en la elevación 40.07 m a los 180 días.

### Corrida 5

Esta corrida se hizo también con el gasto  $Q_2 = 335 \text{ m}^3/\text{s}$ , afectando el gasto sólido con la variable  $A_f(t)$ , pero considerando constante el coeficiente de rugosidad. Los resultados obtenidos se muestran en la fig 5.1.6. En la fig 5.1.6a se observan los perfiles longitudinales de los primeros 4 km en el tiempo inicial y al día 180, observándose que en comparación con la corrida 2,  $Q_1 = 200 \text{ m}^3/\text{s}$ , la erosión de las primeras secciones es mayor, disminuyendo en este caso la cota del cauce en la sección uno, de la elevación 42.20 m a la 41.65 m durante 180 días de modelación, es decir, un total de 0.55 m de erosión que es mayor a la obtenida en el mismo tiempo en la corrida 2 (0.09 m). En la fig 5.1.6b está graficada la evolución del porcentaje de área acorazada en las secciones 1 y 5, observándose que en dos ocasiones se rompe la coraza, puesto que el valor de  $A_f(t)$  disminuye a cero; sin embargo, ambas alcanzan el valor de uno después de los días 68 y 88 respectivamente, mientras que la sección dos se acoraza completamente en el día 73, con lo que el cauce llega en esas secciones a ser estable.

FIG 5.1.6a PERFILES DEL CAUCE

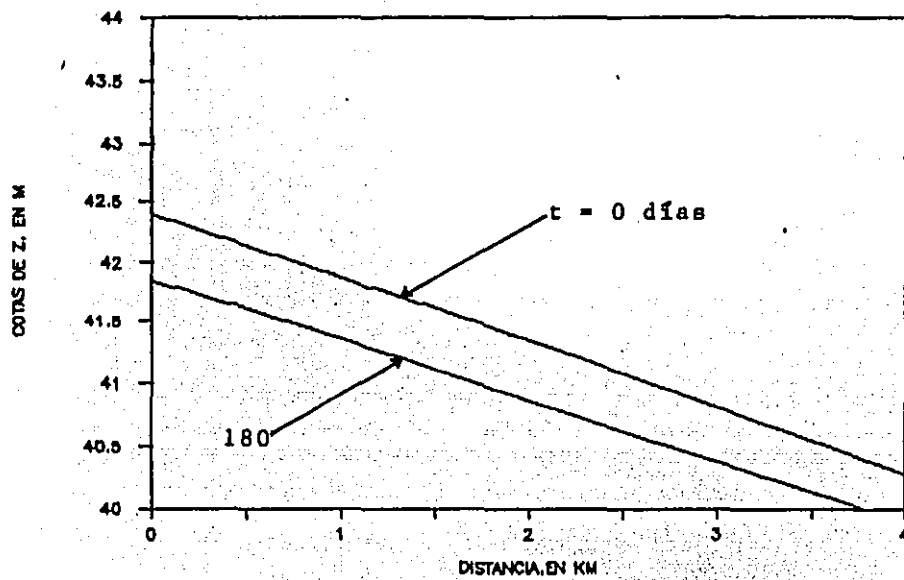
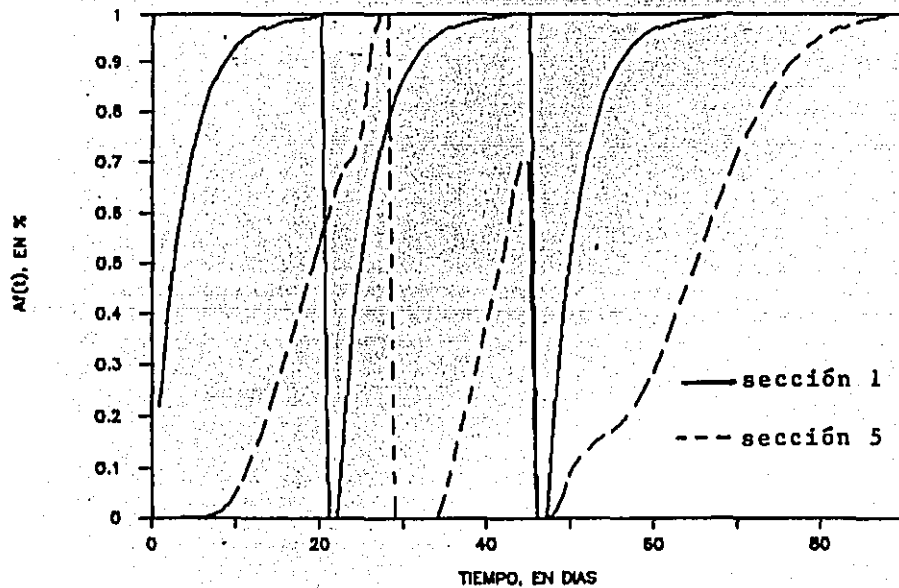


