370117

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE GUADALAJARA

INCORPORADA A LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA ELECTRICA

362 Ejem.

ANALISIS DE CONTROL AUTOMATICO EN CIRCUITOS ELECTRICOS.

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

P R E S E N T A

CARLOS RUBEN PRUNEDA DIBILDOX

GUADALAJARA, JAL. MAYO DE 1989

I N D I C E

CAPITULO 3.- *RESPUESTA A LA FRECUENCIA*

CAPITULO 4.- *COMPENSACION*

INTRODUCCION

El control esta presente en muchos aspectos de la vida del hombre, desde el confort en su casa, donde se tienen una serie de comodidades para simplificar su vida, hasta en el campo del desarrollo industrial. Esta es la parte en donde el ingeniero debe intervenir, y debido al gran desarrollo tecnológico de la industria y la aplicación del control, es una sumamente importante en la actualidad.

Como la ingenieria esta interesada en mejorar la vida del hombre, tiene que simplificar su trabajo logicamente y debido a que el ingeniero tiene contacto con:

procesos industriales y químicos

máquinas

problemas de tipo económico, social y ecológico

es necesario que aplique el control automático en las industrias para simplificar su funcionamiento.

EL ingeniero para poder analizar un problema que se le presente o un sistema a controlar, deberá conocer a fondo el proceso en el que se aplicará el control para poder representarlo mediante un modelo. Este será en la mayoría de los casos, un modelo matemático; estos modelos deben tener ciertas características deseables, económico, lo cual depende de la importancia del proceso a controlar, que no sea muy complejo, entre más exacto es un modelo mas complejo resultará por lo que se debe ver de manera simultanea la complejidad, y que su comportamiento sea lo mas semejante posible al comportamiento del sistema real procurando, obtener el punto óptimo entre los dos conceptos.

Un sistema de control visto desde una manera sencilla consta: de una entrada conocida, la cual puede ser modificada , el proceso. y una salida. Lo que nos interesa desde el punto de vista del control, es el proceso analizando la salida que se obtuvo y comparándola con la respuesta que esperabamos obtener .

En un sistema en donde se tiene retroalimentación. la respuesta obtenida se toma. se analiza, si es la respuesta esperada y si no lo es. se retroalimentará para modificar la salida con el fin de aproximarla a la respuesta deseada. la respuesta obtenida y la deseada variaran dentro de ciertos límites establecidos. esta tolerancia será determinada por el sistema de que se trate.

En los capítulos del uno al cuatro los problemas de control. serán; acomodar un conjunto de elementos eléctricos. Se analizarán sistemas eléctricos de primero y segundo orden. utilizando como herramientas para poder obtener el modelo que represente el sistema y su solución. las matemáticas. el analisis de circuitos eléctricos. y la transformada de Laplace. Se analizarán los circuitos con diferentes entradas y se obtendrá su respuesta a esa entrada; el tema de respuesta a la frecuancia es también importante así como el de compensación.

En todos los capítulos se da una breve exposición de los fundamentos de mayor importancia, se presentarán ejemplos resueltos para que se comprenda mejor la metodología que se usa en la solucion de los sistemas .

Las practicas que se desarrollarán, serán en base al equipo con que se cuenta en el laboratorio de electrónica, los conceptos teóricos que se presentan son sólo los conceptos más importantes de una manera condensada.

Las prácticas que en los siguientes capítulos se presentarán tendrán todos la estructura siguiente:

Capítulo:

- Conceptos adicionales

Práctica:

- Objetivo
- Analisis (ejemplos no numericos)
- Material a usar
- Desrrollo de la práctica
- Reporte
- Resultados
- Conclusiones.

ANTECEDENTES

El hombre desde tiempos remotos ya utilizaba mecanismos que ahora en la actualidad podemos distinguir que tenían principios de lo que se conoce como control automático. como ejemplo de esto se mencionan mecanismos usados en reguladores de nivel de agua por medio de flotadores. pero el avance del control. no es sino hasta que la revolución industrial tomó auge en Europa. nombres como James Watt, Drebbel, Papin forman parte de una etapa del control en la cual todo se hacia de manera apriori. sin una teoría que los respaldara.

Maxwell empieza a desarrollar una teoría de control y complementado con hombres como Hurwitz. Nyquist. Bode, los cuales son parte de los primeros pasos en el desarrollo del control.

Otra etapa que influyó a que se desarrollara el control fué la segunda guerra mundial. en donde los aparatos bélicos presentaban algun tipo de control; como pilotos automáticos en los aviones. dirección de proyectiles. antenas de radar. etc. Este tipo de problemas que se tenían eran mucho más complejos. esto condujo a tratar de resolver los problemas con ayuda de las matemáticas. de métodos que simplificaran el estudio como el de respuesta a la frecuencia y lugar geometrico de las raices; todo lo anterior se vió simplificado gracias a que las computadoras analógicas y digitales aparecieron como una gran ayuda al control. las cuales aparecen durante la década de los cincuentas.

Las bases teóricas de lo que conocemos como conrtol moderno se empiezan a desarrollar después de 1960.

En la actualidad el control moderno tiene una aplicación muy variada y con bases teóricas. Es aplicable en diferentes campos aparte de ingeniería como. ecología. economía. biología y es debido al gran desarrollo actual; se difunde en la industria como una parte inportante, como ejemplo podemos nombrar la automatización.

CAPITULO 1

SISTEMAS DE PRIMER ORDEN

CAPITULO 1

SISTEMAS DE PRIMER ORDEN

Conceptos adicionales

Los sistemas de control en circuitos eléctricos son una combinación de elementos eléctricos. Se pueden dividir los sistemas de control en retroalimentados y no retroalimentados. los que son interesantes desde el punto de vista de ingeniería son los retroalimentados, en donde lo que nos interesa es la salida del sistema la cual es comparada con la entrada con fines útiles en control. Otra forma de llamar a los sistemas retroalimentados es sistemas de ciclo cerrado. y a los sitemas no retroalimentados, como sistemas de ciclo abierto.

Las características que un sistema de control debe tener : Debe ser confiable dentro de ciertos límites fijados. debe ser exacto y el tiempo de respuesta debe ser adacuado según la aplicación del sistema del que se trate.

Para poder estudiar los sitemas de control, se necesita un modelo que represente el comportamiento de la manera más parecida al sistema real y que en éste caso es un modelo matemático, por lo que las matemáticas son de mucha utilidad para resolver los modelos matemáticos.la parte de las matemáticas que se utiliza es principalmente ecuaciones diferenciales y los metodos de solución de las ecuaciones para conocer el comportamiento del modelo matemático y por lo tanto el comportamiento del sistema.

En este capítulo utilizaremos las ecuaciones diferenciales de primer orden que tienen la forma:

Donde Ao y Bo son constantes

$$dx/dt + A_o\, x(t) = B_o\, r(t)$$

Si del circuito obtenemos una ecuación diferencial de primer orden, entonces el circuito analizado será un circuito de primer orden y como ejemplos de este tipo de circuitos, serán redes sencillas que aparte de una resistencia, incluya un capacitor o un inductor.

Otra de las herramientas que serán de utilidad, para poder encontrar el modelo matemático de los sistemas de control, son las leyes de Kirchhoff, por tratarse de sistemas de control en circuitos eléctricos.

Primera ley: En un nodo de una red la suma de las corrientes que entran al nodo, es igual a la suma de las corrientes que salen de el.

Segunda ley: En una malla la suma de las caídas y elevaciones de voltaje, es igual a cero.

Los elementos eléctricos que constituirán los sistemas de control, serán los más sencillos y los más comunes como resistencias, inductancias, capacitancias, fuentes de voltaje y fuentes de corriente; la relación de estos elementos y sus ecuaciones en relación con la corriente y el voltaje son:

Resistencia:

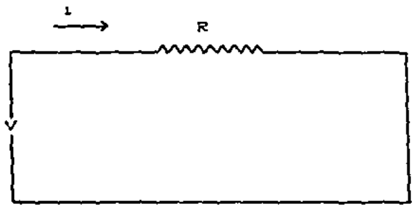
En la resistencia el voltaje es directamente proporcional a la corriente y la constante de proporcionalidad es la resistencia R.

Modelo matemático

$$V = i\,R$$

$$i = V/R$$

Simbolo.



Inductancia:

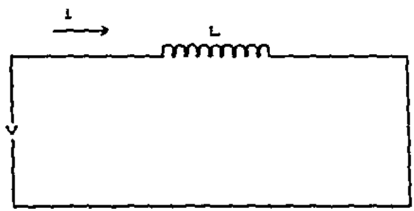
El voltaje es proporcional a la rapidez de cambio de la corriente que circula por la inductancia, con respecto al tiempo y la constante de proporcionalidad que se agrega, en el modelo matemático, es la inductancia L.

Modelo matemático

$$V = L\,di/dt$$

$$i = 1/L \int V\,dt$$

Simbolo



Capacitancia:

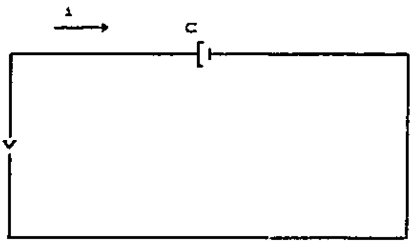
En la capacitancia tenemos un voltaje que con el tiempo varia y esta variación es proporcional a la corriente de conducción. Para obtener el modelo matemático la constante de proporcionalidad que se utiliza, es la capacitancia C.

Modelo matemático

$$V = 1/C \int i\,dt + Qo/C$$

$$i = C\, dv/dt$$

Símbolo



De los modelos matemáticos podemos interpretar que la inductancia se comporta como corto circuito para corriente directa y la capacitancia se comportará como circuito abierto para voltaje constante.

Estos modelos matemáticos y las relaciones mostradas nos servirán para poder establecer las ecuaciones diferenciales en los circuitos de las prácticas.

Otro tema que es importante dentro del estudio de sistemas de control, es el de función de transferencia que de una manera muy general, es la relación de la entrada y la salida, la cual describe el funcionamiento del sistema:la función de transferencia, no da información del comportamiento interior del sistema, ni de su estructura.

De una manera mas amplia, función de tranferencia G(s) es la relación de la transformada de Laplace, de la señal de salida Y(s), a la transformada de Laplace de la señal de entrada X(s), en un sistema lineal que no varie con el tiempo y con condiciones iniciales iguales a cero, la expresión matemática es

$$G(s) = Y(s) / X(s)$$

En este capítulo los sistemas no incluiran fuentes y la respuesta que se obtendrá se conoce como respuesta natural o componente de entrada cero, en donde la respuesta es invariablemente una función exponencial la cual es decreciente con el tiempo y esta respuesta alcanza un valor constante cuando el tiempo tiende a infinito.

PRACTICA # 1

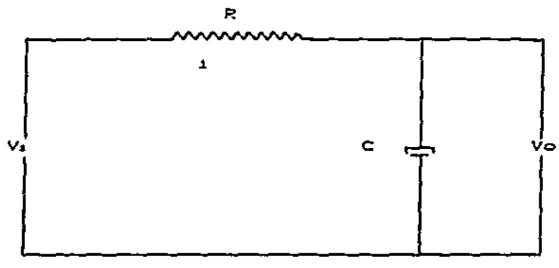
Objetivo:

En un sistema de primer órden se obtendrán tanto teóricamente como prácticamente la respuesta natural del sistema

Analisis:

En este capítulo los circuitos que se analizarán serán los más simples los que contendrán resistencias y capacitores como circuitos RC serie y R serie con RC paralelo, sin fuentes.

