

01161  
Zej.  
R



DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
Facultad de Ingeniería

INFLUENCIA DE DISTINTOS TIPOS DE INCERTIDUMBRE SOBRE LA ECONOMIA  
DE DISEÑO SISMICO

JOEL AVELINO GARCIA VARGAS

TESIS

PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE  
POSGRADO DE LA

FACULTAD DE INGENIERIA  
DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER  
EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERIA  
( E S T R U C T U R A S )

CIUDAD UNIVERSITARIA

AGOSTO, 1988

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

### RESUMEN

1. Introducción	1
2. Antecedentes	4
2.1 Modelos matemáticos de la sismicidad	5
2.2 Tipos de incertidumbre	14
2.3 Costos esperados de daños	15
3. Evaluación de costos esperados de daños	18
3.1 Procesos de Poisson	18
3.2 Proceso de renovación con distribución gamma	31
4. Utilidad de reducir la incertidumbre	37
4.1 Análisis preposterior de decisiones de diseño sísmico con incertidumbre en intensidad máxima posible	38
4.1.1 Formulación de decisiones relacionadas con riesgo sísmico	41
4.1.2 Caso en que $f'_{y_1}$ se modifica mediante estudios adicionales.	
Análisis preposterior	48
4.2 Influencia de estudios adicionales para reducir la incertidumbre en las tasas de excedencia de intensidades dadas	53
5. Análisis de resultados y conclusiones	58
6. Reconocimiento	63
7. Notación	64
8. Referencias	67
Apéndice A Concentraciones Equivalentes en Variables Aleatorias	70
Apéndice B Cálculo de la Función Cumulativa Normal	74
Tablas	76
Figuras	86

## RESUMEN

En este trabajo se estudia la influencia de distintos tipos de incertidumbre sobre la economía de diseño sísmico.

En primer término se describen los modelos estocásticos de la sismicidad que existen a la fecha, se señalan sus características y limitaciones, etc. En estos modelos intervienen varias variables aleatorias cuyas correlaciones poseen dispersión considerable. A las incertidumbres asociadas a este fenómeno hay que agregar las que se presentan en la respuesta de la estructura. Posteriormente se desarrollan expresiones de costos esperados de daños sin hacer referencia al proceso estocástico empleado. Como casos particulares, se estudian los procesos de Poisson y Gamma.

Para determinar la influencia que tiene la incertidumbre en la estimación del riesgo en las decisiones, se hace uso de la teoría bayesiana de decisiones. Esto permite tener un marco adecuado para describir las incertidumbres asociadas a las propiedades de la estructura, a las cargas que pueden actuar sobre ella y a los modelos estocásticos para estudiar la sismicidad.

Se desarrollan expresiones para calcular la utilidad esperada bajo condiciones de incertidumbre en los parámetros que definen el modelo de sismicidad. Se considera el caso en que la intensidad sísmica es incierta, pero se conoce a priori su función de densidad de probabilidades y sus primeros dos momentos. Con el fin de reducir la incertidumbre en la intensidad, se llevan a cabo ciertos estudios cuyos resultados conducen a reducir su coeficiente de variación y a precisar su valor medio. Se trata, primero, el caso del análisis preposterior de decisiones de diseño sísmico con incertidumbre en la intensidad máxima posible y después, el problema de estimar la utilidad de los estudios si se considera incierta la sismicidad.

Finalmente, se dan los resultados y conclusiones más relevantes de este trabajo.

## 1. Introducción

El objetivo del diseño sísmico es proporcionar a cada estructura las características que conduzcan a una probabilidad suficientemente alta, compatible con la economía de su diseño, de resistir las acciones causadas por los temblores, desde que se inicia la construcción hasta que se demuele o se abandona.

Usualmente no puede predecirse cabalmente el comportamiento de una estructura dada y menos aun la historia y las características de los sismos que la afectarán o al menos la sollicitación sísmica más desfavorable a que pueda ser sometida. De ahí que cuando se habla de diseño sísmico se debe entender que no se trata de evitar en términos absolutos los daños o aun el colapso, sino lo que se persigue es acotar la probabilidad de que la estructura falle debido a la acción de sismos durante un intervalo dado. Para ello, se recurre a establecer límites para las probabilidades asociadas a la ocurrencia de diversos niveles de daños, incluyendo el colapso en el intervalo especificado. Para determinar esos límites de manera racional, es necesario desarrollar un proceso de optimación que establezca un equilibrio entre el costo esperado de tales daños y el costo de tratar de evitarlos. En este contexto y dada la naturaleza del problema (catálogos de sismos

incompletos, incertidumbre en las propiedades estructurales, en la generación y características de los sismos, etc), se deben formular modelos probabilistas para estimar el riesgo sísmico en un sitio de interés. En general se puede decir que todos los modelos probabilistas para presentar la ocurrencia de sismos toman en cuenta los datos estadísticos aunque algunos de dichos modelos se basan exclusivamente en tales datos y otros consideran en mayor o menor grado (en algunos casos con mucho mayor peso que los datos estadísticos) las características geofísicas.

En el Cap 2 se describen algunos modelos probabilistas para representar la ocurrencia de sismos. Unos toman en cuenta exclusivamente los datos estadísticos disponibles, otros se basan en consideraciones geofísicas y otros combinan ambos grupos de conceptos. En dicho capítulo se señalan las limitaciones de esos modelos y los casos en que pueden aplicarse. También se muestran las incertidumbres más importantes que aparecen en el diseño sísmico y se obtienen expresiones de los costos esperados de daños, sin hacer referencia al tipo de proceso de renovación empleado.

Las expresiones obtenidas en el Cap 2 se desarrollan para procesos de renovación específicos : para un proceso de Poisson y para un proceso en donde los tiempos de espera entre ocurrencia de eventos es gamma (proceso gamma). Las expresiones correspondientes se muestran en el Cap 3.

En este trabajo se estudió por separado la influencia que en la estimación del riesgo tiene cada parámetro que aparece en el modelo sísmico. Se consideró que el valor de estos parámetros puede ser incierto o determinista. En esta parte se incluye la sismicidad regional denotada por  $v(y)$  (tasa media de excedencia de una intensidad dada  $y$ ).

Este análisis se efectuó tanto para el proceso de Poisson como para el proceso gamma.

En la parte final del capítulo se dan algunas conclusiones de los resultados obtenidos.

En el Cap 4 se desarrollan expresiones para calcular la utilidad esperada bajo condiciones de incertidumbre en los parámetros que definen la sismicidad.

Se determina las condiciones convenientes para realizar estudios adicionales para reducir la incertidumbre en la sismicidad. Para ello se

hace uso de la estadística bayesiana y de la teoría de decisiones. Se considera el caso en que la intensidad sísmica es incierta pero se conoce a priori su función de densidad de probabilidades y sus dos primeros momentos. Se desea reducir la incertidumbre en la sísmicidad, para lo cual se llevan a cabo estudios adicionales cuyos resultados conducen a reducir el coeficiente de variación y a precisar su valor medio. Los criterios para determinar la conveniencia de realizar o no tales estudios se basan en los conceptos del análisis terminal y del análisis preposterior de la teoría bayesiana de decisiones [5]. Se supone además, por conveniencia, que la forma de la función de densidad de probabilidades es tal que la distribución a posteriori tenga la misma forma que la de la función a priori.

Se estudian dos maneras alternativas de formular el análisis preposterior. Según la primera, se supone que los resultados de los estudios geológicos orientados a reducir nuestra incertidumbre sobre los parámetros que definen el proceso de actividad sísmica se pueden expresar mediante una reducción en los coeficientes de variación de dichos parámetros, que puede ligarse de manera simple con el costo de los estudios. De acuerdo con la segunda alternativa de análisis preposterior, se considera que la amplitud de los estudios geológicos puede expresarse como equivalente a la observación del proceso de actividad sísmica durante un lapso ficticio de duración  $t$ . De acuerdo con este planteamiento, el costo de los estudios está directamente ligado con  $t$ . En cualquiera de las dos alternativas consideradas, el problema esencial es determinar la inversión óptima en estudios, de manera que la utilidad del proceso estudio-construcción-comportamiento de una obra de ingeniería sea máxima.

En el Cap 5 se dan las conclusiones más relevantes de este trabajo. Finalmente en los Apéndices A y B se dan los desarrollos de expresiones simplificadas empleadas en el cálculo del riesgo sísmico.

## 2. Antecedentes

Cuando se planean y diseñan estructuras es necesario determinar los distintos tipos y niveles de carga que deben resistir. Algunas de estas cargas son más o menos bien conocidas, como la carga muerta; pero algunas otras, como las debidas a viento o sismo, se presentan esporádicamente durante la vida de la estructura, y su intensidad es incierta, por lo que no pueden predecirse cabalmente. Para el caso de las cargas debidas a sismo, una formulación racional de las decisiones en ingeniería requiere de una descripción cuantitativa de la sismicidad en una región dada. Es deseable hacer tal descripción por medio de la distribución de probabilidades de la intensidad máxima que puede ocurrir en el sitio de interés en un lapso determinado. La intensidad puede considerarse como cualquier medida del movimiento del terreno (p. ej. aceleración máxima) que está relacionada con la respuesta máxima de la estructura.

Dado que las acciones sísmicas son muy inciertas, el establecimiento de normas y criterios de diseño para resistirlas debe formularse en un marco de riesgo tolerable, ya que el riesgo no puede eliminarse, sino únicamente reducirse, aunque a cierto costo. Balancear dicho costo con

beneficios e inversiones debe ser un objetivo de todo proyecto de ingeniería. Esto debe tomarse en cuenta debido a la apremiante necesidad de las sociedades actuales por emplear de manera óptima los recursos disponibles.

Para alcanzar los objetivos citados se deben formular descripciones cuantitativas del riesgo que permitan estudiar y evaluar los distintos tipos de incertidumbre; así como definir claramente reglas de decisión que tomen en cuenta un gran número de variables y parámetros interactuantes que deben conducir a escalas y valores de aceptación de dicho riesgo. Por ello, es conveniente que los modelos que se desarrollen para analizarlo deben describir las posibles formas e intensidades de la respuesta de una estructura a la actividad sísmica y determinar sus correspondientes probabilidades. Esto permitirá tener un marco adecuado para analizar las incertidumbres asociadas a las propiedades de la estructura, de las cargas que pueden actuar sobre ella y de los modelos para estudiar la sismicidad.

Todo este análisis debe conducir, finalmente, a proponer normas y criterios para diseño y construcción.

Adicionalmente, los modelos probabilistas empleados deben tener la posibilidad de modificarse de acuerdo con los avances tecnológicos y a la luz del comportamiento de la estructura y de la ocurrencia de sismos. Una manera de lograr esto es por medio de la estadística bayesiana.

## 2.1 Modelos matemáticos de la sismicidad

Se han propuesto muchos modelos probabilistas para determinar la ocurrencia de sismos; algunos toman en cuenta consideraciones geofísicas y otros se basan exclusivamente en el análisis estadístico de datos disponibles. Ciertos modelos ignoran los patrones de ocurrencia de sismos y los mecanismos de fuentes sísmicas con el fin de mantener en un cierto nivel la simplicidad matemática.

Se puede mencionar a grandes rasgos los siguientes tipos de modelos:

- 1) Modelos basados en las hipótesis del proceso de Poisson

- 2) Modelos basados en procesos markovianos
- 3) Modelos basados en procesos semi-markovianos
- 4) Modelos basados en procesos de renovación, y
- 5) Modelos tipo disparo de actividad (trigger models)

Los modelos basados en los procesos de Poisson consideran principalmente que los sismos ocurren independiente y aleatoriamente en el tiempo y definen el riesgo con base únicamente en las funciones de recurrencia; constituyen procesos sin memoria. Esto significa que la ocurrencia de un evento no afecta la probabilidad de ocurrencia de otros posteriores. Asimismo, la tasa de ocurrencia de sismos y por tanto la función de riesgo no cambian con el tiempo, es decir, la tasa y la función de riesgo son constantes.

Estos modelos se han empleado comúnmente para definir e implantar modelos cuantitativos para estudiar el riesgo y para toma de decisiones, debido principalmente a su manejo matemático sencillo, pero poco representativos.

En los siguientes párrafos se describen algunos modelos desarrollados con base en las hipótesis del proceso de Poisson.

Cornell [1] propone una técnica para evaluar el riesgo en un sitio en términos del periodo de retorno de un parámetro del movimiento del terreno (p. ej. aceleración máxima). El número total de eventos en una falla en un periodo de tiempo se representa por un proceso homogéneo de Poisson con tasa  $\lambda$ . Se considera además que la magnitud de los eventos es una variable aleatoria distribuida exponencialmente. Se emplean las relaciones de atenuación junto con la distribución anterior para determinar la probabilidad  $p_i$  de que la intensidad de un evento sea mayor que un valor  $i$  dado. Los eventos generados en un sitio según un proceso de Poisson con una intensidad mayor que  $i$  tienen una tasa de ocurrencia igual a  $p_i \lambda$ .

Si se considera que la magnitud puede tomar un valor límite (finito) resulta una distribución exponencial truncada de la magnitud [2]. Si se estima el sismo máximo que puede ocurrir en una fuente, la distribución de probabilidad de la magnitud puede truncarse arriba de ese valor.

El suponer que los eventos se generan de acuerdo a la hipótesis del proceso de Poisson permite que la distribución de la magnitud máxima

de los sismos durante un lapso dado pueda estudiarse con una distribución extrema tipo I. Otros modelos para estudiar la actividad sísmica suponen que los eventos se pueden representar como si ocurrieran en un punto, en una línea y en un área. Los modelos que se basan en la primera fuente de generación de sismos se llaman puntuales y no prestan atención a la longitud de la ruptura de la falla. Además, todos los sitios que equidistan del foco de un sismo se presenta la misma intensidad.

Der Kiureghian y Ang [3] desarrollaron un modelo de riesgo, denominado modelo de ruptura de falla, que difiere del puntual, ya que incluye la longitud de la ruptura en la estimación del riesgo y supone que la energía está distribuida a lo largo del plano de ruptura y no en un punto. El riesgo en ciertos sitios puede subestimarse cuando se desprecia la distribución de la energía a lo largo de la ruptura. Esto es especialmente importante cuando la ruptura puede ser de varios cientos de kilómetros de longitud.

En este modelo se usa una distribución exponencial truncada para manejar la distribución del tamaño de los eventos. Adicionalmente, el modelo ruptura de falla difiere de los puntuales en que si el segmento de la ruptura de la falla se encuentra cerca del sitio se tiene una contribución mayor y en consecuencia determina la máxima intensidad en el sitio.

Al igual que para los modelos puntuales, para determinar el riesgo total en un sitio se suman las contribuciones de todas las fuentes sísmicas diferentes.

Blume y Kiremidjian [4] desarrollaron un modelo similar al anterior pero usaron otras técnicas para calcular la tasa media de ocurrencia de sismos. Para superar la dificultad de que los datos históricos son en la mayoría de las veces, insuficientes y poco confiables, emplearon datos geológicos de dislocación de fallas y de tasas de actividad de las fronteras de placas. También, como en el caso anterior, la cercanía entre la zona de ruptura y el sitio de interés, determina el movimiento máximo del terreno. Para tomar en cuenta los efectos locales del terreno se incluye un factor de impedancia del suelo en las relaciones de atenuación.

Como se ha señalado previamente, no se dispone de catálogos completos y confiables para grandes periodos de tiempo, razón por la cual se em-

plea la estadística bayesiana para completar los datos. Es así como la información subjetiva puede combinarse con la histórica para desarrollar los parámetros de cierto modelo. En efecto, la distribución a priori de cierta variable aleatoria  $\Theta$  puede definirse por medio de la información subjetiva o por algún tipo de datos que puede ser una parte del catálogo de sismos o investigaciones geológicas. Tal distribución puede actualizarse cuando se disponga de más información, la que puede ser en forma de datos históricos o por otra parte del catálogo de sismos. La distribución a posteriori de la variable aleatoria  $\Theta$  puede encontrarse como el producto de la distribución a priori de esa variable por una función de verosimilitud de la misma y por una constante de normalización que permita que la distribución a posteriori sea una función de densidad de probabilidades [5]. La función de verosimilitud del vector de parámetros  $\Theta$  que determinan las características de un proceso aleatorio, cuando se ha observado una muestra o realización de dicho proceso, es el valor calculado de que dicha muestra o realización ocurran, para un conjunto de valores adoptados por los parámetros  $\Theta$ . Así, la distribución a posteriori de  $\Theta$  es una revisión de la estimación de la distribución de  $\Theta$  que depende tanto de la información a priori como de la nueva información.

Por otra parte, se han propuesto otros modelos de riesgo sísmico como los desarrollados por Esteve [6] y Morgat y Shah [7], que suponen la ocurrencia de eventos de acuerdo a un proceso homogéneo de Poisson, pero toman en cuenta la incertidumbre en la tasa de ocurrencia, mediante una distribución de probabilidades, de acuerdo con los criterios de la estadística bayesiana. En estos casos es usual seleccionar como distribución a priori para  $\lambda$  la distribución gamma, que es la conjugada del proceso de Poisson. Además, la distribución a posteriori tiene la misma forma que la distribución a priori.

Se ha mostrado que existen varios modelos de riesgo sísmico basados en las hipótesis de Poisson. Algunos son del tipo de fuente puntual y difieren entre ellos, principalmente, en sus maneras de caracterizar la frecuencia de ocurrencia de diversas magnitudes de sismos. Otros enfocan su atención a considerar que los sismos pueden ocurrir en la ruptura (de cierta longitud) de una falla, lo cual influye en las relaciones de atenuación, en la forma de utilizar la información subjetiva y la estimación bayesiana de parámetros.

Los modelos anteriores no permiten representar la ocurrencia de réplicas, ni el agrupamiento de sismos ni su dependencia temporal y espacial. Por esta razón se han desarrollado otros tipos de modelos, como los de Markov, los semi-markovianos, de renovación y de disparo de actividad (trigger models).

Los procesos de Markov se han empleado para describir secuencias de eventos dependientes, y se han usado en análisis de riesgo sísmico para modelar réplicas así como secuencias de eventos principales.

El modelo de Markov es un proceso con un paso de memoria ya que el estado del sistema en el tiempo  $t+s$  puede deducirse del conocimiento del estado en el tiempo anterior  $t$  y es independiente del historial del sistema antes del instante  $t$  [8]. Entre los modelos que emplean las hipótesis de Markov para describir secuencias de sismos están el de Vere-Jones [9] y de Knopoff [10] que emplean un proceso de Markov de parámetro continuo para estudiar las secuencias de réplicas y de eventos principales, respectivamente. Vagliente, Nishioka y Shah [11] utilizaron una cadena de Markov de parámetro discreto para analizar eventos principales. Veneziano y Cornell [12] desarrollaron un modelo para describir la dependencia temporal y espacial.

Los modelos de ocurrencia basados en las hipótesis de Markov incorporan la dependencia temporal y en algunos casos la espacial, en donde tal dependencia entre eventos se basa en modelos físicos o en análisis estadísticos.

Otra familia de procesos estocásticos empleados para modelar la ocurrencia de sismos es la de los procesos semi-markovianos. En este tipo de proceso se tienen transiciones de un estado a otro de acuerdo a una cadena de Markov, pero los tiempos entre transiciones no necesitan estar distribuidos exponencialmente y pueden depender del estado actual y del estado futuro. Es un proceso más general que el de Markov pues permite una mayor flexibilidad en la modelación de ocurrencia de sismos.

Este tipo de procesos se ha empleado para describir la recurrencia de eventos de magnitud grande y se construyen suponiendo un mecanismo físico de generación de sismos [13]. Tal mecanismo físico consiste en una acumulación gradual de la energía de deformación que se interrumpe y se libera súbitamente dando lugar a los sismos. Por tanto, estos modelos toman en cuenta que es poco probable que en una región en donde

ha ocurrido un sismo de magnitud grande ocurra otro sismo fuerte en un tiempo dado. Además, consideran que se incrementa tanto la longitud del periodo de quietud después de un sismo como la probabilidad de que ocurra uno de ellos, es decir, después de la ocurrencia de un evento de magnitud grande en cierta región se tiene un periodo de no ocurrencia de sismos que tendrá mayor duración entre más grande haya sido la magnitud del evento. Esto trae como consecuencia que aumente la probabilidad de ocurrencia de sismos, dado que se ha estado acumulando la energía de deformación.

Estos modelos se han empleado, por ejemplo, para estudiar la recurrencia de sismos en el cinturón circumpacífico y para la zona de la falla de Wasatch, Utah [14]. Aunque tienen la ventaja de ser modelos flexibles, tienen como desventaja la gran cantidad de datos requeridos para estimar de manera confiable las probabilidades de transición.

Otro tipo de modelos son los que se basan en los procesos de renovación. Un proceso de renovación es una secuencia de variables aleatorias no negativas, independientes e idénticamente distribuidas.

La característica principal de este tipo de procesos consiste en que, cuando ocurre un evento, el proceso vuelve a comenzar, es decir, la ocurrencia de eventos futuros no se ve afectada por la ocurrencia de eventos pasados.

Algunos modelos centran su atención en caracterizar el proceso físico fundamental o un patrón de ocurrencia específico que es evidente en los datos. Así por ejemplo, Kameda y Ozaki [15] han propuesto un proceso de Poisson doble como un proceso de renovación particular en donde se incluye la dependencia temporal entre eventos. Kameda y Takagi [15] desarrollaron un modelo para ocurrencia de sismos en donde se combinan un modelo de renovación para representar la sismicidad en un sistema grande de fallas y un modelo de Poisson no estacionario para fuentes secundarias. Estos modelos se han aplicado a regiones específicas de Japón.

Investigaciones recientes en Sismología y Geofísica han permitido conocer que es evidente en algunos catálogos de temblores, la dependencia entre eventos sísmicos, sobre todo en aquellas historias sísmicas de una sola falla. Tales investigaciones han permitido establecer dos alternativas para representar los patrones de recurrencia de sismos: Los modelos de "tiempo predecible" y de "deslizamiento predecible"

[16,17]. Estos modelos son idealizaciones para secuencias de eventos sísmicos grandes y representan un adelanto sobre los modelos comúnmente usados que consideran la hipótesis de independencia e ignoran tanto el tamaño como el tiempo transcurrido desde el último evento grande. Shimazaki y Nakata [16] propusieron el modelo de tiempo predecible al observar que en forma sistemática el periodo de quietud que sigue a un sismo grande es mayor mientras mayor es la magnitud. Es decir, el intervalo de tiempo entre dos sismos grandes sucesivos es aproximadamente proporcional a la cantidad de desplazamiento cosísmico del sismo precedente y no del sismo siguiente.

Los modelos de tiempo predecible y de deslizamiento predecible consideran que la tasa de acumulación de esfuerzo es constante. Sean  $\tau_1$  y  $\tau_2$  respectivamente, los esfuerzos inicial y final de una falla, que gobiernan el comportamiento de la liberación cíclica de esfuerzo asociado con una secuencia de sismos (fig 1). Si se considera que los esfuerzos inicial y final son independientes del tiempo, entonces la secuencia de eventos puede representar estrictamente un proceso periódico (fig 1-a). Sin embargo, esto es contrario a las observaciones, por lo que, uno o ambos de los dos esfuerzos deben variar con el tiempo. Así, si el esfuerzo final varía con el tiempo mientras que el inicial permanece constante, se tiene lo que se llama "recurrencia de tiempo predecible" (fig 1-b); a partir de la cual puede predecirse el tiempo de ocurrencia del siguiente sismo. Si por el contrario, el esfuerzo que se mantiene constante es el final y el inicial es el que varía con el tiempo, se tiene lo que se llama "recurrencia de deslizamiento predecible" (fig 1-c). En los dos casos, los esfuerzos inicial y final varían con el tiempo y no presentan ninguna regularidad.

El modelo de tiempo predecible ha sido aplicado en tres sitios diferentes de una placa que convergen en el arco de Japón. Un modelo similar al anterior, desarrollado por Bufe et al [16] para sismos pequeños se ha aplicado a la falla de Calaveras en California.

El patrón de ocurrencia de sismos, llamado de recurrencia de deslizamiento predecible, se ha modelado como un proceso de renovación de Markov [17]. En este modelo se supone que el esfuerzo se acumula por un periodo aleatorio de tiempo hasta que ocurre un sismo. El tamaño de un temblor está gobernado por la liberación del esfuerzo y es función del tiempo transcurrido desde el evento precedente inmediato. Además,

el tamaño del evento precedente no afecta ni al tiempo de ocurrencia ni el tamaño del siguiente evento. También el modelo se caracteriza por la hipótesis de que el esfuerzo liberado en un sismo es proporcional al tiempo transcurrido desde el último evento y considera que los tiempos de interarribo de eventos, están distribuidos de acuerdo a una distribución Weibull, a la cual corresponde una función de riesgo creciente con el tiempo. El modelo se aplicó a una parte de la trinchera de América Central cerca de Oaxaca. Para segmentos pequeños (secciones de alrededor de 300 km) se encontró que las hipótesis del modelo son razonables, pero debido a la insuficiencia de datos no puede confirmarse con seguridad tal comportamiento. Sin embargo, al comparar los resultados obtenidos con los modelos de deslizamiento predecible y de Poisson, respectivamente, se observó que el de Poisson sobrestima la probabilidad de excedencia cuando el tiempo transcurrido desde el último evento es pequeño y la subestima cuando se ha tenido un periodo de quietud grande.

A pesar de que el modelo de deslizamiento predecible es un adelanto sobre los modelos comúnmente usados, aplicable en particular, a aquellas regiones en donde se presentan grandes eventos poco frecuentes, no reproduce completamente el patrón sísmico de una región. Lo mismo puede decirse del modelo de tiempo predecible. Por tanto, una formulación más general debe incluir las posibles variaciones del esfuerzo (deslizamiento), su tasa de acumulación respecto al tiempo, divergencias entre el comportamiento de deslizamiento o tiempo predecible y la dependencia espacial entre eventos.

Finalmente, otros modelos desarrollados son del tipo de disparo de actividad (trigger models) y se han propuesto para tomar en cuenta las variaciones en el comportamiento de los modelos poissonianos, debido a que los análisis estadísticos de las frecuencias de sismos revelan correlaciones entre el número de eventos en intervalos de tiempo sucesivos y que el valor del índice de dispersión de Poisson sugiere el agrupamiento de eventos [12]. Este tipo de modelos son esencialmente procesos de Poisson compuestos y se basan en las siguientes hipótesis:

- a) Ocurre un evento o disparo inicial según un proceso homogéneo de Poisson
- b) Los grupos de eventos son disparados por un evento inicial

- c) El tamaño de los grupos son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas
- d) La probabilidad de que un evento ocurra en el tiempo  $t$  después de un disparo está dada por alguna distribución

Este tipo de modelos se han empleado para representar catálogos de sismos, así como eventos principales seguidos de réplicas. En efecto, en el modelo de Vere-Jones y Davies [18], los agrupamientos pueden representar eventos premonitorios pequeños así como secuencias de réplicas. En la ref 19, Vere-Jones aplica modelos más generales para representar procesos de sismicidad local y los calibró contra los registros de actividad sísmica en Nueva Zelanda. Los modelos propuestos en la citada referencia se basaron en los modelos de Neyman-Scott y Bartlett-Lewis los que suponen que los sismos ocurren en grupos y que el número de eventos en cada grupo es estocásticamente independiente en su origen de tiempo. En el modelo de Neyman-Scott se supone que el proceso de agrupamiento es estacionario y de Poisson y el de Bartlett-Lewis es un caso especial del modelo anterior en donde cada grupo es un proceso de renovación iniciado por un centro de agrupamiento y que termina después de un número finito de renovaciones.

Al comparar los resultados de los modelos desarrollados en la ref 19 (del tipo exponencial y del tipo de ley de potencia) con los datos para secuencias de sismos no profundos, Vere-Jones encontró que los modelos gobernados por una ley de potencia tuvieron un mejor comportamiento que los del tipo exponencial. Además, también concluye que el modelo de ocurrencia en grupo (agrupamiento) de sismos para eventos superficiales en Nueva Zelanda es razonable debido a que conduce a resultados que concuerdan con los catálogos de datos disponibles.

Sin embargo, cuando la profundidad a la que ocurren los eventos es grande, la situación descrita previamente se modifica radicalmente a tal grado que es raro que para profundidades intermedias y grandes se dé un agrupamiento de sismos. Por esta razón, el estudio de la ocurrencia de estos eventos a profundidades grandes, exige el estudio de modelos más complicados.

En la ref 20 se describe otro modelo para estudiar el agrupamiento de eventos, el cual es un caso particular del de Neyman-Scott. Se considera que el número de eventos por grupo está distribuido de acuerdo

con la ley de Pareto discreta y al aplicarlo, empleando el criterio de máxima verosimilitud, a los 35000 sismos registrados por la USCGS de 1971 a 1978, se encontró que el modelo representa razonablemente bien tanto la distribución del número de sismos en intervalos de un día como el índice de dispersión. Sin embargo, para agrupamientos de no más de un día, el modelo falla para representar la función de autocorrelación del número de movimientos diario para pequeños retrasos de tiempo.

## 2.2 Tipos de incertidumbre

En los modelos que se proponen para estimar el riesgo en sistemas contruidos por el hombre se presentan ciertos tipos de incertidumbre. Las que aquí se describen son sólo algunas de las que pueden ocurrir. A veces son importantes y a veces no. En efecto, en ingeniería sísmica, las propiedades de la estructura y las distribuciones de las perturbaciones características son inciertas, en el sentido de que se asignan distribuciones de probabilidad a las perturbaciones y tales distribuciones tienen parámetros que a su vez son inciertos y por ello también se les asignan distribuciones de probabilidad. Las propiedades de los sistemas sujetos a riesgo también pueden considerarse inciertas. Para nuestro caso de interés, las incertidumbres descritas se pueden dividir en tres grupos [21] :

- 1) Variaciones aleatorias en los efectos estructurales de las perturbaciones con respecto a sus efectos calculados, debidas a incertidumbre en las características de las perturbaciones. No hay correlación entre perturbaciones.
- 2) Discrepancias casuales entre las propiedades estructurales reales y las calculadas. Se considera que las variables de este grupo permanecen constantes para una misma estructura mientras ésta no se reconstruya, aun si se la repara cuando ha sido dañada, pero que pueden cambiar al reconstruir la estructura y no hay correlación de una estructura a otra.
- 3) Desviaciones inciertas más sistemáticas respecto a los efectos

calculados de una perturbación, debidas a la ignorancia acerca de la naturaleza de los fenómenos en cuestión y a discrepancias sistemáticas entre las propiedades estructurales reales y las calculadas. Tales desviaciones pueden tomarse como independientes del tiempo, pero debe considerarse su posible dependencia de la intensidad de la perturbación.

Se trabajará con las distribuciones de probabilidad de las variables del tercer grupo que deben actualizarse por medio de la estadística bayesiana a la luz de la ocurrencia de sismos y del comportamiento estructural.

Si las perturbaciones son sismos el primer grupo de variables aleatorias comprende las diferencias en las correlaciones entre las características en la estación y en la fuente en terreno firme de un sismo a otro, así como el cociente de las ordenadas espectrales a sus valores esperados para un conjunto dado de parámetros del movimiento del terreno en la estación. El segundo grupo cubre la masa estructural, el amortiguamiento y las curvas fuerza-deformación. En el último grupo se incluyen los errores en el cálculo de la sismicidad, efectos sistemáticos en la micro-regionalización incierta (los cuales son importantes en suelo blando con propiedades dinámicas inciertas), errores en la estimación de costos iniciales, costos de falla y de la tasa de actualización; además, los factores profesionales tales como imprecisión en los criterios de falla y en las fórmulas empleadas para analizar la respuesta de la estructura.

### 2.3 Costos esperados de daños

Para determinar las expresiones que permitan calcular los costos esperados de daños, considérese un proceso de renovación definido por la función de distribución de probabilidad del tiempo al primer evento  $F_1(t)$  y por la función de distribución de probabilidad del tiempo entre eventos,  $F(t)$ . Sea  $f_1 = dF_1/dt$  y  $f = dF/dt$ . Si se cuenta el tiempo desde que se inicia la construcción hasta que se termina y si se desprecia la probabilidad de falla durante la construcción, entonces cada

vez que ocurre un sismo la estructura tiene una probabilidad  $P$  de fallar y una  $Q = 1-P$  de sobrevivir. Considérese que  $A$  es el monto de las pérdidas esperadas en caso de falla y  $\gamma$  la tasa de descuento (actualización).

La función de densidad de probabilidad del tiempo a la primera falla es [20,21]

$$g_1(t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) P Q^{n-1} \quad (1)$$

en donde  $f_n$  es la función de densidad de probabilidades del  $n$ -ésimo evento; se define recursivamente como

$$f_{n+1}(t) = \int_0^t f_n(t-\tau) f_1(\tau) d\tau \quad (2)$$

Al aplicar la transformada de Laplace a la ec 1 esta puede escribirse como

$$g_1^*(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} P Q^{n-1} f_1^*(\theta) f_1^{*n-1}(\theta) \quad (3)$$

en donde el segundo miembro es una serie geométrica cuya suma es

$$g_1^* = \frac{P f_1^*(\theta)}{1 - Q f_1^*(\theta)} \quad (4)$$

Si se designa por  $g_n(t)$  a la función de densidad de probabilidad del tiempo a la falla  $n$ -ésima, entonces el valor actual de las pérdidas esperadas, que se representa por  $D$ , cuando la estructura se repara o reconstruye sistemáticamente después de cada falla, es

$$D = A \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-\gamma t} g_n(t) dt \quad (5)$$

Aquí  $A$  representa las pérdidas en caso de colapso. Al aplicar la transformada de Laplace, la ecuación se convierte en

$$D = A \sum_{n=1}^{\infty} g^*(\gamma) q^{*n-1}(\gamma) \quad (6)$$

que también es una serie geométrica con  $a=g^*(\gamma)$  y  $q=g^*(\gamma)$ ; luego

$$D = \frac{A g^*(\gamma)}{1 - g^*(\gamma)} \quad (7)$$

en donde

$$E_{n+1}(t) = \int_0^t E_n(t-\tau) g(\tau) d\tau$$

y

$$E^*(\theta) = \frac{P f^*(\theta)}{1 - \theta f^*(\theta)} \quad (8)$$

Debe señalarse que  $g(t)$  es la función de densidad de probabilidad del tiempo entre fallas sucesivas. Si  $\theta = \gamma$ , la ec 7 resulta ser

$$D = \frac{A P f^*(\gamma)}{1 - f^*(\gamma)} \quad (9)$$

### 3. Evaluación de costos de daños esperados

Los modelos que se emplean en este trabajo son del tipo de renovación. En el capítulo anterior se obtuvieron las expresiones para costos esperados de daños sin hacer referencia al tipo de proceso de renovación empleado.

En este capítulo se obtienen las expresiones para costos esperados para procesos de renovación específicos: El de Poisson y un proceso en que los tiempos de espera entre eventos consecutivos tienen distribución gamma.

#### 3.1 Proceso de Poisson

Para procesos de Poisson se tiene que

$$f_1^N(\gamma) = f^N(\gamma) = \lambda_1 / (\lambda_1 + \gamma)$$

en donde  $\lambda_1$  es la tasa media de excedencia de una magnitud pequeña tal que los eventos menores no causen fallas. Entonces la ec 9 da lugar a

$$D = A P \lambda_1 / \gamma \quad (10)$$

Sea  $\lambda$  la tasa media de excedencia de una cierta magnitud para la cual la estructura seguramente falla y abajo de la cual seguramente sobrevive. Sea  $\Lambda = \lambda/\gamma$ , entonces  $P = \lambda/\Lambda$  y la ec 10 puede escribirse como

$$D = A \Lambda \quad (11)$$

Considérese ahora que la estructura tiene una serie de estados límite potenciales "en cascada" en el sentido de que pueden entrar en un orden fijo y que el último estado límite es el colapso. Supóngase que la resistencia sísmica  $R$  de la estructura es conocida y que  $P$  es la probabilidad de falla (colapso) cada vez que ocurre un temblor y que  $d$  es la esperanza del costo de daños para cada temblor. Sea  $D_1$  el costo de colapso y el costo esperado de daños cada vez que ocurre un temblor es  $d + P D_1$ .  $Q = 1 - P$  es la probabilidad de que la estructura sobreviva. Tanto  $d$  como  $P$  y  $Q$  son funciones de  $R$ .

