

01162  
2ej. 3

**REVISION Y DISEÑO HIDRAULICO DE REDES  
USANDO EL CONCEPTO DE RECORRIDO**

**JOSE OSCAR GUERRERO ANGULO**

**TESIS**

**Presentada a la División de Estudios de  
Posgrado de la  
FACULTAD DE INGENIERIA  
de la  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO  
como requisito para obtener  
el grado de**

**MAESTRO EN INGENIERIA  
( HIDRAULICA )**

**CIUDAD UNIVERSITARIA, D. F., Septiembre de 1988**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## RESUMEN

Se introduce el concepto de recorrido para formular tres formas de análisis que generan diversos métodos de revisión y diseño de redes de conductos a presión con flujo establecido. En la parte de revisión se usa la serie de Taylor para linealizar las ecuaciones y se llegan a plantear siete métodos matriciales y tres alternativos para casos especiales, que dan una explicación acerca del alcance de los métodos usados tradicionalmente como es el caso de Gross y Cornish. Con todos ellos, es posible escoger el más conveniente según sea el tipo de sistema de tubería que se tenga.

Se presentan tres métodos de diseño, el primero consiste en obtener todos los diámetros y bombas del sistema, en el segundo y tercer método el diseño es parcial.

Se propone el método de la toma de agua, aplicado a sistemas de abastecimiento de agua; se fundamenta en considerar la política de consumo de las tomas y la construcción de sus curvas características, que son usadas de tal manera que contempla su funcionamiento hidráulico y evita el aumento de ecuaciones a resolver.

<b>CONTENIDO</b>	<b>página</b>
<b>I.-INTRODUCCION Y ANTECEDENTES</b>	<b>10</b>
<b>1.-<u>ANTECEDENTES</u></b>	<b>12</b>
<b>2.-PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b>	<b>14</b>
<b>2.1.-DEFINICION DE CONCEPTOS</b>	<b>16</b>
<b>2.2.-CLASES DE SISTEMAS</b>	<b>19</b>
<b>2.3.-ECUACIONES GENERALES</b>	<b>19</b>
<b>2.4.-NUMERO DE ECUACIONES DE RECORRIDO Y DE NODO</b>	<b>25</b>
<b>2.5.-CASOS GENERALES DE ESTUDIO</b>	<b>28</b>
<i>a. g. r.-Criterios de selección del método a usar</i>	<b>29</b>
<b>II.-REVISION</b>	<b>30</b>
<b>3.-METODO DE LINEALIZACION</b>	<b>30</b>
<b>4.-REVISION MEDIANTE EL SISTEMA DE GASTOS</b>	<b>30</b>
<b>4.1.-SISTEMA EN SERIE</b>	<b>30</b>
<b>4.2.-CORRECCION POR RECORRIDO</b>	<b>32</b>
<i>4. a. r.-Ecuación aproximada</i>	<b>40</b>
<i>4. s. r.-Ecuación de Cross</i>	<b>41</b>
<b>4.3.-CORRECCION EXPLICITA</b>	<b>42</b>
<b>4.4.-CORRECCION IMPLICITA</b>	<b>44</b>
<b>5.-REVISION MEDIANTE EL SISTEMA DE PERDIDAS Y CARGAS</b>	<b>45</b>
<b>5.1.-CORRECCION EXPLICITA</b>	<b>45</b>
<b>5.2.-CORRECCION IMPLICITA</b>	<b>47</b>

<b>6.-REVISION MEDIANTE EL SISTEMA DE ENERGIAS</b>	<b>48</b>
<b>6.1.-CORRECCION EXPLICITA</b>	<b>49</b>
6.1.1.-Ecuación aproximada	49
6.1.2.-Ecuación de Cornish	51
<b>6.2.-CORRECCION IMPLICITA</b>	<b>51</b>
6.2.1.-Ecuación aproximada	52
6.2.2.-Análisis estático de una red de tubos de S. Bribiesca y F. Mariles	53
<b>7.-EJEMPLOS</b>	<b>55</b>
<b>8.-SOLUCION NUMERICA</b>	<b>78</b>
<b>9.-OPTIMIZACION DEL PERFIL DE LA MATRIZ</b>	<b>82</b>
<b>10.-DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA "VARIOMAT"</b>	<b>90</b>
<b>11.-EJEMPLOS USANDO EL PROGRAMA "VARIOMAT"</b>	<b>98</b>
<b>III.-DISEÑO</b>	<b>114</b>
<b>12.-PRIMER METODO: CALCULO TOTAL DE DIAMETROS</b>	<b>114</b>
<b>13.-CALCULO PARCIAL DE DIAMETROS</b>	<b>118</b>
13.1.-SEGUNDO METODO: USANDO EL SISTEMA DE GASTOS	118
13.2.-TERCER METODO: USANDO EL SISTEMA DE ENERGIAS	118
<b>14.-EJEMPLOS</b>	<b>119</b>

<b>IV.-DISEÑO-REVISIÓN</b>	<b>132</b>
<b>V.-MODELO DE LA TOMA DE AGUA</b>	<b>142</b>
<b>15.-ESTUDIO DE LA POLÍTICA DE CONSUMO</b>	<b>139</b>
<b>VI.-CRITERIOS DE DISEÑO PARA SISTEMAS DE ABASTECIMIENTO</b>	
<b>DE AGUA</b>	<b>150</b>
<b>16.-TANQUES</b>	<b>152</b>
<b>17.-PRESIONES</b>	<b>154</b>
<b>18.-BOMBEO A LOS TANQUES</b>	<b>155</b>
<b>19.-BOMBEO A LA RED CON EXCEDENCIAS A TANQUES</b>	<b>156</b>
<b>20.-BOMBEO MIXTO</b>	<b>159</b>
<b>21.-USO DE LA CURVA DE DEMANDAS</b>	<b>160</b>
<b>22.-USO DEL-MODELO DE LA TOMA</b>	<b>161</b>
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>	<b>162</b>
<b>REFERENCIAS</b>	<b>165</b>
<b>NOTACION</b>	<b>167</b>

## **I.-INTRODUCCION Y ANTECEDENTES**

En la actualidad se presenta la necesidad de contar con métodos de revisión y diseño hidráulico de sistemas de tuberías que sean eficientes y de gran capacidad, ya que se tienen obras complicadas y de grandes dimensiones en los cuales se torna deficiente y hasta imposible aplicar los métodos tradicionales como es, por ejemplo, el caso de sistemas de abastecimiento de agua y contra incendio de ciudades. En éstos pueden presentarse uno o varios tanques, circuitos difícil de identificar, bombas en la red, bombas de las fuentes de abastecimiento a la red con excedencias a tanques alejados del equipo de bombeo, lo que ocasiona gastos no constantes para las diferentes demandas de la población.

El planteamiento que se propone hace uso de un concepto que se le ha llamado recorrido, con el cual es posible aplicar la ecuación de la energía de manera general, y permite llegar a disponer de tres formas de análisis del problema: sistema de gastos, sistema de pérdidas y cargas, y sistema de energías. Con éstos es posible atacar tanto los problemas de revisión como los de diseño, en cualquier tipo de sistema, ya sea cerrado, ramificado o combinado.

Para el caso de revisión se proponen siete métodos matriciales, de donde se desprenden otros métodos alternativos para sistemas que cumplen ciertas condiciones. Es posible explicar con esto el alcance de las ecuaciones usadas tradicionalmente como son la de Cross y Cornish.

Los métodos matriciales de revisión son los siguientes:

- 1.-Sistema de gastos mediante corrección por recorrido;
- 2.-Sistema de gastos mediante corrección explícita;
- 3.-Sistema de gastos mediante corrección implícita;
- 4.-Sistema de pérdidas y cargas mediante corrección explícita;
- 5.-Sistema de pérdidas y cargas mediante corrección implícita;
- 6.-Sistema de energías mediante corrección explícita;
- 7.-Sistema de energías mediante corrección implícita.

Con el primer método se llega a la ecuación de Cross y del sexto a la de Cornish.

Además se llega a plantear el método general para el análisis estático de una red de tubos, desarrollado por Sánchez B. y Fuentes M. (refs 9 y 2) usando el séptimo método.

En el diseño se proponen tres métodos, uno de cálculo total de diámetros del sistema y dos de cálculo parcial de diámetros.

Haciendo una combinación de los métodos de diseño y revisión se propone una tercer forma de ataque que se ha llamado *diseño-revisión* y que permite mejorar la rapidez de solución de los métodos de revisión y obtener flujos dentro de los recomendados por las normas de diferentes dependencias como es el caso de SEDUE y otras.

Una de las aplicaciones más importantes de los métodos



propuestos se encuentra en los grandes y complicados sistemas de abastecimientos de agua. Con el objeto de evaluar los consumos de las tomas, que afectan directamente al flujo en la red, se propone un criterio para sustituir al de la curva de demandas, que es independiente de las diferentes presiones en el sistema; puede presentarse el caso que las tomas más cercanas a tanques y bombas, dejen sin servicio a las más alejadas, debido a las presiones más altas en las primeras. Se propone un modelo basado en considerar la política de consumo para revisar el funcionamiento hidráulico de las tomas buscando minimizar el número de ecuaciones a resolver.

#### 1.- ANTECEDENTES

La revisión hidráulica de los sistemas de tuberías cuenta con varios métodos que resuelven el problema de flujo establecido, cada uno con diferentes alcances.

Los métodos más conocidos son; el de equivalencia de tuberías, método de tanteo de las energías, método de Cross y método de Cornish.

El método de equivalencia de tuberías se usa en forma eficiente en los sistemas en serie y en paralelo, ( ver figs 1a y 1b ) cuyas geometrías presentan en general una forma sencilla.

El método de tanteo de las energías se usa de preferencia en los sistemas ramificados, ( ver fig 1c ) limitándose a sistemas con uno o dos nodos.

El método de Cross se basa en una ecuación aplicada en

un circuito, corrigiendo gastos iniciales que cumplen la ecuación de continuidad. No obstante que este criterio fue deducido para un solo circuito puede aplicarse para sistemas con un determinado número de circuitos con características especiales que permiten llegar a la solución. Su aplicación se limita a los sistemas cerrados, ( ver fig 1d ) y le desfavorece el incremento del número de circuitos y el predominio de circuitos interiores, (en los cuales todos sus tramos pertenecen a dos o más circuitos, en caso contrario son circuitos exteriores). La causa de esta limitación se explicará en el subinciso 4.2.2 .

En un sistema cerrado común, todos los tramos de los circuitos interiores pertenecen a dos circuitos y en cuanto más grande es el sistema en general tienden al predominio de los circuitos interiores.

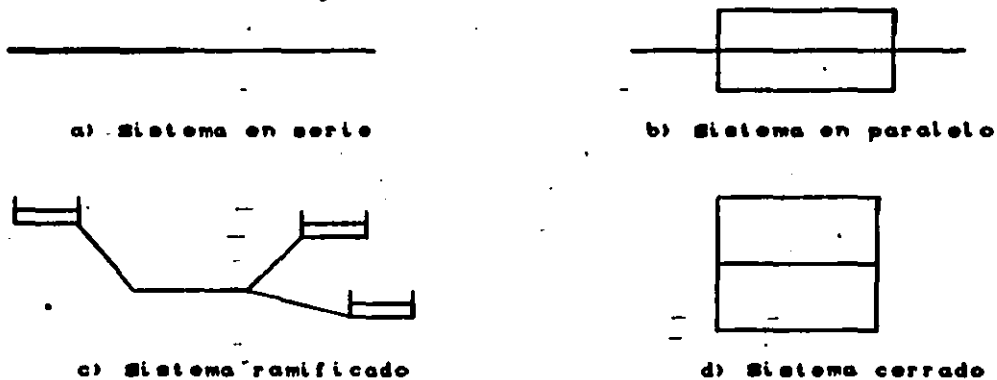


Fig 1.- Tipos de sistemas

El método de Cornish es bastante sencillo, al igual que

el de Cross y se basa en una ecuación aplicada en un nodo corrigiendo su energía. En forma similar que el método de Cross, aunque fué deducido para un solo nodo, puede aplicarse para sistemas con un determinado número de nodos con características especiales que permiten llegar a la solución. Puede aplicarse a cualquier tipo de sistema, aunque presenta mayor eficiencia para sistemas ramificados. Su limitación se incrementa en proporción al número de nodos del sistema y en el predominio de nodos interiores, (en los cuales todos los extremos son también nodos, en caso contrario son nodos exteriores). La causa de esta limitación se explicará en el subinciso 6.1.2 .

En sistemas cerrados generalmente se presenta mayor número de nodos interiores que exteriores y en los ramificados generalmente ocurre lo contrario.

## 2.- PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Mientras se tengan sistemas de pequeña magnitud, sin complicada geometría se pueden usar por su sencillez los métodos de Cross y de Cornish sin mayor problema, sin embargo cuando se presentan sistemas de grandes dimensiones, principalmente en sistemas de abastecimiento de agua, que salen del alcance de esos modelos, se ha despertado el interés por encontrar métodos más eficientes y de mayor alcance. Diversos investigadores han planteado resolver el problema mediante la ecuación de continuidad expresada en función de energías; como el sistema de ecuaciones formado de esta manera no es lineal, Shazir y Howard (ref 10) lo

resuelven aplicando el método de Newton-Raphson, posteriormente González y Capella (ref 3) proponen un algoritmo para mejorar la convergencia del método. En cuanto a la matriz de coeficientes obtenida en este método, Rao, Markel y Bree (refs 7 y 8) proponen un algoritmo de solución numérica a las grandes matrices formadas. Dentro de esta forma de ataque Sánchez B. y Fuentes M. (refs 9 y 2) emplean la serie de Taylor para linealizar el sistema.

Epp y Fowler (ref 1) plantean resolver el problema de una forma diferente, mediante la ecuación de la energía en función de gastos y aplicando el método de Newton-Raphson para resolver el sistema de ecuaciones no lineales.

Wood y Charles (ref 14) plantean resolver las ecuaciones de continuidad y energía en función de gastos, usando una teoría lineal para la ecuación de la energía.

Las ecuaciones que se deben satisfacer son la de continuidad y la de la energía, sin embargo un grupo de investigadores resuelve el problema empleando únicamente la ecuación de continuidad y otros solo con la ecuación de la energía.

El enfoque que en este trabajo se propone presenta las características principales siguientes:

- 1.- Fundamenta la razón de poder usar únicamente una ecuación para resolver el problema.

- 2.- Determina con facilidad las ecuaciones de continuidad y energía que intervienen en cualquier tipo de sistema.

3.- Ataca tanto los problemas de revisión como los de diseño.

4.- Permite deducir diversos métodos de revisión, incluyendo a los ya propuestos.

5.- Explica las condiciones que determinan una lenta y hasta imposible convergencia al usar métodos iterativos y los de Cross y Cornish.

6.- Aprovecha la simetría y porosidad de algunos métodos de revisión deducidos aquí, para tener ahorro en la capacidad de memoria de una computadora y mayor rapidez de solución.

7.- Se logra optimizar el perfil de la matriz de coeficientes (que se forma con el primer elemento superior diferente de cero de cada columna) utilizando el concepto de recorrido y en la forma de numerar los recorridos y nodos.

8.- Hace posible deducir diversos métodos de diseño.

9.- Permite decidir por el método de revisión o diseño más eficiente dependiendo del tipo de sistema.

10.- Plantea modelos de revisión para sistemas de abastecimiento de agua.

## 2.1.-DEFINICION DE CONCEPTOS

A continuación se hace un planteamiento general para la solución de los problemas de flujo establecido en conductos a presión, cualquiera que sea su dimensión y geometría.

La geometría de un sistema de tuberías puede ser desde un simple tubo hasta una complicada red, como el mostrado en la fig 2.

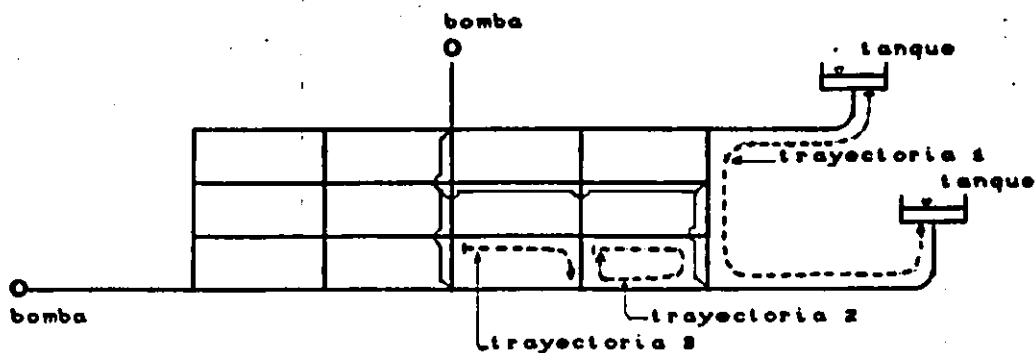


fig. 2. Sistema de tuberías en la forma más general

En un sistema como el de la fig 2 no solo se complica definir los circuitos que se forman para aplicar la ecuación de energía, sino que éste concepto no es lo suficientemente general para aplicar la ecuación en todo el sistema.

Con el propósito de lograr un criterio simplificado en un planteamiento aplicado a un sistema tan general como el de la fig. 2, se propone en principio definir los siguientes conceptos; flujo, nodo, nodo interior, nodo exterior, recorrido, recorrido cerrado, recorrido abierto, recorrido interior y recorrido exterior.

**Flujo:** Fluido que circula en un cierto sentido y con una cierta magnitud que en conductos puede expresarse en términos de gasto, pérdida de energía por conducción y como una diferencia de energías entre los extremos del conducto. Además en bombas y turbinas el flujo también puede expresarse como cargas.

**Nodo:** Se forma en la unión de dos o más flujos, no se considera como nodo, por ejemplo, el punto donde se une un tanque

o existe una descarga libre. El número de nodos que se forman en un sistema corresponden al número de uniones de dos o más flujos.

**Nodo interior:** Nodo que está conectado únicamente a otros nodos. En caso contrario será nodo exterior.

**Recorrido:** Se forma con una trayectoria propuesta arbitrariamente en el sistema con un sentido determinado, por un mismo punto puede pasarse solo una vez, el punto final debe ser el mismo inicial y si no es posible, estos dos puntos deben ser de energías conocidas.

**Recorrido cerrado:** Recorrido que inicia y termina en un mismo punto.

**Recorrido abierto:** Recorrido donde el punto final e inicial no son un mismo punto y en ambos es conocida la energía.

**Recorrido interior:** Recorrido en el cual todos sus conductos pertenecen a dos o más recorridos. En caso contrario será recorrido exterior.

En la fig 2 las trayectorias 1 y 2 son recorridos pero la 3 no lo es ya que el punto final e inicial no son un mismo punto ni son de energía conocida.

Las mayores ventajas de la aplicación del concepto recorrido se encuentran cuando el sistema es de grandes dimensiones y está constituido por una red de distribución compleja, como en el caso de sistemas de abastecimiento de agua potable y sistemas contra incendio en ciudades.

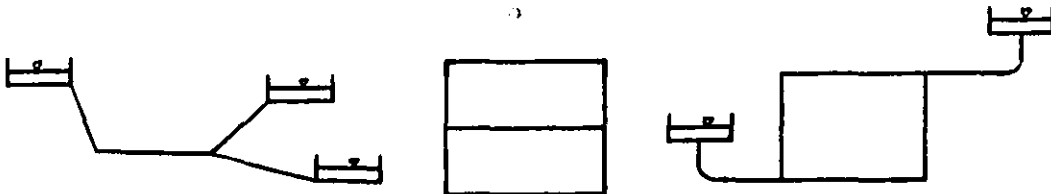
## 2.2-CLASES DE SISTEMAS

Según sean los tipos de recorridos se forman tres clases de sistemas de tuberías:

1-Sistema ramificado: Es aquel que se forma únicamente con recorridos abiertos (fig 3a). Dentro de éstos se encuentran los sistemas en serie.

2-Sistema cerrado: Se forma solo con recorridos cerrados en el sistema (fig 3b). Dentro de éstos se encuentran los sistemas en paralelo.

3-Sistema combinado: En el sistema se forman tanto recorridos abiertos como recorridos cerrados (fig 3c). En este caso se encuentran la mayoría de los sistemas de tuberías que se presentan en la realidad.



a) Sistema ramificado b) Sistema cerrado c) Sistema combinado

fig. 2. Diferentes tipos de sistemas

## 2.3-ECUACIONES GENERALES

Los elementos que intervienen en una red de distribución a presión son: conductos, bombas y accesorios. El flujo en accesorios puede considerarse utilizando la ecuación de pérdida local o mediante una longitud equivalente que se suma a las



longitudes de los conductos. Mediante esta última forma de considerar el flujo en accesorios se plantearán las ecuaciones que deben satisfacerse, la de continuidad y la de la energía. La primera será aplicada en los nodos y la segunda en los recorridos.

La ecuación de continuidad aplicada en los nodos es

$$\sum_{t=1}^n \sum_{j=1}^k q_{t,j} + \sum_{t=1}^n \sum_{v=1}^s q_{t,v} = - \sum_{t=1}^n \sum_{y=1}^v q_{t,y} \quad (1)$$

El primer término de la ecuación corresponde a los gastos en los tubos, el segundo a los de las bombas y el tercero a los que son conocidos.  $t=1, 2, \dots, n$ ,  $j=1, 2, \dots, k$ ,  $v=1, 2, \dots, s$ ,  $y=1, 2, \dots, v$ ;  $n$  es el número de ecuaciones de nodo,  $k$  el de conductos que confluyen en el nodo  $t$ ,  $s$  son el número de bombas que llegan al nodo  $t$  y  $v$  al de gastos conocidos en el nodo  $t$ .

La ecuación de energía aplicada en los recorridos es

$$\sum_{q=1}^h \sum_{p=1}^q hf_{qp} - \sum_{q=1}^h \sum_{t=1}^u H_{qt} = \sum_{q=1}^h [E_{1q} - E_{2q}] \quad (2)$$

donde el primer término corresponde a las pérdidas de energía por conducción, el segundo a las cargas de las bombas y el tercero a la diferencia de energías del punto inicial ( $E_{1q}$ ) y el punto final ( $E_{2q}$ ) del recorrido  $q$ .  $q=1, 2, \dots, h$ ,  $p=1, 2, \dots, q$ ,  $t=1, 2, \dots, u$ ;  $h$  es el número de ecuaciones de recorrido del sistema,  $q$  el de los

conductos del recorrido  $g$ , y  $u$  es el número de bombas del recorrido  $g$ .

En el caso de un recorrido de punto inicial o final con descarga libre, puede tomarse únicamente su energía de posición en el término  $E$  y considerar como accesorio su energía de velocidad.

La ec 1 se llama de *nodo* y a la ec 2 de *recorrido*.

El sentido que posee un recorrido y la convención tomada para los signos de los flujos que entran y salen de un nodo se llamará *sentido de aplicación*. El sentido de aplicación para la ecuación de recorrido se representa con una flecha sobre el recorrido y el sentido de aplicación para la ecuación de nodo, si se establece que los flujos que salen de éste son positivos se indica con una flecha saliendo (fig 4). Si en todos los nodos se toma el mismo sentido de aplicación no será necesario marcarlo sino tenerlo presente.

El sentido en que circula el flujo en el conducto se representará con una flecha (fig 4) y se llamará *sentido de flujo*.

Para aplicar las ecs 1 y 2 es necesario tener definido el *sentido de aplicación* y el *sentido de flujo*. El segundo puede o no ser definitivo dependiendo si el flujo está totalmente determinado en sentido y magnitud. Los flujos calculados o conocidos determinarán el sentido de flujo correcto.

Si el sentido de flujo es igual que el de aplicación, entonces el flujo se toma con signo positivo, si es lo contrario el flujo se toma con signo negativo.

La flecha en el nodo número 1 de la fig 4 indica un

sentido de aplicación para la ecuación de nodo y hacia afuera de éste. El flujo 1 es entonces negativo para la ecuación del nodo 1 y positivo para la ecuación del recorrido 1.

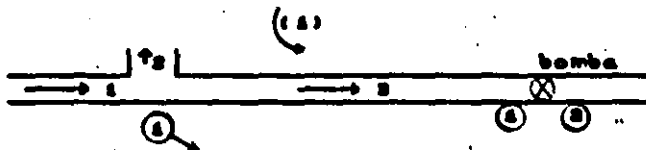


fig. 4. Sentido de aplicación y de flujo

Los flujos en un tubo, expresados en gastos o pérdidas por conducción se relacionan mediante la expresión general (ref 11)

$$hf = K|Q|^N \quad (3)$$

o bien

$$Q = \frac{1}{K^{1/N}} |hf|^{1/N} \quad (4)$$

donde K y N son constantes que dependen de la ecuación que en particular se use, entre éstas están la de Manning, Hazen-Williams, Darcy, o cualquier otra, ver tabla 1. Si se desea se pueden también obtener directamente mediante un ajuste de correlación lineal múltiple a las ecuaciones de Colebrook y Darcy.

El valor de K toma en cuenta las propiedades del conducto como son la rugosidad, el diámetro D y la longitud L.

Tabla 1.- Definiciones de K y N. Los coeficientes de rugosidad pueden encontrarse en la ref 11.

FORMULA	K	N	OBSERVACIONES
Manning	$\frac{10.2936 n^2 L}{D^{16/3}}$	2	n es el coeficiente de rugosidad de Manning, L y D en m.
Hazen-Williams	$\frac{10.665 L}{C^{1.8519} D^{4.8704}}$	1.8519	C es el coeficiente de rugosidad de Hazen-Williams, L y D en m.
Ludin	$\frac{L}{944.497 D^{1.761}}$	1.8	L y D en m.
Darcy-Weissbach	$\frac{f L}{1.2337 g D^5}$	2	f es el coeficiente de rugosidad de Darcy-Weissbach, g es la gravedad.
Kozeny	$\frac{1.621139 L}{(0.86 \text{ Log } D + N)^2 D^5}$	2	N es el coeficiente de rugosidad de Kozeny, L y D en m.

Los flujos en una bomba expresados en gastos y cargas se pueden relacionar conociendo sus curvas características, las cuales se ajustan a una ecuación de tercer grado (ref 9)

$$H = A + B|Q| + C|Q|^2 + D|Q|^3 \quad (5)$$

donde A, B, C, y D son constantes que dependen del comportamiento de la curva característica.

De la ec 5 se puede generalizar

$$H = f(|Q|) \quad (6)$$

o bien

$$Q = f(|H|) \quad (7)$$

Sustituyendo las ecs 3 y 6 en la ec 2, tomando en cuenta el signo del flujo, se obtiene el sistema

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k Q_{i,j} + \sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^m Q_{i,v} = - \sum_{i=1}^n \sum_{y=1}^v Q_{i,y} \quad (8)$$

$$\sum_{g=1}^h \sum_{p=1}^q K_{gp} Q_{gp} |Q_{gp}|^{N-1} - \sum_{g=1}^h \sum_{t=1}^u \frac{Q_{gt}}{|Q_{gt}|} f_g(|Q_{gt}|) = \sum_{g=1}^h (E_{1g} - E_{2g})$$

El sistema de ecs 8 se llamará *sistema de gastos*.

Sustituyendo las expresiones 4 y 7 en la ec 1, tomando en cuenta el signo del escurrimiento, se obtiene el sistema

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{1}{K_{ij}^{1/N}} h f_{i,j} |h f_{i,j}|^{1/N-1} + \sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^m \frac{H_{i,v}}{|H_{i,v}|} f_i(|H_{i,v}|) =$$

$$= - \sum_{i=1}^n \sum_{y=1}^v Q_{i,y}$$

(9)

$$\sum_{g=1}^h \sum_{p=1}^q h f_{gp} - \sum_{g=1}^h \sum_{t=1}^u H_{gt} = \sum_{g=1}^h (E_{1g} - E_{2g})$$

El sistema de ecs 9 se llamará *sistema de pérdidas y cargas*, en ella si las pérdidas por conducción y las cargas de las bombas se ponen en función de las energías en los nodos, la ecuación de energía se transforma en una identidad, y queda solo la ecuación de nodo. Si el sentido de aplicación de la ecuación de nodo es hacia afuera ésta queda formando el sistema

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{1}{K_{ij}^{1/N}} (E_i - E_j) |E_i - E_j|^{1/N-1} + \sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^v \frac{E_{iv} - E_i}{|E_{iv} - E_i|} Q_i (|E_{iv} - E_i|) = - \sum_{i=1}^n \sum_{y=1}^y Q_{iy} \quad (10)$$

donde  $E_i$  es igual a la energía por nodo propio,  $E_j$  y  $E_{iv}$  es igual a la energía por nodo extremo, de tramo y bomba, respectivamente. El sistema de ecs 10 se llamará *sistema de energías*.

Los sistemas de ecs 8, 9 y 10 corresponden a tres diferentes formas generales de resolver los problemas de revisión y diseño en sistemas de tuberías con flujo establecido.

#### 2.4 NUMERO DE ECUACIONES DE RECORRIDO Y DE NODO

El número de ecuaciones de nodo linealmente independientes, son las necesarias para incluir todos los flujos del sistema.

Cumpléndose lo anterior se determina que cuando el sistema es cerrado, el número de ecuaciones de nodo linealmente independientes es igual al número de nodos del sistema menos uno, y cuando el sistema es ramificado o combinado el número de ecuaciones es igual al número de nodos del sistema.

El número de ecuaciones de nodo más el número de ecuaciones recorrido linealmente independientes resultan ser igual al número de flujos del sistema, o sea

$$L = n + h \quad (11)$$

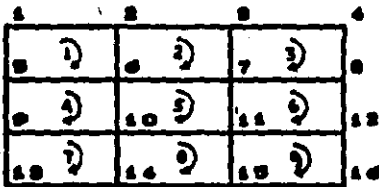
donde  $L$  es igual al número de flujos en el sistema,  $n$  corresponde al número de ecuaciones de nodo, y  $h$  al número de ecuaciones de recorrido.

La ec 11 permite determinar directamente el número de ecuaciones de recorrido  $h = L - n$ . La geometría del sistema permite conocer el número de flujos, número de nodos y tipo de sistema. Con el número de nodos y el tipo de sistema se determina el número de ecuaciones de nodo.

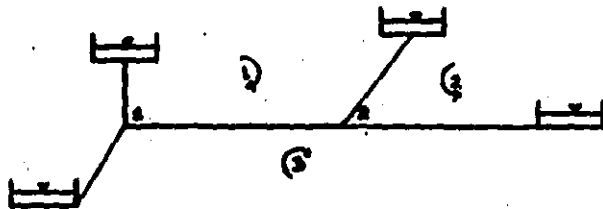
Una vez conocido el número de ecuaciones de recorrido resta solo definirlos en el sistema, cuidando de incluir todos los flujos del sistema.

En la fig 5a se tiene un sistema cerrado de 16 nodos, entonces  $n$  es igual a 15 ecuaciones. Se tienen 24 flujos, o sea  $L = 24$ . Entonces se tendrán  $h = 24 - 15 = 9$  ecuaciones de recorrido.

