UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

ANALISIS ECONOMICO PARA EL REEMPLAZO DE EQUIPO

TESIS PROFESIONAL

QUE PRESENTA:

JOSE GARCIA LOPEZ

PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO PETROLERO

Director de Tesis: Ing. Francisco Garaicochea Petrirena

MEXICO, D. F. 1989

P R E F A C I O

Los ingenieros tienen que enfrentarse con dos medios importantes interconectados entre sí, el físico y el económico. El éxito que tengan para alterar el medio físico y producir así bienes y servicios depende de los conocimientos que posean sobre las leyes físicas. Sin embargo, el verdadero valor de estos productos y servicios radica en su utilidad, medida ésta en términos económicos.

El enfoque que emplea la ingeniería para encontrarle solución a sus problemas ha avanzado y se ha extendido de una manera tal que el éxito depende, frecuentemente, de la capacidad que se tenga para manejar los aspectos físicos y los económicos relacionados con el problema, así como los factores organizacionales y personales.

Los ingenieros, al estar acostumbrados al manejo de hechos y a ser eficientes en la realización de cálculos, deben aceptar la responsabilidad que les incumbe de darle una interpretación económica a su trabajo. No es posible dejar por más tiempo en manos del azar los factores económicos involucrados en la operación de sistemas y equipos, factores que deben considerarse cuidadosamente durante el proceso de diseño. Así, el análisis económico en ingeniería aborda los conceptos y las técnicas de análisis útiles para la evaluación del valor de sistemas, productos y servicios en relación a su costo.

Dentro del análisis económico en ingeniería se encuentra el análisis de reemplazo de equipo, el cual es una herramienta muy importante en Ingeniería Petrolera porque permitirá evaluar las condiciones de algún equipo petrolero (bombas, camiones, compresoras, tuberías, etc.) para planear con anticipación acciones correctivas y decidir en su caso su retiro y reemplazo. Todo esto se analizará en el presente trabajo.

C O N T E N I D O

CAPITULO 3. BASES PARA LA COMPARACION DE ALTERNATIVAS

APENDICE 5-A. APLICACION EN LA COMPUTADORA

CAPITULO 1

INTRODUCCION

1.1 LA INGENIERIA Y LA CIENCIA

Al principio de la historia la ingeniería fué producto de la habilidad de algunas personas que primero fueron artífices y artesanos y que al haber adquirido algunos conocimientos científicos, se convirtieron en ingenieros. Actualmente, la ingeniería es aquella profesión en la cual se emplean juicio, conocimientos matemáticos y ciencias naturales adquiridos por medio del estudio, la experiencia y la práctica, para desarrollar formas de utilizar, económicamente, los materiales y las fuerzas de la naturaleza en beneficio de la humanidad.

El propósito del científico es agregar algo al conjunto de conocimientos sistemáticos acumulados por la humanidad y descubrir leyes universales de comportamiento. El ingeniero debe conocer y entender gran diversidad de ciencias; de hecho, las ciencias básicas son la cimentación de la educación de los ingenieros y, por esta razón, se exige que las conozcan y estén aptos para aplicarlas a las cuestiones prácticas. El conocimiento no es, para el ingeniero, un fin en sí mismo sino una materia prima con la cual construye estructuras, sistemas y procesos. En consecuencia, la ingeniería incluye la determinación de la combinación de materiales, fuerzas y factores humanos para que se produzca el resultado deseado.

La civilización moderna depende en un alto grado de la ingeniería. La mayor parte de los productos empleados para facilitar el trabajo, las comunicaciones y el transporte y para proporcionar sustento, casa y aún salud, son directa o indirectamente el resultado de las actividades de la ingeniería. De esta manera, la ingeniería se ha convertido en un componente esencial para la supervivencia nacional.

La ciencia es la base sobre la cual se apoya el ingeniero para el avance de la humanidad. Con el desarrollo continuado de la ciencia y el amplio empleo de la ingeniería, se puede esperar que mejoren los estándares de vida y que aumente aún más la demanda por aquellas cosas que contribuyen a la comodidad del hombre.

1.2 LA INGENIERIA Y LA SOCIEDAD

En la actualidad las sociedades industrializadas dependen totalmente de sus ingenieros y técnicos. En el transcurso de los años, los ingenieros han resuelto muchos problemas relacionados con la industrialización, y estas soluciones son de uso común. Un hecho aún más importante es que las sociedades avanzadas y en expansión se han habituado a obtener de los ingenieros más soluciones nuevas cada día. La sociedad no sólo depende de las soluciones antiguas para continuar funcionando, sino que siempre necesitará de nuevas fuentes de trabajo ideadas por sus ingenieros. En realidad, la riqueza económica se agotaría si los ingenieros dejaran de inventar nuevos y mejores métodos de hacer las cosas.

Actualmente está en proceso una nueva clase de revolución llamada automatización y así como la revolución industrial redujo considerablemente la carga de las labores pesadas, esta nueva revolución está reduciendo el peso del trabajo rutinario. La automatización también está disminuyendo el trabajo mental, ya que las computadoras han permitido al hombre efectuar cálculos que anteriormente se consideraban interminables. A medida que progresa la nueva revolución, se automatizan tareas mentales más delicadas, aún aquellas consideradas exclusivas de la actividad humana, tales como la enseñanza. Al igual que en la revolución industrial, es obvio que la ingeniería es uno de los factores principales que intervienen en esta nueva revolución.

En una sociedad moderna y avanzada, la ingeniería es evidentemente vital. Las personas que practican esta importante actividad generalmente no destacan en los asuntos públicos, a pesar de la dependencia existente entre la sociedad y la ingeniería. En una sociedad industrial, las decisiones sociales, económicas y políticas implican consideraciones científicas y de ingeniería, las cuales están, en su mayor parte, más allá del conocimiento y comprensión del público y de los representantes que éste elige. A fin de que estos factores técnicos sean debidamente considerados, es necesario que los puntos de vista de los ingenieros competentes se incluyan en los procedimientos relacionados con la toma de decisiones de carácter público. Lo que se busca es el asesoramiento técnico adecuado y es muy probable que las sociedades industriales cometan errores serios en su planeación social, económica y política. De aquí que sea desafortunado y hasta peligroso lo reducido del número de ingenieros destacados.

1.3 HABILIDADES REQUERIDAS EN LA SOLUCION DE UN PROBLEMA EN INGENIERIA

Los factores siguientes son los que ayudan a una persona a realizar con éxito un trabajo en la solución de un problema en ingeniería:

1. Inventiva: la habilidad para descubrir ideas o conceptos valiosos y útiles para cosas o sistemas, que permitan obtener los objetivos determinados.
2. Análisis en ingeniería: la habilidad para analizar un componente, sistema o proceso determinado, usando principios científicos o de ingeniería, con el objeto de llegar rápidamente a conclusiones significantes.
3. Ciencia en ingeniería: el conocimiento absoluto y la capacitación intensa en una especialidad de la ingeniería.
4. Capacidad interdisciplinaria: la capacidad para abordar, competentemente y con confianza en uno mismo, los problemas o las ideas fundamentales de disciplinas ajenas a su especialidad.
5. Habilidad matemática: la capacidad para aplicar, cuando sea adecuado, procedimientos efectivos de matemáticas y de cálculo en un problema dado.
6. Tomar decisiones: la capacidad para tomar decisiones frente a casos de incertidumbre, pero con una absoluta y equilibrada comprensión de todos los factores involucrados.
7. Procesos de manufactura: un conocimiento del potencial y las limitaciones de los procesos de manufactura, tanto nuevos como antiguos, así como una justa apreciación de ambos.
8. Habilidad de comunicación: la capacidad de expresarse clara y persuasivamente, tanto en forma oral como gráficamente y por escrito.

1.4 EFICIENCIA FISICA Y ECONOMICA

La satisfacción de los deseos en el medio económico y las alternativas de ingeniería en el medio físico están ligadas entre sí por los procesos de producción y de construcción. La figura 1.1 muestra las relaciones existentes entre las alternativas de ingeniería, producción o construcción y la satisfacción de deseos.

La función más común de la ingeniería es el manejo de los elementos del medio físico para crear utilidad en el medio económico. Sin embargo, tanto los indivi--

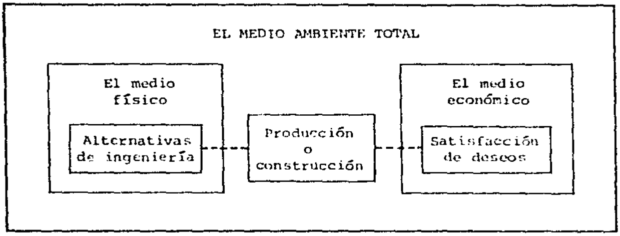


Figura 1.1. El medio ambiente de la ingeniería.

duos como las empresas poseen recursos limitados, lo cual hace indispensable producir los mayores resultados con un insumo dado, es decir, operar con una alta eficiencia. Entonces, la búsqueda no es simplemente por una alternativa buena o razonable para el empleo de unos recursos limitados, sino por la mejor alternativa.

El hombre está buscando continuamente la manera de satisfacer sus deseos y al hacerlo hace a un lado ciertas utilidades con el fin de obtener otras que él valora mejor. Este es, esencialmente, un proceso económico en el cual el objetivo es la maximización de la eficiencia económica.

La ingeniería es principalmente una actividad productora que tiene su razón de ser en la satisfacción de los deseos humanos. Su objetivo es alcanzar el mayor resultado final por unidad de recursos gastados. Este es, esencialmente, un proceso físico cuyo objetivo es la maximización de la eficiencia física. Sin embargo, el ingeniero debe preocuparse por los dos niveles de eficiencia. En el primer nivel se encuentra la eficiencia física expresada como productos (salidas) divididos por insumos (entradas) de unidades físicas (Btu, Kilovatios, Pies-libras, etc.):

$$\text{eficiencia física} = \frac{\text{producto}}{\text{insumo}}$$

Esta expresión mide el éxito de las actividades de la ingeniería en el medio físico. No es posible obtener eficiencias físicas mayores del 100% .

En el segundo nivel están las eficiencias que se expresan en unidades económicas de resultados (salidas) divididas por unidades económicas de insumos (entradas) cada una expresada en términos de un medio de intercambio como el dinero. La eficiencia económica puede expresarse como sigue:

$$\text{eficiencia económica} = \frac{\text{valor}}{\text{costo}}$$

Las eficiencias económicas deben exceder al 100% para que los eventos económicos sean exitosos.

En eventos económicamente factibles el valor económico por unidad de resultados físicos debe ser siempre mayor que el costo económico por unidad de insumo. La eficiencia económica debe depender más del valor y costo por unidad de productos e insumos físicos que de la eficiencia física. La eficiencia física es siempre significativa, pero únicamente en la medida en que contribuye a la eficiencia económica.

En la evaluación final de la mayoría de los eventos, aún en aquellos en los cuales la ingeniería desempeña un papel fundamental, las eficiencias económicas deben tener precedencia sobre las físicas porque la función de la ingeniería es crear utilidad en el medio económico, alterando los componentes del medio físico.

1.5 EL PROCESO DE LA INGENIERIA

La faceta del proceso de la ingeniería que busca conocer los deseos humanos no sólo requiere un conocimiento de las limitaciones en la capacidad de la ingeniería sino también un conocimiento general de psicología, sociología, ciencias políticas, economía, literatura y otras áreas que están relacionadas con el conocimiento y comprensión de la naturaleza humana. Se reconoce que un conocimiento en estas áreas es esencial en la mayoría de las ramas de la ingeniería.

El proceso de la ingeniería empleado a partir del momento en el cual se reconoce una necesidad hasta aquel en el cual se satisface, está dividido en cierto número de pasos que se analizan a continuación:

1. Determinación de los objetivos. Conocer qué desean los seres humanos y qué puede ser suministrado por la ingeniería es un aspecto importante del pro-

ceso de la ingeniería. Las consideraciones de factibilidad física y económica sólo aparecen una vez que se ha determinado qué se desea.

Las limitaciones económicas están cambiando continuamente con las necesidades y los deseos de los seres humanos. Las limitaciones físicas están siendo eliminadas de manera continua por la ciencia y la ingeniería. En consecuencia, para cada evento se están desarrollando nuevas aperturas que revelan mejores alternativas.

2. Identificación de los factores estratégicos. Los factores que obstaculizan el camino hacia la obtención de los objetivos se conocen como factores limitantes. La identificación de los factores limitantes que restringen el logro de un objetivo deseado es un elemento importante en el proceso de la ingeniería. Una vez que se han identificado los factores limitantes, debe examinarse cada uno de ellos con el fin de identificar los factores estratégicos, es decir, aquellos factores que, si se alteran, removerán las limitaciones que se oponen al éxito de un evento. Los factores estratégicos pueden alterarse actuando individual o conjuntamente sobre aspectos humanos, económicos o de ingeniería.
3. Determinación de los medios. Los factores estratégicos pueden alterarse de múltiples maneras. Debe evaluarse cada posibilidad para determinar cuál será más exitosa en términos de la economía global. Los ingenieros están bien preparados, por entrenamiento y experiencia, para identificar los medios que permitan alterar el medio ambiente físico. Si los medios que se diseñan para alterar los factores estratégicos se encuentran dentro del campo de la ingeniería, se pueden proponer alternativas de ingeniería.(Puede decirse que un conocimiento de los hechos en un campo determinado constituye una necesidad para desarrollar creatividad en ese campo). Los medios para alcanzar los objetivos deseados pueden ser o un procedimiento o un proceso técnico, o cambios mecánicos, organizacionales o administrativos.
4. Evaluación de las alternativas propuestas por los ingenieros. Es generalmente posible lograr un resultado deseado empleando para ello varios medios, cada uno de los cuales es factible desde el punto de vista de los aspectos técnicos de la ingeniería. La alternativa más deseable entre muchas, es aquella que pueda realizarse con el menor costo y con la cual se alcance una meta de rentabilidad.

Un amplio rango de factores puede considerarse al evaluar el valor y el costo de las alternativas de ingeniería. Cuando se requiere una inversión, debe considerarse el valor del dinero en el tiempo. Cuando se emplean plantas y maquinaria, la depreciación y el reemplazo se convierten en factores importantes. La mayoría de las alternativas implican un esfuerzo organizado, por lo cual los costos de la mano de obra llegan a ser un factor muy importante. Los materiales son otro componente que puede conducir a la realización de un análisis de mercado y al estudio de políticas de suministro. Pueden estar involucrados y deben evaluarse los riesgos de naturaleza física y económica. Siempre que la alternativa aceptada sea exitosa se deriva de ella un ingreso neto, haciendo entonces necesario tener en cuenta los impuestos sobre la renta y el patrimonio.

5. Asesoría en el proceso de toma de decisiones. La ingeniería tiene que ver con las acciones que se van a realizar en el futuro. Mejorar la certeza de las decisiones con respecto al logro de los objetivos deseados, se convierte en una faceta importante del proceso de la ingeniería. Decisiones correctas pueden contrarrestar muchas decisiones operativas y, por otra parte, decisiones incorrectas pueden imposibilitar toda acción subsecuente. Tomar una decisión es seleccionar un curso de acción dentro de muchos. Una decisión correcta supone la selección de aquel curso de acción que conducirá a un resultado más deseable del que se hubiera obtenido con otra selección. El proceso de decisión descansa sobre el hecho de que existen alternativas entre las cuales se puede hacer una selección.

1.6 EL PROCESO DE TOMA DE DECISIONES

Para que exista una situación de toma de decisiones, deben existir por lo menos, dos alternativas disponibles. Si sólo se dispone de un curso de acción, no podrá tomarse una decisión, ya que no hay nada que decidir. No se tiene otra alternativa que la de proceder dentro de ese único curso de acción de que se dispone. (Puede argumentarse que al no contar con cursos de acción alternativos se está en una situación poco común. Es más frecuente que la alternativa no se haya reconocido).

La toma de decisiones involucra una compensación o congruencia. El encargado de tomarlas debe reconocer los diferentes criterios que intervienen, entre los -- cuales figuran los factores económicos, las prácticas técnicas, las necesidades - científicas, las consideraciones de orden social y humano, etc. Hacer una deci--- sión *correcta* es escoger, tomando en cuenta todos los factores, una alternativa,- de entre todas las disponibles, que permita optimizar la función objetivo.

Al realizar una toma de decisiones racional debe hacerse un esfuerzo para elegir la mejor alternativa de entre las alternativas factibles aplicando un método lógico de análisis. Aunque es difícil aislarlos como pasos discretos, puede pen-- sarse que el análisis incluye varios elementos esenciales:

1. Reconocimiento del problema. El punto de partida en cualquier intento consciente de una toma de decisiones racional debe ser el reconocimiento de -- que existe un problema. Sólo cuando se ha reconocido el problema, podrá comenzar de una manera lógica el trabajo hacia su solución. Una vez que se - tiene consciencia del problema es posible tomar una acción para resolverlo como mejor se pueda.
2. Definición de la meta u objetivo. En cierto sentido, todo problema es una situación que no permite alcanzar las metas determinadas previamente. Por ejemplo si en una situación de negocios el objetivo de una compañía es operar con ganancias, entonces los problemas son aquellos hechos que evitan - que la compañía alcance sus objetivos de utilidades, definidos con anterioridad.

   Pero un objetivo no necesita ser la meta global y definitiva de una compañía o una persona. Puede ser mucho más restringido y específico. Así, la - definición del objetivo es el acto de describir con exactitud la tarea o - la meta.
3. Recopilación de los datos relevantes. Para tomar una buena decisión primeramente debe reunirse una buena información. Algunos datos están disponi-- bles de inmediato en forma de publicaciones a un costo bajo o sin costo; - otros datos serán accesibles consultando directamente a un experto en la - materia. Otros requerirán investigación para recopilar la información de-- seada.

   Al desarrollar y seleccionar los datos relevantes, el analista debe deci-- dir si el valor de cierta información justifica el costo de obtenerla. Por lo general, se ha especificado que, en la toma de decisiones, la reunión de los datos relevantes es una de las etapas más difíciles del proceso.

4. Identificación de las alternativas factibles. Después de reflexionar, casi siempre se pueden detectar varias maneras de alcanzar un objetivo. Sin embargo, siempre, se presentará el peligro de que al buscar las alternativas se pase por alto la mejor de todas. Si esto sucede, quedará una situación en la que se seleccionará una alternativa, pero el resultado no será la mejor solución posible. No existe una forma de asegurar que la mejor alternativa se encuentra entre las alternativas consideradas. (Algunas veces se emplea un grupo de técnicas llamadas de *análisis del valor* para examinar decisiones anteriores. Cuando una decisión que ya se tomó no fué la mejor solución, el análisis del valor puede ayudar a identificar la mejor solución y a mejorar la toma de decisiones). Quizá el analista debe asegurarse de enumerar todas las alternativas convencionales y hacer un serio esfuerzo para sugerir soluciones novedosas. Algunas veces sirve de ayuda trabajar con un grupo de personas que consideren las alternativas en un ambiente de innovación.

   Cualquier lista de alternativas enumerará tanto las prácticas como las imprácticas. Después de una eliminación, sólo quedarán alternativas factibles y éstas se convertirán en los datos del análisis posterior.

5. Selección del criterio para juzgar cuál es la mejor alternativa. Debe existir un número casi ilimitado de formas en las que se pueden juzgar los resultados de una toma de decisiones. Se darán varios criterios posibles:

   a) Crear los menores daños a la ecología.
   b) Mejorar la distribución de la riqueza entre las personas.
   c) Usar el dinero de manera económicamente eficiente.
   d) Minimizar el gasto del dinero.
   e) Asegurar que los beneficios para aquellos que ganan con la decisión sean mayores que los daños para aquellos que pierden con la decisión.
   f) Minimizar el tiempo para lograr la meta u objetivo.
   g) Minimizar el desempleo.

   La selección de los criterios para escoger la mejor alternativa puede ser difícil. Si se quisieran aplicar los siete criterios anteriores a alguna situación en la que hubiera un determinado número de alternativas, sería probable que criterios diferentes resultaran en decisiones diferentes.

6. Construcción de las interrelaciones. Los distintos elementos del proceso de toma de decisiones deberán reunirse en algún momento. El objetivo, las alternativas factibles y los criterios para la elección deberán conjugarse.

   La construcción de las interrelaciones entre los elementos del proceso de decisión con frecuencia se denomina *construcción del modelo o modelado*. Para un ingeniero, el modelado puede ser de dos tipos: una representación física a escala del sistema o del problema real; o una ecuación o conjunto de ecuaciones matemáticas que describan las interrelaciones deseadas. En un laboratorio puede haber un modelo físico; pero en la toma de decisiones, el modelo es matemático. Por regla general en el modelado se representa sólo aquella parte del sistema real que es importante para el problema que se quiera resolver.

7. Predicción de los resultados de cada alternativa. Se utiliza un modelo para predecir los resultados de cada una de las alternativas factibles. Cada alternativa puede producir varios resultados. Para evitar complicaciones innecesarias, se supondrá que la toma de decisiones está basada en un solo criterio para medir lo relativamente atractivas que son cada una de las alternativas. Los otros resultados o consecuencias se ignoran y nada más se utiliza ese criterio, para juzgar las alternativas. Al usar el modelo se calcula la magnitud del criterio seleccionado y se registra para cada alternativa.

8. Elección de la mejor alternativa. Una vez que están completos los elementos anteriores del proceso de toma de decisiones racional, el último paso consiste en escoger la mejor alternativa. Si se han realizado con cuidado todos los pasos anteriores, la elección de la mejor alternativa se alcanza seleccionando aquella que cumpla mejor con el criterio que se estableció.

En el proceso de decisión no se trata de proceder desde el primer elemento hasta el último, ya que no existe una secuencia definida que deba seguirse. En la figura 1.2 se muestra un diagrama para representar al proceso de decisión. Este diagrama agrupa los elementos de una manera flexible y realista. No se intenta imponer lo que debe ir primero, si el objetivo, las alternativas factibles o los da

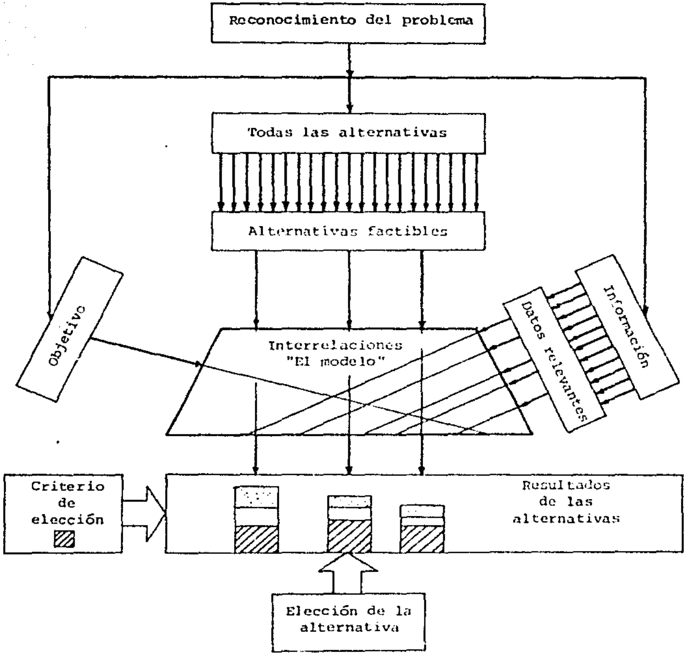


Figura 1.2. El proceso de decisión.

tos relevantes. De hecho, implica que una vez organizado el problema pueden considerarse varios elementos del proceso de decisión en forma conjunta. Así, conforme se avanza en el análisis con frecuencia es necesario retroceder y reexaminar los elementos anteriores dentro de un procedimiento de retroalimentación. Esta retroalimentación, en la que los elementos subsecuentes influyen en los elementos previamente determinados, es difícil de mostrar en un diagrama, parecería que existe una trayectoria prospectiva de un elemento a otro. Volver a dibujar la figura 1.2 con estas trayectorias adicionales sería equivalente a obscurecer el mecanismo -- del proceso de decisión en lugar de aclararlo.

Por último, se recomienda que la persona que realiza el análisis sea quien tome la decisión definitiva.

1.7 EL ANALISIS ECONOMICO EN INGENIERIA Y EL INGENIERO

La economía, la obtención de un objetivo a bajo costo en relación con los insumos, ha estado siempre asociada con la ingeniería. Los factores económicos constituyen la consideración estratégica en la mayoría de las actividades de la ingeniería.

La práctica de la ingeniería puede originarse como simple respuesta a algo -- actitud pasiva- o en un proceso creativo -actitud activa- . Si el ingeniero adopta la actitud de que su actividad debe limitarse al mundo físico, muy probablemente encontrará que le ha trasladado la iniciativa para el empleo de la ingeniería, a aquellas cosas que sí tendrán en cuenta los factores económicos y sociales.

El ingeniero que actúa como reacción a algo -actitud pasiva- lo hace por iniciativa de otros. El producto final de su trabajo ha sido ideado por otros. Aunque esta posición lo deja relativamente libre de toda posible crítica, gana esta libertad a expensas de su prestigio y reconocimiento profesional. De muchas maneras el ingeniero es, en esta forma, más un técnico que un profesional. En consecuencia, los ingenieros que simplemente reaccionan ante los hechos, causan un perjuicio directo al desarrollo de la ingeniería como profesión.

El ingeniero creativo, por otro lado, trata de eliminar las restricciones físicas al mismo tiempo que inicia, propone y acepta la responsabilidad por el éxito de proyectos que involucren factores humanos y económicos. Cuando los ingenieros acepten que las alternativas de ingeniería paralelamente con su interpretación en términos de valor y costo tienen sentido económico y técnico están solidificando la confianza de la gente en la ingeniería como una profesión.

1.8 UN PLAN PARA LOS ANALISIS ECONOMICOS EN INGENIERIA

El proceso de la ingeniería implica un elemento creativo basado en el uso de análisis económicos. Estos análisis pueden realizarse siguiendo un plan lógico que incluye varios pasos que se describen a continuación:

1. El paso creativo. Exploración, investigación, búsqueda y similares son actividades creativas por naturaleza. En estas actividades se dan pasos hacia lo desconocido para encontrar nuevas alternativas que puedan ser evaluadas para concluir si son o no superiores a aquellas que se conocen.
   Cualquier situación involucra conjuntos de hechos conocidos y desconocidos. Así, el aspecto creativo del análisis económico en ingeniería consiste en encontrar nuevos hechos y nuevas combinaciones de hechos, a partir de los cuales se puedan obtener alternativas para prestar un servicio rentable por medio del empleo de la ingeniería.
   El paso creativo está relacionado con la delineación y selección de objetivos y debe enfocarse con cuidado, curiosidad y con gran disposición para aceptar y analizar nuevas ideas y patrones no convencionales de pensamiento.
2. El paso de definición. Consiste en definir alternativas que se originaron en el paso creativo o que se seleccionaron por comparación en alguna otra forma. Una alternativa comienza como una idea interesante pero difusa. La atención de los individuos se dirige al análisis y a la síntesis y el resultado es una alternativa definitiva, la cual debe contener una descripción completa de sus objetivos y de sus requerimientos en términos de insumos y de resultados.
   Frecuentemente se proponen alternativas para ser analizadas aún a pesar de que parezcan tener poca probabilidad de ser factibles. Esto se hace con la idea de que es mejor analizar muchas alternativas no rentables que pasar por alto una que sí lo sea.
   En la primera etapa de este paso el ingeniero busca delinear cada alternativa sobre la base de sus unidades y actividades físicas principales y secundarias. El propósito de esta etapa es garantizar que en la evaluación de cada alternativa se consideren todos los factores pertinentes.
   La segunda etapa consiste en la enumeración de los insumos y productos potenciales de cada alternativa, primero en términos físicos cuantitativos y

después en términos cualitativos. Aunque las consideraciones cualitativas (irreducibles) no pueden expresarse de manera numérica pueden ser, a menudo de gran importancia. Debe hacerse una lista de ellas para que puedan tenerse en cuenta en la evaluación final.

3. El paso de conversión. Con el fin de comparar las alternativas apropiadamente, es importante convertirlas a una medida común. Generalmente, el común denominador que se escoge, en comparaciones económicas, es el valor expresado en términos monetarios.

   La primera etapa de este paso consiste en una apreciación del valor unitario de cada insumo o producto (enumerados en el paso 2) y en la determinación de sus cantidades totales por medio del cálculo. Cada alternativa debe expresarse finalmente en términos de los ingresos y desembolsos (flujos de caja) definitivos, que ocurrirán en el futuro en fechas específicas, más una enumeración de los irreducibles.

   La segunda etapa supone reducir los flujos de caja estimados para todas las alternativas a una base comparable, teniendo en cuenta el valor del dinero en el tiempo. Las imprecisiones inherentes a los estimativos de los insumos y productos futuros pueden ser considerados como parte de este paso y no deben olvidarse.

   La etapa final es la comunicación de los aspectos esenciales del análisis económico, conjuntamente con una enumeración de los irreducibles, con el fin de que puedan tomarse en cuenta por quienes deben tomar la decisión final.

   Una alternativa debe explicarse en términos que interpreten de la mejor manera posible su significado para aquellos que van a controlar su aceptación, porque la responsabilidad por la aceptación o el rechazo de una alternativa de ingeniería recae más a menudo sobre personas que no han tenido que ver con las fases técnicas de la alternativa.

4. El paso de decisión. Una vez terminado el paso de conversión, los insumos y productos cualitativos y cuantitativos de cada alternativa forman la base para la comparación y la decisión.

   Las decisiones entre alternativas deben tomarse sobre la base de sus diferencias. En consecuencia, en cualquier paso de un análisis económico, deben eliminarse todos los factores que sean iguales entre dos o más alternativas.

Cuando una búsqueda diligente recopila información insuficiente como para explicar el resultado determinado de un curso de acción, el problema se reduce a tomar una decisión tan precisa como lo permita la carencia de datos. Una alternativa puede subdividirse en partes y los datos disponibles son, frecuentemente, adecuados para hacer una evaluación lo suficientemente completa, de varias de las partes. La separación de partes conocidas y desconocidas constituye, en sí misma, conocimiento adicional. También se encuentra que las partes desconocidas al ser subdivididas se reconocen frecuentemente como similares a otras que, analizadas entonces, se pueden manejar como conocidas.

Después de que una situación determinada ha sido analizada y se han evaluado tan precisamente como se pueda los posibles resultados, se debe tomar una decisión. Debe esperarse que queden algunas áreas de incertidumbre, aún después de haber recogido todos los datos sobre la situación que se está considerando. Si va a tomarse una decisión, estas áreas de incertidumbre deben reducirse teniendo en cuenta los irreducibles.

Cuando existe un conocimiento completo sobre todos los aspectos en cuestión y sobre sus relaciones, entonces la razón puede suplantar al juicio y las predicciones se vuelven ciertas. El juicio tiende a ser cualitativo; la razón es a la vez cualitativa y cuantitativa. Un objetivo de los análisis económicos en ingeniería es reunir y analizar los hechos de manera que la razón pueda utilizarse en toda su extensión para llegar a una decisión. En esta forma el juicio puede reservarse para aquellas partes de la situación en las cuales esté ausente el conocimiento de los hechos.

1.9 EL PAPEL DEL ANALISIS ECONOMICO EN INGENIERIA EN LA SOLUCION DE PROBLEMAS

Parece que no existe una manera exacta de clasificar los problemas, por la sencilla razón de que son muy diversos. Sin embargo, debido a su grado de dificultad, parecen agruparse en tres categorías:

1. Problemas complejos. Estos representan una mezcla de elementos económicos, políticos, técnicos y humanísticos. Por ejemplo la preparación del presupuesto anual de nuestro país. Es evidente que la asignación de dinero tie-

ne consecuencias políticas; consecuencias para el presidente, para el congreso y para sus miembros individuales.

Otros problemas que quedan en el límite superior de la escala de clasificación, también involucran al parecer ciertas relaciones complicadas entre las personas, en donde la economía desempeña un papel secundario.

2. Problemas intermedios. En este nivel de complejidad se encuentra un grupo de problemas que son primordialmente económicos. La elección de una máquina manual y una semiautomática crea el tipo de problema en donde el aspecto económico de la situación será la base principal para la toma de decisiones. Por supuesto que habrá otros aspectos. La elección de una máquina semiautomática implica que necesitará menor cantidad de mano de obra que si se seleccionara la máquina manual. Pero el hecho de contratar un operario extra es, con seguridad, una consideración económica y no social en este tipo de problema.

3. Problemas sencillos. En el nivel inferior de la clasificación se encuentran algunos problemas menos difíciles. No está claro si en realidad son sencillos. Por ejemplo el fumar es un problema sencillo, pero puede tener toda clase de vinculaciones sociales y psicológicas.

   Decidir sobre los componentes de un desayuno puede no ser fácil; sin embargo, se dirá que el problema no tiene mayor importancia. De hecho, si se compara con los problemas complejos, quizá ni siquiera tenga la apariencia de un problema.

La clasificación sugiere que los problemas colocados en la categoría de complejos son una mezcla de problemas humanos, en donde la economía es uno de los elementos secundarios. No puede esperarse que un análisis económico en ingeniería sea de gran ayuda para resolver este tipo de problemas.

En el otro extremo de la escala se encuentran los problemas sencillos. Parecen ser lo suficientemente simples como para resolverse rápidamente. No hay necesidad de técnicas analíticas para ayudar a su solución. Puesto que muchos problemas tienen consecuencias intrascendentes, difícilmente puede justificarse el hacer cálculos, aunque estos cálculos fueran significativos.

Son los problemas intermedios los que parecen más adecuados para resolverse por medio del análisis económico en ingeniería. En esta clasificación, la economía del problema es el componente más importante en la toma de decisiones. Existen muchos otros aspectos, pero el económico parece dominar el problema, y en consecuencia, es el que determina la mejor solución. Además, los problemas en el nivel intermedio tienen la suficiente importancia como para justificar la inversión de tiempo para intentar resolverlos.

Puede darse una regla general para todo esto diciendo que los problemas más adecuados para resolverse con un análisis económico en ingeniería tienen las siguientes características:

a) El problema tiene tanta importancia que se justifica dedicarle una seria reflexión y un gran esfuerzo.

b) El problema no puede trabajarse mentalmente, es decir, que requiere un análisis cuidadoso para organizarlo con todas sus consecuencias.

c) El problema contiene aspectos económicos lo suficientemente importantes como para que sean un componente significativo en el análisis que lleve a una decisión.

Cuando los problemas cumplen con estos tres criterios, el análisis económico en ingeniería es la técnica indicada para buscar una solución. Como existe un gran número de problemas que se encontrarán en el mundo de los negocios y en la vida personal que satisfacen criterios, el análisis económico en ingeniería puede ser una herramienta valiosa en una gran cantidad de situaciones.

C A P I T U L O 2

EL VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO

2.1 TASA DE INTERES

El término interés (intereses) se utiliza para designar una renta que las instituciones financieras cargan por el uso del dinero. El concepto de interés puede extenderse a activos rentables que *solicitan préstamos* a su propietario y le pagan por medio de las utilidades que generan. Esta ganancia económica producida por el uso del dinero es lo que le dá su valor en el tiempo. Como en todos los proyectos de ingeniería se requieren inversiones en dinero, es importante que el valor en el tiempo de la cantidad empleada se refleje apropiadamente en la evaluación de los mismos.

Una tasa de interés o tasa de crecimiento del capital es la tasa de las ganancias recibidas por hacer una inversión. Esta tasa de ganancias se define generalmente sobre la base de un año y representa el porcentaje de ganancias obtenido por el dinero comprometido en la inversión que se esté considerando. Entonces, una tasa de interés del 30% indica que por cada $ 100.00 utilizados se debe recibir una cantidad adicional de $ 30.00, como pago por el uso de esos fondos.

Desde un punto de vista, el interés es una cantidad de dinero recibida como resultado de una inversión de fondos. En este caso, el interés recibido es una ganancia o utilidad. Desde otro punto de vista, el interés es una cantidad de dinero que se paga como consecuencia de haber obtenido fondos en préstamo. El interés pagado es, en este caso, un costo.

2.1.1 La tasa de interés desde el punto de vista del prestamista

Una persona que posee una cantidad de dinero enfrenta diferentes alternativas en relación con su uso:

1. Puede intercambiar el dinero por bienes y servicios de consumo que satisfagan sus necesidades y deseos personales.
2. Puede intercambiar el dinero por bienes o instrumentos de producción.

3. Puede guardar el dinero a la espera de alguna oportunidad para utilizarlo.
4. Puede dar el dinero en préstamo con la condición de que se le reintegre, algún día en el futuro, únicamente el original.
5. Puede dar el dinero en préstamo bajo la condición de que el prestatario le retorne, en alguna fecha futura, la cantidad inicial más el interés.

Si la decisión es dar el dinero en préstamo con la condición de recibir la cantidad inicial más un interés, entonces el prestamista debe analizar un cierto número de factores para decidir sobre la tasa de interés. Los factores siguientes parecen ser los más importantes:

1. ¿Cuál es la probabilidad de que el prestatario no restituya el préstamo? La respuesta a esta pregunta puede ser una consecuencia de la integridad del prestatario, su capital, sus ganancias potenciales y el valor de cualquier garantía que pueda otorgar al prestamista. Se justificará que el prestamista cargue un interés adicional sobre la cantidad inicial para compensar el posible riesgo de pérdida.
2. ¿En qué gastos se incurrirá para investigar al prestatario, formalizar el acuerdo de préstamo, transferir los fondos al prestatario y luego recuperar el préstamo? Se justificará que el prestamista cargue un interés adicional sobre la cantidad inicial para compensar esos gastos.
3. ¿Qué cantidad neta sería necesaria para compensar el hecho de verse privado de elegir otras alternativas para invertir el dinero? Se justificará que el prestamista cargue un interés adicional sobre la cantidad inicial para compensar el hecho de no invertir en otras alternativas.

Por lo tanto, al determinar una tasa de interés tienen que considerarse varios porcentajes que indiquen: (1) riesgo de pérdida, (2) gastos administrativos y (3) ganancia neta o utilidad.

2.1.2 Tasa de interés desde el punto de vista del prestatario

En la mayoría de los casos las alternativas que tiene el prestatario para el uso de los fondos recibidos están limitadas por el prestamista, quien puede otorgar el préstamo únicamente bajo la condición de que va a utilizarse para ciertos fines específicos. Excepto en los casos en los cuales haya limitaciones impuestas por las condiciones del préstamo, el prestatario tiene a su disposición, desde todo punto de vista práctico, las mismas alternativas para el uso del dinero que una persona que fuera su propietario, con la excepción de que el prestatario enfrenta la necesidad de pagar la cantidad prestada más el interés sobre ella según las condiciones del acuerdo del préstamo o atenerse y sufrir las consecuencias. - Las consecuencias pueden llegar a la pérdida de reputación, de las propiedades o de otro dinero o a un embargo preventivo sobre sus ganancias futuras. La sociedad organizada ejerce muchas presiones legales y sociales para inducir al prestatario a cumplir con sus obligaciones en relación con el préstamo.

El punto de vista del prestatario sobre la tasa de interés estará influenciado por el uso que pretenda hacer de los fondos que va a recibir en préstamo. Si - obtiene los fondos para uso personal, la tasa de interés que está dispuesto a pagar será una medida de la cantidad que pagaría por el privilegio de alcanzar satisfacciones inmediatas y no en el futuro.

Si los fondos se han obtenido para financiar operaciones que se espera vayan a generar una ganancia, el interés a pagar debe ser menor que la ganancia esperada.

2.2 EL PODER QUE TIENE EL DINERO PARA GENERAR GANANCIAS

Los fondos obtenidos en préstamo, para lograr con ellos una ganancia potencial, se intercambian generalmente por bienes, servicios o instrumentos de producción. Esto conduce a la consideración del poder que tiene el dinero para generar ganancias y que, precisamente, es lo que hace rentable obtenerlo en préstamo.

Considere el ejemplo de una persona que hace manualmente zanjas para la colocación de cables subterráneos. Esta persona recibe por este trabajo \$ 125.00 por pie lineal y excava en promedio 200 pies lineales por día. Las condiciones climatológicas limitan este trabajo a 180 días por año. En consecuencia, recibe un ingreso de \$ 25 000.00 por día trabajado, es decir, \$ 4 500 000.00 por año. Un anuncio publicitario llama su atención sobre una zanjadora mecánica que puede adquirir por \$ 4 000 000.00 a una tasa de interés anual del 30%. La máquina excavará - 800 pies lineales por día. Al reducir el precio a \$ 100.00 por pie lineal puede - conseguir trabajo suficiente para tener la máquina ocupada cuando las condiciones climatológicas se lo permitan. Al final del año la zanjadora se abandona porque - ha perdido sus condiciones de trabajo. A continuación se muestra un resumen del - evento:

Ingresos

Monto del préstamo....................................	\$ 4 000 000.00
Pago por las zanjas realizadas: (180 días)(800 pies lineales)(\$ 100.00)......	\$ 14 400 000.00
	\$ 18 400 000.00

Desembolsos

Compra de la zanjadora..................................	\$ 4 000 000.00
Combustibles y reparaciones..............................	\$ 1 500 000.00
Interés sobre el préstamo: (0.30)(\$ 4 000 000.00)........	\$ 1 200 000.00
Pago del capital del préstamo...........................	\$ 4 000 000.00
	\$ 10 700 000.00
Ingresos menos desembolsos	\$ 7 700 000.00

Como se observa, la persona se ha beneficiado con un aumento en las ganancias netas por año en relación con el año anterior igual a \$7 700 000.00 - \$4 500 000.00 = \$ 3 200 000.00

El ejemplo anterior es una ilustración de lo que se conoce como *el poder del dinero para generar ganancias*. Debe notarse que el dinero recibido en préstamo se convirtió en un instrumento de producción, lo cual permitió a esta persona aumentar sus ganancias. Si la persona hubiera guardado el dinero todo el año no hubiera obtenido ninguna ganancia; de la misma manera, si ella lo hubiera intercambiado por un instrumento de producción con resultados no rentables, a la larga hubiera podido perder el dinero. El dinero tiene poder para generar ganancias indirectamente, cuando se intercambia por instrumentos rentables de producción.

2.3 VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO (EL EFECTO DEL TIEMPO EN EL VALOR DE LA MONEDA)

El dinero puede generar utilidades a una cierta tasa de interés si se invierte durante un período de tiempo, concepto que hace ver que es importante reconocer que \$ 100.00 recibidos en alguna fecha futura, no tienen tanto valor como \$ 100.00 que se tengan hoy en la mano. Esta relación entre interés y tiempo es la que conduce y desarrolla el concepto de *el valor del dinero en el tiempo*. Por ejemplo, \$ 100.00 que se tengan hoy en la mano poseen mayor valor que \$ 100.00 --

que se reciban dentro de 5 años porque ahora existe la alternativa de invertirlos durante 5 años. Debido a que el dinero tiene poder para generar ganancias, esta alternativa producirá un rendimiento, de manera que después de 5 años, los $ 100.00 originales más sus intereses serán una cantidad mayor que los $ 100.00 recibidos inicialmente. Se concluye fácilmente, que el hecho de que el dinero tenga un valor en el tiempo significa que cantidades iguales de pesos (o cualquier otra moneda) pero en distintos puntos en el tiempo tienen diferente valor, siempre y cuando que la tasa de interés que se pueda devengar sea mayor que cero. Esta relación entre el dinero y el tiempo aparece gráficamente en la figura 2.1:

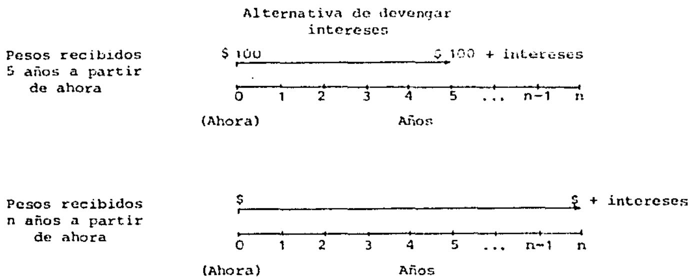


Figura 2.1. El efecto del tiempo sobre el valor de la moneda.

Los análisis económicos en ingeniería tienen que ver con la evaluación de alternativas económicas. Estas alternativas se describen muy frecuentemente, indicando la cantidad y el momento en el tiempo en el cual se presentarán los ingresos y desembolsos futuros como resultado de cada decisión. Como el valor de la moneda se centra sobre el efecto del tiempo y el interés en relación con cantidades monetarias, es esencial que a este tópico se le dé primordial atención en el análisis económico en ingeniería. Es útil a este respecto, pensar en términos de los tipos de interés utilizados para determinar el rendimiento esperado de una alternativa. Es necesario un conocimiento claro de los diferentes métodos existentes - para calcular los intereses con el fin de determinar de manera precisa, el efecto real del tiempo sobre el valor de la moneda al comparar cursos alternativos de acción.

2.4 TIPOS DE INTERES

La tasa de interés que se paga por una cantidad de dinero se expresa generalmente como el porcentaje de la cantidad que debe pagarse por su uso durante un período de tiempo igual a un año. Las tasas de interés también se especifican para períodos diferentes a un año, denominándose éstos con el nombre de períodos de interés. Con el fin de simplificar la presentación siguiente, las tasas de interés para períodos diferentes a un año se analizarán en secciones posteriores.

2.4.1 Interés simple

En el caso del interés simple, los intereses que van a pagarse en el momento de devolver el préstamo son proporcionales a la duración del período de tiempo durante el cual se ha tenido en préstamo la cantidad principal. La cantidad futura a interés simple puede encontrarse de la forma siguiente:

$$F = P + I \qquad (2.1)$$

Donde

$$I = P\,n\,i \qquad (2.2)$$

F = cantidad futura;

P = una cantidad presente de dinero o principal;

I = intereses que se devengarán;

i = tasa de interés;

n = número de períodos de interés.

Suponga que se han obtenido en préstamo \$ 1 000.00 a interés simple con una tasa - del 25% anual. Entonces los intereses serán al finalizar un año, iguales a

$$I = \$ \, 1\,000(1)(0.25) = \$ \, 250.00$$

El principal más los intereses son iguales a $ 1 250.00, cantidad que se deberá devolver al final del año.

Un préstamo a interés simple puede hacerse por cualquier período de tiempo. - Los intereses y el principal se vencen sólo al final del período estipulado para el préstamo. Cuando es necesario calcular los intereses a pagar para una fracción de año, es común considerar al año como compuesto por 12 meses de 30 días cada -- uno, es decir, un año de 360 días. Por ejemplo, en un préstamo de $ 100.00 con -- una tasa de interés del 30% anual los intereses que se deben el 20 de Abril, conjuntamente con el principal para el período comprendido entre el 1 de Febrero y - el 20 de Abril, serán

$$I = \$ \, 100\left(\frac{80}{360}\right)(0.30) = \$ \, 6.67$$

Para entender mejor el mecanismo del interés, considere una situación en la - que se piden $ 5 000.00 prestados y se acuerda pagarlos en 5 años, con un 30% de - interés anual. Existen muchas formas en las que se puede pagar la deuda pero a -- fin de facilitar el estudio se seleccionaron dos para este ejemplo. La tabla 2.1 presenta la tabulación de los dos planes:

TABLA 2.1. DOS PLANES PARA PAGAR $ 5 000.00 EN 5 AÑOS CON INTERES DEL 30% ANUAL

Año (1)	Cantidad que se debe al principio del año (2)	Interés que se debe por el año (3)=0.30(2)	Dinero total que se debe al final del año (4)=(2)+(3)	Pago al capital (5)	Pago total de fin de año (6)=(5)+(3)
Plan 1: Pagar $ 1 000.00 al capital más el interés al final de cada año.					
1	$ 5 000.00	$ 1 500.00	$ 6 500.00	$ 1 000.00	$ 2 500.00
2	4 000.00	1 200.00	5 200.00	1 000.00	2 200.00
3	3 000.00	900.00	3 900.00	1 000.00	1 900.00
4	2 000.00	600.00	2 600.00	1 000.00	1 600.00
5	1 000.00	300.00	1 300.00	1 000.00	1 300.00
		$ 4 500.00		$ 5 000.00	$ 9 500.00
Plan 2: Pagar el interés que se debe al final de cada año y el capital después de 5 años.					
1	$ 5 000.00	$ 1 500.00	$ 6 500.00	$ 0.00	$ 1 500.00
2	5 000.00	1 500.00	6 500.00	0.00	1 500.00
3	5 000.00	1 500.00	6 500.00	0.00	1 500.00
4	5 000.00	1 500.00	6 500.00	0.00	1 500.00
5	5 000.00	1 500.00	6 500.00	5 000.00	6 500.00
		$ 7 500.00		$ 5 000.00	$12 500.00

En el plan 1 se pagan $ 1000.00 al final de cada año, más el interés que se debe al final del año por el uso del dinero hasta ese momento. Así, al final del primer año se habrá contado con el uso de $ 5 000.00. El interés que se debe es I = 5000(1)(0.30) = $1 500.00. El pago al final del año es, por lo tanto, $ 1 000.00 al capital más $ 1 500.00 de interés, dando un pago total de $ 2 500.00. Al final del segundo año se pagarán otros $ 1 000.00 al capital más el interés por el dinero que se quedó en deuda durante ese año. Esta vez, la cantidad que se debe disminuyó de $ 5 000.00 a $ 4 000.00, pues se hizo un pago de $ 1 000.00 sobre el capital al término del primer año. El pago de interés es I = 4000(1)(0.30) = $1 200.00, de modo que el pago de fin de año será de $ 2 200.00. Como se indica en la tabla 2.1, la serie de pagos continúa cada año hasta que el préstamo queda pagado por completo al final del quinto año.

El plan 2 es otra forma de pagar la deuda. Esta vez, los pagos de fin de año están limitados al interés que se debe sin pago al capital. En su lugar, los $ 5 000.00 que se deben se pagan en una sola cantidad al final de los 5 años. En este plan, el pago de fin de año para cada uno de los primeros cuatro es I = 5 000 (1)(0.30) = $ 1 500.00. El pago del quinto año es $ 1 500.00 de interés más los $ 5 000.00 de capital que dan un total de $ 6 500.00 .

2.4.2 Interés compuesto

Cuando se hace un préstamo por un intervalo de tiempo que es igual a varios períodos de interés, los intereses se calculan al final de cada período. Hay un cierto número de planes para amortizar el préstamo que van desde pagar los intereses a medida que se van venciendo, hasta acumularlos todos esperando el día en el cual se vence finalmente el préstamo. Por ejemplo, los pagos en un préstamo de $ 5 000.00 a 5 años, con una tasa de interés anual del 30% pagable en el momento de su vencimiento, se calculan en la forma que aparece en el plan 2 de la tabla 2.1.

Si el prestatario no paga el interés causado al final de cada período y si se le cargan los intereses sobre la cantidad total que se debe (principal más intereses), se dice que el interés es compuesto. Es decir, los intereses que se deben en el año inmediatamente anterior se vuelven parte de la cantidad total que se debe en ese año. Sobre esta base, este cargo de intereses para el año incluye también intereses que se han generado en cargos previos.

Por ejemplo, un préstamo de $ 5 000.00 al 30% de interés compuesto anualmente debe producir, en un período de 5 años, el efecto que se muestra en la tabla 2.2:

TABLA 2.2. USO DEL INTERES COMPUESTO CUANDO SE PERMITE QUE LOS INTERESES SE AGREGUEN AL PRINCIPAL

Año (1)	Cantidad que se debe al principio del año (2)	Interés que se debe por el año (3)=0.30(2)	Dinero total que se debe al final del año (4)=(2)+(3)	Pago total de fin de año (5)
1	$ 5 000.00	$ 1 500.00	$ 6 500.00	$ 0.00
2	6 500.00	1 950.00	8 450.00	0.00
3	8 450.00	2 535.00	10 985.00	0.00
4	10 985.00	3 295.50	14 280.50	0.00
5	14 280.50	4 284.15	18 564.65	18 564.65
		$13 564.65		$18 564.65

En este plan no se hace ningún pago hasta el final del quinto año, momento en el que se paga por completo la deuda. Observe lo que sucede al final del primer año. El interés de ese año, I = 5 000(1)(0.30) = $ 1 500.00, no se paga y hace que la deuda aumente. Así, la deuda del segundo año aumentó a $ 6 500.00 y el interés correspondiente es I = 6 500(1)(0.30) = $ 1 950.00. De nuevo éste no se paga y se agrega a la deuda anterior, aumentándola a $ 8 450.00. Al final del quinto año la cantidad total que se debe ha crecido a $ 18 564.65 y se paga en ese momento. Note que al no pagar los $ 1 500.00 de interés al final del primer año, esta cantidad se sumó a la deuda y el segundo año se cargó un interés sobre este interés no pagado en el primero. Esto es, los $ 1 500.00 de interés no pagado resultaron en I = 1 500(1) (0.30) = $ 450.00 de interés adicional cargados al segundo año. Estos $ 450.00 junto con I = 5 000(1)(0.30) = $ 1 500.00 de interés sobre la deuda original de $5000.00, causaron el cargo de interés total de $ 1 950.00 al final del segundo año.

Los dos ejemplos anteriores producen diferente efecto por la forma en la cual se efectúan los pagos. En el primer caso (plan 2 de la tabla 2.1), el pago de los intereses en el momento en que se vencen, previene tener que pagar intereses sobre intereses. La situación inversa es cierta con el segundo ejemplo (tabla 2.2). Entonces, el efecto de emplear interés compuesto depende de la magnitud de los pagos y del momento en el cual se efectúan. En secciones posteriores se presentarán fórmulas de interés que se consideran útiles para el manejo de interés compuesto.

2.5 LA DESCRIPCION DE UNA ALTERNATIVA DE INVERSION

Para ayudar a identificar y registrar los efectos económicos de inversión de alternativas, se puede utilizar una descripción gráfica de las transacciones monetarias involucradas en cada una de ellas. Este descriptor gráfico, conocido como diagrama de flujo de caja, suministra toda la información necesaria para analizar una alternativa de inversión.

En el diagrama de flujo de caja se representa cualquier ingreso recibido, durante un período de tiempo, como una flecha vertical que apunta hacia arriba (un aumento en caja). La altura de la flecha es proporcional a la magnitud de los ingresos recibidos durante ese período. De manera similar, los desembolsos se representan por medio de una flecha vertical dirigida hacia abajo (una disminución en caja). Estas flechas se colocan luego sobre una escala de tiempo que representa - la duración de la alternativa.

