

03061
Zej.
4



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

INSTITUTO DE INVESTIGACION EN MATEMATICAS APLICADAS Y SISTEMAS
UNIDAD ACADÉMICA DE LOS CICLOS PROFESIONALES Y DE POSGRADO
DEL COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

COMPONENTES PRINCIPALES EN SERIES DE TIEMPO

TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN ESTADISTICA E INVESTIGACION
DE OPERACIONES PRESENTA:
LEONARDO MEDRANO BARRIGA

México, D.F.

TESIS CON
LINEA EN EL ORIGEN

1988



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

COMPONENTES PRINCIPALES EN SERIES DE TIEMPO

INTRODUCCION.

1.-COMPONENTES PRINCIPALES EN SERIES DE TIEMPO.

2.-ESTIMACION DE LOS COMPONENTES PRINCIPALES.

3.-APLICACIONES.

3.1-PRONOSTICOS DE X_t .

3.2.-MODELOS ARMA MULTIVARIADOS.

4.-EJEMPLO PRONOSTICO.

5.-SIMULACIONES MODELOS ARMA MULTIVARIADOS.

CONCLUSIONES

APENDICE: TRANSFORMADA FINITA DE FOURIER.

BIBLIOGRAFIA

LEONARDO MEDRANO BARRIGA

INTRODUCCION

En muchas aplicaciones se generan mediciones o se dispone de observaciones simultáneas de un conjunto de fenómenos a través del tiempo. Tal es el caso en Economía, Geofísica y otras ciencias en las que interesa explorar y/o analizar las relaciones entre el conjunto de fenómenos que se están midiendo; ya sea para detectar el sentido y cuantificar la magnitud de dichas relaciones o bien para fines de pronóstico. Esto ha llevado a la especificación del modelo dinámico general de ecuaciones simultáneas bajo un enfoque econométrista y a la formulación de modelos MARMA desde el punto de vista de los estudiosos de Series de Tiempo. La relación entre ambos enfoques ha sido estudiada por Zellner y Palm(1974), Greenberg(1983), entre otros.

Un problema central en el estudio de este tipo de observaciones es el de reducir la dimensión del conjunto de datos; reducción motivada por las dificultades de diversa índole que surgen al analizar y modelar series multivariadas. Entre otras; posiblemente necesitaremos especificar y estimar un gran número de parámetros para obtener una representación adecuada de su comportamiento. Si las series están muy correlacionadas es posible que surjan problemas de multicolinealidad con las consecuentes dificultades en la especificación de los órdenes de los parámetros de los modelos y en la redundancia de la información.

El objetivo principal de los métodos de reducción de dimensionalidad consiste en lograr un compromiso entre la obtención de simplicidad para la interpretación y la retención de suficiente detalle. Persiguiendo este objetivo se han desarrollado algunas ideas en el caso de series de tiempo tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de las frecuencias.

En el dominio del tiempo, Quenouille(1957) sugiere como utilizar los eigenvectores de las matrices de parámetros de un modelo autorregresivo para lograr una interpretación simple. Box y Tiao(1977) muestran como construir transformaciones canónicas de un vector de series de tiempo que sigue un proceso autorregresivo las cuales ordenan los componentes del vector del menos al mas predecible. Reinsel(1983) presenta como estimar índices para simplificar la representación de series que siguen un proceso autorregresivo utilizando ideas sugeridas por Sargent y Sims(1977). La idea del análisis factorial para series de tiempo es desarrollada por Peña y Box(1984). Otter y Schuur(1981) calculan componentes principales mediante la diagonalización de la matriz de varianzas y covarianzas con el problema de que los componentes así obtenidos son ortogonales solo contemporáneamente y no para todo rezago.

Brillinger(1981) extiende la idea de componentes principales al dominio de las frecuencias. Un trabajo relacionado se debe a Priestley(1981) y Subba Rao(1973). Geweke(1977) y Geweke y Singleton(1981) discuten una versión del análisis factorial en el dominio de las frecuencias.

En el presente trabajo partimos de la idea del método de componentes principales para buscar la reducción de dimensionalidad. Básicamente, dicho método consiste en transformar linealmente las series de tal manera que obtengamos un nuevo conjunto de series, que definen los Componentes Principales, ortogonales entre si y clasificadas de acuerdo a la magnitud de su varianza. En un subconjunto pequeño de los componentes principales esperamos poder recuperar la mayor parte de la información contenida en las series originales de acuerdo a ciertos criterios. El mas común consiste en recuperar el mayor porcentaje de la variación total observada, definida como la traza de la matriz de

varianzas-covarianzas. Existen varias aproximaciones para el cómputo de los componentes principales. La mas conocida se aplica cuando las observaciones son independientes en el tiempo y es la desarrollada por Hotelling(1933) (Morrison,1978) bajo el supuesto de muestreo independiente. Al aplicarlo en series de tiempo producimos componentes principales no correlacionados entre si contemporáneamente pero correlacionados en el tiempo (Otter y Schuur(1981)). Las aproximaciones que nos interesan son las que se aplican cuando explícitamente reconocemos que las observaciones están correlacionadas a través del tiempo y que como consecuencia proporcionan componentes no correlacionados para todo rezago. Las clasificamos dependiendo si se trabaja en el dominio del tiempo o en el dominio de las frecuencias. En este trabajo optamos por el cálculo de los componentes en el dominio de las frecuencias. Esto es; los que se derivan de la diagonalización de la matriz de densidad espectral. Por este camino obtenemos la función de transferencia que nos permite calcular el vector de componentes principales. Dichos componentes resultan ser ortogonales para todo rezago pero dependen del estimador del espectro que hayamos elegido para su cómputo. Proponemos dos aplicaciones de esta metodología: La primera consiste en pronosticar el vector de series de tiempo a partir de pronósticos de los componentes principales. La segunda consiste en el ajuste de modelos ARMA a algunos de los componentes principales y a partir de dicho ajuste obtener el MARMA asociado.

Las principales ventajas de esta aproximación parecen inmediatas a partir de las aplicaciones propuestas. Estamos reduciendo dimensionalidad en el sentido de identificar, estimar y pronosticar modelos univariados a partir de los cuales identificamos, estimamos y pronosticamos el modelo multivariado asociado al vector original de series de tiempo.

1- COMPONENTES PRINCIPALES EN SERIES DE TIEMPO.

Como es bien conocido, la idea básica del método de componentes principales consiste en obtener una descripción de la dispersión de un conjunto de n puntos en un espacio p -dimensional, mediante la introducción de un nuevo conjunto de coordenadas ortogonales que son transformaciones lineales de las originales de tal manera que la dispersión de las nuevas coordenadas se presenta en orden creciente o decreciente de magnitud. Idealmente esperaríamos que una parte sustancial de la variación total sea explicada por las primeras coordenadas que se derivaron.

Sea X_t un vector de series de tiempo de dimensión n y considérese su representación de Cramér (Brillinger, 1981, p.102):

$$X_t = \int_0^{2\pi} \exp(i\omega t) dZ_x(\omega) \quad t \in Z \quad (1)$$

donde $dZ_x(\omega)$ es tal que:

$$E\{dZ_x(\omega) \overline{dZ_x(\lambda)}\} = \begin{cases} dF_x(\omega) & \text{si } \omega = \lambda \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2)$$

Si $F_x(\omega)$ es absolutamente continua, entonces $dF_x(\omega) = f_x(\omega) d\omega$. A $f_x(\omega)$ se le conoce como matriz de densidad espectral o simplemente como el espectro de X_t .

Para obtener los componentes principales, transformamos linealmente a $dZ_x(\omega)$ mediante $\overline{B^T(\omega)}$:

$$dZ_y(\omega) = \overline{B^T(\omega)} dZ_x(\omega) \quad (3)$$

donde elegimos a $\overline{B^*(\omega)}$ de tal manera que las nuevas coordenadas:

$$\begin{aligned} Y_t &= \int_0^{2\pi} \exp(i\omega t) \overline{B^*(\omega)} dZ_x(\omega) \\ &= \int_0^{2\pi} \exp(i\omega t) dZ_y(\omega) \end{aligned} \quad t \in \mathbb{Z} \quad (4)$$

cumplan con los requisitos antes mencionados.

La solución del problema se reduce a encontrar los vectores y valores propios de $f_x(\omega)$. Entonces:

$$f_x(\omega) = B(\omega) f_y(\omega) \overline{B^*(\omega)} \quad (5)$$

donde $f_y(\omega)$ es una matriz diagonal cuyos elementos son los valores propios de $f_x(\omega)$ en orden decreciente de magnitud. $B(\omega)$ es una matriz cuyas columnas corresponden a los vectores propios de $f_x(\omega)$. Obviamente, $f_y(\omega)$ define el espectro de Y_t . Además, como

$$\Gamma_y(k) \propto \int_0^{2\pi} \exp(i\omega t) f_y(\omega) d\omega \quad k \in \mathbb{Z} \quad (6)$$

donde $\Gamma_y(k)$ define la matriz de autocovarianzas y covarianzas cruzadas de Y_t para $k \in \mathbb{Z}$, y dado que $f_y(\omega)$ es diagonal, las covarianzas cruzadas son cero para todo rezago. Evaluando (6) en $k = 0$, obtenemos la matriz de varianzas covarianzas de Y_t :

$$\Gamma_y(0) \propto \int_0^{2\pi} f_y(\omega) d\omega = \Sigma_y \quad (7)$$

y dado que los elementos de $f_y(\omega)$ están en orden decreciente de magnitud, la varianza de Y_t estará también en orden decreciente de magnitud. En consecuencia, Y_t define los componentes principales de X_t .

Como $f_x(\omega)$ es Hermitiana y positiva definida, los elementos de $f_y(\omega)$ son reales y positivos. Si la dimensión de $dZ_y(\omega)$ es igual a la de $dZ_x(\omega)$ se cumple:

$$B(\omega) \overline{B^*(\omega)} = \overline{B^*(\omega)} B(\omega) = I \quad (8)$$

por lo que $B(\omega)$ es ortonormal. De (5) y (8) resulta la siguiente relación:

$$f_y(\omega) = \overline{B^*(\omega)} f_x(\omega) B(\omega) \quad (9)$$

Para recuperar X_t a partir de Y_t utilizamos (3) y (8):

$$X_t = \int_0^{2\pi} \exp(i\omega t) B(\omega) dZ_y(\omega) \quad (10)$$

Estas expresiones nos recuerdan a la operación de filtrado lineal (Brillinger, 1981, p. 27-28):

$$Y_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} b_j^* X_{t-j} \quad (11)$$

donde b_j^* es una sucesión de matrices de (n,n) que satisfacen:

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty} |b_j^*| < \infty$$

y definen junto con $\overline{B^*(\omega)}$ un par de transformadas de Fourier. Esto es:

$$\overline{B^*(\omega)} = \sum_{j=-\infty}^{\infty} b_j^* \exp(-i\omega j)$$

$$b_j^* = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \overline{B^*(\omega)} \exp(i\omega j) d\omega \quad j \in \mathbb{Z} \quad (12)$$

Bajo el enfoque de filtros lineales, podemos obtener X_t a partir de Y_t mediante:

$$X_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} b_j Y_{t-j} \quad (13)$$

donde b_j está definido de manera similar a b_j^* , reemplazando $\overline{B^*(\omega)}$ por $B(\omega)$.

El cómputo o estimación de los componentes principales depende en gran medida del estimador del espectro que utilizemos. Supongamos que elegimos el periodograma. Consideremos las i -ésima y j -ésima series de X_t . Entonces;

$$I_{ij}(\omega) = dZ_{x_i}(\omega) \overline{dZ_{x_j}(\omega)} \quad (14)$$

y siempre tendremos la identidad:

$$|I_{ij}(\omega)|^2 = I_{ii}(\omega) I_{jj}(\omega) \quad (15)$$

lo que nos indica que la magnitud del periodograma cruzado no contiene información que no esté contenida en los periodogramas individuales o bien, en $dZ_x(\omega)$.

Supongamos ahora que estimamos el espectro usando alguna ventana. Si la ventana espectral utilizada es no-negativa entonces:

$$|\hat{r}_{lj}(\omega)|^2 \leq \hat{r}_{ll}(\omega) \hat{r}_{jj}(\omega) \quad (16)$$

podemos en consecuencia considerar a:

$$\hat{R}_{lj}^2(\omega) = \frac{|\hat{r}_{lj}(\omega)|^2}{\hat{r}_{ll}(\omega) \hat{r}_{jj}(\omega)} \quad (17)$$

como el estimador de la coherencia de X_l y X_j , la cual siempre tomará valores en el intervalo $[0,1]$ que corresponde al recorrido de correlación nula a correlación total en la frecuencia ω . Sin embargo, el valor estimado de la coherencia depende del suavizamiento del periodograma o mas bien de la ventana elegida para su suavizamiento. Para el periodograma no suavizado la coherencia siempre será uno.

Podemos deducir que el rango del espectro estimado o de la matriz que queremos diagonalizar, depende de la elección del estimador del espectro a través de la ventana elegida. Es claro que por (15), el rango del periodograma será siempre uno. En consecuencia tendrá una sola raíz característica no nula y por lo tanto la variación de las n -series se resume en un componente. Formalizando este caso, tenemos las siguientes relaciones. De (9):

$$I_y(\omega) = B^*(\omega) I_x(\omega) B(\omega) \quad (18)$$

donde $I_y(\omega) = \text{diag}\{\text{var}(dZ_{y_1}(\omega)), 0, \dots, 0\}$

Tomemos la primera columna de $B(\omega)$ para calcular $dZ_{y_1}(\omega)$. Sea esta $B_{1.}(\omega)$. Entonces:

$$dZ_{y_1}(\omega) = \overline{B_{1.}^*(\omega)} dZ_x(\omega) \quad (19)$$

donde $dZ_{y_1}(\omega)$ es de dimensión (1,1), $B_{1.}(\omega)$ de (n,1) y $dZ_x(\omega)$ de (n,1).

En consecuencia podemos recuperar $dZ_x(\omega)$ exactamente a partir de:

$$dZ_x(\omega) = B_{1.}(\omega) dZ_{y_1}(\omega) \quad (20)$$

2. ESTIMACION DE LOS COMPONENTES PRINCIPALES.

Supongamos que disponemos de $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{T-1}$ observaciones del proceso X_t . Supongamos además que el proceso es estacionario o que le hemos aplicado una transformación del tipo sugerida por Box-Jenkins(1976). Entonces podemos aproximar a $dZ_x(\omega)$ mediante la transformada finita de Fourier (Brillinger, 1981, p.101).

$$\zeta_x(\omega) = \sum_{t=0}^{T-1} x_t \exp(-i\omega t) \quad (21)$$

El periodograma queda definido por

$$\hat{I}_x(\omega) = \zeta_x(\omega) \overline{\zeta_x^*(\omega)} \quad (22)$$

y el espectro resulta de aplicarle la ventana espectral $h(\lambda)$ al periodograma (Jenkins y Watts, 1968, pp.243-245):

$$\hat{f}_x(\omega) = \int_0^{2\pi} h(\lambda) I(\omega - \lambda) d\lambda \quad (23)$$

Para el cómputo de estas expresiones, discretizamos ω tomando $\omega_j = 2\pi j/T$ donde ω_j define la j -ésima frecuencia de Fourier (Blomfield, 1976, p. 42). De esta manera (23) se convierte en:

$$\hat{f}_x(\omega_j) = \sum_{k=-m}^m h(\lambda_k) \hat{I}(\omega_{k-j}) \quad (24)$$

con $\lambda_k = 2\pi k/T$.

