



204  
44  
**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**POTENCIAL NUCLEAR PARA IONES-PESADOS  
LIGEROS A ENERGÍAS INTERMEDIAS**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE**

**F I S I C O**

**P R E S E N T A**

**MERCEDES RODRIGUEZ VILLAFUERTE**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

**MEXICO, D. F.**

**JUNIO DE 1989**



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

<b>1. INTRODUCCION</b>	<b>1</b>
<b>2. ASPECTOS TEORETICOS</b>	<b>3</b>
2.1. Dispersión Elástica	3
2.2. Potenciales Nucleares	10
2.2.1. Potenciales Fenomenológicos	10
2.2.2. Potenciales de Doble Convolución (Folding- Model)	12
2.3. Ambigüedades	14
2.3.1. Ambigüedades Continuas	14
2.3.2. Ambigüedades Discretas	15
2.4. La Distribución Angular	16
2.5. Análisis de Datos de Dispersión	18
<b>3. ANALISIS DE DATOS EXPERIMENTALES</b>	<b>20</b>
3.1. Sistema $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ Elab=158.8 MeV	22
3.1.1. Detalles del Análisis	22
3.1.2. Ambigüedad Discreta	26
3.1.3. Resultados	31
3.2. Sistema $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ Elab=121.6 MeV	35
3.2.1. Detalles del Análisis	35
3.2.2. Resultados	37
3.3. Sistema $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ Elab=608 MeV	41
3.3.1. Detalles del Análisis	41
3.3.2. Resultados	43
3.4. Sistema $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ Elab=1016 MeV	47
3.4.1. Detalles del Análisis	47
3.4.2. Resultados	49
3.5. Sistema $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ Elab=1503 MeV	53
<b>4. CONCLUSIONES</b>	<b>56</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>61</b>

## 1. INTRODUCCION

Cuando un núcleo A interactúa con un núcleo B, el comportamiento del sistema esta determinado por todas las interacciones entre los nucleones presentes. De entre todas las interacciones que pueden ocurrir entre los dos núcleos, la dispersión elástica de una partícula incidente por un núcleo es la más simple.

Esta interacción puede describirse de una manera clara y sencilla a través del Modelo Optico, el cual supone que todas las interacciones entre los nucleones pueden reemplazarse por una sola interacción de dos cuerpos sin estructura (esto es, entre el núcleo proyectil y el núcleo blanco) a través de un potencial  $U$ . Generalmente se supone que  $U$  depende sólo de la distancia  $r$  entre los centros de masa de los núcleos y dado que es posible que en el sistema ocurran interacciones no elásticas  $U$  deberá ser complejo. La parte real de dicho potencial representa la fuerza de interacción entre los núcleos (coulombiana+nuclear) y la parte imaginaria representa la absorción del flujo inicial debido a aquellos procesos que sacan al sistema del canal elástico.

Este tratamiento es útil ya que no tan sólo provee una interpretación de la dispersión elástica en términos de un potencial, sino que también nos da información de la función de onda del movimiento relativo de las partículas que colisionan. Estas funciones de onda pueden ser utilizadas como ingredientes en teorías de otras reacciones, tal como en el método de la aproximación de Born con ondas distorsionadas (DWBA).

Al proponer un potencial, con ayuda del Modelo Optico podremos calcular la distribución angular de un sistema dado. Desafortunadamente ocurre que varios potenciales predicen distribuciones angulares similares para un mismo sistema, lo cual da lugar a ambigüedades en la determinación del potencial a partir de datos experimentales.

Los primeros experimentos de dispersión elástica con iones pesados indicaron que estos sistemas se caracterizan por una fuerte absorción y por lo

tanto aquellas trayectorias que implican un gran traslape de las 2 distribuciones de materia nuclear tendrán una gran probabilidad de conducir al sistema a algún canal de reacción diferente del canal elástico. Esto nos hace suponer que el interior del sistema está dominado por la parte imaginaria, por lo que los datos de dispersión elástica no nos pueden dar información más allá de la superficie. Sin embargo, si el sistema es relativamente poco absorbente, las trayectorias internas podrán salir de la zona de interacción y su contribución a la distribución angular dará información sobre el potencial en regiones internas.

Análisis globales <sup>1)</sup> de datos de dispersión elástica para los sistemas  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  y  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$  a energías entre 10 y 94 MeV/nucleón han mostrado resultados no ambiguos para las partes real e imaginaria del potencial nuclear. Los potenciales encontrados son fuertemente atractivos, débilmente absorbentes y dependientes de la energía. Estos resultados fueron obtenidos dentro del formalismo del modelo óptico, utilizando la forma ya tradicional de potencial fenomenológico tipo Woods-Saxon tanto en la parte real como en la imaginaria. Otro estudio <sup>2)</sup> con datos similares ha indicado que un potencial real calculado por doble convolución a partir de una interacción efectiva nucleón-nucleón (DDM3Y), junto a un potencial imaginario fenomenológico de tipo Woods-Saxon poco profundo, describe los datos de manera aceptable.

En este trabajo de tesis se han introducido formas de potencial alternativas a los estudios mencionados. Esto se origina en evidencia <sup>3)</sup> de que el potencial óptico que describe la dispersión de partículas  $\alpha$  por núcleos debe poseer una parte real con forma de potencial tipo Woods-Saxon al cuadrado. Por otro lado en análisis de doble convolución para sistemas similares a los que serán analizados en este trabajo <sup>4)</sup> se ha preferido una parte imaginaria de forma Woods-Saxon al cuadrado. Con ayuda de combinaciones de potenciales con diferentes formas para sus partes real e imaginaria se ajustarán datos experimentales de dispersión elástica en los sistemas  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  y  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$  para energías que abarcan desde 60 MeV hasta 650 MeV en el centro de masa (10 MeV  $\leq E/A \leq 94$  MeV).

Para ampliar los resultados de las refs. 1 y 2, manteniendo una descripción con potenciales ópticos atractivos y poco absorbentes, el objetivo de esta tesis es determinar el valor y la forma óptima del potencial entre 2 núcleos pesados livianos para un intervalo amplio de energías. Además, este estudio comparativo nos permitirá conocer las regiones en las que los datos determinan el potencial de manera no ambigua.

## 2. ASPECTOS TEORICOS

### 2.1. Dispersión Elástica \*

Cuando se hace incidir un haz de partículas A sobre un blanco de partículas B los fenómenos observados son a veces muy complejos, ya que la misma estructura de las partículas permite que pueda ocurrir una redistribución de sus elementos de tal manera que las partículas finales no sean necesariamente las mismas que las iniciales, ni en número ni en composición.

Muchos de nuestros conocimientos acerca de las fuerzas e interacciones en átomos y núcleos los hemos aprendido de este tipo de experimentos, los cuales se conocen como experimentos de dispersión. Normalmente conocemos la naturaleza de las partículas A usadas como proyectiles, su momento y tal vez su polarización. Estas partículas son dispersadas por las partículas B del blanco y posteriormente son detectadas por dispositivos que nos dan información acerca de la distribución espacial como función del ángulo y de la energía de dichas partículas. Así, los núcleos dispersados a diversas energías nos dan información tanto de las fuerzas nucleares como de la estructura del núcleo.

En un experimento de dispersión, un blanco fijo es bombardeado por un haz de partículas incidentes, cuya dirección de movimiento se toma convencionalmente como el eje Z (Fig. 2.1). El haz está compuesto de partículas monoenergéticas moviéndose hacia el blanco desde una gran distancia. El ancho del haz está determinado por colimadores, y con el interés de asegurar un número máximo de cuentas en un cierto período de operación, es deseable emplear haces intensos, aunque la densidad del haz debe ser lo suficientemente pequeña como para que se pueda suponer que las partículas que lo constituyen no interactúan unas con otras. Posteriormente las partículas dispersadas se detectan a una gran distancia del blanco dispersor.

\* Este material fue elaborado en base a las referencias 3), 6), 7), 8).

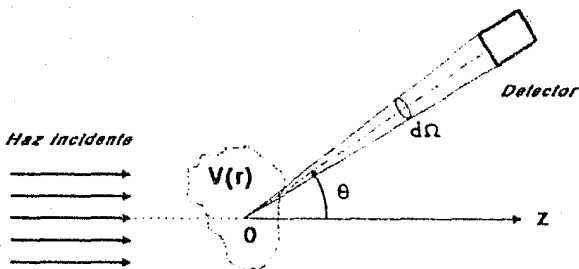


Fig. 2.1

El detector subtende un cono de ángulo sólido  $d\Omega$  en el origen (en donde está situado el blanco) y las partículas dispersadas de un cierto tipo hacia este cono son contadas. Caracterizando por lo el número de partículas incidentes por unidad de área y  $I d\Omega$  el número de partículas dispersadas dentro del cono, se define la Sección Diferencial Eficaz de Dispersión como:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{I(\theta, \varphi)}{I_0} \quad (2.1)$$

Es esta cantidad determinada experimentalmente lo que nos interesa interpretar a través de un modelo teórico.

De entre todas las reacciones que pueden ocurrir cuando se lleva a cabo un experimento de dispersión se destaca aquella en la que el proyectil reemerge después de la colisión con la misma energía en el centro de masa del sistema, es decir, es dispersada sin pérdida o ganancia de energía. Esta reacción se denomina dispersión elástica y es, dentro de todas las reacciones, la más simple de describir.

Este proceso ocurre a escala nuclear de tal manera que es indispensable un análisis cuántico. Así, debemos estudiar la evolución de la función de onda asociada con las partículas incidentes bajo la influencia de sus interacciones con las partículas blanco.

La suposición más importante en el tratamiento de la dispersión elástica es considerar que las interacciones entre las partículas blanco y proyectil pueden describirse a través de un potencial  $U(r_1 - r_2)$  que depende solamente de la posición relativa  $r = |r_1 - r_2|$  de las partículas. Situándonos en un sistema de referencia con origen en el centro de masa de las partículas blanco y proyectil, el problema se reduce al estudio de "dispersión de una partícula por un potencial  $U(r)$ ". La masa  $\mu$  de esta partícula hipotética está relacionada con las masas de las partículas blanco y proyectil,  $m_t$  y  $m_p$  respectivamente, de la siguiente manera:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_t} + \frac{1}{m_p} \quad (2.2)$$

Otro aspecto importante que se debe tomar en cuenta es que las colisiones entre partículas pueden ser inelásticas y producir bajo ciertas condiciones un sinnúmero de reacciones diferentes de la dispersión elástica, particularmente si la energía de las partículas incidentes es alta. Cuando tales reacciones son posibles, y uno sólo detecta partículas dispersadas elásticamente, se observa que ciertas partículas del haz incidente "desaparecen", es decir, no se encuentran ni en el haz de partículas transmitido ni en el de las partículas dispersadas elásticamente.

Estas partículas se dice que han sido "absorbidas" durante la interacción; en realidad ellas han tomado parte en otras reacciones diferentes de la dispersión elástica. Si uno está interesado sólo en la dispersión elástica nos referiremos simplemente a la absorción, sin entrar a detallar las otras reacciones posibles.

Un modelo que toma en cuenta las 2 suposiciones anteriores es el Modelo Óptico, el cual fue propuesto por Feshbach, Porter y Weisskopf en 1953<sup>2)</sup>. Este modelo surgió dada la gran analogía entre lo que sucedía con un experimento de dispersión y el problema clásico en óptica en el cual un haz de luz incide sobre un objeto traslúcido. En este último caso, una fracción del haz es transmitido a través del objeto, otra fracción es dispersada en varias direcciones y otra fracción es absorbida. La absorción puede incluirse definiendo el índice de refracción del material como un número complejo. La parte real se encarga de la descripción de la refracción y la parte imaginaria, de la absorción.



El Modelo Optico para la dispersión núcleo-núcleo requiere similarmente de la definición de un potencial nuclear complejo. La parte real corresponde a la refracción y la parte imaginaria a la absorción (que incluirá todas las reacciones diferentes de la dispersión elástica).

Resumiendo, tenemos que el Modelo Optico es un modelo de interacción efectiva el cual supone que todas las interacciones entre los nucleones se pueden reemplazar por el problema mucho más simple de dos partículas sin estructura que interactúan a través de un potencial. Este potencial se considera en forma muy general de la siguiente forma:

$$U(r) = V_c(r) + V(r) + iW(r) + (V_a + iW_a)h(r)\vec{l} \cdot \vec{\sigma} \quad (2.3)$$

en donde:

$r$  es la distancia entre los centros de los núcleos,

$V_c(r)$  es el potencial coulombiano entre las distribuciones de carga de los núcleos,

$V(r)$ ,  $W(r)$  son las partes real e imaginaria del potencial nuclear y

$V_a h(r)$ ,  $W_a h(r)$  son las partes real e imaginaria del potencial espín-órbita.

Dado que los núcleos de los sistemas a analizar en este trabajo tienen espín cero podemos olvidarnos del término del potencial  $U(r)$  que involucra al acoplamiento espín-órbita.

Así, el problema a resolver consiste en describir el comportamiento de una partícula de masa  $\mu$  que se mueve en la dirección OZ con una energía relativa  $E$  en presencia de un potencial  $U(r)$ .

Como ya se mencionó, es necesario un análisis cuántico, de ahí que se tenga que resolver la ecuación de Schroedinger para describir la dispersión elástica por el potencial  $U(r)$  de dicha partícula. Esta ecuación está dada por:

$$\left[ \frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + U(r) - i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right] \Psi(r,t) = 0 \quad (2.4)$$

Ya que el hamiltoniano no depende del tiempo, las soluciones  $\Psi(r,t)$  pueden ser escritas como:

$$\Psi(r,t) = \Phi(r) \exp(-iEt/\hbar) \quad (2.5)$$

Utilizando el método de separación de variables obtenemos la ecuación de Schroedinger en su parte espacial, de la que  $\Phi(r)$  es solución, es decir:

$$\left[ \frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + U(r) \right] \Phi(r) = E \Phi(r) \quad (2.5)$$

Para grandes valores negativos de  $t$ , se dice que la partícula incidente es "libre" pues  $U(r)$  es prácticamente cero cuando se está lo suficientemente lejos del origen  $O$ . Este estado está representado por un paquete de ondas planas. Por lo tanto, la función de onda que se está buscando debe contener un término de la forma  $e^{ikz}$  donde  $k = \sqrt{2\mu E} / \hbar$ . Cuando el paquete de ondas pasa por la región que está bajo la influencia del potencial  $U(r)$ , su estructura se modifica notablemente y su evolución es complicada. Una vez que abandona esta región y se encuentra lejos de dicha zona, la función de onda toma una forma sencilla. Este paquete de ondas se ha dividido en un paquete de ondas que continúa propagándose en la dirección positiva del eje  $OZ$  y un paquete de onda dispersado. Como consecuencia, la función  $\Phi(r)$  que representa el estado estacionario de dispersión asociado con una cierta energía  $E$  puede ser obtenida de la superposición de la onda plana  $e^{ikz}$  y una onda dispersada, cuya estructura depende del potencial  $U(r)$ .

El comportamiento asintótico de dicha onda dispersada (esto es lejos de la zona de influencia del potencial) es simple ya que debe presentar las siguientes características para valores grandes de  $r$ :

i) En una cierta dirección  $(\theta, \varphi)$  su dependencia radial es de la forma  $e^{ikr}/r$ . Esta es la expresión de una onda divergente la cual tiene la misma energía que la onda incidente.

ii) Ya que, en general, la dispersión no es isotrópica, la amplitud de la onda divergente depende de la dirección  $(\theta, \varphi)$ .