En la figura 2.2 aparece un ejemplo de un diagrama de flujo de caja que representa las transacciones del prestatario incluído en el plan 2 de la tabla 2.1. Se muestra otro ejemplo en la figura 2.3 para las transacciones que se muestran en - la tabla 2.2; sin embargo, en la figura 2.3 el diagrama de flujo de caja representa la visión que tiene el prestamista sobre las transacciones de caja. Es impor-- tante entender que es necesario identificar siempre el punto de vista que se haya adoptado al preparar un diagrama de flujo de caja.

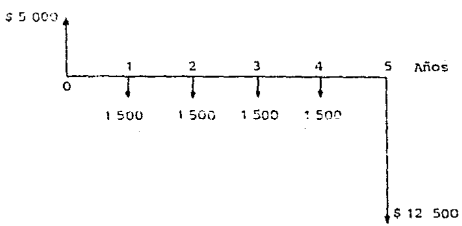


Figura 2.2. Diagrama de flujo de caja del plan 2 de la tabla 2.1. (Prestatario).

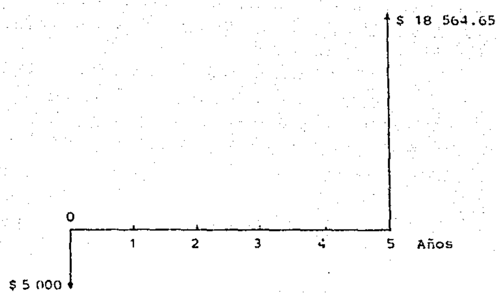


Figura 2.3. Diagrama de flujo de caja para el plan de la tabla 2.2. (Prestamista).

2.6 FORMULAS DE INTERES (COMPOSICION ANUAL, PAGOS ANUALES)

Las fórmulas de interés que se derivan en esta sección se utilizan en la situación común que contempla intereses compuestos anualmente y pagos también anuales. Se usará la notación siguiente para simplificar la presentación:

i = tasa de interés por período de interés;

n = número de períodos de interés;

P = una cantidad de dinero en el momento presente;

F = una cantidad futura de dinero. La cantidad futura F es una cantidad, a n períodos del presente, que es equivalente a P con una tasa de interés i;

A = un ingreso o desembolso de fin de período de una serie uniforme (pagos iguales) que continúa por n períodos, siendo la serie completa equivalente a P o F con una tasa de interés i.

2.6.1 Fórmula de pago único compuesto

Suponga que se invierte una cantidad de dinero P (capital) a un año a una tasa de interés i. Al final del año deberá recibirse la inversión inicial P, más aparte el interés obtenido en el período que es igual a iP. De esta forma, la can tidad total a recibir será igual a: $P + iP$. Factorizando P, la cantidad al final del año es $P(1 + i)$. Suponga que en lugar de retirar la inversión (capital más intereses) al final del año, se deja que permanezca otro año; de esta manera la cantidad que se tiene al iniciar el segundo año es $P(1 + i)$, y será el capital para este año, el cual generará un interés de $iP(1 + i)$. Entonces, el capital del segundo año $P(1 + i)$ más el interés $iP(1 + i)$ significan que al final de este año la inversión total se convierte en $P(1 + i) + iP(1 + i)$. Esto puede arreglarse de nuevo factorizando $P(1 + i)$ lo que da $P(1 + i)(1 + i) = P(1 + i)^2$. Si el proceso continúa a un tercer año, la cantidad total al final de este año será $P(1 + i)^3$ y después de n años será $P(1 + i)^n$. La progresión se ve en la tabla 2.3 :

TABLA 2.3. DESARROLLO DE LA FORMULA DE PAGO UNICO COMPUESTO

Año	Cantidad al comienzo del año	Intereses devengados durante el año	Cantidad compuesta al final del año
1	P	iP	$P + iP = P(1 + i)$
2	$P(1 + i)$	$iP(1 + i)$	$P(1 + i) + iP(1 + i) = P(1 + i)^2$
3	$P(1 + i)^2$	$iP(1 + i)^2$	$P(1 + i)^2 + iP(1 + i)^2 = P(1 + i)^3$
⋮			
n	$P(1 + i)^{n-1}$	$iP(1 + i)^{n-1}$	$P(1 + i)^{n-1} + iP(1 + i)^{n-1} = P(1 + i)^n = F$

Dicho de otra manera, la cantidad presente P aumenta en n períodos a $P(1 + i)^n$. Por lo tanto, se tiene una relación entre el valor de una cantidad presente P y el valor de la cantidad futura equivalente F.

$$\text{Valor futuro} = (\text{valor presente})(1 + i)^n$$

$$F = P(1 + i)^n \qquad (2.3)$$

Esta es la fórmula de la cantidad compuesta de un pago único, y su diagrama de flujo de caja aparece en la figura 2.4.

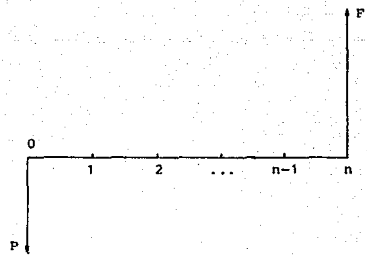


Figura 2.4. Cantidad única presente y cantidad única futura.

EJEMPLO 2.1

Si se depositan \$ 5 000.00 en una cuenta de ahorros bancaria que paga el 30% de interés compuesto anual, ¿cuánto habrá en la cuenta 5 años después de ese depósito?

$P = \$\,5\,000.00 \qquad i = 0.30 \qquad n = 5 \qquad F = ?$

El diagrama de flujo de caja para este ejemplo se muestra en la figura 2.5:

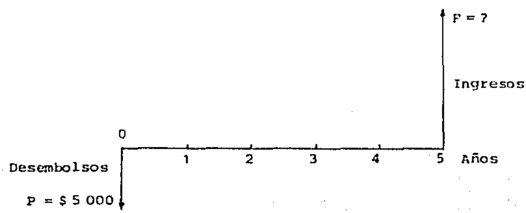


Figura 2.5. Diagrama de flujo de caja para el ejemplo 2.1.

$F = P(1+i)^n = 5\,000(1+0.30)^5 = \$\,18\,564.65$ (ver tabla 2.2)

2.6.2 Fórmula de valor presente para pago único

La relación de la cantidad compuesta de pago único (ecuación 2.3) permite despejar el valor de P como sigue:

$$P = \frac{F}{(1 + i)^n} \tag{2.4}$$

Esta es la fórmula de valor presente para pago único.

EJEMPLO 2.2

Si se quieren tener \$ 18 564.65 en una cuenta de ahorros al término de 5 años y se paga el 30% de interés compuesto anual, ¿qué cantidad debe depositarse en la cuenta ahora?

$F = \$\,18\,564.65 \qquad i = 0.30 \qquad n = 5 \qquad P = ?$

El diagrama de flujo de caja para este ejemplo se presenta en la figura 2.6:

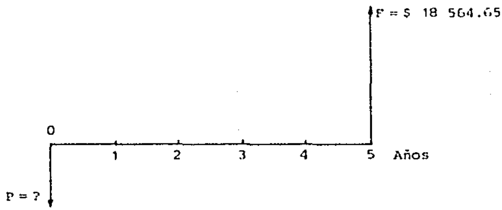


Figura 2.6. Diagrama de flujo de caja para el ejemplo 2.2.

$$P = \frac{F}{(1+i)^n} = \frac{18\,564.65}{(1+0.30)^5} = \$\,5\,000.00$$

EJEMPLO 2.3

Sí $P = \$\,5\,000.00$, $F = \$\,18\,564.65$ y $n = 5$, ¿cuál es la tasa de interés compuesto anual?

A partir de la ecuación (2.3)

$$(1+i)^n = \frac{F}{P}$$

$$1 + i = \sqrt[n]{\frac{F}{P}}$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{F}{P}} - 1$$

Por lo tanto

$$i = \sqrt[5]{\frac{18\ 564.65}{5\ 000}} - 1 = 0.30 = 30\%$$

EJEMPLO 2.4

Sí $P = \$\,5\,000.00$, $F = \$\,18\ 564.65$ y la tasa de interés es del 30% compuesto anual, ¿cuál es el número de períodos anuales?

A partir de la ecuación (2.3)

$$(1+i)^n = \frac{F}{P}$$

Utilizando logaritmos naturales en ambos lados de la ecuación

$$\ln(1+i)^n = \ln\left(\frac{F}{P}\right)$$

$$n\ln(1+i) = \ln\left(\frac{F}{P}\right)$$

$$n = \frac{\ln(F/P)}{\ln(1+i)}$$

Por lo tanto

$$n = \frac{\ln(18\ 564.65/5\ 000)}{\ln(1+0.30)} = 5$$

2.6.3 Fórmula de pago para una serie uniforme o de pagos compuestos iguales

Con frecuencia es necesario, en muchos análisis económicos en ingeniería, encontrar un solo valor que corresponda en el futuro a la acumulación de una serie de ingresos o desembolsos iguales que ocurren al final de cada período de una serie de períodos sucesivos anuales. Una serie de flujos de caja de este tipo aparece en la figura 2.7. Se han colocado desembolsos uniformes A al final de cada período de interés y existen tantos desembolsos A como períodos n. Estas dos condiciones se especifican en la definición de A.

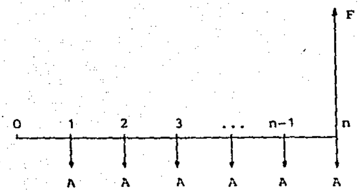


Figura 2.7. Serie de pagos iguales y cantidad única en el futuro.

En la sección anterior sobre la fórmula de pago único compuesto se vió que -- una cantidad P en un punto en el tiempo aumentará a un valor F, en n períodos de acuerdo con la ecuación (2.3). Se utilizará esta ecuación para desarrollar la fórmula de pago para una serie de pagos compuestos iguales.

En la figura 2.8 se observa que si se invierte una cantidad A al final de cada uno de los siguientes n años, la cantidad total F, después de n años, es la suma de los valores de cada una de las inversiones individuales.

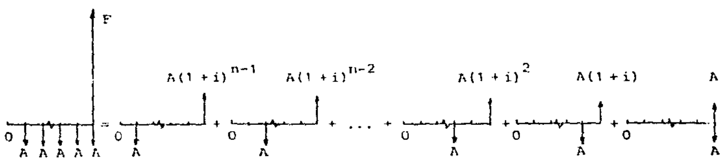


Figura 2.8. Cantidad total F después de n años.

Entonces, la ecuación para el caso general de n años es

$$F = A(1+i)^{n-1} + A(1+i)^{n-2} + \ldots + A(1+i)^2 + A(1+i)^1 + A \tag{2.5}$$

Factorizando A de la ecuación (2.5)

$$F = A\left[(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \ldots + (1+i)^2 + (1+i) + 1\right] \tag{2.6}$$

Multiplicando ambos miembros de la ecuación (2.6) por $(1+i)$

$$(1+i)F = A\left[(1+i)^{n} + (1+i)^{n-1} + \ldots + (1+i)^3 + (1+i)^2 + (1+i)\right] \tag{2.7}$$

Si se escribe de nuevo la ecuación (2.6) para mostrar otros términos de su serie

$$F = A\left[(1+i)^{n-1} + \ldots + (1+i)^3 + (1+i)^2 + (1+i) + 1\right] \tag{2.8}$$

Restando la ecuación (2.8) de la ecuación (2.7)

$$\begin{array}{rl} iF + F = & A\left[(1+i)^{n} + (1+i)^{n-1} + \ldots + (1+i)^3 + (1+i)^2 + (1+i)\right] \\ -F = & A\left[-(1+i) \quad - \ldots - (1+i)^3 - (1+i)^2 - (1+i) - 1\right] \\ \hline iF = & A\left[(1+i)^{n} - 1\right] \end{array} \tag{2.9}$$

Despejando F de la ecuación (2.9), se obtiene finalmente

$$F = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \tag{2.10}$$

Esta es la fórmula de pago para una serie de pagos compuestos iguales.

EJEMPLO 2.5

Una persona deposita $ 100 000.00 en un fideicomiso, al final de cada año durante 5 años. El fideicomiso paga 35% de interés compuesto anual. ¿Cuánto dinero tendrá en su cuenta al cabo de los 5 años inmediatamente después de su último depósito?

$A = \$\,100\,000.00 \qquad i = 0.35 \qquad n = 5 \qquad F = ?$

El diagrama de flujo de caja para este ejemplo se muestra en la figura 2.9.

$$F = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = 100\,000\left[\frac{(1+0.35)^5 - 1}{0.35}\right] = \$\,995\,438.12$$

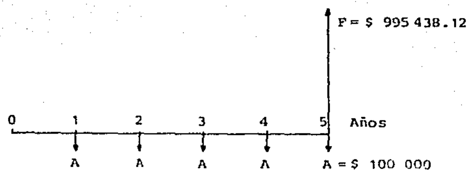


Figura 2.9. Diagrama de flujo de caja para el ejemplo 2.5.

2.6.4 Fórmula para un fondo de amortización con una serie uniforme

A partir de la expresión para una serie de pagos compuestos iguales (ecuación 2.10) se puede despejar el valor de A como sigue:

$$A = F\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] \tag{2.11}$$

Esta es la fórmula para un fondo de amortización con una serie de pagos iguales.

Un fondo de amortización es un fondo separado en el que se hace una serie uniforme de depósitos (A) con el fin de acumular una cantidad futura deseada (F) en un punto dado del tiempo.

EJEMPLO 2.6

Una persona desea acumular \$ 995 438.12 haciendo para ello un depósito de cierta cantidad igual al final de cada año durante 5 años. Si el banco paga 35% de interés compuesto anual, ¿cuál será la cantidad requerida para cada depósito?

$F = \$\,995\,438.12 \qquad n = 5 \qquad i = 0.35 \qquad A = ?$

El diagrama de flujo de caja para este ejemplo se muestra en la figura 2.10.

$$A = F\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] = 995\ 438.12\left[\frac{0.35}{(1+0.35)^5 - 1}\right] = \$\ 100\ 000.00$$

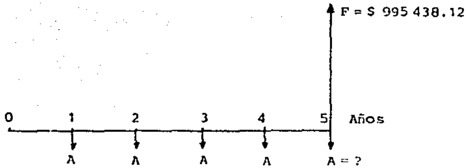


Figura 2.10. Diagrama de flujo de caja para el ejemplo 2.6

2.6.5 Fórmula de recuperación de capital para una serie uniforme

Se hace hoy un depósito en cantidad igual a P a una tasa de interés anual i . El depositante desea retirar su principal más los intereses en una serie de cantidades iguales al final de cada año durante un período de n años. Al hacer el último retiro no debe quedar ninguna cantidad en depósito. El diagrama de flujo de caja para esta situación se presenta en la figura 2.11:

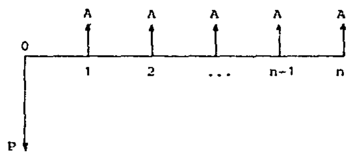


Figura 2.11. Serie de pagos iguales y cantidad única en el presente.

Se mostró previamente que F estaba relacionado con A por medio de la fórmula de amortización de una serie de pagos iguales (ecuación 2.11) y que F y P estaban unidos por la fórmula de pago único compuesto (ecuación 2.3). Al incluir $P(1+i)^n$ en vez de F en la relación del fondo de amortización para una serie de pagos iguales (ecuación 2.11), se obtiene la siguiente expresión:

$$A = P(1+i)^n \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] \tag{2.12}$$

$$A = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] \tag{2.13}$$

Esta es la fórmula de recuperación de capital para una serie uniforme o de pagos iguales y puede emplearse para encontrar A, al final de cada año, que serán generados por una cantidad presente P.

EJEMPLO 2.7

El 1 de Enero una persona deposita \$ 1 000 000.00 en una cuenta de cooperativa que paga 44% de interés compuesto anual. Desea hacer tres retiros iguales de fin de año, comenzando el 31 de Diciembre del primer año. ¿Cuánto deberá retirar cada año?

P = \$ 1 000 000.00 $\quad$ n = 3 $\quad$ i = 0.44 $\quad$ A = ?

La figura 2.12 muestra el diagrama de flujo de caja para este ejemplo:

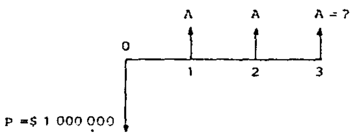


Figura 2.12. Diagrama de flujo de caja para el ejemplo 2.7.

$$A = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] = 1\ 000\ 000 \left[\frac{0.44(1+0.44)^3}{(1+0.44)^3 - 1} \right] = \$\,661\ 552.64$$

No debe olvidarse que a medida que se hace cada retiro anual, el saldo en depósito va siendo menor que la cantidad que había antes del retiro anterior. Como consecuencia de que el interés devengado es función de la cantidad que esté en depósito, el interés que se devenga en cada año también disminuye en el caso comentado. La fórmula de recuperación de capital de una serie de pagos iguales toma en cuenta estos cambios año tras año y permite un cálculo sencillo de lo que podría parecer como una relación bastante complicada entre los intereses producidos y la cantidad retirada.

2.6.6 Fórmula de valor presente para una serie uniforme o de pagos iguales

Para encontrar qué cantidad única debe depositarse hoy de manera que puedan hacerse retiros o pagos iguales al final de los próximos años, P debe encontrarse en función de A. La fórmula de recuperación de capital para una serie de pagos iguales (ecuación 2.13) permite despejar el valor de P como sigue:

$$P = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] \qquad (2.14)$$

Esta es la fórmula de valor presente para una serie de pagos iguales y puede emplearse para encontrar el valor de P, de una serie de pagos anuales iguales (A).

EJEMPLO 2.8

¿Cuál será el valor presente de una serie de 3 pagos anuales iguales de \$ 661 552.64, a una tasa de interés del 44% compuesto anual?

A = \$ 661 552.64 n = 3 i = 0.44 P = ?

La figura 2.13 muestra el diagrama de flujo de caja para este ejemplo:

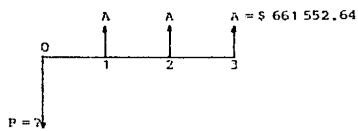


Figura 2.13. Diagrama de flujo de caja para el ejemplo 2.8.

$$P = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] = 661\ 552.64\left[\frac{(1+0.44)^3 - 1}{0.44(1+0.44)^3}\right] = \$1\,000\,000.00$$

EJEMPLO 2.9

Para un flujo de caja de cantidades anuales iguales a \$ 100 000.00, ¿cuál es el tiempo requerido para acumular \$ 995 438.12, si la tasa de interés anual compuesto es del 35%?

A partir de la ecuación (2.10)

$$(1 + i)^n = \frac{iF}{A} + 1$$

Utilizando logaritmos naturales en ambos miembros de la ecuación anterior

$$\ell n(1 + i)^n = \ell n\left(\frac{iF}{A} + 1\right)$$

$$n = \frac{\ell n(iF/A + 1)}{\ell n(1 + i)}$$

Por lo tanto

$$n = \frac{\ell n(0.35 \times 995\ 438.12/100\ 000 + 1)}{\ell n(1 + 0.35)} = 5$$

EJEMPLO 2.10

Una persona va a realizar una serie de depósitos iguales de \$ 100 000.00 cada uno al final de cada año y durante 5 años. Si el banco le dice que tendrá \$ 995 438.12 al cabo de esos 5 años inmediatamente después de su último depósito, ¿cuál es la tasa de interés compuesto anual?

A = \$ 100 000.00 F = \$ 995 438.12 n = 5 i = ?

Utilizando la ecuación (2.10)

$$\$\ 995\ 438.12 = 100\ 000 \left[\frac{(1 + i)^5 - 1}{i} \right]$$

Para resolver esta expresión se debe encontrar el valor de i por ensayo y error, el cual satisfaga la igualdad. Entonces, suponiendo i = 0.34

$$\$\ 995\ 438.12 = 100\ 000 \left[\frac{(1 + 0.34)^5 - 1}{0.34} \right] = \$\ 976\ 588.34$$

$$\$\ 995\ 438.12 \neq \$\ 976\ 588.34$$

Suponiendo i = 0.36

$$\$\ 995\ 438.12 = 100\ 000 \left[\frac{(1 + 0.36)^5 - 1}{0.36} \right] = \$\ 1\ 014\ 607.62$$

$$\$\ 995\ 438.12 \neq \$\ 1\ 014\ 607.62$$

Se observa que el valor de i que satisface la expresión se encuentra entre 0.34 y 0.36 .

Realizando una interpolación entre 0.34 y 0.36

F	i
976 588.34	0.34
995 438.12	?
1014 607.62	0.36

$$i = 0.34 + (0.36 - 0.34)\left(\frac{976\ 588.34 - 995\ 438.12}{976\ 588.34 - 1014\ 607.62}\right) = 0.35 = 35\%$$

Comprobando

$$\$\ 995\ 438.12 = 100\ 000\left[\frac{(1+0.35)^{5} - 1}{0.35}\right]$$

$$\$\ 995\ 438.12 = \$\ 995\ 438.12$$

Por lo tanto

$$i = 0.35 = 35\%$$

2.6.7 Fórmula para una serie de pagos iguales con gradiente creciente

Los pagos anuales no ocurren en muchos casos, de acuerdo con el patrón propio de una serie de pagos iguales. Por ejemplo, podría presentarse una serie de pagos que aumentara uniformemente en la siguiente forma: \$ 1 000.00, \$ 1 250.00, \$ 1 500.00, \$ 1 750.00 y que ocurrieran al final de los años 1o., 2o., 3o. y 4o., respectiva--mente. De manera similar, podría presentarse una serie uniformemente decreciente con valores de \$ 1000.00, \$ 900.00, \$ 800.00 y \$ 700.00 al final de los años 1o., 2o., 3o. y 4o., respectivamente. En general, una serie de pagos que aumenta uni--formemente durante n períodos se puede expresar como A_1, $A_1 + G$, $A_1 + 2G$, ..., $A_1 +$ $(n-1)G$ como se muestra en la figura 2.14, en la cual

A_1 = primero de la serie de pagos al final de cada año;

G = cambio anual o gradiente en la magnitud de los pagos.

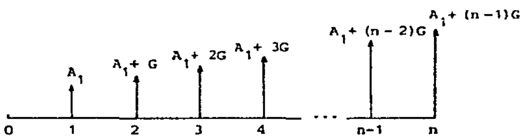


Figura 2.14. Una serie uniforme con gradiente creciente.

Una forma de evaluar una serie de éstas es utilizando para ello las fórmulas de interés separadamente con cada uno de los pagos en la serie. Este método conducirá al resultado correcto pero consumirá una gran cantidad de tiempo. Un enfoque diferente consiste en reducir la serie de pagos uniformemente crecientes a una serie equivalente de pagos iguales, de manera que pueda emplearse la fórmula de una serie de pagos compuestos iguales (ecuación 2.10).

La figura 2.15 muestra que una serie uniforme con gradiente creciente puede considerarse conformada por dos series diferentes, una de pagos iguales con un pago igual a A_1 y otra creciente con un gradiente igual a 0, G, 2G, ..., (n-1)G al final de cada uno de los años sucesivos. Cada pago es una serie de pagos iguales equivalentes a estas series que pueden representarse como sigue:

$$A = A_1 + A_2 \tag{2.15}$$

Donde

$$A_2 = F\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] \tag{2.16}$$

A = pago anual uniforme equivalente;

F = cantidad futura equivalente a la serie con gradiente.

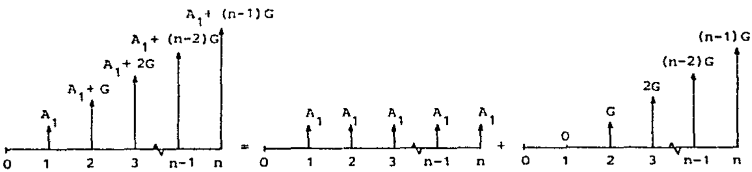


Figura 2.15. Una serie uniforme con gradiente creciente para n años.

Observe que al resolver el problema de esta manera, el primer flujo de caja en la serie de gradiente se hace igual a cero.

La figura 2.16 muestra el caso general para n años, el cual toma en cuenta -- que las series de gradiente son flujos de caja individuales:

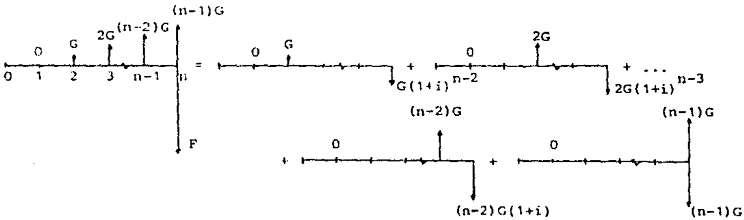


Figura 2.16. Series de gradiente como flujos de caja individuales.

Así, la ecuación para el caso general de n años, de una serie de gradiente, es

$$F = G(1+i)^{n-2} + 2G(1+i)^{n-3} + \ldots + (n-2)G(1+i) + (n-1)G \tag{2.17}$$

Factorizando G de la ecuación (2.17)

$$F = G\left[(1+i)^{n-2} + 2(1+i)^{n-3} + \ldots + (n-2)(1+i) + (n-1)\right] \tag{2.18}$$

Multiplicando la ecuación (2.18) por $(1+i)$

$$(1+i)F = G\left[(1+i)^{n-1} + 2(1+i)^{n-2} + \ldots + (n-2)(1+i)^2 + (n-1)(1+i)\right] \tag{2.19}$$

Si se escribe de nuevo la ecuación (2.18) para mostrar otros términos de su serie

$$F = G\left[(1+i)^{n-2} + \ldots + (n-3)(1+i)^2 + (n-2)(1+i) + (n-1)\right] \tag{2.20}$$

Restando la ecuación (2.20) de la ecuación (2.19)

$$\begin{array}{rl} iF + F = & G\left[(1+i)^{n-1} + 2(1+i)^{n-2} + \ldots + (n-2)(1+i)^2 + (n-1)(1+i)\right] \\ -F = & G\left[-(1+i)^{n-2} - \ldots - (n-3)(1+i)^2 - (n-2)(1+i) - (n-1)\right] \\ \hline \end{array}$$

$$iF = G\left[(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \ldots + (1+i)^2 + (1+i) - (n-1)\right] \tag{2.21}$$

Escribiendo la ecuación (2.21) en otra forma

$$iF = G\left[(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \ldots + (1+i)^2 + (1+i) + 1\right] - nG \tag{2.22}$$

Por otra parte, igualando la ecuación (2.6) con la ecuación (2.10)

$$(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \ldots + (1+i)^2 + (1+i) + 1 = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \tag{2.23}$$

Sustituyendo la ecuación (2.23) en la ecuación (2.22)

$$iF = G\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] - nG \tag{2.24}$$

Factorizando G y despejando F en la ecuación (2.24), se obtiene la cantidad futura equivalente a la serie de gradiente

$$F = \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n\right] \tag{2.25}$$

Sustituyendo la ecuación (2.25) en la ecuación (2.16)

$$A_2 = \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n\right]\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] \tag{2.26}$$

Desarrollando la ecuación (2.26), se obtiene la fórmula de la serie creciente con un gradiente igual a 0, G, 2G, ..., (n-1)G

$$A_2 = G\left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1}\right] \tag{2.27}$$

Sustituyendo la ecuación (2.27) en la ecuación (2.15), se obtiene finalmente

$$A = A_1 + G\left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1}\right] \tag{2.28}$$

Esta es la fórmula para una serie de pagos iguales con gradiente creciente.

EJEMPLO 2.11

Se estima que los costos de mantenimiento sobre determinada pieza de maquinaria - sean:

Año	Mantenimiento
1	\$ 100 000.00
2	200 000.00
3	300 000.00
4	400 000.00

¿Cuál es el costo de mantenimiento anual uniforme equivalente para la pieza de maquinaria, si se emplea interés compuesto anual del 36%?

La figura 2.17 muestra el diagrama de flujo de caja de este ejemplo, el cual puede desglosarse en dos componentes:

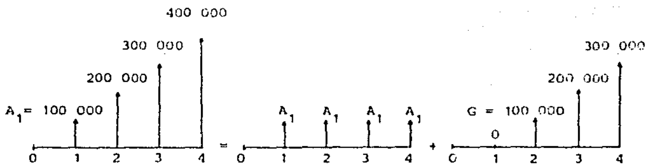


Figura 2.17. Diagrama de flujo de caja para el ejemplo 2.11.

A_1 = \$ 100 000.00 $\qquad$ G = \$ 100 000.00 $\qquad$ n = 4 $\qquad$ i = 0.36

$$A = A_1 + G\left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1}\right] = 100\ 000 + 100\ 000\left[\frac{1}{0.36} - \frac{4}{(1+0.36)^4 - 1}\right]$$

A = \$ 212 558.17

Esta cantidad es el costo de mantenimiento anual uniforme equivalente.

EJEMPLO 2.12

Una industria privada instaló una máquina nueva. Se espera que el mantenimiento y las reparaciones iniciales sean costosas, pero que después disminuyan durante varios años. Las estimaciones de los costos son:

Año	Costo de mantenimiento y reparación
1	\$ 240 000.00
2	180 000.00
3	120 000.00
4	60 000.00

¿Cuál es la proyección de costo anual equivalente por mantenimiento y reparación si el interés es del 40% compuesto anual?

La fórmula de serie uniforme con gradiente se desarrolló para un gradiente creciente a través del tiempo. La fórmula no puede utilizarse directamente para un -

gradiente decreciente. A fin de resolver este problema, se restará un gradiente -creciente de una supuesta serie uniforme de pagos como se muestra en la figura --2.18:

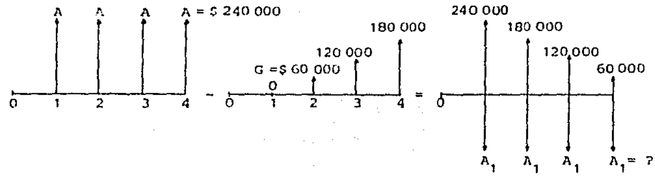


Figura 2.18. Diagrama de flujo de caja para el ejemplo 2.12.

A = $ 240 000.00 G = $ 60 000.00 n = 4 i = 0.40 A_1 = ?

$$A_1 = A - G\left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1}\right] = 240\ 000 - 60\ 000\left[\frac{1}{0.40} - \frac{4}{(1+0.40)^4 - 1}\right]$$

A_1 = $ 174 459.46

2.6.8 Fórmula de valor presente para una serie uniforme con gradiente creciente

Para encontrar qué cantidad única debe depositarse hoy, de manera que puedan hacerse una serie de retiros con gradiente creciente al final de los próximos --- años, P debe encontrarse como se muestra en la figura 2.19:

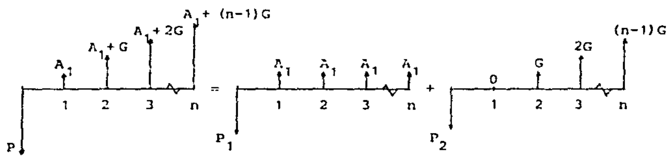


Figura 2.19. Valor presente para una serie uniforme con gradiente creciente.

A partir de la figura 2.19

$$P = P_1 + P_2 \tag{2.29}$$

Donde

$$P_1 = A_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \tag{2.30}$$

$$P_2 = \frac{F}{(1+i)^n} \tag{2.31}$$

P = valor presente para una serie uniforme con gradiente creciente;

P_1 = valor presente de una serie uniforme o de pagos iguales;

P_2 = valor presente de una serie creciente con un gradiente igual a 0, G, 2G, ..., (n-1)G .

Sustituyendo la ecuación (2.25) en la ecuación (2.31)

$$P_2 = \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right]\left[\frac{1}{(1+i)^n} \right] \tag{2.32}$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.30) y (2.32) en la ecuación (2.29), se obtiene finalmente

$$P = A_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] + \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right]\left[\frac{1}{(1+i)^n} \right] \tag{2.33}$$

Esta es la fórmula de valor presente para una serie uniforme con gradiente creciente.

EJEMPLO 2.13

Se ha estimado que el costo de mantenimiento de un automóvil es el siguiente:

Año	Costo de mantenimiento
1	$ 500 000.00
2	650 000.00
3	800 000.00
4	950 000.00
5	1 100 000.00

Una persona compró un automóvil nuevo y desea guardar en una cuenta bancaria dinero suficiente para pagar el mantenimiento durante los 5 años siguientes. Suponga que los costos de mantenimiento ocurren al final de cada año y que el banco paga 38% de interés compuesto anual. ¿Cuánto debe depositar en el banco ahora para después retirar el dinero y cubrir dichos costos al final de cada año?

La figura 2.20 muestra el diagrama de flujo de caja, el cual puede desglosarse en dos componentes:

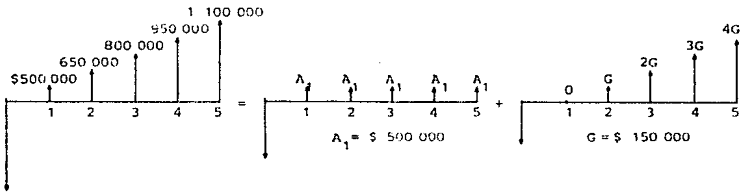


Figura 2.20. Diagrama de flujo de caja para el ejemplo 2.13.

Ambos componentes representan flujos de caja para los que se han desarrollado fórmulas de interés compuesto. El primero es la fórmula de valor presente para una serie uniforme o de pagos iguales y el segundo el valor presente de una serie de gradiente.

A_1 = \$ 500 000.00 $\qquad$ G = \$ 150 000.00 $\qquad$ n = 5 $\qquad$ i = 0.38 $\qquad$ P = ?

$$P = A_1\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] + \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n\right]\left[\frac{1}{(1+i)^n}\right]$$

$$P = 500\ 000\left[\frac{(1+0.38)^5 - 1}{0.38(1+0.38)^5}\right] + \frac{150\ 000}{0.38}\left[\frac{(1+0.38)^5 - 1}{0.38} - 5\right]\left[\frac{1}{(1+0.38)^5}\right]$$

$$P = \$\ 1\ 489\ 767.23$$

2.7 TASA DE INTERES NOMINAL Y TASA DE INTERES EFECTIVA

El análisis y estudio de este punto se circunscribe, únicamente por simplicidad, a períodos de tiempo iguales a un año. Sin embargo, se puede especificar que el interés se pague con mayor frecuencia, como por ejemplo, cada 6 meses, cada 3 meses o cada mes. Acuerdos de este tipo tienen como resultado períodos de interés de medio año, un cuarto de año, un duodécimo de año, y que la composición o capitalización del interés se haga 2, 4 ó 12 veces por año, respectivamente.

Las tasas de interés asociadas con una composición más frecuente, se definen normalmente sobre una base anual de acuerdo con la siguiente convención: cuando - la tasa de interés real o efectiva es igual al 15% de interés cada 6 meses, el interés anual o nominal se dice ser *30% anual capitalizado semestralmente*. La tasa de interés nominal para una tasa efectiva del 9% de interés al final de períodos de 3 meses, se dice ser *36% anual compuesto trimestralmente*. Entonces, la tasa de interés nominal se expresa sobre una base anual y se determina multiplicando la - tasa de interés real o efectiva para el período de interés por el número de períodos por año.

Por lo tanto, en esta sección se empleará

$$i = \frac{r}{m} \tag{2.34}$$

Donde

i = tasa de interés efectiva (por período);

r = tasa de interés nominal (por año);

m = número de períodos de interés por año;

n = número de períodos anuales.

Para ayudar a diferenciar entre las tasas de interés efectiva y nominal, se - emplea la letra i para representar tasas de interés efectivas y la letra r para - representar tasas de interés nominales. La derivación de las fórmulas que aparecen en la sección 2.6 se basó en una tasa de interés para un período de interés o en una tasa de interés efectiva. La letra i se empleó en estas derivaciones para indicar que las fórmulas se usan con una tasa de interés efectiva y no con una de interés nominal. Cuando la composición se hace sobre una base anual, la tasa de - interés nominal puede usarse naturalmente con estas mismas fórmulas, ya que en este caso es igual a la tasa de interés efectiva.

2.7.1 Composición discreta

El efecto de tener una composición más frecuente se refleja en que la tasa de interés real o efectiva por año sea mayor que la tasa de interés nominal.

Considere la situación de una persona que deposita \$ 200.00 en un banco que paga 20% de interés anual compuesto semestralmente, ¿cuánto habrá en la cuenta al final del año?

20% de interés anual compuesto cada 6 meses, significa que el banco paga 10% cada semestre. Así, la cantidad inicial P = \$ 200.00 aumentará en (200)(0.10) = \$ 20.00 de interés después de 6 meses, es decir

$$P + iP = 200 + (200)(0.10) = \$\ 220.00$$

Los \$ 220.00 se dejan en la cuenta y al final del segundo período de 6 meses, el interés obtenido es de (220)(0.10) = \$ 22.00 lo que dá un total de 220 + 22 = \$ 242.00, o lo que es lo mismo

$$(P + iP) + (P + iP)i = P(1 + i)^2 = 200(1 + 0.10)^2 = \$\ 242.00 .$$

Con los datos anteriores se puede definir el interés nominal y el efectivo y cómo se calculan:

El interés nominal es la tasa de interés anual sin considerar el efecto de ninguna composición.

Como el banco paga 10% de interés cada 6 meses, entonces la tasa de interés nominal es 2(0.10) = 0.20 = 20% .

La tasa de interés efectiva es la tasa de interés anual tomando en cuenta el efecto de la composición durante el año.

En la situación anterior se mostró que si se dejaban \$ 200.00 en una cuenta de ahorros, aumentaban a \$ 242.00. El interés real devengado es igual a 242 - 200 = \$ 42.00 . En consecuencia, la tasa de interés efectiva anual es i = 42/200 = 0.21 = 21%.

A partir del razonamiento anterior se puede llegar a una expresión que permita calcular la tasa de interés efectiva anual

$$\text{Tasa de interés efectiva anual} = i = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1 \qquad (2.35)$$

EJEMPLO 2.14

Si una institución de ahorro paga 10% de interés cada 3 meses, ¿cuáles son las tasas de interés nominal y efectiva anuales?

$i = 0.10$ cada 3 meses $\qquad m = 4$

Entonces, la tasa de interés nominal anual es

$$r = m\,i = 4(0.10) = 0.40 = 40\%$$

La tasa de interés efectiva anual es

$$i = (1 + \frac{r}{m})^m - 1 = (1 + \frac{0.40}{4})^4 - 1 = 0.4641 = 46.41\%$$

2.7.2 Interés compuesto continuamente

El interés puede componerse un número infinito de veces por año, es decir, -- continuamente.

Si se hace crecer m, el número de períodos de interés al año, sin límite, entonces m se vuelve muy grande y tiende a infinito, y r/m se vuelve muy pequeño y tiende a cero.

Esta es la condición de composición continua, es decir, aquella en la que la duración del período de interés disminuye de una duración finita Δt a alguna duración infinitamente pequeña dt y el número de períodos de interés tiende a infinito. Bajo estas condiciones, el interés efectivo anual para una composición -- continua se define como:

$$\text{Tasa de interés efectiva anual} = \lim_{m \to \infty} (1 + \frac{r}{m})^m - 1 \tag{2.36}$$

Pero como

$$(1 + \frac{r}{m})^m = \left[(1 + \frac{r}{m})^{m/r} \right]^r \tag{2.37}$$

Sustituyendo la ecuación (2.37) en la ecuación (2.36)

$$\text{Tasa de interés efectiva anual} = \lim_{m \to \infty} \left[(1 + \frac{r}{m})^{m/r} \right]^r - 1 \tag{2.38}$$

Además

$$\lim_{m \to \infty} (1 + \frac{r}{m})^{m/r} = e \tag{2.39}$$

Finalmente, sustituyendo la ecuación (2.39) en la ecuación (2.38) se obtiene el - interés compuesto continuamente

$$\text{Tasa de interés efectiva anual} = i = e^r - 1 \tag{2.40}$$

EJEMPLO 2.15

Una institución de ahorro paga 36% de interés anual con composición continua, ¿cuáles son las tasas de interés nominal y efectiva?

La tasa de interés nominal anual es

$$r = 0.36 = 36\%$$

La tasa de interés efectiva anual es

$$i = e^{r} - 1 = e^{0.36} - 1 = 0.4333 = 43.33\%$$

2.7.3 Comparación de las tasas de interés

En la tabla 2.4 aparecen las tasas de interés efectivas que corresponden a una tasa de interés nominal anual del 36% compuesto anualmente, semestralmente, trimestralmente, mensualmente, semanalmente, diariamente y continuamente.

TABLA 2.4. TASAS DE INTERES EFECTIVAS ANUALES PARA PERIODOS DE COMPOSICION CON UNA TASA NOMINAL DEL 36%

Frecuencia de la composición	Número de períodos por año	Tasa de interés efectiva por período	Tasa de interés efectiva anual
Anualmente	1	36.0000 %	36.0000 % *
Semestralmente	2	18.0000	39.2400
Trimestralmente	4	9.0000	41.1582
Mensualmente	12	3.0000	42.5761
Semanalmente	52	0.6923	43.1553
Diariamente	365	0.0986	43.3075
Continuamente	∞	0.0000	43.3329

*Observe que la tasa de interés efectiva anual es siempre igual a la tasa nominal cuando la composición se hace anualmente.

Debido a que la tasa de interés efectiva representa el interés real devengado, es precisamente esta tasa la que debe emplearse para comparar los beneficios de las diferentes tasas de interés nominal.

EJEMPLO 2.16

¿Qué es más deseable?

a) Recibir un interés del 33% anual con composición anual

b) Recibir un interés del 31% anual con composición semestral

c) Recibir un interés del 29% anual con composición mensual

a) La tasa de interés efectiva anual para un 33% con composición anual es

$$i = 0.33 = 33\%$$

b) $r = 0.31$ y $m = 2$; por lo tanto, la tasa de interés efectiva para un 31% con composición semestral es

$$i = (1 + \frac{r}{m})^m - 1 = (1 + \frac{0.31}{2})^2 - 1 = 0.3340 = 33.40\%$$

c) $r = 0.29$ y $m = 12$; por lo tanto, la tasa de interés efectiva para un 29% con composición mensual es

$$i = (1 + \frac{0.29}{12})^{12} - 1 = 0.3318 = 33.18\%$$

Se observa que la tasa de interés anual del 31% compuesto semestralmente produce una tasa de interés real superior a las otras tasas de interés.

2.7.4 Uso de las tasas de interés nominal y efectiva

Las fórmulas para interés compuesto anual y pagos anuales de la sección 2.6 se calcularon sobre la base de una tasa de interés efectiva para un período de interés; de manera específica, para una tasa de interés anual compuesto anualmente. Sin embargo, las mismas fórmulas pueden emplearse cuando la composición ocurre más frecuentemente.

Por ejemplo, al encontrar la cantidad futura que en un número de años a partir de hoy generará una cantidad presente, es necesario tomar en cuenta la frecuencia en la composición. La fórmula de pago único compuesto depende del número de períodos de composición por año (m) y se puede escribir de la forma siguiente:

$$F = P(1 + \frac{r}{m})^{mn} \qquad (2.41)$$

para una composición anual: $m = 1$;
para una composición semestral : $m = 2$;
para una composición mensual: $m = 12$;
etc.

EJEMPLO 2.17

Si se depositan \$ 200 000.00 en una cuenta de ahorros bancaria, ¿cuánto habrá en la cuenta 5 años después, si el banco paga 40% de interés anual capitalizado trimestralmente?

$P = \$\ 200\ 000.00 \qquad n = 5 \qquad r = 0.40 \qquad m = 4 \qquad F = ?$

$$F = P(1 + \frac{r}{m})^{mn} = 200\ 000(1 + \frac{0.40}{4})^{4\times5} = \$\ 1\ 345\ 500.00$$

Otra forma de resolver este ejemplo es encontrando la tasa de interés efectiva -- anual y sustituirla directamente en la ecuación (2.3):

$$\text{Tasa de interés efectiva anual} = i = (1 + \frac{r}{m})^m - 1 = (1 + \frac{0.40}{4})^4 - 1$$

$$i = 0.4641 = 46.41\%$$

Por lo tanto

$$F = P(1 + i)^n = 200\ 000(1 + 0.4641)^5 = \$\ 1\ 345\ 500.00$$

2.8 FORMULAS DE INTERES (COMPOSICION CONTINUA, PAGOS DISCRETOS)

En ocasiones es razonable suponer que la composición continua de intereses representa a las evaluaciones económicas mejor que la composición anual. La suposición de composición continua puede ser también más conveniente desde un punto de vista de cálculo en el caso de algunas aplicaciones específicas. Esta sección presenta fórmulas que pueden emplearse en aquellos casos en los cuales parece apropiado hacer pagos anuales pero compuestos continuamente. Se emplearán los símbolos siguientes:

r = tasa de interés nominal anual;

n = número de períodos anuales;

P = una cantidad presente o principal;

A = un pago único, en una serie de n pagos iguales, hecho al final de cada período anual;

F = una cantidad futura, n períodos anuales a partir de hoy, igual a la cantidad compuesta de un principal P, o igual a la suma de los pagos compuestos A en una serie.

2.8.1 Fórmula de pago único compuesto continuamente

Cuando se permite que el interés se capitalice continuamente, los intereses generados se agregan instantáneamente al principal al finalizar cada período infinitesimal. El número de períodos por año, en el caso de una composición continua, se considera infinito. Como resultado:

$$F = P\left[\lim_{m \to \infty} (1 + \frac{r}{m})^{mn}\right] \tag{2.42}$$

Reordenando los términos de la expresión anterior

$$F = P\left\{\lim_{m \to \infty} \left[(1 + \frac{r}{m})^{m/r}\right]^{rn}\right\} \tag{2.43}$$

Pero

$$\lim_{m \to \infty} (1 + \frac{r}{m})^{m/r} = e \tag{2.44}$$

Sustituyendo la ecuación (2.44) en la ecuación (2.43)

$$F = P\, e^{rn} \tag{2.45}$$

Esta es la fórmula de pago único compuesto para los casos en los que los intereses se componen de manera continua.

EJEMPLO 2.18

Si se tuvieran que depositar \$ 200 000.00 en un banco, ¿cuánto habrá en la cuenta después de 2 años? si el banco paga:

a) 25% de interés anual compuesto anualmente

b) 25% de interés anual compuesto trimestralmente

c) 25% de interés anual compuesto continuamente

a) $P = \$\ 200\ 000.00$ $\quad n = 2$ $\quad F = ?$

$i = r = 0.25$ porque $m = 1$

$$F = P(1 + i)^n = 200\ 000(1 + 0.25)^2 = \$\ 312\ 500.00$$

b) $P = \$\ 200\ 000.00$ $\quad r = 0.25$ $\quad m = 4$ $\quad n = 2$ $\quad F = ?$

$$F = P(1 + \frac{r}{m})^{mn} = 200\ 000(1 + \frac{0.25}{4})^{4\times2} = \$\ 324\ 834.02$$

c) $P = \$ \ 200\ 000.00$ $r = 0.25$ $n = 2$

$$F = P\ e^{rn} = 200\ 000\ e^{0.25\times 2} = \$\ 329\ 744.25$$

2.8.2 Fórmula de valor presente de pago único con composición continua

La relación de pago único compuesto (ecuación 2.45) permite despejar P como - sigue:

$$P = \frac{F}{e^{rn}} \tag{2.46}$$

Esta es la fórmula de valor presente de pago único con composición continua.

EJEMPLO 2.19

Un banco ofrece en venta bonos del ahorro que pagarán al comprador \$ 5 000 000.00 después de 10 años, pero no pagará nada antes de esos 10 años. Si la tasa de interés anual es del 36% con composición continua, ¿a qué precio vende los bonos el - banco?

$F = \$\ 5\ 000\ 000.00$ $r = 0.36$ $n = 10$ $P = ?$

$$P = \frac{F}{e^{rn}} = \frac{5\ 000\ 000}{e^{0.36\times 10}} = \$\ 136\ 618.61$$

2.8.3 Fórmula de pago para una serie de pagos iguales con composición continua

Si cada pago se considera individualmente en la serie, el valor futuro total de la misma es la suma de los valores futuros de las cantidades individuales:

$$F = A + Ae^{r} + Ae^{2r} + \ldots + Ae^{(n-2)r} + Ae^{(n-1)r} \tag{2.47}$$

Multiplicando la ecuación (2.47) por e^{r}

$$Fe^{r} = Ae^{r} + Ae^{2r} + Ae^{3r} + \ldots + Ae^{(n-1)r} + Ae^{nr}. \tag{2.48}$$

Escribiendo de nuevo la ecuación (2.47) para mostrar otros términos de su serie

$$F = A + Ae^{r} + Ae^{2r} + Ae^{3r} + \ldots + Ae^{(n-1)r} \tag{2.49}$$

Restando la ecuación (2.49) de la ecuación (2.48)

$$F e^{r} = \quad A e^{r} + A e^{2r} + A e^{3r} + \ldots + A e^{(n-1)r} + A e^{nr}$$
$$-F = -A - A e^{r} - A e^{2r} - A e^{3r} - \ldots - A e^{(n-1)r}$$

$$F(e^{r} - 1) = -A + A e^{nr} \tag{2.50}$$

Despejando el valor de F

$$F = A \left[\frac{e^{nr} - 1}{e^{r} - 1} \right] \tag{2.51}$$

Esta es la fórmula de pago para una serie de pagos iguales con composición continua.

EJEMPLO 2.20

Una persona deposita \$ 100 000.00 en un fideicomiso, al final de cada año durante 5 años. El fideicomiso paga 35% de interés anual compuesto continuamente. ¿Cuánto dinero tendrá en su cuenta al cabo de los 5 años inmediatamente después de su último depósito?

$A = \$\ 100\ 000.00 \qquad r = 0.35 \qquad n = 5 \qquad F = ?$

$$F = A \left[\frac{e^{nr} - 1}{e^{r} - 1} \right] = 100\ 000 \left[\frac{e^{5\times0.35} - 1}{e^{0.35} - 1} \right] = \$\ 1\ 134\ 567.13$$

2.8.4 Fórmula para un fondo de amortización con una serie de pagos iguales con composición continua

A partir de la expresión para una serie de pagos iguales con composición continua (ecuación 2.51) se puede despejar el valor de A como sigue:

$$A = F \left[\frac{e^{r} - 1}{e^{nr} - 1} \right] \tag{2.52}$$

Esta es la fórmula para un fondo de amortización con una serie uniforme con composición continua.

EJEMPLO 2.21

Una persona desea acumular \$ 1 134 567.13 haciendo para ello un depósito de cierta cantidad igual al final de cada año durante 5 años. Si el banco paga 35% de interés anual compuesto continuamente, ¿cuál será la cantidad requerida para cada depósito?

F = \$ 1 134 567.13 $\quad$ r = 0.35 $\quad$ n = 5 $\quad$ A = ?

$$A = F\left[\frac{e^{r} - 1}{e^{nr} - 1}\right] = 1\ 134\ 567.13\left[\frac{e^{0.35} - 1}{e^{5x0.35} - 1}\right] = \$\ 100\ 000.00$$

2.8.5 Fórmula de recuperación de capital para una serie de pagos iguales con composición continua

Sustituyendo la fórmula de pago único con composición continua (ecuación 2.45) en la ecuación (2.51), se obtiene:

$$P\ e^{nr} = A\left[\frac{e^{nr} - 1}{e^{r} - 1}\right] \tag{2.53}$$

Despejando el valor de A de la ecuación (2.53)

$$A = \frac{P}{e^{-nr}}\left[\frac{e^{r} - 1}{e^{nr} - 1}\right] \tag{2.54}$$

Simplificando, se obtiene

$$A = P\left[\frac{e^{r} - 1}{1 - e^{-nr}}\right] \tag{2.55}$$

Esta es la fórmula de recuperación de capital para una serie de pagos iguales --- cuando el interés se compone de manera continua.

EJEMPLO 2.22

El 1 de Enero una persona deposita \$ 1 000 000.00 en una cuenta de cooperativa -- que paga 44% de interés anual con composición continua. Desea hacer tres retiros iguales de fin de año, comenzando el 31 de Diciembre del primer año. ¿Cuánto deberá retirar cada año?

P = \$ 1 000 000.00 $\quad$ r = 0.44 $\quad$ n = 3 $\quad$ A = ?

$$A = P\left[\frac{e^{r} - 1}{1 - e^{-nr}}\right] = 1\ 000\ 000\left[\frac{e^{0.44} - 1}{1 - e^{-3x0.44}}\right] = \$\ 754\ 173.61$$

2.8.6 Fórmula de valor presente para una serie de pagos iguales con composición continua

La relación de recuperación de capital para una serie de pagos iguales con -- composición continua (ecuación 2.55) permite despejar el valor de P como:

$$P = A\left[\frac{1 - e^{-nr}}{e^{r} - 1}\right] \tag{2.56}$$

Esta es la fórmula de valor presente para una serie de pagos iguales cuando el interés se compone de manera continua.

EJEMPLO 2.23

¿Cuál será el valor presente de una serie de 3 pagos anuales iguales de \$ 754 173.61, a una tasa de interés del 44% anual compuesto continuamente?

A = \$ 754 173.61 r = 0.44 n = 3 P = ?

$$P = A\left[\frac{1 - e^{-nr}}{e^{r} - 1}\right] = 754\ 173.61\left[\frac{1 - e^{-3\times 0.44}}{e^{0.44} - 1}\right] = \$\ 1\ 000\ 000.00$$

EJEMPLO 2.24

¿Cuál es el tiempo requerido para acumular \$ 20 000 000.00 para una serie de cantidades anuales iguales a \$ 1 000 000.00 con una tasa de interés anual del 35% -- compuesto de manera continua?

F = \$ 20 000 000.00 A = \$ 1 000 000.00 r = 0.35 n = ?

A partir de la ecuación (2.51), se obtiene

$$e^{nr} - 1 = \frac{F}{A}\left(e^{r} - 1\right)$$

$$\ln e^{nr} = \ln\left[\frac{F}{A}\left(e^{r} - 1\right) + 1\right]$$

$$n = \frac{\ln\left[(F/A)\left(e^{r} - 1\right) + 1\right]}{r}$$

Por lo tanto

$$n = \frac{\ln\left[(20\times 10^{6}/1\times 10^{6})\left(e^{0.35} - 1\right) + 1\right]}{0.35} = 6.4 \text{ años}$$

2.8.7 Fórmula para una serie de pagos iguales con gradiente creciente con composición continua

El pago anual equivalente correspondiente a un pago inicial A_1, un gradiente lineal G, un número de años n y una tasa de interés r, se puede encontrar de manera similar al caso de la composición anual. Se puede demostrar que:

$$A = A_1 + G\left[\frac{1}{e^r - 1} - \frac{n}{e^{rn} - 1}\right] \qquad (2.57)$$

Esta es la fórmula de gradiente para interés compuesto de manera continua.

