

2915



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN FILTRO PASABAJO PARA PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES.

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

**F I S I C O**

**P R E S E N T A :**

**VICTOR FLORES CUELLAR**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

### INTRODUCCION.

#### Capítulo I: Métodos de Aproximación.

- I.1 Filtros Ideales.
- I.2 Función de Transferencia y Estabilidad.
- I.3 Aproximaciones en Magnitud, Fase y tiempo.
- I.4 Clasificación y Métodos de Realización de Filtros.

#### Capítulo II: Configuraciones Básicas.

- II.1 El Amplificador Operacional como Elemento Activo.
- II.2 Filtros , Sensitividad.
- II.3 Configuraciones de Retroalimentación Positiva, Negativa y Configuraciones Bicuadráticas Universales.
- II.4 Criterio de Diseño y Denormalización.

#### Capítulo III: Diseño del Filtro.

- III.1 Selección de componentes.
- III.2 Método de Diseño.
- III.3 Ajuste del Filtro.
- III.4 Configuraciones Realizadas y Resultados.

### CONCLUSIONES.

Apéndice A: Muestreo de Ondas.

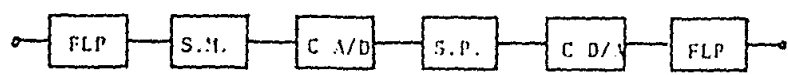
Apéndice B: Análisis y Características del Amplificador Operacional

Bibliografía.

### INTRODUCCION

El procesamiento digital de señales tiene por objeto la representación de señales por medio de una serie de números y el procesamiento de tales series. Es decir, se transforma una señal analógica en una señal o palabra digital (haciendo una correspondencia de magnitudes analógicas en magnitudes numéricas) y posteriormente el manejo de diversas operaciones con tales números. En el procesamiento se estiman los parámetros de una señal o se transforma una señal en una forma más deseada para su manipulación. La aplicación de los distintos algoritmos que se usan en el procesamiento de señales requieren la evaluación explícita de series y transformadas de Fourier (TF), que involucran también conceptos importantes como el Teorema de Convolución (TC), Teorema de Muestreo (TM), etc. [Apéndice A].

En la sección de Acústica del Centro de Instrumentos, UNAM, se cuenta con equipo para procesamiento digital de señales (un convertidor analógico-digital y sistemas anexos) y otros sistemas para el desarrollo de mediciones acústicas. Pero, es necesario evitar errores de muestreo en el procesamiento de señales, por lo que se decidió realizar el diseño de un filtro pasa bajo (LP) especializado con determinadas características y parámetros de diseño. Por lo anterior, se analiza y discute brevemente lo que es un sistema de conversión que contiene los siguientes bloques:



- FLP = filtro pasa bajo
- C A/D = convertidor analógico digital
- C D/A = convertidor digital analógico
- SM = sistema de muestreo
- SP = sistema de procesamiento

La señal a muestrear se pasa a través de un filtro LP de atenuación infinita en el rechazabanda (RB), para restringir el ancho de banda a una frecuencia más baja que la frecuencia de Nyquist y evitar que se presente un error de muestreo (efecto conocido como superposición de espectros o efecto Aliasing) [Apéndice A]. A este tipo de filtros también se les conoce como filtros anti-alias. La señal se muestrea y cada muestra de tiempo se convierte en una palabra digital. Ya en el dominio digital, el procesador digital hace cierto número de funciones tales como retardo, transmisión, filtración, etc.. A la salida de este bloque tiene lugar un proceso inverso. El filtro LP a la salida suaviza las muestras analógicas discretas para producir una onda de tiempo continua. Para entender mejor la necesidad de introducir un filtro a la entrada y salida de un sistema de conversión es necesario manejar el concepto de muestreo [Apéndice A, Ref. 13, 14].

Entonces, el objetivo es diseñar y construir un filtro LP especializado (filtro elíptico) con intervalo de transición pequeño (TW el menor posible), atenuación alrededor de -80 dB o más y que el pasabanda (PB) sea lo más plano posible. Se pretende también con este diseño tener un amplio control en el intervalo de frecuencias de audio (0-20 KHz). Para este propósito se consideran diversos métodos de aproximación para un filtro LP ideal, diversas configuraciones y se propone un diseño con una realización bicuadrática.

Las características de este filtro LP implican filtros muy complejos en su configuración y de orden elevado. De los diferentes tipos de aproximación que existen, considerando su respuesta en frecuencia, el que más se aproxima a un filtro LP ideal es el tipo de filtro elíptico (caso particular de los filtros bicuadráticos). Este, es una de las mejores aproximaciones para el filtro LP ideal aunque introduce ciertas restricciones respecto a los parámetros deseados. La respuesta en frecuencia de este filtro da buena atenuación e intervalo de transición pero introduce también un pequeño rizo en el PB como en el RB y como todos los parámetros están relacionados es inevitable tener un pequeño rizo. Además, la magnitud de los parámetros deseados hace también necesario que el orden del filtro se incremente.

Basandonos en lo anterior, se diseñó y construyó un filtro elíptico activo debido a que tiene ventajas notables sobre los filtros pasivos tales como problemas de construcción, requieren menos espacio, mayor facilidad de ajuste, mayor disponibilidad de elementos activos, etc. El filtro activo diseñado es un filtro bicuadrático (biquad) de 8o. orden, de 3 amplificadores operacionales (A.Op.) en su configuración básica, de 4 etapas de 2o. orden, con atenuación de -80 dB, intervalo de transición de 0.4032 y un rizo de 0.1 dB en el PB. Se utilizó como elemento activo el A.Op. 741, con un producto de ganancia-ancho de banda de 1 Mhz. Los elementos pasivos utilizados son: resistencias de carbón con tolerancia entre 5-10 % y resistencias variables de una vuelta (de poca resolución) y condensadores de cerámica, mylar y tantalum, con tolerancias entre 1-5 %. Para mayor exactitud en los elementos pasivos se manejan combinaciones en serie y/o paralelo. En la construcción y evaluación del filtro se presentaron problemas como limitación del ancho de banda y ganancia del A.Op. (de importancia primaria si se requiere buena estabilidad del sistema), tolerancia en componentes pasivos, sensibilidad a variaciones de elementos pasivos de la configuración y principalmente el ajuste del filtro. En este último punto fue necesario considerar ajuste independiente para cada etapa del filtro, por lo que se utilizó una realización bicuadrática. Se evaluaron 4 configuraciones biquad diferentes para el mismo filtro (LPB), con el mismo intervalo de frecuencia y de la respuesta obtenida para cada configuración se hizo una comparación para elegir el de funcionamiento óptimo. Se encontró entonces un diseño insensitivo a variaciones de elementos pasivos y un mínimo de elementos pasivos como activos en comparación a los diseños biquad de 4 A.Op. mas comunes.

## CAPITULO I: METODOS DE APROXIMACION

## 1.1 Filtros Ideales.

Un filtro se define, en general, como un circuito eléctrico que da una respuesta prescrita a una excitación dada. Esta respuesta es diferente de la excitación en alguna forma específica y se define su comportamiento en el dominio del tiempo o de la frecuencia. La señal de entrada y de salida están relacionadas por una integral de convolución [Ref. 14]. Aquí se maneja el concepto de filtro como una red selectiva de frecuencias, es decir, que transmite la señal en una banda de frecuencias y rechaza la señal en la banda complementaria. Los diferentes tipos de filtros ideales que se consideran en cuanto a su respuesta en magnitud son los siguientes:

1. Filtro pasa bajo (LP), es un filtro que permite el paso de las componentes de la señal de baja frecuencia y rechaza las componentes de alta frecuencia. La respuesta en magnitud de un filtro LP ideal y funciones de aproximación se muestran en la fig. 1.

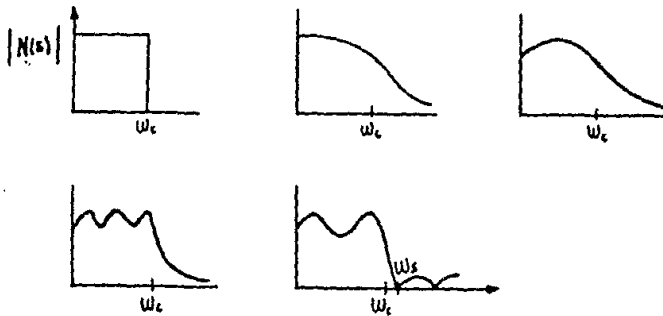


Fig. 1 Respuestas en magnitud para filtros LP

El intervalo de frecuencias que son transmitidas se llama pasabanda (PB) o ancho de banda del filtro y es igual al valor de la frecuencia a la cual el nivel del PB cae -3db.

Esta frecuencia se llama frecuencia de corte  $f_c$  o  $\omega_c$ . En la práctica la característica de magnitud ideal sólo puede aproximarse y las aproximaciones más usuales se muestran en la fig. 1(b) a (d). La función de transferencia general es de la forma  $N(s) = H/B(s)$  donde  $H$  es una cte. y  $B(s)$  es un polinomio de grado  $n$ , que depende de los elementos de la red. Esta función de aproximación es válida para realizaciones polinomiales o All-pole, mientras que para las biquad la función tiene otra forma y se analiza más adelante. Un filtro pasa bajo tiene sus ceros (valores de  $s$  para los cuales la magnitud de  $N(s)$  es cero) en infinito.

2. Filtro pasa alto (HP), es un filtro que permite el paso de componentes de frecuencia alta mientras que los de baja frecuencia los bloquea. La fig. 2 muestra la respuesta en magnitud de un filtro HP ideal y junto con una función de aproximación.

3. Filtro pasa banda (PB o BP), este filtro permite el paso de componentes en una banda de frecuencias y rechaza la banda de frecuencias complementarias, es decir, rechaza las frecuencias arriba y abajo del PB. La fig. 2 muestra la respuesta en magnitud de un filtro PB ideal y una función de aproximación.

4. Filtro rechazabanda (RB), como el nombre lo indica rechaza una banda de frecuencias mientras que la banda complementaria la transmite. La fig. 2 muestra la respuesta en magnitud del filtro RB ideal y una función de aproximación.

De igual forma que para el filtro LP, existen diversas formas para las funciones de aproximación de los filtros HP, BP y RB. Pero, solo se muestra la función ideal y otra función de aproximación para estos filtros respectivamente. (Ref. 1, 3, 4, 5, 8, 12, 16, 17, 18, etc.).

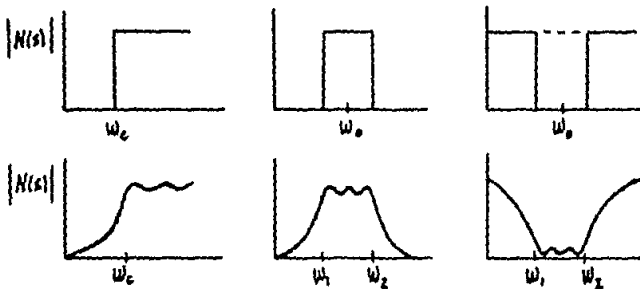


Fig. 2 Respuestas en magnitud para filtros HP, BP y RB respectivamente

### 1.2 Función de Transferencia y Estabilidad.

Para entender mejor los tipos de aproximaciones que más adelante se discuten es necesario familiarizarse con conceptos tales como función de una red, función de transferencia, polos, ceros, etc. Enseguida se da una breve discusión de estos conceptos alrededor de una red. La relación de la función de salida respecto a la de entrada se define como función de una red o función de transferencia. Esta función, en general, se representa como  $N(s) = A(s)/B(s)$ , donde  $A(s)$  y  $B(s)$  son polinomios con coeficientes reales y de orden  $n$  y  $m$  respectivamente, por lo que  $N(s)$  también se llama función racional y  $s$  es una variable en el plano de frecuencia compleja y está caracterizada como  $s = j\omega$ . Los ceros de  $A(s)$  son referidos como ceros de la función  $N(s)$  y son los valores de  $s$  para los cuales la magnitud de  $N$  es cero o equiva-

lentemente son las frecuencias para las cuales el filtro no produce respuesta alguna. Los ceros de  $B(s)$  son referidos como polos de la función y son los valores de  $s$  donde la magnitud de  $N(s)$  tiende a infinito. Una consecuencia de que la función de la red sea una relación de polinomios es que los polos y ceros complejos aparecen en pares conjugados. Dado que la función  $N(s)$  está en términos de polinomios entonces es posible factorizar estos polinomios de la siguiente manera,  $N(s) = K \prod_i (s - z_i) / \prod_m (s - p_i)$  de tal forma que los polos y ceros pueden ser reales o complejos [Ref. 20]. La localización de los polos y ceros está directamente relacionada a las propiedades de filtración de una red dada y por lo tanto del tipo de aproximación. La restricción más importante es que la función  $N(s)$  sea estable, lo cual significa que para una entrada de excitación limitada exista una respuesta limitada.

Una forma conveniente de determinar la estabilidad de la función de la red es considerar su respuesta a una función de impulso, la cual se obtiene al tomar la transformada inversa de Laplace de la expansión en fracciones parciales de la función [Ref. 3, 15, 16].

- a) Si la red tiene un polo simple en el eje real, la respuesta al impulso tendrá la forma  $h(t) = \mathcal{L}^{-1}(k_1/s - p_1) = k_1 \exp(p_1 t)$ . Para  $p_1$  positivo,  $h(t)$  se incrementa exponencialmente con el tiempo como se muestra en la fig. 3. Esto corresponde a una red inestable por lo que la función no puede tener polos en el eje real positivo.
- b) Cuando la función tiene un par de polos complejos conjugados en  $s = a \pm jb$  la contribución a la respuesta al impulso debido a este par de polos es  $h(t) = \mathcal{L}^{-1}[(k_1/s - a - jb) + (k_1/s - a + jb)] = \mathcal{L}^{-1}[2k_1(s - a)/(s - a)^2 + b^2] = 2k_1 \exp(at) \cos(bt)$ . Si  $a$  es positiva, que corresponde a polos en el semiplano derecho, la respuesta se incrementa exponencialmente por lo que la función no puede tener polos en el semiplano derecho, fig. 3.
- c) Para el caso de 2 polos en el eje  $j\omega$  tenemos lo siguiente  $h(t) = \mathcal{L}^{-1}[k_1/(s + jb)^2 + k_1/(s - jb)^2] = 2k_1 t \cos(bt)$ . Esta función se incrementa indefinidamente con el tiempo por lo que polos dobles en el eje  $j\omega$  no son posibles. Análogamente si la función tiene polos de orden mayor en el eje  $j\omega$  estos ocasionan que la red sea inestable, fig. 3.

Tomando en cuenta las condiciones anteriores  $N(s)$  puede factorizarse como:

$$N(s) = A(s) / \pi_1(s + a_1) \pi_n(s^2 + c_n s + d_n) \quad (1.1)$$

donde  $a_i$ ,  $c_n$ ,  $d_n$  son constantes no negativas. El término  $s + a_i$  representa polos en el eje real negativo y el término  $(s^2 + c_n s + d_n)$  representa polos conjugados complejos. Las condiciones para que la función de una red cualquiera sea estable son:



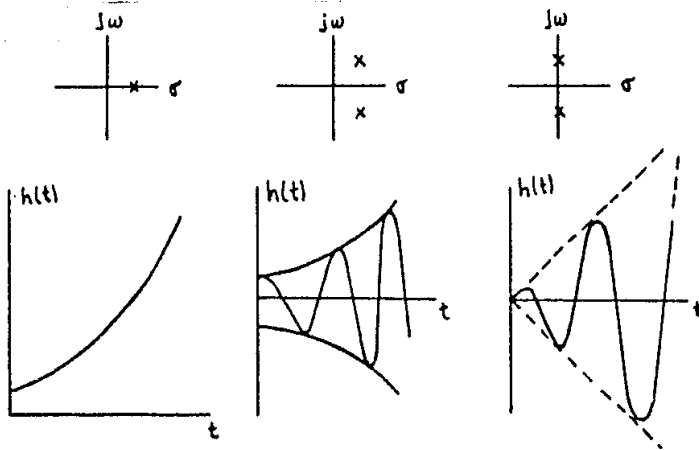


Fig. 3 Respuestas al impulso debido a la localización de polos en el plano complejo  $s$ .

- que sea una función racional en  $s$  con coeficientes reales.
- que no tenga polos en el semiplano derecho.
- que no tenga polos múltiples en el eje  $j\omega$  (solo polos simples)
- polos y ceros simples se ubican como pares complejos conjugados.
- los ceros pueden estar en cualquier lugar del plano complejo.

### 1.3 Aproximaciones en Magnitud, Fase y Tiempo.

En la práctica, el interés en el diseño de un filtro es encontrar algunas especificaciones sobre el comportamiento de la red, es decir, características que toman en cuenta propiedades de la función de una red tales como magnitud, fase y tiempo. A este respecto, las propiedades de magnitud y fase se presentan en el dominio de la frecuencia. Los métodos de caracterización de redes están determinados por el término de aproximación. Cuando se considera la aproximación en magnitud el objetivo es mantener la magnitud de la función constante en el intervalo de frecuencias del pasabanda (PB). Mientras que en la aproximación de fase se toma en cuenta el concepto de transmisión ideal, el cual requiere que  $N(s) = \text{cte.}$  y el argumento de  $N(s) = -\omega t_0$ , es decir, que la fase sea linealmente proporcional a la frecuencia [Ref. 8, 13]. Entonces en el dominio de la frecuencia, se determina una relación general de respuesta y excitación y en el dominio del tiempo la respuesta, se determina para cada una de las formas de excitación en un tiempo determinado.

Dado que el interés de este trabajo es hacer una buena aproximación tomando en cuenta las propiedades de magnitud de la función y el tipo de filtro deseado, solo se presentan 3 métodos de aproximación en magnitud y se mencionan brevemente los métodos de aproximación en fase. Los métodos de aproximación en tiempo no se discuten y solo se dan referencias [Ref. 3, 4, 8, 12]. Las especificaciones en magnitud, usualmente se dan como medidas lineales o logarítmicas y es más conveniente considerar el cuadrado de la función de magnitud  $|N(s)|^2$ . [Ref. 1, 3, 5, 14, etc].