Procedemos a diagonalizar $\hat{f}_x(\omega_j)$ para $0 \leq j \leq T/2$ con lo que obtenemos $\hat{f}_y(\omega_j)$ y $\hat{B}(\omega_j)$ para el mismo recorrido. Podemos entonces calcular $\zeta_y(\omega_j)$ aplicando (3):

$$\zeta_y(\omega_j) = \frac{\hat{f}_y(\omega_j)}{\hat{B}(\omega_j)} \zeta_x(\omega_j). \quad (25)$$

Los componentes en el dominio de tiempo los recuperamos aplicando la transformada Finita Inversa a $\zeta_y(\omega_j)$:

$$Y_t = \frac{1}{T} \sum_{j=0}^{T-1} \zeta_y(\omega_j) \exp(i\omega_j t) \quad (26)$$

Para calcular los coeficientes en el dominio del tiempo aplicamos la transformada inversa a $\hat{B}(\omega_j)$:

$$\hat{b}_s = \frac{1}{T} \sum_{j=0}^{T-1} \hat{B}(\omega_j) \exp(i\omega_j s) \quad (27)$$

Nótese que estamos definiendo los cálculos para $0 \leq j \leq T/2$. Para poder evaluar (25), (26) y (27) necesitamos $\hat{B}(\omega_j)$ para $T/2 \leq j \leq T-1$. Utilizando propiedades de la transformada finita de Fourier (ver apéndice)

$$\begin{aligned} z_y(\omega_{T-j}) &= z_y(\omega_j) = \frac{\hat{B}(\omega_j)}{B^*(\omega_j)} z_x(\omega_j) \\ &= \hat{B}(\omega_j) z_x(\omega_{T-j}) \end{aligned}$$

Sea $\hat{B}(\omega_{T-j}) = \overline{\hat{B}(\omega_j)}$

por lo tanto,

$$z_y(\omega_{T-j}) = \overline{\hat{B}(\omega_{T-j})} z_x(\omega_{T-j}) \quad (28)$$

por lo que basta diagonalizar $\hat{f}_x(\omega_j)$ para las frecuencias de Fourier $0 \leq j \leq T/2$.

De (11) y (13) obtenemos las expresiones siguientes para el caso finito:

$$X_t = \sum_{j=0}^{T-1} \hat{b}_j Y_{t-j} \quad (29.1)$$

$$Y_t = \sum_{j=0}^{T-1} \hat{b}_j^* X_{t-j} \quad (29.2)$$

3.- APLICACIONES.

Algunas posibles aplicaciones del método desarrollado son las siguientes: La más simple consiste en el cálculo de indicadores o números índices. Esta aplicación se resume al cálculo de los componentes principales. En el procedimiento podemos obtener su periodograma, sus autocovarianzas y los coeficientes en (11). Generalmente se espera lograr una interpretación clara de los componentes ya sea directamente o a través de (11). Esto depende mucho del tipo de información que estemos manejando y no siempre es posible llegar a la interpretación deseada. Un ejemplo trillado de este caso consiste en calcular un índice de precios a partir de los precios de varios artículos que resuma y describa a la vez su variación conjunta. En la especificación de modelos económicos podemos pensar en agrupar algún subconjunto de las variables que intervienen en el modelo. Si esto es posible podemos introducir algunos componentes en lugar de las series originales agrupadas lo que puede resultar en una reducción de la dimensión del modelo. Otra aplicación consiste en pronosticar X_t a partir del pronóstico de algunos de los componentes. Presenta la ventaja, en cuanto a la reducción de la dimensionalidad, de que solo es necesario ajustar modelos univariados para pronosticar Y_t y luego recuperar los pronósticos para X_t . En los pronósticos que resulten de cada elemento de X_t estamos considerando implícitamente (esto depende de la siguiente aplicación) la información que nos proporciona la correlación con los demás elementos. Por último planteamos la posibilidad de obtener modelos MARMA para X_t a partir del ajuste de modelos ARMA a algunos elementos de Y_t .

3.1- PRONOSTICOS DE X_t

Supongamos que disponemos de pronósticos de los componentes Y_t los

los cuales pueden haberse obtenido por cualquier método univariado. Supongamos además que disponemos de τ periodos de pronóstico con $\tau = 0, 1, 2, \dots$ y queremos utilizarlos para pronosticar la serie x_t . Para esto, de (29):

$$\hat{x}_{T+\tau} = \sum_{j=0}^{\tau-1} \hat{b}_j \hat{Y}_{T+\tau-j} \quad (30)$$

donde \hat{Y}_t denota los pronósticos (o valores observados) de los componentes principales. Esto es, estamos suponiendo la estructura muestral en el periodo de pronóstico.

Si solo utilizamos el pronóstico de ($m \leq n$) componentes, entonces:

$$\hat{x}_{T+\tau} = \sum_{j=0}^{\tau-1} \hat{b}_j^{(1)} \hat{Y}_{T+\tau-j}^{(1)} \quad (31)$$

donde el supraíndice (1) denota la submatriz y subvector asociados a los componentes considerados en el análisis. El error de pronóstico de $x_{T+\tau}$, además de tener un componente asociado al error de pronóstico de $\hat{Y}_{T+\tau-j}^{(1)}$, tendrá un componente de la forma:

$$\sum_{j=0}^{\tau-1} \hat{b}_j^{(2)} \hat{Y}_{T+\tau-j}^{(2)} \quad (32)$$

donde el supraíndice (2) denota la submatriz y subvector de asociados a los componentes no incorporados. Es claro que este error será pequeño si la varianza de los componentes no incorporados es pequeña.

3.2. MODELOS ARMA MULTIVARIADOS.

Sea Y_t el vector de componentes principales. Supongamos que Y_t sigue un modelo $MARMA(p,q)$:

$$A_y(L) Y_t = C_y(L) U_t \quad (33)$$

donde L denota el operador rezago ($L^j X_t = X_{t-j}$),

$$A_y(z) = \sum_{j=0}^p a_j z^j$$

$$C_y(z) = \sum_{j=0}^q c_j z^j \quad (34)$$

U_t es un proceso aleatorio vectorial de ruido blanco, las matrices a_j y c_j son diagonales dada la no autocorrelación entre los componentes: $a_0 = c_0 = I$, $p = \max(p_i)$ y $q = \max(q_i)$ donde (p_i, q_i) es el orden del modelo ARMA ajustado al i -ésimo componente principal. En otras palabras, estamos ajustando modelos ARMA univariados a los componentes principales. En el dominio de las frecuencias, el modelo toma la forma:

$$A_y(\omega) dZ_y(\omega) = C_y(\omega) dZ_u(\omega) \quad \omega \in \mathbb{R} \quad (35)$$

donde $A_y(\omega)$ y $C_y(\omega)$ son las transformadas de Fourier de $\{a_j\}$ y $\{c_j\}$, respectivamente.

Sustituyendo (3) resulta:

$$A_y(\omega) \overline{B^T(\omega)} dZ_x(\omega) = C_y(\omega) dZ_u(\omega)$$

Sea $A_x(\omega) = A_y(\omega) \overline{B^* C \omega}$ y $C_x(\omega) = C_y(\omega)$. El modelo MARMA para X_t esta dado por:

$$A_x(\omega) dZ_x(\omega) = C_x(\omega) dZ_u(\omega) \quad (36)$$

o bien:

$$A_x(L)X_t = C_x(L) U_t \quad (37)$$

Supongamos que hemos tomado los primeros $m \leq n$ componentes, o bien que solo utilizamos m componentes agrupados en $Y_t^{(1)}$, donde:

$$Y_t = \begin{bmatrix} Y_t^{(1)} \\ Y_t^{(2)} \end{bmatrix}$$

El modelo se reduce a:

$$A_x^{(1)}(\omega) dZ_x(\omega) = C_y^{(1)}(\omega) dZ_u^{(1)}(\omega) \quad (38)$$

donde

$$A_x(\omega) = \begin{bmatrix} A_x^{(1)}(\omega) \\ A_x^{(2)}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_y^{(1)}(\omega) & 0 \\ 0 & A_y^{(2)}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{B^{(1)*} C \omega} \\ \overline{B^{(2)*} C \omega} \end{bmatrix} \quad (39)$$

$A_y^{(1)}(\omega)$ es de (m, m) , $A_y^{(2)}(\omega)$ de $(n-m, n-m)$, $A_x^{(1)}(\omega)$ es de (m, n) , etc.

En el dominio del tiempo, el modelo resulta:

$$A_x^{(1)}(L) x_t = C_x^{(1)}(L) U_t \quad (40)$$

Con esto, hemos obtenido un sistema de m ecuaciones para n series. En este punto, podemos elegir un criterio para seleccionar el modelo que corresponde a cada serie. En total tenemos m criterios distintos inmediatos si normalizamos cada una de las ecuaciones. Zellner y Palm(1974) llegan a resultados similares al expresar un modelo MARMA como ARMA^B para cada serie con la misma estructura autoregresiva. Esto nos indica que en la especificación general de modelos MARMA, existen m teorías para la explicación de un fenómeno. En términos econométricos se traduce como sobreidentificación.

Una forma de resolver esta situación consiste en considerar, a partir de (10):

$$\begin{aligned} dZ_x(\omega) &= B(\omega) dZ_y(\omega) \\ &= B^{(1)}(\omega) dZ_y^{(1)}(\omega) + B^{(2)}(\omega) dZ_y^{(2)}(\omega) \end{aligned} \quad (42)$$

donde hemos particionado conformablemente $B(\omega)$. Al eliminar los componentes resumidos en $dZ_y^{(2)}(\omega)$, generamos un error el que denotaremos con $dZ_e(\omega)$ y toma la forma, de (42):

$$dZ_e(\omega) = B^{(2)}(\omega) dZ_y^{(2)}(\omega) \quad (43)$$

Por facilidad de notación, hacemos $P(\omega) = B^{(2)}(\omega)$ y utilizando (43) resulta:

$$dZ_x(\omega) = P(\omega) dZ_y^{(1)} + dZ_e(\omega) \quad (44)$$

$$\overline{P^*(\omega)} P(\omega) = I_m \quad (45)$$

Al modelo MARMA asociado a los m componentes denotémoslo por:

$$A_y^{(1)}(\omega) dZ_y^{(1)}(\omega) = C_y^{(1)}(\omega) dZ_u^{(1)}(\omega) \quad (46)$$

Premultiplicando (44) por $P(\omega) A_y^{(1)}(\omega) \overline{P^*(\omega)}$, sustituyendo (46) y resumiendo resulta:

$$P(\omega) A_y^{(1)}(\omega) \overline{P^*(\omega)} dZ_x(\omega) = P(\omega) C_y^{(1)}(\omega) \overline{P^*(\omega)} P(\omega) dZ_u(\omega) + \\ P(\omega) A_y^{(1)}(\omega) \overline{P^*(\omega)} dZ_e(\omega)$$

$$\text{Sea } A_x(\omega) = P(\omega) A_y^{(1)}(\omega) \overline{P^*(\omega)},$$

$$C_x(\omega) = P(\omega) C_y^{(1)}(\omega) \overline{P^*(\omega)},$$

$$dZ_y(\omega) = P(\omega) dZ_u(\omega) \quad (47)$$

Entonces, el modelo para X_t queda dado por:

$$A_x(\omega) dZ_x(\omega) = C_x(\omega) dZ_y(\omega) + A_x(\omega) dZ_e(\omega) \quad (48)$$

donde el lado derecho del modelo tiene dos elementos. Uno asociado a la parte MA del modelo ajustado a los componentes principales y el otro asociado a los componentes no considerados en el análisis dado por (43).

En el dominio del tiempo el modelo toma la forma:

$$A_x(z)X_t = C_x(z)V_t + A_x(z)\varepsilon_t \quad (49)$$

donde:

$$V_t = P(z) U_t$$

$$A_x(z) = P(z)A_y^{(1)}(z)P^*(z)$$

$$C_x(z) = P(z)C_y^{(1)}(z)P^*(z),$$

y los coeficientes de $P(z)$ y $P^*(z)$ resultan de las transformadas de Fourier de $P(\omega)$ y $\overline{P^*(\omega)}$ respectivamente.

De la expresión (49) llegamos a:

$$A_x(z)(X_t - \varepsilon_t) = C_x(z)V_t \quad (50)$$

$$A_x(z)W_t = C_x(z)V_t \quad (51)$$

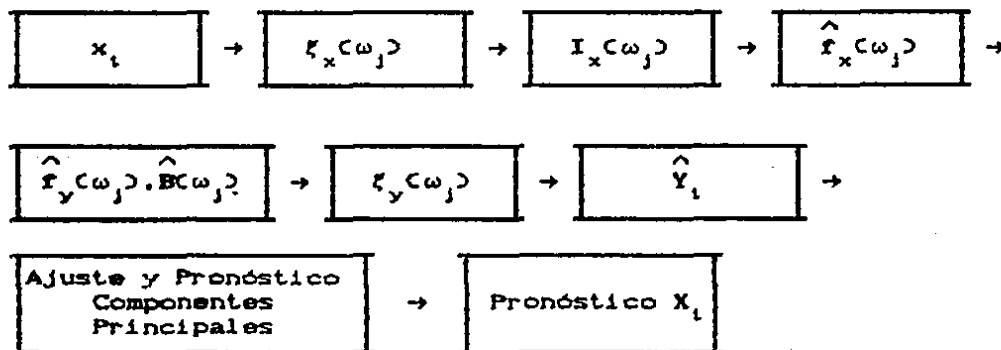
donde a $W_t = X_t - \varepsilon_t$ puede considerarse como las series originales observadas con error.

4.- EJEMPLO-PRONOSTICO.

Para una aplicación numérica del método desarrollado en el caso de pronósticos, tomamos el conjunto de series definidas por los indicadores de Volumen de producción industrial que publica Banco de México. Dispusimos de observaciones mensuales de Enero de 1980 a Agosto de 1987 de las siguientes series:

- Actividades Industriales
- Industria Minera
- Industria Manufacturera
- Industria de la Construcción
- Industria Eléctrica
- Industria Petrolera

Disponemos entonces de 6 series y con 92 observaciones de cada una. Esquemáticamente la aplicación es como sigue:



De las series originales y, debido a que son no estacionarias, de sus primeras diferencias, obtuvimos para ambos casos las medias, varianzas, varianza total y gráficas de las series, de sus autocovarianzas y de sus covarianzas cruzadas. Esta información se presenta en las páginas siguientes y nos permite apreciar:

Ciclo de largo plazo en Actividades Industriales. Industria Manufacturera e Industria de la Construcción.

Tendencia en Industria Minera. Industria Eléctrica e Industria Petrolera.

Componente estacional anual en Actividades Industriales. Industria Minera, Industria Manufacturera, Industria Eléctrica e Industria Petrolera.