EJEMPLO 2.25

Se estima que los costos de mantenimiento sobre determinada pieza de maquinaria - sean:

Año	Costos de mantenimiento
1	\$ 100 000.00
2	200 000.00
3	300 000.00
4	400 000.00

¿Cuál es es el costo de mantenimiento anual uniforme equivalente para la pieza de maquinaria si se emplea interés anual del 36% compuesto continuamente?

A_1 = \$ 100 000.00 G = \$ 100 000.00 r = 0.36 n = 4 A = ?

$$A = A_1 + G\left[\frac{1}{e^r - 1} - \frac{n}{e^{rn} - 1}\right] = 100\,000 + 100\,000\left[\frac{1}{e^{0.36} - 1} - \frac{4}{e^{0.36\times 4} - 1}\right]$$

A = \$ 206 574.55

2.8.8 Fórmula de valor presente para una serie uniforme con gradiente creciente con composición continua

Puede demostrarse, de manera similar a la composición anual, que el valor presente para una serie uniforme o de pagos iguales con gradiente creciente es:

$$P = A_1\left[\frac{e^{rn} - 1}{(e^r - 1)e^{rn}}\right] + \frac{G}{(e^r - 1)}\left[\frac{e^{rn} - 1}{e^r - 1} - n\right]\left[\frac{1}{e^{rn}}\right] \qquad (2.58)$$

Esta es la fórmula de valor presente para una serie de pagos iguales con gradiente creciente con interés compuesto continuamente.

EJEMPLO 2.26

Se ha estimado que el costo de mantenimiento de un automóvil es el siguiente:

Año	Costo de mantenimiento
1	$ 500 000.00
2	650 000.00
3	800 000.00
4	950 000.00
5	1 100 000.00

Una persona compró un automóvil nuevo y desea guardar en el banco dinero suficiente para pagar el mantenimiento durante los 5 años siguientes. Suponga que los costos de mantenimiento ocurren al final de cada año y que el banco paga 38% de interés anual capitalizado continuamente. ¿Cuánto debe depositar en el banco ahora para después retirar el dinero y cubrir dichos costos?

A_1 = \$ 500 000.00 $\quad r = 0.38 \quad n = 5 \quad G$ = \$ 150 000.00 $\quad P = ?$

Utilizando la ecuación (2.58), se obtiene

$$P = 500\ 000\left[\frac{e^{0.38\times5}-1}{(e^{0.38}-1)e^{0.38\times5}}\right] + \frac{150\ 000}{(e^{0.38}-1)}\left[\frac{e^{0.38\times5}-1}{e^{0.38}-1} - 5\right]\left[\frac{1}{e^{0.38\times5}}\right]$$

P = \$ 1 274 070.87

2.9 FORMULAS DE INTERES (COMPOSICION CONTINUA, PAGOS CONTINUOS)

En las fórmulas anteriores los pagos se supusieron como concentrados en puntos discretos sobre la escala de tiempo. Sin embargo, en muchos casos, es razonable suponer que las transacciones monetarias se efectúan a todo lo largo del año de manera más o menos uniforme, caso en el cual parece que un flujo uniforme de dinero describe mejor la naturaleza propia de la transacción. Situaciones como ésta involucran un proceso de flujo de fondos que puede describirse en términos de unas tasas de flujo anual. Se emplearán los símbolos siguientes:

r = tasa de interés nominal anual;

n = número de períodos anuales;

P = principal presente;

$\overline{A}$ = tasa uniforme de flujo de dinero por año;

F = una cantidad futura que es igual a la cantidad compuesta que resulta de un flujo uniforme de dinero en el momento n.

Cuando no existe un flujo de pagos, como es el caso en los pagos anuales, las fórmulas de composición y de valor presente son idénticas a aquellas empleadas en el caso de pagos anuales con composición continua. Entonces:

$$F = Pe^{rn}$$

como se mostró en la sección 2.8. Su recíproco es

$$P = Fe^{-rn}$$

como se derivó también previamente.

2.9.1 Fórmula compuesta para un flujo de fondos

Se emplearán los símbolos siguientes para llegar a las fórmulas de interés que describen el caso de un proceso de flujo de fondos. Sean:

ΔF = una cantidad futura igual a la cantidad compuesta ΔP. Esta cantidad futura se presenta t años a partir del momento n, como aparece en la figura 2.21.

$\overline{A}$ = tasa uniforme anual del flujo de dinero.

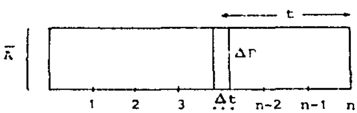


Figura 2.21. Flujo uniforme continuo de fondos.

Se mostró que

$$F = P\,e^{rn}$$

Entonces,

$$\Delta F = \Delta P\,e^{rt} \tag{2.59}$$

Pero

$$\Delta P = \bar{A}\,\Delta t \tag{2.60}$$

De manera que

$$\Delta F = \bar{A}\,e^{rt}\,\Delta t \tag{2.61}$$

Al permitir que Δt tienda a cero, entonces

$$dF = \bar{A}\,e^{rt}dt \tag{2.62}$$

Y para el intervalo total que va de 0 a n

$$F = \int_0^n dF = \int_0^n \bar{A}\,e^{rt}dt \tag{2.63}$$

$$F = \left[\frac{\bar{A}\,e^{rt}}{r}\right]_0^n = \bar{A}\left[\frac{e^{rn}}{r} - \frac{e^{0}}{r}\right] \tag{2.64}$$

$$F = \bar{A}\left[\frac{e^{rn}-1}{r}\right] \tag{2.65}$$

Esta es la fórmula compuesta para un flujo de fondos.

EJEMPLO 2.27

¿Qué cantidad se acumulará dentro de 6 años?, si el flujo continuo de fondos es - de \$ 800 000.00 por año y el interés anual es del 25% compuesto de manera conti-- nua.

$\bar{A}$ = \$ 800 000.00 $\quad$ $r = 0.25$ $\quad$ $n = 6$ $\quad$ $F = ?$

$$F = \bar{A}\left[\frac{e^{rn}-1}{r}\right] = 800\,000\left[\frac{e^{0.25\times 6}-1}{0.25}\right] = \$\ 11\,141\,405.02$$

2.9.2 Fórmula para un fondo de amortización producido por un flujo de fondos

La fórmula de la cantidad compuesta para un flujo de fondos (ecuación 2.65) - permite despejar el valor de $\bar{A}$ como sigue:

$$\bar{A} = F\left[\frac{r}{e^{rn}-1}\right] \tag{2.66}$$

Esta es la fórmula de amortización de un flujo de fondos.

EJEMPLO 2.28

¿Cuál es el flujo de fondos equivalente a una cantidad futura de \$ 11 141 405.02 cuando el período total es de 6 años y la tasa de interés anual del 25% compuesto de manera continua?

$F = \$\ 11\ 141\ 405.02 \qquad r = 0.25 \qquad n = 6 \qquad \overline{A} = ?$

$$\overline{A} = F\left[\frac{r}{e^{rn} - 1}\right] = 11\ 141\ 405.02\left[\frac{0.25}{e^{0.25\times 6} - 1}\right] = \$\ 800\ 000.00$$

2.9.3 Fórmula de recuperación de capital para un flujo de fondos

Al emplear la relación de cantidad compuesta de pago único en el caso de composición continua, $F = Pe^{rn}$ y la relación de un fondo de amortización para flujo de fondos (ecuación 2.66), se obtiene:

$$\overline{A} = P\, e^{rn}\left[\frac{r}{e^{rn} - 1}\right] \qquad (2.67)$$

$$\overline{A} = P\left[\frac{r\, e^{rn}}{e^{rn} - 1}\right] \qquad (2.68)$$

Esta es la fórmula de recuperación de capital para un flujo de fondos.

EJEMPLO 2.29

¿Cuál es el flujo de fondos equivalente a una cantidad presente de \$ 2 485 983.50 cuando el período total es de 6 años y la tasa de interés anual del 25% compuesto continuamente?

$P = \$\ 2\ 485\ 983.50 \qquad r = 0.25 \qquad n = 6 \qquad \overline{A} = ?$

$$\overline{A} = P\left[\frac{r\, e^{rn}}{e^{rn} - 1}\right] = 2\ 485\ 983.50\left[\frac{0.25\, e^{0.25\times 6}}{e^{0.25\times 6} - 1}\right] = \$\ 800\ 000.00$$

2.9.4 Fórmula de valor presente para un flujo de fondos

La relación de recuperación de capital para un flujo de fondos (ecuación 2.68) permite despejar el valor de P como sigue:

$$P = \overline{A}\left[\frac{e^{rn} - 1}{r\, e^{rn}}\right] \qquad (2.69)$$

Esta es la fórmula de valor presente para un flujo de fondos.

EJEMPLO 2.30

¿Cuál es la cantidad presente equivalente a \$ 800 000.00 por año que fluyen uniformemente durante un período de 6 años a una tasa de interés anual del 25% compuesto continuamente?

$\bar{A}$ = \$ 800 000.00 $\qquad$ r = 0.25 $\qquad$ n = 6 $\qquad$ P = ?

$$P = \bar{A}\left[\frac{e^{rn} - 1}{r\ e^{rn}}\right] = 800\ 000\left[\frac{e^{0.25x6} - 1}{0.25\ e^{0.25x6}}\right] = \$\ 2\ 485\ 983.50$$

EJEMPLO 2.31

¿Durante cuántos años debe una inversión de \$ 2 485 983.50 proveer un flujo continuo de fondos de \$ 800 000.00 por año, a una tasa de interés anual del 25% capitalizado continuamente?

P = \$ 2 485 983.50 $\qquad$ $\bar{A}$ = 800 000.00 $\qquad$ r = 0.25 $\qquad$ n = ?

A partir de la ecuación (2.69)

$$Pr\ e^{rn} = \bar{A}\ e^{rn} - \bar{A}$$

$$\bar{A} = e^{rn}(\bar{A} - Pr)$$

$$\ell n\ e^{rn} = \ell n(\frac{\bar{A}}{\bar{A} - Pr})$$

$$n = \frac{\ell n\left[\bar{A}/(\bar{A} - Pr)\right]}{r}$$

Por lo tanto

$$n = \frac{\ell n\left[800\ 000/(800\ 000 - 2\ 485\ 983.50x0.25)\right]}{0.25} = 6 \text{ años}$$

2.10 EQUIVALENCIA ENTRE FLUJOS DE CAJA

En muchas de las situaciones propias del análisis económico en ingeniería se requiere que a los ingresos y desembolsos potenciales de dos o más alternativas se les asigne una base equivalente para hacer posible la comparación. Esto se puede lograr si se hace un uso apropiado de las fórmulas de interés que se desarrollaron anteriormente.

Al estudiar la equivalencia de cantidades de dinero se deben analizar tres -- factores que son: (1) el monto de la cantidad, (2) el tiempo de ocurrencia de las cantidades y (3) la tasa de interés. Las fórmulas de interés toman en cuenta el - tiempo y la tasa de interés. Constituyen en consecuencia, una herramienta conve-- niente para tener en cuenta el efecto del tiempo sobre el valor de la moneda cuando se está calculando la equivalencia de cantidades monetarias que ocurren en diferentes puntos sobre la escala del tiempo.

En el análisis económico en ingeniería es de fundamental importancia el significado de equivalencia relacionado con valor en casos de intercambio; por ejemplo, una cantidad presente de \$ 1 000.00 es equivalente a \$ 14 757.89 si las cantida-- des se refieren a puntos con 8 años de separación y si la tasa de interés es del 40% anual. Esta situación es así porque a una persona que considera el 40% como - una tasa de interés satisfactoria le será indiferente recibir \$ 1 000.00 hoy ó -- \$ 14 757.89 8 años después.

Esta equivalencia entre dos flujos de caja se presenta en la figura 2.22 y -- puede ilustrarse por medio del uso de las fórmulas de pago único para intereses - compuestos anualmente. Una cantidad de \$ 1 000.00 hoy es equivalente a:

$$F = P(1 + i)^n = 1\ 000(1 + 0.40)^8 = \$\ 14\ 757.89$$

dentro de 8 años. De manera similar, \$ 14 757.89 que se van a recibir dentro de 8 años son equivalentes a:

$$P = \frac{F}{(1 + i)^n} = \frac{14\ 757.89}{(1 + 0.40)^8} = \$\ 1\ 000.00$$

en el momento actual.

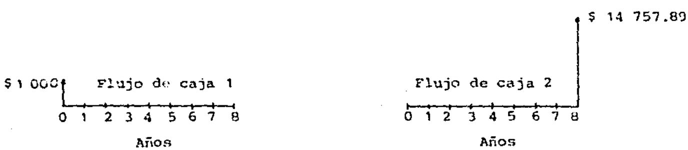


Figura 2.22. Dos flujos de caja equivalentes al 40%.

La decisión de restringir el análisis al presente o a un punto en el tiempo - 8 años más tarde, se hace únicamente por conveniencia de cálculo. Podría utilizarse otro análisis siendo así que es conocido que para que un flujo de caja sea --- equivalente a otros, sus valores equivalentes deben ser iguales en cualquier punto sobre la escala de tiempo. De no ser así, a la persona que está considerando - cualquiera de los flujos de caja no le sería indiferente alguno de ellos y los -- flujos no podrían considerarse equivalentes. Empleando los flujos de caja que aparecen en la figura 2.22 se demuestra en la tabla 2.5, que son equivalentes en un cierto número de puntos diferentes sobre la escala de tiempo.

TABLA 2.5. VALORES EQUIVALENTES DE FLUJOS DE CAJA EN DIFERENTES PUNTOS EN EL TIEMPO

Tiempo	Valor equivalente en el momento t	
t	Flujo de caja 1	Flujo de caja 2
0	\$ 1 000.00	$\frac{14\ 757.89}{(1+0.40)^8}$ = \$ 1 000.00
1	$1000(1+0.40)^1$ = \$ 1 400.00	$\frac{14\ 757.89}{(1+0.40)^7}$ = \$ 1 400.00
2	$1000(1+0.40)^2$ = \$ 1 960.00	$\frac{14\ 757.89}{(1+0.40)^6}$ = \$ 1 960.00
⋮		
8	$1000(1+0.40)^8$ = \$ 14 757.89	\$ 14 757.89
10	$1000(1+0.40)^{10}$ = \$ 28 925.46	$14\ 757.89(1+0.40)^2$ = \$ 28 925.46
30	$1000(1+0.40)^{30}$ = \$ 24 201 432.34	$14\ 757.89(1+0.40)^{22}$ = \$ 24 201 432.34

Se puede concluir de este ejemplo, que flujos de caja equivalentes serán iguales en cualquier punto sobre la escala del tiempo.

Este hecho permite calcular apropiadamente los flujos de caja equivalentes empleando para ello diferentes expresiones. Por ejemplo, la solución de la siguiente expresión determina la cantidad F, que 8 años después es equivalente a \$ 1 000.00 de hoy cuando la tasa de interés es del 40% anual:

$$1\ 000(1 + 0.40)^2 = \frac{F}{(1 + 0.40)^6}$$

$$F = \$\ 14\ 757.89$$

En este caso se decidió arbitrariamente hacer iguales los dos flujos de caja al finalizar el segundo año. El punto en el tiempo en el cual se hace el análisis se selecciona generalmente de manera tal, que el número de fórmulas de interés requeridas para el cálculo sea mínimo.

2.10.1 La equivalencia no se ve directamente

El valor relativo de varias alternativas no se ve directamente con una simple enumeración de sus ingresos y desembolsos futuros, sino que es necesario colocar estas cantidades sobre una base equivalente. Considere el siguiente ejemplo: un ingeniero vendió su patente a una corporación y recibió la oferta de escoger entre \$ 12 500 000.00 ahora ó \$ 1 650 000.00 anuales durante los próximos 10 años, la vida útil estimada que tiene la patente para la corporación. El ingeniero está pagando un 30% de interés anual sobre la hipoteca de su casa y usará esta tasa en la evaluación. Los patrones de ingreso aparecen en la tabla 2.6:

TABLA 2.6. PATRON DE INGRESOS PARA DOS ALTERNATIVAS

Final del año número	Ingresos de la alternativa A	Ingresos de la alternativa B
0	\$ 12 500 000.00	\$ 0.00
1	0.00	1 650 000.00
2	0.00	1 650 000.00
3	0.00	1 650 000.00
4	0.00	1 650 000.00
5	0.00	1 650 000.00
6	0.00	1 650 000.00
7	0.00	1 650 000.00
8	0.00	1 650 000.00
9	0.00	1 650 000.00
10	0.00	1 650 000.00
Ingresos totales	\$ 12 500 000.00	\$ 16 500 000.00

Puesto que el tiempo tiene efecto sobre el valor de la moneda no es claro, al hacer un examen superficial de los ingresos, cuál de las dos alternativas es más de seable desde el punto de vista económico. Es incorrecto, por ejemplo, decir que la alternativa B es más deseable que la alternativa A porque la suma de los ingresos para estas alternativas es de \$ 16 500 000.00 y de \$ 12 500 000.00, respectivamente. Una afirmación de esta naturaleza sería correcta si la tasa de interés fuera igual a cero.

Los valores equivalentes para estas dos alternativas, si la tasa de interés anual es del 30%, deben encontrarse empleando para ello las fórmulas de interés. Una forma de determinar un valor equivalente para la alternativa B es calculando una cantidad en el presente que sea equivalente a los 10 ingresos de \$ 1 650 000.00 cada uno.

$$P = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] = 1\ 650\ 000\left[\frac{(1+0.30)^{10} - 1}{0.30(1+0.30)^{10}}\right] = \$\ 5\ 101\ 040.20$$

Esta cantidad es equivalente a los pagos futuros de \$ 1 650 000.00 cada uno y es directamente comparable con los \$ 12 500 000.00. Esto es así porque las dos cifras representan cantidades de dinero en el mismo punto sobre la escala de tiempo, el presente. Ahora el ingeniero sí puede ver que sobre una base equivalente, la cantidad de \$ 12 500 000.00 es más deseable.

Debe notarse que los \$ 5 101 040.20 son una cantidad equivalente determinada únicamente a partir de una serie de ingresos anticipados. Un ingreso real de \$ 5 101 040.20 no ocurriría, aún en el caso en el cual se hubiera escogido esta alternativa. Los ingresos reales serían de \$ 1 650 000.00 por año durante 10 años.

2.10.2 Cálculos de equivalencia con una sola fórmula

Las fórmulas que se derivaron en las secciones anteriores expresan relaciones que existen entre los diferentes elementos que las componen. Estas fórmulas muestran relaciones entre P, A, F, i y n para composición anual y entre P, A, F, r y n para composición continua. En el caso en el cual se suponen flujos de fondos continuos, las fórmulas muestran las relaciones entre P, $\overline{A}$, F, r y n. (Ya se ilustraron los métodos para calcular la equivalencia en casos en los que están involucradas estas fórmulas).

2.10.3 Cálculos de equivalencia en el caso de composiciones más frecuentes

Aunque las fórmulas de interés que se obtuvieron anteriormente se refieren a una composición anual, es importante dejar claro que se puede seleccionar cualquier intervalo de tiempo como período de composición. Estos períodos son intervalos discretos de tiempo que pueden ser un día, una semana, un mes, 3 meses, 6 meses o un año dependiendo de la institución financiera y de los instrumentos financieros que estén involucrados en las transacciones. Inclusive la composición continua es ofrecida por algunas instituciones financieras en las cuales los períodos son infinitesimales y la tasa de interés anual efectiva es la máxima que puede devengarse para una tasa de interés nominal dada.

En esta subsección se pueden utilizar todas las fórmulas desarrolladas para interés compuesto, pero considerando los símbolos siguientes:

r = tasa de interés nominal anual;

m = número de períodos de interés por año;

n = número total de períodos de pago durante el evento.

Cuando se realiza un pago en un determinado período de tiempo cuya duración no coincide con el período de composición del interés, entonces la tasa de interés efectiva para ese período de pago puede calcularse como:

$$i = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m/k} - 1 \qquad (2.70)$$

Donde

i = tasa de interés efectiva para el período de pago;

k = número de períodos de pago al año.

EJEMPLO 2.32

Determine cuál es el precio equivalente de un refrigerador si:

a) Se compra pagando \$ 300 000.00 de contado y \$ 30 000.00 mensuales durante 2 años.

b) Se compra pagando \$ 300 000.00 de contado y \$ 90 000.00 trimestrales durante 2 años.

Suponga una tasa de interés anual del 30% compuesto mensualmente.

a) A = \$ 30 000.00 cada mes, $k = 12$, $r = 0.30$, $m = 12$ y $P = ?$

$n = (k)(2 \text{ años}) = (12)(2) = 24$ períodos mensuales.

La tasa de interés efectiva para el período mensual es

$$i = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m/k} - 1 = \left(1 + \frac{0.30}{12}\right)^{12/12} - 1 = \frac{0.30}{12} = 0.025 = 2.5\%$$

Empleando la ecuación (2.14)

$$P = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] = 30\ 000\left[\frac{(1+0.025)^{24} - 1}{0.025(1+0.025)^{24}}\right] = \$\ 536\ 549.58$$

Por lo tanto

Precio equivalente = 300 000 + 536 549.58 = \$ 836 549.58

b) A = \$ 90 000.00 cada 3 meses, $k = 4$, $r = 0.30$, $m = 12$ y $P = ?$

$n = (k)(2 \text{ años}) = (4)(2) = 8$ períodos trimestrales

La tasa de interés efectiva para el período trimestral es

$$i = (1 + \frac{0.30}{12})^{12/4} - 1 = 0.077 = 7.7\%$$

$$P = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] = 90\ 000\left[\frac{(1+0.077)^{8} - 1}{0.077(1+0.077)^{8}}\right] = \$\ 523\ 356.63$$

Por lo tanto

Precio equivalente = 300 000 + 523 356.63 = \$ 823 356.63

EJEMPLO 2.33

Un agiotista presta dinero en los siguientes términos: *si presto \$ 500.00 el lunes, me deben \$ 600.00 al lunes siguiente.*

a) ¿Qué tasa de interés nominal anual está cobrando?

b) ¿Qué tasa de interés efectiva anual está cobrando?

a) P = \$ 500.00, F = \$ 600.00, n = 1 semana y la i = ?

A partir de $F = P(1+i)^n$

$$\text{Tasa de interés efectiva semanal} = i = \sqrt[n]{\frac{F}{P}} - 1 = \frac{600}{500} - 1 = 0.20 = 20\%$$

Por lo tanto

Tasa de interés nominal anual = $r = m\,i$

Donde m = 52 semanas

$r = (52)(0.20) = 10.4 = 1\ 040\%$

b)

$$\text{Tasa de interés efectiva anual} = i = (1 + \frac{r}{m})^m - 1 = (1 + \frac{10.4}{52})^{52} - 1$$

Por lo tanto

$i = 13\ 103.631 = 1\ 310\ 363.1\%$

EJEMPLO 2.34

Si se hacen depósitos trimestrales de \$ 50 000.00 en un fondo que paga interés del 28% anual compuesto continuamente, ¿cuál es la cantidad acumulada después de 10 depósitos?

A = \$ 50 000.00 cada 3 meses $k = 4$ $r = 0.28$ $F = ?$

n = 10 períodos trimestrales

Para resolver este problema se emplea la ecuación (2.51) con una modificación

$$F = A\left[\frac{e^{nr/k} - 1}{e^{r/k} - 1}\right] = 50\ 000\left[\frac{e^{10\times 0.28/4} - 1}{e^{0.28/4} - 1}\right] = \$\ 699\ 060.91$$

Otra forma de resolver este problema es encontrando la tasa de interés efectiva trimestral y después sustituirla en la fórmula de pago para una serie de pagos iguales (ecuación 2.10):

$$\text{Tasa de interés efectiva trimestral} = i = e^{r/k} - 1 = e^{0.28/4} - 1$$

$$i = 0.0725 = 7.25\%$$

Por lo tanto

$$F = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = 50\ 000\left[\frac{(1+0.0725)^{10} - 1}{0.0725}\right] = \$\ 699\ 060.91$$

EJEMPLO 2.35

¿Cuál es el valor presente para una serie de pagos iguales a \$ 70 000.00 al final de cada mes y durante 4 años al 25% anual compuesto continuamente?

A = \$ 70 000.00 cada mes $k = 12$ $r = 0.25$ $P = ?$

$n = (k)(4 \text{ años}) = (12)(4) = 48$ períodos mensuales

Para resolver este problema se emplea la ecuación (2.56) con una modificación

$$P = A\left[\frac{1 - e^{-nr/k}}{e^{r/k} - 1}\right] = 70\ 000\left[\frac{1 - e^{-48\times 0.25/12}}{e^{0.25/12} - 1}\right] = \$\ 2\ 101\ 877.68$$

EJEMPLO 2.36

El día de hoy una persona pide prestado al banco \$ 10 000 000.00 y acuerda depositar un pago igual al final de cada 3 meses y durante 3 años; si el banco presta al 30% de interés anual capitalizado continuamente, ¿qué cantidad deberá pagar cada 3 meses?

$P = \$ \ 10\ 000\ 000.00 \qquad r = 0.30 \qquad k = 4 \qquad A = ?$

$n = (k)(3 \text{ años}) = (4)(3) = 12$ períodos trimestrales

Utilizando la ecuación (2.55) con una modificación

$$A = P\left[\frac{e^{r/k} - 1}{1 - e^{-nr/k}}\right] = 10\times10^{6}\left[\frac{e^{0.30/4} - 1}{1 - e^{-12\times0.30/4}}\right] = \$ \ 1\ 312\ 439.65$$

EJEMPLO 2.37

¿Cuál es el tiempo requerido para acumular \$ 2 000 000.00?

a) Para una serie de cantidades semestrales iguales a \$ 400 000.00 con una tasa de interés anual del 25% compuesto trimestralmente.

b) Para una serie de cantidades semestrales iguales a \$ 400 000.00 con una tasa de interés anual del 25% compuesto continuamente.

a) $F = \$ \ 2\ 000\ 000.00$, $A = \$ \ 400\ 000.00$, $k = 2$, $r = 0.25$, $m = 4$ y $n = ?$

La tasa de interés efectiva semestral es

$$i = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m/k} - 1 = \left(1 + \frac{0.25}{4}\right)^{4/2} - 1 = 0.1289 = 12.89\%$$

A partir de la ecuación (2.10)

$$n = \frac{\ln(iF/A + 1)}{\ln(1 + i)} = \frac{\ln(0.1289\times 2\ 000\ 000/400\ 000 + 1)}{\ln(1 + 0.1289)}$$

$n = 4.103$ semestres

b) $F = \$ \ 2\ 000\ 000.00$, $A = \$ \ 400\ 000.00$, $k = 2$, $r = 0.25$, $m = 2$ y $n = ?$

A partir de la ecuación

$$F = A\left[\frac{e^{nr/k} - 1}{e^{r/k} - 1}\right] \qquad \text{(ecuación 2.51 modificada)}$$

$$e^{nr/k} = \frac{F}{A}(e^{r/k} - 1) + 1$$

$$n = \frac{\ln\left[(F/A)(e^{r/k} - 1) + 1\right]}{r/k}$$

$$n = \frac{\ln\left[(2\times10^{6}/0.4\times10^{6})(e^{0.25/2} - 1) + 1\right]}{0.25/2} = 4.082 \text{ semestres}$$

EJEMPLO 2.38

¿Qué cantidad se acumulará dentro de 5 años, si el flujo continuo de fondos es de \$ 100 000.00 por mes al 30% de interés anual compuesto continuamente?

$\bar{A}$ = \$ 100 000.00 por mes $k = 12$ $r = 0.30$ $n = 5$ $F = ?$

$n = (k)(5 \text{ años}) = (12)(5) = 60$ períodos mensuales

Utilizando la ecuación (2.65) con una modificación

$$F = \bar{A}\left[\frac{e^{nr/k} - 1}{r/k}\right] = 100\ 000\left[\frac{e^{60\times 0.30/12} - 1}{0.30/12}\right] = \$\ 13\ 926\ 756.28$$

Es importante tener en cuenta que cuando se presentan situaciones en las que la frecuencia de la composición del interés es menor que la frecuencia de los pagos, entonces no se pagarán intereses por fondos depositados *durante* el período de interés. Estos fondos comenzarán a devengar intereses en el período inmediatamente siguiente.

2.10.4 Cálculos de equivalencia cuando se requieren varias fórmulas

EJEMPLO 2.39

Una deuda de \$ 350 000.00 pagadera en 2 años sin interés y otra de \$ 3 000 000.00 pagadera dentro de 5 años con interés del 30% compuesto anualmente desean cambiarse por un solo pago dentro de 3 años, ¿cuál es el pago requerido si el dinero devenga un interés del 36% compuesto trimestralmente?

$P_a = \$\ 350\ 000.00$ $P_b = \$\ 3\times10^6$ $r_a = 0.00$ $i_b = 0.30$ $r = 0.36$ $m = 4$

P_a durante 2 años no tiene interés, pero al tercer año se le carga el 36% compuesto trimestralmente. Aplicando la ecuación (2.41)

$$F_a = P_a\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn} = 350\ 000\left(1 + \frac{0.36}{4}\right)^{4\times1} = \$\ 494\ 053.56$$

Utilizando la ecuación (2.3) y la tasa de interés del 30% anual P_b al quinto año será

$$F_b = P_b(1 + i_b)^n = 3\times10^6(1 + 0.30)^5 = \$\ 11\ 138\ 790.00$$

F_b tiene que ser regresado 2 años antes del quinto, pero con un interés del 36% compuesto trimestralmente

$$P_{b'} = \frac{F_b}{(1 + \frac{r}{m})^{mn}} = \frac{11\ 138\ 790}{(1 + \frac{0.36}{4})^{4x2}} = \$\ 5\ 590\ 183.10$$

Finalmente, el pago único dentro de 3 años será

Pago equivalente = 494 053.56 + 5 590 183.10 = \$ 6 084 236.66

EJEMPLO 2.40

Se pide un préstamo de \$ 2 000 000.00 al 28% de interés anual capitalizado trimestralmente, se desea reembolsar el dinero con 10 pagos semestrales iguales, ¿de cuánto debe ser cada pago, si el primero se hace un año después de tener los \$ 2 000 000.00?

\$ $2x10^6$ no representan la cantidad presente para una recuperación de capital de una serie de pagos iguales porque el primer pago no se realiza al finalizar los primeros 6 meses, sino 12 meses después. Por lo tanto, durante esos 6 meses los \$ $2x10^6$ devengan intereses.

$r = 0.28 \qquad m = 4 \qquad k = 2$

La tasa de interés efectiva semestral es

$$i = (1 + \frac{r}{m})^{m/k} - 1 = (1 + \frac{0.28}{4})^{4/2} - 1 = 0.1449 = 14.49\%$$

Utilizando la ecuación (2.3) los \$ $2x10^6$, en un semestre ($n = 1$), aumentan a

$$F = P(1 + i)^n = 2x10^6(1 + 0.1449)^1 = \$\ 2\ 289\ 800.00$$

Entonces \$ 2 289 800.00 se consideran como la cantidad presente P.

Finalmente, utilizando la fórmula de recuperación de capital para una serie de pagos iguales (ecuación 2.13) y con $n = 10$ períodos semestrales, se obtiene:

$$A = P\left[\frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}\right] = 2\ 289\ 800\left[\frac{0.1449(1 + 0.1449)^{10}}{(1 + 0.1449)^{10} - 1}\right]$$

$A = \$\ 447\ 411.71$

Después del primer año cada pago semestral será de \$ 447 411.71 .

EJEMPLO 2.41

Para una tasa de interés del 25% anual, determine la cantidad presente que es equivalente al flujo de caja que se muestra en la figura 2.23.

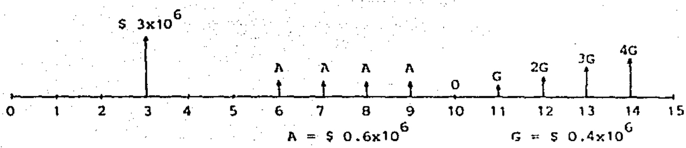


Figura 2.23. Flujo de caja para el ejemplo 2.41.

i) $F = \$ 3\,000\,000.00$, $i = 0.25$, $n = 3$ y $P = ?$

Utilizando la ecuación (2.4)

$$P = \frac{F}{(1+i)^n} = \frac{3\,000\,000}{(1+0.25)^3} = \$\ 1\,536\,000.00$$

ii) $A = \$ 600\,000.00$, $i = 0.25$, $n = 4$

Utilizando la ecuación (2.14), la cantidad equivalente de la serie uniforme al -- año 5 es:

$$P = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] = 600\,000\left[\frac{(1+0.25)^4 - 1}{0.25(1+0.25)^4}\right] = \$\ 1\,416\,960.00$$

Utilizando la ecuación (2.4), los \$ 1 416 960.00 se convierten a una cantidad presente (año 0):

$F = \$ 1\,416\,960.00 \qquad i = 0.25 \qquad n = 5 \qquad P = ?$

$$P = \frac{F}{(1+i)^n} = \frac{1\,416\,960}{(1+0.25)^5} = \$\ 464\,309.45$$

iii) $A_1 = 0.00$, $G = \$ 400\,000.00$, $i = 0.25$, $n = 5$

Utilizando la ecuación (2.33), la cantidad equivalente para la serie de gradiente al año 9 es:

$$P = A_1\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] + \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n\right]\left[\frac{1}{(1+i)^n}\right]$$

$$P = \frac{400\,000}{0.25}\left[\frac{(1+0.25)^5 - 1}{0.25} - 5\right]\left[\frac{1}{(1+0.25)^5}\right]$$

$P = \$ 1\,681\,408.00$

Utilizando la ecuación (2.4), los $ 1 681 408.00 se convierten a una cantidad presente (año 0):

$F = \$ 1\ 681\ 408.00 \qquad i = 0.25 \qquad n = 9 \qquad P = ?$

$$P = \frac{F}{(1 + i)^n} = \frac{1\ 681\ 408}{(1 + 0.25)^9} = \$ 225\ 674.76$$

Por lo tanto

Cantidad equivalente presente = 1 536 000 + 464 309.45 + 225 674.76

Cantidad equivalente presente = $ 2 225 984.21

2.11 BONOS Y CALCULO DE INTERESES

Un bono es un instrumento financiero negociable en el cual se establecen las condiciones bajo las cuales se puede adquirir sobre él dinero en préstamo. Generalmente, el bono consiste en un compromiso de un prestatario para pagar una cantidad acordada o un porcentaje de interés sobre el valor nominal o neto a intervalos de tiempo establecidos y cancelar el valor nominal en el momento también establecido. Por lo general, los bonos se emiten con valores nominales en múltiplos de $ 1 000.00. Por ejemplo, un bono típico de $ 100 000.00 puede incluir una promesa de pagar a su tenedor $ 36 000.00 un año después de haberlo comprado y en cada uno de los años siguientes, hasta cubrir el principal o valor nominal de los $ 100 000.00 en la fecha preestablecida. Un bono de esta clase se considerará como un bono de 36% con intereses pagables anualmente. Los bonos también pueden establecer el pago de intereses en períodos diferentes tales como semestralmente o cada 3 meses. Puesto que el compromiso de pagar por estar incorporado en el bono tiene valor, entonces los bonos pueden venderse o comprarse. El valor del bono en el mercado puede estar por encima o por debajo de su valor nominal dependiendo lógicamente de las condiciones existentes en ese mercado.

EJEMPLO 2.42

Una persona está considerando la adquisición de un bono de $ 100 000.00 en $ 90 000.00, con el 36% de interés pagable semestralmente y que su valor nominal se vence al final de 7 años. ¿Cuál será la tasa de interés equivalente devengada en esta clase de arreglos si todos los pagos estipulados en el bono se cumplen? La figura 2.24 muestra el diagrama de flujo de caja para este ejemplo:

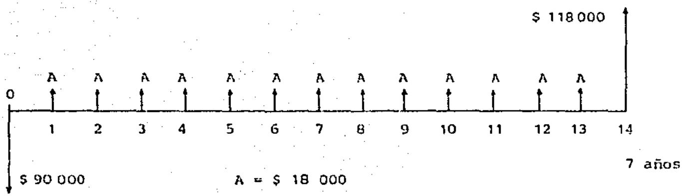


Figura 2.24. Diagrama de flujo de caja para el ejemplo 2.42.

Primero se encuentra, por ensayo y error, la tasa de interés que haga el desembolso de \$ 90 000.00 en el presente y que es equivalente al valor presente de los ingresos. Utilizando las ecuaciones (2.14) y (2.4):

$$P = P_1 + P_2 = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] + \frac{F}{(1+i)^n}$$

$A = \$\ 18\ 000.00 \qquad n = 14 \qquad F = \$\ 100\ 000.00$

Suponiendo $i = 0.20$

$$\$\ 90\ 000.00 = 18\ 000 \left[\frac{(1+0.20)^{14} - 1}{0.20(1+0.20)^{14}} \right] + \frac{100\ 000}{(1+0.20)^{14}} = \$\ 90\ 778.87$$

$\$\ 90\ 000.00 \neq \$\ 90\ 778.87$

Suponiendo $i = 0.21$

$$\$\ 90\ 000.00 = 18\ 000 \left[\frac{(1+0.21)^{14} - 1}{0.21(1+0.21)^{14}} \right] + \frac{100\ 000}{(1+0.21)^{14}} = \$\ 86\ 704.90$$

$\$\ 90\ 000.00 \neq \$\ 86\ 704.90$

Se observa que el valor de i que satisface la expresión se encuentre entre 0.20 y 0.21.

Realizando una interpolación entre 0.20 y 0.21

P	i
90 778.87	0.20
90 000.00	?
86 704.90	0.21

$$i = 0.20 + (0.21 - 0.20)\left(\frac{90\ 778.87 - 90\ 000.00}{90\ 778.87 - 86\ 704.90}\right) \doteq 0.2019 \doteq 20.19\%$$

Entonces la tasa de interés efectiva semestral es

$$i \doteq 20.19\%$$

A partir de la ecuación (2.34), la tasa de interés nominal anual es

$$r = m\, i$$

Donde $m = 2$ semestres

$$r \doteq (2)(20.19\%) \doteq 40.38\% \doteq 0.4038$$

Utilizando la ecuación (2.35), la tasa de interés efectiva anual es

$$i = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1 \doteq \left(1 + \frac{0.4038}{2}\right)^2 - 1 \doteq 0.4445 \doteq 44.45\%$$

Debido a que el precio de este bono en el mercado es menor que su valor nominal, el rendimiento real obtenido excede al interés establecido en el bono. En consecuencia, el interés realmente generado por los bonos fluctúa a medida que su precio varía en el mercado. Entonces, cuando el interés disponible para los inversionistas aumenta o disminuye, el valor de los bonos aumenta o disminuye en el mercado en la misma dirección. Este movimiento en el precio de los bonos se estudia de la misma manera que se estudian los movimientos en los precios de las acciones ordinarias.

2.12 INFLACION E INTERESES

El análisis del desempeño de las economías en el pasado inmediato revela una tendencia general inflacionaria en el costo de los bienes. De esta manera, existe una presión continua hacia el alza en los precios. El efecto del cambio en los precios para tasas pequeñas de inflación no parece tener mucho impacto, pero a tasas que esten por encima del 10% puede causar serios problemas a los indivi-- duos y a las instituciones.

La inflación se describe más comúnmente en términos de un porcentaje anual -- que representa la tasa a la cual los precios del año en referencia han aumentado en relación con los precios del anterior. Debido a que la tasa se define así, la inflación tiene un efecto compuesto. En consecuencia, los precios que se están *inflando* a una tasa del 10% anual aumentarán un 10% el primer año y se espera que - para el año siguiente lo hagan en un 10% sobre estos nuevos precios. Puesto que - los nuevos precios incluyen el 10% de crecimiento original, entonces la tasa se - aplica al 10% que ya se produjo. Lo mismo es cierto para los años subsecuentes y, en consecuencia, las tasas de inflación son compuestas de la misma manera que lo son las tasas de interés.

Para tomar en cuenta los efectos de la inflación en los análisis económicos - de ingeniería, es necesario emplear las fórmulas de interés de manera que así pue dan reconocerse los efectos inflacionarios que se presentan sobre el dinero en di ferentes puntos sobre la escala del tiempo. El procedimiento usual para manejar - la pérdida en el poder adquisitivo del dinero y que acompaña a la inflación supo- ne seguir los pasos siguientes:

1. Estimar todos los costos asociados con un proyecto en términos de pesos de hoy.
2. Modificar los costos estimados en el paso 1 de manera que en cada fecha fu tura representen el costo en ese momento, en términos de los pesos que de- ben ser gastados en ese momento.
3. Calcular la cantidad equivalente del flujo de caja resultante del paso 2 - considerando el valor del dinero en el tiempo.

EJEMPLO 2.43

Una persona de 50 años de edad está tratando de prepararse mejor para su retiro. Piensa hacerlo cuando tenga 65 años y estima que puede vivir confortablemente con $ 4 000 000.00 anuales en términos de pesos de hoy. Se estima que la tasa futura de inflación será del 10% anual y que la persona está en condiciones de invertir sus economías al 36% compuesto anualmente. ¿Qué cantidad igual debe economizar ca da año hasta su retiro, para poder hacer desembolsos que le permitan vivir tan --

confortablemente como lo desea durante un período de 5 años a partir de su retiro?

La persona está consciente que necesita \$ 4 000 000.00 por año desde la edad de 66 hasta la de 70, medidos en términos de pesos de hoy. En consecuencia, el paso siguiente consiste en convertir estos estimativos a las cantidades que se requerirán para respaldar su estilo de vida en términos de pesos futuros (pesos inflados). Los cálculos correspondientes se presentan en la tabla 2.7 y se emplea la ecuación (2.3):

TABLA 2.7. CONVERSION DE PESOS PRESENTES A PESOS FUTUROS INFLADOS

Fin del año	Edad de la persona	Pesos requeridos al final del año n para suministrar \$ 4×10^6 por año en pesos presentes cuando la inflación es del 10%
16	66	$4\times10^6(1 + 0.10)^{16}$ = \$ 18 379 891.94
17	67	$4\times10^6(1 + 0.10)^{17}$ = \$ 20 217 881.14
18	68	$4\times10^6(1 + 0.10)^{18}$ = \$ 22 239 669.25
19	69	$4\times10^6(1 + 0.10)^{19}$ = \$ 24 463 636.18
20	70	$4\times10^6(1 + 0.10)^{20}$ = \$ 26 909 999.80

Si se usa la convención de fin de año, se observa que en este caso la persona necesita \$ 26 909 999.80 a la edad de 70 años para adquirir los mismos bienes que hubiera comprado a la edad de 50 años con \$ 4 000 000.00. Esta diferencia representa una pérdida considerable en el poder adquisitivo y es mucho más seria a mayores tasas de inflación.

Empleando estos valores futuros, el flujo de caja que refleja ahora los pesos requeridos para hacer las compras deseadas aparece en la figura 2.25. Debido a que el dinero tiene poder para generar ganancias, se hace necesario calcular ahora las cantidades que deben invertirse de manera que ellas más los intereses sean suficientes para cubrir los retiros necesarios.

Para conocer el valor de la cantidad que debe economizarse cada año, es necesario encontrar el flujo de caja de las economías que es equivalente al flujo de los retiros.

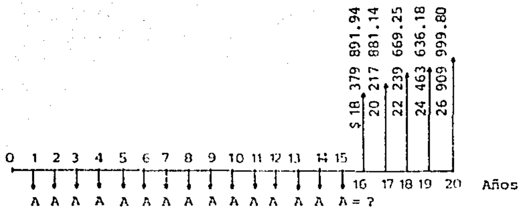


Figura 2.25. Economías y retiros en términos de pesos futuros.

Cada una de las cantidades de los años 16, 17, 18, 19 y 20 tendrá un valor equivalente en el año 15. Empleando la ecuación (2.4) y un interés del 36% compuesto anualmente, se obtiene:

$$\frac{18\ 379\ 891.94}{(1 + 0.36)^1} = \$\ 13\ 514\ 626.43$$

$$\frac{20\ 217\ 881.14}{(1 + 0.36)^2} = \$\ 10\ 930\ 947.85$$

$$\frac{22\ 239\ 669.25}{(1 + 0.36)^3} = \$\ \ 8\ 841\ 207.82$$

$$\frac{24\ 463\ 636.18}{(1 + 0.36)^4} = \$\ \ 7\ 150\ 976.91$$

$$\frac{26\ 909\ 999.80}{(1 + 0.36)^5} = \$\ \ 5\ 783\ 878.39$$

La suma de las cantidades del año 15 representan una cantidad futura, la cual servirá para conocer el valor de la cantidad que debe economizarse cada año (A):

$$F = 13\ 514\ 626.43 + 10\ 930\ 947.85 + 8\ 841\ 207.82 + 7\ 150\ 976.91 + 5\ 783\ 878.39$$

$$F = \$\ 46\ 221\ 637.4$$

Utilizando la ecuación (2.11) con F = $ 46 221 637.4, i = 0.36 y n = 15, se obtiene:

$$A = F\left[\frac{i}{(1+i)^{n}-1}\right] = 46\ 221\ 637.4\left[\frac{0.36}{(1+0.36)^{15}-1}\right]$$

$$A = \$\ 166\ 877.57$$

Esta es la cantidad que debe economizarse cada año.

2.13 RESUMEN DE LAS FORMULAS DE INTERES

Los tres grupos que componen las fórmulas de interés que se derivaron en este capítulo se resumen en la tabla 2.8. Cada grupo está basado sobre suposiciones acerca de la naturaleza de los pagos y de la composición de los intereses. En los análisis económicos de ingeniería debe utilizarse el grupo que represente mejor la situación bajo estudio.

TABLA 2.8. RESUMEN DE LAS FORMULAS DE INTERES

Fórmula		Encontrar	Dado	Pagos discretos composición discreta	Pagos discretos composición continua	Pagos continuos composición continua
Pago único	Cantidad compuesta	F	P	$F = P(1+i)^n$	$F = P\,e^{rn}$	$F = P\,e^{rn}$
Pago único	Valor presente	P	F	$P = \frac{F}{(1+i)^n}$	$P = \frac{F}{e^{rn}}$	$P = \frac{F}{e^{rn}}$
Serie de pagos iguales	Cantidad compuesta	F	A	$F = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$	$F = A\left[\frac{e^{rn} - 1}{e^r - 1}\right]$	$F = \bar{A}\left[\frac{e^{rn} - 1}{r}\right]$
Serie de pagos iguales	Fondo de amortización	A	F	$A = F\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right]$	$A = F\left[\frac{e^r - 1}{e^{rn} - 1}\right]$	$\bar{A} = F\left[\frac{r}{e^{rn} - 1}\right]$
Serie de pagos iguales	Valor presente	P	A	$P = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right]$	$P = A\left[\frac{1 - e^{-rn}}{e^r - 1}\right]$	$P = \bar{A}\left[\frac{e^{rn} - 1}{r\,e^{rn}}\right]$
Serie de pagos iguales	Recuperación de capital	A	P	$A = P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right]$	$A = P\left[\frac{e^r - 1}{1 - e^{-rn}}\right]$	$\bar{A} = P\left[\frac{r\,e^{rn}}{e^{rn} - 1}\right]$
Serie de pagos iguales	Serie uniforme con gradiente	A	G	$A = A_1 + G\left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1}\right]$	$A = A_1 + G\left[\frac{1}{e^r - 1} - \frac{n}{e^{rn} - 1}\right]$	
Serie de pagos iguales	Valor presente con gradiente	F	G	$P = A_1\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] + \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n\right]\left[\frac{1}{(1+i)^n}\right]$	$P = A_1\left[\frac{e^{rn} - 1}{(e^r - 1)e^{rn}}\right] + \frac{G}{e^r - 1}\left[\frac{e^{rn} - 1}{e^r - 1} - n\right]\left[\frac{1}{e^{rn}}\right]$	

CAPITULO 3

BASES PARA LA COMPARACION DE ALTERNATIVAS

3.1 TASA MINIMA ATRACTIVA DE RENDIMIENTO (TMAR)

Hasta este punto se ha mostrado cómo manipular los flujos de caja de diversas maneras. Al hacerlo se han podido resolver una gran variedad de problemas de interés compuesto; pero el análisis económico en ingeniería va más allá de obtener la simple solución de problemas de interés.

El proceso de decisión tiene como objetivo la maximización de la utilidad equivalente; de esta manera, todas las alternativas de inversión deben producir un rendimiento que exceda a alguna TMAR. Esta tasa es generalmente el resultado de una política decisoria adoptada por la administración de la empresa.

Para seleccionar una tasa de interés o una TMAR se utilizan tres conceptos del costo del dinero:

a) El costo del financiamiento (crédito).

b) El costo de capital. Este costo está compuesto por todos los componentes de la capitalización global de una empresa (costo de crédito, costo por pago de bonos hipotecarios, costo por pago de acciones).

c) Costo de oportunidad. Este es el costo de la alternativa que no se aprovechó; es decir, es la tasa de rendimiento sobre el mejor proyecto de inversión que se rechazó porque éste excedió la cantidad que la empresa presupuestó para proyectos de inversión.

La TMAR debe ser igual al valor más alto de los tres. (La TMAR debe tomar en cuenta o estar en función directa con la tasa de inflación). Un individuo debe evitar seleccionar una TMAR que sea menor que la tasa de interés que pagan los bancos en sus cuentas de ahorro. Lo dicho tiene vigencia porque el individuo tiene siempre la alternativa de invertir a la tasa bancaria independientemente de las demás alternativas de inversión que tenga.

La TMAR puede visualizarse como una tasa de rendimiento de proyectos en los cuales la empresa puede invertir, porque se tiene un alto número de probabilidades de generar ese rendimiento.

3.1.1 Alternativa de "no hacer nada"

En muchos problemas de análisis económico se supone que si los fondos no se invierten en los proyectos que se están considerando, entonces estarán en la alternativa de "no hacer nada". Esta alternativa quiere decir que el inversionista "no hará nada" acerca de los proyectos que se están considerando y que los fondos disponibles se colocarán en inversiones que generarán una tasa de rendimiento igual a la TMAR.

3.2 SUPOSICIONES AL RESOLVER PROBLEMAS DE ANALISIS ECONOMICO EN INGENIERIA

Existen muchas suposiciones que se hacen en forma rutinaria al resolver problemas de análisis económico. Las siguientes son algunas de ellas:

1. Las cantidades presentes P son eventos de principio de período y todas las series de pago o desembolsos A y las cantidades futuras ocurren al final del período de interés.
2. En los análisis económicos de tipo industrial, el punto de referencia adecuado, a partir del cual se deben calcular las consecuencias de las alternativas, es la empresa completa. Tomar un punto de vista más reducido de las repercusiones de cada alternativa puede dar como resultado soluciones subóptimas.
3. Sólo las diferencias entre las alternativas son relevantes. Los costos pasados son costos de amortización y por lo general nunca afectan a los costos presentes o futuros. Por esta razón se omiten.
4. El problema de inversión debe separarse del problema de financiamiento. Por lo general, se supone que todo el dinero requerido se pide prestado a una tasa de interés i.

3.3 PERIODO DE ANALISIS EN LOS PROBLEMAS DE ANALISIS ECONOMICO EN INGENIERIA

Existen varias situaciones diferentes encontradas en los problemas de análisis económico, respecto al período de análisis:

1. Período de análisis igual a la vida útil de cada una de las alternativas.

Cuando el período de análisis para un problema de análisis económico coincide con la vida útil de cada una de las alternativas se tiene una situación ideal, sin complicaciones. El problema se basará en este período de análisis.

2. Período de análisis diferente a la vida útil de cada una de las alternativas. Para resolver esta dificultad se cuenta con varios enfoques básicos a emplear con el fin de que las alternativas con vidas desiguales puedan compararse sobre un período de análisis igual.

   a) Enfoque del período de análisis. Este enfoque limita la consideración de los efectos de las alternativas que se están evaluando a algún período de análisis que es generalmente el de la alternativa con la vida más corta. Los costos en que se incurre después del período de análisis no se toman en cuenta, ya que los costos equivalentes se comparan únicamente durante el período de análisis indicado. Una implicación de este enfoque descansa en que para cualquier alternativa con una vida mayor que el período de análisis, se supone el saldo no cubierto del costo inicial al finalizar el período de análisis como el valor de salvamento (S).

   b) Enfoque de la estimación de alternativas futuras. Este enfoque supone que una alternativa será reemplazada por otra idéntica (mismos costos, funcionamiento, etc.) hasta alcanzar un mínimo común múltiplo de las vidas útiles de las alternativas. Esto significa que el período de análisis será el mínimo común múltiplo de las vidas útiles de las alternativas y que cuando alguna alternativa haya alcanzado el final de su vida útil, supuestamente se reemplaza con un artículo idéntico.

   Si de hecho, las alternativas se reemplazan con otras similares, como se ha supuesto, el enfoque tiene sentido. Sin embargo, es infrecuente que una secuencia de alternativas se repita de manera idéntica, porque el progreso tecnológico puede conducir a mejores oportunidades en el futuro. Este enfoque para comparar alternativas tiende a amplificar las diferencias entre ellas cuando supone que las diferencias se presentarán sobre un período de tiempo que excede las vidas de servicio de las alternativas actuales.

3. Período de análisis basado en el tiempo probable en que se necesite el --- equipo. El establecer el período de análisis igual al mínimo común múlti-- plo parece razonable en el caso anterior. Sin embargo, ¿qué puede hacerse si en algún problema las alternativas tienen vidas útiles de 7 y 13 años - respectivamente? Aquí el mínimo común múltiplo de las vidas útiles es de - 91 años. Un análisis económico de 91 años no parece realista. En lugar de esto, el período de análisis deberá basarse en el tiempo probable en que - se necesite el equipo. Esto requiere que se estimen valores terminales para las alternativas en algún punto anterior de sus vidas útiles. La figura 3.1 es una representación gráfica de este concepto:

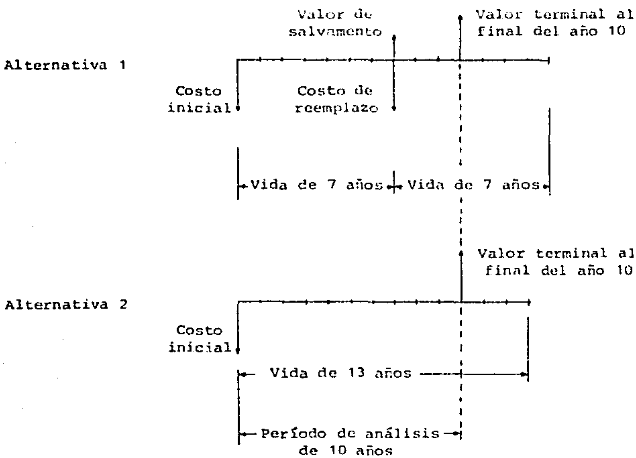


Figura 3.1. Superimposición de un período de análisis para las alternativas de 7 y 13 años.

