

2 ej  
119



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**FACULTAD DE INGENIERIA**

**RESISTENCIA Y DUCTILIDAD EN ELEMENTOS  
DE CONCRETO REFORZADO**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

**INGENIERO CIVIL**

P R E S E N T A

**CARLOS ENRIQUE MONTOYA DULCHE**



MEXICO, D. F.

**TESIS CON  
FALLA EN ORIGEN**

ENERO 1989



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# INDICE

PREFACIO.....	2
INDICE.....	3
INTRODUCCION.....	6
<b>CAPITULO 1 GENERALIDADES</b>	
1.1 INTRODUCCION.....	8
1.2 DUCTILIDAD DE CURVATURA.....	8
1.2.1 CURVATURA EN ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO...	9
1.2.2 DIAGRAMAS MOMENTO CURVATURA.....	10
1.2.3 RELACIONES CONSTITUTIVAS.....	10
1.2.3.1 MODELO DE KENT Y PARK MODIFICADO.....	10
1.2.3.2 CURVA ESFUERZO - DEFORMACION DEL ACERO..	12
1.2.4 PANDEO EN EL REFUERZO LONGITUDINAL.....	14
1.2.5 CURVATURA DE FLUENCIA.....	21
1.2.6 CURVATURA ULTIMA.....	23
1.2.6.1 PERDIDA DE CONFINAMIENTO.....	23
1.2.6.2 FALLA EN EL ACERO DE REFUERZO LONGITUDINAL..	24
1.2.6.3 CAIDA EN EL DIAGRAMA MOMENTO - CURVATURA.....	24
1.3 RESISTENCIA EN ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO.....	25
1.3.1 RESISTENCIA A FLEXION Y FLEXOCOMPRESION.....	26
1.3.2 RESISTENCIA A CORTANTE.....	28
1.4 REFERENCIAS.....	30

## CAPITULO 2 RESISTENCIA Y DUCTILIDAD

2.1 INTRODUCCION.....	32
2.2 DESCRIPCION DE LAS ESTRUCTURAS.....	33
2.2.1 EDIFICIO S.T.C.....	33
2.2.2 EDIFICIO TEORICO.....	35
2.3 CARACTERISTICAS DE LOS ELEMENTOS ESTRUCTURALES.....	37
2.3.1 COLUMNAS.....	37
2.3.2 TRABES.....	41
2.4 PARAMETROS PARA EL CALCULO DE DUCTILIDADES.....	44
2.5 CARACTERISTICAS MECANICAS DE LOS MATERIALES CONSTITUTIVOS.....	48
2.5.1 CONCRETO.....	48
2.5.2 ACERO.....	48
2.6 ALGORITMOS DE RESOLUCION.....	53
2.7 REFERENCIAS.....	55

## CAPITULO 3 EVALUACION DE RESULTADOS

3.1 CLAVES DE IDENTIFICACION.....	57
3.2 CURVATURA DE FLUENCIA.....	58
3.3 CURVATURA ULTIMA.....	59
3.3.1 CURVATURAS ASOCIADAS A LA FRACTURA DEL ACERO DE REFUERZO LONGITUDINAL.....	60
3.3.2 CURVATURAS ASOCIADAS A FALLA EN EL ACERO DE REFUERZO TRANSVERSAL.....	81
3.3.3 CURVATURAS ASOCIADAS AL PANDEO.....	63
3.3.4 CURVATURAS ASOCIADAS A CAIDA EN EL DIAGRAMA MOMENTO - CURVATURA.....	64
3.4 VARIACIONES EN LA DUCTILIDAD.....	65

3.5	DIAGRAMAS MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA.....	69
3.6	ELEMENTOS MECANICAS RESISTENTES.....	109
3.6.1	FLEXION.....	109
3.6.2	CORTANTE.....	112

## CAPITULO 4 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

4.1	INTRODUCCION.....	118
4.2	DUCTILIDAD EN ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO.....	119
4.3	RESISTENCIA EN ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO.....	122

## APENDICE A

A.1	NOMENCLATURA.....	125
A.2	FUNCIONES PARA EL CALCULO DE RESISTENCIA A FLEXION Y FLEXOCOMPRESION.....	128

# INTRODUCCION

El presente trabajo es el resultado de una investigación emprendida con el objetivo de establecer las fluctuaciones en la ductilidad de curvatura y resistencia en elementos de concreto reforzado, tomando en cuenta la variación en las características mecánicas de los materiales constitutivos y las disposiciones generales de los Reglamentos de construcción del Departamento del Distrito Federal.

En el primer capítulo se establece el marco teórico seguido en este trabajo. Se presentan los principios básicos para la evaluación de curvatura en miembros de concreto reforzado, los modelos matemáticos pertinentes para la idealización de las curvas Esfuerzo - Deformación del concreto y el acero, así como los criterios para valuación de fenómenos de inestabilidad en barras de refuerzo longitudinal y resistencia en elementos de concreto reforzado. En el capítulo dos, se muestran las características generales de las estructuras y los elementos considerados en la investigación, así como los parámetros necesarios para la evaluación de la resistencia y ductilidad de los mismos, tales como cuantía y distribución del acero de refuerzo y las curvas Esfuerzo - Deformación del concreto y el acero, siendo este último representado por tres tipos distintos que definen las posibles cotas encontradas en el mercado Mexicano. El capítulo tres muestra los resultados obtenidos, realizando las observaciones pertinentes en cada caso. Finalmente, en el capítulo cuatro, se presentan las conclusiones y recomendaciones de la investigación.

**1**

**GENERALIDADES**

## 1.1 INTRODUCCION.

En el diseño estructural nos encontramos cotidianamente ante la necesidad de disminuir el cociente costo-seguridad. Por esta razón es importante comprender lo más posible el comportamiento último de cualquier tipo de edificación sobre todo cuando existe la posibilidad de que esté sujeta a solicitaciones sísmicas. Es evidente que lo anterior está íntimamente ligado a la ductilidad que pueda desarrollar una estructura debido a la relación directa que tiene este parámetro con las fuerzas de diseño y la seguridad estructural.

Es por todos conocido que cuando la capacidad de ductilidad aumenta es posible reducir las fuerzas de diseño y obviamente con ello el costo de los elementos estructurales. Por otra parte, cuanto más grande sea este parámetro mayor será la cantidad de energía disipada por deformación inelástica bajo solicitaciones cíclicas.

Por lo anterior en este capítulo se contemplarán algunos aspectos importantes en la evaluación de la ductilidad en elementos de concreto reforzado.

## 1.2 DUCTILIDAD DE CURVATURA.

Recordando que la ductilidad está definida como el cociente entre la deformación máxima y la deformación de fluencia, podemos distinguir varios tipos en su haber. En este trabajo se hace énfasis en la ductilidad de curvatura.

Para imprimir mayor claridad al tema, se presenta a continuación un breve resumen de los conceptos básicos en la evaluación de la ductilidad de curvatura y posteriormente una discusión acerca de los criterios empleados en el desarrollo de la investigación así como los parámetros considerados en el cálculo de ductilidades.

## 1. 2. 1 CURVATURA EN ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO.

Cuando un elemento estructural que se encuentra sujeto a un sistema de cargas cualquiera presenta una configuración deformada, se puede pensar en la existencia de un radio instantáneo perpendicular al eje neutro de la sección transversal que define la posición de éste en cualquier momento. Si tomamos dos secciones consecutivas separadas una diferencial  $dx$  tal y como se muestra en la figura 1.1, podemos mediante simples relaciones trigonométricas establecer el siguiente razonamiento matemático:

$$\frac{dx}{R} = \frac{\epsilon_c dx}{C}$$

Si se define a la curvatura  $\phi$  como  $1/R$  se obtiene finalmente:

$$\phi = \frac{\epsilon_c}{C} \quad (1.1)$$

que representa la rotación por unidad de longitud en el elemento estructural.

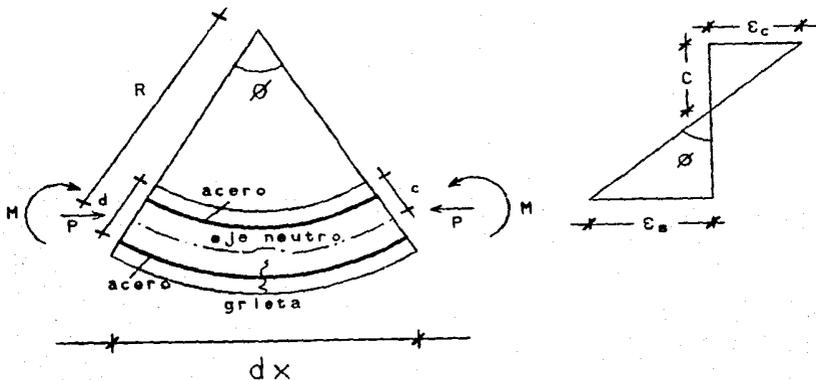


Figura 1.1 Porción de elemento estructural. Estado de deformaciones.

## 1.2.2 DIAGRAMAS MOMENTO CURVATURA

Con lo anteriormente expuesto es posible deducir la existencia de un diagrama en cuyas abscisas se ubiquen curvaturas arbitrarias, y en las ordenadas el momento resistente asociado al estado de deformaciones definido por dichas curvaturas. Para tal efecto bastará con establecer a partir de las hipótesis simplificadoras pertinentes, el momento resistente mediante el equilibrio de fuerzas internas, empleando las relaciones constitutivas del concreto y acero, de tal manera que sea posible determinar los esfuerzos que se generen en la sección transversal de acuerdo con el estado de deformaciones existente. Las relaciones constitutivas pueden obedecer a diversos modelos matemáticos e hipótesis simplificadoras, por esto, es necesario establecer las características empleadas al respecto en el desarrollo de la investigación.

## 1.2.3 RELACIONES CONSTITUTIVAS.

Hasta ahora se han establecido los procedimientos generales en la evaluación de la ductilidad de curvatura en elementos de concreto reforzado. En esta sección se presentan los parámetros de mayor importancia que atañen a las relaciones constitutivas de los materiales empleados en este trabajo.

### 1.2.3.1 MODELO DE KENT Y PARK MODIFICADO.

Cuando se trabaja con elementos de concreto reforzado a menudo se considera al acero y concreto como entes separados. Sin embargo, no es así, ya que la interacción que se presenta entre ellos es de suma importancia cuando se considera el confinamiento de la sección transversal. La capacidad de deformación que experimenta un elemento de concreto reforzado confinado respecto a otro no confinado es muy grande; del orden de 10 a 15 veces (y en algunas ocasiones más), obedeciendo esto al porcentaje de refuerzo transversal y a las características mecánicas del mismo.

Por otra parte, la resistencia a compresión que pueda presentar el concreto, es función del confinamiento, y aunque en algunos casos el incremento de resistencia es pequeño, cuando se tratan elementos con porcentaje de refuerzo transversal considerable suele cobrar singular importancia.

Por lo anterior, se ha tomado para la elaboración de este trabajo el criterio desarrollado por D. Kent y R. Park<sup>1,4</sup>, ya que contempla de una manera adecuada los fenómenos antes mencionados en el comportamiento del concreto confinado.

Este modelo considera a la curva esfuerzo-deformación del concreto dividida principalmente en dos zonas. Uno de los elementos que define a estas zonas es el parámetro K, que toma en cuenta la sobrerresistencia presentada en el concreto por el confinamiento.

El parámetro K queda definido por:

$$K = 1 + \frac{\rho_a f_{y_h}}{f'_c} \quad (1.2)$$

en donde:

$\rho_a$  es la relación del volumen de acero de refuerzo transversal y el volumen de concreto medido fuera del perímetro de los estribos.

$f_{y_h}$  es el esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo transversal.

$f'_c$  es la resistencia del cilindro de concreto.

La primera porción de la curva ( segmento A-B ) de la figura 1.2, aplicable al intervalo  $\epsilon_c < 0.002K$ , queda definida por:

$$f_c = Kf'_c \left[ \frac{2\epsilon_c}{0.002K} - \left[ \frac{\epsilon_c}{0.002K} \right]^2 \right] \quad (1.3)$$

La segunda región ( segmento B-C ), aplicable al intervalo abierto  $\epsilon_c > 0.002K$ , se define como:

$$f_c = Kf'_c [ 1 - Z_m ( \epsilon_c - 0.002K ) ] \geq 0.2Kf'_c \quad ( 1.4 )$$

en donde el parámetro  $Z_m$  introduce la disminución lineal gradual del esfuerzo del concreto por efecto del confinamiento. La expresión que define a  $Z_m$  es:

$$Z_m = \frac{0.5}{\frac{3 + 0.29f'_c}{145 f'_c - 1000} + \frac{3}{4} \rho_s \sqrt{\frac{h''}{s_h}} - 0.002K} \quad ( 1.5 )$$

en donde:

- $f'_c$  debe estar dado en megapascales ( MPa ).
- $K$  es el parámetro de sobrerresistencia dado por la ecuación 1.2.
- $h''$  es el ancho del elemento estructural medido fuera del refuerzo transversal.
- $s_h$  es el espaciamiento centro a centro de estribos.

### 1.2.3.2 CURVA ESFUERZO DEFORMACION DEL ACERO

Al igual que en el concreto, existen varios modelos que pretenden explicar el comportamiento del acero de refuerzo. Dado que en la tarea de obtención de ductilidades se incurre en deformaciones altas, es de esperar que un criterio elastoplástico perfecto del acero no sea suficientemente representativo del problema, debido a la zona de endurecimiento por deformación no contemplada en este modelo. Es por ello que se decidió tomar un criterio que reproduce, de manera muy razonable, la curva esfuerzo deformación del acero completa<sup>1, 2</sup>.

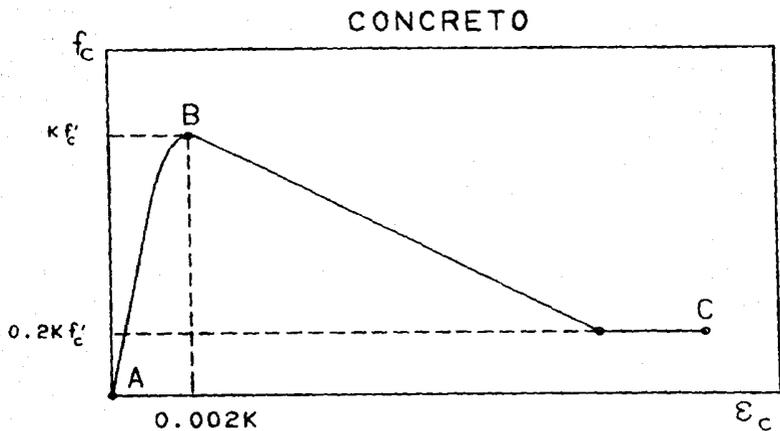


Figura 1.2 Curva Esfuerzo-Deformación del concreto. Modelo de Kent y Park modificado.

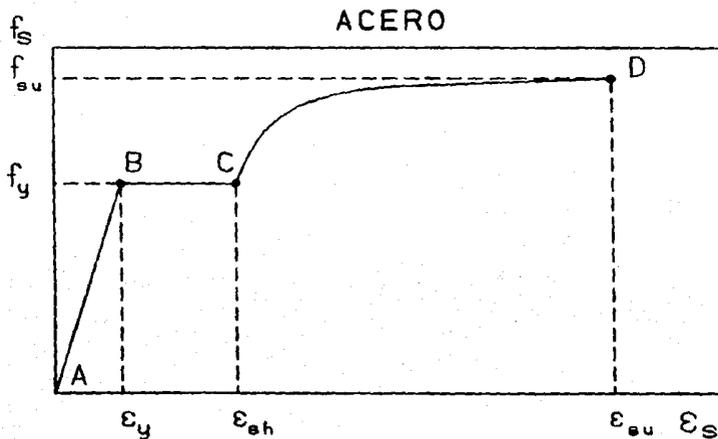


Figura 1.3 Curva Esfuerzo-Deformación del acero.

Atendiendo a la figura 1.3, se distinguen tres regiones que determinan la curva en cuestión. Para el intervalo A-B ( $\epsilon_s < \epsilon_y$ ) se tiene una zona elástica definida por:

$$f_a = \epsilon_s E_s \quad (1.6)$$

para la región B-C ( $\epsilon_y < \epsilon_s < \epsilon_{sh}$ ) un comportamiento de fluencia total representado por:

$$f_a = f_y \quad (1.7)$$

y finalmente para el intervalo C-D ( $\epsilon_{sh} < \epsilon_s < \epsilon_{su}$ ) una curva definida mediante la ecuación:

$$f_a = f_y \left[ \frac{m (\epsilon_s - \epsilon_{sh}) + 2}{60 (\epsilon_s - \epsilon_{sh}) + 2} + \frac{(\epsilon_s - \epsilon_{sh}) (60 - m)}{2(30r + 1)^2} \right] \quad (1.8)$$

en donde:

$$m = \frac{(\epsilon_{su} / f_y) (30r + 1)^2 - 60r - 1}{15r^2} \quad (1.9)$$

$$r = \epsilon_{su} - \epsilon_{sh} \quad (1.10)$$

#### 1.2.4 PANDEO EN EL REFUERZO LONGITUDINAL.

Aunque en realidad representa un problema prácticamente imposible de resolver, el pandeo en el acero de refuerzo longitudinal presenta singular importancia, ya que en un número considerable de casos define la capacidad última de los elementos de concreto reforzado.

Existen varias teorías que pretenden describir el pandeo en elementos de acero. Entre ellas encontramos el criterio del doble módulo, o módulo reducido empleado en este trabajo y discutido a continuación.

Este modelo considera que al aparecer el pandeo, la pieza en cuestión, presenta en su sección transversal una zona comprimida bajo grandes esfuerzos y otra sujeta a esfuerzos menores, lo que implica un módulo de elasticidad diferente para cada una de ellas. En la zona menos comprimida, se puede pensar que actúa un módulo de Young elástico, mientras que en la porción más comprimida un módulo tangente. En la figura 1.4 se explica lo anteriormente dicho así como la notación empleada en el desarrollo de las expresiones que a continuación se muestran. Una buena parte de este desarrollo se basa en la referencia 1.3.

De acuerdo con la teoría del doble módulo se tiene que:

$$E_r I = E_1 \int_0^{d_1} z_1^2 dA_1 + E_2 \int_0^{d_2} z_2^2 dA_2 \quad (1.11)$$

Para una sección circular se tiene, según con la simbología usada; que la expresión que define al momento de inercia de un segmento circular referido a su base es:

$$\int_0^{d_1} z_1^2 dA = \frac{R^4}{4} \left[ \alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2} + \sin^2 \alpha \sin 2\alpha - \frac{16 \sin^6 \alpha}{9 \left( \alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2} \right)} \right] \\ + R^4 \left( \alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) \left[ \frac{2 \sin^3 \alpha}{3 \left( \alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2} \right)} - \cos \alpha \right]^2 \quad (1.12)$$

y para el caso de  $\int_0^{d_2} z_2^2 dA$  igual pero reemplazando  $\alpha$  por  $(\pi - \alpha)$ .

Considerando el equilibrio de fuerzas internas, relaciones trigonométricas y algo de álgebra, es posible llegar a establecer una expresión que relaciona al módulo de Young elástico (E) con el módulo tangente ( $E_t$ ) en función del ángulo  $\alpha$ , tal y como se presenta a continuación:

$$\frac{E}{E_t} = \frac{\left[ \alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2} \right] \left[ \frac{2 \sin^3 \alpha}{3 \left( \alpha - \frac{\sin \alpha}{2} \right)} - \cos \alpha \right]}{\left[ (\pi - \alpha) + \frac{\sin 2\alpha}{2} \right] \left[ \frac{2 \sin \alpha^3}{3 \left[ (\pi - \alpha) + \frac{\sin 2\alpha}{2} \right]} + \cos \alpha \right]}$$

Definiendo ahora las siguientes variables:

$$X = \frac{1}{R^4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} z_1^2 dA_1 \quad ( 1.14 )$$

$$Y = \frac{1}{R^4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} z_2^2 dA_2 \quad ( 1.15 )$$

es posible expresar a la rigidez relativa  $E_r I$  de la ecuación (1.11) como:

$$E_r I = ( E_t X + E Y ) R^4 \quad ( 1.16 )$$

sabiendo que el momento de inercia de un círculo en función de su radio está definido por:

$$I = \frac{\pi R^4}{4} \quad ( 1.17 )$$

se puede escribir a la ecuación (1.16) como:

$$\frac{E_r}{E} = \frac{4}{\pi} \left[ X \frac{E_t}{E} + Y \right] \quad ( 1.18 )$$

Con la obtención del módulo de elasticidad reducido es posible calcular la carga crítica de pandeo y por tanto, el esfuerzo asociado a este fenómeno, a partir de las expresiones convencionales que para tal efecto existen sustituyendo el módulo de elasticidad por el módulo reducido, tal y como se muestra a continuación:

$$f_p = \frac{\pi^2 E_r I}{AKs_h^2} \quad (1.20)$$

en donde:

- $f_p$  es el esfuerzo de pandeo.
- $A$  es el área de la sección transversal.
- $I$  es el momento de inercia centroidal de la sección transversal.
- $s_h$  es el espaciamiento entre los estribos.
- $K$  es el factor de longitud efectiva.

Como es sabido, el factor de longitud efectiva depende de las características de los extremos del segmento de barra en consideración. Por esta razón el valor adecuado para este parámetro es sumamente complejo de determinar. Sin embargo, algunos ensayos experimentales demuestran que se puede considerar de manera conservadora  $K = 1.00$ , obteniéndose con ello resultados teóricos aceptables.

Por lo anterior, y sustituyendo en la ecuación (1.20) los valores del área y el momento de inercia para una sección transversal circular se obtiene:

$$f_p = \frac{\pi^2 E_r}{16} \frac{1}{\left(\frac{s_h}{D}\right)^2} \quad (1.21)$$

sustituyendo ahora en esta expresión la relación  $\frac{E_r}{E}$ :

$$f_p = \frac{\pi^2 E}{16} \frac{1}{\left(\frac{s_h}{D}\right)^2} \frac{E_r}{E} \quad (1.22)$$

finalmente, si se considera un valor constante para el módulo de elasticidad,  $E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ , se obtiene:

$$f_p = 1.2337 \times 10^6 \left[ \frac{E_r}{E} \right] \frac{1}{\left[ \frac{s_h}{D} \right]^2} \quad (1.23)$$

Por otra parte, para determinar la deformación del acero en la cual se presenta pandeo, se requiere de una ecuación auxiliar que a continuación se desarrolla. Por definición se tiene que:

$$E_t = \frac{df}{d(\epsilon - \epsilon_{sh})} \quad (1.24)$$

Cuando se presenta el pandeo, evidentemente estamos hablando de deformaciones unitarias elevadas, es decir; más allá de la zona elástica, y como se ha demostrado, el parámetro  $E_t$  no puede presentar un valor nulo ya que indeterminaría a la ecuación (1.13), por lo tanto la expresión (1.24) sólo se considera aplicable en la zona de endurecimiento por deformación. Como anteriormente se ha dicho, la zona de endurecimiento por deformación está definida por la ecuación (1.18), así que al diferenciarla y substituir valores es posible llegar a:

$$(\epsilon - \epsilon_{sh}) = \sqrt{\frac{0.304\theta}{3600 \left[ \frac{E_t}{E} \right] + 35}} - \frac{1}{30} \quad (1.25)$$

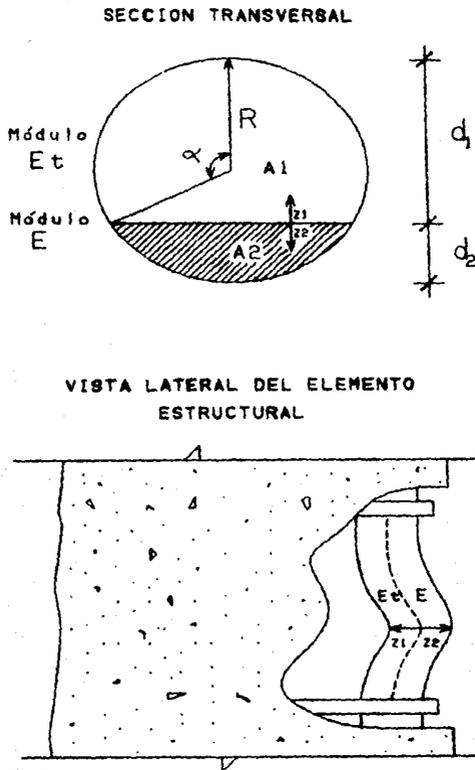
Con lo anteriormente expuesto es posible determinar de una manera iterativa el esfuerzo y la deformación unitaria de pandeo mediante la siguiente metodología:

- 1.- Para una relación  $s_h/D$  y un tipo de acero específico se supone un valor de  $\alpha$ .
- 2.- Mediante la expresión (1.13) se calcula la relación  $E_t/E$ .

- 3.- Con las ecuaciones (1.14) y (1.15) se determinan los parámetros X y Y.
- 4.- A partir de los valores obtenidos en los pasos 2 y 3, se calcula el valor de  $E_r/E$  dado por la expresión (1.18).
- 5.- Con este dato se determina el valor del esfuerzo de pandeo  $f_p$  expresado por la ecuación (1.23).
- 6.- Con la expresión auxiliar (1.25) se calcula el valor de  $(\epsilon - \epsilon_{sh})$  y mediante la ecuación constitutiva del acero para la zona de endurecimiento por deformación, el esfuerzo asociado a este punto. Ecuación (1.8).
- 7.- Si los esfuerzos obtenidos en los pasos 5 y 6 son iguales, ( $f_p = f_a$ ), se ha encontrado el estado de pandeo para la barra. En caso contrario se define otro valor para el ángulo  $\alpha$  y se procede nuevamente desde el paso 1.

Quando se ha tenido éxito en la metodología anteriormente enumerada, se obtiene directamente el esfuerzo de pandeo. En el caso de la deformación unitaria se tiene hasta este momento el parámetro  $(\epsilon - \epsilon_{sh})$  o comúnmente llamado  $\Delta\epsilon$ . A este valor se tienen que sumar las deformaciones unitarias de fluencia y zona plana,  $\epsilon_y$  y  $\epsilon_{sh}$ , respectivamente para determinar la deformación total de pandeo  $\epsilon_p$ . Existe al respecto cierta discusión. Algunos criterios<sup>1, 3</sup> sugieren que se desprece la zona plana ( $\epsilon_{sh}$ ) en la obtención de la deformación de pandeo, debido a que este método no es aplicable en zonas donde  $E=0$ ; sin embargo, para este trabajo se ha tomado en cuenta esta situación al no permitir que el esfuerzo obtenido por la ecuación constitutiva del acero para la porción de endurecimiento por deformación sea menor al esfuerzo de fluencia  $f_y$ . Cuando no es aplicable el procedimiento, es decir, que el esfuerzo de pandeo es menor al de fluencia, el pandeo es introducido al análisis de ductilidades en el momento del desprendimiento del recubrimiento, ya que antes de esto no se

presentan fenómenos de inestabilidad por encontrarse la barra ahogada en concreto dentro del elemento estructural. Por otra parte recordando que el factor de longitud efectiva tomado en el desarrollo de las ecuaciones, es igual a 1.00, se introduce ya un criterio conservador.