Considérese que la estructura se repara cada vez que se daña. El valor presente de los costos esperados de daños hasta que ocurre el colapso es [23]

$$\begin{aligned} D &= \int_0^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) Q^{n-1} \left( \frac{d}{P} + D_1 \right) P e^{-\gamma t} dt \\ &= \left( \frac{d}{P} + D_1 \right) \int_0^{\infty} g_1(t) e^{-\gamma t} dt = \left( \frac{d}{P} + D_1 \right) g_1^*(\gamma) \end{aligned}$$

Como  $g_1$  es función de  $Q$  también lo será de  $R$ . Si ésta es incierta y la incertidumbre corresponde a una variable aleatoria del grupo 2, entonces

$$E(D) = E_2 \left\{ \left( \frac{d}{P} + D_1 \right) g_1^*(\gamma) \right\}$$

Si se supone que cada vez que ocurre un colapso la estructura se reconstruye y que la primera estructura tiene  $R = R_1$ ,  $P = P_1$ ,  $d = d_1$  y que la segunda tiene  $R_2$ ,  $P_2$ ,  $d_2$  y la  $i$ -ésima  $R_i$ ,  $P_i$  y  $d_i$ , entonces

$$D = \left( \frac{d}{P} + D_1 \right) \int_0^{\infty} g_1(t) e^{-\gamma t} dt +$$

$$\begin{aligned}
& + \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \sum_{n_1=1}^{\infty} \sum_{n_2=1}^{\infty} f_{n_1}(t_1) f_{n_2}(t_2) Q_1^{n_1-1} P_1 Q_2^{n_2-1} P_2 \left( \frac{d_2}{P_2} + D_1 \right) e^{-\gamma(t_1+t_2)} dt_1 dt_2 + \\
& + \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} \sum_{n_1=1}^{\infty} \sum_{n_2=1}^{\infty} \dots \sum_{n_n=1}^{\infty} f_{n_1}(t_1) \dots f_{n_n}(t_n) Q_1^{n_1-1} P_1 \dots Q_n^{n_n-1} P_n \left( \frac{d_n}{P_n} + D_1 \right) * \\
& * e^{-\gamma(t_1+\dots+t_n)} dt_1 \dots dt_n + \dots \quad (12)
\end{aligned}$$

En esta expresión el primer sumando es el valor presente de los costos esperados de todos los daños hasta la primera falla (incluyendo a ésta). El segundo sumando representa todos los daños después de la primera falla hasta la segunda, etc.

La ecuación anterior puede escribirse como

$$\begin{aligned}
D &= \left( \frac{d_1}{P} + D_1 \right) \int_0^{\infty} g_1(t) e^{-\gamma t} dt + \\
&+ \left( \frac{d_2}{P} + D_1 \right) \int_0^{\infty} g_1(t_1) e^{-\gamma t_1} dt_1 \int_0^{\infty} g_2(t_2) e^{-\gamma t_2} dt_2 + \dots + \\
&+ \left( \frac{d_n}{P} + D_1 \right) \int_0^{\infty} g_1(t_1) e^{-\gamma t_1} dt_1 \dots \int_0^{\infty} g_n(t_n) e^{-\gamma t_n} dt_n + \dots \quad (13)
\end{aligned}$$

Si  $u_i = \frac{d_i}{P} + D_1$  y  $g_i^* = \int_0^{\infty} g_i(t_i) e^{-\gamma t_i} dt_i$ ,

entonces la ec 13 da lugar a

$$D = u_1 g_1^* + u_2 g_2^* + \dots + u_n g_n^* \quad (14)$$

Si las  $R_i$ ;  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  son inciertas, estocásticamente independientes e idénticamente distribuidas entonces la ec 14 puede escribirse como

$$E(D) = E_2(wg_1^*) + E_2(g_1^*)E_2(wg_1^*) + \dots + E_2(wg_1^*)E_2(g_1^*)E_2^{n-2}(g_1^*) + \dots \quad (15)$$

donde  $E_2(\cdot)$  denota la esperanza con respecto a la distribución de las variables aleatorias del segundo grupo. La ec 15 se puede escribir como

$$E(D) = E_2(wg_1^*) + E_2(wg_1^*)E_2(g_1^*)(1 + E_2(g_1^*) + \dots + E_2^{n-2}(g_1^*) + \dots)$$

Los términos entre paréntesis forman una serie geométrica, entonces

$$E(D) = E_2(wg_1^*) + E_2(wg_1^*) \frac{E_2(g_1^*)}{1 - E_2(g_1^*)}$$

Sustituyendo el valor de  $w$  en esta ecuación, se tiene

$$E(D) = E_2\left[\left(\frac{d_i}{p_i} + D_1\right)g_1^*\right] + E_2\left[\left(\frac{d_i}{p_i} + D_1\right)g_1^*\right] \frac{E_2(g_1^*)}{1 - E_2(g_1^*)} \quad (16)$$

o bien

$$E(D) = E(D_1) E_2(g_1^*) + E(D_1) E_2(g_1^*) \frac{E_2(g_1^*)}{1 - E_2(g_1^*)} + E_2\left(\frac{d_i}{p_i} g_1^*\right) + E_2\left(\frac{d_i}{p_i} g_1^*\right) \frac{E_2(g_1^*)}{1 - E_2(g_1^*)} \quad (17)$$

la cual puede escribirse como

$$E(D) = E(D_1) \frac{E_2(g_1^*)}{1 - E_2(g_1^*)} + E_2\left(\frac{d_i}{p_i} g_1^*\right) + E_2\left(\frac{d_i}{p_i} g_1^*\right) \frac{E_2(g_1^*)}{1 - E_2(g_1^*)} \quad (18)$$

Para pasar de la ec 16 a la ec 18 se tomó en cuenta que el costo esperado del colapso no depende de las variables del grupo 2, mientras que

los costos esperados de los daños cuando no hay colapso si dependen de estas variables.

Si los parámetros que definen a la sismicidad son inciertos, entonces se debe tomar la esperanza del lado derecho de la igualdad de la ec 18 con respecto a las variables del grupo 3.

En efecto,

$$D = D_1 + D_d$$

$$D_1 = \frac{A P f_1^*(\gamma)}{1 - f_1^*(\gamma)} \quad (19)$$

y

$$D_d = \frac{A_{d1} (1 - f_1^*(\gamma)) + A_{d2} f_1^*(\gamma)}{1 - f_1^*(\gamma)} \quad (20)$$

Si  $E_2(g_1^*)$  y  $E_2(g^*)$  son las esperanzas con respecto a las variables del grupo 2, de las transformadas de Laplace de las funciones de densidad de probabilidad marginales del tiempo de la primera falla y del tiempo entre fallas sucesivas respectivamente, entonces

$$E_2(g_1^*(\theta)) = f_1^*(\theta) E_2 \left\{ \frac{P}{1 - Q f_1^*(\theta)} \right\}$$

$$E_2(g^*(\theta)) = f^*(\theta) E_2 \left\{ \frac{P}{1 - Q f^*(\theta)} \right\}$$

Si se supone que  $g^*$  no cambia con la reconstrucción, entonces, al tomar la esperanza con respecto a las variables del grupo 3, resulta

$$D_1 = \bar{A} E_3 \left\{ \frac{E_2(g_1^*(\gamma))}{1 - E_2(g_1^*(\gamma))} \right\} \quad (21)$$

$$D_d = E_3 \left\{ \frac{E_2(A_{d1} (1 - g^*(\gamma)) + A_{d2} g^*(\gamma))}{1 - E_2(g^*(\gamma))} \right\} \quad (22)$$

Para el caso del proceso de Poisson las ecs 19 y 20 dan lugar a

$$D_1 = \bar{A} E_0(\delta) \quad (23)$$

$$D_2 = E_2(B \delta) \quad (24)$$

donde

$$\delta = \frac{E_2(\mu)}{1 + E_2(\mu)} \quad (25)$$

$$\mu = \frac{E_1(\Lambda)}{1 + E_1(\Lambda)}$$

$$\bar{A} = E_{120}(A)$$

$$B = - \int_0^x \left( \frac{\Lambda u}{\Lambda} \right) E_2 \left\{ b \left( \frac{u}{X} \right) \right\} du$$

Si la condición de falla es que la intensidad  $Y$  es mayor que una resistencia dada,  $y_R$ , entonces

$$\mu = v(y_R) / (\gamma + v(y_R))$$

en donde

$$\delta = \frac{E_2(v / (\gamma + v))}{1 - E_2(\gamma / (\gamma + v))} \quad (26)$$

y

$$v = v(y_R)$$

Las ecs 21 a 25 pueden evaluarse por integración numérica. También puede usarse una aproximación de segundos momentos o para procesos de Poisson, la hipótesis de que  $\lambda$  tiene distribución lognormal.

Ahora bien,  $\lambda$  es la tasa de ocurrencia de intensidades mayores que las que resiste la estructura que en lo que sigue llamaremos  $v(y)$ , enton-

ces  $\Lambda = v(y)/\gamma$ .

Para determinar el valor de  $v(y)$  se recurre a estudios y modelos de sismicidad local y regional debido principalmente a los pocos registros disponibles en el lugar de interés. Así, si  $\lambda(M)$ , función de posición, representa el número medio de temblores con magnitud mayor que  $M$  generados por unidad de volumen y de tiempo es posible determinar  $v_0(y)$  que es el número medio de temblores por unidad de tiempo, que ocurren en el sitio de interés con una intensidad calculada mayor que  $y$ , i.e.,

$$v_0(y) = \int_V \lambda(M(R,y)) dV \quad (27)$$

Las funciones magnitud-recurrencia se pueden expresar como [24]

$$\lambda(M) = \alpha e^{-\beta M} (1 - e^{-\gamma(M_u - M)}) \quad ; \quad M < M_u \quad (28)$$

$$= 0 \quad ; \quad M > M_u$$

donde  $\alpha, \beta, \gamma$  y  $M_u$  son parámetros cuyos valores dependen de la zona en estudio. Los dos primeros pueden estimarse en primera aproximación a partir de datos sísmo-tectónicos y geológicos, mediante comparación con los valores que se tengan para zonas similares.  $M_u$  es la cota superior de las magnitudes que pueden generarse en una fuente sísmica que se encuentre dentro de la zona de influencia del sitio específico en estudio; el parámetro  $\gamma$  controla el comportamiento de los valores de  $\lambda(M)$  cercanos a  $M_u$ .

Las relaciones de atenuación de intensidades son usualmente de la forma

$$y = b_1 e^{b_2 M} (R + R_0)^{-b_3} \quad (29)$$

donde  $b_1, b_2, b_3$  y  $R_0$  son parámetros constantes que resultan del ajuste de curvas a conjuntos de datos experimentales. Estos parámetros corresponden a registros obtenidos a distancias mayores de 50 km. La ec 29 no da resultados aceptables para aceleraciones máximas del terreno en el campo cercano ya que da una variación exponencial con la magnitud

mientras que en realidad no es muy sensible a la magnitud.

Si se propone  $b_2 = A + B R / (C + R)$  se obtiene una variación más lenta de  $y$  con  $M$  para valores pequeños de  $R$ .  $A$ ,  $B$ , y  $C$  son constantes. La ecuación 29 da resultados aceptables si  $y$  representa desplazamientos máximos o cantidades fuertemente correlacionadas con los componentes de periodo largo del movimiento del terreno. Para velocidades la situación es intermedia.

Se presenta el siguiente desarrollo con el fin de obtener la función  $v(y)$  cuando se tiene una fuente sísmica de volumen  $\Delta V$  que dista  $R$  unidades del sitio de interés (fig 2).

De la ec 29 se tiene que

$$M = \frac{1}{b_2} \ln \left( (R + R_0)^{b_2} y / b_1 \right)$$

Al sustituir este resultado en la ec 29 resulta

$$\begin{aligned} \lambda(M) &= \alpha e^{-(\beta/b_2) \ln \left( (R + R_0)^{b_2} y / b_1 \right)} \left\{ 1 - \right. \\ &\quad \left. - e^{-\gamma(M - (1/b_2) \ln \left( (R + R_0)^{b_2} y / b_1 \right))} \right\} \\ &= \gamma e^{\ln \left( (R + R_0)^{b_2} y / b_1 \right)^{-\beta/b_2}} \left\{ 1 - \right. \\ &\quad \left. - e^{-\gamma M + \ln \left( (R + R_0)^{b_2} y / b_1 \right)^{\gamma/b_2}} \right\} \\ &= e^{-\ln \left( (R + R_0)^{b_2} y / b_1 \right)^{\gamma/b_2} + \ln \left( (R + R_0)^{b_2} y / b_1 \right)^{\gamma/b_2}} \\ &= \alpha b_1^{\gamma} (R + R_0)^{-\gamma} y^{-\gamma} \left\{ 1 - \right. \\ &\quad \left. - \left( (R + R_0)^{b_2} y / b_1 \right)^{\gamma/b_2} / \left( (R + R_0)^{b_2} y / b_1 \right)^{\gamma/b_2} \right\} \\ &= \alpha b_1^{\gamma} (R + R_0)^{-\gamma} y^{-\gamma} \left\{ 1 - \left( \frac{y}{y_1} \right)^{\frac{\gamma}{b_2}} \right\} \end{aligned}$$

donde

$$r = \beta/b_2$$

$$q = b_2 \beta / b_2 = b_2 r$$

$$e = \gamma/b_2$$

$$M_u = \frac{1}{b_2} \ln \left( (R + R_0)^{b_2} y_1 / b_1 \right)$$

$$y_1 = b_1 e^{b_2 M_u / (R + R_0)^{-b_2}}$$

La contribución de una fuente sísmica de volumen  $\Delta V$  a la función  $v(y)$  en un sitio que dista  $R$  km de la fuente es igual a  $\Delta v_c(y)$  dada por la siguiente ecuación

$$\Delta v_c(y) = \alpha b_1^r (R + R_0)^{-q} \Delta V y^{-r} \left\{ 1 - \left( \frac{y}{y_1} \right)^e \right\} \quad ; y \leq y_1 \quad (30)$$

$$= 0 \quad ; y > y_1$$

El subíndice  $c$  que afecta a la  $v$  señala el hecho de que las intensidades cuya función de recurrencia está dada por esta ecuación no son intensidades reales, sino valores calculados a partir de magnitudes y distancias.

Cuando  $v_c(y)$  resulta de la contribución de más de una fuente sísmica elemental debe integrarse ambos miembros de la ec 30 con respecto a  $V$ . Es conveniente representar a la expresión que resulte para  $v_c(y)$  como la siguiente [24]

$$v_c(y) = K y^{-r} \left\{ 1 - \left( \frac{y}{y_1} \right)^e \right\} \quad ; y \leq y_1 \quad (31)$$

$$= 0 \quad ; y > y_1$$

donde  $y_1$  es el valor máximo de  $y$  que puede calcularse con la ec 29 adoptando para  $M_u$  y  $R$  la combinación más desfavorable en cada fuente sísmica y  $K$ ,  $r$  y  $e$  se obtienen mediante ajuste con la curva que resulte de integrar la ec 30 para diversos valores de  $y$ .

La ec 31 da lugar a relaciones menores que las reales debido a la incertidumbre en las leyes de atenuación, por lo que es necesario introducir una función correctiva que tome en cuenta la incertidumbre de

dichas leyes. En la ref 25 se propone un criterio para considerar tal corrección, que consiste en alterar la función dada por la ec 31 por ciertos factores. La expresión finalmente se convierte en

$$v(y) = K y^{-r} \left\{ \psi_1 - \psi_2 \left( \frac{y}{y_1} \right)^{\varepsilon} \right\} \quad (32)$$

donde

$$\begin{aligned} \psi_i &= e^{\frac{Q_i}{\sigma}} \left( 1 - \Phi \left( \frac{\ln u_i - a_i}{\sigma} \right) \right) \quad ; \quad i = 1, 2 \quad (33) \\ Q_i &= \frac{1}{2} \sigma^2 r_i^2 + m r_i \\ r_1 &= r \quad ; \quad r_2 = r - \varepsilon \\ u_i &= y/y_1 \\ a_i &= m + \sigma^2 r_i \end{aligned}$$

$m$  y  $\sigma$  son la media y desviación estándar del logaritmo natural del error de predicción de la ec 29 y  $\Phi$  es la función normal de distribución de probabilidades con media nula y varianza unitaria.

Puesto que interesa estudiar la influencia de la incertidumbre bayesiana relativa a sismicidad en las funciones de costos y beneficios, se ha encontrado que para el caso de proceso de Poisson, los costos de daños esperados, ec 23, dependen de  $v(y)$  la que esta dada por la ec 32. Sin embargo, la ec 26 depende de  $v(y)$  y en la ec 23,  $D_1$  depende de la esperanza de  $\delta$  con respecto a la distribución de las variables del grupo 3, es decir, de las que definen la incertidumbre asociada con  $K$ ,  $r$ ,  $\varepsilon$  y  $y_1$ . Pero  $K$ ,  $r$ ,  $\varepsilon$  y  $y_1$  dependen de  $C$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $Mu$ , cuya distribución conjunta puede definirse por un conjunto de valores discretizados

$$\alpha_i, \beta_j, \gamma_k \text{ y } Mu_l \quad ; \quad i = 1, 2 \quad ; \quad j = 1, 2 \quad ; \quad k = 1, 2, 3 \quad \text{y} \quad l = 1, 2$$

Esto da lugar a una distribución definida por 24 puntos, a cada uno de los cuales corresponde una cierta probabilidad, que en nuestro caso se supondrá conocida ( $p_n$ ;  $n = 1, 2, \dots, 24$ ). De aquí resulta que se tiene para cada combinación de  $(i, j, k, l)$  un valor de  $v$  para una  $y$  dada. Por tanto se tendrán 24 valores posibles de  $v(y)$  a cada uno de los cuales corresponde una de las  $p_n$  mencionadas anteriormente.

Sin embargo, en lugar de trabajar con los valores de  $\alpha_i$  se puede trabajar con los valores de  $K$  para lo cual si se supone que independien-

temente de  $r$ ,  $\epsilon$  y  $y_1$  se conoce con precisión  $v_c(y)$  para un valor pequeño ( $y_0$ ) de  $y$ , resulta que los valores de  $K$  no pueden suponerse independientes de los de  $r$ ,  $\epsilon$  y  $y_1$ . Al suponer que  $v_c(y)$  es conocido, para cada conjunto de valores de  $r$ ,  $\epsilon$  y  $y_1$  se puede obtener  $K$  despejándola de la siguiente ecuación

$$v_c(y_0) = K y_0^{-r} \left\{ 1 - \left(\frac{y_0}{y_1}\right)^\epsilon \right\}$$

Al tomar  $v_0 = 0.2$  para  $y_0 = 5$  cm/s, que es normal para un sitio de sismicidad media, se obtienen los valores de  $K$ . En la tabla 1 se muestran los valores de  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $M_1$ ,  $q$ ,  $\epsilon$ ,  $r$ ,  $K$  y sus correspondientes probabilidades. Los valores medios de  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $M_1$ ,  $\epsilon$ ,  $r$  y  $q$  y los valores de  $y_1$  y  $K$  en términos de los valores medios de los parámetros anteriores se dan en la tabla 2, tomando en cuenta que  $R=50$  y  $R_0=25$  km,  $b_1=32$ ,  $b_2=1$  y  $b_3=1.7$ .

De acuerdo con esto, en lugar de tener una distribución definida por 24 puntos se tiene una definida por 12 puntos.

Esto conduce a que los parámetros que se consideran en el estudio sean  $r$ ,  $\epsilon$ ,  $y_1$  y  $v_0$  y adicionalmente también se toma en cuenta la resistencia

de la estructura  $\bar{Y}_R$  definida en términos del valor medio de  $y_1$ .

Para determinar la influencia de la incertidumbre relativa a parámetros de sismicidad sobre la esperanza de los costos de daños, se consideró, por separado, la influencia relativa a cada parámetro y la influencia de sus valores medios. Tales parámetros pueden tratarse como deterministas o inciertos. En la tabla 3 se indican los valores que se emplearon en este trabajo.

En la tesis se consideró que tanto la sismicidad y la resistencia de la estructura podían ser deterministas o inciertas, es decir, se estudiaron los casos sismicidad determinista y resistencia de la estructura determinista (caso 1); sismicidad determinista y resistencia de la estructura incierta (caso 2); sismicidad incierta y resistencia determinista (caso 3) y sismicidad incierta y resistencia incierta (caso 4) Se analizó también el caso en que todos los parámetros de la sismicidad son deterministas o inciertos al igual que la resistencia de la estructura. En este caso se trabajó con la distribución conjunta de tales parámetros.

Los resultados de los casos estudiados para todos los parámetros se muestran en las figs 3 a 22.

En las figs 23 a 26 se muestran los resultados cuando se trabaja con la distribución conjunta de los parámetros del modelo de sismicidad. Para el parámetro  $r$ , según las figs 3 y 4, el caso más desfavorable tanto para  $\gamma = 0.05, 0.2$  como para  $\sigma = 0.3, 0.6$  es el caso 4 y el menos desfavorable el caso 1. Los casos 2 y 3 son intermedios. Esto indica que las pérdidas mayores se presentan cuando la resistencia de la estructura y la sismicidad son inciertas. De la fig 3 también puede señalarse que al comparar los casos 1 y 2 se tiene que el último tiene pérdidas 722 veces más grandes que el primero para resistencias grandes y para resistencias pequeñas ese valor es sólo de 1.37 veces, esto significa que tiene un fuerte peso en los costos de daños de falla el considerar si la resistencia de la estructura es determinista o incierta. Factores similares se encuentran entre los casos 3 y 4. Al comparar los casos 1 y 3 y 2 y 4 se observa de la fig 3 que al considerar incertidumbre en la sismicidad aumentan los costos de daños en un 50% en los dos casos para resistencias grandes y en 17% y 9%, para resistencias pequeñas, respectivamente. De aquí puede concluirse que para el parámetro  $r$  influye más si la resistencia de la estructura es incierta o determinista. Adicionalmente se tiene que los costos de falla son menores entre más grande sea la tasa  $\gamma$  de actualización del capital.

De acuerdo con las figs 4 y 5 puede decirse que al aumentar  $\sigma$  (desviación estándar del logaritmo natural del error de predicción de la ec 29), los costos de daños de falla se incrementan significativamente con respecto al caso en que  $\sigma = 0.3$ . Resultados similares a los de la fig 5 se obtienen si  $\gamma = 0.2$ .

En las figs 6, 7 y 8 se dan los resultados para el parámetro  $\lambda$  y se tiene que el caso más desfavorable es el 4 y el menos desfavorable el 1. Las diferencias entre los casos 1 y 3 y entre los casos 2 y 4 son pequeñas (del orden del 1%) cuando  $\lambda = 0.3$  y del 2.8% cuando  $\sigma = 0.6$ . Al igual que en el caso de  $r$ , los costos de daños de falla se incrementan significativamente cuando aumenta el valor de  $\sigma$ . Esto se muestra en la fig 8.

En las figs 9 a 14 se muestran los resultados cuando el parámetro  $\lambda$  toma los valores de 3.0 y 10.0. Los comentarios y observaciones a

estos casos son similares al caso  $\epsilon = 1.0$

En la fig 15 se muestran los resultados si  $\epsilon = 1.0, 3.0, 10.0$  y puede señalarse que los costos de daños de falla son mayores entre más grande sea el valor del parámetro  $\epsilon$ , siendo los costos 6 veces mayores en el caso  $\epsilon = 10.0$  que cuando  $\epsilon = 1.0$ . Las diferencias entre  $\epsilon = 10.0$  y  $\epsilon = 3.0$  son del orden de 3 veces para  $\sigma = 0.3$ . Si  $\sigma = 0.6$  (fig 16) las diferencias son del orden de 3 y 2 veces, respectivamente.

En las figs 17 a 19 se dan los resultados correspondientes al parámetro  $v_o$ . Se observa que los casos 1 y 3 son iguales lo mismo que los casos 2 y 4. Esto indica que la incertidumbre en  $v_o$  no influye en el cálculo de los costos de daños de falla, pero si la incertidumbre en la resistencia de la estructura. Los casos más desfavorables son el 2 y el 4.

En la fig 19 se muestran los resultados para  $\sigma = 0.3, 0.6$  y también se tiene que al aumentar  $\sigma$  los costos de daños de falla se incrementan significativamente.

Por lo que respecta al parámetro  $y_1$  se tiene que el caso más desfavorable es el 4 y el menos desfavorable el 1, asimismo, las diferencias entre todos los casos son mayores que las existentes para los otros parámetros. Esto se presenta a partir del valor de la resistencia de la estructura igual a  $2\hat{Y}_1$  (fig 20), tanto para  $\gamma = 0.05$  como para  $\gamma = 0.2$ . Si  $\sigma = 0.6$  los costos de daños de falla son mucho mayores que si  $\sigma = 0.3$  (fig 21).

En la fig 22 se dan los resultados para  $y_1$  considerando que  $\sigma = 0.3$  y  $\sigma = 0.6$  y  $\gamma = 0.05$ . Se puede observar las diferencias existentes entre los dos casos ( $\sigma = 0.3, 0.6$ ). Compárese, por ejemplo, el caso 1 y el 1'. Finalmente en lo que respecta al caso en que se trabaja con la distribución conjunta de los parámetros  $r, \epsilon, y_1$  y  $v_o$ , se usaron los valores medios de  $\beta, \gamma, M_u, \epsilon, r$  y  $q$  y los valores de  $y_1$  y  $K$  empleados están en función de los valores medios de esos parámetros y  $v_o$  está en términos de los valores de todos los parámetros señalados previamente. Los resultados obtenidos se muestran en las figs 23 a 26. Los casos ahí mostrados corresponden a las siguientes combinaciones: el I toma en cuenta que la sismicidad es determinista y la resistencia de la estructura es determinista ( $V_{VR} = 0.0$ ), el II corresponde a sismicidad determinista y resistencia de la estructura incierta ( $V_{VR} = 0.3$ ), el III a sismicidad determinista y resistencia incierta ( $V_{VR} = 0.5$ ) y el

IV a sismicidad determinista y resistencia de la estructura incierta ( $V_{VR} = 0.6$ ).

De las figuras 23 y 24 se observa que al considerar la incertidumbre en los parámetros de la sismicidad no aumenta el riesgo para todos los casos estudiados. Sin embargo, al incrementar el valor del coeficiente de variación de la resistencia de la estructura, el riesgo aumenta tanto para resistencias pequeñas y grandes (del orden del 50% a 238%). Además, el riesgo es mayor cuando la tasa de actualización  $\gamma$  es igual a 0.05 que cuando es igual a 0.2 (figs 25 y 26).

De los resultados mostrados se observa que el parámetro en el que se presentan las mayores diferencias en los costos de daños de falla para los casos estudiados, es el parámetro  $\gamma_1$ , por lo que es conveniente determinar con mayor precisión su valor medio y su coeficiente de variación.

### 3.2 Proceso de renovación con distribución gamma

Para procesos de renovación se ha obtenido que

$$D_1 = A E_0(\delta)$$

$$\delta = \frac{E_2(E_1^*(\gamma))}{1 - E_2(E^*(\gamma))}$$

$$E((E_1^*(\gamma))) = f_1^*(\gamma) E_2\left\{\frac{P}{1 - Q f^*(\gamma)}\right\}$$

$$E(E^*(\gamma)) = f^*(\gamma) E_2\left\{\frac{P}{1 - Q f^*(\gamma)}\right\}$$

donde  $P=U(y)/U_0$  ó  $P=U(R)/U_0$  y  $f_1^*$  es la transformada de Laplace de la función de densidad de probabilidades del tiempo al primer evento y  $f^*$  lo es para la función de densidad de probabilidades del tiempo entre eventos. Si la función de densidad de probabilidades del tiempo entre eventos es gamma, entonces

$$f_T(t) = \frac{\lambda}{\Gamma(k)} (\lambda t)^{k-1} e^{-\lambda t} \quad (34)$$

donde  $\lambda$  y  $k$  (positivos) son los parámetros de la función gamma y  $\Gamma(k)$  es la función gamma de  $k$ .

Se debe determinar la forma de las funciones  $f_1^*(\gamma)$  y  $f^*(\gamma)$  cuando el tiempo entre la ocurrencia de eventos tiene una función de probabilidades gamma. Con ese fin, supóngase que se conoce el tiempo transcurrido desde el último evento. Sea  $t_0$  el lapso entre el último evento y el instante en el que se supone se lleva a cabo la construcción,  $T_1$  el lapso entre el instante en que se lleva a cabo la construcción y el instante en que ocurre el siguiente evento y  $T$  el tiempo entre la ocurrencia de dos eventos consecutivos. Por tanto  $T = T_1 + t_0$ . Si se considera que  $t_0$  es el origen para los tiempos de ocurrencia futuros, entonces en lugar de trabajar con la función de densidad de probabilidades de  $T$  se trabajará con la correspondiente a  $T_1$ . Si se desconoce el instante en que ocurrió el último temblor antes de que se construyera la estructura de interés, entonces la función de densidad de probabilidades del tiempo de espera  $T_1$  entre el origen y la ocurrencia del primer evento difiere de la ec 34 y coincide [8] con el exceso de vida de un proceso de renovación para un valor arbitrario de  $t$  que tiende a infinito; la correspondiente función de densidad de probabilidades es

$$f_T(t) = \frac{1}{E(T)} (1 - F_T(t)) \quad (35)$$

donde  $F_T(t)$  es la función de distribución de probabilidades del tiempo entre eventos sucesivos.

Una función importante en decisiones bajo condiciones de riesgo sísmico es la de distribución condicional del tiempo adicional al siguiente evento, cuando se sabe que no han ocurrido eventos en un tiempo  $t_0$ . Si  $T_1 = t$ , entonces  $T = t + t_0$  y

$$f_T(t+t_0) = \frac{\lambda}{\Gamma(k)} (1 + \lambda t_0)^{k-1} e^{-\lambda(t+t_0)}$$

dado que

$$f_{T_1}(t) = f(t+t_0 | T > t_0),$$

luego resulta

$$f_T(t) = \frac{f_T(t+t_0)}{1 - F_T(t_0)} = \frac{\lambda}{\Gamma(k)[1 - F_T(t_0)]} [\lambda(t+t_0)]^{k-1} e^{-\lambda(t+t_0)}$$

La transformada de Laplace de  $f_T(t)$  está dada por

$$\begin{aligned} f^*(\gamma) &= \frac{k}{\Gamma(k)} \int_0^\infty t^{k-1} e^{-(\lambda+\gamma)t} dt = \\ &= \frac{1}{\Gamma(k)} \left(\frac{\lambda}{\lambda+\gamma}\right)^k \int_0^\infty (\lambda+\gamma) [(\lambda+\gamma)t]^{k-1} e^{-(\lambda+\gamma)t} dt \\ &= \frac{1}{\Gamma(k)} \left(\frac{\lambda}{\lambda+\gamma}\right)^k \Gamma(k) \end{aligned}$$

entonces

$$f^*(\gamma) = \left(\frac{\lambda}{\lambda+\gamma}\right)^k \quad (36)$$

Para  $f_{T_1}$  resulta

$$f^*(\gamma) = \frac{\lambda}{\Gamma(k)[1 - F_T(t_0)]} \int_0^\infty [\lambda(t+t_0)]^{k-1} e^{-\lambda(t+t_0)} e^{-\gamma t} dt$$

sea  $\tau = t+t_0$  ; si  $t = 0$  entonces  $\tau = t_0$

$d\tau = dt$  si  $t \rightarrow \infty$  entonces  $\tau \rightarrow \infty$

luego

$$\begin{aligned} f^*(\gamma) &= \frac{\lambda}{\Gamma(k)[1 - F_T(t_0)]} \int_{t_0}^\infty (\lambda\tau)^{k-1} e^{-\lambda\tau} e^{-\gamma(\tau-t_0)} d\tau \\ &= \frac{e^{\gamma t_0}}{1 - F_T(t_0)} \left(\frac{\lambda}{\lambda+\gamma}\right)^k \int_0^\infty \frac{(\lambda+\gamma) [(\lambda+\gamma)\tau]^{k-1} e^{-(\lambda+\gamma)\tau} d\tau}{\Gamma(k)} \\ &= \frac{e^{\gamma t_0}}{1 - F_T(t_0)} \left(\frac{\lambda}{\lambda+\gamma}\right)^k (1 - F_T(t_0)) \end{aligned}$$

Aquí  $T'$  tiene distribución gamma  $\Gamma(k, (\lambda+\gamma))$

$T$  tiene distribución gamma  $\Gamma(k, \lambda)$

Además, se sabe que (8)

$$1 - F_T(t_0) = \sum_{m=0}^k \frac{1}{m!} ((\lambda + \gamma)t_0)^m e^{-(\lambda + \gamma)t_0}$$

entonces

$$f_1^*(\gamma) = e^{\gamma t_0} \left(\frac{\lambda}{\lambda + \gamma}\right)^k \frac{\sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{m!} ((\lambda + \gamma)t_0)^m e^{-(\lambda + \gamma)t_0}}{\sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{m!} (\lambda t_0)^m e^{-\lambda t_0}}$$

$$f_1^*(\gamma) = \left(\frac{\lambda}{\lambda + \gamma}\right)^k \frac{\sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{m!} ((\lambda + \gamma)t_0)^m}{\sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{m!} (\lambda t_0)^m} = f^*(\gamma) \frac{\sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{m!} ((\lambda + \gamma)t_0)^m}{\sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{m!} (\lambda t_0)^m} \quad (37)$$

Puede verificarse fácilmente que si  $k=1$  y tomando en cuenta que  $\lambda = \nu k$  que  $f_1^*(\gamma) = \nu / (\nu + \gamma)$  que es la expresión obtenida para el proceso de Poisson.

Para trabajar con parámetros adimensionales sea  $u_0 = t_0 / \bar{T}$ ,  $\bar{T} = 1/\nu_0$  y  $\lambda t_0 = k u_0$  entonces la ec 37 puede escribirse como

$$f_1^*(\gamma) = \left(\frac{k}{k + \gamma/\nu_0}\right)^k \frac{\sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{m!} (k u_0 + \gamma u_0 / \nu_0)^m}{\sum_{m=0}^{k-1} \frac{1}{m!} (k u_0)^m} \quad (38)$$

Obtenidas las transformadas de Laplace para  $f_T(t)$  y  $f_{T_k}(t \mid T_k > 0)$  se sustituyen en la expresión para obtener los costos esperados de daños. Si  $k=1$  se trata del proceso de Poisson. Dado que la media y la varianza son  $E(T) = k/\nu$  y  $V(T) = 1/(k)^{2/2}$  respectivamente, entre más grande sea el valor de  $k$  la incertidumbre en los tiempos entre eventos será menor. En este trabajo se estudiarán los casos  $k=1, 2, 10$ .

Los valores de los otros parámetros involucrados aparecen en la tabla 4. Se analizaron todas las combinaciones posibles de todos los parámetros considerando que  $Y_R$ ,  $\nu$ ,  $\ell$ ,  $\gamma$  y  $r$  pueden ser deterministas o inciertos.