FIG 5.1.6b . EVOLUCION DEL ACORAZAMIENTO



### Corrida 6

La diferencia entre esta última corrida y la anterior es que en este caso sí se considera el efecto de  $Af(t)$  en el coeficiente de rugosidad de Manning. Los resultados obtenidos se muestran en la fig 5.1.7a, donde se ve que la cota del fondo en la sección uno, a los 180 días disminuye en 1.56 m, que es mayor que el de 0.55 m obtenido en la corrida 5. Además, en la fig 5.1.7b donde está graficada la evolución de  $Af(t)$  de la sección uno en el tiempo, se ve como se rompe en repetidas ocasiones la coraza, sin que se pueda llegar a establecer una condición de acorazamiento permanente, inclusive hasta el día 720. Esto se debe a que el esfuerzo  $\tau_o$  producido por el flujo siempre es mayor que el  $\tau_{cmax}$  que resiste la coraza durante los dos años de modelación, por lo que el cauce llegará a una condición estable hasta que se cumpla la condición  $\tau_o < \tau_{cmax}$ . Para conocer las características de pendiente  $S$  y tirante  $h$  con las cuales el cauce alcanza su estabilidad, se plantean las siguientes ecuaciones

$$\tau_o = \tau_{cmax} = \gamma h S = 0.65 \quad (5.1.1)$$

$$y \quad S = \left[ \frac{Q n}{A h^{(2/3)}} \right]^2 \quad (5.1.2)$$

donde  $n = 0.017$  y  $A = B h$ . Resolviendo en forma simultánea se obtiene que  $h = 1.41$  m y  $S = 0.000462$ . Para que las variables  $h$  y  $S$  tengan esos valores, es necesario

FIG 5.1.7a PERFILES DEL CAUCE

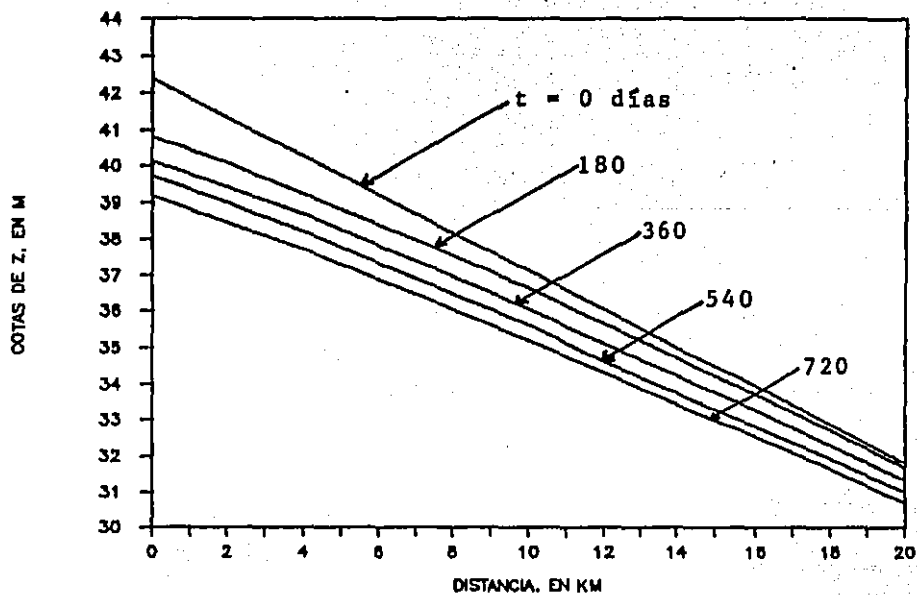
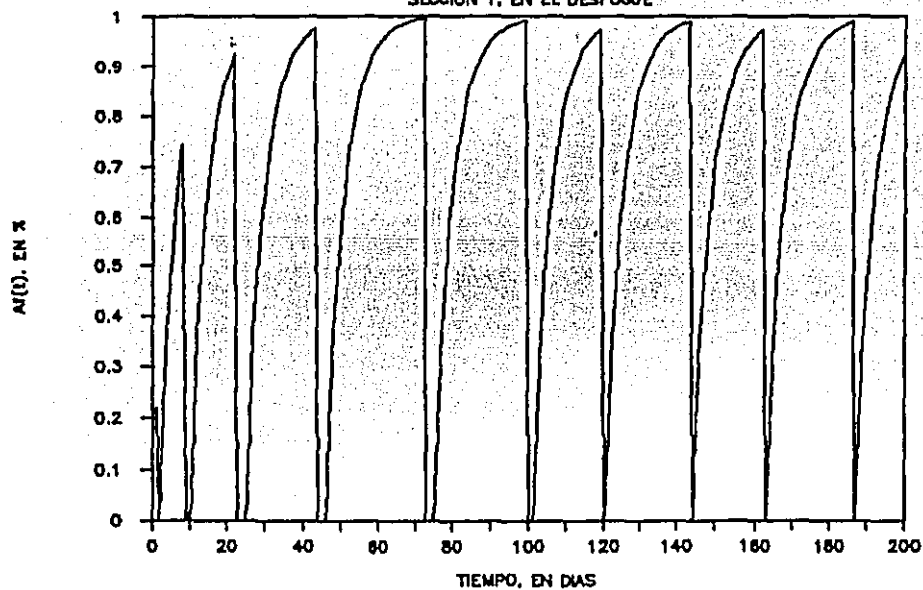


FIG 5.1.7b EVOLUCION DEL ACORAZAMIENTO

SECCION 1, EN EL DESFOQUE



que la cota del fondo en la sección 1 disminuya hasta la elevación dada por el siguiente producto

$$Z_1 = S L = (0.000482) (80\ 000) = 38.96\ m$$

para lo cual se requiere que pasen muchos años, ya que en el día 720 la cota  $Z_1$  se encuentra en la elevación 39.18 m. Es importante recalcar el papel que juega en este caso el coeficiente de rugosidad  $n$  en la predicción del comportamiento del cauce, puesto que si se supone un valor de  $n$  un poco menor, tal vez el cauce llegue a una condición estable en menor tiempo.