4. Período de análisis con el requisito de que la alternativa continúe. Muchas veces, el análisis trata de determinar cómo proporcionar un requerimiento en forma más o menos continua. Puede ser necesario bombear aceite de un pozo con un requerimiento continuo. No se distingue un período de análisis. En esta situación se supone que el período de análisis es largo, pero no infinito. Por ejemplo, si se tiene la necesidad de bombear aceite continuamente y las alternativas para las vidas útiles de las bombas fueran de 7 y 11 años respectivamente, ¿qué debe hacerse? La suposición aceptada es que la cantidad equivalente basada en la vida de 7 años de una bomba, se puede comparar con la cantidad equivalente basada en los 11 años de la vida útil de la otra bomba.
5. Período de análisis infinito ($n = \infty$). Algunas veces se tiene una alternativa con una vida útil limitada (finita) en una situación de un período de análisis infinito. Entonces, se puede calcular la cantidad equivalente para la vida limitada de la alternativa y después suponer reemplazos idénticos de la misma, de esta manera se continúa con el analisis.

En los problemas de análisis económico deben examinarse con cuidado las consecuencias de cada alternativa a lo largo de todo el período de análisis y además, deben observarse las diferencias que puedan existir en los valores de salvamento y otros, al final del período de análisis.

3.4 ANALISIS DE VALOR PRESENTE (VP)

El proceso de decisión requiere que los resultados de las alternativas factibles se arreglen de manera que puedan juzgarse en términos de un criterio de selección. Para aplicar el criterio de selección a los resultados de las alternativas factibles, primero deben convertirse a unidades comparables. El concepto de equivalencia proporciona la lógica mediante la cual se pueden ajustar los flujos de caja de una alternativa dada a alguna cantidad o serie equivalente. En esta sección, el análisis económico convertirá los flujos de caja de las alternativas a valores presentes equivalentes y se hará referencia a él como *análisis de valor presente*.

3.4.1 Criterios económicos

Una de las formas más fáciles de comparar alternativas mutuamente excluyentes (quiere decir que la selección de una alternativa impide seleccionar cualquiera otra de ellas), consiste en convertir sus valores al tiempo presente. En la tabla 3.1 se presentan los tres criterios para la eficiencia económica:

TABLA 3.1. ANALISIS DE VALOR PRESENTE

	Situación	Criterio
Insumo fijo	La cantidad de dinero u otros recursos de insumo son fijos.	Maximizar el valor presente de los beneficios.
Producción fija	Hay una tarea, beneficio u otra producción que debe lograrse.	Minimizar el valor presente de los costos u otros insumos.
Ni insumos ni producción fijos	Ni la cantidad de dinero u otros insumos ni la cantidad de beneficios u otros productos son fijos.	Maximizar el valor presente de los beneficios menos el valor presente de los costos (maximizar el valor presente neto).

Deben examinarse las formas de solución de los problemas de ingeniería para poder aplicar los criterios económicos de eficiencia.

3.4.2 Aplicación de las técnicas de valor presente

Cualquier problema de análisis económico puede resolverse por los métodos de valor presente, flujo de caja anual o tasa de rendimiento incremental porque son métodos exactos que siempre conducirán a la misma solución en lo que se refiere a elegir la mejor alternativa de entre un conjunto de alternativas mutuamente excluyentes. Sin embargo, es más fácil resolver algunos problemas por un método que por otro. En esta sección, se hará hincapié en tres tipos de problemas que se pueden resolver rápidamente por el análisis del valor presente.

El análisis del valor presente se usa con más frecuencia para determinar el valor presente de futuros ingresos o desembolsos de dinero. En el análisis del valor presente se debe considerar con cuidado el tiempo que abarca el análisis,

EJEMPLO 3.1

Una empresa tiene la intención de instalar uno de dos dispositivos para reducir costos en una situación particular. Ambos dispositivos cuestan \$ 1 000 000.00, tienen vidas útiles de 5 años y ningún valor de salvamento. Se esperan ahorros de \$ 300 000.00 anuales con el dispositivo A. El dispositivo B proporcionará ahorros de \$ 400 000.00 el primer año, pero declinarán en \$ 50 000.00 anuales, de manera que los ahorros del segundo año sean de \$ 350 000.00, del tercer año \$ 300 000.00, etc. ¿Qué dispositivo debe comprar la empresa si el interés es del 30% anual?

Es conveniente elegir el período de análisis igual a la vida útil de los dispositivos, es decir, 5 años. Como ambos dispositivos cuestan \$ $1\text{x}10^6$, se tiene una situación en la que al elegir el dispositivo A o el B, existe un insumo fijo (costo). El criterio de decisión adecuado para seleccionar la alternativa es maximizar el valor presente de los beneficios.

Los diagramas de flujo de caja de las alternativas se muestran en la figura 3.2:

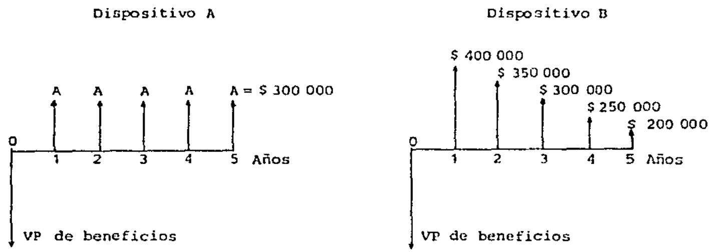


Figura 3.2. Diagramas de flujo de caja de las alternativas del ejemplo 3.1.

$$\text{VP de beneficios A} = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] = 0.3\text{x}10^6\left[\frac{(1+0.30)^5 - 1}{0.30(1+0.30)^5}\right]$$

VP de beneficios A = \$ 730 670.93

$$\text{VP de beneficios B} = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] - \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n\right]\left[\frac{1}{(1+i)^n}\right]$$

$$\text{VP de beneficios B} = 0.4\text{x}10^6\left[\frac{(1+0.30)^5 - 1}{0.30(1+0.30)^5}\right] +$$

$$- \frac{50\ 000}{0.30}\left[\frac{(1+0.30)^5 - 1}{0.30} - 5\right]\left[\frac{1}{(1+0.30)^5}\right]$$

VP de beneficios B = \$ 792 740.50

El dispositivo B tiene mayor VP de beneficios y en consecuencia, es la alternativa preferida.

EJEMPLO 3.2

El subgerente de una compañía está pensando adquirir un equipo nuevo para el departamento de obras y proyectos. Cuenta con las cotizaciones de dos fabricantes. Un análisis de estas cotizaciones indica lo siguiente:

Fabricante	Costo	Vida útil	Valor de salvamento al final de la vida útil
X	\$ 1 500 000.00	5 años	S = \$ 200 000.00
Y	\$ 1 600 000.00	5 años	S = \$ 325 000.00

Se espera que los equipos de los dos fabricantes realicen el nivel deseado (fijo) de producción. Para un período de análisis de 5 años, ¿qué fabricante debe elegirse? Considere el 35% de interés anual y costos de mantenimiento iguales. Para la producción fija, el criterio es minimizar el valor presente del costo.

$$\text{VP del costo} = \text{VP costo equipo} - \text{VP de salvamento del equipo}\left|= \frac{S}{(1+i)^n}\right|$$

$$\text{X:}\quad \text{VP del costo} = 1.5\text{x}10^6 - \frac{0.2\text{x}10^6}{(1+0.35)^5} = \$\ 1\ 455\ 397.30$$

$$\text{Y:}\quad \text{VP del costo} = 1.6\text{x}10^6 - \frac{0.325\text{x}10^6}{(1+0.35)^5} = \$\ 1\ 527\ 520.61$$

Como el valor presente de los costos es casi igual para las dos alternativas, se eligirá aquélla que tiene menor VP, a no ser que hubiera diferencias tangibles o intangibles que modificaran la decisión. Debe comprarse el equipo X.

3.4.3 Valor presente neto (VPN)

El valor presente neto es el valor presente de los beneficios menos el valor presente de los costos.

Valor presente neto = Valor presente de beneficios - Valor presente de costos

$$VPN = VP \text{ de beneficios} - VP \text{ de costos} \qquad (3.1)$$

EJEMPLO 3.3

Una compañía quiere decidir entre dos tipos alternativos de básculas que debe instalar para verificar la operación de llenado de paquetes en una planta. La báscula permitirá un mejor control de la operación de llenado y habrá menos sobrellenado. Si la vida útil de las dos básculas es igual al período de análisis de 6 años, ¿cuál debe elegirse? Suponga un interés del 30% anual.

Alternativa	Costo	Beneficio anual uniforme	Valor de salvamento al final de la vida útil
A	$\$ 1.0x10^6$	$\$ 0.45x10^6$	$S = \$ 0.10x10^6$
B	$\$ 1.4x10^6$	$\$ 0.60x10^6$	$S = \$ 0.60x10^6$

$$VPN = VP \text{ de beneficios} \left| = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] + \frac{S}{(1+i)^n} \right| - VP \text{ de costos}$$

$$A:\ VPN = \left| 0.45x10^6 \left[\frac{(1+0.30)^6 - 1}{0.30(1+0.30)^6} \right] + \frac{0.10x10^6}{(1+0.30)^6} \right| - 1x10^6 = \$ \ 209\ 953.30$$

$$B:\ VPN = \left| 0.60x10^6 \left[\frac{(1+0.30)^6 - 1}{0.30(1+0.30)^6} \right] + \frac{0.60x10^6}{(1+0.30)^6} \right| - 1.4x10^6 = \$ \ 309\ 953.30$$

Debe observarse que el valor de salvamento de las básculas se toma como otro beneficio de la alternativa. Como el criterio es maximizar el valor presente de los beneficios menos el valor presente de los costos, la alternativa B es la mejor selección.

EJEMPLO 3.4

Suponga que en el ejemplo 3.2 el equipo Y tiene una vida útil de 10 años y que su valor de salvamento es todavía de \$ 325 000.00 dentro de 10 años, ¿cuál equipo de be comprarse ahora?

Ahora, se está tratando de comparar el equipo X con su vida de 5 años, contra el equipo Y con una vida de 10 años. Esta variación en la vida útil del equipo significa que ya no se tiene una situación de producción fija.

Para realizar los cálculos de valor presente, es importante que se elija un período de análisis y se juzguen las repercusiones de cada alternativa durante el mismo período de análisis elegido.

La elección del mínimo común múltiplo para el período de análisis en este caso, significa la comparación del equipo Y contra una compra inicial del equipo X, más su reemplazo a los 5 años. El resultado es el de poder juzgar las alternativas sobre la base de los requerimientos para los próximos 10 años en el departamento de obras y proyectos.

Los diagramas de flujo de caja de las alternativas se muestran en la figura 3.3:

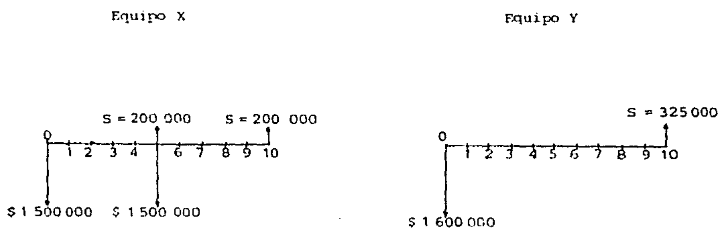


Figura 3.3. Diagramas de flujo de caja de las alternativas del ejemplo 3.4.

Equipo X:

$$\text{VP del costo} = \underset{\text{equipo}}{\text{VP costo}} + \underset{\left\{= \frac{F}{(1+i)^n}\right\}}{\text{VP reemplazo a los 5 años}} - \underset{\left\{= \frac{S}{(1+i)^n}\right\}}{\text{VP salvamento a los 5 años}} - \underset{\left\{= \frac{S}{(1+i)^n}\right\}}{\text{VP salvamento a los 10 años}}$$

$$\text{VP del costo} = 1.5\text{x}10^6 + \frac{1.5\text{x}10^6}{(1+0.35)^5} - \frac{0.20\text{x}10^6}{(1+0.35)^5} - \frac{0.20\text{x}10^6}{(1+0.35)^{10}} = \$\,1\,779\,970.55$$

Equipo Y

VP del costo = VP costo equipo - VP salvamento a los 10 años $\left| = \dfrac{S}{(1+i)^n} \right|$

$$\text{VP del costo} = 1.6\times10^6 - \frac{0.325\times10^6}{(1+0.35)^{10}} = \$\ 1\ 583\ 836.12$$

Para la producción fija de 10 años de servicio en el departamento de obras y proyectos, el equipo Y tiene un valor presente de un costo menor y se prefiere.

3.4.4 Costo capitalizado

Una dificultad que surge en el análisis del valor presente, se tiene cuando el período de análisis es infinito ($n = \infty$). Por ejemplo, en obras como carreteras, presas, ductos, etc. se considera un período casi siempre como indefinido. En estas circunstancias, un análisis del valor presente tendrá un período de análisis infinito. En particular, este análisis se conoce como costo capitalizado.

El costo capitalizado es una base de comparación con la cual se encuentra una cantidad única en el presente. Para calcular el costo capitalizado de una o varias alternativas que se espera van a producir flujos de caja a partir de hoy y hasta el infinito, consiste en convertir primero el flujo de caja real a un flujo de caja equivalente de pagos anuales iguales a A, que se extiende hasta el infinito, después estos pagos anuales se convierten a valor presente utilizando la fórmula de valor presente de una serie de pagos iguales (ecuación 2.14).

La fórmula de valor presente para una serie uniforme o de pagos iguales es

$$P = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right]$$

Para $n = \infty$

$$\text{Costo capitalizado } P = A\left[\frac{(1+i)^\infty - 1}{i(1+i)^\infty}\right] \tag{3.2}$$

Dividiendo ambos miembros de la ecuación (3.2) entre $(1+i)^\infty$

$$\text{Costo capitalizado } P = A\left[\frac{1 - 1/(1+i)^\infty}{i}\right] \tag{3.3}$$

Finalmente, se obtiene

$$\text{Costo capitalizado } P = \frac{A}{i} \qquad (3.4)$$

La ecuación (3.4) puede entenderse como un valor presente que invertido a una tasa i permitirá a un inversionista retirar periódicamente y a perpetuidad, una cantidad A. Al meditar sobre un período de análisis infinito (en comparación con algo relativamente corto como 100 años) se concluye que es esencial una cantidad de dinero que no disminuya, de otra manera, a partir de la necesidad, el dinero se acabará antes que el infinito.

EJEMPLO 3.5

¿Cuánto dinero deberá invertirse para pagar $\$ 20 \times 10^6$ anuales de mantenimiento de un sistema de compresión, si el interés compuesto anual es del 25%? Para el mantenimiento indefinido, el capital deberá permanecer intacto después de hacer el gasto anual.

$$\text{Costo capitalizado } P = \frac{\text{Gasto anual } A}{\text{tasa de interés } i} = \frac{20 \times 10^6}{0.25} = \$\ 80 \times 10^6$$

EJEMPLO 3.6

Una compañía particular está planeando construir una tubería para transportar hidrocarburos. La tubería costará $\$ 250 \times 10^6$ y tendrá una vida esperada de 50 años. La compañía piensa que necesitará mantener la tubería en servicio indefinidamente. Calcule el costo capitalizado con un interés compuesto anual del 25%.

En este problema se tienen reemplazos de la tubería cada 50 años. Para calcular el costo capitalizado, es necesario calcular primero los gastos de fin de período A, equivalentes a $\$ 250 \times 10^6$ cada 50 años. La figura 3.4 muestra el flujo de caja para este ejemplo:

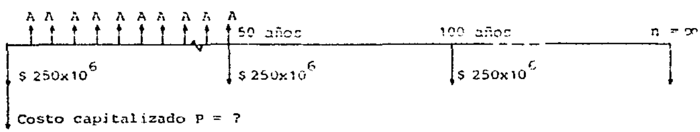


Figura 3.4. Diagrama de flujo de caja para el ejemplo 3.6.

A puede calcularse a partir del gasto presente de $ $250x10^6$

$$A = P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right] = 250x10^6\left[\frac{0.25(1+0.25)^{50}}{(1+0.25)^{50} - 1}\right] = \$ \ 62\ 500\ 892.04$$

Entonces

$$\text{Costo capitalizado } P = \frac{A}{i} = \frac{62\ 500\ 892.04}{0.25} = \$ \ 250\ 003\ 568.10$$

Esto significa que $ 250 003 568.10 se deben depositar en el año 0 para poder cubrir los gastos anuales de mantenimiento de $ 62 500 892.04 por tiempo indefinido y $ $250x10^6$ deben desembolsarse al inicio de cada período de 50 años para poder - realizar la compra de la tubería.

3.4.5 Alternativas múltiples

Los problemas con alternativas múltiples pueden resolverse con los mismos métodos empleados en los problemas con dos alternativas.

EJEMPLO 3.7

Una compañía particular ha ganado el concurso para construir una estación de bombeo en las montañas. Durante el período de 5 años de construcción, necesitará agua de un río cercano. Construirá una tubería para traer el agua hasta el área principal de construcción. A continuación se presenta un análisis de los costos de los diferentes tamaños de tubería:

Tamaño de la tubería (pg)	2	3	4	6
Costo de tubería y bomba instaladas ($)	$44x10^6$	$46x10^6$	$50x10^6$	$60x10^6$
Costo por hora de bombeo ($)	2 400.00	1 300.00	1 000.00	800.00

La tubería y la bomba tendrán un valor de salvamento, después de los 5 años, igual al costo de removerlas. La bomba opera durante 2 000 horas al año. La tasa de interés más baja a la que el contratista está dispuesto a invertir su dinero, es -- 30% (TMAR). ¿Cuál tubería debe seleccionar?

$$\text{VP del costo} = \text{VP del costo tubería y bomba instaladas} + \text{VP de los costos de bombeo}\left\{ = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right]\right\}$$

Tubería

$$2(pg): \text{VP del costo} = 44x10^6 + 2\,400x\,2\,000 \left[\frac{(1+0.30)^5 - 1}{0.30(1+0.30)^5}\right] = \$\,55\,690\,734.81$$

$$3(pg): \text{VP del costo} = 46x10^6 + 1\,300x\,2\,000 \left[\frac{(1+0.30)^5 - 1}{0.30(1+0.30)^5}\right] = \$\,52\,332\,481.36$$

$$4(pg): \text{VP del costo} = 50x10^6 + 1\,000x\,2\,000 \left[\frac{(1+0.30)^5 - 1}{0.30(1+0.30)^5}\right] = \$\,54\,871\,139.50$$

$$6(pg): \text{VP del costo} = 60x10^6 + 800x\,2\,000 \left[\frac{(1+0.30)^5 - 1}{0.30(1+0.30)^5}\right] = \$\,63\,896\,911.60$$

Por lo tanto, la tubería seleccionada es la de 3(pg).

EJEMPLO 3.8

Un inversionista pagó \$ 200 000.00 a una compañía consultora para analizar lo que podía hacer con una pequeña área de tierra en las afueras de un pueblo que puede comprar por \$ $15x10^6$. En su informe, los consultores le sugieren 4 alternativas:

Alternativa	*Inversión total incluyendo tierra (\$)	Beneficio anual uniforme (\$)	Valor terminal después de 20 años (\$)
No hacer nada	0.00	0.00	0.00
Comercio de legumbres	$25x10^6$	$7x10^6$	$15x10^6$
Gasolinera	$45x10^6$	$13x10^6$	$15x10^6$
Motel pequeño	$75x10^6$	$22x10^6$	$20x10^6$

*No incluye los honorarios pagados a la compañía consultora.

Suponiendo que la TMAR sea del 30% anual, ¿qué debe hacer el inversionista?

Se observa que aún cuando el inversionista "no haga nada", el resultado total no será muy satisfactorio porque gastó \$ 200 000.00 por el consejo profesional sobre los posibles usos de la propiedad. Pero éste es un costo pasado y no puede permitirse que afecte la planeación futura. (El único caso en que los costos pasados pueden ser relevantes es en el cálculo de los cargos por depreciación y los impuestos sobre la renta).

Este problema corresponde al que no toma en cuenta ni insumos ni productos fijos, así que el criterio será maximizar el valor presente neto.

$$VPN = VP \text{ de beneficios} \left| = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] + \frac{F}{(1+i)^n} \right| - VP \text{ de costos}$$

Alternativa: "no hacer nada"

$$VPN = 0.00$$

Alternativa: comercio de legumbres

$$VPN = \left| 7x10^6 \left[\frac{(1+0.30)^{20} - 1}{0.30(1+0.30)^{20}}\right] + \frac{15x10^6}{(1+0.30)^{20}} \right| - 25x10^6 = -\$\ 1\ 710\ 514.86$$

Alternativa: gasolinera

$$VPN = \left| 13x10^6 \left[\frac{(1+0.30)^{20} - 1}{0.30(1+0.30)^{20}}\right] + \frac{15x10^6}{(1+0.30)^{20}} \right| - 45x10^6 = -\$\ 1\ 815\ 750.52$$

Alternativa: motel pequeño

$$VPN = \left| 22x10^6 \left[\frac{(1+0.30)^{20} - 1}{0.30(1+0.30)^{20}}\right] + \frac{20x10^6}{(1+0.30)^{20}} \right| - 75x10^6 = -\$\ 1\ 947\ 295.10$$

En esta situación, una alternativa tiene VPN igual a cero y tres alternativas tienen valores negativos para el VPN. Se eligirá la mejor de las cuatro alternativas, a saber, la alternativa de "no hacer nada" con VPN igual a cero.

3.5 ANALISIS DE FLUJO DE CAJA ANUAL

En lugar de calcular cantidades presentes equivalentes, las alternativas también se pueden comparar basándose en su flujo de caja anual equivalente. Dependiendo de la situación en particular, puede tratarse de comparar el costo anual uniforme equivalente (CAUE), el beneficio anual uniforme equivalente (BAUE) o su su diferencia (BAUE - CAUE).

3.5.1 Conversión de un costo presente a un costo anual

En el análisis de flujo de caja anual, el objetivo será convertir el dinero -

en un costo o en un beneficio anual uniforme. El caso más sencillo será el de convertir una cantidad presente P, en una serie de flujos de caja de fin de período uniformes equivalentes.

EJEMPLO 3.9

Una empresa compró muebles para una oficina por valor de $ 20×10^6. Si espera que duren 10 años y que después de este tiempo podrá venderlos en $ 4×10^6, ¿cuál es su costo anual uniforme equivalente tomando un interés del 25% anual?

El diagrama de flujo de caja del problema se muestra en la figura 3.5:

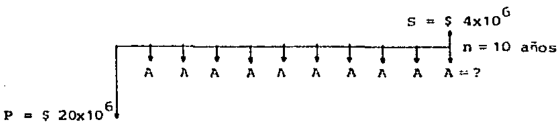


Figura 3.5. Diagrama de flujo de caja para el ejemplo 3.9.

$$\text{CAUE} = P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right] - S\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] \tag{3.5}$$

$$\text{CAUE} = 20\times10^6\left[\frac{0.25(1+0.25)^{10}}{(1+0.25)^{10} - 1}\right] - 4\times10^6\left[\frac{0.25}{(1+0.25)^{10} - 1}\right] = \$5\ 481\ 161.00$$

Esta es una situación en la que existe un valor de salvamento al final de la vida útil de un activo o bien, el resultado es una disminución en el CAUE.

EJEMPLO 3.10

Un ingeniero tuvo una camioneta durante 5 años. Cierto día se preguntó cuál había sido su costo anual uniforme por mantenimiento y reparaciones. Reunió los datos siguientes:

Año	Costo anual de mantenimiento y reparaciones ($)
1	450 000.00
2	900 000.00
3	1 350 000.00
4	1 800 000.00
5	2 250 000.00

Calcule el CAUE suponiendo 30% de interés anual y desembolsos de fin de año.

$$CAUE = A_1 + G\left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1}\right]$$

$$CAUE = 450\ 000 + 450\ 000\left[\frac{1}{0.30} - \frac{5}{(1+0.30)^5 - 1}\right] = \$\ 1\ 120\ 638.40$$

3.5.2 Puntos esenciales concernientes a los cálculos del flujo de caja

1. Existe una relación directa entre el valor presente del costo y el costo anual uniforme equivalente. Esta es

$$CAUE = VP \text{ del costo}\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right]$$

2. En un problema, un desembolso de dinero hace que aumente el CAUE, mientras que un ingreso (como el valor de salvamento), hace que el CAUE disminuya.
3. Cuando existen desembolsos irregulares durante el período de análisis, un método de solución conveniente es el de determinar primero el VP del costo; después, aplicar la ecuación del punto 1 para calcular el CAUE.
4. Cuando se tiene un gradiente uniforme creciente, el CAUE se calcula en forma rápida, utilizando la fórmula de serie uniforme con gradiente creciente

$$CAUE = A_1 + G\left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1}\right]$$

3.5.3 Criterios económicos

En la tabla 3.2 se presentan los criterios de eficiencia económica. Puede observarse que la tabla es muy similar a la tabla 3.1.

TABLA 3.2. ANALISIS DE FLUJO DE CAJA ANUAL.

	Situación	Criterio
Insumo fijo	La cantidad de dinero u otros recursos de insumo son fijos.	Maximizar el beneficio anual uniforme equivalente (maximizar BAUE).
Producción fija	Hay una tarea, beneficio u otra producción que debe lograrse.	Minimizar el costo anual uniforme equivalente (minimizar CAUE).
Ni insumos ni producción fijos	Ni la cantidad de dinero u otros insumos ni la cantidad de beneficios u otros productos son fijos.	Maximizar (BAUE - CAUE).

3.5.4 Aplicación de las técnicas de flujo de caja anual

EJEMPLO 3.11

Se están considerando tres alternativas para mejorar una operación en un sistema de compresión. El costo del equipo varía al igual que sus beneficios anuales, en comparación con la situación actual. Cada alternativa tiene una vida útil de 10 años y un valor como chatarra en este año igual al 10% de su costo original.

Plan	A	B	C
Costo del equipo instalado ($)	15.0×10^6	25.0×10^6	33.0×10^6
Ahorro anual en material y mano de obra ($)	14.0×10^6	9.0×10^6	14.0×10^6
Gastos anuales de operación ($)	8.0×10^6	6.0×10^6	6.0×10^6
Valor como chatarra ($)	1.5×10^6	2.5×10^6	3.3×10^6

Si el interés es del 25% anual, ¿qué alternativa debe seleccionarse?

Como ni el costo de instalación ni los beneficios de producción son fijos, el criterio económico es maximizar (BAUE - CAUE).

Beneficio anual uniforme equivalente:

$$\text{BAUE} = \text{Ahorro anual en material y mano de obra} + \left\{\text{Valor anual uniforme equivalente como chatarra} = S\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right]\right\}$$

Plan

$$\text{A:}\quad \text{BAUE} = 14.0\times10^6 + 1.5\times10^6\left[\frac{0.25}{(1+0.25)^{10}-1}\right] = \$\ 14\ 045\ 108.84$$

$$\text{B:}\quad \text{BAUE} = 9.0\times10^6 + 2.5\times10^6\left[\frac{0.25}{(1+0.25)^{10}-1}\right] = \$\ 9\ 075\ 181.41$$

$$\text{C:}\quad \text{BAUE} = 14.0\times10^6 + 3.3\times10^6\left[\frac{0.25}{(1+0.25)^{10}-1}\right] = \$\ 14\ 099\ 239.46$$

Costo anual uniforme equivalente:

$$\text{CAUE} = \left\{\text{Costo anual uniforme equivalente del equipo instalado} = P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right]\right\} + \text{Gasto anual de operación}$$

Plan

$$\text{A:}\quad \text{CAUE} = 15.0\times10^6\left[\frac{0.25(1+0.25)^{10}}{(1+0.25)^{10}-1}\right] + 8.0\times10^6 = \$\ 12\ 201\ 088.44$$

$$B: \quad CAUE = 25.0\times10^6\left[\frac{0.25(1+0.25)^{10}}{(1+0.25)^{10}-1}\right] + 6.0\times10^6 = \$\ 13\ 001\ 814.44$$

$$C: \quad CAUE = 33.0\times10^6\left[\frac{0.25(1+0.25)^{10}}{(1+0.25)^{10}-1}\right] + 6.0\times10^6 = \$\ 15\ 242\ 394.56$$

(BAUE - CAUE):

Plan

A: (BAUE - CAUE) = $ 1 844 020.40

B: (BAUE - CAUE) = - $ 3 926 632.65

C: (BAUE - CAUE) = $ 1 143 155.10

También puede compararse la alternativa de "no hacer nada" con

(BAUE - CAUE) = 0.00

La mejor alternativa es la del plan A. También debe observarse que la alternativa de "no hacer nada" es mejor que la alternativa del plan B, el cual ofrece pérdidas de $ 3 926 632.65 anuales.

EJEMPLO 3.12

Se está considerando la compra de dos bombas, ¿cuál bomba deberá comprarse si el interés es del 25% anual?

Bomba	A	B
Costo inicial ($)	6.0×10^6	5.0×10^6
Valor de salvamento al final de la vida útil ($)	1.5×10^6	1.0×10^6
Vida útil (años)	12	6

Bomba A:

CAUE = Costo equipo anual uniforme equivalente $\left\{= P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}\right]\right\}$ - Valor de salvamento anual uniforme equivalente al final de la vida útil $\left\{= S\left[\frac{i}{(1+i)^n-1}\right]\right\}$

$$CAUE = 6\times10^6\left[\frac{0.25(1+0.25)^{12}}{(1+0.25)^{12}-1}\right] - 1.5\times10^6\left[\frac{0.25}{(1+0.25)^{12}-1}\right]$$

CAUE = $ 1 583 014.10

Bomba B:

a) El CAUE para 6 años es

CAUE = Costo equipo anual uniforme equivalente $\left\{ = P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right]\right\}$ − Valor de salvamento anual uniforme equivalente al final de 6 años $\left\{ = S\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right]\right\}$

$$CAUE = 5x10^6\left[\frac{0.25(1+0.25)^6}{(1+0.25)^6 - 1}\right] - 1x10^6\left[\frac{0.25}{(1+0.25)^6 - 1}\right]$$

CAUE = \$ 1 605 278.00

b) El CAUE para 12 años es

$$CAUE = (\text{VP de los costos} - \text{VP de salvamento})\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right]$$

VP de los costos = VP del costo inicial + VP del costo del reeplazo a los 6 años $\left\{ = \frac{F}{(1+i)^n}\right\}$

$$\text{VP de los costos} = 5x10^6 + \frac{5x10^6}{(1+0.25)^6} = \$\ 6\ 310\ 720.00$$

VP de salvamento = VP de salvamento a los 6 años $\left\{ = \frac{S}{(1+i)^n}\right\}$ + VP de salvamento a los 12 años $\left\{ = \frac{S}{(1+i)^n}\right\}$

$$\text{VP de salvamento} = \frac{1x10^6}{(1+0.25)^6} + \frac{1x10^6}{(1+0.25)^{12}} = \$\ 330\ 863.48$$

$$CAUE = (6\ 310\ 720 - 330\ 863.48)\left[\frac{0.25(1+0.25)^{12}}{(1+0.25)^{12} - 1}\right] = \$\ 1\ 605\ 278.00$$

Se observa que para la bomba B el CAUE en el período de 6 años, es el mismo que el CAUE para el período de 12 años. Esto sucede debido a que el CAUE del primer período de 6 años se repite en el segundo período.

En este ejemplo, se ha resuelto el problema del período de análisis al suponer que el equipo con la vida más corta se reemplaza por otro con consecuencias económicas idénticas. Se eligirá la bomba A porque tiene menor CAUE. El diagrama de flujo de caja de las alternativas se muestra en la figura 3.6.

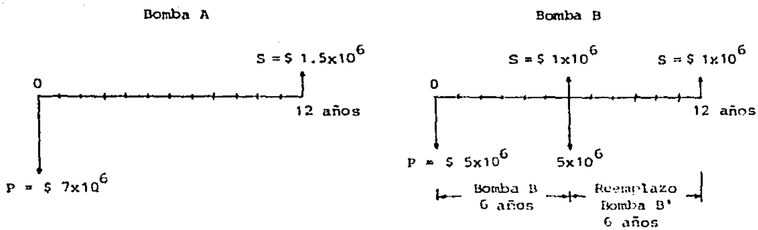


Figura 3.6. Diagramas de flujo de caja para el ejemplo 3.12.

EJEMPLO 3.13

Suponga que la bomba B del ejemplo 3.12 tiene una vida útil de 9 años, el mismo costo inicial, el mismo valor de salvamento y que se emplea la misma tasa de interés anual del 25%. Compárela con la bomba A. Si se supone que la necesidad de A o B existirá durante algún período continuo, la comparación de los costos anuales para las vidas útiles es una técnica aceptable.

CAUE = Costo inicial anual uniforme equivalente − Valor de salvamento anual uniforme equivalente al final de la vida útil

$$\left\{= P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right]\right\} \qquad \left\{= S\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right]\right\}$$

Para 12 años de la bomba A:

$$CAUE = 6x10^6\left[\frac{0.25(1+0.25)^{12}}{(1+0.25)^{12} - 1}\right] - 1.5x10^6\left[\frac{0.25}{(1+0.25)^{12} - 1}\right]$$

CAUE = $ 1 583 014.10

Para 9 años de la bomba B:

$$CAUE = 5x10^6\left[\frac{0.25(1+0.25)^9}{(1+0.25)^9 - 1}\right] - 1x10^6\left[\frac{0.25}{(1+0.25)^9 - 1}\right] = \$\ 1\ 405\ 024.81$$

Para un CAUE mínimo se selecciona la bomba B

3.5.5 Período de análisis infinito

Algunas veces se tiene una alternativa con una vida útil limitada (finita) en una situación de un período de análisis infinito. Se puede calcular el CAUE para la vida limitada. Con frecuencia es apropiada la suposición de reemplazos idénticos. Haciendo esta suposición, el mismo CAUE ocurrirá para cada reemplazo de la alternativa de vida útil limitada. Por lo tanto, el CAUE para el período de análisis infinito es igual al CAUE calculado para la vida útil limitada. Con reemplazos idénticos:

$$\underset{\text{análisis infinito}}{\underset{\text{para período de}}{\text{CAUE}}} = \underset{\text{limitada } n}{\underset{\text{para vida}}{\text{CAUE}}} \tag{3.6}$$

Una situación algo diferente se presenta cuando existe una alternativa con vida útil infinita en un problema con un período de análisis infinito.

$$\text{CAUE} = P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right] + \text{otros costos anuales} \tag{3.7}$$

Cuando $n = \infty$, se tiene

$$\frac{i(1+i)^{\infty}}{(1+i)^{\infty} - 1} = i \tag{3.8}$$

Sustituyendo la ecuación (3.8) en la ecuación (3.7)

$$\underset{\text{análisis infinito}}{\underset{\text{para período de}}{\text{CAUE}}} = P\,i + \text{otros costos anuales} \tag{3.9}$$

EJEMPLO 3.14

Es necesario construir un acueducto para aumentar el suministro de agua a una ciudad. Se tienen dos alternativas, para un tramo en particular. Puede construirse un túnel a través de las montañas o tenderse una tubería alrededor de ellas. ¿Deberá seleccionarse el túnel o la tubería para esta porción específica del acueducto, si la necesidad es indefinida? Suponga una tasa de interés compuesto anual del 25% .

Alternativa	Túnel a través de la montaña	Tubería alrededor de la montaña
Costo inicial ($)	55×10^6	50×10^6
Vida útil (años)	indefinida	50
Valor de salvamento ($)	0.00	0.00

Tubería:

$$\text{CAUE} = P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right] = 50\times10^6\left[\frac{0.25(1+0.25)^{50}}{(1+0.25)^{50}-1}\right] = \$\ 12.5\times10^6$$

Túnel:

Para el túnel con su vida indefinida, se quiere el valor de

$$\frac{0.25(1+0.25)^{\infty}}{(1+0.25)^{\infty}-1}$$

Para una vida útil infinita, la recuperación de capital es simplemente el interés sobre el capital invertido. Así

$$\frac{0.25(1+0.25)^{\infty}}{(1+0.25)^{\infty}-1} = 0.25$$

$$\text{CAUE} = P\,i = 55\times10^6(0.25) = \$\ 13.75\times10^6$$

Para la producción fija se minimiza el costo. Por lo tanto, se selecciona la tubería.

La diferencia en el costo anual entre una vida útil larga y una infinita, es pequeña a menos que se use una tasa de interés decididamente baja.

3.6 ANALISIS DE TASA DE RENDIMIENTO INCREMENTAL (i*)

El significado de la tasa de rendimiento puede entenderse a partir de los cálculos que aparecen en la tabla 3.3.

Cada uno de los flujos de la tabla 3.3 puede considerarse como un acuerdo en el cual alguien ha obtenido $ 1 000.00 en préstamo con el compromiso de reconocer un 10% sobre el saldo vigente o no recuperado y reducir este último a cero en el momento en el cual el préstamo se cancele en su totalidad.

TABLA 3.3. DOS FLUJOS DE CAJA QUE DEMUESTRAN EL SIGNIFICADO FUNDAMENTAL DE LA TASA DE RENDIMIENTO (i^*). PUNTO DE VISTA DEL PRESTAMISTA.

Fin del año	Flujo de caja al final del año t	Saldo no recuperado al comienzo del año t	Intereses devengados por el saldo no recuperado durante el año t	Saldo no recuperado al comienzo del año t + 1
Propuesta A (i^*_A = 10%)				
t	$F_{A,t}$	U_t	$U_t(0.10)$	$U_t(1+0.10)+F_{A,t}=U_{t+1}$
0	- $ 1 000.00			- $ 1 000.00
1	400.00	- $ 1 000.00	- $ 100.00	- 700.00
2	370.00	- 700.00	- 70.00	- 400.00
3	240.00	- 400.00	- 40.00	- 200.00
4	220.00	- 200.00	- 20.00	0.00
Propuesta B (i^*_B = 10%)				
t	$F_{B,t}$	U_t	$U_t(0.10)$	$U_t(1+0.10)+F_{B,t}=U_{t+1}$
0	- $ 1 000.00			- $ 1 000.00
1	100.00	- $ 1 000.00	- $ 100.00	- 1 000.00
2	100.00	- 1 000.00	- 100.00	- 1 000.00
3	100.00	- 1 000.00	- 100.00	- 1 000.00
4	1 100.00	- 1 000.00	- 100.00	0.00

Si se denomina U_t = el saldo vigente al comienzo del período t, el saldo vigente para cualquier período de tiempo puede encontrarse con la siguiente ecuación:

$$U_{t+1} = U_t \ (1 + i) + F_t \tag{3.10}$$

Donde

$F_0 = U_1$ = cantidad inicial del préstamo o costo inicial del activo;

F_t = pago al final del período t;

i = tasa de interés devengada sobre el saldo no recuperado durante el período t.

Los saldos no recuperados relacionados con cada flujo de caja aparecen como valores negativos en la tabla 3.3, indicando así que son cantidades que el prestatario debe o cantidades que el prestamista está por recuperar.

Una mala interpretación de la tasa de rendimiento sucede cuando a ésta se le considera como la tasa de interés devengada por la inversión inicial en algún proyecto.

La alternativa A de la tabla 3.3 muestra una tasa de rendimiento del 10%, pero es claro que el flujo de caja de la alternativa no produce un rendimiento del 10% sobre la inversión inicial de $ 1 000.00 al considerar en su totalidad los 4 años de vida de la alternativa. De hecho, la alternativa A devenga $ 100.00, $ -- 70.00, $ 40.00 y $ 20.00 en los años 1, 2, 3 y 4 respectivamente, sobre una inversión que ofrece desde un compromiso inicial de $ 1 000.00 hasta $ 0.00 al finalizar el cuarto año.

La alternativa B muestra un tipo especial de flujo de caja para el cual la tasa de rendimiento indica el rendimiento generado por la inversión inicial. Es decir, la tasa de rendimiento es igual al 10% y la cantidad de $ 100.00 generada cada año corresponde al 10% de la inversión inicial. La razón de este resultado radica en el hecho de que para este flujo de caja único, el saldo no recuperado a - todo lo largo de la vida de la alternativa es siempre igual a la inversión inicial de la misma.

Por lo tanto, la tasa de rendimiento se define como la tasa de interés producida por el saldo no recuperado de una inversión, de tal manera que el plan de pago hace que el saldo no recuperado sea igual a cero al final de la vida de la inversión.

También, la tasa de rendimiento se define como la tasa de interés pagada sobre el saldo que se debe de un préstamo, de tal manera que el plan de pago hace - que el saldo no pagado sea igual a cero cuando se hace el último pago.

Aún cuando las dos definiciones de tasa de rendimiento se han establecido de manera diferente, una en términos de una inversión y otra en términos de un préstamo, se está describiendo sólo un concepto fundamental: que la tasa de rendimiento es la tasa de interés para la que los beneficios son iguales a los costos.

3.6.1 Cálculo de la tasa de rendimiento

Para calcular la tasa de rendimiento sobre una inversión, deben convertirse - todos los costos y beneficios de esa inversión en un flujo de caja. Después, a -- partir del flujo de caja, se obtiene el valor desconocido de i^*.

Existen diferentes formas de la ecuación de un flujo de caja, dos de ellas -- son:

$$\text{BAUE} - \text{CAUE} = 0 \qquad (3.11)$$

$$\text{VPN} = 0 \qquad (3.12)$$

EJEMPLO 3.15

Una inversión dió como resultado el siguiente flujo de caja:

Año	Flujo de caja ($)
0	- 700.00
1	150.00
2	250.00
3	350.00
4	450.00

Calcule la tasa de rendimiento.

$$BAUE - CAUE = 0$$

$$\left\{ A_1 + G\left[\frac{1}{i^*} - \frac{n}{(1+i^*)^n - 1}\right]\right\} - P\left[\frac{i^*(1+i^*)^n}{(1+i^*)^n - 1}\right] = 0$$

$$\left\{ 150 + 100\left[\frac{1}{i^*} - \frac{4}{(1+i^*)^4 - 1}\right]\right\} - 700\left[\frac{i^*(1+i^*)^4}{(1+i^*)^4 - 1}\right] = 0$$

Suponiendo $i^* = 0.21$

$$\left\{ 150 + 100\left[\frac{1}{0.21} - \frac{4}{(1+0.21)^4 - 1}\right]\right\} - 700\left[\frac{0.21(1+0.21)^4}{(1+0.21)^4 - 1}\right] = 0$$

$$0.87 \neq 0$$

Suponiendo $i^* = 0.22$

$$\left\{ 150 + 100\left[\frac{1}{0.22} - \frac{4}{(1+0.22)^4 - 1}\right]\right\} - 700\left[\frac{0.22(1+0.22)^4}{(1+0.22)^4 - 1}\right] = 0$$

$$-5.29 \neq 0$$

Se observa que la tasa de rendimiento real está entre 21% y 22%. Interpolando, se obtiene

$$i^* = 0.21 + (0.22 - 0.21)\left(\frac{0.87 - 0.00}{0.87 - (-5.29)}\right) \doteq 0.2114$$

Por lo tanto, la tasa de rendimiento es

$$i^* \doteq 21.14\%$$

EJEMPLO 3.16

Dado el flujo de caja siguiente, calcule la tasa de rendimiento sobre la inversión.

Año	Flujo de caja ($)
0	- 100.00
1	30.00
2	35.00
3	20.00
4	50.00
5	60.00

$$VPN = 0$$

Para convertir los ingresos, a partir del año 1, a valor presente se utiliza la expresión $P = F/(1 + i)^n$ (ecuación 2.4).

Suponiendo $i^* = 0.23$

$$-100 + \frac{30}{(1+0.23)^1} + \frac{35}{(1+0.23)^2} + \frac{20}{(1+0.23)^3} + \frac{50}{(1+0.23)^4} + \frac{60}{(1+0.23)^5} = 0$$

$$1.43 \neq 0$$

Suponiendo $i^* = 0.24$

$$-100 + \frac{30}{(1+0.24)^1} + \frac{35}{(1+0.24)^2} + \frac{20}{(1+0.24)^3} + \frac{50}{(1+0.24)^4} + \frac{60}{(1+0.24)^5} = 0$$

$$-0.94 \neq 0$$

En la figura 3.7 se presentan gráficamente estos dos puntos:

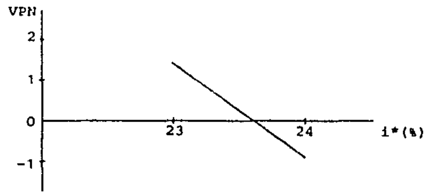


Figura 3.7. Gráfica de VPN contra i* para el ejemplo 3.16.

Calculando la tasa de rendimiento por interpolación lineal entre 23% y 24%

$$i^* = 0.23 + (0.24 - 0.23)\left(\frac{1.43 - 0.00}{1.43 - (-0.94)}\right) = 0.2360$$

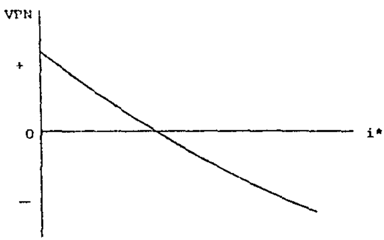
Por lo tanto, la tasa de rendimiento es

$$i^* = 23.60\%$$

Debe observarse en la figura 3.7 que si se hubiera calculado el VPN para un intervalo más amplio de valores de i*, entonces aumentaría el error en la interpolación lineal. Por lo tanto, se aconseja reducir el intervalo de interpolación para obtener una mejor aproximación.

3.6.2 Gráfica del VPN contra i*

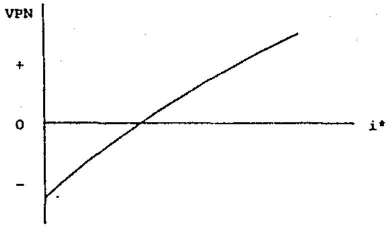
La figura 3.7 representa una gráfica del VPN contra i* y es una fuente de información importante. Un flujo de caja que representa una inversión seguida de beneficios sobre esa inversión, tendrá una gráfica de VPN contra i* de la forma de la figura 3.8:



Año	Flujo de caja
0	− P
1	+ Beneficio A
2	+ A
3	+ A
4	+ A
⋮	⋮

Figura 3.8. Gráfica típica del VPN para una inversión.

Por otra parte, si se trata de dinero tomado como préstamo, la gráfica de VPN contra i* será similar a la de la figura 3.9.



Año	Flujo de caja
0	+ P
1	- Pago A
2	- A
3	- A
4	- A
⋮	⋮

Figura 3.9. Gráfica del VPN para el dinero tomado como préstamo.

3.6.3 Aplicación de las técnicas de tasa de rendimiento incremental

Al comparar dos alternativas (A y B) es suficiente examinar el flujo de caja que representa la diferencia entre A y B, porque la ventaja o desventaja de B con respecto a A está descrita totalmente por el flujo de caja de B menos el de A.

Para aplicar esta base de decisión, en un conjunto de alternativas mutuamente excluyentes, deben seguirse los pasos siguientes:

1. Hacer una lista de las alternativas en orden ascendente de costo inicial equivalente o de desembolsos iniciales.
2. Seleccionar como alternativa inicial la denominada como *la mejor actual* y que requiera el menor costo inicial. En la mayoría de los casos la alternativa inicial, *la mejor actual*, será la alternativa de "no hacer nada". Con frecuencia, las alternativas de inversión se comparan sin incluir la posibilidad de no llevar a cabo el proyecto. La exclusión de la alternativa de "no hacer nada" puede conducir a la inversión de un recurso escaso, dinero, en actividades improductivas, es decir, en actividades que producirán un rendimiento menor que la TMAR.
3. Comparar la alternativa inicial *la mejor actual* y la primera alternativa *desafiante*. La desafiante es siempre la alternativa siguiente en orden ascendente de costo inicial que no haya estado involucrada previamente en el proceso de comparación. La comparación se realiza examinando las diferen--

cias entre los dos flujos de caja. El incremento en la inversión se considera deseable si la tasa de rendimiento que resulta del incremento es mayor que la TMAR (i^*_{B-A} > TMAR).

4. Repetir las comparaciones de las desafiantes con las *mejores actuales* como se describe en el paso 3. Estas comparaciones se continúan hasta que cada alternativa diferente a la inicial *mejor actual* haya sido desafiante.

La figura 3.10 muestra la función de VP del incremento (B - A) contra i*:

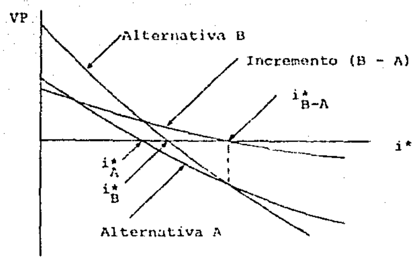


Figura 3.10. La función de valor presente para un incremento en la inversión.

EJEMPLO 3.17

Se tienen las alternativas siguientes:

Año	"No hacer nada"	A	B
0	\$ 0.00	- \$ 10.00	- \$ 20.00
1	0.00	15.00	28.00
2	0.00	5.00	10.00

Si la TMAR es del 38% anual, ¿cuál alternativa deberá seleccionarse?

VPN = 0

Se empleará, a partir del año 1, la fórmula de valor presente para pago único (ecuación 2.4) para comparar las diferencias entre los flujos de caja de las alternativas.

Para el incremento (A - 0)

$$(10 - 0) + \frac{(15 - 0)}{(1 + i^*_{A-0})^1} + \frac{(5 - 0)}{(1 + i^*_{A-0})^2} = 0$$

Por ensayo y error se llega a que para $i^*_{A-0} \doteq 0.78$, VPN $\doteq$ 0. Como $i^*_{A-0} >$ TMAR, - la alternativa A se convierte en la alternativa inicial *mejor actual* y se elimina de análisis futuro la de "no hacer nada". En seguida, se compara la alternativa B con la A.

Para el incremento (B - A)

$$\left[- 20 - (- 10)\right] + \frac{(28 - 15)}{(1 + i^*_{B-A})^1} + \frac{(10 - 5)}{(1 + i^*_{B-A})^2} = 0$$

$$- 10 + \frac{13}{(1 + i^*_{B-A})^1} + \frac{5}{(1 + i^*_{B-A})^2} = 0$$

Por ensayo y error se llega a que para $i^*_{B-A} \doteq 0.61$, VPN $\doteq$ 0. Como $i^*_{B-A} >$ TMAR, - la alternativa B se convierte en la *mejor actual* y la A se retira de toda consideración. Como ya se compararon todas las alternativas, la B, la última *mejor actual*, constituye la solución óptima.

Si este problema se resuelve utilizando el análisis de valor presente, se obtiene:

$$\text{VPN} = \text{VP de beneficios} \left\{ = \frac{F}{(1 + i)^n} \right\} - \text{VP de costos}$$

Alternativa A:

$$\text{VPN} = \left[\frac{15}{(1 + 0.38)^1} + \frac{5}{(1 + 0.38)^2}\right] - 10 = \$\ 3.50$$

Alternativa B:

$$\text{VPN} = \left[\frac{28}{(1 + 0.38)^1} + \frac{10}{(1 + 0.38)^2}\right] - 20 = \$\ 5.54$$

Para maximizar el VPN, se selecciona la alternativa B. Esto está de acuerdo con - el análisis de la tasa de rendimiento sobre las diferencias entre las alternativas.

EJEMPLO 3.18

Se tienen las alternativas siguientes:

Fin del año	"No hacer nada"	A	B	C
0	\$ 0.00	- \$ 5 000.00	- \$ 8 000.00	- \$ 10 000.00
1 - 10	0.00	1 400.00	1 900.00	2 500.00

Si la TMAR es del 15%, ¿cuál alternativa se deberá seleccionar?

VPN = 0

Se empleará, a partir del año 1, la fórmula de valor presente de una serie de pagos iguales (ecuación 2.14):

$$P = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right]$$

Para el incremento (A - 0):

$$-5\,000 + 1\,400\left[\frac{(1+i^*_{A-0})^{10} - 1}{i^*_{A-0}(1+i^*_{A-0})^{10}}\right] = 0$$

Por ensayo y error se llega a que para $i^*_{A-0} \doteq 0.25$, VPN $\doteq$ 0. Como i^*_{A-0} > TMAR, la alternativa A se convierte en la alternativa *mejor actual* y se elimina de análisis futuro la de "no hacer nada". En seguida, se compara la alternativa B con la A.

Para el incremento (B - A):

$$-3\,000 + 500\left[\frac{(1+i^*_{B-A})^{10} - 1}{i^*_{B-A}(1+i^*_{B-A})^{10}}\right] = 0$$

Por ensayo y error para $i^*_{B-A} \doteq 0.105$, VPN $\doteq$ 0. Como i^*_{B-A} < TMAR, la alternativa A continúa como la *mejor actual* y se rechaza la B. Después, se compara la alternativa C con la A.

Para el incremento (C - A):

$$-5\,000 + 1\,100\left[\frac{(1+i^*_{C-A})^{10} - 1}{i^*_{C-A}(1+i^*_{C-A})^{10}}\right] = 0$$

Por ensayo y error para $i^*_{C-A} \doteq 0.176$, VPN $\doteq$ 0. Como i^*_{C-A} > TMAR, la alternativa C se convierte en la *mejor actual*. Como todas las alternativas ya se han comparado, entonces la alternativa C es la solución óptima.

3.6.4 Período de análisis

Cuando se tienen varias alternativas, el método de solución es considerar las diferencias entre ellas. El examen debe cubrir necesariamente el período de análisis seleccionado. La suposición de que una alternativa se puede reemplazar con otra de costos y funcionamiento idénticos no parece ser la más indicada. Por ahora, sólo se sugiere que las suposiciones que se hagan reflejen la percepción personal del futuro con la mayor aproximación posible.

EJEMPLO 3.19

Se está considerando la compra de dos máquinas. Si la TMAR es del 30% anual, ¿cuál máquina debe comprarse?

