



no. 65  
Lej.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

FACULTAD DE CONTADURIA Y ADMINISTRACION

El Análisis Bayesiano y el Arbol de Decisiones  
Aplicados a la Toma de Decisiones en  
Condiciones de Riesgo

**Seminario de Investigación Administrativa**

Que en opción al grado de:  
Licenciado en Administración

P r e s e n t a n:

*Pedro Hernández Reyes*

*Eduardo A. Rivera López*

Asesor: Mtro. JOSE LUIS MORA CASTRO

México, D. F.

Nov. 1987



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

	Página
METODOLOGIA DE LA INVESTIGACION	I
INTRODUCCION	VIII
CAPITULOS	
1. GENERALIDADES	I
CITAS Y NOTAS	11
2. ANALISIS BAYESIANO	12
I. Método de Bayes	12

II.	Tabla de decisión	14
III.	Valor Esperado Monetario	17
IV.	Pérdida de Oportunidad Esperada	19
V.	Valor Esperado de la Información Perfecta	21
VI.	Teorema de Bayes	23
VII.	Regla de Bayes	29
VIII.	Valor de la Información Muestral	30
IX.	Tamaño Optimo de la Muestra	31
CITAS Y NOTAS		35
3.	TOMA DE DECISIONES A TRAVES DEL ARBOL DE DECISIONES	37
I.	Arbol de Decisiones	37
II.	Formulación de un problema	39
III.	Representación de un problema	42
	1. Identificación del problema	43
	2. Identificación de los puntos de decisión e incertidumbre y de sus alternativas	43
	3. Estimación de Costos, Beneficios y Probabilidades	45
	3.1. Cálculo de costos beneficios	45

3.2. Efectos de la inflación en árbol de decisiones	46
3.3. Arbol de probabilidades	53
4. Evaluación de las alternativas y selección del mejor curso de acción	57
IV. Curva de Utilidad	59
CITAS Y NOTAS	65
4. EJEMPLO PRACTICO	66
NOTAS	71
CONCLUSIONES	72
BIBLIOGRAFIA	78

## **METODOLOGIA DE LA INVESTIGACION**

**El presente seminario de investigación: "El análisis bayesiano y el árbol de decisiones aplicados a la toma de decisiones en condiciones de riesgo", siguió un proceso de siete etapas, consistentes en:**

- Primera: Diseño de la investigación.**
- Segunda: Recopilación de la información.**
- Tercera: Clasificación y ordenación de la información.**
- Cuarta : Análisis e interpretación de la información.**
- Quinta : Redacción del trabajo de investigación.**
- Sexta : Revisión y crítica del manuscrito.**
- Séptima: Presentación final del trabajo de investigación.**

**Las etapas fueron desarrolladas de la siguiente forma:**

**Primera etapa: Diseño de la investigación.**

**a) Selección del tema.**

Se decidió el desarrollo de la presente investigación, por considerarla relevante en el desempeño profesional de todo administrador. Además de que existe suficiente bibliografía básica para desarrollar el trabajo de investigación.

Por ser un tema poco tratado en tesis y seminarios de investigación anteriores fué otro factor que nos motivó en su elección.

**b) tipo de investigación.**

La investigación que se realizó fue exclusivamente de tipo documental y, al hacerla se recurrió a fuentes directas e indirectas.

Se pretende más que hacer un juicio personal sobre los temas tratados, alcanzar un trabajo de divulgación, aunque-

no popular ni científico, en el que se promuevan técnicas-- para la toma de decisiones en condiciones de riesgo.

**c) Objetivos.**

Aplicar en conjunto estas teorías, el árbol de decisiones y el análisis bayesiano, en la resolución de problemas a los que se enfrentan los administradores, con el fin de tener un mayor porcentaje de decisiones aceptables o con éxito.

Acreditar la prueba escrita del examen profesional.

Aumentar los conocimientos especializados y robustecer la vocación administrativa.

**d) Advertencias.**

. El presente seminario no pretende agotar el tema, ni cubrir todos los conocimientos desarrollados para la toma de decisiones, sino más bien trata de enfocarse únicamente a ayudar al administrador a tomar decisiones en condiciones de riesgo.



**e) Tiempo, lugar de trabajo y asesor.**

**El presente seminario se realizó en el periodo comprendido entre los meses de abril y noviembre de 1987.**

**El trabajo se llevó a cabo principalmente en la biblioteca de la Facultad de Contaduría y Administración de la -- Universidad Nacional Autónoma de México, el Centro de Informática de la F.C.A. y en nuestros domicilios particulares.**

**Nuestro asesor de seminario de investigación fué el -- Maestro en Ingeniería en Computación José Luis Mora Castro.**

**Segunda etapa: Recopilación de la información.**

**La información se obtuvo de libros y artículos de revistas especializadas. La pesquisa se hizo en la biblioteca de la F.C.A. de la U.N.A.M. y en otras bibliotecas de la -- misma universidad.**

### **Tercera etapa: Clasificación y ordenación de la información.**

El material con el que se trabajó, se concentró en -- bloques de acuerdo con los capítulos del índice preliminar. Posteriormente, se evaluó su contenido con base en los requerimientos de cada capítulo y subcapítulos.

### **Cuarta etapa: Análisis e interpretación de la información.**

Se evaluó cualitativamente el material recopilado. Se reflexionó el propósito de cada capítulo, se analizaron diversos conceptos relacionados con el contenido de cada capítulo, se anotaron ideas afines claves en la orientación general del seminario de investigación y se trató de llegar a asociaciones novedosas de ideas y afirmaciones imaginativas y originales.

#### **Quinta etapa: Redacción del trabajo de investigación.**

La redacción de cada capítulo exigió dar un repaso a los materiales disponibles y a las ideas directrices. Se hicieron ajustes pertinentes al índice preliminar, derivando un índice definitivo. Con base en el diseño de la investigación, el material informativo y en el índice, se procedió al desarrollo del seminario de investigación. Se aclararon cuestiones de forma. Se cuidó la calidad de la expresión escrita. Se obtuvo un borrador que fué entregado al asesor.

#### **Sexta etapa: Revisión y crítica del manuscrito.**

La revisión y crítica del manuscrito la realizó el asesor, la cual se llevó a cabo por capítulos individuales a medida que se iban terminando, para así, hacer las correcciones pertinentes y, una vez completo el trabajo, se hizo una revisión global de éste, con el fin de comprobar la congruencia en su contextura.

**Séptima etapa: Presentación final de la obra.**

Una vez aceptado y concluido el trabajo, se realizaron los ajustes necesarios para su presentación final y se procedió a escribirlo a máquina.

## INTRODUCCION

El hombre siempre ha buscado la manera de tomar decisiones acertadas en un mundo incierto, en el cual, los eventos futuros no son fáciles de determinar con seguridad, por lo que se ha esforzado en desarrollar diferentes medios que le permitan lograr estas decisiones acertadas.

Dentro de las organizaciones, son los administradores los encargados de tomar decisiones, situación que se convierte en un problema cuando no se siguen procedimientos o reglas formales de toma de decisiones.

La toma de decisiones debe seguir un proceso racional y sistemático y, para ello, debe valerse de técnicas que le permitan lograr este fin.

En el capítulo uno del presente trabajo, se describe brevemente el proceso racional de la toma de decisiones, -- así como diferentes aspectos relacionados con este proceso, destacando el concepto de la toma de decisiones en condiciones de riesgo, para la cual aplicaremos las técnicas descritas en la investigación.

El presente trabajo se enfoca, principalmente, en la etapa de evaluación y selección de alternativas dentro del proceso de la toma de decisiones, la cual consideramos como la más laboriosa y, por tanto, la más difícil de llevar a cabo. En el capítulo dos, nos dedicaremos a desarrollar el análisis bayesiano, que tiene especial importancia porque incorpora en la evaluación de las alternativas, las experiencias de los administradores con problemas similares, -- siendo reflejadas éstas en probabilidades a priori, las cuales son asignadas antes de iniciar el proceso de evaluación. Además, se tocan puntos como la tabla de decisión y el valor esperado monetario, entre otros, que serán manejados en el resto del trabajo.

En el capítulo tres, analizaremos la toma de decisiones a través del árbol de decisiones, aplicándole principalmente a la resolución de problemas secuenciales. Aquí demostraremos además, la ventaja de esta técnica, al mostrar --

gráficamente la anatomía de un problema de decisión.

También trataremos en este capítulo la curva de utilidad, que muestra la aversión o preferencia al riesgo del decisor, y que normalmente se utiliza cuando el criterio del valor esperado monetario no satisface las exigencias del -- que decide.

El último capítulo está dedicado a conjuntar el análisis bayesiano y el árbol de decisiones en la resolución de un problema de decisión.

Este capítulo resulta importante debido a que la mayoría de los libros que analizan estos temas, no los aplican conjuntamente, y los que sí lo hacen, no los desarrollan -- por completo. Además, la mayoría de estos libros son de autores extranjeros, por lo que no son aplicados a la realidad de nuestro país.

## Capítulo I

### GENERALIDADES

Las organizaciones en la actualidad requieren del óptimo aprovechamiento de sus recursos para poder subsistir, debido a las dificultades que le ocasionan las variables sociales, tecnológicas, económicas y político-legales de su medio ambiente. Por ello, las organizaciones exigen del administrador una mayor eficiencia en el desempeño de sus funciones, y esta eficiencia se refleja en la calidad de las decisiones del administrador. Sin embargo, la toma de decisiones implica para muchos una dificultad en el momento de elegir una vía de acción de entre varias posibles, además, Reyes Ponce señala que: "...la dificultad de tomar decisiones radica en que en cada una hay que combinar elementos -- tangibles, con intangibles, conocidos con desconocidos, emociones lo mismo que razones, realidades con meras posibil-



dades... ¡Y cada decisión es, de suyo, irrepetible." (1)

Por lo anterior, podemos definir la toma de decisiones como el proceso por el cual se elige entre varias vías de acción, una como solución para un problema específico.

Antes de establecer el proceso para la toma de decisiones que se señala en la definición, debemos reconocer -- por lo menos cinco elementos comunes a todas las decisiones:

- a) el decisor o decisores y su(s) objetivo(s).
- b) el medio ambiente (o contexto) del problema.
- c) los cursos alternativos de acción.
- d) el conjunto de consecuencia que resultan de los diversos cursos de acción y la ocurrencia de eventos que no están bajo el control del administrador o de quien toma las decisiones.
- e) un estado de duda en cuanto a cuál curso de acción es el mejor.

No obstante que ningún enfoque en la toma de decisiones puede garantizar un constante acierto al administrador, el utilizar un enfoque racional, inteligente y sistemático le da mayores posibilidades de encontrar soluciones de alta calidad. Además, la naturaleza secuencial de la mayoría de las decisiones administrativas parece requerir una estructuración sistemática del proceso de toma de decisiones.

El proceso básico de la toma de decisiones abarca las siguientes etapas:

1. Definición del problema.
2. Análisis del problema.
3. Desarrollo de alternativas.
4. Evaluación y Selección de alternativas.
5. Ejecución.
6. Control.

1. Definición del problema. Cuando las organizaciones tienen dificultades para alcanzar uno o más de sus objetivos se enfrentan a un problema, y toca al administrador definir el problema en términos de los objetivos organizacionales que no se están cumpliendo.

Se debe diferenciar si la situación que se le presenta al administrador le plantea un problema o le ofrece una oportunidad. Un problema sería la situación que impidiera cumplir con los objetivos establecidos, mientras que una oportunidad sería la situación que permita la posibilidad de excederlos. En ocasiones, las oportunidades desaprovechadas crean problemas a la organización y por el contrario, muchas veces se encuentran oportunidades cuando se están explorando problemas.

Una vez definido el problema, tienen que identificarse los objetivos que pretenden alcanzarse con la decisión. Para esto, el administrador debe distinguir entre lo que es indispensable resolver y lo que sería deseable.

Lo indispensable a resolver es aquello que nos va a permitir rectificar el camino hacia los objetivos establecidos, sin embargo, en ocasiones es deseable, al presentarse las oportunidades, buscar exceder los objetivos.

2. Análisis del problema. En este punto se debe determinar qué es lo que provoca el problema y para ello, se necesita adquirir una comprensión completa del problema, que permita identificar las causas que lo provocan. No siempre resulta fácil identificar las causas ya que, a diferencia de los efectos del problema, éstas no se presentan claramente y se necesita un análisis detallado para detectarlas.

3. Desarrollo de alternativas. A la mayoría de los problemas organizacionales se les puede encontrar más de una solución, por lo que el administrador debe desarrollar un número razonable de alternativas que resulten creadoras e imaginativas.

Se debe evitar la tentación al desarrollar las alternativas, de aceptar la primera práctica que se genere de ellas porque esto impediría el posible desarrollo de otras mejores.

No se deben evaluar las alternativas a medida que se vayan generando, debido a que interferiría en el desarrollo adecuado de éstas. La evaluación en esta etapa es prematura.

4. Evaluación y Selección de alternativas. Se deben evaluar ahora todas y cada una de las alternativas que se hayan desarrollado. Según Certo, en la evaluación podemos identificar tres pasos principales: "Primero, los responsables de la toma de decisiones deben enumerar, en la forma más exacta posible, los efectos potenciales de cada alternativa tal y como si la alternativa hubiese sido ya elegida e implantada.

Segundo, los responsables de decisiones deben asignar un factor de probabilidad a cada uno de estos efectos potenciales. Esto indicaría qué tan probable sería la ocurrencia del efecto si la alternativa fuese implantada. Tercero, teniendo presentes las metas organizacionales, los responsables de la toma de decisiones deben comparar los efectos esperados de cada alternativa y sus respectivas probabilidades. La alternativa que parezca más ventajosa para la organización deberá ser elegida para ser implantada". (2)

El seguir estos tres pasos nos debe dar la mejor alternativa.

5. Ejecución. Una vez escogida la mejor alternativa disponible, se debe hacer frente a los requisitos y problemas que pueden encontrarse al poner en práctica la alternativa seleccionada. Las decisiones deben estar apoyadas por acciones apropiadas, si se desea que tengan probabilidades-

de éxito. Una vez que se han cubierto los requisitos señalados empieza la verdadera ejecución.

6. Control. La tarea del administrador no está completa ni aún habiéndose puesto en marcha la alternativa seleccionada. Se debe buscar una retroalimentación para determinar si el problema identificado está siendo resuelto como resultado de la alternativa implantada, y en caso contrario, se debe continuar buscando e implantando alguna otra alternativa que reduzca el efecto del problema existente. La toma de decisiones es un proceso continuo para los administradores, y un continuo desafío.

En el proceso de la toma de decisiones se deben establecer cuatro aspectos de una buena decisión:

- a) Deben solucionar satisfactoriamente el problema en cuestión.
- b) Debe ser resultado de una elección entre varias alternativas posibles.
- c) Debe considerar la parte económica del propio proceso de decisión.
- e) Si el problema se plantea correctamente y las alternativas son suficientes, de una buena decisión saldrán resultados satisfactorios.

Existen en la práctica una infinidad de problemas de decisión, los cuáles han sido clasificados de diversas formas, y una de las más aceptadas es la que clasifica las decisiones en dos tipos básicos: programadas y no programadas. (3)

Las decisiones programadas son de naturaleza repetitiva y rutinaria, debido a que se toman de acuerdo con alguna costumbre, regla o procedimiento.

En este tipo de decisiones, los problemas se repiten y por lo tanto sus elementos componentes pueden definirse, predecirse y analizarse, lo que lo hace susceptible de una decisión programada.

Una muestra de estas decisiones son las políticas escritas o no, que tiene la organización, y que simplifican la toma de decisiones.

Las decisiones no programadas, son las que se aplican a problemas únicos o no usuales, y suelen estar menos estructuradas que las decisiones programadas. Este tipo de decisiones se aplican a problemas que no se presentan con suficiente frecuencia para ser materia de una política, o si el problema es tan importante que merezca un tratamiento especial.

Es en este tipo de decisiones donde se muestra la capacidad del administrador para tomar decisiones acertadas, ya que en realidad los problemas más significativos que se le presentan al administrador requerirán, por lo general,

de decisiones no programadas.

El presente trabajo se enfoca principalmente a auxiliar al administrador en este tipo de decisiones no programadas.

Al intentar resolver un problema, es conveniente conocer de antemano las condiciones bajo las cuales se hará la toma de decisiones, ya que estas condiciones pueden colocarse en un continuo que va desde las situaciones predecibles hasta las que son sumamente difíciles de predecir, y que se clasifican en certidumbre, riesgo e incertidumbre.

**Toma de decisiones en condiciones de certidumbre.** Esta se presenta cuando el decisor conoce con certeza el estado de naturaleza que ocurrirá y sabe con exactitud cuáles serán los resultados de una alternativa implantada, ya que dispone de información precisa y confiable sobre la cual basar sus decisiones.

**Toma de decisiones en condiciones de incertidumbre.** En esta situación, existe más de un estado de naturaleza, pero el que toma la decisiones no tiene conocimiento sobre los diversos estados, no conoce las probabilidades de ocurrencia y quizá, ni siquiera los resultados posibles. Los problemas de este tipo se presentan cuando no se tiene una experiencia pasada.

**Toma de decisiones en condiciones de riesgo.** Esta ---

condición tiene la característica principal de que el decisor tiene la información suficiente para identificar todos los estados de naturaleza pertinentes, y asignarles su probabilidad de ocurrencia respectiva.

Cuando se toman decisiones en estas condiciones, como se ha señalado, se deben asignar las probabilidades de ocurrencia a cada estado de naturaleza y, para ello se necesita de información, la cual puede ser obtenida con registros previos o simplemente con el juicio subjetivo del que toma la decisión; la fuente no tiene importancia mientras esta información nos permita determinar el estado en que se encuentra el ambiente.

En los problemas de negocios, las experiencias pasadas permiten asignar probabilidades a los estados de naturaleza respectivos, lo cual permite obtener una probabilidad subjetiva. El análisis bayesiano capacita al administrador para que incorpore, a través de la probabilidad subjetiva, sus experiencias, juicios e ideas en el proceso de toma de decisiones racional y sistemático. Este tema será manejado más ampliamente en el capítulo dos.

En el proceso de la toma de decisiones, cada día es más importante el papel de la computadora, ya que en muchos problemas de decisión, el administrador se ve rodeado de una gran cantidad de información, y al ser procesada por una computadora en poco tiempo, le permite analizar las



alternativas de una forma más clara, consiguiendo con ello aumentar sus posibilidades de éxito en la toma de decisiones.

La información manejada en los capítulos posteriores del presente trabajo fue procesada por medio de una computadora debido a la gran cantidad de información utilizada.

La mayoría de los objetivos con los cuáles trataremos envuelven sólo consideraciones monetarias (ya sea utilidades netas, flujos de efectivo y costos) y, por tanto, facilitan su aplicación.

## CITAS Y NOTAS

(1) Reyes Ponce, Agustín, Administración de Empresas, p.322.

(2) Certo, Samuel C., Administración Moderna, p.120.

(3) Estos términos provienen del campo de las computadoras.

## Capítulo 2

### ANÁLISIS BAYESIANO

#### I. MÉTODO DE BAYES.

En el proceso de la toma de decisiones, existen diferentes herramientas susceptibles de ser utilizadas para seleccionar la alternativa que otorgue las mejores perspectivas de éxito. Una de las que mayor interés ha cobrado entre quienes toman decisiones en las empresas es el método de -- Bayes.

El método de Bayes consiste en analizar las distintas alternativas para un estado de naturaleza particular dada -- la evidencia de que se dispone en un problema de decisión.

La base para este análisis, es la obtención de información previa dada en probabilidades de ocurrencia para ---

cada estado de naturaleza. (1) A estos comúnmente se les --denomina con el nombre de probabilidades a priori, en virtud de que son asignadas antes de adquirir una evidencia --adicional relacionada con el problema.

La asignación de estas probabilidades iniciales puede ser determinada principalmente mediante el uso de la frecuencia relativa a largo plazo y de la probabilidad subjetiva, aunque no se descarta la posibilidad de usar la probabilidad clásica en la asignación de las probabilidades a priori; sin embargo, no es recomendable puesto que al hacerlo se estarían dejando a un lado las experiencias del administrador en problemas similares, y éstas son pilares en el método bayesiano (2).

Las probabilidades a priori, basadas en la frecuencia relativa a largo plazo, se pueden obtener a través de la revisión de archivos (si existen) de la propia empresa, o de otras de giro similar, que se hayan enfrentado a problemas semejantes a los que la empresa intenta resolver.