#### 5.1.2 Resumen de las corridas

Con el fin de presentar un breve resumen de todas las corridas anteriores se hizo la tabla 5.1.2, donde se comparan los valores de las cotas del fondo de la sección 1 en el día 180, y además el día en que alcanzaron a acorazarse, manteniéndose estable la sección, es decir, que ya después la coraza no se rompe.

Tabla 5.1.2 Valores de  $Z_1$  en el día 180 y tiempo  $t$  en que  $A_f(t)_1 = 1$

corrida	$Z_1$ (m)	$t$ (días)
1	41.09	
2	42.31	28
3	42.30	34
4	40.07	
5	41.85	68
6	40.82	

Como se observa, en las corridas 2 y 3, la erosión es la misma, pero el tiempo en que se acoraza la sección 1 en

la corrida 3 es mayor; en cambio en las corridas 5 y 6 la diferencia en  $Z_1$  es de casi 1 m debido a que en la corrida 6 siempre hubo erosión, pues la coraza se estuvo rompiendo en todo el tiempo. En cuanto a las corridas 1 y 4, la diferencia en  $Z_1$  es generada únicamente porque el gasto  $Q_2$  provoca un esfuerzo cortante  $\tau_0$  mayor que el gasto  $Q_1$ . Obsérvese que en las corridas 1 y 4, la erosión es mayor debido a que no se ha tomado en cuenta el proceso de acorazamiento del cauce.

Finalmente, con base en lo anterior se concluye que si no se toma en cuenta el proceso del acorazamiento del cauce, se estiman erosiones grandes y rápidas; y además, aún en el caso de que el gasto sea tal que no se pueda establecer una coraza permanente, o sea, que  $\tau_{max}$  sea mayor que  $\tau_0$ , el proceso de erosión se hace más lento, pero tenderá a alcanzar una condición estable, modificando para ello principalmente la pendiente del cauce y el tirante.

## 5.2 PREDICCIÓN DE LA EROSIÓN AGUAS ABAJO DE UNA PRESA

En este subcapítulo se predice con el modelo numérico la erosión y el proceso de acorazamiento en un tramo de río aguas abajo de la cortina de una presa; para ello se cuenta con la siguiente información:

### 5.2.1 Información de campo

Se sabe que el tamaño máximo del material del cauce es grava de 3 cm; en la granulometría predominan las arenas.

Se dispone de fotos aéreas del río en varios años y planos de DETENAL.

Se tiene también el registro de gastos aforados en una estación hidrométrica localizada aguas abajo de la cortina, y el funcionamiento de las turbinas de la hidroeléctrica. Además, se tienen algunas secciones transversales del río.

Con esta información se determinó la granulometría supuesta del material que constituye el cauce, el ancho, talúd y pendiente media del río, de la siguiente manera:

### 5.2.2 Cálculo de las características del tramo en estudio

#### Granulometría del cauce

Se observó que las granulometrías de muestras superficiales del cauce tienen tendencia a seguir una distribución granulométrica tipo log-normal, por lo que se consideró que la granulometría es de este tipo. Por otro lado, Maza et al(1984) encontraron que para este tipo de distribución, la cual es muy común en cauces donde hay mucha arena con grava, el tamaño  $D_{10}$  está entre 0.16 y 0.4 mm; se escoge aquí  $D_{10} = 0.280$  mm, y como se

sabe que el tamaño máximo de los granos es de 3 cm, se asigna éste valor al diámetro  $D_{95}$ . Estos dos diámetros, el  $D_{10}$  y el  $D_{95}$ , se graficaron en papel log-normal, encontrándose que el  $D_{50} \cong 0.0015$  m con una desviación estándar geométrica de 5.41, se decidió usar  $D_{50} = 0.0015$  m con  $\sigma_g = 5.5$ ; con estos parámetros se tiene que

$$\begin{array}{ll} D_{15} = 0.000778 \text{ m} & D_{84} = 0.005449 \text{ m} \\ D_{50} = 0.001500 \text{ m} & D_{90} = 0.013333 \text{ m} \\ D_{85} = 0.002893 \text{ m} & D_{95} = 0.024769 \text{ m} \end{array}$$

En cuanto a la porosidad del material del cauce, ésta se supone que tiene un valor de  $\epsilon = 0.40$  y peso volumétrico  $\gamma_s = 2650 \text{ kg/m}^3$

#### Esfuerzo cortante crítico máximo

Para la granulometría supuesta,  $D_{50} = 0.0015$  m y  $\sigma_g = 5.5$ , con el método de Cruickshank y García(1976) se determinó que el esfuerzo cortante crítico máximo es  $\tau_{cmax} = 1.10 \text{ kg/m}^2$ , con un diámetro medio de la coraza máxima de  $D_{max} = 0.01554$  m, que es ligeramente mayor que el  $D_{90}$ .

#### Definición de la sección transversal del río

De las fotografías aéreas, planos de DETENAL y 20 secciones transversales del río, se estimó que el ancho del cauce es en promedio de 250 m; para los fines de este análisis se considerará al río de sección rectangular.



### Estimación de la pendiente media del cauce

Utilizando las 20 secciones transversales con que se cuenta a lo largo de 80 km de río, se estimó su pendiente, tanto del cauce como de la superficie libre del agua. La pendiente promedio es aproximadamente igual a  $S = 0.0003$ , por lo que se tomó este valor como representativo de todo el tramo en estudio.