**Figura 1.4 Teoría del doble módulo o módulo reducido. Simbología.**

## 1.2.5 CURVATURA DE FLUENCIA.

La curvatura de fluencia se puede definir de varias maneras pero todas ellas encaminadas a un mismo fin; establecer el punto en el que se pierde linealidad en la gráfica Momento - Curvatura. Para establecer la ductilidad a partir de estas curvas es necesario la determinación de la curvatura de fluencia. Para tal efecto, nos encontramos nuevamente con la existencia de varios criterios para evaluar este parámetro.

Cuando se calculan gráficas Momento - Curvatura en elementos de concreto reforzado sometidos a flexión, parece no existir problema en la determinación de la curvatura de fluencia. Basta con encontrar el punto en el que se presenta cedencia en el acero longitudinal sujeto a tensión, lo que define un cambio prácticamente elastoplástico tal y como se muestra en la figura 1.5. Este fenómeno se debe a que la profundidad del eje neutro de la sección transversal en este tipo de elementos, es en general pequeño.

Cuando se trata el problema de flexocompresión la obtención de la curvatura de fluencia se complica por el considerable incremento en la profundidad del eje neutro. Bajo esta condición la contribución del concreto a la resistencia es sobresaliente, mandando al material a zonas mucho más alejadas del comportamiento elástico lineal. Por esta razón es necesario atender a algún criterio alternativo para la obtención de la curvatura de fluencia. Para esta investigación se utilizó el método gráfico, consistente en ajustar una recta que represente una zona de comportamiento elástico y otra, que de alguna manera, considere una zona de fluencia. La intersección de ambas rectas define en las abscisas a la curvatura de fluencia como se muestra en la figura 1.6.

## TRABES

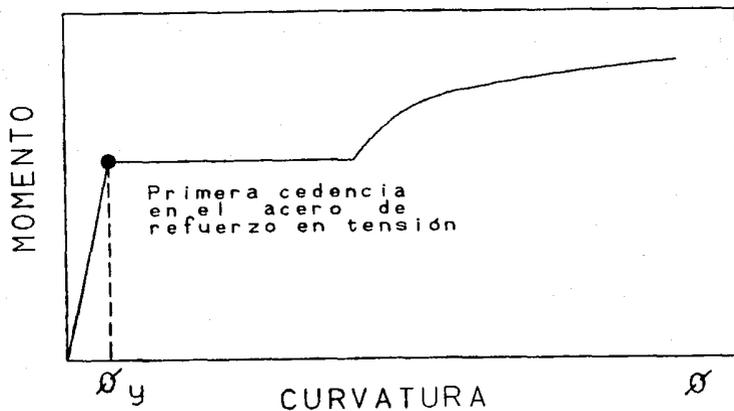


Figura 1.5 Diagrama Momento-Curvatura típico. Idealización a modelo elastoplástico perfecto.

## COLUMNAS

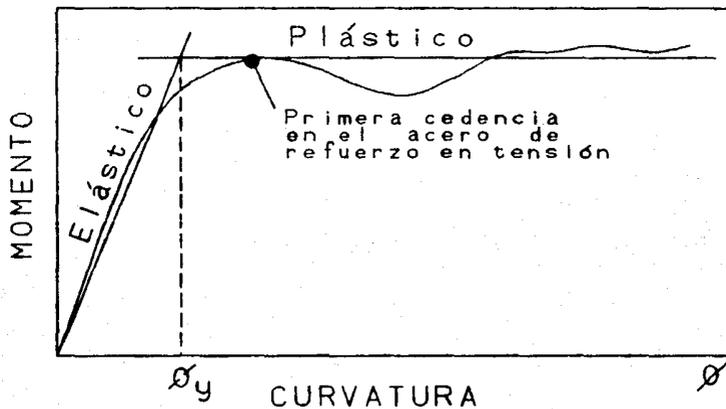


Figura 1.6 Método gráfico para la obtención de la Curvatura de fluencia.

## 1. 2 . 6 CURVATURA ULTIMA.

Para valuar la capacidad de ductilidad de un elemento estructural, es necesario conocer cuál es la máxima curvatura que se puede presentar en éste.

La curvatura última es quizás el parámetro más difícil de determinar debido a la cantidad de posibles situaciones que se pueden generar en el comportamiento de cualquier tipo de estructura, no sólo en el estado último de falla, sino en la evaluación de servicio estructural. Para esto, es necesario considerar hasta donde es posible que el elemento estructural en cuestión, contribuya a la resistencia de la edificación global. Por lo anterior, se distinguen entre otros los siguientes criterios para establecer la curvatura última:

### 1. 2 . 6 . 1 PERDIDA DE CONFINAMIENTO.

Como se ha dicho, la capacidad que puede ofrecer un elemento estructural para rotar está íntimamente ligada al confinamiento que tenga. Es por ello que la pérdida de éste, acarrea en la mayoría de las veces la falla del elemento en estudio.

La pérdida de confinamiento evidentemente está asociada a la falla en el refuerzo transversal. Estudios realizados por Scott, Park y Priestley<sup>1, 4</sup> establecen un criterio para evaluar la deformación en el concreto confinado para la cual se presenta falla en el acero de refuerzo transversal. De acuerdo a estos autores, un límite aproximado de este parámetro esta dado por:

$$\epsilon_{cmax} = 0.004 + 0.9\rho_s \left( \frac{f_{yh}}{300} \right) \quad ( 1.28 )$$

en donde  $\rho_s$  se ha definido para la ecuación (1.2) y  $f_{yh}$  representa el esfuerzo de fluencia para el acero de refuerzo transversal expresado en megapascales (MPa). Para emplear unidades de esfuerzo en  $\text{kg/cm}^2$  el divisor de la ecuación se sustituye por 3050.

En la obtención de la ecuación (1.26) se realizaron numerosos ensayos que presentaron poca dispersión en general para cargas concéntricas. Sin embargo, como se observa en la evaluación de resultados de la referencia 1.4, este parámetro puede incrementarse hasta tres veces cuando existe un gradiente de deformación en el cilindro probado, es decir cuando se presenta flexocompresión. Por lo anterior, esta condición es necesaria ubicarla dentro de los posibles estados de falla.

#### 1.2.6.2 FALLA EN EL ACERO DE REFUERZO LONGITUDINAL

En cuanto al acero de refuerzo se refiere, se puede hablar básicamente de dos estados de falla. El primero está evidentemente asociado con la ruptura, en cuyo caso no existe mayor problema por estar bien definida. El segundo estado de falla está asociado al pandeo del refuerzo longitudinal, el cual, por la naturaleza compleja del fenómeno, presenta cierta dificultad.

Como se aclaró en la sección 1.2.4 se puede establecer de una manera razonable la deformación unitaria para la cual se presentan fenómenos de inestabilidad siempre y cuando, el esfuerzo asociado a ésta, se encuentre dentro de ciertos límites. Cuando es posible determinar este valor se introduce dentro de las posibles causas de falla directamente en el algoritmo de resolución para la obtención de curvaturas, cuidando de que no se presente antes del desprendimiento del recubrimiento de concreto. También se mencionó que cuando el método no es aplicable, la deformación unitaria de pandeo debe asociarse al estado de desprendimiento del concreto de recubrimiento, ya que es éste el que proporciona restricción lateral a las barras de refuerzo longitudinal.

#### 1.2.6.3 CAIDA EN EL DIAGRAMA MOMENTO CURVATURA.

Otro aspecto importante en la evaluación de ductilidades, es la pérdida en la capacidad de momento resistente por un pobre confinamiento. Cuando se determinan los diagramas Momento - Curvatura está implícito este fenómeno. Sin embargo, al analizar

las gráficas obtenidas, resulta absurdo pensar que un elemento de concreto reforzado pueda presentar una curvatura alta mientras su resistencia presenta un valor mucho muy inferior al que inicialmente posea. Por esta razón se presenta la necesidad de considerar una resistencia mínima aceptable y obtener la curvatura asociada a este valor dentro de la rama descendente del diagrama Momento-curvatura. Existen al respecto varias teorías sustentadas en ensayos experimentales que recomiendan tomar un valor mínimo del 80 al 85% del momento máximo presentado durante la obtención del diagrama Momento-curvatura. Para esta investigación, se considera que el mínimo valor aceptable es de 0.85 veces el momento máximo presentado durante el análisis. La figura 1.7 muestra este criterio.

Lo anteriormente discutido de ninguna manera trata de ser una evaluación rigurosa para el cálculo de la curvatura última. Es responsabilidad del estructurista seleccionar entre éstas u otras características cuál es la última curvatura a considerar de acuerdo con el tipo de análisis que realice y el objetivo al que quiera llegar.

### 1. 3 RESISTENCIA EN ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO.

La resistencia que presenta el elemento estructural, ya sea a flexión en el estudio de trabes, o a flexocompresión en el caso de columnas, se obtiene directamente durante el proceso de cálculo de ductilidades de curvatura. Este proceso considera un modelo más realista por tomar en cuenta, de una manera cuantitativa, las relaciones constitutivas de los materiales empleados en la construcción de las estructuras de concreto reforzado. Debido a ello, resulta sumamente importante establecer las diferencias que presentan las disposiciones generales de los reglamentos de construcción, respecto a los resultados que se obtienen por métodos más elaborados y evaluar las consecuencias por las variaciones respecto a los resultados que se obtienen. Con este objetivo, se plantean a continuación las diferencias más notables

entre los reglamentos de construcción contemplados en la investigación y las características inherentes al cálculo de ductilidades.

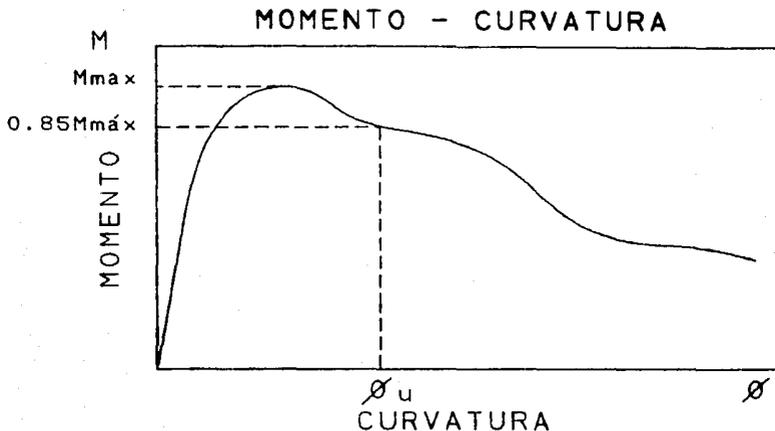


Figura 1.7 Determinación de la curvatura última por caída en el diagrama Momento-Curvatura debido a confinamiento pobre.

### 1.3.1 RESISTENCIA A FLEXION Y FLEXOCOMPRESION.

Como es sabido, los códigos RDF-76<sup>1.5</sup> y RDF-87<sup>1.6</sup> proporcionan al estructurista diversas expresiones que permiten calcular, de una manera simplificada, los elementos mecánicos resistentes en cuanto al estado límite de falla de miembros sometidos a flexión y flexocompresión. Estas ecuaciones se basan en las siguientes hipótesis simplificadoras:<sup>1.6</sup>

- a).- La distribución de las deformaciones unitarias longitudinales en la sección transversal de un elemento es plana.

- b).- Existe adherencia entre el concreto y el acero de tal manera que la deformación unitaria del acero es igual a la del concreto adyacente.
- c).- El concreto no resiste esfuerzos de tensión.
- d).- La deformación unitaria del concreto en compresión cuando se alcanza la resistencia de la sección es de 0.003.
- e).- La distribución de esfuerzos de compresión en el concreto cuando se alcanza la resistencia es uniforme en una zona cuya profundidad es 0.8 veces la del eje neutro, definido éste de acuerdo con las hipótesis anteriores. El esfuerzo uniforme se tomará igual a  $0.85f_c^*$  si:

$$f_c^* \leq 250 \text{ kg/cm}^2$$

e igual a:

$$\left( 1.05 - \frac{f_c^*}{1250} \right) f_c^* > 250 \text{ kg/cm}^2$$

El diagrama esfuerzo deformación unitaria del acero de refuerzo ordinario, sea o no torcido en frío, puede idealizarse por medio de una recta que pase por el origen, con pendiente igual a  $E_s$ , y una recta horizontal que pase por la ordenada correspondiente al esfuerzo de fluencia del acero  $f_y$ .

Como se observa, algunas de las hipótesis simplificadorias producen elementos mecánicos resistentes menores a los obtenidos durante el cálculo de ductilidades empleando propiedades más realistas de los materiales. Al parecer ésto nos conduce a resultados conservadores en el diseño de los elementos estructurales, sin embargo, esto no siempre es así. Es por todos conocido que un criterio de evaluación de cortantes generados en una estructura, es a partir de los momentos

flexionantes resistentes, así que cuando se subestiman estos valores al diseñar el miembro en cuestión, implícitamente se introduce una resistencia al cortante del lado de la inseguridad. El RDF-87<sup>1.0</sup> contiene disposiciones que pretenden tomar en cuenta este problema al estipular que durante el diseño por cortante en trabes de marcos dúctiles, se desprece la contribución del concreto a la resistencia de la pieza. En esta investigación se discute la bondad de esta consideración.

Para el cálculo de momentos resistentes de acuerdo a los criterios de los reglamentos mencionados, se utilizó el método general consistente en encontrar la profundidad del eje neutro asociado a las deformaciones unitarias para las que se presenta equilibrio de fuerzas axiales con las relaciones constitutivas e hipótesis simplificadoras de los Reglamentos utilizados, y con ello, el estado idóneo para la suma de momentos de las fuerzas internas. En la sección A.2 del apéndice de este trabajo, se muestra la función utilizada para esta tarea dentro de un programa de cómputo.

### 1.3.2 RESISTENCIA A CORTANTE.

Para comparar el cortante producido por la sobrerresistencia del momento flexionante con la resistencia del elemento estructural, se presentan a continuación las expresiones y disposiciones de los Reglamentos vigentes durante la etapa de diseño de las estructuras utilizadas en la investigación. Para miembros sujetos a flexión, el cortante resistente queda definido por la siguiente ecuación:

$$V_R = \frac{A_v f_y d}{s} \quad (1.27)$$

en donde:

$A_v$  es el área transversal del refuerzo por tensión diagonal.

$f_y$  es el esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal.

d es el peralte efectivo.

s es la separación entre estribos.

de acuerdo con el Reglamento utilizado, a esta ecuación se le adiciona el valor del cortante resistente por el concreto, dado por las siguientes expresiones:

$$\text{si } p < 0.01 \quad V_{CR} = bd ( 0.2 + 30p ) \sqrt{f_c^*} \quad ( 1.28 )$$

$$\text{si } p \geq 0.01 \quad V_{CR} = 0.5 bd \sqrt{f_c^*} \quad ( 1.29 )$$

en donde p representa el porcentaje de acero de refuerzo longitudinal sometido a tensión.

Cuando se trata de miembros sujetos a flexocompresión las ecuaciones (1.28) y (1.29) se modifican multiplicándolas por la expresión  $1 + 0.007 ( Pu/Ag )$ , siempre y cuando Pu sea menor a  $0.7 f_c^* + 2000 A_s$ . Si Pu es mayor a este valor,  $V_{CR}$  se hace variar linealmente, en función de Pu, hasta cero para  $Pu = A_g f_c^* + A_s f_y$ .

El valor del porcentaje de acero empleado en estas ecuaciones es el obtenido con el área de varillas situadas en la cara del miembro en tensión, o en su defecto, la porción menos cargada del elemento estructural.

Cabe mencionar que en el cálculo de resistencias por estos procedimientos, no se consideran para la investigación los factores de reducción empleados por los códigos de construcción. Esto se hace con el objetivo de poder comparar los resultados obtenidos por los diversos métodos de análisis y diseño.

Finalmente se recalca la consideración de no tomar en cuenta el cortante resistente proporcionado por el concreto, cuando se tratan los elementos sometidos a flexión de marcos dúctiles, para la elaboración de este trabajo de acuerdo con las disposiciones del RDF-87.

## 1.4 REFERENCIAS.

- 1.1 PARK Robert y Priestley Nigel. "Ductility of Square-Confined Concrete Columns." En ACI STRUCTURAL JOURNAL. U.S.A.. April 1982. p.p. 929-950.
- 1.2 PARK R. y Paulay T. Estructuras de Concreto Reforzado. Editorial Limusa. México. 1979.
- 1.3 BERNAL Dionisio. "Relación entre la Ductilidad de diseño y las Rotaciones plásticas en las secciones críticas de Marcos de Concreto Reforzado. Informe Interno. Instituto de Ingeniería. México. Diciembre 1982.
- 1.4 SCOTT B. D., Park R y Priestley M. J. N., "Stress-Strain Behavior of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and Strain Rates." En ACI STRUCTURAL JOURNAL. U.S.A. January - February 1982. p.p. 13-27.
- 1.5 REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES PARA EL DISTRITO FEDERAL. Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto. México. Julio 1977.
- 1.6 REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES PARA EL DISTRITO FEDERAL. Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto. México. Abril 1987.

21

**RESISTENCIA  
Y  
DUCTILIDAD**

## 2.1 INTRODUCCION.

En esta investigación se pretende ponderar cuantitativamente la variación en la ductilidad de curvatura y la resistencia que se presenta en elementos de concreto reforzado por la fluctuación de las características mecánicas de los materiales constitutivos, así como la diversidad de condiciones y parámetros que intervienen en estos cálculos. Con este objetivo se presenta un análisis detallado de algunos elementos estructurales tomados de dos edificios típicos representativos de los comúnmente encontrados en el Distrito Federal. El primero corresponde a un edificio ubicado en la Ciudad de México, el cual tuvo daños estructurales importantes durante el sismo del 19 de septiembre de 1985. El segundo a una edificación teórica analizada y diseñada con los códigos RDF-76<sup>2.1</sup> y RDF-87<sup>2.2</sup>.

Para determinar las fluctuaciones en los materiales constitutivos de los elementos estudiados, se consideraron tres tipos de acero de refuerzo, grado 42, representativos del empleado en México. Las propiedades mecánicas de dos de ellos se obtuvieron a partir de datos experimentales obtenidos de la evaluación de una muestra representativa de ensayos de varillas de refuerzo efectuados en el laboratorio de estructuras del Instituto de Ingeniería de la U.N.A.M.. Estas propiedades pretenden representar las cotas superiores e inferiores encontradas en los mencionados ensayos. El tercer tipo de acero tiene propiedades mecánicas asociadas a las características mínimas que para este material, dictan las Normas Oficiales Mexicanas.

En este capítulo se detallan todos los parámetros utilizados para el cálculo de ductilidades y resistencias, así como las características geométricas de los elementos estructurales utilizados para esta investigación.

## 2.2 DESCRIPCIÓN DE LAS ESTRUCTURAS.

Para ofrecer un panorama lo más claro posible del tipo de elementos utilizados en la presente investigación, se proporciona a continuación una descripción general de cada una de las estructuras consideradas.

### 2.2.1 EDIFICIO S.T.C.

Durante las investigaciones posteriores al sismo del 19 de septiembre de 1985, se consideraron varias estructuras calificadas como típicas del Distrito Federal para evaluar la respuesta, desde diversos puntos de vista, que suelen presentarse en las estructuras sujetas a sollicitaciones sísmicas intensas<sup>2,3</sup>. Entre ellas se consideró el edificio S.T.C., que albergó en ese tiempo a las oficinas del Centro Administrativo del Sistema de Transporte Colectivo. En este estudio se analiza, la capacidad de ductilidad de algunos elementos estructurales pertenecientes a este edificio, para complementar o establecer las conclusiones que permitan conocer más a fondo el comportamiento estructural.

El edificio S.T.C. se compone de una planta rectangular mantenida en diez niveles que se estructuran a base de cuatro marcos de concreto reforzado en la dirección longitudinal, y cinco en la dirección transversal; teniendo los dos exteriores un sistema de muros de cortante. Como se muestra en la figura 2.1a, en la dirección transversal se cuenta con claros regulares de 6.00 m de longitud, mientras que en la dirección longitudinal, de 9.00 m con las mismas características. La figura 2.1b representa en elevación, un marco tipo de los utilizados en esta investigación, con la finalidad de mostrar la variación existente en las alturas de entrepiso.

En cuanto al sistema de piso se refiere, se cuenta con traveses y losas de 10 cm coladas monolíticamente con sus apoyos.

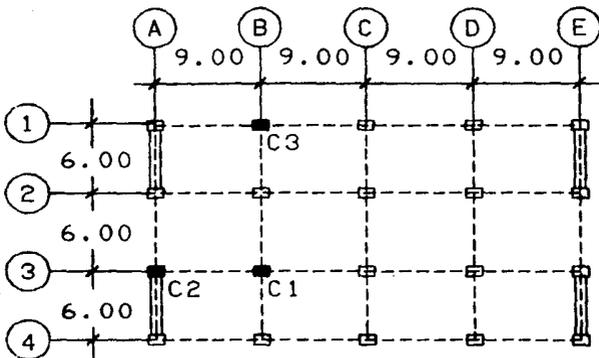


Figura 2.1a Planta del edificio S.T.C.

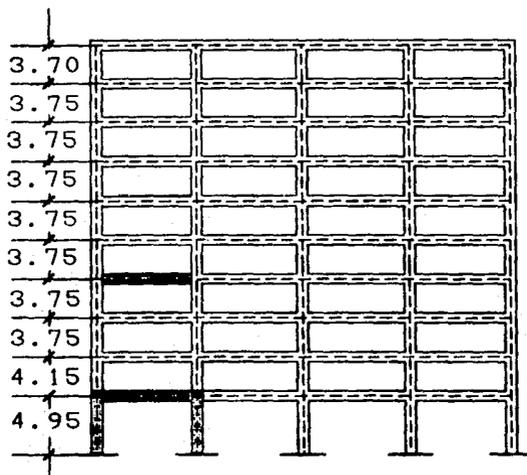


Figura 2.1b Marco típico considerado. Eje 3.

En el desarrollo de esta investigación, se han tomado de esta estructura, para representar el comportamiento de los miembros que la conforman, las trabes T1 y T2; típicas de los niveles 1,2,3 y 4,5,6 respectivamente. Además se seleccionaron las columnas C1, C2 y C3 del primer nivel, que se consideran representativas de borde, esquina e interior respectivamente.

En la sección 2.3 se describen detalladamente las características físicas y geométricas de cada una de las piezas estructurales mencionadas anteriormente.

## 2.2.2 EDIFICIO TEORICO.

Para poder comparar las bondades del código RDF-87 respecto al anterior, se analizó y diseñó un edificio típico bajo las disposiciones de ambos reglamentos con las mismas características geométricas en cuanto a estructuración se refiere. Obviamente las dimensiones en los elementos estructurales para esta edificación son distintas bajo cada reglamento, ya que, como es sabido, el antiguo código de construcciones no puede considerar los máximos desplazamientos y deformaciones angulares permitidos actualmente. La estructura en cuestión, corresponde a un edificio de ocho niveles, de planta cuadrangular, que presenta en ambas direcciones cinco marcos de concreto reforzado, separados por claros de 7.50m. La figura 2.2a muestra la planta del edificio con la columna considerada sombreada para ambos reglamentos durante la elaboración de este estudio, y la figura 2.2b la trabe tomada, así como la distribución simétrica de las alturas de entrepiso que presenta la estructura considerada.

Tanto el edificio S.T.C., como esta edificación típica; fueron analizados con los métodos estático y dinámico para efecto de solicitaciones sísmicas. En el estudio de ductilidades se debe considerar, como se aclaró oportunamente en el capítulo anterior, algunos elementos mecánicos actuantes sobre el miembro estructural en cuestión, concretamente la carga axial a la que están sometidas las columnas analizadas. Como es sabido, el método dinámico proporciona en estructuras simétricas, elementos mecánicos menores

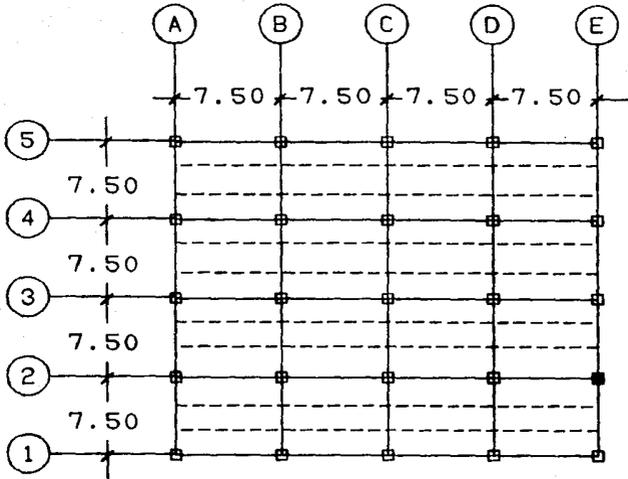


Figura 2.2a Planta del edificio Teórico.

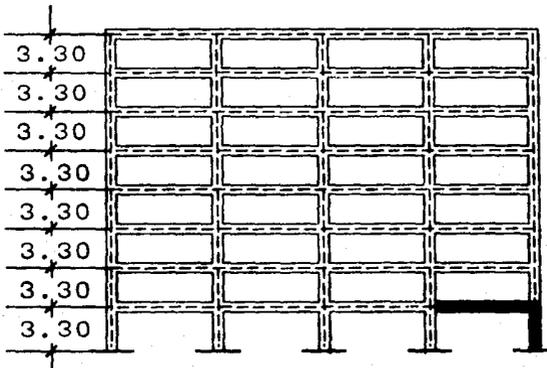


Figura 2.2b Marco considerado. Eje 2.

comparados con el procedimiento estático. Debido a que la ductilidad que presentan miembros de concreto reforzado sujetos a flexocompresión es inversamente proporcional a la carga axial; se calcularon éstas, para cada columna, a partir de los resultados de análisis estáticos, con lo cual se obtienen ductilidades conservadoras.

Cabe mencionar que en el caso particular del edificio S.T.C., fueron utilizados los resultados obtenidos por empleo de las disposiciones generales de las Normas de Emergencia<sup>2,4</sup> publicadas a raíz de los sismos de 1985 y consideradas en los estudios realizados en la referencia 2.3.