En muchas ocasiones, el obtener información exacta no es tan sencillo como parece, por lo que la asignación de --probabilidades subjetivas juega un papel de gran importancia en este método. La asignación de estas probabilidades --está acorde con la experiencia, con los juicios intuitivos-- y con las creencias que cada administrador posee. Por tal--motivo, debemos tener presente que las probabilidades asig-

nadas por un individuo pueden diferir de las que marcarían otras personas.

Antes de introducirnos por completo al análisis bayesiano, tocaremos puntos que si bien no son directamente propios del método, sí nos facilitarán la conceptualización y el desarrollo práctico de éste.

## II. TABLA DE DECISION.

Al hablar de un problema de decisión, es obvio que por lo menos existen dos alternativas a escoger por el decisor. Dentro de una tabla de decisión, estas alternativas son conocidas con el nombre de acciones, que pueden ir desde  $A_1$  hasta  $A_n$ , dependiendo del número de alternativas que se presenten en cada problema. Estas acciones, se entrelazan con un conjunto de sucesos que están fuera del control del administrador y que son conocidos con el nombre de estados de naturaleza o eventos. Estos eventos deben ser mutuamente excluyentes y deben estar incluidos todos los eventos posibles en la tabla de decisión. El administrador debe prestar especial interés en la identificación del conjunto relevante de estados de la naturaleza.

Una tabla de decisión para un problema de decisión en condiciones de riesgo, debe incluir las probabilidades de ocurrencia de cada estado de naturaleza.

A esta tabla también se le denomina como tabla de rendimientos, pues en ella se muestran los pagos (ganancia o pérdida) asociados a cada acción y evento.

En la tabla 2.1 se muestra gráficamente la configuración de una tabla de decisión.

EVENTO	PROBABILIDAD	ACCIONES				
		A1	A2	A3	...	An
E1	P1	X11	X12	X13	...	X1n
E2	P2	X21	X22	X23	...	X2n
E3	P3	X31	X32	X33	...	X3n
...	...	...	...	...	...	...
Em	Pm	Xm1	Xm2	Xm3	...	Xmn

Tabla 2.1 Tabla de decisión, estructura general

Para ilustrar claramente el uso de esta tabla, desarrollaremos un ejemplo sencillo que, a su vez, servirá de base a los puntos subsiguientes en este capítulo.

#### Problema 2.1.

El Sr. Corona, dueño de la tienda de artículos deportivos "Los Cardenales" S.A. de C.V., debe hacer su pedido anual de raquetas de tenis. Con base en su experiencia y en

las condiciones económicas actuales, determina que existe - el 25% de probabilidades de vender 20 unidades, el 40% de - probabilidad de vender 40 unidades y un 35% de probabilidad de vender 60 unidades. El dueño de la tienda tiene como li- mitación que sólo puede hacer su pedido en lotes de 20 ar- tículos. El costo unitario de cada raqueta es de \$ 20,000,- mientras que el precio de venta es de \$ 24,000 por pieza.

Todas las unidades que no se venden durante la tempo- rada le ocasionan una pérdida anual por mantenimiento en -- inventarios de \$ 3,000 por raqueta.

EVENTO	PROBABI LIDAD	ACCIONES		
		A1:20	A2:40	A3:60
E1:20	0.25	80,000	20,000	(40,000)
E2:40	0.40	80,000	160,000	100,000
E3:60	0.35	80,000	160,000	240,000

Tabla 2.2 Tabla de decisión

La tabla 2.2 nos ordena los datos enunciados en el -- problema. Dado que la demanda del mercado fluctúa entre 20- y 60 unidades de venta anual, estos vienen a ser los limi- tes de nuestras posibles acciones. Para simplificar el pro- blema se establece que el pedido puede ser hecho en lotes-- de 20 artículos, con lo que se reduce considerablemente el- número de alternativas posibles.

El cálculo de los pagos se basa en que el dueño de la tienda gana \$ 4,000 por raqueta vendida, mientras que por cada raqueta no vendida pierde \$ 3,000 por mantenimiento en inventarios. De esta forma, si existe una demanda de 40 raquetas y el señor Corona opta por hacer un pedido de 60 unidades, los resultados económicos muestran una ganancia de \$ 160,000 en las 40 unidades vendidas, menos una pérdida de \$ 60,000 por las 20 unidades que se mantienen en inventarios durante todo el año, lo que da un resultado de \$ 100,000, como lo muestra la tabla en el cruce del evento  $E_2$  y de la acción  $A_3$ .

### III. VALOR ESPERADO MONETARIO.

El Valor Esperado Monetario (VEM) es un criterio que nos ayuda a seleccionar la mejor alternativa en términos de un resultado promedio económico esperado; su cálculo se realiza multiplicando el pago de cada combinación evento/acción, por la probabilidad de ocurrencia del evento y sumando estos resultados para cada acción.

La fórmula para calcular el VEM es:

$$VEM = \sum X_i p(X_i)$$



A continuación mostramos en la tabla 2.3 el VEM para la tabla de decisión 2.1.

EVENTO	PROBABI LIDAD	ACCIONES		
		A1:20	A2:40	A3:60
E1:20	0.25	80,000	20,000	(40,000)
E2:40	0.40	80,000	160,000	100,000
E3:60	0.35	80,000	160,000	240,000
	V.E.M.	80,000	125,000	114,000

Tabla 2.3 Valor Esperado Monetario

$$VEN(A_1) = 80,000(0.25) + 80,000(0.40) + 80,000(0.35) = 80,000$$

$$VEN(A_2) = 20,000(0.25) + 160,000(0.40) + 160,000(0.35) = 125,000$$

$$VEN(A_3) = -40,000(0.25) + 100,000(0.40) + 240,000(0.35) = 114,000$$

El criterio del VEM nos dice que la alternativa a seguir es aquella que contenga el resultado económico esperado más alto.

En este caso, la alternativa  $A_2$ , es la que muestra el mayor rendimiento económico esperado. Por lo que si el Sr. Corona sigue el criterio del VEM, deberá seleccionar la acción  $A_2$ , que consiste en la adquisición de un lote de 40 raquetas.

#### IV. PERDIDA DE OPORTUNIDAD ESPERADA.

La mejor alternativa también se puede seleccionar calculando la Pérdida de Oportunidad Esperada (POE). Para llevarlo a cabo, el primer paso a seguir es hacer una tabla de la POE.

Para calcular la tabla de la POE, la acción con mayor rendimiento de cada estado se resta a cada una de las acciones del mismo estado. Ejemplificaremos con base en la tabla 2.1.

Así, para el evento  $E_1$  la alternativa con mayor rendimiento es  $A_1$ , con un pago de \$ 80,000, que se resta a cada una de las acciones de ese evento.

$$\text{Para } A_1 \quad 80,000 - 80,000 = 0$$

$$\text{Para } A_2 \quad 80,000 - 20,000 = 60,000$$

$$\text{Para } A_3 \quad 80,000 - (-40,000) = 120,000$$

El mismo procedimiento se sigue para cada estado.

EVENTO	PROBABILIDAD	ACCIONES		
		A1:20	A2:40	A3:60
E1:20	0.25	0	60,000	120,000
E2:40	0.40	80,000	0	60,000
E3:60	0.35	160,000	80,000	0

Tabla 2.4 Pérdida de Oportunidad Esperada

Estos datos representan la POE que se obtendría al -- escoger cada una de las acciones al darse un evento en particular.

El procedimiento a seguir para seleccionar la mejor -- alternativa en una tabla de la POE, es el mismo que se utiliza en el VEN.

EVENTO	PROBABI LIDAD	ACCIONES		
		A1:20	A2:40	A3:60
E1:20	0.25	0	60,000	120,000
E2:40	0.40	80,000	0	60,000
E3:60	0.35	160,000	80,000	0
P.O.E.		88,000	43,000	54,000

Tabla 2.5 Cálculo de la POE

$$POE(A_1) = 0(0.25) + 80,000(0.40) + 160,000(0.35) = 88,000$$

$$POE(A_2) = 60,000(0.25) + 0(0.40) + 80,000(0.35) = 43,000$$

$$POE(A_3) = 120,000(0.25) + 60,000(0.40) + 0(0.35) = 54,000$$

El criterio de selección de la POE, es escoger la alternativa que muestre la menor pérdida de oportunidad esperada en este caso  $A_2$ .

Como se podrá notar tanto el VEN como la POE siempre seleccionarán como la mejor, la misma acción, dado que se usa la misma distribución de probabilidad.

## V. VALOR ESPERADO DE LA INFORMACION PERFECTA.

En ocasiones los administradores desearían poder contar con información adicional antes de tomar una decisión, y estarían dispuestos a pagar cierta cantidad de dinero por esta información. El Valor Esperado de la Información Perfecta (VEIP) establece qué cantidad deberá pagar como máximo por esta información adicional perfecta.

El primer paso para calcular el VEIP, es obtener el Rendimiento Esperado con Información Perfecta (REIP) y esto se hace de la siguiente manera:

Se construye una tabla de rendimientos máximos para cada estado de naturaleza, seleccionando la mejor alternativa para cada estado, incluyendo la probabilidad de ocurrencia del estado. En nuestro ejemplo, la tabla es la siguiente:

ESTADO	PROBABILIDAD	RENDIMIENTO MAXIMO POR ESTADO	
E1:20	0.25	80,000	20,000
E2:40	0.40	160,000	64,000
E3:60	0.35	240,000	84,000
			R.E.I.P. 168,000

Tabla 2.6 Rendimiento esperado con información perfecta

El REIP se obtiene multiplicando la probabilidad de -

cada estado por su rendimiento máximo y sumando el resultado de cada estado.

Una vez obtenido el REIP, determinamos el VEIP mediante la aplicación de su fórmula:

$$\text{VEIP} = \text{REIP} - \text{máximo VEM.}$$

Al aplicarlo en la resolución del problema 2.1 nos da el siguiente resultado:

$$\text{VEIP} = 168,000 - 125,000 = 43,000$$

La cifra obtenida \$43,000, representa la cantidad máxima que el Sr. Corona debería estar dispuesto a pagar por una información adicional perfecta.

Si revisamos el punto IV de este capítulo, donde obtenemos la POE, nos daremos cuenta de que ésta es igual al -- VEIP que acabamos de obtener. Al respecto, Schneider nos dice lo siguiente: "El valor esperado para la información perfecta siempre es igual a la pérdida esperada de oportunidad para la mejor acción hallada sin información adicional. Una razón para utilizar el enfoque de pérdida de oportunidad -- para encontrar la mejor acción, bajo condiciones de riesgo, es que este punto de vista da directamente el límite superior para el valor de la información adicional". (3)

## VI. TEOREMA DE BAYES.

"El teorema de Bayes es una técnica que se utiliza -- para verificar las estimaciones iniciales de la probabilidad con base en los datos de la muestra".(4) La base para la revisión de las estimaciones iniciales (probabilidades a priori) que señala Stevenson, es la información que podemos obtener de una muestra particular, mas el conocimiento de las probabilidades condicionales. La probabilidad condicional es la probabilidad de que ocurra el resultado muestral, dado un estado de naturaleza en particular. "Generalmente, las probabilidades condicionales se determinan mediante el uso de alguna distribución de probabilidad estándar de ---- acuerdo con la naturaleza de la situación de muestreo". (5)

Los resultados que se generan en este proceso de revisión, son llamados comúnmente probabilidades posteriores.

La fórmula general para hacer estos cálculos es:

$$P(E_i/M) = \frac{P(E_i)P(M/E_i)}{P(E_1)P(M/E_1)+P(E_2)P(M/E_2)+ \dots +P(E_i)P(M/E_i)}$$

Ahora aplicaremos el teorema de Bayes al problema 2.1 para ver su aplicación práctica.

Supongamos que el Sr. Corona sabe que el club de tenis del pueblo cuenta con 300 asistentes, por tanto, decide tomar una muestra aleatoria de 30 de estas personas para darse una idea de la demanda de raquetas que puede esperar para el presente año. (6)

Al recabar esta información, el Sr. Corona encuentra que seis de ellas piensan comprar una raqueta en el presente año.

Ahora el problema consiste en interpretar la información recabada.

Cabe mencionar aquí que la estadística clásica ignoraría la probabilidad a priori dada por el Sr. Corona y basaría sus resultados únicamente en la información muestral, mientras que en el análisis bayesiano, como ya hemos mencionado, la experiencia con problemas similares es aprovechada.

Las probabilidades a priori basadas en la experiencia del Sr. Corona, son verificadas con base en la información muestral, mediante el teorema de Bayes.

Lo primero que tenemos que hacer, es determinar la probabilidad condicional o verosimilitud (7) dado el resultado de la muestra para cada uno de los estados de naturaleza.

Tomemos en cuenta que sólo hay dos respuestas posibles en cada encuesta, piensa comprar una raqueta o no piensa comprarla, si identificamos a la primera como la

probabilidad de éxito y a la segunda como la de fracaso, entonces podremos hacer uso de la distribución binomial para obtener la verosimilitud.

La fórmula de la distribución binomial es la siguiente:

$$P(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x}$$

en donde

$n$  = tamaño de la muestra

$x$  = número de ocurrencias del suceso en particular

$p$  = probabilidad de éxito

$q$  = probabilidad de fracaso (complemento de  $p$ )

En nuestro problema,  $p$  puede tomar tres valores distintos. Dependiendo del estado de naturaleza que se analiza, estos valores serían  $p_1 = 0.25$ ,  $p_2 = 0.40$ , y  $p_3 = 0.35$ . Lógicamente  $q_1$ , al ser complemento de  $p_1$ , tomaría respectivamente los siguientes valores 0.75, 0.60 y 0.65.

Cálculos de la verosimilitud para cada estado.

Estado  $E_1$ :

$n = 30$

$$x = 6 \quad P_1(6) = \frac{30!}{6!(30-6)!} (0.25)^6 (0.75)^{30-6}$$

$p_1 = 0.25$

$$p_2 = 0.75 \quad P_1(6) = 0.1455$$



Estado  $E_2$ :

$$p_2 = 0.40 \quad P_2(6) = \frac{30!}{6! (30-6)!} (0.40)^6 (0.60)^{30-6}$$

$$q_2 = 0.60$$

$$P_2(6) = 0.0115$$

Estado  $E_3$ :

$$p_3 = 0.35 \quad P_3(6) = \frac{30!}{6! (30-6)!} (0.35)^6 (0.65)^{30-6}$$

$$q_3 = 0.65$$

$$P_3(6) = 0.0353$$

Estos resultados también pueden ser obtenidos mediante el uso de las tablas de probabilidad binomial.

Por lo tanto, la verosimilitud o probabilidad condicional de encontrar seis personas que comprarán una raqueta, en una muestra de 30, es sólo de 0.1455, si en verdad se da el estado  $E_1$  que tiene una probabilidad de 0.25.

La interpretación es análoga para los otros dos estados.

La representación de las probabilidades condicionales o verosimilitud es la siguiente:

$$P(x=6/p_1) = 0.1455$$

$$P(x=6/p_2) = 0.0115$$

$$P(x=6/p_3) = 0.0353$$

Las probabilidades a priori, asignadas por el Sr. Co-

rona, son revisadas ahora a la luz de las verosimilitudes, a fin de obtener las probabilidades posteriores a través del teorema de Bayes.

$$P(E_i/M) = \frac{P(E_i)P(M/E_i)}{\sum_{i=1}^n P(E_i)P(M/E_i)}$$

en donde,

$P(E_i)$  = probabilidad a priori de un estado de naturaleza en particular.

$P(M/E_i)$  = probabilidad condicional o verosimilitud.

Sustituyendo en el estado  $E_1$ :

$$P(p_1/x=6) = \frac{P(p_1)P(x=6/p_1)}{P(p_1)P(x=6/p_1)+P(p_2)P(x=6/p_2)+P(p_3)P(x=6/p_3)}$$

$$P(p_1/x=6) = \frac{(0.25)(0.1455)}{(0.25)(0.1455)+(0.40)(0.0115)+(0.35)(0.0353)}$$

$$P(p_1/x=6) = 0.6816$$

En forma similar, obtenemos las probabilidades posteriores para los otros estados.

$$P(p_2/x=6) = 0.0862$$

$$P(p_3/x=6) = 0.2322$$

Es conveniente utilizar un enfoque tabular para desarrollar la distribución de cualquier probabilidad posterior, que una aplicación repetida del teorema de Bayes para cada estado.

Resumimos en la tabla 2.7 los cálculos para cada uno de los estados de naturaleza.

ESTADO	PROBABILIDAD A PRIORI	VEROSIMILITUD	PROBABILIDAD CONJUNTA	PROBABILIDAD POSTERIOR
E1:20	0.25	0.1455	0.0364	0.6816
E2:40	0.40	0.0115	0.0046	0.0862
E3:60	0.35	0.0353	0.0124	0.2322
	1.00		0.0534	1.0000

Tabla 2.7 Revisión de las probabilidades a priori con información muestral (Verosimilitud)

La probabilidad conjunta la obtenemos al multiplicar la probabilidad a priori por la verosimilitud para cada estado de naturaleza.

La probabilidad posterior resulta al dividir la probabilidad conjunta entre la sumatoria de las probabilidades conjuntas.

La suma de las probabilidades conjuntas, en este caso 0.0534, indican que, en un número infinito de muestras con  $n=20$ , habría 5.34% de ellas en donde se encontraría exactamente a 6 personas dispuestas a comprar una raqueta.

De este 5.34%, el 68.16% pertenece al estado  $E_1$ , el -

8.62% al estado  $E_2$  y el 23.22% al estado  $E_3$ , por lo que se puede ver que las probabilidades han variado después de haber realizado el muestreo.

## VII. REGLA DE BAYES.

Una vez que tenemos las probabilidades posteriores, calculamos el Valor Esperado Monetario utilizando estas probabilidades, a fin de elegir la mejor alternativa de acuerdo con lo señalado en la regla de Bayes, la cual indica que debe elegirse aquella acción con la mayor ganancia esperada.

EVENTO	PROB. POSTERIOR	ACCIONES		
		A1:20	A2:40	A3:60
E1:20	0.6816	80,000	20,000	(40,000)
E2:40	0.0862	80,000	160,000	100,000
E3:60	0.2322	80,000	160,000	240,000
	1.0000	80,000	64,576	37,084

Tabla 2.8 Tabla de decisión basada en las probabilidades posteriores

Según el VEM la alternativa que debe seleccionar el Sr. Corona es la acción  $A_1$ , o sea, adquirir el lote de 20 raquetas.

## VIII. VALOR DE LA INFORMACION MUESTRAL.

La acción elegida, con base en la distribución de probabilidad posterior  $A_1$ , es comparada con la acción  $A_2$ , que fue seleccionada utilizando las probabilidades a priori. -- Así, el haber llevado a cabo un muestreo ha hecho que cambie el curso de acción, por lo que el Valor de la Información Muestral (VIH), se mide con base en la diferencia -- existente entre el valor esperado monetario posterior de la mejor acción posterior, y el valor esperado monetario posterior de la mejor acción anterior. Es decir:

$$\text{VIH} = (\text{VEM posterior de la mejor acción posterior}) - (\text{VEM posterior de la mejor acción anterior}).$$

Sustituyendo en nuestro ejemplo tenemos:

$$\text{VIH} = 80,000 - 64,576 = 15,424$$

El VIH que calculamos \$15,424 lo identificamos como la ganancia que obtenemos al cambiar la alternativa a seguir con base en la información muestral.

De esta manera, si el curso de acción no es modificado por el muestreo, el VIH tendría un valor de \$0.00.

## IX. TAMAÑO OPTIMO DE LA MUESTRA.

El enfoque bayesiano nos dice que el tamaño óptimo de la muestra, es aquel que nos proporciona la mayor ganancia neta esperada del muestreo.

"Para cada tamaño de muestra considerado, la ganancia neta esperada del muestreo (GNEM) se define como la diferencia entre el valor esperado de la información de la muestra, y el costo de la muestra (CM):

$$GNEM = VEIM - CM \quad (8)$$

Antes de obtener la ganancia neta esperada de la muestra (GNEM), es necesario calcular el valor esperado de la información muestral (VEIM), que se obtiene de la siguiente forma:

Para un tamaño de muestra dado, se deben considerar todos los resultados posibles de ésta. Para cada resultado posible, se deben calcular las probabilidades posteriores y obtener con ellas el VEM correspondiente, para determinar el valor de la información muestral (VIM) de cada resultado posible.

El VEIM se obtiene a través de la sumatoria de los VIMs multiplicados por la suma de las probabilidades conjuntas respectivas.

$$VEIM = \sum (VIM_1) P(x_1).$$

Aplicando este procedimiento en el problema 2.1, la -  
GNEM para un tamaño de muestra  $n=1$  se calcula de la siguiente manera:

Los resultados posibles de la muestra  $n=1$  son  $x=0$  y  $x=1$ , por lo que se procede a calcular las probabilidades --  
posteriores respectivas, en la tabla 2.9.