Máquina	X	Y
Costo inicial ($)	$ $2x10^6$	$ $7x10^6$
Beneficio anual uniforme ($)	950 000.00	1 200 000.00
Valor de salvamento al final de la vida útil ($)	500 000.00	1 500 000.00
Vida útil (años)	6	12

Considere también la alternativa de "no hacer nada".

La solución está basada en un período de análisis de 12 años y un reemplazo de la máquina X idéntico a la actual. Los diagramas de flujo de caja para las dos alternativas se muestran en la figura 3.11:

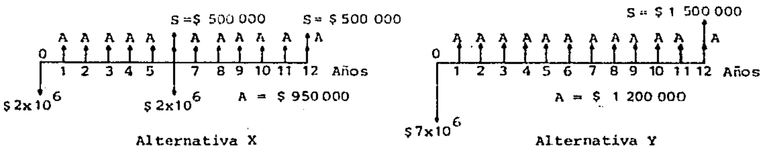


Figura 3.11. Diagramas de flujo de caja para las alternativas del ejemplo 3.19.

VPN = 0

Se emplearán, a partir del año 1, las ecuaciones (2.14) y (2.4).

Para el incremento (X − 0):

$$-\ 2\text{x}10^{6} + 950\,000\left[\frac{(1+i^{*}_{X-0})^{12}-1}{i^{*}_{X-0}(1+i^{*}_{X-0})^{12}}\right] - \frac{2\text{x}10^{6}}{(1+i^{*}_{X-0})^{6}} + \frac{500\,000}{(1+i^{*}_{X-0})^{6}} + \frac{500\,000}{(1+i^{*}_{X-0})^{12}} = 0$$

Por ensayo y error para $i^{*}_{X-0} \doteq 0.43554$, VPN $\doteq$ 0. Como i^{*}_{X-0} > TMAR, la alternativa X se convierte en la *mejor actual*.

Para el incremento (Y − X):

$$-\ 5\text{x}10^{6} + 250\,000\left[\frac{(1+i^{*}_{Y-X})^{12}-1}{i^{*}_{Y-X}(1+i^{*}_{Y-X})^{12}}\right] + \frac{2\text{x}10^{6}}{(1+i^{*}_{Y-X})^{6}} - \frac{500\,000}{(1+i^{*}_{Y-X})^{6}} + \frac{1\,000\,000}{(1+i^{*}_{Y-X})^{12}} = 0$$

Por ensayo y error para $i^{*}_{Y-X} \doteq 0.01316$, VPN $\doteq$ 0. Como i^{*}_{Y-X} < TMAR, la alternativa X continúa como la *mejor actual* y se rechaza la Y. Como todas las alternativas ya se compararon, entonces la alternativa X es la óptima.

CAPITULO 4

DEPRECIACION

4.1 CLASIFICACION DE LA DEPRECIACION

La depreciación se define como la disminución en valor de un activo físico -- con el paso del tiempo. Este fenómeno constituye una característica de todos los activos físicos, con la posible excepción de los terrenos. Una clasificación co-- mún de las clases de depreciación incluye: (1) depreciación física, (2) depreciación funcional y (3) accidentes.

1. Depreciación física. La depreciación que tiene como resultado el deterioro físico de un activo se conoce como depreciación física. Este tipo de depreciación tiene como consecuencia una disminución en la capacidad del activo físico para prestar el servicio que se espera obtener de él. Sus caracte-- rísticas principales son:
   a) Deterioro debido a la acción de los elementos incluyendo la corrosión - de tubos, la acción de los insectos sobre la madera, la descomposición química, la acción bacterial. El deterioro es, por lo general, independiente del uso.
   b) Daño y destrucción como consecuencia del uso que somete al activo a --- abrasión, golpes, vibraciones, impactos, etc.
2. Depreciación funcional. Esta depreciación resulta de un cambio en la demanda por los servicios que presta el activo y, puede deberse a:
   a) Obsolescencia como consecuencia del descubrimiento de otro activo que - es superior por lo que es antieconómico continuar usando el activo original. Los activos también se vuelven obsoletos cuando no se necesitan más.
   b) Insuficiencia o incapacidad para satisfacer la demanda que se le ha impuesto. Esta situación se origina por cambios en la demanda que no se - contemplaron cuando se adquirió el activo.

4.2 CONTABILIDAD DEL CONSUMO DE LOS ACTIVOS DE CAPITAL

Un activo, tal como una máquina, constituye una unidad de capital. Esa unidad de capital pierde valor en el período de tiempo durante el cual está siendo empleada para llevar a cabo las actividades productivas de un negocio. Esta pérdida en valor de un activo representa un consumo por partes o un gasto de capital.

En ocasiones se complica entender el concepto de depreciación por el hecho de que se deben considerar dos aspectos. El primero es la disminución real en valor del activo como causa del uso y el paso del tiempo y el otro es la contabilidad de esa pérdida de valor.

En el concepto contable de la depreciación se visualiza el costo de un activo como un desembolso operativo prepagado que debe ser cargado contra las utilidades durante la vida del activo. En lugar de cargar el costo total como un gasto en el momento de adquirir el activo, el contador intenta de manera sistemática distribuir la pérdida anticipada en valor a todo lo largo de la vida del activo. Este concepto de amortización del costo de un activo, de tal manera que el estado de pérdidas y ganancias sea un reflejo más preciso del consumo de capital, es básico para los informes financieros y el cálculo del impuesto sobre la renta.

Un segundo objetivo en la contabilidad de la depreciación es tener de manera continua una medida monetaria del valor del capital físico aún no gastado, tanto colectivamente como por unidades individuales. Este valor puede aproximarse únicamente con la precisión con la cual puedan estimarse la vida futura del activo y el efecto del deterioro.

Un tercer objetivo es llegar, en términos monetarios, al gasto del capital físico en que se incurre al ir produciendo cada unidad de bienes y servicios. En cualquier empresa se emplea capital físico en la forma de máquinas, edificios y similares, para llevar a cabo las actividades de producción. A medida que las máquinas se deterioran por su uso en actividades productivas, el capital físico se convierte en valor en el producto. Entonces, el capital que se pierde con el deterioro de las máquinas se recupera con el producto procesado en ellas. Esta pérdida de capital necesita tomarse en cuenta con el fin de determinar los costos de producción.

4.3 LA FUNCION VALOR-TIEMPO

Al considerar la depreciación con fines contables debe predecirse el patrón del valor futuro de un activo. Es costumbre suponer que el valor de un activo decrece anualmente de acuerdo con una de varias funciones matemáticas. Sin embargo, la selección de un modelo particular que represente la disminución en valor de un activo sobre el tiempo, es en realidad tarea difícil. Involucra decisiones acerca de la vida del activo, de su valor de salvamento y de la forma de la función matemática. Una vez que se ha seleccionado una función valor-tiempo, ésta se emplea para representar el valor de un activo en cualquier punto en el tiempo durante su vida. En la figura 4.1 se muestra una función general valor-tiempo:

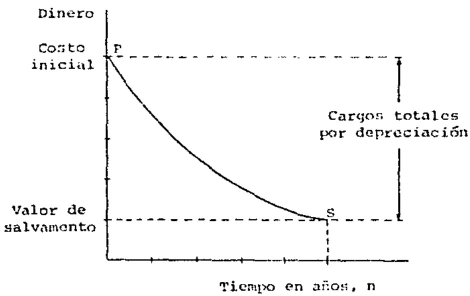


Figura 4.1. Una función general valor-tiempo.

Los contadores emplean el término *valor en libros* para representar, en cualquier punto sobre la escala del tiempo, el valor original de un activo menos su depreciación acumulada. Entonces, una función similar a la que aparece en la figura 4.1 puede representar el valor en libros.

El valor en libros al final de un año cualquiera, es igual al valor en libros al comienzo del año menos los gastos cargados por depreciación durante ese año. - La tabla 4.1 presenta los cálculos del valor en libros al final de cada año para un activo con un costo inicial de $ 12 000.00, una vida estimada de 5 años y un - valor de salvamento igual a cero, con cargos por depreciación supuestos.

TABLA 4.1. CALCULO DEL VALOR EN LIBROS

Fin del año	Cargo por depreciación durante el año	Valor en libros al finalizar el año
0		$ 12 000.00
1	$ 4 000.00	8 000.00
2	3 000.00	5 000.00
3	2 000.00	3 000.00
4	2 000.00	1 000.00
5	1 000.00	0.00 = S

Al determinar el valor en libros se empleará la notación siguiente:

P = costo inicial del activo o bien;

S = valor de salvamento o de recuperación estimado;

B_t = valor en libros al finalizar el año t;

D_t = cargo por depreciación durante el año t;

n = vida estimada del activo.

Una expresión general que relaciona el valor en libros y los cargos por depreciación está dada por:

$$B_t = B_{t-1} - D_t \qquad (4.1)$$

donde $B_0 = P$. En las secciones siguientes se analizarán algunos métodos para determinar D_t para valores de $t = 1, 2, \ldots, n$.

4.4 METODO DE LA LINEA RECTA (LR) PARA CALCULAR LA DEPRECIACION

En el método de la línea recta para el cálculo de la depreciación se supone - que el valor de un activo decrece a una tasa constante. La cantidad total que debe depreciarse, P - S, se divide por la vida útil en años, n, para obtener el cargo anual por depreciación. La tabla 4.2 muestra las expresiones para los cargos por depreciación y para el valor en libros en cada año.

TABLA 4.2. EXPRESIONES GENERALES PARA EL METODO DE LA LINEA RECTA

Fin del año t	Cargo por depreciación durante el año t	Valor en libros al finalizar el año t
0		P
1	$\frac{P-S}{n}$	$P - (\frac{P-S}{n})$
2	$\frac{P-S}{n}$	$P - 2(\frac{P-S}{n})$
3	$\frac{P-S}{n}$	$P - 3(\frac{P-S}{n})$
t	$\frac{P-S}{n}$	$P - t(\frac{P-S}{n})$
n	$\frac{P-S}{n}$	$P - n(\frac{P-S}{n})$

Así, la depreciación en un año cualquiera es igual a

$$D_t = \frac{P-S}{n} \tag{4.2}$$

El valor en libros es

$$B_t = P - t\left(\frac{P-S}{n}\right) \tag{4.3}$$

La tasa de depreciación por año es

$$T_d = \frac{1}{n} \tag{4.4}$$

Existe una forma alternativa para calcular los cargos por depreciación en línea recta en cualquier año:

$$D_t = \frac{B_{t-1} - S}{(n+1) - t} \tag{4.5}$$

EJEMPLO 4.1

Depreciación en línea recta.

P = \$ 5 000.00

S = \$ 1 000.00

n = 5 años

Calcule el cargo por depreciación anual, valor en libros y tasa de depreciación.

$$D_t = \frac{P - S}{n} = \frac{5\ 000 - 1\ 000}{5} = \$\ 800.00$$

$$B_t = P - t\left(\frac{P - S}{n}\right)$$

Año 1: $B_1 = 5\ 000 - 1\left(\frac{5\ 000 - 1\ 000}{5}\right) = \$\ 4\ 200.00$

Año 2: $B_2 = 5\ 000 - 2\left(\frac{5\ 000 - 1\ 000}{5}\right) = \$\ 3\ 400.00$

Año 3: $B_3 = 5\ 000 - 3\left(\frac{5\ 000 - 1\ 000}{5}\right) = \$\ 2\ 600.00$

Año 4: $B_4 = 5\ 000 - 4\left(\frac{5\ 000 - 1\ 000}{5}\right) = \$\ 1\ 800.00$

Año 5: $B_5 = 5\ 000 - 5\left(\frac{5\ 000 - 1\ 000}{5}\right) = \$\ 1\ 000.00$

Ordenando los resultados en forma tabular, se tiene:

Fin del año t	Cargo por depreciación durante el año t	Valor en libros al finalizar el año t
0		\$ 5 000.00
1	\$ 800.00	4 200.00
2	800.00	3 400.00
3	800.00	2 600.00
4	800.00	1 800.00
5	800.00	1 000.00 = S
	\$ 4 000.00	

El valor de \$ 4 000.00 representa la depreciación total del activo.

La tasa de depreciación anual es

$$T_d = \frac{1}{n} = \frac{1}{5} = 0.20 = 20\%$$

La figura 4.2 ilustra los resultados obtenidos para este ejemplo.

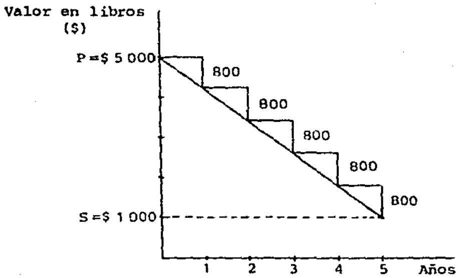


Figura 4.2. Depreciación en línea recta.

4.5 METODO DE LA SUMA DE LOS DIGITOS DE LOS AÑOS (SDA) PARA CALCULAR LA DEPRECIACION

En el método de depreciación de la suma de los dígitos de los años se supone que el valor de un activo disminuye a una tasa decreciente. Cada año, el cargo por depreciación se calcula como los años que le quedan de vida útil al activo, desde el principio de ese año, dividido entre la suma de los dígitos de los años totales de vida útil, y multiplicada esta razón por la cantidad total que debe depreciarse, (P - S).

La suma de los años para cualquier número de años n puede calcularse con la ayuda de la expresión:

$$\sum_{j=1}^{n} j = 1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1) + n = \frac{n(n+1)}{2} \qquad (4.6)$$

Las expresiones generales para la cantidad depreciada en cada año y para el valor en libros al final de cada año, aparecen en la tabla 4.3.

TABLA 4.3. EXPRESIONES GENERALES PARA EL METODO DE LA SUMA DE LOS DIGITOS DE LOS AÑOS

Fin del año t	Cargo por depreciación durante el año t	Valor en libros al finalizar el año t
0		P
1	$\frac{n}{n(n+1)/2}(P-S)$	$P-\frac{(P-S)}{n(n+1)/2}\,n$
2	$\frac{(n-1)}{n(n+1)/2}(P-S)$	$P-\frac{(P-S)}{n(n+1)/2}\left[n+(n-1)\right]$
3	$\frac{(n-2)}{n(n+1)/2}(P-S)$	$P-\frac{(P-S)}{n(n+1)/2}\left[n+(n-1)+(n-2)\right]$
t	$\frac{n-t+1}{n(n+1)/2}(P-S)$	$P-\frac{(P-S)}{n(n+1)/2}\left[\sum_{j=n-t+1}^{n} j\right]$
n	$\frac{1}{n(n+1)/2}(P-S)$	$P-\frac{(P-S)}{n(n+1)/2}\left[\sum_{j=1}^{n} j\right]$

El costo inicial de un activo es P, su valor de salvamento y su vida estimada son S y n, respectivamente. El cargo por depreciación en un año cualquiera se expresa entonces como

$$D_t = \frac{n-t+1}{n(n+1)/2}(P-S) \tag{4.7}$$

Y el valor en libros al finalizar cualquier año t es

$$B_t = P - \frac{(P-S)}{n(n+1)/2}\left[\sum_{j=1}^{n} j\right] \tag{4.8}$$

Sin embargo, la expresión para el valor en libros puede simplificarse si se observa que

$$\sum_{j=n-t+1}^{n} j = \sum_{j=1}^{n} j - \sum_{j=1}^{n-t} j \tag{4.9}$$

por ejemplo, si $n = 6$, $t = 4$ y $(n-t+1) = 3$, entonces

$$3 + 4 + 5 + 6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 - (1 + 2)$$

Como se sabe que $\sum_{j=1}^{n} j = \frac{n(n+1)}{2}$, entonces se deduce que

$$\sum_{j=n-t+1}^{n} j = \frac{n(n+1)}{2} - \frac{(n-t)\left[(n-t)+1\right]}{2} \tag{4.10}$$

Sustituyendo la ecuación (4.10) en la ecuación (4.8)

$$B_t = P - \frac{(P - S)}{n(n+1)/2}\left[\frac{n(n+1)}{2} - \frac{(n-t)(n-t+1)}{2}\right] \tag{4.11}$$

$$B_t = P - (P - S) + (P - S)\frac{(n-t)(n-t+1)}{n(n+1)} \tag{4.12}$$

$$B_t = (P - S)\left(\frac{n-t}{n}\right)\left(\frac{n-t+1}{n+1}\right) + S \tag{4.13}$$

Una forma alternativa para calcular los cargos por depreciación por SDA, en cualquier año , es

$$D_t = \frac{1}{(n-t+2)/2}\left(B_{t-1} - S\right) \tag{4.14}$$

EJEMPLO 4.2

Depreciación por suma de los dígitos de los años.

P = $ 5 000.00

S = $ 1 000.00

n = 5 años

Calcule el cargo por depreciación anual y el valor en libros.

$$\text{Depreciación SDA} = \frac{n-t+1}{n(n+1)/2}(P - S)$$

Año 1: $D_1 = \frac{5-1+1}{5(5+1)/2}(5\,000 - 1\,000) = \$\ 1\,333.33$

Año 2: $D_2 = \frac{5-2+1}{5(5+1)/2}(5\,000 - 1\,000) = \$\ 1\,066.67$

Año 3: $D_3 = \frac{5-3+1}{5(5+1)/2}(5\,000 - 1\,000) = \$\ 800.00$

Año 4: $D_4 = \frac{5-4+1}{5(5+1)/2}(5\,000 - 1\,000) = \$\ 533.33$

Año 5: $D_5 = \frac{5-5+1}{5(5+1)/2}(5\,000 - 1\,000) = \$\ 266.67$

$$B_t = (P - S)\left(\frac{n-t}{n}\right)\left(\frac{n-t+1}{n+1}\right) + S$$

Año 1: $B_1 = (5\,000 - 1\,000)\left(\frac{5-1}{5}\right)\left(\frac{5-1+1}{5+1}\right) + 1\,000 = \$\,3\,666.67$

Año 2: $B_2 = (5\,000 - 1\,000)\left(\frac{5-2}{5}\right)\left(\frac{5-2+1}{5+1}\right) + 1\,000 = \$\,2\,600.00$

Año 3: $B_3 = (5\,000 - 1\,000)\left(\frac{5-3}{5}\right)\left(\frac{5-3+1}{5+1}\right) + 1\,000 = \$\,1\,800.00$

Año 4: $B_4 = (5\,000 - 1\,000)\left(\frac{5-4}{5}\right)\left(\frac{5-4+1}{5+1}\right) + 1\,000 = \$\,1\,266.67$

Año 5: $B_5 = (5\,000 - 1\,000)\left(\frac{5-5}{5}\right)\left(\frac{5-5+1}{5+1}\right) + 1\,000 = \$\,1\,000.00$

Ordenando los resultados en forma tabular, se tiene

Fin del año t	Cargo por depreciación durante el año t	Valor en libros al finalizar el año t
0		$ 5 000.00
1	$ 1 333.33	3 666.67
2	1 066.67	2 600.00
3	800.00	1 800.00
4	533.33	1 266.67
5	266.67	1 000.00 = S

Estos resultados se presentan en la figura 4.3:

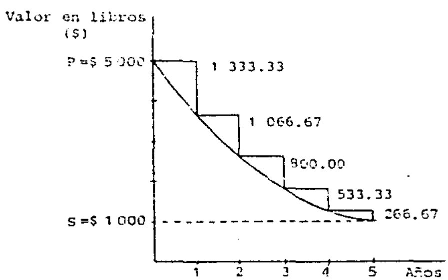


Figura 4.3. Depreciación por suma de dígitos de los años.

Este método produce cargos mayores en la primera parte de la vida del activo y menores en la última parte, es decir, la tasa de depreciación decrece con el tiempo.

Este método es utilizado ampliamente en la práctica porque la tasa a la cual se carga la depreciación produce una curva valor-tiempo que se aproxima bastante bien a la disminución real en valor de numerosas categorías de activos. Es decir, hay muchos activos que se deprecian más rápidamente durante la primera parte de su vida, hecho que se refleja claramente en este método al depreciar aproximadamente las tres cuartas partes del costo depreciable de un activo durante la primera mitad de su vida.

4.6 METODO DEL SALDO DE DECLINACION O DECRECIENTE (SD) PARA CALCULAR LA DEPRECIACION

En este método se supone que un activo decrece en valor a una tasa más rápida en la primera parte de su vida de servicio que en la última. En este método se multiplica un porcentaje fijo por el valor en libros del activo al comienzo del año para determinar el cargo por depreciación para ese año. En consecuencia, a medida que el valor en libros de un activo decrece con el tiempo, también sucede lo mismo con el monto del cargo por depreciación.

La relación general que expresa el cargo por depreciación en cualquier año para la depreciación por el saldo decreciente con una tasa de depreciación R es:

$$D_t' = R\,B_{t-1} \qquad (4.15)$$

Además, se sabe que la expresión general para el valor en libros es

$$B_t = B_{t-1} - D_t \qquad (4.1)$$

Sustituyendo la ecuación (4.15) en la ecuación (4.1), se obtiene el valor en libros para la depreciación por saldo decreciente

$$B_t = B_{t-1} - R\,B_{t-1} = (1 - R)B_{t-1} \qquad (4.16)$$

Es posible determinar, empleando estas ecuaciones (4.15 y 4.16), las fórmulas generales para los cargos por depreciación y para el valor en libros en cualquier punto sobre la escala de tiempo. Estas expresiones se muestran en la tabla 4.4 para un activo con un costo inicial igual a P.

TABLA 4.4. EXPRESIONES GENERALES PARA EL METODO DEL SALDO DECRECIENTE

Fin del año t	Cargo por depreciación durante el año t	Valor en libros al finalizar el año t
0		P
1	$R\,B_0 = R\,P$	$(1 - R)B_0 = (1 - R)P$
2	$R\,B_1 = R(1 - R)P$	$(1 - R)B_1 = (1 - R)^2P$
3	$R\,B_2 = R(1 - R)^2P$	$(1 - R)B_2 = (1 - R)^3P$
t	$R\,B_{t-1} = R(1 - R)^{t-1}P$	$(1 - R)B_{t-1} = (1 - R)^tP$
n	$R\,B_{n-1} = R(1 - R)^{n-1}P$	$(1 - R)B_{n-1} = (1 - R)^nP$

Se obtiene que la depreciación en un año cualquiera es

$$D_t = R(1 - R)^{t-1}P \tag{4.17}$$

Y el valor en libros es igual a

$$B_t = (1 - R)^tP \tag{4.18}$$

Si se desea emplear una tasa de depreciación que dé como resultado un valor en libros específico en algún momento en el tiempo, es posible encontrar esa tasa que deberá emplearse. Entonces, despejando R de la ecuación (4.18):

$$R = 1 - \sqrt[t]{\frac{B_t}{P}} \tag{4.19}$$

La ecuación (4.19) se usa en la práctica en muy raras ocasiones. La tasa de depreciación se selecciona, por lo general, en relación con su efecto sobre el impuesto sobre la renta, su efecto sobre el estado de pérdidas y ganancias, y la facilidad de cálculo cuando los activos se agrupan con fines contables.

EJEMPLO 4.3

Depreciación por saldo decreciente.

$P = \$ 5\ 000.00$

$S = \$ 1\ 000.00 = B_5$

$n = 5$ años

Calcule la tasa de depreciación, el cargo por depreciación y el valor en libros.

La tasa de depreciación para el año 5 es

$$R = 1 - \sqrt[5]{\frac{B_t}{P}} = 1 - \sqrt[5]{\frac{1\ 000}{5\ 000}} = 0.2752 = 27.52\%$$

$$\text{Depreciación SD} = R(1 + R)^{t-1}P$$

Año 1: $D_1 = 0.2752(1 - 0.2752)^0 5\ 000 = \$\ 1\ 376.10$

Año 2: $D_2 = 0.2752(1 - 0.2752)^1 5\ 000 = \$\ \ 997.37$

Año 3: $D_3 = 0.2752(1 - 0.2752)^2 5\ 000 = \$\ \ 722.87$

Año 4: $D_4 = 0.2752(1 - 0.2752)^3 5\ 000 = \$\ \ 523.92$

Año 5: $D_5 = 0.2752(1 - 0.2752)^4 5\ 000 = \$\ \ 379.93$

$$B_t = (1 - R)^t P$$

Año 1: $B_1 = (1 - 0.2752)^1 5\ 000 = \$\ 3\ 623.90$

Año 2: $B_2 = (1 - 0.2752)^2 5\ 000 = \$\ 2\ 626.53$

Año 3: $B_3 = (1 - 0.2752)^3 5\ 000 = \$\ 1\ 903.66$

Año 4: $B_4 = (1 - 0.2752)^4 5\ 000 = \$\ 1\ 379.73$

Año 5: $B_5 = (1 - 0.2752)^5 5\ 000 = \$\ 1\ 000.00$

Ordenando los resultados en forma tabular, se tiene:

Fin del año t	Cargo por depreciación durante el año t	Valor en libros al finalizar el año t
0		$ 5 000.00
1	$ 1 376.10	3 623.90
2	997.37	2 626.53
3	722.87	1 903.66
4	523.92	1 379.73
5	379.73	1 000.00 = S

Estos resultados se presentan en la figura 4.4:

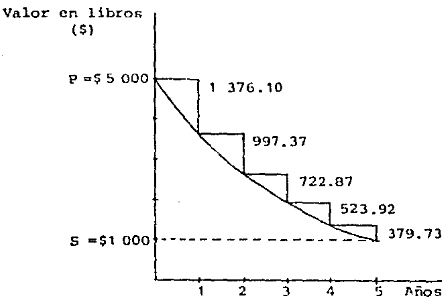


Figura 4.4. Depreciación por saldo decreciente.

Si el método de saldo decreciente (SD) para el cálculo de la depreciación se emplea con fines tributarios, la tasa máxima que puede emplearse es el doble de la tasa que se hubiera permitido con la línea recta para un activo particular o para un grupo de activos. Entonces, para un activo con una vida estimada de n años la tasa máxima que puede emplearse con este método es:

$$R = \frac{2}{n} \tag{4.20}$$

Muchas empresas e individuos prefieren depreciar sus activos utilizando el método de saldo decreciente con la tasa máxima permitida. Este método para el cálcu lo de la depreciación se conoce generalmente como el método del saldo doble decreciente (SDD).

El método de saldo decreciente es similar al método de la suma de los dígitos de los años porque los cargos por depreciación son mayores en los primeros años de vida del activo que en los últimos.

4.6.1 Efecto del valor de salvamento sobre la depreciación por saldo decreciente

Cuando se tiene establecida una tasa de depreciación, se calcula un valor de salvamento para el activo. Este valor, generalmente, es diferente al valor de salvamento estimado para el activo (porque el programa de depreciación es independiente del valor de salvamento estimado), entonces es necesario realizar ajustes con el fin de rectificar estas diferencias.

En una situación real puede ocurrir cualquiera de las tres situaciones de la figura 4.5:

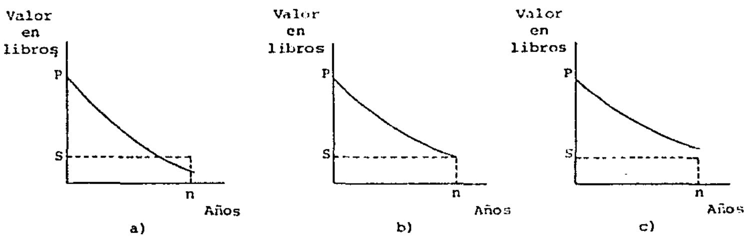


Figura 4.5. Relaciones entre la depreciación por saldo decreciente y el valor de salvamento.

En la figura 4.5a se tiene un valor de salvamento estimado bastante alto, con el resultado de que el valor en libros del activo declina a un valor menor que el de esta estimación. Realizando un ajuste, la figura 4.5a se transforma en la figura

4.6. No se hacen cargos por depreciación que reduzcan el valor en libros más allá del valor de salvamento estimado. Los cargos por depreciación se dejan de hacer cuando el valor en libros es igual al valor de salvamento estimado.

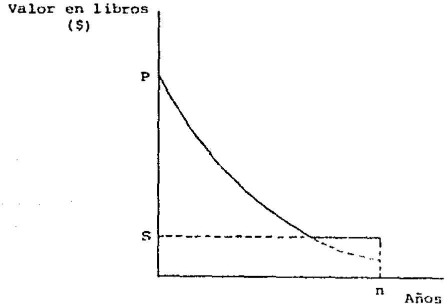


Figura 4.6. Terminación de la depreciación por saldo decreciente cuando se alcanza el valor de salvamento.

La figura 4.5b no presenta problema porque el programa de depreciación por SD dá como resultado un valor en libros, exactamente igual al valor de salvamento al final de la vida útil del activo.

La figura 4.5c representa la situación en la que el valor de salvamento es menor que el valor en libros del SD al final de la vida depreciable n. Como la curva del valor en libros del SD es independiente del valor de salvamento estimado, es fácil que ocurra esta situación. De hecho, éste siempre es el caso cuando el valor de salvamento es cero.

EJEMPLO 4.4

Depreciación por saldo doble decreciente (SDD).

$P = \$ 5\ 000.00$

$S = \$ 1\ 000.00$

$n = 5$ años

Calcule la tasa de depreciación, el cargo por depreciación anual y el valor en -- libros.

$$R = \frac{2}{n} = \frac{2}{5} = 0.40 = 40\%$$

$$\text{Depreciación SDD} = R(1 - R)^{t-1}P$$

Año 1: $D_1 = 0.4(1 - 0.4)^0 5\,000 = \$\ 2\,000.00$

Año 2: $D_2 = 0.4(1 - 0.4)^1 5\,000 = \$\ 1\,200.00$

Año 3: $D_3 = 0.4(1 - 0.4)^2 5\,000 = \$\ 720.00$

Año 4: $D_4 = 0.4(1 - 0.4)^3 5\,000 = \$\ 432.00$

Año 5: $D_5 = 0.4(1 - 0.4)^4 5\,000 = \$\ 259.20$

$$B_t = (1 - R)^t P$$

Año 1: $B_1 = (1 - 0.4)^1 5\,000 = \$\ 3\,000.00$

Año 2: $B_2 = (1 - 0.4)^2 5\,000 = \$\ 1\,800.00$

Año 3: $B_3 = (1 - 0.4)^3 5\,000 = \$\ 1\,080.00$

Año 4: $B_4 = (1 - 0.4)^4 5\,000 = \$\ 648.00$

Año 5: $B_5 = (1 - 0.4)^5 5\,000 = \$\ 388.80 \neq S$

El valor en libros al final de la vida útil es mucho menor que el valor de salvamento estimado de $ 1 000.00. De esta manera, la situación es similar a la de la figura 4.5a.

Ajuste: se dejan de hacer cargos por depreciación cuando el valor en libros es -- igual al valor de salvamento estimado, lo cual sucede en el año 4.

El programa de depreciación SDD que resulta es:

Fin del año t	Cargo por depreciación durante el año t	Valor en libros al finalizar el año t
0		$ 5 000.00
1	$ 2 000.00	3 000.00
2	1 200.00	1 800.00
3	720.00	1 080.00
4	80.00	1 000.00
5	0.00	1 000.00 = S

Estos resultados se presentan en la figura 4.7:

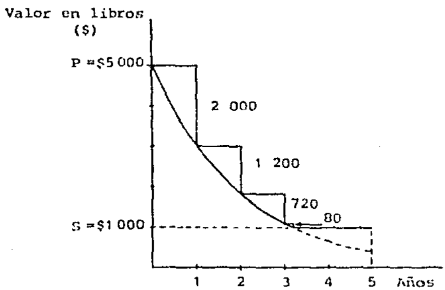


Figura 4.7. Terminación de la depreciación por saldo doble decreciente cuando se alcanza el valor de salvamento estimado.

EJEMPLO 4.5

Depreciación por SDD.

P = $ 5 000.00

S = $ 180.00

n = 5 años

Calcule la tasa de depreciación, el cargo por depreciación anual y el valor en libros.

Este ejemplo es similar al anterior, sólo difiere en el valor de salvamento estimado. Por lo tanto: R = 0.40 y

Año 1: $D_1 = \$ \ 2\ 000.00$ $B_1 = \$ \ 3\ 000.00$

Año 2: $D_2 = \$ \ 1\ 200.00$ $B_2 = \$ \ 1\ 800.00$

Año 3: $D_3 = \$ \ 720.00$ $B_3 = \$ \ 1\ 080.00$

Año 4: $D_4 = \$ \ 432.00$ $B_4 = \$ \ 648.00$

Año 5: $D_5 = \$ \ 259.20$ $B_5 = \$ \ 388.80 \neq S$

Se observa que el valor en libros al final de la vida útil no disminuye hasta el valor de salvamento. Así, la situación se parece a la de la figura 4.5c. Entonces, se puede realizar el siguiente ajuste para resolver esta dificultad:

Si el activo se retiene en servicio más allá de su vida útil estimada (esto,- tal vez, ocurre con más frecuencia de lo que se supone), entonces la depreciación por SD se continuará cargando en los años subsecuentes hasta alcanzar la estimación actual del valor de salvamento o hasta que no se tenga el activo.

En ese caso, la depreciación y el valor en libros serían:

Año 6: $D_6 = 0.4(1 - 0.4)^5 5\ 000 = \$ \ 155.52$; $B_6 = (1 - 0.4)^6 5\ 000 = \$ \ 233.28$

Año 7: $D_7 = 0.4(1 - 0.4)^6 5\ 000 = \$ \ 93.31$; $B_7 = (1 - 0.4)^7 5\ 000 = \$ \ 139.97$

Se observa que el valor en libros al año 7 es menor que el valor de salvamento; - en este año se disminuye la cantidad depreciada. Por lo tanto, el programa de depreciación SDD que resulta es:

Fin del año t	Cargo por depreciación durante el año t	Valor en libros al finalizar el año t
0		\$ 5 000.00
1	\$ 2 000.00	3 000.00
2	1 200.00	1 800.00
3	720.00	1 080.00
4	432.00	648.00
5	259.20	388.80
6	155.52	233.28
7	53.28	180.00 = S

Estos resultados se presentan en la figura 4.8.

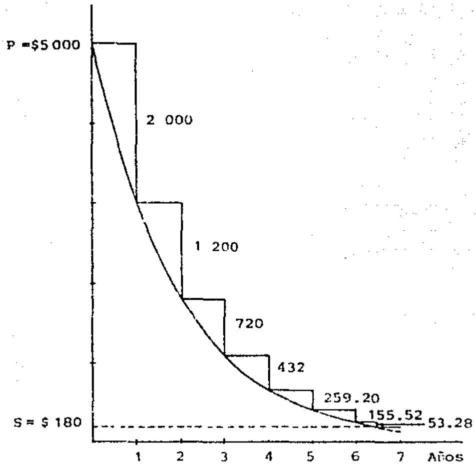


Figura 4.8. Depreciación por saldo doble decreciente continuada más allá de su vida estimada.

4.7 METODO DEL SALDO DECRECIENTE CON CAMBIO A LINEA RECTA PARA CALCULAR LA DEPRECIACION

En el ejemplo 4.5 se encontró una situación en la que el método de saldo decreciente no era totalmente satisfactorio. Sin embargo, se cuenta con un método de depreciación compuesta, en el cual se debe decidir el momento de cambiar de saldo decreciente al de línea recta.

Suponiendo que la conversión de depreciación por SD a LR pueda tener lugar en cualquiera de los n años, entonces existen n posibilidades. El problema es identificar cuál es la mejor.

La figura 4.9 muestra los resultados si se hace la conversión en diferentes momentos. Se supone que el programa de depreciación más conveniente es el que dá

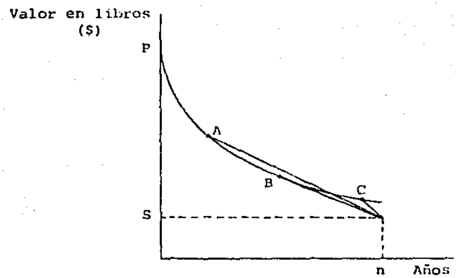


Figura 4.9. Tres puntos posibles en los que se puede cambiar de saldo decreciente a depreciación en línea recta.

como resultado una disminución más rápida del valor en libros. es decir, el que - deprecia al activo lo más rápidamente posible. Observando la figura 4.9, se ve -- que la curva que mejor cumple con este criterio es la que cambia de método en el punto B. En este punto la pendiente de la curva de SD es igual a la pendiente de la de la LR.

Si se elige cualquier otro punto para hacer la conversión, se producirá una - curva que en algún momento queda arriba de la curva seleccionada. Así, el cambio en el punto B es el mejor, no hay otra curva que decline tan rápidamente desde el punto P hasta S.

El año en que debe hacerse el cambio se calcula como el punto en el que la -- conversión a LR produce un cargo por depreciación mayor que el obtenido por SD.

EJEMPLO 4.6

P = \$ 5 000.00

S = \$ 180.00

n = 5 años

Calcule el programa de depreciación por SDD con cambio a LR en el momento más conveniente.

En el ejemplo 4.5 el programa de depreciación por SDD, con R = 40%, era:

Fin del año t	Cargo por depreciación durante el año t	Valor en libros al finalizar el año t
0		\$ 5 000.00
1	\$ 2 000.00	3 000.00
2	1 200.00	1 800.00
3	720.00	1 080.00
4	432.00	648.00
5	259.20	388.80 $\neq$ S

Se pueden calcular la depreciación en LR y el valor en libros, para cualquier año, utilizando las ecuaciones (4.5) y (4.1), respectivamente

$$D_t = \frac{B_{t-1} - S}{(n + 1) - t}$$

$$B_t = B_{t-1} - D_t$$

Si se cambia a LR en el año	Depreciación por LR	Depreciación por SDD	Decisión
2	$\frac{3\ 000 - 180}{4} = \$\ 705.00$	\$ 1 200.00	No cambiar a LR
3	$\frac{1\ 800 - 180}{3} = \$\ 540.00$	720.00	No cambiar a LR
4	$\frac{1\ 080 - 180}{2} = \$\ 450.00$	432.00	Cambiar a LR en este año

Entonces, el programa de depreciación por SDD con cambio a LR que resulta es:

Fin del año t	Cargo por depreciación durante el año t	Valor en libros al finalizar el año t
0		\$ 5 000.00
1	\$ 2 000.00	3 000.00
2	1 200.00	1 800.00
3	720.00	1 080.00
4	450.00	630.00
5	450.00	180.00 = S

Estos resultados se muestran en la figura 4.10.

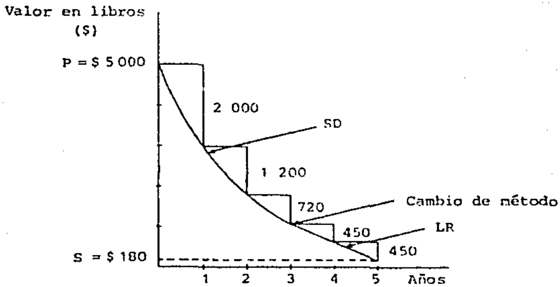


Figura 4.10. Depreciación por saldo decreciente con cambio a línea recta.

4.8 METODO DE LA RECUPERACION ACELERADA DEL COSTO (RAC) PARA CALCULAR LA DEPRECIACION

Este método para el cálculo de la depreciación fué establecido en 1981 y tiene las características siguientes:

1. La vida depreciable es menor a la vida útil real de la propiedad.
2. Se supone que el valor de salvamento es cero.
3* Para bienes personales, la depreciación por RAC está basada en el saldo doble decreciente ($R = 2/n$) con cambio a la suma de los dígitos de los años.
4* Para bienes raíces, la depreciación por RAC está basada en el saldo decreciente con $R = 1.75/n$ con cambio a línea recta.
5. Los cálculos están simplificados.

---

*El año en que debe hacerse el cambio de método se calcula como el punto en el -- que la conversión produce un cargo por depreciación mayor que el obtenido por SD.

El primer paso en el sistema RAC consiste en determinar el tipo de activo que se va a depreciar. En la tabla 4.5 se muestran las clases de RAC de propiedad depreciable:

TABLA 4.5. CLASES DE RAC DE PROPIEDAD DEPRECIABLE

Bienes personales (excepto bienes raíces)	Categoría del activo
Automóviles y camiones de trabajo ligero Maquinaria y equipo de investigación y experimentación Herramientas especiales y otras propiedades personales con vida de 4 años o menos	3 años
Maquinaria y equipo Equipo y mobiliario de oficina Camiones de trabajo pesado Barcos Aviones	5 años
Propiedad de servicio público con vida de 25 años o menos Carros tanque de ferrocarril Casas prefabricadas	10 años
Propiedad de servicio público con vida de más de 25 años	15 años
Bienes raíces	
Todos los edificios	15 años

Es evidente que la vida del activo en las categorías es mucho más corta que su vida útil real. Por ejemplo, los edificios están en la categoría de 15 años de vida.

El paso siguiente, es calcular el programa de depreciación:

a) Bienes personales: SDD ($R = 2/n$) con cambio a SDA.

La depreciación por SDD se calcula con la ecuación (4.17), pero para el primer año:

$$D_1 = \frac{1}{2} R P \tag{4.21}$$

Y para los demás años:

$$D_t = R(1 - R)^{t-1} P$$

El valor en libros, para cualquier año, se calcula con la ecuación (4.1):

$$B_t = B_{t-1} - D_t$$

La depreciación por SDA, para cualquier año, se calcula con la ecuación -- (4.14), pero haciendo $S = 0$:

$$D_t = \frac{1}{(n - t + 2)/2} B_{t-1} \qquad (4.22)$$

b) Bienes raíces: SD con $R = 1.75/n$ con cambio a LR.

La depreciación por SD, para cualquier año, se calcula con la ecuación -- (4.17). El valor en libros, para cualquier año, se calcula con la ecuación (4.1). La depreciación por LR, para cualquier año, se calcula con la ecuación (4.5); pero haciendo $S = 0$:

$$D_t = \frac{B_{t-1}}{(n + 1) - t} \qquad (4.23)$$

Este paso también puede resolverse empleando los programas de depreciación -- que aparecen en las tablas (4.6) y (4.7) para bienes personales y para bienes raí ces, respectivamente.

TABLA 4.6. DEPRECIACION POR RAC PARA BIENES PERSONALES

Si el año de recuperación es:	Porcentajes de depreciación para el tipo de activo			
	3 años	5 años	10 años	15 años
1	33%	20%	10%	7%
2	45	32	18	12
3	22	24	16	12
4		16	14	11
5		8	12	10
6			10	9
7			8	8
8			6	7
9			4	6
10			2	5
11				4
12				3
13				3
14				2
15				1

Los porcentajes de depreciación por RAC están basados en la depreciación por SDD para los primeros años; pero cambia a depreciación por SDA el resto del período de recuperación. Todos los cálculos han sido redondeados a valores - enteros y se supone que el activo se adquirió a mediados del primer año.

TABLA 4.7. DEPRECIACION POR RAC PARA BIENES RAICES

Si el año de recuperación es	Porcentaje de depreciación aplicable. La propiedad se pone en servicio el primer día de: Enero	Abril	Julio	Octubre
1	12%	9%	6%	3%
2	10	11	11	11
3	9	9	10	10
4	8	8	9	9
5	7	7	8	8
6	6	6	7	7
7	6	6	6	6
8	6	6	5	6
9	6	6	5	6
10	5	6	5	5
11	5	5	5	5
12	5	5	5	5
13	5	5	5	5
14	5	5	5	5
15	5	5	5	5
16		1	3	4

Los porcentajes de depreciación por RAC están basados en una depreciación por SD con $R = 1.75/n$ con un cambio a depreciación por LR para los últimos años. Los porcentajes de depreciación toman en cuenta los meses en que la propiedad está en servicio durante el año en que se adquiere (depreciación del primer año). De igual manera, si se vende la propiedad antes de que se alcance el período de recuperación, el porcentaje de depreciación debe tomar en cuenta el número de meses en el año de la venta.

Para ambas tablas, la depreciación puede calcularse con la ecuación:

$$D_t = \left(\frac{\%RAC}{100}\right)_t P \qquad (4.24)$$

y el valor en libros con la ecuación (4.1).

EJEMPLO 4.7

Una microcomputadora cuesta \$ 8 000 000.00. Calcule su programa de depreciación por RAC utilizando fórmulas y tablas.

En la tabla 4.5 se observa que el equipo de oficina está en la categoría de 5 años. Entonces, el programa de depreciación por SDD es:

$$R = \frac{2}{n} = \frac{2}{5} = 0.40 = 40\%$$

Año 1: $D_1 = \frac{1}{2} R P = \frac{1}{2} (0.4)(8x10^6) = \$ 1.6x10^6$

Para los demás años: $D_t = R(1 - R)^{t-1} P$

Año 2: $D_2 = 0.4(1 - 0.4)^1 (8x10^6) = \$ 1.9200x10^6$

Año 3: $D_3 = 0.4(1 - 0.4)^2 (8x10^6) = \$ 1.1520x10^6$

Año 4: $D_4 = 0.4(1 - 0.4)^3 (8x10^6) = \$ 0.6912x10^6$

Año 5: $D_5 = 0.4(1 - 0.4)^4 (8x10^6) = \$ 0.4147x10^6$

$B_t = B_{t-1} - D_t$

Año 1: $B_1 = 8.0000x10^6 - 1.6000x10^6 = \$ 6.4000x10^6$

Año 2: $B_2 = 6.4000x10^6 - 1.9200x10^6 = \$ 4.4800x10^6$

Año 3: $B_3 = 4.4800x10^6 - 1.1520x10^6 = \$ 3.3280x10^6$

Año 4: $B_4 = 3.3280x10^6 - 0.6912x10^6 = \$ 2.6368x10^6$

Año 5: $B_5 = 2.6368x10^6 - 0.4147x10^6 = \$ 2.2221x10^6$

Para determinar el año en el cual debe hacerse el cambio al método SDA tienen que efectuarse los cálculos de depreciación con este método y compararlos con los del método de SDD. (Cuando depreciación SDA > depreciación SDD se cambia de método).

Pueden calcularse la depreciación por SDA y el valor en libros, para cualquier -- año, utilizando las ecuaciones (4.22) y (4.1):

$$D_t = \frac{B_{t-1}}{(n - t + 2)/2}$$

$$B_t = B_{t-1} - D_t$$

Si se cambia a SDA en el año	Depreciación por SDA	Depreciación por SDD	Decisión
2	$\frac{6.4x10^6}{(5 - 2 + 2)/2} = \$ 2.56x10^6$	$\$ 1.92x10^6$	Cambiar a SDA en este año

Año 2: $D_2 = \$\ 2.56\times10^6$; $\quad B_2 = 6.40\times10^6 - 2.56\times10^6 = \$\ 3.84\times10^6$

Año 3: $D_3 = \dfrac{3.84\times10^6}{2} = \$\ 1.92\times10^6$; $\quad B_3 = 3.84\times10^6 - 1.92\times10^6 = \$\ 1.92\times10^6$

Año 4: $D_4 = \dfrac{1.92\times10^6}{1.5} = \$\ 1.28\times10^6$; $\quad B_4 = 1.92\times10^6 - 1.28\times10^6 = \$\ 0.64\times10^6$

Año 5: $D_5 = \dfrac{0.64\times10^6}{1} = \$\ 0.64\times10^6$; $\quad B_5 = 0.64\times10^6 - 0.64\times10^6 = \quad 0.00$

Por lo tanto, el programa de depreciación por RAC es:

Fin del año t	Cargo por depreciación durante el año t	Valor en libros al finalizar el año t
0		$ 8.00×10^6
1	$ 1.60×10^6	6.40×10^6
2	2.56×10^6	3.84×10^6
3	1.92×10^6	1.92×10^6
4	1.28×10^6	0.64×10^6
5	0.64×10^6	$0.00 = S$

Estos resultados se presentan en la figura 4.11.

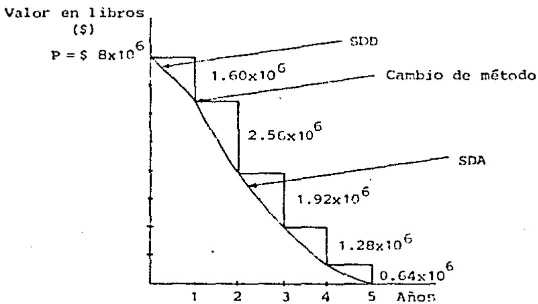


Figura 4.11. Depreciación por recuperación acelerada del costo. (Bienes personales).

Empleando la tabla 4.6 y las ecuaciones (4.24) y (4.1), se obtiene:

$$\text{Año 1:}\quad D_1 = \left(\frac{20\%}{100}\right)8\times10^6 = \$\ 1.60\times10^6;\quad B_1 = 8.00\times10^6 - 1.60\times10^6 = \$\ 6.40\times10^6$$

$$\text{Año 2:}\quad D_2 = \left(\frac{32\%}{100}\right)8\times10^6 = \$\ 2.56\times10^6;\quad B_2 = 6.40\times10^6 - 2.56\times10^6 = \$\ 3.84\times10^6$$

$$\text{Año 3:}\quad D_3 = \left(\frac{24\%}{100}\right)8\times10^6 = \$\ 1.92\times10^6;\quad B_3 = 3.84\times10^6 - 1.92\times10^6 = \$\ 1.92\times10^6$$

$$\text{Año 4:}\quad D_4 = \left(\frac{16\%}{100}\right)8\times10^6 = \$\ 1.28\times10^6;\quad B_4 = 1.92\times10^6 - 1.28\times10^6 = \$\ 0.64\times10^6$$

$$\text{Año 5:}\quad D_5 = \left(\frac{8\%}{100}\right)8\times10^6 = \$\ 0.64\times10^6;\quad B_5 = 0.64\times10^6 - 0.64\times10^6 = 0.00$$

Estos resultados son idénticos a los obtenidos anteriormente, con lo cual se concluye que el empleo de la tabla 4.6 simplifica los cálculos.

EJEMPLO 4.8

El 1 de Octubre de 1988 una persona compró una casa. El precio de compra de \$ --- 200×10^6 representa \$ 150×10^6 por la casa y \$ 50×10^6 por el terreno. El 1 de Julio de 1992 la venderá. Calcule el programa de depreciación por RAC para cada uno de los 5 años, 1988-1992. Compare los valores calculados con la tabla 4.7.

Como la tierra no es depreciable, la cantidad sujeta a depreciación es de \$ 150×10^6. El valor de salvamento de la casa es cero para los cálculos de la RAC. En la tabla 4.5 los bienes raíces están en la categoría de 15 años.

El programa de depreciación por SD es:

$$R = \frac{1.75}{n} = \frac{1.75}{15} = 0.1167 = 11.67\%$$

$$D_t = R(1-R)^{t-1}P$$

En los años de la adquisición y venta, la depreciación se limita al número de meses que se ha tenido posesión de la propiedad. En este caso es de 3 y 6 meses, -- respectivamente.

$$\text{Año 1:}\quad D_1 = \frac{3}{12}(0.1167)(1-0.1167)^0 150\times10^6 = \$\ 4.376250\times10^6$$

$$\text{Año 2:}\quad D_2 = (0.1167)(1-0.1167)^1 150\times10^6 = \$15.462167\times10^6$$

$$\text{Año 3:}\quad D_3 = (0.1167)(1-0.1167)^2 150\times10^6 = \$13.657732\times10^6$$

Año 4: $D_4 = (0.1167)(1 - 0.1167)^3 150\text{x}10^6 = \$\,12.063874\text{x}10^6$

Año 5: $D_5 = \frac{6}{12}(0.1167)(1 - 0.1167)^4 150\text{x}10^6 = \$\ 5.328010\text{x}10^6$

$B_t = B_{t-1} - D_t$

Año 1: $B_1 = 150.000000\text{x}10^6 - 4.376250\text{x}10^6 = \$\ 145.623750\text{x}10^6$

Año 2: $B_2 = 144.623750\text{x}10^6 - 15.462167\text{x}10^6 = \$\ 129.161583\text{x}10^6$

Año 3: $B_3 = 129.161583\text{x}10^6 - 13.657732\text{x}10^6 = \$\ 115.503851\text{x}10^6$

Año 4: $B_4 = 115.503851\text{x}10^6 - 12.063874\text{x}10^6 = \$\ 103.439977\text{x}10^6$

Año 5: $B_5 = 103.439977\text{x}10^6 - 5.328010\text{x}10^6 = \$\ 98.111967\text{x}10^6$

El año en el cual se realiza el cambio de método es cuando:

Depreciación LR > Depreciación SD

Pueden calcularse la depreciación por LR y el valor en libros, para cualquier año, empleando las ecuaciones (4.23) y (4.1):

$$D_t = \frac{B_{t-1}}{(n + 1) - t}$$

$$B_t = B_{t-1} - D_t$$

Si se cambia a LR en el año	Depreciación por LR	Depreciación por SD	Decisión
2	$\frac{145.623750\text{x}10^6}{(15 + 1) - 2} = \$\ 10.4\text{x}10^6$	$\$\,15.462167\text{x}10^6$	No cambiar a LR
3	$\frac{129.161583\text{x}10^6}{(15 + 1) - 3} = \$\ 9.9\text{x}10^6$	$\$\,13.657732\text{x}10^6$	No cambiar a LR
4	$\frac{115.503851\text{x}10^6}{(15 + 1) - 4} = \$\ 9.6\text{x}10^6$	$\$\,12.063874\text{x}10^6$	No cambiar a LR
5	$(\frac{6}{12})\frac{103.439977\text{x}10^6}{(15 + 1) - 5} = \$\ 4.7\text{x}10^6$	$\$\ 5.328010\text{x}10^6$	No cambiar a LR

Por lo tanto, el programa de depreciación por RAC es:

Año	Cargo por depreciación	Valor en libros
3 meses de 1988	$ 4.376250×10^6	$ 145.623750×10^6
1989	15.462167×10^6	129.161583×10^6
1990	13.657732×10^6	115.503851×10^6
1991	12.063874×10^6	103.439977×10^6
6 meses de 1992	5.328010×10^6	98.111967×10^6

Estos resultados se presentan en la figura 4.12:

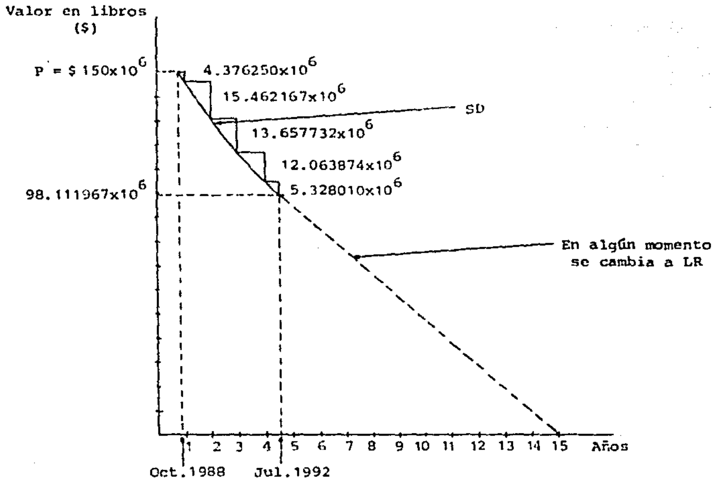


Figura 4.12. Depreciación por recuperación acelerada del costo. (Bienes raíces).