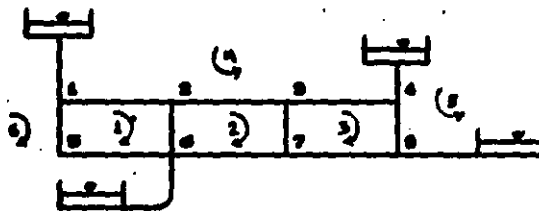
En la fig 5b se tiene un sistema ramificado de 2 nodos,  $n = 2$ . Se tienen 5 flujos,  $L = 5$ . Entonces son  $h = 5 - 2 = 3$  ecuaciones de recorrido las que se presentan.



a) En un sistema cerrado



b) En un sistema abierto



c) En un sistema combinado

fig. 5. Identificación de recorridos

En la fig 5c se tiene un sistema combinado de 8 nodos,  $n = 8$ , existen 14 flujos,  $L = 14$ . Entonces se presentan  $h = 14 - 8 = 6$  ecuaciones de recorrido.

Es importante aclarar que los nodos tienen la propiedad de ser únicos para una determinada geometría y flujos del sistema, en cambio los recorridos, de no ser únicos ya que pueden definirse de diversas maneras. Esto se tratará más en detalle en el inciso 9.



## 2.5-CASOS GENERALES DE ESTUDIO

Las variables que se manejan en un sistema de distribución de agua son: *Flujos, propiedades geométricas y propiedades mecánicas*. Los flujos, como se anotó en un principio, pueden quedar expresados ya sea en función de gastos, pérdida por conducción, o como una diferencia de energías de los extremos del conducto. Dentro de las propiedades geométricas se encuentran los diámetros, longitudes y rugosidades de los conductos. Las propiedades mecánicas se refiere a las bombas y quedan expresadas en los valores de A, B, C y D de la ec 5, que relaciona cargas contra gastos.

Debido al número de ecuaciones con que se dispone en los sistemas 8, 9 y 10, se establecen las variables que dependen del tipo de problema y en función de ellas se encuentran las restantes, dependiendo de las variables que se solicitan se puede decir que el problema será de *revisión, diseño y diseño-revisión*, que pueden resolverse de diferente manera, según sea el sistema que se use.

En forma general el problema de revisión consiste en calcular los flujos y el problema de diseño en encontrar el número total o parcial de las propiedades mecánicas de bombas así como las propiedades geométricas, que normalmente son los diámetros de los conductos. El problema de diseño-revisión consiste en aplicar primeramente un método de diseño para seleccionar las bombas y los diámetros comerciales inmediatos a los teóricos calculados para

posteriormente hacer la revisión del flujo. Con estos métodos se logra mejorar la rapidez de solución de los métodos de revisión y flujos dentro de los recomendados por las normas de diferentes dependencias como es el caso de SEDUE y otras.

#### **2.5.1. - Criterios de selección del método a usar**

Existen tres formas generales de resolver el problema de flujo en tuberías; *revisión, diseño y diseño-revisión*. Sin embargo la pregunta es cómo seleccionar uno u otro.

Los métodos de revisión pueden utilizarse tanto en los sistemas en operación como en los total o parcialmente nuevos y los método de diseño o de diseño-revisión, pueden aplicarse si las propiedades por encontrar no han sido establecidas previamente. Estos dos últimos métodos presentan el inconveniente de que una vez diseñadas las propiedades geométricas y mecánicas y puesto el sistema en operación, requieren ser permanentes estas propiedades, obligando a usar un método de revisión para una nueva condición de consumo. Los cambios geométricos y mecánicos para diferentes condiciones de flujo harían un sistema poco funcional debido a los gastos económicos que ocasionarían. Los métodos de revisión son utilizados para encontrar las condiciones de flujo dentro del rango aceptable o en su defecto para tomar las precauciones necesarios cuando se presentan presiones críticas inevitables en determinados puntos del sistema.

## **II. - REVISION**

### **3.-METODO DE LINEALIZACION**

De las ecs 8, 9 y 10 se observa que para el caso de diseño, las propiedades de los conductos quedan implícitos en los términos lineales K y las propiedades mecánicas de las bombas en las constantes A, B y C de la curva característica. Para el caso de revisión, las variables correspondientes a los flujos aparecen elevadas a una potencia diferente de uno; los sistemas de ecuaciones a resolver no son lineales dificultando su solución.

Para linealizar los flujos del sistema 8, 9 y 10 se aplicará la serie de Taylor, usando valores iniciales para buscar las correcciones que den solución al sistema.

En las tres ecuaciones se pueden aplicar correcciones explícitas y correcciones implícitas. Además de las dos anteriores en la ec 8 se pueden aplicar correcciones por recorrido, obteniéndose con ello un total de siete métodos de revisión si se usa esta técnica de linealización.

### **4.-REVISION MEDIANTE EL SISTEMA DE GASTOS**

#### **4.1.-SISTEMA EN SERIE**

A pesar de que el sistema de gastos (ec 8) no es lineal para el caso de revisión, para un sistema en serie sin la intervención de bombas es un caso particular de fácil solución. Solo intervienen dos gastos en cada nodo y se obtiene que existe un único gasto en el sistema, de igual magnitud y sentido de

flujo, o sea

$$Q_p = Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots = Q_n$$

Sustituyendo el gasto  $Q_p$  en la ecuación de recorrido del sistema de gastos y asignando su signo al valor de  $K_p$  se puede despejar directamente  $|Q_p|$  ya que en estos sistemas siempre existirá un solo recorrido, quedando la ecuación

$$|Q_p| = \left[ (K_1 - K_2) / \sum_{p=1}^n K_p \right]^{1/N} \quad (12)$$

El signo de  $K_p$  es tal que el miembro derecho de la ecuación sea positivo, y este signo corresponderá al del gasto.

Es posible generalizar que, el sistema 8 aplicado a cualquier tipo de sistema, no es necesario plantear las ecuaciones de nodo en la unión de tubos, válvulas o accesorios conectados en serie ya que es un solo gasto el que circula. No es el caso si se usan los sistemas 9 o 10 ya que dos pérdidas por conducción, cargas o diferencia de energías en un nodo generalmente no pueden evaluarse en forma directa como un solo flujo. Si la intervención de accesorios es considerada mediante su ecuación de pérdida local, el número de ecuaciones de nodo se incrementan en forma considerable, haciendo poco deseable usar en este caso los sistemas 9 o 10.

#### 4.2.-CORRECCION POR RECORRIDO

Si a los gastos del sistema S se aplica corrección por recorrido, es necesario que los gastos iniciales cumplan con la ecuación de nodo, ya que las correcciones en los recorridos no afectan a esta ecuación. Sin embargo esta condición trae consigo ventajas ya que al hacer cumplir la ecuación de nodo con los gastos iniciales, se puede olvidar a ella en lo sucesivo para resolver únicamente la ecuación de recorrido.

De esta manera los gastos para tramos y bombas en los recorridos son

$$Q_{gp} = Q'_{gp} + \Delta_g + \sum_{r=1}^m \Delta_{pr} \quad (13)$$

$$Q_{gt} = Q'_{gt} + \Delta_g + \sum_{r=1}^m \Delta_{tr} \quad (14)$$

donde  $Q'_{gp}$  y  $Q'_{gt}$  son los gastos iniciales respectivamente.  $\Delta_g$  es la corrección de gasto en el propio recorrido  $g$  y  $\Delta_{pr}$ ,  $\Delta_{tr}$  son las correcciones por recorrido adyacente, de tramo y bomba, respectivamente;  $r=1, 2, \dots, m$ ;  $m$  es el número de recorridos adyacentes al recorrido  $g$  por medio del conducto  $p$  o bomba  $t$ , según corresponda.

Los valores iniciales de gasto más las correcciones definen el sentido de flujo que previamente debe establecerse para aplicar la ecuación de recorrido.

El sentido de flujo de  $\Delta_g$  por comodidad puede ser del

mismo sentido del recorrido para que sea positivo. Si así se hace entonces el signo de las correcciones adyacentes será según la relación que guarden el sentido del recorrido  $q$  con el recorrido adyacente que le corresponda, si son diferentes el signo será negativo y si son iguales el signo será positivo.

Sustituyendo las ecs 13 y 14 en la ecuación de recorrido del sistema 8 queda

$$\begin{aligned}
 & \sum_{g=1}^h \sum_{p=1}^q K_{gp} \left[ \dot{O}_{gp} + (\Delta_g + \sum_{r=1}^m \Delta_{pr}) \right] \left| \left[ \dot{O}_{gp} + (\Delta_g + \sum_{r=1}^m \Delta_{pr}) \right] \right|^{N-1} - \\
 & - \sum_{g=1}^h \sum_{l=1}^u \frac{(\dot{O}_{gl} + (\Delta_g + \sum_{r=1}^m \Delta_{lr}))}{\left| \dot{O}_{gl} + (\Delta_g + \sum_{r=1}^m \Delta_{lr}) \right|} f_g \left[ \dot{O}_{gl} + (\Delta_g + \sum_{r=1}^m \Delta_{lr}) \right] = \\
 & = \sum_{g=1}^h (E_{1g} - E_{2g}) \tag{15}
 \end{aligned}$$

Al desarrollar la ec 15 aplicando la serie de Taylor hasta derivadas de primer orden se obtiene

$$\begin{aligned}
 & \sum_{g=1}^h \sum_{p=1}^q K_{gp} \dot{O}_{gp} \left| \dot{O}_{gp} \right|^{N-1} + \sum_{g=1}^h \sum_{p=1}^q \frac{\partial f_g(|\dot{O}_{gp}|)}{\partial \dot{O}_{gp}} (\Delta_g + \sum_{r=1}^m \Delta_{pr}) - \\
 & - \sum_{g=1}^h \sum_{l=1}^u \frac{\dot{O}_{gl}}{|\dot{O}_{gl}|} f_g(|\dot{O}_{gl}|) - \sum_{g=1}^h \sum_{l=1}^u \frac{\partial f_g(|\dot{O}_{gl}|)}{\partial \dot{O}_{gl}} (\Delta_g + \sum_{r=1}^m \Delta_{lr}) =
 \end{aligned}$$

$$= \sum_{q=1}^n (E_{1q} - E_{2q}) \quad (16)$$

Desarrollando la derivada del segundo término de la ec 16 se tiene que

$$\frac{\partial \sum_q (|Q'_{qp}|)}{\partial Q_{qp}} = K_{qp} \left[ Q'_{qp} \frac{\partial |Q'_{qp}|^{N-1}}{\partial Q_{qp}} + |Q'_{qp}|^{N-1} \right] \quad (17)$$

Para resolver el término

$$\frac{\partial |Q'_{qp}|^{N-1}}{\partial Q_{qp}}$$

la derivada de un valor absoluto, se dibujó la función  $|Q'_{qp}|^{N-1}$ , que se observa en la fig 6. Se tiene una curva que es una función par (ref 15) del valor absoluto de la variable independiente, y es simétrica, en la cual para una misma distancia, positiva y negativa de la variable independiente corresponde a una misma magnitud de la pendiente, con el signo de la variable independiente.

En la fig 6 es fácil observar que la pendiente en este tipo de funciones es igual a derivar en la parte positiva de la variable independiente y multiplicarse por el signo correspondiente al punto que se desea encontrar la derivada,

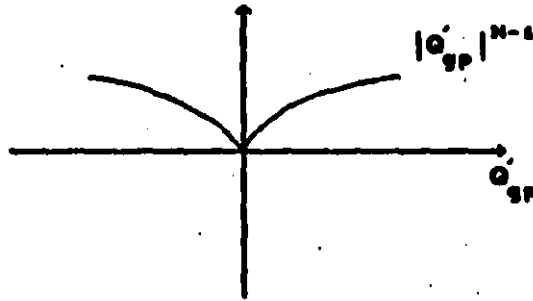


Fig. 6.-Función par para  $0 < N-1 < 1$

entonces

$$\frac{\partial |Q'_{gp}|^{N-1}}{\partial Q'_{gp}} = (N-1) |Q'_{gp}|^{N-2} \frac{Q'_{gp}}{|Q'_{gp}|}$$

igual a

$$\frac{\partial |Q'_{gp}|^{N-1}}{\partial Q'_{gp}} = (N-1) Q'_{gp} |Q'_{gp}|^{N-2} \quad (18)$$

Sustituyendo la ec 18 en la 17

$$\frac{\partial \varepsilon_g(|Q'_{gp}|)}{\partial Q'_{gp}} = K_{gp} \left[ (N-1)(Q'_{gp})^2 |Q'_{gp}|^{N-2} + |Q'_{gp}|^{N-1} \right]$$

pero además se tiene que  $(Q'_{gp})^2 = |Q'_{gp}|^2$ . entonces

$$\frac{\partial \varepsilon_g(|Q'_{gp}|)}{\partial Q'_{gp}} = K_{gp} \left[ (N-1) |Q'_{gp}|^{N-1} + |Q'_{gp}|^{N-1} \right]$$



y finalmente se obtiene

$$\frac{\partial \xi_g(|Q'_{gp}|)}{\partial Q'_{gp}} = N K_{gp} |Q'_{gp}|^{N-1} \quad (19)$$

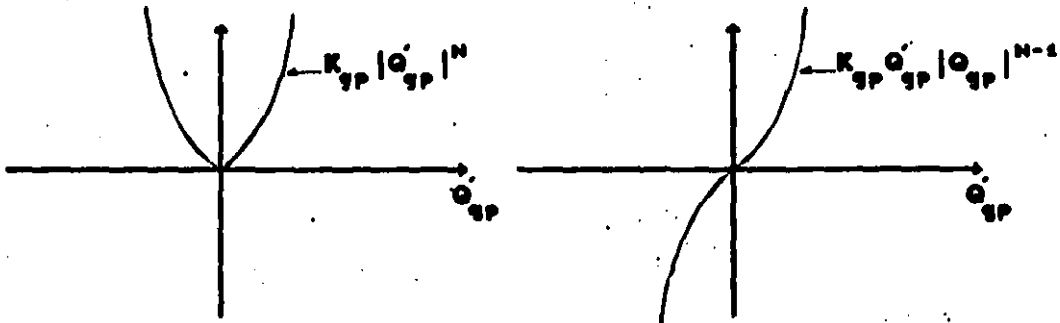
Se buscará ahora resolver de una forma diferente el segundo término de la ec 16

$$\frac{\partial \xi_g(|Q'_{gp}|)}{\partial Q'_{gp}}$$

Se sabe que

$$\xi_g(|Q'_{gp}|) = K_{gp} Q'_{gp} |Q'_{gp}|^{N-1}$$

la cual aparece dibujada en la fig 7b y puede observarse que es una función impar (ref 15).



a) Función par

b) Función impar

Fig. 7.-Funciones par e impar para  $2 < N < \infty$

La diferencia entre las figs 7a y 7b es de que en la primera es una función del valor absoluto de la variable independiente y en la segunda es función con el signo de ésta. La función de la fig 7a tiene las mismas características de la función de la fig 6, que ya fueron mencionadas. En la fig 7b se forma también una curva con pendientes iguales en magnitud a una misma distancia de la variable independiente pero siempre con signo positivo.

Con lo anterior se busca simplificar el problema. De la fig 7, se puede decir que la derivada de la función de la fig 7b será igual a derivar en la función de la fig 7a en la parte positiva.

Entonces, directamente

$$\frac{\partial f_g(|Q'_{gp}|)}{\partial Q'_{gp}} = N K_{gp} |Q'_{gp}|^{N-1}$$

que corresponde a la ec 19.

Por otro lado se sabe que los términos de la ec 16

$$K_{gp} Q'_{gp} |Q'_{gp}|^{N-1} = hf'_{gp} \quad (20)$$

$$\frac{Q'_{gt}}{|Q'_{gt}|} f_g(|Q'_{gt}|) = H'_{gt} \quad (21)$$

y haciendo el término

$$\frac{\partial \xi_q(|O'_{qt}|)}{\partial O_{qt}} = H_{qt} \quad (22)$$

para de ésta manera sustituir las ecs 19, 20, 21 y 22 en la 16 y obtener

$$\begin{aligned} & \sum_{q=1}^h \sum_{p=1}^q h \xi'_{qp} + N \sum_{q=1}^h \sum_{p=1}^q K_{qp} |O'_{qp}|^{N-1} (\Delta_q + \sum_{r=1}^m \Delta_{pr}) - \sum_{q=1}^h \sum_{t=1}^u H_{qt} - \\ & - \sum_{q=1}^h \sum_{t=1}^u H_{qt} (\Delta_q + \sum_{r=1}^m \Delta_{tr}) = \sum_{q=1}^h (E_{1q} - E_{2q}) \quad (23) \end{aligned}$$

Pasando todos los términos que son conocidos al segundo miembro de la ecuación queda finalmente el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} & \left( N \sum_{q=1}^h \sum_{p=1}^q K_{qp} |O'_{qp}|^{N-1} - \sum_{q=1}^h \sum_{t=1}^u H_{qt} \right) \Delta_q + N \sum_{q=1}^h \sum_{p=1}^q K_{qp} |O'_{qp}|^{N-1} \sum_{r=1}^m \Delta_{pr} - \\ & - \sum_{q=1}^h \sum_{t=1}^u H_{qt} \sum_{r=1}^m \Delta_{tr} = \sum_{q=1}^h (E_{1q} - E_{2q}) - \sum_{q=1}^h \sum_{p=1}^q h \xi'_{qp} + \sum_{q=1}^h \sum_{t=1}^u H_{qt} \quad (24) \end{aligned}$$

El sistema 24 corresponde a la ec 8 linealizada aplicando corrección de gasto por recorrido. El primer miembro de la ecuación forma los elementos de la diagonal principal de la

matriz de coeficientes y el segundo y tercero forman el resto de elementos.

Los valores de  $H'_{gt}$  y  $H''_{gt}$  se pueden obtener directamente de la curva característica de la bomba, o se pueden obtener también en forma analítica de los parámetros de su ecuación de ajuste.

La carga de una bomba operando en la zona de operación normal puede ajustarse a una ecuación de tercer grado (ref 9)

$$H = A + B|Q| + C|Q|^2 + D|Q|^3$$

y tomando en cuenta el sentido del flujo (fig 8), en forma general se expresa como

$$H_{gt} = A_{gt} \frac{Q_{gt}}{|Q_{gt}|} + B_{gt} Q_{gt} + C_{gt} Q_{gt} |Q_{gt}| + D_{gt} Q_{gt} |Q_{gt}|^2 \quad (25)$$

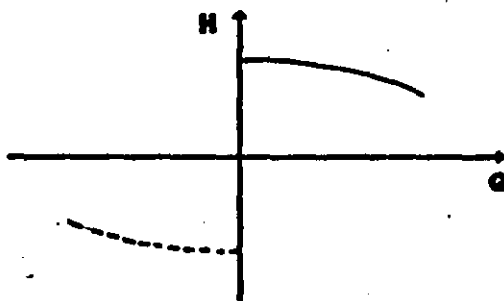


Fig. 8.-Curva característica de una bomba

Tomando en cuenta los resultados anteriores para la

derivada de una función con el signo de la variable independiente se obtiene

$$M_{qt} = B_{qt} + 2 C_{qt} |Q_{qt}| + 3 D_{qt} |Q_{qt}|^2 \quad (26)$$

#### 4.2.1 Ecuación aproximada

La matriz de coeficientes del sistema 24 tiene la propiedad de ser simétrica y porosa, además, con ella algunos sistemas de tuberías forman matrices que cumplen la condición de suficiencia para la convergencia del sistemas de ecuaciones lineales aplicando un método iterativo; que es cuando los recorridos forman renglones de la matriz de coeficientes con los elementos de la diagonal principal mayores en magnitud que la suma de las magnitudes del resto de elementos, (ref 6) en este caso, el elemento de la diagonal principal se llama dominante. En general los elementos dominantes de la diagonal principal del sistema 24 lo forman los recorridos exteriores.

Con el sistema 24, los sistemas cerrados o los de pocos número de recorridos generalmente cumplen la condición de suficiencia para encontrar la solución aplicando un método iterativo, sin embargo cuando el número de recorridos crece se tiende al predominio de los recorridos interiores, condición que hace disminuir la convergencia del método iterativo.

Un sistema de tuberías se considerará como pequeño cuando es mayor el número de recorridos con elementos dominantes que no dominantes en la diagonal principal de la matriz de

coeficientes del sistema de ecs 24. En estos sistemas pequeños pueden aprovecharse en mayor medida las propiedades de la matriz de coeficientes ya que ésta además es variable para cada iteración y es suficiente una solución aproximada en cada iteración que haga tender a la solución.

De esta manera, al despreciar los términos que intervienen fuera de la diagonal principal del sistema de ecs 24, que corresponden al segundo y tercer término, queda solo una incógnita por ecuación y se puede despejar directamente  $\Delta_q$

$$\Delta_q = \frac{\sum_{q=1}^h (K_{1q} - K_{2q}) - \sum_{q=1}^h \sum_{p=1}^h h K'_{qp} + \sum_{q=1}^h \sum_{l=1}^u H'_{ql}}{N \sum_{q=1}^h \sum_{p=1}^q K_{qp} |Q'_{qp}|^{N-1} - \sum_{q=1}^h \sum_{l=1}^u H_{ql}} \quad (27)$$

La ec 27 es aplicable para sistemas de tuberías pequeños y corresponde a una solución aproximada del sistema 24.

La ec 12 del subinciso 4.1 representa la solución particular de un sistema en serie sin la intervención de bombas. La ec 27 cuando h es igual a uno puede tomarse además como la solución linealizada de un sistema en serie en forma más general que la ec 12.

#### 4.2.2 Ecuación de Cross

De la ec 27, para el caso de un sistema compuesto únicamente de recorridos cerrados (circuitos), sin intervención de

bombas, y presentando el término

$$K_{qp} |Q'_{qp}|^{N-1} = \frac{hf'_{qp}}{Q'_{qp}}$$

queda la ecuación

$$\Delta_s = \frac{- \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^u hf'_{qp}}{N \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^u \frac{hf'_{qp}}{Q'_{qp}}} \quad (28)$$

que es igual ecuación conocida como de Cross (ref 11).

Como se ha visto esta ecuación se obtiene de simplificar las ecs 24 y 27 para casos de sistemas especiales, mencionados anteriormente; de donde puede explicarse su alcance para evitar demasiados abusos con ella.

#### 4.3.-CORRECCION EXPLICITA

Se resolverá ahora el sistema de gastos (ec 8), para el caso de correcciones explícitas de gastos, en donde los gastos se expresan así

$$Q_{1j} = Q'_{1j} + \Delta_{1j} \quad , \quad Q_{1v} = Q'_{1v} + \Delta_{1v} \quad (29)$$

$$Q_{qp} = Q'_{qp} + \Delta_{qp} \quad , \quad Q_{s1} = Q'_{s1} + \Delta_{s1} \quad (30)$$

y los términos marcados con (') corresponden a los valores iniciales, respectivamente.

Los valores iniciales más las correcciones definen el sentido de flujo que previamente es necesario establecer antes de aplicar la ecuación de nodo y recorrido.

Por comodidad se puede tomar el sentido de las correcciones igual al del gasto inicial.

Se sustituyen las ecs 29 y 30 en la 8, y se aplica la serie de Taylor hasta derivadas de primer orden, y se obtiene

$$\sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^k \Delta_{lj} + \sum_{l=1}^n \sum_{v=1}^m \Delta_{lv} = - \sum_{l=1}^n \sum_{y=1}^v q_{ly} - \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^k q'_{lj} - \sum_{l=1}^n \sum_{v=1}^m q'_{lv}$$

$$N \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q K_{qp} |Q'_{qp}|^{N-1} \Delta_{qp} - \sum_{q=1}^n \sum_{l=1}^u H_{ql} \Delta_{ql} = \sum_{q=1}^n (K_{1q} - K_{2q}) -$$

$$- \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q h'_{qp} + \sum_{q=1}^n \sum_{l=1}^u H'_{ql} \quad (31)$$

El sistema 31 corresponde a la ec 8 linealizada utilizando correcciones explícitas de gastos, donde los valores de  $H'_{ql}$  y  $H_{ql}$  se evalúan con las ecs 25 y 26 respectivamente. Se aclara que los gastos iniciales, no necesariamente deben cumplir con la ecuación de continuidad.

La ecuación de continuidad del sistema de gastos es lineal por lo que la ecuación de continuidad del sistema 31 se cumplirá en la primer iteración.



#### 4.4.-CORRECCION IMPLICITA

De las ecs 29 y 30 se sustituye

$$\begin{aligned} \Delta_{i,j} &= Q_{i,j} - Q'_{i,j} & \Delta_{i,v} &= Q_{i,v} - Q'_{i,v} \\ \Delta_{g,p} &= Q_{g,p} - Q'_{g,p} & \Delta_{g,t} &= Q_{g,t} - Q'_{g,t} \end{aligned}$$

en el sistema 31 para expresarlo de diferente forma quedando el sistema de la forma siguiente

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k Q_{i,j} + \sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^v Q_{i,v} &= - \sum_{i=1}^n \sum_{y=1}^y Q_{i,y} \\ N \sum_{g=1}^h \sum_{p=1}^q K_{g,p} |Q'_{g,p}|^{N-1} Q_{g,p} - \sum_{g=1}^h \sum_{t=1}^u N_{g,t} Q_{g,t} &= \sum_{g=1}^h (E_{1g} - E_{2g}) + \\ &+ (N-1) \sum_{g=1}^h \sum_{p=1}^q h f'_{g,p} + \sum_{g=1}^h \sum_{t=1}^u H'_{g,t} - \sum_{g=1}^h \sum_{t=1}^u N_{g,t} Q'_{g,t} \end{aligned} \quad (32)$$

El sistema 32 corresponde a la ecuación 8 linealizada utilizando correcciones implícitas de gastos, donde los valores de  $H'_{g,t}$  y  $N_{g,t}$  se evalúan con las ecs 25 y 26, respectivamente. Se aclara que los gastos iniciales, no necesariamente deben cumplir con la ecuación de continuidad.

La ecuación de continuidad del sistema 32 se cumplirá en la primer iteración.

## 5.-REVISION MEDIANTE EL SISTEMA DE PERDIDAS Y CARGAS.

### 5.1.-CORRECCION EXPLICITA

Se trabajará ahora con el sistema de pérdidas y cargas (ec 9) usando correcciones explícitas. Los valores de pérdidas y cargas para los nodos y recorridos son

$$hf_{l,j} = hf'_{l,j} + \Delta hf_{l,j} \quad , \quad H_{l,v} = H'_{l,v} + \Delta H_{l,v} \quad (33)$$

$$hf_{gp} = hf'_{gp} + \Delta hf_{gp} \quad , \quad H_{gt} = H'_{gt} + \Delta H_{gt} \quad (34)$$

donde los términos marcados con (') son los valores iniciales, respectivamente.

Los valores iniciales más las correcciones definen el sentido de flujo que previamente es necesario establecer antes de aplicar la ecuación de nodo y recorrido.

El sentido para las correcciones por comodidad pueden ser el mismo del valor inicial.

Se sustituyen las ecs 33 y 34 en la 9 y se desarrolla aplicando la serie de Taylor hasta derivadas de primer orden y queda el sistema

$$\frac{1}{N} \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{1}{K_{l,j}^{2/N}} |hf'_{l,j}|^{2/N-1} \Delta hf_{l,j} + \sum_{l=1}^n \sum_{v=1}^m H_{l,v} \Delta H_{l,v} = - \sum_{l=1}^n \sum_{y=1}^v q_{l,y} -$$

$$- \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^k q_{l,j} - \sum_{l=1}^n \sum_{v=1}^m q_{l,v}$$

$$\sum_{q=1}^h \sum_{p=1}^q \Delta hf_{gp} - \sum_{q=1}^h \sum_{t=1}^u \Delta H_{qt} = \sum_{q=1}^h (E_{1q} - E_{2q}) - \sum_{q=1}^h \sum_{p=1}^q hf'_{gp} + \sum_{q=1}^h \sum_{t=1}^u H'_{qt} \quad (35)$$

El sistema 35 corresponde a la ec 9 linealizada utilizando corrección explícita de pérdidas y cargas. Se aclara que las pérdidas y cargas iniciales, no necesariamente deben cumplir con la ecuación de energía.

El gasto de una bomba en función de la carga puede ajustarse a una ecuación de tercer grado

$$Q = A + B |H| + C |H|^2 + D |H|^3$$

y tomando en cuenta el sentido de flujo, en forma generalizada  $Q'_{lv}$  de la ec 35 se evalúa como

$$Q'_{lv} = A'_{lv} \frac{H'_{lv}}{|H'_{lv}|} + B'_{lv} H'_{lv} + C'_{lv} H'_{lv} |H'_{lv}| + D'_{lv} H'_{lv} |H'_{lv}|^2 \quad (36)$$

y derivando ésta,  $H'_{lv}$  de la ec 35 queda

$$H'_{lv} = B + 2 C |H'_{lv}| + 3 D |H'_{lv}|^2 \quad (37)$$

La ecuación de energía del sistema de pérdidas y cargas es lineal, por lo que la ecuación de energía del sistema 35 se cumplirá en la primer iteración.

### 5.2.-CORRECCION IMPLICITA

El sistema 35 también puede ser expresado de diferente manera, si de las ecs 33 y 34 se sustituyen los términos

$$\begin{aligned} \Delta hf_{ij} &= hf_{ij} - hf'_{ij} & \Delta H_{lv} &= H_{lv} - H'_{lv} \\ \Delta hf_{gp} &= hf_{gp} - hf'_{gp} & \Delta H_{gt} &= H_{gt} - H'_{gt} \end{aligned}$$

y queda el sistema

$$\begin{aligned} & \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{1}{K_{ij}^{1/N}} |hf'_{ij}|^{1/N-1} hf + \sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^m H_{lv} H_{lv} = - \sum_{i=1}^n \sum_{y=1}^v Q_{iy} + \\ & + (1/N - 1) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k Q_{ij} - \sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^m Q_{iv} + \sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^m H_{lv} H'_{lv} \end{aligned} \tag{36}$$

$$\sum_{g=1}^h \sum_{p=1}^q hf_{gp} - \sum_{g=1}^h \sum_{t=1}^u H_{gt} = \sum_{g=1}^h (E_{1g} - E_{2g})$$

El sistema 38 corresponde a la ec 9 linealizada utilizando corrección implícita de pérdidas y cargas, donde los valores de  $Q_{lv}$  y  $H_{lv}$  se evalúan con las ecs 36 y 37

respectivamente. Se aclara que las pérdidas y cargas iniciales no es necesario que cumplan con la ecuación de energía.

La ecuación de energía del sistema 3B se cumplirá en la primer iteración.