Por lo tanto el comportamiento asintótico del la onda estará expresado por:

$$\Phi(r) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} e^{ikz} + f(\theta, \varphi) \frac{e^{ikr}}{r} \quad (2.7)$$

La función  $f(\theta, \varphi)$  es llamada amplitud de dispersión y depende del potencial  $U(r)$ .

Se puede mostrar que la sección diferencial eficaz para la dispersión elástica está dada por el cuadrado del módulo de la amplitud de dispersión, esto es:

$$\frac{d\sigma_{el\acute{a}s}}{d\Omega} = |f(\theta, \varphi)|^2 \quad (2.8)$$

Dado que es la sección diferencial eficaz lo que se mide en el laboratorio y lo que se tratará de comparar con la teoría, el problema por resolver es encontrar  $f(\theta, \varphi)$ , lo cual implica resolver la ecuación (2.6). Si utilizamos coordenadas esféricas podemos separar variables una vez más, escribiendo a  $\Phi(r)$  como:

$$\Phi(r) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{u_l(r)}{r} P_l(\cos\theta) \quad (2.9)$$

en donde:  $l = 0, 1, 2, 3, \dots$  : momento angular orbital y  
 $P_l(\cos\theta)$  : polinomios de Legendre.

Esta expansión (que se denomina expansión en ondas parciales), es posible pues el potencial  $U(r)$  es central. La función  $u_l(r)$  debe satisfacer:

$$\frac{d^2}{dr^2} u_l(r) + \left\{ \frac{2\mu}{\hbar^2} (E - U(r)) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right\} u_l(r) = 0 \quad (2.10)$$

La superposición de ondas parciales (2.9) debe tener un comportamiento asintótico de la forma (2.7). Nótese que la dependencia angular sólo involucra al ángulo  $\theta$ . Esto es debido a que el potencial es central y por lo tanto la dispersión es simétrica con respecto a la rotación alrededor del eje OZ definido por la dirección del haz incidente. Así, la función de onda de dispersión es independiente del ángulo azimutal  $\varphi$ , por lo que su expansión incluye sólo ondas parciales para las que  $m=0$ . Por un razonamiento análogo, la amplitud de dispersión  $f(\theta, \varphi)$ , sólo depende del ángulo  $\theta$ , por lo que podemos escribir simplemente  $f(\theta)$ .

El comportamiento asintótico de la función de onda radial  $u_l(r)$  nos permite definir un corrimiento de fase  $\delta_l$

$$u_l(r) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} \exp(i\delta_l) \text{Sen}(kr - l\pi/2 + \delta_l) \quad (2.11)$$

La amplitud de dispersión  $f(\theta)$  se puede escribir en términos de los corrimientos de fase  $\delta_l$  como:

$$f(\theta) = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} \sqrt{4\pi(2l+1)} e^{i\delta_l} \text{Sen} \delta_l Y_l^0(\theta) \quad (2.12)$$

o bien:

$$f(\theta) = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) e^{i\delta_l} \text{Sen} \delta_l P_l(\cos\theta) \quad (2.13)$$

El corrimiento de fase  $\delta_l$  es complejo pues el potencial  $U(r)$  es complejo. Físicamente la parte imaginaria de  $U(r)$  significa absorción de flujo fuera del canal elástico hacia canales no elásticos. Consecuentemente, las amplitudes de las ondas elásticas salientes deben ser menores que la unidad. Esta condición esta dada por:

$$|e^{2i\delta_l}| < 1 \quad (2.14)$$

Frecuentemente se escribe:  $e^{2i\delta_l} = S_l = \eta_l e^{2i\delta'_l}$

en donde  $\eta_l = |S_l|$  y  $\delta'_l = \arg S_l$ . Los factores  $S_l$  se denominan elementos de la matriz de dispersión, mientras que los  $\eta_l$  son los llamados coeficientes de reflexión. Con esta terminología, podemos escribir:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{k^2} \left| \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \frac{(\eta_l - 1)}{2l} P_l(\cos\theta) \right|^2 \quad (2.15)$$

Como se puede observar,  $d\sigma/d\Omega$  necesita del conocimiento de los corrimientos de fase  $\delta_l$ . Estos corrimientos de fase pueden ser calculados resolviendo la ecuación radial para  $u_l(r)$  si es que el potencial  $U(r)$  se conoce. Este método es útil en el tratamiento de iones pesados debido al gran número de ondas parciales que participan en la descripción, en la cual, se propone un potencial y a partir de este, se obtienen los corrimientos de fase. La ecuación para  $u_l(r)$  debe resolverse separadamente para cada  $l$ , lo cual requiere en muchos casos de la utilización de métodos numéricos. Cuando no se conoce el potencial  $U(r)$ , se trata de reproducir los datos de sección diferencial eficaz a una cierta energía, introduciendo un número pequeño de corrimientos de fase  $\delta_l$  diferentes de cero (este tratamiento se utiliza en el caso de iones ligeros a bajas energías). La misma forma de la dependencia de  $\theta$  de la sección eficaz sugiere el número mínimo de corrimientos de fase necesarios. Una vez que se han determinado los corrimientos de fase que contribuyen de manera efectiva a la sección eficaz a partir de resultados experimentales a diferentes energías, podemos buscar modelos teóricos de potenciales nucleares que reproduzcan estos corrimientos de fase y su dependencia con la energía.

## 2.2. Potenciales Nucleares

### 2.2.1. Potenciales Fenomenológicos

Se entiende por potenciales fenomenológicos aquellos potenciales en los que la magnitud y forma dependen esencialmente de parámetros. Al variar sistemáticamente sus parámetros es posible optimizar el ajuste de datos experimentales. Estos potenciales deben tener una forma analítica físicamente aceptable. A continuación, se describirá de manera muy general las características que presentan los potenciales fenomenológicos utilizados dentro del Modelo Óptico para describir la dispersión elástica nuclear.

Es usual suponer, al menos para iones ligeros, que el interior del potencial real  $V(r)$  sea plano y atractivo (negativo) y, debido al corto alcance de las fuerzas nucleares, que aumente rápida y monótonicamente a cero en la región de la superficie. Debido a que la densidad de materia nuclear es aproximadamente la misma en todos los núcleos, la profundidad del potencial deberá presentar una constancia similar

Dentro de la práctica, este potencial está parametrizado por funciones más o menos simples de  $r$ , que engloban estas suposiciones. Una de las formas analíticas más populares utilizadas para  $V(r)$  ha sido la forma Woods-Saxon <sup>10)</sup>:

$$V(r) = \frac{-V}{1 + e^{(r-r_0)/a}} \quad (2.16)$$

en donde  $V$ ,  $r_0$ , y  $a$  son conocidos como profundidad, radio y difusividad superficial, respectivamente. La forma y características generales de este potencial se muestran gráficamente a continuación:

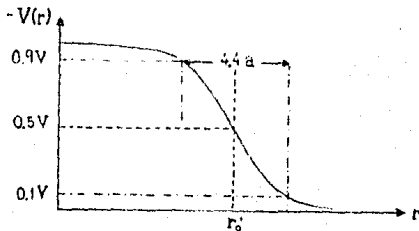


Fig. 2.2

Aunque esta forma de potencial ha sido muy útil, en algunas situaciones se requiere de una forma de potencial más general. Esta forma se ha obtenido utilizando la función  $(1 + e^{-(r-r_0')/a})^{-1}$  elevada a potencias pequeñas, esto es:

$$V(r) = \frac{-V}{\{1 + e^{-(r-r_0')/a}\}^v} \quad (2.17)$$

Esta forma es muy utilizada cuando se toma  $v=2$  y se conoce con el nombre de Woods-Saxon al cuadrado. Este potencial (Fig. 2.3) pierde la simetría que presenta la forma de Woods-Saxon en  $r = r_0'$ .

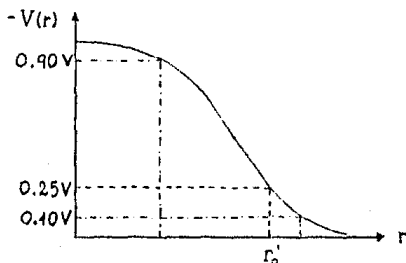


Fig. 2.3

No se justifica *a priori* que estas formas representen potenciales nucleares para iones pesados, pues surgieron del estudio para iones ligeros. Sin embargo, los sistemas de iones pesados presentan en general gran absorción y sólo son sensibles a la región de la superficie. Bajo estas circunstancias estas formas simples pueden ser utilizadas.

El potencial imaginario  $W(r)$  se supone que tiene una forma volumétrica o superficial, y algunas veces la suma de ambos tipos. En particular, se espera que la propagación del proyectil a través de la materia nuclear resulte en absorción, así que el término volumétrico deberá estar presente en todos los sistemas.

La forma volumétrica se define usualmente como la forma Woods-Saxon:

$$W(r) = \frac{-W}{(1 + e^{(r-r'_d)/a_d})} \quad (2.18)$$

en donde  $W$ ,  $r'_d$ , y  $a_d$  (profundidad, radio y difusividad) no tienen necesariamente los mismos valores que los que toman en el potencial real.

Ocasionalmente la forma Woods-Saxon al cuadrado se utiliza en lugar del Woods-Saxon simple para la parte imaginaria.

La absorción superficial frecuentemente es proporcional a la derivada de la forma Woods-Saxon,

$$W'(r) = -4W_d \frac{e^{(r-r'_d)/a_d}}{(1 + e^{(r-r'_d)/a_d})^2} \quad (2.19)$$

Si los términos volumétrico y superficial son utilizados para expresar el potencial imaginario, normalmente se supone que  $r'_d = r_d$  y  $a_d = a_d$ .

Aunque se espera que ambos términos deban utilizarse para una buena descripción del sistema, frecuentemente sólo se utiliza uno de ellos, debido a que el incluir ambos resultaría en un gran número de parámetros que tendrían que determinarse a partir de los datos experimentales. En este trabajo no ha sido necesario utilizar más que el término volumétrico.

Los radios ( $r'_d$ ,  $r_d$ ) de los potenciales fenomenológicos para iones pesados se parametrizan frecuentemente como:

$$r'_{0,d} = r_{0,d} (A_t^{1/3} + A_p^{1/3}) \quad (2.20)$$

en el supuesto de que el radio del potencial debe variar como la suma de los radios de la distribución de materia de los dos núcleos.

## 2.2.2. Potenciales de Doble Convolución (Folding-Model)

Estos potenciales son calculados a partir de una interacción efectiva u conocida para dos nucleones, a través de una convolución sobre las densidades

de los núcleos proyectil y blanco. En general se calculan sólo para la parte real pues el cálculo de la parte imaginaria, debido al acoplamiento a canales no elásticos, requeriría de modelos más detallados para representarlos.

Así, la parte real de un potencial nuclear de doble convolución está dada por  $N_d V_f(r)$ , con:

$$V_f(r) = \int dr_1 \int dr_2 \rho_t(r_1) \rho_p(r_2) v(E, \rho_t, \rho_p, s = r + r_2 - r_1) \quad (2.21)$$

en donde  $r$  es la separación entre los centros de masa de los núcleos interactuantes, y  $r_{1,2}$  se representan esquemáticamente en la Fig. 2.4:

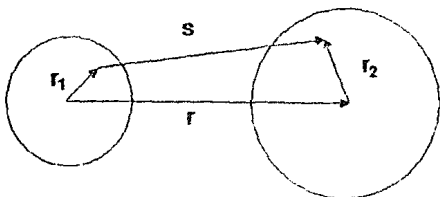


Fig. 2.4

Por conveniencia se considera que las densidades nucleares del blanco y del proyectil,  $\rho_t$  y  $\rho_p$  respectivamente, tienen la llamada forma de Fermi:

$$\rho(r) = \rho_0 (1 + e^{(r-c)/a}) \quad (2.22)$$

en donde  $c$  y  $a$  son conocidos como radio y difusividad superficial de la distribución de materia nuclear, respectivamente.

La interacción efectiva  $v$  en (2.21) puede depender en general de la energía  $E$  de bombardeo y de los valores de la densidad de materia nuclear local. La elección que escogimos es la llamada interacción DDMM3Y <sup>(12)</sup>:

$$v(E, \rho, s) = g(E, s) f(E, \rho) \quad (2.23)$$

en donde  $g(E, s)$  es la interacción M3Y <sup>(12)</sup> cuya parte independiente del espín e isoespín se expresa como:

$$g(E, s) = [17999 e^{-s^2/4s} - 2134 e^{-2.5s/2.5s}] + J(E) \delta(s) \quad (2.24)$$



en que  $J(E)$  toma en cuenta las reacciones de intercambio para colisiones frontales entre nucleones, y es una función débilmente dependiente de la energía <sup>(1)</sup>.

La función  $f(E, \rho)$  está definida por:

$$f(E, \rho) = C(E) \{ 1 + \alpha(E) \exp[-\beta(E)\rho] \} \quad (2.23)$$

con  $\rho = \rho_t(r_1) + \rho_p(r_2)$ . Los parámetros de esta última ecuación han sido determinados por Farid y Satchler <sup>(1)</sup> en un intervalo de energías que abarca entre 6 y 90 MeV/nucleón.

El parámetro de renormalización  $N_d$  es el único parámetro ajustable para el potencial. La similitud de  $N_d$  con la unidad es una medida de lo apropiado de las hipótesis usadas en el cálculo (por ejemplo, la forma analítica de  $v$ , su dependencia con la energía, las distribuciones de densidad supuestas, etc.).

## 2.3. Ambigüedades

Hay muchas fuentes de incerteza en los resultados obtenidos del análisis de dispersión elástica a través del Modelo Óptico. Algunas provienen simplemente de los errores experimentales. Otras tienen orígenes más interesantes tales como las llamadas ambigüedades, en las que se distinguen 2 categorías: ambigüedades continuas y ambigüedades discretas.

### 2.3.1. Ambigüedades Continuas

Usualmente pequeñas variaciones en una parte del potencial pueden ser compensadas por pequeñas variaciones en otra parte de éste, de modo que la sección eficaz que se obtiene no se afecta. Entonces, pueden encontrarse intervalos en los cuales los valores de los parámetros dan ajustes equivalentes a datos experimentales.

La primera de estas ambigüedades que se conoció fue del tipo  $Vr_{0,L}^n$  que surgió del ajuste de datos para la dispersión de nucleones utilizando la forma de potencial tipo Woods-Saxon <sup>(2)</sup>. Pequeñas variaciones en  $V$  y  $r_{0,L}$  pueden mantener la cantidad  $Vr_{0,L}^n$  constante y, si en particular  $n=2$ , el ajuste a datos experimentales es equivalente.

Otra ambigüedad continua, conocida como la ambigüedad de Igo<sup>14)</sup>, se da bajo condiciones de absorción fuerte en donde la dispersión elástica es sensible sólo a la cola del potencial. En el caso de la forma Woods-Saxon, en la región en la que  $r \gg r_0'$ , se puede escribir:

$$\begin{aligned} V(r) &= -V e^{r_0'/a} e^{-r/a} \\ W(r) &= -W e^{r_0'/a_1} e^{-r/a_1} \end{aligned} \quad (2.26)$$

Para difusividades  $a$ ,  $a_1$  fijas, los parámetros  $(V, r_0')$ ,  $(W, r_0')$  que cumplan la relación:

$$V e^{r_0'/a} = \text{constante} \quad \text{y} \quad W e^{r_0'/a_1} = \text{constante} \quad (2.27)$$

reproducen de manera equivalente los datos.