### Rango de variación del coeficiente de rugosidad

Como se mencionó en el subcap 4.3.2, el coeficiente de rugosidad de Manning, para el caso en que el cauce no está acorazado, puede estimarse como

$$n_o = \frac{D_{65}^{(1/6)}}{24} = 0.016$$

y para el caso en que el cauce está completamente acorazado

$$n_c = \frac{D_{90}^{(1/6)}}{26} = 0.019$$

### Selección del gasto

La planta hidroeléctrica consta de cuatro turbinas y cada unidad está diseñada para un gasto de  $360 \text{ m}^3/\text{s}$ . De acuerdo con esto, el gasto máximo que puede pasar por el cauce, aguas abajo de la cortina, suponiendo que todas las turbinas funcionan al mismo tiempo con la máxima potencia, es de  $1440 \text{ m}^3/\text{s}$ . Por otro lado, de los reportes que se tienen de lo que generan diariamente las turbinas se determinó que el tiempo de funcionamiento real de

ellas es de 8 hrs durante el día; además, del registro de gastos aforados en la estación hidrométrica aguas abajo de la cortina durante los años 1987 y 1988; se deduce que el rango en que varían los gastos es de 300 a 1300 m<sup>3</sup>/s. Por todo esto, el tratar de suponer un gasto constante es muy arriesgado. Sin embargo, en los registros se observa que los gastos de 300 y 1300 m<sup>3</sup>/s se presentan en pocas ocasiones, tendiendo a predominar un poco más el caudal de 1000 m<sup>3</sup>/s, el cual será de los que produce más erosión. Por ésta razón, con este gasto se hace la modelación para conocer la erosión media del cauce en el tiempo, y con una transformación de escalas de tiempo se podrá calcular el tiempo real que se necesita para que el cauce llegue a un determinado grado de erosión y acorazamiento.

Para ejemplificar lo referido a la transformación de escalas de tiempo se describe el siguiente ejemplo: Suponiendo que las turbinas funcionan a su máxima capacidad durante 8 hrs diariamente, se tiene que el gasto que causa más erosión actúa entonces durante ese mismo lapso; de ésta manera, como al correr el programa se supone que el gasto está pasando de manera constante durante el tiempo  $\Delta t$ , que en este caso es de 24 hrs, para corregir esto se divide el incremento de tiempo utilizado para correr el programa entre el tiempo en que funcionan todas las turbinas, o sea

$$\frac{\Delta t}{T_t} = \frac{24 \text{ hrs}}{8 \text{ hrs}} = 3$$

de esta forma se tiene que cada  $\Delta t$  del programa equivale a la historia de tres días del río.

### 5.2.3 Selección de los intervalos $\Delta X$ y $\Delta t$

Para seleccionar los valores de los incrementos  $\Delta X$  y  $\Delta t$  en la modelación del proceso de erosión del cauce, se corrió el programa con varias combinaciones de  $\Delta X$  y  $\Delta t$ , sin tomar en cuenta el acorazamiento del cauce, encontrándose que los resultados no difieren entre sí. En la tabla 5.2.1 están las combinaciones de  $\Delta X$  y  $\Delta t$  utilizadas, los valores seleccionados son  $\Delta X = 2000$  m y  $\Delta t = 86400$  s.

TABLA 5.2.1 Combinaciones de  $\Delta X$  y  $\Delta t$

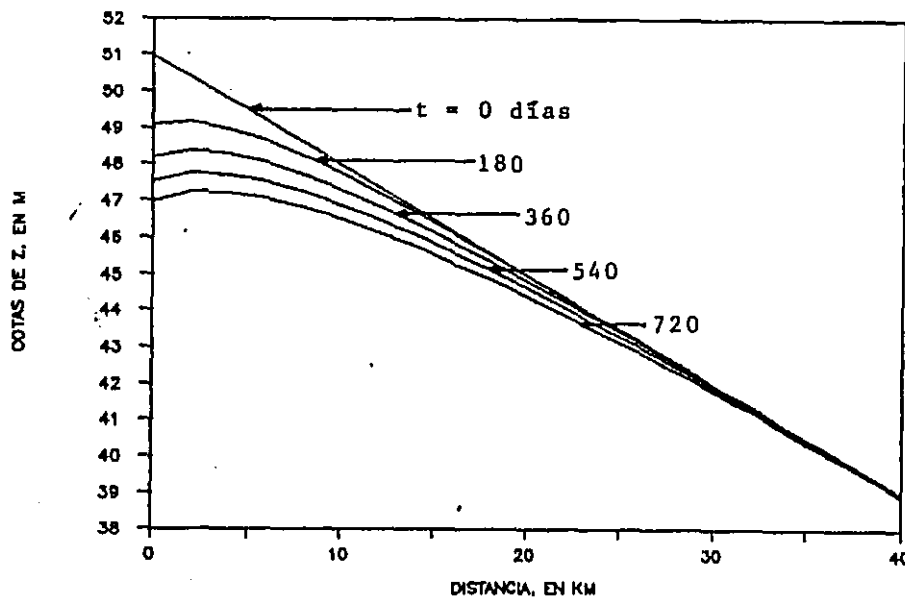
$\Delta X(m)$	$\Delta t(s)$
1000	21600
1000	43200
1000	86400
2000	21600
2000	43200
2000	86400