## 6.-REVISION MEDIANTE EL SISTEMA DE ENERGIAS

### 6.1.-CORRECCION EXPLICITA

Trabajando ahora con el sistema de energias (ec 10), usando corrección explícita, los valores de energias quedan expresados como

$$E_i = E_i' + \Delta E_i, \quad E_{i,j} = E_{i,j}' + \Delta E_{i,j}, \quad E_{i,v} = E_{i,v}' + \Delta E_{i,v}$$

por tanto también los términos

$$E_i - E_{i,j} = hf_{i,j}' + \Delta E_i - \Delta E_{i,j} \quad (39)$$

$$E_{i,v} - E_i = H_{i,v}' + \Delta E_{i,v} - \Delta E_i \quad (40)$$

donde los términos marcados con (') corresponden a los valores iniciales, respectivamente.

Los valores iniciales más las correcciones definen el sentido de flujo que previamente es necesario establecer antes de aplicar la ecuación de nodo.

Sustituyendo las ecs 39 y 40 en la ec 10 y al desarrollar mediante la aplicación de la serie de Taylor hasta

derivadas de primer orden, se obtiene el sistema

$$\begin{aligned}
 & \left( \frac{1}{N} \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{1}{K_{l,j}^{2/N}} |h \xi_{l,j}|^{2/N-1} - \sum_{l=1}^n \sum_{v=1}^v M_{l,v} \right) \Delta \xi_l - \\
 & - \frac{1}{N} \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{1}{K_{l,j}^{2/N}} |h \xi_{l,j}|^{2/N-1} \Delta \xi_j + \sum_{l=1}^n \sum_{v=1}^v M_{l,v} \Delta_{l,v} = \\
 & - \sum_{l=1}^n \sum_{y=1}^v q_{l,y} - \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^k q_{l,j} - \sum_{l=1}^n \sum_{v=1}^v q_{l,v} \quad (41)
 \end{aligned}$$

El sistema 41 corresponde a la ec 10 linealizada utilizando corrección explícita de energías, donde donde los valores de  $q_{l,v}$  y  $M_{l,v}$  se evalúan con las ecs 36 y 37, respectivamente. El primer término de la ecuación corresponde a los elementos de la diagonal principal de la matriz de coeficientes y el segundo y tercer término forman el resto de los elementos.

#### 6.1.1 Ecuación aproximada

La matriz de coeficientes del sistema 41, tiene la propiedad de ser simétrica y porosa, además en sus nodos exteriores el valor absoluto del elemento de la diagonal principal es mayor que la suma del valor absoluto del resto de elementos del renglón, para los nodos interiores son iguales. Los nodos exteriores favorecen la convergencia de un método iterativo, sin

embargo cuando el sistema crece en el número de nodos, tienden a ser mucho mayores los nodos interiores que los exteriores, condición que desfavorece la convergencia.

En sistemas donde los recorridos interiores no alcanzan un porcentaje muy elevado, condición que se cumple, en general, en los sistemas ramificados, pueden aprovecharse en mayor medida las propiedades de la matriz de coeficientes del sistema 41 ya que ésta además es variable para cada iteración y es suficiente una solución aproximada en cada iteración que haga tender a la solución.

Para tal caso, de la ec 41 despreciando los elementos fuera de la diagonal principal de la matriz de coeficientes, los cuales corresponden al segundo y tercer término de la ecuación, queda solo una incógnita por ecuación de nodo y es posible despejar directamente  $E_i$  quedando la ecuación como

$$\Delta E_i = \frac{-\sum_{l=1}^n \sum_{y=1}^v \alpha_{ly} - \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^k \alpha_{lj} - \sum_{l=1}^n \sum_{v=1}^m \alpha_{lv}}{\frac{1}{N} \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{1}{K_{lj}^{1/N} |h_{lj}^{1/N}|^{1/N-1}} - \sum_{l=1}^n \sum_{v=1}^m M_{lv}} \quad (42)$$

La ec 42 corresponde a una solución aproximada del sistema 41.

### 6.2.a Ecuación de Cornish

De la ec 42 para el caso en que no intervienen bombas se tiene que

$$\Delta \Sigma_i = \frac{N \left[ \sum_{l=1}^n \sum_{y=1}^v \phi_{ly} + \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^k \phi_{lj} \right]}{\sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{1}{K^{1/N}} |hf_{lj}|^{1/N-1}} \quad (43)$$

que corresponde a la ecuación de Cornish (ref 11).

Como se ha visto esta ecuación resulta de simplificar las ecs 41 y 42 para el caso de sistemas con características especiales. Su obtención permite observar claramente sus alcances.

La ecuación de Cornish es muy similar a la de Cross, la diferencia es que la primera se aplica en los nodos y la segunda en los recorridos; lo cual señala la gran diferencia entre ambos ya que cuando el sistema crece, en general los recorridos y en particular los interiores no crecen en una forma tan marcada a como lo hacen, en general, los nodos y en particular los interiores. Esto dió como resultado que se tuviera mayor éxito con la ecuación de Cross.

### 6.2.-CORRECCION IMPLICITA

Es posible presentar el sistema 41 de diferente forma, si de las ecs 39 y 40 se sustituyen los términos



$$\Delta E_{i,j} - \Delta E_{i,j} = E_{i,j} - E_{i,j} - h f_{i,j}$$

$$\Delta E_{i,v} - \Delta E_{i,v} = E_{i,v} - E_{i,v} - h f_{i,v}$$

queda el sistema

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{1}{K_{i,j}^{1/N}} |h f_{i,j}|^{1/N-1} - \sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^m H_{i,v} \right) E_{i,j} - \\ & - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{1}{K_{i,j}^{1/N}} |h f_{i,j}|^{1/N-1} E_{i,j} + \sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^m H_{i,v} E_{i,v} = \\ & = - \sum_{i=1}^n \sum_{y=1}^v Q_{i,y} + (1/N - 1) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k Q_{i,j} - \sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^m Q_{i,v} + \sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^m H_{i,v} H_{i,v} \quad (44) \end{aligned}$$

El sistema 44 corresponde a la ec 10 linealizada utilizando corrección implícita de energías, donde los valores de  $Q_{i,v}$  y  $H_{i,v}$  se evalúan con las ecs 36 y 37, respectivamente.

#### 6.2.2 Ecuación aproximada

Se observa que la matriz de coeficientes del sistema 44 es la misma que se forma en el sistema 41 por tanto tiene las mismas propiedades que de ella fueron mencionadas y es posible también presentar su solución alternativa. Para tal efecto el segundo y tercer término del sistema 44 se convierten en datos y queda directamente

$$\begin{aligned}
 E_i = & \frac{- \sum_{l=1}^n \sum_{y=1}^v Q_{ly} + (1/N-1) \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^k Q_{lj} - \sum_{l=1}^n \sum_{v=1}^v Q_{lv} + \sum_{l=1}^n \sum_{v=1}^v H_{lv} H'_{lv}}{P} + \\
 & + \frac{\frac{1}{N} \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{1}{K_{lj}^{1/N}} |h f'_{lj}|^{1/N-1} E_{lj} - \sum_{l=1}^n \sum_{v=1}^v H_{lv} E_{lv}}{P} \quad (45)
 \end{aligned}$$

donde

$$P = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{1}{K_{lj}^{1/N}} |h f'_{lj}|^{1/N-1} - \sum_{l=1}^n \sum_{v=1}^v H_{lv}$$

**G. 2. 2 Análisis estático de una red de tubos de Sánchez B. y Fuentes M.**

Del sistema 44 es posible deducir el método estático de una red de tubos propuesto por Sánchez B. y Fuentes M. (ref 8 y 2).

El término del sistema 44

$$\frac{1}{N} \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{1}{K_{lj}^{1/N}} |h f'_{lj}|^{1/N-1} = \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{1}{N K_{lj} |Q_{lj}|^{N-1}}$$

y puede hacerse

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{1}{N K_{i,j} |Q_{i,j}|^{N-1}} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k A_{i,j} \quad (46)$$

Sustituyendo 46 en 44, cuando no intervienen bombas se obtiene

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k A_{i,j} K_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k A_{i,j} K_{i,j} = - \sum_{i=1}^n \sum_{y=1}^v Q_{i,y} + (1/N - 1) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k Q_{i,j}$$

que multiplicado por menos uno queda

$$- \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k A_{i,j} K_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k A_{i,j} K_{i,j} = \sum_{i=1}^n \sum_{y=1}^v Q_{i,y} - (1/N - 1) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k Q_{i,j} \quad (47)$$

La ec 47 presentada aquí en forma de sumatorias corresponde al método que propone Sánchez B. y Fuentes M. para  $n = 2$  (ref 9) que posteriormente (ref 2) para cualquier valor de  $n$ .

### 7.-EJEMPLOS

Con el propósito de ilustrar la forma de aplicar los métodos de revisión deducidos anteriormente se presentan los ejemplos siguientes.

**EJEMPLO 1.** - Calcule el gasto y el sentido en que circula en el sistema mostrado en la fig 9, use la ec 12 y la de Manning para evaluar las pérdidas por conducción.

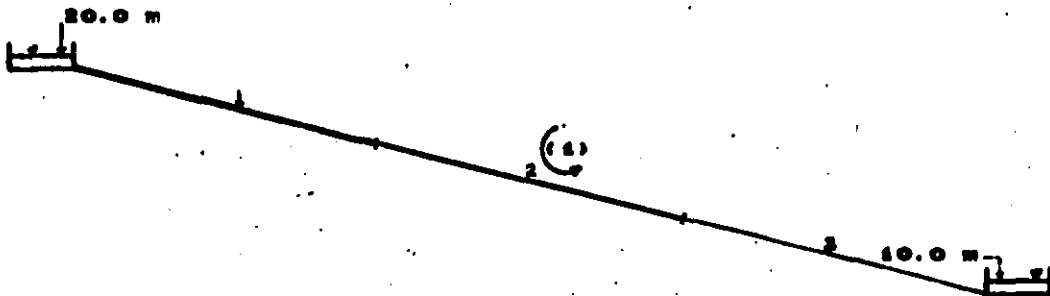


Fig 9.- Ejemplo 1

De la tabla 1 para la ecuación de Manning  $n = 2$  y

$$K = \frac{10.3 n^2 L}{D^{5/3}} \quad (48)$$

Datos :

$L_1 = 50 \text{ m}$	$D_1 = 4''$	$n_1 = 0.009$
$L_2 = 50 \text{ m}$	$D_2 = 3''$	$n_2 = 0.009$
$L_3 = 50 \text{ m}$	$D_3 = 2''$	$n_3 = 0.009$

De la ec 48 se obtienen las constantes K

$$K_1 = 8,257.70 \quad , \quad K_2 = 38,300.03 \quad , \quad K_3 = 332,929.63$$

Usando la ec 12 con el sentido de flujo propuesto en la fig 9 queda

$$|Q| = \left[ \frac{20 - 10}{8,257.70 + 38,300.03 + 332,929.63} \right]^{1/2}$$

$$|Q| = 0.00513 \text{ m}^3/\text{s} = 5.13 \text{ l/s}$$

Comparando la suma de pérdidas de energía en el recorrido se tiene

$$hf_1 = K_1 Q^2 = 8,257.70 (0.00513)^2 = 0.217$$

$$hf_2 = K_2 Q^2 = 38,300.03 (0.00513)^2 = 1.009$$

$$hf_3 = K_3 Q^2 = 332,929.63 (0.00513)^2 = 8.774$$

SUMA	10.000
------	--------

que corresponde a la diferencia de energías existente en los extremos del recorrido.

**EJEMPLO 2.** - Determinar el funcionamiento hidráulico del sistema mostrado en la fig 10, use la ecuación de Manning para calcular las pérdidas por conducción.

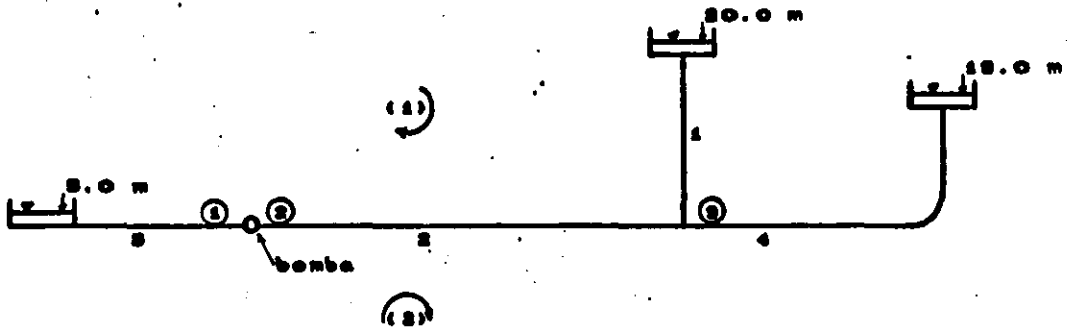


Fig 10.- Ejemplo 2

Se tiene un sistema ramificado de tres nodos, por lo que el número de ecuaciones de nodo es igual a tres. Son cinco flujos los que intervienen por lo tanto cinco menos tres igual a dos es el número de ecuaciones de recorrido que se presentan.

**Datos de los conductos :**

$L_1 = 100 \text{ m}$	$D_1 = 2 \text{ ''}$	$n_1 = 0.009$
$L_2 = 180 \text{ m}$	$D_2 = 2 \text{ ''}$	$n_2 = 0.009$
$L_3 = 20 \text{ m}$	$D_3 = 2 \text{ ''}$	$n_3 = 0.009$
$L_4 = 150 \text{ m}$	$D_4 = 2 \text{ ''}$	$n_4 = 0.009$

De la tabla 1 para la ecuación de Manning se tiene que  $n = 2$  y  $K$  corresponde a la ec 48. Se sustituyen valores en esta ecuación y se obtiene

$$K_1 = 665,858 ; K_2 = 1'198,546.2 ; K_3 = 133,171.8 ; K_4 = 998,788.5$$

**Datos de la curva de la bomba :**

$Q \text{ (m}^3/\text{s)}$	$H \text{ (m)}$	$Q \text{ (m}^3/\text{s)}$	$H \text{ (m)}$
0.000	30.8	0.004	30.4
0.002	30.6	0.006	30.2

Se usa la ec 25 para encontrar las constantes A, B y C. Para  $Q = 0$  se hace  $Q / |Q| = 1$  y se encuentra que  $A = 30.8$  y con los demás datos se forma el sistema siguiente

$$0.002 B + 0.004 C + 0.008 D = - 0.20$$

$$0.004 B + 0.016 C + 0.064 D = - 0.40$$

$$0.006 B + 0.036 C + 0.216 D = - 0.60$$

de donde se obtiene que  $C = 0$ ,  $D = 0$  y  $B = - 100$ . Entonces

$$H_{ot} = 30.8 \frac{Q_{ot}}{|Q_{ot}|} - 100 Q_{ot} \quad (49)$$

y de la ec 26 la derivada queda  $H_{ot} = -100$

De la ec 49 se puede obtener directamente la ecuación de la bomba en función de la carga.

$$Q_{lv} = 0.308 \frac{H_{lv}}{|Q_{lv}|} - 0.01 H_{lv} \quad (50)$$

y de la ec 38 la derivada queda  $H_{lv} = -0.01$

Solución usando el sistema de ecs 24. - Se proponen los flujos y sentido de recorrido que aparecen en la fig 11.

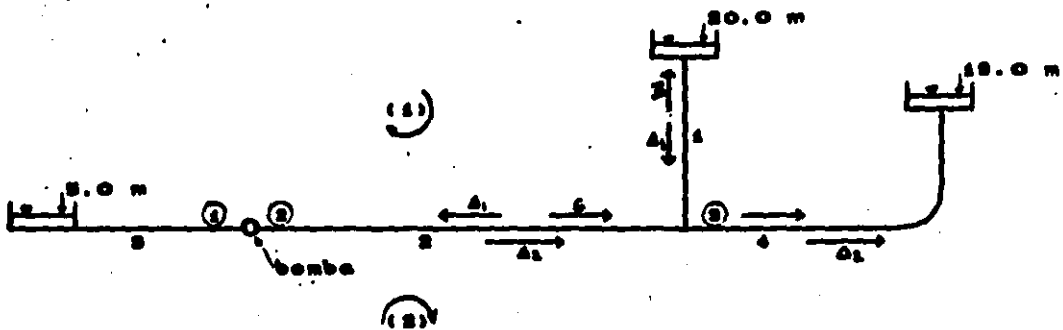


Fig 11.- Ejemplo 2 usando el sistema 24



Como el sistema 24 se dedujo del sistema de gastos, se pueden omitir los nodos 1 y 2 y trabajar con un solo valor de  $K$  susados de los tramos 2 y 3 ya que  $Q_2 = Q_3$ .

Considerando los valores iniciales indicados en la fig 11, en el sistema 24 se tiene

Para el primer recorrido

$$\begin{aligned} & \left[ 2(7,990.31 + 1,997.58) + 100 \right] \Delta_1 + 2 \left[ 7,990.31(-\Delta_2) \right] + 100(-\Delta_2) = \\ & = 20 - 5 - (-5.99 - 47.94) - 30.20 \end{aligned}$$

$$20,075.78 \Delta_1 - 16,080.62 \Delta_2 = 38.73 \quad (51)$$

Para el segundo recorrido

$$\begin{aligned} & \left[ 2(7,990.31 + 2,996.37) + 100 \right] \Delta_2 + 2 \left[ 7,990.31(-\Delta_1) \right] + 100(-\Delta_1) = \\ & = 5 - 18 - (47.94 + 8.99) + 30.20 \end{aligned}$$

$$-16,080.62 \Delta_1 + 22,073.36 \Delta_2 = -39.73 \quad (52)$$

De La solución de las ecs 51 y 52 obtiene

$$\Delta_1 = 0.0011704 \text{ m}^3/\text{s} \quad \text{y} \quad \Delta_2 = -0.0009473 \text{ m}^3/\text{s}$$

entonces los nuevos gastos son

$Q_1 = -1.83 \text{ l/s}$  visto del recorrido 1,  $Q_2 = -3.88 \text{ l/s}$  visto del recorrido 1 y  $Q_3 = 2.05 \text{ l/s}$  visto del recorrido 2.

Considerando ahora los nuevos gastos se obtiene el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} 12,871.18 \Delta_1 - 10,434.14 \Delta_2 &= 6.868 \\ - 10,434.14 \Delta_1 + 14,529.18 \Delta_2 &= - 6.838 \end{aligned}$$

cuya solución da

$$\Delta_1 = 0.0003638 \text{ m}^3/\text{s} \quad \text{y} \quad \Delta_2 = - 0.0002094 \text{ m}^3/\text{s}$$

y los nuevos gastos de  $Q_1 = - 1.47 \text{ l/s}$  para el recorrido 1,  $Q_2 = - 3.31 \text{ l/s}$  para el recorrido 1 y  $Q_3 = 1.84 \text{ l/s}$  para el recorrido 2

Con los gastos anteriores se forma el tercer sistema

$$\begin{aligned} 10,873.60 \Delta_1 - 8,915.98 \Delta_2 &= 0.561 \\ - 8,915.98 \Delta_1 + 12,591.52 \Delta_2 &= - 0.501 \end{aligned}$$

que da la solución de  $\Delta_1 = 0.0000451 \text{ m}^3/\text{s}$  y  $\Delta_2 = - 0.0000079 \text{ m}^3/\text{s}$  y al sumarlos con los gastos correspondientes producen  $Q_1 = - 1.43 \text{ l/s}$  para el recorrido 1,  $Q_2 = - 3.26 \text{ l/s}$  para el recorrido 1 y  $Q_3 = 1.83 \text{ l/s}$  para el recorrido 2 .

Aceptando las correcciones obtenidas en la última iteración dentro de la tolerancia los gastos corresponden a la solución.

Solución usando el sistema de ecu 3r. Se proponen los flujos y sentido de recorrido que se muestran en la fig 12.

$$2[7,990.31 (\Delta_2) + 2,996.37 (\Delta_4)] + 100 (\Delta_2) = 5 - 18 -$$

$$- (47.94 + 8.99) + 30.20$$

$$16,080.00 \Delta_2 + 5,992.74 \Delta_4 = - 39.73 \quad (55)$$

La solución de las ecs 53, 54 y 55 es  $\Delta_1 = - 0.001168537$   $m^3/s$ ,  $\Delta_2 = - 0.0021178$   $m^3/s$ ,  $\Delta_4 = - 0.000949$   $m^3/s$  que producen los gastos de  $Q_1 = - 1.83$  l/s ,  $Q_2 = - 3.88$  l/s ,  $Q_4 = 2.05$  l/s. El signo de los dos primeros gastos son con respecto al recorrido 1 y el último con respecto al recorrido 2 .

Obsérvese que los gastos obtenidos corresponden a los mismos obtenidos en la primer iteración usando el sistema 24.

En la segunda iteración se encuentra el sistema

$$\begin{array}{rcl} \Delta_1 & - \Delta_2 & + \Delta_4 = 0 \\ - 2,437.04 \Delta_1 & - 10,434.14 \Delta_2 & = 6.8659 \\ & 10,434.14 \Delta_2 & + 4,095.04 \Delta_4 = - 6.8334 \end{array}$$

que arroja una solución de  $\Delta_1 = - 0.0003638$   $m^3/s$ ,  $\Delta_2 = - 0.0005732$   $m^3/s$ ,  $\Delta_4 = - 0.0002094$   $m^3/s$

En la tercer iteración se obtiene el sistema

$$\begin{array}{rcl} \Delta_1 & - \Delta_2 & + \Delta_4 = 0 \\ - 1,952.56 \Delta_1 & - 8,907.46 \Delta_2 & = 0.5243 \\ & 8,907.46 \Delta_2 & + 3,676.74 \Delta_4 = - 0.4766 \end{array}$$

que arroja una solución de  $\Delta_1 = - 0.0000451 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $\Delta_2 = - 0.000053 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $\Delta_3 = - 0.0000079 \text{ m}^3/\text{s}$ , que corresponde a los gastos de  $Q_1 = - 1.43 \text{ l/s}$ ,  $Q_2 = - 3.26 \text{ l/s}$ ,  $Q_3 = 1.83 \text{ l/s}$ , el signo de los dos primeros gastos son con respecto al recorrido 1 y el último con respecto al recorrido 2.

Aceptando las correcciones obtenidas en la última iteración dentro de la tolerancia los gastos corresponden a la solución.

Solución usando el sistema de ecu. - Se proponen los flujos y sentido de recorrido que se muestran en la fig 13.

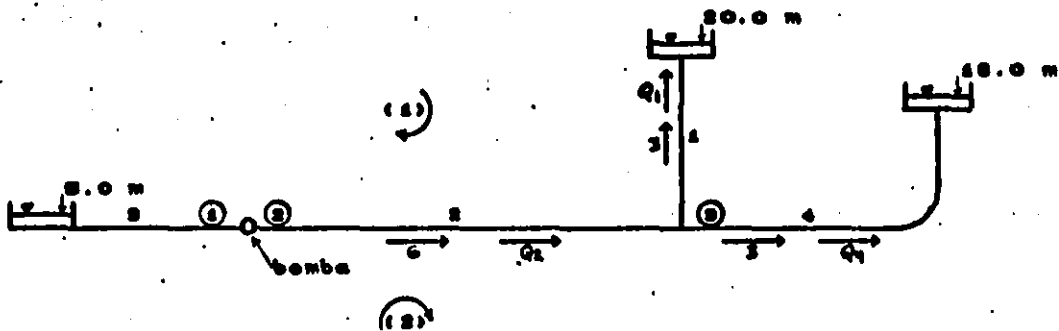


Fig 13.- Ejemplo 2 usando el sistema 32

Sustituyendo los flujos en el sistema 32 se obtiene

Para el nodo 3

$$(Q_1 - Q_2 + Q_3) + 0 = - 0$$

$$Q_1 - Q_2 + Q_4 = 0 \quad (56)$$

Para el recorrido 1

$$2 \left[ 1,997.58 (- Q_1) + 7,990.31 (- Q_2) \right] + 100 (- Q_2) = 20 - 5 + \\ + (2 - 1)(- 5.99 - 47.94) - 30.20 + 100 (- 0.006)$$

$$- 3,995.16 Q_1 - 16,080.00 Q_2 = - 69.73 \quad (57)$$

Para el recorrido 2

$$2 \left[ 7,990.31 (Q_2) + 2,996.37 (Q_4) \right] + 100 (Q_2) = 5 - 18 + \\ + (2-1) (47.94 + 8.99) + 30.20 + 100 (0.006)$$

$$16,080.00 Q_2 + 5,992.74 Q_4 = 74.73 \quad (58)$$

La solución de las ecs 56, 57 y 58 es  $Q_1 = 0.0018285 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $Q_2 = 0.0038819 \text{ m}^3/\text{s}$  y  $Q_4 = 0.020534 \text{ m}^3/\text{s}$  que tomados en l/s y con respecto a los recorridos  $Q_1 = - 1.83 \text{ l/s}$ ,  $Q_2 = - 3.88 \text{ l/s}$ ,  $Q_4 = 2.05 \text{ l/s}$ . Los dos primeros gastos el signo son con respecto al recorrido 1 y el último con respecto al recorrido 2.

Obsérvese que los gastos obtenidos corresponden a los mismos obtenidos en la primer iteración con los sistemas 24 y 31.

En la segunda iteración se encuentra el sistema

$$\begin{array}{rcl}
 Q_1 & - & Q_2 & + & Q_3 & = & 0 \\
 - 2,437.04 Q_1 & - & 10,434.14 Q_2 & & & = & - 38.0779 \\
 & & 10,434.14 Q_2 & + & 4,095.04 Q_3 & = & 42.0454
 \end{array}$$

que arroja una solución de  $Q_1 = 0.0014662 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $Q_2 = 0.0033068 \text{ m}^3/\text{s}$  y  $Q_3 = 0.0018406 \text{ m}^3/\text{s}$

En la tercer iteración se obtiene el sistema

$$\begin{array}{rcl}
 Q_1 & - & Q_2 & + & Q_3 & = & 0 \\
 - 1,952.56 Q_1 & - & 8,907.46 Q_2 & & & = & - 31.64696 \\
 & & 8,907.46 Q_2 & + & 3,676.74 Q_3 & = & 35.59926
 \end{array}$$

que corresponde a los gastos de  $Q_1 = - 1.43 \text{ l/s}$ ,  $Q_2 = - 3.26 \text{ l/s}$ ,  $Q_3 = 1.83 \text{ l/s}$ , el signo de los dos primeros gastos son con respecto al recorrido 1 y el último con respecto al recorrido 2.

Aceptando las correcciones obtenidas en la última iteración dentro de la tolerancia los gastos corresponden a la solución.

Solución usando el sistema de ecu 35 .- Se proponen los flujos y sentido de recorrido que se muestran en la fig 14.

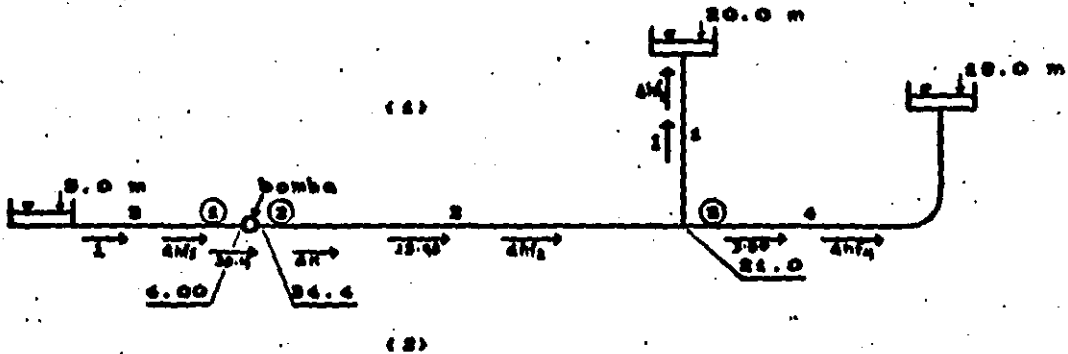


Fig 14.- Ejemplo 2 usando el sistema 35

Considerando los flujos propuestos queda

Para el nodo 1

$$hf'_2 = 4 - 5 = -1 \text{ m. que corresponde a } Q'_2 = -0.002704 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H = 34.4 - 4 = 30.4 \text{ m, que corresponde a } Q = 0.004 \text{ m}^3/\text{s,}$$

valores que al sustituir en la ecuación de nodo del sistema 35 queda

$$\frac{1}{2} \left[ 0.002704 (-\Delta hf'_2) \right] + (-0.01) (\Delta H) = -0 - (-0.002704) - (0.004)$$

$$-0.001352 \Delta hf'_2 - 0.01 \Delta H = -0.001296 \quad (59)$$

Para el nodo 2

$$hf'_2 = 34.4 - 21 = 13.40 \text{ m. que corresponde a } Q'_2 = 0.0033316 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H = 4 - 34.4 = -30.4 \text{ m, que corresponde a } Q = -0.004 \text{ m}^3/\text{s,}$$

valores que al sustituir en la ecuación de nodo del sistema 35 queda

$$\frac{1}{2} \left[ 2.486268 \times 10^{-4} (\Delta hf_2) \right] - 0.01 (-\Delta H) = -0 -$$

$$- (0.0033316) - (-0.004)$$

$$1.2431343 \times 10^{-4} \Delta hf_2 + 0.01 \Delta H = 6.684 \times 10^{-4} \quad (60)$$

Para el nodo 3

$$hf_1 = 21 - 20 = 1 \text{ m, que corresponde a } Q_1 = 0.0012254 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$hf_2 = 21 - 34.4 = -13.4 \text{ m, que corresponde a } Q_2 = -0.0033316 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$hf_4 = 21 - 18 = 3 \text{ m, que corresponde a } Q_4 = 0.0017331 \text{ m}^3/\text{s}$$

valores que al sustituir en la ecuación de nodo de sistema 35 queda

$$\frac{1}{2} \left[ 0.0012254 (\Delta hf_1) + 0.0002486 (-\Delta hf_2) + 0.000577 (\Delta hf_4) \right] +$$

$$+ 0 = -0 - (-0.0033316 + 0.0012254 + 0.0017331) - 0$$

$$6.127 \times 10^{-4} \Delta hf_1 - 1.2431343 \times 10^{-4} \Delta hf_2 +$$

$$+ 2.8885 \times 10^{-4} \Delta hf_4 = 3.731 \times 10^{-4} \quad (61)$$

Para el recorrido 1

$$(-\Delta hf_1 - \Delta hf_2 - \Delta hf_3) - (-\Delta H) = 20 - 5 - (-1 - 13.4 - 1) +$$

$$+ (-30.4)$$

$$-\Delta hf_1 - \Delta hf_2 - \Delta hf_3 + \Delta H = 0 \quad (62)$$

Para el recorrido 2

$$(\Delta hf_2 + \Delta hf_3 + \Delta hf_4) - (\Delta H) = 5 - 18 - (1 + 13.4 + 3) +$$

$$+ (30.4)$$



$$\Delta hf_2 + \Delta hf_3 + \Delta hf_4 - \Delta H = 0 \quad (63)$$

La solución de las ecs 59, 60, 61, 62 y 63 es  $\Delta hf_1 = 0.323801 \text{ m}$ ,  $\Delta hf_2 = -0.653003 \text{ m}$ ,  $\Delta hf_3 = 0.404159 \text{ m}$ ,  $\Delta hf_4 = 0.323380 \text{ m}$  y  $\Delta H = 0.074957 \text{ m}$  que sumados a los valores iniciales producen  $hf_1 = -1.32 \text{ m}$ ,  $hf_2 = -12.75 \text{ m}$ ,  $hf_3 = -1.40 \text{ m}$ ,  $hf_4 = 3.32 \text{ m}$  y  $H = -30.47 \text{ m}$ , donde el signo de  $hf_4$  es con respecto al recorrido 2 y el resto con respecto al recorrido 1.