### 2.3.2. Ambigüedades Discretas

Ocurre una ambigüedad discreta cuando es posible describir un conjunto de datos experimentales con más de un potencial y no es posible transformar uno en otro a través de modificaciones continuas que mantengan la calidad del ajuste. Para iones pesados estas ambigüedades se caracterizan porque la parte real de dichos potenciales tienen profundidades que son aproximadamente múltiplos enteros de un cierto valor mínimo. Cada uno de estos potenciales puede estar sujeto a alguna ambigüedad continua, estableciéndose en estos casos familias discretas de potenciales.

Mientras que la dispersión es dominada por el potencial a grandes radios, hay suficiente penetración al interior en esta parte del potencial para tener un efecto interesante. Este efecto puede ser entendido explícitamente en términos de la aproximación WKB para las amplitudes de onda parciales. La expresión WKB para el corrimiento de fase es:

$$\delta_l = \int_{r_l}^{\infty} \left[ k^2 - \frac{2\mu}{\hbar^2} U(r) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right]^{1/2} dr - \int_{r_l}^{\infty} \left[ k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right]^{1/2} dr \quad (2.28)$$

en donde  $r_l$  es el punto de retorno clásico para la  $l$ -ésima onda parcial. Si las partes real e imaginaria pueden cambiar de  $U(r) \rightarrow \hat{U}(r)$  de tal manera que:

$$\delta_L = \delta_L \pm n\pi \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (2.29)$$

entonces la dispersión de la  $L$ -ésima onda no cambia. Esto corresponde a ajustar  $n$  medias longitudes de onda más (o menos) en el interior.

## 2.4. La Distribución Angular

La distribución angular para la dispersión elástica de un sistema de iones pesados no totalmente absorbente está caracterizada por la suma coherente de las aportaciones de los fenómenos de difracción y refracción generados por el potencial complejo.

Si la región de interacción nuclear se idealiza como una esfera perfectamente absorbente de radio  $R$ , la onda incidente es difractada en la superficie. Si no hubiera interacción coulombiana, la distribución a pequeños ángulos podría mostrar un patrón de difracción tipo Fraunhofer, debido a que la fuente de ondas incidentes y el punto de observación están colocados prácticamente en el infinito. Este es el caso para sistemas livianos de iones pesados a energías mucho mayores que la barrera coulombiana. En presencia del campo coulombiano, la onda incidente es distorsionada de tal manera que las partículas dispersadas a ángulos cercanos al ángulo de colisiones rasantes parecieran provenir de una fuente puntual (virtual) a una distancia finita del centro dispersor. Esta es la condición para que se dé un patrón de difracción tipo Fresnel, por lo que a ángulos cercanos al ángulo de colisiones rasantes la distribución angular se podría parecer al patrón de difracción observado a una distancia finita originado por un haz de luz cuando se encuentra con un obstáculo opaco de bordes bien definidos. Esto se observa en la dispersión de iones pesados muy pesados.

El patrón de difracción tipo Fraunhofer que se obtiene en este último caso está caracterizado porque fuera del máximo central, los anillos de difracción están igualmente espaciados en ángulo, lo cual puede ser un indicio de que este patrón está generado por la interferencia de 2 fuentes.

Así, la dispersión elástica que se comporte como un patrón de difracción puede ser entendida como un patrón de interferencia debida a 2 ranuras localizadas en puntos opuestos del "borde" de la esfera perfectamente absor-

bente, que representa la región de interacción nuclear, en el plano de dispersión. La separación fija entre estas 2 ranuras determinan la separación (constante) de los anillos de difracción. Estas 2 ranuras se identifican como el origen de las componentes 'near side' y 'far side' de la amplitud de la dispersión total <sup>(3)</sup>.

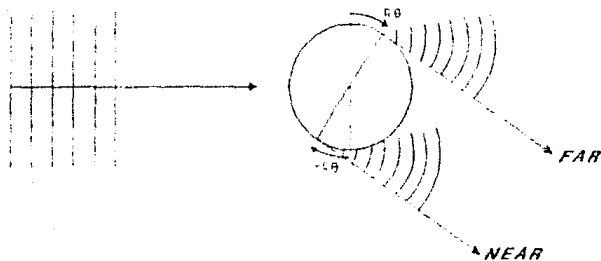


Fig. 2.5

Considerando que el núcleo no es completamente opaco deben tomarse en cuenta efectos refractivos. Esto quiere decir, que existen trayectorias internas que pueden continuar en el canal elástico después de la interacción. Una de las manifestaciones más importantes del comportamiento refractivo del núcleo es el llamado arcoiris nuclear <sup>(4)</sup>. Este efecto puede entenderse fácilmente observando las trayectorias que pueden seguir las partículas incidentes al interactuar con el blanco.

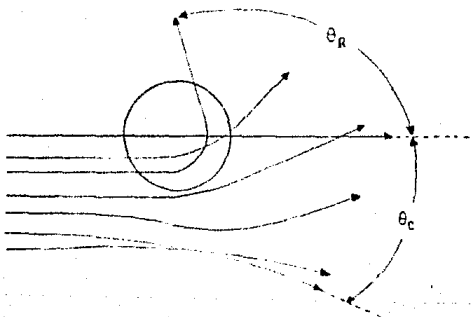


Fig. 2.6

En presencia de un campo coulombiano repulsivo las trayectorias que están asociadas con parámetros de impacto grandes, son desviadas hacia ángulos positivos, existiendo un ángulo máximo de dispersión  $\theta_c$ , llamado ángulo de arcoiris coulombiano.

Conforme las partículas incidentes pueden ser capaces de introducirse a la zona de interacción nuclear, las fuerzas nucleares (fuertemente atractivas) desvían sus trayectorias hacia ángulos negativos observándose también un ángulo máximo de dispersión  $\theta_R$ , llamado ángulo de arcoiris nuclear <sup>(1)</sup>.

Clásicamente la sección eficaz tiende a infinito en estos extremos, y ninguna partícula puede penetrar más allá de estos ángulos. Sin embargo, cuando se toman en cuenta efectos ondulatorios, se encuentra que las partículas pueden ser dispersadas en la región prohibida clásicamente con una intensidad que decrece en forma exponencial.

La observación de tal decaimiento exponencial en la sección eficaz permite conocer los valores del potencial nuclear en una región interna del sistema, ya que la fuerza nuclear (parte real) determina la ubicación de  $\theta_R$  y la absorción (parte imaginaria) determina la magnitud de la sección eficaz en la región cercana a  $\theta_R$ .

## 2.3. Análisis de Datos de Dispersión

Las secciones eficaces teóricas son obtenidas de la solución de la ecuación de Schroedinger para un cuerpo (ecuación 2.6) al introducir un potencial  $U(r)$  de una cierta forma. Una medida usual de la concordancia entre las predicciones teóricas y los valores experimentales es la llamada prueba  $\chi^2/N$ :

$$\frac{\chi^2}{N} = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \left[ \frac{\sigma_{th}(\theta_l) - \sigma_{ex}(\theta_l)}{\Delta \sigma_{ex}(\theta_l)} \right]^2 \quad (2.30)$$

en donde  $\sigma_{th}$  y  $\sigma_{ex}$  son las secciones diferenciales eficaces teóricas y experimentales respectivamente, a el ángulo  $\theta_l$ .  $N$  es el número de  $\theta_l$ , y  $\Delta \sigma_{ex}$  es el error experimental asociado a cada  $\sigma_{ex}(\theta_l)$ .

La cantidad  $\chi^2/N$  define una superficie en un espacio multidimensional generado por los parámetros que han sido variados. Esta superficie depende del conjunto particular de parámetros que han sido escogidos y puede contener mínimos absolutos o secundarios, y el proceso de búsqueda puede terminar en cualquiera de ellos. Esto indica que el resultado del procedimiento de búsqueda puede depender del punto de partida. Más aún, la estructura de la superficie dependerá de la distribución de los errores  $\Delta\theta_{ex}$ . Estos pueden escogerse de tal manera que sean diferentes de los obtenidos experimentalmente, así, uno puede darle más peso a aquellos datos de la distribución angular que sean particularmente sensibles a ciertos parámetros o poner menos énfasis a otra región porque uno sospeche que el modelo es menos aplicable. La función  $\chi^2/N$  se minimiza para optimizar el acuerdo entre experimento y predicciones teóricas.

### 3. ANALISIS DE DATOS EXPERIMENTALES.

A continuación se presentan los conjuntos de mediciones de dispersión elástica que fueron analizados en este trabajo. Las figuras de los ajustes obtenidos que se presentarán en el desarrollo del análisis, muestran las secciones diferenciales eficaces normalizadas por su correspondiente sección de dispersión coulombiana (Mott para partículas idénticas o Rutherford para partículas no idénticas).

$^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$	Elab = 121.6 MeV	<sup>17)</sup>	( $E_{cm}=60.8$ MeV)
$^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$	Elab = 158.8 MeV	<sup>18)</sup>	( $E_{cm}=79.4$ MeV)
$^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$	Elab = 608 MeV	<sup>19)</sup>	( $E_{cm}=260.6$ MeV)
$^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$	Elab = 1016 MeV	<sup>20)</sup>	( $E_{cm}=508.0$ MeV)*
$^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$	Elab = 1503 MeV	<sup>4)</sup>	( $E_{cm}=644.1$ MeV)*

Cada conjunto de datos fue analizado independientemente, utilizando el código PTOLEMY, desarrollado en el Laboratorio Nacional de Argonne, Argonne, Illinois. En términos generales para cada sistema se siguió el siguiente proceso:

i) Ajuste de la dispersión angular a partir de los datos experimentales, de acuerdo a las combinaciones de las formas de potenciales nucleares dadas por:

Woods-Saxon + $\ell$ Woods-Saxon	WS-WS
Folding-Model + $\ell$ Woods-Saxon	FM-WS
(Woods-Saxon) <sup>2</sup> + $\ell$ Woods-Saxon	WS <sup>2</sup> -WS
Folding-Model + $\ell$ (Woods-Saxon) <sup>2</sup>	FM-WS <sup>2</sup>
Woods-Saxon + $\ell$ (Woods-Saxon) <sup>2</sup>	WS-WS <sup>2</sup>
(Woods-Saxon) <sup>2</sup> + $\ell$ (Woods-Saxon) <sup>2</sup>	WS <sup>2</sup> -WS <sup>2</sup>

Tanto la forma Woods-Saxon como la de Woods-Saxon al cuadrado contienen 3 parámetros los cuales se varían hasta conseguir el ajuste óptimo

\*Consultar análisis particular.

de la dispersión angular. Si el potencial utilizado tanto en la parte real como en la parte imaginaria es de tipo fenomenológico, el número total de parámetros a ajustar es de 6.

Si se utiliza el modelo de doble convolución (Folding-Model) para calcular el potencial real, el único parámetro que se permite es el de renormalización total del potencial calculado. Ya que en este caso la parte imaginaria deberá estar representada por un potencial fenomenológico, el número total de parámetros a ajustar es de 4.

El potencial coulombiano que se introdujo como parte del potencial (2.3) es el que corresponde a dos esferas con una distribución de carga uniforme.

En todos los sistemas, los errores experimentales se tomaron constantes con un valor de 10%.

El criterio de elección de las mejores soluciones fue a través de la minimización de la cantidad  $\chi^2/N$ .

ii) Obtención de integrales de volumen de los potenciales, para determinar si las soluciones encontradas para cada tipo de combinación muestran o no ambigüedades discretas. El análisis de dispersión de nucleones e iones ligeros ha mostrado que las integrales de volumen son un resultado mucho menos ambiguo (y también menos completo) que los parámetros del potencial. Además, las integrales de volumen normalizadas por el número de nucleones interactuantes son, en principio, comparables para sistemas diferentes.

iii) Estudio de zonas sensibles, es decir, encontrar regiones radiales en que las diferentes soluciones coinciden. Consideraremos que sólo en estas regiones el potencial está bien determinado por los datos.



### 3.1. Sistema $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ Elab=158.8 MeV

#### 3.1.1. Detalles del Análisis

##### WS-WS

Estudios extensivos de la dispersión angular para este sistema <sup>1)</sup> dentro del formalismo del Modelo Óptico, han mostrado evidencias de la presencia de un potencial imaginario poco profundo, libre de ambigüedades. La preferencia por este potencial poco profundo no ambiguo permitió una buena determinación del potencial real. La mejor solución para este tipo de combinación fue:

$$V=200 \text{ MeV } r_0=0.704 \text{ fm } a=0.870 \text{ fm } W=25.0 \text{ MeV } r_1=1.109 \text{ fm } a_1=0.717 \text{ fm } \chi^2/N=8.2$$

##### FM-WS

Cálculos realizados en la referencia <sup>2)</sup> demostraron que para una parte real de doble convolución (DDM3Y) y de tipo Woods-Saxon para la parte imaginaria, los valores óptimos estaban dados por:

$$N_d=1.100 \text{ } W=23.98 \text{ MeV } r_1=1.130 \text{ fm } a_1=0.711 \text{ fm } \chi^2/N=9.3$$

Tomando estos potenciales como punto de partida, a continuación se describe paso a paso el proceso para las combinaciones restantes.

##### WS<sup>2</sup>-WS

Para este caso, se hizo un estudio utilizando una red tanto en V como en W (profundidades de la parte real e imaginaria del potencial, respectivamente). En la parte real se cubrió desde 175 MeV hasta 500 MeV con pasos intermedios de 25 MeV. En la parte imaginaria, se barrió desde 20 MeV hasta 35 MeV con pasos intermedios de 5 MeV.

Manteniendo fijos los valores de V y W se dejaron libres los parámetros restantes  $r_0$ ,  $a$ ,  $r_1$ ,  $a_1$  obteniéndose un ajuste óptimo para cada par (V,W). Los valores de  $\chi^2/N$  obtenidos se muestran en la Fig. 3.1, la cual pretende mostrar una superficie.