Ejemplo 1 Se considererá el circuito RC en serie de la figura (circuito de primer orden) :



El voltaje de entrada V_i es:

$$V_i = V_R + V_C \quad \text{pero} \quad V_R = i(t) * R \quad y \quad V_C = 1/C \int i(t)\, dt$$

Entonces

$$V_i = i(t) * R + 1/C \int i(t)\, dt$$

El voltaje de salida Vo es:

$$Vo = 1/C \int i(t)\, dt$$

Las transformadas de Laplace de las ecuaciones anteriores quedan así:

$$V_i(s) = I(s) * R + 1/SC * I(s) \quad y$$

$$Vo(s) = 1/SC * I(s).$$

Por lo que la función de transferencia será:

$$Vo(s) / V_i(s) = [\ I(s) * (1/SC)\ ] / [\ I(s) * (\ R + 1/SC)\ ]$$

Simplificando

$$Vo(s) / V_i(s) = [\ 1/SC\ ] / [\ R + 1/SC\ ]$$

Acomodando términos

$$Vo(s) / V_i(s) = 1 / [\ ST + 1\ ] \qquad donde \quad T = RC$$

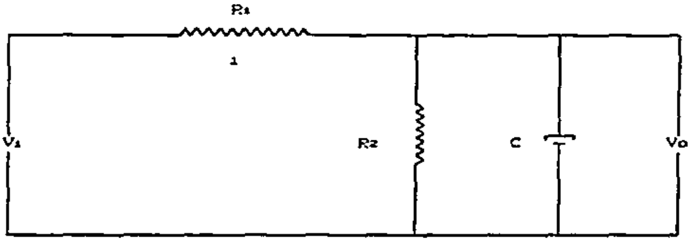
Reacomodando

$$Vo(s) / V_i(s) = [\ 1/RC\ ] / [\ S + 1/RC\ ]$$

Si suponemos la entrada impulso unitario, entonces $V_i(s) = 1$ y aplicando la transformada inversa tenemos:

$$Vo(t) = 1/RC * e^{-t/RC}$$

Ejemplo 2 el circuito a analizar es el RC (circuito de primer orden) de la siguiente figura :



Planteando ecuaciones de malla:

El voltaje de entrada V_i es (malla 1):

$V_i = V_{R1} + V_{R2}$ pero $V_{R1} = i_1(t) * R_1$ y $V_{R2} = R_2 * (i_1(t) - i_2(t))$

Entonces

$$V_i = i_1(t) * (R_1 + R_2) - i_2(t) * R_2$$

En la malla 2

$$0 = -i_1(t) * R_2 + i_2(t) * R_2 + 1/C \int i_2 \, dt$$

Y el voltaje de salida Vo es:

$$V_o = 1/C \int i_2 \, dt$$

La transformada de Laplace de las ecuaciones anteriores quedan de la siguiente manera:

$V_1(s) = I_1(s) * (R_1 + R_2) - I_2(s) * R_2$

$0 = -I_1(s) * R_2 + I_2 * (R_2 + 1/SC)$ y

$Vo(s) = I_2(s) * 1/SC$ (1)

Si resolvemos el sistema para I_2 tenemos:

$I_2(s) = V_1 / [(1 + 1/R_2SC) * (R_1+R_2) - (R_2+1/SC)]$

Sustituyendo $I_2(s)$ en la ecuación (1) y obteniendo la función de transferencia obtenemos:

$Vo(s)/V_1(s) = (1/SC)/[(1 + 1/R_2SC)*(R_1+R_2) - R_2 - 1/SC]$

Simplificando

$Vo(s) / V_1(s) = [t_1] / [ST + 1]$ donde:

$t_1 = R_2 / [R_1 + R_2]$ y $T = R_1R_2C / (R_1 + R_2)$

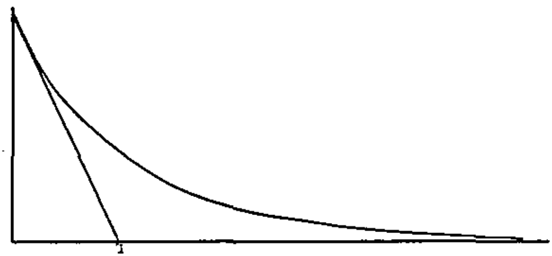
Si suponemos la entrada impulso unitario, entonces $V_1(s) = 1$ y aplicando la transformada inversa tenemos:

$$Vo(t) = t_1/T * e^{-t/T}$$

En los dos circuitos interviene la función exponencial para relaciones iguales de RL en un mismo circuito la curva no cambiará.

La constante de tiempo T en el circuito RC es $T = RC$ y en el R serie con RC paralelo es $T = R_1R_2C / (R_1+R_2)$. Esta constante es igual al tiempo necesario para que la respuesta caiga a cero si decayera con la pendiente inicial.

Función exponencial decreciente



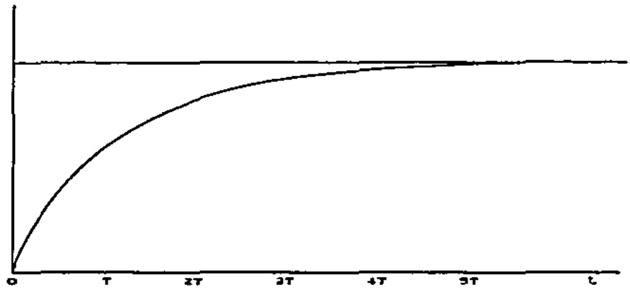
Si en los sistemas de primer orden, la entrada es la función escalón unitario, $V_i(s) = 1/S$ entonces la respuesta será:

$$Vo(s) = [A/ (TS+1)]* 1/S$$

Como los dos ejemplos tienen la función de transferencia de la misma forma, quedan representados por la misma forma de Vo(t).

$$Vo(t) = A [1 - e^{-t/T}]$$

La gráfica de Vo(t) es la siguiente:



Dependiendo del valor que tenga T, sera la rapidez con la que la exponencial crezca, entre más pequeña sea, más rápido se incrementará.

A T se le conoce como constante de tiempo y en una constante de tiempo la función exponencial alcanza el 63.2 % del valor final, en dos constantes de tiempo la respuesta será del 86.5 % del valor final, despues de cuatro constantes de tiempo la respuesta estará dentro del 2 % de valor final.

Material:

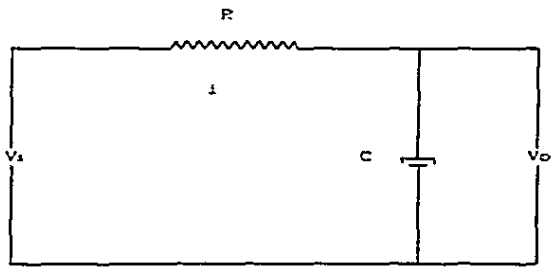
- 1 Proto
- Resistencia de 1000 Ω
- Capacitancia de .1 μf
- Potenciómetros de 5 KΩ y de 25 KΩ
- Osciloscopio y puntas
- Oscilador y puntas
- Alambres de conexion

Desarrollo:

Parte 1

Arme el circuito que acontinuación se muestra en la figura:

Circuito RC en serie (circuito de primer orden)
R = 1000 Ω y C = .1 μf



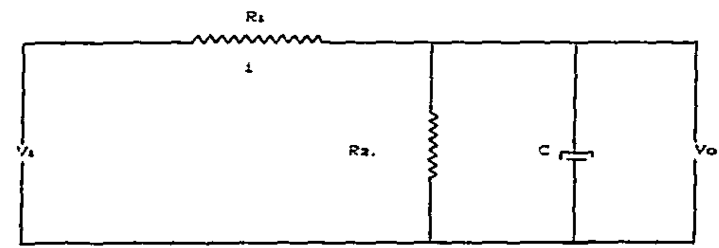
1.- Alimente el circuito con el generador (oscilador) de onda cuadrada utilizando una frecuencia fija (frecuencia baja).

2.- Conecte al circuito un canal del osciloscopio para observar la señal de respuesta, Vo y grafíquela .se utiliza una frecuancia muy baja y el tiempo del osciloscopio también será bajo, para poder obsevar la exponenecial de una manera clara.

3.- Cambie la resistencia por el potenciómetro y observe el cambio de la respuesta al incrementar o disminuir la resistencia . para observar incremente el tiempo en el osciloscopio.

4.- repita los puntos 1 y 2 para el siguiente circuito.

EL circuito es R serie con RC paralelo(circuito de primer orden): R_1 = 2100 Ω. C = .1 μF y R_2 = 1000 Ω



Reporte:

1.- Obtenga la función de transferencia de los circuitos RC y R serie con RC paralelo de la práctica. ____________________

____

____

2.- Obtenga la respuesta de los sistemas a la función escalón unitario, utilizando la función de transferencia del punto anterior.

____

____

3.- Grafique lo que obtubo en el punto 2 de la práctica.

4.- Grafique lo observado en el punto numero 3 de la práctica.

5.- Explique cómo interviene la constante de tiempo " T " en la respuesta de los sistemas analizados. ____________________

____

____

____

Resultados:

1.- Obtenga la función de transferencia de los circuitos RC y R serie con RC paralelo de la práctica.

Respuesta:

Circuito RC serie

$G(s) = 1 / (ST + 1)$ $T = RC$

Para entrada impulso unitario $V_i(s) = 1$

$Vo(t) = [1/T] * e^{-t/T}$ 2

Circuito R serie con RC paralelo

$G(s) = A/(ST + 1)$ $A = R_2/[R_1 + R_2]$ y $T = R_1R_2C/(R_1+R_2)$

$G(t) = [A/T] * e^{-t/T}$

2.- Obtenga la respuesta de los sistemas a la función escalón unitario. utilizando la función de transferencia del punto anterior.

Respuesta:

Circuito RC serie

$Vo(s) = 1/S - T/[ST + 1]$ y $Vo(t) = 1 - e^{-t/T}$ $T = RC$

Circuito R serie con RC paralelo

$Vo(s) = A/S - AT/[ST + 1]$ y $Vo(t) = A * (1 - e^{-t/T})$ donde

$A = R_2/[R_1 + R_2]$ y $T = R_1R_2C/(R_1+R_2)$

3.- Gráficas obtenidas en el punto 2 de la práctica.

Respuesta:

Circuito RC serie

Gráfica 1.1

Circuitos R serie con RC paralelo

Gráfica 1.2

4.- Grafique y explique lo observado en el punto numero 3 de la práctica.

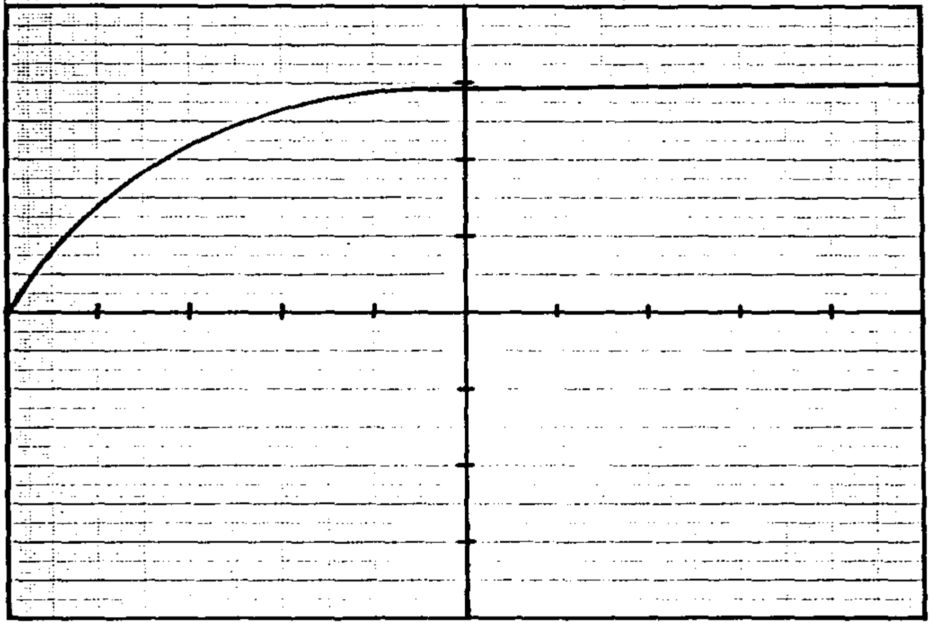
Respuesta:

Gráfica 1.3

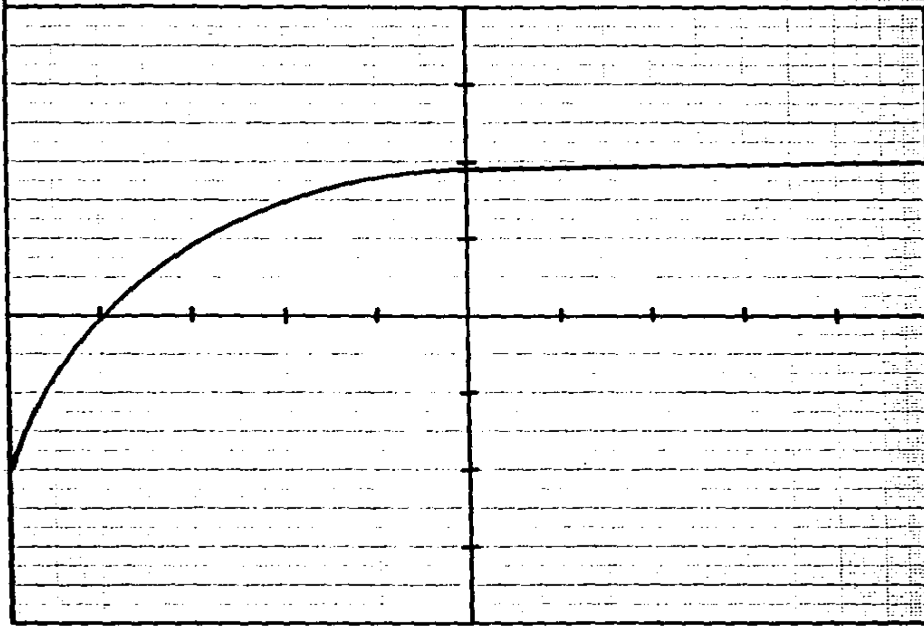
5.- Explique como interviene la constante de tiempo " T " en la respuesta de los sistemas analizados.

Respuesta:

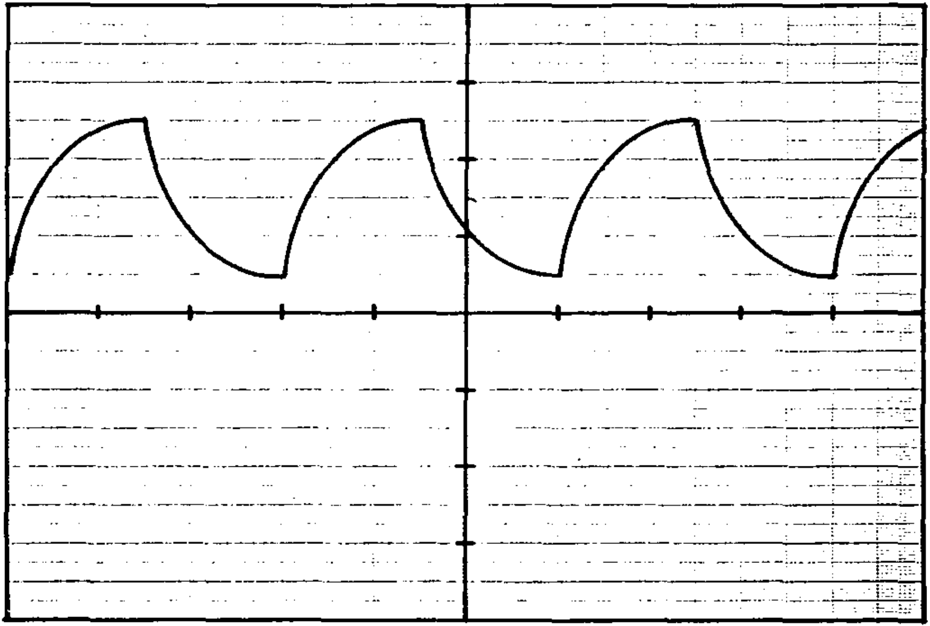
La constante de tiempo T depende del valor de los elementos que forman el sistema y entre más pequeña sea este valor, la respuesta del sistema será más rápida.



GRAFICA 1.1



GRAFICA 1.2



GRAFICA 1.3

CONCLUSION

En este primer capítulo, se presentan conceptos teóricos que no sólo se utilizaron para la realización de éste capítulo, sino que se utilizarán en la mayoria de los capítulos.

Algunos de estos conceptos básicos son: características de los sistemas de control en circuitos eléctricos, leyes de Kirchhoff, los elementos eléctricos más sencillos y usuales como resistencias, capacitancias e inductancias; así como sus ecuaciones en relación con el voltaje y la corriente, ecuaciones diferenciales (de primer orden) y la función de transferencia.

Se presentaron dos ejemplos de circuitos RC, en dichos circuitos pusimos especial interés en su respuesta a la entrada " función escalón unitario ", ésta respuesta en los dos casos fue una exponencial creciente, como lo podemos observar en las gráficas 1.1, 1.2, y 1.3 .

Este circuito RC serie será utilizado en el capítulo 4 como compensador del amplificador operacional.

CAPITULO 2

SISTEMAS DE SEGUNDO ORDEN

SISTEMAS DE SEGUNDO ORDEN

Conceptos adicionales

En los circuitos de primer orden teníamos una resistencia y una capacitancia o una resistencia y una inductancia. sus análisis eran relativamente sencillos, pero si en un mismo circuito se tienen resistencias, inductancias y capacitancias, se tendrá un sistema de segundo orden por lo menos. Analizaremos sólo los sistemas de segundo orden.

Los sitemas de segundo orden tienen como modelo matemático las ecuaciones diferenciales de segundo orden de la forma:

$$d\,x/\,dt + A_1\,dx/dt + A_o\,x(t) = B_o\,g(x)$$

Cuando en un circuito eléctrico se tienen inductancias y capacitancias presentes, entonces la solución de un circuito, en el cual no se modifique el arreglo de los elementos que lo forman, presentará opciones en su respuesta, dependiendo de el valor que tengan: resistencia, inductancia y capacitancia .

Estas opciones de respuesta en los sistemas de segundo orden estan relacionadas con la respuesta natural del sistema. Estas opciones de las raices características del sistema se pueden clasificar dentro de tres grupos de condiciones:

Grupo 1 : Raices reales y distintas; en este caso la respuesta natural se le denomina Sobre amortiguada.

Grupo 2 : Raices reales e iguales : cuando se presenten estas características la respuesta natural será. Críticamente amortiguada.

grupo 3 : Raices complejas conjugadas, en el que la respuesta natural es subamortiguada.

Otra manera de expresar lo anterior es usando el polinomio característico de los sistemas de segundo orden:

$$S^2 + A1\ S + Ao$$

Del cual podemos obtener otro polinomio en función de la frecuencia natural no amortiguada ω_n y de la relación de amortiguamiento ζ y el polinomio será:

$$S^2 + 2\ \zeta\ \omega n\ \ S + \omega n^2$$

Dependiendo de el valor de ζ se pueden clasificar las raices características en cuatro prupos:

1.- $\zeta > 1$ Sobreamortiguada

2.- $\zeta = 1$ Criticamente amortiguada

3.- $0 < \zeta < 1$ Subamortiguada

4.- $\zeta = 0$ No amortiguada

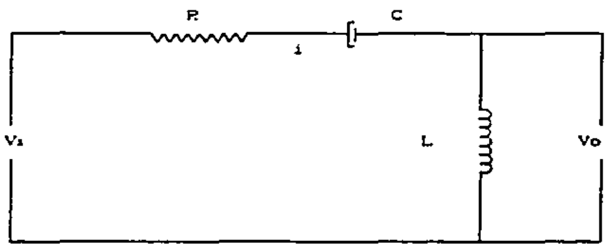
PRACTICA # 2

Objetivo:

Obtener en circuitos de segundo orden, la respuesta al impulso unitario de dos maneras: terica y práctica.

Análisis:

Ejemplo 1. Se considerará el circuito R C L (circuito de segundo orden) de la siguiente figura:



El voltaje de entrada V_i es:

$$V_i = V_R + V_C + V_L$$

Pero $V_C = 1/C \int i(t)\, dt$, $V_R = i(t) * R$ y $V_L = L\, di/dt$

Entonces

$$V_i = i(t) * R + 1/C \int i(t)\, dt + L * di/dt$$

EL voltaje de salida Vo es:

$$V_o = L * di/dt$$

La transformada de Laplace de las ecuaciones es:

$$V_i(s) = I(s) * R + 1/SC * I(s) + LS * I(s) \qquad y$$

$$V_o(s) = LS * I(s)$$

La función de transferencia es:

$$G(s) = V_o(s)/V_i(s) = [I(s) * LS]/[I(s) * (R + 1/SC + LS)]$$

Simplificando:

$$G(s) = LS / (R + 1/SC + LS)$$

Acomodando términos

$$G(s) = [S^2 (LC)] / [S^2 (LC) + S (RC) + 1]$$

El polinomio característico del circuito es :

$$S^2 (LC) + S (RC) + 1$$

Las raices del polinomio son:

$$S_1 = [-RC + \sqrt{R^2 C^2 - 4LC}] / [2LC] \qquad y$$

$$S_2 = [-RC - \sqrt{R^2 C^2 - 4LC}] / [2LC]$$

Cuando $R^2 C^2 - 4 L C > 0$ El sistema es sobreamortiguado $G(s)$ queda de la forma:

$$G(s) = S^2 LC / (S - S_1)(S - S_2)$$ En donde S_1 y S_2 son reales y diferentes. Acomodando $G(s)$ queda:

$$G(s) = LC + [LC (S_1 + S_2) * S - LC S_1S_2]/[(S - S_1)(S - S_2)]$$

Usando fracciones parciales:

$$G(s) = LC + A / (S - S_1) + B / (S - S_2) \text{ donde}$$

$$A = S_1^2 LC / (S_1 - S_2) \quad y \quad B = S_2^2 LC / (S_2 - S_1)$$

Pero si suponemos la entrada impulso unitario entonces $V_i(s)=1$ y aplicamos la transformada inversa tenemos:

$$Vo(t) = A e^{S_1 t} + B e^{S_2 t} + LC\, \delta(t)$$

Cuando $R^2 C^2 - 4 L C = 0$ EL sistema es críticamente amortiguado y $G(s)$ queda de la forma:

$$G(s) = S^2 LC / (S - S_1)^2$$ en donde $S_1 = S_2$ y S_1 es real

Acomodando $G(s)$ queda:

$$G(s) = LC + [2S_1LC * S + LC S_1^2]/ [S - S_1]^2$$

Usando fracciones parciales

$$G(s) = LC + A / (S - S_1) + B / (S - S_1)^2 \text{ donde}$$

$$A = 2S_1LC \quad y \quad B = 3S_1^2 LC$$

Si suponemos la entrada impulso unitario entonces $V_1(s) = 1$ y aplicando la transformada inversa queda:

$$G(t) = A\, e^{S_1 t} + B\, t\, e^{S_1 t} + LC\, \delta(t)$$

Cuando $R^2 C^2 - 4LC < 0$ El sistema es subamortiguado

Las raices del polinomio característico son complejas conjugadas de la forma:

$$S_1 = a + jw \quad y$$

$$S_2 = a - jw$$

Tenemos que $G(s)$ es:

$$G(s) = S^2 LC / (S - S_1)(S - S_2)$$

Pero acomodándolo es:

$$G(s) = LC + [A * S - B]/[(S - S_1)(S - S_2)]$$ donde:

$$A = LC (S_1 + S_2) \quad y \quad B = LC\, S_1 S_2$$

$G(s)$ queda de la forma:

$$G(s) = LC + [A * S - B] / (S - a - jw)(S - a + jw)$$

Simplificando y acomodando términos:

$$G(s) = LC + A [S - B/A] / (S + a)^2 + w^2$$

Sumando y restando "a" en el numerador y dividiendo término a término obtenemos:

$$G(s) = LC + ([S + a]/(S + a)^2 + w^2) - ([B/A + a]/(S + a)^2 + w^2)$$

Si suponemos la entrada impulso unitario entonces $V_i(s) = 1$ y aplicando la transformada inversa

$$Vo(t) = LC\, \delta(t) + Ae^{-at} * (\cos w - [(B/A + a)/ w] * \mathrm{sen}\, w)$$

La otra manera menciona anteriormente es usando el polinomio característico:

$$S^2 + S\, R/L + 1/LC$$

Relacionando el polinomio anterior con los términos frecuencia natural no amortiguada "ωn" y la relación de amortiguamiento " ζ " obtenemos la siguiente igualdad:

$$S^2 + S\, R/L + 1/LC = S^2 + 2\zeta\omega n\, S + \omega n^2$$

De donde:

$$\omega n = 1 / \sqrt{LC} \qquad y$$

$$\zeta = [R * \sqrt{LC}] / 2L$$

Y como se mencionó anteriormente dependiendo del valor que tenga ζ será el comportamiento de la respuesta del sistema: sobreamortiguada para $\zeta > 1$, criticamente amortiguada para $\zeta = 1$ y subamortiguada cuando $0 < \zeta < 1$.