En la segunda iteración se encuentra

$$\begin{aligned} -0.001156244 \Delta hf_2 - 0.01 \Delta H &= -0.000003805 \\ 0.00012792 \Delta hf_2 + 0.01 \Delta H &= -0.000010194 \\ 5.3256 \times 10^{-4} \Delta hf_1 - 1.2792 \times 10^{-4} \Delta hf_2 + \\ + 2.7442 \times 10^{-4} \Delta hf_4 &= 2.696 \times 10^{-5} \\ -\Delta hf_1 - \Delta hf_2 - \Delta hf_3 + \Delta H &= 0 \\ \Delta hf_2 + \Delta hf_3 + \Delta hf_4 - \Delta H &= 0 \end{aligned}$$

que arroja la solución de  $\Delta hf_1 = 0.02765 \text{ m}$ ,  $\Delta hf_2 = -0.0363 \text{ m}$ ,  $\Delta hf_3 = 0.008091 \text{ m}$ ,  $\Delta hf_4 = 0.02765 \text{ m}$  y  $\Delta H = -5.55044 \times 10^{-4} \text{ m}$  que corresponde a los valores:  $hf_1 = -1.351 \text{ m}$ ,  $hf_2 = -12.707 \text{ m}$ ,  $hf_3 = -1.412 \text{ m}$ ,  $hf_4 = 3.351 \text{ m}$  y  $H = -30.47 \text{ m}$ , donde el signo  $hf_4$  es con respecto al recorrido 2 y el resto con respecto al recorrido 1.

Aceptando las correcciones obtenidas en la última iteración dentro de la tolerancia, las pérdidas y cargas corresponden a la solución.

Solución usando el sistema de ecu 38.- Se proponen los flujos y sentido de recorrido que se muestran en la fig 15 .

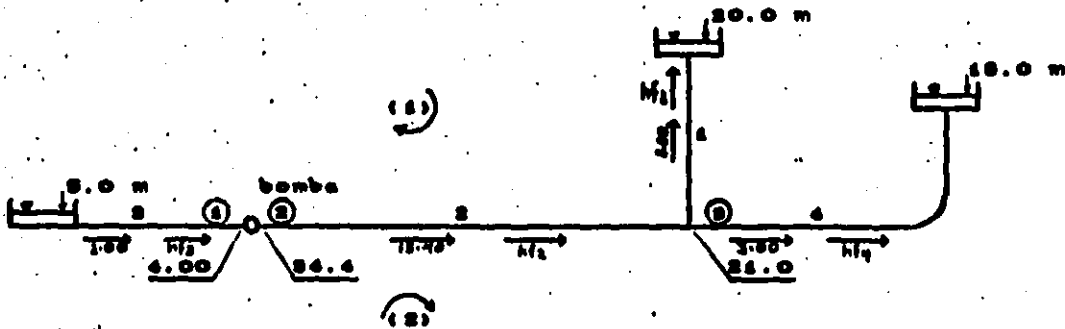


Fig 15.- Ejemplo 2 usando el sistema 38

Considerando los flujos propuestos queda

Para el nodo 1

$$hf'_1 = 4 - 5 = - 1 \text{ m. que corresponde a } Q'_1 = - 0.002704 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H = 34.4 - 4 = 30.4 \text{ m, que corresponde a } Q = 0.004 \text{ m}^3/\text{s,}$$

valores que al sustituir en la ecuación de nodo del sistema 38 queda

$$\frac{1}{2} [0.002704 (- hf'_1)] - 0.01 ( H ) = - 0 + (1/2-1) (- 0.002704) - (0.004) + (-0.01)(30.40)$$

$$- 0.001352 hf'_1 - 0.01 H = - 0.306648 \quad (64)$$

Para el nodo 2

$$hf'_2 = 34.4 - 21 = 13.40 \text{ m. que corresponde a } Q'_2 = 0.0033316 \text{ m}^3/\text{s}$$

$H = 4 - 34.4 = -30.4$  m, que corresponde a  $Q = -0.004$  m<sup>3</sup>/s, valores que al sustituir en la ecuación de nodo del sistema 38 queda

$$\begin{aligned} & 1/2 \left[ 2.486268 \times 10^{-4} (hf_2) \right] + (-0.01) (-H) = -0 + \\ & + (1/2 - 1) (0.0033316) - (-0.004) - 0.01 (-30.40) \end{aligned}$$

$$1.2431343 \times 10^{-4} hf_2 + 0.01 H = 0.3063342 \quad (65)$$

Para el nodo 3

$$hf_1 = 21 - 20 = 1 \text{ m, que corresponde a } Q_1 = 0.0012254 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$hf_2 = 21 - 34.4 = -13.4 \text{ m, que corresponde a } Q_2 = -0.0033316 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$hf_4 = 21 - 18 = 3 \text{ m, que corresponde a } Q_4 = 0.0017331 \text{ m}^3/\text{s}$$

valores que al sustituir en la ecuación de nodo de sistema 38 queda

$$\begin{aligned} & 1/2 \left[ 0.0012254 (hf_1) + 0.0002485 (-hf_2) + 0.000577 (hf_4) \right] + \\ & + 0 = -0 + (1/2 - 1) (-0.0033316 + 0.0012254 + 0.0017331) - 0 + 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 6.127 \times 10^{-4} hf_1 - 1.2431343 \times 10^{-4} hf_2 + \\ & + 2.8885 \times 10^{-4} hf_4 = 1.8655 \times 10^{-4} \end{aligned} \quad (66)$$

Para el recorrido 1

$$(-hf_1 - hf_2 - hf_3) - (-H) = 20 - 5$$

$$-hf_1 - hf_2 - hf_3 + H = 15 \quad (67)$$

Para el recorrido 2

$$(hf_2 + hf_3 + hf_4) - (H) = 5 - 18$$

$$hf_2 + hf_3 + hf_4 - H = - 13 \quad (68)$$

La solución de las ecs 64, 65, 66, 67 y 68 es  $hf_1 = 1.3238$  m,  $hf_2 = 12.747$  m,  $hf_3 = 1.4042$  m,  $hf_4 = 3.3238$  m y  $H = 30.4749$  m .

En la segunda iteración se encuentra

$$\begin{aligned} - 0.001156244 \quad hf_2 - 0.01 \quad H &= - 0.306376402 \\ 0.00012792 \quad hf_2 + 0.01 \quad H &= 0.306369403 \\ 5.3256 \times 10^{-4} \quad hf_1 - 1.2792 \times 10^{-4} \quad hf_2 + \\ + 2.7442 \times 10^{-4} \quad hf_3 &= 1.348 \times 10^{-5} \\ - hf_1 - hf_2 - hf_3 + H &= 15 \\ hf_2 + hf_3 + hf_4 - H &= - 13 \end{aligned}$$

que corresponde a los valores:  $hf_1 = - 1.351$  m,  $hf_2 = - 12.707$  m,  $hf_3 = - 1.412$  m,  $hf_4 = 3.351$  m y  $H = - 30.47$  m, donde el signo  $hf_1$  es con respecto al recorrido 2 y el resto con respecto al recorrido 1

Aceptando las correcciones obtenidas en la última iteración dentro de la tolerancia, las pérdidas y cargas corresponden a la solución.

Solución usando el sistema de ecs 4r .- Se proponen los flujos que se muestran en la fig 16.

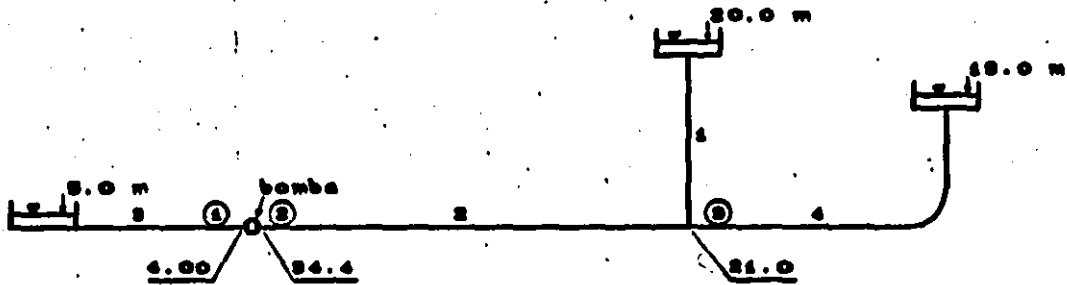


Fig 10.- Ejemplo 2 usando el sistema 41

Considerando los flujos propuestos queda

Para el nodo 1

$$hf'_1 = 4 - 5 = -1 \text{ m. que corresponde a } Q'_1 = -0.002704 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H' = 34.4 - 4 = 30.4 \text{ m, que corresponde a } Q' = 0.004 \text{ m}^3/\text{s,}$$

valores que al sustituir en el sistema 41 queda

$$\left[ \frac{1}{2} (0.002704 - (-0.01)) \Delta E_1 - \frac{1}{2} (0.002704) (0) + \right. \\ \left. + (-0.01) \Delta E_2 = -0 - (-0.002704) - 0.004 \right.$$

$$0.011352 \Delta E_1 - 0.01 \Delta E_2 = -0.001296 \quad (69)$$

Para el nodo 2

$$hf'_2 = 34.4 - 21 = 13.40 \text{ m. que corresponde a } Q'_2 = 0.0033316 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H' = 4 - 34.4 = -30.4 \text{ m, que corresponde a } Q' = -0.004 \text{ m}^3/\text{s,}$$

valores que al sustituir en el sistema 41 queda

$$\left[ \frac{1}{2} (2.486268 \times 10^{-4}) - (-0.01) \right] \Delta E_2 - \\ - \frac{1}{2} (2.486268 \times 10^{-4}) \Delta E_3 + (-0.01) \Delta E_1 = -0 - 0.0033316 - \\ - (-0.004)$$

$$- 0.01 \Delta E_1 + 0.0101243 \Delta E_2 - 0.001243 \Delta E_3 = 0.0006684 \quad (70)$$

Para el nodo 3

$$hf'_1 = 21 - 20 = 1 \text{ m, que corresponde a } Q'_1 = 0.0012254 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$hf'_2 = 21 - 34.4 = -13.4 \text{ m, que corresponde a } Q'_2 = -0.0033316 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$hf'_3 = 21 - 18 = 3 \text{ m, que corresponde a } Q'_3 = 0.0017331 \text{ m}^3/\text{s}$$

valores que al sustituir en el sistema 41 queda

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1}{2} (0.0002486 + 0.0012254 + 0.000577) - 0 \right] \Delta E_1 - \\ & - \frac{1}{2} \left[ 0.0002486 \Delta E_2 + 0.0012254 (0) + 0.000577 (0) \right] + \\ & + 0 = -0 - (-0.0033316 + 0.0012254 + 0.0017331) - 0 \end{aligned}$$

$$- 1.2431343 \times 10^{-4} \Delta E_1 + 0.0010258 \Delta E_2 = 0.0003731 \quad (71)$$

La solución de las ecs 69, 70 y 71 es  $\Delta E_1 = -0.404159$  m,  $\Delta E_2 = -0.329162$  m y  $\Delta E_3 = 0.323833$  m.

Las nuevas energías son  $E_1 = 3.5954977$  m,  $E_2 = 34.070412$  m y  $\Delta E_3 = 21.323538$  m.

En la segunda iteración se encuentra el sistema

$$\begin{aligned} 0.01115779 \Delta E_1 - 0.01 \Delta E_2 &= -0.0000081 \\ - 0.010 \Delta E_1 + 0.0101279 \Delta E_2 - 0.0001279 \Delta E_3 &= -0.0000111 \\ - 0.0001279 \Delta E_2 + 0.0009357 \Delta E_3 &= 0.0000305 \end{aligned}$$

del cual la solución es  $\Delta E_1 = -0.0117549$  m,  $\Delta E_2 = -0.0123061$  m y  $\Delta E_3 = 0.0309211$ . Las nuevas energías son  $E_1 = 3.588$  m,  $E_2 = 34.058$  m y  $E_3 = 21.351$  m que dan la solución del problema ya que

las correcciones encontradas son muy pequeñas

Solución usando el sistema de ecu 44 .- Se proponen los flujos que se muestran en la fig 17.

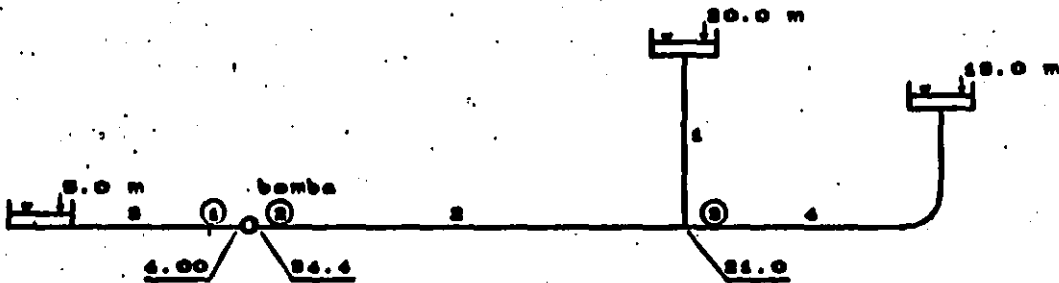


Fig 17.- Ejemplo 2 usando el sistema 44

Considerando los flujos propuestos queda

Para el nodo 1

$$hf'_1 = 4 - 5 = -1 \text{ m, que corresponde a } Q'_1 = -0.002704 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H = 34.4 - 4 = 30.4 \text{ m, que corresponde a } Q = 0.004 \text{ m}^3/\text{s,}$$

valores que al sustituir en el sistema 44 queda

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1}{2} (0.002704) - (-0.01) \right] K_1 - \frac{1}{2} (0.002704) (5) + \\ & + (-0.01) K_2 = -0 + \left( \frac{1}{2} - 1 \right) (-0.002704) - 0.004 + \\ & + (-0.01 (34.4 - 4)) \end{aligned}$$

$$-0.011352 K_1 - 0.01 K_2 = -0.299888$$

(72)

Para el nodo 2

$$hf_2' = 34.4 - 21 = 13.40 \text{ m, que corresponde a } Q_2' = 0.0033316 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H = 4 - 34.4 = -30.4 \text{ m, que corresponde a } Q = -0.004 \text{ m}^3/\text{s,}$$

valores que al sustituir en el sistema 44 queda

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1}{2} (2.486268 \times 10^{-6}) - (-0.01) \right] E_2 - \frac{1}{2} (2.486268 \times 10^{-6}) E_3 + \\ & + (-0.01) E_4 = -0 + \left( \frac{1}{2} - 1 \right) (0.0033316) - \\ & - (-0.004) + (-0.01 (4 - 34.4)) \end{aligned}$$

$$-0.01 E_1 + 0.0101243 E_2 - 0.0001243 E_3 = 0.3063342 \quad (73)$$

Para el nodo 3

$$hf_1' = 21 - 20 = 1 \text{ m, que corresponde a } Q_1' = 0.0012254 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$hf_2' = 21 - 34.4 = -13.4 \text{ m, que corresponde a } Q_2' = -0.0033316 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$hf_4' = 21 - 18 = 3 \text{ m, que corresponde a } Q_4' = 0.0017331 \text{ m}^3/\text{s}$$

valores que al sustituir en la ecuación 44 queda

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1}{2} (0.0002486 + 0.0012254 + 0.000577) - 0 \right] E_3 - \\ & - \frac{1}{2} \left[ 0.0002486 E_2 + 0.0012254 (20) + 0.000577 (18) \right] + \\ & + 0 = -0 + \left( \frac{1}{2} - 1 \right) (-0.0033316 + 0.0012254 + 0.0017331) - \\ & - 0 + 0 \end{aligned}$$

$$-1.2431343 \times 10^{-6} E_2 + 0.0010258 E_3 = 0.0176398 \quad (74)$$

La solución de las ecs 72, 73 y 74 es  $E_1 = 3.5954977 \text{ m}$ ,  
 $E_2 = 34.070412 \text{ m}$ ,  $E_3 = 21.323538 \text{ m}$ .

En la segunda iteración se encuentra el sistema



$$\begin{aligned}
 0.01115779 K_1 - 0.010 K_2 &= -0.300595631 \\
 -0.010 K_1 + 0.0101279 K_2 - 0.0001279 K_3 &= 0.3063694088 \\
 -0.0001279 K_2 + 0.0009357 K_3 &= 0.015605573
 \end{aligned}$$

del cual la solución es  $K_1 = 3.588 \text{ m}$ ,  $K_2 = 34.058 \text{ m}$  y  $K_3 = 21.351 \text{ m}$  que dan la solución del problema ya que no existe mucha diferencia con los anteriores.

En las tablas 2, 3 y 4 se presenta un resumen de los resultados del ejemplo 2, aplicando cada uno de los sistemas de revisión que aquí se proponen. Obsérvese que los sistemas que proceden de un mismo sistema de origen y que inician con los mismos flujos dan el mismo resultado en cada iteración, así, los sistemas 24, 31 y 32 proceden del sistema 8, los sistemas 35 y 38 del sistema 9, y los sistemas 41 y 44 del sistema 10.

Tabla 2.- Solución de los sistemas 24, 31 y 32. El signo del gasto en el conducto 4 está con respecto al recorrido 2 y el resto con respecto al recorrido 1.

ITERACION	GASTO EN EL CONDUCTO (L/S)		
	1	2	3
0	-3.00	-6.00	3.00
1	-1.83	-3.88	2.05
2	-1.47	-3.31	1.84
3	-1.43	-3.26	1.83

Tabla 3.- Solución de los sistemas 35 y 36. El signo de la pérdida en el conducto 4 está con respecto al recorrido 2 y el resto con respecto al recorrido 1.

ITERACION	PERDIDA EN EL CONDUCTO (M)				CARGA (M)
	1	2	3	4	
0	-1.00	-13.40	-1.00	3.00	-30.40
1	-1.32	-12.75	-1.40	3.32	-30.47
2	-1.351	-12.707	-1.412	3.351	-30.47

Tabla 4.- solución de los sistemas 41 y 44

ITERACION	ENERGIA EN EL NODO (M)		
	1	2	3
0	4.00	34.00	21.00
1	3.595	34.07	21.323
2	3.588	34.058	21.351

### 8.-SOLUCION NUMERICA

Las propiedades que presentan las matrices de coeficientes de los sistemas 24, 41 y 44 son simetría, positiva definida, variable y porosa. La segunda propiedad garantiza que no se presentarán ceros en los pivotes al tratar de factorizar la matriz o al efectuar la eliminación gaussiana, esto es, nunca se presentará la necesidad de intercambiar renglones que destruyan la simetría.

Considérese la siguiente matriz de coeficientes simétrica

ESTA TESTS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

$$C = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

que al aplicar la eliminación gaussiana a la primer columna queda

$$C = \begin{bmatrix} 1 & \frac{c_{12}}{c_{11}} & \frac{c_{13}}{c_{11}} & \frac{c_{14}}{c_{11}} \\ 0 & \frac{c_{22}}{c_{11}} (-c_{12}) + c_{21} & \frac{c_{23}}{c_{11}} (-c_{12}) + c_{22} & \frac{c_{24}}{c_{11}} (-c_{12}) + c_{23} \\ 0 & \frac{c_{32}}{c_{11}} (-c_{12}) + c_{31} & \frac{c_{33}}{c_{11}} (-c_{12}) + c_{32} & \frac{c_{34}}{c_{11}} (-c_{12}) + c_{33} \\ 0 & \frac{c_{42}}{c_{11}} (-c_{12}) + c_{41} & \frac{c_{43}}{c_{11}} (-c_{12}) + c_{42} & \frac{c_{44}}{c_{11}} (-c_{12}) + c_{43} \end{bmatrix}$$

Fuede observarse que se conserva la simetria de la submatriz que resulta de quitar el primer renglón y primera columna, lo que puede aprovecharse para trabajar únicamente con la parte superior y obviarse la inferior, logrando con ello un considerable ahorro en la capacidad de memoria de la computadora más el número de pasos en la eliminación, que significa una mayor rapidez de solución y la posibilidad de resolver sistemas más grandes.

Aprovechando la simetria se logra un considerable ahorro

de memoria de computadora, sin embargo esto puede aumentarse si se aprovecha además la porosidad para forzar un perfil de la matriz.

El perfil de una matriz simétrica (ref 5) se forma con el primer elemento superior no nulo de cada columna, como se muestra por ejemplo en la matriz simétrica siguiente

$$C = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ & 4 & 1 & 2 & 0 \\ & & 6 & 0 & 0 \\ & & & 3 & 2 \\ & & & & 5 \end{bmatrix}$$

El perfil de la matriz C se puede transformar a un vector  $a_k$  como se muestra enseguida

$$a_k = \{ 5, 4, 3, 6, 1, 3, 0, 2, 5, 2 \}$$

Sin embargo no deben perderse los lugares que ocupan los elementos de  $a_k$  en la matriz C, para lo cual se puede construir otro vector  $d_j$  que localiza el subíndice  $k$  que le corresponde a los elementos de  $a_k$  en la diagonal principal de la matriz C

$$d_j = \{ 1, 2, 4, 6, 9, 11 \}$$

donde el número de elementos de  $d_j$  es igual al número de columnas

de  $C$  más uno. El último elemento de  $d_j$  es igual a el número de elementos de  $a_k$  más uno

Puede relacionarse así los subíndices  $i$  y  $j$  de la matriz  $C$  con el subíndice  $k$  del vector  $a_k$  mediante la ecuación

$$k = d_j + j - i \quad (75)$$

$i$  indica renglones de  $C$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$

$j$  indica columna de  $C$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$

Los subíndices  $i$  de los elementos de la matriz  $C$  deben cumplir con la relación

$$j \geq i \geq j - (d_{j+1} - d_j) + 1 \quad (76)$$

La solución numérica de sistemas de ecuaciones lineales que aquí se propone, consiste en que la eliminación se efectúe únicamente en los elementos de la parte superior simétrica que están debajo del perfil, de la matriz de coeficientes.

Con este método se tendrá un considerable ahorro en la capacidad de memoria de la computadora más el número de pasos en la eliminación, que significa una mayor rapidez de solución y la posibilidad de resolver sistemas de ecuaciones grandes.

Se recomienda cuando la matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones lineales es simétrica, positiva definida, porosa y variable, como es el caso de los sistemas 24, 41 y 44.

## **9.-OPTIMIZACION DEL PERFIL DE LA MATRIZ**

El número de renglones de la matriz de coeficientes del sistema 24 es igual al número de recorridos del sistema, el número de renglón corresponde al número de recorrido que se le haya asignado.

El número de renglones de la matriz de coeficientes del sistema 41 o 44 es igual al número de nodos del sistema, el número de renglón corresponde al número de nodo que se le haya asignado.

El número de elementos diferentes de cero en un renglón de la matriz de coeficientes del sistema 24 es igual al número de recorridos a que está conectado el recorrido correspondiente al renglón en cuestión.

El número de elementos diferentes de cero en un renglón de la matriz de coeficientes de los sistemas 41 o 44 es igual al número de nodos a que está conectado el nodo correspondiente al renglón en cuestión.

Como se anotó en el inciso 2.4, los nodos tienen la propiedad de ser únicos para una determinada geometría y flujos del sistema, en cambio los recorridos no son únicos ya que pueden definirse de diversas maneras.

Debido a que los nodos son únicos, puede decirse que el propio sistema define directamente el número de elementos en cada renglón de la matriz de coeficientes de los sistemas 41 y 44.

Para el caso del sistema 24, el número de elementos en un renglón dependerá de la forma de como se haya definido el recorrido correspondiente.

El sistema de la fig 18 tiene 15 flujos y 9 nodos, como el sistema es combinado son 9 las ecuaciones de nodo. El número de ecuaciones de recorrido son  $15 - 9 = 6$ , que pueden definirse de diferentes maneras como, por ejemplo, las mostradas en la fig 18a y 18b.

Para el sistema de la fig 18 enseguida se presenta la matriz de coeficientes de los sistemas 41 o 44, representando con una X los elementos diferentes de cero en cada renglón.

$$\begin{bmatrix} \times & \times & & \times & & & & & \\ \times & \times & \times & & \times & & & & \\ & \times & \times & & & \times & & & \\ \times & & & \times & \times & & \times & & \\ & \times & & \times & \times & \times & & \times & \\ & & \times & & \times & \times & & & \times \\ & & & \times & & & \times & \times & \\ & & & & \times & & \times & \times & \times \\ & & & & & \times & & \times & \times \end{bmatrix}$$

Para el sistema de la fig 18a en la parte inferior izquierda se presenta la matriz de coeficientes del sistema 24, representando con una X los elementos diferentes de cero. En la parte inferior derecha se presenta para el de la fig 18b.

$$\begin{bmatrix} \times & \times & \times & & \times & & \\ \times & \times & & \times & \times & \times & \\ \times & & \times & \times & & & \\ & \times & \times & \times & & \times & \\ \times & \times & & & \times & \times & \\ & \times & & \times & \times & \times & \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & & \times & \\ \times & \times & & \times & \times & \\ \times & \times & \times & & \times & \times \\ \times & \times & & \times & \times & \times \end{bmatrix}$$

Fuede apreciarse que los recorridos definidos en la fig 18b forman un número mayor de elementos diferentes de cero que los que forman los de la fig 18a y la causa es debido a que los recorridos de la fig 18b están más interconectados.

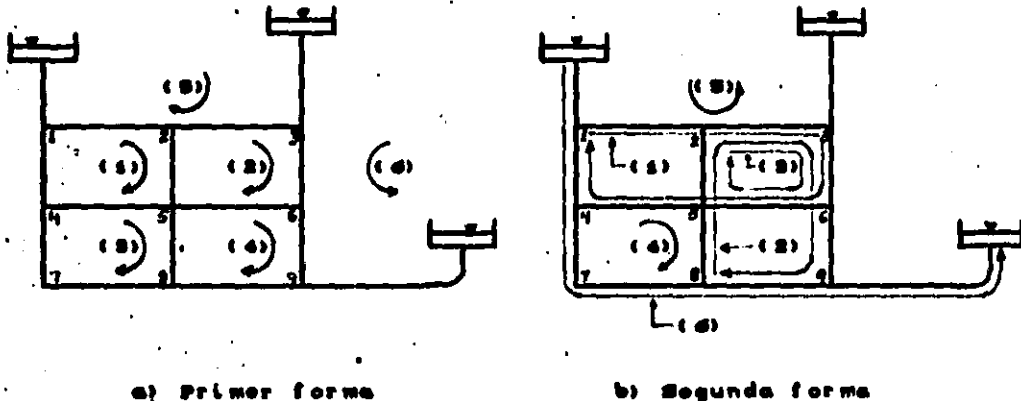


Fig. 18.-Diferentes formas de definir los recorridos

Una definición adecuada de los recorridos en el sistema permite obtener un mínimo de elementos diferentes de cero en cada renglón. La recomendación es de conectarlos a la menor cantidad posible de recorridos.

Por otro lado una numeración adecuada de los nodos o recorridos permite poner los renglones de la manera que más convenga para el ahorro de capacidad de memoria de computadora.

Es conveniente que el número de elementos bajo el perfil de la matriz sea el menor posible.

Obsérvese que el primer elemento no nulo del perfil de una columna  $j$  de la matriz de coeficientes del sistema 24 estará



en el renglón correspondiente al menor número de recorrido  $a$  que está conectado el recorrido  $b$ , siendo  $b = j$ . El primer elemento no nulo del perfil de una columna  $j$  de la matriz de coeficientes de los sistemas 41 y 44 estará en el renglón correspondiente al menor número de nodo  $a$  que está conectado el nodo  $b$ , siendo  $b = j$ . De acuerdo a lo anterior conviene que la numeración de los nodos o recorridos se haga buscando que exista la menor diferencia entre los números.

Se analizarán los perfiles que se forman en sistemas cerrados rectangulares usando dos formas de numerar. En la fig 19 se presenta la primer forma.

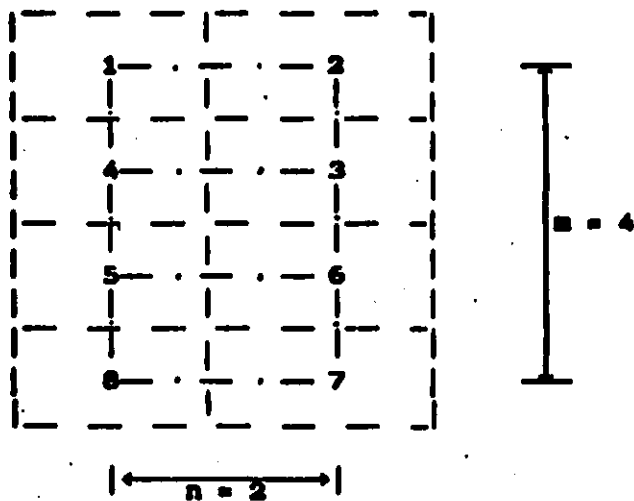
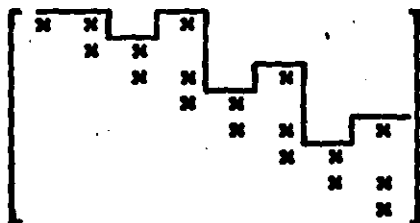


fig. 19.- Primer forma de numerar

Los números pueden ser de recorrido o de nodo, el

sistema será el de líneas discontinuas si son recorridos cerrados y el sistema será el de líneas punteadas si son nodos, quitando el último número ya que el número de ecuaciones de nodo en un sistema cerrado es igual al número de nodos menos uno.

El perfil que se obtiene en los dos casos es



Si los números son de nodo no interviene la última columna y renglón de la matriz.

En este caso el número de elementos en el perfil de la matriz sigue la ley siguiente: en las primeras  $n$  columnas es igual a  $2n - 1$ . De la columna  $n + 1$  a la  $2n$  el número de elementos es igual a  $\sum_{i=1}^n 2i = n^2 + n$ , y este mismo valor es de la columna  $2n + 1$  a la  $3n$ , lo mismo que de de la  $3n + 1$  a la  $4n$ . Como son  $(m-1)$  veces los valores de  $n^2 + n$ , el número de elementos a partir de la columna  $n + 1$  a la  $mn$  es igual a  $(m - 1)(n^2 + n)$ .