ESTADO	PROB. A PRIORI	VEROSIMILITUD		PROB. CONJUNTA		PROB. POSTERIOR	
		$P(x=0/n=1)$	$P(x=1/n=1)$	$P(x=0)$	$P(x=1)$	$P(x=0)$	$P(x=1)$
E1:20	0.25	0.75	0.25	0.1875	0.0625	0.2863	0.1811
E2:40	0.40	0.60	0.40	0.2400	0.1600	0.3664	0.4638
E3:60	0.35	0.65	0.35	0.2275	0.1225	0.3473	0.3531
	1.00			0.6550	0.3450	1.0000	1.0000

Tabla 2.9 Revisión de probabilidades para un tamaño de muestra  $n=1$

Una vez calculadas las probabilidades posteriores el siguiente paso a seguir, es la obtención del VEM de cada --  
resultado posible y éste se muestra en la tabla 2.10.

EVENTO	PROB. POSTERIOR		ACCIONES					
	$P(x=0)$	$P(x=1)$	A1:20		A2:40		A3:60	
			$x=0$	$x=1$	$x=0$	$x=1$	$x=0$	$x=1$
E1:20	0.2863	0.1811	00,000		20,000		-40,000	
E2:40	0.3664	0.4638	00,000		160,000		100,000	
E3:60	0.3473	0.3531	00,000		160,000		240,000	
			00,000	00,000	119,918	134,646	100,540	124,360

Tabla 2.10 Determinación del mejor acto para un tamaño de muestra  $n=1$

Determinado el VEM para cada resultado posible de --- muestra, determinamos a continuación los VIMs respectivos.

$$VIM(0) = 119,918 - 119,918 = 0$$

$$VIM(1) = 134,646 - 134,646 = 0$$

Por tanto, el VEIM para una muestra de  $n=1$  es el siguiente:

$$VEIM = 0(0.6550) + 0(0.3450) = 0$$

Al VEIM de cada tamaño de muestra se le resta el costo de muestra (CM), y esto nos da como resultado la GNEM.

En nuestro ejemplo, el costo de una muestra es de --- \$5.00 pero a medida que aumenta el tamaño de muestra, el -- costo unitario de muestra se incrementa \$2.50, es decir --- para una muestra de  $n=1$  el costo de muestra es de \$5.00, y para una muestra de  $n=2$  el CM es de \$15.00, debido a que -- cada muestra cuesta \$7.50.

La GNEM para una muestra de  $n=1$  es la siguiente:

$$GNEM = 0 - 5 = -5$$

\*Si la GNEM de una muestra que esta siendo considerada es mayor en valor que cero, entonces la muestra deberia-



tomarse, a menos que otra muestra tenga un GNEM más alta". (9)

Por lo tanto, debemos continuar con el procedimiento hasta encontrar la GNEM con mayor beneficio, para así obtener el tamaño óptimo de muestra. Para lograr esto, es necesario el uso de una computadora, debido a la gran cantidad de datos que deben procesarse. Los cálculos de este procedimiento son mostrados en la tabla 2.11, y se representan gráficamente en la figura 2.1.

Como observamos en la tabla 2.11, el tamaño óptimo de muestra si se aplica el criterio bayesiano, es de  $n=46$  con una GNEM de \$ 1,318.

En este capítulo se dejó como último tema la determinación del tamaño de la muestra para una mejor comprensión de la aplicación del teorema de Bayes; sin embargo, en su uso práctico debe determinarse antes de la revisión de las probabilidades a priori. En el capítulo 4, se desarrollará un ejemplo en el que se determinará el tamaño óptimo de muestra oportunamente.

TAMANO OPTIMO DE MUESTRA

-----								TAMANO DE LA COSTO		
n	VEIN	CM	GNEN	n	VEIN	CM	GNEN	MUESTRA OPTIMA	UNITARIO	
-----										
0	0	0	0	35	4,257	3,150	1,107	46	1,318	95.00
1	0	5	(5)	36	4,463	3,330	1,133			
2	0	15	(15)	37	4,528	3,515	1,013			
3	0	30	(30)	38	4,945	3,705	1,240			
4	0	50	(50)	39	5,172	3,900	1,272			
5	0	75	(75)	40	5,251	4,100	1,151			
6	0	105	(105)	41	5,577	4,305	1,272			
7	0	140	(140)	42	5,822	4,515	1,307			
8	72	180	(108)	43	6,017	4,730	1,287			
9	224	225	(1)	44	6,221	4,950	1,271			
10	274	275	(1)	45	6,488	5,175	1,313			
11	293	330	(37)	46	6,723	5,405	1,318			
12	540	390	170	47	6,857	5,640	1,217			
13	648	455	218	48	7,144	5,880	1,266			
14	681	525	156	49	7,375	6,125	1,250			
15	945	600	345	50	7,495	6,375	1,120			
16	1,107	680	427	51	7,829	6,630	1,199			
17	1,145	765	380	52	7,977	6,890	1,087			
18	1,345	855	490	53	8,179	7,155	1,024			
19	1,554	950	606	54	8,460	7,425	1,035			
20	1,624	1,050	574	55	8,619	7,700	919			
21	1,748	1,155	588	56	8,824	7,980	844			
22	1,994	1,265	731	57	9,042	8,265	777			
23	2,097	1,380	717	58	9,290	8,535	735			
24	2,130	1,500	630	59	9,426	8,850	576			
25	2,421	1,625	796	60	9,581	9,150	431			
26	2,554	1,755	799	61	9,913	9,455	458			
27	2,569	1,890	679	62	10,056	9,765	291			
28	2,824	2,030	796	63	10,152	10,080	72			
29	3,021	2,175	844	64	10,491	10,400	91			
30	3,110	2,325	785	65	10,648	10,725	(77)			
31	3,359	2,480	879	66	10,749	11,055	(304)			
32	3,598	2,640	958	67	11,088	11,390	(342)			
33	3,744	2,805	799	68	11,217	11,730	(513)			
34	3,969	2,975	994	69	11,377	12,075	(698)			

Tabla 2.11 Tamano óptimo de muestra

# TAMAÑO OPTIMO DE MUESTRA

COSTO POR MUESTRA 95

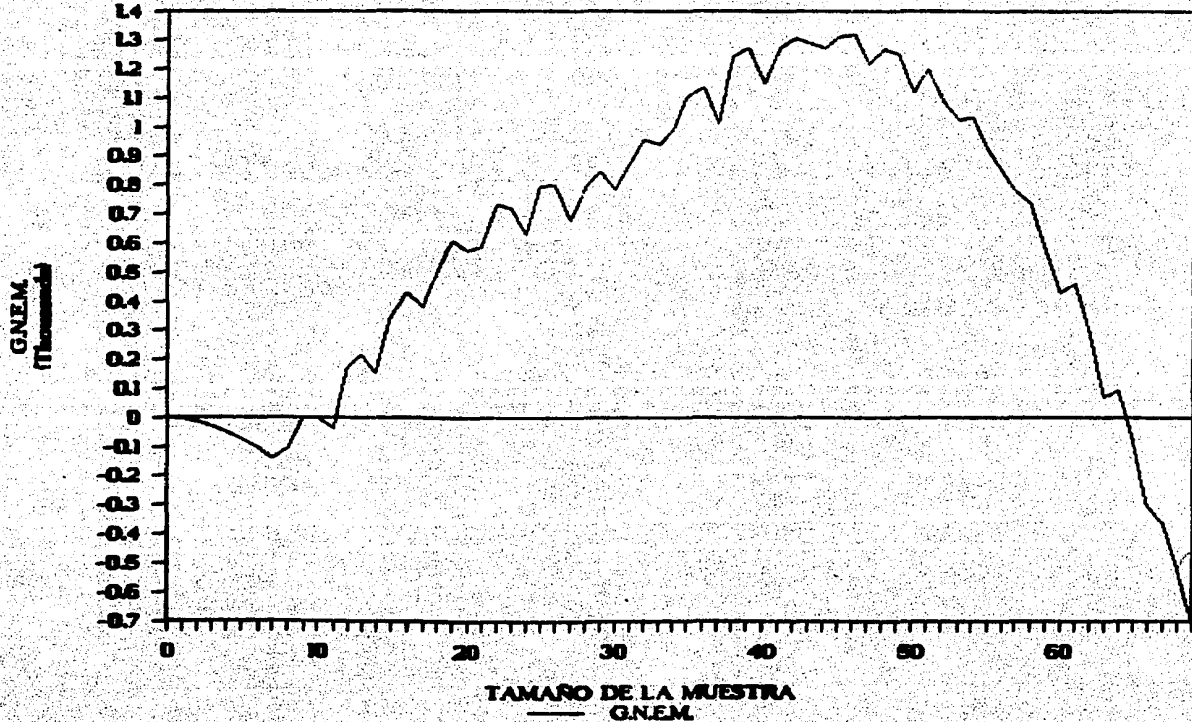


Figura 2.1 Tamaño Optimo de Muestra

## CITAS Y NOTAS

- (1) Estas probabilidades deben seguir las reglas matemáticas de probabilidad, y los estados de naturaleza deben ser mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos.
- (2) "El Reverendo Thomas Bayes en "An Essay toward Solving a Problem in the Doctrine of Chance", Philosophical Transactions of the Royal Society, 1763, sugería que los juicios sobre probabilidades basados en nuevos presentimientos deberían ser combinados con probabilidades basadas en frecuencias relativas, utilizando el Teorema de Bayes" Raiffa, Howard, Análisis de la decisión empresarial, p.17.
- (3) Schneider C., Kennet, Métodos Cuantitativos en Administración, p.123.

- (4) Stevenson, William J., Estadística para Administración y Economía, p.105.
- (5) Kazmier, Leonard J., Estadística aplicada a la Administración y Economía, p.259.
- (6) El tamaño de la muestra en este momento se ha determinado en forma aleatoria; sin embargo, dentro de este mismo capítulo, en el Punto IX, se procederá a determinar el tamaño óptimo de muestra en la forma señalada por el método bayesiano.
- (7) "(...) el término "verosimilitud" se emplea para indicar la probabilidad condicional de obtener un resultado muestral particular dado un cierto valor de la variable aleatoria fundamental (...)"  
Morgan, Bruce W., Introducción a los Procesos Bayesianos de Decisión Estadística, p.25.
- (8) Kazmier, ob. cit., p.265.
- (9) Ibid. p.265.

## Capítulo 3

### TOMA DE DECISIONES A TRAVES DEL ARBOL DE DECISIONES

#### I. ARBOL DE DECISIONES.

El administrador se enfrenta con frecuencia a problemas en donde debe tomar decisiones; la resolución de estos problemas implica, en muchas ocasiones, tomar decisiones -- secuenciales.

La toma de decisiones secuenciales reconoce que el -- tomar una decisión, afectará el curso de las decisiones futuras. Es importante hacer énfasis en que las decisiones -- secuenciales tienen efecto a largo plazo, por lo que, tomar una decisión considerando únicamente la situación actual, -- aun cuando pareciera ésta la correcta, puede no serlo en un futuro.

El árbol de decisiones es una herramienta adecuada en el tratamiento de problemas con decisiones secuenciales. -- Así, el árbol de decisiones es definido por Huber de la siguiente manera: "... es un modelo gráfico que expresa la -- secuencia de las decisiones y los acontecimientos que comprenden una situación de decisión secuencial."(1) Por lo -- que puede ser entendido como la forma de mostrar la anatomía de un problema, su interrelación entre una decisión presente, eventos aleatorios y posibles decisiones futuras y -- sus consecuencias. Sin embargo, no debemos pensar que el -- árbol de decisiones le da al administrador la solución de un problema; lo que le otorga en realidad es una ayuda para seleccionar entre diversas alternativas, aquella que le --- brinde los máximos beneficios esperados en cada punto de decisión.

La información manejada en los árboles de decisiones -- también puede ser procesada en una tabla de decisión, pero en los problemas complejos, el árbol es un medio más claro -- para presentar la información pertinente. Esto se debe a -- que permite visualizar en su contexto global las opciones, -- los riesgos, las ganancias monetarias y las necesidades de información implicadas en el problema, así como la secuencia en la que deben ser tomadas las decisiones.

## II. FORMULACION DE UN PROBLEMA.

La aplicación y el uso correcto del árbol de decisiones depende, en gran medida, de un adecuado planteamiento del problema a resolver. Howard Raiffa destaca sobre el particular algunas notas importantes (2), que nosotros resumimos en los siguientes puntos:

1. Se deben eliminar los factores irrelevantes y suprimir aquellos que no sean cruciales, para exponer el problema en una forma manejable.
2. El administrador debe estar consciente que es necesario trabajar para obtener los costos y beneficios asociados con un problema, pues en muchas ocasiones estos no se encuentran a su disposición.
3. Las probabilidades rara vez se presentan de manera clara, por lo que el administrador debe tener mucho cuidado al obtenerlas.

Para mostrar el planteamiento de un problema en forma de un árbol de decisiones, desarrollaremos un ejemplo.

### Problema 3.1.

El Departamento de Investigación y Desarrollo de la Compañía "X", ha perfeccionado el producto "y", en el que se especializa la empresa, y el Departamento de Investigación de Mercados estima que, con esta mejora existe la po-



sibilidad de incrementar las ventas del producto, considerando que tendrá un vida útil de 8 años. Debido a que las especificaciones técnicas del producto obligan a la adaptación de la fábrica, la empresa está considerando tres alternativas para su explotación: construir una nueva planta, -- con lo que aumentaría considerablemente su capacidad instalada. Ampliar la planta ya existente, adaptándola a los requerimientos de la explotación del producto, pero sin llegar a la capacidad de producción de una nueva planta. La -- otra alternativa consiste en mantener la planta, adaptándola a los requerimientos del nuevo producto, con lo que la -- capacidad instalada permanecería sin cambio.

Las dos últimas alternativas dejan abierta la posibilidad de cambiar el curso de acción, una vez conocidos los niveles de demanda del producto. Se estima que los dos primeros años de vida del producto serán significativos para -- el resto de su vida, por lo que el tiempo ideal para tomar -- una nueva decisión debe ser al final de estos dos años.

La alternativa de ampliar la planta nos permite, en -- la segunda etapa, realizar una segunda ampliación o mante-- ner su tamaño.

Adaptar la planta nos deja en la posibilidad de cons-- truir una nueva planta, ampliar la ya existente o dejarla -- en las mismas condiciones para la segunda etapa.

Construir una planta grande implica permanecer con

ella el resto de vida del producto, sin importar su nivel-- de demanda.

El Departamento de Investigación de Mercados, con base en su experiencia, prevé que si el producto se vende -- bien durante los dos primeros años de comercialización, ten drá entonces una probabilidad de un 30% de continuar con -- una demanda alta y un 20% de disminuir a una demanda media. Si el producto tiene una demanda media durante esta primera etapa de dos años, se estima entonces una probabilidad de -- un 20% de incrementar sus ventas a una demanda alta en el -- resto de vida del producto y un 10% de probabilidad de con-- tinuar igual. Si el producto no es bien aceptado y tiene -- una demanda baja durante la primera etapa, se prevé que s<sup>o</sup> lo tendrá un 8% de probabilidad de incrementar sus ventas a una demanda media y tendrá un 12% de continuar en una dema-- da baja.

Se estima que contruir una nueva planta costaría a la empresa 400 millones de pesos, ampliarla tendría un costo -- de \$200 millones, mientras que una segunda ampliación costa ría otros \$200 millones. En tanto que el costo de adapta--- ción de la planta sólo sería de 80 millones de pesos, y si -- en la segunda etapa se decide construir, se necesitarían -- \$500 millones para la nueva planta o si se decide ampliarla se requeriría de \$270 millones.

Las estimaciones de los ingresos por año para cada --

alternativa y etapa se muestran en la tabla 3.1.

### III. REPRESENTACION DE UN PROBLEMA.

El primer paso en la representación de un problema mediante un árbol de decisiones, es la correcta identificación del problema a resolver.

Una vez logrado esto, el segundo paso es identificar los puntos de decisión y de incertidumbre, así como las alternativas derivadas de cada uno de ellos.

El tercer paso consiste en la estimación de los costos y beneficios asociados con cada una de las alternativas del problema, así como las probabilidades de ocurrencia de los eventos inciertos.

El cuarto y último paso consiste en la evaluación de las diferentes alternativas a fin de escoger el mejor curso de acción.

Ahora procederemos a aplicar el procedimiento descrito en nuestro problema.

ESTIMACION DEL INGRESO ANUAL

PRIMERA ETAPA ( 2 AÑOS )			SEGUNDA ETAPA ( 6 AÑOS )		
TIPO DE PLANTA	DEMANDA	INGRESO ANUAL ESTIMADO	TIPO DE PLANTA	DEMANDA	INGRESO ANUAL ESTIMADO
	ALTA	140		ALTA	205
CONSTRUIR	MEDIA	84		MEDIA	123
	BAJA	42		ALTA	205
				MEDIA	123
				MEDIA	123
				BAJA	62
	ALTA	93	AMPLIAR (2)	ALTA	203
AMPLIAR (1)			MANTENER	MEDIA	115
	MEDIA	84	AMPLIAR (2)	ALTA	123
			MANTENER	MEDIA	114
			AMPLIAR (2)	ALTA	200
			MANTENER	MEDIA	115
				ALTA	123
	BAJA	42		MEDIA	114
			AMPLIAR (2)	MEDIA	111
			MANTENER	BAJA	56
				MEDIA	125
				BAJA	65
	ALTA	47	CONSTRUIR	ALTA	174
ADAPTAR			AMPLIAR (1)	MEDIA	105
	MEDIA	47	MANTENER	ALTA	105
				MEDIA	95
			CONSTRUIR	ALTA	62
			AMPLIAR (1)	MEDIA	56
			MANTENER	ALTA	174
				MEDIA	105
			AMPLIAR (1)	ALTA	105
			MANTENER	MEDIA	95
				ALTA	62
	BAJA	42		MEDIA	56
			CONSTRUIR	MEDIA	111
			AMPLIAR (1)	BAJA	56
			MANTENER	MEDIA	111
				BAJA	56
				MEDIA	123
				BAJA	62

Tabla 3.1 Estimación de los ingresos por año (en millones)

## **1. Identificación del problema.**

En muchas ocasiones, es difícil para el administrador tener una visión clara del problema al que se enfrenta, por lo que puede plantearlo inadecuadamente en esa situación,-- es recomendable que el administrador recurra a toda la información pertinente antes de realizar su planteamiento.

En nuestro ejemplo, la información requerida para realizar el planteamiento ha sido proporcionada por los Departamentos de Investigación y Desarrollo, y el de Investigación de Mercados.

## **2. Identificación de los puntos de decisión e incertidumbre y de sus alternativas.**

En este punto es donde se traza el árbol de decisiones.

La construcción del árbol de decisiones se realiza de manera horizontal tomando los eventos cronológicamente de izquierda a derecha.

La base del árbol es el primer punto de decisión,-

del cual emanan las ramas que representan los cursos de acción alternativos a seleccionar. Al final de estas ramas surgen, en los casos que lo requieran, los nudos de posibilidades o incertidumbre (de estas ramas no necesariamente surgen nudos de posibilidades, ya que pueden ligarse dos decisiones o simplemente concluir ahí la rama), de los cuales crecen las ramas que representan eventos inciertos de la naturaleza.

Los nudos o puntos de decisión son representados en el árbol con un cuadrado y los nudos de posibilidades o incertidumbre con un círculo.

En nuestro problema identificamos tres alternativas de decisión que son:

X: Construir una planta nueva.

Y: Ampliar el tamaño de la planta.

Z: Mantener el tamaño de la planta.

Se identifican además, tres niveles de incertidumbre agrupados en:

A: Demanda Alta.

M: Demanda Media.

B: Demanda Baja.

El trazado del árbol de decisiones del problema se ilustra en la Figura 3.1.