## 2.3 CARACTERISTICAS DE LOS ELEMENTOS ESTRUCTURALES.

Como se aclara en las secciones anteriores, para este trabajo se consideran dos traveses y tres columnas del edificio S.T.C., y una columna y una trabe para el caso del edificio teórico, diseñadas, estas últimas, para dos Reglamentos de Construcción. En este inciso, se presentan las características generales de cada uno de los elementos estructurales mencionados, así como los elementos mecánicos, que para cada caso, son necesarios en el cálculo de ductilidades de curvatura.

### 2.3.1 COLUMNAS.

En el análisis de elementos sujetos a flexocompresión, se tienen las siguientes características geométricas:

TABLA 2.1 EDIFICIO S.T.C.

COLUMNA	BASE cm	PERALTE cm	REFUERZO	
			LONGITUDINAL	TRANSVERSAL
STC C1	50.00	90.00	4#12+12#10	E#3 @ 20 cm
STC C2	50.00	90.00	12#8	E#3 @ 15 cm
STC C3	50.00	90.00	4#10+12#8	E#3 @ 20 cm

**TABLA 2.2 EDIFICIO TEORICO**

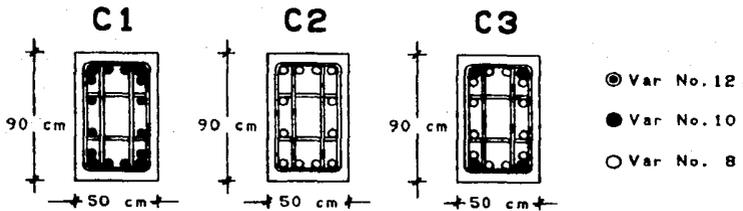
COLUMNA	BASE cm	PERALTE cm	REFUERZO	
			LONGITUDINAL	TRANSVERSAL
CRDF-87	95.00	95.00	4#10+12#8	E#4 @ 9 cm
CRDF-76	70.00	70.00	4#8+8#6	E#2.5 @ 12.5 cm

En las figuras 2.3a y 2.4a, se muestra detalladamente la distribución del acero de refuerzo longitudinal, y las figuras 2.3b y 2.4b, la distribución del acero transversal, para los edificios considerados. Cabe mencionar, que la separación de estribos mostrada en las tablas anteriores corresponde a la zona del elemento cercana a la conexión viga-columna.

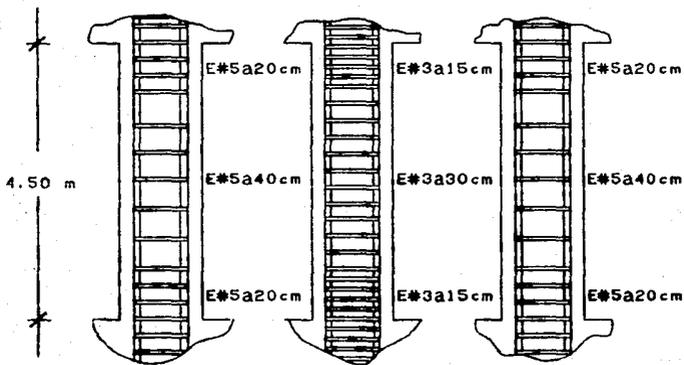
En cuanto a las cargas axiales actuantes en cada columna se refiere, se tienen los datos de la tabla 2.3. En ambas estructuras se considera sismo y carga gravitacional. Para los elementos del edificio S.T.C. se han considerado, como ya se mencionó, los resultados del análisis estático obedeciendo a las disposiciones de las Normas de Emergencia NEDF-85<sup>2,4</sup>, y una carga gravitacional promedio de 1.00 ton/m<sup>2</sup> que incluye peso propio y carga viva.

COLUMNA	CARGA AXIAL (ton)
STC C1	682
STC C2	438
STC C3	336
CRDF-87	396
CRDF-76	229

**Tabla 2.3 Carga axial actuante en los elementos estructurales considerados en el estudio.**

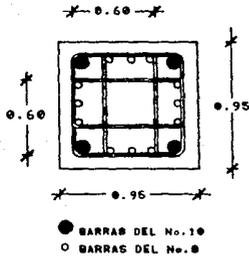


**Figura 2.3a** Distribución del acero longitudinal en columnas del edificio S. T. C.



**Figura 2.3b** Distribución de estribos.

CRDF-87



CRDF-76

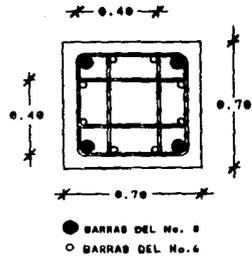


Figura 2.4a Distribución del acero longitudinal. Edificio Teórico.

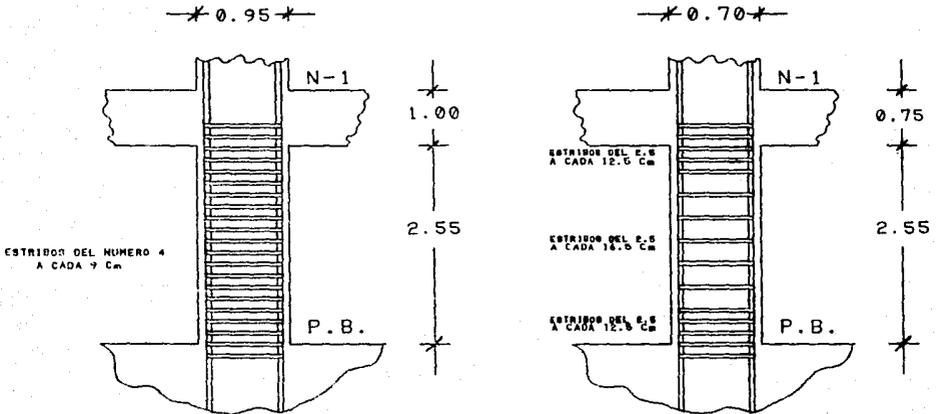


Figura 2.4b Distribución de estribos.

## 2.3.2 TRABES.

Para el análisis de elementos sujetos a flexión se tienen, para cada estructura estudiada, las siguientes características:

TRABE	BASE	PERALTE	REFUERZO LONGITUDINAL	
	cm	cm	LECHO ALTO	LECHO BAJO
STC T1	40.00	90.00	8#8	3#8+2#6
STC T2	40.00	90.00	6#8	3#8+2#6
TRDF-87	35.00	100.00	5#8	3#8
TRDF-76	30.00	75.00	3#8	2#8

Tabla 2.4 Características generales de las trabes analizadas.

En cuanto al refuerzo transversal, las trabes T1 y T2 muestran estribos de 3/8" a una separación de 15 cm en los nudos de estudio, para la trabe TRDF-87 de 3/8" a cada 13 cm y para TRDF-76 estribos del número 2.5 a cada 30 cm. Las figuras 2.5 y 2.6 muestran los detalles de lo anteriormente dicho.

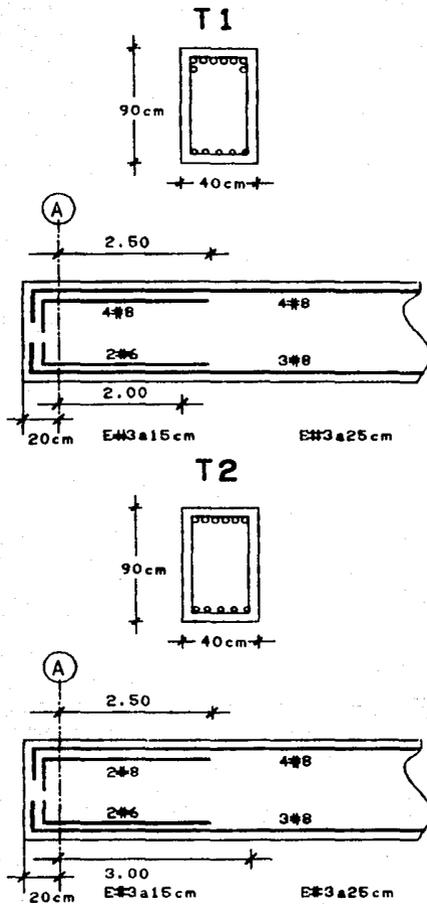


Figura 2.5 Armado en traves tpicas del edificio S.T.C.

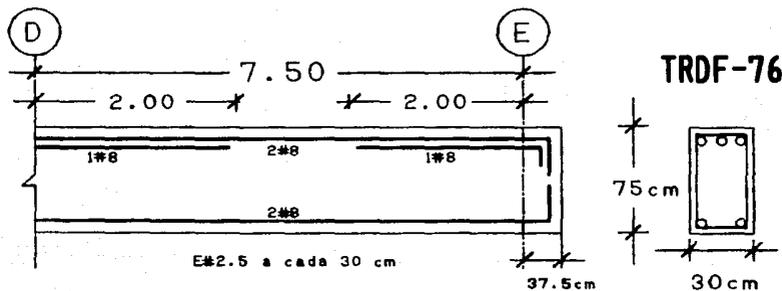
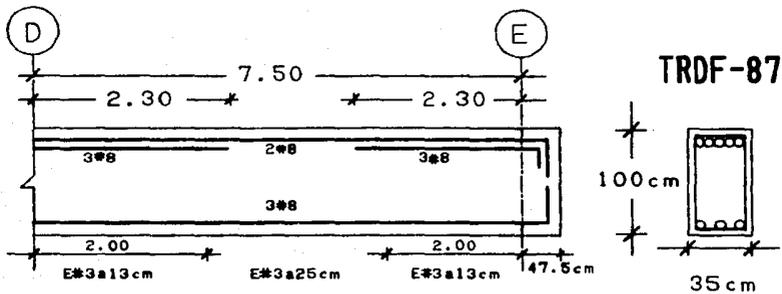


Figura 2.6 Armado en traves típicas del edificio Teórico.

## 2. 4 PARAMETROS PARA EL CALCULO DE DUCTILIDADES.

Como se aclaró oportunamente en el capítulo anterior, existen una serie de parámetros inherentes al cálculo de ductilidades que se obtienen a partir de las características geométricas y mecánicas de los miembros estructurales. En la tabla 2.5, se presentan los valores del factor de sobrerresistencia en el concreto confinado (K), así como la relación  $\rho_s$  necesaria para el cálculo de este parámetro considerando un esfuerzo de fluencia  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ , para el acero de refuerzo transversal, y una resistencia del concreto,  $f'_c$ , de 240 y 250  $\text{kg/cm}^2$  para los edificios S.T.C. y Teórico respectivamente. Así mismo, se presenta, en la misma tabla, el valor  $Z_m$  para cada elemento estructural.

ELEMENTO	$\rho_s$	K	$Z_m$
STC C1	0.00624	1.11	51.67
STC C2	0.00518	1.09	53.05
STC C3	0.00624	1.09	51.67
CRDF-87	0.00714	1.12	25.53
CRDF-76	0.00298	1.05	84.48
STC T1	0.00343	1.06	73.91
STC T2	0.00340	1.06	73.91
TRDF-87	0.00476	1.08	64.44
TRDF-76	0.00179	1.03	127.81

Tabla 2.5 Parámetros inherentes al Criterio de Kent y Park modificado.

Como se discute en la sección 1.2.6.1, es importante establecer un límite para la deformación unitaria en el concreto que puede presentar un elemento estructural en el momento en que ocurre la falla en el acero de refuerzo transversal. Como se mencionó anteriormente esta deformación oscila entre  $\epsilon_{c_{max}}$  y  $3\epsilon_{c_{max}}$ . Por esta razón, se presenta en la tabla 2.6 el intervalo de falla en los estribos para cada miembro utilizado.

ELEMENTO	$\epsilon_{Cmax}$	$3\epsilon_{Cmax}$
STC C1	0.008	0.024
STC C2	0.010	0.030
STC C3	0.008	0.024
CRDF-87	0.013	0.039
CRDF-76	0.008	0.024
STC T1	0.008	0.024
STC T2	0.008	0.024
TRDF-87	0.010	0.030
TRDF-76	0.008	0.018

Tabla 2.6 Intervalo de deformación unitaria para pérdida de confinamiento por falla en el acero de refuerzo transversal.

Finalmente, en el desarrollo de esta investigación, se elaboraron dos curvas para contemplar el pandeo del refuerzo longitudinal del acero en compresión. La figura 2.7a corresponde al esfuerzo de pandeo, y la figura 2.7b a la deformación unitaria para que se presente este fenómeno; ambas en función de la relación  $sh/D$ , mencionada en la sección 1.2.4, así como de los diferentes tipos de acero empleados en este trabajo.

Por lo anteriormente dicho, se presenta en la tabla 2.7, la deformación unitaria y el esfuerzo de pandeo asociados a cada elemento estructural.

Las siglas A1, A2 y AMA, añadidas a las claves de identificación de cada miembro, corresponden a los diferentes tipos de acero; el primero a la cota inferior, el segundo a la cota superior, y el último, al acero mínimo aceptable por las Normas Oficiales Mexicanas. En la siguiente sección se discuten las distintas características de cada uno de ellos.

Es menester aclarar que los elementos marcados con na (no aplicable), corresponden a relaciones  $sh/D$  mayores a las permitidas por el procedimiento de cálculo de estos parámetros, por lo que el pandeo, se considera ocurrirá, cuando el concreto adyacente a la barra se desprenda.

## RELACION $Sh/D$ - ESFUERZO DE PANDEO

TEORIA DEL DOBLE MODULO

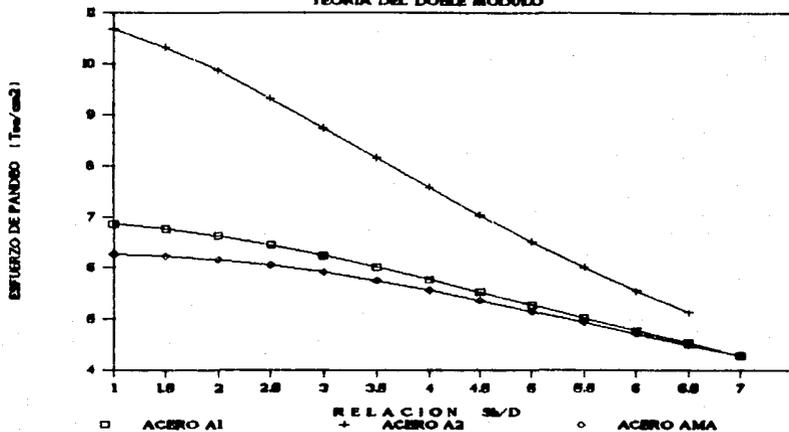


Figura 2.7a Esfuerzo de Pandeo.

## RELACION $Sh/D$ - DEFORMACION DE PANDEO

TEORIA DEL DOBLE MODULO

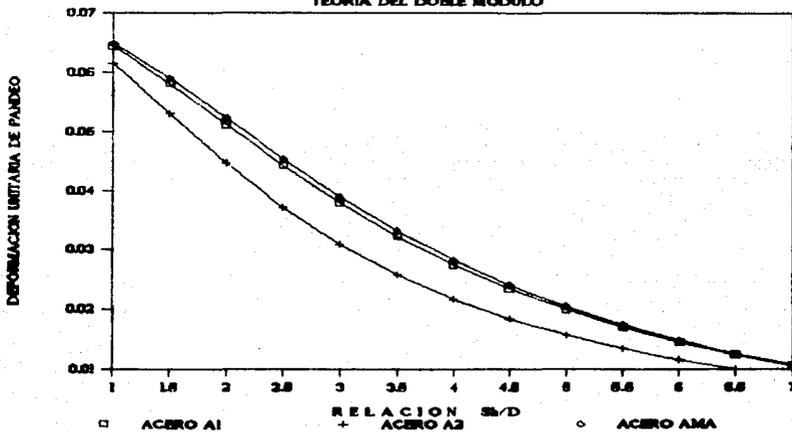


Figura 2.7b Deformación unitaria de Pandeo.

ELEMENTO ESTRUCTURAL	$\frac{S_h}{D}$	$f_p$ (Kg/cm) <sup>2</sup>	$\epsilon_p$ (cm/cm)
STC T1 A1		4813	0.01509
STC T1 A2	5.90	5634	0.01197
STC T1 AMA		4755	0.01533
STC T2 A1		4813	0.01509
STC T2 A2	5.90	5634	0.01197
STC T2 AMA		4755	0.01533
STC C1 A1		4618	0.01330
STC C1 A2	6.30	5266	0.01066
STC C1 AMA		4580	0.01346
STC C2 A1		4813	0.01509
STC C2 A2	5.90	5634	0.01197
STC C2 AMA		4755	0.01533
STC C3 A1		na	na
STC C3 A2	7.87	na	na
STC C3 AMA		na	na
TRDF-87 A1		5205	0.01931
TRDF-87 A2	5.12	6377	0.01514
TRDF-87 AMA		5092	0.01975
TRDF-76 A1		na	na
TRDF-76 A2	11.80	na	na
TRDF-76 AMA		na	na
CRDF-87 A1		5993	0.03198
CRDF-87 A2	3.54	6114	0.02553
CRDF-87 AMA		5736	0.03290
CRDF-76 A1		4522	0.01248
CRDF-76 A2	5.56	5121	0.01007
CRDF-76 AMA		4494	0.01260

Tabla 2.7 Esfuerzos y deformaciones unitarias de pandeo.

## 2.5 CARACTERISTICAS MECANICAS DE LOS MATERIALES CONSTITUTIVOS.

Con base en la metodología indicada en la sección 1.2.3, es posible, a partir de algunos parámetros que a continuación se discuten, establecer las curvas Esfuerzo-Deformación para cada uno de los materiales constitutivos de los elementos estructurales considerados.

### 2.5.1 CONCRETO.

Como se ha explicado, el modelo de Kent y Park modificado<sup>2.5</sup> resulta el mas conveniente de utilizar para los fines perseguidos en este trabajo. Para esto, se obedece a los datos proporcionados en la tabla 2.5 mediante los cuales es posible establecer las curvas de la figura 2.8a que corresponden a las columnas del edificio S.T.C., de la figura 2.8b para las del edificio Teórico, y de las figuras 2.8c y 2.8d, que obedecen a las traveses de estas dos estructuras respectivamente.

### 2.5.2 ACERO.

Para encontrar las curvas Esfuerzo-Deformación que permitan el cálculo de ductilidades se utilizan los siguientes tipos de acero:

A1 Acero idealizado a partir de datos experimentales. Representa la cota inferior de las propiedades mecánicas de acero de refuerzo encontradas en muestras analizadas en el Instituto de Ingeniería de la U.N.A.M.. Las características mecánicas de éste son:

$$\begin{aligned}f_y &= 4200 \text{ kg/cm}^2 \\f_{su} &= 7200 \text{ kg/cm}^2 \\e_y &= 0.002 \\e_{sh} &= 0.010 \\e_{su} &= 0.130\end{aligned}$$

# ESFUERZO - DEFORMACION EN EL CONCRETO

COLUMNAS STC C1, STC C2 Y STC C3

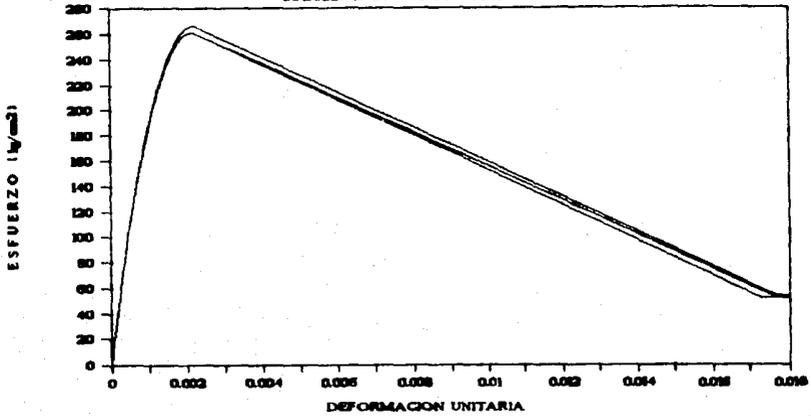


Figura 2.8a

# ESFUERZO - DEFORMACION EN EL CONCRETO

COLUMNAS CRDF-87 Y CRDF-76

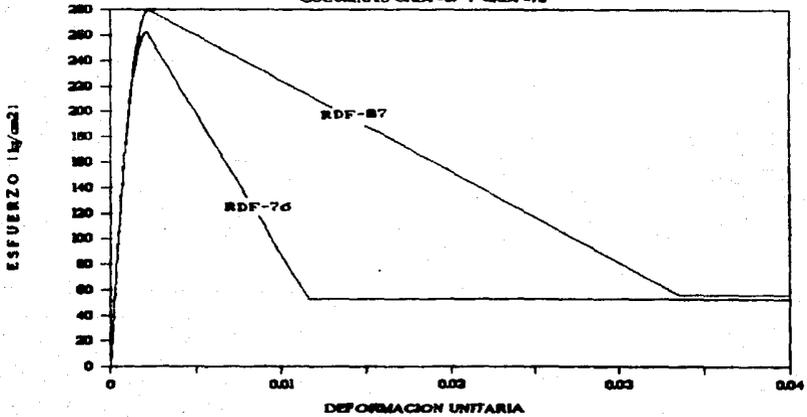


Figura 2.8b

## ESFUERZO - DEFORMACION EN EL CONCRETO

TRABES STC T1 Y STC T2

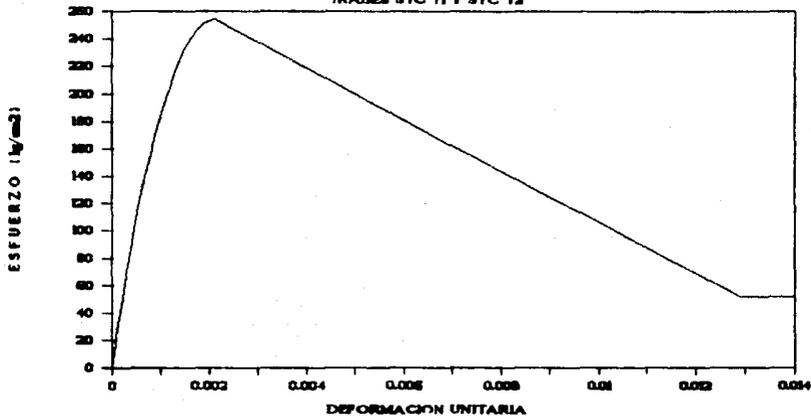


Figura 2.8c

## ESFUERZO - DEFORMACION EN EL CONCRETO

TRABES TRDF-67 Y TRDF-76

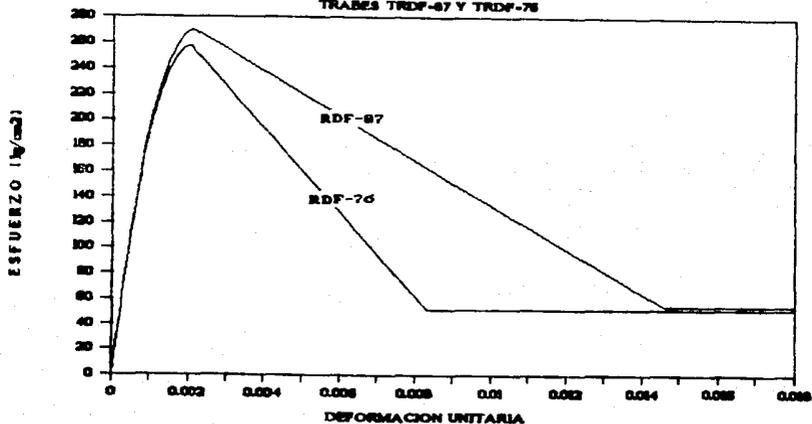


Figura 2.8d

**A2** Acero idealizado a partir de los datos experimentales comentados para el acero anterior. Representa la cota superior de las propiedades mecánicas del acero comúnmente empleado en México. Sus características mecánicas son:

$$f_y = 5100 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{su} = 12000 \text{ kg/cm}^2$$

$$e_y = 0.002$$

$$e_{sh} = 0.010$$

$$e_{su} = 0.180$$

**AMA** Corresponde a una idealización de las disposiciones que dictan las Normas Oficiales Mexicanas<sup>2,6</sup> para este material. Las características mecánicas son:

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{su} = 8300 \text{ kg/cm}^2$$

$$e_y = 0.002$$

$$e_{sh} = 0.010$$

$$e_{su} = 0.080$$

A partir de estos datos es posible establecer, mediante las ecuaciones de la sección 1.2.3.2, las curvas Esfuerzo-Deformación de las figuras 2.9a, 2.9b y 2.9c para los aceros A1, A2 y AMA respectivamente.