Los resultados obtenidos muestran que al mantener fijo el parámetro  $u_0$  y variar  $\nu_0$ , las utilidades negativas para valores dados de los pará-

etros  $r$ ,  $\varepsilon$ , y  $\gamma_1$  se incrementan cuando  $v_0$  pasa de 0.2 a 1.0. Además, cuando  $u_0$  varía de 0.0 a 1.0, las utilidades anteriores para esos mismos parámetros también se incrementan. Entonces al aumentar el valor de  $u_0$  y  $v_0$  también aumentan las utilidades negativas. Este comportamiento se observó tanto para  $k = 1$ , como para  $k = 2$  y  $k = 10$ , independientemente de los valores de  $\alpha$  y  $\gamma$  utilizados.

Para la combinación de valores  $\alpha=0.05$ ,  $k = 2$ , el caso más desfavorable para el parámetro  $r$  fue el caso 4 y el menos desfavorable el 1. Lo mismo sucede si ahora  $k = 10$ . Adicionalmente, las utilidades negativas son menores cuando mayor es el valor de  $k$ . Se observa lo mismo para el parámetro  $\varepsilon$  cuando este es igual a 1. Sin embargo si  $\varepsilon=3$ , el caso más desfavorable es el 2 y el menos desfavorable el 1. Las utilidades negativas disminuyen entre mayor sea el valor de  $k$ . Si  $\varepsilon=10$  se tiene el mismo comportamiento que para  $\varepsilon=3$ .

El parámetro  $\gamma_1$  fue el que presentó las mayores variaciones en las utilidades negativas. El caso más desfavorable fue el 4 y el menos desfavorable el 1. Al aumentar  $k$  disminuyen las utilidades negativas. Por último, para  $v_0$  los casos 1 y 3 y 2 y 4 resultaron ser iguales. El más desfavorable es el 2 y el menos desfavorable el 1. Sucede lo mismo si  $k = 10$ . También al aumentar  $k$  las utilidades decrecen.

Algunos de estos resultados se muestran en las figs 17 a 18.

Al comparar los resultados para los casos en que  $k= 1,2,10$  para las diferentes combinaciones de los parámetros se puede señalar lo siguiente.

Para el parámetro  $r$  con  $\alpha=0.3$  y  $v_0=0.2$ , las utilidades negativas varían poco de un caso a otro. Al fijar el parámetro  $v_0$  y variar  $u_0$  se tiene que los cocientes  $u_{k=1}/u_{k=2}$  y  $u_{k=1}/u_{k=10}$  son mayores a la unidad en un 6.3% y 12% respectivamente. Cuando  $v_0=0.5$ , los cocientes anteriores resultan ser iguales a 1.025 y 1.046 y si  $v_0=1.0$  son iguales a 1.013 y 1.023, respectivamente. El hecho de que estos cocientes se reduzcan al variar  $v_0$  indica que las utilidades negativas se incrementan cuando aumenta el valor de  $v_0$ .

Para el caso  $\varepsilon=1$ ,  $\gamma=0.05$  y  $v_0=0.2$ , los cocientes anteriores resultan ser en promedio iguales a 1.063 y 1.127. Al variar  $v_0$  de 0.5 a 1.0, la relación de utilidades fue de 1.025 y 1.046 y de 1.013 y 1.023, respectivamente, se observa el mismo comportamiento si  $\varepsilon=3,10$ . Puede observarse que los valores de la relación de utilidades son iguales a

las del parámetro  $r$ .

Para los parámetros restantes  $y_1$  y  $v_0$  los cocientes señalados arriba fueron iguales a 1.063 y 1.127 y 1.025 y 1.046 y 1.013 y 1.023, respectivamente.

Se debe señalar que para ciertos valores de la resistencia de la estructura y en algunos casos (resistencia incierta y sismicidad incierta, etc) los cocientes de las utilidades fueron menores a la unidad pero sin variaciones significativas (6% cuando más).

Comportamientos análogos se tienen si  $\gamma=0.05$ ,  $\sigma=0.3, 0.6$  y  $\gamma=0.2$ ,  $\sigma=0.3, 0.6$ .

Los resultados para la combinación de valores  $\gamma=0.05$ ,  $\sigma=0.3$  para todos los parámetros y para  $k = 1, 2, 10$ , se muestran en las tablas 5 a 16.

#### 4. Utilidad de reducir la incertidumbre

En este capítulo se desarrollan expresiones para calcular la utilidad esperada bajo condiciones de incertidumbre en los parámetros que definen la sismicidad. Se considera el caso en que la intensidad sísmica es incierta pero se conoce a priori su función de densidad de probabilidades y sus primeros dos momentos. Con el fin de reducir la incertidumbre en la intensidad, se llevan a cabo ciertos estudios cuyos resultados conducen a reducir su coeficiente de variación y a precisar su valor medio. Para ello se emplea la estadística bayesiana y para decidir sobre la posible conveniencia o inconveniencia de realizar tales estudios se efectúa el desarrollo coordinado del análisis terminal y preposterior. Esto permite estimar el impacto esperado de los estudios adicionales en la función de utilidad global.

Para simplificar este análisis se selecciona la función de densidad de probabilidad a priori de tal forma que la distribución a posteriori sea la conjugada de la distribución a priori; es decir, que la distribución a posteriori tenga la misma forma funcional que la correspondiente a la función a priori.

En la primera parte del capítulo se trata el caso del análisis

preposterior de decisiones de diseño sísmico con incertidumbre en la intensidad máxima posible y en la segunda se analiza el problema de estimar la utilidad de los estudios si se considera incierta la sismicidad.

#### 4.1 Análisis preposterior de decisiones de diseño sísmico con incertidumbre en intensidad máxima posible.

Se han empleado desde hace algún tiempo modelos de decisiones para diseño estructural que se basan en optimizar una función objetivo formada por costos iniciales, esperanzas de costos de mantenimiento, de costos de falla y de beneficios. En los Caps 2 y 3 se presentó el análisis del caso que cubre cargas aleatorias esporádicas incluyendo varios tipos de incertidumbre y se obtuvieron expresiones para los valores presentes de las consecuencias esperadas de daño y falla para el proceso de Poisson y para un proceso con distribución gamma. En esos casos algunas funciones se consideraron inciertas, debido al conocimiento imperfecto sobre el modelo del proceso estocástico que describe la actividad sísmica. Se supuso que las decisiones sobre reconstrucción no se afectarían por el nuevo conocimiento que se obtendría con respecto a esas funciones después de tomar la decisión original y la incertidumbre en las funciones señaladas se incluye tomando los valores esperados en los miembros donde aparecen las funciones mencionadas con respecto a las distribuciones probabilísticas de las posibles formas y parámetros que determinan a tales funciones.

Sin embargo, se presentan muchas dificultades al tratar de traducir a una escala única de utilidades los diversos componentes de naturaleza diferente del vector de pérdidas de un sistema estructural bajo la acción de sismos, en particular porque los valores asignados implícitamente a alguno de tales componentes en decisiones intuitivas no son independientes del riesgo afrontado [24], o porque la utilidad de una pérdida puede ser una función no lineal del valor numérico de dicha pérdida. Entre los criterios alternativos de decisión, están los que optimizan una función de utilidad bajo condiciones de máximo riesgo aceptable y aquellos que optimizan una función objetivo que incluye

las pérdidas que pueden traducirse fácilmente a utilidades y después establecen las inversiones adicionales que pueden hacerse a fin de reducir el riesgo relacionado con consecuencias no cubiertas por la función objetivo, como pérdidas de vidas humanas, prestigio de un gobierno, pánico, etc. Pero su aplicación en la práctica está condicionada a la posibilidad de obtener estimaciones numéricas del riesgo, así como de definir los valores aceptables del mismo y las inversiones marginales que se destinen a su reducción. Por tanto, independientemente del modelo de decisión que pretenda adoptarse, se deben hacer esfuerzos para entender la naturaleza de las incertidumbres que aparecen en la evaluación del riesgo y deben desarrollarse modelos para procesar tales incertidumbres de manera congruente.

Debido al hecho de que la información estadística es escasa, se recurre a métodos de la estadística bayesiana para contar con descripciones cuantitativas de la incertidumbre. La estadística bayesiana constituye una herramienta poderosa para decidir sobre la conveniencia de emprender estudios encaminados a obtener información adicional, mediante el desarrollo coordinado de análisis terminal y preposterior [5,24]; el primero se refiere a la toma de decisiones sobre la base de información dada y el segundo a la determinación del impacto esperado de estudios u observaciones adicionales en la función de utilidad global. Así, la magnitud del esfuerzo que debe hacerse para reunir información se decide comparando su costo esperado con su contribución esperada a la utilidad de decisión global.

Tanto en el análisis terminal como en el análisis preposterior se considera que se conoce la función de densidad de probabilidades a priori  $f_{\theta}(\theta)$  sobre los parámetros  $\theta$  desconocidos del proceso. Esta distribución se asigna con base en el criterio ingenieril, información previa, etc. Supóngase que se realiza un experimento y se obtiene un resultado  $z$  que consiste de  $n$  observaciones independientes del proceso

$$X_i = x_i ; \forall i=1, \dots, n$$

Por medio del teorema de Bayes se relaciona la función de densidad de probabilidades a posteriori  $f_{\theta}^*(\theta)$  con la función de densidad a priori y la función llamada de verosimilitud muestral [5]

$$f_{\theta}^*(\theta) = P(\theta | z) = P(\theta | X_1=x_1, \dots, X_n=x_n)$$

$$= N P(X_1=x_1, \dots, X_n=x_n | \theta) f_{\Theta}(\theta)$$

$$\text{ó} \quad f_{\Theta}''(\theta) = N L(\theta | x_1, x_2, \dots, x_n) f_{\Theta}(\theta)$$

en donde N es una constante que normaliza y donde la función de verosimilitud muestral L es la probabilidad de la muestra observada dado y

$$L(\theta | x_1, x_2, \dots, x_n) = P[(X_1=x_1) \cap (X_2=x_2) \cap \dots \cap (X_n=x_n) | \theta]$$

si las variables aleatorias son continuas e independientes, entonces

$$L(\theta | x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f_{X_i}(x_i | \theta)$$

Por tanto, al calcular la utilidad esperada se debe usar la distribución más actualizada de los parámetros, es decir

$$E(u | a) = \int E(u | a, \theta) f_{\Theta}''(\theta) d\theta \quad (39)$$

en donde a es una acción a seguir y  $\theta$  el valor del parámetro(s) de la fdp del proceso.

Ahora bien, se pueden ahorrar cálculos en el análisis terminal y análisis preposterior si se adoptan formas particulares para las distribuciones a priori. Esta forma de distribución a priori es la compatible con la función de verosimilitud muestral o como se le llama técnicamente, una conjugada de esta función. Esto trae como consecuencia que al seleccionar convenientemente la distribución a priori, la distribución a posteriori tiene la misma forma de la a priori. Es usual encontrar que los parámetros de la distribución a posteriori estén relacionados simplemente con los de la distribución a priori y con estadísticos simples de la muestra.

En las refs 5 y 26 se dan las distribuciones conjugadas para algunas funciones de distribución a priori. Debe aclararse que las distribuciones conjugadas no existen para todas las funciones de distribución a priori, sino solo para ciertos casos simples.

#### 4.1.1 Formulación de decisiones relacionadas con riesgo sísmico

Las utilidades de las decisiones en Ingeniería toman en cuenta los costos iniciales, los beneficios y los costos de daños o colapso. En Ingeniería sísmica los dos últimos términos corresponden a contribuciones que se generarán en el futuro. Sin embargo, en la mayoría de los casos las decisiones tomadas son tales que son más sensibles a las utilidades que pueden obtenerse a corto plazo que a aquellas que se obtendrían a largo plazo. Así, para poder comparar las utilidades que pueden obtenerse en diferentes instantes, deben actualizarse, es decir, convertirlas de sus valores nominales a valores que permitan al decisor tomar su equivalente, si es que en el momento de la decisión ese fuese su valor obtenido. Si una cierta cantidad de dinero  $C_0$  se invierte con una tasa de interés compuesto  $\gamma$  y se considera que la capitalización se toma de manera continua con el tiempo, la suma del capital inicial más los intereses en el tiempo  $t$ ,  $C_t$ , será igual a  $C_0 e^{\gamma t}$ . De manera inversa, si se tiene cierta utilidad nominal  $u(t)$  producida en el instante  $t$  tendrá un valor actualizado o un valor equivalente en el instante 0 igual a  $u(t)e^{-\gamma t}$ . La tasa de actualización  $\gamma$  se debe escoger de manera que tome en cuenta la tasa de interés nominal más el decrecimiento del valor real del dinero.

No obstante, en problemas de diseño sísmico las decisiones tomadas involucran posibles eventos cuyas consecuencias y utilidades no son fácilmente expresables en términos monetarios, ya sea porque los daños no puedan valuarse en unidades monetarias o porque el problema es no lineal en esos aspectos. Por tanto, es conveniente desarrollar escalas de utilidad que sean consistentes y que reflejen las preferencias de las decisiones tomadas. Se han sugerido algunos métodos para ayudar a tratar lo concerniente a la consistencia requerida [27] pero quizá la formulación de escalas de utilidad sigue siendo tan grande en comparación con aquellas tareas que intervienen en otras facetas de la actividad humana.

En lo que sigue se considera que la estructura que se proyecta tendrá una resistencia definida por  $y_r$ , expresada en las mismas unidades que la intensidad sísmica; el comportamiento de la estructura queda des-

crito por dos posibles estados: falla, no falla. El costo de falla, que representa el colapso de la estructura, se designa por  $D_0$ .

En el Cap 2 se mencionó que existen diversos modelos para estudiar la ocurrencia de sismos y sus características particulares, así como los tipos de incertidumbre a los que se enfrenta el ingeniero cuando trata con problemas de diseño sísmico y se dedujeron algunas expresiones para los costos esperados de daños.

En el Cap 3 se obtuvieron expresiones para valorar los costos esperados de daños si la ocurrencia de sismos se representa por medio de un proceso de renovación. Se estudiaron los casos de un proceso de Poisson y los de un proceso donde el tiempo de espera entre eventos consecutivos tiene distribución gamma.

Considérese ahora que la ocurrencia de sismos cuyas intensidades en un sitio son mayores que un valor dado puede representarse por un proceso homogéneo de Poisson. Se emplea este modelo para mantener la simplicidad matemática, a pesar de que los sismos generados en una zona cuyas magnitudes son mayores que un cierto valor no constituyen estrictamente un proceso de Poisson.

Sea  $v(y)$  el valor esperado del número de sismos que pueden generarse con una intensidad mayor que  $y$  en un sitio dado por unidad de tiempo. De acuerdo con la hipótesis de Poisson la distribución del tiempo de espera entre eventos sucesivos es exponencial [5] y su valor esperado, que se conoce como el periodo de retorno, es igual a  $[v(y)]^{-1}$ .

Si la estructura tiene una resistencia  $y_R$ , su probabilidad de falla durante un intervalo de tiempo  $t$  será igual a la probabilidad de que ocurra al menos un sismo con intensidad mayor que  $y_R$ , es decir

$$P_F(t | y_R) = 1 - e^{-v(y_R)t}$$

Esta ecuación también puede interpretarse como la probabilidad de que un evento equivalente con tiempo de espera para la ocurrencia de falla es menor que  $t$ , y también la ecuación anterior provee el valor de la función de distribución del tiempo de falla. Al derivar  $P_F(t | y_R)$  con respecto a  $t$  se obtiene la función de densidad de probabilidades

$$P_F(\text{ocurre la falla durante el intervalo } t, t+dt) = v(y_R) e^{-v(y_R)t} dt$$

que es la distribución exponencial

Supóngase ahora que cada vez que ocurre un colapso, se reconstruye inmediatamente una nueva estructura, idéntica a la original. La nueva información se incluye en  $v(y_R)$ , el número medio de fallas por unidad de tiempo. Así, el costo esperado de daños que pueden ocurrir en el intervalo  $t, t+dt$  será igual a  $D_0 v(y_R) dt$  y su valor actualizado  $D_0 v(y_R) e^{-\gamma t} dt$  y por tanto el costo esperado actualizado de todas las fallas que pueden ocurrir desde que se construye la estructura original puede calcularse por medio de la integral

$$E(D) = \int_0^{\infty} D_0 v(y_R) e^{-\gamma t} dt = \frac{D_0 v(y_R)}{\gamma} \quad (40)$$

El valor esperado actualizado de los beneficios puede obtenerse como

$$E(B) = \int_0^{\infty} b(t)L(t)e^{-\gamma t} dt \quad (41)$$

en donde  $b(t)$  es el valor esperado de los beneficios por unidad de tiempo y  $L(t)$  es la probabilidad de que la estructura esté en operación en el tiempo  $t$ . Si en el modelo se supone reconstrucción después de cada colapso,  $b(t)$  es constante y los beneficios que dejan de percibirse cuando la estructura se reconstruye se incluyen en  $D_0$ . Un estudio más completo sobre este problema debe incluir el análisis probabilista de los costos de daños después de cada sismo, así como del tiempo de espera para su reparación y de las pérdidas que se tienen al no estar en operación la estructura, considerando diferentes tipos de estructuras, diferentes modos de falla, niveles de daños, etc. Entonces la ec 41 da lugar a

$$E(B) = b/\gamma$$

En lo que sigue se considera que las decisiones se toman de acuerdo con el criterio de utilidad esperada máxima. La utilidad esperada puede tomarse como la suma algebraica de los valores esperados de todos los costos y beneficios actualizados

$$E(U) = E(B) - E(C) - E(D)$$

El término  $C$  incluye costo de construcción, diseño y estudios realiza-

dos.

Considérese que el modelo de riesgo sísmico está representado por

$$v(y) = \begin{cases} K(y^{-r} - y_1^{-r}) & ; \quad y \leq y_1 \\ 0 & ; \quad y > y_1 \end{cases} \quad (42)$$

donde  $y$  es intensidad sísmica y  $y_1$  su cota superior.

El objetivo es determinar la utilidad óptima, lo cual se logrará si la suma de  $E(D)$  y  $E(C)$  es mínima.

Sea la función objetivo

$$U = C_0(y_D) + K(y_D^{-r} - y_1^{-r})D_0/\gamma \quad ; \quad y_D \leq y_1 \quad (43)$$

donde  $C_0$  es el costo inicial dado por

$$C_0 = A_0 + A_1 y_D$$

y  $A_0$  es el costo que tendría la estructura si no se diseñara para resistir sismos,  $A_1$  es una medida de la tasa de incremento del costo inicial con respecto a la intensidad de diseño.

El valor de  $y_D$  que minimiza la ec 43 está dado por

$$\frac{dU}{dy} = 0 = A_1 - \frac{rKD_0}{\gamma} y^{-r-1}$$

sea  $\hat{y}$  la solución de esta ecuación, entonces

$$\hat{y} = \left( \frac{rKD_0}{A_1 \gamma} \right)^{1/(r+1)}$$

luego

$$\begin{aligned} y_D &= \hat{y} & \text{si} & \quad \hat{y} \leq y_1 \\ y_D &= y_1 & \text{si} & \quad \hat{y} > y_1 \end{aligned}$$

$y_D$  es la intensidad de diseño. Es claro que  $y_D$  se incrementa si  $\gamma$  o  $A_1$  decrecen y disminuyen si estos parámetros incrementan su valor.

Si se supone que  $y_1$  es incierta, debe asignársele una función de densidad de probabilidades. Sean  $\bar{y}_1'$  y  $V'$  su media y coeficiente de variación, respectivamente, y sea  $f'(\bar{y}_1'; y_1', V')$  su función de densi-

dad de probabilidades (fdp).

Teniendo en cuenta que  $v(y) = 0$  si  $y > y_1$ , para tratar el caso de  $y_1$  incierta, la ec 42 puede escribirse en términos de la función de Heaviside H como

$$v(y) = K(y^{-r} - y_1^{-r}) H(y_1 - y)$$

luego, la función objetivo toma la forma

$$\begin{aligned} U &= C_0(y) + \frac{KD_0}{\gamma} \int_0^{\infty} (y^{-r} - \eta^{-r}) H(\eta - y) f'_{y_1}(\eta) d\eta \\ &= C_0(y) + \frac{KD_0}{\gamma} y^{-r} \int_0^{\infty} H(\eta - y) f'_{y_1}(\eta) d\eta - \frac{KD_0}{\gamma} \int_0^{\infty} \eta^{-r} H(\eta - y) f'_{y_1}(\eta) d\eta \end{aligned}$$

como

$$H(\eta - y) = \begin{cases} 1 & ; \eta - y \geq 0 \\ 0 & ; \eta - y < 0 \end{cases}$$

entonces

$$U = C_0(y) + \frac{KD_0}{\gamma} y^{-r} \int_y^{\infty} f'_{y_1}(\eta) d\eta - \frac{KD_0}{\gamma} \int_y^{\infty} \eta^{-r} f'_{y_1}(\eta) d\eta$$

que puede escribirse como

$$\begin{aligned} U &= C_0(y) + \frac{KD_0 y^{-r}}{\gamma} \bar{F}_{y_1}(y) - \frac{KD_0}{\gamma} \bar{G}_{y_1}(y) \\ &= C_0(y) + (y^{-r} - E(y_1^{-r} | y_1 > y)) \frac{KD_0}{\gamma} \bar{F}_{y_1}(y_1) \end{aligned} \quad (44)$$

donde

$$\bar{F}_{y_1}(y) = \int_y^{\infty} f'_{y_1}(\eta) d\eta \quad (45)$$

$$\begin{aligned}\bar{G}_{y_1}(y) &= \int_y^{\infty} \eta^{-r} f'_{y_1}(\eta) d\eta = \bar{F}_{y_1}(y) \int_y^{\infty} (\eta^{-r} f'_{y_1}(\eta) / \bar{F}_{y_1}(y)) d\eta \\ &= F_{y_1}(y) E(y \mid y_1 > y)\end{aligned}\quad (46)$$

y  $E(y_1^{-r} \mid y_1 > y)$  es la esperanza condicional de  $y_1^{-r}$  sabiendo que  $y_1 > y$  y es función de  $y$ .

Si se considera que la fdp de  $y_1$  es lognormal, la esperanza condicional que aparece en la ec 46 puede calcularse analíticamente, pero no puede hacerse lo mismo para calcular el valor de  $y$  que optimiza a la ec 44.

Quedan dos posibilidades

- Calcular  $dU/dy$  a partir de la ec 44 sustituyendo las expresiones para  $\bar{F}_{y_1}$  y  $\bar{G}_{y_1}$  y obtener su raíz por el método de Newton
- Sustituyendo diversos valores de  $y$  en la ec 44 y observando para cuál de tales valores se alcanza el mínimo.

En este trabajo se aplica el procedimiento del inciso b) ya que lo que interesa es el valor mínimo de  $U$  y no el de  $y$  que lo minimiza.

Puesto que la fdp de  $y_1$  es lognormal, entonces

$$f'_{y_1}(y) = \frac{1}{((2\pi)^{1/2} \sigma y)} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\ln y - m}{\sigma} \right)^2}$$

y además

$$\begin{aligned}\bar{G}_{y_1}(y) &= \int_y^{\infty} \eta^{-r} f'_{y_1}(\eta) d\eta \\ &= e^{k_0} \left( \Phi \left( \frac{\ln m - y_0}{\sigma} \right) - \Phi \left( \frac{\ln y - y_0}{\sigma} \right) \right) \\ &= e^{k_0} \left( 1 - \Phi \left( \frac{\ln y - y_0}{\sigma} \right) \right)\end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}y_0 &= m - \sigma^2 r \\ k_0 &= 0.5 \sigma^2 r^2 - m r\end{aligned}$$

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} e^{-\frac{1}{2} y^2} dy$$

$\Phi(x)$  es la distribución normal y puede calcularse con las expresiones dadas por Rosenblueth (Apéndice B).

La ec 45 puede calcularse por medio de la distribución normal. En efecto

$$\begin{aligned} f_v(y) &= \frac{1}{y \sigma} f_u\left(\frac{\ln(y/m)}{\sigma}\right) \\ &= \frac{1}{y \sigma} f_u(u) \end{aligned}$$

donde 
$$u = \frac{1}{\sigma} \ln(y/m)$$

La función de distribución de probabilidades se puede valuar con más facilidad haciendo lo siguiente

$$\begin{aligned} F_v(y) &= P(Y \leq y) = P(\ln Y \leq \ln y) \\ &= \Phi\left(\frac{\ln y - m}{\sigma}\right) \\ &= \Phi(u) \end{aligned}$$

luego

$$\int_y^{\infty} \frac{1}{(2\pi)^{1/2} \sigma y} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln \eta - m}{\sigma}\right)^2} d\eta = 1 - \Phi(u)$$

con lo cual la ec 44 queda como

$$U - A_o = A_1 y + \frac{KD_o}{\gamma} \left\{ y^{-r} \left( 1 - \Phi\left(\frac{\ln y - m}{\sigma}\right) \right) - e^{k_o} \left( 1 - \Phi\left(\frac{\ln y - \hat{y}_o}{\sigma}\right) \right) \right\}$$

y normalizando con respecto a  $A_1 y_o$  se tiene que

$$\frac{U - A_o}{A_1 y_o} = \frac{y}{y_o} + \frac{KD_o}{A_1 y_o} \left\{ y^{-r} \left( 1 - \Phi\left(\frac{\ln y - m}{\sigma}\right) \right) - e^{k_o} \left( 1 - \Phi\left(\frac{\ln y - \hat{y}_o}{\sigma}\right) \right) \right\}$$

la cual puede escribirse como

$$u = \eta + \frac{KD_0}{A_1 y_0 r} \left\{ \bar{F}(z) y_1^{-r} - \bar{F}(z_2) e^{k_0} \right\} \quad (47)$$

donde  $u = (U - A_0)/A_1 y_0$  ;  $\eta = y/y_0$

$$\bar{F}_j(z_j) = 1 - \bar{F}(z_j) \quad ; \quad j = 1, 2$$

$$z_1 = (ln y - m)/\sigma$$

$$z_2 = (ln y_2 - m_2 + r \sigma^2)/\sigma$$

$$k_0 = 0.5 \sigma^2 r^2 - m r$$

#### 4.1.2 Caso en que $f'_{y_1}$ se modifica mediante estudios adicionales. Análisis preposterior

El objetivo que se persigue es determinar la utilidad de los estudios  $u_e$  que depende del coeficiente de variación a posteriori,  $V''_{y_1}$  (que está asociado con el costo de los estudios,  $C_e$ :  $V''_{y_1} = V''(C_e)$ ) y de la esperanza a posteriori de  $y_1$ :  $\bar{y}_1'' = E$ . Supóngase que se conoce  $V''_{y_1} = V''(C_e)$  para un programa dado de estudios pero no se sabe qué valor de  $\bar{y}_1'' = E$  resultará de dichos estudios. Por ello se trata a esta última como variable aleatoria y se le asigna como distribución la distribución a priori de  $y_1$

$$f_{\bar{y}_1''}(\eta) = f_{y_1}(\eta; \bar{y}_1', V'_{y_1}) \quad (48)$$

si  $\bar{y}_1''$  fuera conocida, podría obtenerse  $y_D$  optimizando la ec 47 usando para  $\bar{F}_{y_1}$  y  $\bar{G}_{y_1}$  las que resultaran del valor correspondiente de  $\bar{y}_1''$ , es decir, se obtendría  $y_D$  y al sustituir en la ec 47 se obtiene  $u_{min}(y_D | y_1'')$ .

Por eso la utilidad modificada teniendo en cuenta los estudios pero sin incluir el costo de estos se obtiene según la ecuación

$$u_e = \int_0^{\infty} u_{min}(y_D | \eta) f_{\bar{y}_1''}(\eta) d\eta \quad (49)$$

que es lo que se quería valuar.

De la ec 48 se tiene

$$f_{y_1}^{-1}(\eta) = \frac{1}{\sigma \eta (2\pi)^{1/2}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\ln \eta - \mu}{\sigma} \right)^2}$$

Para calcular la integral que aparece en la ec 49 es necesario determinar  $u_{\min}(y_D | \eta)$ , la que está en función de ciertos parámetros que para el caso en cuestión son

$$m_x = \ln \frac{E''(y_1)}{(1 + V_{y_1}''^2)^{1/2}} \quad ; \quad \sigma_x = \ln(1 + V_{y_1}''^2)^{1/2}$$

Además  $e^{k_0}$  puede escribirse como

$$\begin{aligned} e^{k_0} &= y_0^{-r} e^{r(\ln y_0 - m_x) + 0.5\sigma_x^2 r^2} \\ &= y_0^{-r} e^{r(\ln y_0 - \ln(E''(y_1)/(1+V_{y_1}''^2)^{1/2})) + 0.5\sigma_x^2 r^2} \\ &= y_0^{-r} e^{-r \ln(E''(y_1)/y_0(1+V_{y_1}''^2)^{1/2}) + 0.5\sigma_x^2 r^2} \end{aligned}$$

$$\text{y sea } k = \frac{KD_0 y_0^{-r-1}}{A_1 \gamma} \quad \text{y} \quad \gamma_1 = -r \ln(E''(y_1)/y_0(1+V_{y_1}''^2)^{1/2}) + 0.5\sigma_x^2 r^2$$

entonces la ec 47 puede escribirse como

$$u = \eta + k(\bar{\Phi}(z_1) \eta^{-r} - \bar{\Phi}(z_2) e^{Y_1}) \quad (50)$$

Para calcular  $u_{\min}$  se determinan los valores de  $y$  que satisfacen la derivada de la ecuación anterior igualada a cero y posteriormente se obtienen los valores de la utilidad asociados a dichos valores de  $y$ . Con ese fin sean

$$z_1 = \bar{\Phi}(z_1) \eta^{-r} \quad \text{y} \quad z_2 = \bar{\Phi}(z_2) e^{Y_1}$$

pero

$$\bar{\Phi}(z_j) = \int_{-\infty}^{z_j} (e^{-0.5y^2} / (2\pi)^{1/2}) dy$$

$$\bar{x}(z_j) = 1 - \bar{x}(z_j) \quad ; \quad j=1,2 \quad , \text{ entonces}$$

$$-\frac{d}{dz_j} \bar{x}(z_j) = \varphi(z_j) = -\frac{d}{dz_j} (1 - \bar{x}(z_j)) = \frac{d}{dz_j} \bar{x}(z_j)$$

$$\frac{d}{dz_j} \bar{x}(z_j) = e^{-0.5z_j^2/(2\pi)^{1/2}} \quad , \text{ luego}$$

$$\frac{d\zeta_1}{d\eta} = -r \eta^{-r-1} \bar{x}(z_1) - \varphi(z_1) \eta^{-r} \frac{d\zeta_1}{d\eta}$$

$$\frac{d\zeta_2}{d\eta} = -\varphi(z_2) \frac{d\zeta_2}{d\eta} e^{\gamma_1}$$

además

$$\varphi(z_1) = e^{-0.5((\ln(y_0 \eta) - m_x)/\sigma_x)^2} / (2\pi)^{1/2}$$

$$\varphi(z_2) = e^{-0.5((\ln(y_0 \eta) - m_x)/\sigma_x)^2} / (2\pi)^{1/2}$$

por tanto

$$\frac{d\zeta_1}{d\eta} = -r \eta^{-r-1} (1 - \bar{x}(z_1)) - \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \frac{\eta^{-r-1}}{\sigma_x} e^{-0.5(\ln(y_0 \eta) - m_x)/\sigma_x)^2}$$

$$= -r \eta^{-r-1} ((1 - \bar{x}(z_1)) + \frac{1}{(2\pi)^{1/2} \sigma_x r} e^{-0.5(\ln(y_0 \eta) - m_x)/\sigma_x)^2})$$

$$\frac{d\zeta_2}{d\eta} = -\frac{e^{\gamma_1}}{(2\pi)^{1/2} \sigma_x \eta} e^{-0.5(\ln(y_0 \eta) - m_x + \sigma_x^2 r)/\sigma_x)^2}$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \left( \frac{y_0 (1 + v^{-2})^{1/2}}{E(y_1)} \right)^r e^{-0.5(\ln(y_0 \eta) - m_x + \sigma_x^2 r)/\sigma_x)^2 + 0.5\sigma_x^2 r^2}$$

en consecuencia

$$u' = 1 + k(d\zeta_1/d\eta - d\zeta_2/d\eta)$$

Calculados los valores de  $\eta$  (en función de  $y$ ) se sustituyen en la ec 50 y se obtiene  $u_{\min}$ . Sin embargo, en la ec 49 aparece la función  $f_{y_1}(\eta)$ . Una posibilidad para trabajar con la fdp de  $\bar{y}_1$  es discretizarla en  $n$  puntos, en donde para cada valor  $E_1$  que puede tomar la va-

zarla en  $n$  puntos, en donde para cada valor  $E_i$  que puede tomar la variable aleatoria  $\bar{y}_1$  está asociada una probabilidad a posteriori  $p_i$ . Si se opta por una distribución bipuntual ( $n=2$ ), se pueden usar las expresiones dadas en el Apéndice A. Ahí  $m$  y  $\sigma$  son media y coeficiente de variación de la variable de interés, por tanto

$$\begin{aligned} m &= y'_1 \\ \sigma &= V'_{y_1} \bar{y}_1 \\ v &= V'_{y_1} (3+V'^2_{y_1}) \end{aligned}$$

con estos valores resulta

$$\begin{aligned} E_1 &= m + \xi_1 \sigma \\ E_2 &= m - \xi_2 \sigma \end{aligned}$$

donde

$$\xi_1 = 0.5v + (1+(0.5v)^2)^{1/2}$$

$$\xi_2 = \xi_1 - v$$

$$p_1 = \xi_2 / (\xi_1 + \xi_2) \quad ; \quad p_2 = 1 - p_1$$

Al tomar en cuenta estas consideraciones, la ec 49 se transforma en

$$\begin{aligned} u_e &= \sum_{i=1}^2 u_{\min}(y_D | E_i) p_i \\ &= u_{\min_1} p_1 + u_{\min_2} p_2 \end{aligned} \quad (51)$$

para calcular  $u_{\min}(y_D | E_i) = u_{\min_i}$  se toma en cuenta que para cada  $E_i$  se tiene [5]

$$m_i = \ln (E_i / (1 + V'^2_{y_1}))^{1/2}$$

$$\sigma_i = \ln (1 + V'^2_{y_1})^{1/2}$$

Para diversos valores de  $\eta$  se calcula la utilidad según la ec 50 y el mínimo de esos valores de la utilidad es  $u_{\min}$ . La utilidad de los

estudios se obtiene al sustituir los valores de  $u_{\text{mini}}$  en la ec 51. Finalmente, para el caso particular de  $y_1$  determinista,  $C=0$ ,  $V''_{y_1}=0$ , se tiene

$$\bar{u}(z_1) = \bar{u}(z_2) = 1$$

$$e^{y_1} = \eta_1^{-r}$$

y la ec 50 se convierte en

$$u = \eta + k(\eta^{-r} - \eta_1^{-r})$$

en donde

$$\eta_1 = y_1/y_0 \quad \text{y} \quad \eta = (K + r)^{1/(r+1)}$$

En la tabla 17 se presentan los resultados para el caso  $y_1$  incierta y se observa que para valores pequeños del parámetro  $k$  no conviene hacer estudios adicionales para reducir la incertidumbre, mientras que para valores grandes si conviene hacer estudios ya que las utilidades disminuyen al reducirse el coeficiente de variación de  $y_1$ . En la fig 29 se presentan las curvas para las utilidades correspondientes a  $V''_{y_1}=0.4$  y  $V''_{y_1}=0.3$ , respectivamente. Según se desprende de esta figura, es conveniente hacer estudios cuando  $k \geq 90$ . El hecho de que para  $k < 90$  la utilidad correspondiente a  $V''_{y_1}=0.3$  sea mayor que la obtenida para  $V''_{y_1}=0.4$  puede deberse al hecho del modelo de concentración bipuntual empleado, como también al hecho de utilizar el criterio de reconstrucción después de cada falla o posiblemente al modelo de sismicidad empleado (proceso de Poisson). Estos aspectos deben estudiarse en trabajos posteriores.