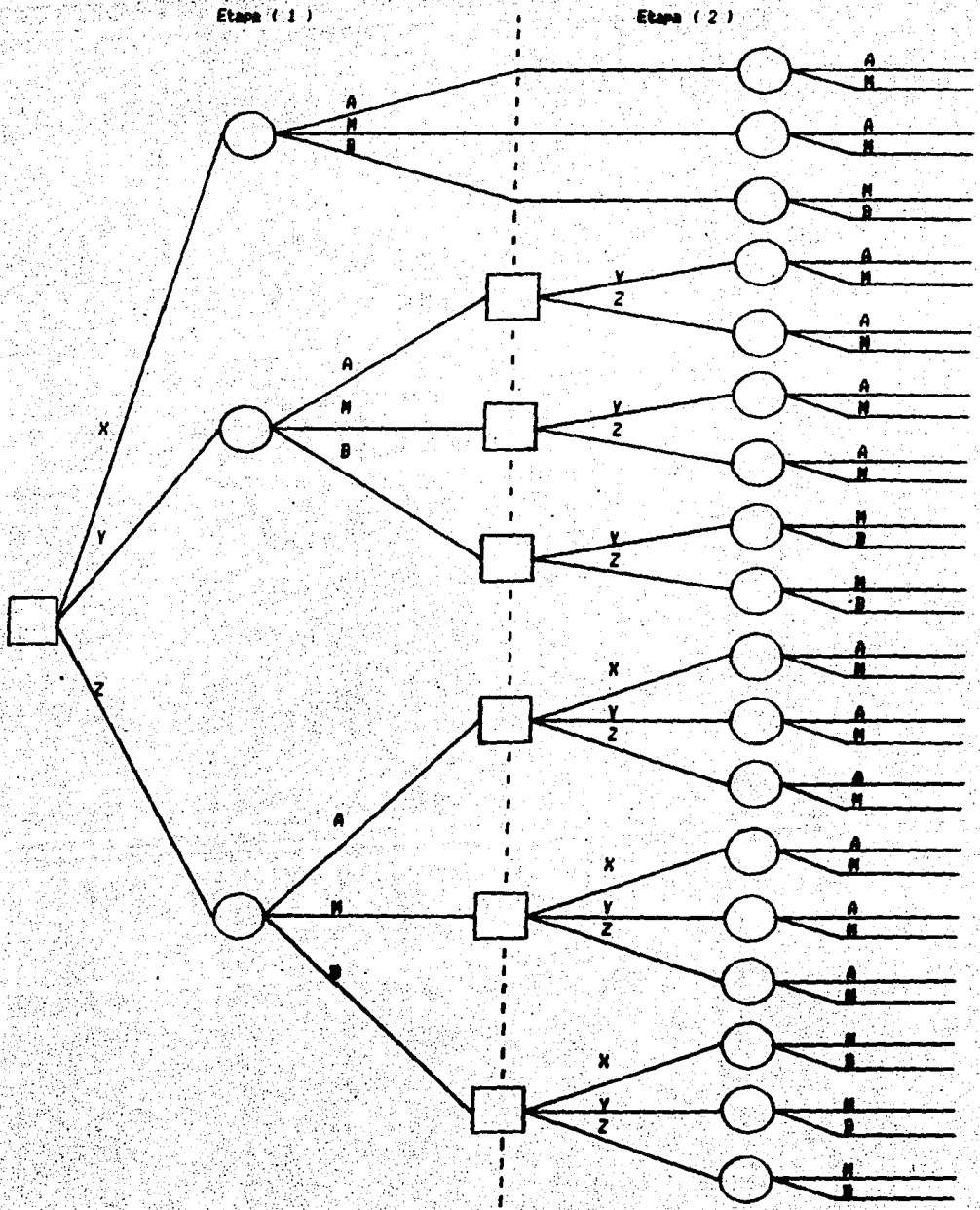


Figura 3.1 Trazado del árbol de decisiones

El lapso de tiempo a considerar en el trazado del árbol debe al menos extenderse hasta el punto donde el efecto de las alternativas iniciales termine, o hasta donde se considere que el efecto permanecerá fijo.

Así, en el trazado de nuestro árbol de decisiones, el lapso de tiempo que consideramos es el que abarca la vida útil del producto (8 años), que además ha sido dividido en dos etapas, debido a que como ya hemos señalado, la primera etapa va a determinar el curso a seguir en la segunda.

### **3. Estimación de Costos, Beneficios y Probabilidades.**

#### **3.1 Cálculo de costos y beneficios.**

Una vez que se ha construido el árbol de decisiones, se procede a calcular los costos y los beneficios asociados con cada una de las alternativas de decisión.

A continuación se muestra, en la Figura 3.2 el árbol de decisiones de nuestro ejemplo conteniendo los costos y beneficios anuales que se determinaron previamente en el planteamiento del problema.

Todos los costos se indican con valores negativos en-



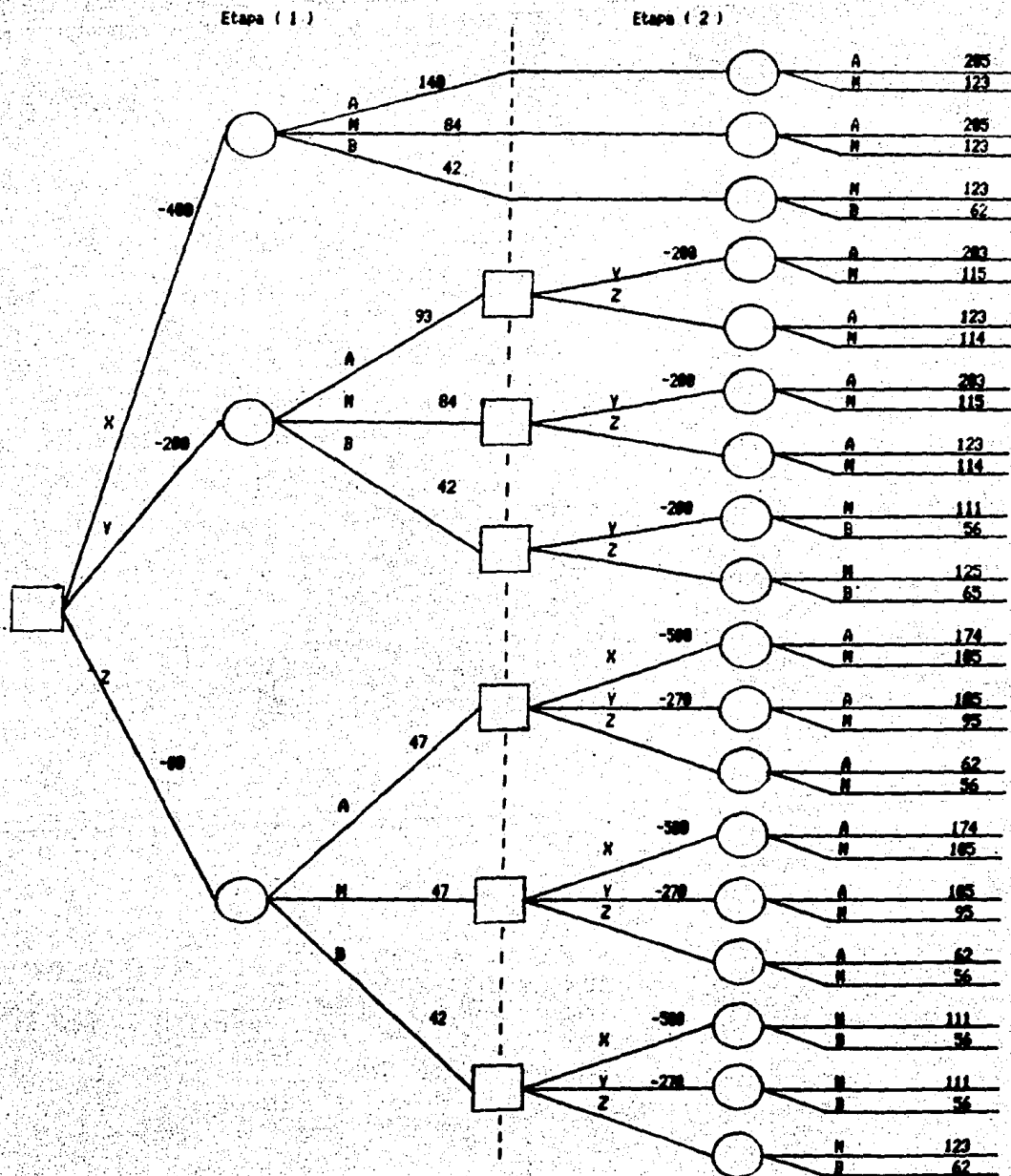


Figura 3.2. Estimación de costos y beneficios (en millones)

el árbol de decisiones, mientras que los ingresos o beneficios son cantidades positivas.

### 3.2 Efectos de la inflación en el árbol de decisiones.

En la época actual, nuestro país enfrenta un proceso inflacionario, lo que hace que se desvirtúe la información financiera de las empresas.

Los proyectos de inversión se ven afectados por la inflación debido al constante aumento de precios, por lo que al respecto Fabrycky y Thuesen hacen notar que: "Para tasas de inflación bajas, este efecto de los cambios en los precios parece que tiene poco impacto, pero la inflación con tasas superiores al 10% puede producir consecuencias en extremo serias tanto para las personas como para las instituciones".(3).

Por tanto, los estudios financieros a largo plazo, -- realizados en un periodo inflacionario, deben tomar en cuenta los efectos de la inflación para que puedan ser considerados como confiables.

La inflación se describe comúnmente en términos de un porcentaje anual que indica el porcentaje de aumento de los

precios respecto del año anterior. Esto significa que la inflación tiene un efecto de composición, debido a que la tasa de inflación de un año se agrega a los precios afectados por la inflación del año anterior. Por tal motivo la inflación es manejada de la misma manera que las tasas de inte--res compuestas.

Ahora bien, al tomar en cuenta los efectos de la in--flación en un proyecto de inversión, deben ser tratados los ingresos y los costos de la siguiente manera:

- A. Calcule los costos e ingresos en términos de pesos corrientes.
- B. Estime la inflación que afecte a las cantidades anteriores a través de la fórmula de interés compuesto, de tal forma que representen los pesos corrientes en su época respectiva.
- C. Transforme las cantidades obtenidas en el punto anterior a su valor presente, considerando el valor--del dinero en el tiempo.

Todos los proyectos de inversión, para ser atracti---vos, deben dar como mínimo un beneficio superior al que ---brindan las tasas de interés bancario.

Por tal razón, las cantidades se deben transformar a--su valor presente, considerando una Tasa de Retorno Atrac--

tiva Mínima para la empresa. Esta Tasa de Retorno Atractivo Mínima (TRAM) es el resultado de una decisión política hecha por la administración de la empresa.

Aplicando ahora los pasos descritos para calcular los efectos de la inflación en nuestro ejemplo, tenemos lo siguiente:

Los ingresos anuales y los costos en términos de pesos corrientes fueron ya determinados y se muestran en la Figura 3.2.

La fórmula de interés compuesto  $S = C(1+i)^n$ , como lo hemos señalado, se aplica a las cantidades anteriores para calcular la tasa de inflación.

$$S = C(1+i)^n$$

En donde,

S = Ingreso futuro anual

C = Ingreso anual

i = Tasa de inflación

n = Año

La tasa de inflación para este ejemplo la manejaremos en un 90% anual, sin embargo, como sabemos, la tasa de inflación cambia año con año, por lo que esta variará dependiendo de la época en que se utilice.

Desarrollando la fórmula para el ingreso anual de la primera etapa, suponiendo que se decidió construir y se tuvo una demanda alta, tenemos que el ingreso anual estimado-

será de \$ 140 millones durante los dos primeros años de esta alternativa. Los cálculos del efecto de la inflación se hacen para:

$$n = 1 ; n = 2$$

$$C = 140$$

$$f = 0.90$$

$$S_1 = 140 (1 + 0.90)^1 = 266$$

$$S_2 = 140 (1 + 0.90)^2 = 505$$

en donde  $S_1$  es el ingreso futuro anual para el primer año, y  $S_2$  es el ingreso futuro anual para el segundo año.

El mismo procedimiento se sigue para todos los ingresos de la primera etapa de vida del producto, en tanto que, para los ingresos de la segunda etapa, los cálculos se realizan considerando a  $n$  desde 3 hasta 8, debido a que éstos ingresos se darán desde el tercer año y hasta el octavo año y último de vida del producto.

Los resultados de estos cálculos se muestran en la tabla 3.2

Una vez obtenidas las cantidades mostradas en la tabla 3.2, el siguiente paso es transformarlas a su valor presente, considerando una Tasa de Retorno Atractiva Mínima.

El cálculo del Valor Presente se realiza a través de la siguiente fórmula:

CALCULO DE LA INFLACION

RUTA	INGRESO	PRIMERA ETAPA (2 AÑOS)			SEGUNDA ETAPA (6 AÑOS)					
		1	2	3	AÑOS					
					4	5	6	7	8	
IA	140		266	505						
IAA		205			1,406	2,672	5,076	9,644	18,324	34,816
IAM		123			844	1,603	3,046	5,787	10,995	20,890
IR	84		160	303						
INA		205			1,406	2,672	5,076	9,644	18,324	34,816
INM		123			844	1,603	3,046	5,787	10,995	20,890
IB	42		80	152						
IBM		123			844	1,603	3,046	5,787	10,995	20,890
IBB		62			425	808	1,535	2,917	5,542	10,530
YA	93		177	336						
YAA		203			1,392	2,646	5,026	9,550	18,146	34,477
YAY		115			789	1,499	2,848	5,410	10,280	19,531
YAZ		123			844	1,603	3,046	5,787	10,995	20,890
YAZH		114			782	1,486	2,823	5,363	10,190	19,361
YR	84		160	303						
YRYA		203			1,392	2,646	5,026	9,550	18,146	34,477
YRYH		115			789	1,499	2,848	5,410	10,280	19,531
YRZA		123			844	1,603	3,046	5,787	10,995	20,890
YRZH		114			782	1,486	2,823	5,363	10,190	19,361
YB	42		80	152						
YBYH		111			761	1,447	2,748	5,222	9,922	18,852
YBYB		56			384	730	1,387	2,635	5,066	9,511
YBZH		125			857	1,629	3,095	5,881	11,173	21,229
YBZB		65			446	847	1,609	3,058	5,810	11,039
ZR	47		89	170						
ZARA		174			1,193	2,268	4,308	8,186	15,553	29,551
ZARH		105			720	1,368	2,600	4,940	9,386	17,833
ZAYA		105			720	1,368	2,600	4,940	9,386	17,833
ZAYH		95			652	1,238	2,352	4,449	8,492	16,134
ZAZA		62			425	808	1,535	2,917	5,542	10,530
ZAZH		56			384	730	1,387	2,635	5,066	9,511
ZR	47		89	170						
ZRYA		174			1,193	2,268	4,308	8,186	15,553	29,551
ZRYH		105			720	1,368	2,600	4,940	9,386	17,833
ZRYA		105			720	1,368	2,600	4,940	9,386	17,833
ZRYH		95			652	1,238	2,352	4,449	8,492	16,134
ZRZA		62			425	808	1,535	2,917	5,542	10,530
ZRZH		56			384	730	1,387	2,635	5,066	9,511
ZB	42		80	152						
ZBYH		111			761	1,447	2,748	5,222	9,922	18,852
ZBYB		56			384	730	1,387	2,635	5,066	9,511
ZBYH		111			761	1,447	2,748	5,222	9,922	18,852
ZBYB		56			384	730	1,387	2,635	5,066	9,511
ZBZH		123			844	1,603	3,046	5,787	10,995	20,890
ZBZB		62			425	808	1,535	2,917	5,542	10,530

Tabla 3.2. Cálculo de la inflación (en millones)

$$C = S \frac{1}{(1+i)^n}$$

En donde,

C = Ingreso anual a Valor Presente

S = Ingreso futuro anual

i = TRAM

n = AÑO

En nuestro ejemplo la TRAM a considerar será del 105%.

Enfocándonos en la decisión de construir y teniendo una demanda alta en la primera etapa, obtendremos el valor presente de los ingresos futuros anuales para estos dos años de la siguiente manera:

$$S_1 = 266$$

$$S_2 = 505$$

$$i = 1.05$$

$$n = 1 ; n = 2$$

$$C_1 = 266 \frac{1}{(1 + 1.05)^1} = 130$$

$$C_2 = 505 \frac{1}{(1 + 1.05)^2} = 120$$

Los demás resultados se obtienen de la misma forma y se muestran en la tabla 3.3, en la que además se muestra la suma de los ingresos del valor presente para cada ingreso y etapa.

CÁLCULO DEL VALOR PRESENTE

RUTA	PRIMERA ETAPA (2 AÑOS)							SEGUNDA ETAPA (6 AÑOS)		SUMA VALOR PRESENTE
	AÑOS							8 Etapa (1)	Etapa(2)	
	1	2	3	4	5	6	7			
IA	130	120							250	
IAA			163	151	140	130	120	112		817
IAM			98	91	84	78	72	67		490
IAN	78	72							150	
IAA			163	151	140	130	120	112		817
IAM			98	91	84	78	72	67		490
IB	39	34							75	
IBA			98	91	84	78	72	67		490
IBB			49	46	42	39	36	34		247
YA	84	80							166	
YAA			162	150	139	129	119	111		809
YAY			92	85	79	73	68	63		458
YAZ			98	91	84	78	72	67		490
YAN			91	84	78	72	67	62		454
YB	78	72							150	
YBA			162	150	139	129	119	111		809
YBB			92	85	79	73	68	63		458
YBZ			98	91	84	78	72	67		490
YBN			91	84	78	72	67	62		454
YB	39	34							75	
YBA			88	82	76	70	65	60		442
YBB			45	41	38	35	33	30		223
YBZ			100	92	85	79	73	68		498
YBN			52	48	44	41	38	35		259
ZA	44	40							84	
ZAA			139	128	119	110	102	95		693
ZAB			84	77	72	67	62	57		418
ZAC			84	77	72	67	62	57		418
ZAD			76	70	65	60	56	52		378
ZAE			49	46	42	39	36	34		247
ZAF			45	41	38	35	33	30		223
ZB	44	40							84	
ZBA			139	128	119	110	102	95		693
ZBB			84	77	72	67	62	57		418
ZBC			84	77	72	67	62	57		418
ZBD			76	70	65	60	56	52		378
ZBE			49	46	42	39	36	34		247
ZBF			45	41	38	35	33	30		223
ZB	39	34							75	
ZBA			88	82	76	70	65	60		442
ZBB			45	41	38	35	33	30		223
ZBD			100	92	85	79	73	68		498
ZBN			52	48	44	41	38	35		259

Tabla 3.3 Cálculo del Valor Presente (en millones)



Los cálculos del efecto de la inflación en los costos de la segunda etapa se desarrollan de la siguiente manera. - Suponiendo que se decide realizar una segunda ampliación, - tenemos lo siguiente:

Costo de la segunda ampliación \$ 200 millones.

$$S = 200 (1 + 0.90)^2 = 722$$

$$C = 722 \frac{1}{(1 + 1.05)^2} = 172$$

Los demás costos siguen el mismo procedimiento y los resultados se muestran en la Tabla 3.4.

COSTOS ORIGINALES	INFLACIÓN	VALOR PRESENTE
2a Ampliación	200	722
Construir	500	1,805
1a Ampliación	270	975

Tabla 3.4 Cálculo de los efectos de la inflación en los costos

Los costos de la primera etapa se realizan casi de inmediato, por lo que no son afectados por la inflación.

La Figura 3.3 muestra la suma de los ingresos anuales, así como la de los costos afectados por la inflación.