Material:

1 Proto

Resistencia de: 1100 Ω

Capacitancias de: .1 μf y .001 μf

Inductancia de: 2200 μ H

Potenciómetro de: 1000 Ω

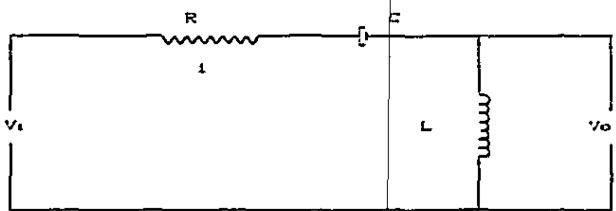
Osciloscopio y puntas

Oscilador y puntas

Alambres de conexión

Desarrollo:

Arme el circuito R C L (circuito de segundo orden) de la siguiente figura (con los valores dados en el punto 1) :



1.- Los valores para el primer circuito son:

R = 300 Ω (use el potenciometro de 1 KΩ)
C = .1 μf
L = 2.290 μH

2.- Conecte un canal del osciloscopio, observando el voltaje de salida Vo.

3.- Alimente el circuito con el generador de onda cuadrada manteniendo una frecuencia fija. Observe la gráfica obtenida en el osciloscopio, con el tiempo muy bajo.

4.- Arme el mismo circuito, con los siguientes valores de los elementos:

R = 1.100 Ω

C = .1 μf

L = 2.290 μH

5.- Repita los pasos 2 y 3

6.- arme el circuito con los siguientes valores:

R = 1.100 Ω

C = .001 μf

L = 2.290 μH

7.- Repita los pasos 2 y 3

Reporte:

1.- Obtenga la función de transferencia del circuito de la práctica (en funcion de R , C y L):

2.- Con el polinomio característico del sistema obtenga: ζ y ω_n. (en funcion de R , C y L).

3.- Obtenga valores de R, C y L que hagan al sistema: sobreamortiguado, criticamente amortiguado y subamortiguado. (valores diferentes a los de la práctica).

4.- De una breve explicación, de los tres casos que se pueden presentan en la respuesta, de los sistemas de segundo orden.

5.- Grafique lo que observó en los puntos 3, 5 y 7 de la práctica, en cada caso obtenga ζ y mencione que tipo de sistema es.

Resultados:

1.- Obtenga la función de transferencia del circuito de la práctica (en función de R , C y L).

Respuesta:

$$G(s) = [\ S^2\ ]\ /\ [\ S^2 + S\ (\ R/L\ ) + 1/LC\ ]$$

2.- Con el polinomio característico del sistema obtenga: ζ y ω_n. (en función de R , C y L).

Respuesta:

El polinomio característico es: $S^2 + S\ (\ R/L\ ) + 1/LC$

por lo que:

$$\omega_n = 1\ /\ \sqrt{LC} \qquad y$$

$$\zeta = [\ R * \sqrt{LC}\ ]\ /\ 2L$$

3.- Obtenga valores de R, C y L que hagan al sistema: sobreamortiguado, criticamente amortiguado y subamortiguado. (valores diferentes a los de la práctica).

Respuesta:

R = 100 Ω, C = 5 μf y L = 1160 μH; ζ = 3.28 sobreamortiguado

R =445 Ω, C =.1 μf y L =4900 μH; ζ=1.01 criticamente amortiguado

R = 10 Ω , C = 1 μf y L = 170 μH; ζ = .38 subamortiguado

4.- De una breve explicación, de los tres casos que se presentan en la respuesta, de los sistemas de segundo orden.

Respuesta:

Cuando el sistema es sobreamortiguado, implica que $\zeta > 1$ y en este caso las raices del polinomio característico, serán reales y distintas. Si el sistema es criticamente amortiguado entonces $\zeta = 1$, y las raices son reales e iguales. Si es subamortiguado entonces obtenemos raices complejas conjugadas.

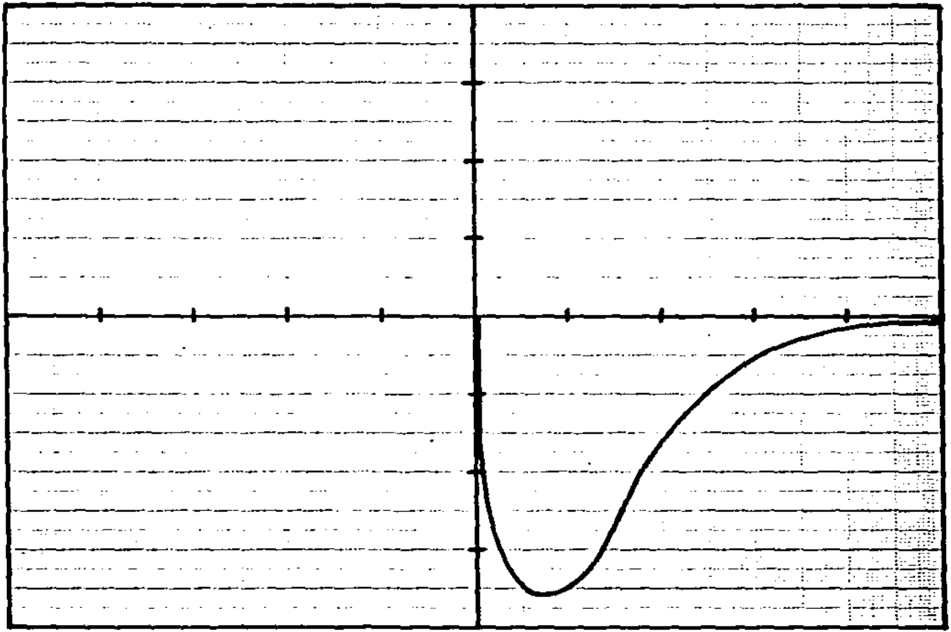
5.- Grafique lo que observó en los puntos 3, 5 y 7 de la práctica.

Respuesta:

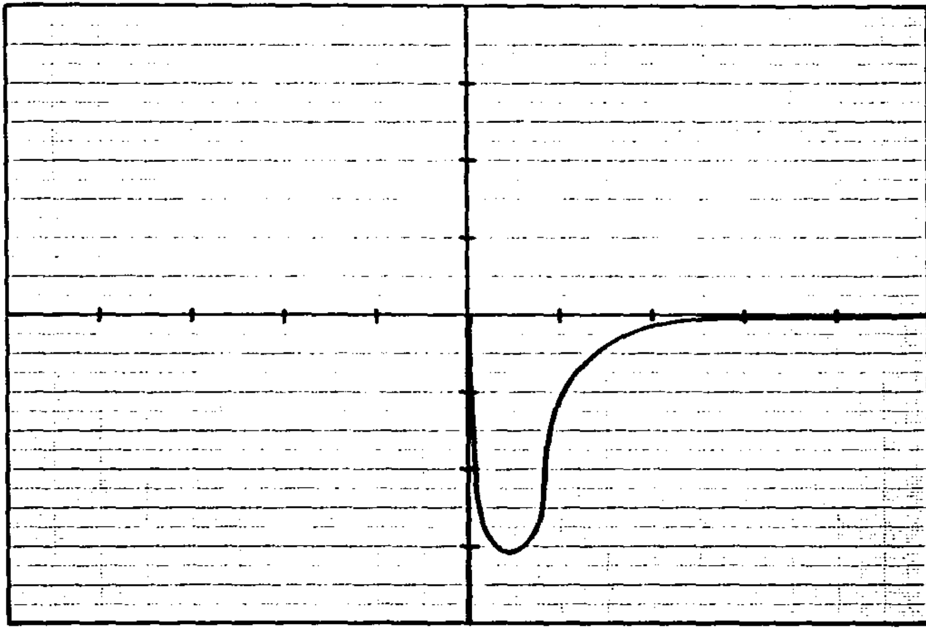
$\zeta = .99$, por lo tanto es un sistema sobreamortiguado.
Gráfica 2.1

$\zeta = 3.83$ y es un sistema criticamente amortiguado:
Gráfica 2.2

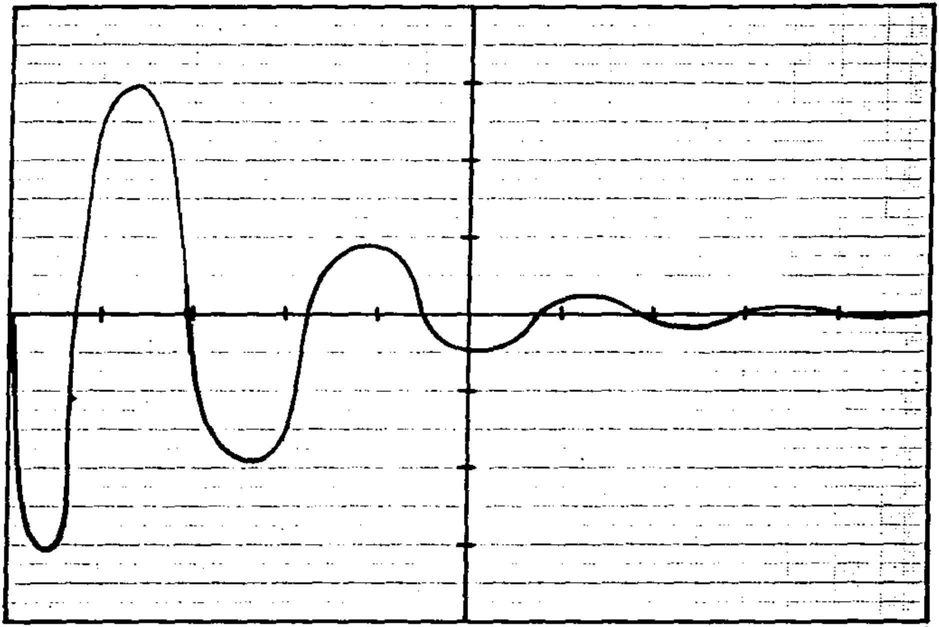
$\zeta = .38$, este es un sistema subamortiguado:
Gráfica 2.3



GRAFICA 2.1



GRAFICA 2.2



GRAFICA 2.3

CONCLUSION

En el segundo capítulo se usa parte de los conceptos teóricos del primer capítulo, pero se añaden conceptos como: frecuencia natural no amortiguada y relación de amortiguamiento.

Los circuitos que se analizaron aquí, son de segundo orden, por lo que la respuesta de estos sistemas se clasificarón dentro de cuatro grupos: sobreamortiguada, criticamente amortiguada, subamortiguada y no amortiguada.(esta última no se analizó) y éstas respuestas las observamos en las gráficas 2.1 (sobreamortiguada), 2.2 (Criticamente amortiguada) y 2.3 (subamortiguada).