## ESFUERZO - DEFORMACION

IDEALIZACION DEL ACERO TIPO A1

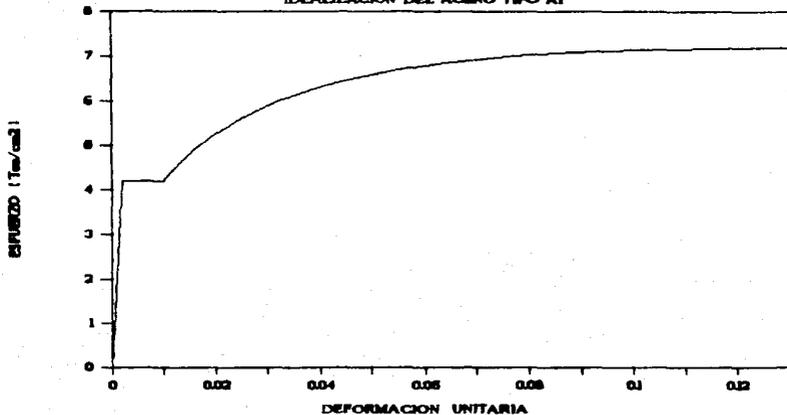


Figura 2.9a

## ESFUERZO - DEFORMACION

IDEALIZACION DEL ACERO TIPO A2

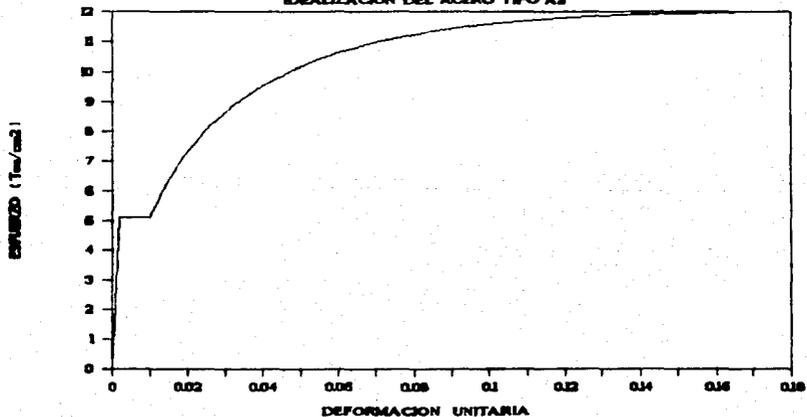


Figura 2.9b

## ESFUERZO - DEFORMACION

IDEALIZACION DEL ACERO TIPO AIA

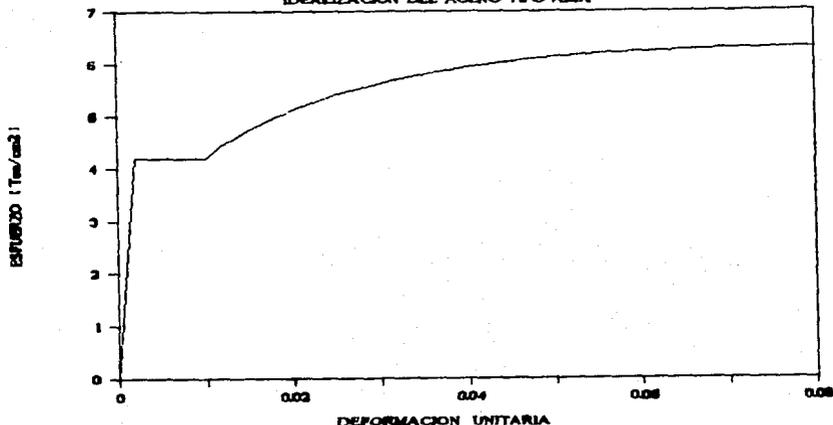


Figura 2.9c

## 2.6 ALGORITMOS DE RESOLUCION.

Para determinar las ductilidades de curvatura para cada elemento estructural se utiliza un programa de computadora<sup>2.7</sup> que presenta la siguiente metodología:

- Se supone una deformación unitaria arbitraria en el concreto dentro del intervalo  $0 < \epsilon_c \leq \epsilon_{cmax}$ .
- Con la hipótesis de secciones planas, se define un estado de deformaciones al suponer una profundidad para el eje neutro de la sección transversal.
- Se calcula, mediante las relaciones constitutivas del concreto y del acero, las fuerzas internas generadas y su posición en la sección por métodos de integración numérica.
- Si el valor absoluto de la suma algebraica de las fuerzas internas es mayor a la tolerancia en el

caso de flexión o a la carga axial mas la tolerancia en flexocompresión, se modifica la profundidad del eje neutro y se repite el procedimiento desde el paso b). En caso contrario se continúa con el cálculo.

- e) Se determina el momento resistente de la sección transversal mediante estática elemental.
- f) Se calcula la curvatura con la profundidad del eje neutro que satisface el equilibrio deseado en la sección transversal y la deformación unitaria del concreto supuesta en el primer caso.
- g) El proceso se repite tantas veces como sea necesario hasta alcanzar la deformación unitaria establecida para el concreto.

Para determinar el momento incipiente de fluencia en el acero de tensión se obtienen 20 puntos en el intervalo de deformación unitaria del concreto  $0 < \epsilon_c \leq 0.002K$ . En puntos superiores a este intervalo, se considera un incremento en la deformación unitaria del concreto de 0.001 hasta llegar a  $3\epsilon_{cmax}$  para cada miembro analizado.

En la elaboración de las curvas presentadas en las figuras 2.7a y 2.7b, así como en el cálculo de los valores de la tabla 2.7, se utiliza el procedimiento descrito en la sección 1.2.4 implementado en un programa de computadora desarrollado exprofeso para esta investigación. El incremento tomado para los puntos de las gráficas,  $sh/D$ , es de 0.50 unidades, partiendo de 1.00 y llegando hasta la máxima relación permitida para la aplicación de este método, considerando las características mecánicas descritas anteriormente para los distintos tipos de acero de refuerzo.

Para el cálculo de resistencias a flexión y flexocompresión que por aplicación de los Reglamentos de Construcción, se obtienen en el diseño cotidiano de estructuras de concreto reforzado; se utiliza un programa de computadora que trabaja con los principios de compatibilidad de deformaciones y equilibrio de acuerdo a las hipótesis de la sección 1.3.1. En cuanto a cortante se refiere se utilizan las expresiones estipuladas en la sección 1.3.2 del capítulo anterior.

## 2.7 REFERENCIAS.

- 2.1 REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES PARA EL DISTRITO FEDERAL. Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto. México. Julio 1977.
- 2.2 REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES PARA EL DISTRITO FEDERAL. Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto. México. Abril 1987.
- 2.3 AVILA J. y Meli R. "Análisis de la respuesta de edificios típicos ante el sismo del 19 de Septiembre de 1985. Informe Interno. Instituto de Ingeniería. México. Julio 1987.
- 2.4 NORMAS DE EMERGENCIA DEL DISTRITO FEDERAL. Instituto de Ingeniería. México. Enero 1986.
- 2.5 PARK R. y Priestley N. "Ductility of Square-Confined Concrete Columns. En ACI ESTRUCTURAL JOURNAL. U.S.A. April 1982. p.p. 929-950.
- 2.6 NOM B6 Y NOM B294. En NORMAS OFICIALES MEXICANAS.
- 2.7 DIAZ Consuelo. MOMCUR programa para calcular diagramas momento curvatura, adaptación para P.C. 1987. Versión original para Bourrogs Dionisio Bernal 1982.

**E**

**EVALUACION  
DE  
RESULTADOS**

### 3.1 CLAVES DE IDENTIFICACION.

A estas alturas, posiblemente el lector esté familiarizado con la nomenclatura empleada para la identificación de cada uno de los elementos estructurales analizados en esta investigación. Sin embargo, para imprimir mayor claridad en la disposición de los resultados presentados en este capítulo, se explican brevemente a continuación las claves de identificación para cada miembro estructural.

Las claves de identificación se conforman de la siguiente manera: para los elementos del edificio S.T.C. se toman las primeras tres letras para indicar que se trata de esta estructura, las dos siguientes para el miembro en cuestión y las restantes como identificadores del tipo de acero considerado. En el caso de trabes se adiciona un signo entre paréntesis correspondiente al momento flexionante considerado. De esta manera, si se encuentran las siglas STC T1 AMAC(+), se interpretará como la trabe 1 del edificio S.T.C. con acero mínimo aceptable en flexión positiva. Cabe mencionar que el momento flexionante es tomado como positivo si produce compresión en las fibras superiores del elemento estructural, y negativo si comprime las fibras inferiores. Todo lo anterior obedece a la orientación que presentan las secciones transversales en las figuras de este trabajo.

En el caso del edificio Teórico, la clave de identificación se compone de la siguiente forma: la primera letra corresponde al tipo de elemento en cuestión; C columna y T trabe, las siguientes identifican al tipo de Reglamento empleado, y las últimas tendrán el mismo significado que en el caso del edificio S.T.C., por ejemplo; si se trata de la trabe diseñada bajo el Reglamento del Distrito Federal de 1976 con acero tipo 1 y en flexión negativa, se identificará como TRDF-76 A1(-).

Finalmente, en el caso de representar a los miembros de alguna otra manera para hacer más clara la presentación de resultados, se explicará al instante la nomenclatura empleada.

### 3.2 CURVATURA DE FLUENCIA.

A partir de los resultados obtenidos, se determinan, mediante los métodos y criterios expuestos en el primer capítulo, las Curvaturas de fluencia que se presentan en las tablas 3.1a y 3.1b, obedeciendo a traves y columnas respectivamente.

ELEMENTO ESTRUCTURAL	$\phi_y$ 1/cm
STC T1 A1(+)	0.00004339
STC T1 A2(+)	0.00004386
STC T1 AMA(+)	0.00004339
STC T1 A1(-)	0.00003835
STC T1 A2(-)	0.00004774
STC T1 AMA(-)	0.00003835
STC T2 A1(+)	0.00003845
STC T2 A2(+)	0.00003887
STC T2 AMA(+)	0.00003845
STC T2 A1(-)	0.00003591
STC T2 A2(-)	0.00004860
STC T2 AMA(-)	0.00003591
TRDF-87 A1(+)	0.00003448
TRDF-87 A2(+)	0.00003767
TRDF-87 AMA(+)	0.00003448
TRDF-87 A1(-)	0.00003061
TRDF-87 A2(-)	0.00003800
TRDF-87 AMA(-)	0.00003061
TRDF-76 A1(+)	0.00003953
TRDF-76 A2(+)	0.00004333
TRDF-76 AMA(+)	0.00003953
TRDF-76 A1(-)	0.00003093
TRDF-76 A2(-)	0.00004096
TRDF-76 AMA(-)	0.00003093

Tabla 3.1a Curvatura de fluencia en traves típicas analizadas.

ELEMENTO  
ESTRUCTURAL

$\phi_y$   
1/cm

STC C1 A1	0.00005000
STC C1 A2	0.00005408
STC C1 AMA	0.00005000
STC C2 A1	0.00003428
STC C2 A2	0.00006000
STC C2 AMA	0.00003428
STC C3 A1	0.00005060
STC C3 A2	0.00006265
STC C3 AMA	0.00005060
CRDF-87 A1	0.00004211
CRDF-87 A2	0.00006316
CRDF-87 AMA	0.00004211
CRDF-76 A1	0.00006333
CRDF-76 A2	0.00006666
CRDF-76 AMA	0.00006000

Tabla 3.1b Curvatura de fluencia en columnas típicas analizadas.

Aún y cuando en algunas ocasiones la diferencia en Curvatura entre los aceros "débiles" ( tipos A1 y AMA ) y el acero "fuerte" ( tipo A2 ) es pequeña, se puede distinguir que siempre se presenta una Curvatura mayor en este último. Evidentemente esto es debido al esfuerzo de fluencia elevado que presenta este tipo de acero, lo que indirectamente permite esperar Ductilidades de Curvatura menores que en el caso de los aceros "débiles", esto concuerda con el concepto empleado de "elementos resistentes con ductilidades pobres" y viceversa.

### 3.3 CURVATURA ULTIMA

Como se mencionó en el primer capítulo, la Curvatura última se encuentra asociada a parámetros de distinta índole. Por esta razón se presentan los resultados inherentes a cada uno de ellos por separado con los comentarios pertinentes según sea el caso.

### 3.3.1 CURVATURAS ASOCIADAS A LA FRACTURA DEL ACERO DE REFUERZO LONGITUDINAL.

En la deformación unitaria máxima del concreto considerada en el cálculo de Curvaturas, no siempre se presenta la fractura en el acero de refuerzo longitudinal. Debido a ello, en la tabla 3.2 de esta sección se muestran únicamente las Curvaturas de los elementos estructurales que presentan este fenómeno. Así mismo, se muestran las deformaciones unitarias del concreto en el momento incipiente de la de la ruptura.

ELEMENTO ESTRUCTURAL	$\epsilon_{crup}$	$\phi$ 1/cm
STC T1 A1(+)	0.009	0.001540
STC T1 A2(+)	0.021	0.002257
STC T1 AM(+)	0.006	0.000985
STC T2 A1(+)	0.008	0.001421
STC T2 AMAC(+)	0.005	0.000829
TRDF-87 A1(+)	0.009	0.001306
TRDF-87 A2(+)	0.023	0.001992
TRDF-87 AMAC(+)	0.005	0.000753
TRDF-87 AMAC(-)	0.028	0.001138
TRDF-76 A1(+)	0.009	0.001378
TRDF-76 AMAC(+)	0.005	0.000762

Tabla 3.2 Curvaturas asociadas a la fractura del acero de refuerzo longitudinal.

Como se puede observar, la ruptura en el acero de refuerzo longitudinal se presenta únicamente en traveses. Esto es debido a la obvia ausencia de carga axial que de alguna manera actúa en columnas como un "presfuerzo" que decrecienta la deformación unitaria del acero en tensión.

### 3.3.2 CURVATURAS ASOCIADAS A FALLA EN EL ACERO DE REFUERZO TRANSVERSAL.

La pérdida de confinamiento repentina conduce evidente y rápidamente a la falla de cualquier elemento estructural. Sin embargo, la determinación de este punto es sumamente difícil de establecer. En el primer capítulo se presenta uno de los muchos criterios existentes para encontrar la deformación unitaria en el concreto para la cual se presenta falla en el acero de refuerzo transversal ( $\epsilon_{cf}$ ), así como una discusión acerca de la variación que presenta dicha deformación ( $\epsilon_{cmax} \leq \epsilon_{cf} \leq 3\epsilon_{cmax}$ ).

Por esta razón resulta pertinente presentar las Curvaturas asociadas a estos parámetros tomándolas como una acotación aproximada del punto en el que se presenta fractura en los estribos de los miembros estructurales analizados.

En la tabla 3.3 se presenta la Curvatura que se obtiene bajo las dos distintas deformaciones del concreto para cada elemento estructural. Cabe mencionar que en algunos miembros no se alcanza a generar la deformación  $\epsilon_{cmax}$  y mucho menos  $3\epsilon_{cmax}$  por la presencia de ruptura o pandeo en el acero de refuerzo longitudinal. En estos casos se utiliza en la tabla las siglas np (no se presenta).

ELEMENTO ESTRUCTURAL	$\phi \epsilon_{cmax}$ 1/cm	$\phi 3\epsilon_{cmax}$ 1/cm
STC T1 A1(+)	0.001344	np
STC T1 A2(+)	0.001136	np
STC T1 AMA(+)	np	np
STC T1 A1(-)	0.000393	0.000693
STC T1 A2(-)	0.000312	0.000569
STC T1 AMA(-)	0.000409	0.000726
STC T2 A1(+)	0.001421	np
STC T2 A2(+)	0.000802	0.001836
STC T2 AMA(+)	np	np

Tabla 3.3 Curvaturas asociadas a la falla del refuerzo transversal.

ELEMENTO ESTRUCTURAL	$\phi$ $\epsilon_{cmax}$ 1/cm	$\phi$ $3\epsilon_{cmax}$ 1/cm
STC T2 A1(-)	0.000533	0.000972
STC T2 A2(-)	0.000389	0.000713
STC T2 AMAC(-)	0.000572	0.001108
TRDF-87 A1(+)	np	np
TRDF-87 A2(+)	0.001098	np
TRDF-87 AMAC(+)	np	np
TRDF-87 A1(-)	0.000564	0.001032
TRDF-87 A2(-)	0.000417	0.000763
TRDF-87 AMAC(-)	0.000508	np
TRDF-76 A1(+)	0.000886	np
TRDF-76 A2(+)	0.000887	0.001269
TRDF-76 AMAC(+)	np	np
TRDF-76 A1(-)	0.000495	0.000825
TRDF-76 A2(-)	0.000365	0.000596
TRDF-76 AMAC(-)	0.000530	0.000923
STC C1 A1	0.000131	0.000301
STC C1 A2	0.000134	0.000359
STC C1 AMA	0.000131	0.000302
STC C2 A1	0.000207	0.000530
STC C2 A2	0.000212	0.000546
STC C2 AMA	0.000207	0.000530
STC C3 A1	0.000214	0.000449
STC C3 A2	0.000210	0.000463
STC C3 AMA	0.000214	0.000445
CRDF-87 A1	0.000437	0.001009
CRDF-87 A2	0.000407	0.000950
CRDF-87 AMA	0.000438	0.001019
CRDF-76 A1	0.000331	0.000647
CRDF-76 A2	0.000322	0.000647
CRDF-76 AMA	0.000331	0.000643

Tabla 3.3 Curvaturas asociadas a la falla del refuerzo transversal ( Continuación ).

### 3.3.3 CURVATURAS ASOCIADAS AL PANDEO

En elementos diseñados con un refuerzo transversal pobre, así como grandes separaciones entre estribos, los fenómenos de inestabilidad en el acero de refuerzo longitudinal juegan un papel sumamente importante. Como se aclaró con oportunidad, este fenómeno resulta difícil de evaluar, sin embargo, de algún modo debe ser considerado. En la tabla 3.4 se muestran las Curvaturas asociadas a este tipo de falla. Los elementos marcados con un asterisco corresponden a falla por pandeo en el momento del desprendimiento del concreto de recubrimiento, debido a que la teoría del doble módulo, explicada en la sección 1.2.4 del primer capítulo, no es aplicable a longitudes efectivas grandes de pandeo, es decir; altas relaciones  $s_h/D$ . Finalmente los miembros que no presentan pandeo en el refuerzo longitudinal, son presentados con las siglas np (no se presenta).

ELEMENTO ESTRUCTURAL	$\phi_p$ 1/cm
STC T1 A1(+)	np
STC T1 A2(+)	np
STC T1 AMAC(+)	np
STC T1 A1(-)	0.000892
STC T1 A2(-)	0.000414
STC T1 AMAC(-)	0.000820
STC T2 A1(+)	np
STC T2 A2(+)	0.001223
STC T2 AMAC(+)	np
STC T2 A1(-)	0.000842
STC T2 A2(-)	0.000513
STC T2 AMAC(-)	0.000933
TRDF-87 A1(+)	np
TRDF-87 A2(+)	np
TRDF-87 AMAC(+)	np

Tabla 3.4 Curvaturas asociadas al pandeo en el acero de refuerzo longitudinal.

ELEMENTO ESTRUCTURAL	$\phi_p$ 1/cm
TRDF-87 A1 (-)	0.000913
TRDF-87 A2 (-)	0.000572
TRDF-87 AMA (-)	0.001090
TRDF-76 A1 (+)	0.000591
TRDF-76 A2 (+)	0.000487
TRDF-76 AMA (+)	0.000610
TRDF-76 A1 (-)	0.000415
TRDF-76 A2 (-)	0.000313
TRDF-76 AMA (-)	0.000433
STC C1 A1	0.000228
STC C1 A2	0.000192
STC C1 AMA	0.000227
STC C2 A1	0.000316
STC C2 A2	0.000278
STC C2 AMA	0.000315
STC C3 A1	0.000113
STC C3 A2	0.000112
STC C3 AMA	0.000113
CRDF-87 A1	0.001009
CRDF-87 A2	0.000811
CRDF-87 AMA	0.001001
CRDF-76 A1	0.000518
CRDF-76 A2	0.000433
CRDF-76 AMA	0.000520

Tabla 3.4 Curvaturas asociadas al pandeo en el acero de refuerzo longitudinal. ( Continuación ).

### 3.3.4 CURVATURAS ASOCIADAS A CAIDA EN EL DIAGRAMA MOMENTO - CURVATURA.

Como es sabido, la capacidad de rotación de un elemento estructural tiene dependencia directa al confinamiento que éste presente. Cuando el espaciamiento entre estribos es excesivo, es decir; el confinamiento es pobre, el diagrama Momento-Curvatura presenta una caída. En la sección 1.2.6.3 del primer capítulo se

presenta el criterio obedecido para la determinación de la curvatura última bajo tales circunstancias. Evidentemente no todos los elementos estructurales analizados presentan estas características, por ello únicamente se muestran en la tabla 3.5 los miembros que sufren de este fenómeno.

ELEMENTO ESTRUCTURAL	$\phi_{caída}$ 1/cm
STC C1 A1	0.000145
STC C1 A2	0.000190
STC C1 AMA	0.000145
STC C2 A1	0.000216
STC C2 A2	0.000262
STC C2 AMA	0.000216
STC C3 A1	0.000378
STC C3 AMA	0.000366
CRDF-76 A1	0.000331
CRDF-76 A2	0.000404
CRDF-76 AMA	0.000331

Tabla 3.5 Curvaturas asociadas a caída en el diagrama Momento - Curvatura.

### 3.4 VARIACIONES EN LA DUCTILIDAD

Hasta ahora se han mostrado las Curvaturas asociadas a cada uno de los estados pertinentes para la evaluación de Ductilidades de Curvatura. En esta sección se determinan las fluctuaciones de este parámetro obedeciendo a los resultados antes expuestos así como la Ductilidad elegida como representativa para cada elemento estructural. La información se encuentra dispuesta en las tablas 3.6 y 3.7. La primera presenta la ductilidad obtenida para cada una de las Curvaturas de interés y la segunda la ductilidad escogida como representativa del elemento estructural. Para interpretar la tabla 3.6 de una manera clara cabe mencionar que se presentan las siglas np cuando la ductilidad en cuestión no se presenta y un asterisco en la ductilidad de pandeo cuando el concreto adyacente a la barra de refuerzo se desprende.

Tabla 3.6

ELEMENTO ESTRUCTURAL	$\mu_{\sigma C_{max}}$	$\mu_{\sigma p}$	$\mu_{\sigma \sigma C_{max}}$	$\mu_{\sigma r}$	$\mu_{\sigma aida}$
STC T1 A1(+)	30.97	np	np	35.49	np
STC T1 A2(+)	25.90	np	np	51.47	np
STC T1 AMAC(+)	np	np	np	22.70	np
STC T1 A1(-)	10.25	15.43	18.06	np	np
STC T1 A2(-)	6.53	8.68	11.92	np	np
STC T1 AMAC(-)	10.66	16.17	18.92	np	np
STC T2 A1(+)	36.97	np	np	36.97	np
STC T2 A2(+)	20.11	30.67	46.05	np	np
STC T2 AMAC(+)	np	np	np	21.96	np
STC T2 A1(-)	14.84	23.46	27.08	np	np
STC T2 A2(-)	8.01	10.56	14.68	np	np
STC T2 AMAC(-)	15.92	26.00	30.86	np	np
TRDF-87 A1(+)	np	np	np	40.48	np
TRDF-87 A2(+)	29.15	np	np	52.89	np
TRDF-87 AMAC(+)	np	np	np	21.83	np
TRDF-87 A1(-)	18.41	29.83	33.72	np	np
TRDF-87 A2(-)	10.97	15.06	20.08	np	np
TRDF-87 AMAC(-)	19.85	35.62	np	37.19	np
TRDF-76 A1(+)	22.41	14.94*	np	34.86	np
TRDF-76 A2(+)	15.85	10.76*	29.28	np	np
TRDF-76 AMAC(+)	np	15.42*	np	19.28	np
TRDF-76 A1(-)	16.00	13.41*	26.67	np	np
TRDF-76 A2(-)	8.92	7.65*	14.56	np	np
TRDF-76 AMAC(-)	17.12	14.00*	29.80	np	np
STC C1 A1	2.62	4.55	6.02	np	2.91
STC C1 A2	2.09	2.97	5.61	np	2.97
STC C1 AMA	2.62	4.54	6.03	np	2.91
STC C2 A1	6.03	9.21	15.46	np	6.30
STC C2 A2	3.53	4.64	9.09	np	4.37
STC C2 AMA	6.03	9.20	15.46	np	6.30
STC C3 A1	4.23	2.24*	8.88	np	7.49
STC C3 A2	3.35	1.76*	7.39	np	np
STC C3 AMA	4.23	2.24*	8.80	np	7.23
CRDF-87 A1	10.38	23.96	23.96	np	np
CRDF-87 A2	6.45	12.84	15.04	np	np
CRDF-87 AMA	10.38	23.78	24.21	np	np
CRDF-76 A1	5.22	8.18	10.22	np	5.22
CRDF-76 A2	4.83	6.50	9.71	np	6.06
CRDF-76 AMA	5.52	8.67	10.75	np	5.52

Tabla 3.7

ELEMENTO ESTRUCTURAL	$\mu_{du}$	MOTIVO
STC T1 A1(+)	35.49	ruptura
STC T1 A2(+)	51.47	ruptura
STC T1 AMA(+)	22.70	ruptura
STC T1 A1(-)	15.43	pandeo
STC T1 A2(-)	8.68	pandeo
STC T1 AMA(-)	16.17	pandeo
STC T2 A1(+)	36.97	ruptura
STC T2 A2(+)	30.67	pandeo
STC T2 AMA(+)	21.56	ruptura
STC T2 A1(-)	23.46	pandeo
STC T2 A2(-)	10.56	pandeo
STC T2 AMA(-)	28.00	pandeo
TRDF-87 A1(+)	40.48	ruptura
TRDF-87 A2(+)	52.89	ruptura
TRDF-87 AMA(+)	21.83	ruptura
TRDF-87 A1(-)	29.83	pandeo
TRDF-87 A2(-)	15.06	pandeo
TRDF-87 AMA(-)	35.62	pandeo
TRDF-76 A1(+)	14.94	pandeo
TRDF-76 A2(+)	10.78	pandeo
TRDF-76 AMA(+)	15.42	pandeo
TRDF-76 A1(-)	13.41	pandeo
TRDF-76 A2(-)	7.65	pandeo
TRDF-76 AMA(-)	14.00	pandeo
STC C1 A1	2.91	caída
STC C1 A2	2.97	caída
STC C1 AMA	2.91	caída
STC C2 A1	6.30	caída
STC C2 A2	4.37	caída
STC C2 AMA	6.30	caída
STC C3 A1	2.24	pandeo
STC C3 A2	1.78	pandeo
STC C3 AMA	2.24	pandeo
CRDF-87 A1	23.96	pandeo
CRDF-87 A2	12.84	pandeo
CRDF-87 AMA	23.78	pandeo
CRDF-76 A1	5.22	caída
CRDF-76 A2	6.06	caída
CRDF-76 AMA	5.52	caída

Con los resultados obtenidos es posible hacer algunas observaciones interesantes. A primera instancia se podría pensar que no es del todo correcto hablar de una ductilidad dependiente de la resistencia del elemento estructural, esto es; que "a mayor resistencia menor ductilidad". Si analizamos las causas que producen la falla del miembro en cuestión, nos percataremos de que en los casos aparentemente contradictorios se presenta ruptura en el acero de refuerzo longitudinal. Bajo tales circunstancias resulta evidente que un miembro más resistente, construido con acero A2, presente mayor capacidad de rotación, sin embargo, la historia de los otros dos casos, elementos débiles con aceros A1 y AMA, también presentan ruptura, lo que hace pensar que en el caso de continuar sin presentar fractura en el refuerzo longitudinal, podrían generar ductilidades más elevadas que en los elementos resistentes, tal y como muestran miembros que experimentan pandeo. Por lo tanto sí es válido hablar de una dependencia entre resistencia y ductilidad pero tomando en cuenta lo anteriormente dicho.