El flujo final de efectivo es el pago que se da al final de cada rama del árbol de decisiones. Así, si se sigue

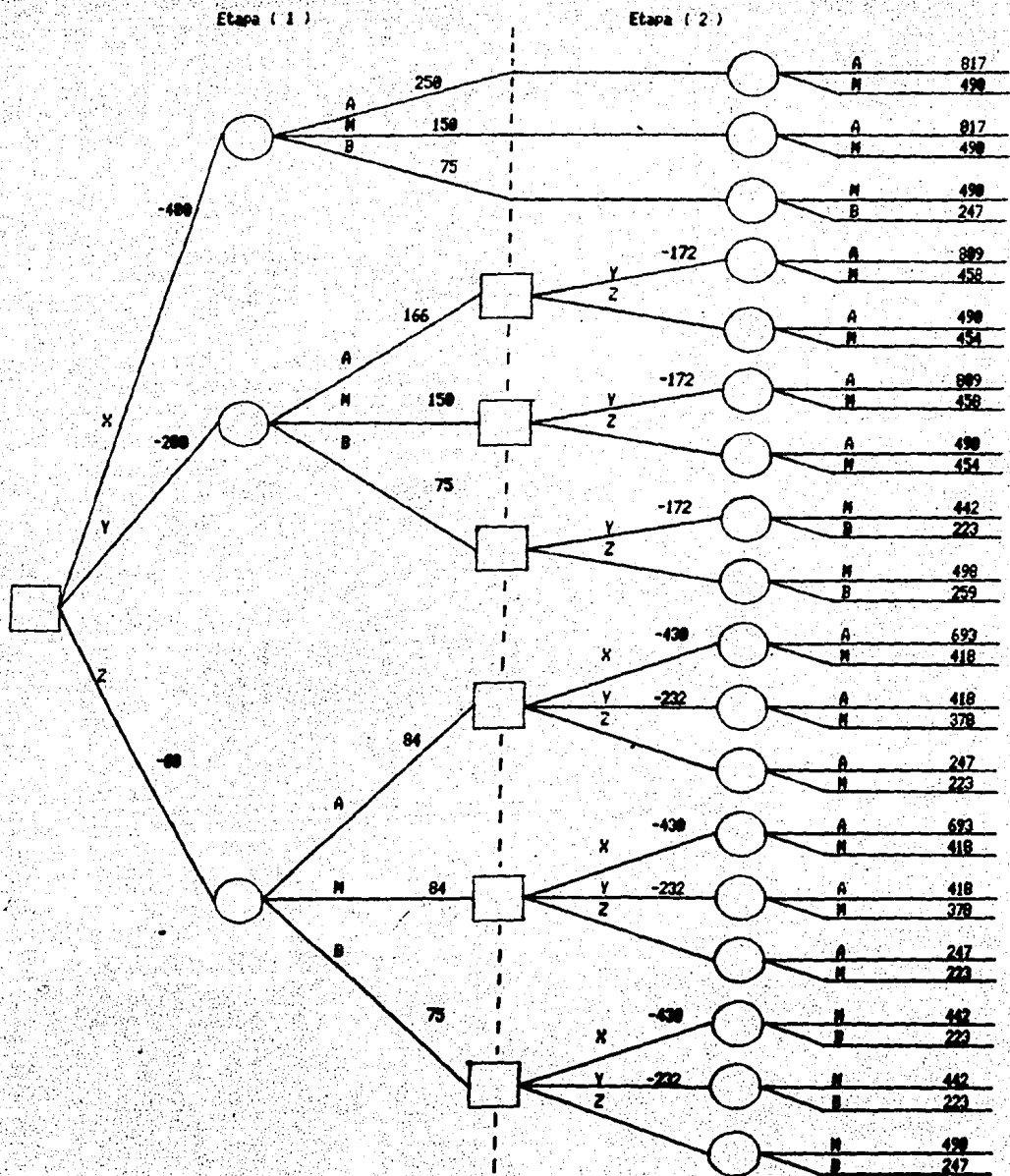


Figura 3.3 Ingresos y costos afectados por la inflación (en millones)

la ruta en la que se amplie la fábrica en la primera etapa (Y) y se da una demanda alta (A), y se decide para la segunda etapa hacer una nueva ampliación (Y) y se vuelve a tener demanda alta (A); es decir, se sigue la ruta YAYA, tendrá un flujo final de efectivo de \$ 603 millones al final de la rama, pago que se obtiene de una inversión inicial de ----- \$ 200 millones, de un ingreso de \$ 166 millones en la primera etapa, de una inversión adicional de \$ 172 millones y de un ingreso de \$ 809 millones en la segunda etapa.

$$- 200 + 166 - 172 + 809 = 603$$

Si se sigue la ruta ZMZA, se tiene un flujo final de efectivo al final de ésta de \$ 251 millones, que obtenemos de la siguiente forma:

$$- 80 + 84 + 247 = 251$$

De la misma forma se obtienen los demás flujos finales de efectivo que se muestran en la figura 3.4.

Una vez determinados los flujos finales de efectivo, como lo muestra la figura 3.4, el siguiente paso es calcular las probabilidades de los eventos inciertos a través -- del árbol de probabilidades.

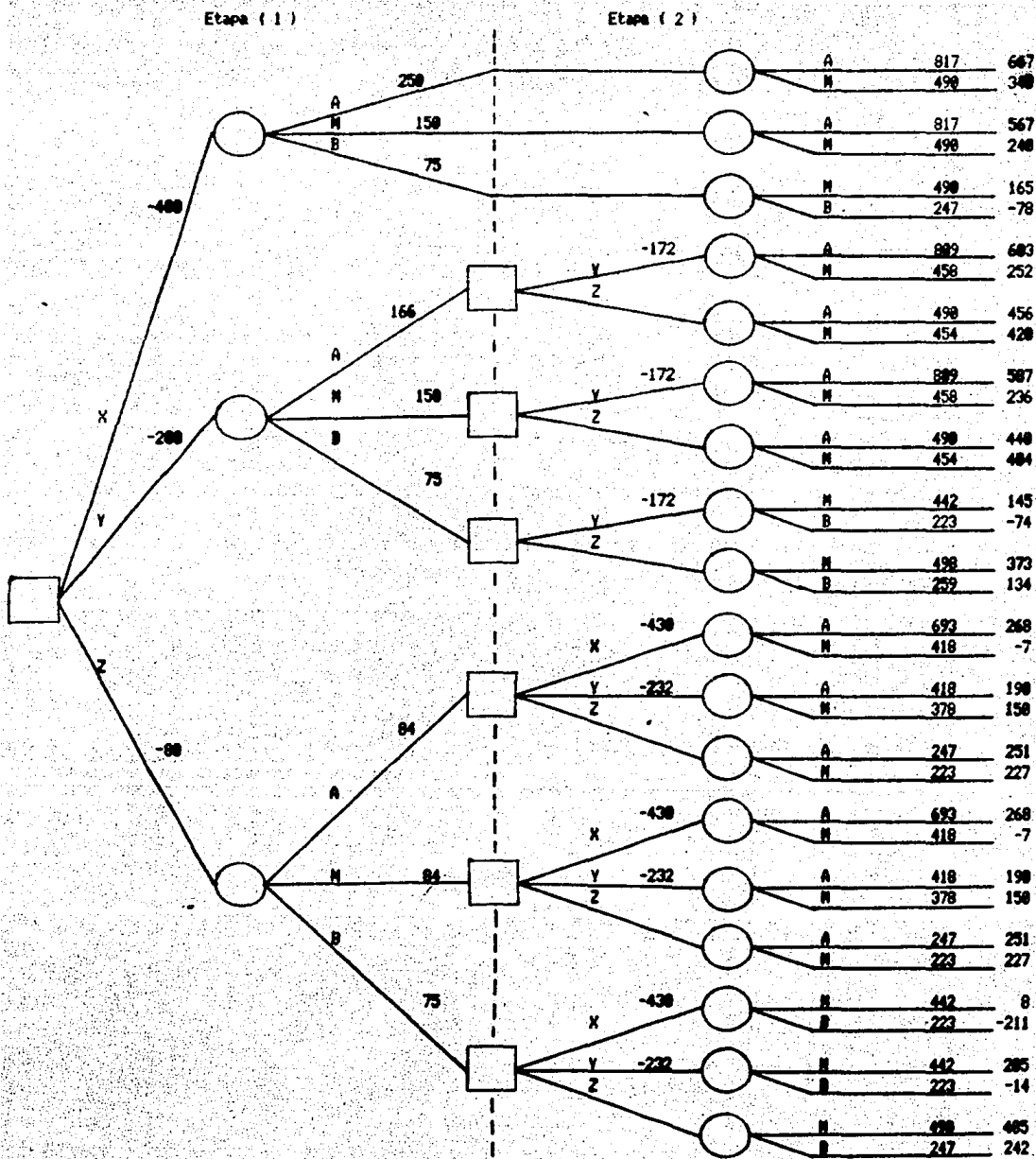


Figura 3.4 Flujo final de efectivo (en millones)

### 3.3 Arbol de Probabilidades.

Las probabilidades de los eventos inciertos de un árbol de decisiones pueden ser desarrolladas por medio de un árbol de probabilidades.

Spurr y Bonini definen el árbol de probabilidades de la siguiente manera: " ... es un diagrama que muestra un orden lógico, en problemas de probabilidad que implican varias etapas. Cada rama representa un evento posible y su probabilidad, de manera que se puedan encontrar fácilmente la probabilidad conjunta de cualquier combinación de eventos". (4).

En los árboles de probabilidad todos los nudos son nudos de probabilidad.

Antes de desarrollar el árbol de probabilidades, definiremos los tipos de probabilidad bajo dependencia estadística que manejaremos:

**Probabilidad Marginal:** Es la probabilidad de ocurrencia de un evento. Cada evento está aislado y no está conectado, en modo alguno, con los eventos que lo proceden o le siguen.

**Probabilidad Conjunta:** La probabilidad conjunta de los eventos A y B es igual a la probabilidad del evento B,

siempre que haya ocurrido el evento A, multiplicada por la probabilidad del evento A.

$$P (AB) = P (B/A) \cdot P (A).$$

Probabilidad Condicional: Siempre que haya ocurrido el evento A, la probabilidad del evento B es la probabilidad de que los eventos A y B ocurran simultáneamente o sucesivamente, divididos entre las probabilidades del evento A.

$$P (B/A) = \frac{P (AB)}{P (A)}$$

que es básicamente la fórmula de Bayes.

Al desarrollar el árbol de probabilidades para nuestro ejemplo, hacemos notar que sólo disponemos de las probabilidades conjuntas y las mostramos en la Figura 3.5.

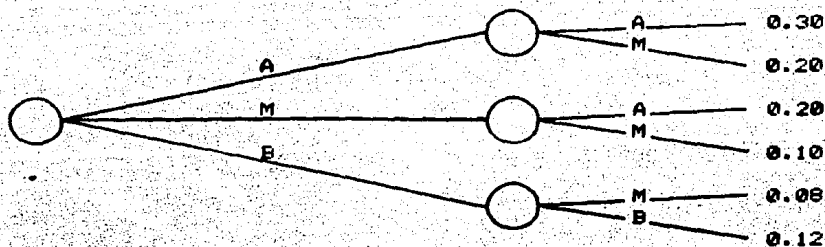


Figura 3.5 Probabilidad Conjunta

Debido a que las probabilidades requeridas en el árbol de decisiones son la probabilidad marginal de cada rama y las probabilidades condicionales para la segunda etapa, dado el resultado de la primera, procederemos a determinar éstas a través de las probabilidades conjuntas.

La probabilidad marginal para cada rama la obtenemos por medio de la suma de las probabilidades conjuntas de las puntas de su respectiva rama. Los cálculos son los siguientes:

$$P(A_1) = P(A_1A_2) + P(A_1M_2) = 0.3 + 0.2 = 0.5$$

$$P(M_1) = P(M_1A_2) + P(M_1M_2) = 0.2 + 0.1 = 0.3$$

$$P(B_1) = P(B_1M_2) + P(B_1B_2) = 0.08 + 0.12 = 0.2$$

Las probabilidades condicionales las determinamos a través de la fórmula de Bayes.

$$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

en donde  $P(A)$  es la probabilidad marginal para cada rama y  $P(AB)$  es la probabilidad conjunta mostrada en la Figura 3.5.

Así, para obtener la probabilidad condicional de que existe una demanda alta en la segunda etapa, considerando que se dió una demanda alta en la primera, tenemos lo siguiente:

$$P(A_2/A_1) = \frac{P(A_1A_2)}{P(A_1)} = \frac{0.30}{0.50} = 0.60$$

Los demás resultados se obtienen de manera similar y se muestran en el árbol de probabilidades de la figura 3.6.

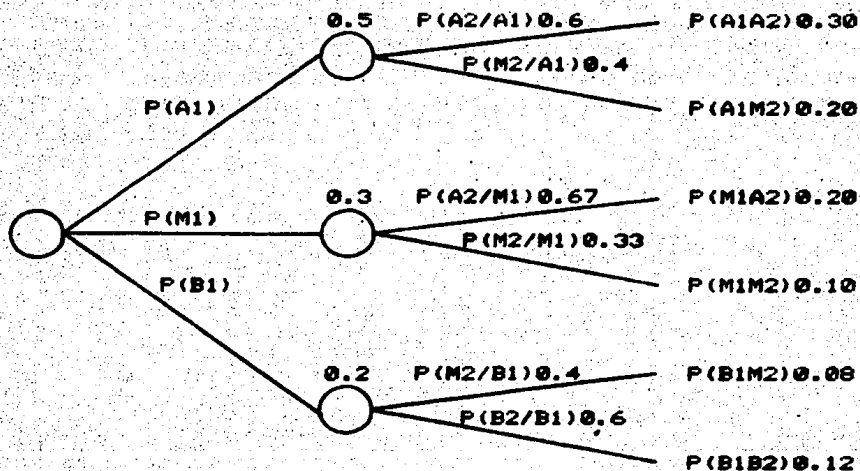


Figura 3.6 Arbol de probabilidades desarrollado

Las probabilidades marginales y las probabilidades --  
condicionales se insertan en el árbol de decisiones y se --  
exhiben en el árbol de la figura 3.7.

Con la inscrustación de estas probabilidades, se ha -



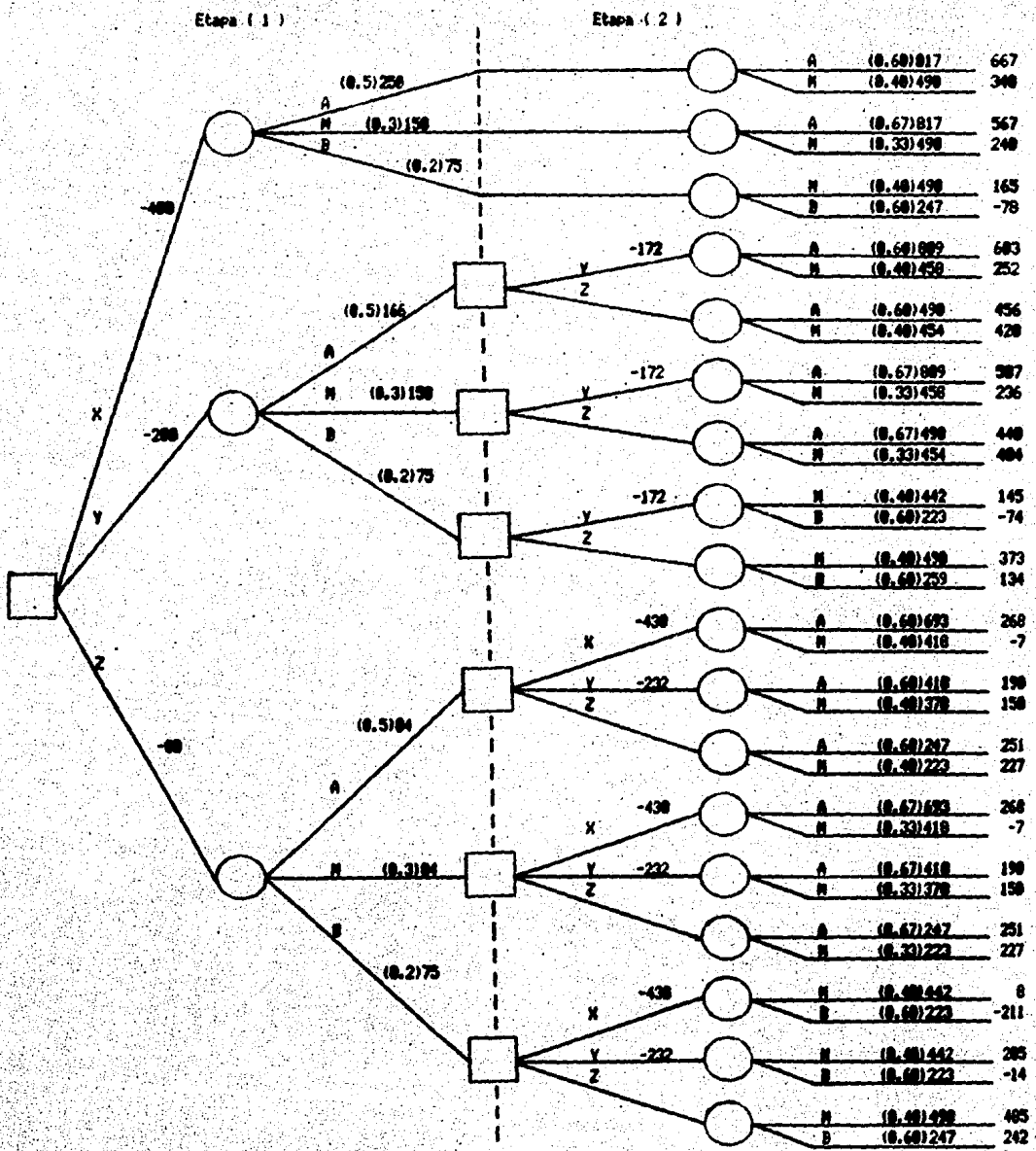


Figure 3.7 Arbol de decisiones con probabilidades

reunido toda la información necesaria para evaluar las distintas alternativas.

#### 4. Evaluación de las alternativas y selección del mejor curso de acción.

El criterio del Valor Esperado Monetario (VEM) es el que nos permite la evaluación de las alternativas en cada uno de los nudos de probabilidad. Este proceso que algunos autores llaman "repliegue", se realiza sistemáticamente de derecha a izquierda en el árbol de decisiones, bajo los siguientes mecanismos:

- A. Calcular el VEM para cada nudo de probabilidades-- ubicado en el extremo derecho del árbol.
- B. Colocar el VEM resultante en la parte superior del nudo de probabilidades encerrado en un rectángulo.
- C. En cada nudo de decisión, seleccionar la ruta con el VEM que tenga el máximo valor futuro y colocarlo en la parte superior del nudo encerrado en un rectángulo.
- D. El proceso de repliegue se repite hasta llegar al nudo de decisión inicial.

La aplicación del proceso de repliegue al problema --  
3.1. se realiza de la siguiente manera:

El cálculo del VEM del nudo 1 de probabilidades (ver-  
Figura 3.8) es el siguiente:

$$(667.(0.6)) + (340.(0.4)) = 536$$

En los nudos de probabilidad del 2 al 18 se sigue el-  
mismo procedimiento y el resultado se coloca en la parte su-  
perior del nudo.

Para cada nudo de decisión del 1 al 6 (ver fig. arri-  
ba señalada) se selecciona el VEM con mayor valor futuro es-  
perado.

El repliegue continúa hacia los nudos de probabilidad  
19, 20 y 21, y los resultados se muestran en la Figura 3.8.

Ahora contamos con elementos suficientes para selec-  
cionar la alternativa con el mayor valor esperado monetario.  
Si observamos la fig. 3.8, el nudo de decisión inicial (nu-  
do 7) nos muestra tres rutas, con los siguientes valores:

$$X = 409$$

$$Y = 418$$

$$Z = 261$$

Por tanto, debe seleccionarse la ruta (Y) que tiene -  
el mayor valor esperado monetario con 418 millones de pesos,  
en tanto que las alternativas restantes se cierran con una-

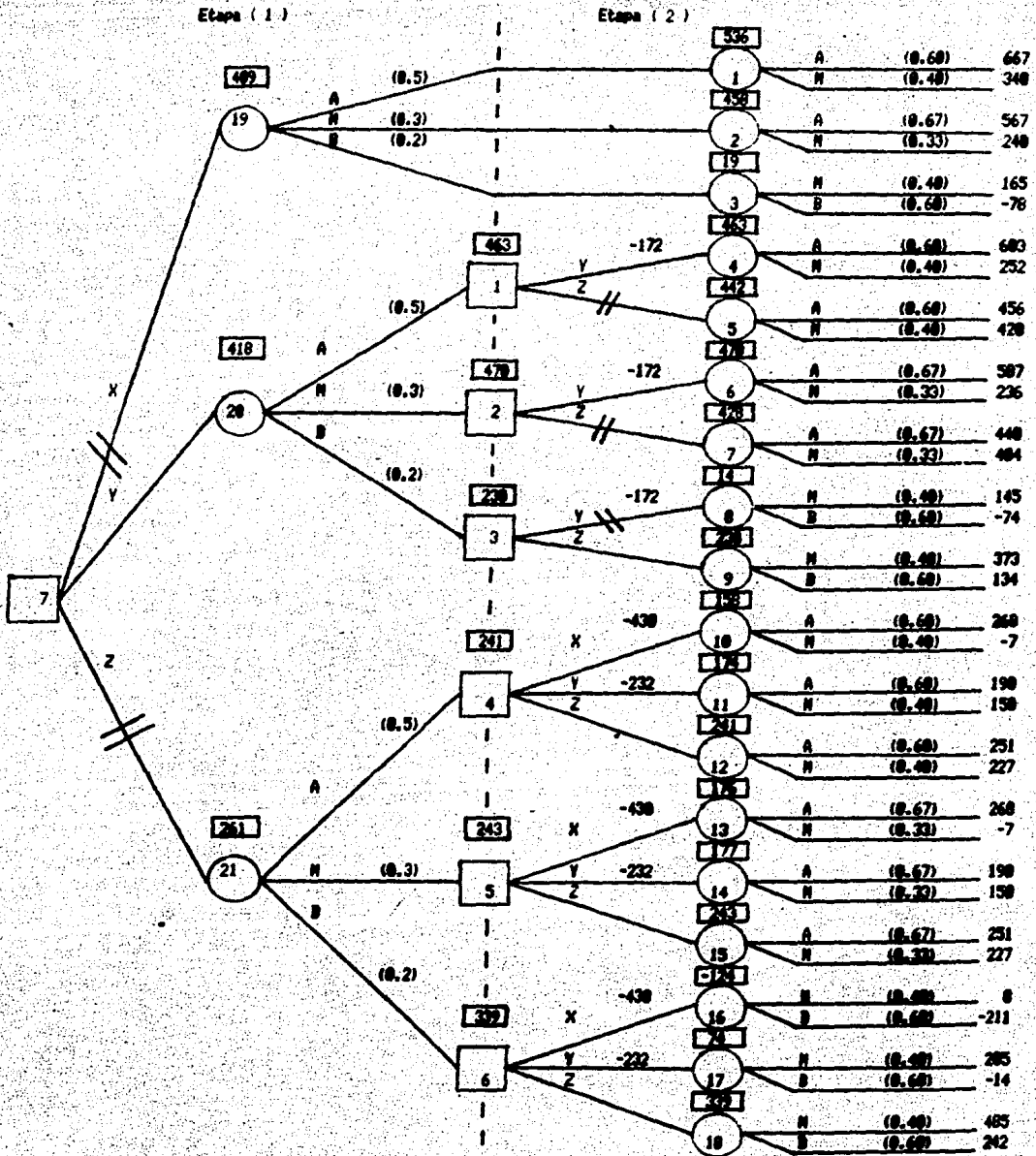


Figura 3.8 Arbol de decisiones final (en millones)

doble raya al principio. Siguiendo la ruta seleccionada encontramos que el decisor se enfrenta a una demanda incierta en la primera etapa de vida del producto y que, dependiendo del resultado de este evento incierto, deberá tomar una segunda decisión. Así, si se da una demanda alta o media en la primera etapa, debe hacerse una segunda ampliación para los restantes seis años de vida del producto, mientras que si se da una demanda baja en la primera etapa, se debe mantener la planta del mismo tamaño para la segunda etapa.