Para tener un sistema de segundo orden o de mayor orden necesitamos que estén presentes en el mismo circuito resistencias, inductancias y capacitancias. El circuito analizado en la práctica fue RCL serie.

C A P I T U L O   3

R E S P U E S T A   A   L A   F R E C U E N C I A

CAPITULO 3

RESPUESTA A LA FRECUENCIA

CONCEPTOS ADICIONALES

Un método que presenta ciertas ventajas en el diseño y análisis de un sistema de control, es el método de respuesta a la frecuencia. Las ventajas que el método presenta, son las siguientes:

-Los resultados obtenidos en un modelo matemático por el metodo de respuesta a la frecuancia, son muy confiables debido a que las mediciones son simples y con equipo de medición preciso, se puede tener exactitud.

-Es muy fácil encontrar la señal de entrada sinusoidal en diferentes rangos de frecuencia, por medio de generadores de señal sinusoidal los cuales son muy comunes.

-Si el sistema a analizar es muy complejo, no afecta de una manera drástica en el análisis por el método de respuesta a la frecuncia.

En los dos capítulos anteriores los análisis a los circuitos se realizaron en base a la variable S y en este capítulo se utilizará una señal sinusoide como entrada, por lo que la variable sera $j\omega$.

Entenderemos la expresión "respuesta a la frecuencia" cuando a un sistema estacionario lo alimentemos con una señal de entrada con forma sinusoidal, en la cual su amplitud permanecerá estable y lo que se variará dentro de ciertos límites; (los cuales son establecidos por la naturaleza del sistema) será la frecuencia.

Nos interesa observar el comportamiento que tiene la salida y la entrada, en cuanto a su defasamiento y la relación de magnitudes de salida/ entrada. A la relación de la salida y la entrada, se le conoce como relación de magnitud, y al defasamiento, como ángulo de fase.

Una parte importante son los diagramas logarítmicos los cuales se conocen como diagramas de Bode, en estos se grafican las dos partes de la función de transferencia del sistema : una parte es el diagrama logarítmico de la magnitud en función de la frecuencia, y la otra, es el diagrama del ángulo de fase también en función de la frecuencia.

La representación de la magnitud, es en el eje vertical, endonde lo que se gráfica es 20 log $| G(jw) |$. La unidad que se usa en este eje es el decibelio, se representa por db y se define como:

Una onda que tiene una intensidad de 10^{-9} ergios por segundo y por centímetro cuadrado tiene 0 db y por lo tanto un decibelio es una onda diez veces mayor. En el eje horizontal se representan las frecuencias.

Practica # 3

Objetivo:

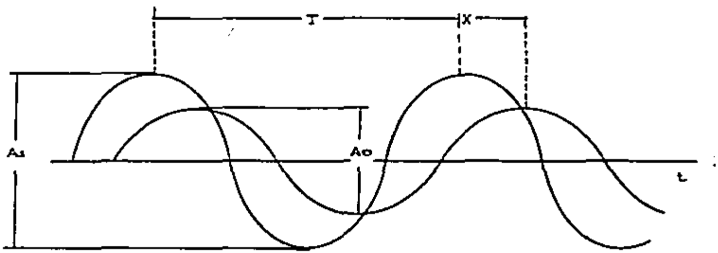
Analizar la respuesta de sistemas reales, cuando se excitan con una senal sinusoidal, la cual tiene amplitud constante y frecuencia variable.

Análisis:

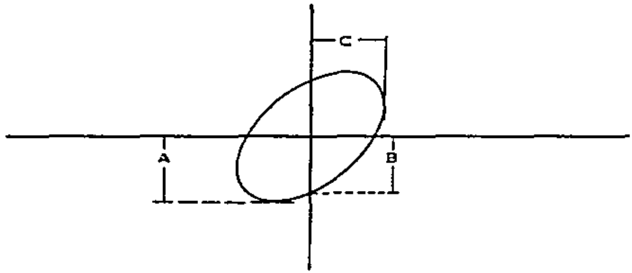
Al analizar un sistema por el método de respuesta a la frecuencia, determinaremos la relación de amplitudes (salida / entrada) y el ángulo de defasamiento para diferentes valores, de la frecuencia de una señal senoidal con amplitud constante, que se utilizará como entrada del sistema.

Se emplerarán dos formas de obtener los valores mencionados:

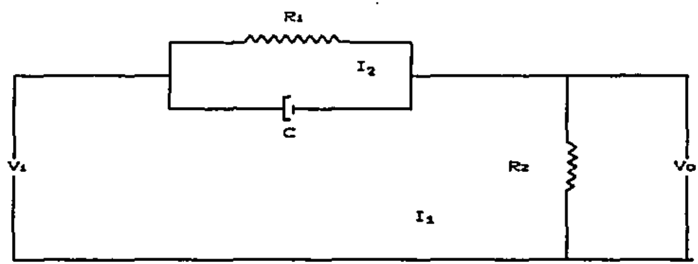
Forma 1 : Se fijarán en el osciloscopio la señal de entrada y la señal de salida, sincronizándolas y observando los valores mostrados en la siguiente figura:



Forma 2 : Se tomarán los valores que aparecen en la figura de Lissajous:



Ejemplo 2   Se considerará el circuito RC de la siguiente figura:



Planteando ecuaciones de malla:

EL voltaje de entrada V_1 es (Malla 1) :

$V_1 = V_c + V_{R2}$ en donde

$V_c = 1/C \int (i_1 - i_2) dt$ y $V_{R2} = i_1(t) * R_2$

Sustituyendo

$V_1 = 1/C \int (i_1 - i_2) dt + i_1(t) * R_2$

En la malla 2

$0 = 1/C \int (i_2 - i_1) dt + i_2(t) * R_1$

y el voltaje de salida es

$V_o = R_2 * i_1(t)$

Aplicando la transformada de Laplace de las ecuaciones anteriores obtenemos:

$V_1(s) = 1/CS [I_1(s) - I_2(s)] + I_1(s) * R_2$

$0 = 1/CS [I_2(s) - I_1(s)] + R_1 * I_2(s)$ y

$V_o(s) = R_2 * I_1(s)$ (1)

Resolviendo el sistema de ecuaciones para I_1 tenemos:

$I_1(s) = V_1 [1 + R_1CS] / [R_1 + R_2 + R_1R_2 CS]$

Sustituyendo $I_1(s)$ en (1) y obteniendo la función de transferencia tenemos

$$G(s) = V_o/V_i = [\ R_2 + R_1R_2\ CS\ ]\ /\ [\ R_1 + R_2 + R_1R_2\ CS\ ]$$

Simplificando

$$G(s) = A\ [\ (\ 1 + S\ P_1\ )\ /\ (\ 1 + S\ P_2\ )\ ]$$ donde

$$A = R_2\ /\ (\ R_1 + R_2\ ) \qquad P_1 = R_1C \qquad y \qquad P_2 = A\ P_1$$

Suponiendo $S = j\ w$ obtenemos:

$$G(s) = A\ [\ (\ 1 + jw\ P_1\ )\ /\ (\ 1 + jw\ P_2\ )\ ]$$

Utilizarémos el diagrama de bode que consta de dos gráficas una es el diagrama logarítmico de la magnitud de la función de transferencia y el otro es el diagrama del ángulo de fase. Se grafican en función de la frecuencia.

Material:

Un Proto

Resistencia de 1000 Ω

Potenciómetro de 500 Ω

Capacitancia de 10 μf

Osciloscopio y puntas

Oscilador y puntas

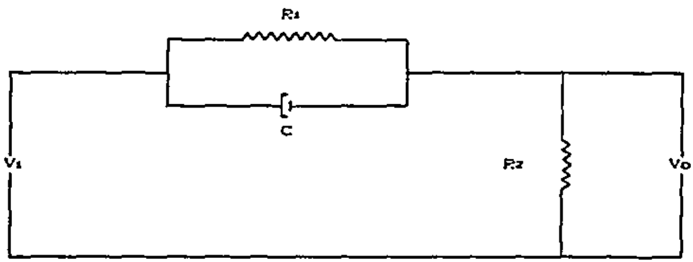
Alambres de conexión

Hojas Semilogarítmicas

Desarrollo:

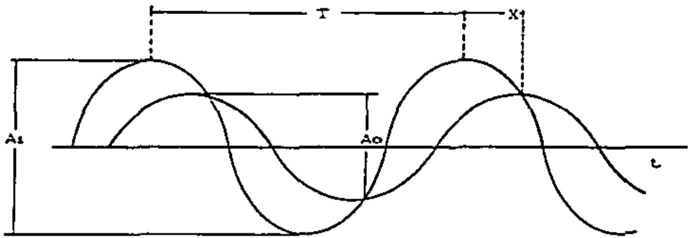
Arme el circuito que se muestra en la figura:

$R_1 = 1000\ \Omega$ $R_2 = 465\ \Omega$ y $C = 10\ \mu f$



1.- Alimente el circuito con el generador (oscilador) de onda senoidal, conecte al circuito un canal del osciloscopio en la entrada y el otro en la salida.

2.- Sincronice las ondas de entrada y salida y mida los valores de V_o, V_i y el defasamiento de las ondas de la siguiente manera:



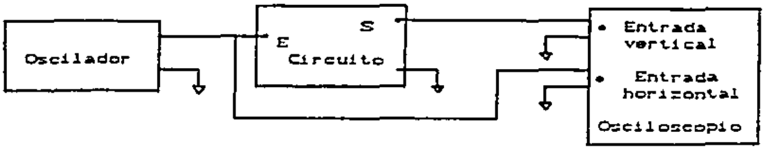
En donde la relación de amplitudes es : $G = A_o / A_i$

y el ángulo de defasamiento es $\theta = 360 * X / T$

Con los valores obtenidos llene la tabla 3.1

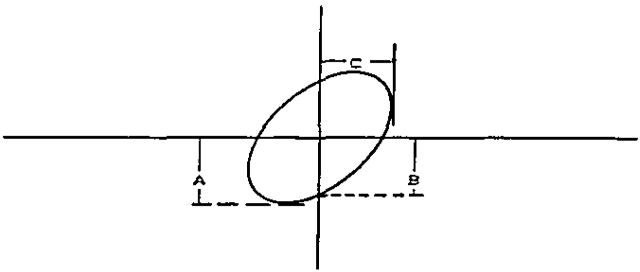
3.- Con el mismo circuito pero conectándolo de la siguiente manera:

E = entrada y S = salida



Al conectar de esta manera obtendremos la figura 3.1 de Lissajous, de donde obtendremos los siguientes valores A, B y C llene la tabla 3.2 con estos valores.

Fig. 3.1



En donde la relación de amplitudes es : $G = A / C$

y el ángulo de defasamiento es : $\theta = \text{Sen}^{-1} (B / A)$

Reporte:

1.- Obtenga la función de transferencia del circuito analizado en función de la frecuencia G(jw). ______________________

____

2.- Llene la siguiente tabla con los valores obtenidos en el punto 1 de la práctica. los valores calculados obténgalos de la función de transferencia

Tabla 3.1

Valores obtenidos en la práctica					Valores calculados	
f	V	V	| G |	θ	| G(jw) |	θ
13						
22						
45						
90						
200						
5,000						
30,000						
400,000						

3.- Explique de manera breve el método de respuesta a la frecuencia. ______________________

____

____

____

4.- con los datos obtenidos en el punto 2 de la práctica llene la siguiente tabla:

Tabla 3.2

f	A	B	C	G	θ
13					
22					
45					
90					
200					
5.000					
30.000					
400.000					

5.- Compare los resultados de las tablas 3.1 y 3.2 . obtenga sus conclusiones ____

____

____

____

6.- obtenga el diagrama de Bode (magnitud y angulo) teoricamente utilizando la función de transferencia G(s).

7.- Con los datos obtenidos en la tabla 3.2 haga el diagrama de Bode (magnitud y ángulo) .

Resultados:

1.- Obtenga la función de transferencia del circuito analizado en función de la frecuencia G(jw).