Una alta correlación contemporánea y estacional entre Actividades Industriales e Industria Manufacturera

Una alta correlación contemporánea entre Industria Minera e Industria Petrolera.

INDICADORES DE VOLUMEN DE PRODUCCION INDUSTRIAL
BASE 1970 = 100

PERIODO	V1	V2	V3	V4	V5	V6	
1	Jan-80	195.20	220.40	188.80	205.10	232.80	289.40
2	Feb-80	196.00	212.20	192.40	196.60	232.00	271.40
3	Mar-80	203.50	246.80	198.30	198.50	238.70	302.90
4	Apr-80	197.60	238.70	196.00	203.00	238.50	294.60
5	May-80	207.70	250.60	200.50	209.40	253.40	310.10
6	Jun-80	207.20	242.80	201.00	210.30	243.60	311.70
7	Jul-80	206.40	241.40	199.10	210.10	258.10	322.70
8	Aug-80	209.10	255.40	201.00	209.20	274.00	320.10
9	Sep-80	203.10	250.40	193.30	208.70	274.50	317.00
10	Oct-80	218.00	265.70	211.30	214.30	266.80	346.10
11	Nov-80	210.10	241.00	203.30	214.40	263.80	304.30
12	Dec-80	214.90	271.70	206.70	218.60	244.70	336.30
13	Jan-81	209.30	264.70	200.00	217.90	240.30	351.40
14	Feb-81	208.60	241.20	201.40	218.60	247.10	311.70
15	Mar-81	225.90	277.60	219.10	226.00	251.50	361.60
16	Apr-81	218.10	298.20	206.00	227.60	248.30	372.10
17	May-81	227.50	303.40	215.90	235.30	265.10	372.40
18	Jun-81	228.90	298.90	218.30	235.30	264.70	370.60
19	Jul-81	234.10	272.20	226.50	238.80	284.20	350.20
20	Aug-81	227.90	275.00	217.00	238.80	299.20	367.30
21	Sep-81	226.30	304.40	212.20	236.30	299.20	390.30
22	Oct-81	233.10	308.90	220.90	238.60	294.50	398.30
23	Nov-81	224.00	261.00	213.70	236.00	298.90	352.50
24	Dec-81	222.60	282.50	210.50	236.50	276.20	350.30
25	Jan-82	219.00	284.20	207.30	229.70	269.10	374.10
26	Feb-82	220.60	280.30	210.20	229.80	263.60	364.10
27	Mar-82	240.10	304.70	232.10	238.30	271.40	390.00
28	Apr-82	224.20	304.30	209.10	240.80	283.80	395.10
29	May-82	231.70	323.10	217.00	240.60	293.20	397.60
30	Jun-82	229.00	314.10	215.70	234.30	292.20	404.70
31	Jul-82	224.50	325.40	209.40	229.60	304.90	418.10
32	Aug-82	222.80	323.60	205.20	228.70	310.00	409.80
33	Sep-82	208.10	307.20	190.90	217.30	324.70	391.90
34	Oct-82	211.10	319.00	195.10	206.90	306.30	406.00
35	Nov-82	207.30	315.30	191.70	195.20	291.60	402.80
36	Dec-82	201.70	348.00	185.90	195.30	278.40	419.80
37	Jan-83	195.60	319.80	182.10	180.90	269.20	425.90
38	Feb-83	197.40	253.90	192.40	179.40	260.10	348.70
39	Mar-83	205.40	289.00	199.60	179.00	264.80	384.40
40	Apr-83	203.20	300.00	194.10	181.50	277.20	392.30
41	May-83	206.10	305.60	197.10	182.50	282.70	402.80
42	Jun-83	202.10	302.90	192.90	176.50	289.50	396.60
43	Jul-83	201.40	302.30	192.30	171.30	305.70	427.50
44	Aug-83	202.10	309.60	192.40	170.50	311.70	431.40
45	Sep-83	193.40	304.90	180.80	170.20	316.80	401.70
46	Oct-83	198.00	303.40	186.90	171.10	320.70	405.90
47	Nov-83	197.90	292.60	188.60	171.00	307.50	405.40
48	Dec-83	193.30	314.60	180.30	171.30	297.20	400.50
49	Jan-84	195.80	302.00	188.20	166.30	278.90	420.10
50	Feb-84	203.70	300.70	200.20	166.50	282.20	405.60
51	Mar-84	213.90	315.40	207.10	173.20	287.10	409.00
52	Apr-84	197.90	303.20	188.50	174.40	289.70	400.80
53	May-84	212.40	318.60	204.20	180.40	316.30	409.60

INDICADORES DE VOLUMEN DE PRODUCCION INDUSTRIAL
BASE 1970 = 100

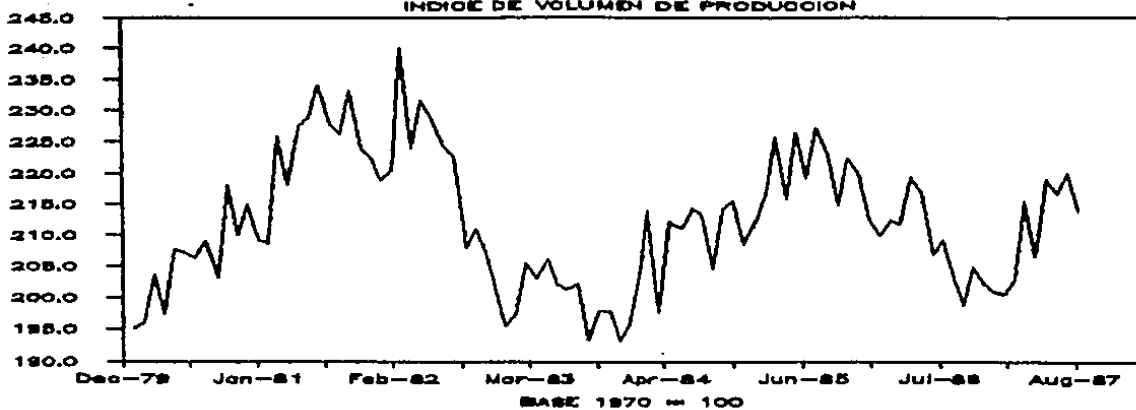
PERIODO	V1	V2	V3	V4	V5	V6	
54	Jun-84	211.30	317.60	202.50	182.80	317.60	416.10
55	Jul-84	214.30	313.60	203.20	188.20	319.40	446.60
56	Aug-84	213.40	291.00	204.60	189.10	326.00	419.10
57	Sep-84	204.80	304.10	192.30	186.10	338.10	388.90
58	Oct-84	214.10	308.20	206.10	191.70	323.20	404.20
59	Nov-84	215.50	301.00	207.20	192.00	324.70	409.50
60	Dec-84	208.70	314.20	198.80	194.80	307.30	431.20
61	Jan-85	212.60	301.90	206.70	184.90	299.00	411.00
62	Feb-85	216.70	285.00	213.00	179.40	298.30	381.70
63	Mar-85	225.70	310.00	221.20	182.90	304.90	395.90
64	Apr-85	216.00	302.80	208.50	189.70	311.40	391.30
65	May-85	226.50	306.20	219.70	196.10	321.40	399.40
66	Jun-85	219.30	285.70	214.10	192.70	334.40	387.20
67	Jul-85	227.20	302.40	221.10	195.20	346.90	431.90
68	Aug-85	223.00	319.40	213.70	192.10	353.10	432.50
69	Sep-85	214.80	308.30	201.10	189.10	362.10	414.50
70	Oct-85	222.40	311.80	213.20	188.40	352.70	419.80
71	Nov-85	219.90	321.40	211.30	182.40	347.10	416.10
72	Dec-85	212.60	319.40	202.50	180.20	335.80	439.80
73	Jan-86	210.10	295.40	203.20	176.40	320.50	388.70
74	Feb-86	212.50	263.10	211.70	167.20	325.40	353.90
75	Mar-86	211.90	284.20	208.90	167.20	321.60	397.90
76	Apr-86	219.30	301.30	216.40	169.00	330.50	406.20
77	May-86	216.90	297.20	213.10	168.40	341.00	398.90
78	Jun-86	207.00	291.60	199.80	166.70	356.80	409.00
79	Jul-86	209.30	296.60	203.70	159.90	360.10	440.40
80	Aug-86	203.60	310.10	196.40	149.50	366.20	423.40
81	Sep-86	198.90	293.10	190.20	155.80	370.00	417.80
82	Oct-86	204.70	290.30	195.80	167.30	371.40	385.20
83	Nov-86	202.40	289.80	195.00	160.10	358.90	393.80
84	Dec-86	201.00	307.50	192.20	159.80	336.10	427.20
85	Jan-87	200.60	314.00	191.70	157.50	332.70	413.60
86	Feb-87	202.80	281.30	200.10	150.10	327.10	398.80
87	Mar-87	215.30	305.00	212.40	157.70	343.50	430.00
88	Apr-87	206.80	311.40	199.70	160.00	338.70	428.60
89	May-87	218.90	315.90	214.00	165.50	350.60	423.30
90	Jun-87	216.70	305.90	210.40	167.50	377.30	420.10
91	Jul-87	219.90	313.60	213.60	167.30	385.70	442.90
92	Aug-87	213.90	313.80	205.60	163.40	396.60	427.10
MEDIA:	212.24	293.67	203.53	193.16	304.03	388.92	
VARIANZA:	111.81	653.78	114.36	683.92	1489.46	1535.76	
VARIANZA TOTAL:		4589.08					

V1: ACTIVIDADES INDUSTRIALES
V2: INDUSTRIA MINERA
V3: INDUSTRIA MANUFACTURERA

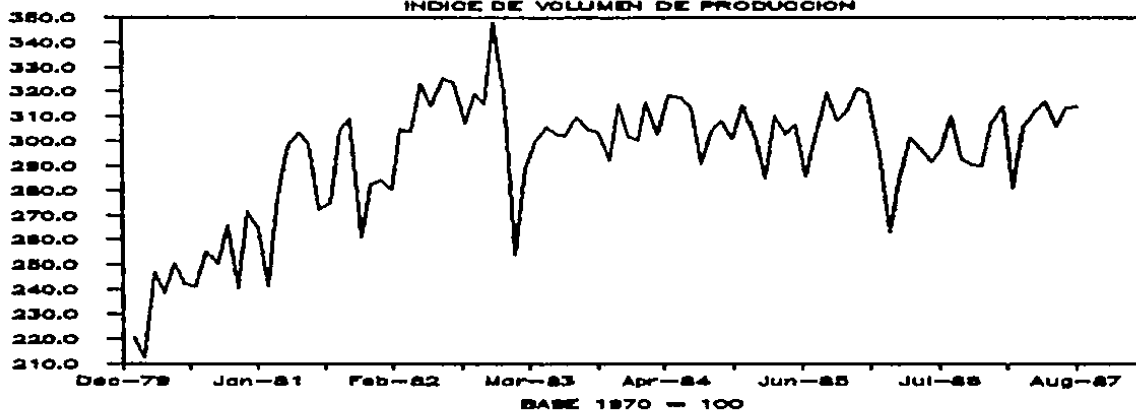
V4: INDUSTRIA DE LA CONSTRUCCION
V5: INDUSTRIA ELECTRICA
V6: INDUSTRIA PETROLERA

Fuente: BANCO DE MEXICO

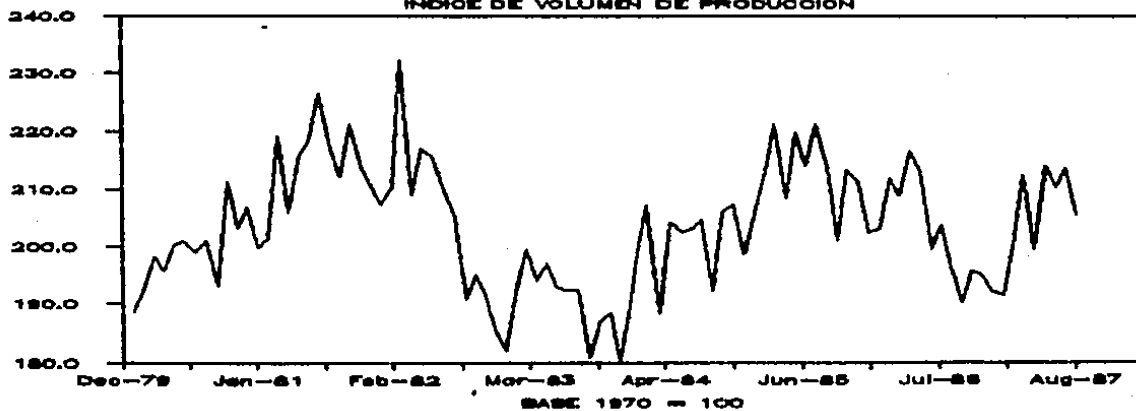
ACTIVIDADES INDUSTRIALES
INDICE DE VOLUMEN DE PRODUCCION



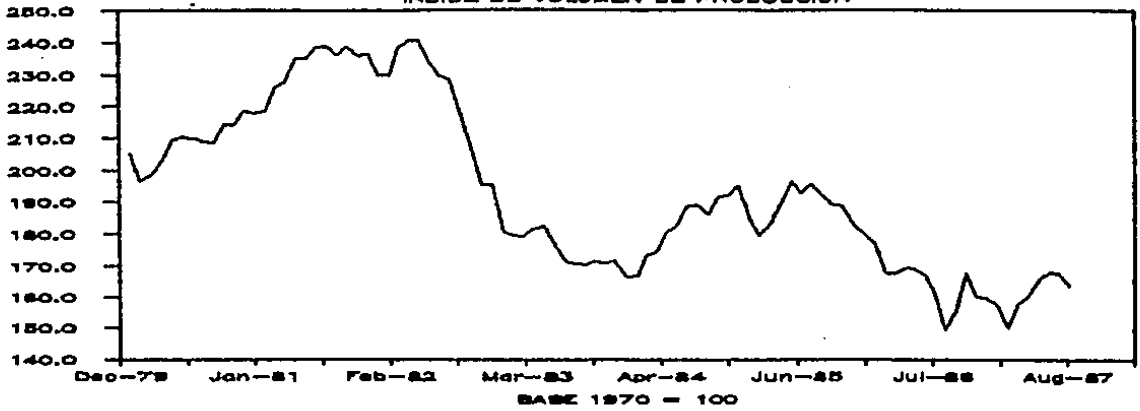
INDUSTRIA MINERA
INDICE DE VOLUMEN DE PRODUCCION