Según los criterios y modelos empleados, no vale la pena reducir  $V_{y_1}$  para ciertas condiciones ( $k < 90$ ).

Finalmente en la tabla 44 se muestran las utilidades asociadas al caso en que  $y_1$  es determinista (no se hacen estudios) y puede observarse que tales utilidades son siempre mayores a las obtenidas para el caso en que  $y_1$  es incierta, lo que indica que debe trabajarse con el segundo caso y de acuerdo a lo señalado en capítulos anteriores esta variable,  $y_1$ , es la que tiene más influencia en la obtención de utilidades esperadas en el estudio de riesgo sísmico.

#### 4.2 Influencia de estudios adicionales para reducir la incertidumbre en las tasas de ocurrencia de intensidades dadas

En la parte inicial de este capítulo se presentó un estudio sobre el análisis terminal y preposterior en teoría de decisiones. Se señalaron las dificultades que se tienen para definir escalas congruentes para valuar las utilidades esperadas. Se consideró el caso de que la ocurrencia de sismos se puede representar por un proceso homogéneo de Poisson y se dedujeron expresiones para determinar la utilidad esperada bajo el criterio de utilidad máxima esperada ante intensidad máxima posible considerando análisis preposterior.

En esta parte, se considera la influencia de realizar estudios adicionales para reducir la incertidumbre en las tasas de excedencia de intensidades dadas.

Se encontró previamente que

$$y_D = \left( \frac{K D_0^q}{A_1 \gamma} \right)^{1/(q+1)} \quad \text{si } y \leq y_1$$

y que la utilidad por optimizar se calcula con la expresión

$$U = A_0 + A_1 y_D + D_0 K y_D^{-q} / \gamma$$

Se ha supuesto que  $v(y) = K y^{-q}$  con  $K$  incierto y  $q$  determinista.

Sea  $v_0 = K y_0^{-q}$ , entonces,  $K = v_0 y_0^{-q}$  y además

$$y_D^{q+1} = D_0 K q / A_1 \gamma = D_0 v_0 y_0^q q / A_1 \gamma = D_0 v_0 y_0^{q+1} / A_1 y_0 \gamma$$

$$(y_D / y_0)^{q+1} = D_0 v_0 q / A_1 y_0 \gamma = (q v_0 / \gamma) (D_0 / A_1 y_0) = \rho \delta$$

donde

$$\rho = q v_0 / \gamma \quad ; \quad \delta = D_0 / A_1 y_0 \quad \text{y} \quad v_0 = \rho \gamma / q$$

luego

$$y_D / y_0 = (\rho \delta)^{1/(q+1)}$$

Al normalizar la utilidad con respecto a  $A_1 y_0$  se tiene.

$$\begin{aligned}
 U/A_1 y_0 &= (D_0/\gamma) (v_0 y_0^q y_D^{-q}/A_1 y_0) + (A_0/A_1 y_0) + y_D/y_0 \\
 &= \delta (v_0/\gamma) y_0^q y_D^{-q} + (A_0/A_1 y_0) + y_D/y_0 \\
 &= (y_D/y_0) (1 + \delta \rho (1/q) (y_D/y_0)^{-q-1}) + A_0/A_1 y_0 \\
 &= (\rho \delta)^{1/(q+1)} (q+1)/q + A_0/A_1 y_0 \\
 U/A_1 y_0 &= ((\rho v_0/\gamma) (D_0/A_1 y_0))^{1/(q+1)} (q+1)/q + A_0/A_1 y_0 \quad (52)
 \end{aligned}$$

Puesto que  $v_0$  depende de  $K$ , parámetro que es incierto, entonces  $v_0$  se trata como variable aleatoria. Considérese que se conoce la distribución bayesiana de  $v_0$ ;  $v_0 = K y_0^{-q}$  y se planea mejorarla.

Sea  $f'_{v_0}$  la fdp bayesiana inicial de  $v_0$ . Si se adopta para  $v_0$  la distribución conjugada de la de la Poisson,  $f'_{v_0}$  será gamma [5] con parámetros  $r'$  y  $t'$ , tales que  $E'(v_0) = r'/t'$  y  $V'(v_0) = 1/(r')^{1/2}$ .

Supóngase que se hacen estudios adicionales para mejorar la fdp bayesiana inicial y que la información que proviene de dichos estudios equivale a observar el proceso durante un tiempo adicional  $t$ , tal que mientras mayor sea  $t$  más cuestan los estudios y el problema es determinar el  $t$  que optimiza el proceso total que incluye las etapas de estudios, construcción inicial y fallas posibles. El resultado de tales estudios es incierto. Se presenta por medio de una variable aleatoria  $r$  que equivale al número aleatorio de eventos que ocurrirían durante el tiempo ficticio  $t$ .

Si  $v_0$  fuera conocida,  $r$  tendría distribución de Poisson; es decir,

$$P_r = e^{-v_0 t} (v_0 t)^r / r!$$

pero como  $v_0$  es incierta,  $r$  resulta con distribución negativa binomial [5]

$$P_r = \frac{(r + r' - 1)!}{r! (r' - 1)!} \left(\frac{t}{t + t'}\right)^r \left(\frac{t'}{t + t'}\right)^{r'} \quad (53)$$

Si el número de eventos observado de eventos es  $r$ , se puede demostrar

[5] que la distribución a posteriori  $f''_{v_0}$  de  $v_0$  es gamma con parámetros

$$E''(v_0) = (r + r') / (t + t')$$

y

$$V''(v_0) = 1 / (r + r')^{1/2}$$

El resultado de tales estudios es observar  $r$  eventos. Supóngase que tales estudios tienen un costo dado por  $C_e(t)$ . Lo único que se conoce de  $r$  es su función de densidad de probabilidades  $p_r$  (ec 52). Recuerdese que el objetivo es optimizar  $U$  según la ec 52. Si se hace  $\bar{v}_0 = E''(v_0)$  y se sustituye este valor en la ec 52, resulta que  $U$  será función de  $\bar{v}_0$  y ésta lo es de  $r$  y por tanto  $U$  es función de  $r$ .

Luego, la utilidad óptima está dada por

$$E(U) = \sum_{r=0}^{\infty} p_r U(r) \quad ; \quad r = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Si se hace esto para diversos valores de  $t$  se puede escribir incluyendo el costo de estudios

$$E(U | t) = \sum_{r=0}^{\infty} p(r | t) U(r) + C_e(t)$$

Al normalizar con respecto a  $A_1 y_0$  resulta

$$E(U/A_1 y_0 | t) = \sum_{r=0}^{\infty} p(r | t) (U(r)/A_1 y_0) + (U(E'(v_0))/A_1 y_0) k(t) \quad (54)$$

donde

$$k(t) = C_e(t)/U(E'(v_0)) \quad \text{y} \quad E'(v_0) = r'/t'$$

Si se hace que  $k(t) = K t$ , el problema es definir valores razonables de  $K$  para un estudio paramétrico.

En efecto, supóngase que estudios geológicos muy detallados corresponden a  $t=500$  a 1000 años y para que tenga sentido hacer estudios,  $C_e(t)$  debe ser pequeño en comparación con  $U_0(E'(v_0))$ ; esto implica que el riesgo que interesa corresponde al caso en que  $1000K$  ó  $500K$  son menores que 1, por ello se analizarán valores de  $K$  entre 0.000001 y 0.01. De lo anterior, la ec 52 puede escribirse como

$$U(r)/A_1 y_0 = ((qD_0/A_1 y_0 \gamma) (r + r')/(t + t'))^{1/(q+1)} (q+1)/q + A_0/A_1 y_0$$

y la ec 54 resulta

$$\begin{aligned} E(U/A_1 y_0 | t) = & \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(r + r' - 1)! / r! (r' - 1)!}{(t' / (t + t'))^r (t' / (t + t'))^{r'}} \\ & + \left\{ ((qD_0/A_1 y_0 \gamma) (r + r') / (t + t'))^{1/(q+1)} (q+1)/q + \right. \\ & + A_0/A_1 y_0 \left. \right\} + \left\{ ((qD_0/A_1 y_0 \gamma) r' / t')^{1/(q+1)} (q+1)/q + \right. \\ & \left. + A_0/A_1 y_0 \right\} K t \end{aligned}$$

Para optimizar la expresión anterior se trabajó con los siguientes valores de los parámetros

$$E(v_0) = 0.2 = r' / t' \quad , \quad \text{de donde} \quad t' = r' / 0.2$$

$$V_{v_0} = 0.3 = 1 / (r')^{0.5} \quad , \quad r' = 11.11 \quad \text{y} \quad t' = 55.55$$

entonces el conjunto de valores empleados es el siguiente

$$r' = 1, 2, 4, 11$$

$$t' = 5, 10, 20, 55$$

$$q = 2$$

$$\gamma = 0.05, 0.2$$

$$y_0 = 5 \text{ cm/s}$$

$$A_0/A_1 = 0.5$$

$$A_0/A_1 y_0 = 0.1$$

$$D_0/A_1 y_0 = 0.2, 1, 2$$

$$K = 0.000001, 0.00001, 0.0001, 0.001, 0.01, 0.000003, \\ 0.00003, 0.0003, 0.003, 0.03$$

Los resultados obtenidos se muestran en las tablas 17 y 19.

En la tabla 19 se muestran los resultados para el caso  $\gamma=0.2$ ,  $t'=55$ ,

$r'=11$ ,  $A_0/A_1 y_0=0.1$  y  $D_0/A_1 y_0=0.2$ .

Según la tabla se puede señalar lo siguiente. Para ciertas estructuras ( $K=0.000001, 0.000003$ ) el valor de  $t$  que optimiza el proceso correspon-

de a 500 y 400 años respectivamente. Para  $K=0.00001$ ,  $t=200$  años y si  $K=0.00001$ ,  $t=25$  años y si  $K \geq 0.00003$  no conviene hacer estudios, es preferible mantener la incertidumbre en los parámetros actuales.

El tomar  $D_0/A_1 y_0$  igual a 2.0 corresponde a que el costo del colapso es mayor que en el caso anterior; entonces, el valor de  $t$  que optimiza el proceso es igual a 500 años para algunas estructuras.

Si ahora  $\gamma=0.05$  en lugar de  $\gamma=0.2$ , el  $t$  óptimo es igual a 500 años ( $K=0.000001$ ) para  $D_0/A_1 y_0=0.2, 1, 2$ .

En la tabla 20 se indica el  $t$  óptimo para cada uno de los casos estudiados. Se puede señalar que a menor  $r'$  mayor es el  $t$  óptimo, lo cual es razonable, ya que a medida que  $r'$  decrece mayor es el coeficiente de variación de variación de  $v_0$  y por tanto, la incertidumbre es mayor. También puede verse que a medida que  $r'$  aumenta, los valores de  $K$  a partir de los cuales es conveniente hacer estudios disminuyen, lo que indica que es deseable efectuar tales estudios siempre que su costo sea pequeño en comparación con las utilidades de daños esperados del conjunto de estructuras en cuestión.

Finalmente, en la tabla 21 se muestran las utilidades de daños esperados asociadas a cada caso estudiado, para  $\gamma=0.2$  y  $D_0/A_1 y_0=0.2$ .

## 5. Análisis de resultados y conclusiones

La escasez de registros del movimiento del terreno durante temblores intensos obliga a acudir a datos indirectos para estimar el riesgo sísmico. Estos datos son los relacionados con la sismicidad local, es decir, con el modelo estocástico que describe la ocurrencia de sismos de distintas magnitudes y con diversas coordenadas focales en la vecindad del sitio de interés.

Debido a que las correlaciones que ligan las magnitudes de temblores y sus respectivas distancias con las características del movimiento del terreno incluyen una gran cantidad de variables, tales correlaciones poseen dispersión considerable. A las incertidumbres asociadas a éste fenómeno hay que agregar las que se presentan en la respuesta de la estructura. Estas incertidumbres se describieron en el Cap 2. Puesto que los modelos probabilistas propuestos previamente dependen de varios parámetros, la estimación de sus valores no puede basarse únicamente en registros estadísticos, sino que usualmente, se toma en cuenta información indirecta asociada principalmente a las características geotectónicas de la zona en cuestión, a estudios sobre la cantidad de energía que puede liberarse en sismos en una zona con características similares para las que se tienen mayores datos estadísticos. Por tan-

to, ante la necesidad de formular decisiones de diseño, es necesario contar con procedimientos que permitan asimilar eficientemente la información significativa procedente de diversas fuentes. Adicionalmente es necesario determinar la influencia que la incertidumbre en la estimación del riesgo debe tener en las decisiones. Esto se logra mediante el empleo de la estadística bayesiana. El resultado es un criterio de decisión que incluye tanto las incertidumbres asociadas a la ocurrencia de eventos de un proceso estocástico, al valor de los parámetros de dicho proceso y a las características y propiedades de la estructura. Las incertidumbres consideradas en este trabajo se describieron en el Cap 2.

Adicionalmente debe señalarse que con el fin de mantener la simplicidad matemática y con ello ser atractivos a la aplicación a problemas de ingeniería, los modelos probabilistas usualmente empleados, presentan limitaciones y deficiencias que pueden superarse al manejar modelos más sofisticados. Ello implicaría un mayor trabajo numérico.

En la tesis se analizó la influencia de la incertidumbre asociada a los parámetros que definen el modelo de sismicidad junto con la incertidumbre asociada a la resistencia de la estructura. A cada parámetro de dicho modelo se le asignó un valor medio con base en información publicada previamente y un coeficiente de variación que incluyera valores extremos.

En el Cap 3 se presentó el análisis de los siguientes casos: el caso 1 toma en cuenta que tanto la sismicidad como la resistencia de la estructura son deterministas, el caso 2 considera que la sismicidad es determinista y la resistencia de la estructura es incierta, en el caso 3 la sismicidad es incierta y la resistencia de la estructura es determinista y finalmente en el caso 4 tanto la sismicidad como la resistencia de la estructura son inciertas. Según los resultados obtenidos, se observó que la utilidad asociada a la incertidumbre en cada parámetro presenta variaciones significativas entre mayor sea la resistencia de la estructura. En general, las diferencias más grandes se presentaron entre los casos 1 y 4.

Para el parámetro  $r$ , en efecto, las diferencias entre los casos 1 y 4 fueron más grandes que aquellas que se encontraron para las distintas combinaciones de casos. Así mismo, al disminuir la tasa de actualización de capital se observó que los costos de daños esperados aumentan

(fig 3) y ello es así dado que este factor se encuentra en el denominador en la expresión para calcular los costos de daños. También se observa que al aumentar el valor de  $\sigma$  (logaritmo natural del error de predicción de la intensidad) los costos esperados de daños se incrementan significativamente (figs 4 y 5), lo que indica que el conocimiento que se tenga de la predicción de la intensidad tiene una gran influencia en el proceso estudiado.

De los resultados anteriores se concluye que el caso que presenta los costos esperados de daños más grandes fue el caso 4 con  $\sigma = 0.6$  y  $\gamma = 0.05$  y el caso 1 con  $\sigma = 0.3$  y  $\gamma = 0.2$  fue el caso con menores costos de daños.

Respecto al parámetro  $\epsilon$ , se encontró que el caso 2 presentó los costos de daños mayores y el caso 3 tuvo menores costos de daños. Al igual que en el caso del parámetro  $r$ , se tienen costos de daños mayores cuando  $\gamma = 0.05$  que cuando  $\gamma = 0.2$  (figs 6,7,9,10,12 y 13). Así mismo, cuando  $\sigma$  pasa de 0.3 a 0.6 los costos aumentan significativamente (figs 7,8,10,11,13 y 14). Por último, al variar el valor de  $\epsilon$  de 1.0 a 3.0 y 10.0 los costos de daños son mayores entre más grande sea el valor del parámetro  $\epsilon$  (figs 15 y 16).

Para el parámetro  $v_0$  se obtuvieron resultados que tienen la misma tendencia que los descritos líneas arriba, es decir, costos de daños mayores cuando  $\gamma = 0.05$  que cuando  $\gamma = 0.2$  (figs 17 y 18) y costos menores cuando  $\sigma = 0.3$  que cuando  $\sigma = 0.6$  (fig 19). Sin embargo se encontró que no hubo diferencias entre los casos en que la sismicidad es incierta pero la resistencia de la estructura es determinista o incierta.

Por último, para el parámetro  $y_1$  se obtuvieron las diferencias más importantes entre los distintos casos. En efecto, en las figs 20,21 y 22 se encuentra que la diferencia entre los costos de daños para los casos 4 y 1 es mayor que la que existe para esos mismos casos para los otros parámetros. También en esas figuras se observa la tendencia de los costos de daños descrita previamente.

Estos resultados permiten señalar que debe prestarse mayor atención al parámetro  $y_1$  (intensidad sísmica).

Por otra parte al considerar la incertidumbre en todos los parámetros del modelo de sismicidad, se encontró que el riesgo no aumentó respecto al caso determinista (figs 23 y 24). También se obtuvieron cos-

tos de daños mayores cuando  $\gamma = 0.05$  que cuando  $\gamma = 0.2$ .

Cuando se considera ahora un modelo estocástico del tipo proceso gamma los resultados obtenidos señalan que el caso 4 presentó costos esperados de daños mayores para los distintos parámetros y que las diferencias más significativas corresponden nuevamente al parámetro  $\gamma_i$ . Sin embargo al aumentar el valor de  $k$  y para resistencias grandes de la estructura, los costos de daños disminuyen, pero para resistencias pequeñas los costos aumentan en algunos casos cuando varía  $u_0$  (parámetro adimensional) desde 0.0 hasta 1.0. Para todos los casos y para todos los parámetros, los costos esperados de daños aumentan al incrementarse el valor de  $v_0$ . Para el parámetro  $r$  estos resultados se muestran en las tablas 5 a 7, para  $\epsilon$  se dan en las tablas 8 a 10, para  $\gamma_i$  en las tablas 11 a 13 y para  $v_0$  en las tablas 14 a 16.

Sin embargo las variaciones entre los casos  $k = 1, 2, 10$  no fueron grandes por lo que deben estudiarse más combinaciones de valores de los parámetros involucrados, así como trabajar en el futuro inmediato con modelos estocásticos más completos que permitan incorporar entre otros aspectos la dependencia espacial y temporal de la ocurrencia de sismos, la ocurrencia de réplicas, etc, así como proponer modelos de costos de daños más completos que permitan acercarse al comportamiento real de las estructuras bajo la acción de eventos sísmicos.

De los resultados asociados al caso de reducir la incertidumbre en la sismicidad, se puede señalar que para ciertos valores de  $k$  no conviene hacer estudios adicionales, es decir, al mejorar el conocimiento sobre sismicidad (disminución del coeficiente de variación de la intensidad) no produce efectos razonables en la utilidad. Este hecho puede deberse a la distribución discreta usada (bipuntual) como también al hecho de utilizar el criterio de reconstrucción después de cada falla o posiblemente al modelo de sismicidad empleado (proceso de Poisson). Para discernir más ampliamente este resultado deben hacerse estudios más refinados. Según los resultados, a partir de  $k > 90$  sí vale la pena reducir  $v_{\gamma_i}$ .

Finalmente, al estudiar el caso en que el costo de los estudios es equivalente a observar la ocurrencia de  $r$  eventos en un tiempo  $t$ , se tiene que entre más importante sea la estructura mayor debe ser el valor de  $t$ . Para estructuras poco importantes no vale la pena hacer estudios adicionales. Según lo expuesto previamente falta mucho por

hacer en la estimación del riesgo en un sitio dado. Se deben mejorar los modelos estocásticos de la sismicidad así como las técnicas bayesianas para su tratamiento en la teoría de decisiones. Ello es conveniente debido a la necesidad cada vez más apremiante de las sociedades modernas de optimizar sus recursos disponibles.

## 6. Reconocimiento

Deseo expresar mi reconocimiento al Dr Luis Esteva Maraboto por sus valiosos comentarios y sugerencias en el desarrollo de este trabajo . Al Instituto de Ingeniería por las facilidades proporcionadas para el desarrollo de la presente tesis, así como a todas aquellas personas que de una u otra forma participaron con su crítica en la elaboración de la misma.

## 7. Notación

A	Monto de pérdidas en caso de falla
A, B, C	Constantes que definen a $b_2$
$A_0$	Costo de la estructura sin diseño sísmico
$A_1$	Tasa de incremento del costo inicial con respecto a la intensidad de diseño
$b_1, b_2, b_3$ y $R_0$	Parámetros constantes que definen relaciones de atenuación de intensidades
$b(t)$	valor esperado de beneficios por unidad de tiempo
C	Costo de construcción, diseño y estudios realizados
$C_e$	Costo de los estudios
$C_0$	Costo inicial de la estructura
D	Valor actual de pérdidas esperadas
$D_1, D_0$	Costo del colapso de la estructura
d	Costo esperado de daños para cada temblor
E(.)	Esperanza

$E_1(.)$	Esperanza con respecto a la distribución de las variables aleatorias del grupo $i$ -ésimo
$f(.)$	Función de densidad de probabilidad (fdp)
$f_1(.)$	fdp a priori
$f''(.)$	fdp a posteriori
$f_n(.)$	fdp del $n$ -ésimo evento
$f^{*n-1}(.)$	Transformada de Laplace de $f_n(.)$
$F(.)$	Función de distribución de probabilidad
$g(t)$	fdp del tiempo entre fallas sucesivas
$g_1(t)$	fdp del tiempo a la primera falla
$g_n(t)$	fdp del tiempo a la falla $n$ -ésima
$g_1^*(.)$	Transformada de Laplace de $g_1(t)$
$H(.)$	Función de Heaviside
$K, r, c, y_1$	Parámetros que definen la tasa de excedencia de intensidades mayores que $y$
$k, \lambda$	Parámetros de la función gamma
$L(.)$	Función de verosimilitud, probabilidad de que la estructura esté en operación en el tiempo $t$
$m$	Media del logaritmo natural del error de predicción en el cálculo de la intensidad
$M$	Magnitud de un evento sísmico
$M_u$	Cota superior de las magnitudes que pueden generarse en una fuente sísmica
$M_u, \alpha, \beta, \gamma, q$	Parámetros que definen la función magnitud-recurrencia
$P$	Probabilidad de falla de una estructura
$Q$	Probabilidad de sobrevivencia de una estructura
$R$	Resistencia de la estructura, distancia entre la fuente sísmica y el sitio de interés
$t_o$	Lapso entre el último evento y el instante en que se supone se lleva a cabo la construcción de la estructura

$T_i$	Lapso entre el instante en que se lleva a cabo la construcción y el instante en que ocurre el siguiente evento
$T$	Tiempo entre la ocurrencia de dos eventos consecutivos
$u_e$	Utilidad esperada
$U$	Función objetivo de utilidad
$V(.)$	Coefficiente de variación a priori
$V''(.)$	Coefficiente de variación a posteriori
$V_{VR}$	Coefficiente de variación de la resistencia de la estructura
$y$	Intensidad sísmica
$y_i$	Valor de $y_i$ en términos de los valores medios de $\alpha, \beta, \gamma, M_u$ y $q$
$y_D$	Intensidad de diseño
$y_0$	Valor pequeño de la intensidad $y$
$\gamma$	Tasa de actualización
$\lambda$	Tasa de excedencia de temblores con magnitud mayor que $M$
$\lambda_i$	Tasa de excedencia de temblores con magnitud pequeña tal que los eventos con magnitud menor no causan fallas
$v_C(y)$	Tasa de excedencia de temblores con intensidad calculada mayor que $y$
$v(y)$	Tasa de excedencia de temblores con intensidades reales mayores que $y$
$v_0$	Valor de $v$ para $y = y_0$
$\sigma$	Desviación estándar del logaritmo natural del error de predicción de la intensidad
$\Phi(.)$	Función normal de distribución de probabilidades
$\Psi_i, i=1,2$	Funciones correctivas para calcular $v(y)$

## 8. Referencias

1. Cornell, C A, "Engineering Seismic Risk Analysis", Bull. Seism. Soc. of America, 58, 1583-1606, 1968
2. Cornell, C A y Vanmarcke, E H, "The Major Influences on Seismic Risk", Proc. World Conf. Eq. Eng., 4th, 1, 69-83, Santiago, 1969
3. Der Kiureghian, A y Ang, A H-S, "A Fault Model for Seismic Risk Analysis", Bull. Seism. Soc. of America, 67, 1173-1194, 1977
4. Blume, J A y Kiremidjian, A S, "Probabilistic Procedures for Peak Ground Motions", J. Struc. Div., ASCE, 105, 2293-2311, 1979
5. Benjamin, J R y Cornell, C A, Probabilidad y Estadística en Ingeniería Civil, Mc Graw-Hill, Bogotá, 1981
6. Esteva, L, "Seismicity Prediction : A Bayesian Approach", Proc. World Conf. Eq. Eng., 4th, 1, 172-184, Santiago, 1969
7. Mortgat, C P y Shah, H C, A Bayesian Approach to Seismic Hazard Mapping; Development of Stable Design Parameters, Reporte 28, John A. Blume Eq. Eng. Center, Universidad de Stanford, 1978
8. Parzen, E, Procesos Estocásticos, Paraninfo, Madrid, 1972

9. Vere-Jones, D, "A Markov Model for Aftershock Occurrence", Pure Appl. Geoph., 64, 31-42, 1966
10. Knopoff, L, "A Stochastic Model for the Occurrence of Main-Sequence Earthquakes", Rev. Geoph. Space Phys., 9, 175-188, 1971
11. Nishioka, T y Shah, H C, "A Comparison Between the Poisson and the Markov Processes in Modeling Seismic Occurrences", Proc. of J.S.C.E., 298, 137-145, 1980
12. Veneziano, D y Cornell, C A, Earthquake Model with Spatial and Temporal Memory for Engineering Seismic Risk Analysis, Reporte R74-18, MIT, 1974
13. Patwardhan, A S, et al, "A Semi-Markov Model for Characterizing Recurrence of Great Earthquakes", Bull. Seism. Soc. of America, 70, 323-347, 1980
14. Cluff, L S, et al, "Estimating the Probability of Occurrences of Surface Faulting Earthquakes on the Wasatch Fault Zone, Utah", Bull. Seism. Soc. of America, 70, 1463-1478, 1980
15. Anagnos, T y Kiremidjian, A S, A Stochastic Earthquake Recurrence Model with Temporal and Spatial Dependence, John A. Blume EQ. Eng. Center, Universidad de Stanford, 1985
16. Shimazaki, K y Nakata, T, "Time-Predictable Recurrence Model for Large Earthquakes", Geoph. Res. Lett., 7, 279-282, 1980
17. Kiremidjian, A y Anagnos, T, "Stochastic Slip-Predictable Model for Earthquake Occurrences", Bull. Seism. Soc. of America, 74, 739-755, 1984
18. Vere-Jones, D y Davies, R B, "A Statistical Survey of Earthquakes in the Main Seismic Region of New Zealand", Part 2 : Time Series Analysis, N.Z.J. geol. Geoph., 9, 251-284, 1966
19. Vere-Jones, d, "Stochastic Models for Earthquake Occurrences", Journal Royal Statistical Society, 32, 1, 1-45, 1970
20. Shlien, S y Toksöz, M N, "A Clustering Model for Earthquake Occurrences", Bull. Seism. Soc. of America, 60, 1765-1787, 1970
21. Rosenblueth, E, "Optimum Design for Infrequent Disturbances", Journal of the Structural Division, ASCE, ST9, 1807-1825, 1976
22. Hasofer, A M, "Design for Infrequent Overloads", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2, 387-389, 1974
23. Esteva, L, "Uncertainty Reliability and Decisions in Structural Engineering", 3th International Conference on Structural Safety

- and Realibility, 559-577, 198
24. Esteva, L, Modelos para Análisis de Incertidumbre y toma de Decisiones ante Riesgo Sísmico, Trabajo de ingreso a la Academia Mexicana de Ingeniería, 1982
  25. Esteva, L y Chávez, M, "Analysis of Uncertainty on Seismic Risk Estimates", Proceedings III Microzonation Conference, Universidad de Washington, Seattle, 1982
  26. Raiffa, H y Schlaifer, R, Applied Statistical Decision Theory, Editorial de la Universidad de Harvard, Cambridge, 1961
  27. Esteva, L, "Seismic Risk and Design Decisions", Seminario de Diseño Sísmico de Plantas Nucleares, MIT, Cambridge, 1969
  28. Rosenblueth, E, Estimaciones Bipuntuales en Probabilidades , Publicación 464, Instituto de Ingeniería, UNAM, 1983
  29. Rosenblueth, E, "On Computing Normal Realibilities", Structural Safety, 2, 165-167, 1985

#### Apéndice A. Concentraciones equivalentes en variables aleatorias

En muchos casos de interés práctico se tienen funciones de varias variables aleatorias en las que la incertidumbre que se presenta en los datos y en las teorías empleadas es significativa. Sin embargo, con el fin de evitar un análisis probabilista riguroso se recurre frecuentemente a tratamientos simplicados (deterministas), en los que se sustituyen las variables aleatorias por estimaciones puntuales, es decir, cada variable con un valor central (media, mediana o modo) u otro seleccionado de tal forma en incurrir en errores del signo menos desfavorable, y tratarlas como deterministas.

El tratamiento que en la ref 28 se da a las concentraciones equivalentes en variables aleatorias consiste en calcular los tres primeros momentos y hacer una estimación de la variable y de sus funciones en dos puntos, en vez de uno como en el enfoque determinista. Si se requiere mejorar la precisión del método se trabajará en un mayor número de puntos. Los resultados obtenidos con el método de las concentraciones

equivalentes son tan aceptables como los que se obtendrían con el análisis probabilista riguroso, siempre que los coeficientes de variación de las variables independientes no pasen de ser moderados.

Sea  $Y = Y(X)$ ;  $X$  es variable aleatoria. Cuando lo que interesa es una aproximación a los primeros momentos de  $Y$  y no su distribución puede hacerse caso omiso a la función de densidad de probabilidades de  $X$  y usar solo sus momentos correspondientes. En efecto, si solo interesa la esperanza de  $Y$  puede suponerse que la densidad de  $X$  está totalmente concentrada en la esperanza de  $X$  y el análisis corresponderá a una estimación puntual de  $Y$  en  $X$ ; igual a la esperanza de  $X$ . Por esta razón, la esperanza de  $Y$  tiene una aproximación de primer orden. Si en lugar de una se emplean dos concentraciones con valor 0.5 cada una colocadas simétricamente con respecto a la esperanza de  $Y$ , pueden tenerse en cuenta los dos primeros momentos de  $X$ , estimar los correspondientes de  $Y$  y obtener su esperanza con una aproximación de segundo orden. Se dice que la esperanza de  $Y$  se obtiene con una aproximación de tercer orden cuando se elimina la condición de simetría lo que da lugar a tener suficientes parámetros para considerar los tres primeros momentos de  $X$ .

Considérese ahora el caso de una función real de una variable aleatoria real,  $Y = Y(X)$ . De la variable  $X$  se conocen los tres primeros momentos. El momento  $i$ -ésimo se define como

$$M_i(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^i p_X(x) dx \quad ; \quad i = 1, 2, \dots$$

$p_X(x)$  es la función de densidad de probabilidades de  $X$  en  $X = x$ . Los momentos centrales se pueden escribir como

$$M'_i(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{X})^i p_X(x) dx \quad ; \quad i = 1, 2, \dots$$

dedonde  $M'_1 = 0$ ;  $M'_2 = \sigma^2$  y  $M'_3 = 3\mu C^3$ ;  $C$  es la desviación típica,  $C^2$  la variancia y  $\mu$  el coeficiente de sesgo de  $X$ .

Se desea obtener expresiones para la esperanza, desviación típica y coeficiente de sesgo de  $Y$ , es decir,  $\bar{Y}$ ,  $\sigma_Y$  y  $\mu_Y$  y hacerlo en forma independiente de la distribución de  $X$ . Para ello se supone una distribución arbitraria de  $X$  que posea cuatro parámetros a fin de satisfacer

las expresiones para el momento de orden cero y para los tres primeros momentos. Si se hace  $\xi_i = |x_i - \bar{X}|/C$ ;  $i=1,2$ , las expresiones que resultan son

$$P_1 + P_2 = 1 \quad (1)$$

$$\xi_1 P_1 - \xi_2 P_2 = 0 \quad (2)$$

$$\xi_1^2 P_1 + \xi_2^2 P_2 = 1 \quad (3)$$

$$\xi_1^3 P_1 - \xi_2^3 P_2 = v \quad (4)$$

Cuya solución puede obtenerse como sigue. De la ec 1

$$P_2 = 1 - P_1 \quad (5)$$

de (2)  $0 = \xi_1 P_1 - \xi_2 + \xi_2 P_1$  de donde

$$P_1 = \xi_2 / (\xi_1 + \xi_2) \quad (6)$$

Al sustituir (5) y (6) en (3) y (4) resulta

$$\xi_1 + \xi_2 = \xi_1^2 \xi_2 + \xi_1 \xi_2^2 \quad (7)$$

$$\xi_1 + \xi_2 = (\xi_1^3 \xi_2 - \xi_2^3 \xi_1) / v \quad (8)$$

igualando (7) y (8), resulta

$$(\xi_1 + \xi_2) \xi_1 \xi_2 = (\xi_1 + \xi_2) \xi_1 \xi_2 (\xi_1 - \xi_2) / v$$

de donde  $1 = (\xi_1 - \xi_2) / v$  siempre y cuando  $\xi_1 + \xi_2 \neq 0$  y  $\xi_1 \xi_2 \neq 0$

y  $v = \xi_1 - \xi_2$  ó  $\xi_2 = \xi_1 - v$  (9)

Al sustituir (6) y (9) en la ec 3 se tiene

$$2 \xi_1^2 - 3 \xi_1^2 + (v^2 - 2) \xi_1 + v = 0 \quad (10)$$

que puede resolverse por medio de la fórmula de Cardano. En efecto, la ec 10 puede escribirse como

$$y^3 + 3py + 2q = 0$$

en donde

$$y = \xi_1 - v/2 \quad ; \quad 3p = - (v^2 + 4)/4 \quad \text{y} \quad 2q = 0$$

luego

$$y (y^2 + 3p) = 0 \quad ; \quad y = 0$$

y

$$y = \pm ((v/2)^2 + 1)$$

entonces las raíces son

$$\xi_{11} = v/2 \tag{11}$$

$$\xi_{12} = (v/2) + ((v/2)^2 + 1) \tag{12}$$

$$\xi_{13} = (v/2) - ((v/2)^2 + 1) \tag{13}$$

la ec 11 da lugar a que  $\xi_1 + \xi_2 = 0$  lo que no es aceptable por lo señalado en la ec 9;  $\xi_1 > 0$ , entonces la ec 13 no es útil. En consecuencia la solución de las ecs 1 a 4 es

$$\xi_1 = (v/2) + ((v/2)^2 + 1)$$

$$\xi_2 = \xi_1 - v$$

$$P_1 = \xi_2 / (\xi_1 + \xi_2)$$

$$P_2 = 1 - P_1$$

que se empleará para estimar las concentraciones bipuntuales de variables aleatorias independientes.

#### Apéndice B. Cálculo de la función cumulativa normal $\Phi(z)$

Con el fin de facilitar el cálculo de expresiones en las que interviene la distribución cumulativa normal  $\Phi(z)$ , se han propuesto dos ecuaciones sencillas que incluye un amplio rango del índice de confiabilidad en diseño estructural [29]. Una de ellas tiene la forma

$$\Phi(-\beta) = \left\{ (1 + \beta^2) / (2 + \beta^2) \right\}^2 (\beta) / \beta^2$$

que da resultados aceptables (errores relativos menores del 1.7%) si  $\beta \geq 1$ . La precisión puede mejorarse o si los valores de  $\beta$  son pequeños empleando la expresión

$$\Phi(-\beta) = (\beta / (1 + \beta^2)) + 1 / \sum_{i=0}^5 a_i (\beta^i) \Phi(\beta)$$

donde  $a_0 = (2/\pi)^{1/2}$ ,  $a_1 = 1.28$ ,  $a_2 = 1.56$ ,  $a_3 = 1.775$ ,  $a_4 = 0.584$  y  $a_5 = 0.427$ .