Respuesta:

$$G(jw) = A \, [\, (1 + jw P_1) \, / \, (1 + jw P_2) \,] \quad \text{donde}$$

$$A = R_2 \, / \, [\, R_1 + R_2 \,] \, , \; P_1 = R_1 C \quad y \quad P_2 = A P_1$$

2.- Llene la siguiente tabla con los valores obtenidos en el punto 1 de la práctica. los valores calculados obténgalos de la función de transferencia

Tabla 3.1

Valores obtenidos en la práctica					Valores calculados	
f	V	V	| G |	θ	| G(jw) |	θ
13	12	6	.5	26.3	.4	24.71
22	12	7	.583	32	.5	30.42
45	10	8	.8	22.6	.71	28.61
90	9	8.5	.944	16.3	.89	19.09
200	9	8.5	.944	6.1	.97	9.52
5,000	9	8.5	.944	1	.99	.5
30,000	9	8.5	.944	.2	.999	.065
400,000	8	8	1	0	.9998	.0049

3.- Explique de manera breve el método de respuesta a la frecuencia.

Respuesta: La respuesta a la frecuencia es la respuesta de un sistema que tenga una entrada senoidal única, en donde la señal de salida de un sistema lineal difiere de la entrada sólo en el ángulo de fase y en magnitud.

4.- con los datos obtenidos en el punto 2 de la práctica llene la siguiente tabla:

Tabla 3.2

f	A	B	C	G	θ
13	1.3	.6	2.5	.52	27.49
22	1.6	.8	2.8	.57	30.00
45	1.85	.7	2.3	.804	22.23
90	2	.5	2.1	.95	14.48
200	2	.2	2.1	.95	5.74
5,000	2	0	2.1	.95	0.00
30,000	2	0	2.1	.95	0.00
400,000	1.9	.08	1.8	1.06	2.00

5.- Compare los resultados de las tablas 3.1 y 3.2 . obtenga sus concluciones.

Respuesta: Los resultados de las dos tablas son muy parecidos por lo que se puede suponer que los dos métodos se aplicaron de manera correcta, la pequeña diferencia que se tiene es debido a que las mediciones en el osciloscopio pueden tener error en la observación.

6.- obtenga el diagrama de Bode (magnitud y ángulo) teoricamente utilizando los valores calculados de la tabla 3.1

Respuesta:

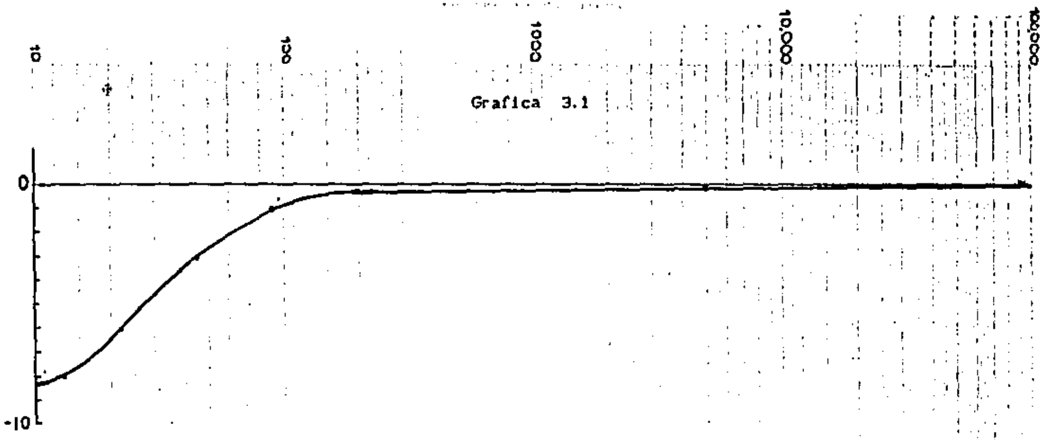
Gráfica 3.1 y 3.3

7.- Con los datos obtenidos en la tabla 3.2 haga el diagrama de Bode (magnitud y ángulo) .

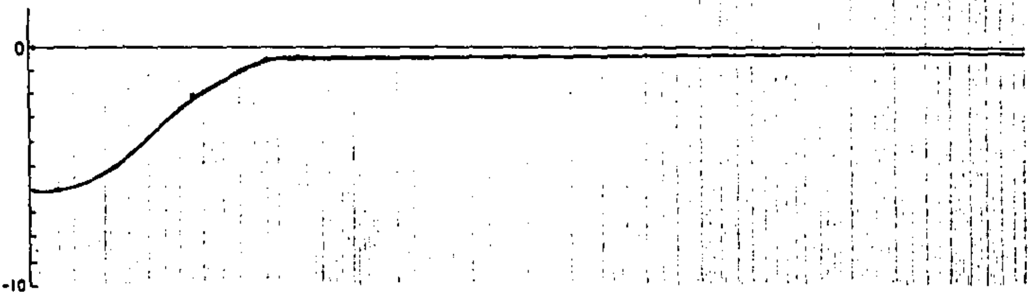
Respuesta:

Gráfica 3.2 y 3.4

Grafica 3.1

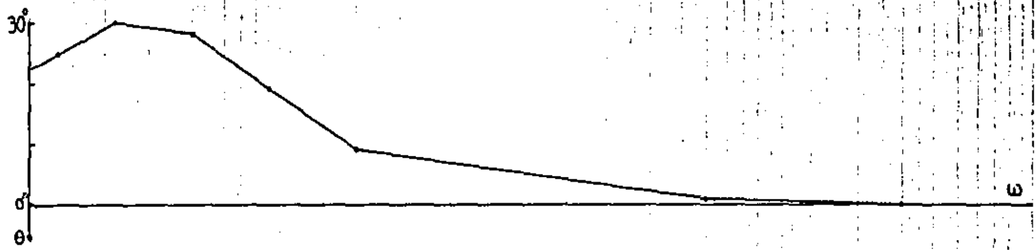


Gráfica 3.3

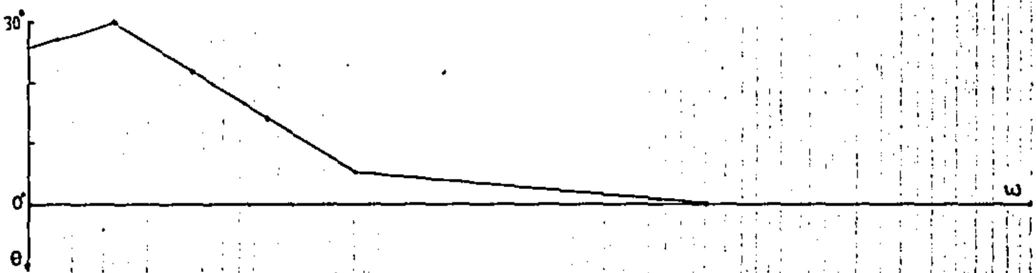


10 100 1000 10000 100000

Grafica 3.2



Grafica 3.4



CONCLUSION

El capítulo tres ser titula " respuesta a la frecuencia " aquí se presentan las ventajas al aplicar este método que es usado en el diseño y análisis de un sistema de control.

La característica de este capítulo la constituye el análisis de los circuitos precisamente en base a la variable jw, a diferencia de los otros capítulos en los cuales la variable éra S.

Se analizaron éstos circuitos alimentados con una entrada senoidal y se observó la salida tomando en cuenta: la relación de amplitudes de salida / entrada y el angulo de fase entre las ondas.

En este método son importantes los diagramas logarítmicos o diagramas de Bode en donde se graficaron las funciones de transferencia.

Se presentaron dos formas diferentes de observar la relación de amplitudes y el angulo de fase:

- Se sincronizaron las dos ondas (entrada y salida) en el osciloscopio y se observaron los valores ya mencionados.
- Empleamos la figura de Lissajous y obtuvimos dichos valores.

C A P I T U L O 4

C O M P E N S A C I O N

CAPITULO 4

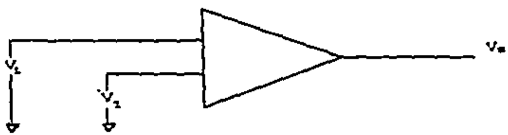
COMPENSACION

CONCEPTOS ADICIONALES

El mejor desarrollo de los sistemas, es analizado en respuesta: a la frecuencia y en el tiempo, como resultado de este analisis es necesario agregar elementos adicionales al sistema para poder alcanzar la respuesta que desamos. Al proceso de agregar estos elementos adicionales se lo conoce como "Compensación ".

En este capítulo utilizarémos el amplificador operacional para mostrar claramente el proceso de compensación.

Consideremos el siguiente amplificador operacional:



En dónde V_s es:

$V_s = A_{OL}(s) * [\ V_1 - V_2\ ]$ A_{OL} es la función de transferencia en lazo abierto.

Este sistema será absolutamente estable si los polos de A_{OL} están en el lado izquierdo del plano, pero se usa la retroalimentación por que presenta las siguientes ventajas:

1.- Hace que la ganancia sea menos sensible a las variaciones de los componentes del amplificador.

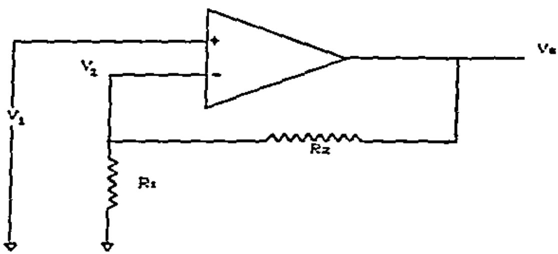
2.- Hacer que la respuesta sea lineal.

3.- Corrige distorsión.

4.- Se puede controlar la anchura de banda y la ganancia.

Pero se tiene una desventaja, que puede hacer inestable un sistema que sin la retroalimentación sería absolutamente estable.

Considere el siguiente circuito:



Planteando ecuaciones y obteniendo la función de transferencia idealmente ($V_1 = V_2$). obtenemos:

$$[\ V_s - V_1\ ] / R_2 = V_1 / R_1$$

Simplificando

$$V_s / V_1 = 1 + R_2 / R_1$$ este sistema también es estable.

Pero lo que tenemos realmente es:

$$[\ V_s - V_2\ ] / R_2 = V_2 / R_1$$

Simplificando

$$V_2 = [\ R_1 * V_s\ ] / [\ R_1 + R_2\ ]$$

Pero sabemos que:

$$V_s = A_{OL}\ [\ V_1 - V_2\ ]$$

Entonces sustituyendo V_2 tenemos que:

$$V_s = A_{OL}\ \{\ V_1 - [\ R_1 * V_s\ ] / [\ R_1 + R_2\ ]\ \}$$

Simplificando y obteniendo la función de tranferencia tenemos:

$$V_s / V_o = A_{OL} / \{\ 1 + [\ A_{OL}\ R_1 / (\ R_1 + R_2\ )\ ]\ \}$$

Y los polos serán las raices de:

$$1 + [\ A_{OL}\ R_1 / (\ R_1 + R_2\ )\ ] = 0$$

El sistema será inestable cuando:

$$A_{OL}\ R_1 / (\ R_1 + R_2\ ) = -1 = 1 \angle -180$$

Por lo que hay que evitar que cuando $A_{OL}\ R_1 / (R_1 + R_2)$ sea 1, el angulo de fase sea -180.

La compensación consistirá en añadir un cero y/o un polo, que hagan que A_{CL} sea estable para cual quiera de los valores de R_1 y R_2. Existen dos maneras de hacer esto:

1.- Añadir un polo cercano al origen.

2.- Añadir un polo cercano al origen y un cero que anúle el primer polo de A_{OL} .

Cada caso tiene su característica, en el primero se tiene una ganancia mayor que en el segundo, pero con una anchura de banda menor. Debido a que el producto, ganancia en db, por el ancho de banda es practicamente constante.

Practica # 4

Objetivo:

Comprender el método de compensación de frecuencia, auxiliándonos del amplificador operacional.