1. Aproximación de Butterworth. Característica de PB muy plano. Una forma de obtener tal característica es poner todas las derivadas de la función igual a cero en  $\omega = 0$  rad/seg. Entonces  $|N(j\omega)|^2$  se puede escribir como:

$$|N(j\omega)|^2 = H^2 \frac{(1+b_1\omega^2+b_2\omega^4+\dots)}{(1+a_1\omega^2+a_2\omega^4+\dots)} \quad (1.2)$$

$$= H^2 \frac{(1+(b_2-a_1)\omega^2+(b_4-a_2+a_1^2-a_1b_1)\omega^4+\dots)}{(1+a_1\omega^2+a_2\omega^4+\dots)} \quad (1.3)$$

La restricción para que una función de magnitud cuadrática sea de PB muy plano es que los coeficientes  $a_i, b_i$  sean iguales. Se considera la aplicación de estas aproximaciones a un filtro LP porque apartir de esta, mediante una transformación en  $s$  podemos obtener cualquier otro tipo de filtro [Ref. 1, 3, 4, 8, etc.].

Entonces, para el caso de una función LP se tiene: la característica de un filtro ideal no es realizable de acuerdo al criterio de Paley-Wiener [Ref. 13], por lo que una aproximación práctica es elegir una función que satisfaga la condición de PB plano en  $\omega = 0$ . Esto crearía el PB plano requerido para la curva en bajas frecuencias. Para obtener la caída en altas frecuencias, localizamos todos los ceros de la función en infinito, es decir,  $A(s)$  de  $N(s)$  es una constante y los coeficientes  $b_i$  son cero. Entonces la función tiene la forma

$$|N(j\omega)|^2 = H^2 / (1 + \epsilon^2 \omega^{2n}) \quad (1.4)$$

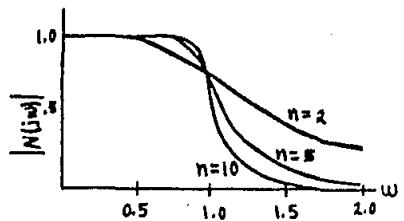


Fig. 4 Funciones de Butterworth

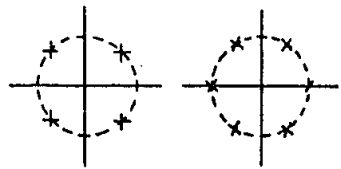


Fig. 5 Localización de las raíces de Polin.'s de Butterworth

tal que  $H$  es el valor  $N(0)$  y es el valor máximo que la función alcanza, mientras que  $\epsilon$  se usa para ajustar la velocidad a la

cual la magnitud disminuye. El valor de  $\epsilon$  es usualmente igual a 1 y la función es entonces referida como función de Butterworth. En este caso  $N(j\omega) = H/2 = 0.707H$  y  $20 \log |N(j\omega)| / |N(0)| = -3\text{dB}$ . Gráficas de funciones de magnitud de Butterworth se muestran en la fig. 4 para  $n = 2, 5, 10$ . Los polos están igualmente espaciados alrededor del círculo unitario como se muestra en la fig. 5.

2. Aproximación de Chebyshev. Característica de igual rizo en el PB. En este caso el efecto de aproximación es sobre el PB por lo que se denomina de igual rizo. En analogía con la anterior, esta aproximación se puede escribir como [Ref. 1, 4, 8, etc]:

$$|N(j\omega)|^2 = H^2 / (1 + \epsilon^2 C_n^2(\omega)) \quad (1.5)$$

donde  $C_n(\omega)$  es un polinomio de orden  $n$ . Si estos polinomios tienen la propiedad de  $0 < C < 1$  para  $0 < \omega < 1$  y  $C_n > 1$  para  $\omega > 1$ , entonces el PB tendrá el rango  $0 < \omega < 1$  y estará caracterizado por  $|N(j\omega)|_{\text{max}} = H$  y  $|N(j\omega)|_{\text{min}} = H/(1 + \epsilon^2)^{1/2}$ . El valor de  $\epsilon$  determina los límites de variación de la característica de magnitud en el PB. El conjunto de polinomios que tienen las propiedades antes mencionadas son los polinomios de Chebyshev. Gráficas de funciones de magnitud de Chebyshev se muestran en la fig. 6 para  $n = 2, 5, 10$ . Una comparación de las gráficas de la fig. 4 y la fig. 6 muestran que la atenuación en el RB alrededor de la frecuencia de corte es considerablemente más grande para una característica de igual rizo de algún orden determinado que para una característica de Butterworth del mismo orden.

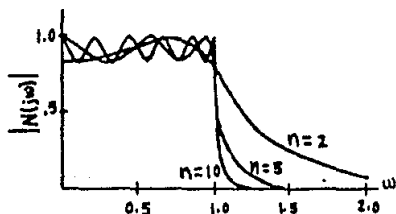


Fig. 6 Funciones de Chebyshev.

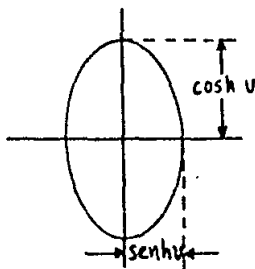


Fig. 7 Localización de los polos de Chebyshev.

El lugar geométrico en el cual los polos permanecen es una elipse centrada en el origen del plano  $P_c$  (plano complejo) con ordenada  $\cosh(v)$  y abscisa  $\sinh(v)$  como lo muestra la fig. 7.

3. Aproximación Elíptica (o Cauer-Chebyshev): característica de igual rizo en el PB y RB. Este tipo de aproximación es muy diferente de las anteriores ya que en la función de magnitud del filtro pasa bajo el polinomio  $B(s)$  es reemplazado por una función racional  $R_n(\omega)$  de Chebyshev. Con esta función es posible producir una característica de igual rizo en el PB y en el RB

como se muestra en la fig. 8. Para un filtro de orden dado la caída es más abrupta que en las anteriores aproximaciones. La determinación de la forma de la función  $R_n(w)$  en general requiere el uso de funciones elípticas de 1a. clase y de integrales elípticas completas (Ref. 1, 15, 20, etc.).

La normalización de  $R_n(w)$  produce un PB de  $0 \leq w \leq 1$  independiente de  $n$  y un RB con  $w > 1$ , como se muestra en la fig. 8. La característica de magnitud de una función elíptica tiene la forma:

$$|N(jw)|^2 = H^2 / (1 + R_n^2(w)) \quad (1.6)$$

En general, para  $R_n(w)$  se consideran 2 funciones,  $R_n(w)$  par e impar y se seleccionan los polos en el semiplano izquierdo y la mitad de los ceros en el eje  $jw$ .

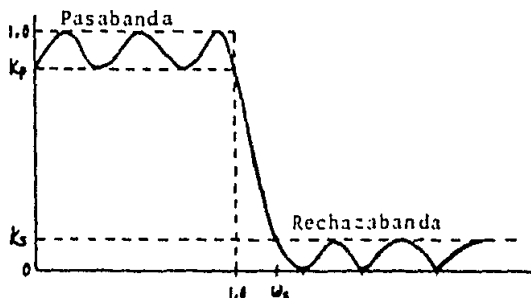


Fig. 8 Función elíptica de igual rizo en el PBy RB.

Entonces, la forma general de la función de orden impar es

$$N(s) = \frac{H_n \prod_{i=1}^{(n-1)/2} (s^2 + \Omega_i^2)}{a_0 + a_1 s + \dots + a_{n-1} s^{n-1} + a_n s^n} \quad (1.7)$$

donde los ceros en el eje  $jw$  están localizados en  $s = +jw$ . El grado del denominador es  $n$ , mientras que el denominador es  $n-1$ . La función tendrá  $(n-1)/2$  picos en el PB más un pico en  $w = 0$  y  $(n-1)/2$  ceros en el RB y un valor cero en  $w = \infty$ . Con un proceso análogo para la función par, la forma de la función es

$$N_A(s) = \frac{H_n \prod_{i=1}^{n/2} (s^2 + \Omega_i^2)}{a_0 + a_1 s + \dots + a_{n-1} s^{n-1} + a_n s^n} \quad (1.8)$$

El tamaño del rizo en el PB y en el RB lo podemos restringir imponiendo condiciones (lo que ocasiona cambios en la función de magnitud) para la función par e impar respectivamente. Estas variaciones posibles se muestran en la fig. 9 y mayor información en las referencias 1, 3, 4, 8, 12, 18, 19, 20, etc.

Una función elíptica y su realización está caracterizada en general por 4 parámetros:

1. Orden de la función o del filtro a realizar, ( $n$ ).
2. Magnitud del Rizo ( $K_r$ ) en el PB expresado en dB.
3. Nivel de atenuación ( $K_a$ ) en el RB en dB.
4. La frecuencia del RB o intervalo de transición (TW).

Existen otros parámetros tales como  $\rho$  = coeficiente de reflexión en % y un ángulo ( $\theta$ ) en grados, pero que están relacionados con algunos de los parámetros anteriores por las siguientes relaciones:

$$K_r = -10 \log[1 - (\rho/100)^2] \quad (1.9)$$

$$K_a = 1 / \sin(\theta) \quad , \quad \text{tal que } \theta < 90^\circ .$$

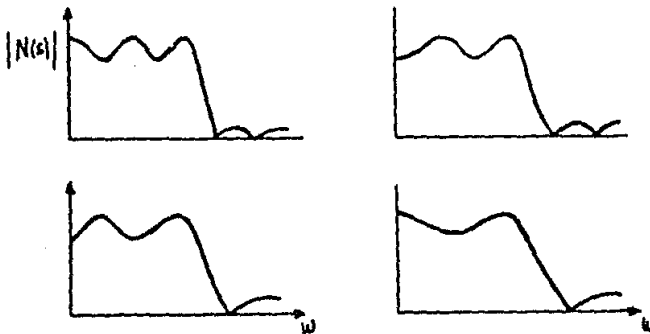


Fig. 9 Diversas formas de la función elíptica

Las siguientes aproximaciones no se discuten en detalle ya que no son las de interés y solo se dan referencias. Para el caso de aproximaciones de fase lo que interesa es hacer una aproximación de fase lineal y mantener la magnitud constante. Enseguida se presentan algunas de las aproximaciones en fase más usuales:

4. Aproximación de Bessel: característica de fase lineal. En la función LP se puede obtener la linealidad deseada haciendo que la primera derivada de la función de fase sea distinta de cero y todas las demás iguales a cero en  $w = 0$ . Para este caso surgen los llamados polinomios de Bessel, por lo que se les conoce también como filtros de Bessel. [Ref. 1, 3, 4, 7, etc].
5. Aproximación de Legendre: característica monotónica. Este filtro intenta combinar las mejores características de Butterworth y Chebyshev, ya que presenta un PB muy plano y un TW más pequeño [Ref.4, 8, 16, etc.].

6. Aproximación pasa todo (All-pass), es decir, que la magnitud es constante para todas las frecuencias. A este tipo de filtros se les conoce como filtros de magnitud constante o All-pass [Ref. 1, 4, 8, etc].

Existen otras aproximaciones de fase como la aproximación de retardo de grupo [Ref. 8, 20, etc.], aproximación de filtros de transición [Ref. 3, 8, etc.], etc.

#### 1.4 Clasificación y Métodos de Realización de filtros.

Existen diferentes técnicas para construir filtros usando componentes pasivos, activos, electromecánicos, digitales y de microondas. Solo se presentan los pasivos y activos por interés.

Los filtros pasivos utilizan para su construcción resistencias, inductancias y condensadores. Para aplicaciones en el intervalo de audio, el uso de inductores presenta ciertos problemas, es decir, la impedancia de un inductor práctico se desvía de su valor ideal debido a la resistencia inherente asociada a su realización. Para minimizar esta distorsión en el filtro es necesario usar inductores con factores de calidad alta. Sin embargo, en bajas frecuencias (KHz) los inductores con alta Q tienden a ser voluminosos y caros.

Los filtros activos usan R, C y elementos activos que son usualmente A.Op. Estos elementos activos son circuitos integrados que nos dan las siguientes ventajas:

1. Reducción en tamaño y peso.
2. Mayor confiabilidad.
3. Reducción en costo total.
4. Mejor funcionamiento debido a la alta calidad de componentes disponibles.
5. Reducción en efectos parasitarios debido al tamaño más pequeño.

Otras ventajas que son independientes de la realización física son:

6. El proceso de diseño es menos complejo.
7. Los filtros activos pueden realizar un número mayor de funciones.
8. Los filtros activos pueden dar ganancia en voltaje, en contraste con los filtros pasivos que presentan pérdida significativa de voltaje.

Las limitaciones que presentan este tipo de filtros son con respecto al ancho de banda finito de los elementos activos. Este límite máximo de  $\omega_p$  disminuye con la Q del polo. Una medida más exacta de esta limitación es el producto de  $Q_p$  y  $f_p$ . Sin embargo con la tecnología actual es posible obtener valores muy grandes de este producto y pueden entonces utilizarse estas realizaciones de filtros para frecuencias mayores de 20 KHz. A diferencia de éstos, los filtros pasivos no tienen limitaciones en frecuencia y

pueden usarse aproximadamente hasta frecuencias de 500 KHz. En este caso las limitaciones en altas frecuencias son debidas a efectos parasitarios asociados a elementos pasivos.

Tomando en cuenta las ventajas de los filtros activos, se discuten brevemente los métodos de realización de filtros. El proceso de diseño es un proceso en el cual el objetivo es encontrar un sistema que tenga ciertas propiedades que han sido determinadas de antemano, pero en este caso la solución no es única. En contraste en un proceso de análisis el objetivo es encontrar las propiedades de algún sistema. En este trabajo se utiliza un proceso de diseño para el filtro deseado. Existen dos métodos de realización para filtros activos:

El primero es el método en cascada que consiste en factorizar la función de transferencia a realizarse en un producto de términos de 2o. orden (polinomios de 2o. orden en el numerador y denominador de la función de transferencia). Si la función de transferencia es de orden impar entonces es necesario factorizar de tal manera que haya factores de 1o. y 2o. orden (principalmente) dentro de la función. Posteriormente, cada término se realiza individualmente y una conexión en serie o en cascada se utiliza para realizar la función total.

El segundo método es un método directo, es decir, consiste en un circuito simple para realizar la función. En general, es un prototipo pasivo de la función de la red el cual involucra circuitos activos para simular ciertos bloques de la realización pasiva. Al respecto existen varias técnicas para realizar este método [Ref. 1, 2, 3, 6, 8, 15, 16].

La diferencia más importante en cada uno de los métodos es el problema de ajuste del filtro. En el caso del método en cascada el ajuste se hace independiente para cada sección, mientras que en el método directo el ajuste es en un circuito que consta de una sola sección. El ajuste del filtro es más sencillo cuando el circuito o las secciones del filtro son simples. Esto es debido a que la interacción entre elementos de un circuito simple es menor que en un circuito que consta de muchos elementos que interaccionan entre sí, como es el caso del método directo. Además el problema de ajuste se hace mucho más difícil cuando el orden del filtro se incrementa ( $n = 3, 4, 5, 6, \dots$ ). El método en cascada tiene las siguientes características: La función de transferencia del filtro de n-ésimo orden tiene la forma  $N(s) = \prod T_i(s)$  donde las funciones  $T_i$  son funciones de 1o. y/o de 2o. orden. La conexión de estas secciones se lleva a cabo tomando en cuenta la condición de  $Z(s_{all}) \ll Z(s_{ent})$  y así sucesivamente para la i-ésima sección. Esta condición nos asegura que al conectar las secciones de que consta el filtro el voltaje de salida de cada sección no se altera. Por lo tanto una de las mayores ventajas de este método es que la realización del filtro de n-ésimo orden se reduce a realizar funciones de 1o. y 2o. orden.

## CAPITULO II. CONFIGURACIONES BASICAS.

### II.1 El Amplificador Operacional Como Elemento Activo.

Un filtro activo se usa en el diseño del filtro de acuerdo a las características y ventajas que se presentaron en la sección 1.4. El elemento activo del filtro en la práctica es el VCVS (voltage-controlled, voltage-source). Idealmente el VCVS es un dispositivo de 2 pares de terminales, entrada y salida respectivamente, caracterizado por las siguientes propiedades:

- impedancia de entrada infinita.
- impedancia de salida cero.
- su voltaje de salida es linealmente proporcional al voltaje de entrada (pendiente B).

El VCVS es referido como amplificador de voltaje o simplemente amplificador. Se conocen 2 configuraciones de acuerdo al signo de la ganancia (K), la configuración inversora y la no inversora. La K siempre es positiva, el signo menos al manejar la configuración inversora significa que existe un cambio de fase de la señal original. La razón para la popularidad del VCVS como elemento activo es la facilidad con la que puede realizarse usando un amplificador operacional (A.Op.). La fig. 10 muestra 3 diferentes tipos de realizaciones usando A.Op.

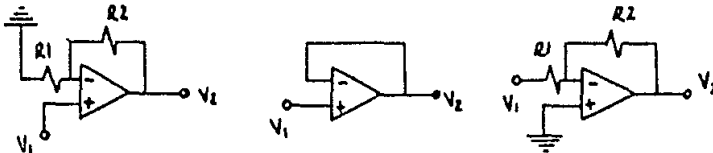


Fig. 10 Tres realizaciones basicas del A.Op.

- VCVS o A.Op. no inversor: es un A.Op. de entrada diferencial con K positiva ( $K > 1$ ), donde  $K = V_2/V_1 = (R_1 + R_2)/R_1$ .
- A.Op. no inversor: este circuito es referido como seguidor de voltaje cuya  $K = 1$ .
- A.Op. inversor: es un A.Op. de K negativa, donde  $K = -R_2/R_1$ .

### II.2 Filtros y Sensitividad.

La familia de filtros polinomiales o All-pole son aquellos que tienen una función de aproximación de la forma  $N(s) = H/B(s) = H/\prod_j(s-p_j)$  donde H es una constante y  $P_j$  son los polos de la función  $N(s)$ . Estas funciones tienen sus ceros en infinito. El tipo de filtros que pertenecen a esta familia son los de Butterworth, Chebyshev, Bessel, Legendre y los de transición.



En contraste, la función de aproximación de los filtros elípticos es de la forma  $N(s) = Hr_c [(s^2 + c_1)/(s^2 + a_1 s + b_1)]$ . La función tiene polos y ceros finitos y este tipo de funciones son llamadas bicuadráticas (de aquí el nombre de filtros Biquad). Estas funciones son un caso particular de la función general bicuadrática de  $2n$  orden que se considera enseguida.