Entonces el número total de elementos  $K$  es

$$K = (m - 1)(n^2 + n) + 2n - 1 \quad (77)$$

La ecuación anterior es válida para el caso de que los

números sean de recorrido. Para el caso de que sean de nodo se le restan  $2n$  elementos que no intervienen y que corresponden a la última columna de la matriz, quedando la ecuación

$$K = (m - 1)(n^2 + n) - 1 \quad (78)$$

Se analizará ahora el perfil que se forma en sistemas cerrados rectangulares con la segunda forma de numerar que aparece en la fig 20.

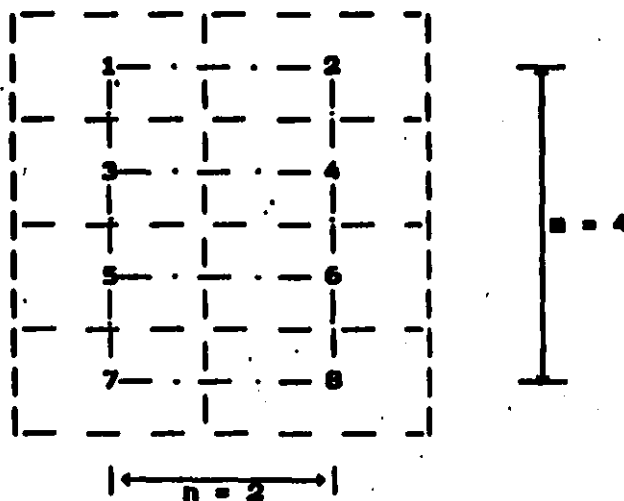
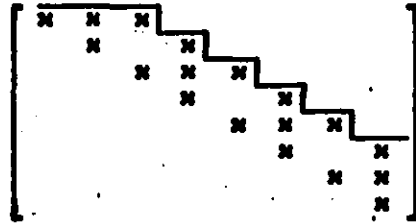


Fig. 20.- Segunda forma de numerar

De igual manera que en el caso de la primer forma de numeración, los números pueden ser de recorrido o de nodo, el sistema será el de líneas discontinuas si son recorridos cerrados

y el sistema será el de líneas punteadas si son nodos, quitando el último número ya que el número de ecuaciones de nodo en un sistema cerrado es igual al número de nodos menos uno.

El perfil que se obtiene en los dos casos es



Si los números son de nodo, no interviene la última columna y renglón de la matriz.

En este caso el número de elementos en el perfil de la matriz siguen la ley siguiente: en las primeras  $n$  columnas el número de elementos es igual a  $2n - 1$ . Son  $n + 1$  elementos en cada columna desde la  $n + 1$  hasta la  $mn$ , o sea son  $(mn - n)(n+1)$  elementos en el perfil desde la columna  $n + 1$  a la  $mn$ .

Entonces el número total de elementos  $K$  en el perfil son

$$K = (m - 1)(n^2 + n) + 2n - 1 \quad (79)$$

La ecuación anterior es válida cuando los números son de recorrido, obsérvese que es la misma de la ec 77.

Para el caso de que los números sean de nodo, a la ec 79 se le restan  $n + 1$  elementos que no intervienen y que corresponden

a la última columna de la matriz, quedando la ecuación

$$K = (m - 1)(n^2 + n) + n - 2 \quad (80)$$

Obsérvese que para el caso que los números sean de nodo  $n$  siempre será mayor de 1, esto quiere decir que la ec 80 siempre arrojará mayor número de elementos que la 78.

En resumen para el caso de que las numeraciones sean de recorrido no hay preferencia entre las dos formas de numeración presentadas aquí, ya que tanto la ec 77 como la 79 arrojan el mismo número de elementos.

En el caso de que las numeraciones sean de nodo conviene usar la primera numeración y se usa la ec 78 para calcular el número de elementos en el perfil.

La recomendación general que se deduce de las ecs 77 a 80 es de que se numere de tal manera que  $n$  sea menor que  $m$ , ya que es cuando el número de elementos es menor.

Se puede ver que entre más grande sea la numeración de nodos o recorridos en mayor medida se aprovecha la propiedad de simetría y el uso del perfil de la matriz, por ejemplo un sistema cerrado rectangular con ancho  $n = 10$  y largo  $m = 15$ , el número de ecuaciones de recorrido son 150 con un total de 22500 elementos de la matriz de coeficientes, en cambio, si se usa la simetría y el perfil de la matriz con la primera o segunda numeración se trabajarán únicamente con 1559 elementos que representan en este caso el 6.9 por ciento del total de elementos de la matriz.

## 10.-DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA "VARIOMAT"

Se desarrolló un sistema de cómputo en lenguaje BASIC para resolver el método del sistema 24 y su método alternativo, ec 27. El primer método ofrece las mayores ventajas para sistemas de tuberías grandes y complejas, por lo que la programación se estructuró para una captura adecuada a una extensa cantidad de datos derivados de tales problemas de tuberías.

El sistema consta de los programas que a continuación se describen.

**VARIOMAT.** - Programa en el cual se definen las variables más importantes y es el encargado de coordinar las actividades de captura, impresión y cálculo.

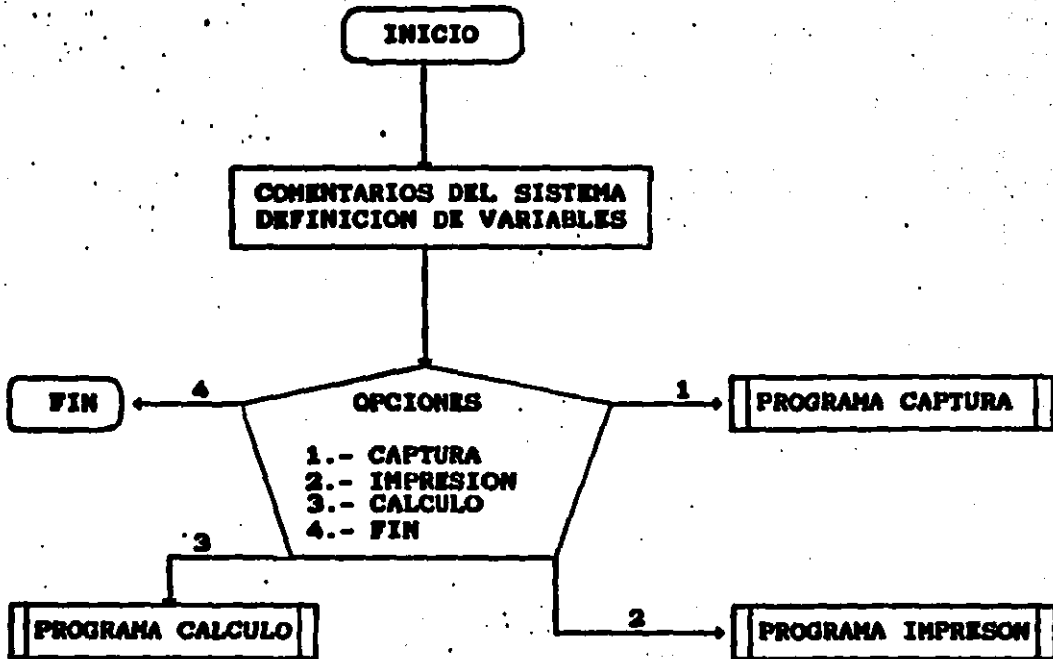
**CAPTURA** - Subprograma encargado de capturar los datos del problema, para ser grabados en un disco flexible, con la opción de suspender y continuar el proceso en cualquier momento.

**IMPRESION.** - Subprograma que se encarga de leer de disco flexible ya sea los datos del problema o los resultados del cálculo, para ser impresos en papel con su formato especial correspondiente.

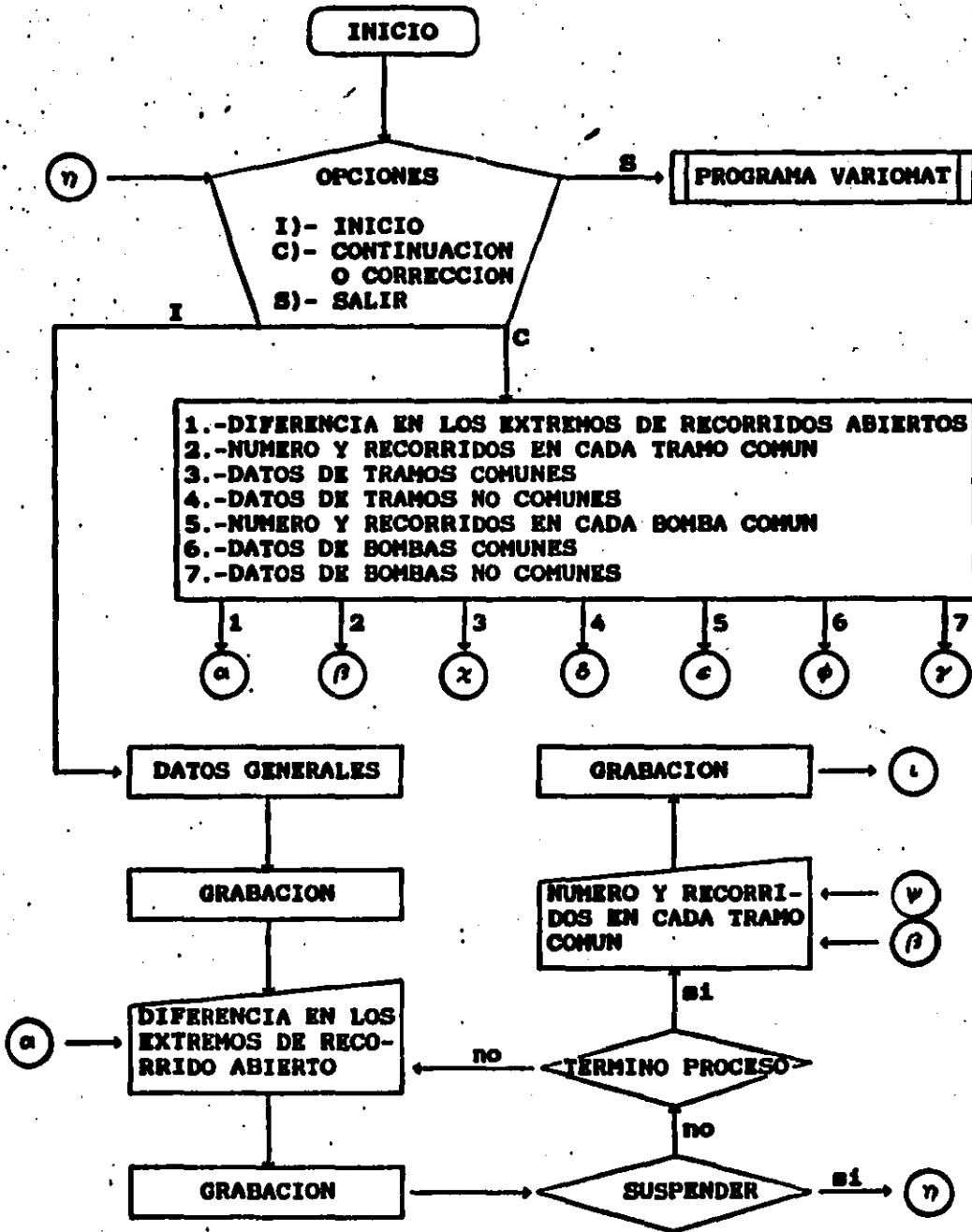
**CALCULO.** - Subprograma encargado de leer de disco flexible los datos del problema, y hacer los cálculos necesarios para formar la matriz de coeficientes y darle solución usando un algoritmo numérico que aprovecha la simetría y su perfil. Una vez encontrada la solución, manda grabar los resultados para ser impresos cuando se desea.

A continuación se presentan el diagrama de flujo de cada uno de los programas descritos.

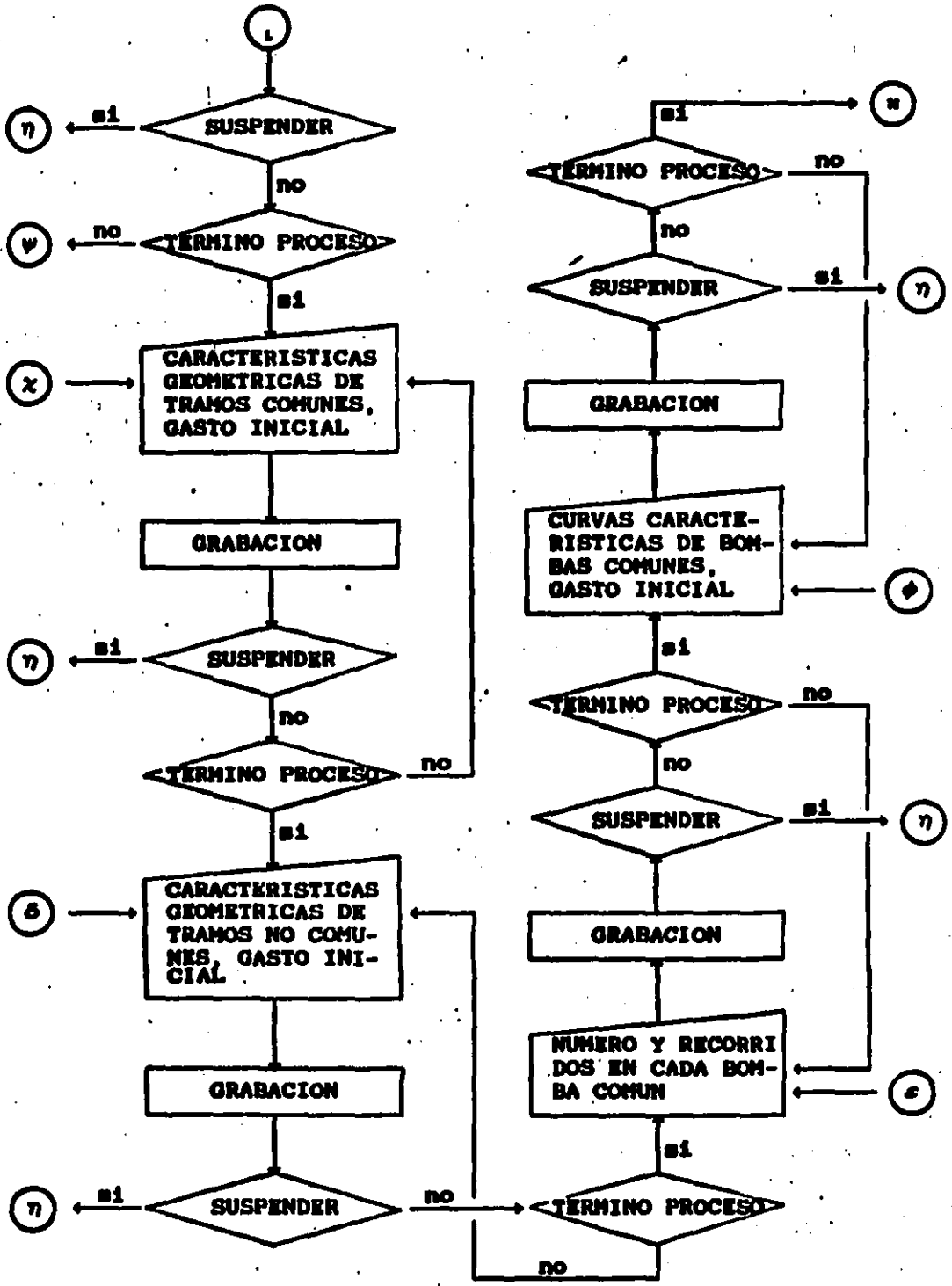
**PROGRAMA "VARIOMAT"**

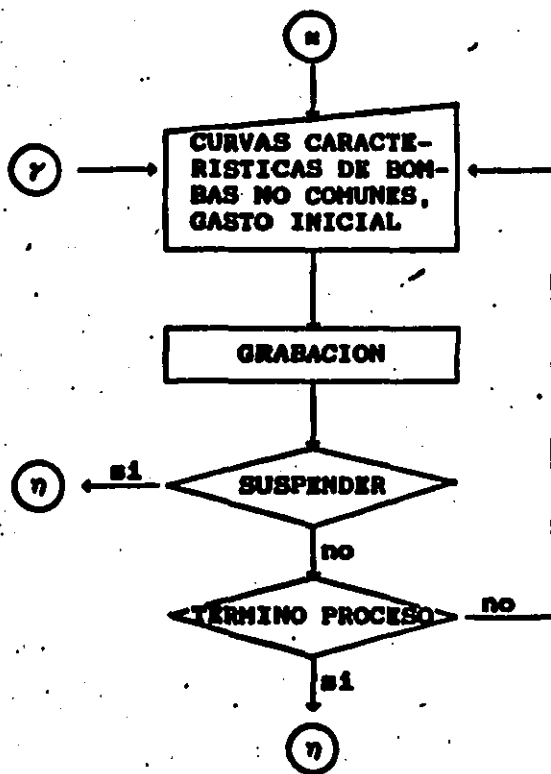


**SUBPROGRAMA "CAPTURA"**

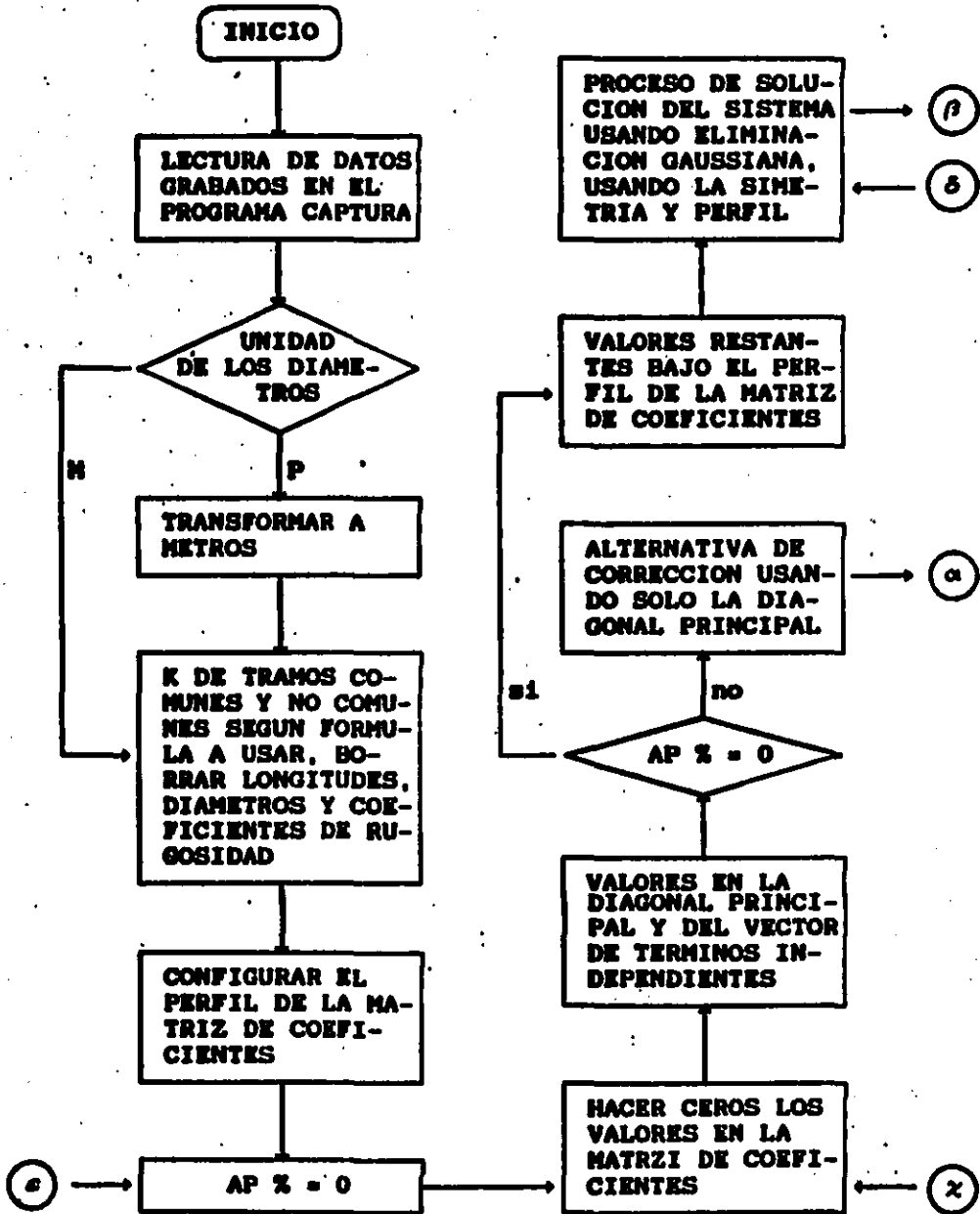


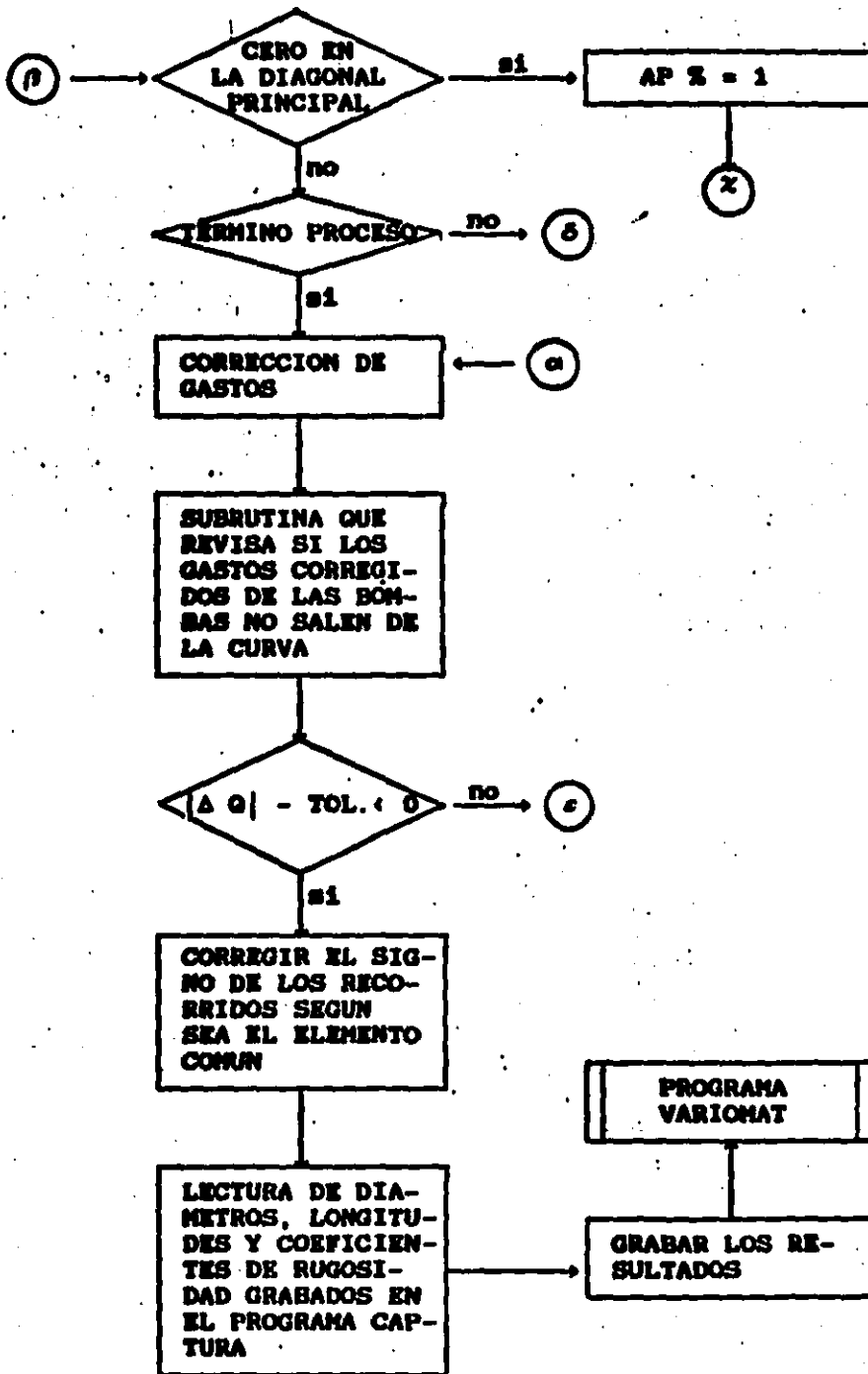




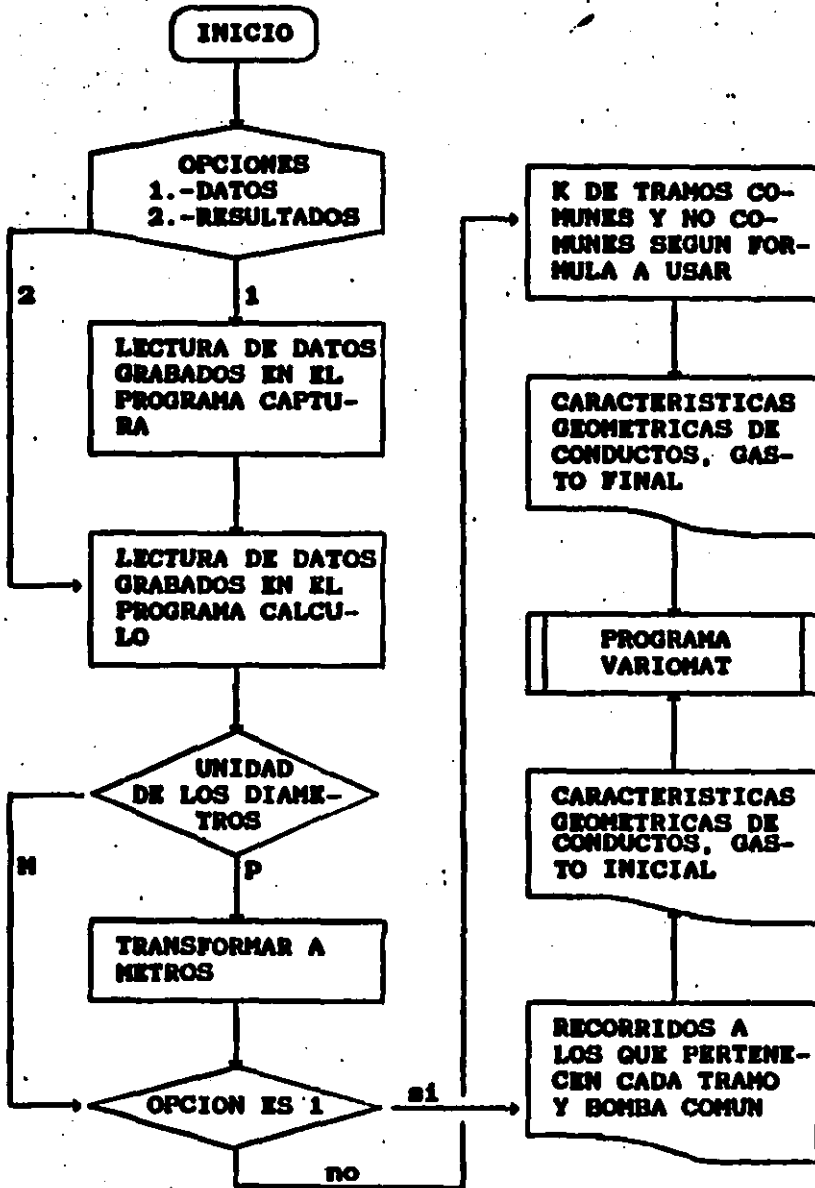


**SUBPROGRAMA "CALCULO"**





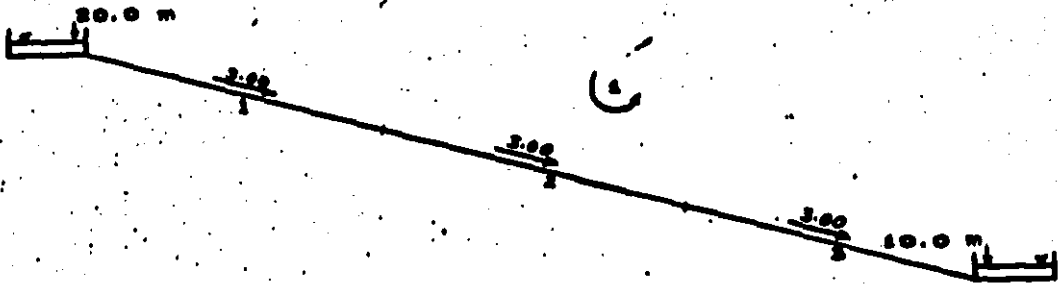
**SUBPROGRAMA "IMPRESION"**



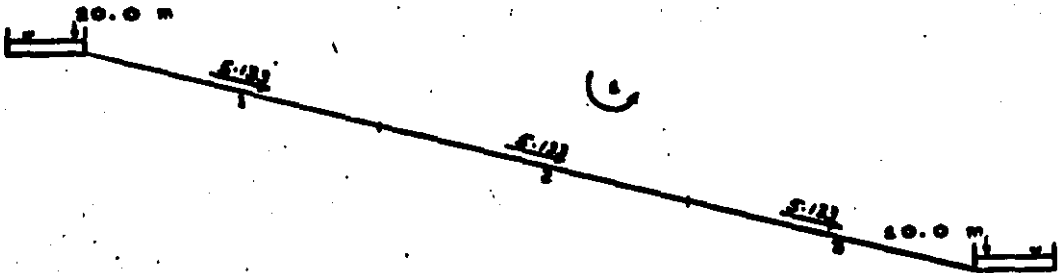
## **11.-EJEMPLOS USANDO EL PROGRAMA "VARIOMAT"**

Enseguida se resuelven una serie de ejemplos utilizando el programa *VARIOMAT* que utiliza el sistema 24. La intención de estos ejemplos es mostrar que el programa es capaz de resolver cualquier tipo de sistema, desde los más sencillos hasta los más complicados donde intervienen bombas y más de dos recorridos en un trazo común.