Quando hablamos de elementos diseñados bajo los dos distintos reglamentos considerados, la diferencia en ductilidad de curvatura es evidente. En los elementos sujetos a las disposiciones vigentes, la ductilidad se incrementa notablemente. Esto no sólo obedece al mayor confinamiento que presentan estos miembros, sino también a la clara disminución de la longitud efectiva de pandeo en las barras de refuerzo longitudinal que hacen que los esfuerzos asociados a fenómenos de inestabilidad ocurran en zonas de endurecimiento por deformación más elevadas, dando con ello mayor capacidad de rotación. En cuanto a las disposiciones establecidas para la generación de articulaciones plásticas en trabes, el reglamento actual cumple razonablemente con los objetivos que permiten esta situación, aún y cuando se hable de distintos tipos de acero. Esto puede constatararse al evaluar los resultados de elementos diseñados con reglamentos anteriores, en los que, en un número importante de casos, se presentan situaciones con una merma importante en la seguridad estructural.

Por otra parte, huelga decir que los elementos con confinamientos

pobres no permiten generar ductilidades apropiadas para un buen comportamiento. Esto es claro en elementos que presentan caída en el diagrama Momento - Curvatura, o espaciamientos grandes en los estribos. En estos casos se observa que las capacidades de ductilidad son bastante pobres.

Es menester discutir la diferencia que existe entre la ductilidad que presentan los elementos sometidos a flexión positiva y negativa. Como se puede observar en este estudio, los elementos con momento positivo muestran una clara superioridad de ductilidad respecto a la flexión negativa. Esto se debe a la concentración de acero de refuerzo longitudinal en lechos superiores que producen profundidades de eje neutro menores en flexión positiva, causando en este caso generalmente falla de la pieza por ruptura en tensión, y pandeo en momento negativo, que como se ha mencionado al inicio de esta discusión, produce ductilidades menores.

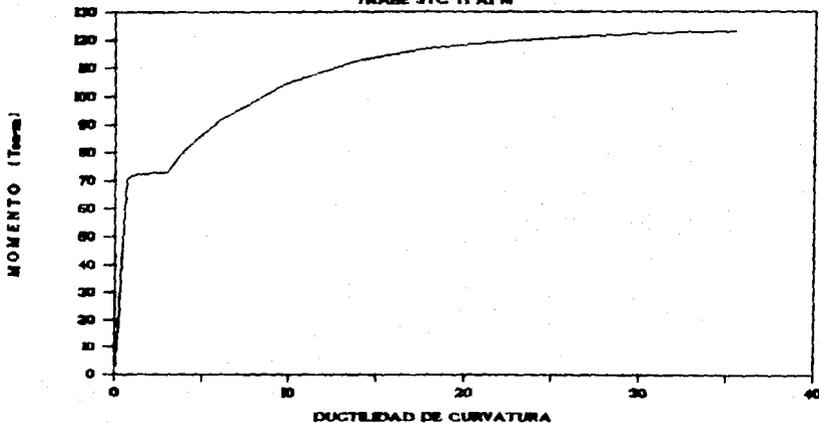
Finalmente cabe aclarar que las ductilidades últimas consideradas como representativas en cada elemento estructural fueron obtenidas a partir de la tabla 3.6 en donde se muestran las posibles fluctuaciones en la ductilidad de curvatura. Es conveniente que el lector analice personalmente estos resultados y los compare con las ductilidades últimas para percatarse de que en general las diferencias entre las posibles fluctuaciones en la ductilidad de curvatura conducen a una elección de  $\mu_{cu}$  lógica y ordenada, y sólo en algunos casos esta elección es algo subjetiva.

### 3.5 DIAGRAMAS MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA.

Hasta ahora se han manejado las distintas ductilidades de curvatura de una manera aislada. En esta sección se presentan los momentos flexionantes generados en cada elemento estructural en función de la ductilidad de curvatura. Cada una de las gráficas que se presentan a continuación muestra además un resumen de los datos característicos importantes en la evaluación de ductilidades. Cabe mencionar que estas curvas fueron generadas hasta las curvaturas máximas mostradas en la tabla 3.7.

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE STC T1 A1 H



## ELEMENTO STC T1 A1(+)

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00004339$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 35.49$$

### DUCTILIDADES TIPICAS:

$$\mu_{\phi c_{max}} = 30.97$$

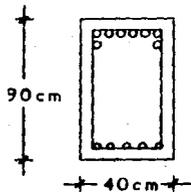
$$\mu_{\phi p} = np$$

$$\mu_{\phi c_{max}} = np$$

$$\mu_{\phi r} = 35.49$$

$$\mu_{\phi caida} = np$$

### SECCION TRANSVERSAL



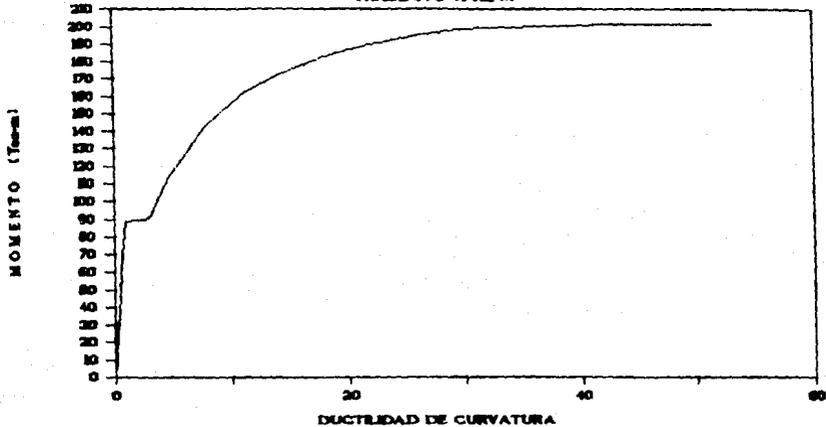
Lecho superior 8#8

Lecho inferior 2#8+3#8

E#3 @ 15 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE STC T1 A2 (+)



## ELEMENTO STC T1 A2(+)

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.0004385$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi_u} = 51.47$$

DUCTILIDADES TÍPICAS:

$$\mu_{\phi_{cmax}} = 25.90$$

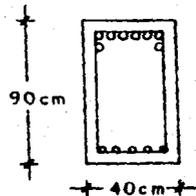
$$\mu_{\phi_p} = np$$

$$\mu_{\phi_{scmax}} = np$$

$$\mu_{\phi_r} = 51.47$$

$$\mu_{\phi_{ocida}} = np$$

SECCION TRANSVERSAL



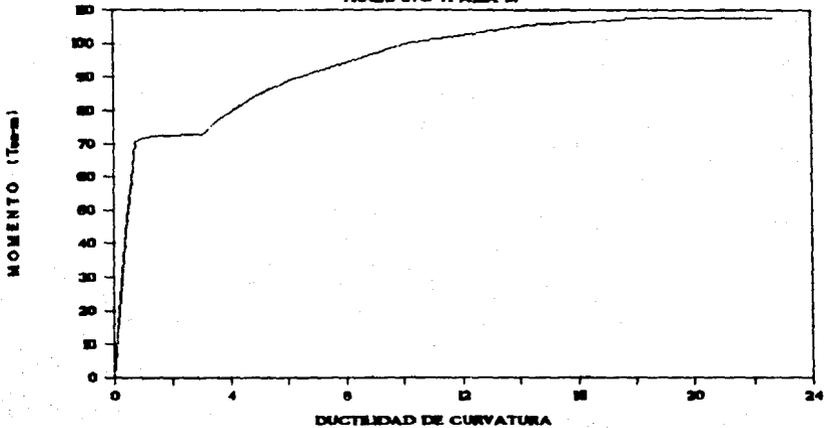
Lecho superior 8#8

Lecho inferior 2#5+3#8

E#3 @ 15 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE STC T1 AMA W



## ELEMENTO STC T1 AMA(+)

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.0004339$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 22.70$$

### DUCTILIDADES TIPICAS:

$$\mu_{\phi_{cmax}} = np$$

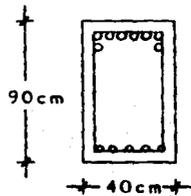
$$\mu_{\phi_p} = np$$

$$\mu_{\phi_{scmax}} = np$$

$$\mu_{\phi_r} = 22.70$$

$$\mu_{\phi_{caida}} = np$$

### SECCION TRANSVERSAL



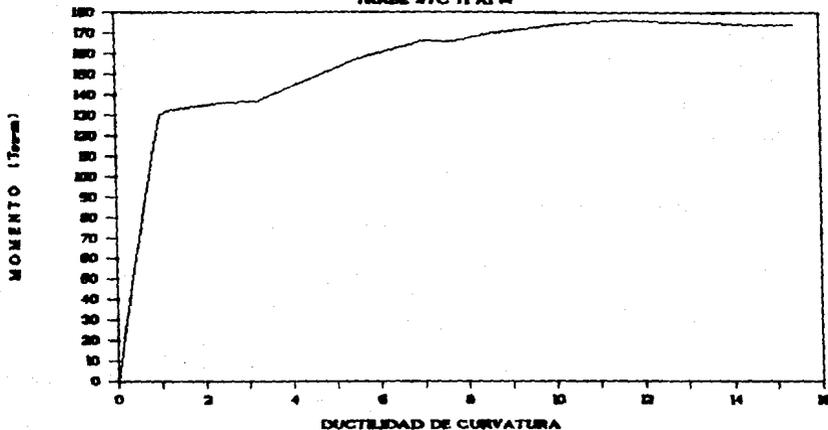
Lecho superior 8#8

Lecho inferior 2#8+3#8

E#3 @ 15 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE STC T1 AJ H



## ELEMENTO STC T1 AK(-)

CURVATURA DE FLENCIA

$$\phi_y = 0.0003835$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 15.43$$

DUCTILIDADES TÍPICAS:

$$\mu_{\phi c_{max}} = 10.25$$

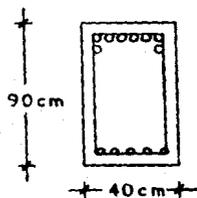
$$\mu_{\phi p} = 15.43$$

$$\mu_{\phi c_{max}} = 16.06$$

$$\mu_{\phi r} = np$$

$$\mu_{\phi caida} = np$$

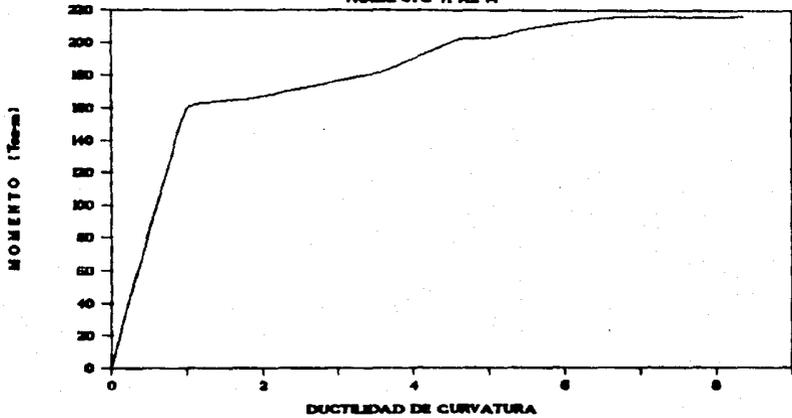
SECCION TRANSVERSAL



Lecho superior 8#8  
 Lecho inferior 2#8+3#8  
 E#3 @ 15 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE STC T1 A2 H



ELEMENTO STC T1 A2(-)

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00004774$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 8.68$$

DUCTILIDADES TIPICAS:

$$\mu_{\phi c} = 6.53$$

$c_{max}$

$$\mu_{\phi p} = 8.68$$

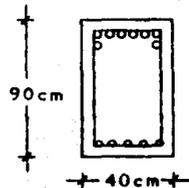
$$\mu_{\phi s c} = 11.92$$

$c_{max}$

$$\mu_{\phi r} = n_p$$

$$\mu_{\phi caida} = n_p$$

SECCION TRANSVERSAL



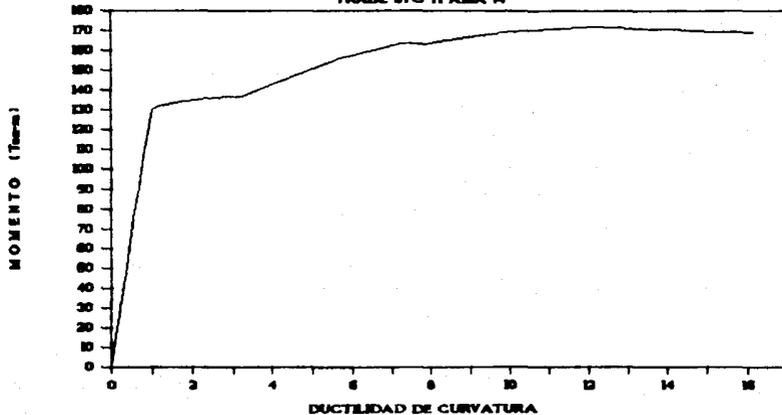
Lecho superior 8#8

Lecho inferior 2#6+3#8

E#3 @ 15 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE STC T1 AMA W



## ELEMENTO STC T1 AMA(-)

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.0003835$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 16.17$$

DUCTILIDADES TÍPICAS:

$$\mu_{\phi c} = 10.66$$

$C_{max}$

$$\mu_{\phi p} = 16.17$$

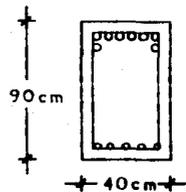
$$\mu_{\phi sc} = 16.92$$

$C_{max}$

$$\mu_{\phi r} = np$$

$$\mu_{\phi caida} = np$$

SECCION TRANSVERSAL



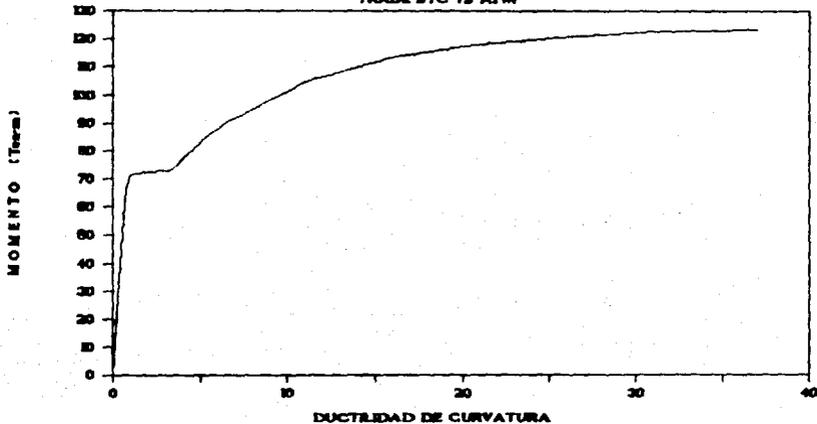
Lecho superior 3#8

Lecho inferior 2#8+3#8

E#3 @ 15 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRADE STC T2 AJW



## ELEMENTO STC T2 AK(+)

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00003845$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{du} = 36.97$$

DUCTILIDADES TIPICAS:

$$\mu_{\phi c} = 36.97$$

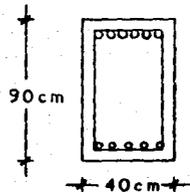
$$\mu_{\phi p} = np$$

$$\mu_{\phi sc} = np$$

$$\mu_{\phi r} = 36.97$$

$$\mu_{\phi caida} = np$$

SECCION TRANSVERSAL



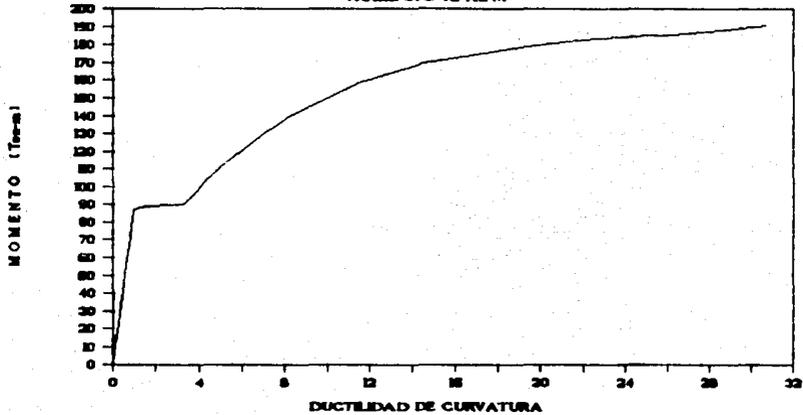
Lecho superior 5#8

Lecho inferior 2#8+3#8

E#3 @ 15 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE STC T2 A2 M



## ELEMENTO STC T2 A2(+)

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00003987$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 30.67$$

DUCTILIDADES TÍPICAS:

$$\mu_{\phi c} = 20.11$$

$C_{max}$

$$\mu_{\phi p} = 30.67$$

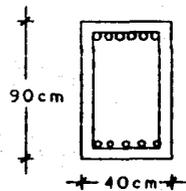
$$\mu_{\phi uc} = 48.05$$

$C_{max}$

$$\mu_{\phi r} = np$$

$$\mu_{\phi calda} = np$$

SECCION TRANSVERSAL



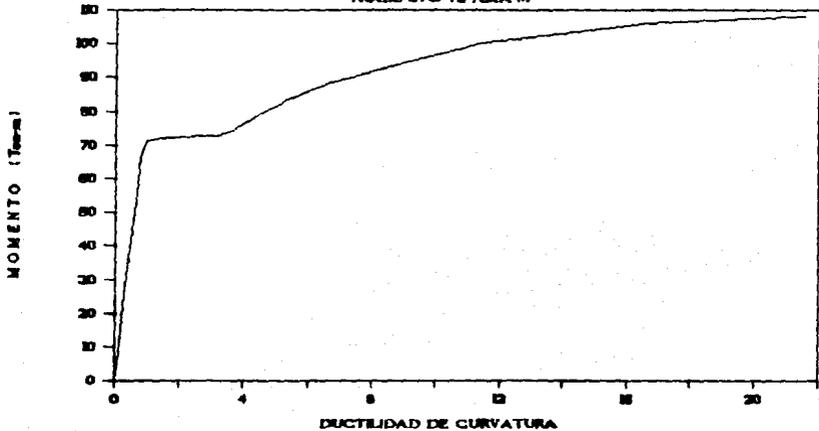
Lecho superior 8#8

Lecho inferior 2#6+3#8

E#3 @ 15 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE STC T2 AMA W



## ELEMENTO STC T2 AMA(+)

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00003845$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi_u} = 21.56$$

DUCTILIDADES TIPICAS:

$$\mu_{\phi_{c_{max}}} = np$$

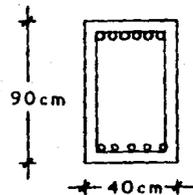
$$\mu_{\phi_p} = np$$

$$\mu_{\phi_{sc_{max}}} = np$$

$$\mu_{\phi_r} = 21.56$$

$$\mu_{\phi_{caida}} = np$$

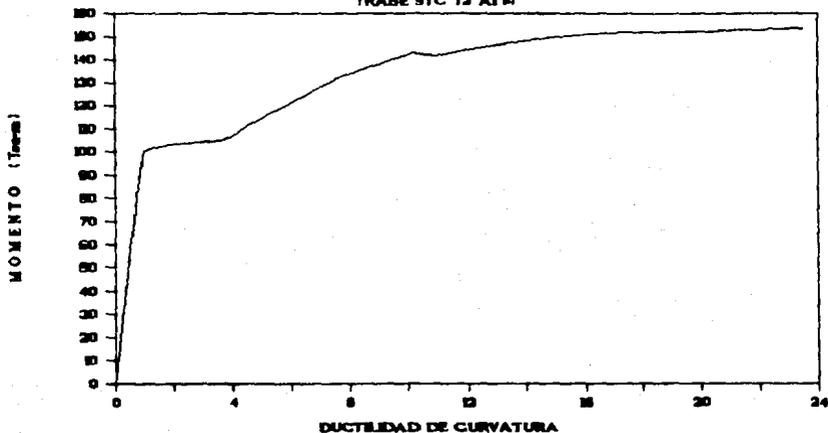
SECCION TRANSVERSAL



Lecho superior 6#8  
 Lecho inferior 2#6+3#8  
 E#3 @ 15 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE STC T2 A1 H



## ELEMENTO STC T2 A1(-)

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00003591$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 23.46$$

DUCTILIDADES TIPICAS:

$$\mu_{\phi c} = 14.84$$

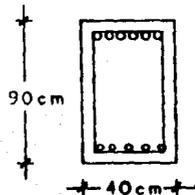
$$\mu_{\phi p} = 23.46$$

$$\mu_{\phi c} = 27.08$$

$$\mu_{\phi r} = np$$

$$\mu_{\phi caida} = np$$

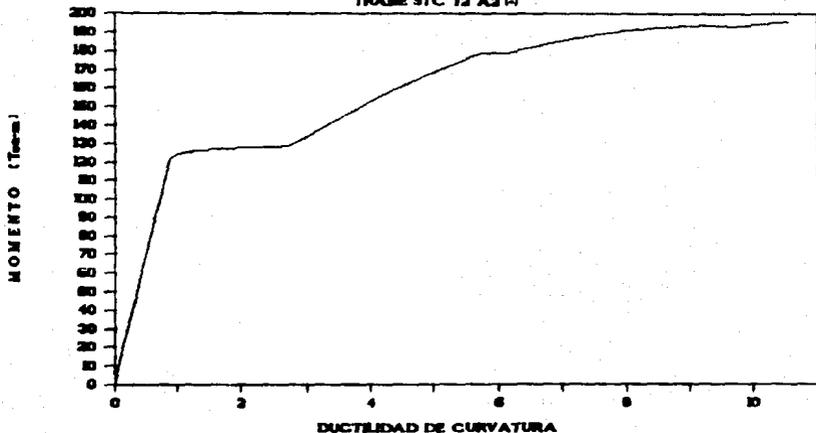
SECCION TRANSVERSAL



Lecho superior 6#8  
Lecho inferior 2#6+3#8  
E#3 @ 15 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE STC T2 A2 H



ELEMENTO STC T2 A2(-)

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00004860$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 10.56$$

DUCTILIDADES TÍPICAS:

$$\mu_{\phi c_{\text{Cmax}}} = 8.01$$

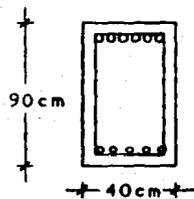
$$\mu_{\phi p} = 10.56$$

$$\mu_{\phi u_{\text{Cmax}}} = 14.68$$

$$\mu_{\phi r} = np$$

$$\mu_{\phi \text{caída}} = np$$

SECCION TRANSVERSAL



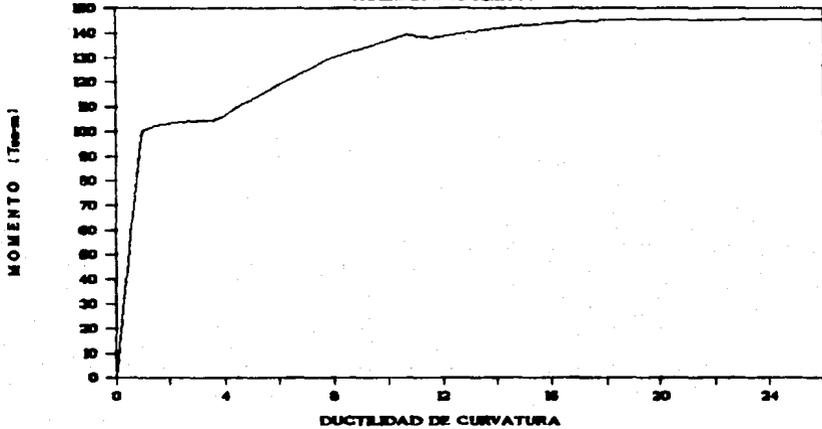
Lecho superior 6#8

Lecho inferior 2#6+3#8

E#3 @ 15 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE STC T2 AMA W



## ELEMENTO STC T2 AMA(-)

CURVATURA DE FLUENCIA

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\phi_y = 0.00003591$$

$$\mu_{\phi u} = 26.00$$

DUCTILIDADES TÍPICAS:

$$\mu_{\phi c} = 15.92$$

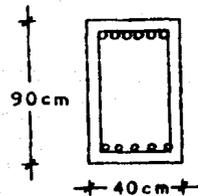
$$\mu_{\phi p} = 26.00$$

$$\mu_{\phi s c} = 30.86$$

$$\mu_{\phi r} = np$$

$$\mu_{\phi caida} = np$$

SECCION TRANSVERSAL



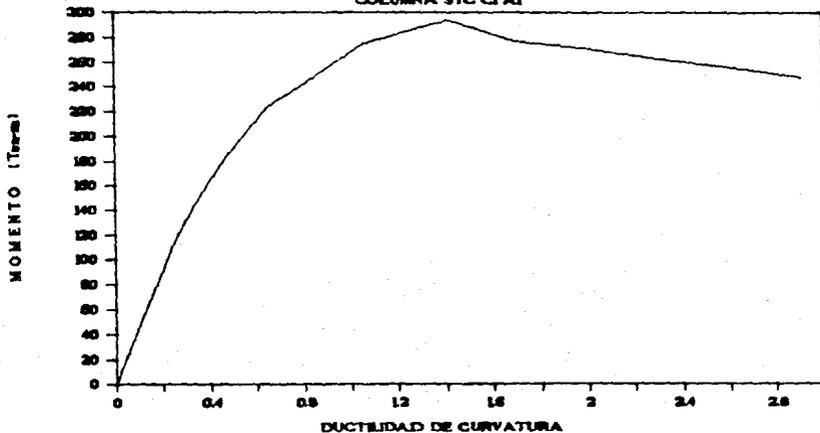
Lecho superior 6#8

Lecho inferior 2#6+3#8

E#3 @ 15 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

COLUMNA STC C1 A1



## ELEMENTO STC C1 A1

CURVATURA DE FLUENCIA  
 DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\phi_y = 0.00005000$$

$$\mu_{du} = 2.91$$

### DUCTILIDADES TÍPICAS:

$$\mu_{\phi_c} = 2.62$$

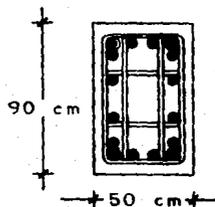
$$\mu_{\phi_p} = 4.55$$

$$\mu_{\phi_{sc}} = 6.02$$

$$\mu_{\phi_r} = n_p$$

$$\mu_{\phi_{caida}} = 2.91$$

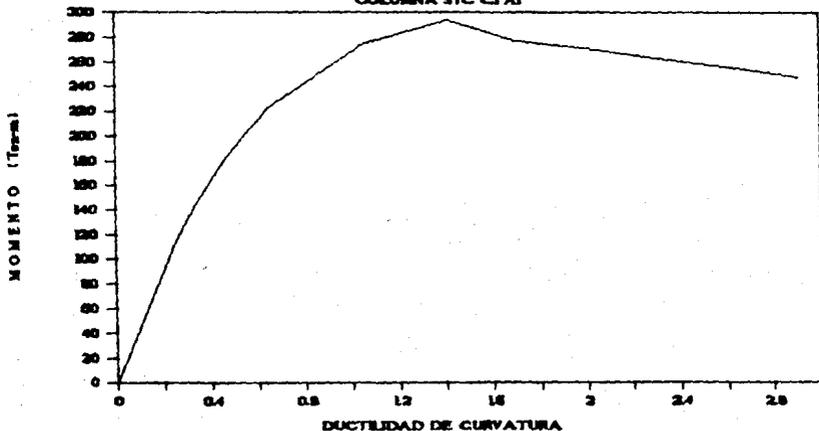
### SECCION TRANSVERSAL



Armado 12#10+4#12  
 E#3 @ 20 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