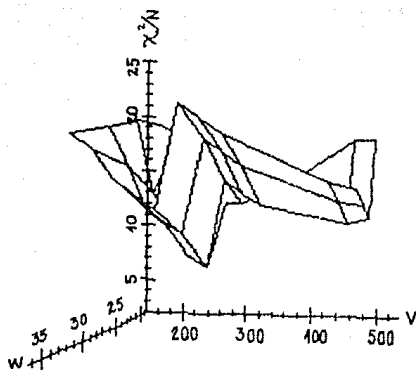


Fig. 3.1

Como se debería observar de la figura, la superficie definida por los valores de  $\chi^2/N$  pareciera presentar oscilaciones, las cuales resaltan más alrededor de  $W=25$  MeV. La gráfica de  $V$  contra  $\chi^2/N$  (Fig. 3.2), con  $W=25$  MeV, muestra mejor las oscilaciones:

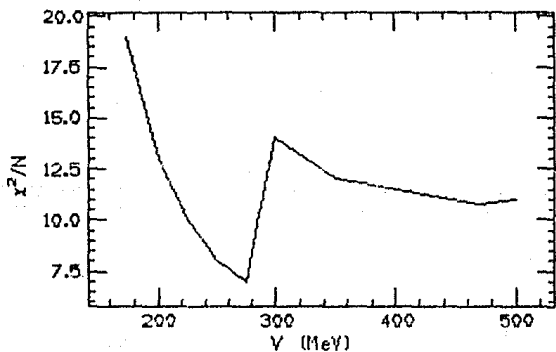


Fig. 3.2

Si nos situamos exactamente en el primer mínimo, es decir  $V=275$  MeV  $W=25$  MeV dejando todos los parámetros libres (incluyendo a  $V$  y  $W$ ) se encuentra un óptimo ajuste para:

$$V=307.1 \text{ MeV } r_0=0.772 \text{ fm } a=1.486 \text{ fm } W=24.5 \text{ MeV } r_L=1.118 \text{ fm } a_L=0.713 \text{ fm } \chi^2/N=6.8$$

Una optimización a partir del segundo mínimo  $V=470$  MeV  $W=25$  MeV, dejando todos los parámetros libres, nos conduce a la solución:

$$V=477.8 \text{ MeV } r_0=0.695 \text{ fm } a=1.471 \text{ fm } W=24.43 \text{ MeV } r_L=1.151 \text{ fm } a_L=0.654 \text{ fm } \chi^2/N=10.7$$

FM-WS<sup>2</sup>

En este caso se hizo una búsqueda en red para la parte imaginaria, que comprendía desde 15 MeV hasta 35 MeV. Manteniendo fijo el valor de  $W$ , se variaban los parámetros  $N_d$ ,  $r_L$ ,  $a_L$  hasta optimizar el ajuste. La curva de  $\chi^2/N$  que se obtuvo, como función de  $W$ , se presenta a continuación:

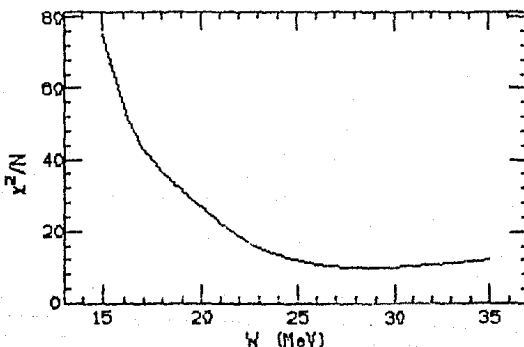


Fig. 3.3

La curva presenta un mínimo alrededor de  $W=30$  MeV. Partiendo de este mínimo y dejando todos los parámetros libres se encontró como potencial óptimo:

$$N_d=1.090 \quad W=28.69 \text{ MeV} \quad r_L=1.259 \text{ fm} \quad a_L=1.122 \text{ fm} \quad \chi^2/N=10.12$$

## WS-WS<sup>2</sup>

La búsqueda se hizo a través de una red que abarcaba en V desde 175 MeV hasta 350 MeV con pasos intermedios de 25 MeV. En W la red abarcó desde 20 MeV hasta 35 MeV con pasos de 5 MeV.

Tal como sucedió en el caso WS<sup>2</sup>-WS, la superficie de  $\chi^2/N$  mostraba 2 zonas en donde los mínimos estaban bien determinados. Estos mínimos se localizaban en V=200 MeV y V=325 MeV, con la misma profundidad en el imaginario, W=30 MeV.

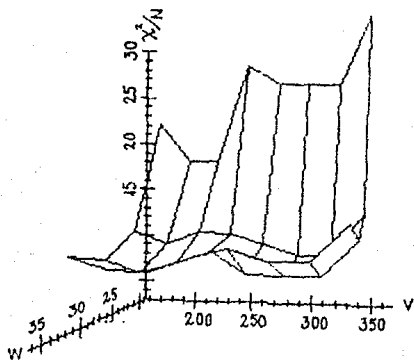


Fig. 3.4

Partiendo de estos mínimos, los potenciales óptimos encontrados fueron:

V=198.15 MeV  $r_0=0.704$  fm  $a=0.665$  fm W=29.57 MeV  $r_L=1.244$  fm  $a_L=1.029$  fm  $\chi^2/N=8.0$   
V=319.18 MeV  $r_0=0.608$  fm  $a=0.873$  fm W=27.97 MeV  $r_L=1.265$  fm  $a_L=1.038$  fm  $\chi^2/N=7.7$

## WS<sup>2</sup>-WS<sup>2</sup>

Por último, la red utilizada en este caso comprendió : V desde 150 MeV

hasta 400 MeV con pasos de 25 MeV y W desde 20 MeV hasta 35 MeV con pasos de 5 MeV. La superficie de  $\chi^2/N$  mostró sólo un mínimo alrededor de  $V=300$  MeV  $W=30$  MeV.

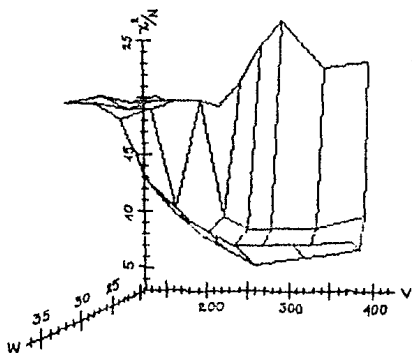


Fig. 3.5

Partiendo de este mínimo, el potencial óptimo fué:

$$V=329.18 \text{ MeV } r_0=7.38 \text{ fm } a=1.535 \text{ fm } W=29.86 \text{ MeV } r_L=1.246 \text{ fm } a_L=1.107 \text{ fm } \chi^2/N=7.1$$

### 3.1.2. Ambigüedad Discreta

En los casos estudiados  $WS^2$ - $WS$  y  $WS$ - $WS^2$  se encontraron 2 soluciones con profundidades muy diferentes en la parte real. Esto nos hace pensar en la presencia de ambigüedades discretas. La Fig. 3.6 muestra los potenciales (real e imaginario) junto a la solución  $WS$ - $WS$  observándose que todas las partes imaginarias son esencialmente las mismas, no sucediendo lo mismo para los potenciales reales que se agrupan en dos familias claramente distinguibles, las cuales denominaremos primera y segunda solución (menos y más profunda, respectivamente).

La Fig. 3.7 muestra los ajustes obtenidos con las 2 soluciones de los estudios  $WS^2$ - $WS$  (Fig. 3.7.a) y  $WS$ - $WS^2$  (Fig. 3.7.b). Se observa la misma estructura oscilatoria para ángulos hacia adelante ( $\theta_{c.m.} < 40^\circ$ ). En la región comprendida entre  $40^\circ$  y  $60^\circ$ , los cálculos con la segunda solución muestran oscilaciones

débiles, con frecuencia similar a las anteriores, ausentes en las predicciones de la primera solución. La zona cercana a  $90^\circ$ , dominada por la interferencia debida a la identidad del blanco y el proyectil, presenta oscilaciones más profundas para la primera solución.

Los siguientes criterios sirvieron para escoger entre las dos soluciones:

i) Los datos entre  $40^\circ$  y  $60^\circ$  parecen no requerir las oscilaciones presentes en los cálculos con la segunda solución. Los datos posteriores a  $65^\circ$ , probablemente debido a la baja magnitud de la sección eficaz, tienen barras de error apreciables. Por esto, no se puede eliminar la posibilidad de mínimos profundos como los predichos por la primera solución, en esta región. Esta comparación subjetiva entre datos y cálculo nos inclina hacia la solución menos profunda para el potencial real ( $V=198$  en el caso WS-WS<sup>2</sup> y  $V=307.1$  en el caso WS<sup>2</sup>-WS).

ii) Las integrales de volúmen de ambas soluciones en la parte real difieren notablemente (ver tabla de resultados para este sistema), como era de esperarse después de observar la Fig. 3.6. Sólo el potencial correspondiente a la solución menos profunda es consistente con la única solución real encontrada para doble convolución (FM-WS y FM-WS<sup>2</sup>).

Debido a estas consideraciones se ha elegido la primera solución como aquella más consistente con los datos y el resto del análisis.

La Fig. 3.6 sugiere que las dos familias de potenciales reales encontrados correspondan a una ambigüedad discreta. Se han calculado las distribuciones angulares hasta  $180^\circ$  suponiendo una pequeña diferencia entre el blanco y el proyectil. La Fig. 3.8 muestra para la primera solución una distribución angular similar a la conocida para la dispersión de partículas  $-\alpha$ , en que la caída exponencial a ángulos posteriores se identifica con la observación de un arcolris nuclear. En nuestro caso el ángulo de arcolris se encontraría aproximadamente a  $100^\circ$ , y debido a la identidad del blanco y proyectil su estructura característica no es observable en los datos. La segunda solución, debido a su mayor profundidad, mueve el arcolris hacia ángulos posteriores tal como lo muestra la Fig. 3.8. De comparar ambos cálculos se comprende el carácter discreto de la ambigüedad.

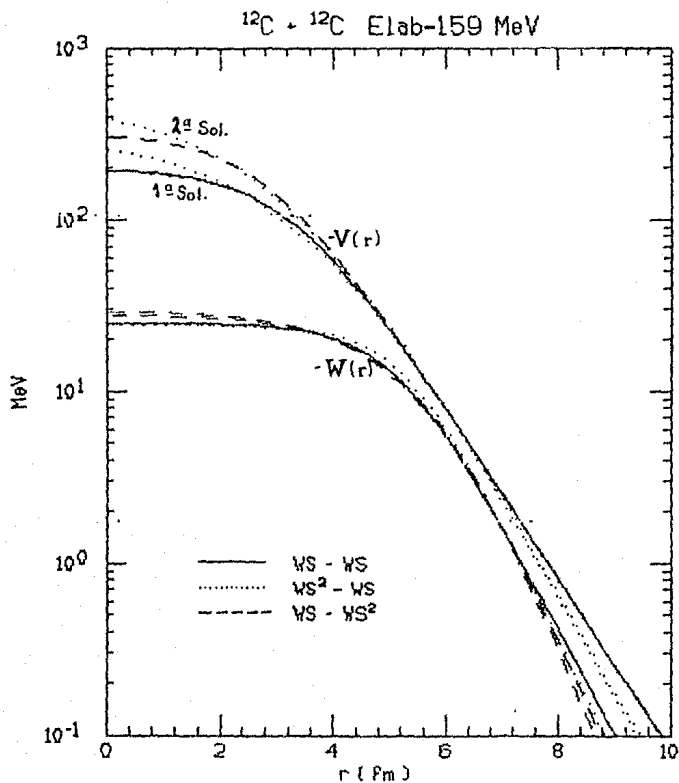


Fig. 3.6 Potenciales reales e imaginarios de las soluciones 1ª y 2ª encontradas para las combinaciones  $WS^2-WS$  y  $WS-WS^2$ , junto con la parte real e imaginaria de la combinación  $WS-WS$ .

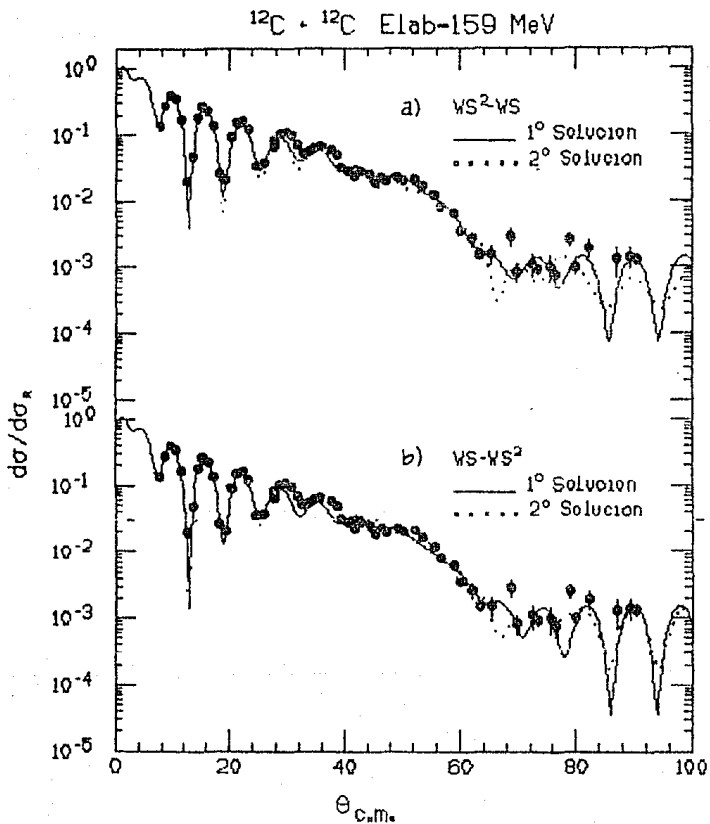


Fig.3.7 Ajustes obtenidos con las soluciones 1<sup>o</sup> y 2<sup>o</sup> de los estudios WS<sup>2</sup>-WS (a) y WS-WS<sup>2</sup> (b).



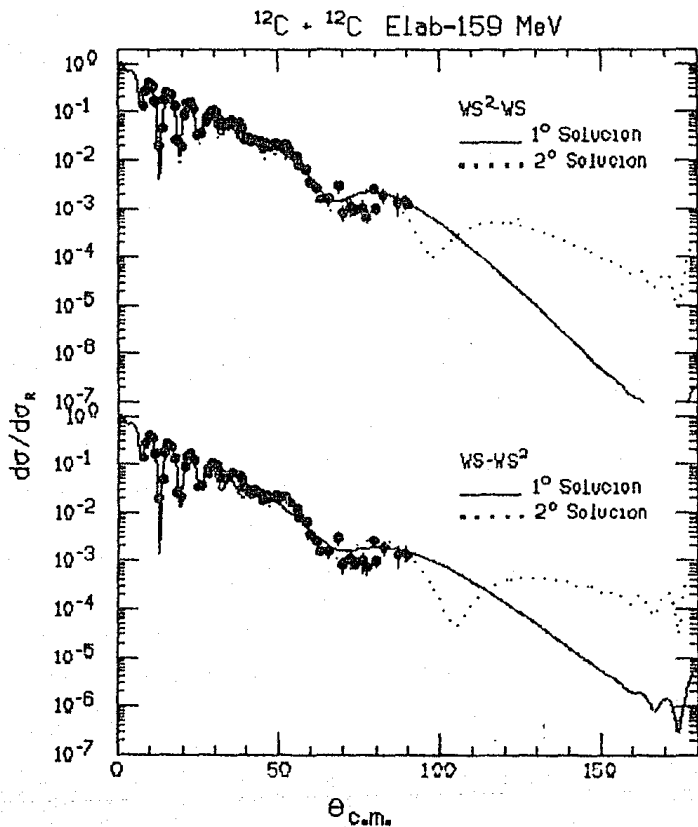


Fig. 3.8 Distribuciones angulares (hasta  $180^\circ$ ) de las soluciones 1 $^\circ$  y 2 $^\circ$  para los estudios  $\text{WS}^2\text{-WS}$  y  $\text{WS-WS}^2$  suponiendo una pequeña diferencia entre el blanco y el proyectil.