La serie de ejemplos con los datos y resultados aparecen en las figs 21, 22, 23 y 24. La impresión de datos y resultados del programa aparecen enseguida.



a) Datos



b) Resultados

Fig. 21. - Ejemplo 1

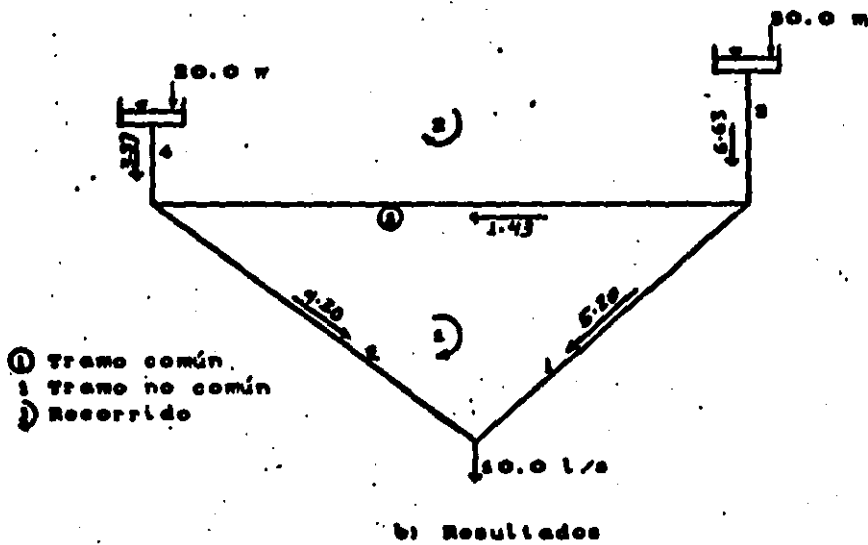
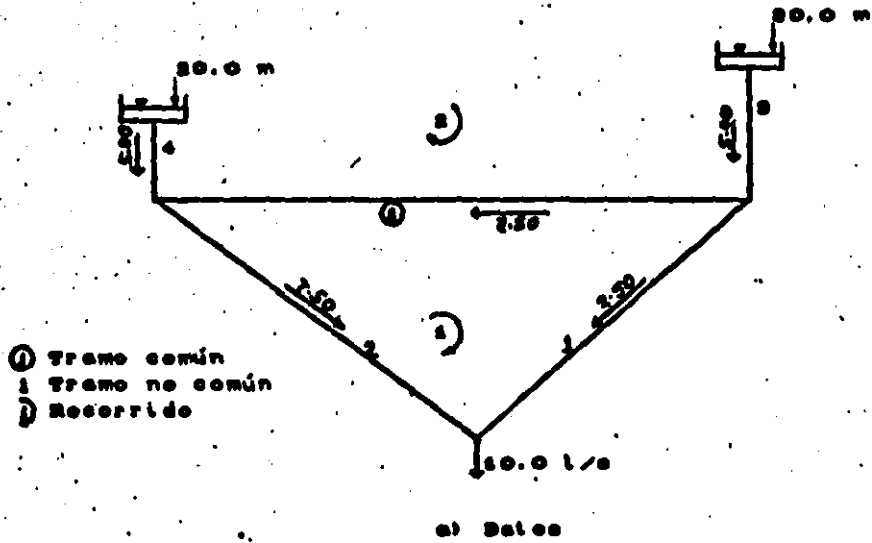
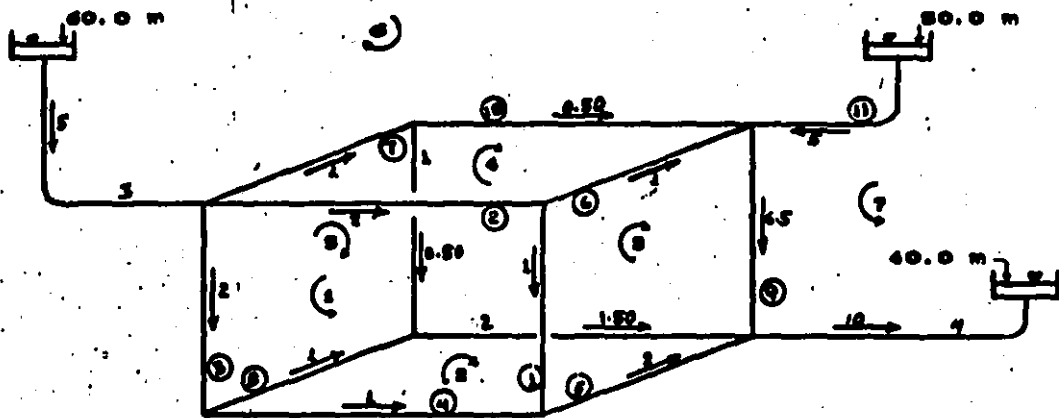
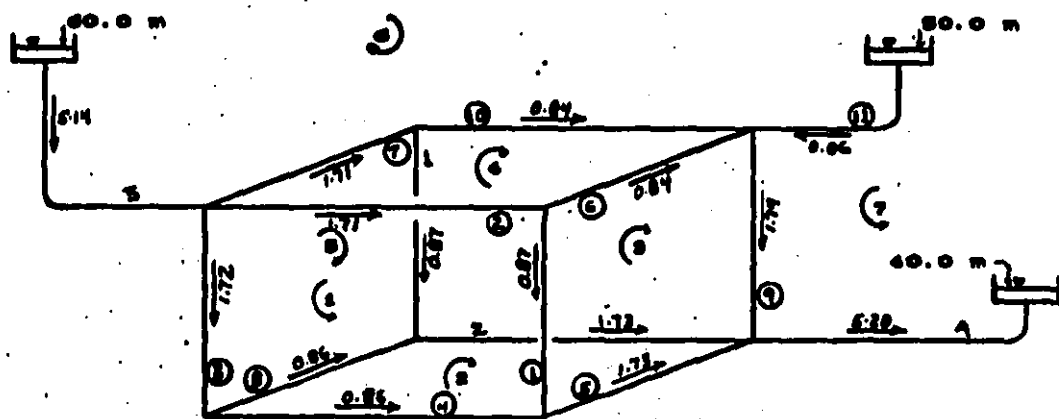


Fig. 22.- Ejemplo 2



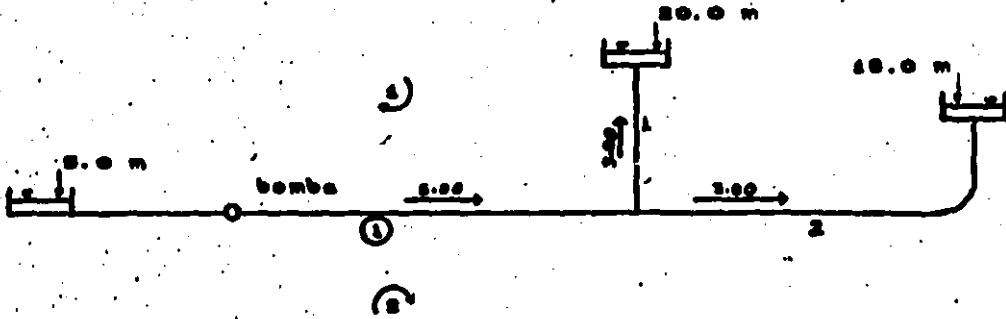


a) Datos



b) Resultados

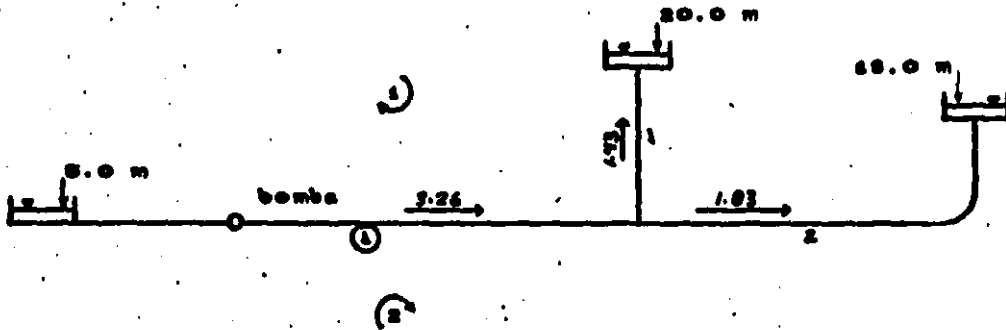
Fig. 29.- Ejemplo 9



**DATOS DE LA BOMBA**

Q (l/s)	H (m)
0	20.0
2	20.6
4	20.4
6	20.2
8	20.0

a) Datos



b) Resultados

Fig. 24.- Ejemplo 4

CALCULO DE RED DE AGUA EN EJEMPLO 1

\*\*\*\*\* D A T O S \*\*\*\*\*

TC=TRAMO COMUN:T=TRAMO NO COMUN:BC=BOMBA COMUN:B=BOMBA NO COMUN

RECO-TRAMO Q(L./S.) L(M.) D(M.) COEFICIENTE  
-BOMBA

=====

DIFERENCIA DE ENERGIAS EN EL RECORRIDO 1 = 10 MTS.

1	T	1	3	50	.1016	8.999999E-03
1	T	2	3	50	.0762	8.999997E-03
1	T	3	3	50	.0508	8.999999E-03

ITERACIONES = 4 ELEMENTOS EN EL PERFIL DE LA MATRIZ = 1  
 TOLERANCIA EN LA CORRECCION = .000001 MTS.3/SEG.  
 FORMULA USADA :MANNING  
 CALCULO DE RED DE AGUA EN EJEMPLO 1

\*\*\*\*\* RESULTADOS \*\*\*\*\*

TC=TRAMO COMUN;T=TRAMO NO COMUN;BC=BOMBA COMUN;B=BOMBA NO COMUN

RECO-TRAMO	Q(L./S.)	L(M.)	D(M.)	PERDIDAS(M.)
-BOMBA				CARGAS
1 T 1	5.133355	50	.1016	.2176014
1 T 2	5.133355	50	.0762	1.009258
1 T 3	5.133355	50	.0508	8.773141

CALCULO DE RED DE AGUA EN EJEMPLO 2

DATOS DE TRAMO Y BOMBA COMUN

ELEM.COMUN	RECORRIDO	RECORRIDO	RECORRIDO	RECORRIDO
	(CON	EL	SIGNO	DEL
	GASTO)			

=====

TRAMOS COMUNES

1

-1

2

CALCULO DE RED DE AGUA EN EJEMPLO 2

\*\*\*\*\* D A T O S \*\*\*\*\*

TC=TRAMO COMUN;T=TRAMO NO COMUN;BC=BOMBA COMUN;B=BOMBA NO COMUN

RECO-TRAMO Q(L./S.) L(M.) D(M.) COEFICIENTE  
-BOMBA

=====

DIFERENCIA DE ENERGIAS EN EL RECORRIDO 1 = 0 MTS.

1	TC	1	-2.5	200	.0508	8.999999E-03
1	T	1	2.5	100	.0508	8.999999E-03
1	T	2	-7.5	100	.0508	8.999999E-03

DIFERENCIA DE ENERGIAS EN EL RECORRIDO 2 = 10 MTS.

2	TC	1	2.5	200	.0508	8.999999E-03
2	T	3	5	30	.0508	8.999999E-03
2	T	4	-5	20	.0508	8.999999E-03

ITERACIONES = 4      ELEMENTOS EN EL PERFIL DE LA MATRIZ = 3  
 TOLERANCIA EN LA CORRECCION = .000001 MTS.3/SEG.  
 FORMULA USADA : MANNING  
 CALCULO DE RED DE AGUA EN EJEMPLO 2

\*\*\*\*\* RESULTADOS \*\*\*\*\*

TC=TRAMO COMUN; T=TRAMO NO COMUN; BC=BOMBA COMUN; B=BOMBA NO COMUN

RECO-TRAMO -BOMBA	Q(L./S.)	L(M.)	D(M.)	PERDIDAS(M.) CARGAS
1 TC 1	-1.429107	200	.0508	-2.719833
1 T 1	5.204235	100	.0508	18.03418
1 T 2	-4.795765	100	.0508	-15.31434
2 TC 1	1.429107	200	.0508	2.719833
2 T 3	6.633342	30	.0508	8.789589
2 T 4	-3.366658	20	.0508	-1.509422

CALCULO DE RED DE AGUA EN EJEMPLO 3

DATOS DE TRAMO Y BOMBA COMUN

ELEM.COMUN RECORRIDO RECORRIDO RECORRIDO RECORRIDO  
 (CON EL SIGNO DEL GASTO)

	TRAMOS	COMUNES
1	-1	-3
2	-1	-4
3	1	-3
4	1	-2
5	-2	-3
6	3	-4
7	4	5
8	2	-3
9	3	7
10	4	-6
11	6	7

-6



CALCULO DE RED DE AGUA EN EJEMPLO 3

\*\*\*\*\* D A T O S \*\*\*\*\*

TC=TRAMO COMUN; T=TRAMO NO COMUN; BC=BOMBA COMUN; B=BOMBA NO COMUN

RECO-TRAMO Q(L./S.) L(M.) D(M.) COEFICIENTE

=====

DIFERENCIA DE ENERGIAS EN EL RECORRIDO 1 = 0 MTS.

1	TC	1	-1	50	.0508	8.999999E-03
1	TC	2	-2	50	.0508	8.999999E-03
1	TC	3	2	50	.0508	8.999999E-03
1	TC	4	1	50	.0508	8.999999E-03

DIFERENCIA DE ENERGIAS EN EL RECORRIDO 2 = 0 MTS.

2	TC	4	-1	50	.0508	8.999999E-03
2	TC	5	-2	50	.0508	8.999999E-03
2	TC	8	1	50	.0508	8.999999E-03
2	T	2	1.5	50	.0508	8.999999E-03

DIFERENCIA DE ENERGIAS EN EL RECORRIDO 3 = 0 MTS.

3	TC	1	-1	50	.0508	8.999999E-03
3	TC	5	-2	50	.0508	8.999999E-03
3	TC	6	1	50	.0508	8.999999E-03
3	TC	9	6.5	50	.0508	8.999999E-03

DIFERENCIA DE ENERGIAS EN EL RECORRIDO 4 = 0 MTS.

4	TC	2	-2	50	.0508	8.999999E-03
4	TC	6	-1	50	.0508	8.999999E-03
4	TC	7	1	50	.0508	8.999999E-03
4	TC	10	.5	50	.0508	8.999999E-03

DIFERENCIA DE ENERGIAS EN EL RECORRIDO 5 = 0 MTS.

5	TC	3	-2	50	.0508	8.999999E-03
5	TC	7	1	50	.0508	8.999999E-03
5	TC	8	-1	50	.0508	8.999999E-03
5	T	1	.5	50	.0508	8.999999E-03

DIFERENCIA DE ENERGIAS EN EL RECORRIDO 6 = -10 MTS.

6	TC	7	-1	50	.0508	8.999999E-03
6	TC	10	-.5	50	.0508	8.999999E-03
6	TC	11	5	50	.0508	8.999999E-03
6	T	3	-5	50	.0508	8.999999E-03

DIFERENCIA DE ENERGIAS EN EL RECORRIDO 7 = 10 MTS.

7	TC	9	6.5	50	.0508	8.999999E-03
7	TC	11	5	50	.0508	8.999999E-03
7	T	4	10	50	.0508	8.999999E-03

ITERACIONES = 5      ELEMENTOS EN EL PERFIL DE LA MATRIZ = 23  
 TOLERANCIA EN LA CORRECCION = .000001 MTS.3/SEG.  
 FORMULA USADA : MANNING  
 CALCULO DE RED DE AGUA EN EJEMPLO 3

\*\*\*\*\* RESULTADOS \*\*\*\*\*

TC=TRAMO COMUN; T=TRAMO NO COMUN; BC=BOMBA COMUN; B=BOMBA NO COMUN

RECO-TRAMO -BOMBA	Q(L./S.)	L(M.)	D(M.)	PERDIDAS(M.) CARGAS
1 TC 1	-.8692902	50	.0508	-.2515835
1 TC 2	-1.71097	50	.0508	-.9746251
1 TC 3	1.716528	50	.0508	.9809669
1 TC 4	.858264	50	.0508	.2452418
2 TC 4	-.858264	50	.0508	-.2452418
2 TC 5	-1.727554	50	.0508	-.9936102
2 TC 8	.8582641	50	.0508	.2452418
2 T 2	1.727554	50	.0508	.9936102
3 TC 1	-.8692902	50	.0508	-.2515835
3 TC 5	-1.727554	50	.0508	-.9936102
3 TC 6	.8416802	50	.0508	.235856
3 TC 9	1.741173	50	.0508	1.009338
4 TC 2	-1.71097	50	.0508	-.9746251
4 TC 6	-.8416802	50	.0508	-.235856
4 TC 7	1.710971	50	.0508	.9746253
4 TC 10	.8416801	50	.0508	.2358559
5 TC 3	-1.716528	50	.0508	-.9809669
5 TC 7	1.710971	50	.0508	.9746253
5 TC 8	-.8582641	50	.0508	-.2452418
5 T 1	.8692902	50	.0508	.2515835
6 TC 7	-1.710971	50	.0508	-.9746253
6 TC 10	-.8416801	50	.0508	-.2358559
6 TC 11	5.781294E-02	50	.0508	1.112763E-03
6 T 3	-5.138469	50	.0508	-8.770631
7 TC 9	1.741173	50	.0508	1.009338
7 TC 11	5.781294E-02	50	.0508	1.112763E-03
7 T 4	5.196282	50	.0508	8.989549

CALCULO DE RED DE AGUA EN EJEMPLO 4

DATOS DE TRAMO Y BOMBA COMUN

ELEM.COMUN	RECORRIDO	RECORRIDO	RECORRIDO	RECORRIDO
	(CON EL SIGNO DEL GASTO)			

=====

	TRAMOS	COMUNES
1	-1	2
	BOMBAS	COMUNES
1	-1	2

CALCULO DE RED DE AGUA EN EJEMPLO 4

\*\*\*\*\* D A T O S \*\*\*\*\*

TC=TRAMO. COMUN; T=TRAMO NO COMUN; BC=BOMBA COMUN; B=BOMBA NO COMUN

RECO-TRAMO Q (L./S.) L (M.) D (M.) COEFICIENTE

DIFERENCIA DE ENERGIAS EN EL RECORRIDO 1 = 15 MTS.

1	TC	1	-6	200	.0508	8.999999E-03
1	T	1	-3	100	.0508	8.999999E-03
1	BC	1	-6			

DIFERENCIA DE ENERGIAS EN EL RECORRIDO 2 = -13 MTS.

2	TC	1	6	200	.0508	8.999999E-03
2	T	2	3	150	.0508	8.999999E-03
2	BC	1	6			

ITERACIONES = 4      ELEMENTOS EN EL PERFIL DE LA MATRIZ = 3  
 TOLERANCIA EN LA CORRECCION = .000001 MTS.3/SEG.  
 FORMULA USADA : MANNING  
 CALCULO DE RED DE AGUA EN EJEMPLO 4

\*\*\*\*\* RESULTADOS \*\*\*\*\*

TC=TRAMO COMUN; T=TRAMO NO COMUN; BC=BOMBA, COMUN; B=BOMBA NO COMUN

RECD-TRAMO -BOMBA	Q(L./S.)	L(M.)	D(M.)	PERDIDAS(M.) CARGAS
1 TC 1	-3.256525	200	.0508	-14.12282
1 T 1	-1.424676	100	.0508	-1.351534
1 BC 1	-3.256525			(-)-30.47435
2 TC 1	3.256525	200	.0508	14.12282
2 T 2	1.931829	150	.0508	3.351534
2 BC 1	3.256525			(-) 30.47435

### III.-DISEÑO

En el inciso 2.3 se planteó una presentación general de las ecuaciones que rigen el problema tanto de revisión como de diseño de sistemas de tuberías trabajando a presión, y se propuso un nuevo concepto que se llamó recorrido, el cual hace posible dicho tratamiento.

El problema de diseño consiste en encontrar el número total o parcial de las propiedades mecánicas de bombas así como de las propiedades geométricas que normalmente son los diámetros de los conductos. Puede plantearse de diferentes maneras, dependiendo del sistema que en particular se use y que fueron deducidos en el inciso 2.3 (sistemas 8, 9 y 10).

#### 12.-PRIMER METODO: CALCULO TOTAL DE DIAMETROS

En un sistema se pueden proponer los gastos que hagan cumplir con la ecuación de continuidad y además proponerse las pérdidas por conducción y las cargas en las bombas que cumplan con la de energía; o también para hacer cumplir ésta última se pueden proponer las energías en los nodos del sistema. De esta manera el problema está resuelto de una forma muy sencilla y solo resta definir las propiedades geométricas de los conductos, usando la ecuación que relaciona pérdidas y cargas, ec 3.

De la ec 3 se calcula el valor de  $K_p$  teórico, en el cual se encuentran la longitud, diámetro y rugosidad de cada conducto. Una vez obtenido éste se puede calcular, por ejemplo, el diámetro ya que la longitud y rugosidad generalmente son datos en el

sistema, el primero queda definido por la topografía del terreno y el segundo por el tipo de material que previamente se decidió usar, o por ser éste el disponible en bodega.

Para definir las propiedades de la bomba se escoge del catálogo de fabricante la curva que mejor se ajuste al gasto y carga solicitada, y que más convenga en su comportamiento. Una vez seleccionada, de la curva se pueden obtener los valores de A, B, C, y D que se usan en la ec 5.

En todos los casos de diseño la solución de los sistemas de ecuaciones será más sencilla que el caso de revisión, ya que las propiedades geométricas quedan implícitas en los términos lineales de los tres sistemas generales planteados en el inciso 2.3, sin embargo se presenta el inconveniente de que los diámetros calculados seguramente no sean iguales a los comerciales.

Para salvar este inconveniente se pueden usar dos longitudes parciales de diámetro comercial por cada trazo, el inmediatamente menor y superior al diámetro teórico calculado. Entonces las incógnitas son las longitudes parciales de los diámetros propuestos.

Cada trazo formado por dos conductos se transforma en un sistema en serie y se puede aplicar el sistema B para calcular las dos longitudes parciales correspondientes.

De la ecuación de nodo queda

$$Q_1 = Q_2 = Q$$

En las dos longitudes parciales existe un gasto que es conocido y al sustituirse en la ecuación de recorrido pasando el signo de Q al valor de K queda.

$$K_1 |Q|^N + K_2 |Q|^N = E_1 - E_2 \quad (81)$$

En el valor de K de la ec 3 se encuentra la longitud, diámetro y rugosidad. El diámetro y rugosidad se pueden considerar en un valor A para separarlo de la longitud, de la siguiente manera

$$K = A L \quad (82)$$

donde L es la longitud y A depende de la ecuación que en particular se use; así, por ejemplo, según Manning

$$A = 10.3 n^2 / D^{4.75}$$

Sustituyendo la ec 82 en la 81

$$A_1 L_1 |Q|^N + A_2 L_2 |Q|^N = E_1 - E_2 \quad (83)$$

donde  $L_1$  y  $L_2$  corresponden a  $A_1$  y  $A_2$ , respectivamente.

Como además se tiene que la suma de las dos longitudes parciales es igual a la longitud del tramo

$$L_1 + L_2 = L \quad (84)$$



se puede despejar  $L_2$  y sustituir en la ec 83

$$A_1 L_1 |Q|^N + A_2 (L_1 - L_2) |Q|^N = E_1 - E_2$$

$$L_1 |Q|^N (A_1 - A_2) + A_2 L_1 |Q|^N = E_1 - E_2$$

Despejando  $L_2$

$$L_2 = \frac{\frac{E_1 - E_2}{|Q|^N} - A_2 L_1}{A_1 - A_2} \quad (85)$$

El término de la ec 85

$$\frac{E_1 - E_2}{|Q|^N} = \frac{hf}{|Q|^N}$$

y de la ec 3 corresponde al valor de  $K_T$  teórico, por tanto la ec 85 queda

$$L_2 = \frac{K_T - A_2 L_1}{A_1 - A_2} \quad (86)$$

El procedimiento de diseño de los diámetros consistirá primero en calcular el diámetro teórico correspondiente a la longitud total de conducto y después proponer dos que sean comerciales, el inmediatamente menor y mayor al teórico para calcular con las ecs 84 y 86 sus dos longitudes parciales que les corresponde.

### **13.-CALCULO PARCIAL DE DIAMETROS**

#### **13.1.-SEGUNDO METODO: USANDO EL SISTEMA DE GASTOS**

Si en el sistema 8 se proponen los gastos que cumplan con la ecuación de nodo, entonces quedará por resolver únicamente la ecuación de recorrido, sin embargo de ésta no es posible calcular todos los diámetros y características de bombas ya que su número es mayor que el de ecuaciones. El número de diámetros y bombas que intervienen en un sistema es igual a la suma del número de ecuaciones de nodo y de recorrido; esto obliga a proponer un determinado número de diámetros y bombas igual al de ecuaciones de nodo, para hacer posible el cálculo de las restantes con la ecuación de recorrido.

Una vez obtenidos los diámetros teóricos para cada  $K_p$  teórico y propuesto los dos diámetros comerciales se calcularán sus dos longitudes parciales correspondientes con las ecs 84 y 86.

#### **13.2.-TERCER METODO: USANDO EL SISTEMA DE ENERGIAS**

Si en el sistema 9 se conocen las pérdidas por conducción y las cargas de las bombas que cumplan con la ecuación de recorrido, entonces sólo restará cumplir con la ecuación de nodo, o directamente si en el sistema 10 se conocen las energías en los nodos, es posible calcular un determinado número de diámetros igual al de ecuaciones de nodo.

Es importante observar que en los dos casos de diseño de el inciso 13 es necesario que en cada ecuación de recorrido para

el primero, y en cada ecuación de nodo para el segundo, debe existir al menos un diámetro o característica de bomba incógnita, ya que de no ser así no se estará garantizando el cumplimiento de la ecuación correspondiente. Además en los dos casos es aventurado proponer directamente los diámetros, ya que es posible encontrar valores de  $K_p$  negativos, lo cual no da una solución real.

Se recomienda entonces encontrar primero la solución general del vector de los  $\bar{K}$  y con él calcular el vector de los diámetros  $\bar{D}$ , enseguida proponer dos diámetros comerciales para cada tramo y calcular sus dos longitudes parciales con las ecs 84 y 86.

#### 14.-EJEMPLOS

Con la intención de mostrar la aplicación de los métodos de diseño se resolverán algunos ejemplos.

*Ejemplo 1.* Se tiene el sistema de distribución de agua que se muestra en la fig 25, y las demandas se presentan concentradas en los nodos. Se pide diseñar los diámetros usando el primer método de diseño, para lo cual se propusieron los gastos que cumplen la ecuación de continuidad, y además las energías en los nodos que producen valores de las presiones dentro del rango recomendado por las normas.

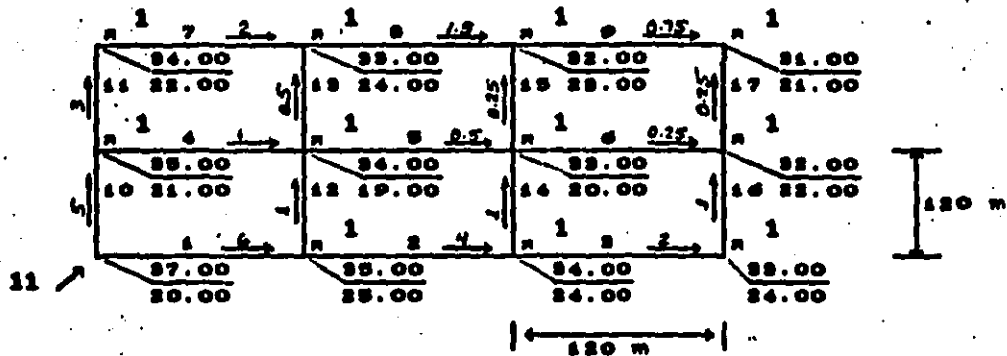


Fig. 25.-Ejemplo número 1 de diseño

De la ec 3 se tiene

$$hf = K_T |Q|^N$$

De la tabla 1, para la ecuación de Manning  $n = 2$ . Al despejar  $K_T$  de la ecuación anterior queda

$$K_T = \frac{hf}{Q^2}$$

Para cada uno de los tramos, los correspondientes  $K_T$  son

$$K_{T7} = 2/0.006^2 = 55,555.6$$

$$K_{T8} = 1/0.004^2 = 62,500$$

$$K_{T9} = 1/0.002^2 = 250,000$$

$$K_{T4} = 1/0.001^2 = 1'000,000$$

$$K_{T5} = 1/0.005^2 = 4'000,000$$

$$K_{T6} = 1/0.00025^2 = 16'000,000$$

$$K_{T7} = 1/0.002^2 = 250,000$$

$$K_{T8} = 1/0.0015^2 = 444,444.4$$

$$K_{T9} = 1/0.00075^2 = 1'777,777.8$$

$$K_{T10} = 2/0.005^2 = 80,000$$

$$K_{T11} = 1/0.003^2 = 111,111.1$$

$$K_{T12} = 1/0.001^2 = 1'000,000$$

$$K_{T12} = 1/0.0005^2 = 4'000,000$$

$$K_{T16} = 1/0.001^2 = 1'000,000$$

$$K_{T18} = 1/0.00025^2 = 16'000,000$$

$$K_{T19} = 1/0.001^2 = 1'000,000$$

$$K_{T17} = 1/0.00025^2 = 16'000,000$$

De la tabla 1, el valor de K para la ecuación de Manning

es

$$K = \frac{10.3 n^2}{D^{16/3}} L_t \quad (87)$$

y el valor de A correspondiente de la ec 82

$$A = \frac{10.3 n^2}{D^{16/3}} \quad (88)$$

Despejando D de la ec 87 queda

$$D = \left[ \frac{10.3 n^2}{K} L_t \right]^{3/16} \quad (89)$$

entonces de la ec 89 los diámetros teóricos respectivos son

$$D_{T1} = 0.083$$

$$D_{T2} = 0.082$$

$$D_{T3} = 0.063$$

$$D_{T4} = 0.049$$

$$D_{T5} = 0.038$$

$$D_{T6} = 0.029$$

$$D_{T7} = 0.063$$

$$D_{T8} = 0.057$$

$$D_{T9} = 0.044$$

$$D_{T10} = 0.078$$

$$D_{T11} = 0.074$$

$$D_{T12} = 0.049$$

$$D_{T13} = 0.038$$

$$D_{T14} = 0.049$$

$$D_{T15} = 0.029$$

$$D_{T16} = 0.049$$

$$D_{T17} = 0.029$$

Enseguida se presenta una tabla donde se proponen los dos diámetros comerciales para cada trazo, se calcula  $A_1$  y  $A_2$  con la ec 88, y se calcula  $L_1$  y  $L_2$  con las ecs 84 y 86.

TR	$L_1$	$K_T$	$D_1$	$A_1$	$D_2$	$A_2$	$L_1$	$L_2$
1	120	55555.6	3''	766	4''	165.15	59.48	60.52
2	120	62500	3''	766	4''	165.15	71.04	48.96
3	120	250000	2''	6658.6	3''	766	26.83	93.17
4	120	1000000	1''	268457.6	2''	6658.6	0.77	119.23
5	120	4000000	1''	268457.6	2''	6658.6	12.23	107.77
6	120	16000000	1''	268457.6	2''	6658.6	58.06	61.94
7	120	250000	2''	6658.6	3''	766	26.83	93.17
8	120	444444.4	2''	6658.6	3''	766	59.83	60.17
9	120	1777777.8	1''	268457.6	2''	6658.6	3.74	116.26
10	120	80000	3''	766	4''	165.15	100.16	19.84
11	120	111111.1	2''	6658.6	3''	766	3.26	116.74
12	120	1000000	1''	268457.6	2''	6658.6	0.77	119.23
13	120	4000000	1''	268457.6	2''	6658.6	12.23	107.77
14	120	1000000	1''	268457.6	2''	6658.6	0.77	119.23
15	120	16000000	1''	268457.6	2''	6658.6	58.06	61.94
16	120	1000000	1''	268457.6	2''	6658.6	0.77	119.23
17	120	16000000	1''	268457.6	2''	6658.6	58.06	61.94

Cuando una longitud parcial es muy pequeña como, por ejemplo, en los trazos 4, 12, 14 y 16, indica que en el diámetro comercial de mayor longitud es muy próximo al teórico, por lo

tanto puede considerarse como igual al teórico y no es necesario considerar el otro diámetro parcial.