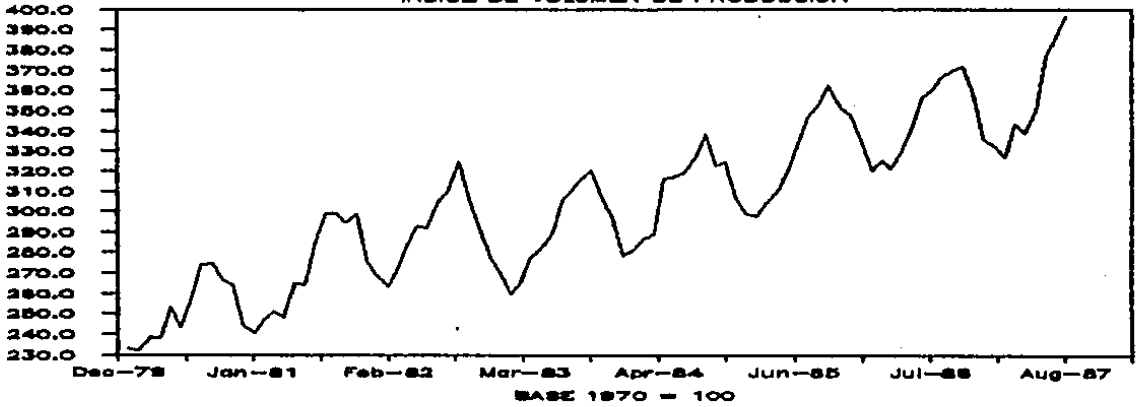
INDUSTRIA MANUFACTURERA
INDICE DE VOLUMEN DE PRODUCCION



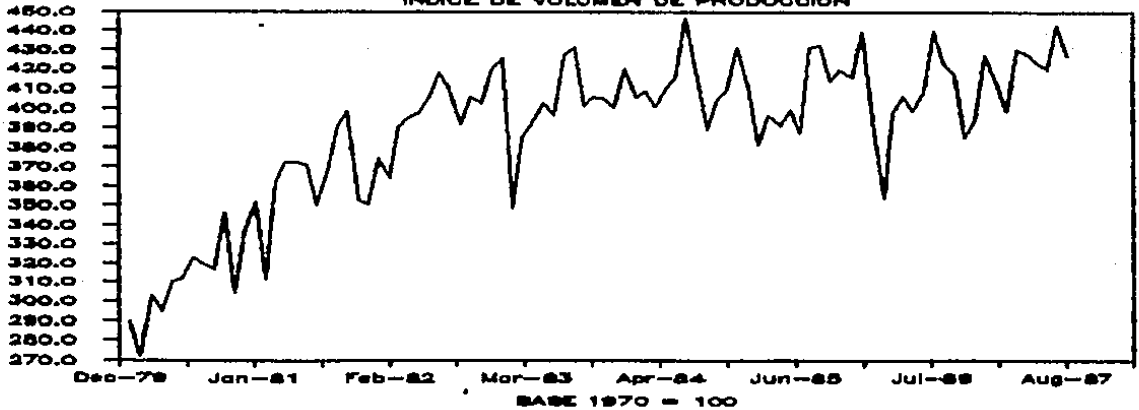
INDUSTRIA DE LA CONSTRUCCION
INDICE DE VOLUMEN DE PRODUCCION



INDUSTRIA ELECTRICA
INDICE DE VOLUMEN DE PRODUCCION

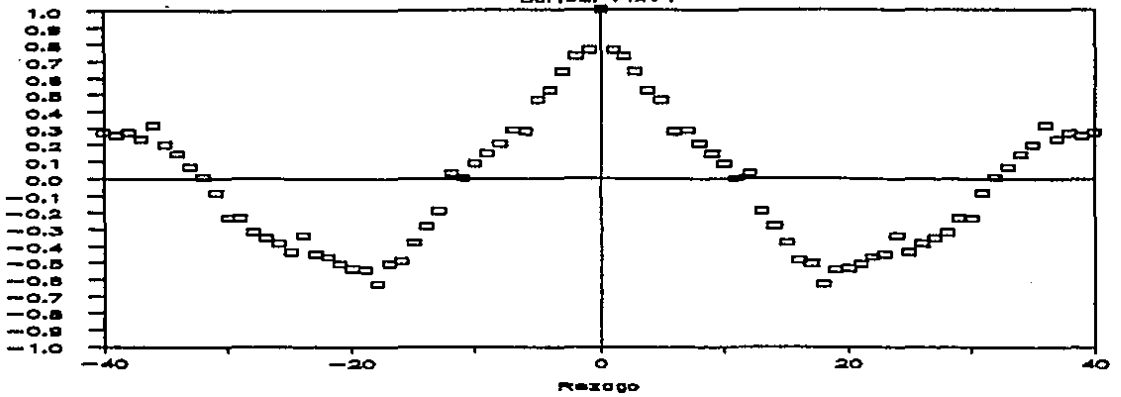


INDUSTRIA PETROLERA
INDICE DE VOLUMEN DE PRODUCCION



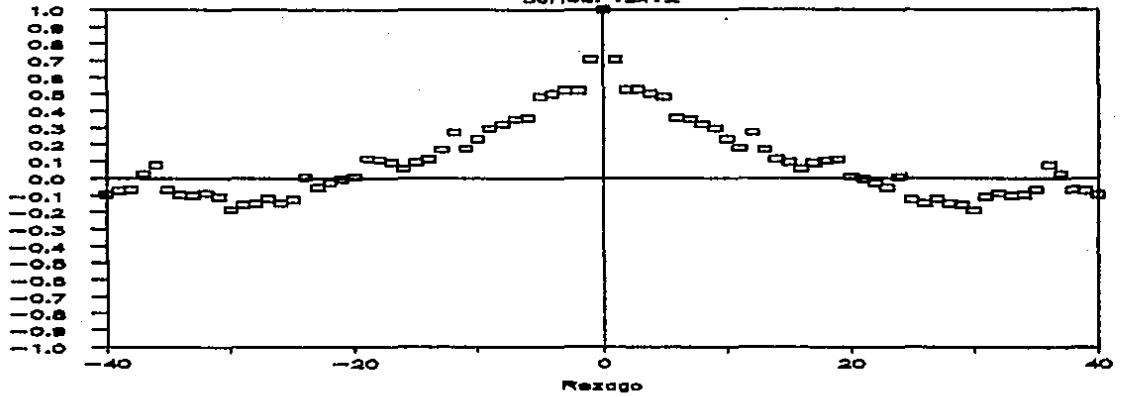
Correlaciones Cruzadas

Serie: V1xV1



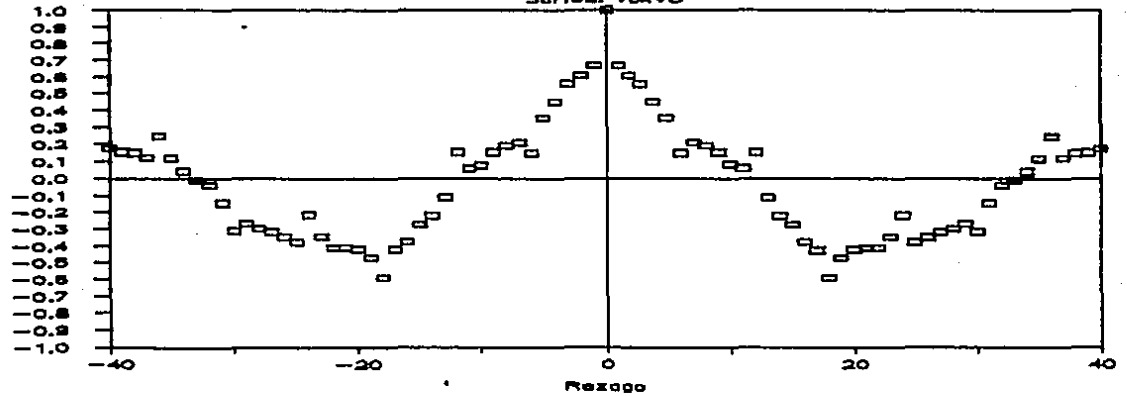
Correlaciones Cruzadas

Serie: V2xV2



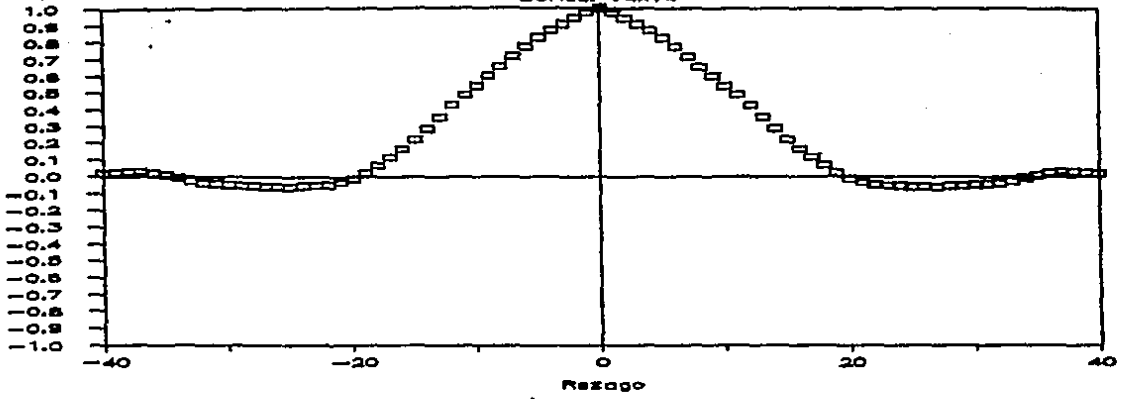
Correlaciones Cruzadas

Serie: V3xV3



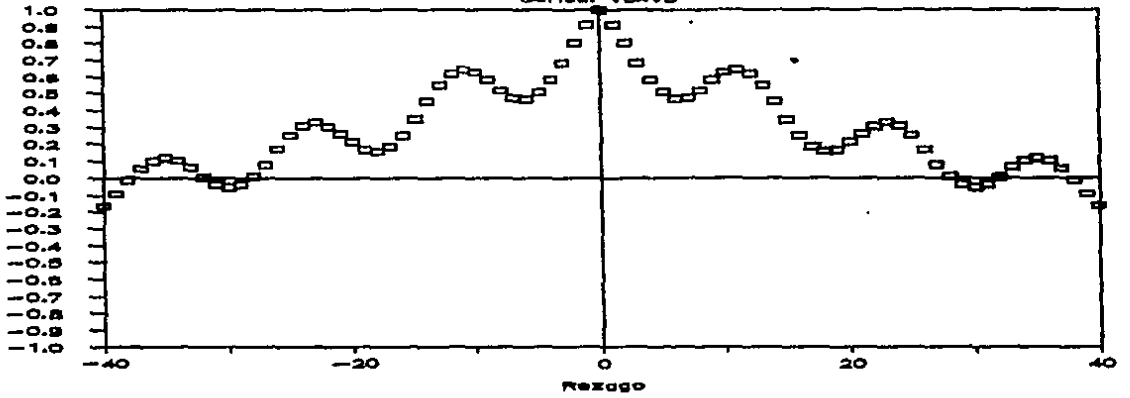
Correlaciones Cruzadas

Serie: V4xV4



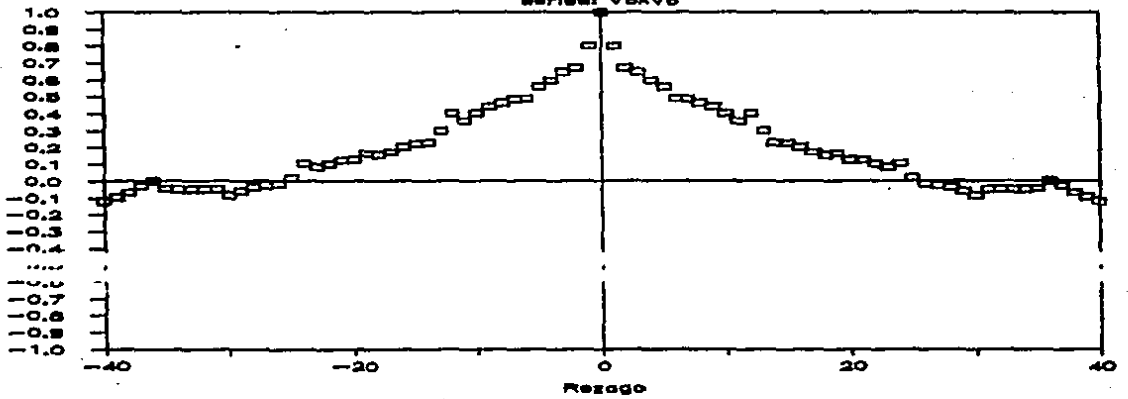
Correlaciones Cruzadas

Serie: V5xV5

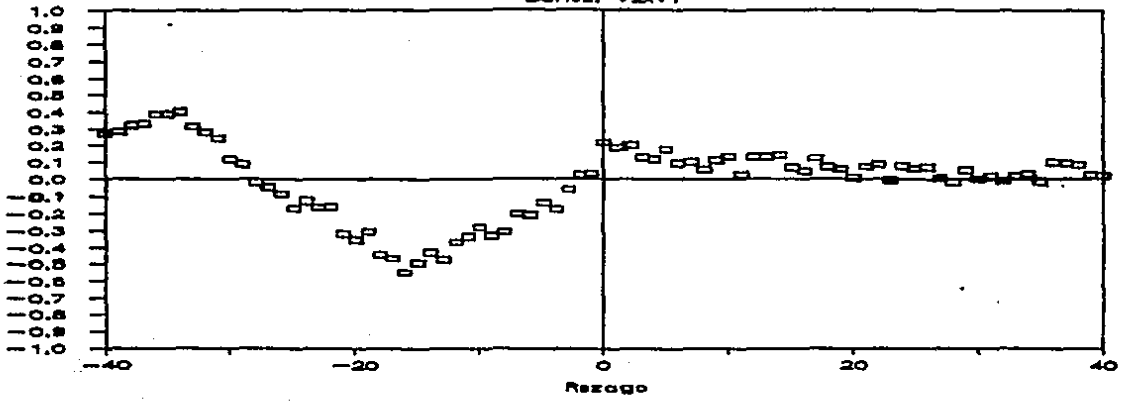


Correlaciones Cruzadas

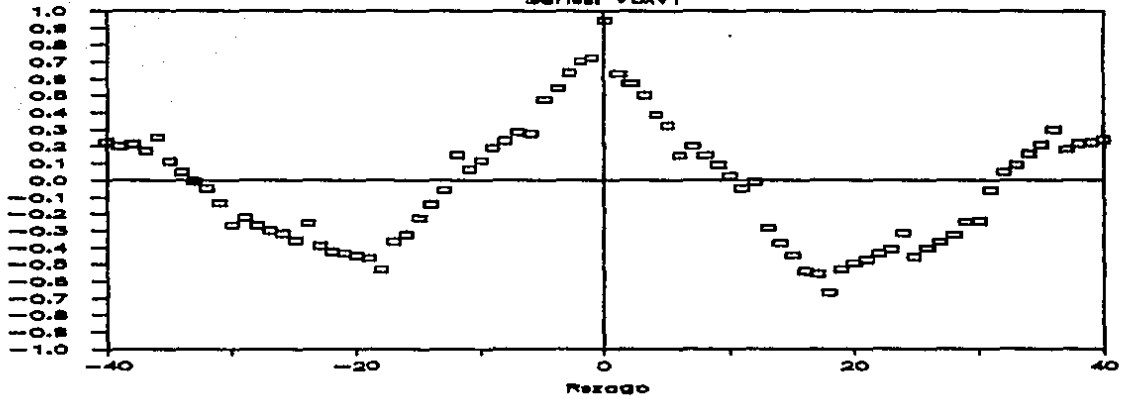
Serie: V6xV6



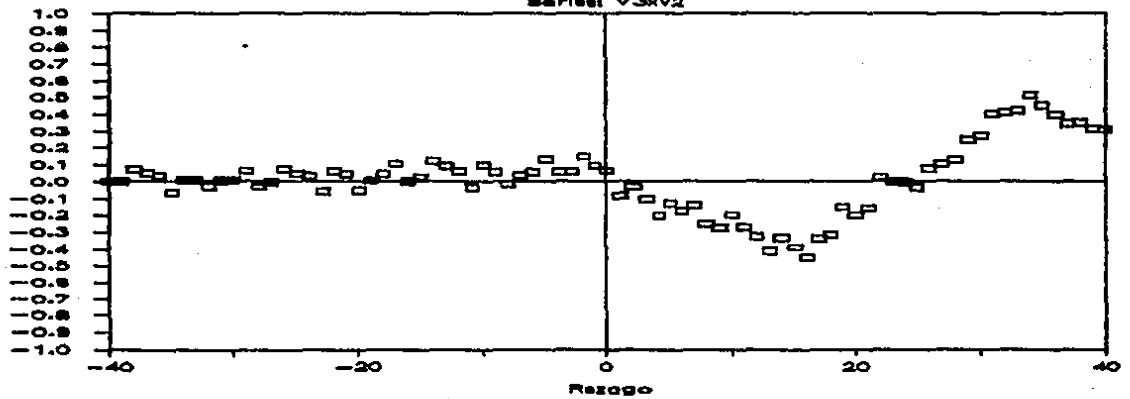
Correlaciones Cruzadas
Serie: V2xV1



Correlaciones Cruzadas
Serie: V3xV1

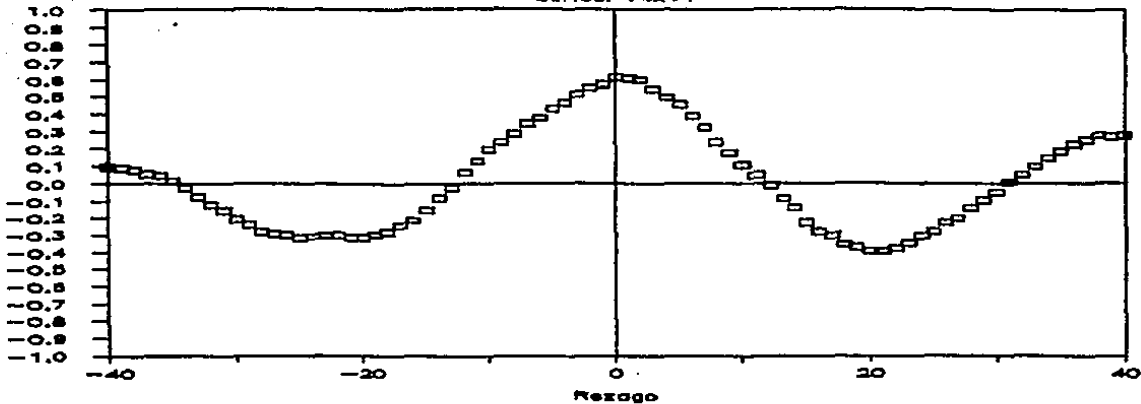


Correlaciones Cruzadas
Serie: V3xV2



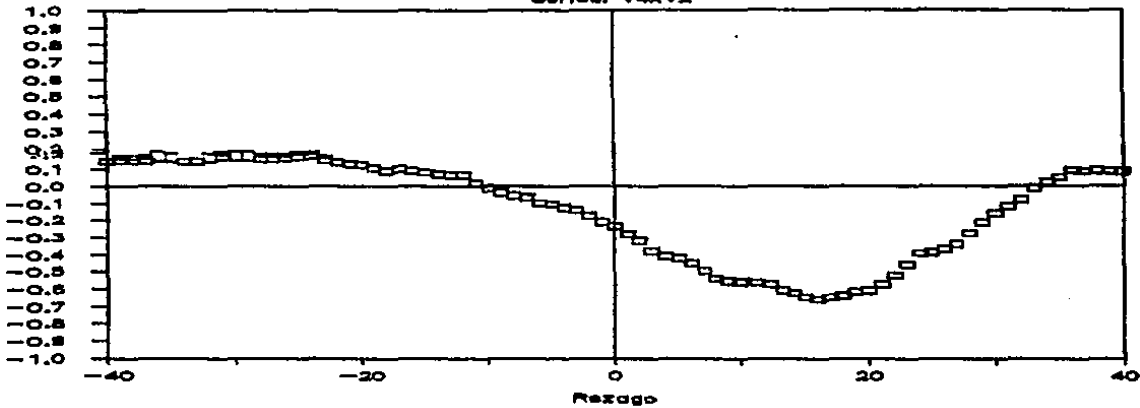
Correlaciones Cruzadas

Serie: V4xV1



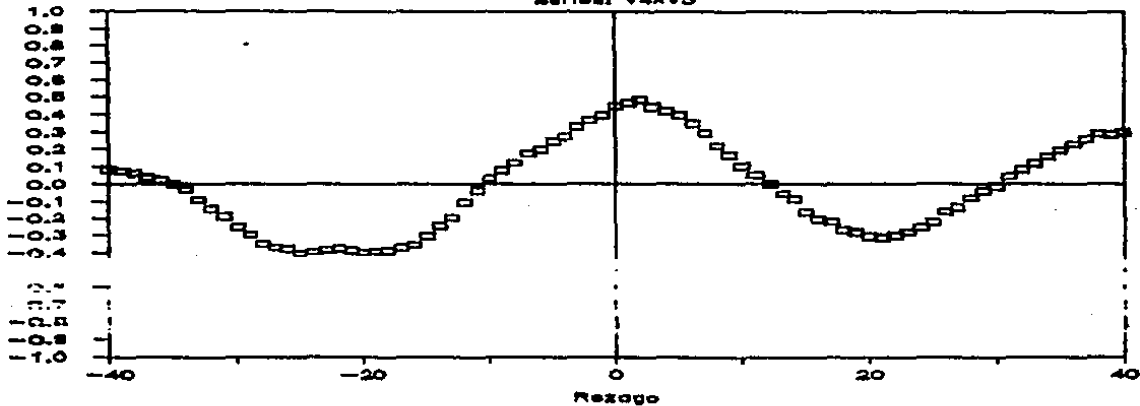
Correlaciones Cruzadas

Serie: V4xV2



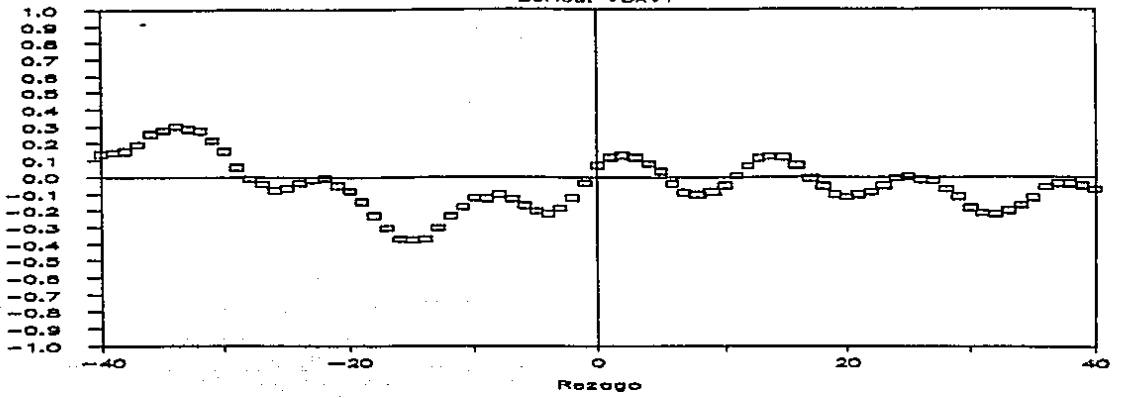
Correlaciones Cruzadas

Serie: V4xV3



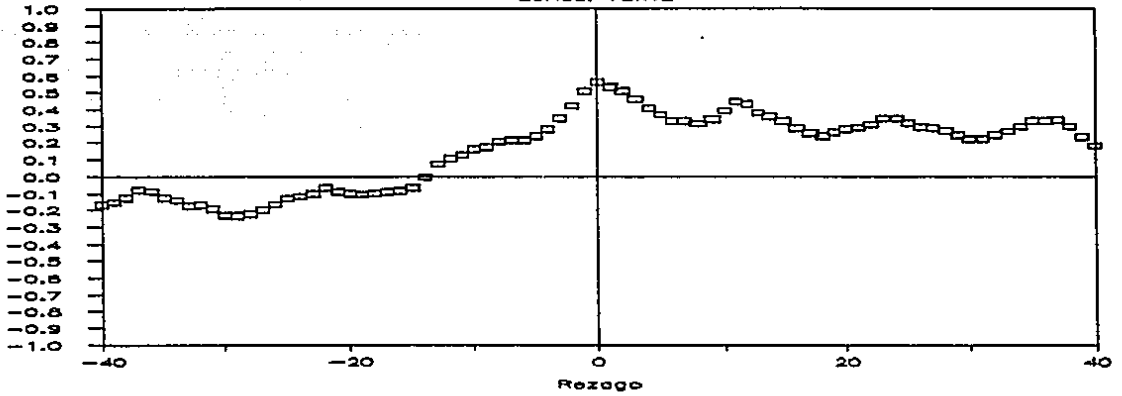
Correlaciones Cruzadas

Serie: V5xV1



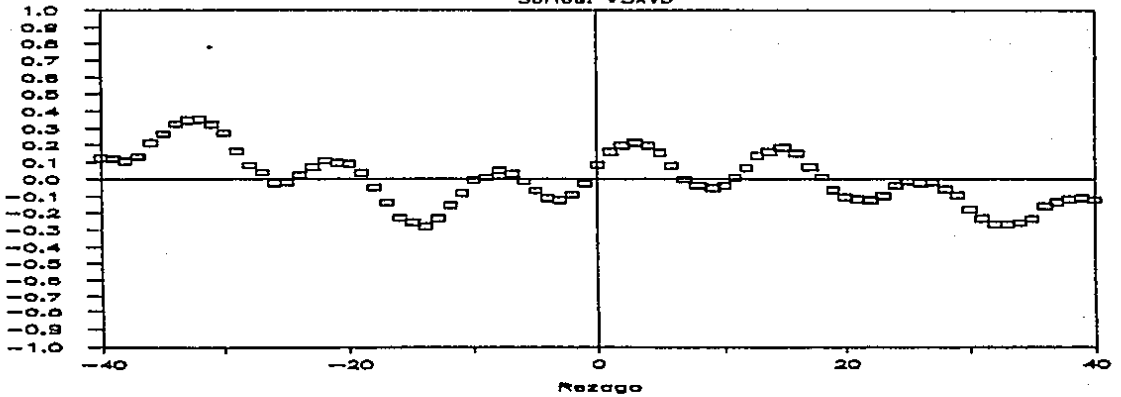
Correlaciones Cruzadas

Serie: V5xV2



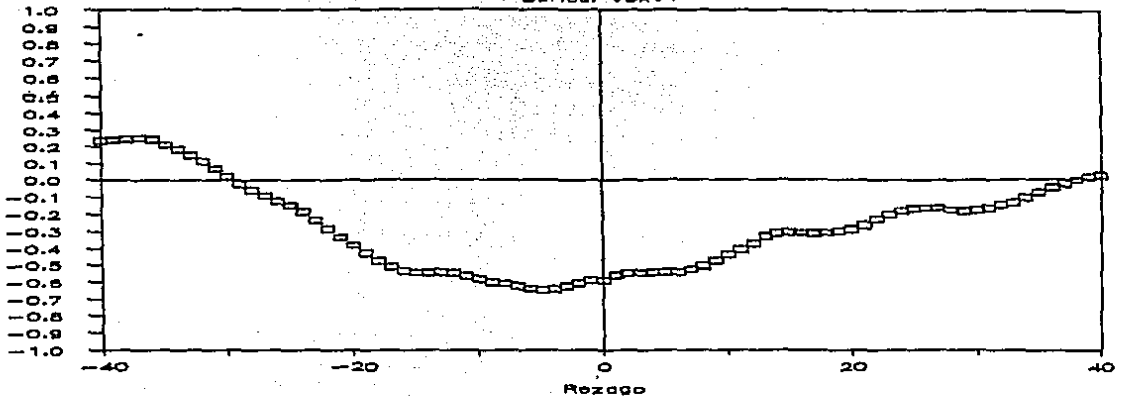
Correlaciones Cruzadas

Serie: V5xV3



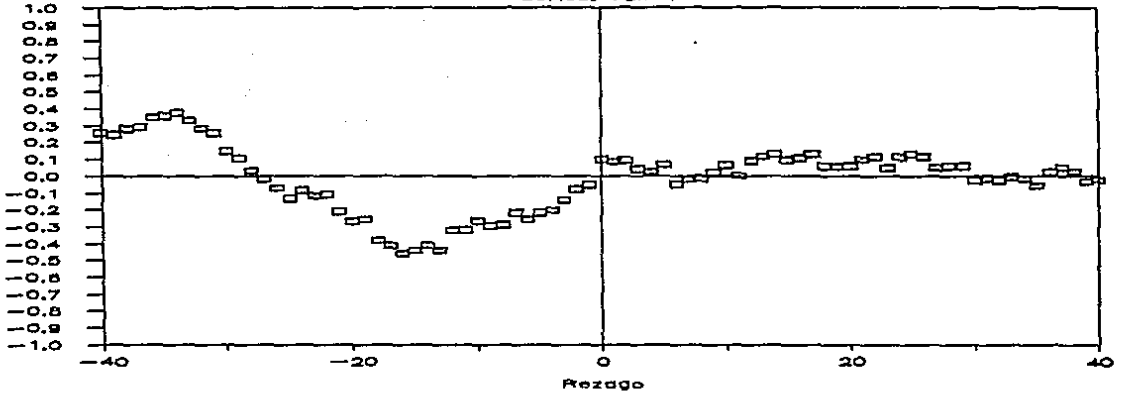
Correlaciones Cruzadas

Serie: V5xV4



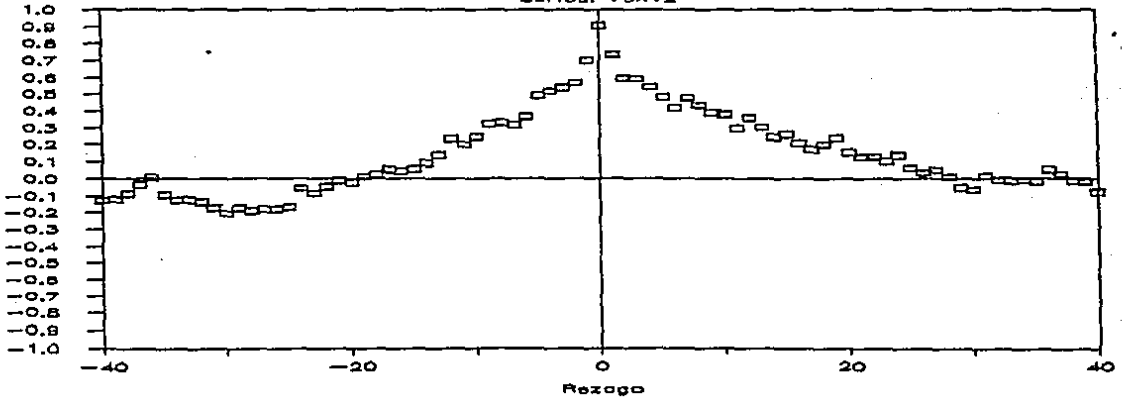
Correlaciones Cruzadas

Serie: V6xV1



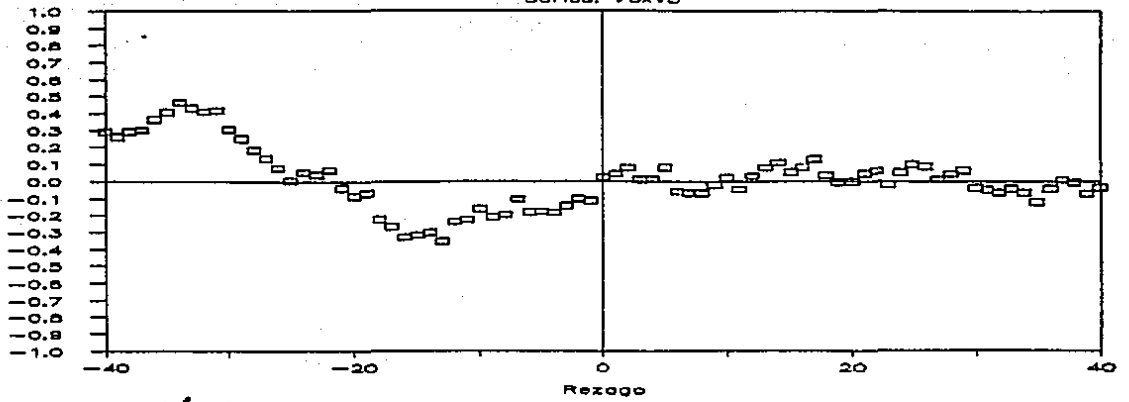
Correlaciones Cruzadas

Serie: V6xV2



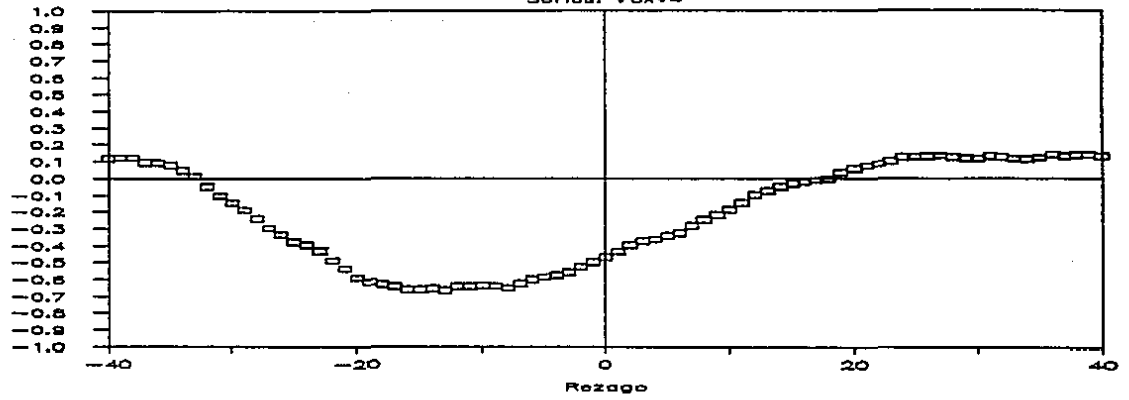
Correlaciones Cruzadas

Serie: V6xV3



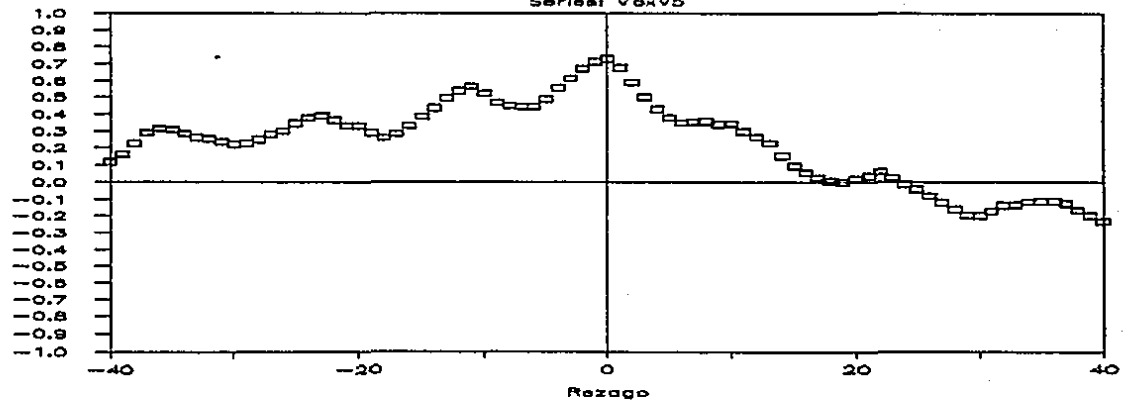
Correlaciones Cruzadas

Serie: V6xV4



Correlaciones Cruzadas

Serie: V6xV5



INDICADORES DE VOLUMEN DE PRODUCCION INDUSTRIAL
(PRIMERAS DIFERENCIAS)

PERIODO	V1	V2	V3	V4	V5	V6	
1	Jan-80						