COLUMNA STC C1 A1



## ELEMENTO STC C1 A1

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00005000$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{du} = 2.91$$

DUCTILIDADES TÍPICAS:

$$\mu_{\phi C} = 2.62$$

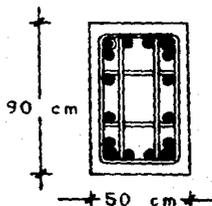
$$\mu_{\phi P} = 4.55$$

$$\mu_{\phi SC} = 6.02$$

$$\mu_{\phi R} = np$$

$$\mu_{\phi caida} = 2.91$$

SECCION TRANSVERSAL

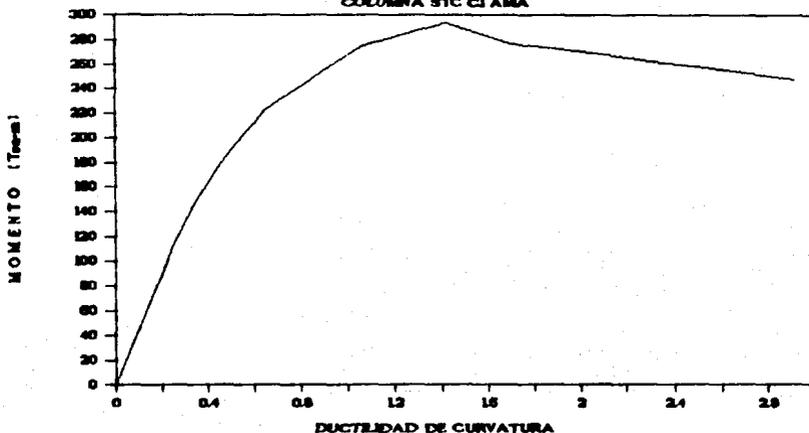


Armado 12#10+4#12

E#3 @ 20 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

COLUMNA STC C1 AMA



## ELEMENTO STC C1 AMA

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00005000$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{ou} = 2.91$$

DUCTILIDADES TÍPICAS:

$$\mu_{\phi C_{max}} = 2.62$$

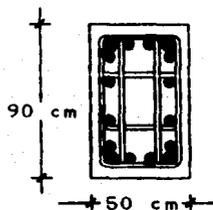
$$\mu_{\phi p} = 4.54$$

$$\mu_{\phi C_{max}} = 6.03$$

$$\mu_{\phi r} = np$$

$$\mu_{\phi caida} = 2.91$$

SECCION TRANSVERSAL

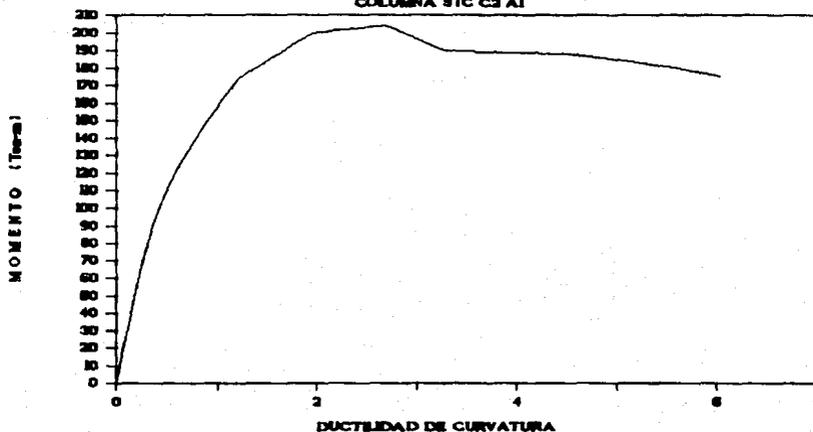


Armado 12#10+4#12

E#5 e 20 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

COLUMNA STC C2 A1



ELEMENTO STC C2 A1

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00003429$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 6.30$$

DUCTILIDADES TÍPICAS:

$$\mu_{\phi c} = 6.03$$

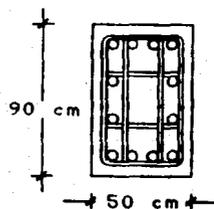
$$\mu_{\phi p} = 9.21$$

$$\mu_{\phi c} = 15.46$$

$$\mu_{\phi r} = np$$

$$\mu_{\phi caida} = 6.30$$

SECCION TRANSVERSAL

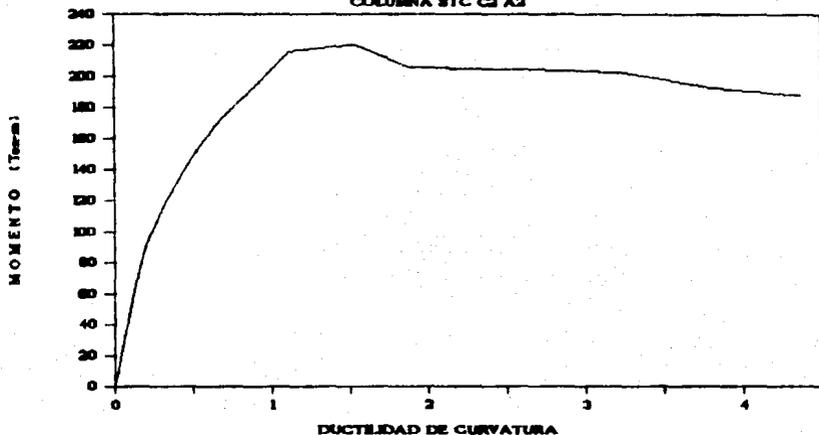


Armado 12#3

E#3 @ 15 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

COLUMNA STC C2 A2



ELEMENTO STC C2 A2

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00008000$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 4.37$$

DUCTILIDADES TIPICAS:

$$\mu_{\phi c} = 3.53$$

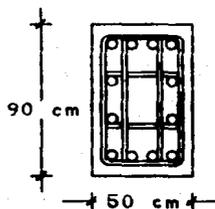
$$\mu_{\phi p} = 4.64$$

$$\mu_{\phi c} = 9.09$$

$$\mu_{\phi r} = np$$

$$\mu_{\phi caida} = 4.37$$

SECCION TRANSVERSAL

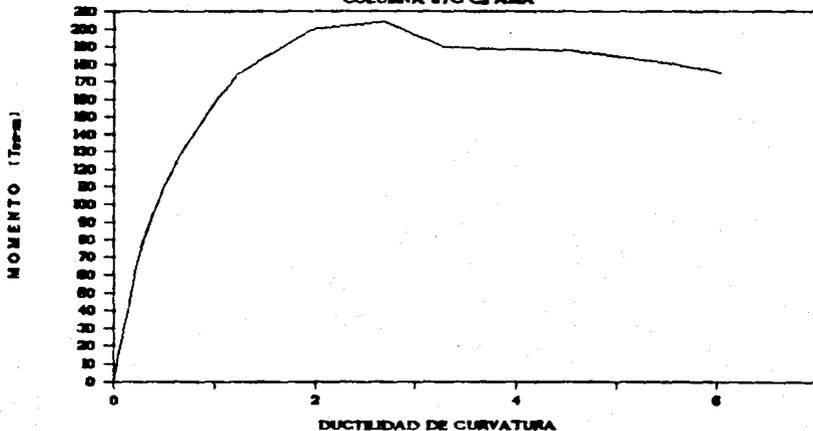


Armado 12#8

E#3 @ 15 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

COLUMNA STC C2 AMA



## ELEMENTO STC C2 AMA

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00003429$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 6.30$$

### DUCTILIDADES TÍPICAS:

$$\mu_{\phi c} = 6.03$$

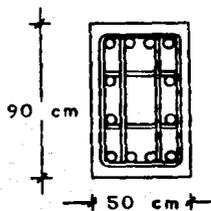
$$\mu_{\phi p} = 9.20$$

$$\mu_{\phi sc} = 15.46$$

$$\mu_{\phi r} = np$$

$$\mu_{\phi caida} = 6.30$$

### SECCION TRANSVERSAL

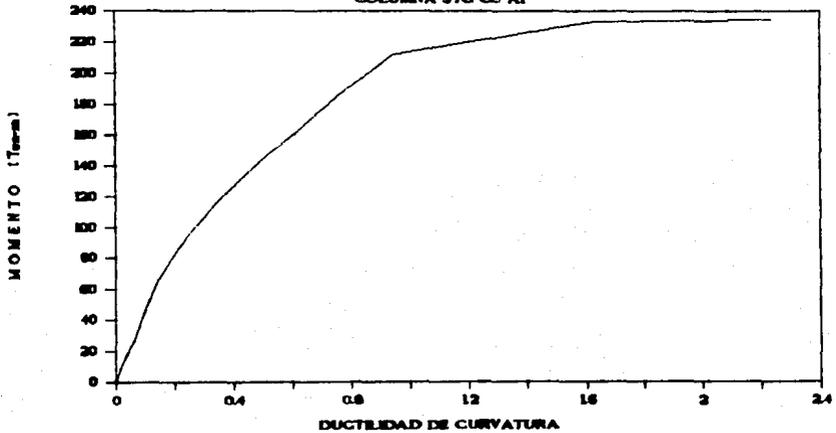


Armado 12#8

E#3 @ 15 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

COLUMNA STC C3 A1



ELEMENTO STC C3 A1

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.0005060$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 2.24$$

DUCTILIDADES TÍPICAS:

$$\mu_{\phi \epsilon_{cmax}} = 4.23$$

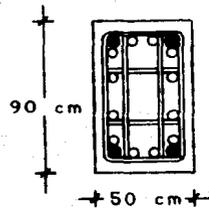
$$\mu_{\phi p} = 2.24$$

$$\mu_{\phi \epsilon_{cmax}} = 8.88$$

$$\mu_{\phi r} = np$$

$$\mu_{\phi caida} = 7.48$$

SECCION TRANSVERSAL

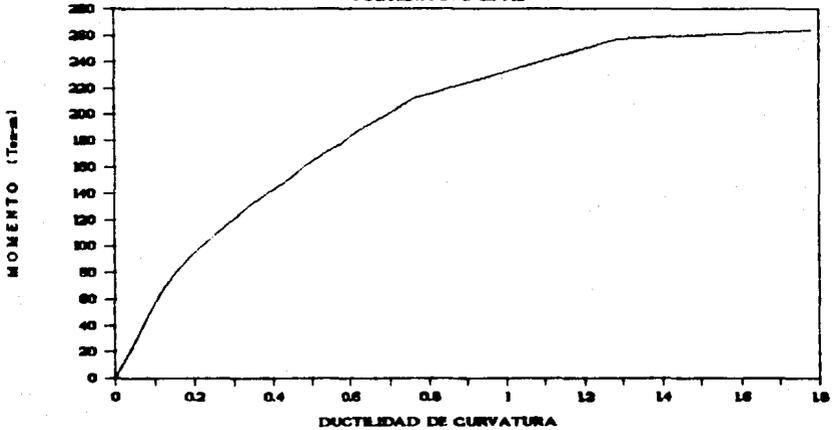


Armado 12#8+4#10

E#S @ 20 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

COLUMNA STC C3 A3



## ELEMENTO STC C3 A2

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00006265$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 1.78$$

DUCTILIDADES TÍPICAS:

$$\mu_{\phi c} = 3.35$$

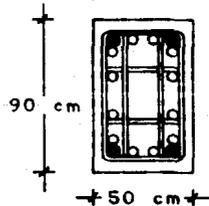
$$\mu_{\phi p} = 1.78$$

$$\mu_{\phi c c} = 7.39$$

$$\mu_{\phi r} = np$$

$$\mu_{\phi caida} = np$$

SECCION TRANSVERSAL

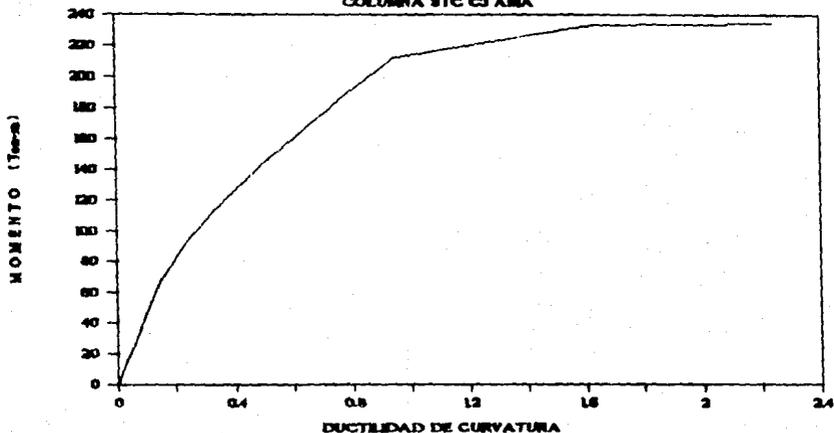


Armado 12#8+4#10

E#5 @ 20 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

COLUMNA STC C3 AMA



ELEMENTO STC C3 AMA

CURVATURA DE FLUENCIA  
DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\phi_y = 0.00005080$$

$$\mu_{\phi L} = 2.24$$

DUCTILIDADES TÍPICAS:

$$\mu_{\phi c} = 4.23$$

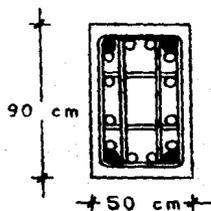
$$\mu_{\phi p} = 2.24$$

$$\mu_{\phi s c} = 8.80$$

$$\mu_{\phi r} = n_p$$

$$\mu_{\phi caida} = 7.23$$

SECCION TRANSVERSAL

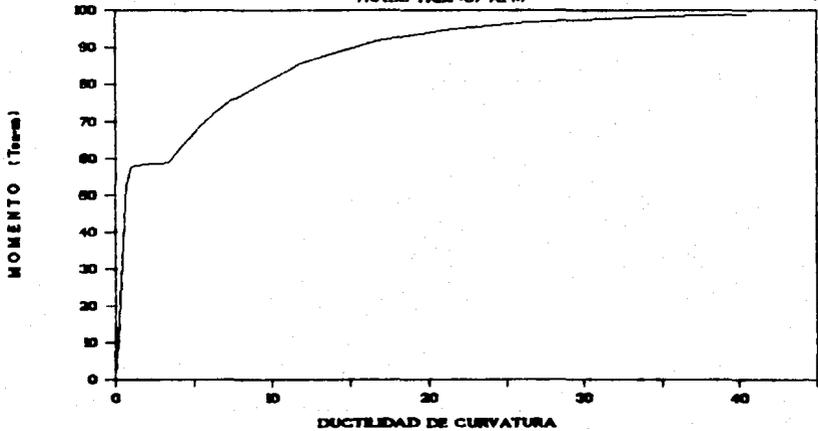


Armado 12#8+4#10

E#5 @ 20 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE TRDF-87 AI W



## ELEMENTO TRDF-87 AK(+)

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00003448$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 40.48$$

DUCTILIDADES TÍPICAS:

$$\mu_{\phi c} = n_p$$

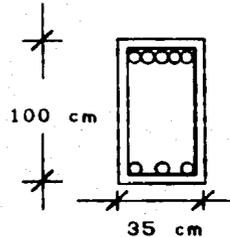
$$\mu_{\phi p} = n_p$$

$$\mu_{\phi c} = n_p$$

$$\mu_{\phi r} = 40.48$$

$$\mu_{\phi caida} = n_p$$

SECCION TRANSVERSAL

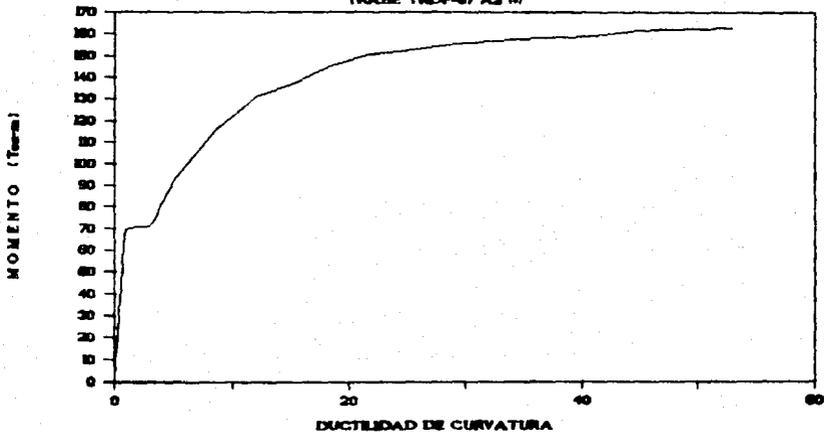


Lecho superior 5#8  
Lecho inferior 3#8

E#3 @ 13 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE TRDF-87 A2 (+)



## ELEMENTO TRDF-87 A2(+)

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00003767$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 52.89$$

DUCTILIDADES TÍPICAS:

$$\mu_{\phi c_{max}} = 29.15$$

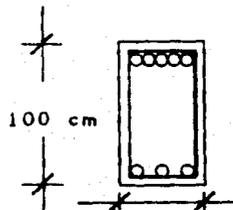
$$\mu_{\phi p} = np$$

$$\mu_{\phi c_{max}} = np$$

$$\mu_{\phi r} = 52.89$$

$$\mu_{\phi caida} = np$$

SECCION TRANSVERSAL

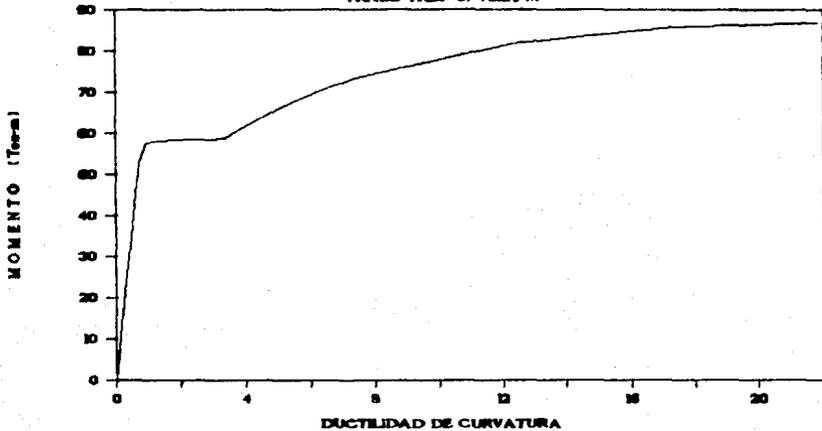


Lecho superior 5#8  
Lecho inferior 3#8

E#3 @ 13 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE TRDF-87 AMA W



## ELEMENTO TRDF-87 AMA(+)

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00003448$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 21.83$$

DUCTILIDADES TIPICAS:

$$\mu_{\phi c_{max}} = np$$

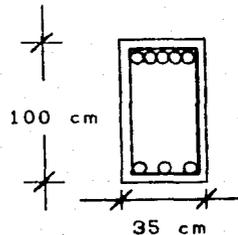
$$\mu_{\phi p} = np$$

$$\mu_{\phi c_{max}} = np$$

$$\mu_{\phi r} = 21.83$$

$$\mu_{\phi caida} = np$$

SECCION TRANSVERSAL



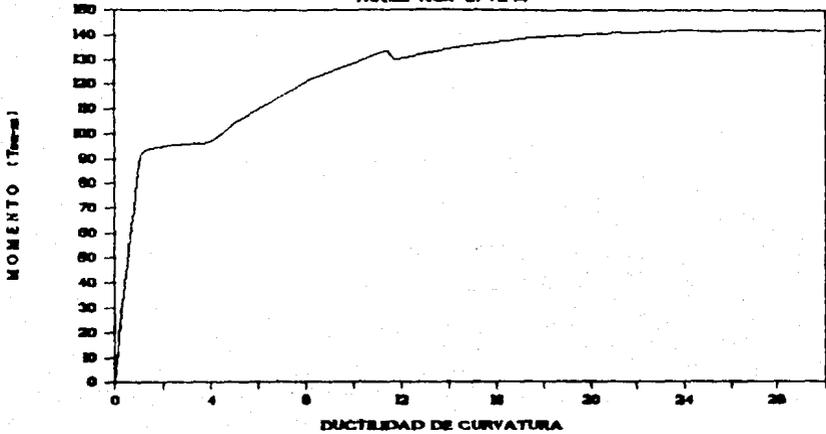
Lecho superior 5#8

Lecho inferior 3#8

E#3 @ 13 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE TRDF-87 AK-)



## ELEMENTO TRDF-87 AK-)

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.0003061$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 29.83$$

DUCTILIDADES TIPICAS:

$$\mu_{\phi c} = 18.41$$

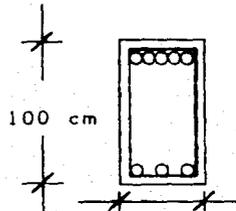
$$\mu_{\phi p} = 29.83$$

$$\mu_{\phi c} = 33.72$$

$$\mu_{\phi r} = np$$

$$\mu_{\phi caida} = np$$

SECCION TRANSVERSAL



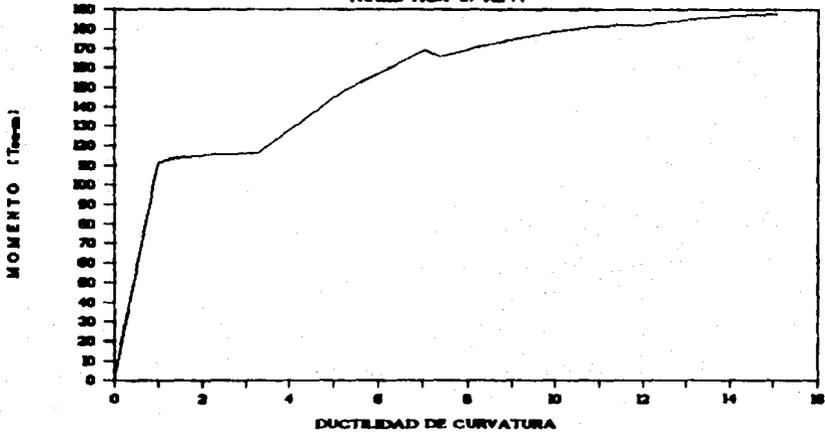
Lecho superior 5#8

Lecho inferior 3#8

E#3 @ 13 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE TRDF-87 A2 H



ELEMENTO TRDF-87 A2(-)

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00003800$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 15.06$$

DUCTILIDADES TIPICAS:

$$\mu_{\phi c} = 10.97$$

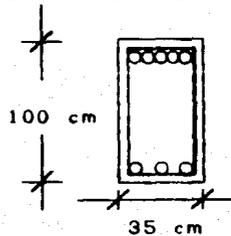
$$\mu_{\phi p} = 15.06$$

$$\mu_{\phi c cmax} = 20.08$$

$$\mu_{\phi r} = np$$

$$\mu_{\phi caida} = np$$

SECCION TRANSVERSAL

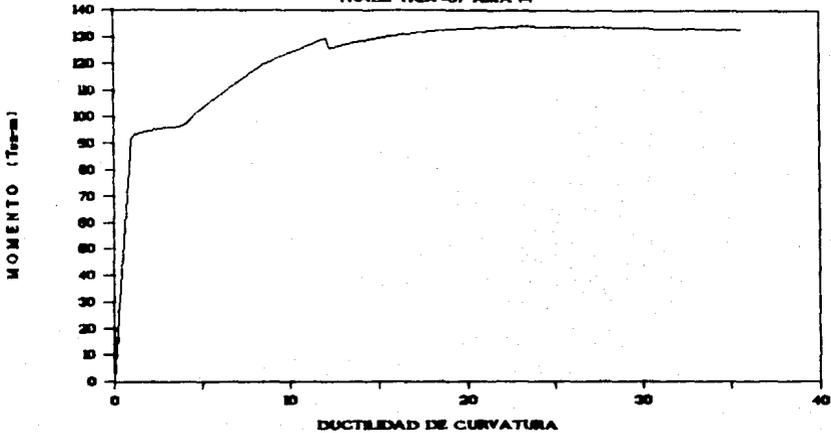


Lecho superior 5#8  
Lecho inferior 3#8

E#3 @ 13 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE TRDF-87 AMA W



## ELEMENTO TRDF-87 AMA(-)

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00003061$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 35.62$$

### DUCTILIDADES TIPICAS:

$$\mu_{\phi c_{max}} = 19.85$$

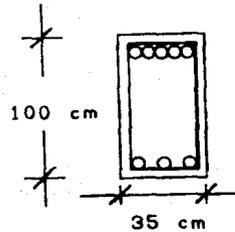
$$\mu_{\phi p} = 35.62$$

$$\mu_{\phi c_{max}} = np$$

$$\mu_{\phi r} = 37.19$$

$$\mu_{\phi caida} = np$$

### SECCION TRANSVERSAL



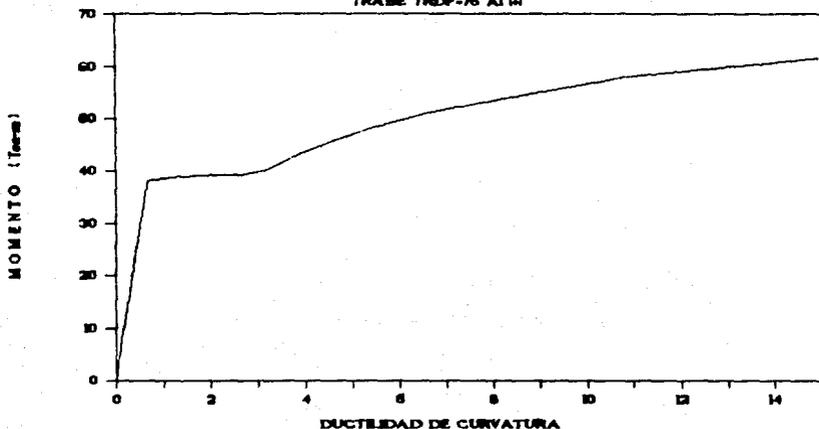
Lecho superior 5#8

Lecho inferior 3#8

E#3 @ 13 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE TRDF-76 A1H



## ELEMENTO TRDF-76 A1(+)

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00003953$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 14.94$$