En resumen, la alternativa que debe seleccionarse utilizando el criterio del valor esperado monetario (VEM) en el árbol de decisiones, es la de invertir 200 millones de pesos para ampliar la planta en un principio y dependiendo de la demanda del producto en su primera etapa (2 años), tomar la decisión de hacer una inversión adicional de 200 millones de pesos para una segunda ampliación, o continuar con el tamaño actual de la planta.

#### IV. CURVA DE UTILIDAD.

En ocasiones, el criterio del valor esperado monetario (VEM) no satisface las necesidades del decisor, ya que

encontrarse en la situación de ganar \$ 50 millones o perder \$ 10 millones para una empresa grande puede no significar ningún peligro; sin embargo, para una empresa pequeña el riesgo de perder \$ 10 millones es demasiado grave debido a que podría llevarla a la quiebra. Es en casos como éste, donde se debe utilizar la curva de utilidad (5). Este criterio se utiliza para situaciones únicas y no para las reiterativas.

Al construir una curva de utilidad se utiliza comúnmente una escala de preferencias, que va de un mínimo de cero y se amplía hasta un máximo de uno, en donde la consecuencia económica de menor valor adopta el valor de cero y la consecuencia económica mayor adopta el valor de uno.

Para determinar los valores de utilidad de un individuo se le pide a éste que determine la cantidad (C) en la que le sería indiferente recibir C con certeza o participar en una lotería con probabilidad  $p(C)$  de obtener la consecuencia de mayor valor ( $R_1$ ), y la probabilidad de  $1 - p(C)$  de obtener la consecuencia de menor valor ( $R_0$ ).

La primera situación de riesgo que se presenta en esta lotería incluye los dos límites extremos del rango de valores de los flujos finales de efectivo.

El juego de lotería continúa cambiando uno o más de los límites del rango de valores, hasta obtener los datos suficientes para graficar la curva de utilidad.

La convención estándar es colocar los valores monetarios en el eje horizontal y los valores de utilidad respecto del eje vertical.

Una vez graficados los valores de utilidad, es conveniente trazar una línea de ajuste a través de los puntos -- marcados, como aproximación a la función de utilidad del individuo que participó en la lotería.

La forma de la curva de utilidad refleja la actitud que presenta el decisor ante el riesgo, por lo que es un -- factor importante para indicar cual es la mejor alternativa para él. Así, si la curva es cóncava, significa que el decisor evita el riesgo. Por el contrario, si la curva es convexa, significa que el decisor busca el riesgo (ver Figura 3.9).

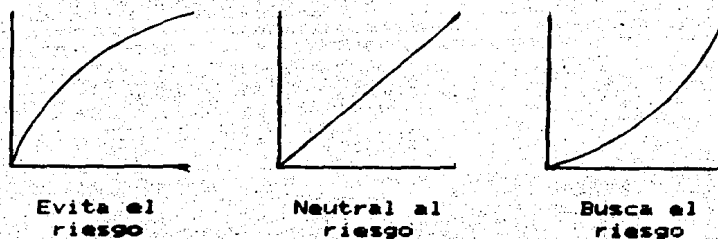


Figura 3.9 Curva de Utilidad  
Si la función de utilidad es lineal o aproximadamente lineal (como la gráfica intermedia de la fig. 3.9), entonces

el VEM es equivalente al criterio de la curva de utilidad.

Para introducir la curva de utilidad en el árbol de decisiones se deben seguir los siguientes pasos:

1. convierta los flujos finales de efectivo a sus preferencias correspondientes, según la curva de utilidad del decisor.
2. Calcule el valor esperado de las preferencias y colôquelo entre paréntesis arriba del nudo de decisión.
3. Escoja en cada punto de decisión, la acción con la preferencia más elevada.
4. Continúe el repliegue del árbol en la misma forma hasta llegar a su base.

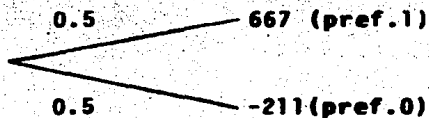
Ahora aplicaremos la curva de utilidad al ejemplo desarrollado en el presente capítulo, suponiendo que se obtendrá la curva de utilidad del dueño de la Compañía "X".

Los dos límites extremos del rango de valores de los flujos finales de efectivo son -211 y 667 millones de pesos, a los que se les asignan los valores de 0. y 1 respectivamente.

$$U(-211) = 0 \text{ y } U(667) = 1.$$

La primera lotería es:



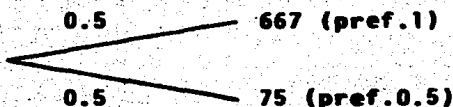


en la que designa \$ 75 millones como la cantidad en la que le es indiferente recibirlos o participar de la lotería.

$$p(C) = p(\text{pref. de la consecuencia mayor}) + 1 - p(\text{pref. de la consecuencia menor})$$

$$p(C) = \text{pref. de } 75 = 0.50(1) + 0.50(0) = 0.50$$

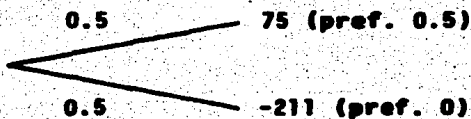
Continuando con las loterías:



El valor de indiferencia es de 275.

$$p(C) = \text{pref. de } 275 = 0.50(1) + 0.50(0.50) = 0.75$$

La siguiente lotería es:



El valor de indiferencia es de -50.

$$p(C) = \text{pref. } -50 = 0.50(0.50) + 0.50(0) = 0.25$$

Los índices de preferencia obtenidos para graficar la curva de utilidad son los siguientes:

$p(C)$	Consecuencia
1.00	667
0.75	275
0.50	75
0.25	-50
0	-211

La gráfica ajustada se muestra en la Figura 3.10.

Ahora introducimos la curva de utilidad al árbol de decisiones para lo cual nos valemos de la Tabla 3.5.

El árbol de decisiones desarrollado para la curva de utilidad se muestra en la Figura 3.11.

Si observamos la Figura 3.11, nos damos cuenta que las decisiones a tomar, según la curva de utilidad, no cambian para este caso en particular. Esto se debe a que la aversión al riesgo del que jugó en la lotería es mínima.

# CURVA DE UTILIDAD

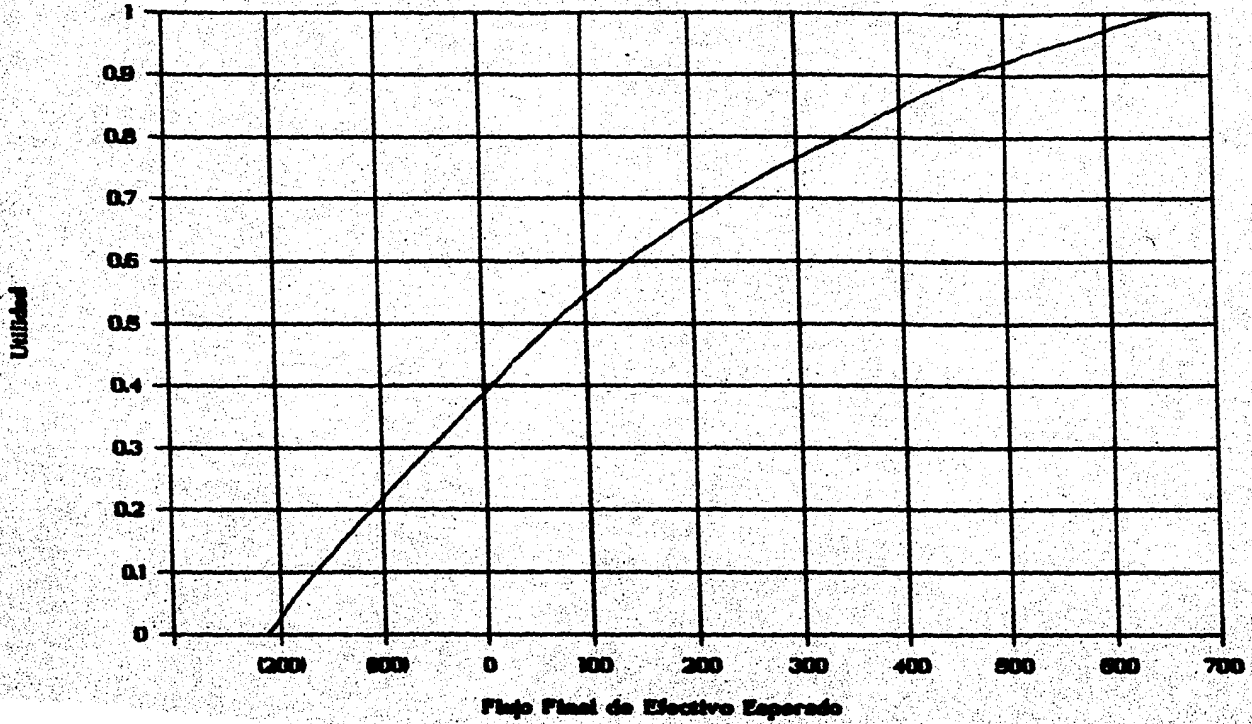


Figura 3.10 Curva de Utilidad Ajustada

VALOR ESPERADO

FLUJO FINAL	p(C)	PROB. CONDICIONAL	PROB. ( p( C ) )	VALOR ESPERADO
667	1.000	0.60	0.60	0.92
340	0.800	0.40	0.32	
567	0.950	0.67	0.64	0.87
240	0.720	0.33	0.24	
165	0.630	0.40	0.25	0.38
(78)	0.220	0.60	0.13	
603	0.930	0.60	0.56	0.85
252	0.730	0.40	0.29	
456	0.890	0.60	0.53	0.88
420	0.870	0.40	0.35	
587	0.960	0.67	0.64	0.88
236	0.715	0.33	0.24	
440	0.880	0.67	0.59	0.87
404	0.860	0.33	0.28	
145	0.620	0.40	0.25	0.40
(74)	0.255	0.60	0.15	
373	0.840	0.40	0.34	0.69
134	0.595	0.60	0.36	
268	0.745	0.60	0.45	0.60
(7)	0.380	0.40	0.15	
190	0.655	0.60	0.39	0.64
150	0.620	0.40	0.25	
251	0.730	0.60	0.44	0.72
227	0.700	0.40	0.28	
268	0.745	0.67	0.50	0.62
(7)	0.380	0.33	0.13	
190	0.655	0.67	0.44	0.64
150	0.620	0.33	0.20	
251	0.730	0.67	0.49	0.72
227	0.700	0.33	0.23	
8	0.410	0.40	0.16	0.16
(211)	0.000	0.60	0.00	
205	0.690	0.40	0.27	0.50
(14)	0.375	0.60	0.23	
485	0.915	0.40	0.37	0.80
242	0.715	0.60	0.43	

Tabla 3.5 Cálculo del valor esperado de las preferencias

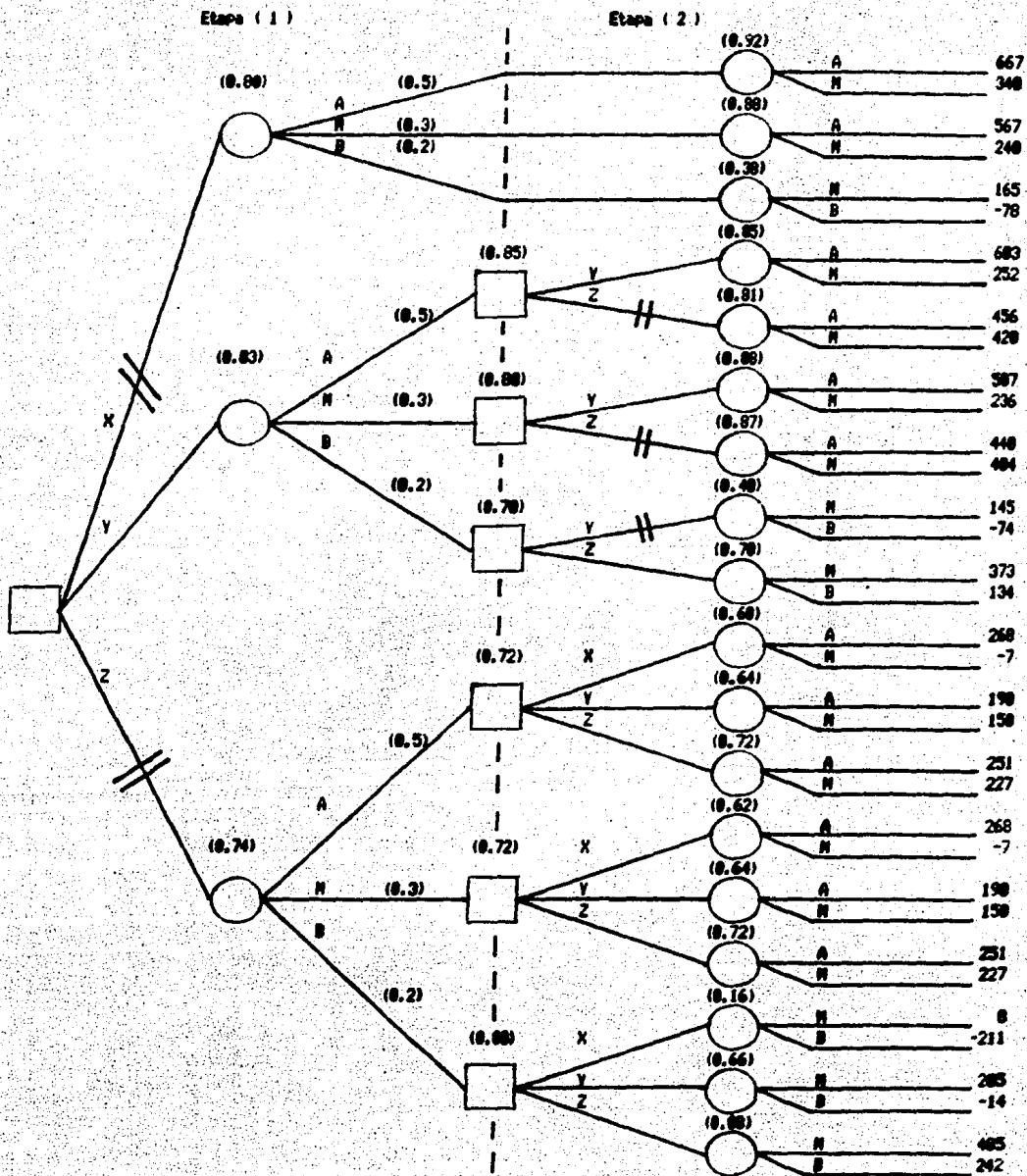


Figura 3.11 Arbol de decisiones con curva de utilidad

## CITAS Y NOTAS

- (1) Huber, George P., Toma de decisiones en la gerencia, p.131.
- (2) Ob. cit., p.55.
- (3) Fabrycky, W.J., y Thuesen, G.J., Decisiones económicas, análisis y proyectos, p.83.
- (4) Spurr, W.A., y Bonini, C.P. , Toma de decisiones en Administración mediante métodos estadísticos, p. 132.
- (5) El significado que adopta aquí la palabra "utilidad" no es el comúnmente utilizado en la teoría económica, sino una medida equivalente de un riesgo.

## Capítulo 4

### EJEMPLO PRACTICO

En el presente capítulo, se pretende la utilización del análisis bayesiano y del árbol de decisiones en la resolución de un caso práctico (1), combinando ambas técnicas - en el proceso de la toma de decisiones, a fin de seleccionar la alternativa con mayores posibilidades de éxito.

La gerencia de una compañía importante está considerando la introducción de un nuevo producto al mercado, el cual se considera tendrá una vida útil de 10 años, por lo que debe decidir entre distribuir o no el producto, y si lo distribuye decidir entre una distribución a nivel nacional o a nivel regional. Antes de tomar estas decisiones, existe la posibilidad de llevar a cabo una investigación de mercados entre los distintos distribuidores relacionados con la empresa, para conocer el posible grado de aceptación del --

producto, tanto a nivel nacional como a nivel regional.

La administración de la compañía puede optar por una distribución regional y, dependiendo del nivel de la demanda del producto durante los dos primeros años, puede tomar la decisión de expandirse a una distribución nacional o permanecer en dicho tipo de distribución. Asimismo, si se decide desde un principio por una distribución a nivel nacional, se sabe que se obtendrá un mayor beneficio debido a las economías asociadas una vez adoptado este tipo de distribución desde el inicio. Sin embargo, si el producto no tiene la aceptación deseada, existe la limitante de permanecer en este tipo de distribución durante el periodo de diez años que se cree tendrá vida útil el producto, ya que los contratos de distribución se realizan por el periodo señalado.

Los costos asociados con el problema de decisión son los siguientes:

Si en la primera etapa se decide hacer una distribución nacional, deberá realizarse una inversión única de --- 2,600 millones de pesos; mientras que si en esta etapa se opta por una distribución regional, se requerirá de una inversión de 800 millones de pesos y si para la segunda etapa se decide ampliar a una distribución nacional, se necesitará de una inversión adicional de 3,000 millones de pesos. De llevar a cabo una investigación de mercados, su costo dependerá del tamaño óptimo de la muestra que se determine.



Los flujos anuales de efectivo en términos estimados, se muestran en la Tabla 4.1.

El Departamento de Investigación de Mercados de la Compañía, basándose en su experiencia con productos similares, ha desarrollado las siguientes probabilidades iniciales de aceptación del producto que se muestra en la Tabla 4.2.

Las probabilidades de ocurrencia para cada alternativa se muestran en la Figura 4.1.

Los flujos anuales de los ingresos estimados son llevados a su valor presente, considerando una tasa de inflación del 9% y una tasa de retorno atractiva mínima del 10% y son mostrados en las Tablas 4.3.a. y 4.3.b.

El problema se esquematiza en la Figura 4.2, donde se muestra el árbol de decisiones desarrollado. Como se puede observar, el criterio del Valor Esperado Monetario, nos indica que es preferible realizar una investigación antes de tener que tomar decisión.