2	Feb-80	6.80	-6.20	5.60	-8.50	-0.80	-19.00
3	Mar-80	7.50	34.60	5.90	1.90	6.70	31.50
4	Apr-80	-8.50	-8.10	-2.30	4.50	-0.20	-8.30
5	May-80	10.10	-11.90	4.50	6.40	14.90	15.50
6	Jun-80	-0.50	-7.60	0.50	-0.90	-9.80	1.60
7	Jul-80	-0.80	-1.40	-1.90	-0.20	14.50	11.00
8	Aug-80	2.70	14.00	1.90	-0.90	15.90	-2.60
9	Sep-80	-6.00	-3.00	-7.70	-0.50	0.50	-3.10
10	Oct-80	14.90	15.30	18.00	5.60	-7.70	29.10
11	Nov-80	-7.90	-24.70	-8.00	0.10	-3.00	-41.80
12	Dec-80	4.60	30.70	3.40	4.20	-19.10	32.00
13	Jan-81	-5.60	7.00	-6.70	-0.70	-4.40	15.10
14	Feb-81	-0.50	-23.50	1.40	0.70	6.80	-39.70
15	Mar-81	17.10	36.40	17.70	7.40	4.40	49.90
16	Apr-81	-7.80	20.60	-13.10	1.60	-3.20	10.50
17	May-81	9.40	5.20	9.90	7.70	16.80	0.30
18	Jun-81	1.40	-4.50	2.40	0.00	-0.40	-1.80
19	Jul-81	5.20	-26.70	8.20	3.50	19.50	-20.40
20	Aug-81	-6.20	2.80	-9.50	0.00	15.00	17.10
21	Sep-81	-1.60	29.40	-4.80	-2.50	0.00	23.00
22	Oct-81	6.80	4.50	8.70	2.30	-4.70	8.00
23	Nov-81	-9.10	-47.90	-7.20	-2.60	4.40	-45.80
24	Dec-81	-1.40	21.50	-3.20	0.50	-22.70	-2.20
25	Jan-82	-3.60	1.70	-3.20	-6.80	-7.10	23.80
26	Feb-82	1.00	-3.90	2.90	0.10	-5.50	-10.00
27	Mar-82	19.50	24.40	21.90	8.50	7.80	25.90
28	Apr-82	-15.90	-0.40	-23.00	2.50	12.40	5.10
29	May-82	7.50	18.80	7.90	-0.20	9.40	2.50
30	Jun-82	-2.70	9.00	-1.30	-6.30	-1.00	7.10
31	Jul-82	-4.50	11.30	-6.30	-4.70	12.70	13.40
32	Aug-82	-1.70	-1.80	-4.20	-0.90	5.10	-8.30
33	Sep-82	-14.70	-16.40	-14.30	-11.40	14.70	-17.90
34	Oct-82	1.00	11.80	4.20	-10.40	-18.40	14.10
35	Nov-82	1.50	-3.70	-3.40	-11.70	-14.70	-3.20
36	Dec-82	-3.60	32.70	-3.00	0.10	-13.20	17.00
37	Jan-83	-6.10	-26.20	-3.80	-14.40	-9.20	6.10
38	Feb-83	1.60	35.70	10.70	-1.50	-9.10	-77.20
39	Mar-83	6.00	35.10	7.20	-0.40	4.70	35.70
40	Apr-83	-7.10	11.00	-5.50	2.50	12.40	7.90
41	May-83	1.90	5.60	3.00	1.00	5.50	10.50
42	Jun-83	0.00	-2.70	-4.20	-6.00	6.80	-6.20
43	Jul-83	-0.70	-0.60	-0.60	-5.20	16.20	30.90
44	Aug-83	0.70	7.30	0.10	-0.80	6.00	3.90
45	Sep-83	-9.70	-4.70	-11.60	-0.30	5.10	-29.70
46	Oct-83	4.60	-1.80	6.10	0.90	3.90	4.20
47	Nov-83	-0.10	-10.80	1.70	-0.10	-13.20	-0.50
48	Dec-83	-4.60	32.00	-8.30	0.30	-10.30	-4.90
49	Jan-84	2.50	-12.60	7.90	-5.00	-18.30	19.60