DUCTILIDADES TIPICAS:

$$\mu_{\phi c} = 22.41$$

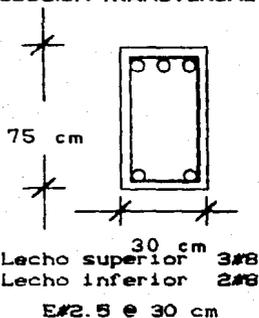
$$\mu_{\phi p} = 14.94$$

$$\mu_{\phi c} = np$$

$$\mu_{\phi r} = 34.86$$

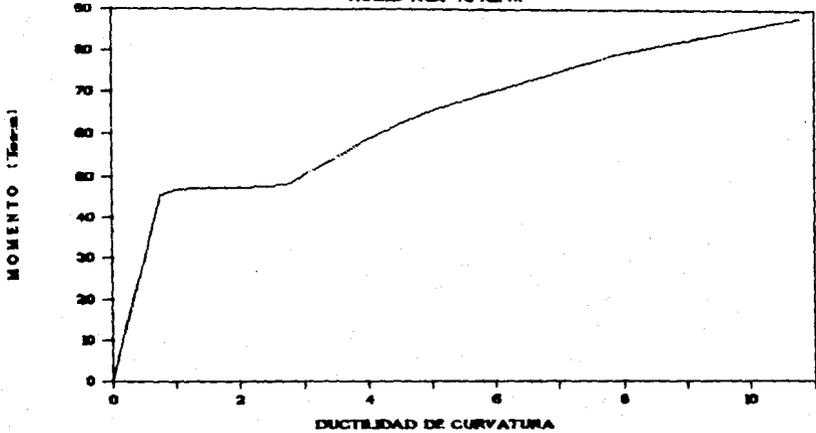
$$\mu_{\phi caida} = np$$

SECCION TRANSVERSAL



# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE TRDF-76 A2 (+)



ELEMENTO TRDF-76 A2(+)

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00004333$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 14.94$$

DUCTILIDADES TÍPICAS:

$$\mu_{\phi c} = 15.85$$

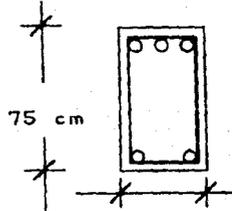
$$\mu_{\phi p} = 10.78$$

$$\mu_{\phi c} = 29.28$$

$$\mu_{\phi r} = np$$

$$\mu_{\phi caida} = np$$

SECCION TRANSVERSAL



30 cm

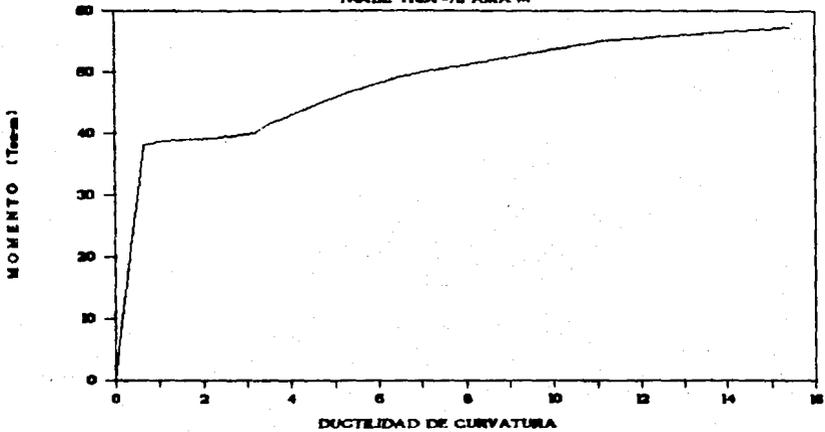
Lecho superior 3#8

Lecho inferior 2#8

E#2.5 @ 30 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE TRDF-76 AMA W



## ELEMENTO TRDF-76 AMA(+)

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00003953$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 15.42$$

DUCTILIDADES TIPICAS:

$$\mu_{\phi c} = np$$

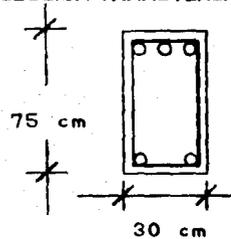
$$\mu_{\phi p} = 15.42$$

$$\mu_{\phi c} = np$$

$$\mu_{\phi r} = 19.28$$

$$\mu_{\phi caida} = np$$

SECCION TRANSVERSAL



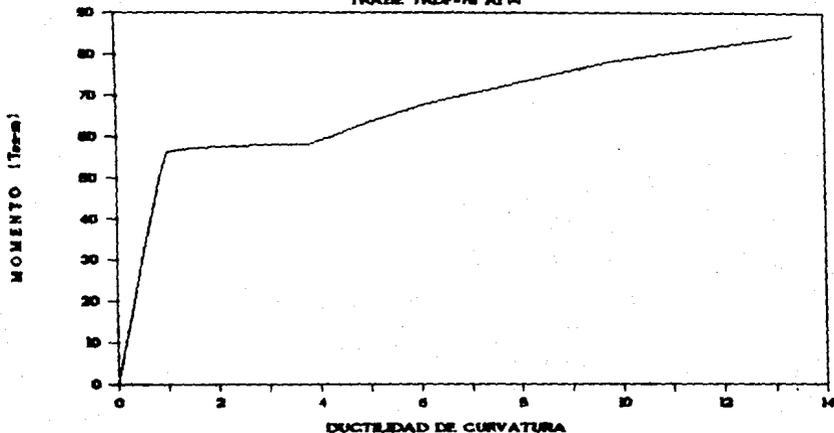
Lecho superior 3#8

Lecho inferior 2#8

E#2.5 @ 30 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE TRDF-76 A1 W



## ELEMENTO TRDF-76 A1(-)

CURVATURA DE FLUENCIA  
 DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\phi_y = 0.00003093$$

$$\mu_{ou} = 13.41$$

DUCTILIDADES TIPICAS:

$$\mu_{\phi c} = 16.00$$

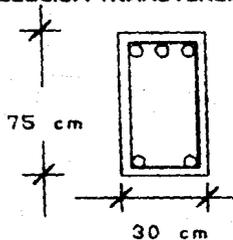
$$\mu_{\phi p} = 13.41$$

$$\mu_{\phi c} = 26.67$$

$$\mu_{\phi r} = np$$

$$\mu_{\phi caida} = np$$

SECCION TRANSVERSAL

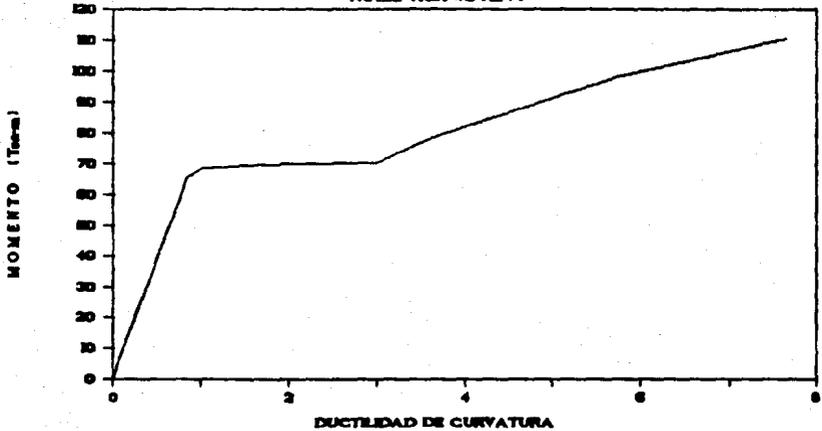


Lecho superior 3#8  
 Lecho inferior 2#8

E#2.5 @ 30 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRADE TRDF-76 A2 H



## ELEMENTO TRDF-76 A2(-)

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.0004096$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 7.65$$

DUCTILIDADES TIPICAS:

$$\mu_{\phi c_{max}} = 8.92$$

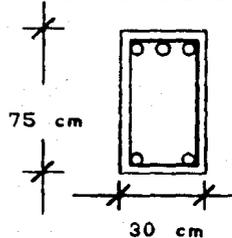
$$\mu_{\phi p} = 7.65$$

$$\mu_{\phi c_{max}} = 14.56$$

$$\mu_{\phi r} = np$$

$$\mu_{\phi caida} = np$$

SECCION TRANSVERSAL



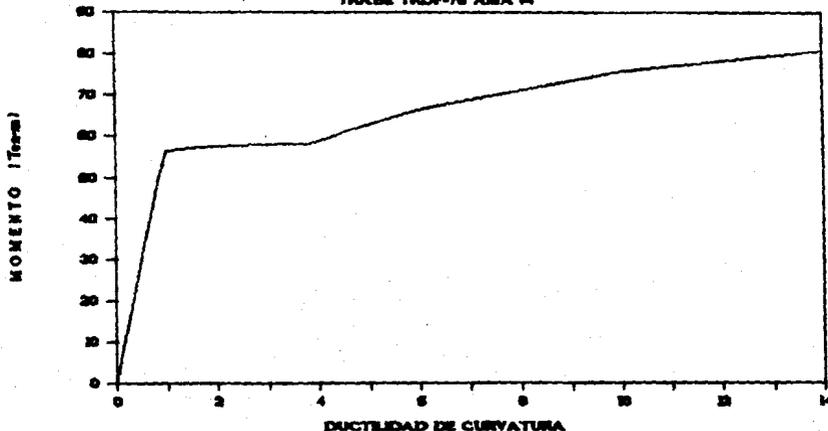
Lecho superior 3#8

Lecho inferior 2#8

E#2.5 @ 30 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

TRABE TRDF-76 AMA W



## ELEMENTO TRDF-76 AMA(-)

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00003093$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 14.00$$

### DUCTILIDADES TIPICAS:

$$\mu_{\phi c_{max}} = 17.12$$

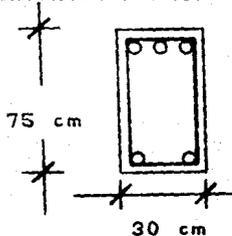
$$\mu_{\phi p} = 14.00$$

$$\mu_{\phi c_{max}} = 29.80$$

$$\mu_{\phi r} = np$$

$$\mu_{\phi caida} = np$$

### SECCION TRANSVERSAL



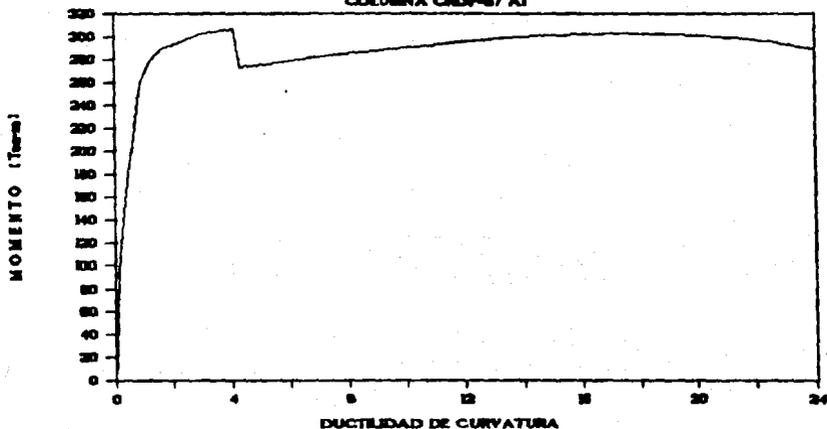
Lecho superior 3#8

Lecho inferior 2#8

E@2.5 @ 30 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

COLUMNA CRDF-87 A1



ELEMENTO CRDF-87 A1

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00004211$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{ou} = 23.96$$

DUCTILIDADES TÍPICAS:

$$\mu_{\phi_{sc}} = 10.38$$

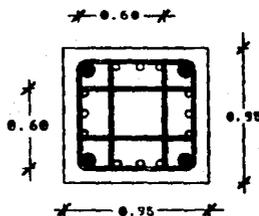
$$\mu_{\phi_p} = 23.96$$

$$\mu_{\phi_{sc}} = 23.96$$

$$\mu_{\phi_r} = np$$

$$\mu_{\phi_{caida}} = np$$

SECCION TRANSVERSAL

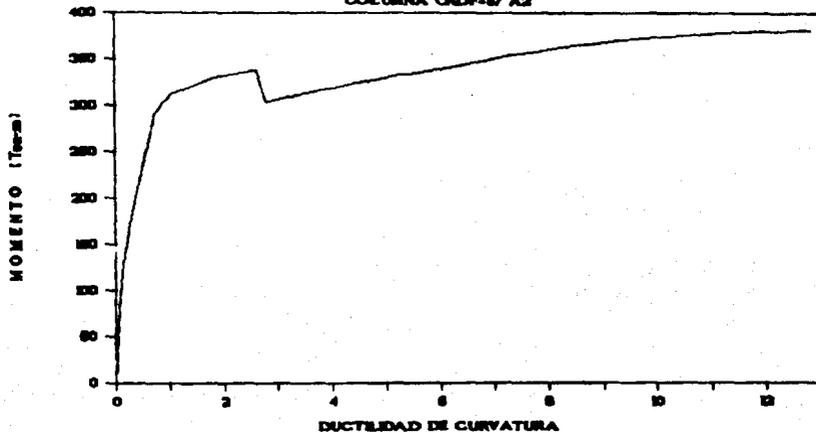


Armado 12#8+4#10

E#4 @ 9 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

COLUMNA CRDF-87 A2



ELEMENTO CRDF-87 A2

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00065318$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi u} = 12.84$$

DUCTILIDADES TIPICAS:

$$\mu_{\phi c} = 6.45$$

$\mu_{\phi cmax}$

$$\mu_{\phi p} = 12.84$$

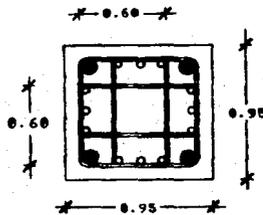
$$\mu_{\phi sc} = 15.04$$

$\mu_{\phi scmax}$

$$\mu_{\phi r} = np$$

$$\mu_{\phi caida} = np$$

SECCION TRANSVERSAL

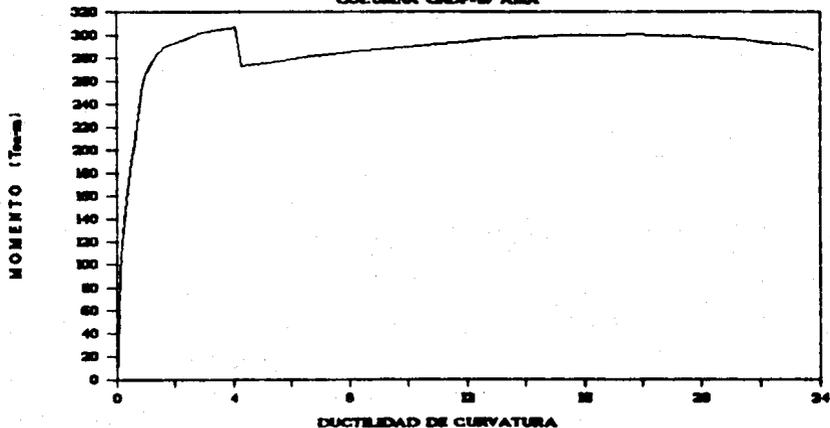


Armado 12#8+4#10

E#4 @ 9 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

COLUMNA CRDF-87 AMA



## ELEMENTO CRDF-87 AMA

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00004211$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{\phi U} = 23.78$$

DUCTILIDADES TIPICAS:

$$\mu_{\phi C_{max}} = 10.39$$

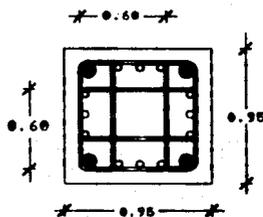
$$\mu_{\phi p} = 23.78$$

$$\mu_{\phi C_{max}} = 24.21$$

$$\mu_{\phi r} = np$$

$$\mu_{\phi caida} = np$$

SECCION TRANSVERSAL

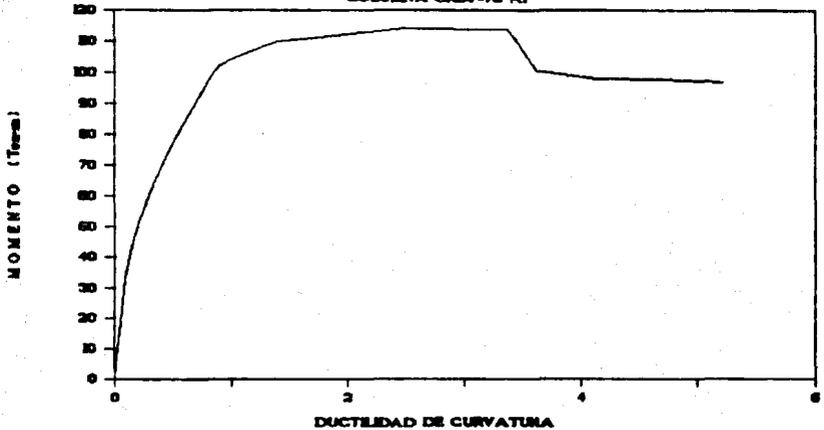


Armado 12#8+4#10

E#4 @ 9 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

COLUMNA CRDF-76 A1



## ELEMENTO CRDF-76 A1

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00006333$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{ou} = 5.22$$

DUCTILIDADES TIPICAS:

$$\mu_{\phi_{esc}}^{Cmax} = 5.22$$

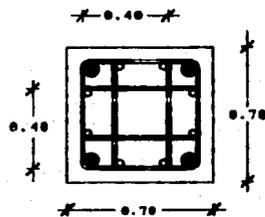
$$\mu_{\phi_p} = 8.18$$

$$\mu_{\phi_{esc}}^{Cmax} = 10.22$$

$$\mu_{\phi_r} = np$$

$$\mu_{\phi_{caida}} = 5.22$$

SECCION TRANSVERSAL

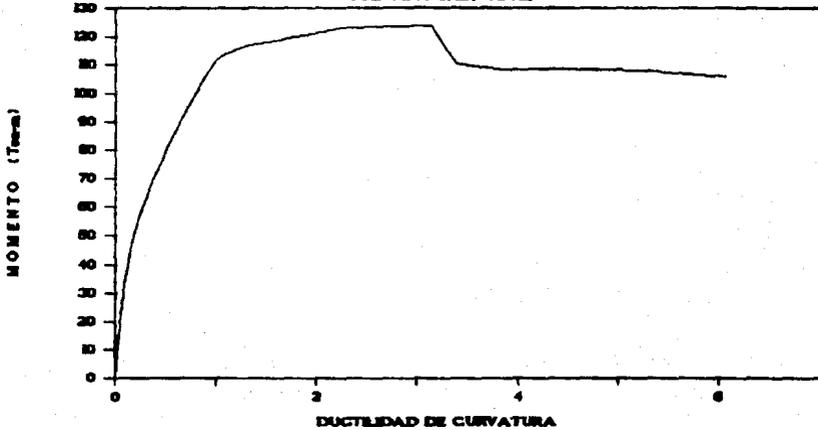


Armado 8#6+4#8

E#2.5 @ 12.5 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

COLUMNA CRDF-76 A2



ELEMENTO CRDF-76 A2

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00006666$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{ou} = 6.06$$

DUCTILIDADES TIPICAS:

$$\mu_{\phi_{Cmax}} = 4.83$$

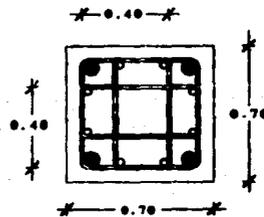
$$\mu_{\phi_p} = 6.50$$

$$\mu_{\phi_{sc Cmax}} = 9.71$$

$$\mu_{\phi_r} = np$$

$$\mu_{\phi_{caida}} = 6.06$$

SECCION TRANSVERSAL

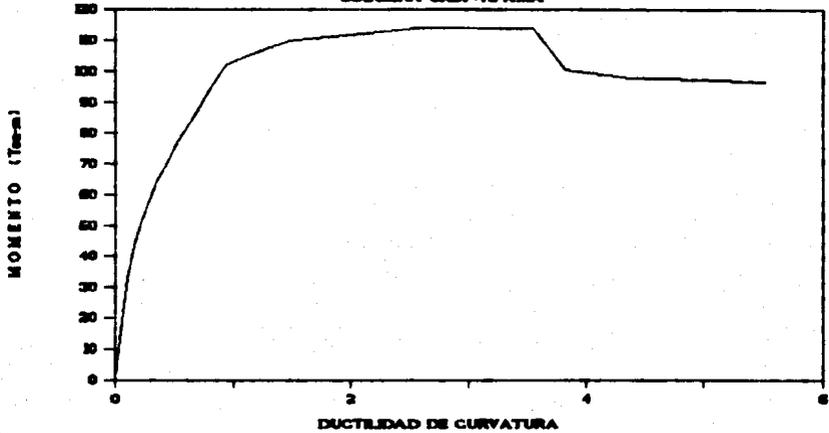


Armado 8#6+4#8

E#2.5 @ 12.5 cm

# MOMENTO - DUCTILIDAD DE CURVATURA

COLUMNA CRDF-76 AMA



## ELEMENTO CRDF-76 AMA

CURVATURA DE FLUENCIA

$$\phi_y = 0.00008000$$

DUCTILIDAD DE CURVATURA ULTIMA

$$\mu_{du} = 5.52$$

DUCTILIDADES TIPICAS:

$$\mu_{esc} = 5.52$$

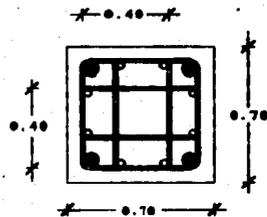
$$\mu_{ep} = 8.67$$

$$\mu_{esc} = 10.75$$

$$\mu_{er} = np$$

$$\mu_{caida} = 5.52$$

SECCION TRANSVERSAL



Armado 8#6+4#8

E#2.5 @ 12.5 cm

### 3.6 ELEMENTOS MECANICOS RESISTENTES

En el cálculo de ductilidades de curvatura, resulta inherente al análisis la obtención de resistencias; concretamente, el momento flexionante máximo soportable por el elemento estructural en cuestión. Es por todos conocido que la fuerza cortante generada en un miembro depende del momento flexionante presente. Por esta razón, es posible calcular el cortante inferido por el momento flector máximo actuante en el miembro estructural antes de la falla. En esta sección se presenta una comparación cuantitativa tanto del momento flexionante como del cortante generados en la sección transversal, contra las resistencias que un estructurista supone encontrar utilizando las hipótesis simplificadoras que para tal efecto dictan los Códigos de Construcción. Los momentos flectores considerados para el cálculo de los cortantes inferidos obviamente se encuentran asociados a un punto situado antes de la ductilidad máxima, es decir, antes que se presente la falla.

#### 3.6.1 FLEXION.

En la tabla 3.8 se presenta, para cada elemento estructural analizado, el momento máximo (  $M_{max}$  ) generado antes de la falla del miembro. Como se comentó anteriormente, para el cálculo del momento máximo, se toma en cuenta el confinamiento de la sección transversal y las curvas completas Esfuerzo-deformación del acero de refuerzo. Estos valores se comparan con la resistencia obtenida por métodos tradicionales (  $M_n$  ), explicados en la sección 1.3.1 del primer capítulo, por medio del cociente llamado *factor de sobrerresistencia* (  $F_{or} = M_{max}/M_n$  ).

Al observar los diagramas Momento - Ductilidad de Curvatura del inciso anterior, se distingue que el momento máximo resistente de la sección (  $M_{max}$  ), no siempre se asocia al punto de mayor ductilidad. Esto se debe, entre otras cosas, al desprendimiento del concreto de recubrimiento a deformaciones unitarias menores a las cuales se presenta  $\mu_{cu}$ .

Por ello el momento designado como  $M_{max}$  corresponde al máximo valor presentado antes de la ductilidad última, esto es; la mayor ordenada presente en el intervalo  $0 \leq \mu_e \leq \mu_{eu}$  en los citados diagramas.

Los resultados de la tabla muestran clara evidencia del arcaísmo de los métodos de diseño actuales. Haciendo un poco de historia es posible percatarse de las condiciones bajo las cuales se dedujeron las expresiones para el cálculo del momento resistente en elementos de concreto reforzado. En la década de los 40's C. S. Whitney<sup>3.4</sup> realizó sus investigaciones para determinar el comportamiento básico de miembros sujetos a flexión, así como la teoría del bloque equivalente para diseño plástico. En aquella época, no se tomó en cuenta el confinamiento de la sección transversal proporcionado por los estribos, como tampoco la capacidad extra que genera esta situación para deformación y resistencia. Así, después de más de cuarenta años, es conveniente hacer una revisión a los conceptos de diseño de elementos de concreto reforzado sujetos a flexión.

Es importante aclarar que el objetivo de la tabla 3.8 es el de comparar la resistencia que el estructurista cree obtener contra la que es posible encontrar en la realidad. Recordemos que el acero A2 fue idealizado a partir de datos experimentales tomados de pruebas realizadas a barras comerciales con esfuerzo de fluencia  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ . Por lo tanto es válida la confrontación de resultados expuestos, en todos los tipos de acero, aún y cuando los esfuerzos de fluencia tengan las fluctuaciones ya mencionadas.

<sup>3.4</sup> WHITNEY C. S. "Plastic Theory of Reinforced Concrete Design", Proceedings A. S. C. E., December 1940. Transaction A. S. C. E., Vol 107 1942. p.p. 251-326.