Empleando la tabla 4.7 y las ecuaciones (4.24) y (4.1), se obtiene:

$$\text{Año 1: } D_1 = \left(\frac{3\%}{100}\right)150\text{x}10^6 = \$\ 4.5\text{x}10^6;\ B_1 = 150.0\text{x}10^6 - 4.5\text{x}10^6 = \$\ 145.5\text{x}10^6$$

$$\text{Año 2: } D_2 = \left(\frac{11\%}{100}\right)150\text{x}10^6 = \$\ 16.5\text{x}10^6;\ B_2 = 145.5\text{x}10^6 - 16.5\text{x}10^6 = \$\ 129.0\text{x}10^6$$

$$\text{Año 3: } D_3 = \left(\frac{10\%}{100}\right)150\text{x}10^6 = \$\ 15.0\text{x}10^6;\ B_3 = 129.0\text{x}10^6 - 15.0\text{x}10^6 = \$\ 114.0\text{x}10^6$$

$$\text{Año 4: } D_4 = \left(\frac{9\%}{100}\right)150\text{x}10^6 = \$\ 13.5\text{x}10^6;\ B_4 = 114.0\text{x}10^6 - 13.5\text{x}10^6 = \$\ 100.5\text{x}10^6$$

$$\text{Año 5: } D_5 = \left(\frac{6}{12}\right)\left(\frac{8\%}{100}\right)150\text{x}10^6 = \$\ 6.0\text{x}10^6;\ B_5 = 100.5\text{x}10^6 - 6.0\text{x}10^6 = \$\ 94.5\text{x}10^6$$

Estos resultados se aproximan a los obtenidos anteriormente; la diferencia se debe a que los porcentajes de depreciación de la tabla 4.7 están redondeados en valores enteros.

4.9 METODO DEL FONDO DE AMORTIZACION PARA CALCULAR LA DEPRECIACION

En el método del fondo de amortización para el cálculo de los cargos por depreciación se supone que el valor de un activo disminuye a una tasa creciente. Se supone que al finalizar cada año de la vida del activo, se deposita una cantidad, de una serie de cantidades iguales, en un fondo de amortización. Por lo general, el fondo de amortización se compone anualmente, la cantidad acumulada al final de la vida estimada del activo es igual a su depreciación total.

El cargo por depreciación durante un año cualquiera es igual a la suma de dos componentes. El primer componente es la cantidad depositada cada año en el fondo de amortización, de manera que su valor acumulado al final de la vida del activo sea igual al valor depreciable del mismo. El segundo componente es el interés devengado por el valor acumulado en el fondo de amortización al comienzo del año en cuestión. Para un activo con un costo inicial P, un valor de salvamento estimado S, una vida n y una tasa de interés i, el primer componente de los cargos por depreciación es, en cada año:

$$(P - S)\left[\frac{i}{(1 + i)^n - 1}\right]$$

El segundo componente es diferente para cada año, hecho que se refleja en el segundo término de la segunda columna de las expresiones que aparecen en la tabla 4.8:

TABLA 4.8. EXPRESIONES GENERALES PARA EL METODO DEL FONDO DE AMORTIZACION

Fin del año t	Cargo por depreciación durante el año t	Valor en libros al finalizar el año t
0		P
1	$(P-S)\left[\frac{i}{(1+i)^n-1}\right] + i\ (0)$	$P-(P-S)\left[\frac{i}{(1+i)^n-1}\right]\left[\frac{(1+i)^1-1}{i}\right]$
2	$(P-S)\left[\frac{i}{(1+i)^n-1}\right] + i\left\{(P-S)\left[\frac{i}{(1+i)^n-1}\right]\left[\frac{(1+i)^1-1}{i}\right]\right\}$	$P-(P-S)\left[\frac{i}{(1+i)^n-1}\right]\left[\frac{(1+i)^2-1}{i}\right]$
3	$(P-S)\left[\frac{i}{(1+i)^n-1}\right] + i\left\{(P-S)\left[\frac{i}{(1+i)^n-1}\right]\left[\frac{(1+i)^2-1}{i}\right]\right\}$	$P-(P-S)\left[\frac{i}{(1+i)^n-1}\right]\left[\frac{(1+i)^3-1}{i}\right]$
t	$(P-S)\left[\frac{i}{(1+i)^n-1}\right] + i\left\{(P-S)\left[\frac{i}{(1+i)^n-1}\right]\left[\frac{(1+i)^{t-1}-1}{i}\right]\right\}$	$P-(P-S)\left[\frac{i}{(1+i)^n-1}\right]\left[\frac{(1+i)^t-1}{i}\right]$
n	$(P-S)\left[\frac{i}{(1+i)^n-1}\right] + i\left\{(P-S)\left[\frac{i}{(1+i)^n-1}\right]\left[\frac{(1+i)^{n-1}-1}{i}\right]\right\}$	$P-(P-S)\left[\frac{i}{(1+i)^n-1}\right]\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right]$

Entonces, la cantidad depreciada en un año cualquiera t, con el método del fondo de amortización, puede determinarse a partir de la expresión general:

$$D_t = (P - S)\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] + i\left\{(P - S)\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right]\left[\frac{(1+i)^{t-1} - 1}{i}\right]\right\} \qquad (4.25)$$

Simplificando

$$D_t = (P - S)\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] + (P - S)\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right]\left[(1+i)^{t-1} - 1\right] \qquad (4.26)$$

Factorizando

$$D_t = (P - S)\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] + \left[1 + (1+i)^{t-1} - 1\right] \qquad (4.27)$$

Finalmente, se obtiene:

$$D_t = (P - S)\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right](1 + i)^{t-1} \tag{4.28}$$

La expresión general para el valor en libros, en el caso de la depreciación calculada por el método del fondo de amortización, es

$$B_t = P - (P - S)\left[\frac{i}{(1 + i)^n - 1}\right]\left[\frac{(1 + i)^t - 1}{i}\right] \tag{4.29}$$

Aunque estas expresiones pueden parecer complicadas a simple vista, el propósito de la contabilidad de la depreciación es cargar la porción depreciable del activo durante la vida estimada del mismo.

EJEMPLO 4.9

P = \$ 5 000.00

S = \$ 1 000.00

n = 5 años

Calcule el programa de depreciación por el método del fondo de amortización.

Empleando la ecuación (4.28):

$$\text{Año 1:}\quad D_1 = (5\ 000 - 4\ 000)\left[\frac{0.25}{(1 + 0.25)^5 - 1}\right](1 + 0.25)^0 = \$\ 487.40$$

$$\text{Año 2:}\quad D_2 = (5\ 000 - 4\ 000)\left[\frac{0.25}{(1 + 0.25)^5 - 1}\right](1 + 0.25)^1 = \$\ 609.20$$

$$\text{Año 3:}\quad D_3 = (5\ 000 - 4\ 000)\left[\frac{0.25}{(1 + 0.25)^5 - 1}\right](1 + 0.25)^2 = \$\ 761.50$$

$$\text{Año 4:}\quad D_4 = (5\ 000 - 4\ 000)\left[\frac{0.25}{(1 + 0.25)^5 - 1}\right](1 + 0.25)^3 = \$\ 951.90$$

$$\text{Año 5:}\quad D_5 = (5\ 000 - 4\ 000)\left[\frac{0.25}{(1 + 0.25)^5 - 1}\right](1 + 0.25)^4 = \$1189.90$$

Empleando la ecuación (4.29):

$$\text{Año 1:}\quad B_1 = 5\ 000 - (5\ 000 - 1\ 000)\left[\frac{0.25}{(1 + 0.25)^5 - 1}\right]\left[\frac{(1 + 0.25)^1 - 1}{0.25}\right]$$

$$B_1 = \$\ 4\ 512.60$$

Año 2: $B_2 = 5\ 000 - (5\ 000 - 1\ 000)\left[\dfrac{0.25}{(1 + 0.25)^5 - 1}\right]\left[\dfrac{(1 + 0.25)^2 - 1}{0.25}\right]$

$B_2 = \$\ 3\ 903.40$

Año 3: $B_3 = 5\ 000 - (5\ 000 - 1\ 000)\left[\dfrac{0.25}{(1 + 0.25)^5 - 1}\right]\left[\dfrac{(1 + 0.25)^3 - 1}{0.25}\right]$

$B_3 = \$\ 3\ 141.90$

Año 4: $B_4 = 5\ 000 - (5\ 000 - 1\ 000)\left[\dfrac{0.25}{(1 + 0.25)^5 - 1}\right]\left[\dfrac{(1 + 0.25)^4 - 1}{0.25}\right]$

$B_4 = \$\ 2\ 189.90$

Año 5: $B_5 = 5\ 000 - (5\ 000 - 1\ 000)\left[\dfrac{0.25}{(1 + 0.25)^5 - 1}\right]\left[\dfrac{(1 + 0.25)^5 - 1}{0.25}\right]$

$B_5 = \$\ 1\ 000.00$

El programa de depreciación que resulta es:

Fin del año t	Cargo por depreciación durante el año t	Valor en libros al finalizar el año t
0		\$ 5 000.00
1	\$ 487.60	4 512.60
2	609.20	3 903.40
3	761.50	3 141.90
4	951.90	2 189.90
5	1 189.90	1 000.00

Estos resultados se grafican en la figura 4.13:

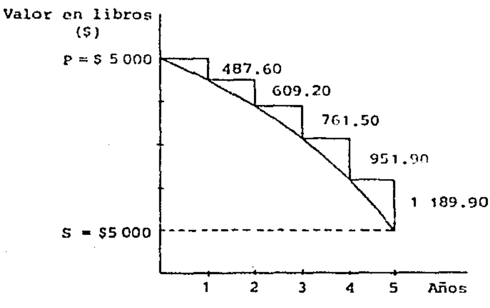


Figura 4.13. Depreciación por fondo de amortización.

4.10 METODO DEL SERVICIO PRESTADO PARA CALCULAR LA DEPRECIACION (DEPRECIACION POR UNIDAD DE PRODUCCION)

Algunas ocasiones no es aconsejable suponer que el capital se recupera de acuerdo con un modelo teórico valor-tiempo, tal como se consideró previamente. Esto se debe a que se presentan situaciones en las que la recuperación de la depreciación sobre un activo particular está más relacionada con el uso que con el tiempo. Así, la depreciación en cualquier año puede calcularse con la siguiente expresión:

$$D_t = \frac{\text{Producción en el año } t}{\text{Producción total del activo}} (P - S) \tag{4.30}$$

Y el valor en libros se calcula con la ecuación (4.1):

$$B_t = B_{t-1} - D_t$$

EJEMPLO 4.10

Una compañía particular compró una zanjadora por \$ $90\text{x}10^6$ para la colocación de una tubería. El informe del ingeniero indica que deben excavarse 1 500 000 pies lineales. La compañía planea excavar el total de pies durante los próximos 5 años de la siguiente manera:

Año	Pies excavados
1	300 000
2	250 000
3	300 000
4	250 000
5	400 000

Se estima que el valor de venta de la zanjadora al término del proyecto será de \$ $7\text{x}10^6$. Calcule el programa de depreciación por el método del servicio prestado.

Empleando la ecuación (4.30):

$$\text{Año 1:}\quad D_1 = \frac{300\,000}{1\,500\,000}(90\text{x}10^6 - 7\text{x}10^6) = \$\ 16.60\text{x}10^6$$

$$\text{Año 2:}\quad D_2 = \frac{250\,000}{1\,500\,000}(90\text{x}10^6 - 7\text{x}10^6) = \$\ 13.83\text{x}10^6$$

$$\text{Año 3:}\quad D_3 = \frac{300\,000}{1\,500\,000}(90\text{x}10^6 - 7\text{x}10^6) = \$\ 16.60\text{x}10^6$$

$$\text{Año 4:}\quad D_4 = \frac{250\,000}{1\,500\,000}(90\text{x}10^6 - 7\text{x}10^6) = \$\ 13.83\text{x}10^6$$

$$\text{Año 5:}\quad D_5 = \frac{400\,000}{1\,500\,000}(90\text{x}10^6 - 7\text{x}10^6) = \$\ 22.13\text{x}10^6$$

Empleando la ecuación (4.1):

Año 1: $B_1 = 90.00x10^6 - 16.60x10^6 = \$\ 73.40x10^6$

Año 2: $B_2 = 73.40x10^6 - 13.83x10^6 = \$\ 59.57x10^6$

Año 3: $B_3 = 59.57x10^6 - 16.60x10^6 = \$\ 42.97x10^6$

Año 4: $B_4 = 42.97x10^6 - 13.83x10^6 = \$\ 29.14x10^6$

Año 5: $B_5 = 29.14x10^6 - 22.13x10^6 = \$\ 7.00x10^6$

El programa de depreciación que resulta es:

Fin del año t	Cargo por depreciación durante el año t	Valor en libros al finalizar el año t
0		$\$\ 90.00x10^6$
1	$\$\ 16.60x10^6$	$73.40x10^6$
2	$13.83x10^6$	$59.57x10^6$
3	$16.60x10^6$	$42.97x10^6$
4	$13.83x10^6$	$29.14x10^6$
5	$22.13x10^6$	$7.00x10^6 = S$

Debe observarse que el cargo real por depreciación por unidad de producción en -- cualquier año está basado en la producción real del año, más que en el programa - de producción. Los resultados se muestran en la figura 4.14:

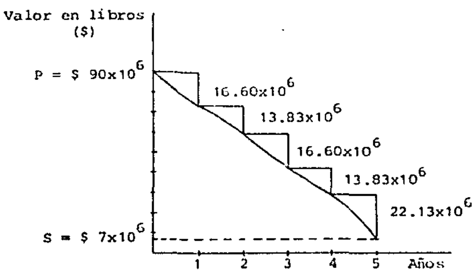


Figura 4.14. Depreciación por unidad de producción.

El método del servicio prestado para calcular la depreciación puede ser útil para maquinaria empleada en la explotación de recursos naturales, si éstos se acaban antes que se gaste la maquinaria. No se considera un método aceptable para uso general en la depreciación del equipo industrial.

4.11 ELECCION ENTRE LOS METODOS DE DEPRECIACION

De los siete métodos, sólo el de saldo decreciente presenta algunas dificultades de cálculo. A veces, el saldo decreciente no alcanza el resultado deseado de asignación de costo a través de la vida útil de un activo. Esta dificultad se soluciona cambiando de depreciación por saldo decreciente a depreciación en línea recta o por suma de los dígitos de los años en algún momento de la vida depreciable de un activo.

Los diferentes métodos de depreciación tienen un impacto sobre el ingreso gravable de una empresa en un año dado. Con seguridad una compañía exitosa prefiere depreciar sus activos tan rápidamente como sea posible. En esta situación, es evidente la elección del sistema de recuperación acelerada del costo. Otras empresas, con menor éxito pueden carecer de incentivos para depreciar con rapidez. Podrían elegir un método de depreciación menos rápido, como el de línea recta. Por último, los cambios recientes en las reglas sobre depreciación permiten una depreciación rápida para equipo nuevo adquirido. Sin embargo, al mismo tiempo la empresa debe continuar empleando los métodos de depreciación menos rápidos para activos adquiridos con anterioridad.

4.12 LA DEPRECIACION Y LOS ANALISIS ECONOMICOS EN INGENIERIA

Un activo se consume durante la producción de bienes y su depreciación constituye un costo de producción.

En los análisis económicos relacionados con activos físicos es necesario calcular el costo anual uniforme equivalente (CAUE del capítulo 3 sección 3.5), de manera que las alternativas que involucran activos en competencia puedan compararse sobre una base equivalente. Independientemente del modelo de depreciación se--

leccionado para representar el valor del activo en el tiempo, el CAUE es igual a:

$$\text{CAUE} = P\left[\frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}\right] - S\left[\frac{i}{(1 + i)^n - 1}\right]$$

En consecuencia, al hacer comparaciones de costos anuales de alternativas de ingeniería que incluyan activos físicos, puede emplearse la expresión anterior para representar los costos anuales equivalentes de la recuperación de capital para una tasa de interés i.

La depreciación es muy importante en los análisis económicos de ingeniería debido al efecto que tiene sobre los flujos de caja estimados que resultan del pago del impuesto sobre la renta. La depreciación influye como un costo amortizado sobre las utilidades como se muestra en el estado de pérdidas y ganancias de una empresa, porque la depreciación aparece como un gasto que se deduce del ingreso bruto. Los impuestos sobre la renta se pagan sobre una cifra de ingreso neto y estos impuestos representan flujos de caja reales aunque los cargos por depreciación -- constituyan cifras contables.

4.12.1 La depreciación se basa en estimativos.

Es deseable conocer el cargo y el patrón de la depreciación de un activo en - cualquier punto sobre el tiempo durante su vida, con el fin de que puedan hacerse los cargos exactos contra los productos a medida que vayan siendo producidos. Desafortunadamente, la depreciación de un activo no puede conocerse con certeza sino después de retirarlo del servicio.

Es impráctico, generalmente, diferir el cálculo de los costos de depreciación hasta después de que el activo haya sido dispuesto al final de su vida. De hecho, los costos por la depreciación de un activo deben tomarse en cuenta antes de su - adquisición como uno de los factores a considerar para llegar a la deseabilidad - de su compra.

Debido a que la información sobre la depreciación es necesaria sobre una base real para la toma de decisiones, se ha convertido en práctica común estimar los - cargos de la depreciación que sufrirá un activo y el patrón con el cual se presentará esta depreciación. Esto supone estimativos de la vida de servicio, del valor de salvamento y del método para calcular la depreciación. El costo inicial de un activo se conoce generalmente con precisión. Sin embargo, debido a que la vida de servicio, el valor de salvamento y el patrón de la depreciación se refieren a eventos futuros, éstos no pueden conocerse con certeza. Estos estimativos se basan generalmente en la experiencia tenida con activos similares y en el buen juicio de quién esté haciendo los estimativos.

El factor más importante al calcular los cargos anuales por depreciación para un activo es, por lo general, su vida útil. La vida útil puede determinarse a partir de la experiencia de la empresa con activos específicos o, si la experiencia del estimador es inadecuada, puede servir de base la experiencia general de la industria. En la medida en que las vidas empleadas en los cálculos de la depreciación sean razonables y no exista una razón clara y convincente para cambiarlas, no se requerirá hacer ajustes a esas vidas estimadas.

Una alternativa para determinar la vida útil en base a la experiencia y a las condiciones de operación es un sistema más liberal conocido como *Rango de Depreciación para Clases de Vida de Ciertos Activos* (RDA). El sistema RDA permite al estimador cargar una depreciación razonable basada en cualquier vida seleccionada dentro de un rango especificado para ciertas clases de activos. En la tabla 4.9 se presentan algunos ejemplos de estas clases de activos y los rangos de vida permitidos (en años).

TABLA 4.9. CLASES DE ACTIVOS Y RANGOS DE VIDA PERMITIDOS PARA EL SISTEMA RDA

Descripción del activo	Límite inferior	Período guía para el activo	Límite superior
Activos depreciables utilizados en todas las actividades de negocios:			
Aviones	5	6	7
Automóviles, taxis	2.5	3	3.5
Carros de ferrocarril y locomotoras	12	15	18
Barcos, lanchones, remolcadores	14.5	18	21.5
Activos depreciables utilizados en las siguientes actividades:			
Equipos agrícolas	8	10	12
Computadoras	5	6	7
Construcción	4	5	6
Producción de plantas eléctricas:			
Hidráulicas	40	50	60
Nucleares	16	20	24
De vapor	22.5	28	33.5
Manufactura:			
Equipo eléctrico	9.5	12	14.5
Productos electrónicos	6.5	8	9.5
Metales ferrosos	11.5	18	21.5
Muebles	8	10	12
Vehículos a motor	9.5	12	14.5
Pulpa para papel	13	16	19
Petróleo:			
Perforación	5	6	7
Explotación	11	14	17
Refinación y mercadeo	13	16	19
Otros:			
Productos de caucho	11	14	17
Productos textiles	11	14	17
Recreación y diversiones	8	10	12

C A P I T U L O 5

ANALISIS ECONOMICO PARA EL REEMPLAZO DE EQUIPO

5.1 INTRODUCCION

Los barcos de vela cedieron el paso a los de vapor; en el transporte en las ciudades, la secuencia de obsolescencia ha sido carros de caballo, carros de cable, carros eléctricos y autobuses; una generación de computadoras es reemplazada rápidamente por la siguiente. En la producción de energía eléctrica, las plantas nucleares se están volviendo una alternativa atractiva al compararlas con las que utilizan combustibles fósiles. En los procesos de manufactura, las mejoras en el arte de procesamiento han dado como resultado una obsolescencia generalizada y una insuficiencia de los equipos. Cada avance tecnológico produce mejoras que tienen como resultado la obsolescencia de los activos existentes. Así, la disposición de reemplazar equipos cuando es rentable hacerlo, en lugar de esperar el momento en el cual ya no funcionen, es probablemente uno de los factores importantes en la modernización y el desarrollo de un país.

5.2 LA NATURALEZA DEL ANALISIS DE REEMPLAZO

La mayoría de las empresas productivas emplean grandes cantidades de activos de capital que se consumen en el proceso, se vuelven inadecuados, se tornan obsoletos o, en alguna forma, llegan a ser candidatos para ser reemplazados. La falta que se cometa al no mejorar continuamente estos activos puede llegar a generar pérdidas serias en la eficiencia operativa. Un programa sólido de análisis de reemplazo puede afectar positivamente el éxito financiero de una empresa.

Cuando se están tomando decisiones sobre reemplazo se dispone de dos cursos de acción: la primera alternativa es mantener el activo que ya se posee por un período adicional de tiempo y la otra alternativa requiere retirar de manera inmediata el activo existente que es subsecuentemente reemplazado por otro. Lo mismo que en cualquier otra alternativa económica, el futuro económico del activo actual puede representarse por medio del flujo de caja de los ingresos y desembolsos estimados. Debido a que el futuro económico de un posible reemplazo también puede representarse por flujos de caja, los métodos de análisis que se describieron en el capítulo 3 son apropiados para comparar los flujos de caja de un activo actual y los de su desafiante potencial.

Con el fin de facilitar el estudio de los principios comprendidos en el análisis de reemplazo, es necesario introducir algunos términos importantes de uso común en este análisis.

Defensor: es el activo existente y que se está analizando para ser reemplazado eventualmente;

Retador o desafiante: es el activo propuesto para reemplazar al defensor.

Debido a que las características económicas de un defensor y de un retador son generalmente diferentes, se requiere especial atención cuando se están comparando estas dos alternativas. Una característica obvia de las alternativas de reemplazo es que la duración y la magnitud de los flujos de caja de los activos existentes y de los nuevos son muy diferentes. Los activos nuevos tienen, por lo general, costos de capital altos y costos de operación bajos. Lo contrario es generalmente cierto en el caso de activos que están siendo considerados para retiro potencial. Entonces, puede esperarse que los costos de capital de un activo que va a ser reemplazado sean bajos y decrecientes, mientras que sus costos de operación sean altos y crecientes.

Por otra parte, el resto de la vida de un activo que se está considerando para reemplazo es, por lo general, corto y su futuro puede estimarse con relativa certeza. También, se tiene la ventaja de que una decisión de no realizar el reemplazo ahora puede cambiar en cualquier momento futuro. Así, se puede tomar una decisión sobre la base del costo que el activo actual tendrá el año inmediatamente siguiente y, de no realizarse el reemplazo, existe la posibilidad de tomar una nueva decisión sobre la base del costo un año después y así sucesivamente.

5.2.1 Razones básicas para el reemplazo

Existen dos razones básicas para considerar el reemplazo de un activo fijo: el deterioro físico y la obsolescencia. El deterioro físico se refiere únicamente a cambios en las condiciones físicas del activo y la obsolescencia describe los efectos que producen sobre el activo los cambios que se generan en el medio externo. El deterioro físico y la obsolescencia pueden ocurrir de manera independiente o conjunta.

El deterioro físico puede conducir a:

1. La disminución en el valor del servicio prestado.
2. Aumento en los costos de operación (consumo de combustibles y de energía eléctrica), debido a la disminución de la eficiencia del equipo.
3. Aumento en los costos de mantenimiento y reparaciones, como consecuencia de fallas de las piezas del equipo.
4. Aumento en el tiempo y costos de mano de obra, debido a una mayor frecuencia de interrupciones por fallas mecánicas, disminución de velocidad y menor productividad del equipo.
5. Incremento en los costos de inspección, debido a la pérdida de confiabilidad del equipo.
6. Pérdida de ingresos por devoluciones o gastos más elevados de ventas, si el producto es de calidad inferior.

La obsolescencia se presenta como resultado del mejoramiento continuo de las herramientas de producción. El grado de mejoramiento es, a menudo, tan alto que es económico reemplazar un activo físico por una unidad nueva, aún en el caso en el que esté en condiciones de operar.

La obsolescencia puede conducir a:

1. Aumento en los costos de operación del equipo.
2. Aumento en los costos de mantenimiento y reparaciones del equipo.
3. Menor productividad y confiabilidad del equipo.
4. Mayores descomposturas y pérdidas de insumos en el equipo.
5. Incremento en el tiempo de mano de obra y supervisión del equipo.
6. Ocupación de un área mayor del equipo actual.

Todas estas consecuencias se derivan a partir del mejoramiento tecnológico de los equipos nuevos.

Cualquiera que sea el caso, el reemplazo exige disponer de la utilidad restante del activo actual con el fin de permitir el empleo de una unidad más eficiente y de esta manera reducir los gastos totales de operación.

5.2.2 El reemplazo debe basarse en factores económicos

Cuando el éxito de un evento económico depende de las utilidades, el reemplazo debe basarse sobre la economía de la operación futura.

Una decisión de reemplazar representa un compromiso que se extiende a toda la vida del equipo nuevo; pero una decisión de continuar con el equipo actual representa un retroceso en la decisión de reemplazo, decisión que debe revisarse en cualquier momento en el tiempo cuando la situación sea más clara. Sin embargo, una decisión de continuar con el equipo actual que tenga como consecuencia una pérdida, conducirá a una censura menos drástica que una decisión de reemplazo con un equipo nuevo y con una pérdida igual.

La economía de retirar un equipo funcionalmente productivo radica en la conversión del esfuerzo, energía, materiales y tiempo que resulta de su reemplazo. La utilidad restante, aún no empleada, de un equipo actual se utiliza en favor de las economías potenciales del reemplazo.

Cuando se adquiere un equipo nuevo, además del precio de compra, se tienen gastos adicionales para ponerlo en operación. Estos gastos pueden comprender transporte, empaque, construcción de cimientos, conexiones especiales en los sistemas eléctricos y de distribución de agua, rieles de protección, servicios de personal requeridos durante un período de verificación o de ajuste, etc. Así, estos gastos son costos iniciales que deben tomarse en cuenta como parte de la inversión original que se está considerando.

Cuando un equipo se reemplaza, su retiro puede originar gastos considerables. Algunos de los gastos debidos al retiro son el desmantelamiento, la remoción de cimientos, el transporte, el cambio de las conexiones eléctricas y de agua, etc. La suma de estos costos debe deducirse de la cantidad recibida por la venta del equipo actual con el fin de encontrar el valor de salvamento neto. Es claro que esto puede hacer que el valor de salvamento neto de un activo sea menor que cero y es matemáticamente correcto tratarlo como una cantidad negativa en los cálculos de la depreciación.

5.3 CONSIDERACIONES Y SUPOSICIONES AL RESOLVER PROBLEMAS DE ANALISIS ECONOMICO PARA EL REEMPLAZO DE EQUIPO

Para una mejor comprensión de este tema se recomienda realizar una revisión detallada de los capítulos 2 (sección 2.6) y 3 (secciones 3.3 y 3.5).

En este capítulo todos los ejemplos de análisis económico para el reemplazo de equipo se resolverán tomando en cuenta las consideraciones siguientes:

1. Todos los costos están en dólares.
2. La tasa de interés es anual y está definida en base a la economía de los Estados Unidos de América (U.S.A.). (Rango: 6% al 12% aproximadamente).

Estas dos consideraciones se hacen porque muchos equipos utilizados en la Industria Petrolera son de manufactura extranjera y se cotizan en dólares. También porque la economía de ese país es mucho más estable que la de México.

Por otra parte, para simplificar el problema de reemplazo se hacen las suposiciones siguientes:

1. El período de análisis es continuo (lo suficientemente largo como para que sea depreciable el valor de inversión de eventos económicos que se presenten después de que termine el período de servicio de las alternativas -defensor y retador- consideradas); es deir, se tendrá que satisfacer una necesidad permanente.
2. Para los activos que estén en servicio actualmente se tendrá un valor realizable neto (valor de mercado o valor de salvamento actual) y para los activos nuevos se tendrá un precio de compra (puede considerarse como un valor realizable neto). En ambos casos, los valores de salvamento para el activo en los años siguientes y hasta el final de su vida útil:
   a) Pueden mantenerse constantes, debido a que es un activo con accesorios especiales;
   b) Pueden ser iguales a cero, debido a las condiciones en las que va a operar;
   c) Pueden suponerse en base a estimativos;
   d) Pueden calcularse en base a la selección de una tasa adecuada de depreciación anual constante:

$$S_n = (1 - w)^n \, VRN \qquad (5.1)$$

Donde

S_n = valor de salvamento al final del año n;

w = tasa de depreciación anual constante;

n = años durante los cuales se deprecia el activo;

VRN = valor realizable neto del activo (actual o nuevo).

Cabe hacer la aclaración de que los métodos de depreciación, descritos en el capítulo 4, son aplicables sólo con fines contables porque el valor en libros (valor contable), en un año determinado, no es el valor de mercado (valor de salvamento) para ese año. Si pudiera predecirse perfectamente la depreciación, los valores contables y de mercado serían idénticos; pero esta coincidencia sólo puede esperarse por casualidad. La depreciación en el sentido *contable* se refiere a la cancelación del costo no amortizado durante la vida útil del equipo, y la depreciación en el sentido de *valor* se refiere a las pérdidas causadas por el deterioro físico y la obsolescencia. Por lo tanto, los métodos de depreciación del capítulo 4 no se emplearán en este capítulo.

5.4 VALOR DE INVERSION DEL EQUIPO ACTUAL (P)

El costo de inversión P es siempre el costo instalado del equipo; pero en ese caso, ¿cuál es el costo de inversión P de un equipo que funciona actualmente en el servicio deseado?

El *costo instalado* de un equipo que *ya está instalado* en un servicio dado es:

a) Su precio *como está*.

b) El ingreso neto que estará ligado al equipo al tomar la decisión de conservarlo, en lugar de venderlo.

c) El valor de salvamento neto, que se rechazará si se conserva al equipo actual en servicio.

d) El dinero que se podría tener en efectivo, pero al que se renuncia si se mantiene al equipo actual en servicio.

e) El valor realizable neto, VRN, del equipo. (También llamado valor de mercado).

Todos ellos dan el costo instalado de un equipo ya instalado, su valor de inversión P.

EJEMPLO 5.1

En la figura 5.1, ¿cuál es el costo de inversión P del equipo instalado actualmente en el departamento A para un análisis económico de su reemplazo?

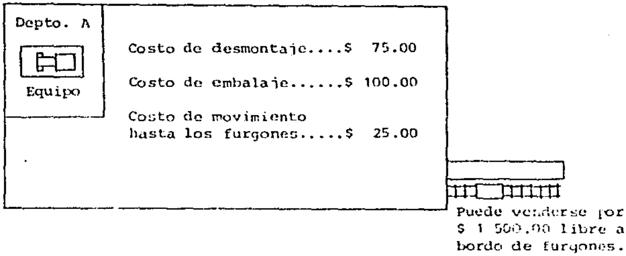


Figura 5.1. Cómo tomar en cuenta la inversión en un equipo actual.

El equipo libre a bordo de furgones puede venderse por $ 1 500.00; pero, para venderlo, debe desmontarse ($ 75.00), embalarse ($ 100.00) y transportarse hasta los furgones ($ 25.00). Estos costos son necesarios para la venta; por lo tanto, el resultado neto de la venta será:

VRN = P = 1 500 - 200 = $ 1 300.00

Se observa que $ 1 300.00 es también el *costo instalado*, debido a que es el valor de inversión del equipo en su puesto, listo para funcionar en el servicio deseado. Es también el VRN, debido a que es el precio del equipo *como está*. Un comprador daría $ 1 300.00 por el equipo como está, debido a que si vale $ 1 500.00 libre a bordo de los furgones, tendrá que gastar $ 200.00 para transformar el *instalado como está en libre a bordo de los furgones*, suponiendo que sus costos fueran iguales a los de la figura 5.1.

Por lo tanto, en el caso de un equipo *ya instalado* en el servicio deseado, el costo instalado será su VRN.

Por otra parte, el costo de inversión o costo instalado de un equipo que aún no ha sido instalado no tiene nada que ver con su VRN. El costo instalado P de un equipo nuevo es su precio de compra más todos los costos resultantes de su adquisición, instalación y preparación para que funcione en el servicio deseado.

EJEMPLO 5.2

Si se puede adquirir un equipo, ya sea nuevo o de segunda mano, libre a bordo de furgones por $ 1 500.00, con fletes pagados hasta el andén de descarga del ferrocarril que usa la empresa, y los costos de instalación son:

Desembalaje...	$ 10.00
Transporte desde los furgones hasta el lugar que debe ocupar......	$ 25.00
Montaje y conexión..	$ 125.00

Entonces, el costo de inversión o instalado es

$$P = 1\ 500 + 160 = \$\ 1\ 660.00$$

Sin embargo, en el momento en que se encuentre instalado, su VRN para defender su derecho de permanecer allí es de $ 1 500.00 .

5.5 LA VIDA ECONOMICA DE UN ACTIVO

En los problemas del capítulo 3, para determinar cuál alternativa debía seleccionarse, las vidas útiles se habían dado como una suposición. Como los análisis de reemplazo son generalmente sensitivos a las vidas que se seleccionan, es prudente considerar cada alternativa en sus circunstancias más favorables. En consecuencia, al comparar un activo existente con su posible reemplazo, deben considerarse las vidas más favorables para cada activo; es decir, la comparación debe hacerse sobre la base de la vida económica de cada alternativa.

La vida económica de un activo es el intervalo de tiempo que minimiza los costos totales anuales equivalentes del activo o que maximiza su ingreso anual equivalente neto. La vida económica también se conoce como la vida de costo mínimo o el intervalo óptimo para realizar el reemplazo.

Uno de los factores importantes en la vida económica de un activo es el patrón de costos que se genera debido a las actividades de operación y mantenimiento (O y M). Estos costos pueden ser esporádicos, constantes y crecientes.

5.5.1 Vida restante del defensor

En los análisis de reemplazo, el examen del defensor y del retador, generalmente, se reduce a una comparación entre lo actual y lo nuevo. El equipo actual -

tiene una vida restante relativamente corta si se compara con el nuevo.

La vida económica del defensor se define como la vida útil restante que dá como resultado un costo anual uniforme equivalente mínimo (CAUE mínimo). Se debe tener en consideración que la vida restante de servicio para un defensor no implica el compromiso de que si la decisión favorece al defensor, éste será retirado al final de ese período.

EJEMPLO 5.3

Una compañía planea reemplazar un equipo que tiene 11 años operando. El equipo puede venderse ahora en \$ 5 000.00 y se estima que este valor de salvamento puede obtenerse en años futuros. Se espera que el costo de operación y mantenimiento para el primer año sea de \$ 1 250.00 y que aumente \$ 250.00 por año en el futuro. Con base a un interés del 12% anual, calcule la vida económica del equipo si se conserva en servicio.

$P = VRN = \$\ 5\ 000.00 \qquad i = 0.12 \qquad A_1 = \$\ 1\ 250.00 \qquad G = \$\ 250.00$

La tabla 5.1 muestra el cálculo del CAUE total para este ejemplo:

TABLA 5.1. CALCULO DE LA VIDA ECONOMICA DEL DEFENSOR DEL EJEMPLO 5.3.

			Si se retira al final del año n		
Año n	Edad del equipo	Costo de O y M esperado para el año n	CAUE del capital invertido P·i	CAUE de O y M $A_1 + G\left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n-1}\right]$ (Ec.2.28)	CAUE total
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)=(4)+(5)
1	12 años	\$ 1 250.00	\$ 600.00	\$ 1 250.00	\$ 1 850.00 ←
2	13	1 500.00	600.00	1 367.92	1 967.92
3	14	1 750.00	600.00	1 481.15	2 081.15
4	15	2 000.00	600.00	1 589.71	2 189.71

En la figura 5.2 se presentan gráficamente estos resultados y se observa que el costo anual para seguir empleando el equipo va aumentando. Es razonable suponer -

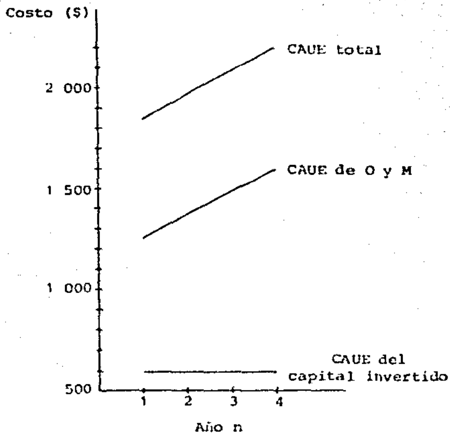


Figura 5.2. CAUE para vidas restantes diferentes.

que, si el equipo no se reemplaza ahora, se tendrá que hacer una nueva revisión - de la situación el año próximo.

En este ejemplo, el valor de salvamento es estable, pero el costo de opera--- ción y mantenimiento se va incrementando. El CAUE total también continuará aumentando conforme pasa el tiempo. Esto significa que el análisis económico más favorable para comparar al defensor, incluyendo la vida restante, estará basado en -- conservar al defensor un año más.

Es probable que los costos de operación y mantenimiento para equipos más viejos con un valor de salvamento estable o depreciable, aumenten siempre. Bajo es-- tas circunstancias la vida útil para la que el CAUE total es mínimo, es un año. - Este no siempre es el caso, como se ilustra en los ejemplos 5.4 y 5.5.

EJEMPLO 5.4

Una compañía particular está analizando un equipo que le vende un proveedor en -- \$ 50 000.00, el cual ya operó durante 3 años. El proveedor ofrece pagar los cos-- tos de instalación (\$ 2 000.00) y los costos de operación y mantenimiento durante el primer año. En el segundo año, se espera que el costo de operación y manteni-- miento sea de \$ 1 000.00 y que aumente con un gradiente aritmético de \$ 1 000.00 en los años siguientes. Calcule la vida económica del equipo utilizando una tasa de interés anual del 10%. Los valores de salvamento estimados, para los años de - vida restante, se dan en la columna (2) de la tabla 5.2.

$P = \$ 50\ 000.00 \qquad i = 0.10 \qquad A_1 = 0.00 \qquad G = \$ 1\ 000.00$

La tabla 5.2 muestra el cálculo del CAUE total para este ejemplo:

TABLA 5.2. CALCULO DE LA VIDA ECONOMICA DEL EQUIPO DEL EJEMPLO 5.4.

	Datos		*Si se retira al final del año n*		
Año n	Valor de salvamento (S), estimado, final del año n	Costo de O y M esperado para el año n	CAUE de recuperación de capital $P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}\right] - S\left[\frac{i}{(1+i)^n-1}\right]$ (Ec.3.5)	CAUE de O y M (Ec.2.28)	CAUE total
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6) = (4) + (5)
1	\$ 40 000.00	\$ 0.00	\$ 15 000.00	\$ 0.00	\$ 15 000.00
2	35 000.00	1 000.00	12 142.86	476.20	12 619.06
3	30 000.00	2 000.00	11 042.30	936.56	11 978.86
4	25 000.00	3 000.00	10 386.77	1 381.17	11 767.94
5	20 000.00	4 000.00	9 913.92	1 810.13	11 724.05
6	20 000.00	5 000.00	8 868.22	2 223.56	11 111.78
7	20 000.00	6 000.00	8 162.16	2 621.62	10 783.78
8	20 000.00	7 000.00	7 623.32	3 004.48	10 627.80
9	20 000.00	8 000.00	7 209.22	3 372.35	10 581.57
10	20 000.00	9 000.00	6 882.36	3 725.46	10 607.80
11	20 000.00	10 000.00	6 618.90	4 064.05	10 608.95

A partir de los cálculos anteriores, el CAUE total mínimo ocurre a los 9 años. -- Por lo tanto, el equipo tiene una vida restante de 9 años.

EJEMPLO 5.5

Se está analizando un equipo que tiene 3 años operando. Su valor de mercado actual (valor de salvamento actual) es de \$ 20 000.00 y no tiene ningún valor de salvamento para el resto de su vida. Se estima que el costo de operación y mantenimiento para el primer año sea de \$ 1 200.00 y que aumente \$ 800.00 cada año en el futuro. Con base en un interés del 11% anual, calcule la vida económica del equipo si se conserva en servicio.

$P = VRN = \$\ 20\ 000.00 \qquad i = 0.11 \qquad A_1 = \$\ 1\ 200.00 \qquad G = \$\ 800.00$

En la tabla 5.3 se muestra el cálculo del CAUE total para este ejemplo:

TABLA 5.3. CALCULO DE LA VIDA ECONOMICA DEL DEFENSOR DEL EJEMPLO 5.5.

		Si se retira al final del año n		
Año n	Costo de O y M esperado para el año n	CAUE de la recuperación de capital $P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}\right]$ (Ec.2.14)	CAUE de O y M (Ec.2.28)	CAUE total
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)=(3)+(4)
1	\$ 1 200.00	\$ 22 200.00	\$ 1 200.00	\$ 23 400.00
2	2 000.00	11 673.67	1 579.15	13 257.82
3	2 800.00	8 184.26	1 944.44	10 128.70
4	3 600.00	6 446.53	2 295.96	8 742.49
5	4 400.00	5 411.41	2 633.81	8 045.22
6	5 200.00	4 727.53	2 958.11	7 685.64
7	6 000.00	4 244.31	2 269.04	7 513.35
8	6 800.00	3 886.42	3 566.78	7 453.20 ←
9	7 600.00	3 612.03	3 851.53	7 463.56
10	8 400.00	3 396.03	4 123.53	7 519.56

A partir de los cálculos anteriores, el CAUE total mínimo ocurre a los 8 años. Por lo tanto, el equipo tiene una vida restante de 8 años.

Es importante hacer notar que la vida económica que dá un CAUE total mínimo depende de los costos futuros y no de los costos pasados (costos de amortización).

5.5.2. Vida útil más económica del retador

A partir de la vida restante más económica del defensor es evidente que existe una situación similar para el retador. Si se conocen los diferentes costos para el retador y sus valores de salvamento para cada año, entonces se puede calcular su vida útil más económica.

EJEMPLO 5.6

Un equipo tiene un costo de inversión de \$ 20 000.00 (el costo de instalación será de \$ 700.00) y una vida útil estimada de 10 años. Se espera que el costo de -- operación y mantenimiento sea de \$ 2 200.00 para el primer año y que aumente con un gradiente de \$ 1 100.00 para los años siguientes. Los valores de salvamento se dan en la columna (2) de la tabla 5.4. Si la tasa de interés es del 10%, ¿cuál es la vida económica de este equipo?

$P = \$ \ 20\ 000.00$ $\qquad i = 0.10$ $\qquad A_1 = \$ \ 2\ 200.00$ $\qquad G = \$ \ 1\ 100.00$

La tabla 5.4 muestra el cálculo del CAUE total para este ejemplo:

TABLA 5.4. CALCULO DE LA VIDA ECONOMICA DEL EQUIPO DEL EJEMPLO 5.6.

	Datos		*Si se retira al final del año n*		
Año n	Valor de salvamento (S) estimado, final del año n	Costo de O y M esperado para el año n	CAUE de recuperación de capital (Ec.3.5)	CAUE de O y M (Ec.2.28)	CAUE total
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)=(4)+(5)
1	\$ 10 000.00	\$ 2 200.00	\$ 12 000.00	\$ 2 200.00	\$ 14 200.00
2	9 000.00	3 300.00	7 238.10	2 723.81	9 961.91
3	8 000.00	4 400.00	5 625.38	3 230.21	8 855.59
4	7 000.00	5 500.00	4 801.12	3 711.28	8 520.40
5	6 000.00	6 600.00	4 293.16	4 191.14	8 484.30 ←
6	5 000.00	7 700.00	3 944.11	4 645.91	8 590.02
7	4 000.00	8 800.00	3 686.49	5 083.78	8 770.27
8	3 000.00	9 900.00	3 486.55	5 504.93	8 991.48
9	2 000.00	11 000.00	3 325.53	5 909.59	9 235.12
10	1 000.00	12 100.00	3 192.16	6 298.01	9 490.17

En la figura 5.3 se muestran gráficamente los resultados para el CAUE total.

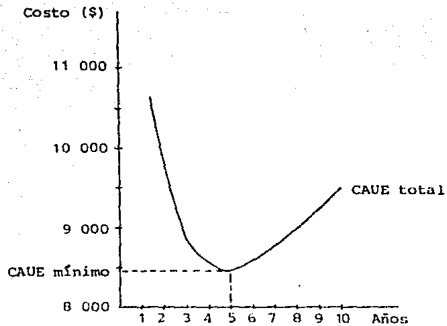


Figura 5.3. Gráfica del CAUE total para el ejemplo 5.6.

Se observa, tanto en la tabulación de los resultados como en la figura 5.3, que con una vida útil de 5 años se obtiene el CAUE total mínimo, la cual es la vida económica del equipo.

5.6 ANALISIS DE REEMPLAZO BASADO EN LA VIDA ECONOMICA DE LAS ALTERNATIVAS

En el momento de considerar un reemplazo deben evaluarse dos activos: el defensor y su retador. Sin embargo, debido a los patrones de costo asociados con estos activos, existe un cierto número de pasos que deben considerarse. Para cada activo, es necesario evaluar el CAUE por 1, 2, 3, etc., años. Una vez que se han calculado los CAUE asociados con cada una de estas alternativas, puede identificarse fácilmente la vida económica para el defensor y para el retador. Entonces, la comparación se reduce a dos alternativas: el defensor y el retador retenidos durante sus respectivas vidas económicas.

Para llevar a cabo un análisis de reemplazo basado en la vida económica de las alternativas deben tomarse en cuenta los pasos siguientes:

1. Ignorar los costos iniciales (costos pasados) del defensor.
2. Encontrar las vidas económicas de los activos bajo estudio (utilizar la vida más favorable para cada activo).
3. Comparar las alternativas en base a un período de análisis común a ellas - (ver capítulo 3 sección 3.3) considerando sus CAUE totales y decidir si debe realizarse el reemplazo.

5.6.1 Vida restante del defensor es igual a la vida económica del retador

En una situación en la que la vida restante del defensor sea igual a la vida económica del retador, hay gran flexibilidad para elegir el método de análisis. - Estos problemas se pueden resolver mediante el análisis de valor presente, el análisis de flujo de caja anual o el análisis de tasa de rendimiento incremental.

EJEMPLO 5.7

Una empresa privada está analizando la posibilidad de reemplazar un equipo que -- tiene 3 años operando y que en la actualidad tiene un valor de mercado de $ 20 000.00; pero para el resto de su vida no tendrá ningún valor de salvamento debido al exceso de trabajo al cual es sometido. Los costos de operación y mantenimiento estimados, para los próximos 10 años, son:

Año n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Costos de O y M	1 200	2 000	2 800	3 600	4 400	5 200	6 000	6 800	7 600	8 400

Como alternativa, se encuentra disponible en el mercado un equipo mejorado con un costo de inversión de $ 20 000.00 (el costo de instalación será de $ 500.00) y vida útil estimada de 10 años; sus costos de operación y mantenimiento y los valores de salvamento estimados son:

Año n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Costo de O y M	1 500	2 000	3 000	3 250	3 750	4 500	5 000	5 250	7 500	10 000
Valor de salvamento	11 000	7 500	5 000	3 000	2 000	1 000	500	500	500	500

Si la tasa de interés anual es del 11% (TMAR), ¿debe realizarse el reemplazo?

Primero.- no hay costos iniciales para el equipo actual.

Segundo.- se calcula la vida económica para cada activo:

a) Defensor

Si se observa el ejemplo 5.5, se concluye que es el mismo equipo que se está analizando en este ejemplo. Por lo tanto, la vida restante del equipo actual es de 6 años con un CAUE total mínimo de $ 7 453.20.

b) Retador

$P = \$\ 20\,000.00 \qquad i = 0.11$

El cálculo del CAUE total para el retador se muestra en la tabla 5.5:

TABLA 5.5. CALCULO DE LA VIDA ECONOMICA DEL RETADOR DEL EJEMPLO 5.7.

	Datos		*Si se retira al final del año n*		
Año n (1)	Valor de salvamento (S) estimado, final del año n (2)	Costo de O y M esperado para el año n F_j (3)	CAUE de recuperación de capital (Ec.3.5) (4)	CAUE de O y M $\left[\sum_{j=1}^{n} \frac{F_j}{(1+i)^j}\right]\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}\right]$ (5)	CAUE total (6)=(4)+(5)
1	$ 11 000.00	$ 1 500.00	$ 11 200.00	$ 1 500.00	$ 12 700.00
2	7 500.00	2 500.00	8 124.17	1 973.93	10 098.10
3	5 000.00	3 000.00	6 688.20	2 280.95	8 969.15
4	3 000.00	3 250.00	5 809.55	2 486.70	8 296.25
5	2 000.00	3 750.00	5 090.27	2 689.55	7 779.82
6	1 000.00	4 500.00	4 601.15	2 918.35	7 519.50
7	500.00	5 000.00	4 193.20	3 131.13	7 324.33
8	500.00	5 250.00	3 844.26	3 309.79	7 154.05
9	500.00	7 500.00	3 576.73	3 605.63	7 182.36
10	500.00	10 000.00	3 366.13	3 988.02	7 354.15

Una muestra del cálculo de la columna (5), suponiendo el retiro al final del año 3, es:

$$\left[\frac{1\,500}{(1+0.11)^1} + \frac{2\,500}{(1+0.11)^2} + \frac{3\,000}{(1+0.11)^3}\right]\left[\frac{0.11(1+0.11)^3}{(1+0.11)^3-1}\right] = \$\ 2\,280.95$$

Por lo tanto, a partir de los cálculos anteriores, el equipo nuevo tendrá una vida económica de 8 años, con un CAUE total mínimo de $ 7 154.05.

Tercero.- comparación de las alternativas:
Puesto que la vida restante del defensor es igual a la vida económica del reta--- dor, entonces se elige ese período de tiempo (8 años) como el período de análi--- sis. Así, la decisión de reemplazo simplemente se hace en relación con el menor - CAUE total de las alternativas. Por lo tanto, como el CAUE total del retador ($ _ 7 154.05) es menor que el CAUE total del defensor ($ 7 453.20), entonces debe rea lizarse el reemplazo ahora.

Cabe hacer la aclaración que en la mayoría de los casos la vida restante del defensor es diferente a la vida útil más económica del retador. Este ejemplo es - un caso ideal.

5.6.2 Vida restante del defensor diferente de la vida económica del retador

Cuando las vidas económicas de las alternativas (defensor y retador) son igua les al período de análisis, por lo general, los problemas se pueden resolver con cualquiera de los métodos vistos en el capítulo 3, y la decisión sobre el reempla zo se hace con una simple comparación de las cantidades equivalentes de cada al-- ternativa; sin embargo, puede haber dificultades cuando las alternativas tienen - vidas diferentes. Para vidas desiguales casi siempre el método de análisis más -- adecuado es el de flujo de caja anual, en el cual se debe examinar con cuidado el período de análisis de comparación.

En el capítulo 3 se vió que el período de análisis puede establecerse como:

1. Un mínimo común múltiplo de las vidas útiles de las alternativas.
2. El tiempo probable en que se necesite el equipo (período de análisis definido después del cual ya no será necesario el equipo).
3. Un período continuo.
4. Un período infinito.

También, en algunas situaciones, se hizo la suposición de reemplazos idénticos al final de la vida útil de las alternativas para complementar la comparación con -- respecto al período de análisis.

En el problema del reemplazo de equipo no se trata de seleccionar entre el de fensor o el retador, sino de decidir si ahora es el momento de reemplazar al de-- fensor. Entonces, cuando se lleve a cabo el reemplazo se optará por el mejor reta dor de que se disponga. El retador puede ser un equipo nuevo, usado o reconstruí- do. En consecuencia, en los problemas de reemplazo de equipo, el análisis de flujo de caja anual no supone que el defensor tenga un reemplazo idéntico al final de su vida útil, sino que siempre se reemplazará por un retador.

Como se estableció en la sección 5.3, para resolver las posibles dificultades que se presenten con respecto al período de análisis se hizo la suposición de que se tendrá una necesidad permanente; es decir, un período continuo en el cual el CAUE basado en la vida económica de una alternativa se puede comparar directamente con el CAUE de la otra alternativa, independientemente de que las alternativas tengan vidas desiguales (ver capítulo 3 ejemplo 3.13).

Por otra parte, cuando se presente una situación en la cual el período de análisis esté definido de antemano (tiempo probable en que se necesite el equipo), entonces se tendrá que hacer un análisis cuidadoso sobre la forma en la que el período afecta a las alternativas.

EJEMPLO 5.8

Una empresa de transporte marítimo que se dedica principalmente al transporte de petróleo está preocupada por el reemplazo de uno de sus barcos más viejos, el cual compró hace 15 años por $ 250 000.00. Si el barco viejo se vende en este momento, un valor justo en el mercado puede estimarse en $ 15 000.00 (una vez que un barco alcanza su vida de servicio no deben esperarse grandes cambios en su valor de salvamento). Actualmente los costos anuales de operación y mantenimiento para el barco ascienden a $ 200 000.00 para el próximo año y se espera que aumenten a una tasa de $ 15 000.00 anuales de allí en adelante. Como una alternativa a retener el barco viejo puede comprarse uno nuevo accionado por motores diesel con un precio cotizado de $ 470 000.00. Además de esta inversión inicial, la empresa necesitará invertir otros $ 30 000.00 en existencias de partes y repuestos básicos. La vida útil del barco nuevo se ha estimado en 15 años. Los costos anuales de operación y mantenimiento y sus valores de salvamento se estimaron en miles de dólares y aparecen a continuación:

Fin del año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Costo de O y M	100	100	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220
Valor de salvamento	430	370	320	280	250	220	190	160	130	100	70	50	40	30	20

Si la TMAR para la empresa es del 12%, ¿qué decisión debe tomar?