50	Feb-84	7.90	-1.30	12.00	0.20	3.30	-14.50
51	Mar-84	10.20	34.70	6.90	6.70	4.90	3.40
52	Apr-84	-15.00	-12.20	-18.60	1.20	2.60	-8.20
53	May-84	14.50	15.40	15.70	6.00	26.60	8.80

INDICADORES DE VOLUMEN DE PRODUCCION INDUSTRIAL
(PRIMERAS DIFERENCIAS)

	PERIODO	V1	V2	V3	V4	V5	V6
54	Jun-84	-1.10	-1.00	-1.70	2.40	1.30	6.50
55	Jul-84	3.00	-3.00	0.70	3.40	1.90	30.50
56	Aug-84	-9.70	-32.60	1.40	-0.90	6.60	-27.50
57	Sep-84	-8.60	13.10	-12.30	-3.00	12.10	-30.20
58	Oct-84	-9.30	4.10	13.80	5.60	-14.90	15.30
59	Nov-84	1.40	-7.20	1.10	0.30	1.50	5.30
60	Dec-84	-6.80	13.20	-8.40	2.80	-17.40	21.70
61	Jan-85	3.90	-12.30	7.90	-9.90	-8.30	-20.20
62	Feb-85	4.10	-16.90	6.30	-5.50	-0.70	-29.30
63	Mar-85	9.00	25.00	8.20	3.50	6.60	14.20
64	Apr-85	-9.70	-7.20	-12.70	6.80	6.50	-4.60
65	May-85	10.50	3.40	11.20	6.40	10.00	8.10
66	Jun-85	-7.20	-20.50	-8.60	-3.40	13.00	-12.20
67	Jul-85	7.90	16.70	7.00	2.50	12.50	44.70
68	Aug-85	-4.20	-17.00	-7.40	-3.10	6.20	0.60
69	Sep-85	-8.20	-11.10	-12.60	-3.00	9.00	-18.00
70	Oct-85	7.60	3.50	12.10	-0.70	-9.40	5.30
71	Nov-85	-2.50	9.60	-1.90	-6.00	-5.60	-3.70
72	Dec-85	-7.30	-2.00	-8.80	-2.20	-11.30	23.70
73	Jan-86	-2.50	-24.00	0.70	-3.80	-15.30	-51.10
74	Feb-86	2.40	-32.30	8.50	-9.20	4.90	-34.80
75	Mar-86	-0.60	21.10	-2.80	0.00	-3.80	44.00
76	Apr-86	7.40	17.10	7.50	1.80	8.90	8.30
77	May-86	-2.40	-4.10	-3.30	-0.60	10.50	-7.30
78	Jun-86	-9.90	-5.60	-13.30	-1.70	15.80	10.10
79	Jul-86	2.30	5.00	3.90	-6.80	3.50	31.40
80	Aug-86	-5.70	13.30	-7.30	-10.40	6.10	-17.00
81	Sep-86	-4.70	-17.00	-6.20	5.30	3.80	-5.60
82	Oct-86	5.80	-2.80	5.60	11.50	1.40	-32.60
83	Nov-86	-2.30	-0.50	-0.80	-7.20	-12.50	8.60
84	Dec-86	-1.40	17.70	-2.80	-0.30	-22.80	33.40
85	Jan-87	-6.40	6.50	-0.50	-2.30	-3.40	-12.60
86	Feb-87	3.20	-32.70	8.40	-7.30	-5.60	-14.80
87	Mar-87	12.50	23.70	12.30	7.60	16.40	31.20
88	Apr-87	-8.50	6.40	-12.70	3.30	-4.80	-1.40
89	May-87	12.10	4.50	14.30	5.50	11.70	-5.30
90	Jun-87	-2.20	-10.00	-1.60	2.00	26.70	-3.20
91	Jul-87	3.20	7.70	3.20	-0.20	8.40	22.80
92	Aug-87	-6.00	0.20	-8.00	-3.90	10.90	-15.80
	MEDIA:	0.21	1.05	0.18	-0.46	1.20	1.31
	VARIANZA:	51.51	321.44	74.38	25.44	116.99	498.16
	VARIANZA TOTAL:		1087.72				