ELEMENTO	Mn	Mmax	Fer
ESTRUCTURAL	C(ton-m)	C(ton-m)	
STC T1 A1(+)		123.24	1.70
STC T1 A2(+)	72.22	201.37	2.70
STC T1 AMA(+)		107.82	1.49
STC T1 A1(-)		174.15	1.27
STC T1 A2(-)	136.24	216.72	1.58
STC T1 AMA(-)		172.08	1.28
STC T2 A1(+)		123.61	1.71
STC T2 A2(+)	72.27	190.74	2.63
STC T2 AMA(+)		108.26	1.50
STC T2 A1(-)		154.78	1.48
STC T2 A2(-)	104.35	195.91	1.88
STC T2 AMA(-)		145.65	1.40
TRDF-87 A1(+)		98.87	1.70
TRDF-87 A2(+)	58.02	162.99	2.81
TRDF-87 AMA(+)		85.68	1.50
TRDF-87 A1(-)		142.18	1.49
TRDF-87 A2(-)	95.65	187.74	1.96
TRDF-87 AMA(-)		134.06	1.40
TRDF-76 A1(+)		61.61	2.19
TRDF-76 A2(+)	28.19	98.08	3.12
TRDF-76 AMA(+)		57.42	2.04
TRDF-76 A1(-)		84.63	2.02
TRDF-76 A2(-)	41.82	110.52	2.64
TRDF-76 AMA(-)		80.95	1.94
STC C1 A1		293.90	1.71
STC C1 A2	172.27	327.04	1.90
STC C1 AMA		293.90	1.71
STC C2 A1		204.24	1.67
STC C2 A2	122.43	220.38	1.80
STC C2 AMA		204.24	1.67
STC C3 A1		234.56	1.60
STC C3 A2	146.31	263.96	1.80
STC C3 AMA		234.56	1.60
CRDF-87 A1		306.81	1.43
CRDF-87 A2	214.94	381.50	1.77
CRDF-87 AMA		306.81	1.43
CRDF-76 A1		114.18	1.36
CRDF-76 A2	83.94	123.88	1.47
CRDF-76 AMA		114.18	1.36

### 3.6.2 CORTANTE.

Para valuar el cortante inferido de cada una de las secciones transversales consideradas, se toman los momentos flexionantes máximos resistentes en flexión positiva y negativa. Esto obedece a considerar una deformación en la pieza con doble curvatura, ya que en la gran mayoría de los casos, ésta es la configuración deformada que presentan los marcos sujetos a sollicitaciones sísmicas.

En las tablas 3.9 y 3.10 se presentan los cortantes inferidos por la resistencia a flexión ( $V_{ind}$ ) así como los cortantes resistentes de cada elemento ( $V_n$ ) calculados con las disposiciones de los Reglamentos del Distrito Federal que correspondan. Se calcula además el *factor de cortante inducido*  $F_{vi} = V_{ind}/V_n$ .

La diferencia entre las tablas mencionadas obedece a la consideración del cortante resistente del concreto en los elementos sujetos a flexión. En la tabla 3.9 se muestran los resultados inherentes a los cortantes obtenidos incluyendo la contribución del concreto, tal y como estipulan los reglamentos RFD-76 y anteriores para cualquier tipo de elemento estructural, y en miembros en flexocompresión según dicta el código RDF-87.

La tabla 3.10 muestra las trabes sin la contribución del concreto en la evaluación de resistencia por cortante. Esta disposición obedece a las características que deben de cumplir los elementos que formen parte de marcos dúctiles diseñados con un factor de reducción por ductilidad  $Q = 4.0$ . Resulta evidente que tales consideraciones no son aplicables a miembros que obedecen a reglamentos anteriores al actualmente vigente, sin embargo, es importante apreciar las diferencias que se generarían al no considerar este factor. En el caso de la trabe TRDF-87 si es aplicable lo anterior, y de alguna manera, presenta una llamada de atención a las disposiciones que para efecto de cortante estipula el RDF-87.

Cabe mencionar que en el cálculo del cortante actuante  $V_n$ , se considera, en elementos sujetos a flexión, la acción de las cargas

Viva y muerta ejercidas sobre el área tributaria mediante un valor total equivalente de 0.8 ton/m<sup>2</sup>.

ELEMENTO ESTRUCTURAL	V <sub>n</sub> ( ton )	V <sub>ind</sub> ( ton )	F <sub>vi</sub>
STC T1 A1		47.44	0.83
STC T1 A2	57.36	60.85	1.06
STC T1 AMA		45.50	0.79
STC T2 A1		45.33	0.81
STC T2 A2	55.87	57.36	1.03
STC T2 AMA		42.61	0.76
TRDF-87 A1		47.14	0.74
TRDF-87 A2	63.74	61.76	0.97
TRDF-87 AMA		44.46	0.70
TRDF-76 A1		34.50	1.52
TRDF-76 A2	22.63	41.48	1.83
TRDF-76 AMA		33.45	1.48
STC C1 A1		118.75	0.59
STC C1 A2	202.00	132.14	0.65
STC C1 AMA		118.75	0.59
STC C2 A1		82.52	0.81
STC C2 A2	101.86	89.04	0.87
STC C2 AMA		82.52	0.81
STC C3 A1		94.77	0.52
STC C3 A2	182.10	106.65	0.59
STC C3 AMA		94.77	0.52
CRDF-87 A1		185.95	0.71
CRDF-87 A2	262.28	231.21	0.88
CRDF-87 AMA		185.95	0.71
CRDF-76 A1		69.20	1.12
CRDF-76 A2	61.86	75.08	1.21
CRDF-76 AMA		69.20	1.12

Tabla 3.9 Resistencia al cortante en los miembros analizados.

ELEMENTO ESTRUCTURAL	Vn - Vca ( ton )	Vind ( ton )	Fvi
STC T1 A1		47.44	1.40
STC T1 A2	33.80	60.85	1.80
STC T1 AMA		45.50	1.35
STC T2 A1		45.33	1.34
STC T2 A2	33.80	57.36	1.70
STC T2 AMA		42.61	1.26
TRDF-87 A1		47.14	1.08
TRDF-87 A2	43.88	61.76	1.42
TRDF-87 AMA		44.46	1.02
TRDF-76 A1		34.50	3.60
TRDF-76 A2	9.60	41.48	4.32
TRDF-76 AMA		33.45	3.48

**Tabla 3.10 Resistencia a cortante en traves sin consideración del concreto de la sección transversal.**

Los resultados expuestos en estas dos últimas tablas proporcionan conclusiones interesantes. En primer término, salta a la vista el marcado déficit de resistencia en cortante de los elementos diseñados bajo las disposiciones del reglamento RDF-76. Esto permite deducir que durante el sismo del 19 de Septiembre de 1985 posiblemente fue una de las causas frecuentes de colapso. En segundo plano se tiene la disminución de seguridad estructural por la resistencia a cortante de los elementos de concreto reforzado, ya que si bien no son dramáticos algunos de los factores de cortante inducido ( Fvi ) sí presentan una alarma a los códigos de construcción. La tabla 3.10 es la que enfatiza este problema. Como se aclaró con oportunidad, el desprestigiar la contribución del concreto a la resistencia por cortante en marcos sujetos a sollicitaciones sísmicas, no es aplicable a elementos diseñados bajo los reglamentos anteriores a RDF-87. Sin embargo, los resultados permiten evaluar las bondades de tales disposiciones.

Cuando hablamos de la cota superior de resistencia ( elementos con acero tipo A2 ), el problema se agudiza en sobre manera, y es aquí donde debemos pensar en una revisión de la teoría de flexión, ya que es élla la que produce estos cortantes tan elevados, no las disposiciones por cortante, que si resultan pobres, es debido a este fenómeno.

Finalmente se muestra en la tabla 3.11 los factores de cortante inducido ( Fvi ) asociados a los elementos sujetos a flexocompresión sin considerar la contribución del concreto. Esto obedece al objetivo de ponderar la degradación de la resistencia al cortante que se presenta por la acción de cargas cíclicas.

ELEMENTO ESTRUCTURAL	Vn - Vca ( ton )	Vind ( ton )	Fvi
STC C1 A1		118.75	0.84
STC C1 A2	141.35	132.14	0.93
STC C1 AMA		118.75	0.84
STC C2 A1		82.52	1.22
STC C2 A2	67.91	89.04	1.31
STC C2 AMA		82.52	1.22
STC C3 A1		94.77	0.67
STC C3 A2	141.35	106.65	0.75
STC C3 AMA		94.77	0.67
CRDF-87 A1		185.95	0.92
CRDF-87 A2	201.76	231.21	1.15
CRDF-87 AMA		185.95	0.92
CRDF-76 A1		69.20	1.96
CRDF-76 A2	35.22	75.08	2.13
CRDF-76 AMA		69.20	1.96

Tabla 3.11 Resistencia a cortante en columnas sin consideración del concreto de la sección transversal.

Estos resultados permiten enfatizar dos posiciones. La primera es que el marcado patrón de falla por cortante presentado en las estructuras durante el sismo del 19 de Septiembre de 1985 es debido al efecto de sobrerresistencia por flexión en los elementos estructurales, y la segunda, el problema que se presenta si la columna en cuestión se encuentra sometida a flexotensión, en cuyo caso, de acuerdo al reglamento actualmente vigente, el cortante resistido por el concreto de la sección transversal (  $V_{ca}$  ), debe ser despreciado.

4

**CONCLUSIONES  
Y  
RECOMENDACIONES**

## 4.1 INTRODUCCION.

Cuando se diseña en zonas que presentan la posibilidad de sufrir movimientos sísmicos intensos, el estudio del comportamiento estructural se hace primordial. La seguridad que se pueda ofrecer y la imperante economía susceptible a debilitamiento que sufrimos, hacen énfasis en la importancia del conocimiento profundo de los fenómenos que permitan una construcción óptima. Ya se ha mencionado, en cuanto a ingeniería estructural se refiere, que el conocimiento de la capacidad de disipación de energía por deformaciones en el rango inelástico, permite diseñar estructuras económicas y seguras. Por esta razón es valiosa cualquier información, por pequeña que pueda ser, que encamine al desarrollo de una buena ingeniería sísmica. Es sabido que la curvatura es el primer paso en la evaluación de la rotación máxima que pueda generarse en un miembro estructural, de ahí que un análisis paramétrico de ésta, permita un conocimiento adecuado de las posibles variaciones en la capacidad de disipación de energía. Por otra parte, la resistencia que dichos elementos permitan generar, van de la mano de la economía que se pueda proporcionar en el diseño de estructuras de concreto reforzado. La filosofía actual de diseño sísmico permite daño en elementos no estructurales bajo sollicitaciones sísmicas moderadas, y daño estructural obviamente sin colapso, para acciones severas. No es objetivo de este trabajo ponderar ni juzgar estas disposiciones, pero sí proveer alguna información, conclusiones y recomendaciones de interés para mejorar el conocimiento del comportamiento sísmico de los elementos estructurales.

Por todo lo anteriormente dicho, se presenta en este capítulo el resultado de este trabajo en cuanto a conclusiones se refiere, esperando fervientemente que sirva para el desarrollo de futuros estudios que conduzcan día con día a un mayor conocimiento en el ámbito de la ingeniería sísmica y estructural.

## 4.2 DUCTILIDAD EN ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO.

Cuando se evalúa la capacidad de rotación que presenta un elemento de concreto reforzado mediante los diagramas Momento - Ductilidad de curvatura, son muchos los parámetros que deben ser considerados. Desde la determinación de las curvas esfuerzo deformación de los materiales constitutivos, hasta la apropiada elección de las curvaturas características. Por esta razón son también numerosas las observaciones pertinentes susceptibles a mención en este apartado.

Se ha observado la importancia de la incertidumbre en la calidad de los materiales constitutivos, concretamente en el tipo de acero de refuerzo empleado en el diseño de miembros de concreto reforzado. El efecto principal de este fenómeno conduce a ductilidades bajas en miembros que presentan aceros de resistencias altas, situación que comúnmente se maneja como una regla. Sin embargo, ésto no se puede generalizar. Por ejemplo, si el tipo de falla sufrido por el miembro en cuestión obedece a la fractura en el refuerzo longitudinal, pueden presentarse ductilidades mayores en elementos con acero fuerte. Lo anterior puede constatarse con la ductilidad obtenida para los elementos STC T1 Y TRDF-87 ( ver tabla 3.7 ) en donde la mayor ductilidad se obtiene en el acero fuerte (A2). Como se puede ver esta situación es un caso muy particular y poco frecuente, en realidad representa el límite en el cual se presenta pandeo en las barras de refuerzo longitudinal sometido a compresión. Esto se puede comprobar si se comparan las trabes del edificio S.T.C.. En el caso de la trabe T1 la falla se debe a ruptura, lo que implica, como se ha dicho, una ductilidad mayor en el acero tipo A2 respecto a los aceros débiles A1 y ANA. En la trabe T2 se presenta pandeo y con ello una menor ductilidad, aún y cuando la relación  $sh/D$  es la misma.

Al evaluar el tipo de falla imperante en los elementos analizados, es clara la importancia de los fenómenos de inestabilidad en el acero de refuerzo longitudinal. De ésto y algunos otros factores se desprende el especial cuidado en el detalle del refuerzo transversal. En este trabajo se proporcionan dos curvas de

singular interés para evitar el pandeo, figuras 2.7a y 2.7b, que permiten, en función de parámetros muy fáciles de conocer, obtener el esfuerzo y la deformación unitaria de pandeo. Atendiendo a estas gráficas es sencillo deducir que los aceros con mayor resistencia presentan esfuerzos y deformaciones de pandeo pobres, por lo tanto, siempre que se presente este fenómeno en elementos de concreto reforzado la ductilidad será inversamente proporcional a la resistencia del acero. El segundo factor de interés en el detallado del refuerzo transversal en cuanto a ductilidad se refiere, es inherente a la caída de los diagramas Momento - ductilidad de curvatura. Como se aprecia en estos diagramas, un confinamiento pobre conduce a una rápida y excesiva pérdida en la capacidad de un elemento estructural para soportar la flexión. Afortunadamente, como se muestra en este trabajo, las disposiciones del RDF-87 para la separación de estribos, conduce a la eliminación de este problema.

En este estudio se encontró una variación importante en la ductilidad de curvatura debido principalmente a la diversidad de condiciones de falla que existen. Esto señala la urgencia de estudios experimentales que conduzcan a una mejor comprensión de los fenómenos frecuentemente encontrados en la evaluación de ductilidades. Por ejemplo, en los resultados aquí presentados se comparan algunas cotas de importancia, concretamente en cuanto a la fractura del refuerzo transversal se refiere. Las investigaciones consideradas en este trabajo para tomar en cuenta este fenómeno presentan una dispersión importante por la presencia de gradiente en la deformación unitaria en compresión de los especímenes ensayados. Es decir, que a medida que se tienda a compresión pura, la expresión que aquí se emplea para valuar la deformación en el concreto en el inicio de la fractura del refuerzo transversal, se ajusta adecuadamente a los resultados experimentales. Sin embargo, en el caso de flexocompresión resulta un poco ambigua la elección de una deformación máxima para el concreto, asociada a la fractura en los estribos. Es por ello que no se considera apropiado hablar de una deformación unitaria de pérdida de confinamiento por fractura en el acero de refuerzo

transversal, como un límite confiable en la evaluación de la curvatura última, lo que implica un análisis completo de las posibles condiciones de falla y escoger de ellas la que mejor represente, a juicio del estructurista, el comportamiento del elemento estructural en consideración.

Hasta ahora se ha tratado indirectamente el problema que presenta la determinación de la curvatura última, sin embargo, es importante mencionar la dificultad que surge en la tarea de elegir la curvatura de fluencia, debido a que en base a ella se define la ductilidad de un elemento estructural. A lo largo de la presente investigación se encontró que el método que permite evaluar este parámetro de una manera más confiable es el de ajuste gráfico. Cuando se habla de elementos sujetos a flexión únicamente, la curvatura de fluencia se obtiene en general en el punto de la primera cedencia en el acero de refuerzo longitudinal sujeto a tensión. En el caso de flexocompresión el incremento en la profundidad del eje neutro provoca una mayor contribución del concreto, que como se ha descrito al inicio de este reporte, no tiene un comportamiento elástico lineal, por lo tanto, en el momento de presentarse fluencia en el acero de la cara sujeta a tensión o mínima compresión, el diagrama Momento - Curvatura es marcadamente inelástico. Como el objetivo de la curvatura de fluencia es el separar este diagrama en dos zonas idealizadas como lineal y plástica, el tomar la curvatura de fluencia en el instante de cedencia en el acero de refuerzo longitudinal a tensión, puede provocar hasta ductilidades 50% más pequeñas que en la realidad proporcionada por el modelo matemático teórico. Esta condición, quizás infiera cierta subjetividad en el cálculo de ductilidades, sin embargo, sigue siendo el criterio que proporciona los resultados más confiables. Para lectores puristas, en algunos casos, los diagramas Momento - Ductilidad de curvatura presentados en la sección 3.5 del capítulo anterior, pueden presentar una curvatura de fluencia inadecuada, sin embargo, no es así. Recordemos que en la determinación de este parámetro se manejan los diagramas completos para tener una visión más aproximada de la tendencia que se debe seguir en el ajuste de las

rectas que definen la zona lineal y plástica del elemento, de tal manera que al truncar la gráfica en cuestión se produce un efecto de ilusión óptica por el cambio de escala en el eje de las abscisas, sin querer decir con ello, que no se involucre cierta subjetividad en el asunto.

#### 4.3 RESISTENCIA EN ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO.

Los efectos del confinamiento en el concreto, y la curva completa esfuerzo deformación del acero, proporcionan resistencias con bases más realistas. Frecuentemente se piensa que la seguridad estructural aumenta si la resistencia de un elemento en la estructura es mayor que la obtenida de acuerdo a lo estipulado por los Reglamentos de Construcción. Sin embargo, esto no siempre es verdad. En este trabajo se comentó, que la resistencia a flexión que proporcionan los elementos analizados bajo la condiciones inherentes al cálculo de ductilidades, es mucho mayor a la que un estructurista supone encontrar utilizando las disposiciones de los códigos de construcción. Es claro también que la fuerza cortante que se genera en el miembro, depende directamente del momento flector, por lo tanto, al producirse una sobrerresistencia en la sección transversal en cuanto a flexión se refiere, se inducirá un cortante mayor al esperado, llevando por tanto a resultados del lado de la inseguridad.

Al analizar las resistencias obtenidas en cada elemento estructural, se pueden encontrar conclusiones sumamente interesantes.

En primer término se muestra la evidente deficiencia de los reglamentos anteriores al RDF-87. Durante la evaluación de daños estructurales producidos por el sismo del 19 de Septiembre de 1985 se encontró un marcado patrón de falla por cortante, situación que resulta obvia si atendemos a los resultados obtenidos en este trabajo. Los elementos estructurales del edificio Teórico diseñados bajo el código RDF-76 muestran clara evidencia de esta situación, debido a que el factor de cortante inducido  $F_v$  siempre

es mayor a la unidad sin importar el tipo de acero empleado en este trabajo. Por otra parte, es digno mencionar que los elementos del edificio S.T.C. corresponden a miembros sobrados bajo las disposiciones del RDF-66, código vigente durante el diseño de esta estructura, lo que justifica el buen comportamiento que mostró esta edificación bajo solicitaciones sísmicas, pero de ninguna manera representa la generalidad de las construcciones hechas en ese tiempo.

Como segunda observación, los factores de sobrerresistencia  $F_r$  permiten concluir la necesidad de revisión a las disposiciones de diseño por flexión. Se ha mencionado ya que los estudios que dieron paso a estas ideas, se realizaron sin tomar en cuenta el confinamiento del concreto, situación bastante comprensible si recordamos que fueron hechos en los años 40's. Cuando se realizaron las hipótesis simplificadorias de los reglamentos, el criterio de un cálculo numérico sencillo, fue determinante. Pero ahora esta justificación es madre del arcaísmo generado con el advenimiento de los ordenadores. Esta es pues la razón fundamental de la falla por cortante en los elementos estructurales, no las disposiciones de refuerzo transversal que estipula actualmente el RDF-87. Es obvio que el considerar de una manera general ductilidad y resistencia en elementos de concreto reforzado implica una tarea por demás compleja en el diseño cotidiano. Sin embargo, se ha mostrado aquí la importancia de estos fenómenos. Huelga decir que una falla por cortante es frágil, y por ende indeseable en cualquier miembro estructural. Por lo tanto, cualquier esfuerzo para proporcionar una adecuada seguridad resulta nulo comparado con las vidas que en un momento dado se pueden salvar durante un movimiento sísmico.

**A**

**APENDICE**

## A . 1 NOMENCLATURA.

A	Area de la sección transversal de una barra de refuerzo longitudinal.
Ag	Area bruta de la sección transversal.
As	Area total del acero longitudinal de refuerzo.
Av	Area de acero de refuerzo transversal.
C	Profundidad del eje neutro.
D	Diámetro de una barra de refuerzo longitudinal.
d	Peralte efectivo de la sección transversal.
E, E <sub>s</sub>	Módulo de Young para el acero de refuerzo.
E <sub>r</sub>	Módulo de elasticidad reducido.
E <sub>t</sub>	Módulo de elasticidad tangente.
F <sub>sr</sub>	Factor de sobrerresistencia.
F <sub>vi</sub>	Factor de cortante inducido.
f <sub>c</sub>	Esfuerzo en el concreto.
f <sub>p</sub>	Esfuerzo de pandeo.
f <sub>s</sub>	Esfuerzo en el acero.
f <sub>su</sub>	Esfuerzo último del acero.
f <sub>y</sub>	Esfuerzo de fluencia del acero.
f <sub>yh</sub>	Esfuerzo de fluencia en los estribos.
f' <sub>c</sub>	Resistencia de un cilindro de concreto.
f <sub>c</sub> <sup>*</sup>	0.8f' <sub>c</sub>
h <sup>o</sup>	Ancho del núcleo de concreto confinado por el acero de refuerzo transversal medido fuera de los estribos.

I	Momento de inercia centroidal en barras de refuerzo longitudinal.
K	Factor de sobrerresistencia en el concreto o factor de longitud efectiva.
M <sub>max</sub>	Momento máximo resistente en el intervalo $0 < \phi \leq \phi_u$ .
M <sub>n</sub>	Momento resistente calculado según los códigos de construcción.
P <sub>u</sub>	Carga axial última en columnas.
p	Porcentaje de refuerzo longitudinal.
R	Radio de curvatura o radio de las barras de refuerzo longitudinal.
s,sh	Separación entre estribos.
V <sub>ca</sub>	Cortante resistente proporcionado por el concreto de la sección transversal de un elemento estructural.
V <sub>ind</sub>	Cortante inducido por la sobrerresistencia en flexión.
V <sub>n</sub>	Cortante resistente de una sección obedeciendo a las disposiciones de los reglamentos de construcción.
V <sub>s</sub>	Cortante resistente por estribos.
Z <sub>m</sub>	Factor de reducción gradual en la curva Esfuerzo - Deformación del concreto por efecto del confinamiento.
$\epsilon_c$	Deformación unitaria del concreto.
$\epsilon_{cmax}$	Deformación en el concreto que produce fluencia en el acero de refuerzo transversal.
$\epsilon_p$	Deformación unitaria de pandeo en barras de refuerzo longitudinal.
$\epsilon_s$	Deformación unitaria del acero.
$\epsilon_{sh}$	Deformación que marca el inicio de la zona de endurecimiento por deformación en el acero.
$\epsilon_y$	Deformación unitaria de fluencia en el acero.

$\phi$	Curvatura.
$\phi_{caida}$	Curvatura asociada a caída en el diagrama Momento - Curvatura.
$\phi_p$	Curvatura asociada al pandeo del refuerzo longitudinal.
$\phi_r$	Curvatura asociada a ruptura en el acero de refuerzo longitudinal.
$\phi_u$	Curvatura última.
$\phi_y$	Curvatura de fluencia.
$\phi_{\epsilon_{cmax}}$	Curvatura asociada a $\epsilon_{cmax}$ .
$\phi_{3\epsilon_{cmax}}$	Curvatura asociada a $3\epsilon_{cmax}$ .
$\mu$	Ductilidad de curvatura.
$\mu_{caida}$	Ductilidad asociada a caída en el diagrama Momento - Ductilidad de curvatura.
$\mu_p$	Ductilidad asociada al pandeo del acero de refuerzo longitudinal.
$\mu_r$	Ductilidad asociada a la ruptura del acero de refuerzo longitudinal.
$\mu_u$	Ductilidad última.
$\rho_s$	Relación del volumen de acero de refuerzo transversal y el volumen del concreto medido fuera del perímetro de los estribos.

## A.2 FUNCIONES PARA EL CALCULO DE RESISTENCIA A FLEXION Y FLEXOCOMPRESION.

En este apartado se muestra la función empleada dentro de un programa de computadora y utilizada para el cálculo de resistencia a flexión y flexocompresión de los elementos estructurales analizados. Para tal efecto se ha elegido el lenguaje de programación C.

El formato de la función es el siguiente:

```
void flexion(float *M,float *C,float b,float h,float *As,float *y,
            float fc,float ec,float fy,float E,int n,float P,int ind)
```

en donde:

*M	apuntador al momento flexionante resistente.
*C	apuntador a la profundidad del eje neutro.
b	base de la sección transversal.
h	peralte de la sección transversal.
*As	apuntador al arreglo de áreas de acero.
*y	apuntador al arreglo de distancias centroidales.
fc	esfuerzo nominal del concreto $f'_c$ .
ec	deformación unitaria del concreto $\epsilon_c$ a considerar.
fy	esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo.
E	módulo de Young.
n	número de lechos de varillas.
P	carga axial. Para traveses $P = 0.0$
ind	signo del momento a calcular. Clave: 1-positivo 2-negativo

Cabe mencionar que el paso de resultados al programa principal, se hace por referencia, de ahí que se defina a la función flexion() como tipo void.

CODIFICACION DE LA FUNCION  
flexion()

```
#include <math.h>

/* momento resistente en elementos de concreto reforzado */

void flexion(float *M,float *C,float b,float h,float *As,float *y,
             float fc,float ec,float fy,float E,int n,float P,int ind)
{
    register i;
    float fbc,Fs[9],Fmax,c,sFs,Cc,caux,cs,ci,m,yaux[9],cp,At,mt,sum;

    fbc=((fc*0.8)<250.0)? 0.68*fc:0.84*fc-0.000512*fc*fc;
    for(i=0;i<n;i++)(< if(ind==2) yaux[i]=h-y[i];else yaux[i]=y[i];>)
    c=h/2.0;
    cs=h;
    ci=0.0;
    m=0.0;
    caux=0.0;
    do( sFs=0.0;
        for(i=0;i<n;i++)(<
            Fs[i]=ec/c*(c+yaux[i]-h)*E*As[i];
            Fmax=As[i]*fy;
            if(Fs[i]>Fmax) Fs[i]=Fmax;
            if(Fs[i]<-Fmax) Fs[i]=-Fmax;
            sFs+=Fs[i];>)

        Cc=0.8*c*fbc*b;
        if((sFs+Cc)>P) cs=c;else ci=c;
        c=(cs+ci)/2.0;
        if(caux==c) break;
        caux=c;
    )while(Cs!=ci);
    At=mt=0.0;
    for(i=0;i<n;i++)(< At+=As[i]; mt+=As[i]*yaux[i];>)
    cp=mt/At;
    for(i=0;i<n;i++)
        m+=Fs[i]*(yaux[i]-cp);
        m+=Cc*(h-cp-0.4*c);

    *C=c;
    *M=m;
}

```

Finalmente se aclara que la suma de momentos se realiza con respecto al centroide pástico, por lo que es posible analizar secciones con acero asimétrico mediante esta función.