Para fines de cálculo, la ecuación anterior puede escribirse como

$$\bar{\Phi}(-\beta) = \left\{ \frac{A\beta}{1+2y} + \frac{1}{1+B\beta+Cy+\frac{1}{Dy\beta}+x+Ex\beta} \right\} \frac{1}{2e^y}$$

donde  $A = (2/\pi)^{1/2}$ ,  $B = 1.604$ ,  $C = 3.91$ ,  $D = 4.45$ ,  $E = 0.73$ ,  $y = \beta^2/2$   
 $x = 2.93 y^2$ .

Si  $\beta < 0$ , entonces  $\bar{\Phi}(\beta) = 1 - \bar{\Phi}(-\beta)$

Tabla 1. Valores de los parámetros empleados para estudiar la sismicidad

Caso	$\beta$	$\gamma$	$M_u$	$q$	$\epsilon$	$r$	$K$	$P$
1	1.8	0.5	7.3	3.06	0.5	1.8	6.072	0.2550
2	"	"	8.0	"	"	"	5.062	0.0154
3	"	2.0	7.3	"	2.0	"	3.722	0.0266
4	"	"	8.0	"	"	"	3.648	0.0004
5	"	4.0	7.3	"	4.0	"	3.626	0.0052
6	"	"	8.0	"	"	"	3.624	0.0001
7	2.6	0.5	7.3	4.42	0.5	2.6	22.006	0.0015
8	"	"	8.0	"	"	"	18.345	0.0141
9	"	2.0	7.3	"	2.0	"	13.489	0.1205
10	"	"	8.0	"	"	"	13.219	0.0680
11	"	4.0	7.3	"	4.0	"	13.142	0.4297
12	"	"	8.0	"	"	"	13.133	0.0635

Tabla 2. Valores medios de los parámetros

$\bar{\beta}$	$\bar{\gamma}$	$\bar{M}_u$	$\bar{q}$	$\bar{\epsilon}$	$\bar{r}$	$\hat{\gamma}_1$	$\hat{K}$
2.35784	2.568	7.41305	4.008328	2.568	2.35784	34.4344	8.95696

$\hat{\gamma}_1$  significa valor del parámetro en función de valores medios de otros parámetros

Tabla 3. Valores empleados de los parámetros

Parámetro	$\hat{\gamma}_1$	$\bar{\epsilon}$	$\bar{r}$	$\bar{U}_0$	$\bar{V}_R/\bar{\gamma}_1$
Valor medio	34.4344	1,3,10	2	0.2	0.5,1,2,5,10
Coefficiente de variación	0,0.5	0.1	0,0.3	0.3	0,0.5

Tabla 4. Valores de los parámetros usados en la estimación de costos esperados al usar un proceso de renovación en donde los tiempos entre eventos se rigen por una función de probabilidad gamma

$k$	$U_0$	$U_0$	$r$	$\epsilon$	$\gamma_1$	$U$	$\sigma$	$\gamma$
1	0.2	0.0	2.0	1.0	34.4344	0.2	0.6	0.05
2	0.5	0.2	"	3.0	"	0.5	0.3	0.20
10	1.0	1.0	"	10.0	"	1.0	"	"

Los coeficientes de variación de  $r$ ,  $\epsilon$ ,  $\gamma_1$  y  $U$  son los mismos que se manejan previamente

Tabla 5 Esperanza de costos de daños por proceso de Poisson ( $\lambda=1$ ) y para proceso gamma ( $k=2,10$ ),  
Incertidumbre en el parámetro  $r$ .

$$r = 2, \sigma = 0.3, \gamma = 0.05, u_0 = 0.2$$

Caso	$E_1(\delta)$								
	$u_0 = 0.0$		$u_0 = 0.2$		$u_0 = 0.5$		$u_0 = 1.0$		
	$k=1$	$k=2$	$k=10$	$k=2$	$k=10$	$k=2$	$k=10$	$k=2$	$k=10$
1	3.6113E-1	3.3989E-1	3.2234E-1	3.4407E-1	3.2776E-1	3.4272E-1	3.3617E-1	3.4979E-1	3.4426E-1
	3.9691E-2	3.7356E-2	3.5427E-2	3.7406E-2	3.5492E-2	3.7443E-2	3.5358E-2	3.7473E-2	3.5677E-2
	3.0359E-4	2.8573E-4	2.7095E-4	2.8574E-4	2.7099E-4	2.8574E-4	2.7094E-4	2.8574E-4	2.7099E-4
	5.7291E-10	5.3921E-10	5.1137E-10	5.3921E-10	5.1137E-10	5.3921E-10	5.1137E-10	5.3921E-10	5.1137E-10
	8.2606E-17	7.746E-17	7.3733E-17	7.746E-17	7.3733E-17	7.746E-17	7.3733E-17	7.746E-17	7.3733E-17
2	4.9620E-1	4.6952E-1	4.4727E-1	4.7753E-1	4.5776E-1	4.8371E-1	4.7433E-1	4.8664E-1	4.9069E-1
	9.0943E-2	8.5697E-2	8.1354E-2	8.564E-2	8.1634E-2	8.6153E-2	8.2207E-2	8.6313E-2	8.2682E-2
	2.6291E-3	2.4746E-3	2.3469E-3	2.4748E-3	2.3472E-3	2.4753E-3	2.3473E-3	2.4753E-3	2.3480E-3
	5.6410E-8	5.3092E-8	5.0351E-8	5.3092E-8	5.0351E-8	5.3092E-8	5.0351E-8	5.3092E-8	5.0351E-8
	9.9680E-14	9.6169E-14	9.3270E-14	9.6169E-14	9.3270E-14	9.6169E-14	9.3270E-14	9.6169E-14	9.3270E-14
3	4.2347E-1	3.9656E-1	3.7798E-1	4.0537E-1	3.8683E-1	4.1064E-1	4.0084E-1	4.1484E-1	4.1466E-1
	5.3446E-2	5.0302E-2	4.7706E-2	5.0410E-2	4.7855E-2	5.0505E-2	4.8070E-2	5.0572E-2	4.8205E-2
	4.3651E-4	4.1083E-4	3.8562E-4	4.1084E-4	3.8563E-4	4.1084E-4	3.8563E-4	4.1085E-4	3.8564E-4
	8.4896E-10	7.9903E-10	7.5778E-10	7.9903E-10	7.5778E-10	7.9903E-10	7.5778E-10	7.9903E-10	7.5778E-10
	1.2359E-16	1.1632E-16	1.1032E-16	1.1632E-16	1.1032E-16	1.1632E-16	1.1032E-16	1.1632E-16	1.1032E-16
4	5.4231E-1	5.1349E-1	4.8932E-1	5.2441E-1	5.0342E-1	5.3248E-1	5.2802E-1	5.3916E-1	5.4883E-1
	1.1545E-1	1.0887E-1	1.0341E-1	1.0944E-1	1.0410E-1	1.0980E-1	1.0513E-1	1.1010E-1	1.0611E-1
	3.7103E-3	3.4923E-3	3.3121E-3	3.4926E-3	3.3125E-3	3.4923E-3	3.3125E-3	3.4923E-3	3.3125E-3
	8.3101E-8	7.8229E-8	7.4175E-8	7.8213E-8	7.4175E-8	7.8213E-8	7.4175E-8	7.8213E-8	7.4175E-8
	8.9016E-14	8.3780E-14	7.9454E-14	8.3780E-14	7.9454E-14	8.3780E-14	7.9454E-14	8.3780E-14	7.9454E-14

Tabla 6 Esperanza de costos de daños por proceso de Poisson ( $\lambda=1$ ) y proceso gamma ( $k=2,10$ ),  
Incertidumbre en el parámetro  $r$ .

$$r = 2, \sigma = 0.3, \gamma = 0.05, u_0 = 0.5$$

Caso	$E_1(\delta)$								
	$u_0 = 0.0$		$u_0 = 0.2$		$u_0 = 0.5$		$u_0 = 1.0$		
	$k=1$	$k=2$	$k=10$	$k=2$	$k=10$	$k=2$	$k=10$	$k=2$	$k=10$
1	9.0283E-1	8.8081E-1	8.6294E-1	8.9204E-1	8.7825E-1	9.0064E-1	9.0126E-1	9.0745E-1	9.2277E-1
	9.9226E-2	9.6806E-2	9.4842E-2	9.6940E-2	9.5025E-2	9.7041E-2	9.5289E-2	9.7120E-2	9.5523E-2
	7.5899E-4	7.4047E-4	7.2545E-4	7.4046E-4	7.2546E-4	7.4048E-4	7.2547E-4	7.4045E-4	7.2549E-4
	1.4323E-9	1.3973E-9	1.3690E-9	1.3973E-9	1.3690E-9	1.3973E-9	1.3690E-9	1.3973E-9	1.3690E-9
	2.0651E-16	2.0148E-16	1.9739E-16	2.0148E-16	1.9739E-16	2.0148E-16	1.9739E-16	2.0148E-16	1.9739E-16
2	1.0999E+0	1.0776E+0	1.0591E+0	1.0947E+0	1.0822E+0	1.1077E+0	1.1181E+0	1.1180E+0	1.1514E+0
	2.2058E-1	2.1546E-1	2.1130E-1	2.1613E-1	2.1221E-1	2.1663E-1	2.1352E-1	2.1702E-1	2.1471E-1
	6.5670E-3	6.4970E-3	6.2773E-3	6.4076E-3	6.2781E-3	6.4091E-3	6.2792E-3	6.4084E-3	6.2802E-3
	1.4110E-7	1.3759E-7	1.3479E-7	1.3759E-7	1.3479E-7	1.3759E-7	1.3479E-7	1.3759E-7	1.3479E-7
	1.4920E-13	1.4586E-13	1.4261E-13	1.4586E-13	1.4261E-13	1.4586E-13	1.4261E-13	1.4586E-13	1.4261E-13
3	1.0587E+0	1.0329E+0	1.0119E+0	1.0512E+0	1.0365E+0	1.0535E+0	1.0753E+0	1.0767E+0	1.1121E+0
	1.3062E-1	1.3036E-1	1.2771E-1	1.3068E-1	1.2813E-1	1.3091E-1	1.2874E-1	1.3106E-1	1.2923E-1
	1.0913E-3	1.0647E-3	1.0431E-3	1.0647E-3	1.0431E-3	1.0647E-3	1.0431E-3	1.0647E-3	1.0432E-3
	2.1224E-9	2.0704E-9	2.0289E-9	2.0707E-9	2.0289E-9	2.0707E-9	2.0289E-9	2.0707E-9	2.0289E-9
	3.0899E-16	3.0145E-16	2.9534E-16	3.0145E-16	2.9534E-16	3.0145E-16	2.9534E-16	3.0145E-16	2.9534E-16
4	1.1936E+0	1.1697E+0	1.1501E+0	1.1916E+0	1.1804E+0	1.2050E+0	1.2269E+0	1.2223E+0	1.2718E+0
	2.7534E-1	2.6912E-1	2.6407E-1	2.7041E-1	2.6583E-1	2.7139E-1	2.6835E-1	2.7215E-1	2.7072E-1
	9.2606E-3	9.0353E-3	8.8528E-3	9.0369E-3	8.8546E-3	9.0390E-3	8.8575E-3	9.0388E-3	8.8602E-3
	6.0757E-7	2.0269E-7	1.9898E-7	2.0269E-7	1.9898E-7	2.0269E-7	1.9898E-7	2.0269E-7	1.9898E-7
	2.2254E-13	2.1711E-13	2.1271E-13	2.1711E-13	2.1271E-13	2.1711E-13	2.1271E-13	2.1711E-13	2.1271E-13

Tabla 7 Esperanza de costos de daños para proceso de Poisson ( $k=1$ ) y proceso gamma ( $k=2, 10$ ).Incertidumbre en el parámetro  $r$ . $r = 2$ ,  $\sigma = 0.3$ ,  $\gamma = 0.05$ ,  $U_0 = 1.0$ 

Caso	$E_j(d)$								
	$u_0 = 0.0$		$u_0 = 0.2$		$u_0 = 0.5$		$u_0 = 1.0$		
	$k = 1$	$k = 2$	$k = 10$	$k = 2$	$k = 10$	$k = 2$	$k = 10$	$k = 2$	$k = 10$
1	1.8057E+0	1.7834E+0	1.7654E+0	1.6064E+0	1.7973E+0	1.6240E+0	1.8447E+0	1.8380E+0	1.8886E+0
	1.9845E-1	1.9600E-1	1.9403E-1	1.9628E-1	1.9441E-1	1.9648E-1	1.9495E-1	1.9665E-1	1.9543E-1
	1.5180E-3	1.4992E-3	1.4841E-3	1.4992E-3	1.4841E-3	1.4992E-3	1.4842E-3	1.4993E-3	1.4842E-3
	2.8645E-9	2.8292E-9	2.8097E-9	2.8292E-9	2.8007E-9	2.8292E-9	2.8007E-9	2.8292E-9	2.8007E-9
	4.1303E-16	4.0793E-16	4.0393E-16	4.0793E-16	4.0382E-16	4.0793E-16	4.0382E-16	4.0793E-16	4.0382E-16
2	1.8929E+0	1.8794E+0	1.8613E+0	1.9092E+0	1.8953E+0	1.9204E+0	1.9496E+0	1.9359E+0	1.9878E+0
	4.2031E-1	4.1561E-1	4.1181E-1	4.1685E-1	4.1352E-1	4.1778E-1	4.1596E-1	4.1851E-1	4.1817E-1
	1.3114E-2	1.2993E-2	1.2823E-2	1.2954E-2	1.2825E-2	1.2995E-2	1.2827E-2	1.2956E-2	1.2829E-2
	2.8205E-7	2.7857E-7	2.7576E-7	2.7857E-7	2.7676E-7	2.7857E-7	2.7576E-7	2.7857E-7	2.7576E-7
	2.9840E-13	2.9472E-13	2.9175E-13	2.9472E-13	2.9175E-13	2.9472E-13	2.9175E-13	2.9472E-13	2.9175E-13
3	2.1173E+0	2.0912E+0	2.0701E+0	2.1267E+0	2.1222E+0	2.1578E+0	2.2014E+0	2.1810E+0	2.2765E+0
	2.6723E-1	2.6392E-1	2.6127E-1	2.6457E-1	2.6215E-1	2.6505E-1	2.6340E-1	2.6542E-1	2.6453E-1
	2.1822E-3	2.1595E-3	2.1335E-3	2.1856E-3	2.1399E-3	2.1507E-3	2.1340E-3	2.1557E-3	2.1341E-3
	2.4448E-9	4.1924E-9	4.1502E-9	4.1924E-9	4.1502E-9	4.1924E-9	4.1502E-9	4.1924E-9	4.1502E-9
	6.1797E-16	6.1034E-16	6.0420E-16	6.1034E-16	6.0420E-16	6.1034E-16	6.0420E-16	6.1034E-16	6.0420E-16
4	2.0622E+0	2.0424E+0	2.0271E+0	2.0759E+0	2.0733E+0	2.1016E+0	2.1431E+0	2.1220E+0	2.2088E+0
	5.1172E-1	5.0629E-1	5.0189E-1	5.0855E-1	5.0850E-1	5.1825E-1	5.1955E-1	5.1155E-1	5.1368E-1
	1.8741E-2	1.8244E-2	1.8061E-2	1.8247E-2	1.8066E-2	1.8250E-2	1.8072E-2	1.8251E-2	1.8077E-2
	4.1551E-7	4.1036E-7	4.0624E-7	4.1036E-7	4.0624E-7	4.1036E-7	4.0624E-7	4.1036E-7	4.0624E-7
	4.4588E-13	4.3958E-13	4.3516E-13	4.3958E-13	4.3516E-13	4.3958E-13	4.3516E-13	4.3958E-13	4.3516E-13

Tabla 8 Esperanza de costos de daños para proceso de Poisson ( $k=1$ ) y para proceso gamma ( $k=2, 10$ ).Incertidumbre en el parámetro  $r$ . $r = 1$ ,  $\sigma = 0.3$ ,  $\gamma = 0.05$ ,  $U_0 = 0.2$ 

Caso	$E_j(d)$								
	$u_0 = 0.0$		$u_0 = 0.2$		$u_0 = 0.5$		$u_0 = 1.0$		
	$k = 1$	$k = 2$	$k = 10$	$k = 2$	$k = 10$	$k = 2$	$k = 10$	$k = 2$	$k = 10$
1	2.6616E-1	2.5051E-1	2.3757E-1	2.5277E-1	2.4058E-1	2.5449E-1	2.4500E-1	2.5865E-1	2.4927E-1
	2.2967E-2	2.0575E-2	1.9687E-2	2.0590E-2	1.9627E-2	2.0702E-2	1.9657E-2	2.0710E-2	1.9684E-2
	1.4212E-4	1.3379E-4	1.2689E-4	1.3379E-4	1.2689E-4	1.3379E-4	1.2689E-4	1.3379E-4	1.2689E-4
	2.4667E-10	2.3216E-10	2.2017E-10	2.3216E-10	2.2017E-10	2.3216E-10	2.2017E-10	2.3216E-10	2.2017E-10
	3.4601E-17	3.2564E-17	3.0883E-17	3.2564E-17	3.0883E-17	3.2564E-17	3.0883E-17	3.2564E-17	3.0883E-17
2	4.8919E-1	3.8897E-1	3.6845E-1	3.9239E-1	3.7554E-1	3.9856E-1	3.8862E-1	3.9866E-1	3.9737E-1
	5.6359E-2	5.3079E-2	5.0367E-2	5.3176E-2	5.0497E-2	5.3252E-2	5.0692E-2	5.3311E-2	5.0873E-2
	1.2923E-3	1.2163E-3	1.1536E-3	1.2164E-3	1.1536E-3	1.2164E-3	1.1537E-3	1.2165E-3	1.1538E-3
	2.4699E-8	2.3242E-8	2.2042E-8	2.3242E-8	2.2042E-8	2.3242E-8	2.2042E-8	2.3242E-8	2.2042E-8
	2.5221E-14	2.3736E-14	2.2512E-14	2.3736E-14	2.2512E-14	2.3738E-14	2.2512E-14	2.3738E-14	2.2512E-14
3	2.5541E-1	2.4035E-1	2.2796E-1	2.4250E-1	2.3071E-1	2.4411E-1	2.3493E-1	2.4538E-1	2.3891E-1
	2.1178E-2	1.9932E-2	1.8903E-2	1.9948E-2	1.8923E-2	1.9950E-2	1.8954E-2	1.9969E-2	1.8982E-2
	1.4018E-4	1.3193E-4	1.2512E-4	1.3193E-4	1.2512E-4	1.3193E-4	1.2512E-4	1.3193E-4	1.2512E-4
	2.4787E-10	2.3329E-10	2.2125E-10	2.3329E-10	2.2125E-10	2.3329E-10	2.2125E-10	2.3329E-10	2.2125E-10
	3.5029E-17	3.2974E-17	3.1272E-17	3.2974E-17	3.1272E-17	3.2974E-17	3.1272E-17	3.2974E-17	3.1272E-17
4	3.9678E-1	3.7517E-1	3.5716E-1	3.8829E-1	3.6335E-1	3.8422E-1	3.7433E-1	3.8724E-1	3.8445E-1
	5.3981E-2	5.0844E-2	4.8249E-2	5.0942E-2	4.8565E-2	5.1015E-2	4.8565E-2	5.1073E-2	4.8740E-2
	1.2637E-3	1.1894E-3	1.1281E-3	1.1894E-3	1.1281E-3	1.1895E-3	1.1282E-3	1.1895E-3	1.1283E-3
	2.4710E-8	2.3257E-8	2.2056E-8	2.3257E-8	2.2056E-8	2.3257E-8	2.2056E-8	2.3257E-8	2.2056E-8
	2.5473E-14	2.3975E-14	2.2737E-14	2.3975E-14	2.2737E-14	2.3975E-14	2.2737E-14	2.3975E-14	2.2737E-14

Tabla 9 Esperanza de costos de daños para proceso de Poisson ( $\lambda=1$ ) y para proceso gamma ( $k=2,10$ ).

Incertidumbre en el parámetro  
 $\sigma = 1, \sigma = 0.3, \gamma = 0.05, U_0 = 0.5$

ESTA TESIS NO DEBE  
 SALIR DE LA BIBLIOTECA

Caso	$E_{\lambda}(k)$								
	$k = 1$	$u_0 = 0.0$		$u_0 = 0.2$		$u_0 = 0.5$		$u_0 = 1.0$	
		$k = 2$	$k = 10$						
1	6.6541E-1 5.4917E-2 3.5537E-4 6.1667E-10 8.6499E-17	6.4918E-1 5.3578E-2 3.4670E-4 6.0143E-10 8.4369E-17	6.3601E-1 5.2491E-2 3.3967E-4 5.8943E-10 8.2677E-17	6.5526E-1 5.3619E-2 3.4670E-4 6.0163E-10 8.4389E-17	6.4429E-1 5.2547E-2 3.3967E-4 5.8943E-10 8.2677E-17	6.5935E-1 5.3658E-2 3.4670E-4 6.0163E-10 8.4389E-17	6.5658E-1 5.2627E-2 3.4967E-4 6.0163E-10 8.2677E-17	6.6354E-1 5.2674E-2 3.4670E-4 6.0163E-10 8.4389E-17	6.6793E-1 5.2699E-2 3.3967E-4 5.8943E-10 8.2677E-17
2	9.1553E-1 1.3824E-1 3.2294E-3 6.1373E-8 6.3053E-14	8.9691E-1 1.3497E-1 3.1507E-3 6.0231E-8 6.1515E-14	8.8169E-1 1.3232E-1 3.068E-3 5.9010E-8 6.0268E-14	9.0855E-1 1.3523E-1 3.1508E-3 6.0231E-8 6.1515E-14	8.9768E-1 1.3267E-1 3.0870E-3 5.9010E-8 6.0268E-14	9.1748E-1 1.3543E-1 3.1506E-3 6.0231E-8 6.1515E-14	9.2173E-1 1.3316E-1 3.0873E-3 5.9010E-8 6.0268E-14	9.2455E-1 1.3508E-1 3.1510E-3 6.0231E-8 6.1515E-14	9.4424E-1 1.3364E-1 3.0875E-3 5.9010E-8 6.0268E-14
3	6.3852E-1 5.2944E-2 3.5044E-4 6.1968E-10 8.7597E-17	6.2295E-1 5.1653E-2 3.4189E-4 6.0457E-10 8.5451E-17	6.1031E-1 5.0685E-2 3.3493E-4 5.9230E-10 8.3718E-17	6.2863E-1 5.1695E-2 3.4185E-4 6.0457E-10 8.5451E-17	6.1805E-1 5.0663E-2 3.3496E-4 5.9230E-10 8.3718E-17	6.3294E-1 5.1727E-2 3.4190E-4 6.0457E-10 8.5451E-17	6.2955E-1 5.0746E-2 3.3494E-4 5.9230E-10 8.3718E-17	6.3637E-1 5.1752E-2 3.4190E-4 6.0457E-10 8.5451E-17	6.4016E-1 5.0828E-2 3.3497E-4 5.9230E-10 8.3718E-17
4	8.9021E-1 1.3240E-1 3.1576E-3 6.1776E-8 6.3683E-14	8.7202E-1 1.2927E-1 3.0807E-3 6.0269E-8 6.2130E-14	8.5715E-1 1.2673E-1 3.0182E-3 5.9047E-8 6.0879E-14	8.8307E-1 1.2953E-1 3.0888E-3 6.0269E-8 6.2130E-14	8.7232E-1 1.2707E-1 3.0184E-3 5.9047E-8 6.0879E-14	8.9155E-1 1.2972E-1 3.0893E-3 6.0269E-8 6.2130E-14	8.8514E-1 1.2754E-1 3.0188E-3 5.9047E-8 6.0879E-14	8.9255E-1 1.2986E-1 3.0810E-3 6.0269E-8 6.2130E-14	9.1648E-1 1.2802E-1 3.0190E-3 5.9047E-8 6.0879E-14

Tabla 10 Esperanza de costos de daños para proceso de Poisson ( $\lambda=1$ ) y para proceso gamma ( $k=2,10$ ).

Incertidumbre en el parámetro  
 $\sigma = 1, \sigma = 0.3, \gamma = 0.05, U_0 = 1.0$

Caso	$E_{\lambda}(k)$								
	$k = 1$	$u_0 = 0.0$		$u_0 = 0.2$		$u_0 = 0.5$		$u_0 = 1.0$	
		$k = 2$	$k = 10$						
1	1.3390E+0 1.0903E-1 7.1073E-4 1.2333E-9 1.7300E-16	1.3144E+0 1.0848E-1 7.0191E-4 1.2181E-9 1.7088E-16	1.3012E+0 1.0739E-1 6.9409E-4 1.2059E-9 1.6914E-16	1.3269E+0 1.0856E-1 7.0196E-4 1.2181E-9 1.7088E-16	1.3184E+0 1.0750E-1 6.9489E-4 1.2059E-9 1.6914E-16	1.3363E+0 1.0863E-1 7.0197E-4 1.2181E-9 1.7088E-16	1.3437E+0 1.0767E-1 6.9491E-4 1.2059E-9 1.6914E-16	1.3438E+0 1.0368E-1 7.0197E-4 1.2181E-9 1.7088E-16	1.3669E+0 1.0781E-1 6.9491E-4 1.2059E-9 1.6914E-16
2	1.5781E+0 2.6812E-1 6.4541E-3 1.2347E-7 1.2611E-13	1.5637E+0 2.6501E-1 6.3745E-3 1.2195E-7 1.2455E-13	1.5521E+0 2.6250E-1 6.3104E-3 1.2072E-7 1.2306E-13	1.5814E+0 2.6552E-1 6.3748E-3 1.2195E-7 1.2455E-13	1.5768E+0 2.6320E-1 6.3108E-3 1.2072E-7 1.2306E-13	1.5949E+0 2.6589E-1 6.3750E-3 1.2195E-7 1.2455E-13	1.6130E+0 2.6415E-1 6.3114E-3 1.2072E-7 1.2306E-13	1.6156E+0 2.6519E-1 6.3752E-3 1.2195E-7 1.2455E-13	1.6485E+0 2.6507E-1 6.3119E-3 1.2072E-7 1.2306E-13
3	1.2770E+0 1.0589E-1 7.0088E-4 1.2394E-9 1.7517E-16	1.2613E+0 1.0462E-1 6.9223E-4 1.2241E-9 1.7301E-16	1.2468E+0 1.0353E-1 6.8525E-4 1.2117E-9 1.7127E-16	1.2725E+0 1.0467E-1 6.9223E-4 1.2241E-9 1.7301E-16	1.2647E+0 1.0365E-1 6.8526E-4 1.2117E-9 1.7127E-16	1.2818E+0 1.0473E-1 6.9224E-4 1.2241E-9 1.7301E-16	1.2884E+0 1.0382E-1 6.8527E-4 1.2117E-9 1.7127E-16	1.2888E+0 1.0478E-1 6.9224E-4 1.2241E-9 1.7301E-16	1.3108E+0 1.0397E-1 6.8528E-4 1.2117E-9 1.7127E-16
4	1.5392E+0 1.5677E-1 6.3098E-3 1.2355E-7 1.2737E-13	1.5251E+0 1.5539E-1 6.2320E-3 1.2203E-7 1.2579E-13	1.5138E+0 1.5438E-1 6.1693E-3 1.2020E-7 1.2453E-13	1.5420E+0 1.5472E-1 6.2323E-3 1.2020E-7 1.2453E-13	1.5371E+0 1.5205E-1 6.1696E-3 1.2020E-7 1.2453E-13	1.5549E+0 1.5481E-1 6.2326E-3 1.2203E-7 1.2579E-13	1.5718E+0 1.5501E-1 6.1704E-3 1.2088E-7 1.2453E-13	1.5851E+0 1.5492E-1 6.2329E-3 1.2203E-7 1.2453E-13	1.6038E+0 1.5385E-1 6.1714E-3 1.2088E-7 1.2453E-13

Tabla 11 Esperanza de costos de danos para proceso de Poisson ( $k=1$ ) y para proceso gamma ( $k=2,10$ ).  
Incertidumbre en el parametro  $\lambda$ .  
 $\lambda_1 = 34.4344$ ,  $\sigma = 0.3$ ,  $Y = 0.05$ ,  $U_0 = 0.2$

Caso	$E\lambda/\theta$								
	$k=1$	$u_0 = 0.0$		$u_0 = 0.2$		$u_0 = 0.5$		$u_0 = 1.0$	
		$k=2$	$k=10$	$k=2$	$k=10$	$k=2$	$k=10$	$k=2$	$k=10$
1	3.6113E-1	3.3989E-1	3.2234E-1	3.4407E-1	3.2776E-1	3.4727E-1	3.3617E-1	3.4588E-1	3.4426E-1
	3.9691E-2	3.7356E-2	3.5427E-2	3.7406E-2	3.5492E-2	3.7443E-2	3.5588E-2	3.7474E-2	3.5677E-2
	3.0393E-4	2.8573E-4	2.7098E-4	2.8574E-4	2.7899E-4	2.8574E-4	2.7099E-4	2.8574E-4	2.7010E-4
	5.7304E-10	5.3933E-10	5.1149E-10	5.3933E-10	5.1149E-10	5.3933E-10	5.1149E-10	5.3933E-10	5.1149E-10
	8.2605E-17	7.7746E-17	7.3733E-17	7.7746E-17	7.3733E-17	7.7746E-17	7.3733E-17	7.7746E-17	7.3733E-17
2	4.9620E-1	4.6952E-1	4.4722E-1	4.7753E-1	4.5779E-1	4.9371E-1	4.7431E-1	4.8846E-1	4.9060E-1
	9.0943E-2	8.5697E-2	8.1354E-2	8.5968E-2	8.1694E-2	8.6158E-2	8.2207E-2	8.6313E-2	8.2682E-2
	2.6291E-3	2.4746E-3	2.3469E-3	2.4746E-3	2.3472E-3	2.4759E-3	2.3476E-3	2.4751E-3	2.3480E-3
	5.6428E-8	5.3102E-8	5.0360E-8	5.3102E-8	5.0361E-8	5.3102E-8	5.0360E-8	5.3102E-8	5.0360E-8
	5.9680E-14	5.6169E-14	5.3271E-14	5.6170E-14	5.3270E-14	5.6170E-14	5.3270E-14	5.6170E-14	5.3278E-14
3	3.5276E-1	3.3201E-1	3.1487E-1	3.3648E-1	3.2015E-1	3.3907E-1	3.2809E-1	3.4149E-1	3.3532E-1
	3.7922E-2	3.5692E-2	3.3851E-2	3.5752E-2	3.3927E-2	3.5797E-2	3.4043E-2	3.5832E-2	3.4150E-2
	1.2746E-3	1.2014E-3	1.1393E-3	1.2016E-3	1.1397E-3	1.2018E-3	1.1402E-3	1.2020E-3	1.1407E-3
	3.4691E-7	3.2651E-7	3.0965E-7	3.2651E-7	3.0965E-7	3.2651E-7	3.0965E-7	3.2651E-7	3.0965E-7
	3.5541E-12	3.3451E-12	3.1724E-12	3.3451E-12	3.1724E-12	3.3451E-12	3.1724E-12	3.3451E-12	3.1724E-12
4	4.9140E-1	4.6497E-1	4.4294E-1	4.7284E-1	4.5324E-1	4.7831E-1	4.6950E-1	4.8374E-1	4.8546E-1
	8.5547E-2	8.0608E-2	7.6524E-2	8.0853E-2	7.6837E-2	8.1036E-2	7.7313E-2	8.1162E-2	7.7757E-2
	4.2943E-3	4.0427E-3	3.8346E-3	4.0448E-3	3.8373E-3	4.0463E-3	3.8412E-3	4.0475E-3	3.8447E-3
	6.8727E-8	6.4684E-8	6.1325E-8	6.4685E-8	6.1345E-8	6.4685E-8	6.1345E-8	6.4685E-8	6.1346E-8
	4.7273E-10	4.4492E-10	4.2195E-10	4.4492E-10	4.2195E-10	4.4492E-10	4.2195E-10	4.4492E-10	4.2195E-10

Tabla 12 Esperanza de costos de danos para proceso de Poisson ( $k=1$ ) y para proceso gamma ( $k=2,10$ ).  
Incertidumbre en el parametro  $\lambda$ .  
 $\lambda_1 = 34.4344$ ,  $\sigma = 0.3$ ,  $Y = 0.05$ ,  $U_0 = 0.5$

Caso	$E\lambda/\theta$								
	$k=1$	$u_0 = 0.0$		$u_0 = 0.2$		$u_0 = 0.5$		$u_0 = 1.0$	
		$k=2$	$k=10$	$k=2$	$k=10$	$k=2$	$k=10$	$k=2$	$k=10$
1	9.0283E-1	6.8081E-1	8.6234E-1	8.9204E-1	8.7825E-1	9.0064E-1	9.0126E-1	9.0745E-1	9.2277E-1
	9.9226E-2	9.6806E-2	9.4843E-2	9.6940E-2	9.5025E-2	9.7041E-2	9.5288E-2	9.7120E-2	9.5523E-2
	7.5892E-4	7.4047E-4	7.2545E-4	7.4048E-4	7.2546E-4	7.4048E-4	7.2547E-4	7.4048E-4	7.2549E-4
	1.4326E-9	1.3977E-9	1.3693E-9	1.3977E-9	1.3693E-9	1.3977E-9	1.3693E-9	1.3977E-9	1.3693E-9
	2.0651E-16	2.0148E-16	1.9739E-16	2.0148E-16	1.9739E-16	2.0148E-16	1.9739E-16	2.0148E-16	1.9739E-16
2	1.0979E+0	1.0778E+0	1.0597E+0	1.0947E+0	1.0829E+0	1.1077E+0	1.1181E+0	1.1382E+0	1.1514E+0
	2.2058E-1	2.1546E-1	2.1130E-1	2.1613E-1	2.1221E-1	2.1663E-1	2.1352E-1	2.1782E-1	2.1471E-1
	6.5671E-3	6.4871E-3	6.2773E-3	6.4076E-3	6.2781E-3	6.4081E-3	6.2792E-3	6.4084E-3	6.2802E-3
	1.4105E-7	1.3761E-7	1.3482E-7	1.3761E-7	1.3482E-7	1.3761E-7	1.3482E-7	1.3761E-7	1.3482E-7
	1.4921E-13	1.4556E-13	1.4261E-13	1.4556E-13	1.4261E-13	1.4556E-13	1.4261E-13	1.4556E-13	1.4261E-13
3	8.8193E-1	8.6893E-1	8.4294E-1	8.7113E-1	8.5758E-1	8.7936E-1	8.7968E-1	8.8587E-1	9.0013E-1
	9.4808E-2	9.2495E-2	9.0620E-2	9.2656E-2	9.0838E-2	9.2777E-2	9.1154E-2	9.2872E-2	9.1438E-2
	2.1911E-3	2.1133E-3	2.0501E-3	2.1148E-3	2.0511E-3	2.1146E-3	2.0526E-3	2.1150E-3	2.0538E-3
	8.6728E-7	8.4613E-7	8.2897E-7	8.4613E-7	8.2897E-7	8.4613E-7	8.2897E-7	8.4613E-7	8.2897E-7
	8.8853E-12	8.6686E-12	8.4927E-12	8.6686E-12	8.4927E-12	8.6686E-12	8.4927E-12	8.6686E-12	8.4927E-12
4	1.0890E+0	1.0671E+0	1.0492E+0	1.0837E+0	1.0720E+0	1.0964E+0	1.1066E+0	1.1166E+0	1.1293E+0
	2.0779E-1	2.0296E-1	1.9903E-1	2.0358E-1	1.9987E-1	2.0405E-1	2.0110E-1	2.0421E-1	2.0221E-1
	1.0683E-2	1.0424E-2	1.0214E-2	1.0430E-2	1.0222E-2	1.0434E-2	1.0232E-2	1.0437E-2	1.0242E-2
	1.7182E-5	1.6763E-5	1.6423E-5	1.6763E-5	1.6423E-5	1.6763E-5	1.6423E-5	1.6763E-5	1.6423E-5
	1.1818E-9	1.1530E-9	1.1296E-9	1.1530E-9	1.1296E-9	1.1530E-9	1.1296E-9	1.1530E-9	1.1296E-9

Tabla 13 Esperanza de costos de danos para el proceso de Poisson ( $k=1$ ) y para el proceso gamma ( $k=2,10$ ).