V1: ACTIVIDADES INDUSTRIALES

V2: INDUSTRIA MINERA

V3: INDUSTRIA MANUFACTURERA

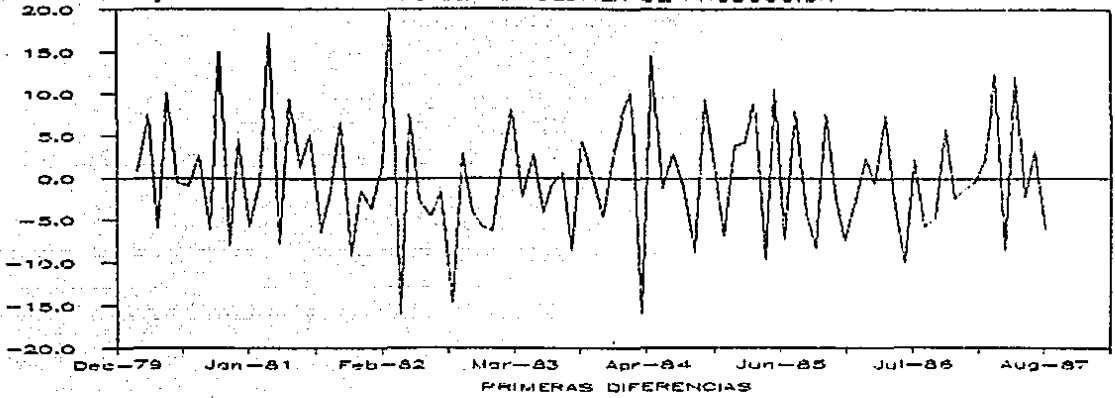
V4: INDUSTRIA DE LA CONSTRUCCION

V5: INDUSTRIA ELECTRICA

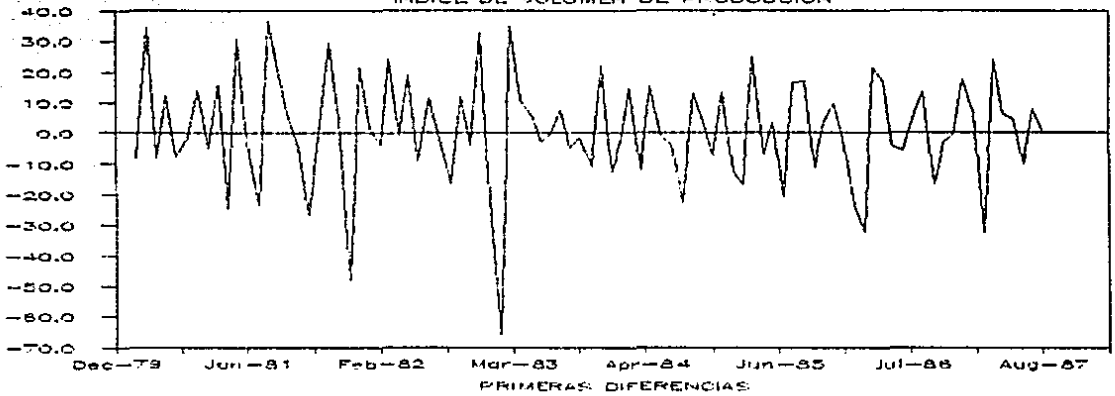
V6: INDUSTRIA PETROLERA

Fuente: BANCO DE MEXICO

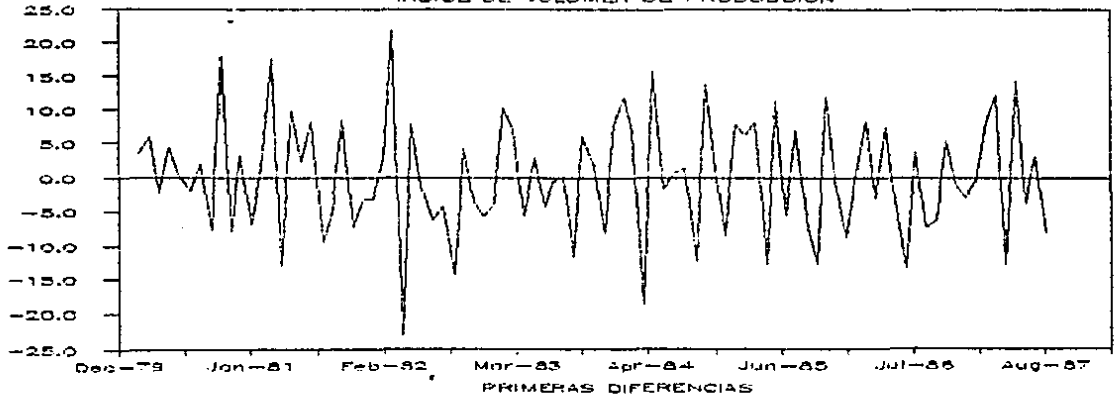
ACTIVIDADES INDUSTRIALES
INDICE DE VOLUMEN DE PRODUCCION



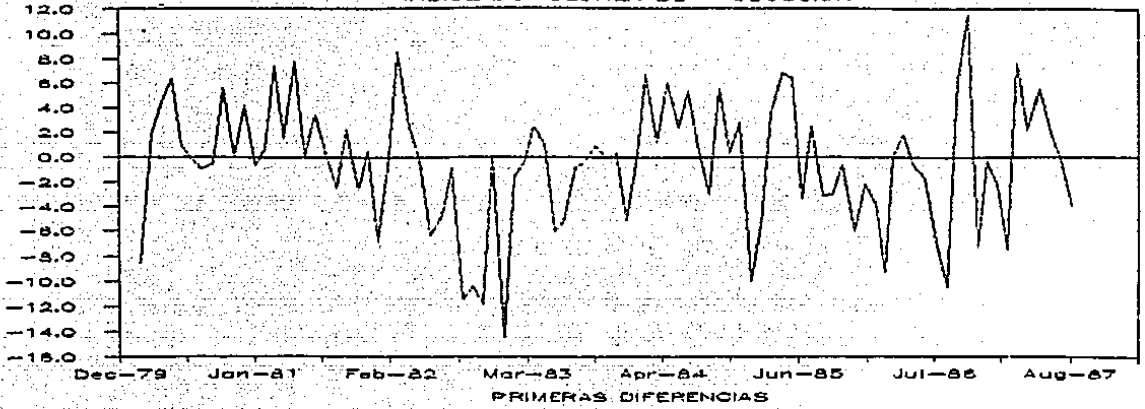
INDUSTRIA MINERA
INDICE DE VOLUMEN DE PRODUCCION