La forma general de una función bicuadrática de  $2n$  orden es

$$N(s) = \frac{s^{2n} + a_1 s^{2n-1} + a_0}{s^{2n} + b_1 s^{2n-1} + b_0} = H \frac{s^2 + (w_z/Q_z)s + w_z^2}{s^2 + (w_p/Q_p)s + w_p^2} \quad (2.1)$$

donde  $w_p$ ,  $w_z$ ,  $Q_p$ ,  $Q_z$  son las frecuencias y las  $Q$ 's (factor de calidad) de los polos y ceros respectivamente, y se definen como:

- $w_p$  = frecuencia a la cual la magnitud de la función es máxima y es igual a  $\sqrt{b_0}$ .
- $w_z$  = frecuencia a la cual la magnitud de la función es mínima y es igual a  $\sqrt{a_0}$ .
- $Q_p$  = factor de calidad del polo, el cual determina la forma de la función alrededor de  $w_p$  y es  $\sqrt{b_0}/b_1$ .
- $Q_z$  = factor de calidad del cero, el cual determina la forma de la función alrededor de  $w_z$  y es  $\sqrt{a_0}/a_1$ .

Los ceros pueden ser reales o complejos y pueden estar en cualquier lugar del plano de frecuencia complejo, mientras los polos permanecen en el semiplano izquierdo del plano complejo [Ref. 4, 14]. Se obtienen mejores aproximaciones cuando las  $Q$  se incrementan (cuando son valores muy grandes). Entonces, una función elíptica de  $2n$  orden escrita en términos de  $w$  y  $Q$  tiene la forma:

$$N(s) = H \frac{s^2 + w_z^2}{s^2 + (w_p/Q_p)s + w_p^2} \quad (2.2)$$

Los ceros de esta función están localizados sobre el eje  $j\omega$  ya que  $Q_z = 0$ . Para la realización de funciones de magnitud de orden mayor que 2 los términos que intervienen en la factorización son  $(s+a)$  y  $(s^2+as+b)$ , los cuales pueden realizar funciones de orden par así como de orden impar.

Para los filtros polinomial y biquad uno de los conceptos más importantes en el diseño y selección del circuito más apropiado es el de sensibilidad. La sensibilidad de una red es una medida del grado de variación del funcionamiento de la red al funcionamiento esperado o nominal, debido a cambios en los elementos que constituyen la red. Estos cambios pueden ser debidos a tolerancias asociadas a componentes, efectos del medio ambiente como temperatura, humedad, etc. La sensibilidad es por lo tanto uno de los criterios de mayor importancia en la comparación y elección de las diferentes configuraciones posibles para un filtro.

La sensibilidad de un parámetro  $Y$  respecto a un elemento  $X$  es  $S_{YX} = (X/Y)(\partial Y/\partial X) = [\partial(\ln Y)/\partial(\ln X)]$ , esto significa que es la variación del parámetro  $Y$  respecto a variaciones en el parámetro  $X$  y su magnitud está dada en porcentaje. En general  $Y$  es una expresi-

ón o cantidad compleja y  $X$  es una cantidad real. Algunas de las sensibilidades de interés en una configuración dada se muestran enseguida:

$$a) \text{ Sensibilidad de } Q \text{ y } W: \quad S_x^{Q(w)} = \frac{X}{Q(w)} \cdot \frac{\partial Q(w)}{\partial x} \quad (2.3)$$

Donde la variable entre parentesis representa la sensibilidad de  $w$  respectivamente.

b) Sensibilidad relativa de raíces complejas o Sensibilidad dependiente de la frecuencia:

$$S_{z_i}^P = \frac{-1}{P_i GB} \cdot \frac{\partial P_i}{\partial (1/GB)} \quad (2.4)$$

donde  $P_i$  es la localización de uno de los polos y  $GB$  es el producto de  $K$  y el ancho de banda del A.Op.

Existen otras magnitudes de sensibilidad como: sensibilidad de la función ( $S_x^{M(x)}$ ), sensibilidad de coeficientes ( $S_x^{a_i}$ ), etc. [Ref. 1, 4, 8, 16, 28, 29, 30, 32, 33, 34, 35, 37, etc.]

### II.3 Configuraciones de Retroalimentación Positiva, Negativa y Configuraciones Bicuadráticas universales.

La mayoría de estos circuitos pueden clasificarse en 2 grupos: Configuración de retroalimentación negativa (CRN) y Configuración de retroalimentación positiva (CRP). Esta división también es utilizada para configuraciones polinomiales. Esta clasificación esta basada en el hecho de cual terminal de entrada del A.Op. esta conectada a la red pasiva RC. Por lo tanto estas configuraciones requieren una red RC y un A.Op.

1) La CRN es llamada así porque la red RC asociada con esta da una trayectoria a la terminal de entrada negativa del A.Op., esta configuración se muestra en la fig. 11. La función de transferencia general puede caracterizarse en terminos de funciones de transferencia de retroalimentación y retroalimentación hacia adelante de la red pasiva. Las características de la función de transferencia son:

- Los ceros de la red RC de retroalimentación determinan los polos de la función.
- Los ceros de la red RC de retroalimentación hacia adelante determinan los ceros de la función.
- Los polos y ceros en general pueden ser complejos.
- Los polos reales de la red no contribuyen en la función de transferencia.

2. La CRP da una trayectoria a la terminal positiva del A.Op., existe además una trayectoria a la terminal negativa del A.Op. via un divisor de voltaje. La configuración se muestra en la fig. 11. Las características de esta función son:

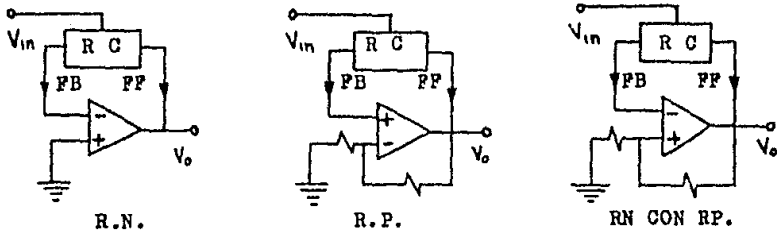


Fig. 11 Configuraciones de RN, RP y RN con RP respectivamente.

- Los ceros de la función son los ceros de la red RC de retroalimentación hacia adelante.
  - Los polos de la función pueden estar localizados en algún lugar del semiplano izquierdo s.
3. Existe otro tipo de configuración, que es una derivación de las dos anteriores, la cual se muestra en la fig. 11. En esta, existe RN respecto a la red RC y RP vía un divisor de voltaje, por lo que la configuración es llamada CRN con RP [Ref. 16].

Existen además 2 configuraciones universales que se manejan en los diferentes diseños de filtros (polinomiales y bicuadráticos) y son llamadas variables de estado. El nombre de variable de estado se deriva del hecho de que los métodos de variables de estado se utilizan para la solución de ecuaciones diferenciales, es decir, se involucran términos como  $x(t)$ ,  $\int x(t)dt$ ,  $\int \int x(t)dt^2$ , etc. y estos términos son llamados variables de estado. Para la realización de estos términos se utilizan bloques básicos como el del A.Op. inversor, integrador, sumador, etc. Estas configuraciones universales se utilizan para filtros polinomiales y bicuadráticos y son también conocidas como configuraciones de amplificadores múltiples (de 2, 3 o más A.Op.). Tales configuraciones son: variable de estado polinomial y resonador. [Ref. 1, 4, 5, 8, 12, 16, etc.]. Utilizando las 2 configuraciones anteriores es posible realizar una función bicuadrática sumando un 4o. A.Op., el cual tiene la función de generar los ceros complejos. [Ref. 4, 8, 34, 35, etc.].

Existen otras configuraciones que no usan los bloques básicos anteriormente mencionados (de variables de estado) pero que también son capaces de realizar funciones Bicuadráticas. Una de estas configuraciones usa A.Op. de entrada y salida diferencial y también utiliza un 4o. A.Op. para realizar la función bicuadrática. Por sencillez se le denomina T-G, [Ref. 8, 35]. La segunda configuración de este tipo es la configuración M-E, [Ref. 37]. En esta, se utilizan A.Op. comunes 741 de entrada diferencial. Más adelante se comparan y se discuten con más detalle.

#### II.4 Criterio de Diseño y Denormalización.

El diseño de un filtro se lleva a cabo considerando siempre algunos requisitos generales como potencia mínima, facilidad de ajuste y tolerancias moderadas. Con estos requisitos lo que se intenta es diseñar un filtro que utilice el menor número de elementos posibles y cuyo funcionamiento sea óptimo. Sin embargo, las ecuaciones de diseño dan más grados de libertad, los que pueden determinarse por las especificaciones y requisitos deseados. Enseguida se da una lista de requisitos que cumplen la mayoría de las aplicaciones:

- 1) Mínimo número de elementos pasivos.
- 2) Mínimo número de elementos activos y por lo tanto mínima potencia.
- 3) Mínima sensibilidad de las características de la función de transferencia a variaciones de elementos pasivos.
- 4) Selección adecuada de ganancia-ancho de banda del A.Op. real para minimizar la sensibilidad del filtro.
- 5) Facilidad de ajuste del filtro.
- 6) Mínima variación de componentes pasivos.

En la práctica todos estos requisitos no los puede satisfacer una sola configuración, por lo que el objetivo en el diseño es entonces tratar de minimizar cada uno de los puntos con óptimo funcionamiento en la realización dada.

El proceso de Denormalización o Escalamiento de componentes R y C se utiliza cuando el diseño se hace a partir de valores normalizados de R y C, así como de valores para la localización de polos y ceros. Con este método se tienen menos grados de libertad en la determinación de elementos pasivos. La denormalización consiste en cambiar los valores de frecuencia e impedancia normalizados a un nivel de frecuencia deseada y un valor de impedancia conveniente. La denormalización es de la siguiente forma:

$$R_1 = R \times Z \quad C_1 = C / (FSF \times Z) \quad (2.5)$$

donde  $R_1$ ,  $C_1$  son los valores reales y prácticos del elemento.  
 $R$ ,  $C$  son los valores normalizados tabulados.

FSF es el factor de escalamiento en frecuencia y es igual a  $2\pi f_c$ .

$Z$  es un factor de escalamiento en impedancia.

El factor  $Z$  es un valor arbitrario para cada etapa del filtro debido a que el circuito individual está aislado por el A.Op. y se escoge generalmente de tal forma que los valores de  $C$  sean reales y prácticos, mientras que el factor FSF es el mismo para todas las etapas.

## CAPITULO III. DISEÑO DEL FILTRO

## III.1 Selección de Componentes.

Los elementos pasivos son seleccionados de tal manera que se tenga el valor más exacto posible para resistencias (R) y capacitores (C) y evitar la posible inestabilidad del filtro debido a variaciones de R y C. Esto nos conduce a tomar en cuenta propiedades y características importantes para cada uno de los elementos. La tabla 1 muestra las características y cambios más importantes para los diferentes tipos de Resistencias, mientras que la tabla 2 hace lo mismo para los Condensadores disponibles. La selección del elemento activo se considera de tal forma que el producto ganancia-ancho de banda (K-BW) sea lo suficientemente grande (K-BW  $\gg 1$ ) para que no haya corrimiento en la localización del polo dado que esto puede generar la inestabilidad de la red y del filtro. Esto significa que K y BW imponen ciertas limitaciones sobre la respuesta en frecuencia de la red. La tabla 3 muestra las características de los A.Op. simples, duales y cuádruples para los diferentes tipos existentes y disponibles.

Entonces, basandonos en las tablas 1, 2 y 3 se propone lo siguiente: En el caso de resistencias utilizar las de alambre enrollado dado que tienen un mínimo porcentaje de error y por lo tanto mayor resolución. De igual forma para los condensadores el más conveniente es el de tantalium o el de poliester, también con mínimo % de error. En el elemento activo la restricción más fuerte es el producto K-BW por lo que se recomienda utilizar los elementos LF357 con 20 Mhz, A709, C1437 y C3471 con 10 Mhz y LF356 con 4.5 Mhz.

Los elementos arriba mencionados son los que teóricamente debemos utilizar pero, otra de las restricciones es la disponibilidad de elementos en el laboratorio de electrónica del CI-UNAM. Por lo que tomando en cuenta estas restricciones se decidió trabajar con elementos fácilmente disponibles. De lo anterior, los elementos pasivos y activos utilizados fueron los siguientes:

- a) Resistencias fijas de carbón con % de error entre 5 y 10.  
Resistencias variables de 1 vuelta con muy poca resolución.
- b) Condensadores de cerámica, mylar y tantalium o poliester con % de error entre 1 y 10 (teórico).
- c) El elemento activo utilizado fue el A741 ya que es el más disponible en el laboratorio, aunque con un producto de K-BW pequeño (1 Mhz).

Además, dada la necesidad de la mayor exactitud posible respecto a elementos pasivos entonces, se utilizaron también combinaciones de R y C para obtener el mejor valor teórico de tales elementos. Los porcentajes de error utilizados para el diseño se pueden apreciar en las tablas 6 y 8, de resultados.

Tipo de resistencia	Tipos de Resistencias						
	Película gruesa	película delgada			***** discreta *****		
	Cermet	Tantalum nítrido	Especial	Alambre enrollado	Composición de carbón	Película de metal	Película de carbón
Coefficiente de temp. ppm/°C	+100	-100±20 (-200±20)	-10	+5	+1500	0 a +50	0 a +50
Intervalo de temp. donde TC es lineal (°C).	No lineal	0-100	-55a +125	25 a 85	No lineal	25 a 85	No lineal
Intervalo práctico de R(R.A.)	3A-1M	10A-1M	100A-.3M	100A-100K	10A-2M	10A-1M	10A-2M
Precisión práctica (en %)	0.5	0.1	0.02	0.01	5.0	0.5	1.0
Duración (% /20 años)	1.0	0.1	0.1	0.01	5.0	0.1	2-5

Tabla 1. Características típicas de Resistencias.

Característica	Tipos de Condensadores							
	Mica	Poly estireno	Mylar	Poly propileno	Cerámica	Cerámica high-k	Tantalum thin-film	Poly carbonato
Coefficiente de temp. ppm/ C.	-35±35	-120±30	+600	-500a-200	0 + 30	-50000 a +20000	200a +25	+ 40
Intervalo de temp. donde TC es lineal (en C)	-55±125	-40±85	No lineal	-----	-55±150	No lineal	-40±65	-35±125
Intervalo de C (de pf-µf)	1-0.1	500-10	5000-1	500-100	10-0.05	100-20	1000-200	1000-10
Mínima tolerancia (en %)	+ 1	+ 0.05	+ 20	+ 0.5	+ 0.25	+ 10	+ 5.0	+ 0.25
Duración (% /20 años)	0.1	0.2	2.0	+ 0.3	+ 0.05	+15	- 0.5	0.2

Tabla 2. Características de Condensadores.

Tipo	Tipos de Amplificadores							
	Corriente de polarización (nA)	Corriente de compensación (nA)	Voltaje de compensación (mV)	BW de K-1 (Mhz)	Slew rate de K-1 (V/µs)	Comentarios (ver notas)		
Simple	A709	300	100	2	10	0.3	2	
	A741	80	20	1	1	0.5	1, 3	
	A748	80	20	1	1	0.5	2, 3	
	LM301	70	3	2	1	0.5	2, 3	
	LM307	70	3	2	1	0.5	1	
	LF355	30pA	3pA	3	2.5	5.0	1, 3, 4	
	LF356	30pA	3pA	3	4.5	12	1, 3, 4	
	LF357	30pA	3pA	3	20	50	1, 3, 4	
	Dual	CI458	80	20	1	1	0.5	1
		RC458	40	5	0.5	3	1	1
A747		80	20	1	1	0.5	1, 3	
CI437		400	50	1	10	0.3	2	
Quad	C3401	50			5	0.6	1	
	C3411	80	20	2	1	0.5	1	
	C3471	20pA		2	10	20	1, 4	

Notas: 1. internamente compensado  
2. externamente compensado

3. provisión nula de offset  
4. entrada JFET.

Tabla 3. Selección de Amplificadores Operacionales.

### III.2 Método de Diseño.

En el diseño de filtros elípticos o Biquad se consideran los siguientes parámetros:

- a) Frecuencia de corte del filtro ( $f_c$ , intervalo 0-20 KHz).
- b) Orden del filtro ( $n = 8$ ).
- c) Magnitud del rizo en el PB y RB (0.1 dB).
- d) Atenuación máxima y/o mínima (-80 dB).
- e) Intervalo de transición (TW, 0.4032).

Para el diseño realizado, las magnitudes de los parámetros se dan en la columna de la derecha.

A partir de la definición de estos o de algunos de estos parámetros (al menos 3) el filtro puede diseñarse directamente de polos y ceros así como de valores normalizados de R y C, ya tabulados [Ref. 4, 8, 12, 17, 18, 19], para diferentes tipos y ordenes de filtros. El diseño puede hacerse también a partir de las ecuaciones de diseño de una configuración dada y de la determinación de parámetros tales como K, Q, w, etc. Los dos métodos de diseño anteriores suponen la función de transferencia de 2o. orden para filtros elípticos que contiene los siguientes parámetros:

$$N(s) = K \frac{s^2 + a_0}{s^2 + b_1 s + b_0} = K \frac{s^2 + w_x^2}{s^2 + (w_p/Q_p)s + w_p^2} \quad (3.1)$$

Si el orden del filtro es mayor que 2 entonces van a existir diferentes valores de  $w_p$ ,  $Q_p$  y  $w_x$  para cada sección o etapa que constituye al filtro. Se definen entonces  $w_{p0} = \sqrt{b_0}$ ,  $Q_{p0} = \sqrt{b_0/b_1}$  y  $w_{x0} = \sqrt{a_0}$  y el arreglo para los diferentes valores que se determinan es el siguiente:

Los valores de  $w_{p0}$  y  $Q_{p0}$  para la 1a. sección del filtro tienen los valores más pequeños (tienden a 0) y los valores de las siguientes etapas se toman de tal forma que aumentan en la siguientes etapas (2a., 3a., 4a., etc), es decir,  $w_{p0}$  y  $Q_{p0}$  van de cero a infinito. En contraste, los valores de  $w_{x0}$  van de infinito a cero, es decir, la 1a. sección con el valor más alto y las siguientes con valores decrecientes. Los valores de  $Q_{p0}$  permanecen constantes en todas las secciones del filtro. Para una frecuencia de corte determinada se consideran los valores:

$$\begin{aligned} f_{p1} &= w_{p0} f_c & w_{p1} &= w_{p0} w_0 \\ f_{x1} &= w_{x0} f_c & w_{x1} &= w_{x0} w_0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde el subíndice i indica un valor para cada sección del filtro,  $f_c$  es la frecuencia de corte y  $w = 2\pi f_c$  rad/seg. El método de diseño utilizado es: después de haber determinado 3 parámetros se utilizaron las ecuaciones de diseño de la configuración, Tablas y gráficas ya tabuladas para diseño, ya que este método permite algún grado adicional de libertad para la determinación de componentes (R y C) respecto al otro método mencionado.