Incertidumbre en el parámetro  $\lambda$ ,  
 $\lambda_1 = 34.4744$ ,  $\sigma = 0.3$ ,  $Y = 0.05$ ,  $U_0 = 1.0$

Caso	$E_s(t)$								
	$k=1$	$u_0 = 0.0$		$u_0 = 0.2$		$u_0 = 0.5$		$u_0 = 1.0$	
		$k=2$	$k=10$	$k=2$	$k=10$	$k=2$	$k=10$	$k=2$	$k=10$
1	1.8057E+0	1.7834E+0	1.7654E+0	1.8064E+0	1.7973E+0	1.8244E+0	1.8447E+0	1.8380E+0	1.8886E+0
	1.9845E-1	1.9500E-1	1.9403E-1	1.9628E-1	1.9441E-1	1.9648E-1	1.9495E-1	1.9665E-1	1.9542E-1
	1.5180E-3	1.4932E-3	1.4841E-3	1.4952E-3	1.4841E-3	1.4933E-1	1.4842E-3	1.4933E-3	1.4842E-3
	2.8252E-9	2.8298E-9	2.8013E-9	2.8298E-9	2.8013E-9	2.8298E-9	2.8013E-9	2.8298E-9	2.8013E-9
	4.1202E-16	4.0793E-16	4.0382E-16	4.0793E-16	4.0382E-16	4.0793E-16	4.0382E-16	4.0793E-16	4.0382E-16
2	1.6929E+0	1.6754E+0	1.6613E+0	1.6909E+0	1.6766E+0	1.7204E+0	1.7496E+0	1.7595E+0	1.7987E+0
	4.2031E-1	4.1561E-1	4.1181E-1	4.1685E-1	4.1352E-1	4.1772E-1	4.1596E-1	4.1651E-1	4.1817E-1
	1.3114E-2	1.2953E-2	1.2823E-2	1.2954E-2	1.2825E-2	1.2955E-2	1.2827E-2	1.2956E-2	1.2829E-2
	2.8210E-7	2.7862E-7	2.7581E-7	2.7862E-7	2.7581E-7	2.7862E-7	2.7581E-7	2.7862E-7	2.7581E-7
	2.9846E-13	2.9472E-13	2.9175E-13	2.9472E-13	2.9175E-13	2.9472E-13	2.9175E-13	2.9472E-13	2.9175E-13
3	1.7638E+0	1.7420E+0	1.7245E+0	1.7640E+0	1.7558E+0	1.7805E+0	1.8003E+0	1.7942E+0	1.8422E+0
	1.8962E-1	1.8728E-1	1.8539E-1	1.8761E-1	1.8584E-1	1.8785E-1	1.8649E-1	1.8805E-1	1.8707E-1
	6.3822E-3	6.3035E-3	6.2401E-3	6.3051E-3	6.2428E-3	6.3061E-3	6.2451E-3	6.3070E-3	6.2476E-3
	1.7344E-6	1.7132E-6	1.6959E-6	1.7132E-6	1.6959E-6	1.7132E-6	1.6959E-6	1.7132E-6	1.6959E-6
	1.7771E-11	1.7551E-11	1.7374E-11	1.7551E-11	1.7374E-11	1.7551E-11	1.7374E-11	1.7551E-11	1.7374E-11
4	1.8707E+0	1.8535E+0	1.8396E+0	1.8785E+0	1.8745E+0	1.8977E+0	1.9264E+0	1.9129E+0	1.9748E+0
	3.9703E-1	3.9255E-1	3.8894E-1	3.9371E-1	3.9054E-1	3.9458E-1	3.9284E-1	3.9562E-1	3.9488E-1
	2.1189E-2	2.0932E-2	2.0724E-2	2.0942E-2	2.0739E-2	2.0950E-2	2.0760E-2	2.0957E-2	2.0779E-2
	3.4362E-5	3.3938E-5	3.3596E-5	3.3938E-5	3.3596E-5	3.3938E-5	3.3596E-5	3.3938E-5	3.3596E-5
	2.3636E-9	2.3345E-9	2.3110E-9	2.3345E-9	2.3110E-9	2.3345E-9	2.3110E-9	2.3345E-9	2.3110E-9

Tabla 14 Esperanza de costos de danos para el proceso de Poisson ( $k=1$ ) y para el proceso gamma ( $k=2,10$ ).

Incertidumbre en el parámetro  $\lambda$ ,  
 $U_0 = 0.2$ ,  $\sigma = 0.3$ ,  $Y = 0.05$

Caso	$E_s(t)$								
	$k=1$	$u_0 = 0.0$		$u_0 = 0.2$		$u_0 = 0.5$		$u_0 = 1.0$	
		$k=2$	$k=10$	$k=2$	$k=10$	$k=2$	$k=10$	$k=2$	$k=10$
1	3.6113E-1	3.3989E-1	3.2234E-1	3.4407E-1	3.2776E-1	3.4727E-1	3.3617E-1	3.4960E-1	3.4426E-1
	3.9691E-2	3.7356E-2	3.5427E-2	3.7406E-2	3.5492E-2	3.7443E-2	3.5588E-2	3.7473E-2	3.5577E-2
	3.0359E-4	2.8573E-4	2.7098E-4	2.8574E-4	2.7099E-4	2.8574E-4	2.7099E-4	2.8574E-4	2.7100E-4
	5.7291E-10	5.3921E-10	5.1137E-10	5.3921E-10	5.1137E-10	5.3921E-10	5.1137E-10	5.3921E-10	5.1137E-10
	8.2606E-17	7.7746E-17	7.3733E-17	7.7746E-17	7.3733E-17	7.7747E-17	7.3733E-17	7.7747E-17	7.3733E-17
2	4.9620E-1	4.6952E-1	4.4727E-1	4.7536E-1	4.5776E-1	4.9371E-1	4.7433E-1	4.8884E-1	4.9686E-1
	9.1943E-2	8.5697E-2	8.1354E-2	8.5960E-2	8.1694E-2	8.6158E-2	8.2207E-2	8.6013E-2	8.2682E-2
	2.6291E-3	2.4746E-3	2.3469E-3	2.4749E-3	2.3472E-3	2.4750E-3	2.3476E-3	2.4751E-3	2.3480E-3
	5.6410E-6	5.3092E-6	5.0351E-6	5.3092E-6	5.0351E-6	5.3092E-6	5.0351E-6	5.3092E-6	5.0351E-6
	5.9680E-14	5.6169E-14	5.3270E-14	5.6169E-14	5.3270E-14	5.6169E-14	5.3270E-14	5.6169E-14	5.3270E-14

Tabla 15 Esperanza de costos de daños para el proceso de Poisson ( $k=1$ ) y para el proceso gamma ( $k=2, 10$ ).  
Incertidumbre en el parámetro  $\lambda_0$ .  
 $U_0 = 0.5$ ,  $\sigma = 0.3$ ,  $\gamma = 0.05$

Caso	$E_d(\$)$								
	$k = 1$	$u_0 = 0.0$		$u_0 = 0.2$		$u_0 = 0.5$		$u_0 = 1.0$	
		$k = 2$	$k = 10$						
1	9.0203E-1	8.8801E-1	8.6294E-1	8.9204E-1	8.7825E-1	9.0864E-1	9.0126E-1	9.0745E-1	9.2277E-1
	9.9226E-2	9.6802E-2	9.4842E-2	9.6941E-2	9.5025E-2	9.7041E-2	9.5282E-2	9.7120E-2	9.9523E-2
	7.5898E-4	7.4047E-4	7.2545E-4	7.4046E-4	7.2546E-4	7.4046E-4	7.2547E-4	7.4046E-4	7.2549E-4
	1.4323E-9	1.3973E-9	1.3691E-9	1.3973E-9	1.3691E-9	1.3973E-9	1.3691E-9	1.3973E-9	1.3691E-9
	2.0651E-16	2.0148E-16	1.9739E-16	2.0148E-16	1.9739E-16	2.0148E-16	1.9739E-16	2.0148E-16	1.9739E-16
2	1.0935E+0	1.0597E+0	1.0772E+0	1.0947E+0	1.0829E+0	1.1077E+0	1.1181E+0	1.1180E+0	1.1514E+0
	2.2058E-1	2.1546E-1	2.1131E-1	2.1613E-1	2.1221E-1	2.1663E-1	2.1352E-1	2.1702E-1	2.1471E-1
	6.5670E-3	6.4070E-3	6.2773E-3	6.4070E-3	6.2781E-3	6.4091E-3	6.2792E-3	6.4084E-3	6.2802E-3
	1.4182E-7	1.3759E-7	1.3475E-7	1.3759E-7	1.3475E-7	1.3759E-7	1.3475E-7	1.3759E-7	1.3479E-7
	1.4920E-13	1.4556E-13	1.4261E-13	1.4556E-13	1.4261E-13	1.4556E-13	1.4261E-13	1.4556E-13	1.4261E-13

Tabla 16 Esperanza de costos de daños para el proceso de Poisson ( $k=1$ ) y para proceso gamma ( $k=2, 10$ ).  
Incertidumbre en el parámetro  $\lambda_0$ .  
 $U_0 = 1.0$ ,  $\sigma = 0.3$ ,  $\gamma = 0.05$

Caso	$E_d(\$)$								
	$k = 1$	$u_0 = 0.0$		$u_0 = 0.2$		$u_0 = 0.5$		$u_0 = 1.0$	
		$k = 2$	$k = 10$						
1	1.8057E+0	1.7634E+0	1.7654E+0	1.8064E+0	1.7973E+0	1.8240E+0	1.8447E+0	1.8380E+0	1.8886E+0
	1.9845E-1	1.9601E-1	1.9403E-1	1.9626E-1	1.9441E-1	1.9648E-1	1.9495E-1	1.9655E-1	1.9543E-1
	1.5180E-3	1.4992E-3	1.4841E-3	1.4992E-3	1.4841E-3	1.4992E-3	1.4842E-3	1.4993E-3	1.4842E-3
	2.8645E-9	2.8292E-9	2.8007E-9	2.8292E-9	2.8007E-9	2.8292E-9	2.8007E-9	2.8292E-9	2.8007E-9
	4.1303E-9	4.0793E-16	4.0382E-16	4.0793E-16	4.0382E-16	4.0793E-16	4.0382E-16	4.0793E-16	4.0382E-16
2	1.8929E+0	1.8754E+0	1.8613E+0	1.9079E+0	1.8968E+0	1.9204E+0	1.9496E+0	1.9359E+0	1.9987E+0
	4.2031E-1	4.1561E-1	4.1181E-1	4.1685E-1	4.1352E-1	4.1778E-1	4.1596E-1	4.1851E-1	4.1817E-1
	1.3114E-2	1.2953E-2	1.2823E-2	1.2954E-2	1.2825E-2	1.2955E-2	1.2825E-2	1.2956E-2	1.2829E-2
	2.8205E-7	2.7857E-7	2.7576E-7	2.7857E-7	2.7576E-7	2.7857E-7	2.7576E-7	2.7857E-7	2.7576E-7
	2.9840E-13	2.9472E-13	2.9175E-13	2.9472E-13	2.9175E-13	2.9472E-13	2.9175E-13	2.9472E-13	2.9175E-13

Tabla 17. Utilidades esperadas al reducir la incertidumbre en  $y$ , mediante estudios adicionales.  $A_0/A_1 y_0 = 0.1$ ,  $r=2.0$ ,  $y_1 = 35.0$

k	$\gamma$	$v_{y_1}^*$	$v_{y_2}^{**}$	$\eta_1$	$\eta_2$	U
4	0.05	0.5	0.4	1.999994	2.002888	2.870887
			0.3	2.000000	2.000690	2.894106
1	0.20	0.5	0.4	1.259921	1.260007	1.857999
			0.3	1.259921	1.259922	1.863452
20	0.05	0.5	0.4	3.416037	3.387135	4.478613
			0.3	3.419917	3.449295	4.575245
5	0.20	0.5	0.4	2.154435	2.158527	3.069558
			0.3	2.154435	2.155976	3.099090
40	0.05	0.5	0.4	4.275699	4.123885	5.233815
			0.3	4.307550	4.261224	5.345399
10	0.20	0.5	0.4	2.714105	2.718810	3.743234
			0.3	2.714410	2.725843	3.802622
400	0.05	0.5	0.4	7.231330	6.700107	7.214193
			0.3	7.877270	6.669032	7.034484
100	0.20	0.5	0.4	5.564154	5.137794	6.182230
			0.3	5.789005	5.283614	6.250400
4000	0.05	0.5	0.4	8.402426	9.385370	3.814847
			0.3	9.129229	8.779601	2.283280
1000	0.20	0.5	0.4	7.912920	7.751547	7.206330
			0.3	8.636343	7.524700	6.700680

Tabla 18. Utilidades esperadas al considerar  $y_1$  determinista  $v_{y_1} = 0.0$

k	$\gamma$	$\eta$	U
4	0.05	1.817120	2.946900
1	0.20	1.442250	1.902590
20	0.05	2.802040	4.941180
5	0.20	1.912930	3.177270
40	0.05	3.476030	5.970200
10	0.20	2.289430	3.993200
400	0.05	7.380320 $> \eta_1$	-
100	0.20	4.672330	7.212230
4000	0.05	15.87666 $> \eta_1$	-
1000	0.20	10.00666 $> \eta_1$	-

Tabla 19 Utilidades esperadas al efectuar estudios adicionales equivalentes a observar  $r$  eventos en  $t$  años.  
 $U_1 =$  Utilidad sin hacer estudios.  $A_0/A_1Y_0 = 0.1$ ,  $I_0/A_1Y_0 = 0.2$ ,  $\gamma = 0.2$ ,  $t = 55$ ,  $r = 11$

K	U								U <sub>1</sub>
	1000	500	400	200	100	75	50	25	
0.000001	1.195666	1.195311	1.195344	1.196797	1.193261	1.199000	1.204055	1.201870	1.205209
0.000003	1.198277	1.197016	1.196908	1.197279	1.196502	1.199161	1.204216	1.201930	"
0.00001	1.206713	1.201235	1.200282	1.198966	1.199346	1.199813	1.206538	1.202141	"
0.00003	1.230617	1.213287	1.209924	1.203787	1.201756	1.201621	1.201843	1.202744	"
0.0001	1.315181	1.255469	1.243670	1.228660	1.210183	1.207495	1.206061	1.204853	"
0.0003	1.556223	1.375596	1.341087	1.268968	1.234287	1.226027	1.218113	1.210879	"
0.001	2.399369	1.797813	1.677545	1.437577	1.318652	1.289300	1.260295	1.231970	"
0.003	4.819289	3.003023	2.641713	1.919681	1.559654	1.470082	1.380816	1.292230	"
0.01	13.246750	7.221256	6.016299	3.606974	2.403340	2.102817	1.802640	1.503142	"
0.03	37.350940	19.273350	15.657970	8.427812	4.813759	3.910631	3.607849	2.105747	"

Los valores correspondientes a  $D_0/A_1Y_0 = 1.0, 2.0$  se obtienen al multiplicar los valores de esta tabla por 1.6496 y 2.0578, respectivamente.

Si  $\gamma = 0.45$  y  $D_0/A_1Y_0 = 0.2, 1.0, 2.0$  los valores correspondientes se multiplican por 1.5392, 1.67167 y 2.09215, respectivamente.

Tabla 20 Valores de  $t$  que optimizan el proceso equivalente de realizar estudios adicionales.

t'	r'	K										Y	D <sub>0</sub> / A <sub>1</sub> Y <sub>0</sub>
		0.000001	0.000003	0.00001	0.00003	0.0001	0.0003	0.001	0.003	0.01	0.03		
55	11	500	400	200	75	25	-	-	-	-	-	0.2	0.2
20	4	1000	400	200	100	50	25	-	-	-	-		
10	2	1000	500	200	100	75	25	25	-	-	-		
5	1	1000	500	400	100	75	50	25	-	-	-		
55	11	500	400	200	75	25	-	-	-	-	-		1.0
20	4	1000	400	200	100	50	25	-	-	-	-		
10	2	1000	500	200	100	75	25	-	-	-	-		
5	1	1000	500	400	200	75	50	25	25	-	-		
55	11	500	400	200	100	25	-	-	-	-	-		2.0
20	4	1000	400	200	100	50	25	-	-	-	-		
10	2	1000	500	200	100	75	25	-	-	-	-		
5	1	1000	500	400	200	75	50	25	25	-	-		
55	11	500	400	200	75	25	-	-	-	-	-	0.05	0.2
20	4	1000	400	200	100	50	25	-	-	-	-		
10	2	1000	400	200	100	75	25	25	-	-	-		
5	1	1000	500	400	200	75	25	25	-	-	-		
55	11	500	400	200	75	25	-	-	-	-	-		1.0
20	4	1000	400	200	100	50	25	-	-	-	-		
10	2	1000	500	200	100	75	25	25	-	-	-		
5	1	1000	500	400	200	100	50	25	25	-	-		
55	11	500	400	200	75	25	-	-	-	-	-		2.0
20	4	1000	400	200	100	50	25	-	-	-	-		
10	2	1000	500	200	100	75	25	25	-	-	-		
5	1	1000	500	400	200	100	50	25	25	-	-		

Tabla 21. Utilidades esperadas al efectuar estudios adicionales para diferentes niveles de incertidumbre en  $U_2$  (para diversos valores de  $r'$  y  $t'$ )  
 $A_1/A_2 = 0.2$ ,  $\gamma = 0.2$ ,  $U_1 = 1.265289$  (utilidad sin hacer estudios)

T	t'	r'	U									
			0.000001	0.000003	0.00001	0.00003	0.0001	0.0003	0.001	0.003	0.01	0.03
1000	55	11	1.195566	1.195277	1.206713	1.230817	1.315181	1.556223	2.399869	4.810288	13.23675	37.35094
	20	4	1.176493	1.173504	1.187340	1.211445	1.295809	1.536851	2.380498	4.790917	13.22738	37.33157
	10	2	1.146492	1.148902	1.157339	1.181443	1.265809	1.506850	2.350496	4.760915	13.19738	37.30157
	5	1	1.099517	1.091927	1.100364	1.124468	1.208832	1.449074	2.293521	4.703340	13.14041	37.24459
500	55	11	1.195811	1.197016	1.201235	1.213287	1.255469	1.375990	1.797813	3.003023	7.221256	19.27335
	20	4	1.176557	1.177762	1.181981	1.194033	1.236215	1.356736	1.778559	2.983769	7.202002	19.25410
	10	2	1.146708	1.147914	1.152132	1.164184	1.206366	1.326887	1.748711	2.953920	7.172153	19.22452
	5	1	1.090159	1.091364	1.095582	1.107635	1.149817	1.270338	1.692161	2.897371	7.115604	19.16770
400	55	11	1.195944	1.196908	1.200282	1.209924	1.243670	1.340087	1.677545	2.641713	6.016299	15.65797
	20	4	1.176758	1.177723	1.181097	1.190739	1.224485	1.320901	1.658360	2.622528	5.997114	15.63979
	10	2	1.146986	1.147951	1.151325	1.160967	1.194713	1.291130	1.628588	2.592756	5.967342	15.60992
	5	1	1.090631	1.091595	1.094979	1.104612	1.138358	1.234774	1.572233	2.536400	5.910987	15.55266
200	55	11	1.196797	1.197279	1.198966	1.203787	1.226600	1.268868	1.437597	1.919601	3.686974	8.427812
	20	4	1.178022	1.178504	1.180191	1.185012	1.201885	1.250193	1.418022	1.900906	3.588199	8.409037
	10	2	1.148641	1.149123	1.150811	1.155631	1.172504	1.220713	1.389442	1.871526	3.558819	8.379657
	5	1	1.093147	1.093629	1.095316	1.100137	1.117010	1.165218	1.333947	1.816031	3.583324	8.324162
100	55	11	1.198261	1.198502	1.199346	1.201756	1.210183	1.234287	1.318652	1.559894	2.403348	4.813759
	20	4	1.180473	1.180714	1.181557	1.183968	1.192404	1.216509	1.300873	1.541915	2.385562	4.795981
	10	2	1.151949	1.152150	1.152993	1.155404	1.163940	1.187944	1.272309	1.513351	2.356998	4.767416
	5	1	1.097849	1.098090	1.098934	1.101344	1.109750	1.133865	1.218249	1.459291	2.302928	4.713057
75	55	11	1.199010	1.199181	1.199815	1.201621	1.207495	1.226027	1.289300	1.470062	2.182817	3.910631
	20	4	1.181900	1.182080	1.182713	1.184521	1.190848	1.209926	1.272200	1.452981	2.085716	3.893530
	10	2	1.153894	1.154075	1.154707	1.156515	1.162842	1.180921	1.244194	1.424976	2.057710	3.865525
	5	1	1.100681	1.100862	1.101495	1.103303	1.109630	1.127708	1.190982	1.371763	2.004463	3.812312
50	55	11	1.200895	1.200216	1.200638	1.201843	1.206061	1.210113	1.268295	1.380816	1.802640	3.007849
	20	4	1.184318	1.184439	1.184660	1.184865	1.190283	1.202336	1.244518	1.366584	1.795862	2.992072
	10	2	1.157432	1.157552	1.157974	1.159180	1.163398	1.175450	1.217632	1.338153	1.789376	2.965186
	5	1	1.105771	1.105891	1.106313	1.107518	1.111737	1.123789	1.165971	1.286492	1.708315	2.913525
25	55	11	1.202870	1.201930	1.202141	1.202744	1.204853	1.210679	1.231976	1.292230	1.503142	1.205747
	20	4	1.189275	1.189335	1.189546	1.190149	1.192258	1.198284	1.219375	1.279635	1.490547	2.093152
	10	2	1.165526	1.165586	1.165797	1.166400	1.168509	1.174535	1.195626	1.255886	1.466798	2.069403
	5	1	1.117902	1.117962	1.118173	1.118776	1.120885	1.126911	1.148002	1.208262	1.419174	2.021779

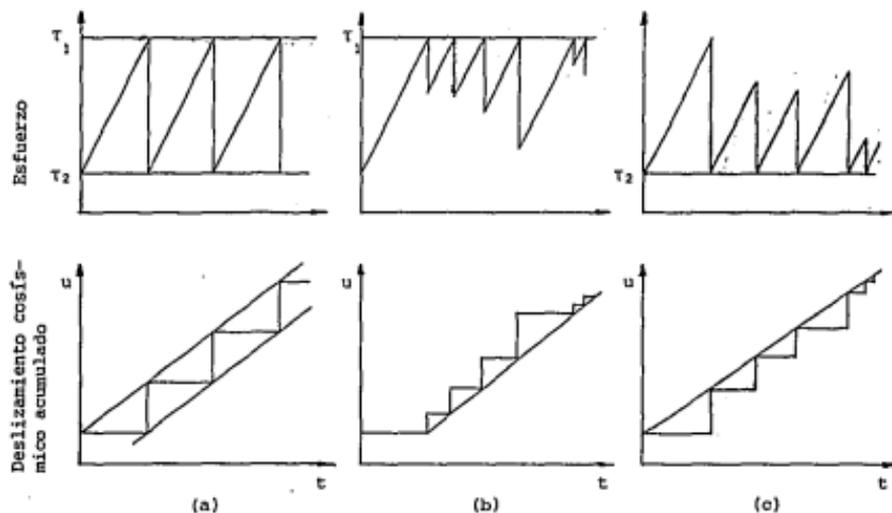


Fig 1 Modelos de recurrencia esquemáticos: a) estrictamente periódico, b) de tiempo predecible y c) de deslizamiento predecible.

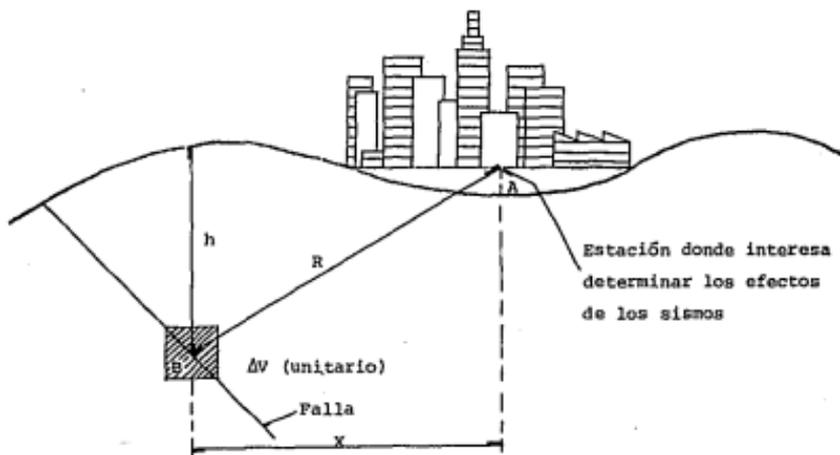


Fig 2 Ocurrencia de un sismo de magnitud  $M$  que dista  $R$  km del sitio de interés.

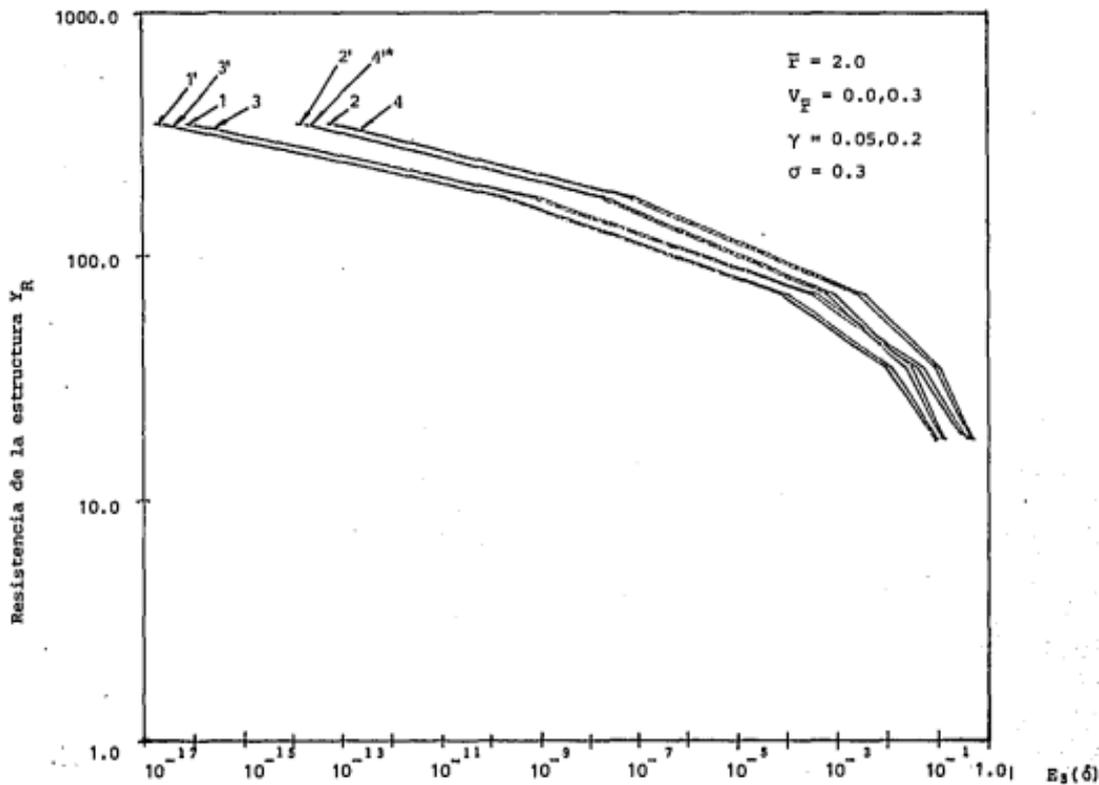


Fig 3 Influencia de la incertidumbre asociada con  $r$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_3(\delta)$

\* Los números con prima corresponden al caso  $\gamma = 0.2$

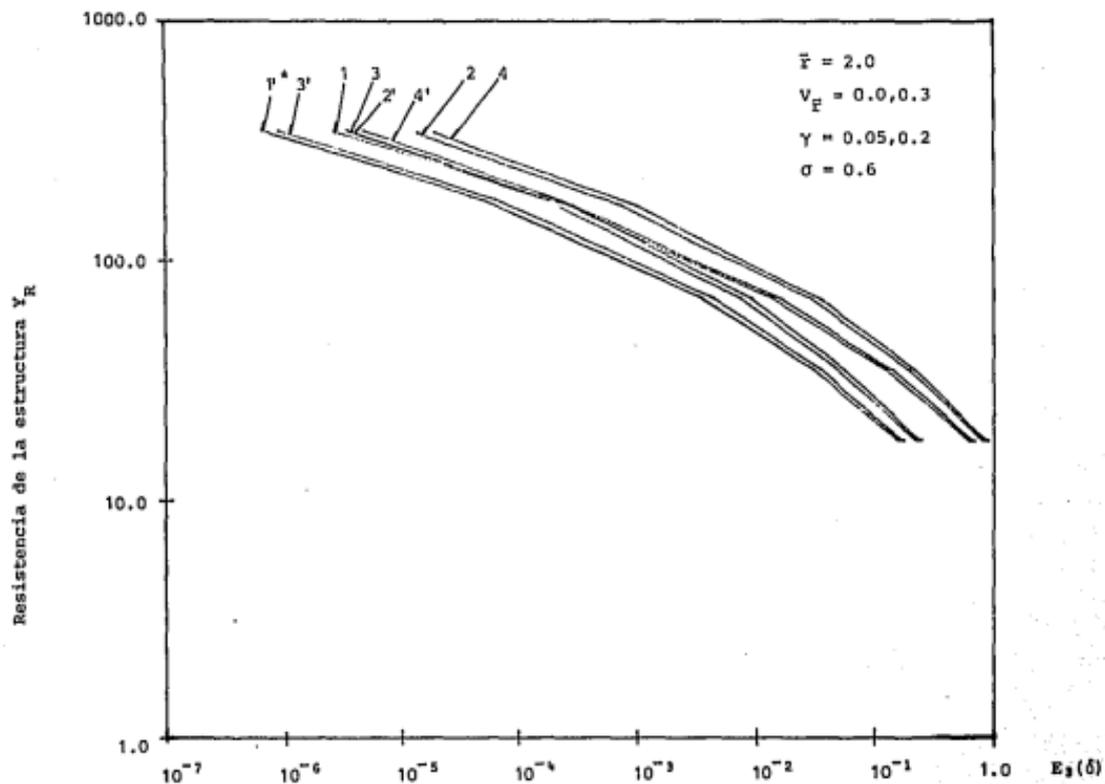


Fig 4 Influencia de la incertidumbre asociada con  $r$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_3(\delta)$

\* Los números con prima corresponden al caso  $\gamma = 0.2$

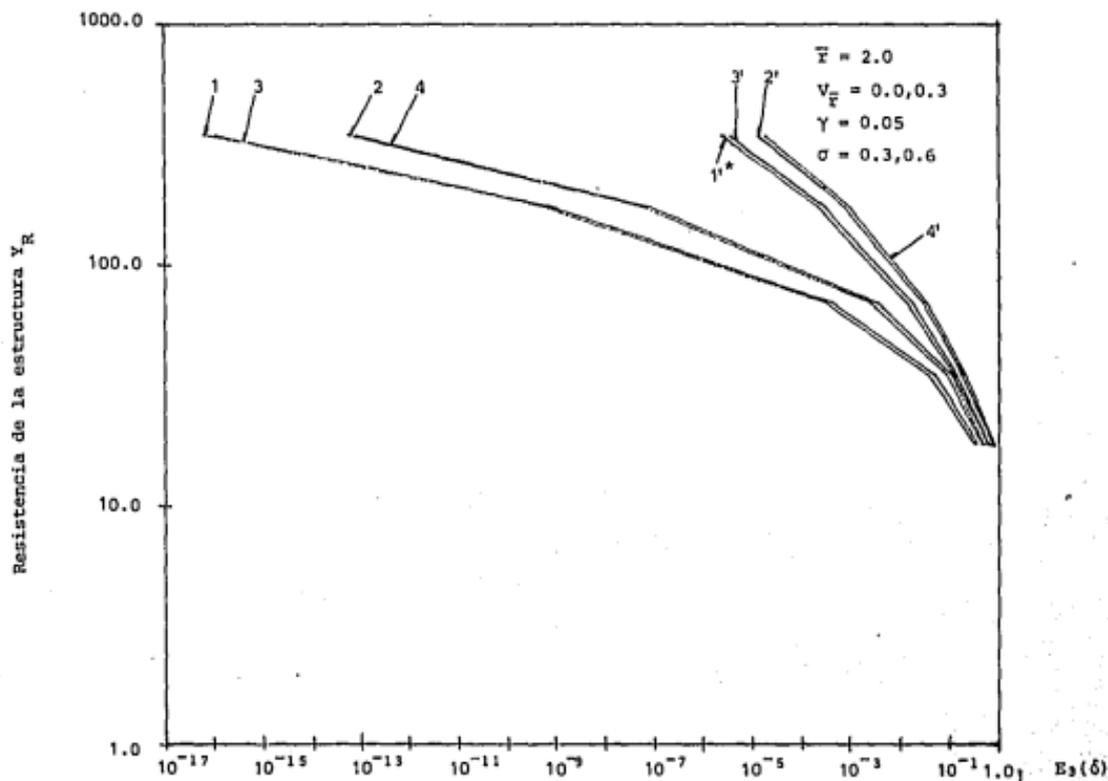


Fig 5 Influencia de la incertidumbre asociada con  $x$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_3(\delta)$

\* Los números con prima corresponden al caso  $\sigma = 0.6$

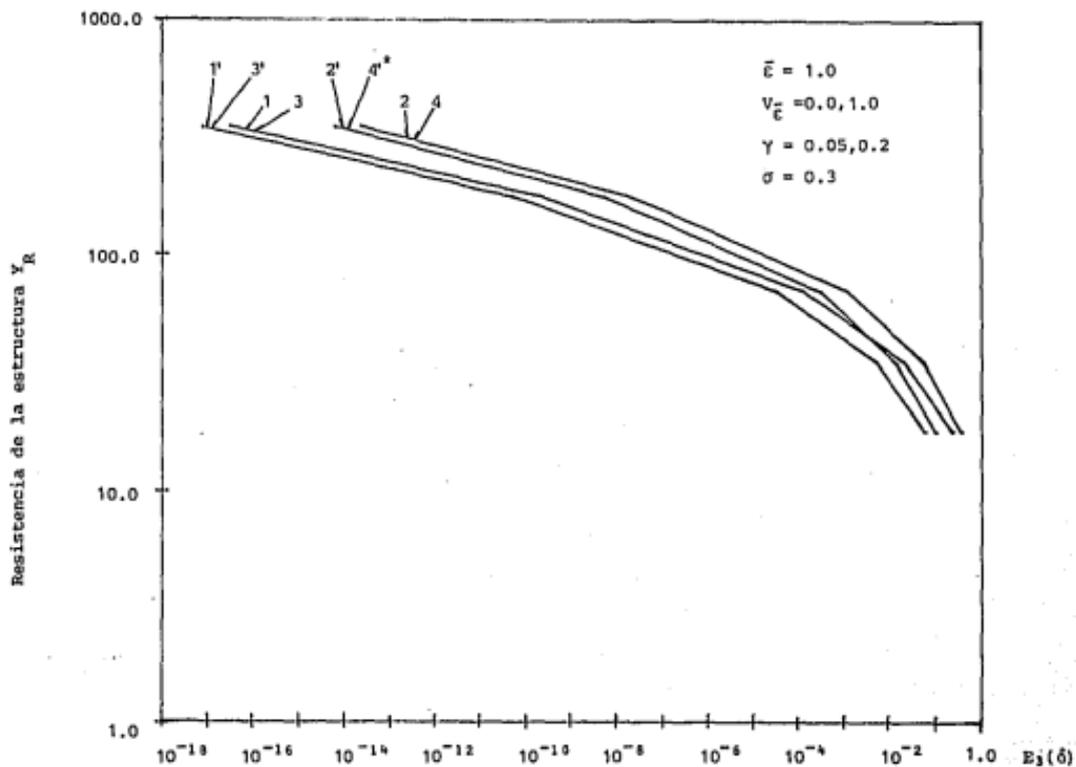


Fig 6 Influencia de la incertidumbre asociada con  $\epsilon$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_3(\delta)$