Primero.- debe ignorarse el costo inicial de \$ 250 000.00 del barco viejo.

Segundo.- se calcula la vida económica de cada activo:

a) Barco viejo

VRN = \$ 15 000.00 $\quad$ i = 0.12 $\quad$ A_1 = \$ 200 000.00 $\quad$ G = \$ 15 000.00

No se espera que su valor de salvamento disminuya de \$ 15 000.00

El cálculo del CAUE total para el defensor se muestra en la tabla 5.6:

TABLA 5.6. CALCULO DE LA VIDA ECONOMICA DEL DEFENSOR DEL EJEMPLO 5.8.

			Si se retira al final del año n		
Año n	Edad del equipo	Costo de O y M esperado para el año n	CAUE del capital invertido VRN· i	CAUE de O y M (Ec.2.28)	CAUE total
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6) =(4)+(5)
1	16 años	\$ 200 000.00	\$ 1 800.00	\$ 200 000.00	\$ 201 800.00 ←
2	17	215 000.00	1 800.00	207 075.47	208 875.47
3	18	230 000.00	1 800.00	213 869.13	215 669.13

El valor de salvamento es estable, pero los costos de operación y mantenimiento - se van incrementando. El CAUE total continuará aumentando conforme pasa el tiem-- po. Esto significa que el análisis económico para comparar al defensor estará basado en conservar al defensor un año más. El CAUE total para este barco al rete-- nerse un año más es igual a \$ 201 800.00.

b) Barco nuevo

P = 470 000 + 30 000 = \$ 500 000.00 $\quad$ A_1 = \$ 100 000.00 $\quad$ i = 0.12

G = \$ 10 000.00 a partir del cuarto año en adelante.

El cálculo del CAUE total para el retador se muestra en la tabla 5.7.

TABLA 5.7. CALCULO DE LA VIDA ECONOMICA DEL RETADOR DEL EJEMPLO 5.8

	Datos			*Si se retira al final del año n*	
Año n	Valor de salvamento (S) estimado, final del año n	Costo de O y M esperado para el año n	CAUE de recuperación de capital (Ec.3.5)	CAUE de O y M 100 000 + $\left\{\dfrac{\frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^{n-b}-1}{i}-(n-b)\right]\left[\frac{i}{(1+i)^{n-b}}\right]}{(1+i)^{b}}\right\}\left[\dfrac{i(1+i)^{n}}{(1+i)^{n}-1}\right]$	CAUE total
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6) =(4)+(5)
1.	$ 430 000	$ 100 000	$ 130 000.00	$ 100 000.00	$ 230 000.00
*b = 2	370 000	100 000	121 320.75	100 000.00	221 320.75
3	320 000	100 000	113 342.82	100 000.00 + 0.00	213 342.82
4	280 000	110 000	106 031.58	100 000.00 + 2 092.34	208 123.92
5	250 000	120 000	99 352.43	100 000.00 + 4 911.20	204 263.63
6	220 000	130 000	94 503.20	100 000.00 + 8 002.77	202 505.97
7	190 000	140 000	90 726.50	100 000.00 + 11 174.26	201 900.76 ←
8	160 000	150 000	87 642.97	100 000.00 + 14 330.91	201 973.88
9	130 000	160 000	85 041.20	100 000.00 + 17 421.74	202 462.94
10	100 000	170 000	82 793.67	100 000.00 + 20 417.87	203 321.54
11	70 000	180 000	80 818.62	100 000.00 + 23 302.56	204 121.20
12	50 000	190 000	78 646.56	100 000.00 + 26 066.30	204 712.86

(*b es el año anterior a (O)G)

Como se observa en la tabla 5.7, la vida útil más económica del retador es de 7 - años con un CAUE total igual a $ 201 900.76.

Tercero.- comparación de las alternativas:

Como el CAUE total del defensor ($ 201 800.00) es menor que el CAUE total del retador ($ 201 900.76), entonces no deberá realizarse el reemplazo ahora, sino que deberá permanecer el defensor por un año más y, al término de éste, se volverá a analizar la situación.

Cabe hacer la aclaración de que los costos equivalentes, para cada una de las vidas diferentes, se pueden comparar directamente, puesto que se supuso un período de análisis continuo.

EJEMPLO 5.9

Se está considerando reemplazar un camión que tiene 4 años de servicio; su valor realizable neto es de $ 4 200.00 y se ha seleccionado una tasa de depreciación -- anual del 20% para estimar sus valores de salvamento en los próximos años. Se espera que el costo de operación y mantenimiento para el año próximo sea de $ 4 100.00 y que aumente con un gradiente aritmético de $ 500.00 en los años siguientes.- Como alternativa, se encuentra disponible en el mercado un camión nuevo de igual capacidad con un costo de $ 7 000.00. A partir de registros pasados se hicieron - predicciones de sus costos de operación y mantenimiento y de sus valores de salvamento para los próximos 5 años:

Año n	1	2	3	4	5
Costo de O y M	3 000	3 200	3 500	3 900	4 400
Valor de salvamento	5 000	4 000	3 000	2 000	1 000

Si la TMAR es del 10% anual, ¿qué decisión debe tomarse?

Vida económica del camión viejo:

$P = VRN = \$ 4\ 200.00 \qquad i = 0.10 \qquad w = 0.20 \qquad A_1 = \$ 4\ 100.00 \qquad G = \$ 500.00$

El cálculo del CAUE total se muestra en la tabla 5.8.

TABLA 5.8. CALCULO DE LA VIDA ECONOMICA DEL DEFENSOR DEL EJEMPLO 5.9.

			Si se retira al final del año n		
Año n	Valor de salvamento (S), final del año n $S_n = (1-w)^n P$	Costo de O y M esperado para el año n	CAUE de recuperación de capital (Ec.3.5)	CAUE de O y M (Ec.2.28)	CAUE total
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6) =(4)+(5)
1	\$ 3 360.00	\$ 4 100.00	\$ 1 260.00	\$ 4 100.00	\$ 5 360.00 ←
2	2 688.00	4 600.00	1 140.00	4 338.10	5 478.10
3	2 150.40	5 100.00	1 039.21	4 568.28	5 607.49

A partir de los cálculos anteriores, el análisis económico para comparar al defensor estará basado en un año más con un CAUE total de \$ 5 360.00

Vida económica del camión nuevo:

P = \$ 7 000.00 i = 0.10

El cálculo del CAUE total se muestra en la tabla 5.9:

TABLA 5.9. CALCULO DE LA VIDA ECONOMICA DEL RETADOR DEL EJEMPLO 5.9.

	Datos		*Si se retira al final del año n*		
Año n	Valor de salvamento (S) estimado, final del año n	Costo de O y M esperado para el año n F_j	CAUE de recuperación de capital (Ec.3.5)	CAUE de O y M $\left[\sum_{j=1}^{n} \frac{F_j}{(1+i)^j}\right]\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}\right]$	CAUE total
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6) =(4)+(5)
1	\$ 5 000.00	\$ 3 000.00	\$ 2 700.00	\$ 3 000.00	\$ 5 700.00
2	4 000.00	3 200.00	2 128.57	3 095.24	5 223.81
3	3 000.00	3 500.00	1 908.46	3 217.52	5 125.98 ←
4	2 000.00	3 900.00	1 777.35	3 364.58	5 141.93
5	1 000.00	4 400.00	1 682.78	3 534.18	5 216.96

Como se observa, la vida útil más económica del retador es de 3 años con un CAUE total de \$ 5 125.98.

Como el CAUE total del retador (\$ 5 125.98) es menor que el CAUE total del defensor (\$ 5 360.00), entonces debe realizarse el reemplazo ahora.

EJEMPLO 5.10

Una tubería que transporta gas natural presenta pequeñas fugas debido a la corrosión, las cuales aumentan con el transcurso del tiempo. Se presenta el problema de analizar el posible reemplazo de una sección de la tubería que mide 1 kilómetro por la que se está perdiendo gas a razón de 1 MMpc (millón de pies cúbicos) al año. Todas las tuberías, una vez instaladas no tienen valor de salvamento. La tubería nueva cuesta \$ 10 000.00 por kilómetro instalado. Debido al recubrimiento protector mejorado y a nuevos métodos de instalación se cree que la tubería nueva permanecerá hermética por un período más largo de lo que era el caso con las tuberías en el sistema de distribución original. El ingeniero del departamento de gas estima que en condiciones promedio, una tubería nueva no dejará escapar gas durante sus primeros 15 años de servicio; principiando con el año 16, las pérdidas de gas, aumentarán aproximadamente a 0.3 MMpc por kilómetro de tubería por año. Los costos de operación y mantenimiento son los mismos tanto para la tubería original como para la nueva. Si el precio de 0.001 MMpc es de \$ 3.00 y la TMAR anual es del 8%, ¿debe reemplazarse la sección de la tubería original?

Vida económica de la sección de la tubería original:

Como su valor de salvamento es de cero en todo momento, entonces no hay costos de capital asociados con prolongar su vida; además no hay diferencia en el costo de operación y mantenimiento entre las tuberías usadas y las nuevas. Por lo tanto, sólo los costos del gas perdido son aplicables en la comparación con los costos de la tubería nueva.

$$A_1 = 1 \text{ MMpc}\left(\frac{\$\ 3.00}{0.001 \text{ MMpc}}\right) = \$\ 3\,000.00 \qquad G = \$\ 3\,000.00 \qquad i = 0.08$$

El cálculo del CAUE total se muestra en la tabla 5.10.

TABLA 5.10. CALCULO DE LA VIDA ECONOMICA DEL DEFENSOR DEL EJEMPLO 5.10.

Año n	Gas perdido durante el año n	Costo del gas perdido durante el año n	CAUE del gas perdido = CAUE total (Ec.2.28) *Si se retira al final del año n*
(1)	(2)	(3)	(4)
1	1 MMpc	$ 3 000.00	$ 3 000.00 ←
2	2	6 000.00	4 442.31
3	3	9 000.00	5 846.23

Como las pérdidas de gas aumentan año tras año, se observa que los CAUE totales - en los años siguientes, para cualquier sección de la tubería, también aumentan. - En consecuencia, sólo es necesario el CAUE total del primer año para propósitos - de comparación con el CAUE total de la tubería nueva.

Vida económica de la sección de la tubería nueva:

Para esta alternativa se tienen costos de capital y costos de gas perdido.

$P = \$ \ 10\ 000.00 \qquad i = 0.08$

$$G = 0.3 \text{ MMpc} \left(\frac{\$ \ 3.00}{0.001 \text{ MMpc}} \right) = \$ \ 900.00 \quad \text{a partir del año 16 en adelante}$$

El cálculo del CAUE total se muestra en la tabla 5.11 y se observa que la vida -- útil más económica del retador es de 16 años con un CAUE total de $ 1 159.45.

Como el CAUE total del retador ($ 1 159.45) es menor que el CAUE total del defensor ($ 3 000.00), entonces debe realizarse el reemplazo ahora.

Cabe hacer la aclaración que la decisión del reemplazo de una tubería que -- transporta hidrocarburos no debe quedar sujeta exclusivamente al análisis económico, sino que también deberá considerarse el riesgo como se verá posteriormente en la sección 5.11.2.

TABLA 5.11. CALCULO DE LA VIDA ECONOMICA DEL RETADOR DEL EJEMPLO 5.10

Si se retira al final del año n

Año n	Costo del gas perdido durante el año n	CAUE de la recuperación de capital $P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}\right]$	CAUE de O y M $\left[\frac{\frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^{n-b}-1}{i}-(n-b)\right]\left[\frac{1}{(1+i)^{n-b}}\right]}{(1+i)^b}\right]\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}\right]$	CAUE total
(1)	(2)	(3)	(4)	(5) =(3)+(4)
1	$ 0.00	$ 10 800.00	$ 0.00	$ 10 800.00
2	0.00	5 607.70	0.00	5 607.70
3	0.00	3 880.34	0.00	3 880.34
4	0.00	3 019.21	0.00	3 019.21
5	0.00	2 504.56	0.00	2 504.56
6	0.00	2 163.15	0.00	2 163.15
7	0.00	1 920.72	0.00	1 920.72
8	0.00	1 740.15	0.00	1 740.15
9	0.00	1 600.80	0.00	1 600.80
10	0.00	1 490.30	0.00	1 490.30
11	0.00	1 400.76	0.00	1 400.76
12	0.00	1 326.95	0.00	1 326.95
13	0.00	1 265.22	0.00	1 265.22
b =14	0.00	1 212.97	0.00	1 212.97
15	0.00	1 168.30	0.00	1 168.30
16	900.00	1 129.77	29.68	1 159.45
17	1 800.00	1 096.30	82.13	1 178.43
18	2 700.00	1 067.02	152.04	1 219.06

5.7 ANALISIS DE REEMPLAZO POR DISMINUCION DE LA EFICIENCIA DEL EQUIPO ACTUAL

Un activo físico que tiene una capacidad insuficiente para prestar los servicios requeridos es un candidato lógico para reemplazo.

Cuando la eficiencia del equipo es insuficiente, se tiene generalmente a la mano una unidad utilizable en excelentes condiciones. Frecuentemente, la mayor capacidad requerida se puede satisfacer únicamente adquiriendo un equipo que tenga esa capacidad. En otros casos, el aumento deseado se puede satisfacer adquiriendo una unidad que complemente al equipo actual.

EJEMPLO 5.11

Una planta de inyección de agua obtiene el agua de un pozo que está equipado con una bomba centrífuga de paso único de 6 pulgadas que está actualmente en buenas condiciones. Esta bomba se compró hace 3 años por \$ 3 000.00 y tiene una vida económica de 7 años. Debido a los mejoramientos en diseño, la demanda por una bomba de este tipo es tal que su valor actual es únicamente de \$ 1 200.00. Se anticipa que la bomba tendrá un valor comercial de \$ 400.00 al final de su vida económica. Una bomba mejorada, de la misma clase puede comprarse actualmente por \$ 3 700.00 y tendrá una vida económica de 10 años con un valor comercial de \$ 280.00 al final de este tiempo.

La demanda por bombeo es de 3.75 pies cúbicos por segundo con una presión promedio equivalente a una carga de agua de 200 pies. La bomba actual tiene una eficiencia del 70% cuando está suministrando la demanda anterior. La bomba nueva tiene una eficiencia del 81% al satisfacer la misma demanda. Los costos de potencia eléctrica son de \$ 0.026 por HP-hora y cualquiera de las dos bombas se operará 2 400 horas anuales. Si la TMAR es del 10%, ¿debe reemplazarse la bomba actual? La fórmula para calcular la potencia es:

$$HP = \frac{62.4 x h x F}{550}$$

Donde:

h = la carga hidrostática, (pies);

F = el flujo, (pie^3/seg).

Defensor:

VRN = $ 1 200.00 $\quad$ i = 0.10 $\quad$ n = 7 años $\quad$ S = $ 400.00

$$CAUE = P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right] - S\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right]$$

$$CAUE = 1\ 200\left[\frac{0.10(1+0.10)^7}{(1+0.10)^7 - 1}\right] - 400\left[\frac{0.10}{(1+0.10)^7 - 1}\right] = \$\ 204.32$$

$$HP = \frac{62.4(200)(3.75)}{550} = 85.10$$

Costo anual de la potencia eléctrica = $\frac{85.10\ HP}{0.7\ efic.} \times \frac{\$\ 0.026}{HP\text{-}hr} \times 2\ 400\ hr$

Costo anual de la potencia eléctrica = $ 7 586.06

CAUE total = 204.32 + 7 586.06 = $ 7 790.38

Retador:

P = $ 3 700.00 $\quad$ i = 0.10 $\quad$ n = 10 años $\quad$ S = $ 280.00

$$CAUE = 3\ 700\left[\frac{0.10(1+0.10)^{10}}{(1+0.10)^{10} - 1}\right] - 280\left[\frac{0.10}{(1+0.10)^{10} - 1}\right] = \$\ 584.60$$

Costo anual de la potencia eléctrica = $\frac{85.10\ HP}{0.81} \times \frac{\$\ 0.026}{HP\text{-}hr} \times 2\ 400\ hr$

Costo anual de la potencia eléctrica = $ 6 555.85

CAUE total = 584.60 + 6 555.85 = $ 7 140.45

Como el CAUE total del retador ($ 7 140.45) es menor que el CAUE total del defensor ($ 7 790.38), entonces debe reemplazarse la bomba actual ahora.

5.8 REEMPLAZO POR ARRENDAMIENTO

El comprar o arrendar equipo es un problema básico al que las administraciones han puesto mucha atención. El arrendamiento presenta varias ventajas. Por medio del arrendamiento se pueden eludir responsabilidades de la propiedad, inclu—

yendo el mantenimiento, la protección contra pérdidas y destrucción, el deterioro, la obsolescencia y el reemplazo. Estas pasan a ser preocupaciones de otras personas. También es posible que el arrendador lleve a cabo un trabajo más eficiente y económico, si se especializa en esa clase de equipo.

Además, al evitar la propiedad por medio del arrendamiento, no es necesario financiar el equipo. Los activos arrendados no aparecerán en libros como activos o como deuda consolidada si es necesario pedir prestado para financiar el arrendamiento. El cuadro de utilidades del arrendamiento, en comparación con la propiedad, se determina mediante un análisis económico.

EJEMPLO 5.12

Una camioneta de 2 años de antigüedad tiene un valor realizable neto de \$ 6 000.00 y se espera que tenga un valor de salvamento de \$ 2 000.00 después de los 3 años de vida que le quedan. Sus gastos de operación por concepto de impuestos, seguro y registro ascienden a \$ 250.00 anuales. La inspección y el mantenimiento anuales se calculan en \$ 350.00 para el primer año, con un aumento de \$ 100.00 anuales para los años posteriores. Una camioneta similar puede arrendarse por \$ 0.25 por kilómetro, más \$ 13.00 por día que el cliente la conserve sin operarla. La utilización anual esperada es de 7 000 kilómetros y 30 días y se supone que el conductor será el mismo empleado tanto si la camioneta es propiedad de la compañía como si es arrendada. Si la TMAR es del 10%, ¿debe arrendarse la camioneta?

Propiedad:

$VRN = P = \$\ 6\ 000.00 \qquad i = 0.10 \qquad n = 3 \text{ años} \qquad S = \$\ 2\ 000.00$

$A_1 = 250 + 350 = \$\ 600.00 \qquad G = \$\ 100.00$

$$\text{CAUE total} = P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right] - S\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] + A_1 + G\left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1}\right]$$

$$\text{CAUE total} = 6\ 000\left[\frac{0.10(1+0.10)^3}{(1+0.10)^3 - 1}\right] - 2\ 000\left[\frac{0.10}{(1+0.10)^3 - 1}\right] + 600 +$$

$$+ 100\left[\frac{1}{0.10} - \frac{3}{(1+0.10)^3 - 1}\right]$$

$\text{CAUE total} = \$\ 2\ 502.12$

Arrendamiento:

$$\text{Costo anual} = 7\ 000\ \text{km} \times \frac{\$\ 0.25}{\text{km}} + 30\ \text{días} \times \frac{\$\ 13.00}{\text{día}} = \$\ 2\ 140.00$$

Al comparar los costos anuales de las alternativas, se concluye que debe arrendarse la camioneta. (Ventaja anual = 2 502.12 - 2 140 = $ 362.12).

En ocasiones resulta más económico arrendar que poseer; por lo tanto, las empresas pueden considerar más económico alquilar tractores, palas mecánicas, compresoras, perforadoras, camiones, etc., para satisfacer las necesidades de un contrato de construcción, en lugar de adquirir el equipo.

El problema de poseer o arrendar se ha incluído, debido a que aparece con frecuencia como problema de reemplazo; es decir, si debe reemplazarse el equipo actual por medio de arrendamiento o si debe reemplazarse el equipo arrendado por otro en propiedad.

5.9 EQUIPO DE SEGUNDA MANO

En la sección anterior se vió que si la utilización del equipo es baja, entonces puede resultar más económico arrendar que seguir con el equipo propio. En circunstancias similares, la adquisición de un buen equipo de segunda mano para trabajos de corta duración es muchas veces más económico que el arrendamiento. Con frecuencia, este es un método para adquirir equipo y emplearlo en algún trabajo corto, sobre todo el equipo especial o extra que se necesitará en algún trabajo dado. A menudo, al concluir el trabajo, el equipo se vende. El empleo de equipo de segunda mano se lleva a cabo porque el período es demasiado corto como para justificar la compra de equipo nuevo sólo para dicho trabajo.

5.10 MEJORAMIENTO DEL EQUIPO ACTUAL

La decisión de reemplazar un equipo no es completa si no se ha tomado en cuenta la alternativa de mejorarlo.

Las áreas de perfeccionamiento posible incluyen la reparación y la revisión general del equipo para corregir los efectos del deterioro; pero principalmente, el mejoramiento debe incluir el rediseño, hasta donde sea factible y económico, -para vencer los efectos de la obsolescencia. El rediseño consiste, en gran parte, en la incorporación de las nuevas tecnologías que no se incluyeron en el equipo, probablemente debido a que no se encontraban disponibles en ese momento. Esos perfeccionamientos toman, con frecuencia, la forma de diseños y accesorios para ahorro de mano de obra, con la finalidad principal de mecanizar todas las operaciones, de aumentar el uso de dispositivos de sujeción mecánica, etc. El objetivo es aumentar la eficiencia de ingeniería del equipo actual. El costo es el de planeación, construcción e instalación de los cambios de diseño. Los ahorros resultarán del aumento en la productividad de la mano de obra, al reducir el tiempo necesario para preparación, retiro, operación, manejo, inspección, ajuste, supervisión y mantenimiento del equipo. Los ahorros pueden ser tambien de material, energía y quizá de conceptos de gastos generales.

El principio de mejorar lo que se tiene se basa en el hecho de que el aumento de eficiencia puede lograrse, más económicamente, mejorando el equipo actual, en lugar de adquirir otro equipo nuevo. Esto es cierto sobre todo cuando el avance - tecnológico incorporado al equipo nuevo puede ser resultado, en gran parte, de -- agregar un dispositivo que ahorra mano de obra.

EJEMPLO 5.13

Una máquina actual parece ser tan confiable como cuando se compró hace 5 años; -- sin embargo, acaba de aparecer una máquina perfeccionada que cuesta $ 2 000.00, - la cual se estima que tendrá costos de operación y mantenimiento de $ 540.00 anuales. Se espera que tenga un valor de salvamento de $ 1 000.00 al final de su vida económica de 5 años. La máquina actual tiene un valor realizable neto de $ 1 000.00, costos anuales de operación y mantenimiento de $ 800.00 y un valor de salvamento de $ 500.00 al final de su vida económica de 5 años. La máquina actual puede mejorarse agregando un alimentador automático de tolva y un expulsor automático de piezas acabadas a un costo de $ 500.00. Se espera que estos aditamentos hagan aumentar el valor de salvamento en 5 años a $ 750.00 y que reducirán los costos de operación y mantenimiento a $ 610.00. Si la TMAR requerida es del 10%,¿qué debe hacerse?

Máquina actual:

$P = VRN = \$\ 1\ 000.00 \qquad i = 0.10 \qquad n = 5 \qquad A = \$\ 800.00 \qquad S = \$\ 500.00$

$$CAUE = P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right] - S\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] + A$$

$$CAUE = 1\ 000\left[\frac{0.10(1+0.10)^5}{(1+0.10)^5 - 1}\right] - 500\left[\frac{0.10}{(1+0.10)^5 - 1}\right] + 800 = \$\ 981.90$$

Máquina rediseñada:

$P = 1\ 000 + 500 = \$\ 1\ 500.00 \qquad i = 010 \qquad n = 5 \qquad A = \$\ 610.00 \qquad S = \$\ 750.00$

$$CAUE = 1\ 500\left[\frac{0.10(1+0.10)^5}{(1+0.10)^5 - 1}\right] - 750\left[\frac{0.10}{(1+0.10)^5 - 1}\right] + 610 = \$\ 882.85$$

Máquina nueva:

$P = \$\ 2\ 000.00 \qquad i = 0.10 \qquad n = 5 \qquad A = \$\ 540.00 \qquad S = \$\ 1\ 000.00$

$$CAUE = 2\ 000\left[\frac{0.10(1+0.10)^5}{(1+0.10)^5 - 1}\right] - 1\ 000\left[\frac{0.10}{(1+0.10)^5 - 1}\right] + 540 = \$\ 903.80$$

Al comparar los CAUE de las alternativas, se concluye que debe mejorarse el equipo actual.

Sin mejoras, la máquina actual sería reemplazada; pero esto se evita con la alternativa más económica de rediseñarla.

No se espera que el equipo rediseñado sea necesariamente tan eficiente como una máquina nueva. Lo que busca el diseñador es el nivel más económico de inversión adicional. Sin embargo, en otros casos, se descubrirá que añadir inversiones suficientes para hacer que la máquina actual alcance completamente la eficiencia de ingeniería de la nueva, no será económico.

EJEMPLO 5.14

El camino de acceso principal a una refinería de petróleo mide 1 kilómetro de longitud con 6 metros de ancho, es de concreto y necesita urgentemente que se le repare para continuar en servicio. El departamento de mantenimiento de la refinería estima que las reparaciones prolongarían la vida del acceso en 3 años y que podrá hacerse por \$ 15 000.00. Un contratista ha hecho la oferta de reemplazar el acceso actual por una clase especial de pavimento el cual se estima que tendrá una vi da de 20 años y un costo de \$ 65 000.00. Los costos actuales promedio de mantenimiento para el pavimento reparado se estiman en \$ 1 200.00 anuales y los del pavimento nuevo en \$ 200.00 también anuales y en promedio. No existe ningún valor de salvamento para ambas alternativas y los demás factores se consideran iguales y, en consecuencia, despreciables. Si la TMAR es del 12% anual, ¿qué debe hacerse?

Reparar el pavimento para prolongar su vida 3 años:

$P = \$\ 15\ 000.00 \qquad i = 0.12 \qquad n = 3$ años $\qquad A = \$\ 1\ 200.00$

$$CAUE = P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right] + A$$

$$CAUE = 15\ 000\left[\frac{0.12(1+0.12)^3}{(1+0.12)^3 - 1}\right] + 1\ 200 = \$\ 7\ 445.23$$

Reemplazar con un pavimento especial con una vida estimada de 20 años:

$P = \$\ 65\ 000.00 \qquad i = 0.12 \qquad n = 20$ años $\qquad A = \$\ 200.00$

$$CAUE = 65\ 000\left[\frac{0.12(1+0.12)^{20}}{(1+0.12)^{20} - 1}\right] + 200 = \$\ 8\ 902.12$$

A partir de los cálculos anteriores, se concluye que deberá repararse el pavimento actual.(Ventaja anual de reparar sobre reemplazar = 8 902.12 - 7 445.23 = \$ -- 1 457.00).

En algunos equipos las reparaciones aumentan sus vidas de servicio. El mantenimiento puede ser muy bajo al comienzo, pero aumenta a una tasa progresiva; consecuentemente, se alcanza un punto en el tiempo en el que es más económico reemplazar que continuar con el equipo actual.

5.11 ANALISIS DE REEMPLAZO BASADO EN LA PROYECCION DE LOS COSTOS PASADOS DEL DEFENSOR Y EN LA DEPRECIACION DEL COSTO ACTUAL DEL RETADOR

Este análisis económico es otra forma de llevar a cabo el reemplazo de equipo, puesto que se basa principalmente en los costos pasados del defensor y su proyección hacia los años futuros. Asimismo, se considera el costo actual del retador y su depreciación hacia los años pasados y futuros en base a una tasa de de--

preciación anual constante. A continuación, se enumera una serie de pasos que deben realizarse para determinar el reemplazo de equipo:

1. Considerar los costos de operación y mantenimiento anuales del defensor como mínimo en los últimos 5 años y preferentemente en los últimos 10 años; cualquier información de menor tiempo no proporcionará los puntos suficientes para realizar con precisión el análisis. Sin embargo, si el equipo tiene menos de 5 años de servicio se deberá contar con todos los costos de operación y mantenimiento en que se haya incurrido.
2. Convertir los costos del paso 1 a valor presente (valor actual) y proyectarlos hacia los años futuros. Los costos de operación y mantenimiento anuales pueden variar significativamente año tras año, en consecuencia se ajusta la mejor curva para estimar los costos de operación y mantenimiento en los que se va a incurrir si el equipo no fuera reemplazado.
3. Estimar el costo del retador para el año en curso (precio actual) y después ajustarlo por depreciación hacia el pasado y futuro. Esta depreciación se calcula en base a la selección de una tasa adecuada anual constante y empleando la ecuación (5.1).
4. Trazar una gráfica que muestre el incremento en los costos de operación y mantenimiento (curva ajustada) y la depreciación del costo del retador. El reemplazo deberá realizarse en el momento correspondiente al punto de intersección de las curvas; este es el año en el cual el costo estimado de operación y mantenimiento iguala al valor del retador, porque más allá de ese punto la empresa estará gastando más dinero en operación y mantenimiento que el costo del retador.

EJEMPLO 5.15

Se está considerando reemplazar un equipo que tiene 8 años de servicio. Los costos de operación y mantenimiento en los últimos 5 años fueron:

Hace n años	5	4	3	2	1
Costo de O y M	1 000	1 500	2 200	3 700	5 000

Como alternativa se encuentra disponible en el mercado un equipo nuevo con un costo de $ 10 000.00, el cual se estima que se depreciará a una tasa constante del 10% anual. Si la TMAR es del 9%, ¿en qué año debe realizarse el reemplazo?

Defensor:

La tabla 5.12 muestra los cálculos de valor presente para los costos del defensor:

TABLA 5.12. VALOR PRESENTE DE LOS COSTOS DE OPERACION Y MANTENIMIENTO DEL DEFENSOR

Hace n años	Costo de O y M C	Valor actual del costo de O y M $C(1+i)^n$
5	$ 1 000.00	$ 1 538.62
4	1 500.00	2 117.37
3	2 200.00	2 849.06
2	3 700.00	4 395.97
1	5 000.00	5 450.00

Retador:

$P = \$\ 10\ 000.00 \qquad w = 0.10$

La tabla 5.13 muestra los cálculos de la depreciación para el retador:

TABLA 5.13. DEPRECIACION DEL RETADOR

Hace n años	Valor del retador $\frac{P}{(1-w)^n}$	Dentro de n años	Valor del retador $P(1-w)^n$
5	$ 16 935.08	1	$ 9 000.00
4	15 241.58	2	8 100.00
3	13 717.42	3	7 290.00
2	12 345.68	4	6 561.00
1	11 111.11	5	5 904.90
0	10 000.00		

Los resultados obtenidos para cada una de las alternativas se grafican en la figura 5.4, en la cual se observa que el reemplazo debe realizarse aproximadamente -- dentro de un año y dos meses.

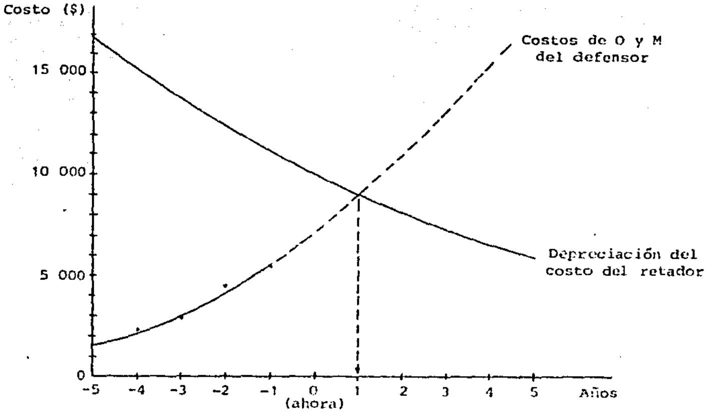


Figura 5.4. Año en el que debe realizarse el reemplazo para el ejemplo 5.15.

Como se observa en la figura anterior, el reemplazo deberá realizarse aproximadamente dentro de un año.

5.11.1 Análisis de reemplazo de tuberías que transportan hidrocarburos

Con el deterioro de los componentes de una tubería (tubo, conexiones y juntas) se incrementa el número y costo de las reparaciones y el sistema empeora gradualmente, desde reparaciones con parches hasta el reemplazo de secciones cortas, entonces debido a confiabilidad y seguridad o por razones económicas llega a ser necesario el reemplazo de la línea original.

Antes de proceder al reemplazo total de la tubería, debido al deterioro de su material metálico, es importante recopilar datos de la historia de la frecuencia de las reparaciones y de sus costos para el sistema por reemplazar.

El registro inicial de datos, de que se disponga, puede ser muy variable porque depende del área que se va a analizar. Por ejemplo, para una red de distribución de gas urbana, se podría disponer de la historia de reparación sobre la base de una manzana o para una calle completa. Asimismo, se podría disponer, para un sistema de tuberías a través del campo, de un registro de reparaciones en base a un kilómetro o en base a un minicipio. No importa en qué forma se llevó a cabo este registro, puesto que deberá cambiarse a unidades de longitud de acuerdo con la geografía del área, edad de las instalaciones, su tamaño, tipo de material, presión, etc.

En algunos casos un análisis de manzana por manzana puede ser apropiado, mientras que en otros una manzana puede ser una unidad muy pequeña, con un número insuficiente de datos, dando así una validez estadística reducida. Una longitud conveniente para la recopilación de datos es una longitud de 0.5 kilómetros (3 manzanas o cuadras).

Se deberán considerar sólo las reparaciones necesarias debidas a la corrosión, material y mano de obra defectuosos, roturas o juntas mecánicas con fugas. Los incidentes que provocaron daño externo deberán emitirse porque no representan el deterioro de la tubería.

Los datos del reporte de fugas para varias tuberías de características similares (material de acero, sin recubrimiento, sin protección, etc.) o de una unidad de 0.5 kilómetros de longitud, se emplearon para desarrollar una ecuación para el número de fugas por año. El número de fugas, en cualquier sistema de tuberías en servicio, tiende a aumentar exponencialmente, entonces el incremento exponencial de las fugas se ajustará a la siguiente ecuación:

$$N = N_1 e^{nA} \tag{5.2}$$

Donde

$$A = \frac{\ell n(N/N_1)}{n} \tag{5.3}$$

N = número de fugas para el área de estudio en cualquier año considerado;

N_1 = número de fugas en el año No.1 para el cual se dispone del dato de fugas;

n = número de años a partir del año No.1 y que corresponde al tiempo para el cual el número de fugas será estimado;

A = coeficiente del ritmo de crecimiento de fugas.

El coeficiente A se calcula a partir del reporte de fugas corregido. Este reporte se corrige debido a los cambios que ocurren en el sistema durante el período de -

estudio; es decir, si en el área de estudio una tubería es reemplazada, agregada, abandonada o instalada, entonces los datos de fugas deberán corregirse, de lo contrario se tendrán errores en los estimativos futuros.

Por ejemplo, si se registraron los datos de fugas en un municipio, y si durante el período de estudio considerado, el 10% de la tubería en esa área se renovó, entonces la frecuencia de fugas en el área antigua continuará aumentando, mientras que en el área renovada no habrá ninguna, dando posiblemente un número total de fugas menor que las del año anterior al reemplazo.

A continuación, se enumera una serie de pasos que deben realizarse para el reemplazo de tuberías que transportan hidrocarburos:

1. Considerar los costos promedio de reparación por fuga en los últimos 5 años y preferentemente en los últimos 10 años.
2. Convertir los costos del paso 1 a valor actual y proyectarlos hacia los años futuros. Estos costos pueden variar significativamente cada año, en consecuencia se ajusta la mejor curva para estimar los costos de las reparaciones por fuga en los cuales se va a incurrir si el equipo no fuera reemplazado.
3. Graficar los datos de fugas corregidos. Como estos datos pueden variar cada año, entonces se ajusta la mejor curva y, a partir de ésta, se determinan los valores de N_1, N, n y se calcula el coeficiente A empleando la ecuación (5.3). Posteriormente, se estima el número de fugas, N, para todos los años del período de estudio, utilizando para ello la ecuación (5.2) con los valores de N_1 y A.
4. Multiplicar los costos de reparación por fuga anuales, obtenidos de la curva de ajuste del paso 2, por el número de fugas anuales estimado a partir de la ecuación (5.2). Así, se obtienen los costos de mantenimiento.
5. Estimar el costo del reemplazo del equipo para el año en curso y después ajustarlo por depreciación hacia el pasado y futuro. Esta depreciación se calcula se calcula en base a la selección de una tasa de depreciación anual constante empleando la ecuación (5.1).
6. Trazar una gráfica que muestre el incremento en los costos de mantenimiento y la depreciación del costo del reemplazo. El reemplazo deberá realizarse en el momento correspondiente al punto de intersección de las curvas.

EJEMPLO 5.16

Se está considerando reemplazar una sección de una tubería que transporta hidro-carburos la cual tiene 12 años de servicio. El reporte de fugas corregido y los costos promedio de reparación por fuga en los últimos 7 años fueron:

Hace n años	7	6	5	4	3	2	1
No. de fugas	25	30	34	42	40	53	48
Costo promedio de reparación por fuga	50	40	60	100	80	130	140

Como alternativa se encuentra disponible en el mercado una tubería nueva con un costo de $ 13 000.00, la cual se estima que se depreciará a una tasa constante del 10% anual. Si la TMAR es del 10% anual, ¿en qué año debe realizarse el reemplazo?

Tubería actual:

La tabla 5.14 muestra los cálculos del valor presente para los costos del defensor:

TABLA 5.14. VALOR PRESENTE DE LOS COSTOS PROMEDIO DE REPARACION POR FUGA DEL DEFENSOR

Hace n años	Costo promedio de reparación por fuga C	Valor actual del costo de reparación por fuga $C(1+i)^n$
7	$ 50.00	$ 97.44
6	40.00	70.86
5	60.00	96.63
4	100.00	146.41
3	80.00	106.48
2	130.00	157.30
1	140.00	154.00

Estos resultados se grafican en la figura 5.5 y se ajusta la mejor curva, a partir de ésta, se obtienen los costos promedio actuales ajustados de reparación por fuga.

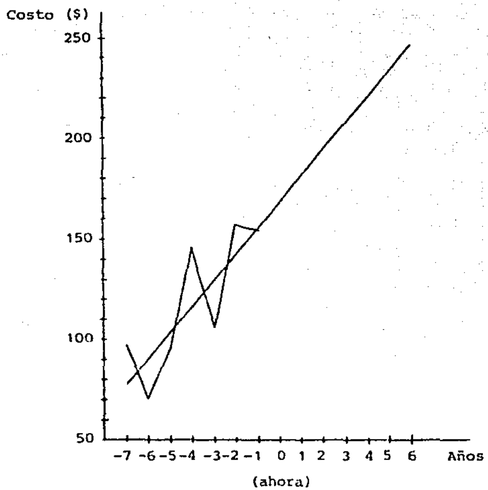


Figura 5.5. Gráfica de los costos promedio de reparación por fuga.

A partir de la curva ajustada de la figura 5.5, se obtienen los valores siguientes:

Para el año	Costo promedio actual ajustado de reparación por fuga	Para el año	Costo promedio actual ajustado de reparación por fuga
-7	$ 77.00	1	$ 181.00
-6	90.00	2	194.00
-5	103.00	3	207.00
-4	116.00	4	220.00
-3	129.00	5	233.00
-2	142.00	6	246.00
-1	155.00		
0	168.00		

Por otra parte, en la figura 5.6 se grafican los valores del número de fugas anuales y también se ajusta la mejor curva:

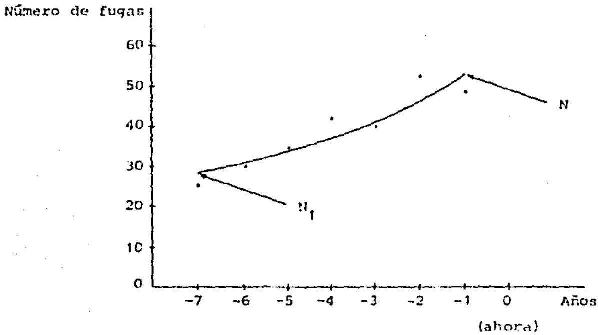


Figura 5.6. Gráfica del número de fugas.

A partir de la curva ajustada de la figura 5.6, se obtienen los valores de N_1 y N:

N_1 = 28 fugas (hace 7 años)

N = 53 fugas (hace 1 año)

Entonces, con n = 6 años y aplicando la ecuación (5.3)

$$A = \frac{\ln(N/N_1)}{n} = \frac{\ln(53/28)}{6} = 0.106$$

Aplicando la ecuación (5.2), se obtienen los valores del número de fugas para cada uno de los años del período de estudio:

N_1 = 28 fugas A = 0.106

n = 1 año : $N = 28\,e^{1x0.106} = 31$ fugas hace 6 años

n = 2 : $N = 28\,e^{2x0.106} = 35$ 5

n = 3 : $N = 28\,e^{3x0.106} = 39$ 4

$n = 4$ años	: $N = 28\,e^{4x0.106} =$	43 fugas	hace 3 años
$n = 5$	: $N = 28\,e^{5x0.106} =$	48	2
$n = 6$	: $N = 28\,e^{6x0.106} =$	53	1
$n = 7$	: $N = 28\,e^{7x0.106} =$	59	0
$n = 8$	: $N = 28\,e^{8x0.106} =$	66	dentro de 1 años
$n = 9$	: $N = 28\,e^{9x0.106} =$	73	2
$n = 10$	: $N = 28\,e^{10x0.106} =$	81	3
$n = 11$	: $N = 28\,e^{11x0.106} =$	90	4
$n = 12$	: $N = 28\,e^{12x0.106} =$	101	5
$n = 13$	: $N = 28\,e^{13x0.106} =$	112	6

Por lo tanto, los costos de mantenimiento para los años considerados son:

Hace 7 años	: CM = (77)(28) =	$ 2 156.00
6	: CM = (90)(31) =	2 790.00
5	: CM = (103)(35) =	3 605.00
4	: CM = (116)(39) =	4 524.00
3	: CM = (129)(43) =	5 547.00
2	: CM = (142)(48) =	6 816.00
1	: CM = (155)(53) =	8 215.00
0	: CM = (168)(59) =	9 912.00
Dentro de 1 año	: CM = (181)(66) =	11 946.00
2	: CM = (194)(73) =	14 162.00
3	: CM = (207)(81) =	16 767.00
4	: CM = (220)(90) =	19 800.00
5	: CM = (233)(101) =	23 533.00
6	: CM = (246)(112) =	27 552.00

Estos costos de mantenimiento se grafican en la figura 5.7.

Tubería nueva:

P = $ 13 000.00 w = 0.10

La tabla 5.15 muestra los cálculos de la depreciación para el retador:

TABLA 5.15. DEPRECIACION DEL RETADOR

Hace n años	Valor del retador $\frac{P}{(1-w)^n}$	Dentro de n años	Valor del retador $P(1-w)^n$
7	\$ 27 179.77	1	\$ 11 700.00
6	24 461.80	2	10 530.00
5	22 015.61	3	9 477.00
4	19 814.05	4	8 529.30
3	17 832.65	5	7 676.37
2	16 049.38	6	6 908.73
1	14 444.44		
0	13 000.00		

Estos resultados se grafican en la figura 5.7:

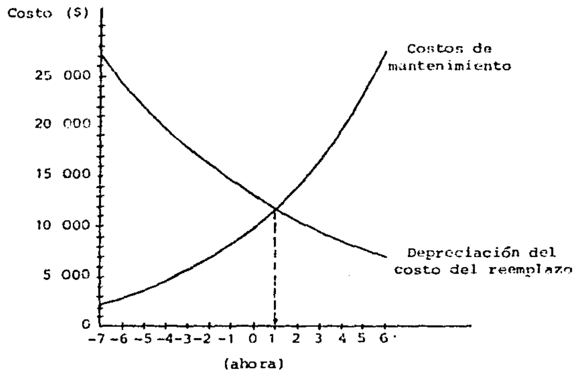


Figura 5.7. Año en que debe realizarse el reemplazo para el ejemplo 5.16.

Como se observa en la figura anterior, el reemplazo debe realizarse aproximadamente dentro de 1 años.

5.11.2 Análisis de riesgo para el reemplazo de tuberías que transportan hidrocarburos

Los datos requeridos para este análisis son mucho mayores que los requeridos para el análisis económico. Para el análisis de riesgo deberán conocerse otros parámetros, tales como la edad, el diámetro, el recubrimiento, la presión, etc., y además se deberán examinar fichas de órdenes de trabajo y de servicio, dibujos de construcción, reportes de vigilancia, etc. Todos estos parámetros y un sistema de puntuación, que se sugiere, se explican bajo el subtítulo de *Sistema de Puntuación por Deficiencias* (*SPD*).

El análisis dado bajo el SPD es una manera muy simple y práctica de analizar el análisis de riesgo para una tubería que transporta hidrocarburos; sin embargo, este análisis no es un análisis amplio de riesgo en la verdadera definición del término "Análisis de Riesgo"*, el cual trata rigurosamente con datos estadísticos y con la teoría de la probabilidad.

En el sistema SPD se hace más énfasis en la seguridad que en el aspecto económico, para determinar qué tubería debe reemplazarse. Este método es estadístico y se basa en dos elementos:

1. Potencial de fuga de la tubería.
2. Potencial de riesgo, si ocurre una fuga.

El operador asigna, según su juicio, valores a las diferentes propiedades físicas de la tubería. También se selecciona otro valor para aceptar o reemplazar la tubería. Las tuberías que registren más de 50 puntos se seleccionan para reemplazo, mientras que aquellas que tengan menor puntuación pueden estar en servicio hasta que queden descalificadas posteriormente.

Las consideraciones tales como el programa de repavimentado de calles, incremento en las cargas, tramos de tubería de diferentes materiales y recubrimientos, problemas de presión y los requerimientos de protección catódica, pueden hacer que una tubería con menor puntuación pase a ser una tubería con mayor puntuación.

A una tubería que tenga el mayor potencial de fuga y de riesgo se le asignará la más alta puntuación, mientras que a la tubería con el menor potencial de fuga

---

*Se aconseja al lector consultar un libro de texto que trate sobre el análisis de riesgo para comprender mejor este tema.

y de riesgo se le asignará la puntuación cero. Mientras más se acerque una tubería a la mayor puntuación posible, será mayor la necesidad de reemplazarla.

El sistema SPD es de gran ayuda para la determinación de la urgencia del reemplazo, pero debe aplicarse con el debido cuidado.

La empresa puede asignar una cierta cantidad de presupuesto para su programa de renovación de tuberías. Dentro del presupuesto dado, algunas tuberías con alta puntuación, en este sistema de puntuación, se pueden seleccionar cada año para reemplazarse.

Una empresa puede desarrollar su propio SPD, de acuerdo a las condiciones, el material de la tubería y el criterio de sus operadores. A continuación, se muestra un SPD típico para una tubería de acero:

A. POTENCIAL DE FUGA	PUNTOS
(1) EDAD	
1. Menor de 10 años	0
2. De 11 a 20 años	5
3. De 21 a 30 años	7
4. De 31 a 40 años	9
5. De 41 a 50 años	11
6. De 51 a 60 años	13
7. Más de 60 años	15
(2) ESPESOR DE PARED	
1. Mayor de 10 mm	0
2. De 6 a 10 mm	1
3. De 4 a 6 mm	2
4. De 2 a 4 mm	3
5. Menor de 2 mm	5
(3) RECUBRIMIENTO	
1. Tubería recubierta de polietileno o resina epóxica (o tubería expuesta pintada)	0
2. Cinta, asfalto o esmaltada (sólo para tubería enterrada)	4
3. Tubería sin recubrir (enterrada o expuesta)	8

(4) PROTECCION CATODICA

1. Rectificador	0
2. Anodos	1
3. Ninguna	10

(5) JUNTAS

1. Soldadas	0
2. Mecánicas	4

(6) TIPO DE SUELO

1. Grava o para tubería en superficie	0
2. Arena	1
3. Marga	2
4. Arcilla	3

(7) FUGAS DEBIDAS A FALLAS DEL MATERIAL POR CORROSION EN LOS ULTIMOS 10 AÑOS

1. Menos de 1 fuga por 1/2 km	0
2. 1 fuga por 1/2 km	4
3. 2 fugas por 1/2 km	8
4. De 3 a 4 fugas por 1/2 km	16
5. Más de 4 fugas por 1/2 km	20

(8) CONDICION DE LA TUBERIA OBSERVADA (CAVIDADES POR CORROSION, PERDIDA DE RECUBRIMIENTO, ETC.)

1. Ninguna	0
2. Algunas	2
3. Severas	5

B. POTENCIAL DE RIESGO*

(1) CLASE DE LOCALIZACION

1. Clase 1	0
2. Clase 2	2
3. Clase 3	4
4. Clase 4	8

---

*Se considera el riesgo de que una fuga afecte a vidas humanas o instalaciones costosas

(2) CRUZAMIENTOS

1. Sin cruzamientos	0
2. De río u otro cuerpo de agua	1
3. De vías de ferrocarril	2
4. De carreteras	3
5. Puente, para tren o automóvil	6

(3) PRESION DE OPERACION

1. De 0 a 0.3 lb/pg^2	0
2. De 0.435 a 15.3 lb/pg^2	2
3. De 15.4 a 30.5 lb/pg^2	3
4. De 30.6 a 59.5 lb/pg^2	4
5. De 60 a 80 lb/pg^2	5
6. De 300 a 500 lb/pg^2	7
7. Arriba de 500 lb/pg^2	8

(4) DIAMETRO

1. 60 mm y menores	0
2. De 88 mm a 114 mm	4
3. De 168 mm a 323 mm	6

(5) ENTERRAMIENTO Y CARGA

1. Enterramiento reglamentado y carga por diseño	0
2. Enterramiento inadecuado	1
3. Carga excesiva (arriba del límite de diseño para la profundidad de ente--rramiento)	2

C. PUNTUACION

Para el mejor caso posible	0
Para el peor caso posible	100

Las tuberías que están operando satisfactoriamente tendrán una puntuación menor de 25 puntos. Aquellas que alcancen de 26 a 40 puntos deberán estar bajo vigilancia, mientras que las que marquen de 40 a 50 puntos deberán ser causa de preocupación y se considerarán para reemplazo futuro. A las tuberías que marquen de -50 a 65 puntos deberá programarse su reemplazo a corto plazo. Las que den arriba de 65 puntos deberán considerarse como un peligro público y se deberán poner fuera de servicio o reemplazarse inmediatamente.

PUNTUACION	OBSERVACIONES
0-25	La tubería está en buenas condiciones de operación.
26-40	Continuar supervizando las condiciones de la tubería.
41-50	Considerada para reemplazo futuro; es decir, se programará su reemplazo a corto plazo al detectar cualquier anomalía en sus condiciones de operación.
51-65	Programar su reemplazo a corto plazo.
Arriba de 65	Insegura, se recomienda ponerla fuera de servicio o reemplazarla inmediatamente.

EJEMPLO 5.17

Se tiene una tubería de 114 mm de diámetro interior, 3.2 mm de espesor, para baja presión, de acero, tendida en 1924, sin recubrimiento, sin protección catódica. - El método de unión de tramos de tubería fué de tipo mecánico. Está enterrada en - un lugar arcilloso a una profundidad adecuada bajo en pavimento de las calles de una ciudad, en un área residencial clase 3 con poco tráfico vehicular. Tiene una historia de 2 fugas en 6 cuadras (1 km de longitud) durante los últimos 10 años. Además la condición de la tubería observada es buena. Utilizando el SPD, ¿qué recomendación daría para esta tubería?

Aplicando el SPD se tiene:

Clasificación	Puntos
A-(1)-7	15
A-(2)-4	3
A-(3)-3	8
A-(4)-3	10
A-(5)-2	4
A-(6)-4	3
A-(7)-2	4
A-(8)-1	0
B-(1)-3	4
B-(2)-1	0
B-(3)-1	0
B-(4)-1	0
B-(5)-1	0
Total:	51 puntos

Recomendación: esta tubería deberá ser parte del programa de reemplazo.

EJEMPLO 5.18

Se tiene una tubería instalada desde hace 30 años que opera a una presión de 80 lb/pg^2, de acero, con espesor de 5.6 mm, 323 mm de diámetro, aislada en un sistema de tuberías enterradas, pintada, que cruza un puente sobre un río de 1/2 km de ancho, en un área clase 3. La condición exterior de la tubería donde estaba visible se encontró buena; pero en los últimos 10 años tuvo 2 reparaciones sobre el puente, una debido a un colapso parcial del puente y la otra, a un agujero en una junta soldada. Las válvulas en esta sección también tenían fugas y se sustituyeron sus empaques dos veces en los últimos 10 años. Aplicando el SPD, ¿qué recomendación daría para esta tubería? (Nota: ignore los datos irrelevantes).

Aplicando el SPD se tiene:

Clasificación	Puntos
A-(1)-3	7
A-(2)-3	2
A-(3)-1	0
A-(4)-3	10
A-(5)-1	0
A-(6)-1	0
A-(7)-2	4
A-(8)-1	0
B-(1)-3	4
B-(2)-5	6
B-(3)-5	5
B-(4)-3	6
B-(5)-1	0
Total:	44 puntos

Recomendación: esta tubería deberá continuar investigándose. Una prueba de presión puede revelar también defectos del material de la tubería, los cuales pueden incrementar la puntuación por arriba de 50, poniéndola dentro del programa de reemplazo.

5.11.3 Análisis combinado: SPD y económico para el reemplazo de tuberías que transportan hidrocarburos

Una empresa que utilice tuberías para transportar hidrocarburos requiere mantener un alto nivel de seguridad en sus operaciones. Es claro que no sólo la economía deberá ser el criterio para tomar la decisión de reemplazo, puesto que la seguridad pública es la preocupación principal de los organismos reguladores y de los operadores de las tuberías.