### 5.2.4 Determinación de la erosión sin acorazamiento

Con todos los datos anteriores se procedió a hacer una primera corrida del programa pero sin tomar en cuenta el efecto del acorazamiento en el escurrimiento. Los resultados obtenidos se muestran en la fig 5.2.1, en la que pueden verse los perfiles del cauce del km 0 al 40, en

el tiempo inicial y a los días 180, 360, 540 y 720; en este caso la cota del fondo en la sección uno, al final de los dos años, ha disminuido desde la elevación 51 m hasta la 46.99 m, inclusive está por debajo de la cota de la sección dos. Durante la corrida se observó que el esfuerzo cortante generado por el flujo alcanzó como valor máximo  $\tau_e = 0.65 \text{ kg/m}^2$ , el cual es casi la mitad del esfuerzo cortante  $\tau_{\text{max}} = 1.10 \text{ kg/m}^2$ , por lo que se deduce que es poco probable que este gasto de  $1000 \text{ m}^3/\text{s}$  pueda romper la coraza.

FIG 5.2.1 PERFILES DEL CAUCE



### 5.2.5 Erosión del cauce modificando el gasto sólido con

$$A_f(t)$$

En la segunda corrida se tomó en cuenta únicamente el efecto del acorazamiento en el gasto sólido, los

resultados que se obtuvieron están en la fig 5.2.2. En la fig 5.2.2a se ven los perfiles del cauce en los tiempos 0 y 20 días, en ella se ve que la cota del fondo en la sección uno disminuyó desde la elevación 51 m hasta la 50.89 m; y de la fig 5.2.2b se deduce que la cota  $Z_1$  dejó de moverse el día 14, ya que en ese día la variable  $Af(t)$  llegó a 1, por lo que a partir de ese momento el gasto sólido en esa sección fue cero, ec 4.3.2, mientras que las secciones dos y cinco dejaron de moverse los días 20 y 35. En este caso, el valor máximo que alcanzó el esfuerzo cortante actuante fue  $\tau_0 = 0.65 \text{ kg/m}^2$ , el cual es mucho menor que  $\tau_{\text{max}}$ .

#### 5.2.6 Erosión del cauce modificando el gasto sólido y la rugosidad del cauce con $Af(t)$

En ésta tercera corrida, además de modificar el gasto sólido también se modificó el coeficiente de rugosidad de Manning con la ec 4.3.6; los resultados se ven en la fig 5.2.3. En la fig 5.2.3a están los perfiles del cauce en los tiempos 0 y 20 días; para estas condiciones la cota del fondo en la sección 1 disminuyó desde la elevación 51 m hasta la 50.67 m. Observando la fig 5.2.3b se deduce que ésta cota, la  $Z_1$ , dejó de moverse el día 18, mientras que las de las secciones dos y cinco lo hicieron los días 25 y 43 respectivamente.