Para establecer la cantidad máxima que debemos estar dispuestos a pagar por una información perfecta, obtenemos el Rendimiento Esperado con Información Perfecta (REIP), --- Figura 4.3.

$$\text{El VEIP} = \text{REIP} - \text{Máximo VEM}$$

$$\text{VEIP} = 1,080 - 898$$

$$\text{VEIP} = 182$$

FLUJOS ANUALES DE EFECTIVO ESTIMADO

REGIONAL	PRIMERA ETAPA (2 AÑOS)			SEGUNDA ETAPA (8 AÑOS)						
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ALTA	150	210								
			275	340	504	555	440	352	245	147
			124	167	233	256	205	163	114	60
			17	23	31	33	27	23	16	9
MEDIA	60	84								
			250	324	453	500	396	317	220	132
			110	145	203	223	178	142	99	59
			15	20	27	29	24	20	14	8
BAJA	(10)	0								
			225	291	407	450	356	285	198	119
			99	130	183	200	160	128	89	49
			13	17	24	26	21	17	12	7
REGIONAL	NACIONAL									
ALTA	150	210								
			577	754	1,058	1,166	924	739	514	309
			245	351	489	538	430	342	240	142
			34	48	65	69	57	48	34	19
MEDIA	60	84								
			525	680	951	1,050	832	645	442	277
			231	304	424	468	374	298	208	124
			32	42	57	61	50	42	30	17
BAJA	(10)	0								
			472	610	835	945	748	598	416	250
			208	273	384	420	334	269	187	103
			27	36	50	55	44	36	25	15
NACIONAL	NACIONAL									
ALTA	315	441								
			577	754	1,058	1,166	924	739	514	309
			245	351	489	538	430	342	240	142
			34	48	65	69	57	48	34	19
MEDIA	126	176								
			525	680	951	1,050	832	645	442	277
			231	304	424	468	374	298	208	124
			32	42	57	61	50	42	30	17
BAJA	(10)	(10)								
			472	610	835	945	748	598	416	250
			208	273	384	420	334	269	187	103
			27	36	50	55	44	36	25	15

Tabla 4.1 Flujos anuales de efectivo estimado (en millones)

PROBABILIDAD A PRIORI

RUTA	INVESTIGACION		SIN INV.
	EXITO	FRACASO	
RARA	0.130	0.001	0.043
RM	0.040	0.002	0.030
RB	0.010	0.005	0.031
NA	0.080	0.001	0.020
NM	0.030	0.001	0.037
NB	0.010	0.003	0.026
RMRA	0.035	0.002	0.045
RM	0.010	0.005	0.058
RB	0.005	0.014	0.039
NA	0.027	0.001	0.029
NM	0.010	0.003	0.037
NB	0.003	0.010	0.028
RBRA	0.020	0.005	0.027
RM	0.008	0.015	0.034
RB	0.002	0.047	0.027
NA	0.012	0.004	0.018
NM	0.005	0.010	0.022
NB	0.003	0.031	0.019
NAA	0.125	0.001	0.032
NAM	0.050	0.001	0.037
NAB	0.015	0.003	0.054
NMA	0.050	0.001	0.033
NMM	0.020	0.006	0.036
NMB	0.010	0.018	0.054
NBA	0.020	0.004	0.050
NBM	0.007	0.018	0.050
NBB	0.003	0.048	0.064

Tabla 4.2 Probabilidades a priori



CÁLCULO DE LA INFLACIÓN

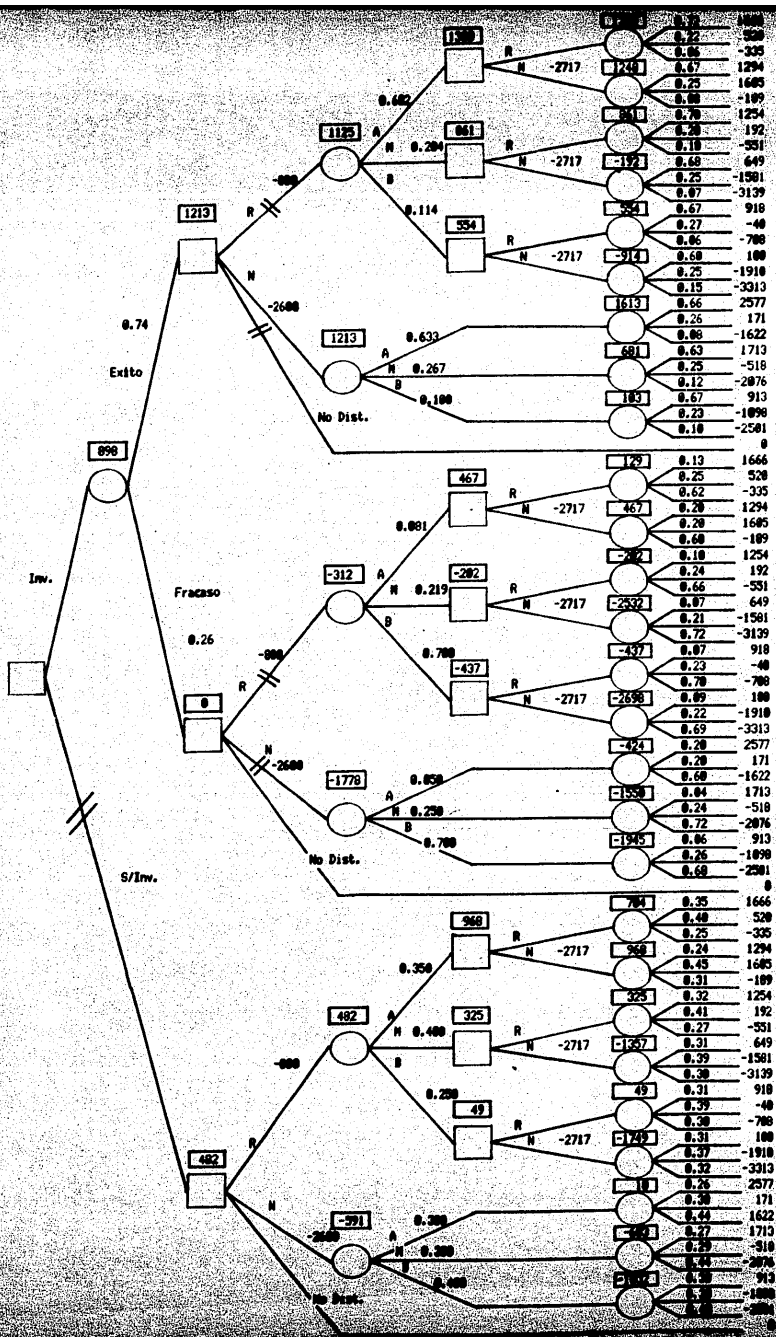
PRIMERA ETAPA (2 AÑOS)		SEGUNDA ETAPA (8 AÑOS)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>REGIONAL</b>										
296	815	2,102	5,422	14,954	32,441	50,644	79,850	109,487	129,414	
		963	2,515	6,913	14,944	23,406	34,976	50,943	59,045	
		130	346	920	1,929	3,109	5,217	7,150	7,923	
110	324	1,911	4,880	13,441	29,226	45,399	71,910	98,315	116,200	
		841	2,184	6,023	13,035	20,477	32,212	44,242	51,941	
		115	301	801	1,695	2,764	4,537	6,254	7,043	
(20)	0	1,720	4,303	12,076	26,303	40,993	64,651	88,483	104,743	
		757	1,958	5,430	11,690	18,426	29,036	39,773	43,130	
		99	256	712	1,520	2,418	3,856	5,363	6,143	
<b>REGIONAL NACIONAL</b>										
296	815	4,411	11,386	31,392	68,155	106,399	167,639	229,699	272,032	
		2,026	5,287	14,509	31,447	49,514	77,581	107,252	125,012	
		275	723	1,929	4,033	6,564	10,809	15,194	16,727	
110	324	4,014	10,242	28,217	61,374	95,005	150,052	206,461	243,861	
		1,766	4,579	12,640	27,335	43,066	67,600	92,952	109,165	
		245	633	1,691	3,544	5,757	9,520	13,407	14,944	
(20)	0	3,609	9,107	25,369	55,237	86,132	135,653	185,904	220,091	
		1,390	4,112	11,394	24,550	38,690	61,021	83,560	96,677	
		204	542	1,404	3,215	5,067	8,166	11,172	13,205	
<b>NACIONAL</b>										
296	1,711	4,411	11,386	31,392	68,155	106,399	167,639	229,699	272,032	
		2,026	5,287	14,509	31,447	49,514	77,581	107,252	125,012	
		275	723	1,929	4,033	6,564	10,809	15,194	16,727	
110	683	4,014	10,242	28,217	61,374	95,005	150,052	206,461	243,861	
		1,766	4,579	12,640	27,335	43,066	67,600	92,952	109,165	
		245	633	1,691	3,544	5,757	9,520	13,407	14,944	
(217)	(139)	3,609	9,107	25,369	55,237	86,132	135,653	185,904	220,091	
		1,390	4,112	11,394	24,550	38,690	61,021	83,560	96,677	
		204	542	1,404	3,215	5,067	8,166	11,172	13,205	

Tabla 4.3.a Cálculo de la inflación

CÁLCULO DEL VALOR PRESENTE.

PRIMERA ETAPA (2 AÑOS)			SEGUNDA ETAPA (8 AÑOS)							SUMA	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	VALOR PRESENTE	
<b>REGIONAL</b>											
143	190									333	
		237	295	393	412	311	237	157	90		2,133
		109	137	182	190	145	110	73	41		987
		15	19	24	25	19	15	10	5		133
57	76									133	
		215	266	354	371	290	213	141	80		1,921
		95	119	158	166	126	96	63	36		859
		13	16	21	22	17	13	9	5		116
(10)	0									(10)	
		194	239	318	334	252	192	127	73		1,728
		85	107	143	149	113	86	57	30		770
		11	14	19	19	15	11	8	4		101
<b>REGIONAL NACIONAL</b>											
143	190									333	
		497	620	826	866	653	497	329	188		4,478
		228	288	382	400	304	230	154	87		2,072
		31	39	51	51	40	32	22	12		278
57	76									133	
		453	538	742	780	588	447	296	169		4,033
		199	249	333	348	264	201	133	76		1,863
		28	34	44	45	35	28	19	10		245
(10)	0									(10)	
		407	500	667	702	529	402	266	152		3,627
		179	224	300	312	238	181	120	63		1,616
		23	30	39	41	31	24	16	9		213
<b>NACIONAL</b>											
300	399									699	
		497	620	826	866	653	497	329	188		4,478
		228	288	382	400	304	230	154	87		2,072
		31	39	51	51	40	32	22	12		278
180	159									279	
		453	538	742	780	588	447	296	169		4,033
		199	249	333	348	264	201	133	76		1,863
		28	34	44	45	35	28	19	10		245
(105)	(9)									(114)	
		407	500	667	702	529	402	266	152		3,627
		179	224	300	312	238	181	120	63		1,616
		23	30	39	41	31	24	16	9		213

Tabla 4.3.5 Cálculo del valor presente



0.74	1666
0.26	520
0.682	-335
0.284	1294
0.114	1685
0.76	-189
0.68	1254
0.25	192
0.07	-351
0.67	649
0.27	-1581
0.06	-3139
0.26	918
0.06	-48
0.68	-788
0.25	188
0.15	-1918
0.66	-3313
0.26	2577
0.06	171
0.63	-1622
0.25	1713
0.12	-518
0.67	-2876
0.23	913
0.18	-1898
0.18	-2581
0	0
0.13	1666
0.25	520
0.62	-335
0.28	1294
0.28	1685
0.68	-189
0.10	1254
0.24	192
0.66	-351
0.07	649
0.21	-1581
0.72	-3139
0.07	918
0.23	-48
0.70	-788
0.09	188
0.22	-1918
0.69	-3313
0.28	2577
0.28	171
0.60	-1622
0.04	1713
0.24	-518
0.72	-2876
0.66	913
0.26	-1898
0.68	-2581
0	0
0.35	1666
0.48	520
0.25	-335
0.24	1294
0.43	1685
0.31	-189
0.32	1254
0.41	192
0.27	-351
0.31	649
0.39	-1581
0.38	-3139
0.31	918
0.39	-48
0.38	-788
0.31	188
0.37	-1918
0.32	-3313
0.25	2577
0.38	171
0.24	-1622
0.27	1713
0.29	-518
0.24	-2876
0.38	913
0.28	-1898
0.28	-2581
0	0

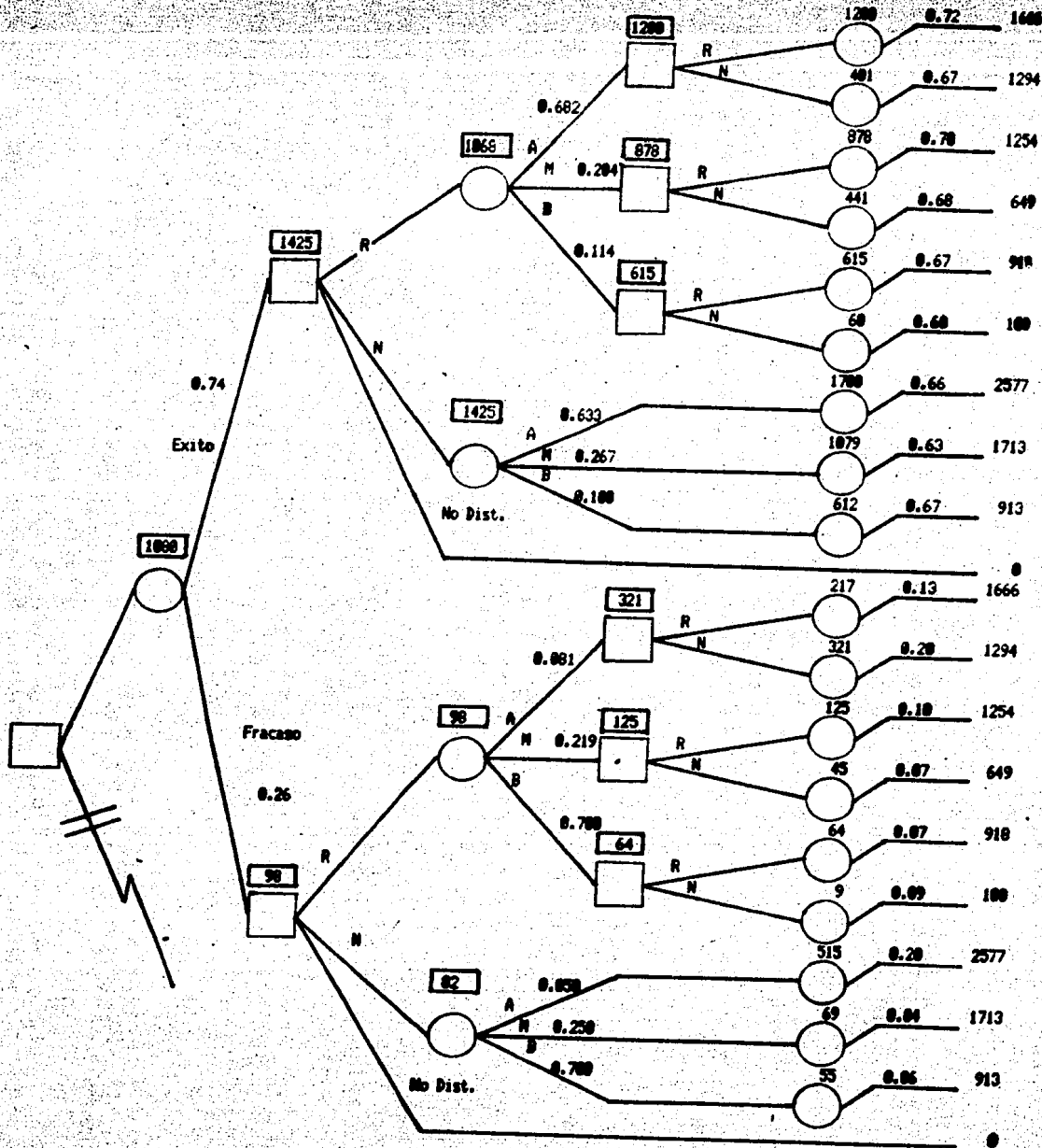


Figura 4.3 Cálculo del REIP (en allones)



La cifra de \$ 182 millones nos da la cantidad máxima que debemos estar dispuestos a pagar por una información -- adicional perfecta.

Antes de realizar la investigación, determinamos el tamaño óptimo de la muestra mediante el método bayesiano, y considerando un costo por muestra de 5.8 millones de pesos. Los resultados son mostrados en la Tabla 4.4.

Como observamos en esta tabla, el tamaño óptimo es - de 28 muestras, que nos da la Mayor Ganancia Meta Esperada del Muestreo (GNEM), con una cifra de 229 millones, como lo muestra la Figura 4.4.

Al llevar a cabo el muestreo entre los distribuidores, se encontró que sólo uno de ellos considera que si --- será aceptado el producto entre los consumidores. La interpretación del resultado del muestreo se realiza a través de la distribución de probabilidad binominal, interpretando la respuesta de "si será aceptado" como de éxito, y la de "no será aceptado" como de fracaso. De esta manera, obtenemos - las verosimilitudes o probabilidades condicionales que sirven de base para la revisión de las probabilidades a priori.

En la Tabla 4.5 se muestra el procedimiento para calcular las probabilidades posteriores.

El árbol desarrollado de las probabilidades posteriores se muestra en la Figura 4.5.

La Figura 4.6 nos muestra el árbol de decisión final,

TAMAÑO OPTIMO DE MUESTRA

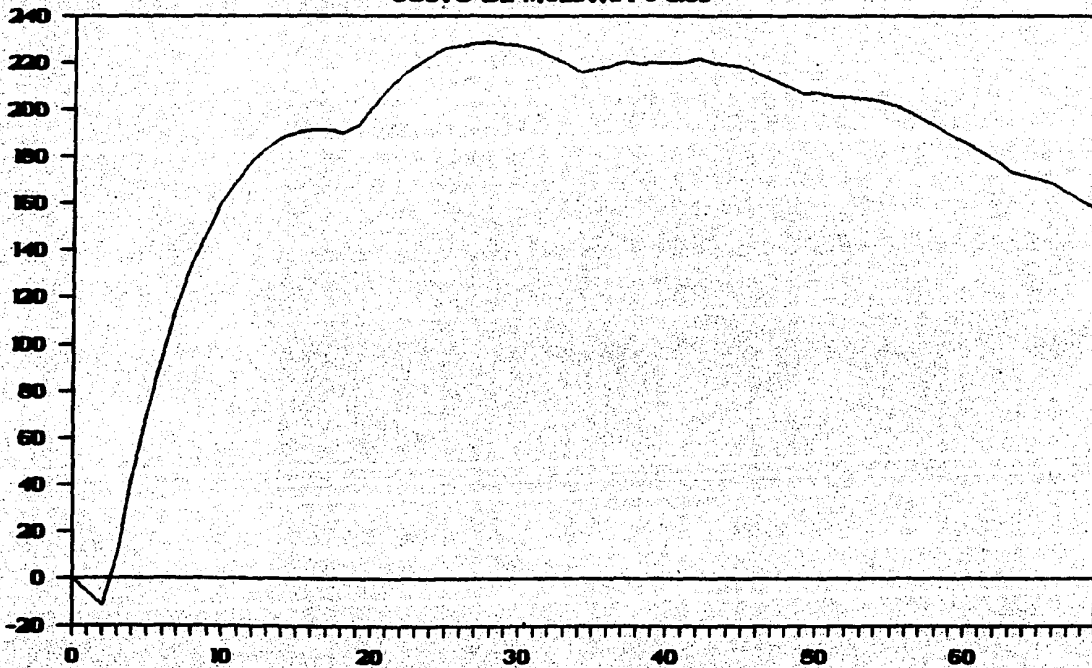
								TAMAÑO DE LA	
n	VEIN	CH	GNEN	n	VEIN	CH	GNEN	MUESTRA OPTIMA	
0	0	0	0.00	35	420	293	217.00	28	228.60
1	0	6	-5.00	36	427	297	218.20		
2	0	12	-11.60	37	435	215	220.40		
3	27	17	9.60	38	440	220	219.60		
4	66	23	42.00	39	446	224	219.80		
5	100	29	71.00	40	452	232	220.00		
6	131	35	96.20	41	458	238	220.20		
7	157	41	116.40	42	465	244	221.40		
8	181	46	134.60	43	469	249	219.60		
9	201	52	148.80	44	474	255	218.80		
10	219	58	161.00	45	479	261	218.00		
11	234	64	170.20	46	482	267	215.20		
12	248	70	178.40	47	485	273	212.60		
13	259	75	183.60	48	488	278	209.60		
14	269	81	187.80	49	491	284	206.80		
15	277	87	190.00	50	497	290	207.00		
16	284	93	191.20	51	501	296	205.20		
17	290	99	191.40	52	507	302	205.40		
18	294	104	189.60	53	512	307	204.60		
19	303	110	192.80	54	517	313	203.80		
20	317	116	201.00	55	521	319	202.00		
21	330	122	208.20	56	524	325	199.20		
22	342	128	214.40	57	527	331	196.40		
23	352	133	218.60	58	529	336	192.60		
24	362	139	222.80	59	531	343	188.80		
25	371	145	226.00	60	534	348	186.00		
26	378	151	227.20	61	536	354	182.20		
27	385	157	228.40	62	538	360	178.40		
28	391	162	228.60	63	539	365	173.60		
29	396	168	227.80	64	543	371	171.00		
30	401	174	227.00	65	547	377	170.00		
31	405	180	225.20	66	551	383	168.20		
32	408	186	222.40	67	553	389	164.40		
33	411	191	219.60	68	555	394	160.60		
34	413	197	215.80	69	558	400	157.80		