**Ejemplo 2.** Se tiene el sistema de distribución de agua que se muestra en la fig 26 y se pide diseñar los diámetros usando el segundo método de diseño, para lo cual se propone la distribución de gastos que aparecen en esa figura.

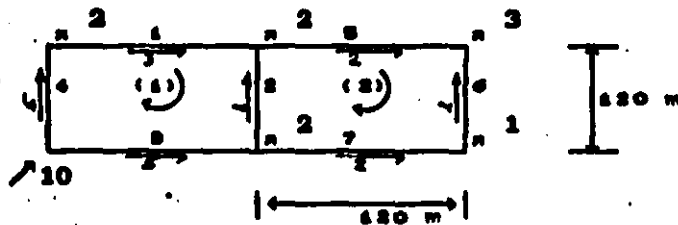


Fig 26.-Ejemplo número 2 de diseño

Al proponerse el sentido de flujo de los gastos, se espera una solución de  $K_p$  positivos, y como no se garantiza tal solución al proponerse directamente el número de diámetros igual al de ecuaciones de nodo se recomienda encontrar primero la solución general del vector de los  $\bar{K}$  y encontrar posteriormente el vector de los diámetros D.

De la ecuación de recorrido del sistema de gastos, (ec 8), para el recorrido 1 queda

$$9 \times 10^{-6} K_1 - 10^{-6} K_2 - 2.5 \times 10^{-6} K_3 + 2.5 \times 10^{-6} K_4 = 0 \quad (90)$$

Para el recorrido 2

$$10^{-4}K_2 + 4 \times 10^{-4}K_3 - 10^{-4}K_4 - 4 \times 10^{-4}K_7 = 0 \quad (91)$$

de donde se observa que las variables libres son  $K_3$ ,  $K_4$ ,  $K_5$ ,  $K_6$ , y  $K_7$ , que son las que generan la solución general. En otras palabras corresponden a los tramos donde se proponen los diámetros para encontrar el resto. Y las soluciones positivas son las que interesan.

Despejando  $K_2$  de la ec 91 queda

$$K_2 = -4K_3 + K_4 + 4K_7$$

y se sustituye en la ec 90 para encontrar  $K_1$

$$K_1 = 25/9 K_3 - 25/9 K_4 - 4/9 K_5 + 1/9 K_6 + 4/9 K_7$$

entonces la solución general del vector  $\bar{K}$  es

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} 25/9 K_3 - 25/9 K_4 - 4/9 K_5 + 1/9 K_6 + 4/9 K_7 \\ -4 K_3 + K_4 + 4 K_7 \\ K_3 \\ K_4 \\ K_5 \\ K_6 \\ K_7 \end{bmatrix}$$



que es igual a

$$\bar{K} = K_5 \begin{bmatrix} 25/9 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + K_6 \begin{bmatrix} -25/9 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + K_9 \begin{bmatrix} -4/9 \\ -4 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + K_{10} \begin{bmatrix} 1/9 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + K_7 \begin{bmatrix} 4/9 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Si se propone  $D_5 = 4''$ ,  $D_6 = 4''$ ,  $D_9 = 2''$ ,  $D_{10} = 2.5''$ , y  $D_7 = 2.5''$ , de la ec 87 se tiene que

$$\begin{aligned} K_5 &= 19,818 \\ K_6 &= 19,818 \\ K_9 &= 799,031.11 \\ K_{10} &= 243,058 \\ K_7 &= 243,058 \end{aligned}$$

entonces el vector  $\bar{K}$  es

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} -220,092.72 \\ -1'980,834.44 \\ 19,818 \\ 19,818 \\ 799,031.11 \\ 243,058 \\ 243,058 \end{bmatrix}$$

Como resulta que los elementos 1 y 2 son negativos, no representan una solución real, entonces se deben proponer otros diámetros hasta que se obtengan valores positivos.

Si se propone  $D_3 = 4''$ ,  $D_4 = 4''$ ,  $D_5 = 3''$ ,  $D_6 = 2.5''$ ,  $D_7 = 2.5''$ , entonces de la ec 87 resulta

$$K_3 = 19,818$$

$$K_4 = 19,818$$

$$K_5 = 91,920$$

$$K_6 = 243,058$$

$$K_7 = 243,058$$

entonces el vector  $\bar{K}$  y el vector  $\bar{D}$  (de la ec 89) son

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} 94,178.9 \\ 847,610 \\ 19,818 \\ 19,818 \\ 91,920 \\ 243,058 \\ 243,058 \end{bmatrix} \quad \bar{D} = \begin{bmatrix} 0.07585 \\ 0.05024 \\ 0.1016 \\ 0.1016 \\ 0.0762 \\ 0.0635 \\ 0.0635 \end{bmatrix}$$

En los tramos 3 al 7 se propusieron diámetros comerciales, entonces los  $D_1$  y  $D_2$  son los teóricos y requieren de dos diámetros comerciales por tramo.

Para el cálculo de los dos diámetros comerciales correspondientes a  $D_1$  y  $D_2$  teóricos se procede de igual manera que en el ejemplo 1; se calcula  $A_1$  y  $A_2$  con la ec 88,  $L_1$  y  $L_2$  con las ecs 84 y 86 y se presentan los cálculos en la tabla siguiente.

TR.	$L_1$	$K_T$	$D_1$	$A_1$	$D_2$	$A_2$	$L_1$	$L_2$
1	120	94178	2.5''	2025.5	3''	766	1.79	118.21
2	120	847610	1''	268457.6	2''	6658.6	0.19	119.81

**Ejemplo 3.** Se tiene el sistema de distribución de agua que se muestra en la fig 27 y se pide diseñar los diámetros usando el tercer método de diseño, para lo cual se proponen las energías en los nodos.

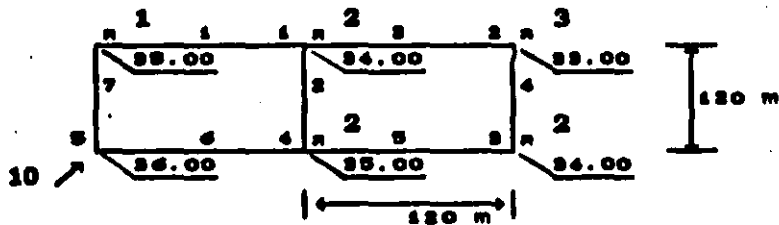


Fig. 27.-Ejemplo número 3 de diseño

Aplicando la ec 10, para el nodo 1 resulta

$$- 1/K_1^{4/2} - 1/K_2^{4/2} + 1/K_3^{4/2} = - 0.002$$

Para el nodo 2

$$- 1/K_9^{1/2} - 1/K_6^{1/2} = - 0.003$$

Para el nodo 3

$$1/K_4^{1/2} - 1/K_5^{1/2} = - 0.002$$

Para el nodo 4

$$1/K_2^{1/2} + 1/K_3^{1/2} - 1/K_1^{1/2} = - 0.002$$

Para el nodo 5

$$1/K_8^{1/2} + 1/K_7^{1/2} = 0.01$$

Haciendo

$$R = \frac{1}{K^{1/2}} \quad (92)$$

queda el sistema

$$\begin{array}{rcl}
 - R_1 - R_2 + R_3 & = & - 0.002 \\
 - R_3 - R_4 & = & - 0.003 \\
 R_4 - R_5 & = & - 0.002 \\
 R_5 + R_6 - R_7 & = & - 0.002 \\
 R_6 + R_7 & = & 0.01
 \end{array}$$

que es equivalente al sistema escalonado siguiente

$$\begin{array}{rcccccl}
 -R_1 & - & R_2 & + & R_3 & & & = & - & 0.002 \\
 & & R_3 & & & + & R_6 & - & R_7 & = & - & 0.002 \\
 & & & - & R_4 & - & R_5 & & & = & - & 0.003 \\
 & & & & R_4 & - & R_5 & & & = & - & 0.002 \\
 & & & & & & & & R_6 & + & R_7 & = & 0.01
 \end{array}$$

de donde se observa que las variables libres son  $R_6$  y  $R_7$ , que son las que generan la solución general.

Despejando las variables básicas  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  y  $R_5$  en una sustitución hacia arriba queda

$$\begin{aligned}
 R_1 &= 0.01 - R_7 \\
 R_4 &= -0.002 + R_6 \\
 R_3 &= 0.005 - R_5 \\
 R_2 &= 0.008 - R_3 - R_7 \\
 R_5 &= -0.001 + R_7
 \end{aligned}$$

El vector solución  $\bar{R}$  es entonces

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} -0.001 \\ 0.008 \\ 0.005 \\ -0.002 \\ 0 \\ 0.01 \\ 0 \end{bmatrix} + R_6 \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R_7 \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Si se propone  $D_6 = 3''$  y  $D_7 = 4''$ , de las eca 87 y 92 se tiene

$$R_6 = 0.0032983367$$

$$R_7 = 0.00710346$$

y el vector  $\bar{R}$  resulta

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} 0.00610346 \\ -0.002401796 \\ 0.0017016633 \\ 0.0012983367 \\ 0.0032983376 \\ 0.00289654 \\ 0.00710346 \end{bmatrix}$$

lo que no es una solución real ya que un elemento es negativo

Proponiendo ahora  $D_6 = 3''$  y  $D_7 = 3''$ ,  $R_6$  y  $R_7$  son

$$R_6 = 0.0032983367$$

$$R_7 = 0.0032983367$$

y el vector  $\bar{R}$  resulta positivo

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} 0.0022983367 \\ 0.0014033266 \\ 0.0017016633 \\ 0.0012983367 \\ 0.0032983367 \\ 0.0067016633 \\ 0.0032983367 \end{bmatrix}$$

De la ec 92 se encuentra el vector  $\bar{K}$  y de la 89 el vector  $\bar{D}$

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} 189,227.78 \\ 507,788.06 \\ 345,344.65 \\ 593,233.04 \\ 91,920.00 \\ 22,265.62 \\ 91,920.00 \end{bmatrix} \quad \bar{D} = \begin{bmatrix} 0.0666 \\ 0.0553 \\ 0.0595 \\ 0.0537 \\ 0.0762 \\ 0.0994 \\ 0.0762 \end{bmatrix}$$

En los tramos 5 y 7 se propusieron diámetros comerciales, entonces los diámetros de los tramos 1, 2, 3, 4 y 6 son los teóricos y se requiere calcular sus dos longitudes parciales correspondientes a los diámetros comerciales.

Para el cálculo de las dos longitudes parciales correspondientes a los teóricos se procede de igual manera que en los ejemplos anteriores, y se presentan los cálculos en la tabla siguiente.

TR.	$L_1$	$K_1$	$D_1$	$A_1$	$D_2$	$A_2$	$L_1$	$L_2$
1	120	189227.78	2.5''	2025.5	3''	766	77.26	42.74
2	120	507788.06	2''	6658.6	2.5''	2025.5	57.14	62.86
3	120	345344.6	2''	6658.6	2.5''	2025.5	22.08	97.92
4	120	593233.04	2''	6658.6	2.5''	2025.5	75.58	44.42
6	120	22265.62	3.5''	336.65	4''	165.15	14.27	105.73

#### **IV.-DISEÑO-REVISIÓN**

En los puntos anteriores se han analizado tanto métodos de revisión como de diseño. Haciendo ahora una combinación de los métodos de diseño y revisión se propone una tercer forma de ataque que se ha llamado *diseño-revisión*, que permite mejorar la rapidez de solución de los métodos de revisión y obtener flujos dentro de los recomendados por las normas de diseño de diferentes dependencias como SEDUE y otras.

Enseguida se presenta el procedimiento para aplicar un método de *diseño-revisión*.

a) se calculan los diámetros teóricos y características de bombas para un cierto funcionamiento del sistema.

b) se proponen diámetros comerciales que sean los inmediatamente inferior o superior a los teóricos calculados.

c) se aplica un método de revisión para calcular la corrección de los escurrimientos, tomando como flujos iniciales los especificados en el paso a).

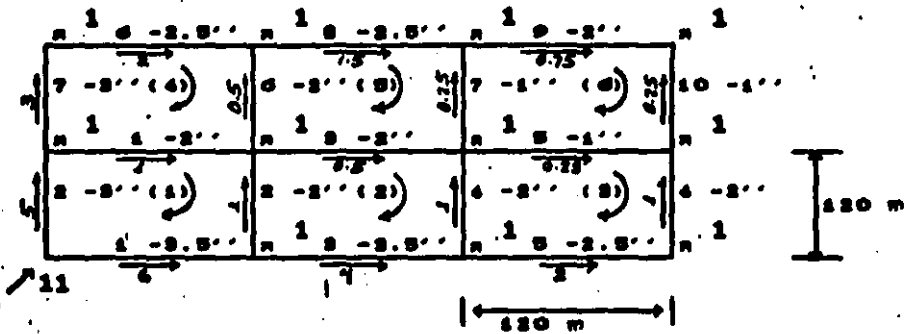
Cuando se analizaron los métodos de diseño se observó que uno de los inconvenientes es que los diámetros calculados seguramente no son comerciales. Para salvar tal situación se propusieron dos tramos parciales de diámetro comercial. Esta tercer forma de análisis representa además otra solución al problema de diámetros no comerciales. Se puede tomar el diámetro comercial más próximos al teórico encontrado en el diseño y hacer el cálculo de la revisión, presentándose con esto la ventaja de que los flujos a obtener deben estar cercanos a los propuestos en



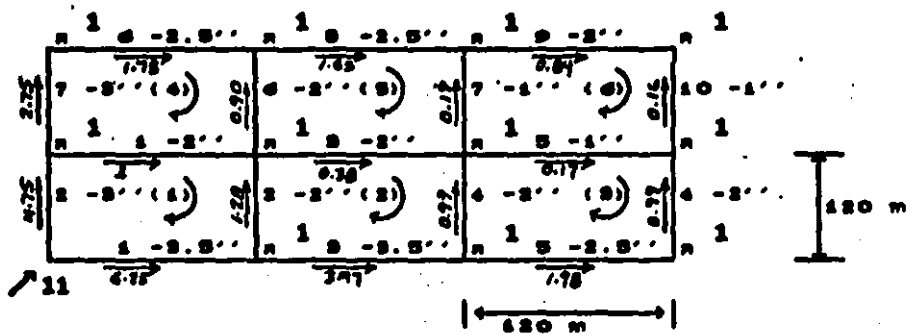
el diseño, lo cual significa tener un número menor de iteraciones para encontrar los flujos corregidos.

Si se usa el primer método de diseño, los flujos iniciales propuestos en el diseño pueden corregirse con cualquiera de las ecs 24, 31, 32, 35, 38, 41 o 44. Si se usa el segundo método de diseño, las correcciones pueden hacerse cualquiera de las ecs 24, 31, 32, 35 o 38. Si se usa el tercer método se pueden corregir con las ecs 31, 32, 35, 38, 41 o 44.

Enseguida se presenta la revisión de los ejemplos 1 y 2 del inciso 14 que aparece en las figs 28 y 29, usando la ec 24. Los diámetros teóricos se cambiaron por diámetros comerciales más próximos y los gastos que aparecen son los propuestos en el diseño.

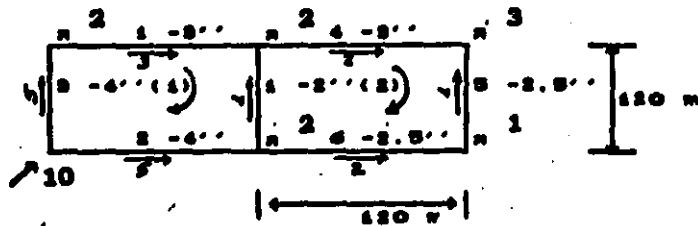


a) Flujos Iniciales

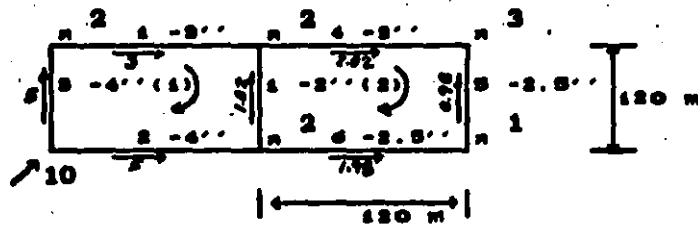


b) Revisión

Fig. 20.-Flujos Iniciales y revisión del ejemplo 1 del punto 14



a) Flujos iniciales



b) Revisión

Fig. 20.-Flujos iniciales y su revisión del ejemplo 2 del punto 14

Para el cálculo de los gastos de revisión se usó el programa VARIONAT. La impresión de datos y resultados aparecen enseguida y obsérvese que los resultados no difieren demasiado de los iniciales como se esperaba.

CALCULO DE RED DE AGUA EN EJERCICIO 1 DEL PUNTO 14

DATOS DE TRAMO Y BOMBA COMUN

ELEM.COMUN      RECORRIDO      RECORRIDO      RECORRIDO      RECORRIDO  
 (CON EL SIGNO DEL GASTO)

=====

	TRAMOS	COMUNES
1	1	-4
2	-1	2
3	2	-5
4	-2	3
5	3	-6
6	-4	5
7	-5	6

CALCULO DE RED DE AGUA EN EJERCICIO 1 DEL PUNTO 14

\*\*\*\*\* D A T O S \*\*\*\*\*

TC=TRAMO COMUN:T=TRAMO NO COMUN:BC=BOMBA COMUN:B=BOMBA NO COMUN

RECO-TRAMO -BOMBA	Q(L./S.)	L(M.)	D(M.)	COEFICIENTE
1 TC 1	1	120	.0508	8.999999E-03
1 TC 2	-1	120	.0508	8.999999E-03
1 T 1	-6	120	.0887	8.999999E-03
1 T 2	5	120	.0762	8.999999E-03
2 TC 2	1	120	.0508	8.999999E-03
2 TC 3	.5	120	.0508	8.999999E-03
2 TC 4	-1	120	.0508	8.999999E-03
2 T 3	-4	120	.0887	8.999999E-03
3 TC 4	1	120	.0508	8.999999E-03
3 TC 5	.25	120	.0254	8.999999E-03
3 T 4	-1	120	.0508	8.999999E-03
3 T 5	-2	120	.0635	8.999999E-03
4 TC 1	-1	120	.0508	8.999999E-03
4 TC 6	-.5	120	.0508	8.999999E-03
4 T 6	2	120	.0635	8.999999E-03
4 T 7	3	120	.0762	8.999999E-03
5 TC 3	-.5	120	.0508	8.999999E-03
5 TC 6	.5	120	.0508	8.999999E-03
5 TC 7	-.25	120	.0254	8.999999E-03
5 T 8	1.5	120	.0635	8.999999E-03
6 TC 5	-.25	120	.0254	8.999999E-03
6 TC 7	.25	120	.0254	8.999999E-03
6 T 9	.75	120	.0508	8.999999E-03
6 T 10	-.25	120	.0254	8.999999E-03

ITERACIONES = 3 ELEMENTOS EN EL PERFIL DE LA MATRIZ = 17.  
 TOLERANCIA EN LA CORRECCION = .000001 MTS.3/SEG.  
 FORMULA USADA :MANNING  
 CALCULO DE RED DE AGUA EN EJERCICIO 1 DEL PUNTO 14

\*\*\*\*\* RESULTADOS \*\*\*\*\*

TC=TRAMO COMUN;T=TRAMO NO COMUN;BC=BOMBA COMUN;B=BOMBA NO COMUN

RECO-TRAMO -BOMBA	Q(L./S.)	L(M.)	D(M.)	PERDIDAS(M.) CARGAS
1 TC 1	1.000401	120	.0508	.7996718
1 TC 2	-1.275433	120	.0508	-1.299807
1 T 1	-6.246928	120	.0889	-1.576498
1 T 2	4.753072	120	.0762	2.076632
2 TC 2	1.275433	120	.0508	1.299807
2 TC 3	.3784444	120	.0508	.1144374
2 TC 4	-.9861519	120	.0508	-.7770545
2 T 3	-3.971496	120	.0889	-.6371895
3 TC 4	.9861519	120	.0508	.7770545
3 TC 5	.1723354	120	.0254	.9567673
3 T 4	-.9853442	120	.0508	-.7757821
3 T 5	-1.985344	120	.0635	-.9580356
4 TC 1	-1.000401	120	.0508	-.7996718
4 TC 6	-.8973886	120	.0508	-.643465
4 T 6	1.752671	120	.0635	.7466393
4 T 7	2.752671	120	.0762	.6964974
5 TC 3	-.3784444	120	.0508	-.1144374
5 TC 6	.8973886	120	.0508	.643465
5 TC 7	-.1922609	120	.0254	-1.190801
5 T 8	1.65006	120	.0635	.6617733
6 TC 5	-.1723354	120	.0254	-.9567673
6 TC 7	.1922609	120	.0254	1.190801
6 T 9	.8423205	120	.0508	.5669158
6 T 10	-.1576795	120	.0254	-.8009546

CALCULO DE RED DE AGUA EN EJERCICIO 2 DEL PUNTO 14

DATOS DE TRAMO Y BOMBA COMUN

ELEM.COMUN      RECORRIDO      RECORRIDO      RECORRIDO      RECORRIDO  
(CON EL SIGNO DEL GASTO)

=====

TRAMOS      COMUNES

1

-1

2

CALCULO DE RED DE AGUA EN EJERCICIO 2 DEL PUNTO 14

\*\*\*\*\* D A T O S \*\*\*\*\*

TC=TRAMO COMUN; T=TRAMO NO COMUN; BC=BOMBA COMUN; B=BOMBA NO. COMUN

RECO-TRAMO -BOMBA	Q(L./S.)	L(M.)	D(M.)	COEFICIENTE
1 TC 1 -1		120	.0508	8.999999E-03
1 T 1 3		120	.0762	8.999999E-03
1 T 2 -5		120	.1016	8.999999E-03
1 T 3 5		120	.1016	8.999999E-03
2 TC 1 1		120	.0508	8.999999E-03
2 T 4 2		120	.0762	8.999999E-03
2 T 5 -1		120	.0635	8.999999E-03
2 T 6 -2		120	.0635	8.999999E-03



ITERACIONES = 2      ELEMENTOS EN EL PERFIL DE LA MATRIZ = 3  
 TOLERANCIA EN LA CORRECCION = .000001 MTS.3/SEG.  
 FORMULA USADA : MANNING  
 CALCULO DE RED DE AGUA EN EJERCICIO 2 DEL PUNTO 14

\*\*\*\*\* RESULTADOS \*\*\*\*\*

TC=TRAMO COMUN;T=TRAMO NO COMUN;BC=BOMBA COMUN;B=BOMBA NO COMUN

RECO-TRAMO -BOMBA	Q(L./S.)	L(M.)	D(M.)	PERDIDAS(M.) " CARGAS
1 TC 1	-1.01576	120	.0508	-.8244161
1 T 1	2.996976	120	.0762	.8256147
1 T 2	-3.003024	120	.1016	-.4960615
1 T 3	4.996976	120	.1016	.4948628
2 TC 1	1.01576	120	.0508	.8244161
2 T 4	2.012737	120	.0762	.3723787
2 T 5	-.9872635	120	.0635	-.2369061
2 T 6	-1.987264	120	.0635	-.9598888

## V.-MODELO DE LA TOMA DE AGUA

Una de las aplicaciones más importantes de los diferentes métodos de revisión y diseño descritos anteriormente es en los sistemas de abastecimiento de agua.

Al aplicarse los métodos de revisión en estos sistemas intervienen factores que llevan a requerir de suposiciones que reduzcan el número de ecuaciones a resolver.

Las suposiciones más importantes son aceptar únicamente una red principal, concentrar las demandas de varias tomas en un solo punto y evaluar los gastos de las tomas usando la curva de demandas.

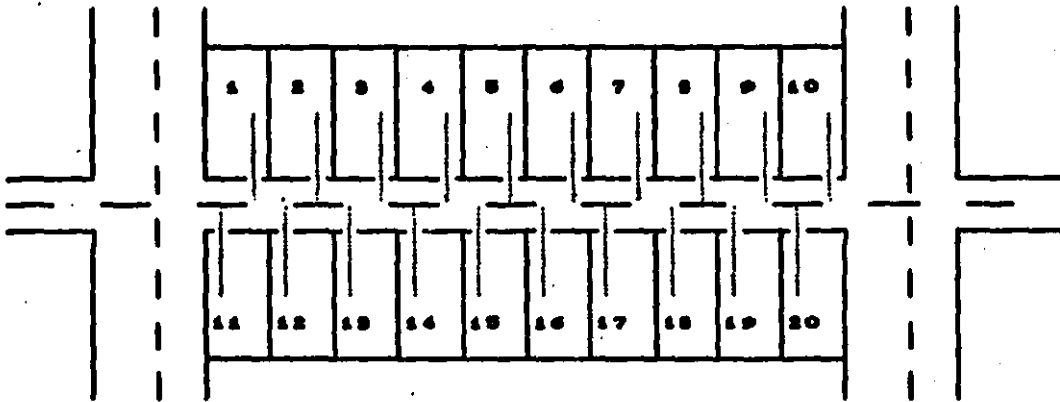


Fig. 30.-Parte de un sistema de distribución

Para dar una idea de la cantidad de ecuaciones que se ahorran en cada suposición, la fig 30 representa una pequeña parte de un sistema de distribución con 20 tomas domiciliarias conectadas en diferente punto del tubo de distribución. Si el

gasto por cada toma se evalúa usando la curva de demandas. éstos serán conocidos y si se tiene solo una salida operando en cada toma son 20 ecuaciones de recorrido las que se ahorran. Si además la suma de gastos se suponen concentrados en uno de los cruces de los tubos de distribución serán otras 20 ecuaciones de nodo las que se ahorran.

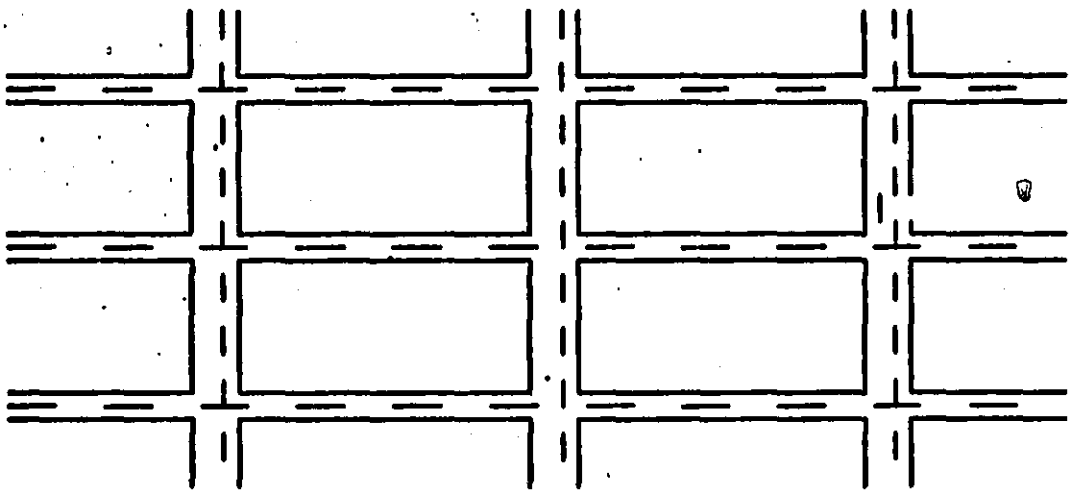


Fig. 31.-Red de distribución

En la fig 31 se presenta una red de distribución donde se forman cuatro recorridos cerrados, si se supone un cierto gasto en los tubos interiores, éstos no intervienen en el cálculo y se estará reduciendo a un solo recorrido cerrado.

El uso de la curva de demandas es aceptado como válido para todo el sistema o una gran parte de éste con el objeto de conocer previamente a la revisión las demandas de las tomas. La

curva de demandas en cualquier momento es función del usuario. El gasto "real" en las tomas operadas por las diferentes necesidades de los usuarios, si dependen de su política de uso, sin embargo el funcionamiento hidráulico dependerá directamente de las características geométricas de los tubos alimentadores y de la diferencia de energías de su salida y el nodo de conexión al sistema, lo cual es variable en todo el sistema.

Puede apreciarse pues, que la curva de demandas no es función únicamente de los usuarios. Con el objeto de evaluar los consumos de las tomas, que afectan directamente al flujo en la red, se propone un criterio para sustituir al de la curva de demandas, que es independiente de las diferentes presiones en el sistema. Puede presentarse el caso que las tomas más cercanas a tanques y bombas, dejen sin servicio a las más alejadas, debido a las presiones más altas en las primeras. El modelo que se propone se basa en considerar la política de operación de las tomas para revisar su funcionamiento hidráulico, buscando minimizar el número de ecuaciones a resolver.

La fig 32 representa una toma

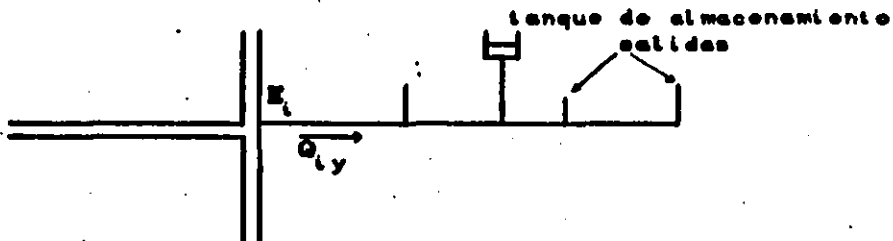


Fig. 32- Toma

donde

- $i$  número de nodo donde se conecta la toma
- $y$  número de toma
- $Q_i$  gasto de entrada a la toma
- $E_i$  energía en el nodo  $i$

En las tomas pueden o no presentarse tanques de almacenamiento. En el primer caso pueden operar de dos maneras; gasto de entrada a la toma directo al tanque o gasto de entrada con excedencias al tanque, en todo caso conviene que las presiones en el sistema lo mantengan todo el tiempo lleno, primero porque garantizará el agua en el depósito en una posible suspensión del servicio, y segundo porque facilita la revisión hidráulica.

El caso de entrada directa al tanque facilita la revisión ya que éste separa el sistema en dos, en donde el consumo de la toma es función directa del nivel del agua en el tanque, y el gasto de entrada a la toma de éste nivel y la energía en el nodo de conexión.

En el caso de entrada directa al tanque y se garantiza una presión en la conexión de tal manera que mantenga al tanque todo el tiempo lleno, facilita aún más la revisión ya que no es necesario revisar el funcionamiento de la conexión al tanque para calcular el gasto de entrada a la toma debido a que éste es igual al consumo que se determina del tanque a las salidas de la toma.