### III.3 Ajuste del Filtro.

Las ecuaciones de diseño se derivan suponiendo que el A. Op. es ideal, pero en la práctica el funcionamiento del A.Op. y por lo tanto del filtro es diferente del diseño nominal. Esta diferencia depende del % de error asociado a los elementos utilizados y de la sensibilidad de la configuración básica. En la construcción de filtros activos el punto de mayor importancia, además del proceso de diseño, es el ajuste del filtro que consiste en lo siguiente:

Dadas las características reales del A.Op. usado, entonces el ajuste se hace respecto a los elementos pasivos, es decir, se intenta manejar el valor más exacto posible para R y C y variar estos elementos en una cantidad de + X % del valor teórico de tal forma que el circuito no oscile por sí solo, que no caiga en inestabilidad y que cumpla las características deseadas. El ajuste de R y C se hace entonces bastante difícil si se considera que todos los elementos tienen un % de error o tolerancia respecto del valor teórico del elemento.

Los filtros biquad que utilizan en su configuración un solo elemento activo son más difíciles de ajustar debido a que existe mayor interacción entre los elementos del circuito, es decir, con una variación de uno de sus elementos se altera la señal de salida. Se hace entonces necesario variar todos los elementos pasivos y activos para ajustar completamente el filtro a los parámetros deseados. En contraste los filtros de 3 y/o 4 A.Op son más sencillos de ajustar. La razón está en que el A.Op. da un cierto grado de aislamiento al bloque básico usado en cada sección y por lo tanto existe menor interacción entre elementos.

Los parámetros de ajuste de un filtro biquad de 3 y/o 4 A.Op utilizan solo variaciones de R y máximo 3 R para el ajuste total del filtro. Los principales parámetros de ajuste son K,  $\omega_0$ ,  $\omega_z$ ,  $Q_p$ ,  $Q_z$  y para el ajuste de cada parámetro se utiliza la variación de una sola R (ver Ec. 3.5 y 3.8, sección III.4). Es necesario además que cada paso de ajuste sea independiente, es decir, que no afecte al siguiente y que también sea independiente para cada sección del filtro. Tal característica de ajuste independiente se presenta para las configuraciones de 3 o más A.Op. Los parámetros que describen los polos se ajustan al observar la señal de salida en el PB, mientras que los de los ceros se observan en el 4o. A. Op. (para filtros de variables de estado) o en la salida del circuito básico del filtro.

### III.4 Configuraciones Realizadas y Resultados.

Las diferentes configuraciones para el diseño de filtros activos presentan los 3 tipos de retroalimentación anteriores, tanto para filtros polinomial como para filtros biquad. En el caso de filtros biquad existen configuraciones que contienen 1, 2, 3 y 4 elementos activos en el circuito básico, que es en general una



red de 2o. orden. En la Tabla 4 se hace una comparación de configuraciones polinomial y biquad que dependen de diversos factores.

Tipo de realización	Bajo # de elementos pasivos	Bajo # de elementos activos	Baja varia ción de elementos	Relaciones de diseño surples	Baja sensi tividad	Realiza al tas Q	No. de fun ciones que realiza.
Config. de LA.Op., de K positiva (finita)	+	+	+	+	-	-	1
Config. de LA.Op., de K finita y con M. F.*	+	+	-	-	+	-	1
Config. de LA.Op., de K finita y con S. F.*	-	+	+	+	+	-	1
Config. de variable de estado, 3 A.Op. **	-	-	-	-	+	+	3
Config. de variable de estado, resonador.	-	-	-	-	+	+	2

Tabla 4. Comparación de configuraciones polinomial y biquad

Observaciones de la Tabla 4:

- + : Indica que el filtro es excepcional en esa propiedad.
- : Indica que esa propiedad del filtro es baja o mala.
- \* : M. F. y S. F. indica retroalimentación múltiple y simple respectivamente.
- \*\* : Estas configuraciones son también llamadas de amplificadores múltiples.

La Tabla 4 sirvió como base para la realización del diseño a construir y además, presenta una breve pero amplia información de filtros polinomiales y bicuadráticos. En esta tabla se pueden apreciar diferencias notables de las realizaciones polinomiales y las biquad. Por ejemplo, el número de elementos pasivos y activos así como el número de funciones que realiza. Dado que el diseño de interés en este trabajo es una realización bicuadrática, entonces, se trabajó principalmente con configuraciones que tienen en su circuito básico 1 o más elementos activos (como es el caso de las 2 últimas configuraciones de la tabla 4). La razón se explica brevemente en la sección 3.3.

Enseguida se presentan las 3 configuraciones realizadas para el filtro deseado. En cada diseño se utilizan valores alrededor de los parámetros deseados, se presentan las ecuaciones de diseño y posteriormente se determinan los valores de los elementos de la configuración dada.

## DISEÑO 1

Configuración con 1 A.Op. que realiza la función de transferencia de 2o. orden bicuadrática, caso particular función elíptica. La configuración básica se muestra en la fig. 12. Realización de un filtro pasabajo bicuadrático (LPB).

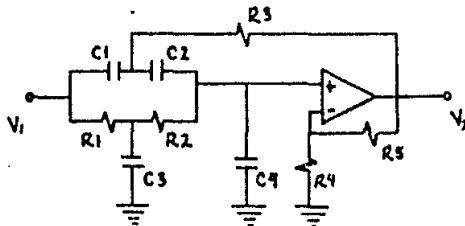


Fig. 12 Realización de un filtro LPB de 1 A.Op.

La función de transferencia en términos de los parámetros de la red es:

$$N(s) = \frac{[K/(m+1)c+1](s^m+1/a^m)}{s^m+s[(m+1)(c+(2-K)/m)/a[(m+1)c+1]]+1/a^m[(m+1)c+1]} \quad (3.3)$$

Comparando la función de transferencia de una función elíptica y la ecuación (2) se obtienen las ecuaciones de diseño:

$$a = 1/\sqrt{b_0}, \quad c = [(b_0/a_0)-1]/(m+1), \quad H = (a_0/b_0)K$$

$$K = 2 + [m/(m+1)][(b_0/a_0 - 1 - (a_1\sqrt{b_0}/a_0)]$$

donde K es la ganancia del A.Op. real, H ganancia de la función de transferencia y m es un factor arbitrario.

Los elementos normalizados se definen como:

$$\begin{array}{lll} C1 = a & C2 = a/m & C3 = a(m+1)/m \\ R1 = 1 & R2 = m & R3 = m/(m+1) \end{array}$$

R4 y R5 dependen del valor de K y se determinan considerando a K como  $(1+R5/R4)$ .

A partir de estas ecuaciones de diseño se utiliza el proceso de escalamiento para determinar los valores reales y prácticos de los elementos pasivos.

Características de ajuste: todos los valores de los elementos pasivos deben ser lo más exacto posible, para un mayor ajuste (si es necesario) utilizar R y C variables y considerar las limitaciones reales del A.Op. En esta configuración existe mayor interacción entre los elementos y se hace entonces más difícil su ajuste dado el orden del filtro y sus características.

## DISEÑO 2

Configuración con 1 A.Op. que realiza una función de transferencia de 2o. orden bicuadrática. El circuito es una variación del diseño 1 y cuyo circuito básico se muestra en la fig. 13.

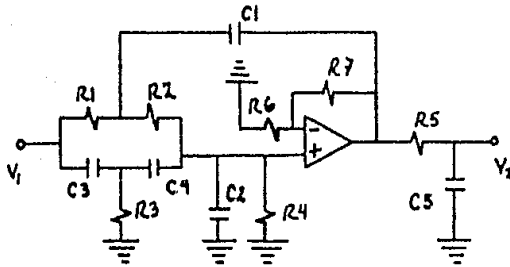


Fig. 13 Realización biquad, n impar, 1 A.Op.

Esta configuración introduce en la última parte un polo real en  $\alpha$ , donde  $\alpha$  es una componente real en la localización del polo simple. Este polo real se debe a que el circuito realiza funciones de orden impar. Las ecuaciones de diseño son:

- a) Se calcula  $a = 2\alpha / \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ ,  $b = \omega_{00} / \alpha^2 + \beta^2$  donde  $\alpha$ ,  $\beta$  son las partes real e imaginaria de la localización de los polos.  $\omega_{00}$  es la parte imaginaria en la localización de los ceros.

- b) Los valores de los elementos normalizados son:

$$\begin{aligned} R1 &= (b+1)/3b & R2 &= 2R1 & R3 &= (b+1)/4.5 \\ R4 &= (4.5)R3 & C1 &= (4.5)b/(b+1)\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \\ C2 &= C1/(4.5) & C3 &= C1/(1.5)b & C4 &= C3/2 \\ R5 &= 1\Omega & C5 &= 1/\alpha & K &= (2.5-a)(b+1)/(1.5)b \end{aligned}$$

- c) Para la sección de ganancia:  $R6 = R$  y  $R7 = (K-1)R$

A partir de estas ecuaciones de diseño se utiliza el proceso de escalamiento para determinar los valores reales de los elementos pasivos.

Características de ajuste: el ajuste de este diseño es de la misma forma que en el diseño 1.

## DISEÑO 3

Configuración con 4 A.Op. que realiza la función de transferencia de 2o. orden bicuadrática y que tiene la siguiente forma:

$$N(s) = \frac{-R_6}{R} \frac{s^m + (1/R_2R_3C^m)(1+R_3R/R_4R)}{s^n + (1/R_1C)s + (1/R_2R_3C^m)} \quad (3.4)$$

El circuito básico se muestra en la fig. 14.

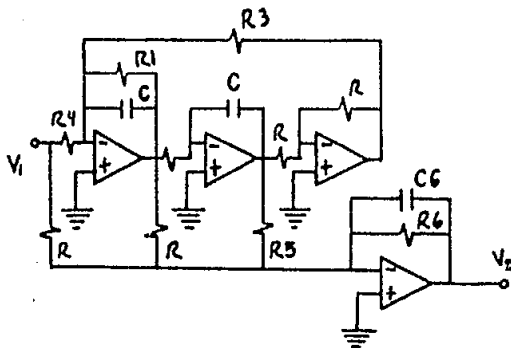


Fig. 14 Realización biquad de 4 A.Op., n impar.

Las ecuaciones de diseño son:

- a) Se denormalizan las coordenadas del polo y cero (tabulados)  
 $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $w$ .

$$\alpha' = \alpha \times \text{FSF}$$

$$\beta' = \beta \times \text{FSF}$$

$$w_{\alpha}' = w \times \text{FSF}$$

$$\alpha_0' = \alpha \times \text{FSF}$$

$$\alpha_0 = \text{parte real polo simple.}$$

FSF = factor de escalamiento en frecuencia.

- b) Se calcula  $w_{\alpha}' = \alpha'^2 + \beta'^2$  (frecuencia resonante en el PB)

- c) Los valores de los componentes son:

$$R_1 = R_4 = 1/2\alpha'C$$

$$R_2 = R_3 = 1/w_{\alpha}'C$$

$$R_5 = (2\alpha'w_{\alpha}'R)/(w_{\alpha}'^2 - w_0'^2)$$

$$R_6 = (w_{\alpha}'/w_{\alpha}'^2)KR$$

$$C_6 = 1/\alpha'R_6$$

donde R y C son arbitrarios y K la ganancia deseada.

En esta configuración ya no es necesario hacer el proceso de escalamiento ya que se está utilizando en las ecuaciones de diseño el factor FSF y valores arbitrarios pero prácticos de R y C.

Características de ajuste: una diferencia notable respecto a los diseños anteriores es que el ajuste para este filtro se hace solo con variaciones de 2 o 3 R máximo y es por lo tanto más sencillo. Esto se debe principalmente a que el circuito utiliza bloques aislados (debido al uso del A. Op.) y entonces no existe mucha interacción entre elementos y etapas del filtro.

$$\begin{aligned} f_c &= \omega_c / 2\pi & \text{-----} & \text{R3} & (3.5) \\ Q &= \pi f_c / \alpha' & \text{-----} & \text{R1} \end{aligned}$$

Se construyeron los circuitos propuestos en los diseños 1, 2 y 3 y se evaluaron (en el intervalo de audio, 0-20 KHz) utilizándose para esto el siguiente diagrama de bloques:

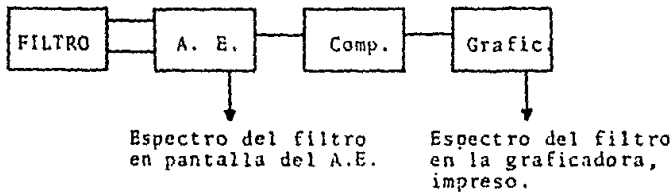


Fig. 15 Esquema de evaluación con el analizador de espectros de 2 canales (E/AE2C).

El analizador de espectros de 2 canales (AE2C) es un aparato que genera una señal de ruido que se maneja como señal de entrada del filtro y cuya salida es registrada nuevamente en el AE2C. En el A. E. (analizador de espectros) es posible ver, en una pantalla integrada, el espectro del filtro (P pero, con restricciones en tanto a frecuencia (0-25 KHz) y en magnitud (0-80 dB). Además, dado que se tiene una señal de ruido como entrada del filtro entonces, se maneja también una señal promedio controlable en el A.E. para obtener el espectro del filtro lo más uniforme posible. Después de haber hecho un ajuste adecuado (el mejor posible para cada configuración) se utilizó un programa de computadora (realizado en la sección de acústica, CI-UNAM, que usa un barrido logarítmico en frecuencia 0-25 KHz y una escala en magnitud de 0-80 dB) para la obtener la gráfica correspondiente.

Las gráficas respectivas para los diseños 1, 2 y 3 se muestran en la fig. 16 y se identifican como C1-C0815, C2-C0720 y C3-C0725 a una frecuencia de corte de 20 KHz. En cada configuración realizada se definen los parámetros manejados y se presentan en la tabla 5. En la tabla 6 se muestran también los resultados medidos y manejados en porcentajes respecto de los valores teóricos.

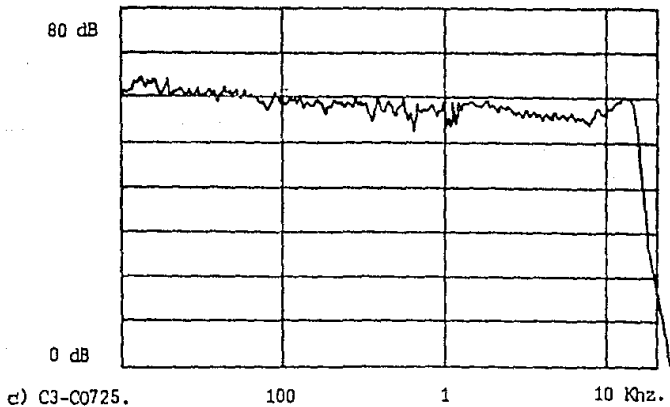
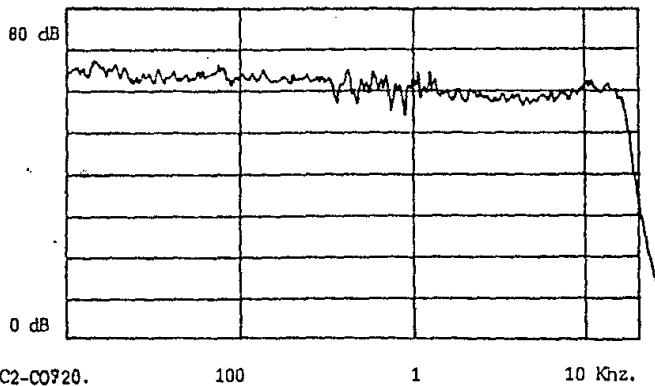
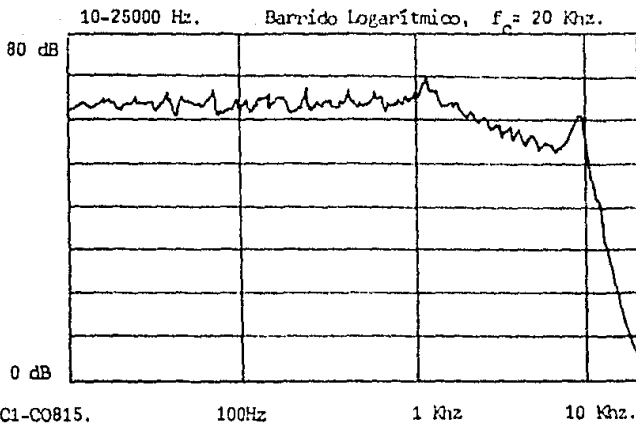


Fig. 16 Filtros elípticos (LPB) realizados, Diseños C1, 2 y 3.

Tipo de config.	Atenuación (dB)	rizo (dB)	TW	$\theta$ [°]	# de etapas	parámetros de denormalización Z en K $\Omega$
C1 C0815	-111.263	0.1	2	30	4	m arbitrario 10, m = 0.1
C2 C0720	-60.91	0.17	1.28	51	3	10
C3 C0725	-30.86	0.28	1.15	60	3	10

Tabla 5. Parámetros de las configuraciones 1, 2 y 3.

Tipo de conf.	% error en R	% error en C	$\theta$ [°]	K total	% error en $f_c$	% error en At.	% error en rizo	ajuste
C1 C0815 LPB	2-3	3-5	30	276.7	55	55	P8-10db	todos
C2 C0720 LPB	2	1-2	51	2.3	15	26.6	P3-4db	todos
C3 C0725 LPB	$\leq 1$	$\leq 1$	60	27	25	$\leq 10$	P5db	R1 R3

(- P5db indica que existe un pico alrededor de  $f_c$  de magnitud 5 db. -)

Tabla 6. % de error en configuraciones realizadas.