FIG 5.2.2a PERFILES DEL CAUCE

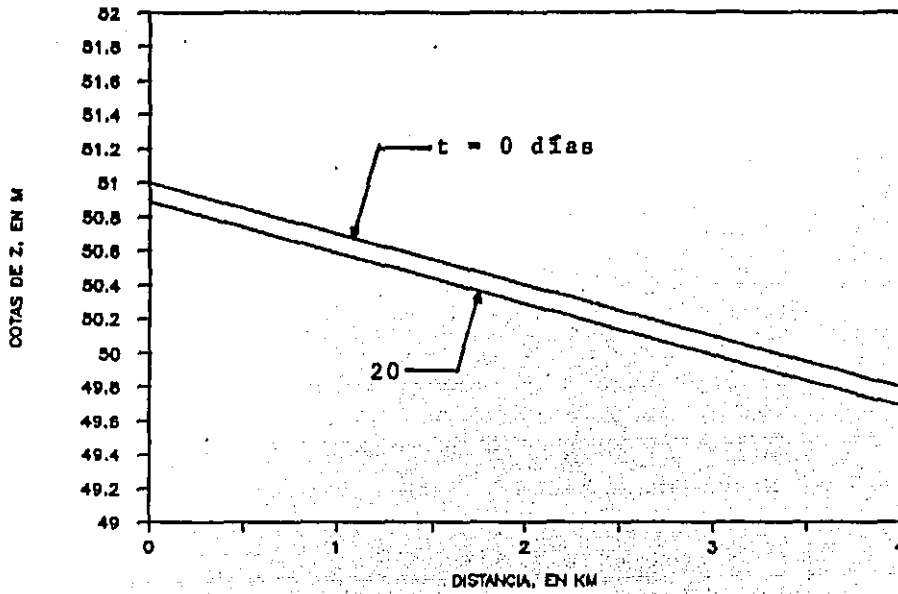


FIG 5.2.2b EVOLUCION DEL ACORAZAMIENTO

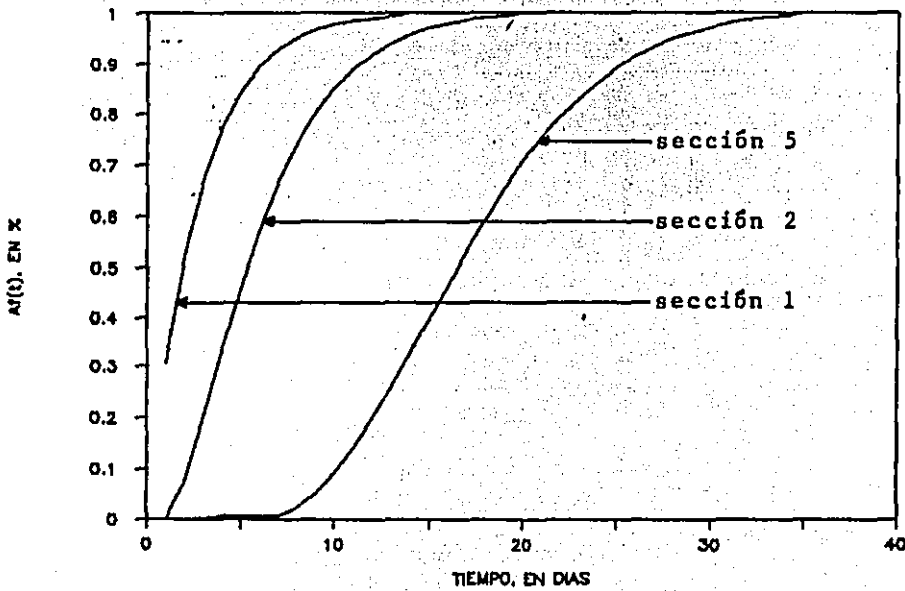


FIG 5.2.3a PERFILES DEL CAUCE

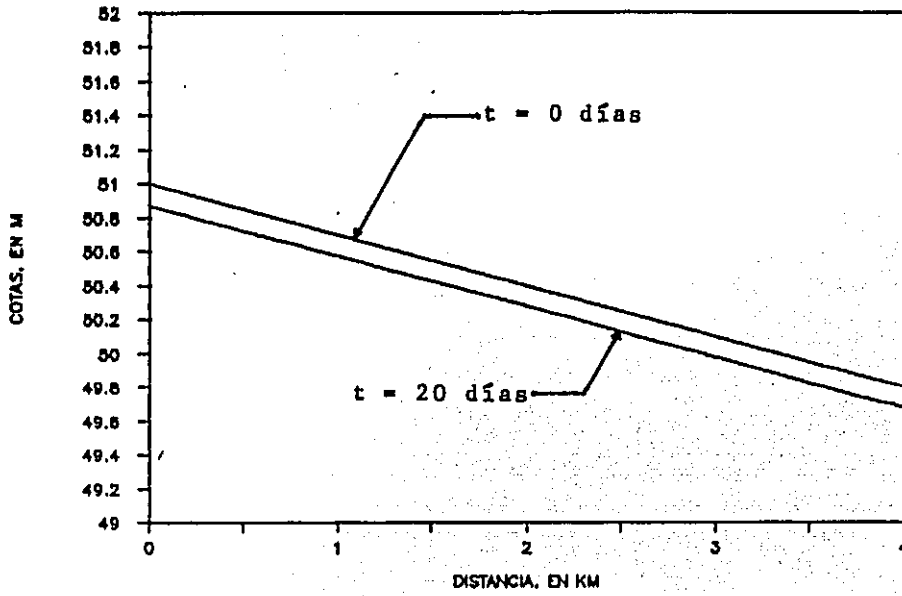
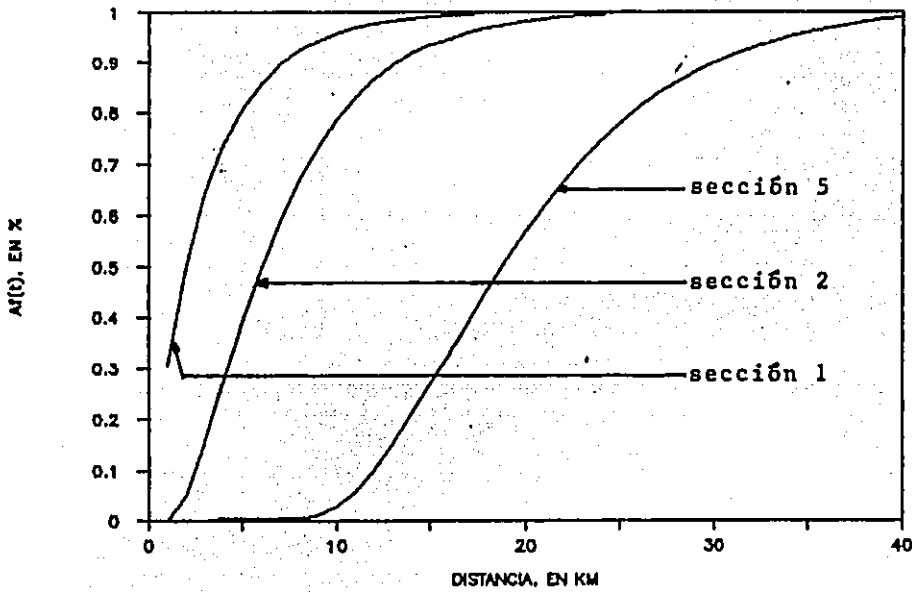


FIG 5.2.3b EVOLUCION DEL ACORAZAMIENTO



### 5.2.7 Comparación de estas dos últimas corridas

Finalmente, se comparan en la tabla 5.2.2 los tiempos en que se acorazaron las secciones 1,2,5,10 y 15, señalando se la erosión que alcanzaron en ese tiempo, en las corridas de los puntos 5.2.5 y 5.2.6

Tabla 5.2.2

secciones	corrida del punto 5.2.5		corrida del punto 5.2.6	
	tiempo(días)	cotas(m)	tiempo(días)	cotas(m)
1 (km 0)	14	50.89	18	50.87
2 (km 2)	20	50.59	25	50.27
5 (km 10)	35	48.49	43	48.47
10 (km 20)	58	45.49	71	45.47
15 (km 30)	80	42.49	97	42.47

Recordando que la diferencia entre estas dos corridas es que en la del punto 5.2.6 se modifica el coeficiente de rugosidad; a ello se atribuye la diferencia que hay entre los tiempos en que se acoraza cada sección, ya que la magnitud de la erosión es prácticamente la misma en cada corrida, como puede observarse al comparar las cotas de las secciones de cada corrida.