La revisión hidráulica que más se complica es el caso de excedencias al tanque ya que es necesario revisar los niveles del

agua para diferentes operaciones, pero si la presión en el sistema es tal que mantiene al tanque todo el tiempo lleno, el gasto del tanque es cero y la toma funcionará como si no existiera tanque.

Para considerar el funcionamiento hidráulico de las tomas y evitar el fuerte incremento en el número de ecuaciones que se forman, se aprovecha que una gran cantidad de tomas presentan características similares de funcionamiento. La diferencia de energías entre el nodo de conexión de la toma y las posiciones de las salidas de la toma modelo será lo que determine su funcionamiento hidráulico, donde el gasto de entrada a la toma  $Q_{1y}$  será solo función de  $E_1$  para ciertas condiciones geométricas y de operación determinada. Se puede construir una curva característica de la curva modelo (fig 33) para usarse de tal manera que evite el fuerte incremento en el número de ecuaciones que se forman al considerar las tomas en forma independiente.

En la fig 33,  $Q_{1y}$  es positivo cuando sale del nodo.

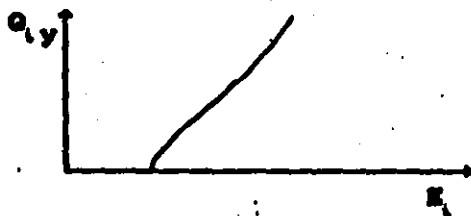


Fig. 33.-Curva característica de una toma

Para usar los sistemas 41 y 44 interesa el gasto de la toma en función de  $E_1$ , donde

$$\sum_{i=1}^n \sum_{y=1}^v q_{i,y} = \sum_{i=1}^n \sum_{y=1}^v f_i [E_i] \quad (93)$$

Usando corrección explícita, los valores de energía en el punto de conexión de la toma es

$$E_i = E'_i + \Delta E_i \quad (94)$$

Se sustituye la ec 94 en la 93 y al aplicar la serie de Taylor hasta derivadas de primer orden queda

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \sum_{y=1}^v q_{i,y} &= \sum_{i=1}^n \sum_{y=1}^v f_i [E'_i + \Delta E_i] = \sum_{i=1}^n \sum_{y=1}^v q'_{i,y} + \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{y=1}^v \frac{\partial f_i (E'_i)}{\partial E_i} \Delta E_i \end{aligned}$$

Haciendo el término

$$T_{i,y} = \frac{\partial f_i (E'_i)}{\partial E_i}$$

queda

$$\sum_{i=1}^n \sum_{y=1}^v q_{i,y} = \sum_{i=1}^n \sum_{y=1}^v q'_{i,y} + \sum_{i=1}^n \sum_{y=1}^v T_{i,y} \Delta E_i \quad (95)$$

De la ec 94 se obtiene

$$\Delta E_i = E_i - E_i'$$

que al sustituir la anterior relación en la ec 95 se obtiene

$$\sum_{t=1}^n \sum_{y=1}^v q_{t,y} = \sum_{t=1}^n \sum_{y=1}^v q'_{t,y} + \sum_{t=1}^n \sum_{y=1}^v T_{t,y} E_t - \sum_{t=1}^n \sum_{y=1}^v T_{t,y} E_t' \quad (96)$$

El gasto de entrada a la toma  $Q_{t,y}$  de la ec 95 está expresado mediante corrección explícita y el de la ec 96 mediante corrección implícita.

Sustituyendo la ec 95 en el sistema 41 queda

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{q'_{t,j}}{hf'_{t,j}} \sum_{t=1}^n \sum_{v=1}^m H_{t,v} + \sum_{t=1}^n \sum_{y=1}^v T_{t,y} \right] \Delta E_i - \\ & - \frac{1}{N} \sum_{t=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{q'_{t,j}}{hf'_{t,j}} \Delta E_{t,j} + \sum_{t=1}^n \sum_{v=1}^m H_{t,v} \Delta E_{t,v} = - \sum_{t=1}^n \sum_{y=1}^v q'_{t,y} \\ & - \sum_{t=1}^n \sum_{j=1}^k q'_{t,j} - \sum_{t=1}^n \sum_{v=1}^m q'_{t,v} \quad (97) \end{aligned}$$



Sustituyendo la ec 96 en el sistema 44 queda

$$\begin{aligned}
 & \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{q'_{ij}}{hf'_{ij}} - \sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^m H_{iv} + \sum_{i=1}^n \sum_{y=1}^v T_{iy} \right] E_i - \\
 & - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{q'_{ij}}{hf'_{ij}} E_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^m H_{iv} E_{iv} = - \sum_{i=1}^n \sum_{y=1}^v q'_{iy} + \\
 & + \left[ \frac{1}{N} - 1 \right] \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k q'_{ij} - \sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^m q'_{iv} + \sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^m H_{iv} H'_{iv} + \\
 & + \sum_{i=1}^n \sum_{y=1}^v T_{iy} E_i \quad (98)
 \end{aligned}$$

Los sistemas 97 y 98 son aplicables en la revisión de sistemas de abastecimiento, toman en cuenta la política de operación de las tomas sin incrementar el número de ecuaciones con respecto a los sistemas 41 y 44.

#### 15.-ESTUDIO DE LA POLITICA DE CONSUMO

El modelo de la toma de agua toma en cuenta las propiedades geométricas de la toma y su política de consumo. Las propiedades geométricas queda establecido cuando se decide a usar un cierto tipo y diámetro de los tubos alimentadores. Sin embargo, el uso del modelo de la toma hace necesario de un estudio de la política de consumo y manejar nuevos conceptos que convengan en este caso.

El término salida abierta puede representarse como  $S_a$ , si son dos salidas abiertas como  $S_a^2$  y si son  $n$  salidas abiertas como  $S_a^n$ .

Para una determinada zona de estudio y geometría y rugosidad de la toma puede hacerse un estudio del número de tomas con un  $S_a^n$  con respecto al tiempo. Y encontrar un día donde se presentan las máximas  $S_a^n$ , que también puede llamarse día de máxima demanda.



Fig. 34.-día de máxima demanda para el modelo de la toma de agua

Mediante la curva de la fig 34 se puede determinar la política de consumo de una cierta toma en función del tiempo.

#### VI.-CRITERIOS DE DISEÑO DE SISTEMAS DE ABASTECIMIENTO DE AGUA

Las principales partes de que consta un sistema de abastecimiento de agua son: 1.-Fuente de abastecimiento. 2.-Equipo de bombeo. 3.-Línea de conducción. 4.-Red de distribución, y 5.-Regularización, ver fig 35.

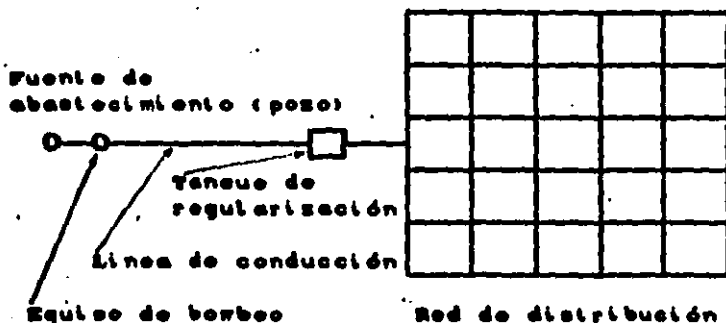


Fig. 29.-Partes de un sistema de abastecimiento de agua

Inseguida se dan brevemente las características generales de cada una de las partes que forma un sistema de abastecimiento de agua.

Las fuentes de abastecimiento pueden ser galerías filtrantes, pozos, canales o ríos. El agua obtenida de galerías filtrantes o pozos construidos alejados de la influencia del agua de mar, generalmente reúnen un cierto grado de potabilización. El usar canales y ríos para estos fines, es para el caso de que las otras fuentes no reúnen las condiciones de calidad o cantidad de agua necesaria para la demanda de la población. En canales y ríos, generalmente, será necesario construir una planta potabilizadora.

El equipo de bombeo tiene la función de dar la presión necesaria para enviar un cierto gasto desde la fuente de abastecimiento hasta la red de distribución y el o los tanques de regularización.

La línea de conducción tiene la función de transportar el agua de la fuente de abastecimiento a la red de distribución o

al tanque de regularización.

La red de distribución es una red de tubos que se alojan por el centro de las calles o por las banquetas, estos tubos son de menor diámetro que el de la línea de conducción. De esta red se conectan las tomas.

La regularización consiste en los tanques con la función de almacenar el agua en las horas de menor demanda que la enviada por el equipo de bombeo de la fuente de abastecimiento y desalojar el agua almacenada a la red de distribución en las horas de mayor demanda que la enviada por el equipo de bombeo.

La fuente de abastecimiento, generalmente, es el primer punto de ataque y una vez resuelto las partes que se diseñan en conjunto son el equipo de bombeo, línea de conducción, red de distribución y la regularización, tal que cumplan la función de llevar el agua a todas las tomas del sistema en la forma como se requiera.

Las condiciones que deben cumplir los tanques y presiones en el sistema se describen enseguida.

#### 16.-TANQUES

Un tanque de regularización se diseña para el día de máxima demanda.

De la ecuación de continuidad, para cada tanque de con la ecuación

$$\frac{24}{n} \sum_{i=1}^n (Q_{e,i} - Q_{s,i}) \geq 0 \quad (99)$$

donde

$n$  partes en que se divide las 24 horas del día

$Q_{e,i}$  es un gasto de entrada al tanque

$Q_{s,i}$  es un gasto de salida del tanque

Para tanques de regularización, en el día de máximas salidas abiertas se buscará que la ec 99 sea igual a cero o lo más próximo posible.

Un tanque de almacenamiento tiene la función de guardar un cierto volumen de reserva para casos especiales como son, por ejemplo, la suspensión del servicio, caso de incendio, etc por lo tanto si se supone que este volumen ya existe en el tanque para el día de máxima demanda, en la ec 99 el término  $Q_{e,i} - Q_{s,i}$  debe ser igual a cero, esto es, en todo momento el gasto que entra debe ser igual al que sale para que se conserve siempre el mismo volumen. Si el tanque es de regularización la condición es de que no todos los términos  $Q_{e,i} - Q_{s,i}$  de la ec 99 sean cero ya que no estará regularizando.

Para un tanque de regularización, el volumen final para cualquier día y la capacidad de regularización para el día de máxima demanda, respectivamente, son

$$V_f = V_{i,n} + \frac{\Delta t}{2} (Q_{e,i} - Q_{s,i} + Q_{e,i+1} - Q_{s,i+1})$$

Cap. de reg. = Vol. máx. - Vol. mín.

Si el tanque de regularización es de area constante, la altura  $h$  de agua en el tanque será

$$h = \text{Vol. fin.} / \text{área}$$

#### 17.-PRESIONES

La presión máxima en cualquier punto del sistema será tal que no provoque ruptura en la tubería y la presión mínima tal que no provoque aplastamiento de la tubería o el fenómeno de cavitación. La altura de presión mínima en la conexión de la toma en el caso que no existan tanques de almacenamiento no será menor de siete metros. Si la toma tiene tanque de almacenamiento la presión mínima será tal que logre mantenerlo siempre lleno para que no funcione como regularizador y garantizar el agua en cualquier momento que se presente una posible suspensión del servicio.

Si en el sistema se prevén zonas de crecimiento a futuro, la presión mínima en los puntos de conexión también deben contemplarse.

Para evaluar los gastos y presiones en cada uno de los elementos que intervienen en el sistema se aplica un método de revisión. Los bombas de la fuente de abastecimiento pueden ser a la red con excedencias a tanques, directo a los tanques, o en forma mixta combinándose los dos primeros tipos.

### 18.-BOMBEO A LOS TANQUES

El caso de bombeo directo a los tanques (fig 34) facilita la revisión ya que los tanques separan al sistema en dos partes, una de las fuentes de abastecimiento a los tanques y la otra de los tanques a la red.

Para el día de máxima demanda se harán revisiones para diferentes demandas para encontrar los gastos que salen de los tanques y las presiones en el sistema. Las presiones mínimas y máximas se encontrarán con la máxima y mínima demanda respectivamente (ver fig 36).

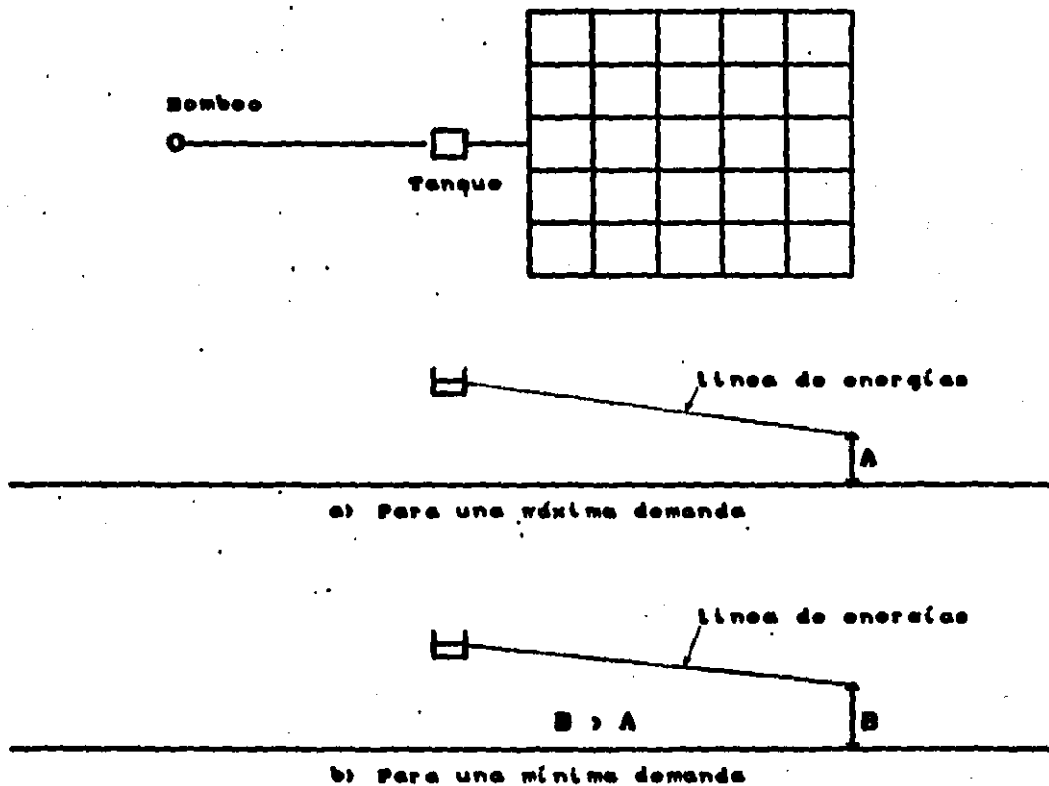


Fig. 36.-Sistema de bombeo a los tanques

Con las energías de las fuentes de abastecimiento y los tanques, se propondrá la bomba o combinaciones de bombeo que produzcan un volumen igual o ligeramente mayor al de salida de cada tanque de regularización, ec 99. La capacidad de cada tanque se calcula transitando el gasto de entrada enviado por el bombeo al gasto de salida.

Considerándose constantes las diferencias de energía entre las fuentes de abastecimiento y los tanques será constante el gasto de entrada correspondiente a una combinación de bombeo.

#### 19.-BOMBEO A LA RED CON EXCEDENCIAS A TANQUES

La revisión hidráulica que más se complica es el caso de bombas de la fuente de abastecimiento a la red con excedencias a tanques (fig. 37), las bombas que se encuentran más alejadas de un tanque de regularización estarán siendo afectadas más directamente por el funcionamiento del sistema en el transcurso del día, no bombearán gastos constantes debido a las diferentes demandas y es necesario hacer las diferentes revisiones para poder conocer los gastos de bombeo y los gastos de entrada y salida de cada uno de los tanques.

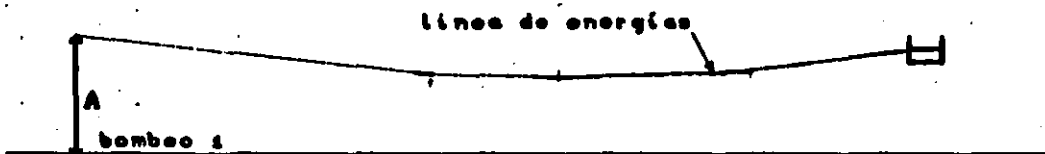
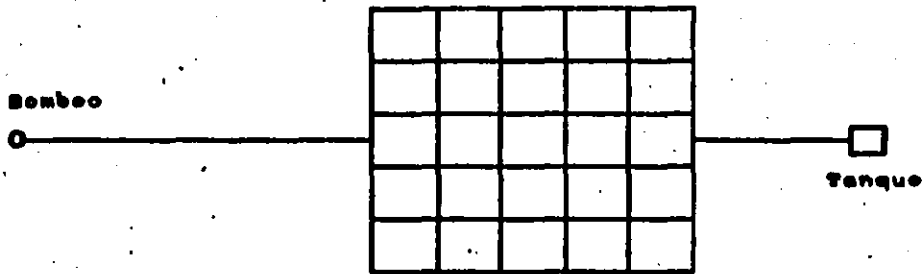
Para prediseñar el equipo de bombeo se procede de la forma siguiente: para el día de máxima demanda, para la mayor demanda de cada combinación de bombeo, se propone la energía mínima en el nodo aguas abajo de cada bomba o el gasto máximo, tal que reúna las condiciones de presión mínima recomendada. Si se propone la energía mínima en la revisión se encontrará el gasto



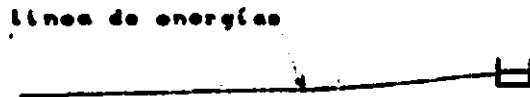
máximo de dicha bomba y viceversa. Una vez propuestos los equipos de bombeo de cada combinación, considerando sus curvas características se harán revisiones para sus diferentes demandas para inspeccionar la ecuación de continuidad de los tanques, ec 99. Si no se cumple se deberá proponer otro equipo de bombeo y o modificar algunos diámetros del sistema.

La presión máxima en el sistema se encontrará para la menor demanda cuando exista bombeo en una de sus combinaciones (fig 37c).

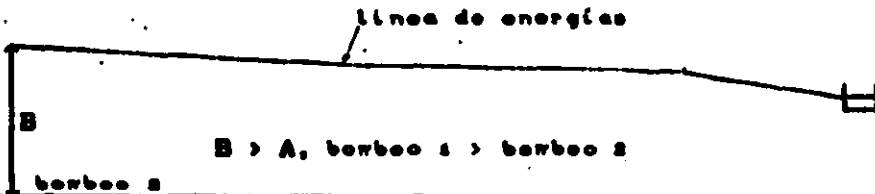
Las presiones mínimas se pueden presentar tanto en las combinaciones de bombeo para su mayor demanda como cuando no exista bombeo y que se presenten demandas considerables (figs 37a y b).



a) Para una máxima demanda cuando existe bombeo



b) Para una demanda considerable cuando no existe bombeo



c) Para una mínima demanda cuando existe bombeo, se presentará la máxima presión

Fig. 37.-Sistema de bombeo a la red con excedencias a tanques

## 20.-BOMBEO MIXTO

Un sistema de bombeo mixto (fig 38) presenta similar grado de complicación que uno de bombeo a la red con excedencias a tanques.

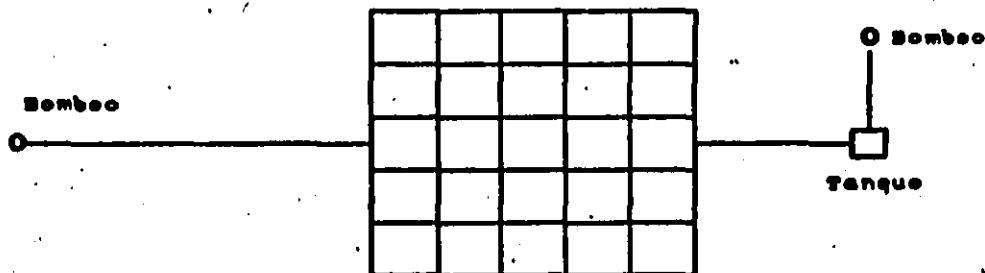


Fig. 38.-Bombeo mixto

Para prediseñar el equipo de bombeo que está conectado a la red con excedencias a tanques se procede de la forma siguiente: Para el día de máxima demanda, para la mayor demanda de cada combinación de bombeo, se propone la energía mínima en el nodo aguas abajo de cada bomba o el gasto máximo, tal que reúna las condiciones de presión mínima recomendada. Si se propone la energía mínima en la revisión se encontrará el gasto máximo de dicha bomba y viceversa. Una vez propuestos los equipos de bombeo de cada combinación, considerando sus curvas características se harán revisiones para sus diferentes demandas.

Posteriormente se propondrá la bomba o combinaciones de bombeo que se encuentran conectados directamente a los tanques, que completen o que ligeramente rebasen al volumen de salida de

cada tanque de regularización, ec 99. La capacidad de cada tanque se calcula transitando el gasto de entrada enviado por el bombeo al gasto de salida. Considerandose constantes las diferencias de energía entre las fuentes de abastecimiento y los tanques será constante el gasto de entrada correspondiente a una combinación de bombeo.

La presión máxima en la red se encontrará para la menor demanda cuando esté bombeándose en una de sus combinaciones. Las presiones mínimas se pueden presentar tanto en las combinaciones de bombeo para su mayor demanda como cuando no hay bombeo y que se presentan demandas considerables.

Enseguida se hará una comparación de los criterios de diseño aplicando el modelo de la toma y los criterios usando la curva de demandas.

## 21.-USO DE LA CURVA DE DEMANDAS

El uso de la curva de demandas hace reducir las ecuaciones del sistema, que corresponden a las tomas, ya que no considera su funcionamiento hidráulico.

Para el caso de bombes de la fuente de abastecimiento directo a un solo tanque simplificará la selección de las bombas y la capacidad de regularización del tanque, ya que el gasto de salida por el tanque en un determinado momento será el total que demanda la población.

En el caso de bombes de la fuente de abastecimiento

directo a más de un tanque, la curva de demandas no simplifica el problema ya que es necesario hacer el análisis para cada demanda, con los niveles correspondientes de los tanques y así poder conocer los gastos de salida en cada uno de ellos.

Para el caso de bombes de la fuente de abastecimiento a la red con excedencias a tanques, la curva de demandas no simplifica el problema ya que es necesario hacer las diferentes revisiones para poder conocer los gastos de bombeo y los gastos de entrada y salida de cada uno de los tanques.

## 22.-USO DEL MODELO DE AL TOMA

En este caso también se reducen las ecuaciones del sistema, correspondientes a las tomas, pero con la diferencia de que se considera su funcionamiento hidráulico, con el uso de su curva característica. Para el caso de bombes de abastecimiento directo a un solo tanque se tendrá que hacer las diferentes revisiones horarias para la selección de las bombas y la capacidad de regularización, ya que como los gastos de las tomas no son conocidos por consiguiente también se desconocen los gastos de salida del tanque.

## **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

En este trabajo se introduce el concepto recorrido para formular tres formas de análisis que generan diversos métodos de revisión y diseño de redes de conductos a presión con flujo establecido.

En la revisión, usando la serie de Taylor para linealizar las ecuaciones se llegan a plantear siete métodos matriciales que corresponden a los sistemas 24, 31, 32, 35, 38, 41 y 44, además algunos alternativos para casos especiales, que dan una explicación acerca del alcance de los métodos usados tradicionalmente como es el caso de Cross y Cornish. Con todos ellos, es posible escoger el más conveniente según sea el tipo de sistema de tuberías que se tenga.

En los sistemas encontrados, de momento se les encuentra mayor ventaja a los métodos de los sistemas 24, 41 y 44 debido a las propiedades de sus matrices de coeficientes y a un número menor de ecuaciones por resolver con respecto a los otros sistemas. Se tiene que en sistemas cerrados, el número de ecuaciones de recorrido son menor que el número de ecuaciones nodo, entonces es preferible usar el sistema 24. Si se tienen sistemas ramificados o combinados, generalmente el número de ecuaciones de nodo son menor, en tal caso convenirá el uso de los sistemas 41 o 44.

Se presentaron tres métodos de diseño de los diámetros y

bombas; el primero consistente en obtener todos los diámetros y bombas del sistema, en el segundo y tercer método el diseño es parcial y se obtienen de aplicar el sistema 8 y 10 respectivamente.

Decidir por el método más conveniente consiste en tomar en cuenta el número de ecuaciones por resolver y cantidad de diámetros teóricos que se tendrán, tomando en cuenta que los diámetros teóricos es una inconveniencia que a pesar de resolverse proponiendo dos diámetros comerciales por trazo, pudiera resultar incómodo para su construcción.

En el primer método se obtienen directamente los diámetros y todos ellos en el sistema serán teóricos.

En el segundo y tercer método el número máximo de diámetros teóricos que se tendrán en el sistema son igual al de ecuaciones por resolver. En el segundo serán igual al de ecuaciones de recorrido y en el tercero al de ecuaciones de nodo.

La preferencia entre el segundo o tercer método consistirá en el tipo de sistema que se tenga. Si el sistema es cerrado, el número de ecuaciones de recorridos son menor que el número de ecuaciones de nodo, entonces es preferible el uso del segundo método de diseño. Si el sistema es ramificado o combinado, generalmente el número de ecuaciones de nodo es menor, en tal caso conviene el uso del tercer método de diseño.

En los métodos de diseño-revisión se obtendrán una más rápida revisión cuanto más próximas sean los diámetros comerciales

con los teóricos calculados en el diseño y menor sea el número de ellos, sin embargo el método más conveniente consiste en el que arroje el menor tiempo total invertido en todo el proceso de diseño-revisión.

El modelo de la toma de agua, aplicable para sistemas de abastecimiento de agua, se fundamenta en considerar la política de consumo de las tomas y la construcción de sus curvas características para ser usada de tal manera que contemple su funcionamiento hidráulico y evitar el aumento de ecuaciones a resolver.



### 23.-REFERENCIAS

- 1- Epp R. and Fowler A.G., "Efficient Code for Steady-State Flows in Networks", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, jan 1970.
- 2- Fuentes M., O.A., "Modelo para Calcular Redes de Conductos a Presión en Régimen Permanente", *Noveno Congreso Nacional de Hidráulica, Querétaro, México, 1986.*
- 3- Gonzalez Villarreal, F.J., Capella V. Antonio, "Modelos para Análisis de redes de Abastecimiento de agua potable", *Instituto de Ingeniería, U.N.A.M., 1971.*
- 4- Guerrero A., J. O., "Sistemas de Distribución de Agua en Tuberías", *C.G.I.P. de la U.A.S., febrero 1985.*
- 5- L. Wilson Edward, Jurgen Bathe Klaus and P. Doherty William, "Direct Solution of Large System of Linear Equations", *U.S.A.*
- 6- N. Ya. Vilenkin, "Metodo de aproximaciones sucesivas", *MIR, Moscú, 1984*
- 7- Rao, H.S. and Bree, D.W., "Extended Period Simulation of Water System-Part A", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, feb 1977.
- 8- Rao, H.S., Markel, L.C. and Bree, D.W., "Extended Period Simulation of Water System-Part B", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, march 1977.
- 9- Sánchez Bribiesca, J.L., "Doce Algoritmos para Resolver Problemas de Hidráulica", *Instituto de Ingeniería, U.N.A.M., 1978.*

- 10- Shamir U. and Howard C.D.D., "Water Distribution Systems Analysis", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, Jan 1986.
- 11- Sotelo Avila, Gilberto, "Hidráulica General, Vol. 1", *LINUSA, S.A.*, 1974.
- 12- Stephenson, D., "Pipeflow Analysis", *Elsevier Science Publishing*, 1984.
- 13- Streeter, Victor L., "Mecánica de Fluidos", *Mc. Graw Hill*, 1983.
- 14- Wood D.J. and Charles C.O.A., "Hydraulic Network Analysis Using Linear Theory", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, Jan 1972.
- 15- Wilfred Kaplan y Donald J. Lewis, "Cálculo y Algebra Lineal", *LINUSA S. A.*, 1973.

## NOTACION

$E_i$	energía en el nodo $i$
$E_{i,j}$	energía en el nodo extremo $j$ del nodo $i$ en conductos
$E_{i,v}$	energía en el nodo extremo $v$ del nodo $i$ en bombas
$E_{i,q}$	energía en el punto de partida del recorrido $q$
$E_{s,q}$	energía en el punto final del recorrido $q$
$H_{gt}$	carga de la bomba $t$ , recorrido $q$
$H_{i,v}$	carga de la bomba $v$ , nodo $i$
$h$	número de ecuaciones de recorrido
$hf_{qp}$	perdida de energía en el conducto $p$ , recorrido $q$
$hf_{i,j}$	perdida de energía en el conducto $j$ , nodo $i$
$k$	número de conductos que confluyen en el nodo $i$
$M_{gt}$	derivada de la carga con respecto al gasto en bombas
$M_{i,v}$	derivada del gasto con respecto a la carga en bombas
$m$	número de recorridos adyacentes al recorrido $q$ por medio del conducto $p$ o bomba $t$ según corresponda
$n$	número de ecuaciones de nodo
$Q_{qp}$	gasto en el conducto $p$ , recorrido $q$
$Q_{i,j}$	gasto en el conducto $j$ , nodo $i$
$Q_{gt}$	gasto en la bomba $t$ , recorrido $q$
$Q_{i,y}$	gasto de demanda $y$ , nodo $i$
$Q_{i,v}$	gasto en la bomba $v$ , nodo $i$

- $q$  número de conductos en el recorrido  $q$
- $u$  número de bombas en el recorrido  $q$
- $v$  número de gastos de demanda en el nodo  $i$
- $z$  número de bombas que confluyen en el nodo  $i$
- $\Delta_q$  corrección de gasto en el recorrido  $q$
- $\Delta_{pr}$  corrección de gasto en el recorrido  $q$  del recorrido adyacente  $r$  por medio del conducto  $p$
- $\Delta_{tr}$  corrección de gasto en el recorrido  $q$  del recorrido adyacente  $r$  por medio de la bomba  $t$
- $\Delta_{ij}$  corrección de gasto en el conducto  $j$ , nodo  $i$
- $\Delta_{qp}$  corrección de gasto en el conducto  $p$ , recorrido  $q$
- $\Delta_{iv}$  corrección de gasto en la bomba  $v$ , nodo  $i$
- $\Delta_{qt}$  corrección de gasto en la bomba  $t$ , recorrido  $q$
- $\Delta h_{i,i}$  corrección de pérdida de energía en el conducto  $i$ , nodo  $i$
- $\Delta h_{qp}$  corrección de pérdida de energía en el conducto  $p$ , recorrido  $q$
- $\Delta H_{iv}$  corrección de carga en la bomba  $v$ , nodo  $i$
- $\Delta H_{qt}$  corrección de carga en la bomba  $t$ , recorrido  $q$
- $\Delta E_i$  corrección de energía en el nodo  $i$
- $\Delta E_{ij}$  corrección de energía en el nodo extremo de  $i$ , tramo  $j$