El método de evaluación, utilizado impuso restricciones para un buen análisis en frecuencia y en atenuación del filtro LPB, por lo que las mediciones realizadas se manejaron en % y se hizo entonces una estimación de los valores de los parámetros utilizados. El TW en las 3 realizaciones no se pudo determinar debido a la limitación en frecuencia (hasta 25 KHz) y para un buen análisis se requiera un intervalo de frecuencia de 0-40 KHz. Análogamente para el nivel de atenuación, tampoco se pudo determinar exactamente ya que el intervalo dinámico de atenuación (teórico) requerido era de al menos -100 dB y solo se disponía de un intervalo de -80 dB. En las gráficas se puede apreciar un pico alrededor de la frecuencia de corte en cada una de las configuraciones, este es debido a la frecuencia de resonancia en  $f_c$ . El pasabanda (PB) desde un punto de vista teórico solo debe variar en + 1dB en el peor de los casos. Ya en la práctica, varía en promedio el va-

lor del pico y además, puede observarse que el PB no es tan plano como debería serlo. Al respecto, es posible hacer variaciones de elementos pasivos y aplanar un poco el PB pero, nuevamente estamos cambiando parámetros tales como  $f_c$ , atenuación y magnitud del rizo. Otro parámetro de importancia en el cual no se tuvo un buen control es en la  $f_c$ , las gráficas muestran un error considerablemente grande. De igual forma con variaciones de elementos pasivos es posible correr esta  $f_c$  y esto también conduce a cambios en otros parámetros. La razón de estos cambios es de que al variar los valores de los elementos pasivos estamos corriendo la localización de los ceros y polos y por lo tanto, es posible que el sistema caiga en inestabilidad.

Entonces, puede observarse que existe una estrecha relación entre los parámetros que definen el filtro elíptico, por lo que se requiere una mejor configuración para el diseño, que considere una mayor facilidad de ajuste y una mínima sensibilidad de elementos pasivos.

Tomando en cuenta la discusión anterior, se propone el diseño utilizando la configuración M-B de acuerdo al siguiente análisis:

En la Tabla 7 se hace una comparación de 4 diferentes filtros Biquad, se muestra la sensibilidad a variaciones de elementos pasivos, el efecto del ancho de banda finito del A.Op. y número de elementos activos para cada configuración. Todas las configuraciones Biquad utilizan el mínimo número de condensadores en la sección básica de 2o. orden, este mínimo es 2 C. La comparación para los 4 tipos de filtros se hace suponiendo que todas las configuraciones usan el mismo tipo de A.Op. (741). Enseguida se especifica que tipo de configuración se utiliza en cada una de las realizaciones:

Tipo de realización	Bajas frecuencias,						$B^* = A_0 \omega \gg \omega_p$	No. de A.Op. requeridos.					
	$\left  \frac{S_{21}^{01}}{S_{21}^{02}} \right $	$\left  \frac{S_{21}^{04}}{S_{21}^{05}} \right $	$\left  \frac{S_{21}^{06}}{S_{21}^{07}} \right $	$\left  \frac{S_{21}^{08}}{S_{21}^{09}} \right $	$\left  \frac{S_{21}^{10}}{S_{21}^{11}} \right $	$\left  \frac{S_{21}^{12}}{S_{21}^{13}} \right $	$Q_p/Q_{pm}$	$\omega_p^2/\omega_{pm}^2$	LP	HP	BP	N	AP
M-B	$\leq 1$	$\leq 1$	$\leq 1$	$\leq 1$	0	$Q_p/A_0 (1+Q_p/A_0 - \omega_p^2/2B)$	$1 + \omega/B$	3	3	3	3	3	
KBN	$\leq 1$	$\leq 1$	$\leq 1$	$\leq 1$	0	$2Q_p/A_0 (1+Q_p/\omega_p - 2Q_p\omega_p/B)$	$1 + 2\omega_p/B$	3	4	3	4	4	
T-C	$\leq 2$	$\leq 1$	$\geq 1$	$\geq 1$	0	$3Q_p/A_0 (1+3Q_p/A_0 - 3\omega_p/2B)$	$1 + 3\omega_p/B$	4	4	4	4	4	
T-H	$\leq 1$	$\leq 1$	$\geq 1$	$\geq 1$	0	$2Q_p/A_0 (1+2Q_p/A_0 - 2Q_p\omega_p/B)$	$1 + 2\omega_p/B$	3	4	3	4	4	

\*  $B = A_0 \omega$  es el producto ganancia-ancho de banda del A.Op.

Tabla 7. Comparación de configuraciones biquad respecto a sensibilidad y número de amplificadores operacionales.

K H N - Es una configuración variable de estado y un 4o. A.Op. sumador.



- T-H - Es la configuración del resonador más un 4o. A.Op. sumador.
- T-G - Es una configuración en la cual la salida y entrada del A.Op. son diferenciales y también utiliza un 4o. A.Op..
- M-B - Es una configuración diferente a las 3 anteriores pero, que realiza las mismas funciones con un mínimo de elementos y que es menos sensitiva (usa RN con RP).
- Se dan estos nombres a las configuraciones por sencillas.

Una de las limitaciones importantes de filtros biquad es respecto al producto K-BW del A.Op.. El efecto de este producto puede verse en los términos  $Q_p/D_{0.2}$  y  $w_p^2/v_{p,2}^2$  de la tabla 7. Tal efecto es significativo si K-BW tiende a cero y es insignificante si K-BW tiende a un valor grande (infinito). Tales condiciones se traducen en que si K-BW tiende a infinito se tiene un filtro más selectivo y estable. Considerando las características anteriores, se realizó el diseño del filtro pasa bajo polinomial y bicuadrático (LPP y LPB respectivamente) utilizando la configuración M-B que tiene ventajas respecto a los diseños 1, 2 y 3 y también respecto a otras configuraciones de 3 o más A.Op.

Enseguida se presentan los diseños 4 y 5 (para el filtro LPP y LPB) respectivamente. Se muestran también los parámetros manejados en el diseño y valores de diseño para estas configuraciones.

#### DISEÑO 4

Configuración M-B (Mikhael y Bhattacharyya) con 3 A. Op. Este circuito realiza funciones de transferencia de 2o. orden, para filtros polinomiales y biquad. La configuración básica se muestra en la fig. 17.

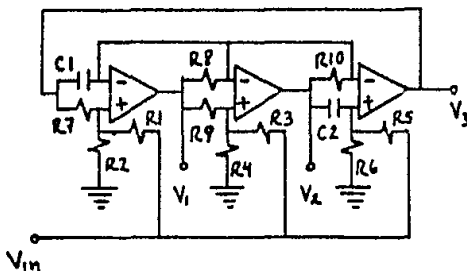


Fig. 17 Realización LPP y LPB de 3 A.Op.

$V_{in}$  = señal de entrada.

$V_3$  = señal de salida, filtro LP polinomial (LPP)

$V_1$  = señal de salida, filtro LP biquad (LPB o LPN)

La función de transferencia LPP es:

$$N_p(s) = H w_p^n / [s^n + (w_p/Q_p)s + w_p^n] \quad (3.6)$$

Las ecuaciones de diseño son:

$$\begin{aligned} \alpha &= 2Q^{1/n} / (1+Q^{1/n}) & R1 &= R3 = 0 & H &\leq 2 \\ R2 &= R7 = R9 = R & R4 &= R8 = RQ^{1/n} & \\ R5 &= 2R/\alpha H & R6 &= R/\alpha(1-H/2) & R10 &= \alpha R \\ C1 &= C2 = 1/w_p R & & & & \end{aligned}$$

La función de transferencia LPB o LPN es:

$$N_n(s) = H_n [s^n + w_n^n] / [s^n + (w_n/Q_n)s + w_n^n] \quad (3.7)$$

Las ecuaciones de diseño son:

$$\begin{aligned} \alpha &= 2Q^{1/n} / (1+Q^{1/n}) & R1 &= R(1+Q^{-1/n})/H & R2 &= RR1/(R1-R) \\ R3 &= 0 & R4 &= R8 = RQ^{1/n} & R5 &= R w_n^n (1+Q^{-1/n}) / H_n \alpha w_n^n \\ R6 &= RRS/(\alpha R5-R) & R7 &= R9 = R & R10 &= \alpha R \\ H_n &\leq w_p^n (1+Q^{-1/n}) / w_n^n, & & & & w_n(\alpha w_n) > w_p \\ C1 &= C2 = 1/w_p R & & & & \end{aligned}$$

Los parámetros de  $w_p$ ,  $w_n$  y  $Q_p$  se determinan como se describió en el método de diseño. Los valores de  $H$  y  $R$  son arbitrarios y restringidos a valores prácticos. En esta configuración no es necesario el proceso de escalamiento debido a que se están definiendo valores prácticos de  $R$  y  $w$  dada la frecuencia de corte deseada para la determinación de los  $C$ .

Características de ajuste: de igual manera que el diseño 3, el ajuste se hace mediante la variación de 2 o 3  $R$  máximo.

$$\text{LPP} \begin{cases} w & \text{-----} & R5 \\ 0 & \text{-----} & R4 \end{cases} \quad \text{LPB} \begin{cases} w & \text{-----} & R6 \\ w & \text{-----} & R5 \\ 0 & \text{-----} & R4 \end{cases} \quad (3.8)$$

Si se hace una comparación de los diseños 3, 4 y 5 se observa que la configuración propuesta M-3 es la que utiliza el menor número de elementos pasivos y activos y además presenta menor sensibilidad en comparación con otros diseños biquad [Ref. 1, 4, 8, 12, 16, 24, 26, 28, 32, 34, 35, 36, 37].

#### DISENO 4

COBIS

Atenuación = -80db

$f_c = 1$  KHz

rizo = 0.1db

TW = 0.4032

LPP/M-D

$\theta = 45^\circ$

El filtro consta de 4 secciones de 2o. orden.

$$\begin{aligned} w_{p1} &= 2870.6125 \text{ rad/s} & f_{p1} &= 457.1039 \text{ Hz} & Q_{p1} &= 0.6029353 \\ w_{p2} &= 4564.5923 \text{ rad/s} & f_{p2} &= 726.8459 \text{ Hz} & Q_{p2} &= 1.3474007 \\ w_{p3} &= 5847.3947 \text{ rad/s} & f_{p3} &= 931.1138 \text{ Hz} & Q_{p3} &= 3.2664472 \\ w_{p4} &= 6432.1148 \text{ rad/s} & f_{p4} &= 1.0242 \text{ KHz} & Q_{p4} &= 11.977027 \end{aligned}$$

R1, R3 y R6 se quitan de la configuración y  $K = 2$  en todas las etapas. Todas las R están en  $K\Omega$ .

1a. Etapa:

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.8741839 & R5 &= 114.3924 \text{ k} \\ R2 = R7 = R9 &= 100 \text{ k} & R10 &= 87.4183 \text{ k} \\ R4 = R8 &= 77.6489 \text{ k} & C1 = C2 &= 3.4835\text{nf.} \end{aligned}$$

2a. Etapa:

$$\begin{aligned} \alpha &= 1.0744066 & R5 &= 90.0746 \text{ k} \\ R2 = R7 = R9 &= 100 \text{ k} & R10 &= 107.440 \text{ k} \\ R4 = R8 &= 116.077 \text{ k} & C1 = C2 &= 2.1907\text{nf.} \end{aligned}$$

3a. Etapa:

$$\begin{aligned} \alpha &= 1.2875797 & R5 &= 77.6650 \text{ k} \\ R2 = R7 = R9 &= 100 \text{ k} & R10 &= 128.7579 \text{ k} \\ R4 = R8 &= 180.7331 \text{ k} & C1 = C2 &= 1.7101\text{nf.} \end{aligned}$$

4a. Etapa:

$$\begin{aligned} \alpha &= 1.5519385 & R5 &= 64.4355 \text{ k} \\ R2 = R7 = R9 &= 100 \text{ k} & R10 &= 155.1938 \text{ k} \\ R4 = R8 &= 346.367 \text{ k} & C1 = C2 &= 1.5546\text{nf.} \end{aligned}$$

La ganancia total ( $K_v = \pi_1 k_1$ ) del filtro es 16.00.

#### DISEÑO 5

COB15  $f_c = 1 \text{ KHz}$  LPB/M-B  
 Atenuación = -80db  $r_{izo} = 0.1\text{db}$   $TW = 0.4032$   $\theta = 45^\circ$   
 El filtro consta de 4 secciones de 2o. orden. la configuración es la misma que el diseño 4 pero, realiza una función diferente, LPB/M-B.

$$\begin{aligned} w_{p1} &= 8.936537 \times 10 & f_{z1} &= 6.114 \text{ KHz} \\ w_{p2} &= 1.009633 \times 10 & f_{z2} &= 2.254 \text{ KHz} \\ w_{p3} &= 3.841971 \times 10 & f_{z3} &= 1.606 \text{ KHz} \\ w_{p4} &= 1.416382 \times 10 & f_{z4} &= 1.422 \text{ KHz} \end{aligned}$$

Los parámetros de  $w_{p1}$ ,  $f_{z1}$  y  $Q_{z1}$  son los mismos que en el diseño 4. R3 y R6 se quitan de la configuración en todas las etapas. Todos los valores de R están en  $K\Omega$ , excepto R1 en la 4a. etapa, cuyo valor es de  $M\Omega$ .

1a. Etapa:

$$\begin{aligned} R1 &= 968.167 \text{ k} & R5 &= 114.392 \text{ k} & C1 = C2 &= 3.4818\text{nf.} \\ R2 &= 111.518 \text{ k} & R7 = R9 &= 100 \text{ k} & H &= 0.236307 \\ R4 = R8 &= 77.648 \text{ k} & R10 &= 87.418 \text{ k} & K &= 2.287839 \end{aligned}$$

## 2a. Etapa:

R1 = 488.760 k	R5 = 93.074 k	C1 = C2 = 2.1896nf.
R2 = 125.722 k	R7 = R9 = 100 k	H = 0.38086
R4 = R8 = 116.077 k	R10 = 107.44 k	K = 1.861444

## 3a. Etapa:

R1 = 4.312 M	R5 = 77.665 k	C1 = C2 = 1.7092nf.
R2 = 102.373 k	R7 = R9 = 100 k	H = 0.0360168
R4 = R8 = 180.733 k	R10 = 128.757 k	K = 1.5532986

## 4a. Etapa:

R1 = 484.423 k	R5 = 64.435 k	C1 = C2 = 1.5539nf.
R2 = 126.013 k	R7 = R9 = 100 k	H = 0.2663
R4 = R8 = 346.367 k	R10 = 155.193 k	K = 1.2886784

La ganancia total del filtro es 8.41.

Para hacer un cambio de frecuencia con esta realización los únicos elementos que cambian su valor son los condensadores, por lo tanto, sólo se presentan los valores de los C para diferentes frecuencias.

a)  $f_c = 10$  Khz

1a. Etapa --	C1 = C2 = 348.357pf.
2a. Etapa --	C1 = C2 = 219.077pf.
3a. Etapa --	C1 = C2 = 171.016pf.
4a. Etapa --	C1 = C2 = 155.469pf.

b)  $f_c = 17$  Khz

1a. Etapa --	C1 = C2 = 204.8124pf.
2a. Etapa --	C1 = C2 = 128.8038pf.
3a. Etapa --	C1 = C2 = 100.5468pf.
4a. Etapa --	C1 = C2 = 91.4064pf.

c)  $f_c = 20$  Khz

1a. Etapa --	C1 = C2 = 174.090 pf.
2a. Etapa --	C1 = C2 = 109.483 pf.
3a. Etapa --	C1 = C2 = 85.4648pf.
4a. Etapa --	C1 = C2 = 77.6955pf.

Posteriormente se realizó la construcción de estos filtros, evaluándose con el siguiente diagrama de bloques, fig. 18.

El amplificador de medición (A.M.) es un aparato que nos va a controlar el nivel de voltaje de salida del filtro (en diferentes escalas de voltaje). Con este segundo método de evaluación se obtuvieron gráficas con una escala logarítmica y otra lineal en frecuencia, considerando las características del A.M. y las de la graficadora X-Y. En este método también se tuvieron restricciones en frecuencia y en magnitud para la respuesta del filtro. El in-

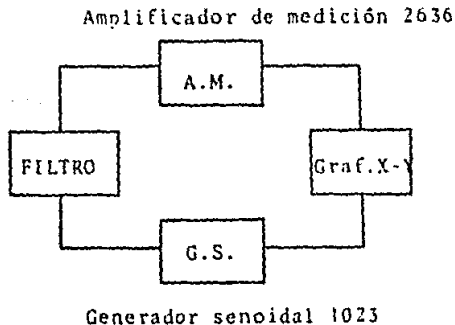


Fig. 18. Esquema de evaluación con graficadora X-Y 230B.

intervalo dinámico del A.M. es de 25 KHz, mientras que en el caso de respuesta en magnitud no era posible observar todas las variaciones en el PB como en el analizador de espectros.

Tomándose en cuenta las restricciones se decidió trabajar con frecuencias más bajas (1, 10 y 17 KHz) y considerar también el TW necesario para el análisis del filtro. Con un ajuste adecuado en cada configuración y utilizando escalas adecuadas en el A.M. y en la Graf. X-Y, se obtuvieron las siguientes gráficas y resultados. Las gráficas respectivas para los diseños 4 y 5 se muestran en la fig. 19 y 20, y se identifican como C4-COB15/LPP y C5-COB15/LPB respectivamente. La Tabla 8 muestra los parámetros manejados y los resultados obtenidos.

Tipo de config.	Atenuación (dB)	Rizo (dB)	TW	$\theta$ [°]	# de etapas	Parámetros de denormalización Z en K $\Omega$
C4/C5 COB15 LPP y LPB	-80	0.1	0.4032	45	4	100

Tipo de Conf.	% error en R	% error en C	$\theta$ [°]	K total	% error en $f_c$	% error en At.	% error en rizo	ajuste
C4 COB15 LPP	$\leq 1$	$\leq 1$	45	16	$\leq 10$	0	PO.5db*	R4 R5
C5 COB15 LPB	$\leq 1$	$\leq 1$	45	8.41	$\leq 3$	$\leq 10$	PO.5db*	R4 R5 R6

Tabla 8. Parámetros y % de error de los diseños 4 y 5.