### 3.1.3. Resultados

Los potenciales óptimos que se obtuvieron para cada combinación se listan a continuación:

	V (MeV)	$r_0$ (fm)	a (fm)	W (MeV)	$r_L$ (fm)	$a_L$ (fm)	$J_V$ (MeV·fm <sup>3</sup> )	$J_W$	$O_T$ (mb)	$\chi^2/N$
WS-WS	200.0	0.704	0.870	25.00	1.109	0.717	334.85	114.00	1508.1	6.2
FM-WS	1.100			23.98	1.130	0.711	318.63	113.04	1510.4	9.5
WS <sup>*</sup> -WS	207.1	0.772	1.404	24.50	1.118	0.714	327.36	113.82	1510.2	6.8
	477.8	0.695	1.471	24.43	1.151	0.854	394.70	119.91	1486.1	10.7
FM-WS <sup>*</sup>	1.090			28.59	1.260	1.122	315.50	114.67	1492.6	10.1
WS-WS <sup>*</sup>	198.2	0.704	0.864	29.57	1.244	1.100	332.65	116.25	1471.5	8.0
	319.2	0.608	0.873	27.97	1.268	1.038	396.84	114.31	1455.7	7.7
WS <sup>*</sup> -WS <sup>*</sup>	229.2	0.738	1.535	28.84	1.246	1.107	322.11	112.02	1472.1	7.1

De la tabla se observan las siguientes características:

- Los potenciales óptimos para cada combinación concuerdan con las características generales indicadas por Brandan <sup>1)</sup> en cuanto a que el potencial real debe ser profundo y el potencial imaginario poco absorbente, habiéndose encontrado este último libre de ambigüedades.

- Las integrales de volumen normalizadas por  $A_p \cdot A_t$  de los potenciales real e imaginario ( $J_V$  y  $J_W$  respectivamente) se agrupan en dos familias para la parte real (ver sección anterior) y son únicas para la parte imaginaria.

- El hecho de que los valores  $N_d$  se mantengan cercanos a la unidad nos permite asegurar que el potencial real calculado a través de la interacción efectiva DDM3Y es bueno para este sistema a esta energía.

Los ajustes obtenidos con estos potenciales se presentan en la Fig. 3.9. Los valores de  $\chi^2/N$  parecen señalar la forma WS<sup>\*</sup>-WS como la más apropiada, pero como se puede observar, los ajustes son prácticamente equivalentes.

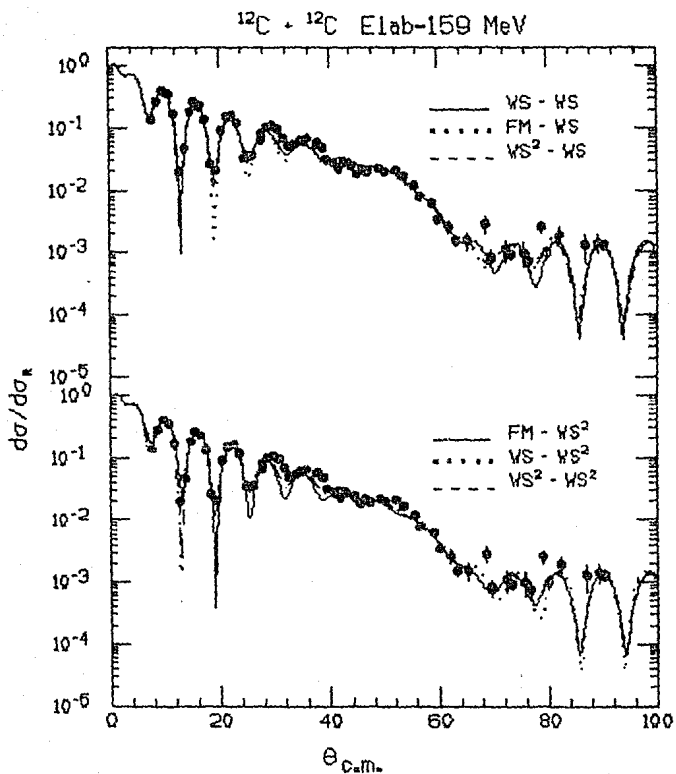


Fig. 3.9. Comparación de las medidas <sup>10)</sup> de sección diferencial eficaz para el sistema  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$  Elab=159 MeV con los ajustes obtenidos de las mejores soluciones presentadas en la tabla de resultados, página 31.

Dado que estos ajustes provienen de diferentes formas de potencial, consideramos que estos potenciales contienen información acerca de una zona sensible en la que los datos han determinado su valor y forma de manera no ambigua. Esta zona sensible puede obtenerse realizando cocientes de potenciales, tomando como base una forma particular. En nuestro caso, la combinación WS-WS fue tomada como base para hacer las comparaciones. Estos se realizaron de la siguiente manera:

- 1.- Cocientes de potenciales reales
- 2.- Cocientes de potenciales imaginarios
- 3.- Cocientes de potenciales mixtos (potencial imaginario/potencial real), para cada tipo de combinación.

Los cocientes anteriores se presentan en la Fig. 3.10.

Para los cocientes de potenciales reales, existe una zona en la cual éstos difieren en menos de un 10%. Esta zona está comprendida entre 2 y 6 fm.

Para los cocientes de potenciales imaginarios, la zona de sensibilidad en la que estos potenciales difieren en menos de un 10% está comprendida entre 2 y 8 fm.

En los cocientes mixtos (potenciales imaginarios/potenciales reales) se ve que la relación entre el potencial imaginario y el potencial real es más o menos la misma para todas las combinaciones entre 0 y 5.5 fm.

El valor del potencial real varía desde 160.6 MeV hasta 7.9 MeV dentro de la zona sensible y el del imaginario entre 24.7 MeV y 2.1 MeV en su zona de sensibilidad.

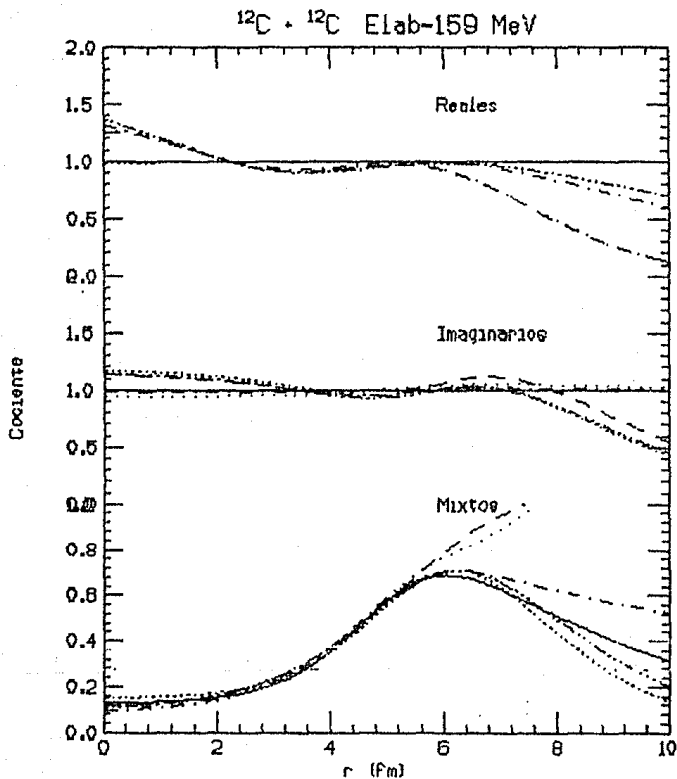


Fig. 3.10 Comparaciones de los potenciales óptimos encontrados para cada combinación. Los cocientes reales e imaginarios se comparan respecto de la parte real e imaginaria del potencial WS-WS, respectivamente.

— WS-WS	····· FM-WS	- - - WS*-WS
- - - FM-WS*	- · - WS-WS*	- · - WS*-WS*

## 3.2. Sistema $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ Elab=121.6 MeV

### 3.2.1. Detalles del Análisis.

Los datos experimentales de la distribución angular de dispersión elástica obtenidos por Stokstad *et al.* <sup>17)</sup> de este sistema, son muy completos, teniendo datos más allá de los  $90^\circ$  en el sistema centro de masa.

WS-WS.

El método de búsqueda fue a través de una red, tanto en V como en W. La red en V abarcó desde 200 MeV hasta 400 MeV y en W desde 12.5 MeV hasta 25 MeV, con pasos de 25 MeV y 2.5 MeV, respectivamente. La superficie de  $\chi^2/N$  que se obtuvo para cada par ordenado (V,W) fue:

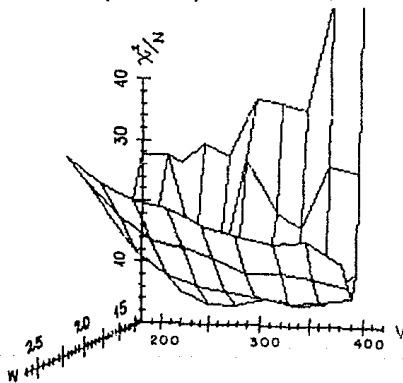


Fig. 3.11

Como se puede observar, la superficie presenta 2 mínimos bien definidos alrededor de  $W=17.5$  MeV. Partiendo de estos mínimos, y permitiendo que todos los parámetros varíen libremente, se encontraron 2 soluciones:

$V=287.14$  MeV  $r_0=.570$  fm  $a=.970$  fm  $W=17.04$  MeV  $r_L=1.198$  fm  $a_L=.501$  fm  $\chi^2/N=5.1$   
 $V=352.92$  MeV  $r_0=.588$  fm  $a=.891$  fm  $W=18.06$  MeV  $r_L=1.203$  fm  $a_L=.571$  fm  $\chi^2/N=5.3$

## FM-WS

El mejor ajuste en este caso se obtuvo con los parámetros:

$$N_d=1.15 \quad W=16.46 \text{ MeV} \quad r_L=1.233 \text{ fm} \quad a_L=0.571 \text{ fm} \quad \chi^2/N=8.4$$

## WS<sup>2</sup>-WS

La búsqueda en red en V y W abarcó: V 300→25→400 MeV y W 15→2.5→22.5 MeV. Se encontró un mínimo absoluto alrededor de W=17.5. La mejor solución para este tipo de combinación se encontró en:

$$V=380.11 \text{ MeV} \quad r_0=0.718 \text{ fm} \quad a=1.541 \text{ fm} \quad W=16.79 \text{ MeV} \quad r_L=1.216 \text{ fm} \quad a_L=0.579 \text{ fm} \quad \chi^2/N=5.9$$

## FM-WS<sup>2</sup>

La red utilizada en este caso fue sobre W. La curva obtenida de  $\chi^2/N$  muestra un mínimo absoluto centrado en W=17.5.

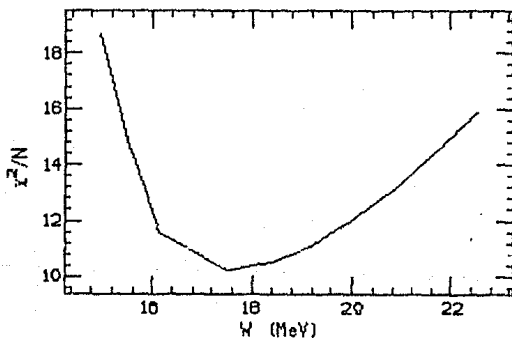


Fig. 3.12

La mejor solución en este caso fue:

$$N_d=1.145 \quad W=17.82 \text{ MeV} \quad r_L=1.358 \text{ fm} \quad a_L=0.859 \text{ fm} \quad \chi^2/N=10.2$$

## WS-WS\*

La búsqueda en red tanto en V como en W comprendió los valores: V desde 250 MeV hasta 350 MeV con pasos intermedios de 25 MeV y en W desde 15 MeV hasta 25 MeV con pasos intermedios de 2.5 MeV. Nuevamente se presentan 2 mínimos alrededor de W=20 que proporcionan las siguientes soluciones:

$$V=292.72 \text{ MeV } r_0=.557 \text{ fm } a=.978 \text{ fm } W=18.92 \text{ MeV } r_l=1.319 \text{ fm } a_l=.917 \text{ fm } \chi^2/N=6.2$$

$$V=359.49 \text{ MeV } r_0=.576 \text{ fm } a=.896 \text{ fm } W=19.85 \text{ MeV } r_l=1.320 \text{ fm } a_l=.882 \text{ fm } \chi^2/N=5.6$$

## WS\* - WS\*

La última búsqueda para este sistema se realizó nuevamente a través de una red, tanto en V como en W (V 250→25→400 MeV, W 17.5→2.5→30 MeV), encontrándose como solución:

$$V=392.16 \text{ MeV } r_0=.702 \text{ fm } a=1.551 \text{ fm } W=18.19 \text{ MeV } r_l=1.339 \text{ fm } a_l=.863 \text{ fm } \chi^2/N=6.7$$

## 3.2.2. Resultados

En la tabla siguiente se presentan los potenciales óptimos que se obtuvieron para el sistema  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  a 121.6 MeV.

	V (MeV)	$r_0$ (fm)	a (fm)	W (MeV)	$r_l$ (fm)	$a_l$ (fm)	$J_V$ (MeV·fm <sup>3</sup> )	$J_W$	$\sigma_T$ (mb)	$\chi^2/N$
WS-WS	297.1	0.570	0.970	17.05	1.198	0.601	353.9	91.81	1438.2	5.1
	363.0	0.588	0.891	18.08	1.203	0.571	418.9	97.13	1419.8	5.3
FM-WS	1.18			16.46	1.233	0.571	344.6	94.71	1431.7	8.4
WS* - WS	380.1	0.718	1.541	16.79	1.216	0.579	349.5	93.18	1425.2	5.9
FM-WS*	1.18			17.82	1.368	0.859	344.6	93.64	1414.7	10.2
WS-WS*	292.7	0.557	0.978	18.92	1.319	0.917	349.3	89.42	1412.6	6.2
	359.5	0.576	0.896	19.85	1.320	0.882	412.3	94.62	1401.7	5.6
WS* - WS*	392.2	0.702	1.551	18.19	1.339	0.863	345.7	91.03	1402.4	6.7



Como se puede observar, para las combinaciones WS-WS y WS-WS<sup>2</sup> se encontraron dos soluciones. (En los casos con potencial real WS<sup>2</sup> la red no se extendió suficientemente como para encontrar una posible segunda solución). Las distribuciones angulares calculadas con las dos soluciones son indistinguibles (no se muestran), y los valores de  $\chi^2/N$  son evidentemente muy similares. El único argumento en favor de la menos profunda es que el valor de  $J_V$  coincide con la única solución aceptable para el análisis FM-WS. Por los argumentos presentados a 158.8 MeV concluimos que la segunda solución es una ambigüedad discreta.

De la tabla, también se puede concluir que el mejor ajuste de los datos se obtuvo, en con la combinación WS-WS, pero tal como lo muestra la Fig. 3.13 no hay diferencias evidentes en la calidad de los ajustes.

Los potenciales real e imaginario mostraron la misma tendencia de los obtenidos en el sistema <sup>12</sup>C+<sup>12</sup>C a 158.8 MeV. Así, el potencial real debe ser profundo mientras que el potencial imaginario (el cual se encontró libre de ambigüedades) debe ser poco absorbente.

Los valores obtenidos para  $N_d$  fueron también cercanos a la unidad.

Al realizar la comparación de potenciales (Fig. 3.14) tomando como base la combinación WS-WS, mostraron las siguientes zonas sensibles (es decir, aquellas zonas en las que los potenciales difieren en menos de un 10%):

Parte real:	1 a 6 fm
Parte imaginaria	2.5 a 4.25 fm

Los cocientes mixtos (potencial imaginario/potencial real) mostraron que todas las combinaciones presentaban la misma relación entre el potencial imaginario y el potencial real, en la zona comprendida de 0 a 5 fm.