Análisis:

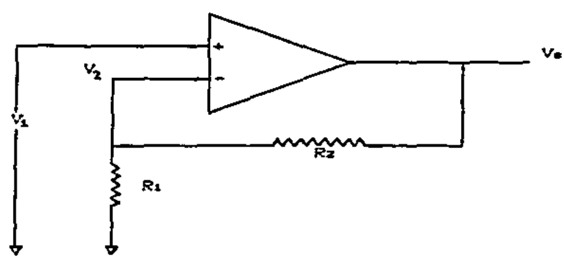
Se utilizará el amplificador operacional, con una A_{OL} supuesta, para mostrar el metodo de compensación de frecuancia.

Si tenemos que A_{OL} es la ganancia en circuito abierto, de un amplificador operacional, y la suponemos de la siguiente forma:

$$A_{OL} = k / [(1 + S/K_1) (1 + S/K_2) (1 + S/K_3)]$$

El sistema al que corresponde A_{OL} será absolutamente estable, si K_1, K_2 y K_3 estan del lado izquierdo del plano.

Pero si retroalimentamos, entónces obtendremos una ganancia conocida como A_{CL} (ganancia en lazo cerrado) la cual no es absolutamente estable. Se considerará el siguiente circuito:



Por lo que A_{CL} es:

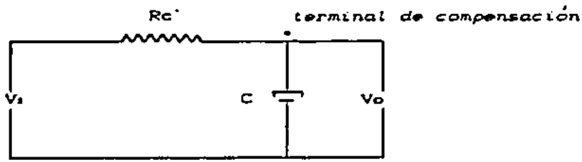
$$A_{CL} = A_{OL} / (1 + [A_{OL} R_1 / (R_1 + R_2)])$$

Y el sistema sera inestable cuando :

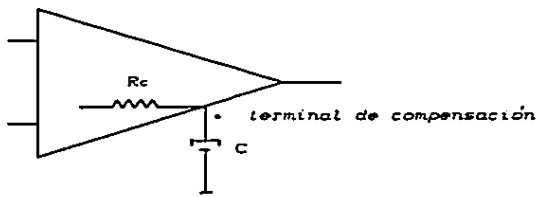
$$A_{OL} R_1 / (R_1 + R_2) = -1 = 1 \angle{-180}$$

Se tiene que evitar que cuando $A_{OL} R_1 / (R_1 + R_2)$ sea 1, el ángulo de fase sea -180. Con la compensación se puede lograr de dos formas:

La primera forma es añadiendo un polo cercano al origen, esto es como se muestra:



Físicamente



La función de transferencia del circuito RC es:

$$Vo / V_i = (1/SC) / [R_c + 1/SC]$$

Acomodando términos:

$$Vo / V_i = (1/C R_c) / [S + 1/C R_c]$$

Como esta función de transferencia está en cascada con A_{OL}, tendará un nuevo polo en $- 1 / C R_c$.

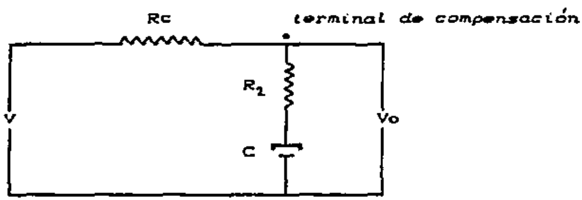
$1 / C R_c$ se escoje cercano al origen

Por lo que A_{OL} queda asi:

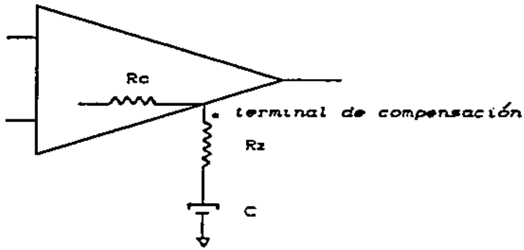
$$A_{OL} = k / [(1 + S/K_n) (1 + S/K_1)(1 + S/K_2)(1 + S/K_3)]$$

En donde $K_n = 1 / C R_c$ y debe ser cercano al origen.

La segunda manera es añadiendo un polo cercano al origen y un cero que anule, el primer polo de A_{OL}, lo cual se logra de la siguiente forma:



Físicamente



La función de transferencia del circuito es:

$$V_o / V_i = [\ R_z + 1/SC\ ] / [\ R_c + R_z + 1/SC\ ]$$

Simplificando

$$V_o/V_i = [R_z / (\ R_c + R_z\ )] * ([S + 1/CR_z\ ] / [S + 1/ (R_c + R_z)C])$$

Por lo que A_{OL} queda así:

$$A_{OL} = k(1 + S/K_m\ ) / [(\ 1 + S/K_n)(\ 1 + S/K_1\ )(\ 1 + S/K_2\ )(\ 1 + S/K_3\ )]$$

En donde el polo añadido $1 / (\ R_c + R_z\ )\ C$, debe estar cercano al origen, y el cero $1 / (\ C\ R_z\ )$ deberá anular el primer polo de A_{OL} y será $K_m = K_1$.

Material:

Hojas semilogarítmicas.

Desarrollo:

Se supondrá que A_{OL} es la ganancia en circuito abierto, en función de la frecuencia, de un amplificador operacional:

$$A_{OL} = 10^{5} / [(1 + S/K_1) (1 + S/K_2) (1 + S/K_3)]$$

En donde $K_1 = 2 * 10^{5}$ Hz ; $K_2 = 5 * 10^{6}$ Hz y $K_3 = 10^{7}$ Hz

Reporte:

1.- Encuentre A_{CL} (ganancia en circuito cerrado) en función de A_{OL} , R_A y R_B , con la siguiente forma de retroalimentación (fig. 4.1) ________________________________

____

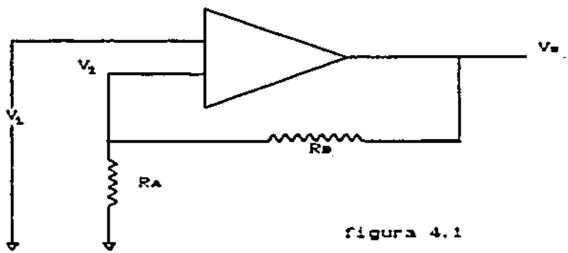


figura 4.1

2.- Con A_{CL} del punto anterior y con los valores de R_A = 5 KΩ y R_B = 15 KΩ ; encuentre los polos de A_{CL} y obtenga sus conclusiones: ______________________________

____

____

____

3.- Use como compensador el siguiente circuito (fig. 4.2) y obtenga la función de transferencia. ______________________________

____

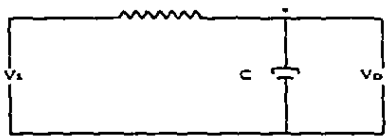


figura 4.2

4.- Obtenga A'_{OL} (en función de Rc y C) usando en cascada, la función de transferencia obtenida en el punto anterior. ______

____

5.- Encuentre el valor de C para que el nuevo polo esté en 10 Hz si el valor de Rc es 5 KΩ y sustituya el nuevo polo en A_{OL} ______________________________

____

6.- Obtenga los diagramas de bode (magnitud y ángulo) de: A_{OL} y con ayuda del criterio de Routh, determine la inestabilidad de A_{CL}.

7.- Explique, cuál es el objetivo de usar el compensador del punto 3 ____________________

8.- Use como compensador el siguiente circuito (fig. 4.3) y obtenga la función de transferencia. ____________________

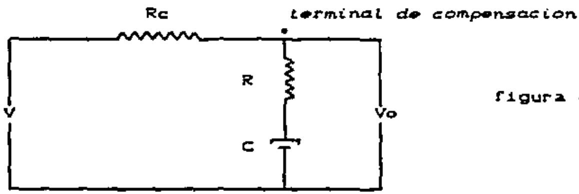


figura 4.3

9.- Obtenga A'_{OL} (en función de Rc, Rz y C) usando en cascada, la función de transferencia obtenida en el punto anterior. ____________________

10.- Encuentre los valores de C y R_z para que el nuevo polo este en 10 Hz; si el valor de R_c es 5 KΩ. ____________________

____

11.- Encuentre los valores de C y R_z para que el nuevo cero anule el primer polo de A_{OL}. ____________________________

____

12.- Sustituya los valores del nuevo polo y del nuevo cero en A'_{OL}. ____

____

13.- Obtenga el diagramas de bode (magnitud y ángulo) de A'_{OL}.

14.- Explique, cuál es el objetivo de usar el compensador del punto 8. ____

____

____

____

____

Resultados:

1.- Encuentre A_{CL} (ganancia en circuito cerrado) en función de A_{OL} , R_A y R_B , con la siguiente forma de retroalimentación (fig. 4.1).

Respuesta:

$$A_{CL} = A_{OL} / [1 + A_{OL} R_A / (R_B + R_A)]$$

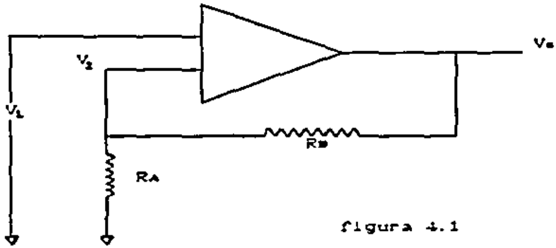


figura 4.1

2.- Con A_{CL} del punto anterior y con los valores de R_A = 5 KΩ y R_B = 15 KΩ ; encuentre los polos de A_{CL} y obtenga sus conclusiones

Respuesta:

Los polos A_{CL} son:

S_1 = - 68'189,915.79 ; S_2 = 28'494,957.9 + j 54'446,258.83 y S_3 = 28'494,957.9 - j 54'446,258.83 . Y como tenemos Polos complejos con la parte real positiva el sistema es inestable.

3.- Use como compensador el siguiente circuito (fig. 4.2) y obtenga la función de transferencia.

Respuesta:

$V_2 / V_1 = 1 / (1 + S/K_o)$ donde $K_o = 1 / R_c C$

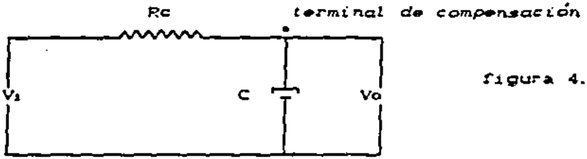


figura 4.2

4.- Obtenga A'$_{OL}$ (en función de Rc y C) usando en cascada, la función de transferencia obtenida en el punto anterior.

Respuesta:

$A'_{OL} = 10^5 / (1 + S/K_o)(1 + S/K_1)(1 + S/K_2)(1 + S/K_3)$

Donde:

$K_o = 1 / R_c C$, $K_1 = 2 * 10^5$ Hz , $K_2 = 5 * 10^6$ Hz , $K_3 = 10^7$ Hz

5.- Encuentre el valor de C para que el nuevo polo este en 10 Hz si el valor de Rc es 5 KΩ y sustituya el nuevo polo en A'$_{OL}$.

Respuesta:

$1 / R_c C = 10$ $C = 1 / 50\ k$ por lo que $C = 20\ \mu f$

y $A'_{OL} = 10^5 / (1 + S/10)(1 + S/K_1)(1 + S/K_2)(1 + S/K_3)$

6.- Obtenga los diagramas de bode (magnitud y ángulo) de: A_{OL} y con ayuda del criterio de Routh, determine la inestabilidad de A_{CL}.

Respuesta:

Graficas 4.1 y 4.2

Criterio de Routh:

Polinómio $S^{3} + 1.52 * 10^{7} S^{2} + 5.3 * 10^{13} S + 2.5001 * 10^{23}$

S^{3}	1	$5.3 * 10^{13}$
S^{2}	$1.52 * 10^{7}$	$2.5001 * 10^{23}$
S^{1}	$-1.64 * 10^{16}$	
S^{0}	$2.5001 * 10^{23}$	

Como hay cambio de signo el sistema es inestable.

7.- Explique, cuál es el objetivo de usar el compensador del punto 3

Al agregar un polo cercano al origen conseguimos, que la magnitud sea 1 antes de que el ángulo sea -180 para evitar, que con cualquier tipo de retroalimentación, el sistema sea inestable .