20-20000 Hz.

Escala Logarítmica.

35

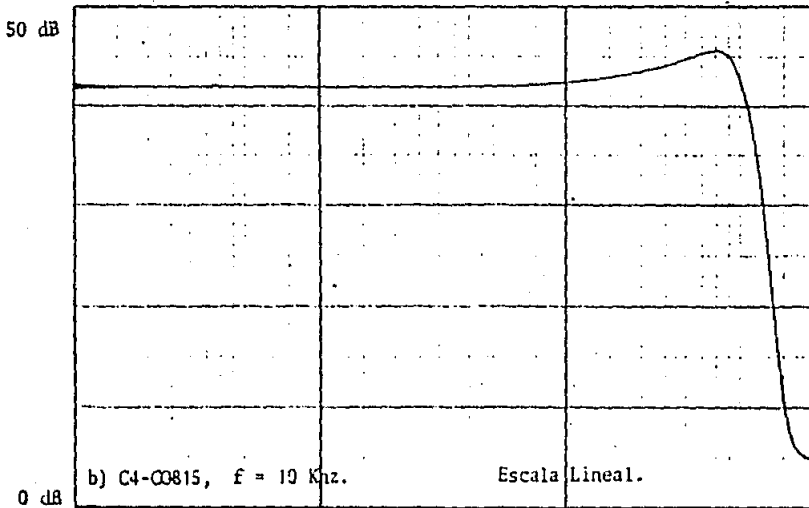
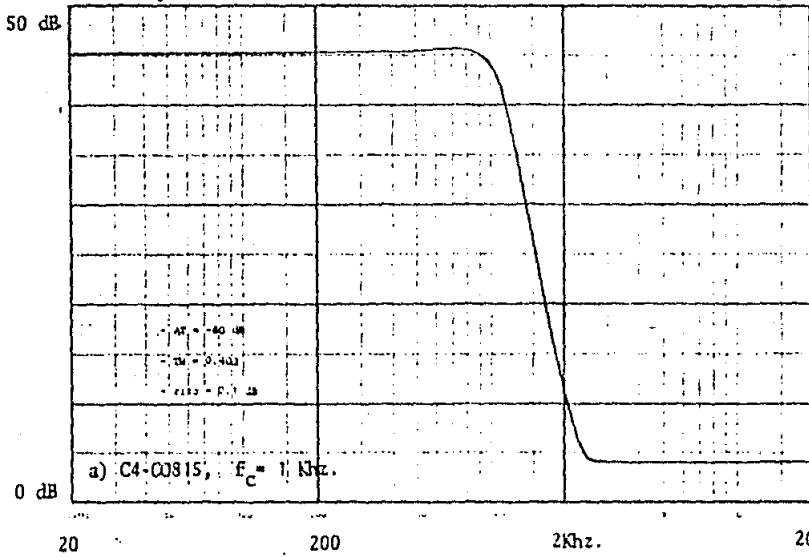


Fig. 19 Filtros LPP de 8o. orden, C4-C0815/LPP.

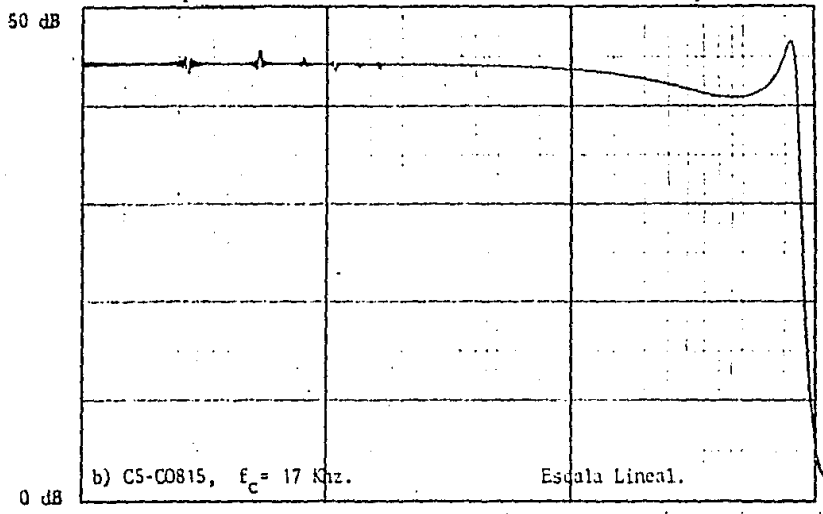
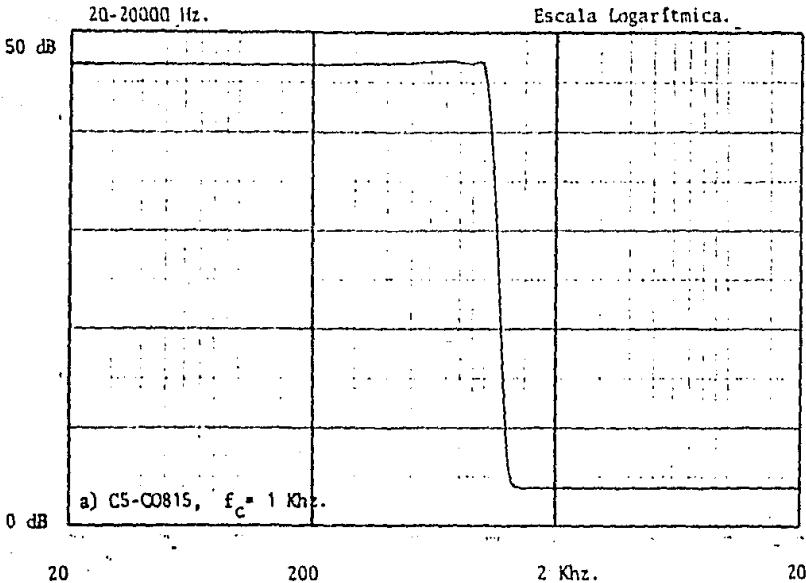


Fig. 20 Filtros LPB de 8o. orden, CS-C0815/LPB.

\*: Indica que existe un pico alrededor de  $f_c$ , de 0.5 dB sobre el nivel del PB.

La restricción que no se pudo cubrir totalmente con este 2o. método de evaluación fue, la medición de atenuación del filtro debido al intervalo de escalas dentro del sistema. De igual forma que en el análisis anterior (diseños 1, 2, 3), las mediciones realizadas se manejaron en porcentajes y se estimó entonces el error en cada configuración. La fig. 19 muestra las gráficas para la configuración C4-COB15/LPP y se puede observar en ambas gráficas que el TW es muy diferente del teórico. Aunque se tiene la mayor exactitud en atenuación y considerablemente buena aproximación en  $f_c$  (error  $< 10$ ), se pierde mucho en el TW. Esta pérdida es del orden de 0.7 a 1.5 veces la frecuencia de corte. Es decir,  $(1+0.7)f_c$  o  $(1+1.5)f_c$  es la frecuencia del RB. Pero, esto es explicable porque se trata de un filtro polinomial y no bicuadrático. Las gráficas muestran que los filtros polinomiales con esta realización son también buenos diseños.

La fig. 20 muestra también gráficas para la configuración C5-COB15/LPB. En este caso la diferencia más notable es el TW en ambas gráficas. Dado que se trata de un filtro bicuadrático, el TW está bien definido aun con variaciones en atenuación y en  $f_c$  (ver ajuste del filtro). La gráfica presenta un TW igual al teórico, una mínima pérdida en  $f_c$  (error  $< 3$  %) y un error de atenuación considerablemente bueno (error  $< 10$  %). Este TW es lo que marca la diferencia entre un LPP y un LPB para una misma configuración, es decir, que en el LPB se puede controlar más fácilmente el TW a causa de los ceros en la función de transferencia. Es importante hacer notar también que en la configuración M-B, diseños 4 y 5, los elementos que varían al cambiar  $f_c$  son solamente los C, mientras que en los demás diseños todos los elementos varían al cambiar  $f_c$ . El pico que se observa alrededor de  $f_c$  (fig. 19 y 20 b respectivamente) es la frecuencia de resonancia en  $f_c$  y su magnitud depende tanto de la configuración como del tipo de ajuste que se haya realizado en el filtro. Estas gráficas muestran que el pico es muy grande pero, esto es debido a la escala de atenuación utilizada en el A.M. (en el pico más pronunciado es una escala lineal, mientras que en el otro caso es una escala logarítmica).

Una comparación global de las realizaciones y resultados obtenidos (Tablas y gráficas) muestran entonces que, aun con la mejor configuración, se tiene que sacrificar algún parámetro de diseño. En la configuración M-B se sacrificó el nivel de atenuación (en un % tolerable) y se mantuvieron los demás parámetros lo más exacto posibles.

La fig. 21 muestra un análisis teórico del filtro elíptico utilizando la configuración M-B con las mismas características de C5-COB15/LPB, para frecuencias de corte de 1, 10 y 20 KHz. Este análisis fue realizado en computadora (HP 9845B) utilizando un programa existente en la sección de acústica, CI-UMAM, para análisis lineal de sistemas. Los datos requeridos fueron: coeficientes de los polinomios (del numerador y denominador de la función de transferencia), orden del filtro, método de diseño (cascada),



etc. En este análisis se tiene un mayor control y se puede observar más ampliamente el intervalo de frecuencia y el nivel de atenuación. Este análisis es importante porque muestra como es el comportamiento del filtro total. Puede observarse, solo el PB o el RB para determinar la magnitud y comportamiento (teórico) del rizo y además determinar exactamente la  $f_c$  teórica y el TW. En la mayoría de los casos es de mucha utilidad conocer como se comporta el filtro después del intervalo de frecuencia de interés. La razón es que, cuando se realiza un ajuste en determinada configuración las variaciones en los elementos pasivos pueden conducir a inestabilidad. Se observa también un pequeño pico alrededor de  $f_c$  pero, este es del tamaño del rizo (al menos en teoría, ver gráfica con  $f_c$  de 1 KHz).

Además del análisis anterior, se hizo para la misma configuración una gráfica utilizando el primer método de evaluación. La fig. 22 (a) y (b) muestra el desarrollo de un filtro elíptico con las características de la configuración CS-COB15/LPB, para  $f_c = 1$  KHz. En esta fig., se presentan las 4 etapas del filtro y se observa como se mejora la respuesta del filtro al incrementar el orden del filtro. Las 2 primeras etapas muestran un cambio grande en el intervalo de frecuencia del RB, mientras que las 2 últimas etapas casi desaparecen este comportamiento. La última etapa (respuesta de salida del filtro) presenta también un pico alrededor de  $f_c$  que es del orden del tamaño del rizo en el PB y además el TW está bien definido y concuerda con el teórico.

De la misma forma, la fig. 23 muestra realizaciones de la configuración CS-COB15/LPB para frecuencias de corte de 10 y 17 KHz. Este análisis se hizo también con el 1er. método de evaluación. Todos los valores de diseño con diferente  $f_c$  se presentan en el diseño 5. Las gráficas muestran las características antes mencionadas, como son el pico alrededor de  $f_c$  del tamaño del rizo, TW bien definido y  $f_c$  con mínimo error.

Finalmente, la fig. 24 muestra el circuito impreso realizado para el filtro, CS-COB15/LPB (configuración M-B), y enseguida se especifican los elementos utilizados. El segundo término de R(1) es el de la configuración teórica LPB/M-B,

----- solo la. etapa -----

$$U1 = U2 = U3 = A.O.p. 741$$

$$C1 = C2 = C4 = C5 = 0.1 \mu f.$$

$$C3 = C6 = 10 \mu f.$$

$$R1 = R8 \quad R4 = R4$$

$$R7 = R9$$

$$R2 = R5 \quad R5 \text{ y } R8 \text{ en serie} = R1 \quad R9 = R10$$

$$R3 = R2 \quad R6 = R7$$

$$C7, C8 \text{ y } C9 \text{ en paralelo} = C1$$

$$C10, C11 \text{ y } C12 \text{ en paralelo} = C2$$

Las demás etapas son análogas a la 1a. con los valores teóricos respectivos, la diferencia es que C3 y C6 para la 2a., 3a. y 4a. etapa son de  $0.1 \mu f$ . Los Condensadores C1, C2, C3, C4, C5 y C6 son para evitar que las propiedades reales del A.O.p. conduzcan al sistema a que oscile por sí solo (de desacoplo) - (Apendice B).

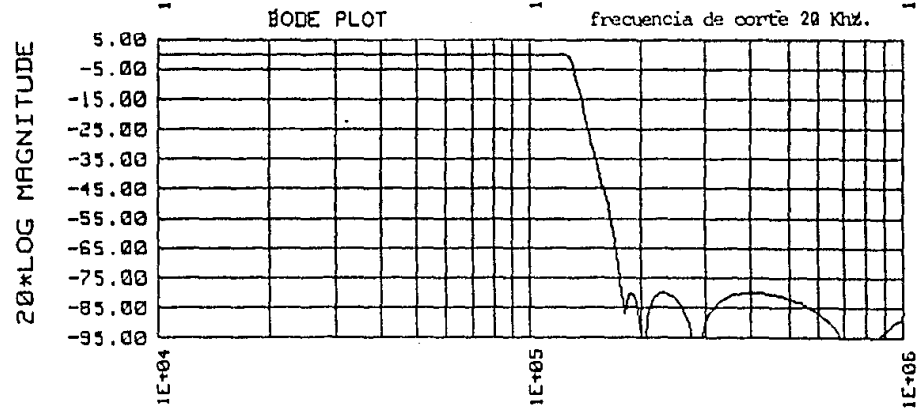
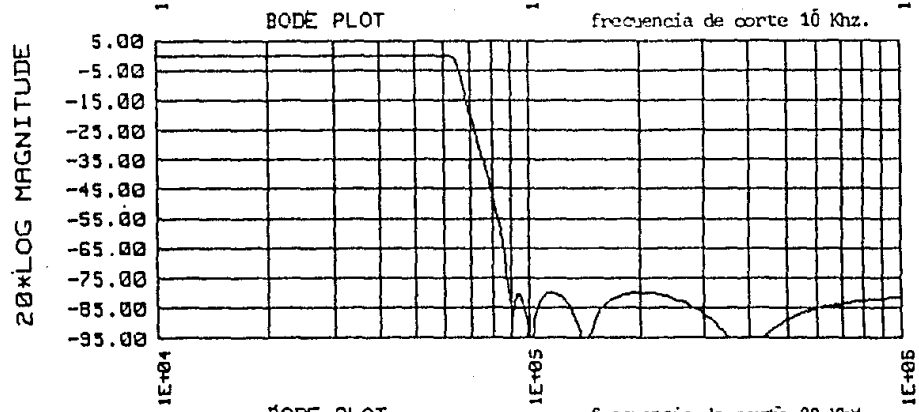
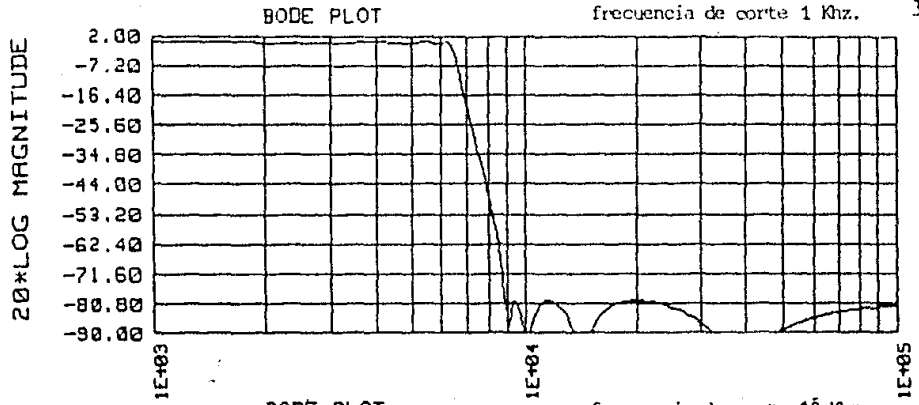


Fig. 21 Filtros LPB de 8o. orden, C5-C0815, 1, 10 y 20 Khz.  
Análisis Teórico.

10-15000 Hz. BARRIDO LOG  
GENEIS. ESC. COMPLETA

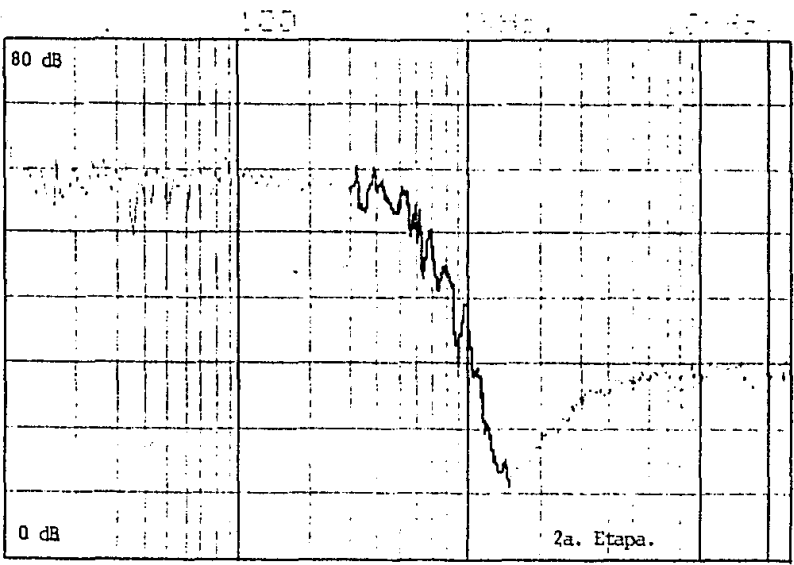
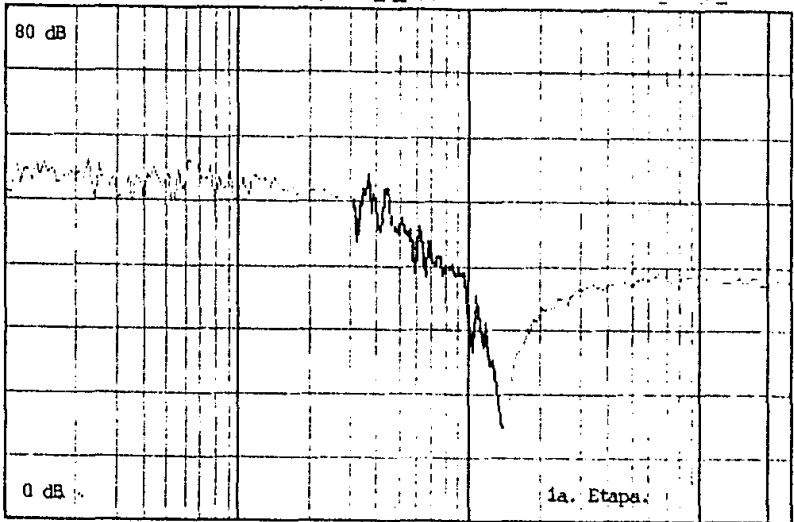


Fig. 22(a) Filtro LPB de 8o. orden, C5-C0815, 1 Khz.  
Sólo se muestran las 2 primeras etapas del filtro.