El potencial tiene valores entre 24J MeV y 8.5 MeV para la parte real, 16.8 MeV y 14.6 MeV para la parte imaginaria, dentro de sus respectivas zonas sensibles.

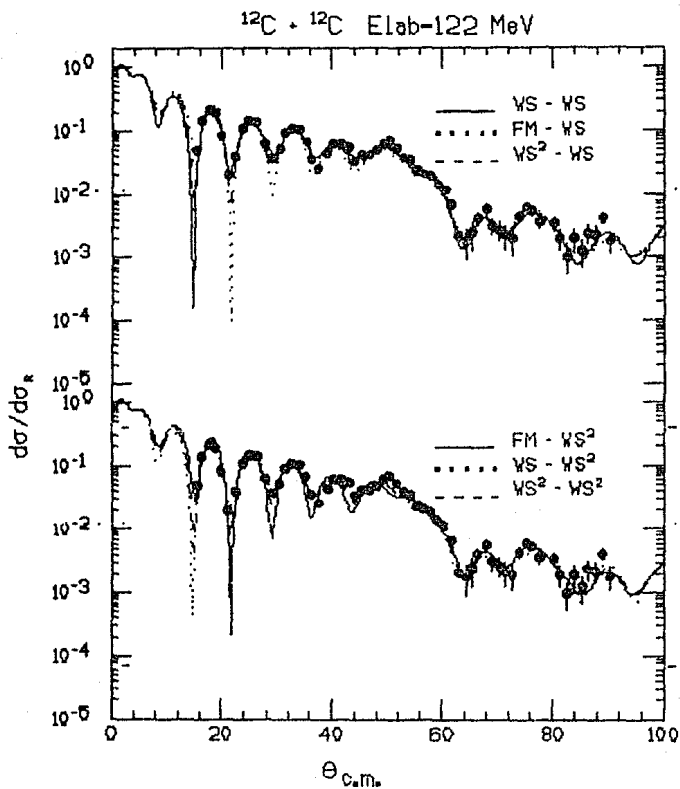


Fig. 3.13 Comparación de las medidas <sup>17)</sup> de sección diferencial eficaz para el sistema  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$  Elab=122 MeV con los ajustes obtenidos de las mejores soluciones presentadas en la tabla de resultados, página 37.

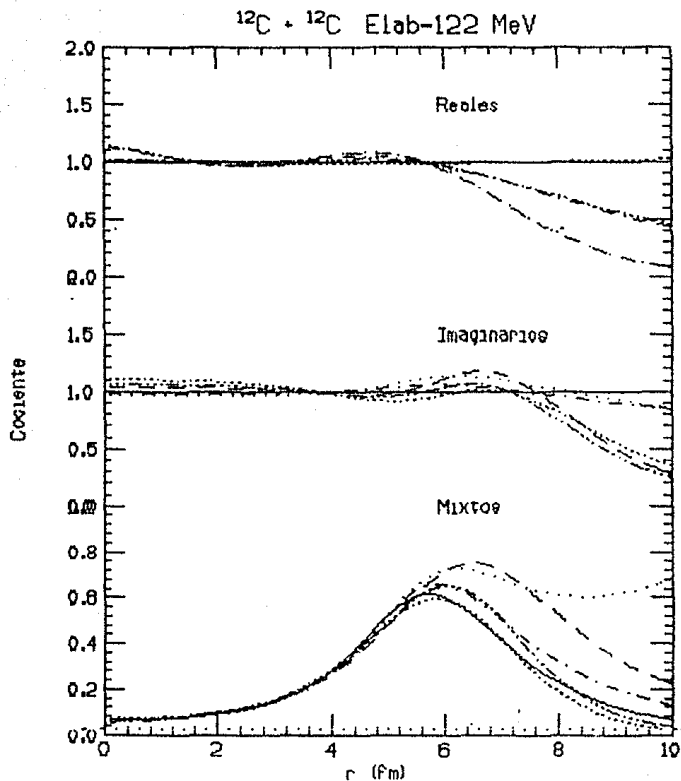


Fig. 3.14 Comparaciones de los potenciales óptimos encontrados para cada combinación. Los cocientes reales e imaginarios se comparan respecto de la parte real e imaginaria del potencial WS-WS, respectivamente.

—	.....	- - - - -
WS-WS	FM-WS	WS <sup>2</sup> -WS
- - - - -	.....	—
FM-WS <sup>2</sup>	WS-WS <sup>2</sup>	WS <sup>2</sup> -WS <sup>2</sup>

### 3.3. Sistema $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ Elab=608 MeV

#### 3.3.1. Detalles del análisis.

Análisis de este sistema <sup>1,2)</sup> han mostrado que este conjunto de datos, que por cierto es bastante completo, revela una ambigüedad interesante en la parte imaginaria del potencial. Las soluciones que se encuentran son esencialmente de 2 tipos, una de ellas con W poco profundo y la otra con W profundo. La solución con W poco profundo se encontró libre de ambigüedades tanto para la parte real como para la imaginaria con un valor fijo de  $W=25$  MeV, mientras que la solución con W profundo pareciera presentar una ambigüedad continua de tipo Igo. En estos análisis se concluyó que el potencial imaginario poco profundo proveía una buena representación de los datos de dispersión. Por consistencia con el resto del análisis, en este trabajo se tomó como base el valor  $W=25$  MeV y con él se inició la búsqueda de los mejores potenciales para las diferentes combinaciones de formas. El procedimiento consistió en fijar la profundidad del potencial imaginario en  $W=25$  MeV y variar los parámetros restantes hasta conseguir el ajuste óptimo en cada caso.

#### WS-WS

Tomando en cuenta lo anterior y variando el valor de V desde 100 MeV hasta 500 MeV con pasos intermedios de 50 MeV, dejando libre los parámetros restantes se obtuvo la siguiente curva para  $\chi^2/N$ :

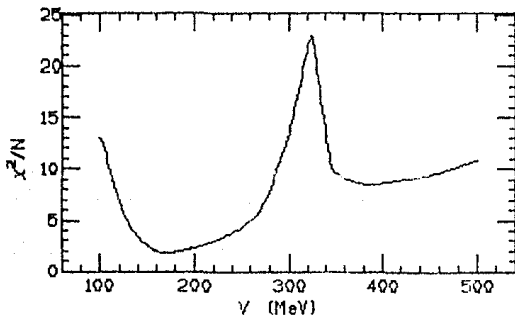


Fig. 3.15

De la figura se observan 2 mínimos bien definidos, el primero de los cuales es el reportado en <sup>1)</sup>. Permittiendo variar todos los parámetros, excepto W, se encuentran como soluciones:

$$V=174.8 \text{ MeV } r_0=.659 \text{ fm } a=.965 \text{ fm } W=25 \text{ MeV } r_L=1.086 \text{ fm } a_L=.651 \text{ fm } \chi^2/N=1.82$$

$$V=398.0 \text{ MeV } r_0=.517 \text{ fm } a=.943 \text{ fm } W=25 \text{ MeV } r_L=1.146 \text{ fm } a_L=.498 \text{ fm } \chi^2/N=8.62$$

FM-WS

La solución para este caso, con los 4 parámetros libres es:

$$N_d=0.929 \quad W=22.71 \text{ MeV} \quad r_L=1.126 \text{ fm} \quad a_L=0.529 \text{ fm} \quad \chi^2/N=4.62$$

WS<sup>2</sup>-WS

Manteniendo W=25 MeV, se encontró:

$$V=260.5 \text{ MeV } r_0=.734 \text{ fm } a=1.568 \text{ fm } W=25 \text{ MeV } r_L=1.006 \text{ fm } a_L=.644 \text{ fm } \chi^2/N=2.6$$

FM-WS<sup>2</sup>

Debido a la diferente geometría del potencial imaginario se trabajó localizando el mínimo que correspondiera a las soluciones W poco profundo. El mínimo correspondió a una profundidad central de 25 MeV, como lo muestra la Fig. 3.16.

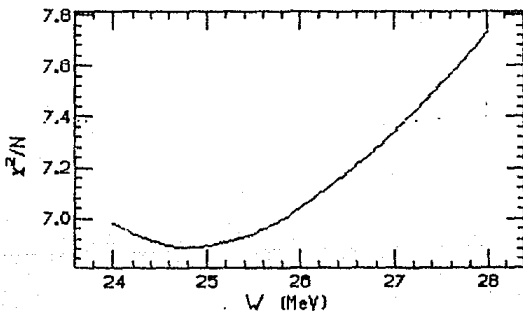


Fig. 3.16

El mínimo absoluto es:

$$N_d=0.933 \quad W=24.88 \text{ MeV} \quad r_f=1.257 \text{ fm} \quad a_f=0.869 \text{ fm} \quad \chi^2/N=6.9$$

WS-WS\*

La solución que se encontró fue:

$$V=174.8 \text{ MeV} \quad r_0=0.664 \text{ fm} \quad a=0.953 \text{ fm} \quad W=29.85 \text{ MeV} \quad r_f=1.201 \text{ fm} \quad a_f=0.954 \text{ fm} \quad \chi^2/N=2.0$$

WS\*-WS\*

Usando esta geometría y permitiendo variar todos los parámetros, se observó que tanto la profundidad del potencial real  $V$  como la profundidad del potencial imaginario  $W$  tendían a ser profundos. Para tratar de encontrar soluciones que estuvieran acordes con resultados obtenidos en otros análisis, se mantuvieron fijos los valores  $(V, W)$  y se permitió variar los parámetros restantes. Posteriormente se fijó  $V$  ó  $W$  (uno a la vez) y se variaron todos los demás parámetros. Esto con el fin de evitar que  $V$  y  $W$  tomaran valores muy grandes y nos llevaran a la solución no deseada. Con este procedimiento encontramos como solución:

$$V=278.1 \text{ MeV} \quad r_0=0.749 \text{ fm} \quad a=1.538 \text{ fm} \quad W=33.19 \text{ MeV} \quad r_f=1.180 \text{ fm} \quad a_f=0.981 \text{ fm} \quad \chi^2/N=3.2$$

### 3.3.2. Resultados

La siguiente tabla muestra los potenciales óptimos que se obtuvieron:

	V (MeV)	$r_0$ (fm)	a (fm)	W (MeV)	$r_f$ (fm)	$a_f$ (fm)	$J_V$ (MeV·fm <sup>3</sup> )	$J_W$ (MeV·fm <sup>3</sup> )	$G_T$ (mb)	$\chi^2/N$
WS-WS	174.8	0.669	0.965	25.00	1.086	0.661	233.5	89.02	1343.4	1.8
	398.0	0.517	0.943	25.00	1.146	0.498	325.0	90.68	1293.5	8.6
FM-WS	0.929			22.71	1.126	0.529	225.2	89.21	1365.6	4.6
WS - WS	280.5	0.734	1.567	25.00	1.021	0.764	227.0	87.33	1223.1	2.2
FM-WS*	0.933			24.88	1.257	0.869	226.3	89.10	1318.6	6.9
WS-WS*	174.8	0.664	0.953	29.85	1.201	0.954	234.1	91.53	1301.0	2.0
WS*-WS*	278.1	0.749	1.538	33.19	1.180	0.981	237.8	93.92	1301.0	3.2

La tabla de resultados muestra que los potenciales óptimos encontrados son profundos en la parte real y poco profundos en la parte imaginaria. Hay indicios de una segunda solución (sólo explorada para la combinación WS-WS), pero con  $\chi^2/N$  cinco veces mayor que la primera. Los valores de  $\chi^2/N$  muestran que las mejores soluciones para este sistema fueron la primera solución de la combinación WS-WS y la solución WS-WS<sup>2</sup>. La gráfica de los ajustes obtenidos con estos potenciales (Fig. 3.17) muestra que todas las combinaciones dan un ajuste similar, aunque pareciera ser que las combinaciones con parte real WS ó WS<sup>2</sup> describen mejor los primeros tres máximos que aquellas con parte real FM. Las diferencias en  $\chi^2/N$  parecen confirmar esta observación.

Los valores del parámetro de renormalización  $N_d$  son cercanos a la unidad, lo que nos permite afirmar que el potencial real calculado para este sistema a través del modelo de doble convolución es confiable.

La comparación de los potenciales (Fig. 3.18) mostraron las siguientes zonas sensibles (en donde los potenciales difieren en menos de un 10%):

Parte real :	3.4 a 6.2 fm
Parte imaginaria :	4.4 a 5.2 fm

Cabe comentar que el acuerdo para la parte imaginaria se reduce casi a un punto en que todos los potenciales se cruzan.

El cociente mixto mostró que las correspondientes partes real e imaginaria de los potenciales para cada combinación guardaban una relación similar hasta unos 5 fm.

El potencial tiene valores entre 77.0 MeV y 7.2 MeV para la parte real y entre 19.5 MeV y 12.72 MeV para la parte imaginaria, dentro de sus correspondientes zonas sensibles.

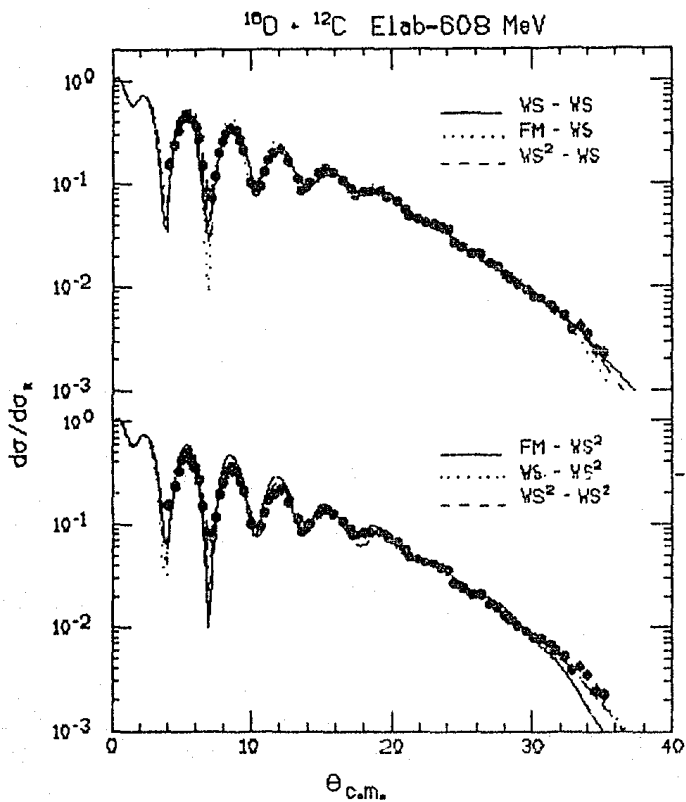


Fig. 3.17. Comparación de las medidas <sup>(9)</sup> de sección diferencial eficaz para el sistema  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$  Elab=608 MeV con los ajustes obtenidos de las mejores soluciones presentadas en la tabla de resultados, página 43.