\* Los números con prima corresponden al caso  $\gamma = 0.2$

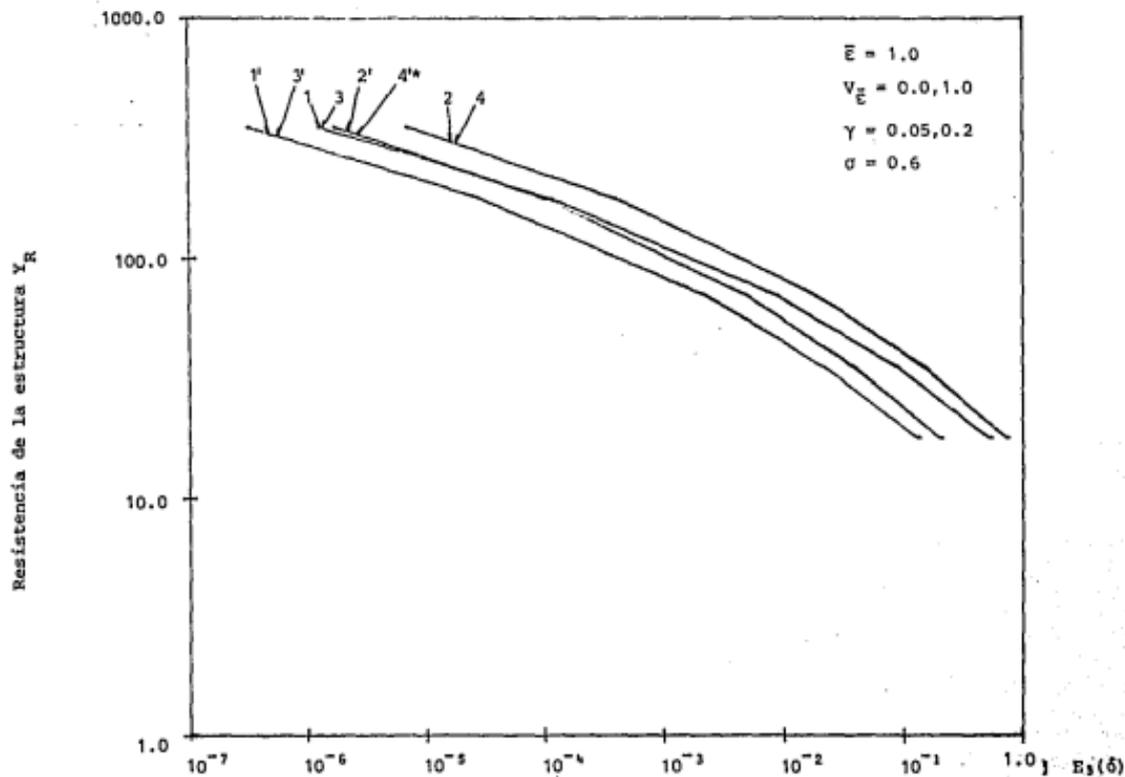


Fig 7 Influencia de la incertidumbre asociada con  $\epsilon$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_1(\delta)$

\* Los números con prima corresponden al caso  $\gamma = 0.2$

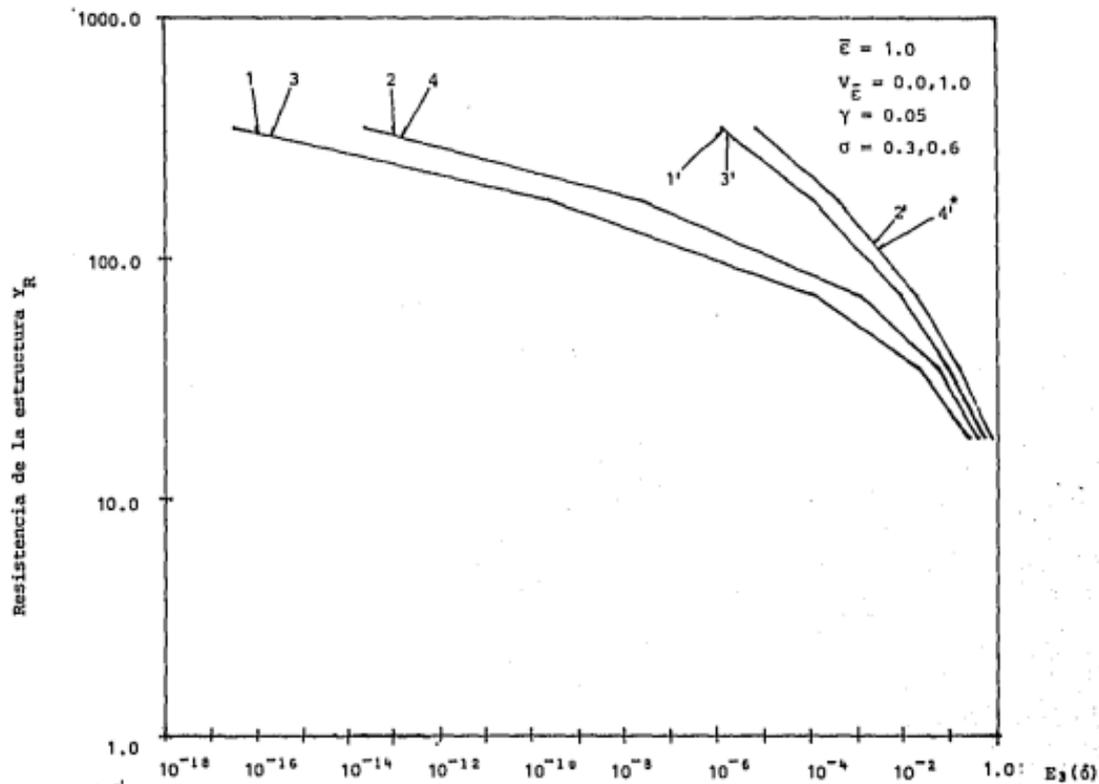


Fig 8 Influencia de la incertidumbre asociada con  $\epsilon$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_2(\delta)$

\* Los números con prima corresponden al caso  $\sigma = 0.6$

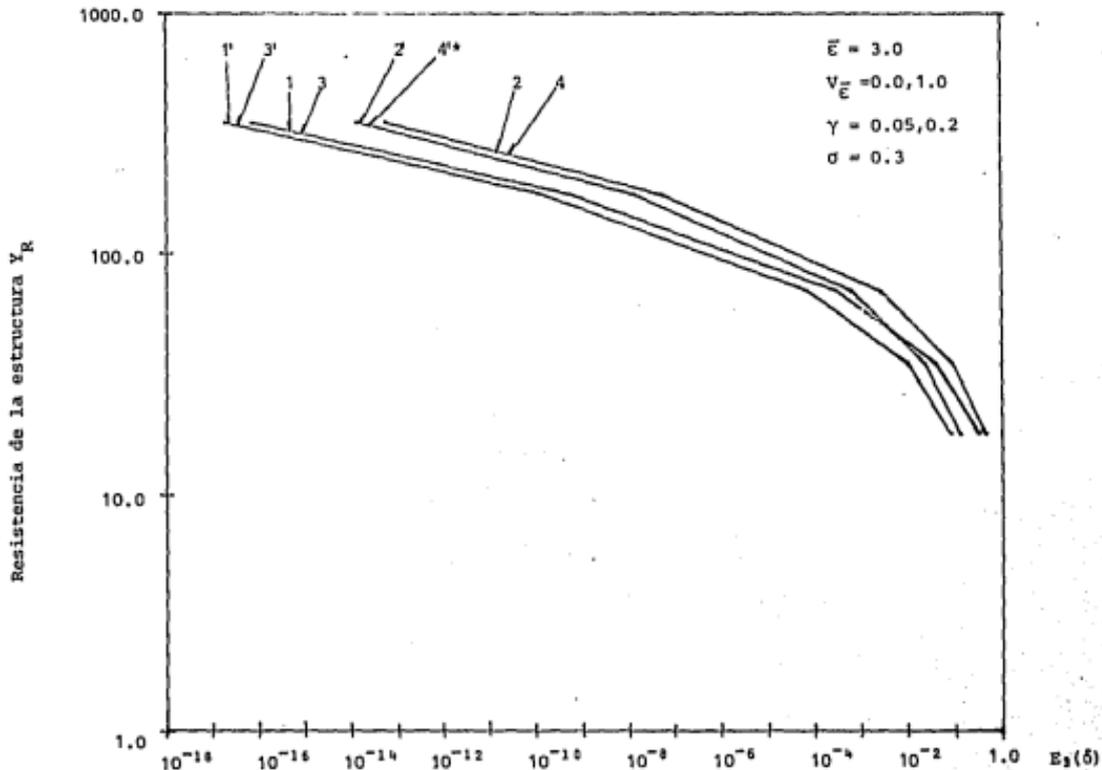


Fig 9 Influencia de la incertidumbre asociada con  $\epsilon$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_2(\delta)$

\* Los números con prima corresponden al caso  $\gamma = 0.2$

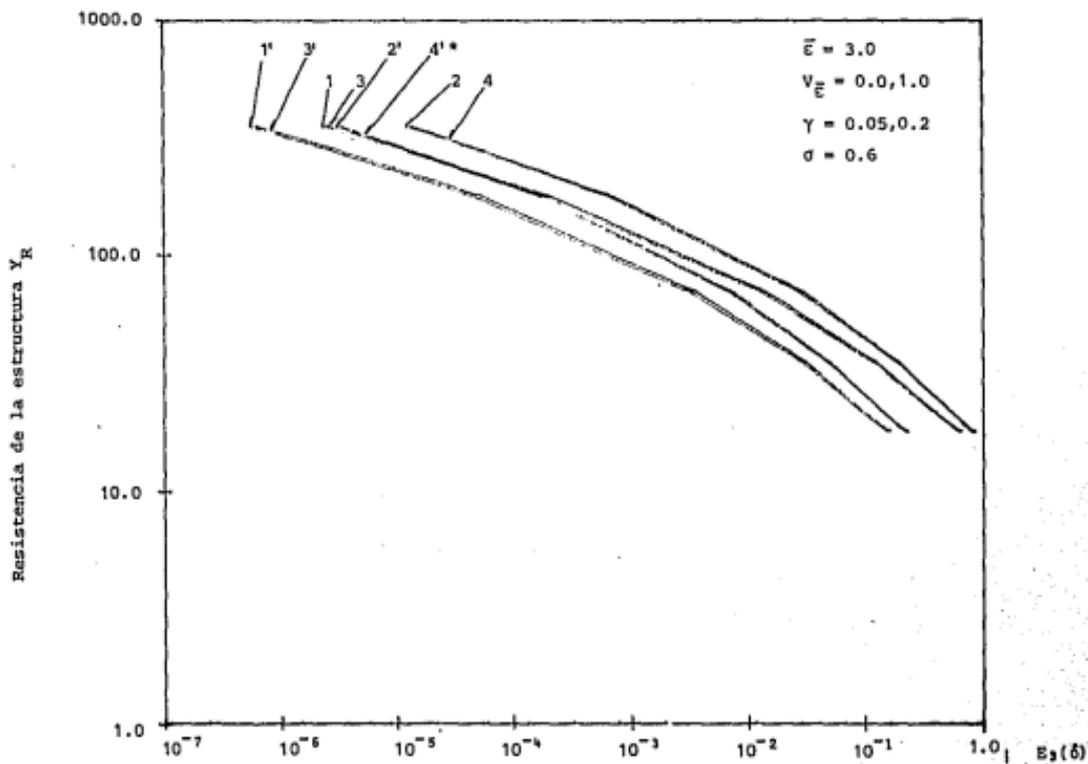


Fig 10 Influencia de la incertidumbre asociada con  $\epsilon$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_1(\delta)$

\* Los números con prima corresponden al caso  $\gamma = 0.2$

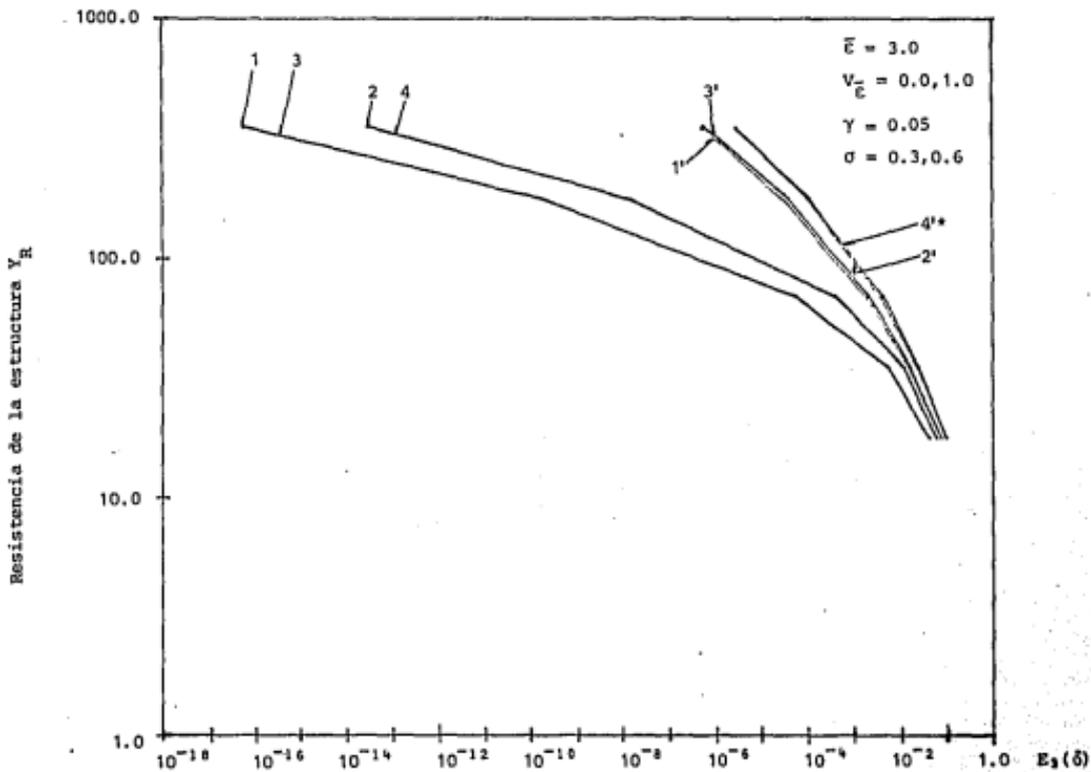


Fig 11 Influencia de la incertidumbre asociada con  $\bar{E}$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_3(\delta)$

\* Los números con prima corresponden al caso  $\sigma = 0.6$

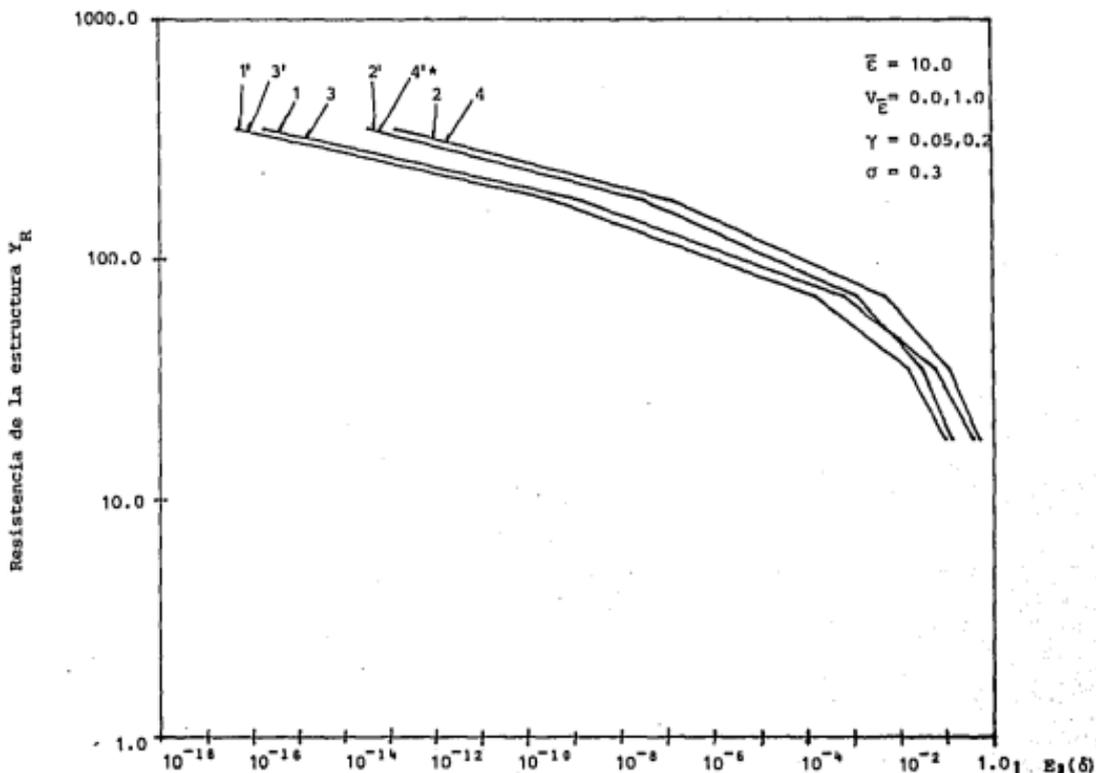


Fig 12 Influencia de la incertidumbre asociada con  $\epsilon$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_3(\delta)$

\* Los números con prima corresponden al caso  $\gamma = 0.2$

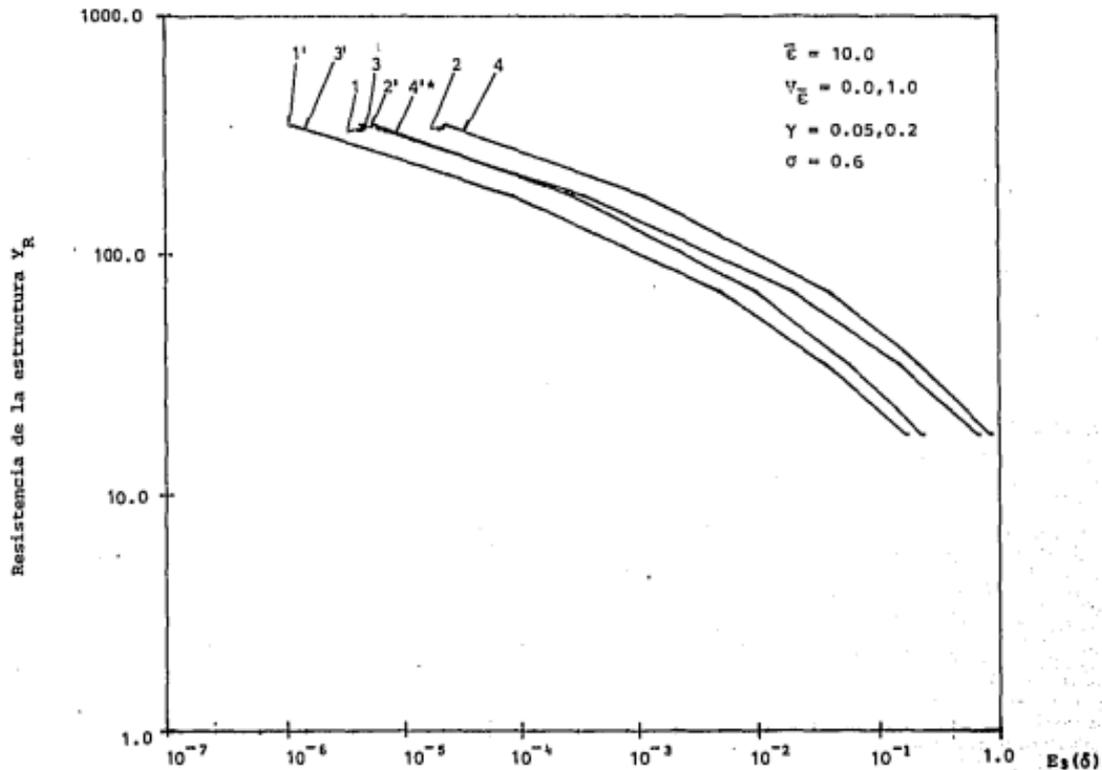


Fig 13 Influencia de la incertidumbre asociada con  $\epsilon$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_3(\delta)$

\* Los números con prima corresponden al caso  $\gamma = 0.2$

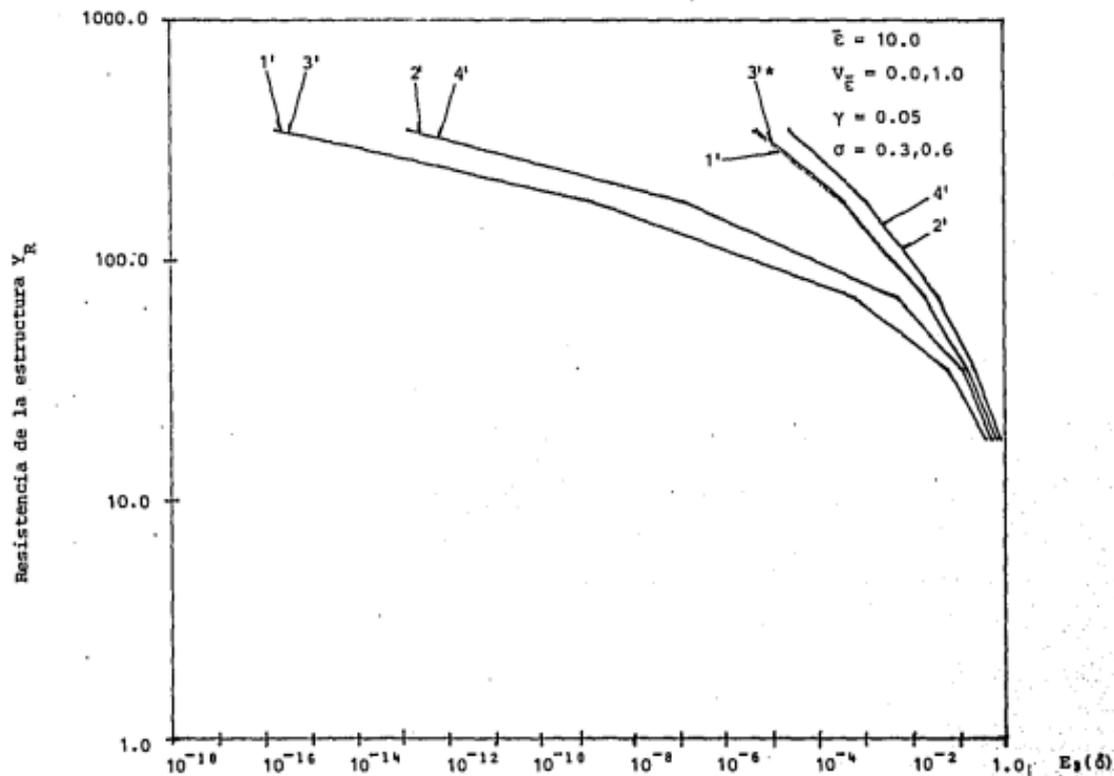


Fig 14 Influencia de la incertidumbre asociada con  $\epsilon$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_3(\delta)$

\* Los números con prima corresponden al caso  $\sigma = 0.6$

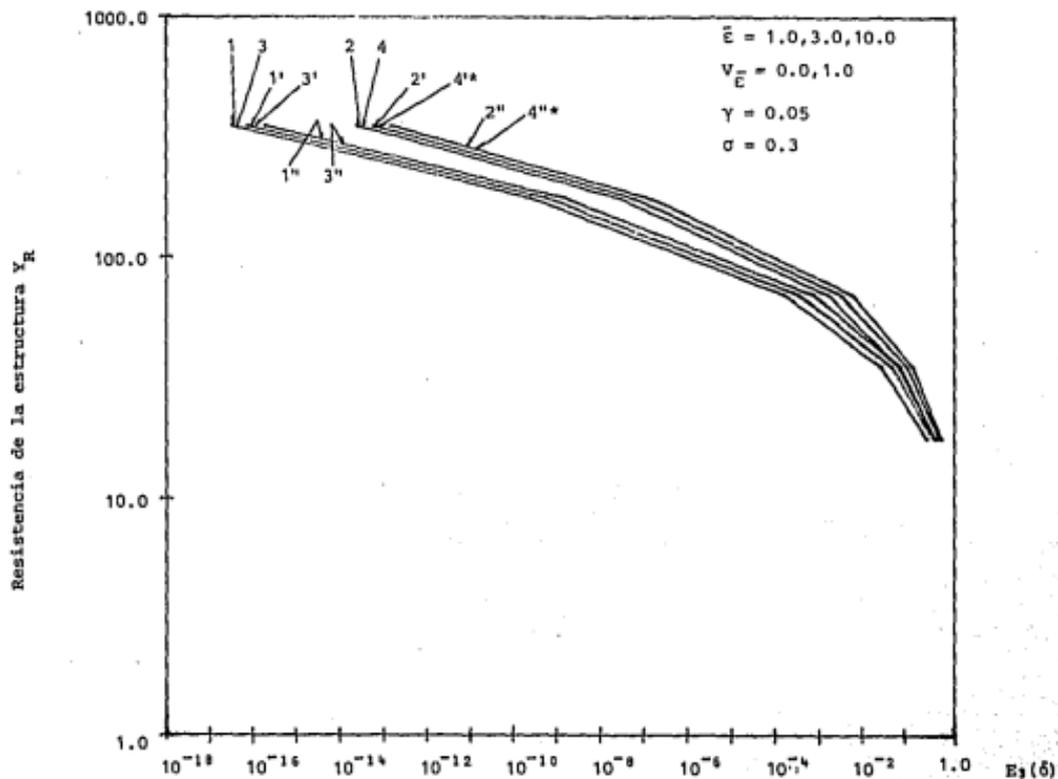


Fig 15 Influencia de la incertidumbre asociada con  $\bar{E}$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_3(\delta)$

\* Los números con prima corresponden a  $\bar{E} = 3.0$  y con biprima a  $\bar{E} = 10.0$

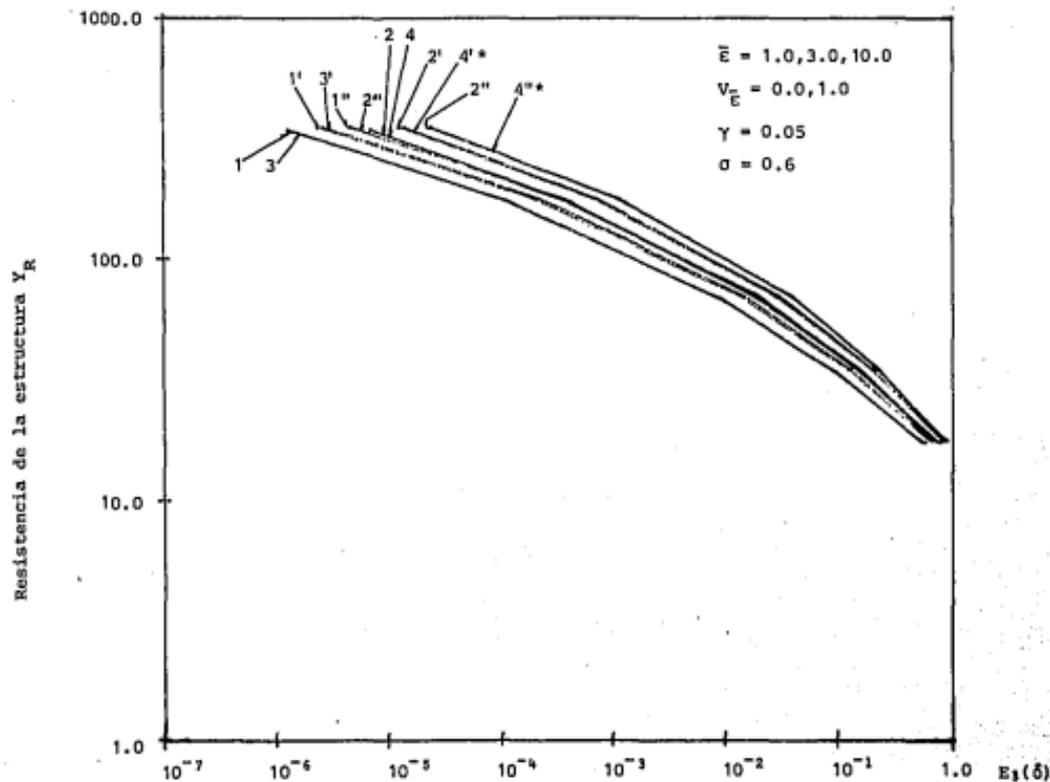


Fig 16 Influencia de la incertidumbre asociada con  $\epsilon$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_1(\delta)$

\* Los números con prima corresponden a  $\bar{E} = 3.0$  y con biciprima a  $\bar{E} = 10.0$

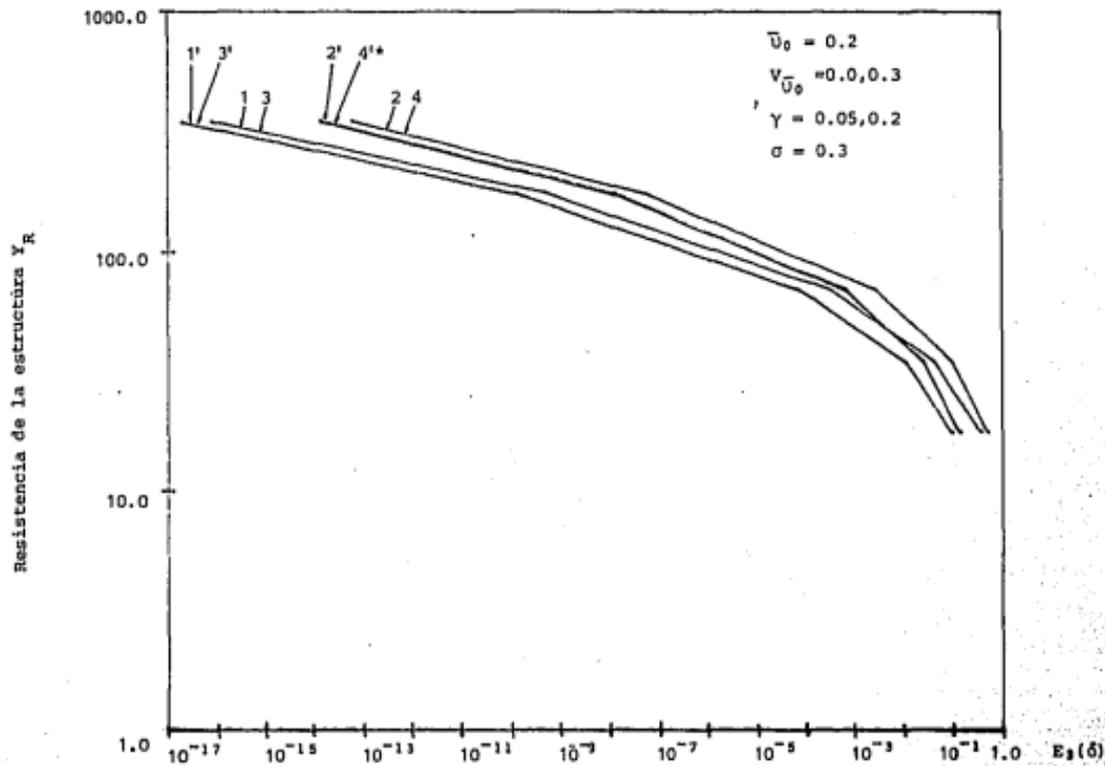


Fig 17 Influencia de la incertidumbre asociada con  $U_0$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_2(\delta)$

\* Los números con prima corresponden al caso  $\gamma = 0.2$

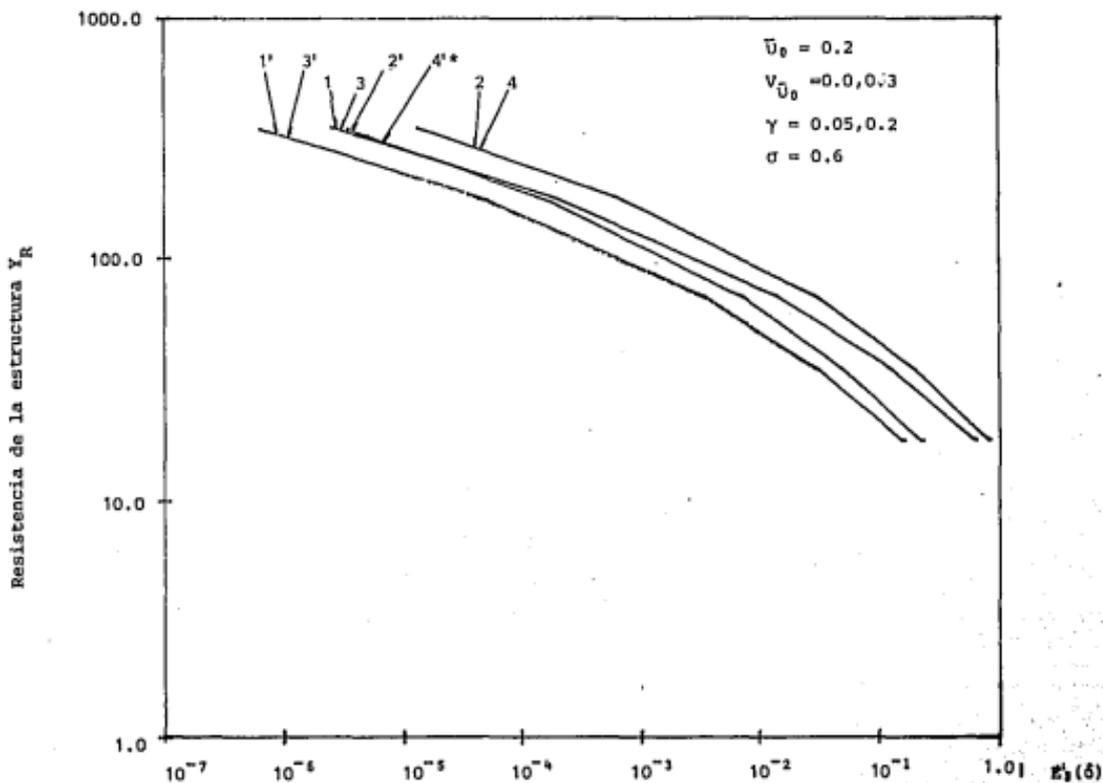


Fig 18 Influencia de la incertidumbre asociada a  $U_0$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_1(\delta)$