Tabla 4.4 Tamaño óptimo de muestra

# TAMAÑO OPTIMO DE LA MUESTRA

COSTO DE MUESTRA \$ 5.00

GNEM



NUMERO DE MUESTRAS

Tamaño optimo : 28

Figura 4.4 Tamaño Optimo de Muestra

NOTA	PROBABILIDAD A PRIORI		VEROSIMILITUD		PROBABILIDAD CONJUNTA		PROBABILIDAD POSTERIOR	
	EXITO	FRACASO	EXITO	FRACASO	EXITO	FRACASO	EXITO	FRACASO
RAA	0.130	0.001	0.0047	0.0273	0.0110	0.0000	0.0437	0.0001
RAI	0.040	0.002	0.3720	0.0531	0.0149	0.0001	0.0618	0.0004
RAJ	0.010	0.005	0.2135	0.1223	0.0021	0.0006	0.0089	0.0025
RAK	0.000	0.001	0.2350	0.0273	0.0107	0.0000	0.0783	0.0001
RAH	0.030	0.001	0.3691	0.0273	0.0111	0.0000	0.0460	0.0001
RAE	0.010	0.003	0.2135	0.0775	0.0021	0.0002	0.0089	0.0010
RAFA	0.035	0.002	0.3745	0.0531	0.0131	0.0001	0.0544	0.0004
RAI	0.010	0.005	0.2135	0.1223	0.0021	0.0006	0.0089	0.0025
RAJ	0.005	0.014	0.1223	0.2479	0.0006	0.0038	0.0025	0.0136
RAK	0.027	0.001	0.3611	0.0273	0.0077	0.0000	0.0405	0.0001
RAH	0.010	0.003	0.2135	0.0775	0.0021	0.0002	0.0089	0.0010
RAE	0.003	0.010	0.0775	0.2135	0.0002	0.0021	0.0010	0.0089
RAFA	0.020	0.005	0.3246	0.1223	0.0065	0.0006	0.0270	0.0025
RAI	0.000	0.015	0.1803	0.2793	0.0014	0.0042	0.0060	0.0174
RAJ	0.002	0.047	0.0531	0.3587	0.0001	0.0149	0.0004	0.0700
RAK	0.012	0.004	0.2425	0.1005	0.0029	0.0004	0.0121	0.0017
RAH	0.005	0.010	0.1223	0.2135	0.0006	0.0021	0.0025	0.0089
RAE	0.003	0.031	0.0775	0.3709	0.0002	0.0115	0.0010	0.0477
RAFA	0.125	0.001	0.0951	0.0273	0.0119	0.0000	0.0496	0.0001
RAI	0.050	0.001	0.3505	0.0273	0.0175	0.0000	0.0720	0.0001
RAJ	0.015	0.003	0.2793	0.0775	0.0042	0.0002	0.0174	0.0010
RAK	0.050	0.001	0.3505	0.0273	0.0175	0.0000	0.0720	0.0001
RAH	0.020	0.006	0.3246	0.1428	0.0045	0.0007	0.0270	0.0036
RAE	0.010	0.018	0.2135	0.3086	0.0021	0.0056	0.0089	0.0231
RAFA	0.020	0.004	0.3246	0.1005	0.0045	0.0004	0.0270	0.0017
RAI	0.007	0.018	0.1621	0.3086	0.0011	0.0056	0.0047	0.0231
RAJ	0.003	0.040	0.0775	0.3561	0.0002	0.0171	0.0010	0.0710

0.1475 0.0734

Tabla 4.5 Cálculo de las probabilidades posteriores

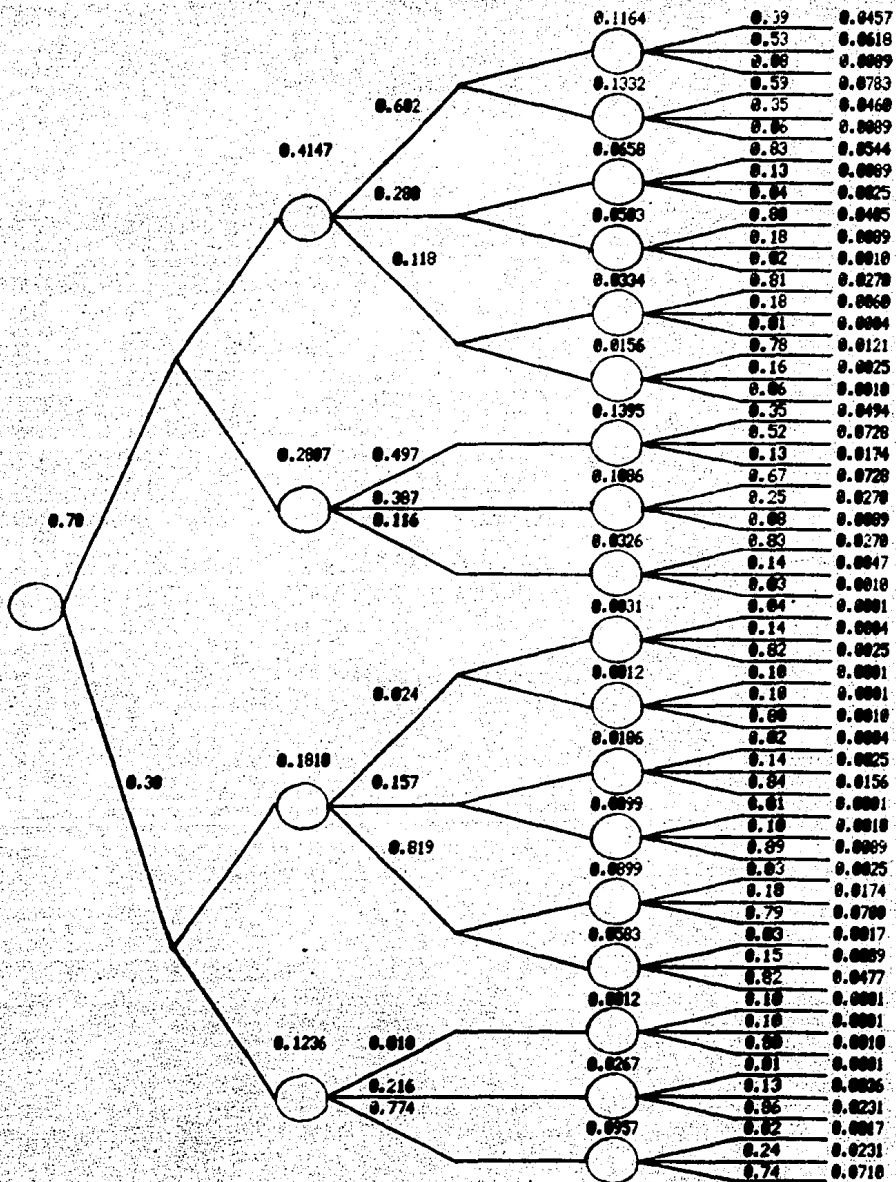


Figura 4.5 Arbol de probabilidades posteriores

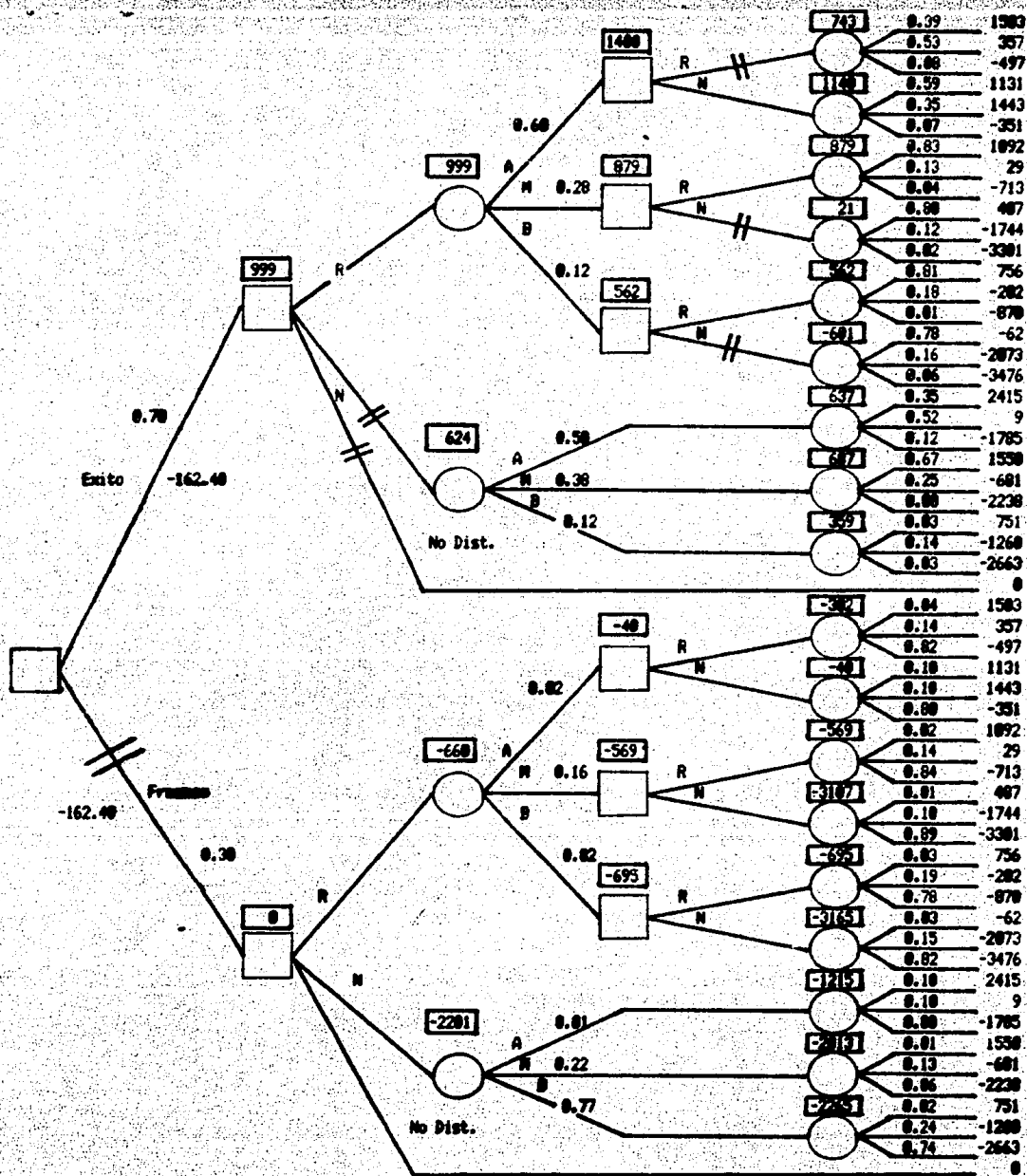


Figura 4.6 Arbol de decisiones final.

en donde ya se descuenta el costo de la investigación a los flujos finales de efectivo estimados. El árbol de decisión final nos muestra un 70% de probabilidad de que el producto tenga éxito, por lo que se debe decidir hacer una distribución regional en un principio, y dependiendo de la demanda que se presente en la primera etapa, se decidirá, para la segunda etapa, si se continúa en la misma distribución o se cambia a una distribución nacional.

Si comparamos el árbol de decisión final con el árbol de decisión con probabilidades a priori de la Figura 4.2, podemos observar que en un principio, en caso de tener éxito, se debería optar por una distribución nacional desde el inicio; sin embargo, con la revisión de las probabilidades a priori, esta decisión cambia a una distribución regional.

El haber llevado a cabo un muestreo ha hecho que cambien el curso de acción, por lo que el valor de la información muestral (VIM) es de 375 millones de pesos.

## NOTAS

- (1) Este caso práctico ha sido adaptado de distintos problemas encontrados en los libros de Raiffa, de Fabrycky y Thuesen y, de Green y Tull.



## CONCLUSIONES

Una de las principales funciones del administrador, como es sabido, es la constante toma de decisiones en el desempeño de su trabajo. Gran parte de estas decisiones son rutinarias y no presentan dificultades importantes en su resolución, como son las decisiones programadas. Otras, sin embargo, presentan problemas de decisión que deben sujetarse a un análisis especial, como por ejemplo aquellos que se encuentran en condiciones de riesgo, o los que se presentan ocasionalmente y que repercuten a largo plazo.

Para tomar decisiones, el administrador debe contar con herramientas que le permitan lograr un mayor número de decisiones acertadas, ya que de estas decisiones acertadas va a depender su éxito como administrador.

Uno de los obstáculos que impiden tomar decisiones acertadas es la dificultad de obtener información veraz y oportuna, por lo que la experiencia del administrador en situaciones similares no debe ser desaprovechada en el proceso de la toma de decisiones.

En el análisis bayesiano de decisión, se reconoce -- que la información objetiva (probabilidad clásica y de frecuencia relativa) difícilmente se obtiene, debido a que los problemas de decisión, aunque se presenten en condiciones similares, siempre muestran características que los hacen únicos; por lo que, al incorporar las probabilidades personales o subjetivas dentro del proceso de la toma de decisiones, le permite al administrador contar con una base en la resolución de su problema.

Una ventaja del método bayesiano es que deja abierta la posibilidad de incorporar información adicional en el -- análisis (obtenida generalmente mediante algún muestreo), -- si es que se cuenta con ella en un futuro.

Una característica esencial del método de Bayes es -- que la información adicional se complementa con la información a priori, y por lo tanto no la sustituye totalmente.

El tamaño óptimo de muestra, determinado a través del enfoque bayesiano, tiene la ventaja de ser muy completo, ya que antes de ser definido, se analizan, para cada tamaño de muestra, todos sus resultados posibles, hasta obtener aquel tamaño de muestra que nos de la mayor ganancia neta esperada del muestreo. Sin embargo, muestra una desventaja en lo que se refiere a adaptabilidad y facilidad de uso, ya que al ser tan completo, maneja mucha información, por lo que si no se cuenta con una computadora, es prácticamente imposible determinar el tamaño de muestra.

Por otro lado, el uso del árbol de decisiones otorga al administrador una ayuda en la resolución de problemas -- que se presentan en condiciones de riesgo, ya que le muestra, de manera gráfica, la anatomía del problema, permitiéndole conceptualizarlo en forma global al identificar claramente las alternativas, la secuencia e interrelación de las decisiones, así como las futuras consecuencias.

El árbol de decisiones ayudará al administrador en la medida en que éste identifique y plantee con claridad el problema de decisión.

En ocasiones el planteamiento del problema es difícil de formular, debido a que no se hace un enfoque correc-

to de éste. Un problema de decisión puede ser enfocado de diferentes maneras y analizado a distintos niveles de detalle; lo importante para el administrador es que lo enfoque correctamente y ataque el nivel correcto.

Dentro de las ventajas del uso del árbol de decisiones, encontramos que nos muestra el problema de decisión -- secuencialmente y en forma ordenada, y al presentarlo en su contexto total, nos lleva al análisis de todos los resultados posibles, tanto los positivos como los negativos, por lo que el administrador se da cuenta tanto de las oportunidades de ganar determinada cantidad de dinero como del riesgo de perderlo.

Otra de las ventajas es que permite a un grupo de -- trabajo enfocar el problema de la misma manera, y al visualizarlo gráficamente ofrece la oportunidad de analizar específicamente una de las alternativas o el conjunto de ellas.

El árbol de decisiones muestra además otra ventaja, -- debido a que refleja la flexibilidad de las alternativas en el árbol. Esto es importante pues señala qué alternativas -- se dejan abiertas para un futuro, al tomar una decisión -- -- ahora.

Tratando de adecuar el presente trabajo a la situación actual del país hemos incluido, dentro del análisis -- del proceso de decisión, los efectos de la inflación en los proyectos de inversión. Cabe mencionar que las tasas de inflación fluctúan año con año, por lo que la tasa a aplicar, dentro de un proyecto de inversión, dependerá del momento - en que se realice.

En ocasiones, el criterio del valor esperado monetario no satisface a quien tiene que tomar la decisión, porque percibe que una o más de las consecuencias económicas, son en extremo grandes o pequeñas y desvirtúan el valor esperado. En otros casos, el decisor tiene marcada preferencia por buscar el riesgo o evitarlo cuando tiene que tomar una decisión. Es en casos como estos, en donde la curva de utilidad representa una ventaja para el decisor ya que adapta dentro del árbol su aversión o preferencia por el riesgo, y las decisiones se toman con base en su criterio, que ha sido reflejado dentro del árbol de decisiones.

Incorporar el análisis bayesiano al árbol de decisiones, nos da la oportunidad de revisar la información manejada en un principio, a través de información adicional que se agrega al problema, haciendo que los resultados esperados de las decisiones secuenciales sean más confiables.

Con el desarrollo que han tenido las computadoras en las últimas décadas, se ha facilitado el uso tanto del árbol de decisiones como el del análisis bayesiano, al procesar una gran cantidad de información en muy poco tiempo.

El utilizar una computadora para procesar la información manejada dentro del árbol de decisiones, nos da la posibilidad de simular diferentes conjuntos de suposiciones para analizar la sensibilidad de los resultados finales, al realizar cambios en inversiones, flujos finales esperados de efectivo, probabilidades estimadas, etc.

El análisis bayesiano de decisión, a pesar de ser tan completo, no ha sido ampliamente usado, debido a su carencia de adaptabilidad y dificultad de uso. Sin embargo, con el auge de las computadoras, este método se ha visto favorecido, pues procesar gran cantidad de información rápidamente lo ha vuelto accesible, por lo que quien toma las decisiones no debe desaprovechar este método de decisión.

## BIBLIOGRAFIA

- CERTO, Samuel C.,** Administración Moderna. México, Interamericana, 1986.
- FABRYCKY, W.J., y Thuesen, G.J.,** Decisiones Económicas, Análisis y Proyectos. Colombia, Prentice-Hall Internacional, 1981.
- GREEN, Paul E., y Tull, Donald S.,** Investigación de Mercados. Colombia, Prentice-Hall Internacional, 1981.
- GREENWOOD, William T.,** Teoría de Decisiones y Sistemas de Información. México, Trillas, 1978.
- HUBER, George P.,** Toma de Decisiones en la Gerencia. México, Trillas, 1984.
- KAZNIER, Leonard J.,** Estadística Aplicada a la Administración y a la Economía. México, McGraw-Hill, 1978.
- LEVIN, Richard I., y Kirkpatrick, Charles A.,** Enfoques Cuantitativos a la Administración. México, CECSA, 1983.
- LUTHANS, Fred,** Introducción a la Administración Un Enfoque de Contingencias. México, McGraw-Hill, 1986.
- MAGEE, John F.,** "How to Use Decision Trees in Capital Investment", En Harvard Business Review. Cambridge (EUA) - Septiembre, 1964, pp.79-96.

- MORGAN, Bruce W.,** Introducción a los Procesos Bayesianos de Decisión Estadística. Madrid, Paraminto, 1971.
- PONCE, Agustín Reyes,** Administración de Empresas Teoría y - Práctica, Segunda Parte. México, Limusa, 1983.
- RAIFFA, Howard,** Análisis de la Decisión Empresarial. España, Fondo Educativo Interamericano, 1978.
- RHEAULT, Jean Paul,** Introducción a la Teoría de las Decisiones con Aplicaciones a la Administración. México, -- Limusa, 1982.
- SCHNEIDER, Kenneth C., y Byers, C. Randall,** Métodos Cuantitativos en Administración. México, Limusa, 1982.
- SPURR, William A., y Bonini, Charles P.,** Toma de Decisiones en Administración Mediante Métodos Estadísticos. México, Limusa, 1978.
- STEVENSON, William J.,** Estadística para Administración y -- Economía. México, Harla, 1981.
- STONER, James A.F.,** Administración. México, Prentice-Hall - Hispanoamericana, 1984.
- THIERAUF, Robert J.,** Toma de Decisiones por Medio de Investigación de Operaciones. México, Limusa, 1976.
- YAMANE, Taro,** Estadística. México, Harla, 1974.
- ZUBIZARRETA, Armando F.,** La Aventura del Trabajo Intelectual cómo Estudiar e Investigar. México, Fondo Educativo Interamericano, 1983.