De la tabla 5.2.2 y recordando lo referido a las escalas de tiempo, en las que un  $\Delta t$  equivale a la historia de tres días del cauce, se deduce la erosión que tendrá cada sección y el tiempo real que dura la erosión; para ello se escogen los resultados de la corrida del punto 5.2.6, multiplicandose el tiempo en que se acorazó cada sección por el factor de escala de 3. Estos resultados están en la tabla 5.2.3



Tabla 5.2.3

secciones	tiempo (días)	cota inicial	cota final	erosión total
1 (km 0)	54	51.00	50.87	0.13
2 (km 2)	75	50.40	50.27	0.13
5 (km 10)	120	48.60	48.47	0.13
10 (km 20)	213	45.60	45.47	0.13
15 (km 30)	291	42.60	42.47	0.13

Como se observa, el tiempo que tarda en acorazarse la sección 1, en el desfogue, es de casi dos meses, mientras que la sección 15, a 30 km aguas abajo de la 1, éste efecto se da en siete meses.

Los resultados son congruentes con las descripciones dadas por algunos autores, como Harrison(1950), quien observó en sus experimentos que los perfiles inicial y final del fondo son paralelos. En estos resultados no se ha incluido el hecho de que se presente un gasto extraordinario que rompa la coraza, y que dure un tiempo considerable, por ejemplo una semana, que es el tiempo que duran las avenidas máximas.

#### 5.2.8 Estimación del gasto que rompe la coraza

De acuerdo con lo anterior, gastos menores a  $1000 \text{ m}^3/\text{s}$  no son capaces de romper la coraza, y por tanto, tampoco podrán causar una erosión mayor que la obtenida con el gasto estudiado. La posibilidad de que se presente un gasto mayor a  $1000 \text{ m}^3/\text{s}$  durante un tiempo prolongado, por ejemplo una semana, podría darse cuando funcione la obra de excedencias, y además, las turbinas estén trabajando.

El gasto que provoca una erosión grande es aquel que produce un esfuerzo cortante actuante  $\tau_0$  mayor o igual al que resiste la coraza máxima, el cual es  $\tau_{\text{max}} = 1.10 \text{ kg/m}^2$ . Para conocer este gasto se plantean las siguientes ecuaciones

$$\tau_0 = \gamma h S = 1.10$$

$$S = \left[ \frac{Q n}{A h^{(2/3)}} \right]^2$$

donde  $n = 0.016$ ,  $A = B h$ ,  $B = 250 \text{ m}$  y  $S = 0.0003$ . resolviendo en forma simultánea estas ecuaciones se obtiene que  $h = 3.67 \text{ m}$  y  $Q = 2360 \text{ m}^3/\text{s}$ . Este gasto o mayores a él son los que pueden generar una erosión mayor en el cauce, pero únicamente se pueden presentar durante un tiempo corto y, tal vez, en una ocasión al año cuando más.

## 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Al analizar los resultados obtenidos con el método de Karim et al(1983) modificado, se los considera aceptables, si se piensa sobre todo en que son de tipo cualitativo. Estos resultados permiten inferir que para tener una mayor certeza de la magnitud de la erosión y el tiempo en que el cauce llega a ella es necesario estudiar, con apoyo en mediciones, los siguientes aspectos.

En primer lugar, no se han calibrado las expresiones que modifican al gasto sólido (ec 4.3.2) y la rugosidad del cauce en función del grado de acorazamiento promedio que se tenga en alguna sección (ec 4.3.6). Esto sólo se puede hacer si se tienen mediciones de laboratorio, o de preferencia en campo.

En segundo lugar, Una de las hipótesis hechas para modificar la cota del fondo del cauce debido a la erosión del mismo, es suponer que todo el ancho baja en la misma magnitud, sin embargo, casi nunca se tiene una sección natural en la que la cota del fondo en todo el ancho sea la misma; la forma en que ocurre éste fenómeno se desconoce y es necesario estudiarlo. Para ello se recomienda hacer mediciones de algunas secciones transversales aguas abajo de la cortina de una presa, antes de su construcción y después del cierre de la misma, en varias ocasiones, por ejemplo cada tres meses al principio y después cada seis meses, durante varios años.

Se ha aceptado como bueno el criterio de Gessler para determinar el esfuerzo cortante crítico que es capaz de resistir el material del cauce; ello implica aceptar también que la expresión con que se calcula la probabilidad de que un grano de determinado tamaño no se mueva da buenos resultados, lo cual a sido criticado por otros autores como Shen y Lu, quienes han modificando la fórmula.

En este trabajo se ha usado la expresión de Engelund para calcular el transporte de sedimentos, y la fórmula de Manning para la resistencia al flujo, pero en cada caso se deben utilizar los métodos más recomendables para el tramo que se desea estudiar, y/o calibrar algunas expresiones si se tienen mediciones de campo. Se aclara

que el modelo aquí presentado no depende de la formulación de gasto sólido, por lo que no es necesario modificar lo expuesto en los capítulos anteriores si se utilizan otros criterios. En cuanto a la resistencia al flujo, será necesario para cada método, plantear la forma en que se estimará la resistencia al flujo durante el proceso, es decir, si toma en cuenta el efecto del acorazamiento en la fricción.