\* Los números con prima corresponden al caso  $\gamma = 0.2$

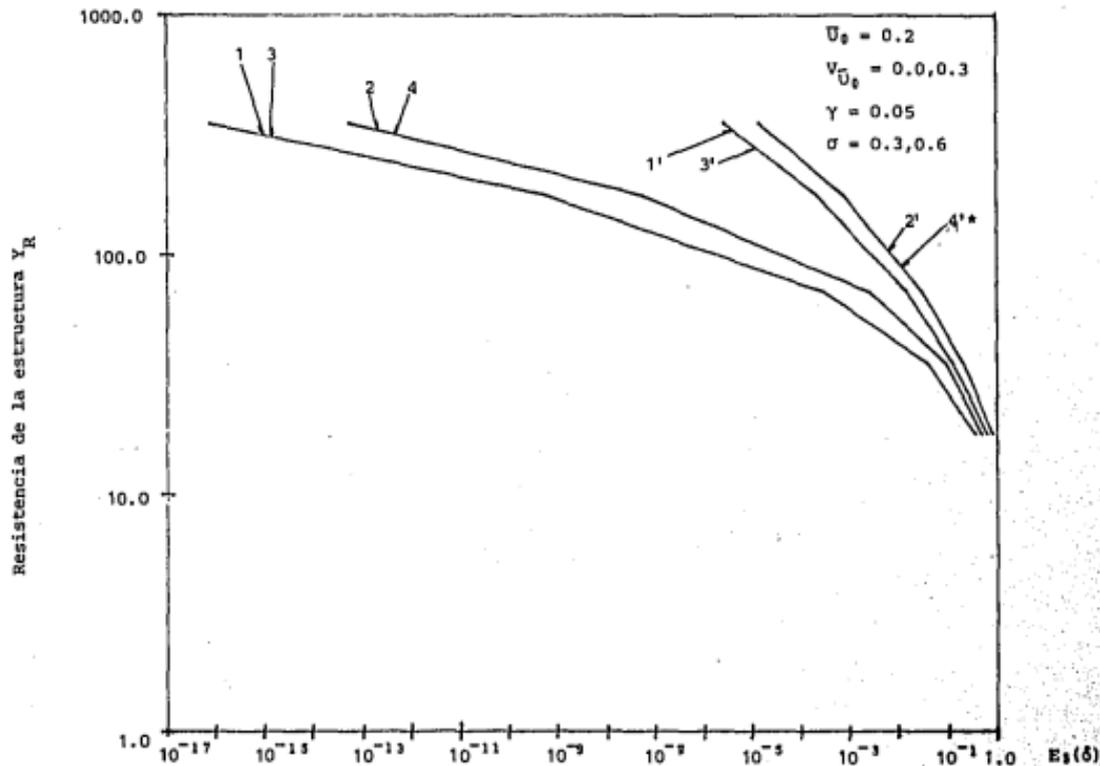


Fig 19 Influencia de la incertidumbre asociada con  $U_0$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_1(\delta)$

\* Los números con prima corresponden al caso  $\sigma = 0.6$

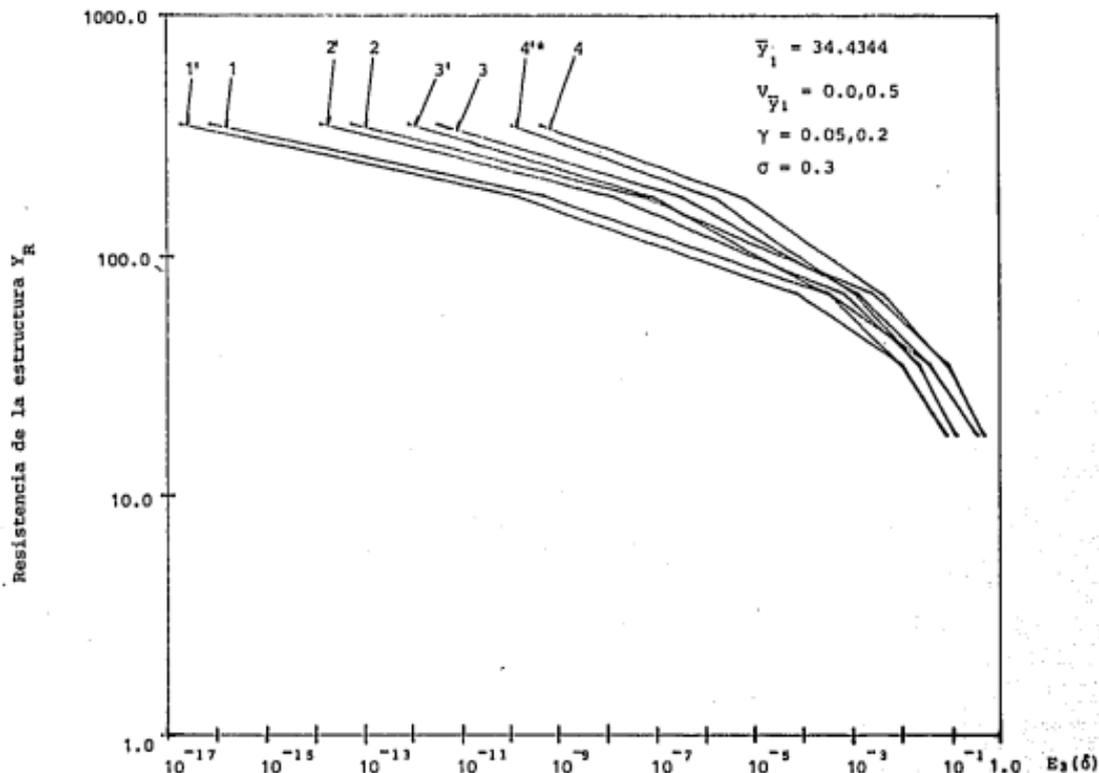


Fig 20 Influencia de la incertidumbre asociada con  $y_1$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_3(\delta)$

\* Los números con prima corresponden al caso  $\gamma = 0.2$

Resistencia de la estructura  $Y_R$

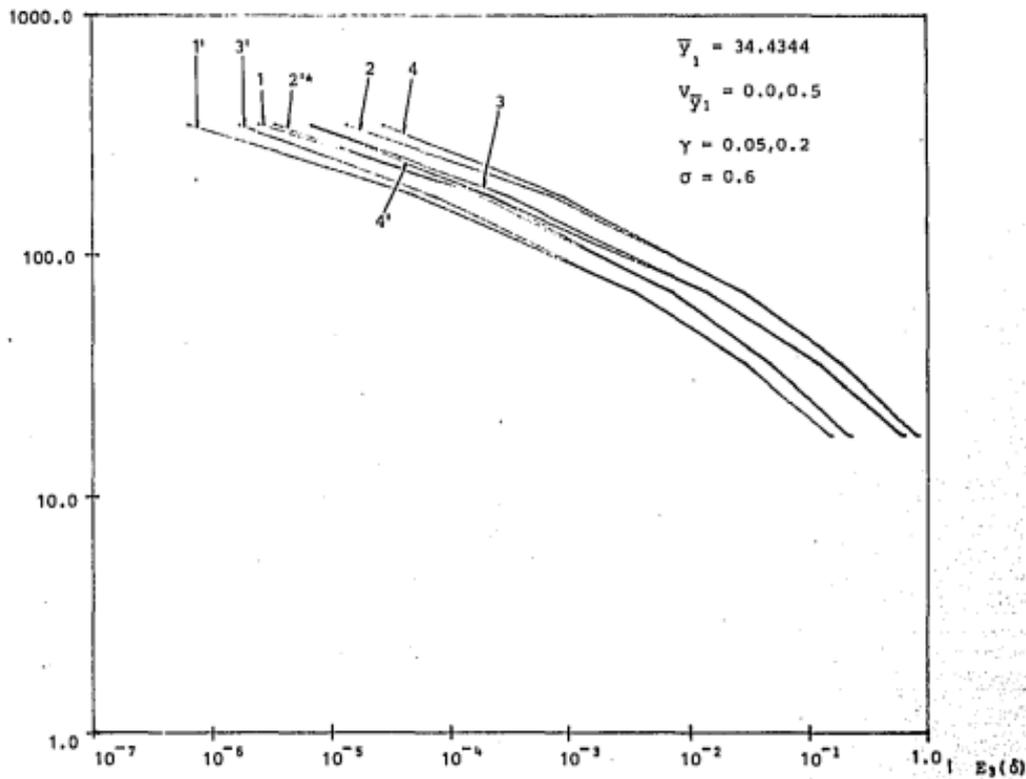


Fig 21 Influencia de la incertidumbre asociada con  $y_1$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_3(\delta)$

\* Los números con prima corresponden al caso  $\gamma = 0.2$

Resistencia de la estructura  $Y_R$

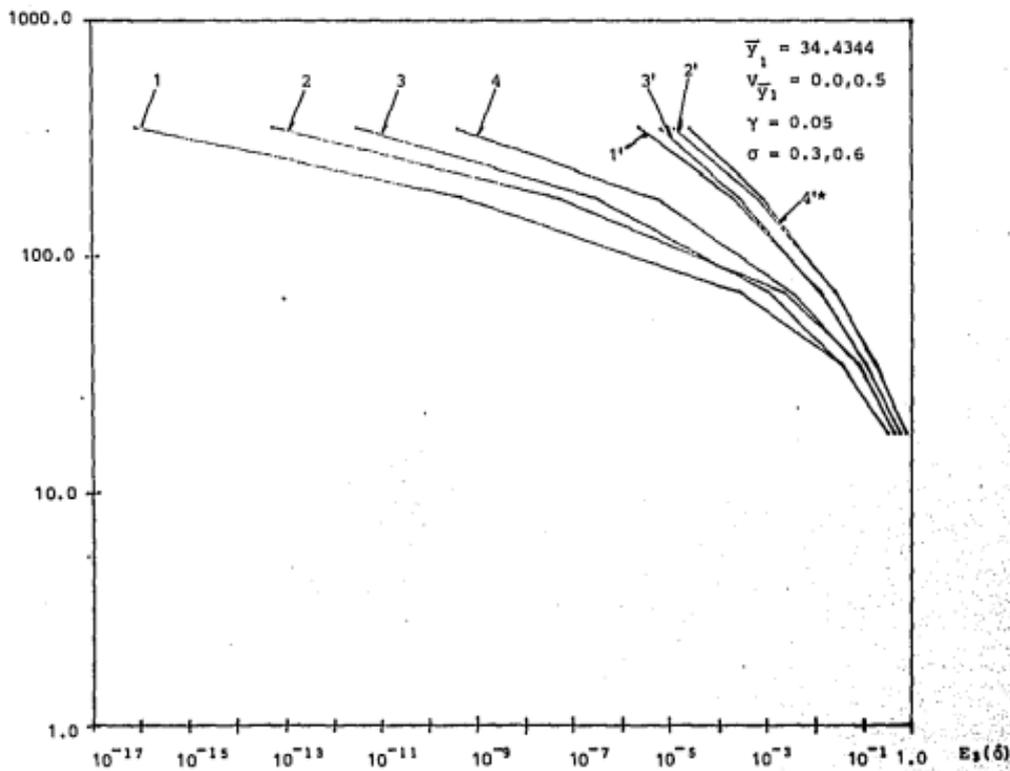


Fig 22 Influencia de la incertidumbre asociada con  $y_1$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_2(\delta)$

\* Los números con prima corresponden al caso  $\sigma = 0.6$

Resistencia de la estructura  $Y_R$

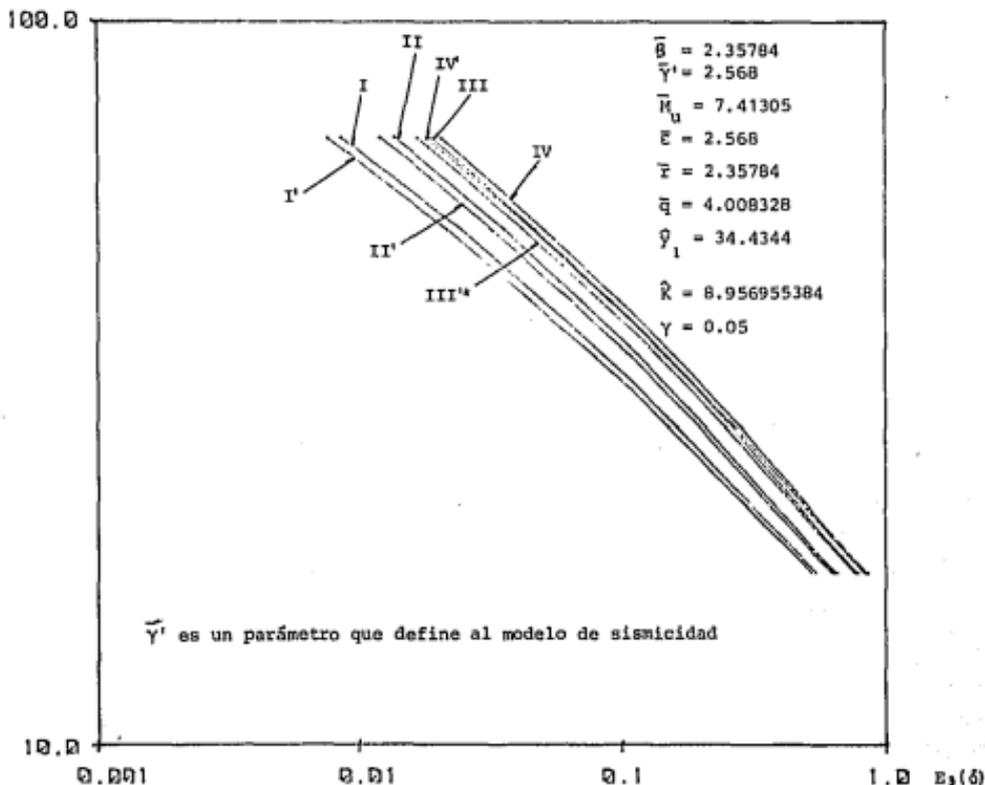


Fig 23 Influencia de la incertidumbre asociada con los parámetros que definen el modelo de sismicidad en el valor presente de los costos de falla  $E_3(\delta)$ . Se emplean los valores medios de esos parámetros.

\* Los números con prima corresponden al caso de sismicidad incierta

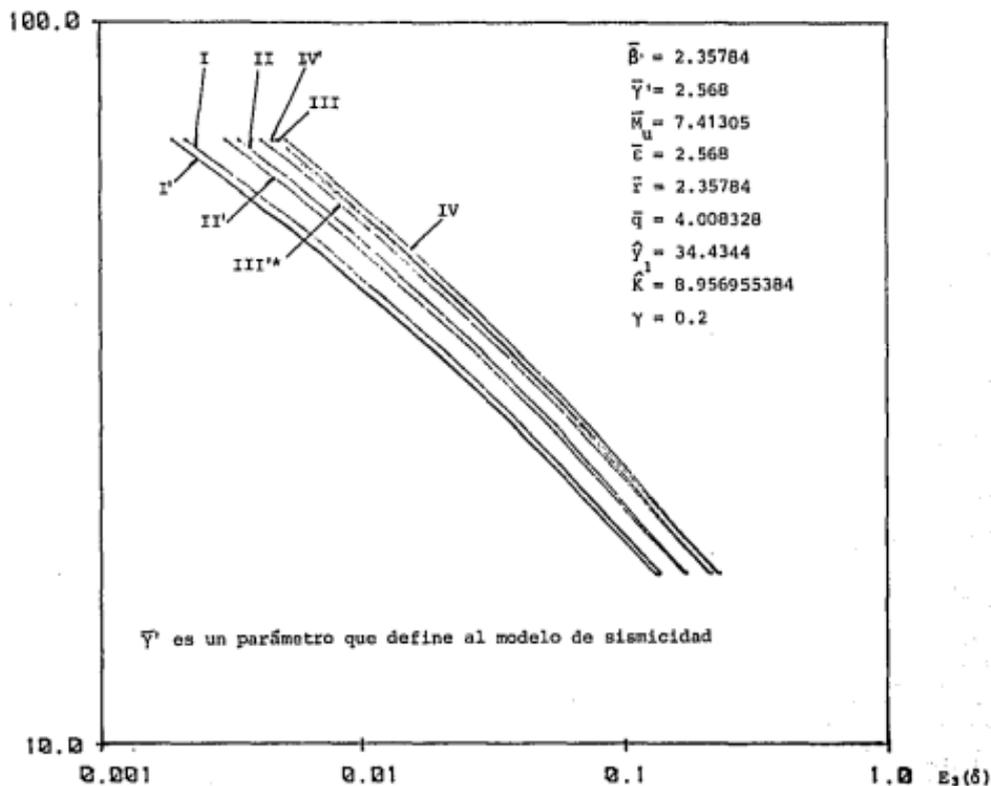


Fig 24 Influencia de la incertidumbre asociada con los parámetros que definen el modelo de sismicidad en el valor presente de los costos de falla  $E_2(\delta)$ . Se emplean los valores medios de esos parámetros.

\* Los números con prima corresponden al caso de sismicidad incierta.

Resistencia de la estructura  $Y_R$

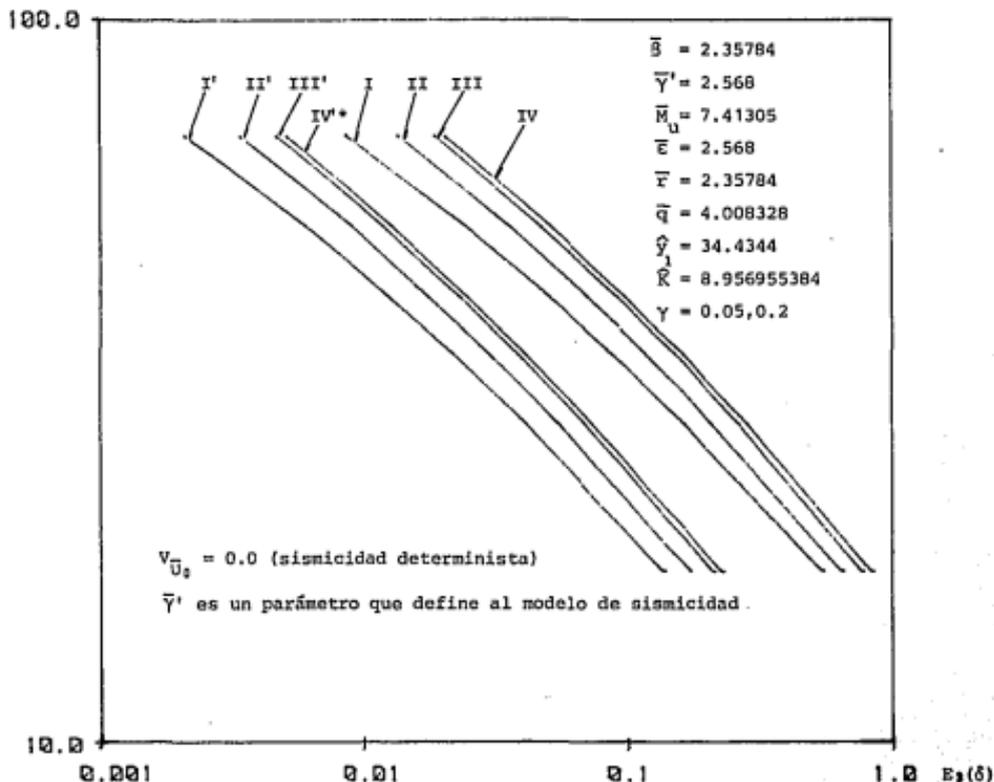


Fig 25 Influencia de la incertidumbre asociada con los parámetros que definen el modelo de sismicidad en el valor presente de los costos de falla  $E_3(\delta)$ . Se emplean los valores medios de esos parámetros.

\* Los números con prima corresponden al caso  $\gamma = 0.2$

Resistencia de la estructura  $Y_R$

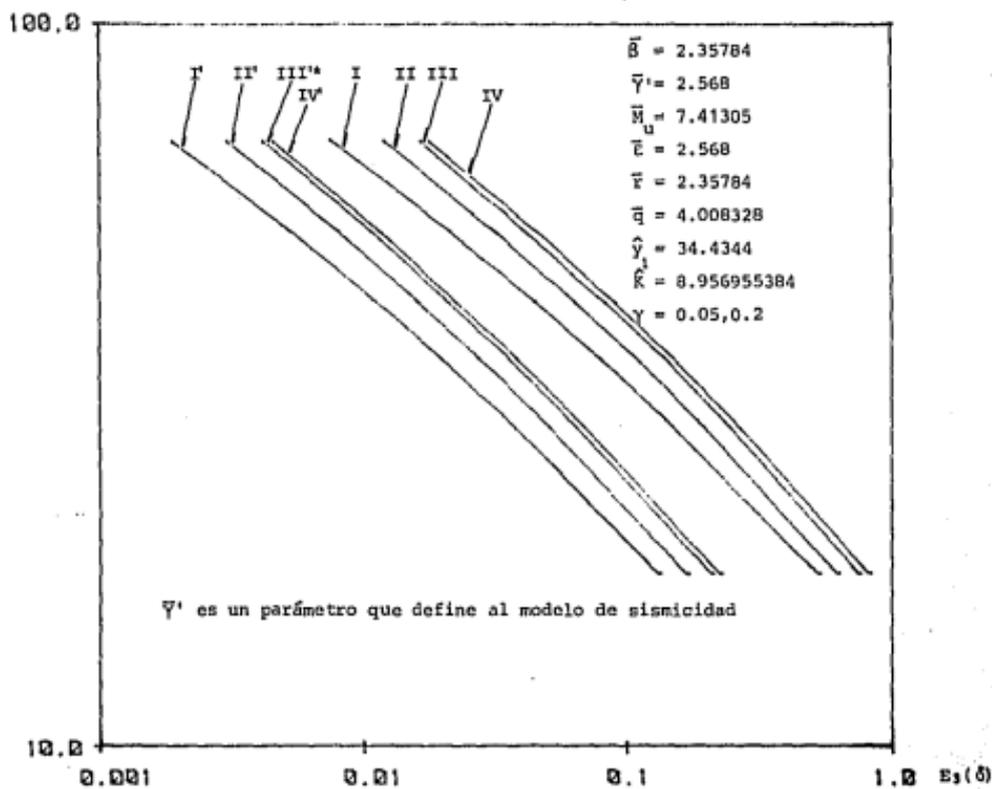


Fig 26 Influencia de la incertidumbre asociada con los parámetros que definen el modelo de sismicidad en el valor presente de los costos de falla  $E_1(\delta)$ . Se emplean los valores medios de sus parámetros.

\* Los números con prima corresponden al caso  $\gamma = 0.2$

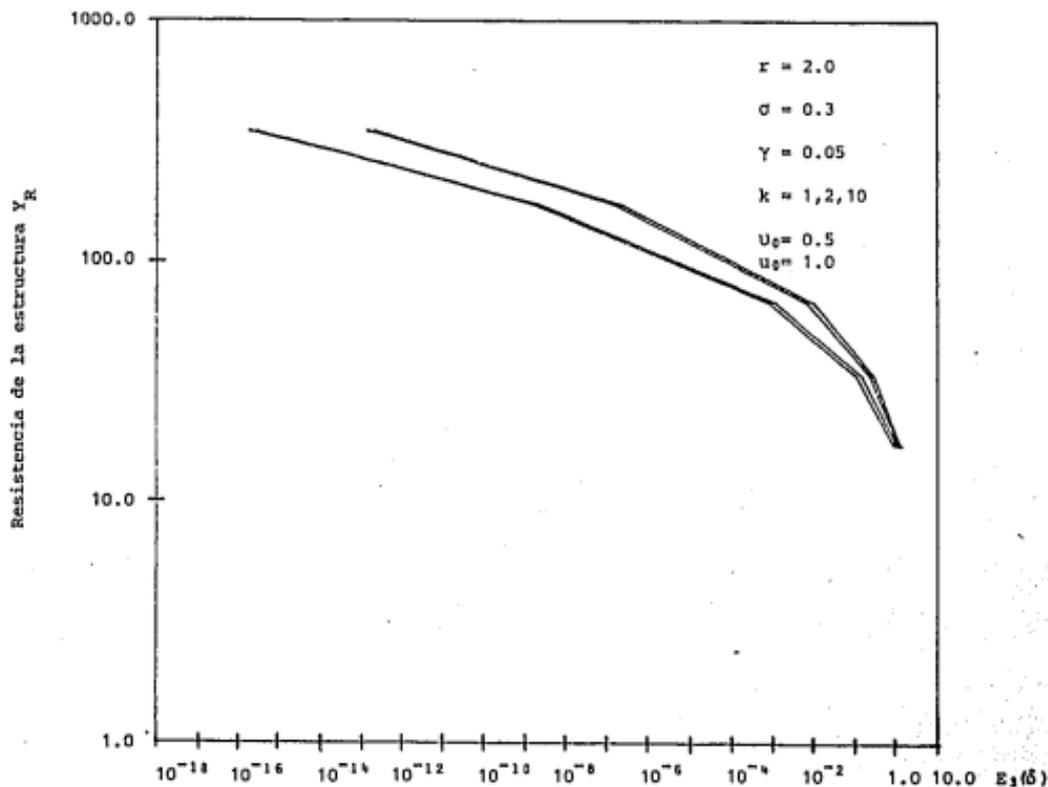


Fig 27 Influencia de la incertidumbre asociada con  $r$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_3(\delta)$  para procesos de Poisson ( $k=1$ ) y Gamma ( $k=2,10$ ).

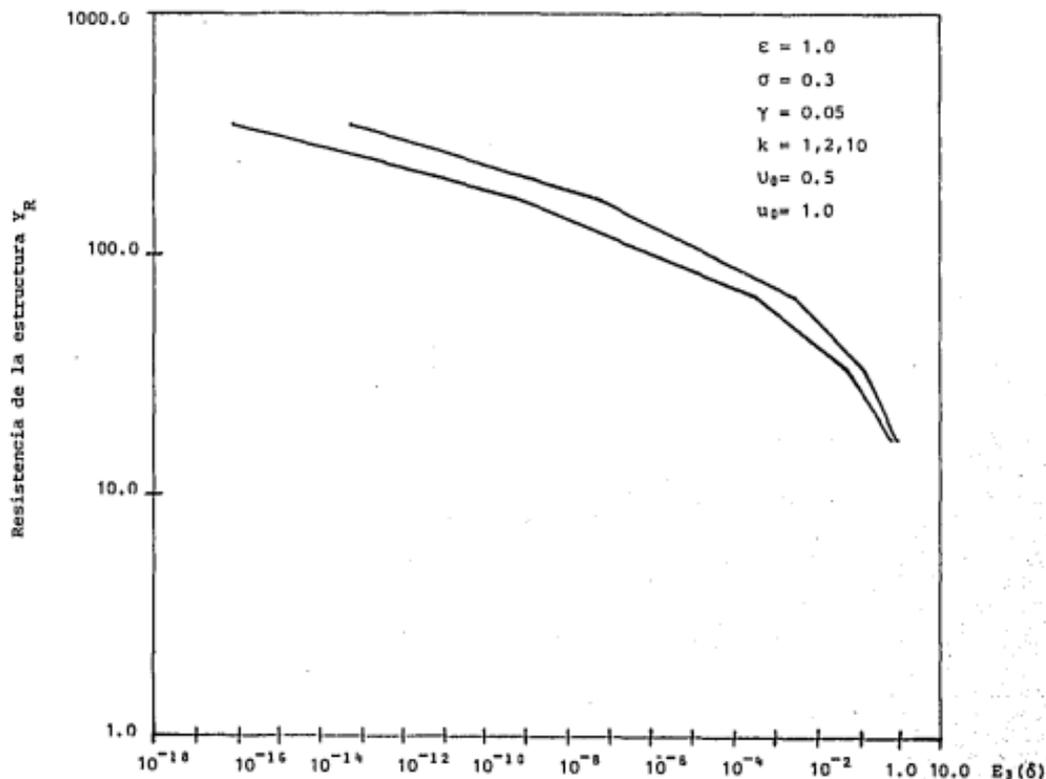


Fig 28 Influencia de la incertidumbre asociada con  $\epsilon$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_3(\delta)$  para procesos de Poisson ( $k=1$ ) y Gamma ( $k=2, 10$ ).

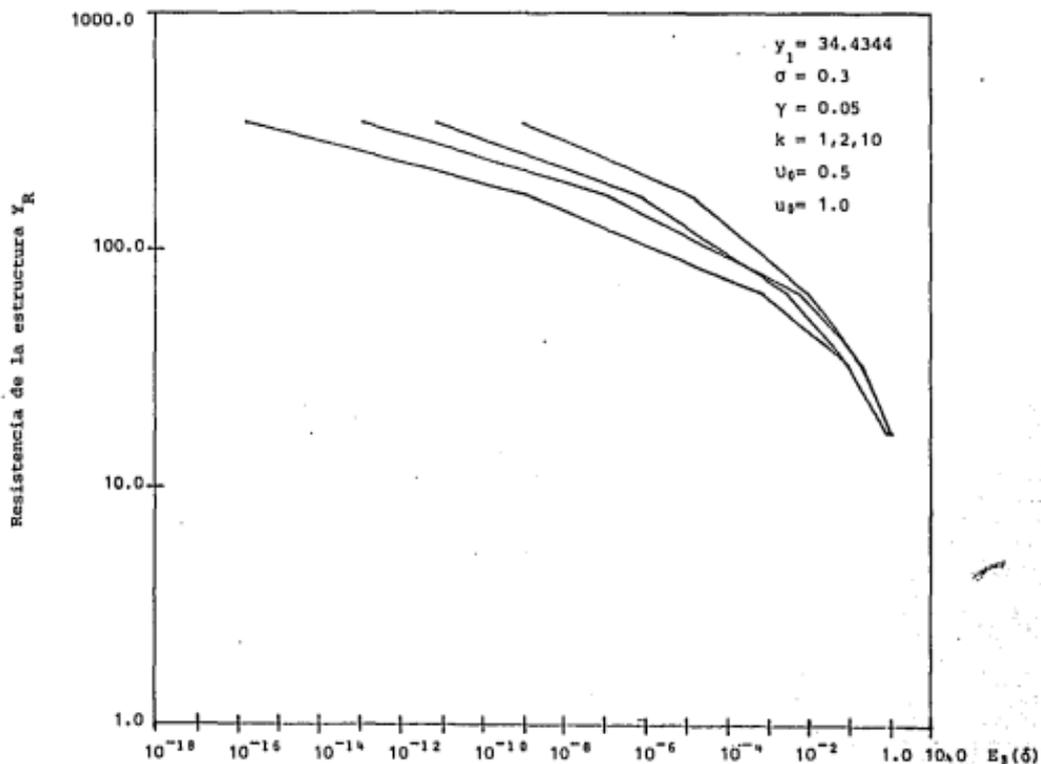


Fig 29 Influencia de la incertidumbre asociada con  $y_1$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_3(\delta)$  para procesos de Poisson ( $k=1$ ) y Gamma ( $k=2,10$ ).

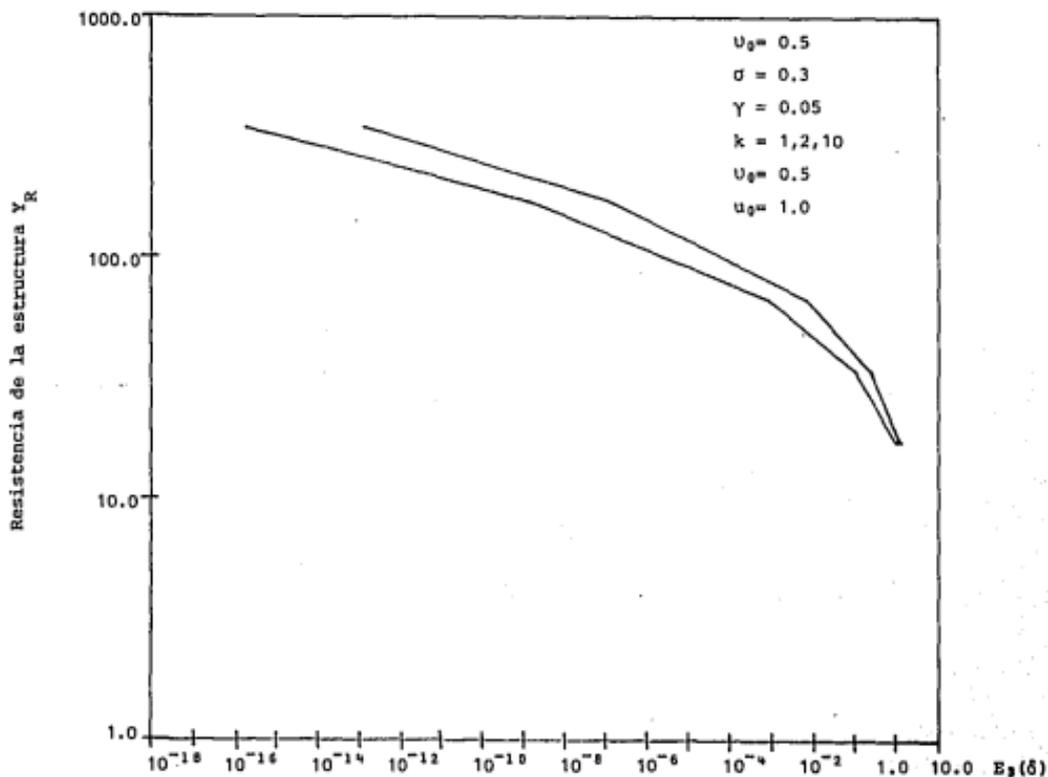


Fig 30 Influencia de la incertidumbre asociada con  $U_0$  en el valor presente de los costos esperados de falla  $E_3(\delta)$  para procesos de Poisson ( $k=1$ ) y Gamma ( $k=2,10$ ).

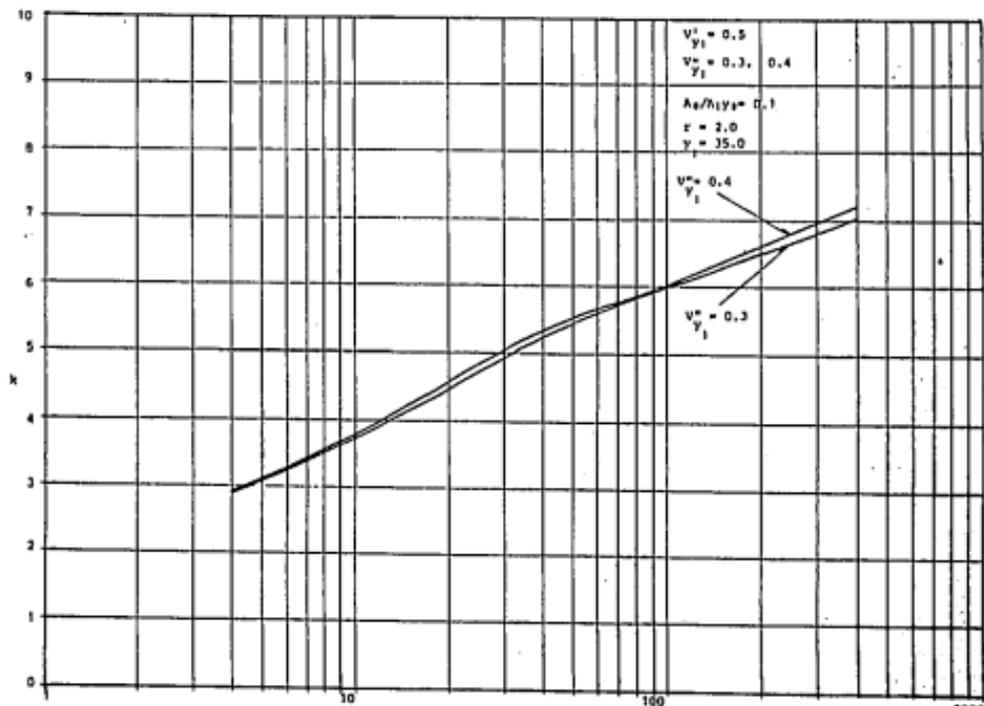


Fig 31 Utilidades esperadas  $u_e$  al reducir la incertidumbre en  $y_1$  mediante estudios adicionales