8.- Use como compensador el siguiente circuito (fig. 4.3) y obtenga la función de transferencia.

Respuesta:

$V_2 / V_1 = (1 + S/A) / (1 + S/B)$

donde $A = 1 / R_2 C$ y $B = 1 / [(R_c + R_2) C]$

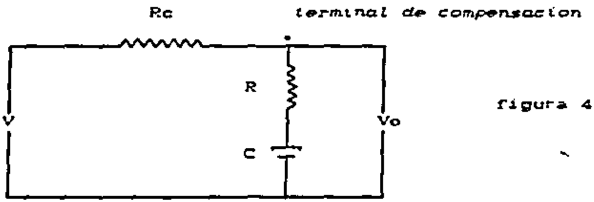


figura 4.3

9.- Obtenga A'_{OL} (en función de Rc, R_2 y C) usando en cascada, la función de transferencia obtenida en el punto anterior.

Respuesta:

$A'_{OL} = 10 (1 + S/A)/(1 + S/B)(1 + S/K_1)(1 + S/K_2)(1 + S/K_3)$

Donde:

$A = 1 / R_2 C$, $B = 1 / (R_c + R_2) C$, $K_1 = 2 * 10^5$ Hz.

$K_2 = 5 * 10^6$ Hz. y $K_3 = 1 * 10^7$ Hz.

10.- Encuentre los valores de C y R_2 para que el nuevo polo este en 10 Hz; si el valor de Rc es 5 KΩ .

Respuesta:

$1 / (R_c + R_2) C = 10$ si $R_2 = 15$ KΩ entonces $C = 5$ μf.

11.- Encuentre los valores de C y R_2 para que el nuevo cero anule el primer polo de A_{OL}. El valor de R_C es 5 KΩ .

Respuesta:

$$1 / R_2 C = 2 * 10^5 \quad \text{si} \quad R_2 = 15\ K\Omega \quad \text{entonces} \quad C = .333\ nf$$

12.- Sustituya los valores del nuevo polo y del nuevo cero en A_{OL} .

Repuesta:

$$A'_{OL} = 10^5 / (1 + S/10) (1 + S/K_2) (1 + S/K_3)$$

Donde $K_2 = 5 * 10^6$ Hz. y $K_3 = 1 * 10^7$ Hz

13.- Obtenga el diagramas de bode (magnitud y ángulo) de A'_{OL} .

Respuesta:

Graficas 4.3 y 4.4

14.- Explique, cuál es el objetivo de usar el compensador del punto 8

Repuesta:

Al agregar un polo cercano al origen conseguimos que la magnitud sea uno, antes de que el angulo sea -180 y al añadir, un cero que anule el primer polo de A_{OL} obtenemos una anchura de banda mayor.

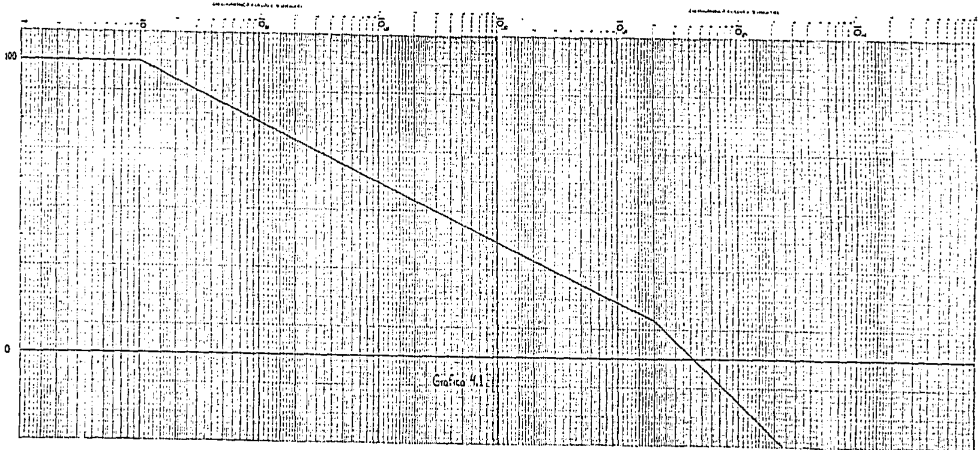
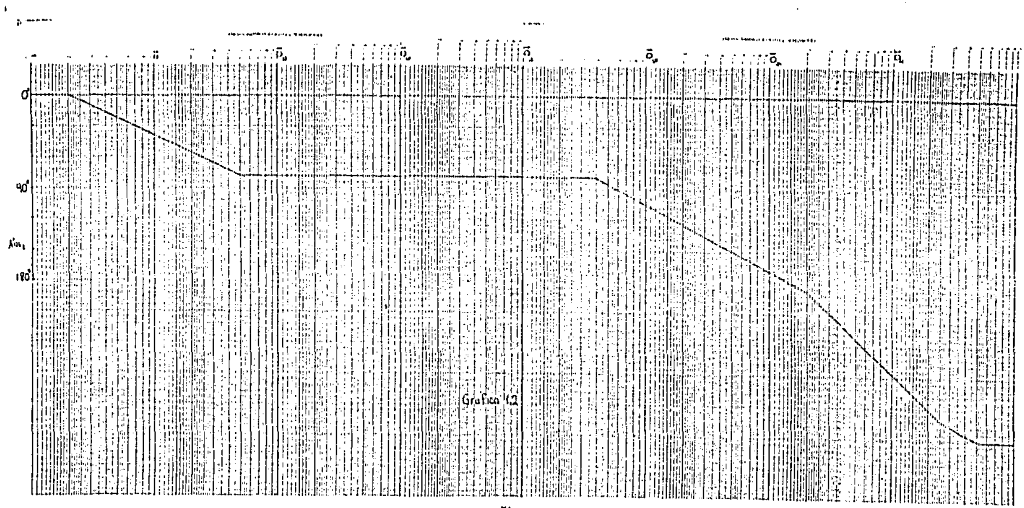
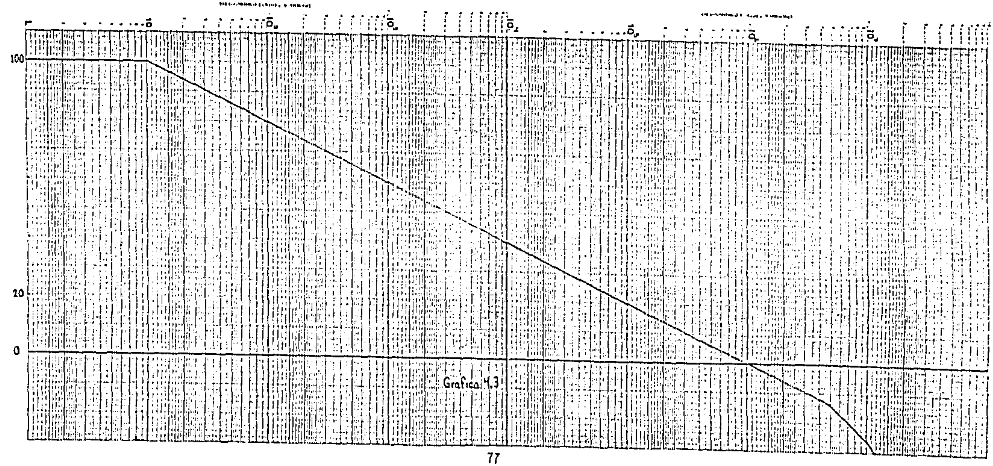


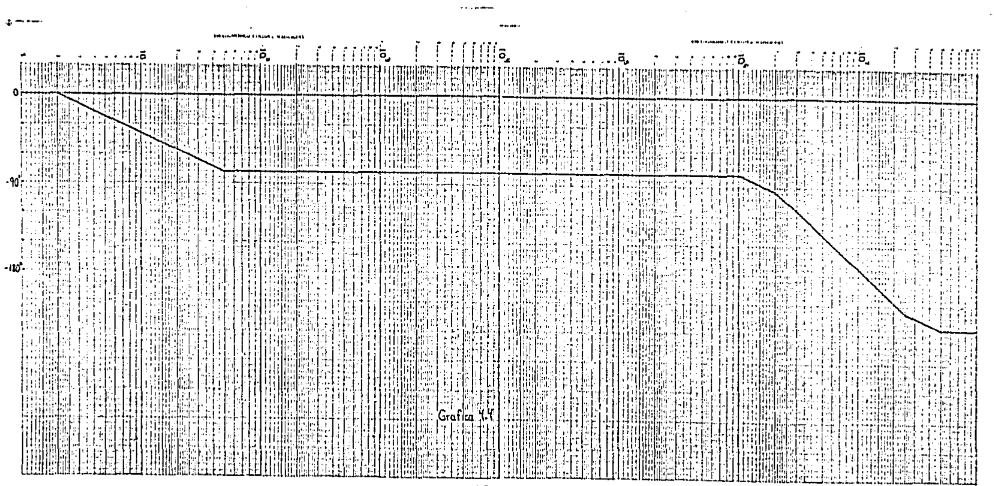
Grafico 4.1



Grafica 4.2



Grafica 4.3



Grafica 4.4

CONCLUSION

Se utilizó el amplificador operacional como auxiliar para mostrar los métodos de compensación.

La compensación es necesaria por que el amplificador operacional se vuelve inestable cuando lo retroalimentamos, aunque fuera completamente estable sin la retroalimentación.

Pero como la retroalimentación es necesaria por que presenta ventajas importantes en el uso del amplificador operacional debemos utilizarla a pesar de la desventaja ya mencionada (esta desventaja se corrige con la compensación).

Se presentaron dos formas diferentes de compensación: circuito RC serie y circuito RRC serie. Las características de estos circuitos son: el primero presenta una ganancia mayor que el segundo, pero una anchura de banda menor que éste .

Estas características se presentan debido, a que el producto que se obtiene de " ganancia * anchura de banda " es para todos los fines prácticos, una constante.

BIBLIOGRAFIA

BEN ZEINES

AUTOMATIC CONTROL SISTEM.

PRENTICE-HALL INC.

Englewood Cliffs. New Jersey.

1972.

DORF RICHARD C.

SISTEMAS AUTOMATICOS DE CONTROL Teoria y practica.

FONDO EDUCATIVO INTERAMERICANO. S.A.

Mexico, D.F.

1982.

OGATA KATSUHIKO.,

INGENIERIA DE CONTROL MODERNA

PRENTICE-HALL HISPANOAMERICANA. S.A.

Mexico, D.F.

1985

CANALES RUIZ ROBERTO Y BARRERA RIVERA RENATO.

ANALISIS DE SISTEMAS DINAMICOS Y CONTROL AUTOMATICO.

EDITORIAL LIMUSA, S.A.

Mexico, D.F.

PRIMERA REIMPRESION

1980.

HOSTETTER GENE . SAVANT CLEMENT Y STEFANI RAYMOND

SISTEMAS DE CONTROL INTERAMERICANA, S.A. DE C.V.

Mexico, D.F.

PRIMERA EDICION EN ESPANOL

1984.

BOBROW LEONARD S.

ANALISIS DE CIRCUITOS ELECTRICOS

INTERAMERICANA, S.A. DE C.V.

Mexico . D.F.

1985

HAYT WILLIAM H. Y KEMMERLY JACK E.

ANALISIS DE CIRCUITOS EN INGENIERIA.

McGRAW HILL DE MEXICO.

1987

ZILL DENNIS G.

ECUACIONES DIFERENCIALES CON APLICACIONES

GRUPO EDITORIAL IBEROAMERICA, S.A. DE C.V.

Mexico, D.F.

1986.

COUGHLIN ROBERT Y DRISCOLL FREDERICK

CIRCUITOS INTEGRADOS Y AMPLIFICADORES OPERACIONALES.

PRENTICE-HALL. HISPANOAMERICANA. S.A.

MEXICO, D.F.

SEGUNDA EDICION

1987.