10-25000 Khz.

Barrido Logarítmico.

41

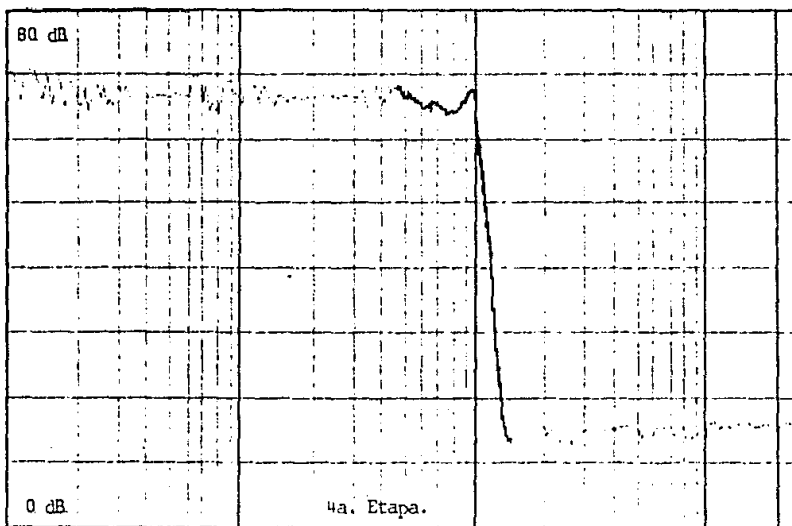
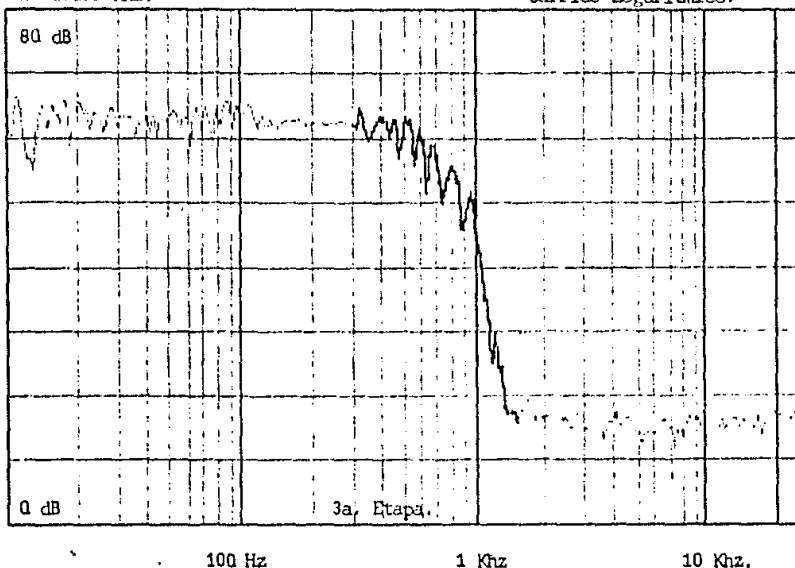
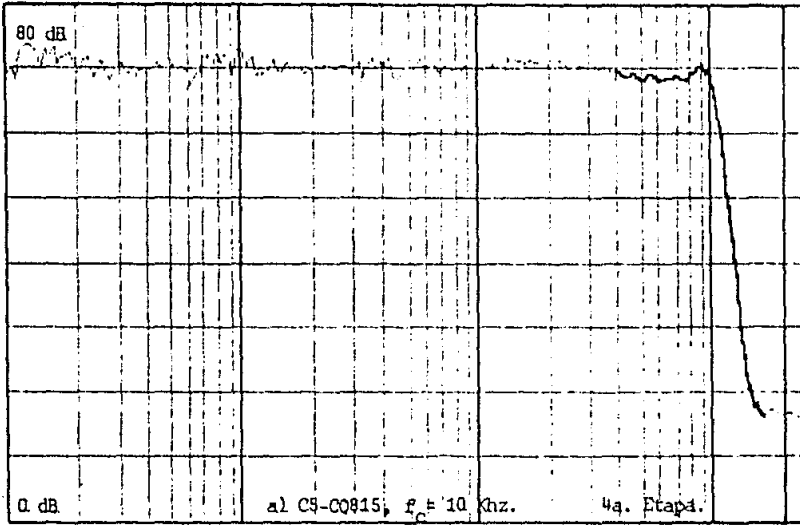


Fig. 22(b) Filtro LPB de 8o. orden, C5-C0815, 1 Khz.  
Se muestran las 2 últimas etapas del filtro.

10-25000 Hz. BARRIDO LOG  
SENSIB. ESC. COMPLETA

0 dB



100

1 Khz.

10 Khz.

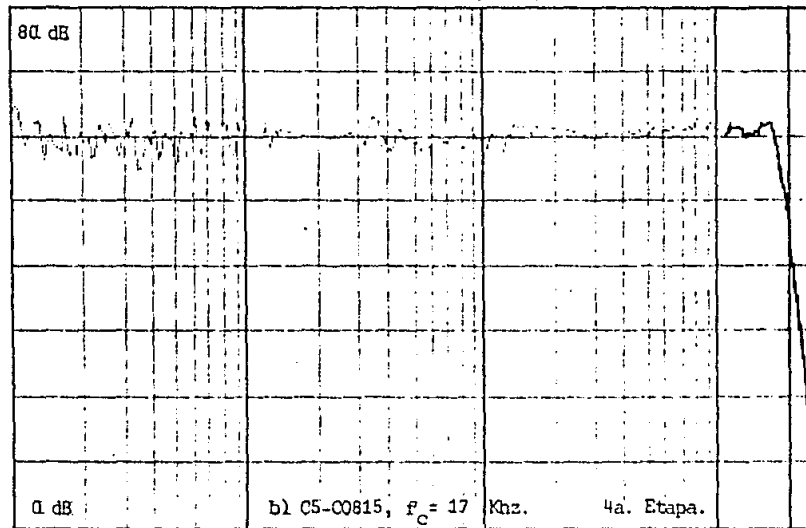


Fig. 23 Filtro LPB de 8o. orden, CS-C0815, 10 y 17 Khz.

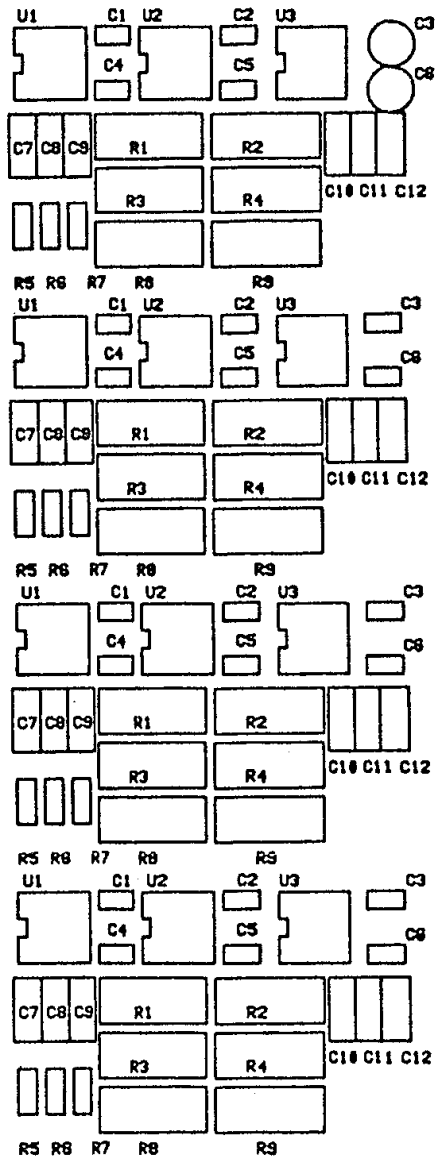


Fig. 24 Colocación de elementos en el circuito impreso.

## CONCLUSIONES.

Los resultados obtenidos de la comparación (tablas y gráficos) de las respuestas para los diseños manejados muestran que la configuración más eficiente o de menor error es la configuración CS-COB15/LPB (configuración M-B), además de que cumple con el criterio de diseño, esto es, utiliza el menor número de elementos pasivos. En contraste, utiliza mayor número de elementos activos si se compara con las realizaciones de 1 A.Op., pero menor número de elementos pasivos y activos respecto a realizaciones con 3 y/o más A.Op. para diseños biquad. Para este diseño fue necesario el uso de una configuración de 3 o más A.Op. (configuración biquad) ya que estas presentan diversas ventajas en comparación a las de 1 A.Op. Algunas de estas ventajas básicas son: facilidad de ajuste y ajuste con pasos independientes en cada etapa del filtro y baja sensibilidad de la configuración respecto a elementos pasivos. La facilidad de ajuste de filtros biquad justifica el uso de un mayor número de A.Op. en las secciones básicas del filtro. Una ventaja adicional, es que permite que la configuración sea utilizada en aplicaciones de filtros activos con altas Q, mientras que la restricción principal son las características reales del A.Op.. Esta es una de las restricciones prácticas más importantes, dado que de esta depende en gran parte la estabilidad del diseño.

La configuración LPB/M-B muestra además, mayor sencillez en cuanto a la sección básica de un filtro de orden mayor de 2 en comparación con realizaciones como KHN, T-G, T-H que son las más comúnmente utilizadas para este tipo de filtros activos (Ref. 34, 35, 36). De la comparación se observa también que todos los parámetros manejados en los diferentes diseños están íntimamente relacionados y que entonces no es posible variar uno sin alterar otro. Por lo tanto, se hace necesario escoger entre las diferentes magnitudes y parámetros deseados y considerar entonces valores adecuados de acuerdo al interés de aplicación y restricciones prácticas de los elementos. Esta elección depende de, cuales sean nuestras necesidades reales respecto al filtro y también cuales parámetros se pueden modificar o sacrificar más que otros para obtener el diseño más conveniente posible.

En el diseño realizado se sacrificó el parámetro de ganancia total del filtro y el de atenuación. Pero, dado que los parámetros de interés en este caso son: atenuación (de -20 dB), intervalo de transición pequeño (0.4), rizo pequeño (0.1 dB), orden del filtro ( $n = 8$ ) e intervalo de frecuencia de corte. Entonces, se decidió modificar la ganancia y mantener los demás parámetros. Aun con la configuración M-B se tuvieron porcentajes de error tolerables en algunos parámetros de los cuales, el de atenuación fue el peor (error  $\leq 10\%$ ).

Las características del filtro LPB diseñado se obtuvieron con determinado porcentaje de error en algunos de sus parámetros, tal % de error es debido a los siguientes puntos que en cualquier diseño se deben tomar en cuenta:

- 1) Mínimo número de elementos pasivos y activos.
- 2) Las características reales del A.Op.
- 3) Sensitividad de elementos pasivos y del circuito básico.
- 4) Características básicas para definir el filtro  
orden del filtro, atenuación, TD,  
--- rizo y valores reales de K-BW. ---
- 5) Porcentaje de error en elementos pasivos.
- 6) Facilidad e independencia de ajuste en el circuito  
básico para cada etapa.

Aunque en la práctica es imposible que una realización o diseño cumpla con todos los requisitos ideales, un control de los parámetros de una manera conveniente nos conduce a un diseño cuyo funcionamiento sea el óptimo. Dado que los resultados muestran que la realización LPB/M-B ya en la práctica está de acuerdo con los resultados teóricos con porcentajes de error tolerables entonces, existe la posibilidad de diseñar filtros activos biquad de mayor orden, con mayor atenuación y de menor intervalo de transición. Esto es posible si se toman en cuenta los porcentajes de error para el diseño realizado y se manejan magnitudes que consideren estos errores para un nuevo diseño más exacto en los parámetros deseados.

Pero, el diseñar tales filtros significa hacer un mayor gasto en elementos para mejorar la calidad de los elementos pasivos y activos y por lo tanto la respuesta del filtro. Además, para tener un mayor control en la exactitud de los elementos necesitamos considerar otras técnicas de construcción para los elementos (pasivos principalmente) que se utilizan. Esto es aceptable si se requiere que los parámetros teóricos sean los mismos que los parámetros reales y prácticos, pero este último punto es imposible ya que el comportamiento real de los elementos siempre se desvía un poco del ideal. La magnitud de esta desviación depende del material y técnica utilizada en la construcción del elemento. Por lo que aun en el mejor de los diseños se tiene un mínimo porcentaje de error.

Se hace notar entonces, que los elementos pasivos y activos utilizados son los más comunes y accesibles para toda persona que desee realizar un diseño similar o con características y parámetros que le sean posibles controlar dadas sus posibilidades de diseño. Por último, se hace énfasis también, en que el filtro LP en un sistema de conversión para procesamiento digital es de vital importancia porque evita cometer errores de muestreo al realizar procesamiento de datos y entonces obtiene mejores resultados. Por esta razón se recomienda utilizar un filtro LP en todos los sistemas de conversión.



APENDICE A

Muestreo de Ondas. Sea  $h(t)$  una señal continua en  $t$  y  $\delta(t)$  una función delta. Entonces, una muestra de  $h(t)$  al tiempo  $T$  se expresa como:

$$h_s(t) = h(t) \delta(t-T) = h'(T) \delta(t-T) \quad (A.1)$$

Donde  $\delta(t-T)$  es una función delta corrida respecto a  $t$  y  $h'(T)$  un valor de la función  $h(t)$  en  $T$ . Ahora, utilizando un tren de deltas para el muestreo de toda la señal se tiene:

$$h_u(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h'(nT) \delta(t-nT) \quad (A.2)$$

Esto significa que  $h(t)$  es una onda muestreada con intervalos de muestreo  $T$ , por lo tanto  $h(t)$  muestreada es una serie infinita de impulsos (deltas) equidistantes, cuya amplitud está dada por el valor de  $h(t)$  correspondiente al tiempo  $t$ . La fig. 1 ilustra gráficamente el proceso de muestreo.

La ecuación 2 es el producto de la función  $h'(t)$  y la serie de impulsos  $\delta(t)$ . Empleando el teorema de convolución de frecuencias (TCF) se obtiene la transformada de Fourier (TF) de la onda muestreada. La función muestreada es el producto de la onda  $h(t)$  mostrada en fig. 1(a) y la serie de impulsos  $\delta(t)$  en fig. 1(b). La TF de  $h(t)$  y  $\delta(t)$  se muestran en fig. 1(c) y (d) respectivamente. A partir del TCF, la TF deseada es la convolución de las funciones de frecuencia mostradas en fig. 1(c) y (d). La TF de la onda muestreada es entonces una función periódica donde el período es una constante. Esto es válido sólo si el intervalo de muestreo es suficientemente pequeño. Si  $T$  es muy grande se tienen los resultados de la fig. 2, esto implica que cuando el intervalo de muestreo aumenta como se muestra en fig. 2(b) los impulsos equidistantes  $\Delta(f)$  son más cercanos como en fig. 2(d), comparando las fig. 1 y 2, en (b) y (d) respectivamente. De la disminución entre impulsos de frecuencia, la convolución con la función de frecuencia  $H(f)$  resulta en una superposición de ondas, fig. 2(f). Este efecto de distorsión de la TF de una función muestreada es conocido como efecto ALIAS. Este efecto ocurre cuando la función de tiempo no fue muestreada con una velocidad suficientemente grande, y desaparece cuando la separación de los impulsos  $\Delta(f)$  aumenta a  $T = 1/2f_c$ , donde  $f_c$  es la componente de frecuencia más grande de la TF de la función continua  $h(t)$ .

Este concepto es muy importante en muchos campos de aplicación científica y la razón está en el hecho de que solo necesitamos retener muestras de ondas continuas para determinar una réplica de la TF continua. Además, si una onda se muestrea de tal forma que no ocurra el efecto ALIAS, estas muestras pueden combinarse apropiadamente para reconstruir la onda continua original. Las restricciones anteriores pueden resumirse en el siguiente teorema de muestreo (TM).

El TM establece que si la TF de una función  $h(t)$  es cero para todas las frecuencias más grandes que cinco la frecuencia  $f_c$ , entonces la función continua  $h(t)$  puede determinarse unívocamente del conocimiento de sus valores muestreados.

$$h(t) = T \sum_{-\infty}^{\infty} h'(nT) \frac{\text{sen } 2\pi f_c (t-nT)}{\pi(t-nT)} \quad (\text{A.3})$$

La función  $\text{sen}(2\pi f_c (t-nT))/\pi(t-nT)$  se llama función de interpolación, esta permite una interpolación entre los valores muestreados para encontrar  $f(t)$  para toda  $T$ .

Las 2 restricciones del TM son las siguientes ( fig.3 ):

- La TF de  $h(t) = 0$  para  $|f| > f_c$ , lo cual significa que la señal sea de banda limitada.
- El espacio entre muestras es  $T = 1/2f_c$ , este intervalo es llamado intervalo de Nyquist y asegura que cuando  $\Delta(f)$  y  $H(f)$  estén convolucionadas no se presentará el efecto ALIAS.

Si estas condiciones se cumplen, el TM establece que  $h(t)$  puede reconstruirse de un conocimiento de los impulsos mostrados en fig. 3(e).

Una demostración gráfica del TM es la siguiente ( fig.4 ): De la fig. 3(f), la TF de la función de tiempo muestreada es  $H(f) * \Delta(f)$  como se muestra en la fig. 4(a), (b) y (c). La multiplicación de una función de frecuencia rectangular de amplitud  $T$  con la TF de la onda muestreada es la TF de  $H(f) = [H(f) * \Delta(f)] D(f)$ . La transformada inversa de fourier (TIF) es la onda original como se muestra en fig. 4(f). Del TC  $h(t)$  es igual a la convolución de la TIF de  $H(f) * \Delta(f)$  y la función rectangular.