Además, necesita ser estudiado el efecto de las formas de fondo en el proceso de acorazamiento; aunque algunos autores afirman que dicho proceso tiende a ocurrir sobre un fondo plano.

También sería interesante estudiar la forma en que va cambiando la granulometría de un cauce cuando hay un proceso de erosión o sedimentación, para que con ello se tuviera una idea más precisa de la rugosidad del cauce.

Finalmente, aquí se ha propuesto que la forma en que se rompe la coraza en una sección es repentina, pero queda la duda de la forma como esto ocurre, sobre todo cuando se está considerando que el gasto es constante. Una manera de estudiar esto es haciendo experimentos de laboratorio diseñados para condiciones críticas, es decir, con un gasto que produzca un esfuerzo cortante mayor o igual al máximo que resiste la coraza.

## REFERENCIAS

1. Abramowitz, M. and Stegun, I., 1972, "Handbook of Mathematical Functions", Dover Publications Inc., Nueva York, pp 976
2. Allen, J.R.L., 1978, "Computational Methods for Dune Time Lag: Calculations Using Stein's Rule for Dune Height", *Sedimentary Geology*, 20, pp 165-216
3. Berezowsky, V.M. y Jiménez, C.A., 1988, "Cap. 6. Flujo no Permanente en Ríos. Manual de Hidráulica Fluvial", versión preliminar, Informe del I. de I., proy 8302, patrocinado por la SARH, pp 172
4. Cruickshak V. C. y García F. M., 1976, "Determinación del Inicio del Arrastre para Material Suelto con Granulometría Extendida", *Memorias del IV Congreso Nacional de Hidráulica*, Tomo 3, Acapulco, Gro. , pp 179-189
5. Gessler, J., 1967, "The beginning of bedload Movement of Mixtures investigated as Natural Armoring in Channels", W. M. Keck Laboratory of Hydraulics and Water Resources, California Institute of Technology, Pasadena

6. Karim, M.F. and Holly, F.M., 1983, "Bed Armoning Procedures in IALLUVIAL and Application to the Missouri River", Iowa Institute of Hydraulic Research, Report No. 269, The University of Iowa, Iowa City, pp 107

7. Karim, M.F., Holly, F.M., and Yang, J.C., 1987, "IALLUVIAL Numerical Simulation of Mobile-Bed Rivers, Part I, Theoretical and Numerical Principles", Iowa Institute of Hydraulics Research, Report No. 309, The University of Iowa, Iowa City, pp 73

8. Lane, E.W. 1934, "Retrogresion of Levels in River Beds Below Dums", Engineering News-Record

9. Lane, E.W., 1955, "The Importance of Fluvial Morphology in Hydraulic Engineering", Proceedings, ASCE, Vol. 81, No. 1, pp 1-17

10. Lane, E.W. and Carlson, E.S., 1953, "Some Factors Affecting the Stability Canals Constructed in Coorse Granular Material", International Association for Hydraulics Research, Proceedings of the Minnesota International Hydraulics Convention

11. Lara, M.A., 1985, "Modelo Matemático para la simulación de Algunos Aspectos Morfológicos de Ríos", Tesis de Maestría, DEPFI, U.N.A.M., México.

12. Little, W.C. and Mayer, P.L., 1972, "The Role of Sediment Gradation on Channel Armoning", School of Civil Engineering, Georgia Institute of Thecnology, Atlanta, Georgia

13. Livesey, R.H., 1963, "Channel Armoning Below Fort Rondall Dam", Federal Interagency Sedimentation Conference, Jackson, Miss., pp 461-470

14. Maza, J.A., Camargo, J. y Franco, V., 1981, "Manual de Diseño de Obras Civiles. Hidráulica Fluvial", Tomo A.2.11., Comisión Federal de Electricidad, México

15. Maza, J.A. y García, F.M., 1984, "Hidrodinámica. Bases para Hidráulica Fluvial", Series del I.I., No. D-20, U.N.A.M., México

16. Maza, J.A. y García, F.M., 1988, "Distribuciones de los Tamaños de los Sedimentos del Fondo en los Causes Naturales", Memorias del 9° Congreso Nacional de Hidráulica, Tomo II, Querétaro, Qro., pp 220-227

17. Maza, J.A., 1989, "Apuntes de hidráulica Fluvial", DEPFI, UNAM, México, (en impresión).



18. Newton, C.T., 1951, "An Experimental Investigation of Bed Degradation in an Open Channel", Journal of the Boston Society of Civil Engineers

19. Shen, H., 1971, "River Mechanics", Editado por Shen H. Fort Collins, E.U.A.

20. Shen, H.W. and Lu, J.Y., 1983, "Development and Prediction of Bed Armoning", ASCE Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 109.

21. Stanley, J.W., 1951, "Retrogression on Lower Colorado River After 1935", Transactions of the Aamerican Society of Civil Engineers, Vol 116, pp 943-957

22. Suryanarayana, B. and Shen, M., 1971, "Laboratory Study of Degradation and Aggradation", Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division, pp 615-630

23. Tinney, E.R., 1955, "A Study of Mechanics oof Degradation of Bed of Uniform Sediment in an Open Channel", Thesis presented to the University of Minnesota, at Minneapolis, Minn