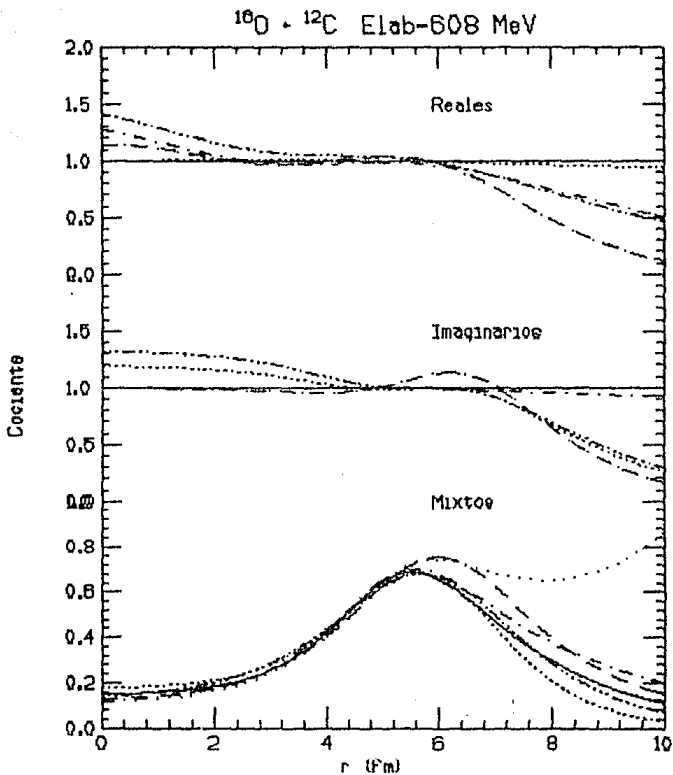


Fig. 3.18 Comparaciones de los potenciales óptimos encontrados para cada combinación. Los cocientes reales e imaginarios se comparan respecto de la parte real e imaginaria del potencial WS-WS, respectivamente.

————— WS-WS	..... FM-WS	- - - - - WS <sup>2</sup> -WS
- - - - - FM-WS <sup>2</sup>	..... WS-WS <sup>2</sup>	- - - - - WS <sup>2</sup> -WS <sup>2</sup>

### 3.4. Sistema $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ Elab: 1016 MeV

#### 3.4.1. Detalles del Análisis

Los datos experimentales de este sistema fueron reducidos con cinemática relativista, por lo que en el análisis se consideraron las masas y energía incidente efectivas necesarias para que se obtuvieran los valores relativistas correctos para la masa reducida y el momentum del centro de masa. Se hizo este tratamiento pues hay evidencia <sup>21)</sup> de que a pesar de que la dispersión en el sistema centro de masa es descrita por la ecuación de Schoedinger no relativista, puede haber alguna diferencia a altas energías si la transformación de los datos del laboratorio al centro de masa fue hecha considerando cinemática relativista o no.

Los valores considerados para la masa efectiva del  $^{12}\text{C}$  y la energía en el laboratorio efectiva fueron: 12.2697 amu y 993.66 MeV respectivamente.

FM-WS.

Nos referimos en primer lugar a los resultados para la parte real obtenida a partir del modelo de convolución. La búsqueda para este caso se realizó a través de una red en  $W$  en el intervalo 10 MeV  $< W < 50$  MeV, permitiendo variar los parámetros restantes. La curva de  $\chi^2/N$  contra  $W$  (Fig. 3.19) muestra dos tipos de soluciones, una asociada a un potencial imaginario poco profundo y otra a un potencial imaginario profundo. Esta última solución presenta ambigüedad continua en la parte imaginaria. El resultado obtenido por Brandan y Satchler <sup>2)</sup> en el estudio de este sistema es consistente con este resultado.

El ajuste que se obtiene con el potencial poco profundo reproduce de una manera razonable los datos experimentales, a pesar de que su  $\chi^2/N$  es aproximadamente 3 veces mayor que el que se obtiene con el potencial imaginario profundo. Esto último, aunado al hecho de que esta solución se encontró libre de ambigüedades y es la única consistente con el resto del análisis, nos permitió elegirla como potencial óptimo para este tipo de combinación. El ajuste se muestra en la Fig. 3.20. Los valores de sus parámetros son:

$$N_d=1.028 \quad W=15.77 \text{ MeV} \quad r_1=1.140 \text{ fm} \quad a_2=0.892 \text{ fm} \quad \chi^2/N=9.35$$

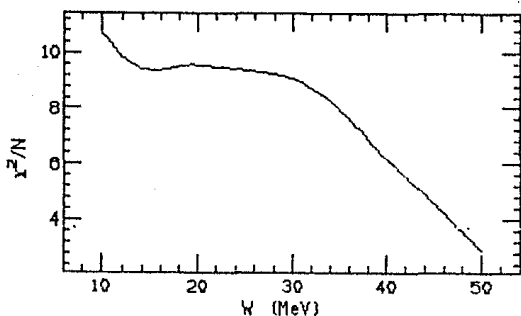


Fig. 3.19

#### FM-WS\*

Una búsqueda en las cercanías de  $W=15$  MeV ( $15 \text{ MeV} < W < 20 \text{ MeV}$ ) dió como resultado un potencial cuya parte imaginaria es poco profunda, esto es:

$$N_d=1.049 \quad W=18.91 \text{ MeV} \quad r_d=1.284 \text{ fm} \quad a_d=1.161 \text{ fm} \quad \chi^2/N=9.86$$

#### WS-WS

El análisis original de estos datos realizado por Buenerd *et al.*<sup>20)</sup> muestra como solución para este tipo de combinación, un potencial con una profundidad para la parte real de 120 MeV y para la parte imaginaria de 34 MeV. No se encuentra una segunda solución para profundidades reales mayores (se buscó hasta  $V=300$  MeV).

Nuestra búsqueda en red, que abarcó valores de  $V$  y  $W$  sobre los intervalos de  $100 \text{ MeV} < V < 140 \text{ MeV}$  y  $12.5 \text{ MeV} < W < 35 \text{ MeV}$ , nos dió como solución el potencial:

$$V=137.4 \text{ MeV} \quad r_0=.647 \text{ fm} \quad a=.921 \text{ fm} \quad W=46.75 \text{ MeV} \quad r_d=.863 \text{ fm} \quad a_d=.709 \text{ fm} \quad \chi^2/N=1.46$$

que tal como se aprecia de los parámetros, corresponde a un potencial imaginario profundo.

Se buscó cuidadosamente alguna descripción aceptable de los datos (ya sea en función de su  $\chi^2/N$  o un juicio visual) con potenciales imaginarios poco profundos, sin éxito. Valores de  $W$  inferiores a 25 MeV no reproducen el máximo de interferencia cercano a  $7.8^\circ$ . Concluimos que estos datos no aceptan la combinación WS-WS con un potencial imaginario con profundidad central menor de 25 MeV.

Sin embargo, Satchler \*\*\*) ha encontrado una solución con  $W=28$  MeV, además de aquella con  $W=48$  MeV. Nuestro análisis no mostró un mínimo local en  $\chi^2/N$  para estos valores, pero siendo la única evidencia que se tiene de una solución con potencial imaginario poco profundo, la hemos incluido entre los resultados.

#### WS<sup>+</sup>-WS.

Para esta combinación, el mínimo de  $\chi^2/N$  se obtuvo igual que para WS-WS<sup>-</sup>, con un potencial imaginario profundo. Sin embargo, fue posible lograr ajustes visualmente razonables con un potencial imaginario poco profundo. Los dos tipos de solución tienen como parámetros:

$V=167.7$  MeV  $r_0=0.785$  fm  $a=1.474$  fm  $W=52.18$  MeV  $r_L=0.780$  fm  $a_L=0.823$  fm  $\chi^2/N=1.66$   
 $V=121.1$  MeV  $r_0=0.858$  fm  $a=1.252$  fm  $W=15.77$  MeV  $r_L=1.140$  fm  $a_L=0.882$  fm  $\chi^2/N=6.94$

### 3.4.2. Resultados

En la siguiente tabla se resumen los resultados obtenidos:

	V	$r_0$	a	W	$r_L$	$a_L$	$J_V$	$J_W$	$O_T$	$\chi^2/N$
	(MeV)	(fm)	(fm)	(MeV)	(fm)	(fm)	(MeV·fm <sup>3</sup> )	(mb)		
FM-WS	1.028			15.77	1.140	0.882	174.9	83.65	1261.1	9.33
FM-WS <sup>+</sup>	1.049			15.91	1.284	1.161	180.4	80.11	1147.6	9.85
WS-WS	137.4	0.647	0.982	48.75	0.863	0.709	204.3	115.4	1016.3	1.46
	173.4	0.476	1.072	28.50	0.866	0.938	181.7	80.24	1066.1	1.90
WS <sup>+</sup> -WS	167.7	0.785	1.474	52.18	0.780	0.823	185.4	105.4	1032.5	1.66
	121.1	0.858	1.252	15.77	1.140	0.882	158.8	83.65	1258.9	6.94

De la tabla anterior se pueden observar dos tipos de potenciales imaginarios diferentes, los cuales no tan sólo difieren en sus parámetros, sino que también sus integrales de volumen son distintas. También en este caso, la 1ª solución de la combinación WS-WS es la que proporcionó el  $\chi^2/N$  más pequeño. La gráficas de los ajustes para las soluciones con potencial imaginario poco profundo se presentan en la Fig. 3.20. Una inspección crítica de los diferentes ajustes y de sus respectivos valores de  $\chi^2/N$ , pareciera indicar que el dato a  $3.2^\circ$  es en gran parte responsable del valor numérico de  $\chi^2/N$ . Por esto, y basándonos también en un análisis visual, opinamos que la mejor descripción del conjunto de datos es la combinación WS\*-WS y que su valor de  $\chi^2/N$  (relativamente alto) se debe a la discrepancia del ajuste cerca de los  $3^\circ$ . (La medida de los mínimos en la distribución angular es incierta si el detector tiene un ancho finito, en este caso, el colimador permitía la detección simultánea de  $0.35^\circ$  alrededor del ángulo central).

En este sistema podemos concluir que el tipo de interacción DDM3Y da una buena descripción de los datos de sección eficaz (el factor de renormalización es prácticamente 1).

Las zonas sensibles (Fig. 3.21) han sido determinadas según la semejanza con el potencial WS\*-WS, y abarcan:

Parte real:	0 a 4 fm,
parte imaginaria:	0 a 5.5 fm y
correlación parte imaginaria con parte real:	0 a 5 fm.

Los potenciales toman valores entre 110 MeV y 29 MeV para la parte real, y entre 16 MeV y 6.6 MeV para la parte imaginaria, dentro de su zona sensible respectiva.

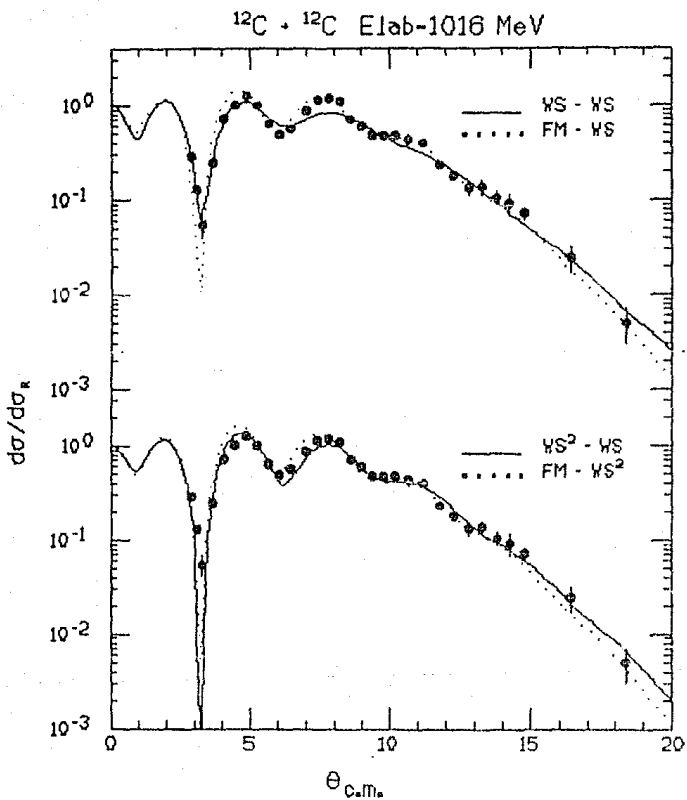


Fig. 3.20 Comparación de las medidas <sup>20)</sup> de sección diferencial eficaz para el sistema  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$  Elab=1016 MeV con los ajustes obtenidos de las mejores soluciones presentadas en la tabla de resultados, página 19.

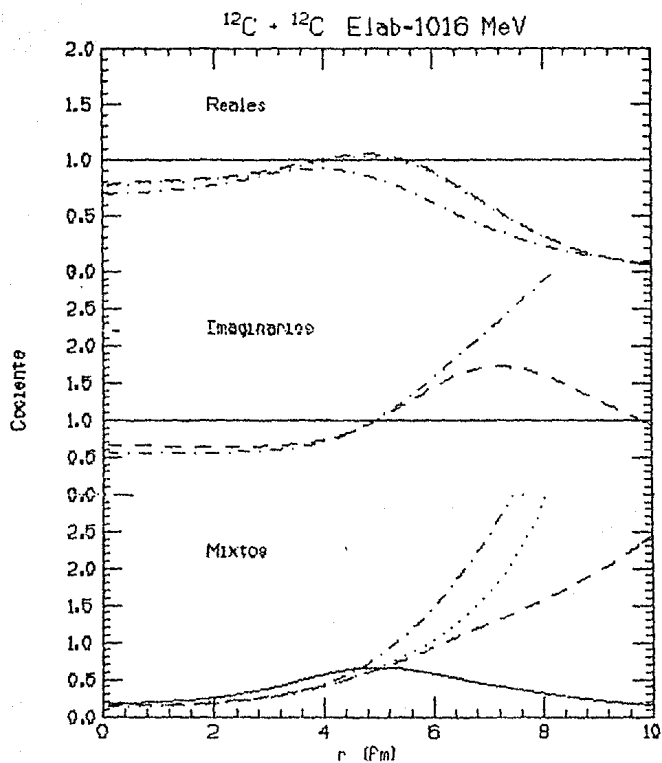


Fig. 3.21 Comparaciones de los potenciales óptimos encontrados para cada combinación. Los cocientes reales e imaginarios se comparan respecto de la parte real e imaginaria del potencial WS-WS, respectivamente.

— WS-WS      ..... FM-WS      - - - WS<sup>2</sup>-WS  
 - · - FM-WS<sup>2</sup>

### 3.5. Sistema $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ Elab=1503 MeV

El estudio original de estos datos <sup>4)</sup> siguió una sistemática similar a la de este trabajo. El tratamiento que se le dio a los datos experimentales también fué relativista, utilizando los valores de:

masa efectiva del  $^{16}\text{O}$ : 16.294 amu  
 masa efectiva del  $^{12}\text{C}$ : 12.369 amu  
 energía en el laboratorio efectiva: 1454 MeV

En el desarrollo del análisis, la autora no se percató de la existencia de dos familias de soluciones, caracterizadas por  $W$  profundo o poco profundo, y sus resultados mezclan los dos tipos de potencial. Recientemente, Kobos et al. <sup>23)</sup> han señalado esta característica y ampliado el análisis original centrándose precisamente en las soluciones con potencial imaginario poco profundo. Estos resultados <sup>23)</sup> se listan a continuación y se utilizarán como ingredientes para completar nuestro estudio.