$h(t)$  es la convolución de  $h(t) \delta(t)$  y  $q(t)$ :

$$\begin{aligned} h(t) &= [h(t) \delta(t)] * q(t) & (\text{A.4}) \\ &= \sum_{-\infty}^{\infty} [h(nT) \delta(t-nT)] * q(t) \\ &= \sum_{-\infty}^{\infty} h(nT) q(t-nT) \\ &= T \sum_{-\infty}^{\infty} h(nT) \frac{\text{sen } 2\pi f_c (t-nT)}{\pi(t-nT)} & (\text{A.5}) \end{aligned}$$

Esta ecuación es la expresión deseada para reconstruir  $h(t)$  de un conocimiento de las muestras de  $h(t)$ .

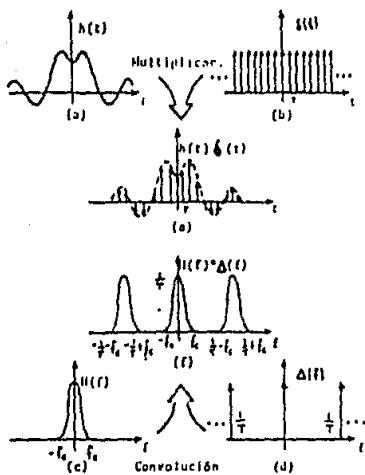


Fig. 1. Desarrollo del T.C. en frecuencia.

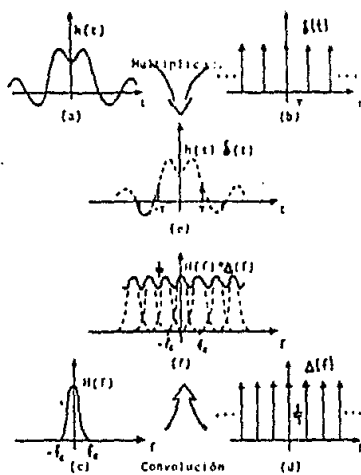


Fig. 2. Efecto ALIAS de una onda muestreada.

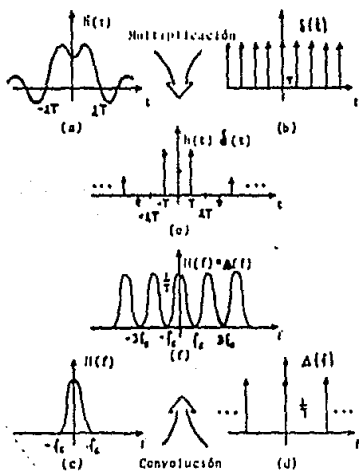


Fig. 3. Onda muestreada a la velocidad de Nyquist.

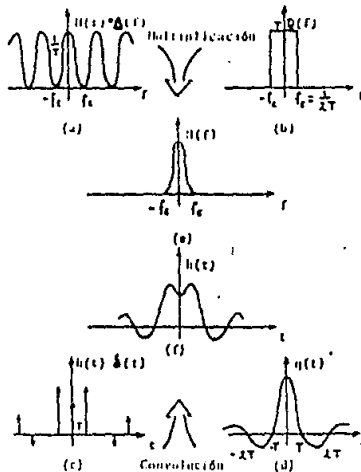


Fig. 4. Derivación del teorema de muestreo.

APENDICE B

Análisis y Características del Amplificador Operacional (A.Op.).

Un A.Op. es esencialmente una fuente controlada en la cual el parámetro de ganancia ( $K$ ) es grande. En uso normal la retroalimentación es aplicada alrededor de este para hacer la función de transferencia independiente de la  $K$ . Existen 2 tipos de A.Op.: el VCVS (controlador de voltaje-fuente de voltaje) y el CCVS (controlador de corriente-fuente de voltaje). La representación de estos se muestra en la fig. 1.

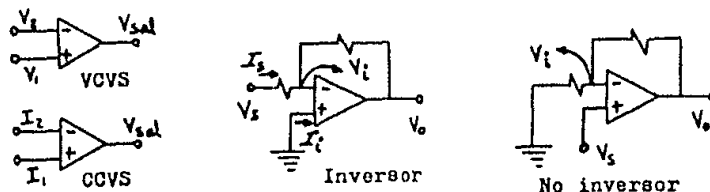


Fig. 1 Símbolos del A.Op. VCVS, CCVS e inversor y no inversor.

Los voltajes de salida para el A.Op. VCVS y CCVS respectivamente son:

$$V_o(s) = A_d [V_1(s) - V_2(s)] + A_c [V_1(s) + V_2(s)]/2 \quad (B.1)$$

$$V_o(s) = R_d [I_1(s) - I_2(s)] + R_c [I_1(s) + I_2(s)]/2 \quad (B.2)$$

Los parámetros  $A_d$  y  $R_d$  son llamados ganancias en modo diferencial (MD), mientras que  $A_c$  y  $R_c$  son llamados ganancias en modo común (MC). Idealmente la resistencia de salida en ambos casos es cero, la resistencia de entrada en el VCVS es infinita y en el CCVS es cero. Si la  $K$  de un A.Op. es suficientemente grande de tal manera que se puede considerar como infinita entonces se puede usar el concepto de puerto nulo para analizar el circuito. Un puerto nulo es simplemente un puerto con un par de terminales en los cuales el voltaje y la corriente son simultáneamente cero. Se puede demostrar que el par de terminales del VCVS o CCVS realizan un puerto nulo en las condiciones anteriores (Ref. 1, 18, 21, 22, etc.). Como ejemplo considérese el A.Op. de voltaje con  $K$  finita inversor y no inversor, fig. 1. Las variables  $V_i(s)$  y  $I_1(s)$  identifican el puerto, suponiendo características ideales se tiene:

$$\text{no inversor} \quad V_o/V_s = 1 + R_2/R_1 \quad (B.3)$$

$$\text{inversor} \quad V_o/V_s = -R_2/R_1 \quad (B.4)$$

ESTA TESIS NO DEBE SALIR DE LA BIBLIOTECA

Existen análisis, en donde se consideran modelos más complejos en los cuales se consideran la  $K$  en MD, las  $F$  de entrada, salida [ver referencia anterior].

La mayoría de los A.Op monolíticos usan acoplamiento directo (DC) entre sus estados internos. Tal acoplamiento introduce la posibilidad de errores DC en las características del A.Op.

Existen 2 fuentes de error:

- 1) Las corrientes de polarización (I). El modelo para las corrientes de polarización se muestra en la fig. 2. La línea sólida representa un A.Op. sin errores DC, mientras que la línea punteada incluye fuentes de error. Los valores de estas fuentes representan las I requeridas para la operación del A. Op. Estas I son pequeñas, del orden de 100 nA, para Amp.Op. que son diseñados usando FET (transistores de efecto de campo) las I de polarización son aun más pequeñas (10 pA). La corriente de compensación se define como

$$I_{cc} = |I_{B1} - I_{B2}| \quad (B.5)$$

y es del orden de 5 a 10 % de las I de polarización.

- 2) La 2a. fuente de error es el voltaje de compensación ( $V_{os}$ ) - (offset). Cuando un A.Op. se maneja sin entrada diferencial, aparece un voltaje en la salida aunque  $V_{ent}$  sea cero. Este voltaje se representa por  $V_{os}$  en la fig. 2. Valores típicos son del orden de 1 a 5 mV. El efecto combinado de los 2 tipos de errores DC está dado por la ecuación:

$$V_{os} = -(R2/R1)V_{os}(s) + (1+R2/R1)V_{os} + (1+R2/R1)R3I_{B1} - R2I_{B2} \quad (B.6)$$

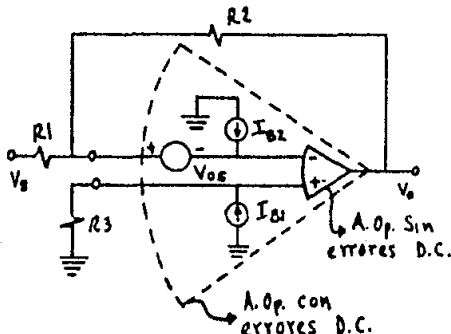


Fig. 2 Modelo para corrientes de polarización y voltajes de offset.

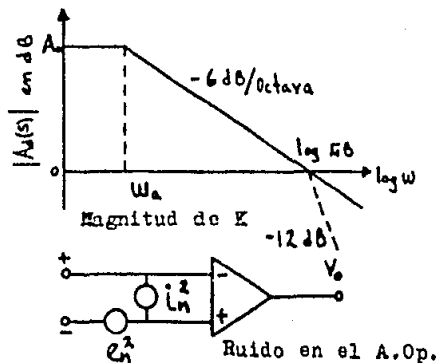


Fig. 3 Magnitud de  $K$  y ruido en un A. Op.

Los errores DC se minimizan si las R a tierra del inversor y no inversor son iguales. En aplicaciones de filtros activos el A.Op. se usa con retroalimentación por lo que los errores en DC no causan serios problemas.

**Características AC del A.Op.:** Una de las más importantes es su respuesta en frecuencia. Cuando la frecuencia aumenta, la K del A.Op. disminuye debido a limitaciones en el ancho de banda. La mayoría de las aplicaciones dependen de la K en lazo abierto del A.Op., por consiguiente si el retraso de fase (introducido por el A.Op.) es excesivo se introduce un error en la localización de los polos lo que puede conducir a inestabilidad del circuito. Mientras que los cambios en los polos son ignorados porque su mayor efecto es producir pequeñas desviaciones en la atenuación del RB, lo cual es tolerable en la mayoría de los filtros. La respuesta en frecuencia de un A.Op. es compleja, una aproximación consiste en 3 polos reales negativos. Tal modelo predice que cuando la retroalimentación es aplicada esta puede resultar en inestabilidad, por lo que una compensación en frecuencia es aplicada a los A.Op. antes de usarlos en filtros o alguna otra aplicación. El objetivo de la compensación es hacer que la K del A.Op. tenga la forma:

$$A_o(s) = A_o w_a / (s + w_a) = GB / (s + w_a) \quad (B.7)$$

donde  $A_o$  es ganancia en DC,  $w_a$  ancho de banda y GB es el producto de K y ancho de banda. Una grafica en magnitud de  $A_o$  se muestra en la fig. 3.

La respuesta en frecuencia de la mayoría de los A.Op. compensados tienen un 2o. polo en/o arriba de  $w = GB$  como se observa en la fig. 3 (magnitud de K) línea punteada y a -12db. Sin embargo, este polo puede ignorarse ya que en la mayoría de las aplicaciones el PB está abajo de 30 KHz por lo que el efecto de este, es insignificante.

Otra característica del A.Op. que afecta el funcionamiento del filtro activo es su habilidad para seguir un cambio rápido en la señal (slew-rate). Este es un efecto no lineal. En aplicaciones de filtros esto ocasiona que la amplitud dependa del retraso de fase en el circuito de retroalimentación. Por ejemplo, en algunos filtros cuando la frecuencia de la señal de entrada comienza de valores bajos a altos, es posible que el circuito quede en inestabilidad cuando la frecuencia se aproxima a la frecuencia resonante. Tal inestabilidad es ocasionada por el hecho de que mientras la frecuencia de la señal está aumentando, la resonancia en el filtro también aumenta la amplitud de la señal. La rapidez de cambio del A.Op. crea suficiente rebote de fase para producir oscilación, por lo que la máxima pendiente del  $V_{sal}$  está limitada por esta rapidez de cambio. Este efecto es ocasionado por algún capacitor asociado al A.Op. que no puede cargarse o descargarse lo suficientemente rápido. Tal capacitor puede ser interno o externo al A.Op., como los usados en la compensación del A.Op.

**Intervalo Dinámico :** Cuando la entrada del filtro se incrementa, la salida se incrementa hasta que la onda se corta en amplitud, entonces se dice que el A.Op. está saturado. La razón es que el voltaje no puede oscilar más allá del voltaje de alimentación. Estas características determinan el intervalo dinámico del A.Op., el cual se define como la relación de voltaje (máximo utilizable) de salida y el voltaje de salida de ruido. Esto también depende de las características de frecuencia del filtro.

Otra característica del A.Op. que afecta el funcionamiento del filtro es el ruido, este limita el nivel de la señal mínima. Para obtener valores grandes de atenuación en el RD es necesario tener bajos niveles de ruido. Las características de ruido de un A.Op. se muestran en la fig. 3 (ruido).  $e_n$  y  $i_n$  son llamados densidades espectrales de ruido, para el voltaje y la corriente respectivamente. Otra fuente de ruido son las componentes resistivas para las cuales se tiene :

$$\begin{aligned} e_n &= (4kTR) \text{ Volts}^2/\text{Hz} & (B.8) \\ i_n &= (4kT/R) \text{ amp}^2/\text{Hz}. \end{aligned}$$

donde  $k$  es la constante de Boltzman.

Comparando las contribuciones relativas de ruido de  $R$  y del A.Op., la mayor contribución es de parte del A.Op. y entonces una forma de disminuir los niveles de ruido es seleccionar un A.Op. de bajo ruido. En la práctica, existen parámetros que dependen de la temperatura tales como  $V_{be}$ ,  $I_{be}$ . Afortunadamente, la retroalimentación utilizada en filtros activos minimiza estos efectos en la mayoría de las realizaciones.

## BIBLIOGRAFIA

1. Huelsman - Allen.  
Introduction to the theory and design of active filters.  
McGraw - Hill series in electrical engineering, 1980.
2. Howard M. Berlin.  
Design of active filters with experiments.  
Howard W. Sams & Co. Inc., 1977.
3. Harry Y. - F. Lam.  
Analog and digital filters design and realizations.  
Englewood Cliffs, N.Y.: Prentice - Hall, 1979.
4. Moschytz and Horn.  
Active filters design handbook.  
John Wiley and Sons, 1981.
5. Johnson, D. E.  
Introduction to filter theory.  
Prentice - Hall, 1976.
6. Don Lancaster.  
Active filter cookbook.  
Howard W. Sams & Co. Inc., 1975.
7. James - Mitra.  
Modern filter theory and design.  
John Wiley and Sons, 1973.
8. Williams.  
Electronic filter design handbook.  
McGraw - Hill Book Company., 1981.
9. National Semiconductor.  
Audio handbook national, 1980.
10. National Semiconductor.  
Data conversion/acquisition, Databook, 1980.
11. Schaumann, Soderstrand and Laker.  
Modern active filter design.  
IEEE Press selected reprinted series, 1981.
12. Johnson, Johnson and Moore.  
Handbook of active filters.  
Prentice - Hall, 1980.
13. Poularikas and Seely.  
Signals and Systems.  
PWS Publishers, engineering, 1980.



14. Brigham.  
The fast fourier transform.  
Prentice - Hall, 1974.
15. Daniels, Richard W.  
Approximation methods for electronic filter design with  
application to passive, active and digital networks.  
McGraw - Hill, 1974.
16. Daryanani, Gobind  
Principles of active networks synthesis and design.  
John Wiley & Sons, 1976.
17. Hilburn, John L. and David E. Johnson  
Handbook of active filters design.  
McGraw - Hill, 1973.
18. Zverev, Anatol  
Handbook of filter synthesis.  
John Wiley & Sons, 1967.
19. Christian, Erich and Eisenmann  
Filter design, Tables and Graphs.  
Transmission networks international, Inc., 1977.
20. Daniels, R. W.  
Approximation methods for electronic filter design.  
McGraw - Hill.
21. Estep, G. J.  
The state variable active filter configuration.  
John Wiley & Sons.
22. Jobey, Graeme and Huelsman  
Operational amplifiers, design and applications.  
McGraw - Hill, 1971.
23. Journal of the audio engineering society.  
Audio acoustic applications, Vol. 26, No. 10, Oct. 1978.
24. Philip R. Goffe.  
Exact synthesis with real amplifiers.  
IEEE Trans. circuit system, Vol.21, may 1974.
25. Petrela and Budak.  
Design of single voltage amplifier active filters for  
minimum open-loop gain sensitivity.  
IEEE Transaction on circuit theory. Vol. 18, No. 6, nov. 1971.
26. Hamilton and Sedra.  
Some new configurations for active filters.  
IEEE Transaction on circuit theory. Vol. 19, No.1, ene. 1972

27. Jung and Marsh.  
Selection of capacitors for optimum performance part  
I - II. Rev. Audio, 1980.
28. Sedra and Espinosa.  
Sensitivity and frequency limitations of biquadratic  
active filters.  
IEEE Transaction on circuits and systems, Vol. 22, No. 2,  
febrero 1975.
29. Dan Hilberman.  
An approach to the sensitivity and statistical  
variability of biquadratic filters.  
IEEE Transaction on circuit theory, Vol. 20, No.4, julio 1973
30. Moschytz and Horn.  
Reducing nonideal Op. Amp. effects in active filters by  
minimizing the gain-sensitivity product.  
IEEE Trans. circuit systems, Vol. 24, Agosto 1977.
31. George Wilson.  
Compensation of some operational amplifier based RC -  
active networks.  
IEEE Trans. on circuits and systems. Vol.24, No.7, julio 1976
32. Branimir D. Reljin.  
Frequency dependent Op.- Amp gain influence on  
parameters of the single amplifiers biquad filters.  
Circuit theory and applications, Vol.8, 1980.
33. J. K. Fidler.  
Network sensitivity calculation.  
IEEE Trans. on circuits and systems, Vol.23, No.9, sept. 1976
34. Korwin, Huelsman and Newcomb.  
State variable synthesis for insensitive integrate  
circuit transfer functions.  
IEEE Journal of solid state circuits, Vol.2, No.3, sept. 1967
35. Tammy and Ghauri.  
Very high-Q insensitive active RC networks.  
IEEE Trans. on circuit theory, Vol. 17, No.3, agosto 1970.
36. Lee C. Thomas.  
The biquad part I-II: some practical design considerations.  
IEEE Trans. on circuit theory, Vol.18, No.3, mayo 1971.
37. Michael and Battacharyya.  
A practical design for insensitive RC - active filters.  
IEEE Trans. on circuits and systems, Vol.22, No.5, mayo 1975.