El criterio dado bajo el SPD se puede utilizar para seleccionar primero aquellas tuberías cuyo reemplazo se juzga necesario. Después de esta selección se puede hacer un análisis económico para determinar las prioridades y la secuencia del reemplazo. Entonces puede ser necesario establecer la secuencia de reemplazo combinando secciones consecutivas de tubería con alto riesgo. Esto es necesario debido a las razones siguientes:

a) Las condiciones operacionales y las prácticas de construcción generalmente indican que el programa de reemplazo deberá llevarse a cabo en pasos consecutivos, en lugar de hacerlo en forma discontínua.
b) La combinación de tramos o las cifras del sistema total de fugas, el costo de mantenimiento y el costo del reemplazo proporcionarán un mejor análisis, ya que el de tramos o secciones cortas (1/2 km de longitud) podrían proporcionar datos insuficientes para inferir resultados concluyentes.

5.12 FRECUENCIA DE LOS ANALISIS DE REEMPLAZO

La frecuencia de los análisis de reemplazo deberá estar guiada por un plan organizado. La necesidad de una iniciativa planeada por parte de la administración de una empresa es muy grande, debido a que no se reciben indicaciones del equipo que debe reemplazarse, excepto en los casos de algún equipo que se encuentra en un estado imposibilitado de reparación y que ya no pueda seguir en servicio (en ese caso, no se necesitarán procedimientos cuantitativos para saber que el reemplazo es necesario). En ocasiones el análisis de reemplazo es imperativo, debido a la pérdida de utilidades que se generan al no reemplazar el equipo a tiempo. Por lo tanto, se recomienda que se realice el análisis cuando:

1. Parezca que ha tenido lugar una obsolescencia considerable. Esto será indicado por la aparición de nuevos desarrollos tecnológicos en los equipos.
2. Parezca haberse producido un deterioro importante. Esto será indicado por la necesidad de una revisión general o el tener que hacer reparaciones al equipo que no sean de rutina.
3. El equipo se acerque a la vida económica que se le pronosticó inicialmente.

5.13 RAZONES PARA RETRASAR EL REEMPLAZO DE ACTIVOS

Algunas razones para retrasar el reemplazo de los equipos más allá de la fecha económica son:

1. El equipo actual es operativo y produce artículos de calidad aceptable.
2. Existe mucha incertidumbre asociada con la estimación* de los gastos del equipo nuevo.
3. Una decisión para reemplazar el equipo es un compromiso más fuerte para un período futuro, que mantener el equipo actual.
4. Puede haber una limitación en los fondos disponibles para adquirir equipo nuevo, pero no hay limitación en los fondos para mantener el equipo actual.
5. La empresa tiende a ser conservadora en sus decisiones acerca del reemplazo de equipo costoso.
6. La previsión de que los avances tecnológicos en el futuro podrían hacer obsoleto al equipo actual. Prevalece una actitud de esperar y ver.
7. Oposición a ser un precursor en la adopción de nuevas tecnologías. Prevalece la actitud de esperar y ver la actuación de la competencia.

*Al hacer estimaciones futuras sobre consecuencias económicas de alguna alternativa, con frecuencia lo que ocurre en la realidad difiere de esas estimaciones, entonces:

a) Si se conocen las probabilidades de los eventos futuros pueden utilizarse técnicas de análisis de riesgo para complementar la solución del problema.
b) Si no se conocen las probabilidades de los eventos pueden utilizarse técnicas analíticas de incertidumbre, pero no son muy satisfactorias.
c) Puede emplearse una técnica para realizar ajustes por riesgo e incertidumbre. Esta técnica consiste en incrementar el valor de la TMAR y de esta manera se varían las relaciones del valor del dinero en el tiempo. Al emplear esta técnica se dá mayor importancia a los resultados inmediatos o a corto plazo que a los resultados obtenidos a largo plazo. (Cada alternativa tiene diferente grado de riesgo y, por lo tanto diferente TMAR).

Se aconseja al lector consultar un libro de texto que trate sobre análisis de riesgo e incertidumbre para complementar este tema.

A P E N D I C E 5-A

APLICACION EN LA COMPUTADORA

5-A.1 INTRODUCCION

Cuando se resuelven problemas sencillos sobre análisis económico para ilus--- trar un concepto específico, los cálculos son por lo general bastante simples; -- sin embargo conforme los problemas se vuelven más complicados los cálculos son -- substancialmente más laboriosos y, en muchas situaciones, es factible utilizar la computadora para realizar los cálculos numéricos.

Por otra parte, como el tema principal del presente trabajo es el análisis -- económico para el reemplazo de equipo es importante definir su objetivo:

"Tomar una decisión, la cual cuenta con dos cursos de acción: el primero es mantener el equipo que ya se posee por un período adicional de tiempo y el segundo requiere retirar de manera inmediata el equipo existente -- reemplazándolo por otro".

5-A.2 DIAGRAMA DE FLUJO

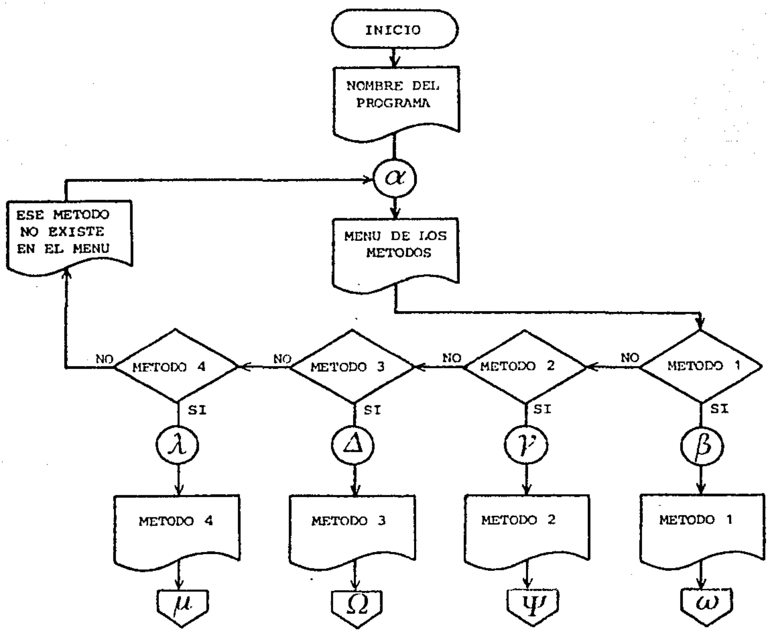
En la realización de programas de cómputo sobre análisis económico el manejo del programa resulta sencillo en cuanto a la introducción de datos; pero puede resultar extenso para lograr su adecuado control. Con el fin de facilitar la elaboración de un programa de cómputo, sobre análisis económico para el reemplazo de - equipo se presenta en la figura 5-A.1 un diagrama de flujo con algunos métodos -- tratados en el capítulo 5. Los métodos son los siguientes:

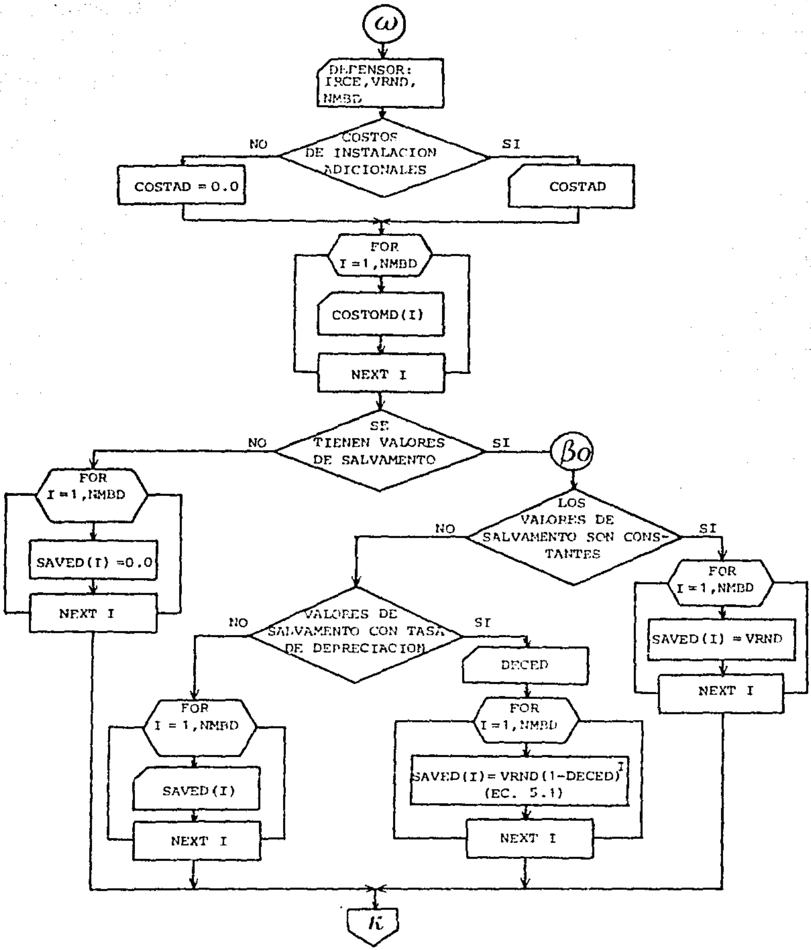
1. Análisis económico para el reemplazo de equipo basado en la vida económica de las alternativas.
2. Análisis económico para el reemplazo de equipo basado en la proyección de los costos pasados del defensor y en la depreciación del costo actual del retador.

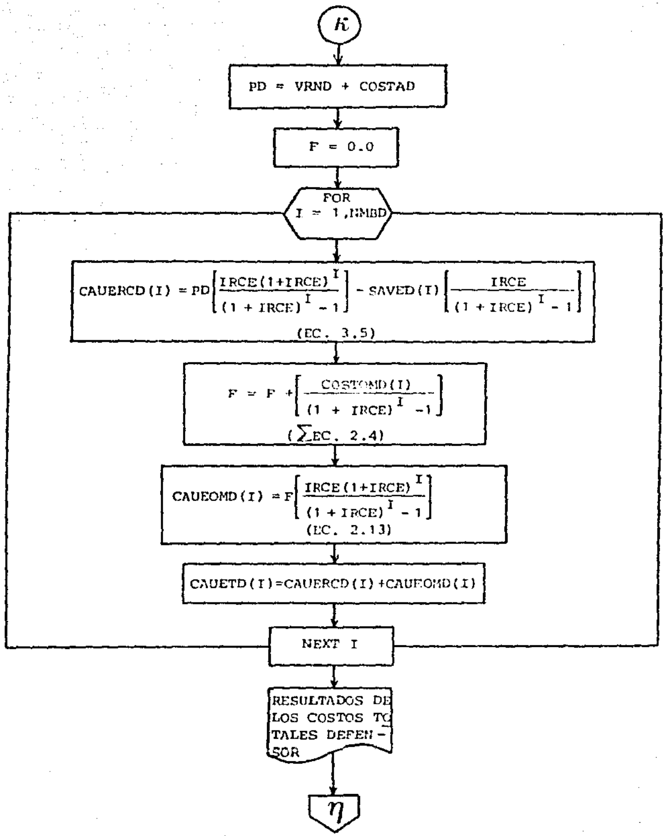
3. Análisis económico para el reemplazo de tuberías que transportan hidrocarburos basado en la proyección de los costos pasados de la tubería que está en operación y en la depreciación del costo actual de la tubería nueva.
4. Análisis para el reemplazo de tuberías que transportan hidrocarburos basado en el sistema de puntuación por deficiencias (Análisis de riesgo).

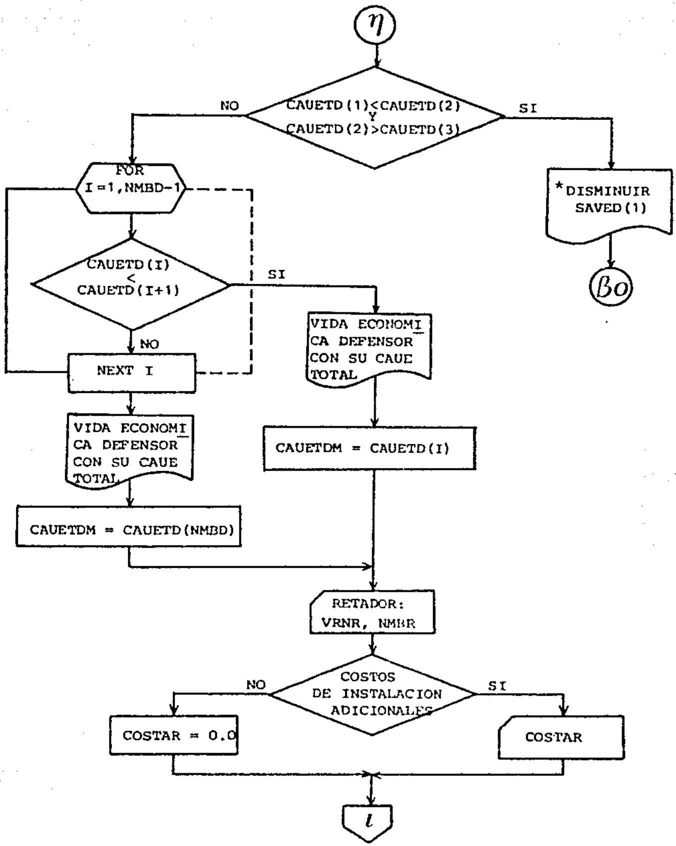
La nomenclatura empleada en el diagrama de flujo se presenta en la sección 5-A.3 .

Figura 5-A.1. Diagrama de flujo simplificado para el análisis económico de reemplazo de equipo.

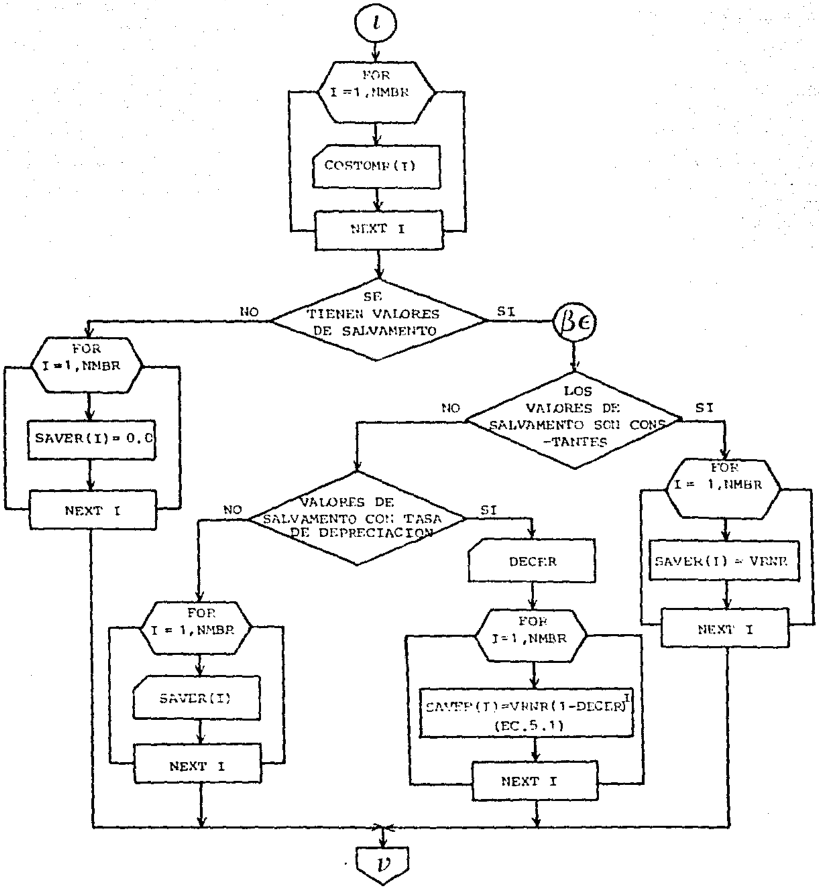



ω
DEFENSOR:
IRCE, VRND,
NMBD
COSTOS
DE INSTALACION
ADICIONALES
NO
SI
COSTAD = 0.0
COSTAD
FOR
I = 1, NMBD
COSTOMD(I)
NEXT I
SE
TIENEN VALORES
DE SALVAMENTO
NO
SI
βo
FOR
I = 1, NMBD
SAVED(I) = 0.0
NEXT I
LOS
VALORES DE
SALVAMENTO SON CONS-
TANTES
NO
SI
FOR
I = 1, NMBD
SAVED(I) = VRND
NEXT I
VALORES DE
SALVAMENTO CON TASA
DE DEPRECIACION
NO
SI
DECED
FOR
I = 1, NMBD
SAVED(I)
NEXT I
FOR
I = 1, NMBD
SAVED(I) = VRND(1-DECED)^I
(EC. 5.1)
NEXT I
K

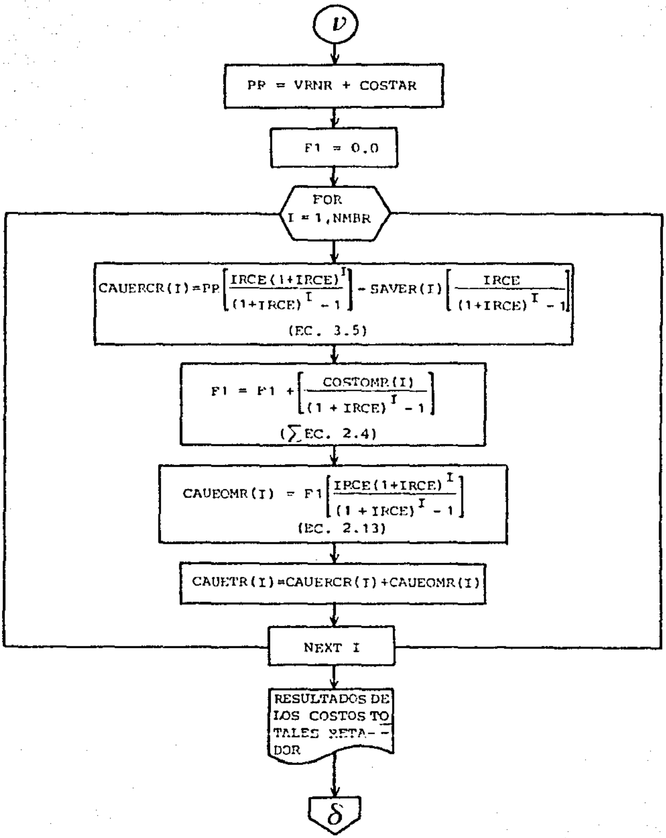

K
PD = VRND + COSTAD
F = 0.0
FOR
I = 1,NMBD
CAUERCD(I) = PD[IRCE(1+IRCE)^I / ((1 + IRCE)^I - 1)] - SAVED(I)[IRCE / ((1 + IRCE)^I - 1)]
(EC. 3.5)
F = F + [COSTOMD(I) / ((1 + IRCE)^I -1)]
(∑EC. 2.4)
CAUEOMD(I) = F[IRCE(1+IRCE)^I / ((1 + IRCE)^I - 1)]
(EC. 2.13)
CAUETD(I)=CAUERCD(I)+CAUEOMD(I)
NEXT I
RESULTADOS DE LOS COSTOS TOTALES DEFENSOR
η

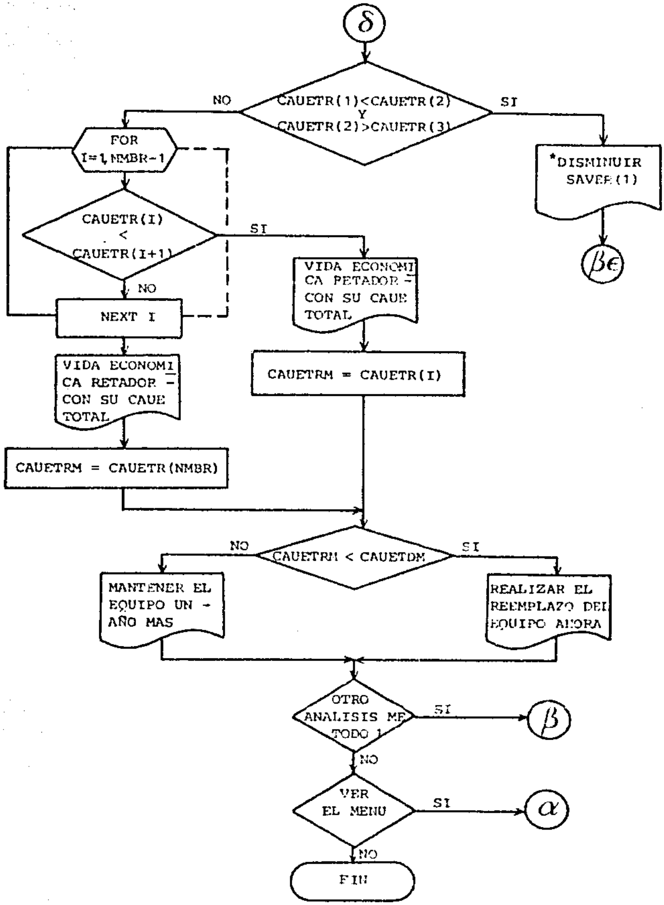


*Si se emplea una tasa de depreciación anual constante (DECED) es necesario aumentar su valor.

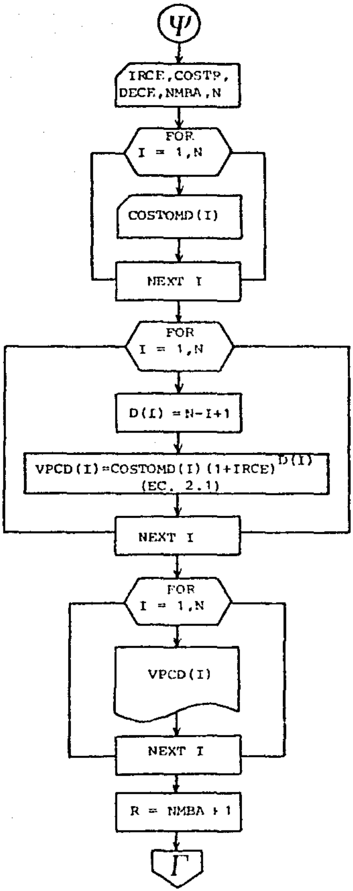


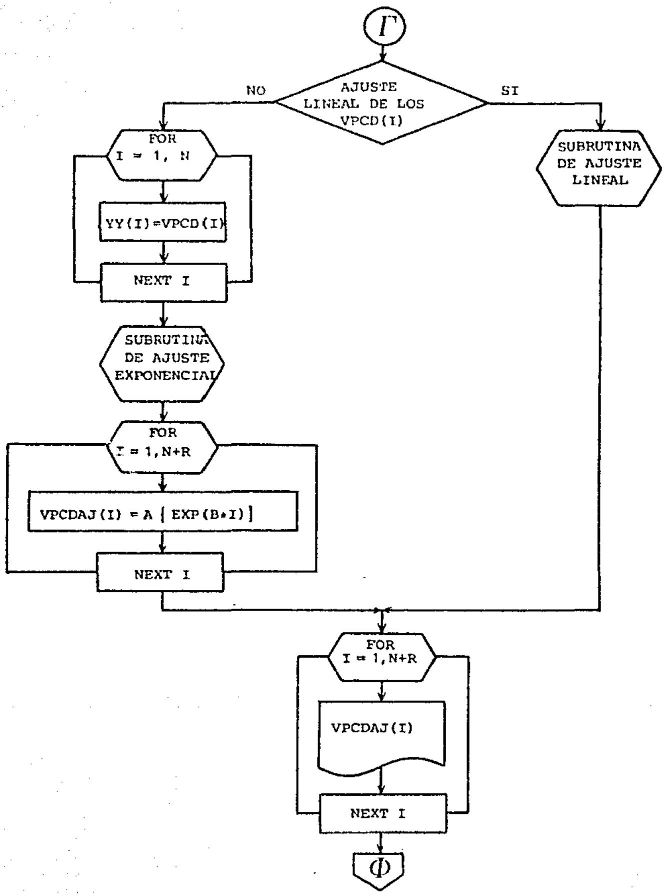
l
FOR
I =1,NMBR
COSTOMF(I)
NEXT I
SE
TIENEN VALORES
DE SALVAMENTO
NO
SI
βe
FOR
I =1,NMBR
SAVER(I) = 0.0
NEXT I
LOS
VALORES DE
SALVAMENTO SON CONS
-TANTES
NO
SI
VALORES DE
SALVAMENTO CON TASA
DE DEPRECIACION
NO
SI
DECER
FOR
I = 1,NMBR
SAVER(I) = VRNR
NEXT I
FOR
I = 1,NMBR
SAVER(I)
NEXT I
FOR
I=1,NMBR
SAVER(I)=VRNR(1-DECER)^I
(EC.5.1)
NEXT I
v

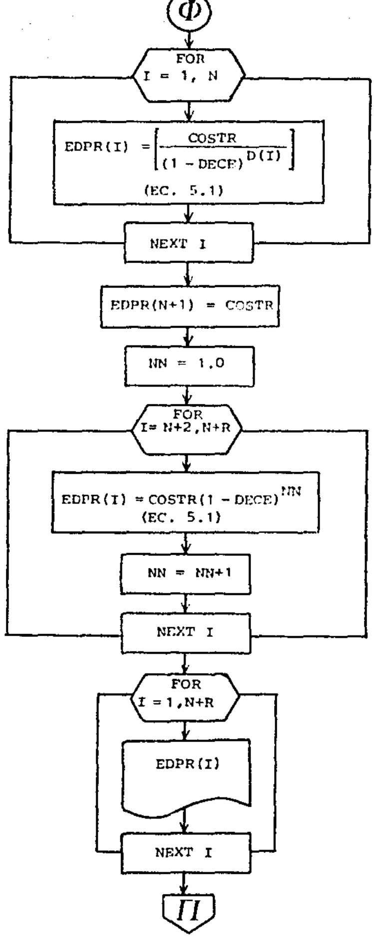

ν
PP = VRNR + COSTAR
F1 = 0.0
FOR
I = 1,NMBR
CAUERCR(I)=PP [IRCE(1+IRCE)^I / (1+IRCE)^I - 1] - SAVER(I) [IRCE / (1+IRCE)^I - 1]
(EC. 3.5)
F1 = F1 + [COSTOMR(I) / (1 + IRCE)^I - 1]
(∑EC. 2.4)
CAUEOMR(I) = F1 [IRCE(1+IRCE)^I / (1 + IRCE)^I - 1]
(EC. 2.13)
CAUETR(I)=CAUERCR(I)+CAUEOMR(I)
NEXT I
RESULTADOS DE
LOS COSTOS TO
TALES RETA- -
DOR
δ

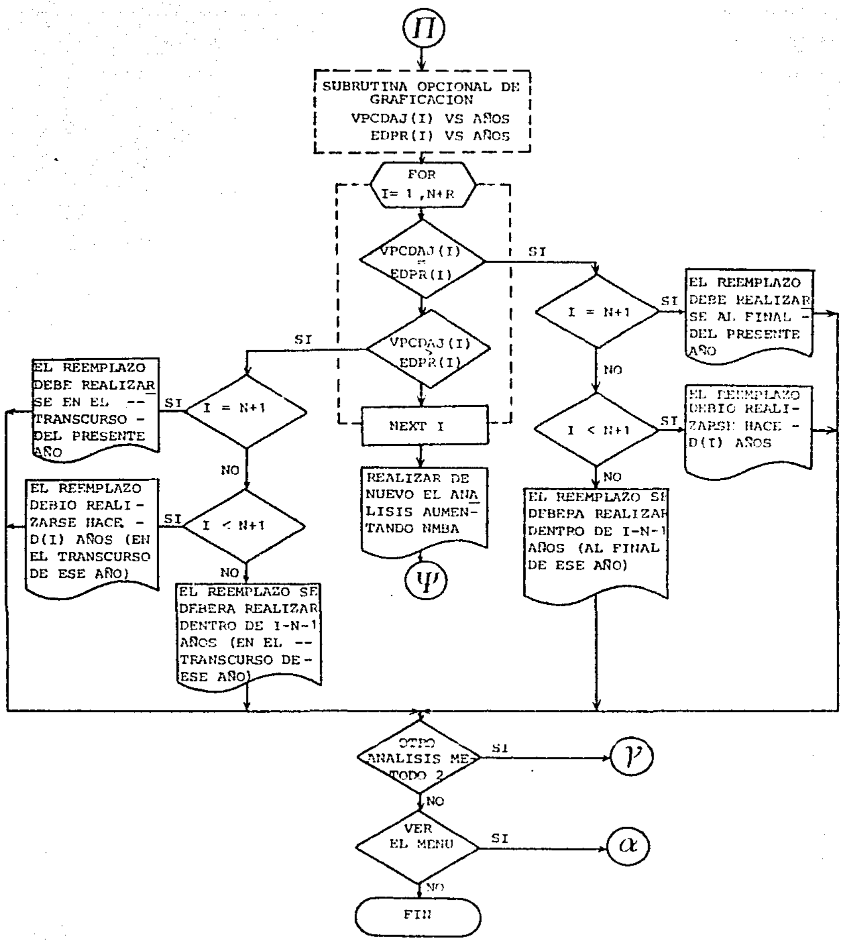


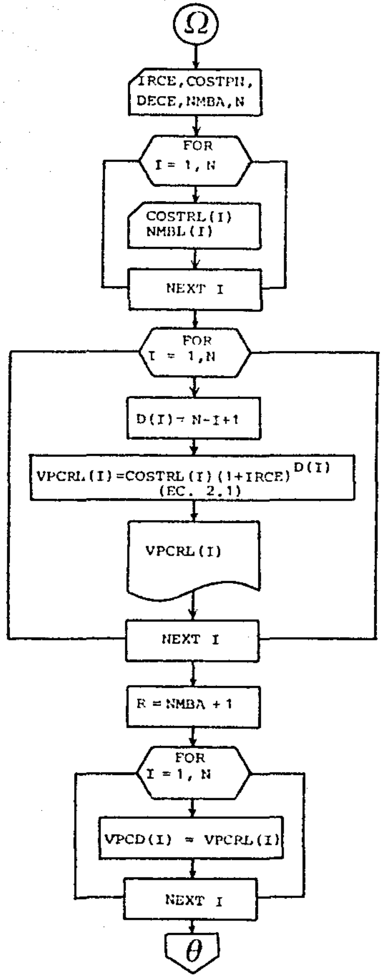
*Si se emplea una tasa de depreciación anual constante (DECER) es necesario aumentar su valor.

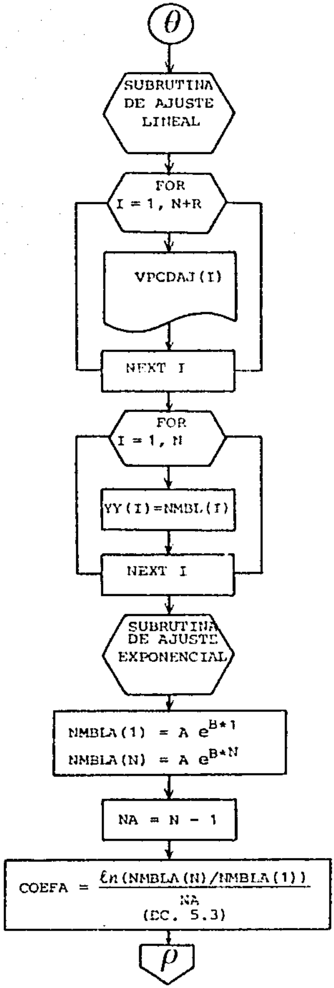

Ψ'
IRCE,COSTP,
DECE,NMBA,N
FOR
I = 1,N
COSTOMD(I)
NEXT I
FOR
I = 1,N
D(I) = N-I+1
VPCD(I)=COSTOMD(I)(1+IRCE)D(I)
(EC. 2.1)
NEXT I
FOR
I = 1,N
VPCD(I)
NEXT I
R = NMBA + 1
Γ

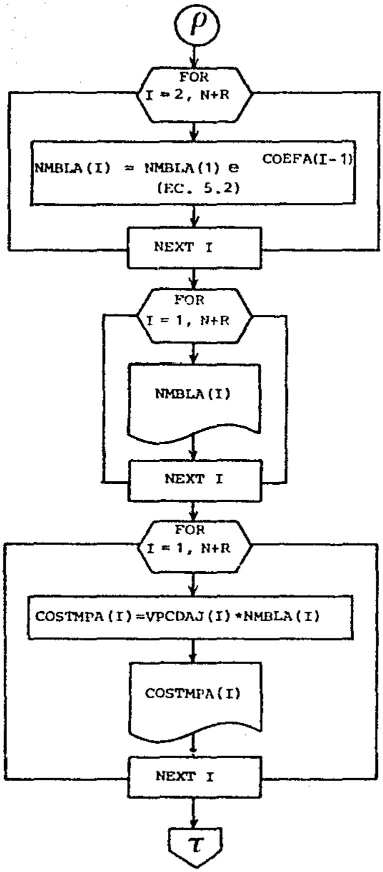

Γ
AJUSTE LINEAL DE LOS VPCD(I)
NO
SI
FOR I = 1, N
YY(I)=VPCD(I)
NEXT I
SUBRUTINA DE AJUSTE EXPONENCIAL
FOR I = 1,N+R
VPCDAJ(I) = A [EXP(B*I)]
NEXT I
SUBRUTINA DE AJUSTE LINEAL
FOR I = 1,N+R
VPCDAJ(I)
NEXT I
Φ

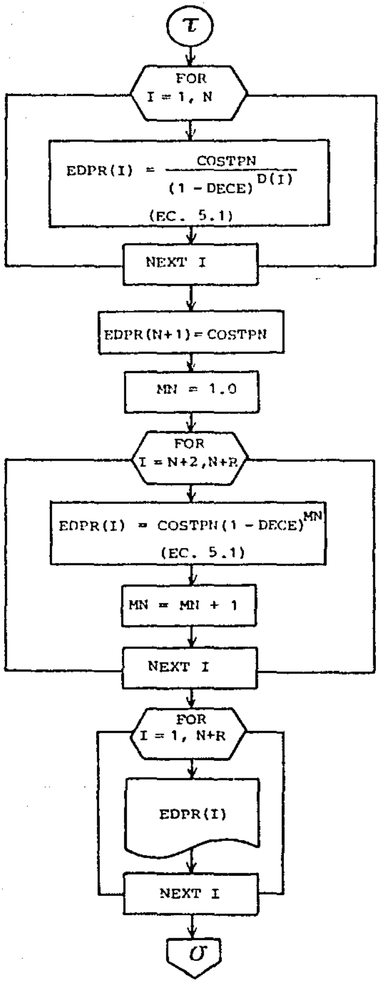

Φ
FOR
I = 1, N
EDPR(I) = [COSTR / (1 - DECE)^D(I)]
(EC. 5.1)
NEXT I
EDPR(N+1) = COSTR
NN = 1.0
FOR
I= N+2,N+R
EDPR(I) = COSTR(1 - DECE)^NN
(EC. 5.1)
NN = NN+1
NEXT I
FOR
I = 1,N+R
EDPR(I)
NEXT I
Π

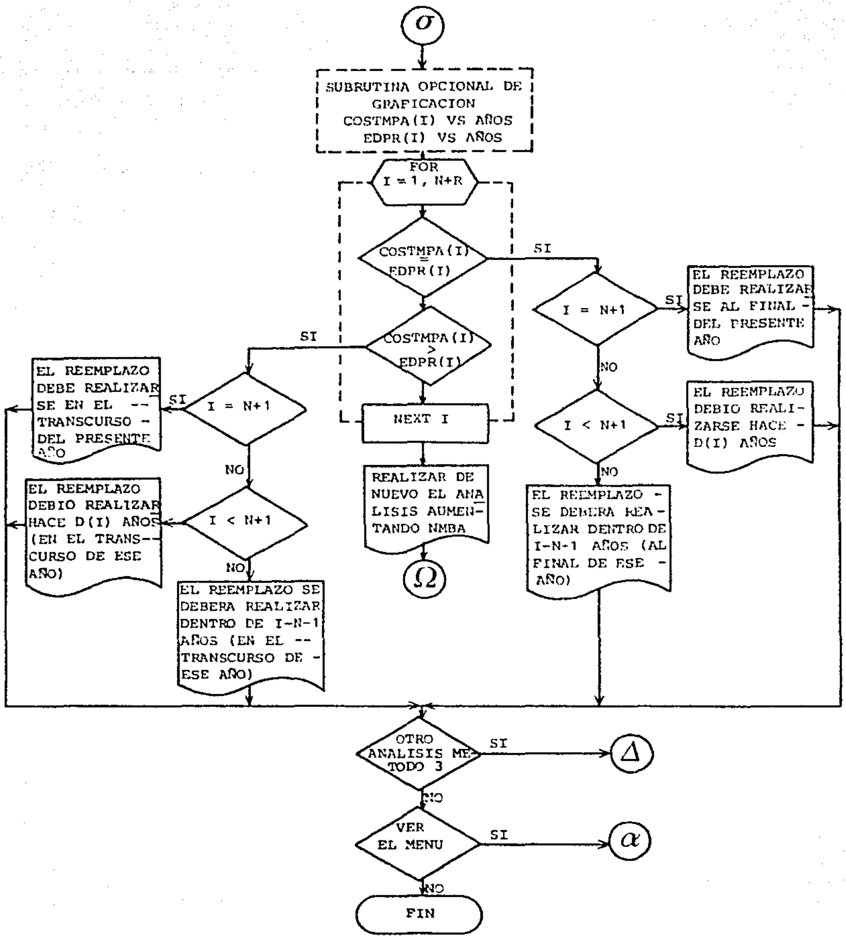

Π
SUBRUTINA OPCIONAL DE GRAFICACION
VPCDAJ(I) VS AÑOS
EDPR(I) VS AÑOS
FOR I= 1 ,N+R
VPCDAJ(I) = EDPR(I)
SI
I = N+1
SI
EL REEMPLAZO DEBE REALIZARSE AL FINAL DEL PRESENTE AÑO
NO
I < N+1
SI
EL REEMPLAZO DEBIO REALIZARSE HACE D(I) AÑOS
NO
EL REEMPLAZO SE DEBERA REALIZAR DENTRO DE I-N-1 AÑOS (AL FINAL DE ESE AÑO)
VPCDAJ(I) > EDPR(I)
SI
I = N+1
SI
EL REEMPLAZO DEBE REALIZARSE EN EL TRANSCURSO DEL PRESENTE AÑO
NO
I < N+1
SI
EL REEMPLAZO DEBIO REALIZARSE HACE D(I) AÑOS (EN EL TRANSCURSO DE ESE AÑO)
NO
EL REEMPLAZO SE DEBERA REALIZAR DENTRO DE I-N-1 AÑOS (EN EL TRANSCURSO DE ESE AÑO)
NEXT I
REALIZAR DE NUEVO EL ANALISIS AUMENTANDO NMBA
Ψ
OTRO ANALISIS METODO 2
SI
ν
NO
VER EL MENU
SI
α
NO
FIN

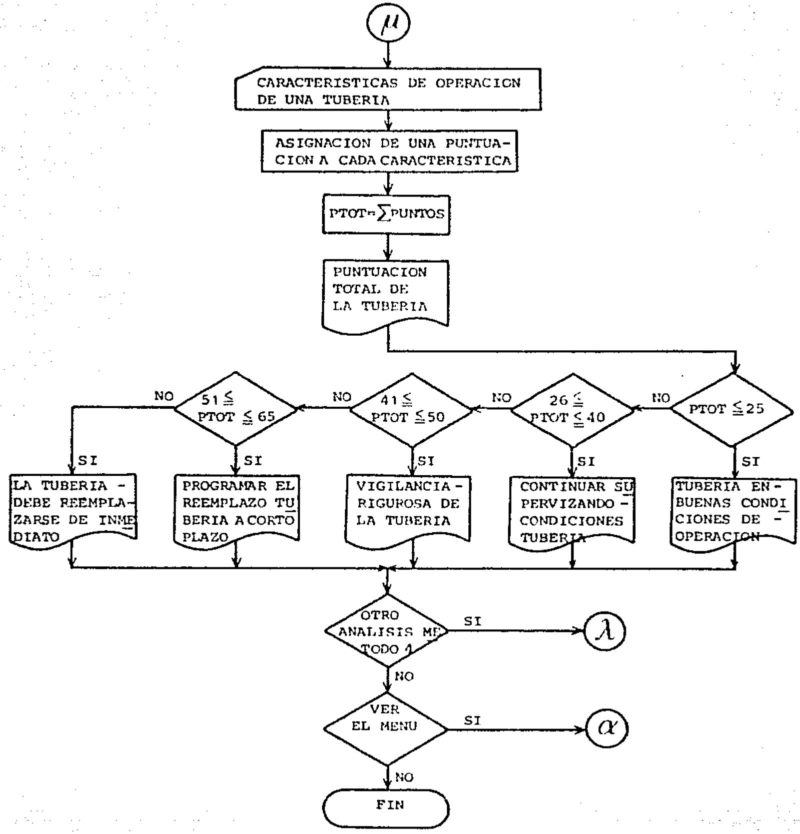

Ω
IRCE,COSTPH,
DECE,NMBA,N
FOR
I = 1, N
COSTRL(I)
NMBL(I)
NEXT I
FOR
I = 1,N
D(I) = N-I+1
VPCRL(I) =COSTRL(I)(1+IRCE)^D(I)
(EC. 2.1)
VPCRL(I)
NEXT I
R = NMBA + 1
FOR
I = 1, N
VPCD(I) = VPCRL(I)
NEXT I
θ


θ
SUBRUTINA DE AJUSTE LINEAL
FOR I = 1, N+R
VPCDAJ(I)
NEXT I
FOR I = 1, N
YY(I)=NMBL(I)
NEXT I
SUBRUTINA DE AJUSTE EXPONENCIAL
NMBLA(1) = A e^B*1
NMBLA(N) = A e^B*N
NA = N - 1
COEFA = ℓn(NMBLA(N)/NMBLA(1)) / NA
(EC. 5.3)
ρ


ρ
FOR
I = 2, N+R
NMBLA(I) = NMBLA(1) e COEFA(I-1)
(EC. 5.2)
NEXT I
FOR
I = 1, N+R
NMBLA(I)
NEXT I
FOR
I = 1, N+R
COSTMPA(I)=VPCDAJ(I)*NMBLA(I)
COSTMPA(I)
NEXT I
τ

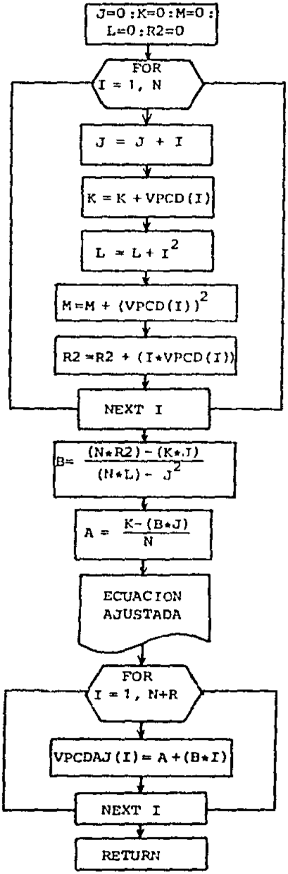

τ
FOR
I = 1, N
EDPR(I) = COSTPN / (1 - DECE)^D(I)
(EC. 5.1)
NEXT I
EDPR(N+1) = COSTPN
MN = 1.0
FOR
I = N+2, N+R
EDPR(I) = COSTPN(1 - DECE)^MN
(EC. 5.1)
MN = MN + 1
NEXT I
FOR
I = 1, N+R
EDPR(I)
NEXT I
σ


σ
SUBRUTINA OPCIONAL DE GRAFICACION COSTMPA(I) VS AÑOS EDPR(I) VS AÑOS
FOR I = 1, N+R
COSTMPA(I) = EDPR(I)
SI
I = N+1
SI
EL REEMPLAZO DEBE REALIZARSE AL FINAL - DEL PRESENTE AÑO
NO
I < N+1
SI
EL REEMPLAZO DEBIO REALIZARSE HACE - D(I) AÑOS
NO
EL REEMPLAZO - SE DEBERA REALIZAR DENTRO DE I-N-1 AÑOS (AL FINAL DE ESE - AÑO)
COSTMPA(I) > EDPR(I)
SI
I = N+1
SI
EL REEMPLAZO DEBE REALIZARSE EN EL -- TRANSCURSO - DEL PRESENTE AÑO
NO
I < N+1
EL REEMPLAZO DEBIO REALIZARSE HACE D(I) AÑOS (EN EL TRANSCURSO DE ESE AÑO)
NO
EL REEMPLAZO SE DEBERA REALIZAR DENTRO DE I-N-1 AÑOS (EN EL -- TRANSCURSO DE - ESE AÑO)
NEXT I
REALIZAR DE NUEVO EL ANALISIS AUMENTANDO NMBA
Ω
OTRO ANALISIS METODO 3
SI
Δ
NO
VER EL MENU
SI
α
NO
FIN


μ
CARACTERISTICAS DE OPERACION DE UNA TUBERIA
ASIGNACION DE UNA PUNTUACION A CADA CARACTERISTICA
PTOT=∑PUNTOS
PUNTUACION TOTAL DE LA TUBERIA
PTOT ≦25
NO
SI
26 ≦ PTOT ≦ 40
NO
SI
41 ≦ PTOT ≦50
NO
SI
51 ≦ PTOT ≦ 65
NO
SI
TUBERIA EN-BUENAS CONDICIONES DE OPERACION
CONTINUAR SUPERVIZANDO CONDICIONES TUBERIA
VIGILANCIA RIGUROSA DE LA TUBERIA
PROGRAMAR EL REEMPLAZO TUBERIA A CORTO PLAZO
LA TUBERIA DEBE REEMPLAZARSE DE INMEDIATO
OTRO ANALISIS METODO 4
SI
λ
NO
VER EL MENU
SI
α
NO
FIN

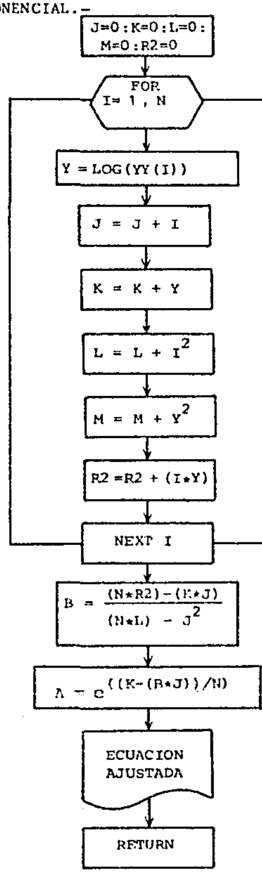
SUBRUTINA DE AJUSTE LINEAL.-

$f(x) = a + b\,x$



SUBRUTINA DE AJUSTE EXPONENCIAL.-

$$f(x) = a\,e^{b\,x}$$



5-A.3 NOMENCLATURA EMPLEADA EN EL DIAGRAMA DE FLUJO

IRCE	Tasa de interés compuesto anual, ($/$/año)
VRND	Valor realizable neto (o de mercado) del defensor, ($)
NMBD	Número de años estimado de vida útil restante del defensor
COSTAD	Costo total de instalación adicional del defensor, ($)
COSTOMD(I)	Costos anuales de operación y mantenimiento (O y M) estimados para el defensor, ($)
DECED	Tasa de depreciación anual constante seleccionada para el defensor, ($/$/año)
SAVED(I)	Valores de salvamento al final de cada año estimados para el defensor, ($)
PD	Inversión total del defensor, ($)
CAUERCD(I)	Costos anuales uniformes equivalentes de recuperación de capital del defensor, ($)
F	Sumatoria del valor actual de los costos de O y M del defensor, ($)
CAUEOMD(I)	Costos anuales uniformes equivalentes de O y M del defensor,($)
CAUETD(I)	Costos anuales uniformes equivalentes totales del defensor, ($)
CAUETDM	Costo anual uniforme equivalente mínimo del defensor, ($)
VRNR	Valor realizable neto del retador, ($)
NMBR	Número de años estimado de vida útil del retador
COSTAR	Costo total de instalación adicional del retador, ($)
COSTOMR(I)	Costos anuales de O y M estimados para el retador, ($)
DECER	Tasa de depreciación anual constante seleccionada para el retador,($/$/año)
SAVER(I)	Valores de salvamento al final de cada año estimados para el retador, ($)
PR	Inversión total del retador, ($)
CAUERCR(I)	Costos anuales uniformes equivalentes de recuperación de capital del retador, ($)
F1	Sumatoria del valor actual de los costos de O y M del retador, ($)
CAUEOMR(I)	Costos anuales uniformes equivalentes de O y M del retador, ($)
CAUETR(I)	Costos anuales uniformes equivalentes totales del retador, ($)
CAUETRM	Costo anual uniforme equivalente mínimo del retador, ($)

COSTR	Costo actual del retador (reemplazo), ($)
DECE	Tasa de depreciación anual constante seleccionada para el retador (o para una tubería nueva), ($/$/año)
NMBA	Número de años, a partir de ahora, para los cuales se desea realizar la estimación
N	Número de años del registro de los costos de O y M del defensor (o del registro de datos de una tubería que está en operación)
VPCD(I)	Valores presentes o actuales de los costos de O y M del defensor (o valores de las ordenadas en la subrutina de ajuste lineal), ($)
D(I),NN,MN	Exponentes del número de años
VPCDAJ(I)	Valores actuales ajustados de los costos de O y M del defensor (o de los costos promedio de reparación por fuga de una tubería que está en operación), ($)
EDPR(I)	Valores del retador (o de una tubería nueva) con depreciación, ($)
COSTPN	Costo actual de una tubería nueva, ($)
COSTRL(I)	Costos pasados promedio de reparación por fuga de una tubería que está en operación, ($)
NMBL(I)	Número anual de fugas pasadas de una tubería que está en operación
VPCRL(I)	Valores actuales de los costos promedio de reparación por fuga de una tubería que está en operación, ($)
YY(I)	Valores de las ordenadas en la subrutina de ajuste exponencial
NMBLA(1)	Número de fugas ajustado correspondiente al primer año del registro de datos de una tubería que está en operación
NMBLA(N)	Número de fugas ajustado correspondiente al último año del registro de datos de una tubería que está en operación
COEFA	Coeficiente del ritmo de crecimiento de fugas
NA	Número de años para calcular el coeficiente del ritmo de crecimiento de fugas
NMBLA(I)	Número de fugas ajustado para cada uno de los años del período de análisis (años pasados y futuros)
COSTMPA(I)	Costos de mantenimiento para la tubería que está en operación, ($)
PTOT	Puntuación total para una tubería
A,B	Coeficientes de la ecuación ajustada (para las subrutinas lineal o exponencial)

CONCLUSIONES

1. Como la ingeniería se relaciona con acciones que se van a realizar en el futuro, entonces la toma de decisiones se convierte en una etapa muy importante dentro del proceso de la ingeniería. En la toma de decisiones intervienen diferentes factores, razón por la cual debe aplicarse un método lógico de análisis para seleccionar aquella alternativa que permita optimizar la función objetivo definida con anterioridad. Generalmente esta función objetivo está directamente relacionada con aspectos económicos.

2. Un tema básico al que debe dársele atención primordial en la evaluación de alternativas o proyectos económicos de ingeniería es el del valor del dinero en el tiempo.

3. Para seleccionar una tasa de interés o una tasa mínima atractiva de rendimiento (TMAR) se utilizan tres conceptos del costo del dinero:
   a) El costo del financiamiento (crédito).
   b) El costo de capital.
   c) El costo de oportunidad.

   La TMAR debe ser igual al valor más alto de los tres. (La TMAR debe tomar en cuenta o estar en función directa con la tasa de inflación).

4. El concepto de depreciación para el reemplazo de equipo debe entenderse como la reducción del valor de un activo debido al deterioro físico y obsolescencia.

5. Debido a las variaciones que ha experimentado la inflación y en consecuencia las tasas de interés en México, en algunos ejemplos se realiza el análisis económico (inflación, tasa de interés, costos) utilizando como unidad monetaria el dólar.

6. La representación gráfica de los resultados de las alternativas de inversión permite visualizar en forma clara el comportamiento de los parámetros involucrados en un análisis económico.

7. Al realizar un análisis económico para el reemplazo de equipo se deben de tomar en cuenta:
   a) El incremento de los costos de operación y mantenimiento año tras año debido al deterioro físico del equipo. (Los costos de operación se incrementan y las reparaciones llegan a ser cada vez mayores).
   b) La disminución de los valores de salvamento debido a su depreciación con el uso y obsolescencia.
   c) La aparición de equipos mejorados y a un menor costo de adquisición.

8. Entre los métodos de análisis para el reemplazo de equipo se incluyó uno para analizar el reemplazo de tuberías que transportan hidrocarburos, en el cual se hace más énfasis en la seguridad y confiabilidad del equipo que en el aspecto económico. Esto debido al peligro potencial que representa el transporte de hidrocarburos por cualquier localidad habitada.

9. El análisis para el reemplazo de equipo se puede realizar en forma rápida mediante la aplicación de programas de cómputo. Para facilitar la elaboración de un programa de cómputo sobre algunos métodos de reemplazo de equipo se presenta en la figura 5-A.1 un diagrama de flujo que muestra los pasos básicos para llevar a cabo un análisis de este tipo.

10. La toma de decisiones sobre el reemplazo de equipo dependerá totalmente de la confiabilidad de la información disponible y de la experiencia del analista sobre este tema.

11. La disposición de reemplazar equipos cuando es rentable hacerlo, en lugar de esperar el momento en el cual ya no funcionen, es probablemente uno de los factores importantes en la modernización y desarrollo de un país.

B I B L I O G R A F I A

1. John R. Dixon
   Diseño en Ingeniería Inventiva, Análisis y Toma de Decisiones
   Ed. Limusa
   México, 1979

2. W. J. Fabricky, G. J. Thuesen y H. G. Thuesen
   Ingeniería Económica
   Ed. Prentice/Hall Internacional
   Colombia, 1981

3. Donald G. Newnan
   Análisis Económico en Ingeniería
   Ed. McGraw-Hill
   México, 1986

4. George A. Taylor
   Ingeniería Económica
   Ed. Limusa
   México, 1985

5. Eugene L. Grant, W. Grant Ireson y Richard S. Leavenworth
   Principios de Ingeniería Económica
   Ed. C.E.C.S.A.
   México, 1984

6. Marvin H. Agee, Kenneth E. Case y John A. White
   Técnicas de Análisis Económico en Ingeniería
   Ed. Limusa
   México, 1986

7. Hayat Ahmad P. E.
   Economic and Risk Analysis for Gas Line Replacement
   Pipe Line Industry, February 1988

8. Carroll Donahue, Mary Borchers y Lois P.
   Algunos Programas de Uso Común en Basic
   Ed. McGraw-Hill
   (Edición para PET/CBM)