	V (MeV)	$r_0$ (fm)	a (fm)	W (MeV)	$r_l$ (fm)	$a_l$ (fm)	$J_v$ (MeV·fm <sup>3</sup> )	$J_w$	$\sigma_T$ (mb)	$\chi^2/N$
WS-WS	80.0	0.686	0.773	23.9	1.054	0.613	177	83	1890	1.95
PM-WS	0.99			14.3	1.170	0.776	104	73	1311	8.00
PM-WS <sup>2</sup>	1.00			16.1	1.326	1.093	166	74	1873	8.00
WS <sup>2</sup> -WS <sup>2</sup>	80.0	1.052	1.038	20.8	1.301	1.917	162	79	1432	1.78

El potencial real calculado por doble convolución utilizó el tipo de interacción DDM3Y. El factor de renormalización es prácticamente 1.

Los diferentes ajustes (con parámetros similares a los de la tabla) pueden consultarse en referencias 1 y 23. Tal como se concluye en ref. 23, la forma WS para la parte real pareciera ser la óptima. Los cocientes para este sistema se muestran en la Fig. 3.22. Las zonas de sensibilidad son:

parte real: 2 a 6 fm.  
 parte imaginaria: 0 a 6 fm y  
 correlación parte imaginaria con parte real: 0 a 6 fm.



El potencial tiene valores entre 76 MeV y 7.6 MeV para la parte real y entre 23.8 MeV y 5.8 MeV para la parte imaginaria en su zona de sensibilidad respectiva.

Esta determinación, a diferencia de todos los sistemas ya analizados, ha implicado ampliar a un 30% la máxima diferencia entre los diferentes cálculos.

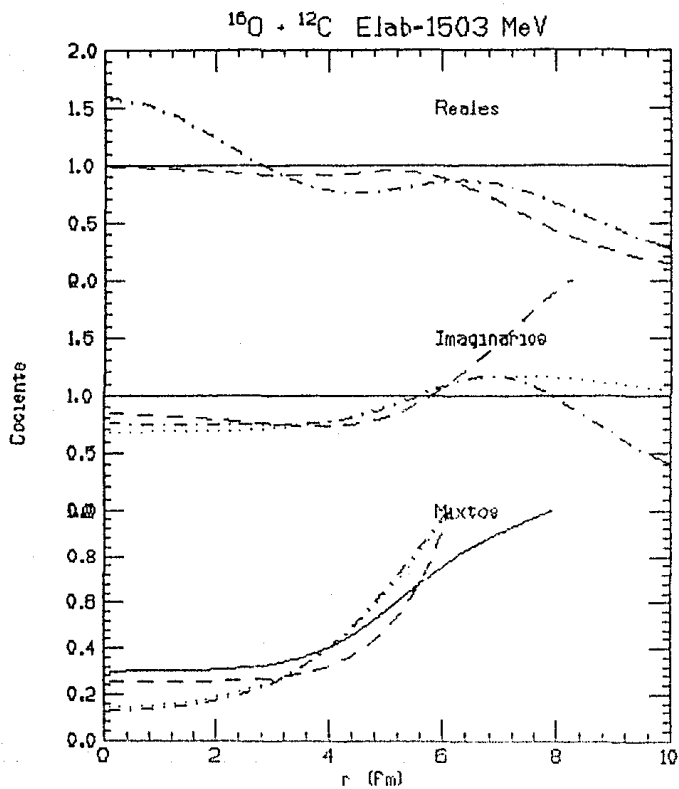


Fig. 3.22 Comparaciones de los potenciales optimos encontrados para cada combinación. Los cocientes reales e imaginarios se comparan respecto de la parte real e imaginaria del potencial WS WS, respectivamente

— WS WS      ..... FM WS      -.-.-.- FM WS<sup>2</sup>  
 - - - - WS<sup>2</sup> WS<sup>2</sup>

#### 4. CONCLUSIONES

En el capítulo anterior se presentaron resultados particulares para cinco sistemas de datos de dispersión elástica entre 10 y 94 MeV/nucleón. A continuación se presentan las conclusiones globales respecto del comportamiento y características de los sistemas en función de su energía.

##### Potencial Imaginario.

El potencial imaginario resultó ser el factor clave para obtener una descripción consistente de todos los datos analizados. En los sistemas a 10 y 13 MeV/nucleón ( $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  Elab=121.6 MeV y  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  Elab=158.8 MeV, respectivamente) fue necesario utilizar un potencial poco absorbente, pues sólo éste nos permitió la descripción de los datos experimentales.

A energías mayores se encontraron siempre dos familias de potenciales imaginarios asociados con una profundidad central profunda o poco profunda. Los potenciales imaginarios poco profundos están asociados a soluciones discretas en la parte real. Potenciales imaginarios profundos presentan ambigüedades continuas en todos sus parámetros. Por consistencia interna de este análisis global se escogió para cada caso la solución poco profunda y los resultados que siguen se limitan a esta descripción.

Las características generales de estos potenciales poco absorbentes son (para la forma Woods-Saxon): profundidades centrales entre los 16 y 25 MeV, radios reducidos del orden de 1.1 - 1.2 fm y difusividades entre 0.7 y 0.9 fm. Para la forma Woods-Saxon al cuadrado el valor del potencial es similar al anterior y sus parámetros se ajustan para lograrlo (ver tablas de resultados en páginas 31, 37, 43, 49 y 53).

## Potencial Real.

A 10 y 13 MeV/nucleón se encontró más de una solución para el potencial real, cuyos ajustes resultaban indistinguibles. Esto se interpretó como la existencia de una ambigüedad discreta y la elección de una solución sólo se pudo efectuar exigiendo consistencia con el resto de los resultados. A 38 MeV/nucleón ( $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$  Elab=608 MeV), también se encontraron 2 soluciones con profundidades diferentes, pero los datos mostraron una clara preferencia por una de ellas. A energías mayores no se observó este tipo de ambigüedad.

A energías cercanas a 10 MeV/nucleón, el decaimiento exponencial del arcoiris nuclear ocurre a ángulos más allá de la zona accesible experimentalmente (y además complicado por efectos de identidad de las partículas blanco y proyectil, como ocurre en el sistema  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ ), por lo que ambigüedades discretas del tipo mostrado en la Fig. 3.8 son posibles. Al aumentar la energía, toda la distribución angular avanza hacia ángulos anteriores, haciendo posible la medición de la sección eficaz a lo largo del decaimiento exponencial, tan bajo como se desee, seleccionando experimentalmente las posibles soluciones. Consideramos que esta explicación concuerda con nuestros resultados.

Las características generales de los potenciales reales encontrados en este estudio son (para la forma Woods-Saxon): profundidades reales que varían monótonicamente con la energía desde 290 MeV hasta 80 MeV, radios reducidos del orden de 0.6 - 0.9 fm y difusividades entre 0.8 y 1.0 fm. Estos parámetros indican potenciales más difusos que los tradicionales, en acuerdo con cálculos de doble convolución. Para la forma Woods-Saxon al cuadrado el valor del potencial es similar al anterior y sus parámetros se ajustan para logarlo.

## Potencial de doble convolución (Folding-Model).

El potencial real calculado en base a la interacción efectiva DDM3Y permitió una buena descripción de los datos de dispersión elástica para todos los sistemas analizados. Por esta razón, y dado que el factor de renormalización se mantuvo en todos los sistemas cercanos a la unidad ( $N_d = 1.06 \pm 0.13$  para  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$  y  $N_d = 1.00 \pm 0.70$  para  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ ), consideramos que este potencial es confiable para la descripción de datos de dispersión elástica, en estos sistemas, dentro de un intervalo amplio de energías. La profundidad y

comportamiento general de este potencial, concordaba de manera muy aceptable con las características de los potenciales fenomenológicos encontrados, excepto para el sistema a 94 MeV/nucleón ( $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$  Elab=1503 MeV) en donde las profundidades del potencial fenomenológico y el de Folding-Model presentaron una diferencia del 50% en el centro (Fig. 3.22).

#### Forma óptima.

Uno de los objetivos de este trabajo fue determinar formas óptimas para la parte real e imaginaria del potencial óptico. Respecto de la parte real, los potenciales fenomenológicos (con sus 3 parámetros libres) dieron siempre el ajuste óptimo a los datos. Con la forma Woods-Saxon se obtuvo generalmente el mínimo de  $\chi^2/N$ . Sin embargo esta preferencia respecto de Woods-Saxon al cuadrado no es fácil de apreciar al considerar visualmente los ajustes. En cuanto a la parte imaginaria, es prácticamente equivalente una u otra elección.

Los ajustes con parte real de doble convolución muestran una débil preferencia por la forma Woods-Saxon en la parte imaginaria.

#### Integrales de volumen.

Los valores de las integrales de volumen por par interactuante, dadas por:

$$J_{V,W} = (A_t A_p)^{-1} \int_0^\infty 4\pi V(r) \cdot W(r) r^2 dr$$

se proporcionan en la tabla de resultados para cada sistema. Esta cantidad jugó un papel importante en la determinación de las mejores soluciones, pues se consideró que debía ser consistente con los resultados obtenidos en otros trabajos en los que se reportan soluciones comparables a las nuestras, en el sentido de que éstas eran poco absorbentes. En particular, a 10 y 13 MeV/nucleón nos permitió identificar ambigüedades discretas y escoger de entre ellas la solución apropiada dentro de un análisis global.

Los valores de la integral de volumen real variaron monotónicamente con la energía del sistema desde 350 MeV·fm<sup>3</sup> hasta 170 MeV·fm<sup>3</sup>. Los de la parte imaginaria alcanzan un máximo de 114 MeV·fm<sup>3</sup> a 13 MeV/nucleón y decrecen hasta 75 MeV·fm<sup>3</sup> a 94 MeV/nucleón. Cualitativamente este comportamiento está de acuerdo con predicciones de relaciones de dispersión <sup>23</sup>).

### Sección total de reacción ( $\sigma_T$ ).

Los valores de la sección total de reacción obtenidas de los ajustes, concuerdan con la tendencia general que se origina en efectos de transparencia <sup>24</sup>). Para el sistema  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ ,  $\sigma_T$  ha sido medida experimentalmente <sup>24</sup>) en un intervalo de energías tal que nos permite comparar nuestros resultados (obtenidos a partir del modelo óptico) con los que se reportan en dicho trabajo. A 10 y 13 MeV/nucleón nuestros resultados no difieren más allá de las incertezas que se reportan, sin embargo a 85 MeV/nucleón se observa discrepancia y nuestros ajustes dan valores de  $\sigma_T$  aproximadamente un 20% mayores que la medida directa.

### Zonas de sensibilidad.

En la Fig. 3.23 se han graficado la forma del potencial (real e imaginario) en donde se consideró que estaba bien determinado por los datos (es decir, las regiones que hemos denominado zonas sensibles). Las curvas muestran en detalle lo ya descrito como conclusiones para la parte real y la imaginaria. Debe recalarse que este estudio ha permitido determinar el potencial nuclear en zonas mucho más internas que la superficie del sistema.

Como resumen, esta tesis ha estudiado en detalle las características del potencial óptico nuclear para dos sistemas de iones pesados ligeros dentro de un intervalo amplio de energía. El potencial nuclear encontrado debe ser fuertemente atractivo, débilmente absorbente y dependiente de la energía.

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

Potenciales en su zona de sensibilidad

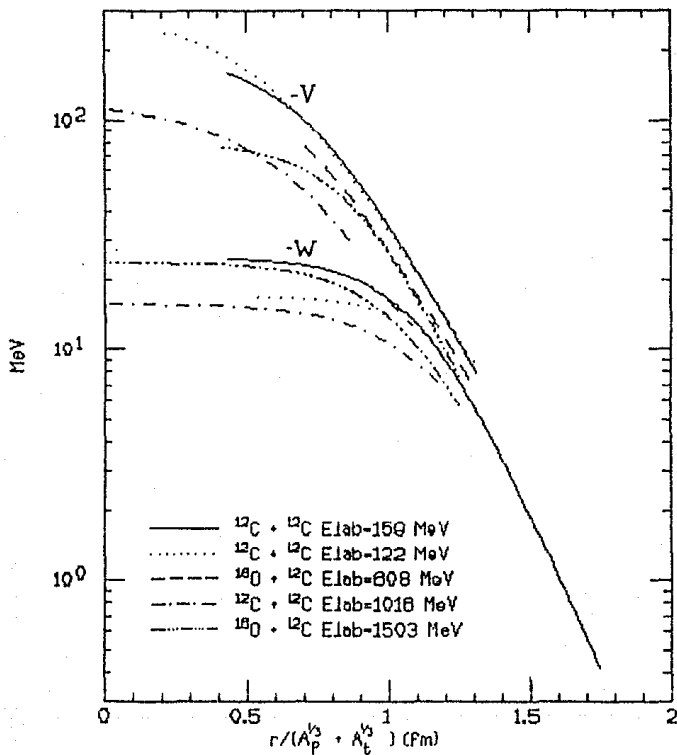


Fig. 3.23 Valor y forma de los potenciales, para cada uno de los sistemas estudiados, en el intervalo radial en que han sido bien determinados por los datos.

## BIBLIOGRAFIA

- 1) M.E. Brandan, Phys. Rev. Lett. 60 (1988) 784
- 2) M.E. Brandan and G.R. Satchler, Nucl. Phys. A487 (1988) 477
- 3) F. Michel and R. Vanderpoorten, Phys. Rev. C16 (1977) 142
- 4) P. Roussel *et al.*, Phys. Rev. Lett. 54 (1985) 1779;  
P. Roussel *et al.*, Phys. Lett. B185 (1987) 29;  
P. Roussel, Université de Paris-Sud, Thèse d'Etat (no publicada)
- 5) C. Cohen-Tannoudji, B. Diu and F. Laloe, Quantum Mechanics II,  
John Wiley & Sons, 1977
- 6) G.R. Satchler, Direct Nuclear Reactions, Oxford University Press, 1982
- 7) G.R. Satchler, Introduction to Nuclear Reactions,  
The MacMillan Press, LTD, London, 1980
- 8) E. Merzbacher, Quantum Mechanics, Wiley, New York, 1970
- 9) Feshbach, Porter and Weisskopf, Phys. Rev. 90 (1953) 166
- 10) R.D. Woods and D.S. Saxon, Phys. Rev. 95 (1954) 577
- 11) M.El-Azab Farid and G.R. Satchler, Nucl. Phys. A438 (1985) 525
- 12) G. Bertsh *et al.*, Nucl. Phys. A284 (1977) 399;  
G.R. Satchler and W.G. Love, Phys. Reports 55 (1979) 183
- 13) M.E. Cage *et al.*, Nucl. Phys. A201 (1973) 418
- 14) G. Igo, Phys. Rev. 115 (1959) 1665
- 15) M.S. Hussein and K.W. McVoy, Prog. in Particle & Nucl. Phys. 12 (1984)
- 16) J. Knoll and R. Schaeffer, Ann. of Phys. 97 (1976) 307
- 17) R.G. Stokstad *et al.*, Phys. Rev. C20 (1979) 655
- 18) S. Kubono *et al.*, Phys. Lett. B127 (1983) 19
- 19) M.E. Brandan *et al.*, Phys. Rev. C34 (1986) 1484
- 20) M. Buenerd *et al.*, Nucl. Phys. A424 (1984) 313
- 21) M.El-Azab Farid and G.R. Satchler, Phys. Lett. B146 (1984) 389
- 22) G.R. Satchler, comunicación personal
- 23) A.M. Kobos *et al.*, Nucl. Phys. A487 (1988) 457
- 24) S. Kox *et al.*, Phys. Lett. B159 (1985) 15
- 25) C. Mahaux *et al.*, Nucl. Phys. A449 (1986) 134