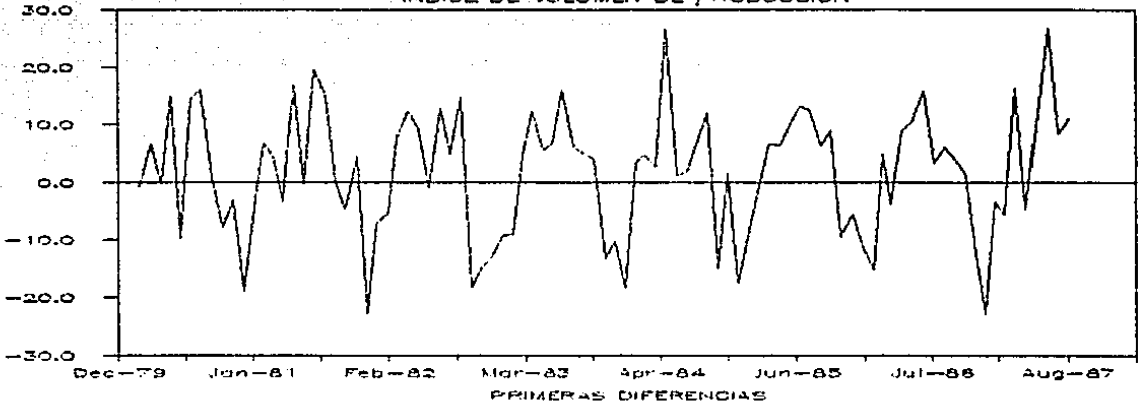
INDUSTRIA MANUFACTURERA
INDICE DE VOLUMEN DE PRODUCCION



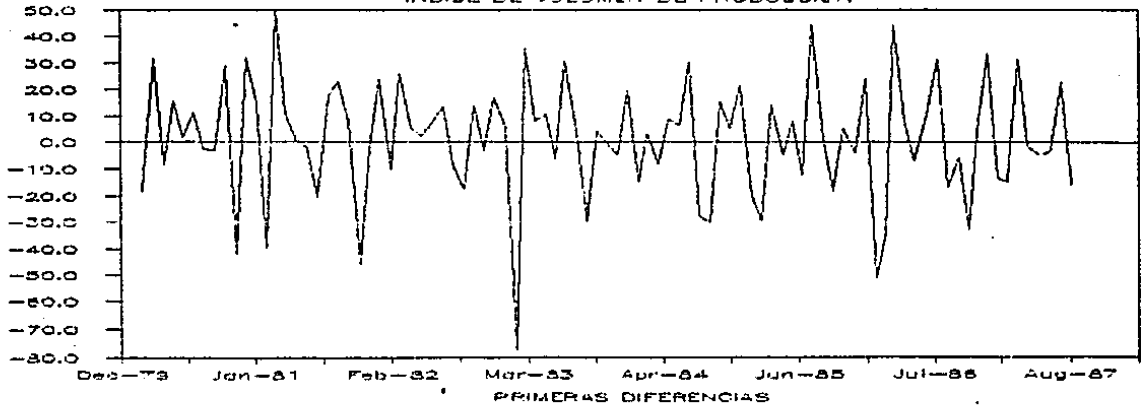
INDUSTRIA DE LA CONSTRUCCION
INDICE DE VOLUMEN DE PRODUCCION



INDUSTRIA ELECTRICA
INDICE DE VOLUMEN DE PRODUCCION

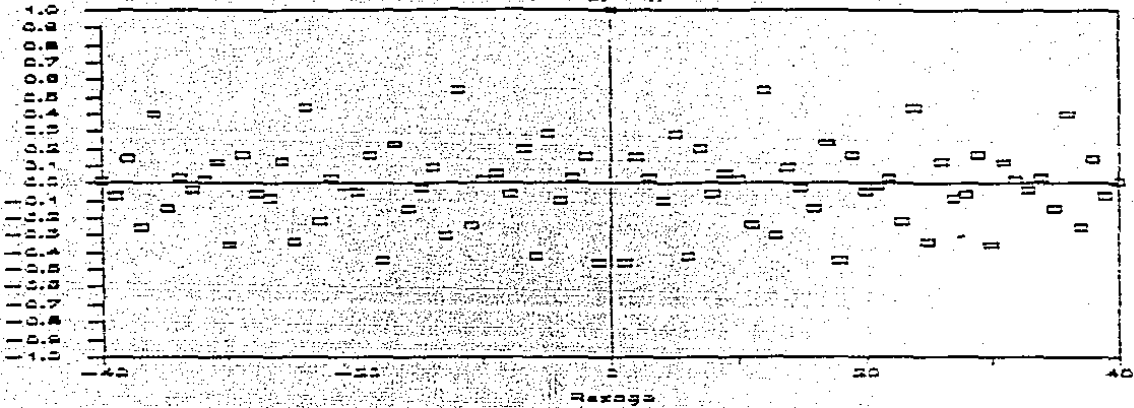


INDUSTRIA PETROLERA
INDICE DE VOLUMEN DE PRODUCCION



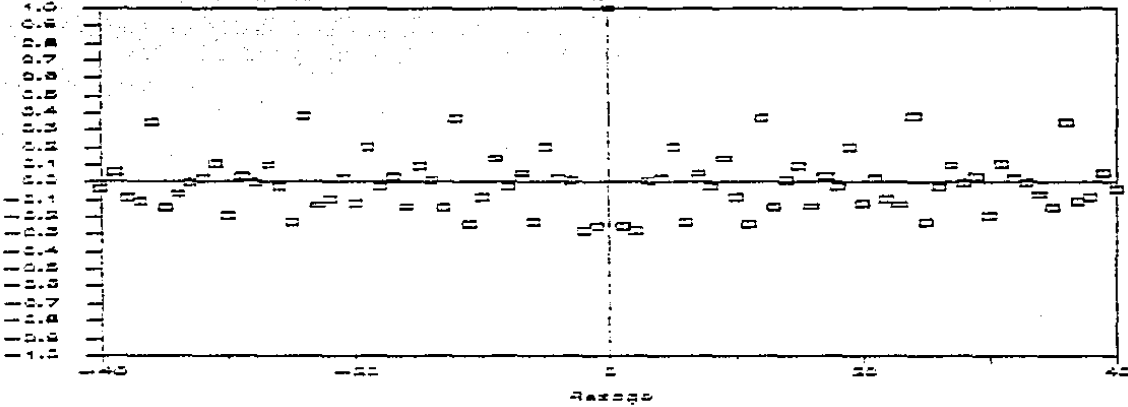
Correlaciones Cruzadas

Barra: VIXVI



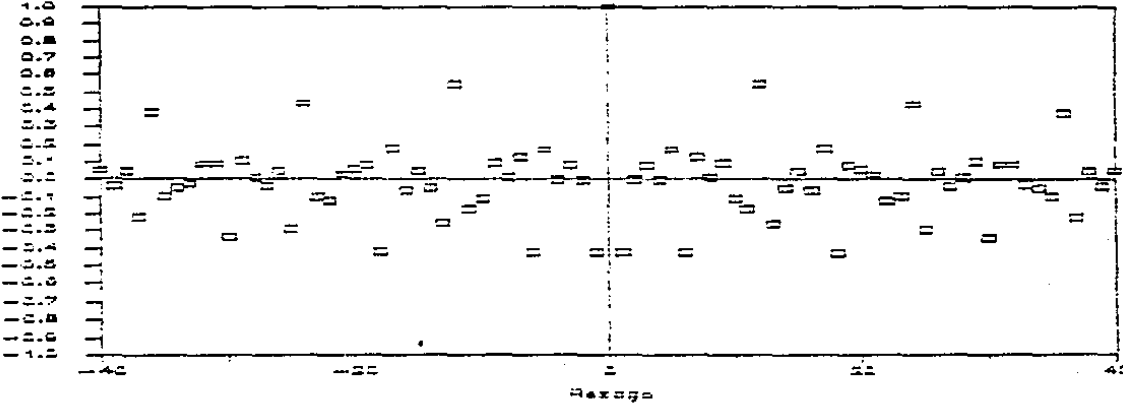
Correlaciones Cruzadas

Barra: VIXVI

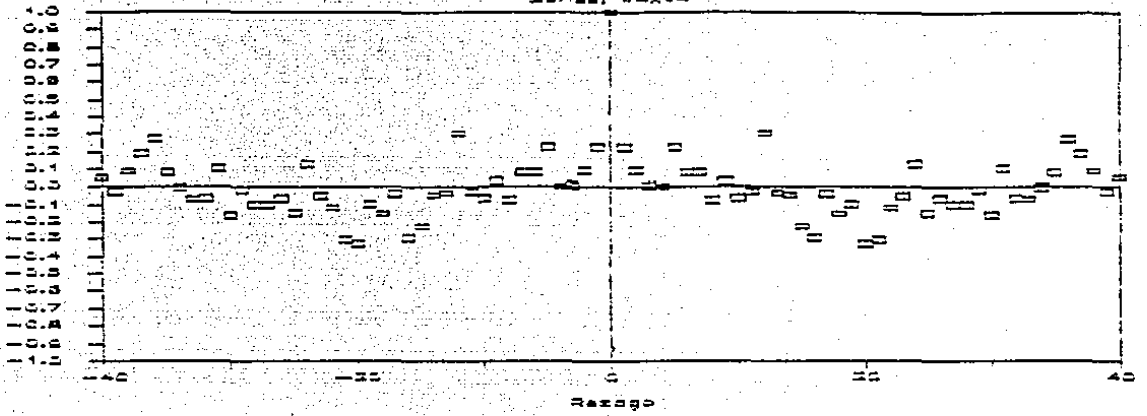


Correlaciones Cruzadas

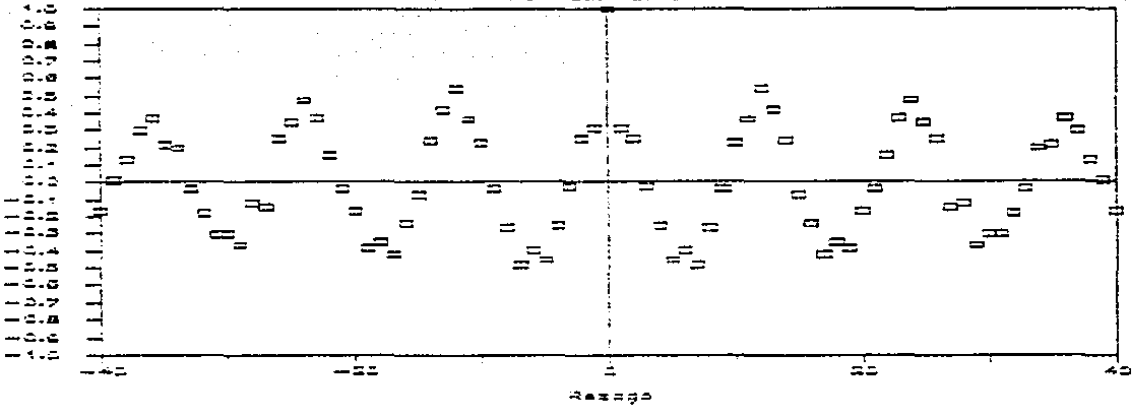
Barra: VIXVI



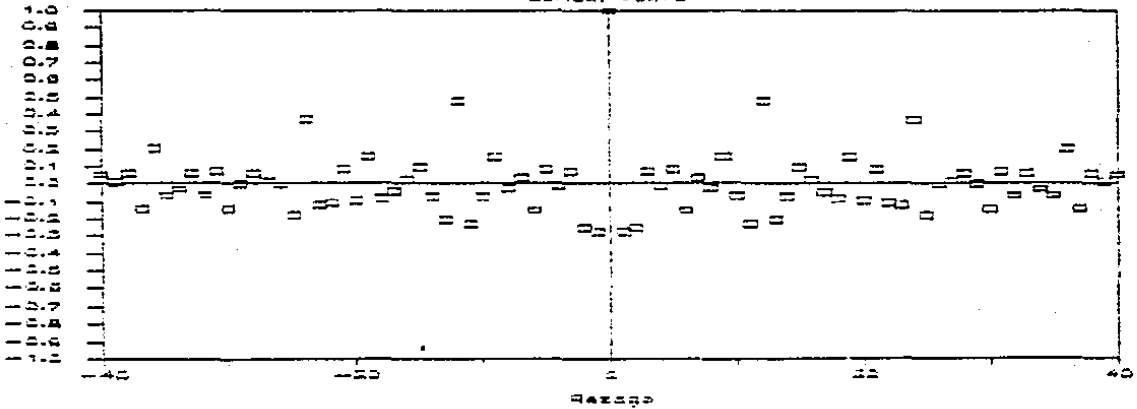
Correlaciones Cruzadas
Series: VAXUS



Correlaciones Cruzadas
Series: VEXUS

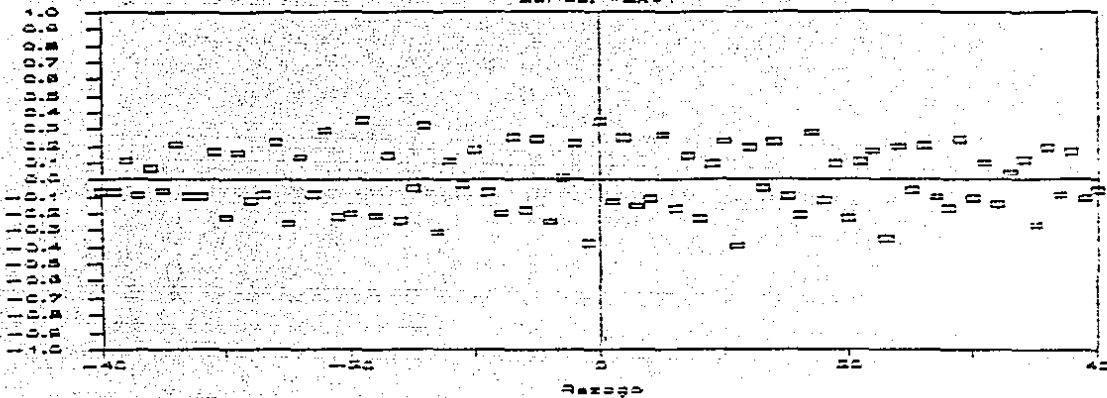


Correlaciones Cruzadas
Series: VOVUS



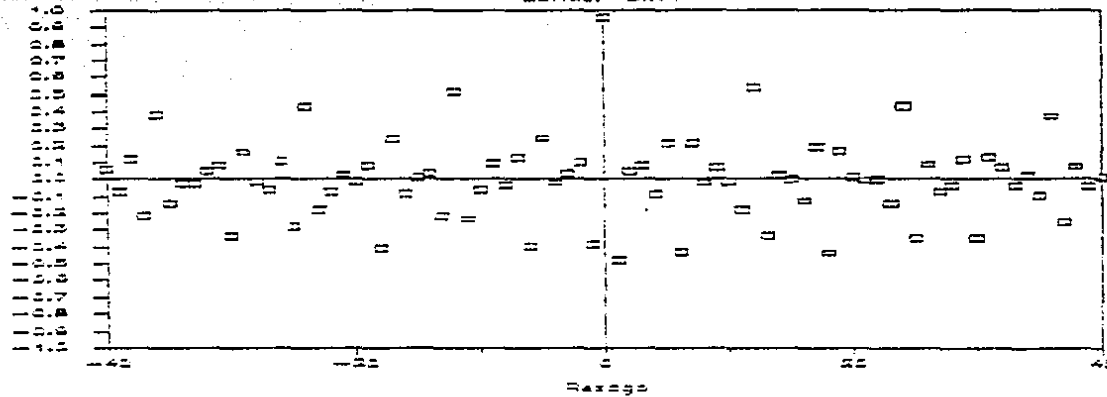
Correlaciones Cruzadas

Series: V2XV1



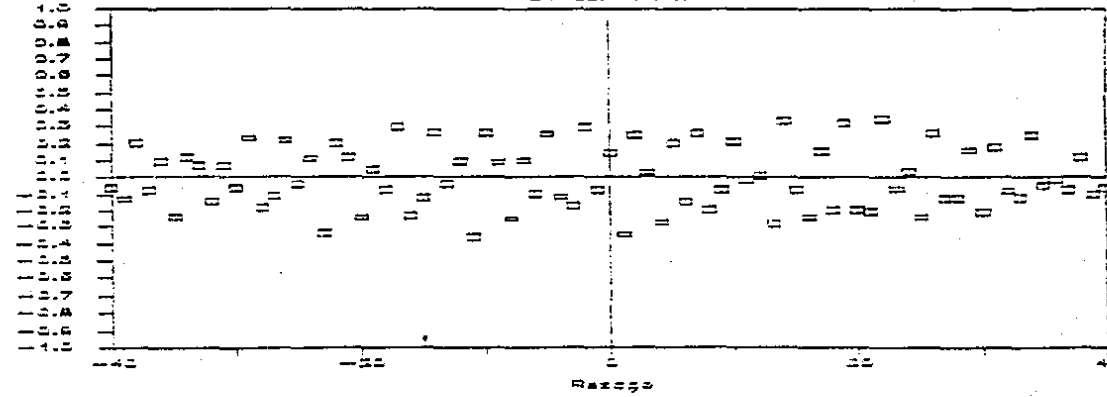
Correlaciones Cruzadas

Series: V2XV1



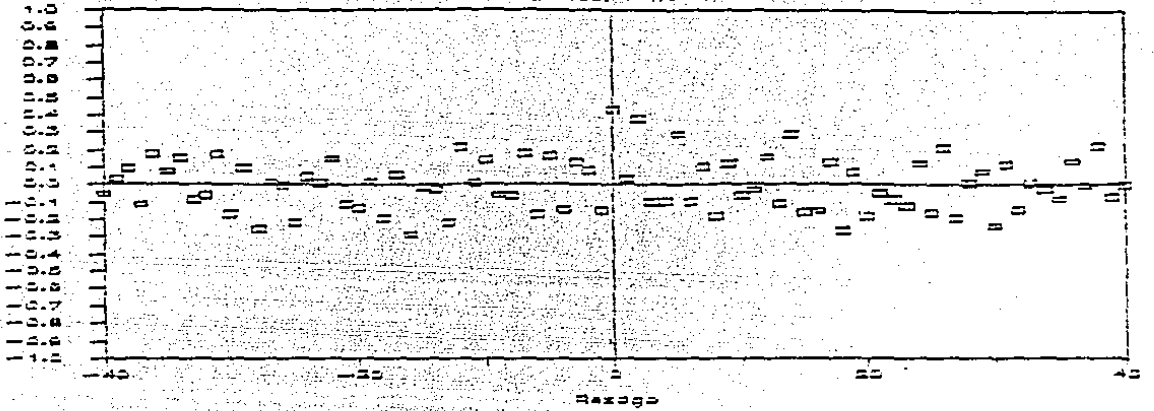
Correlaciones Cruzadas

Series: V2XV2



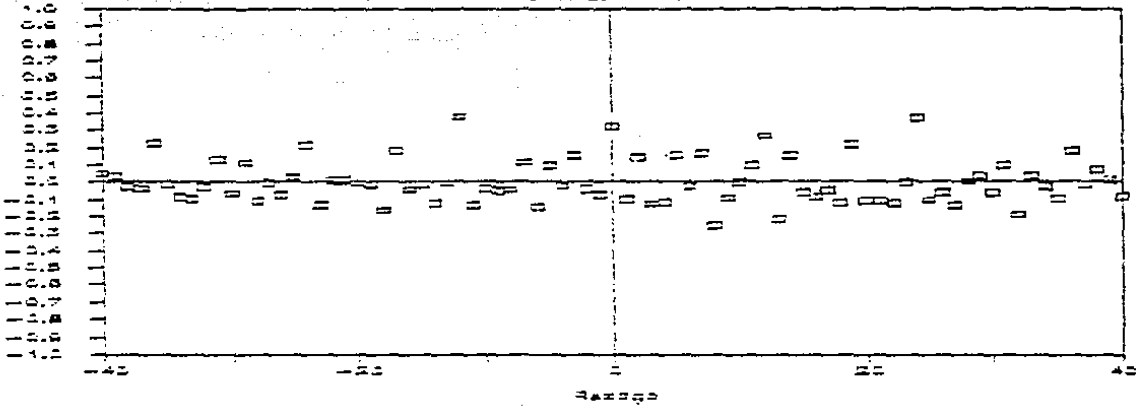
Correlaciones Cruzadas

Serie: VAXU



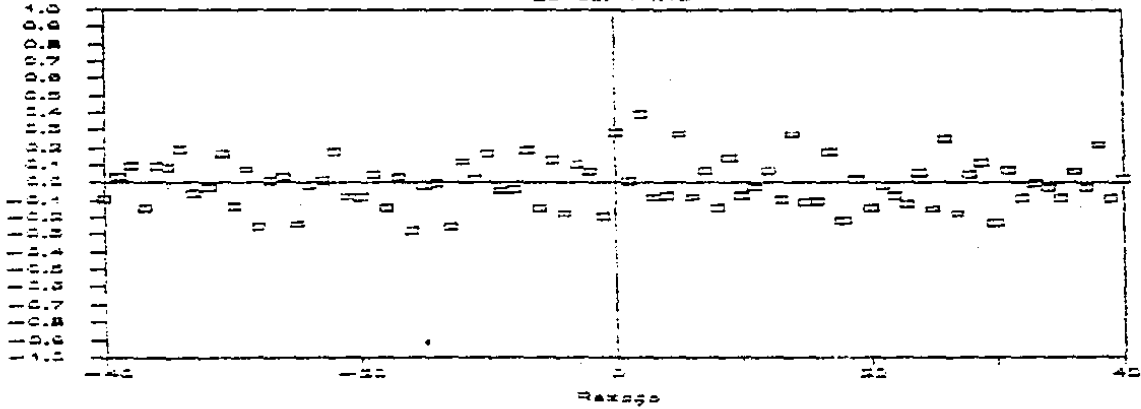
Correlaciones Cruzadas

Serie: VAXU

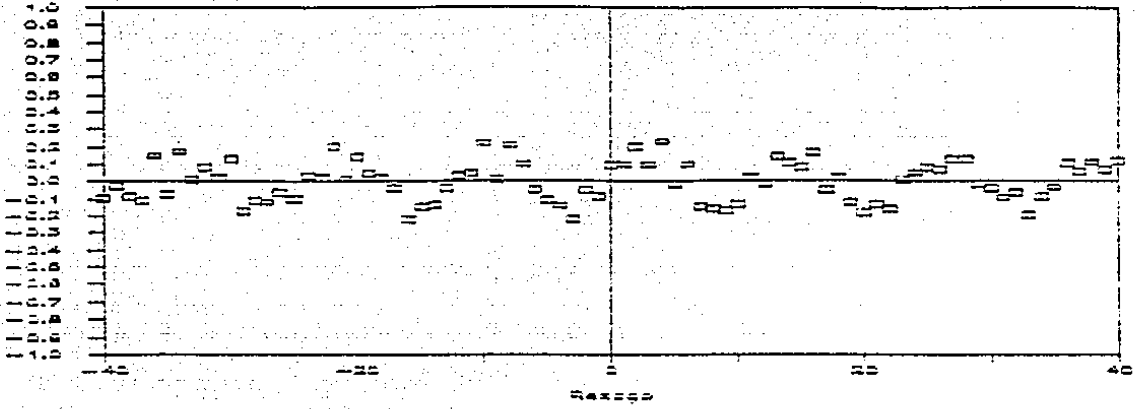


Correlaciones Cruzadas

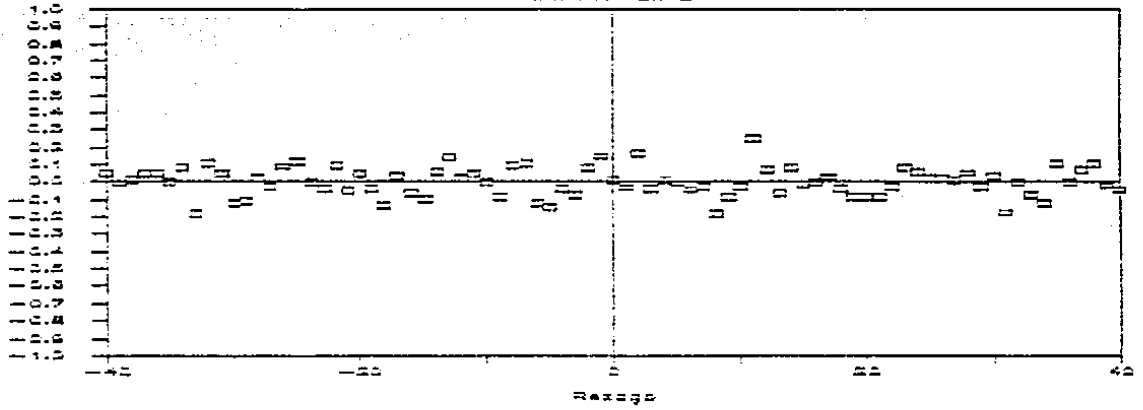
Serie: VAXU



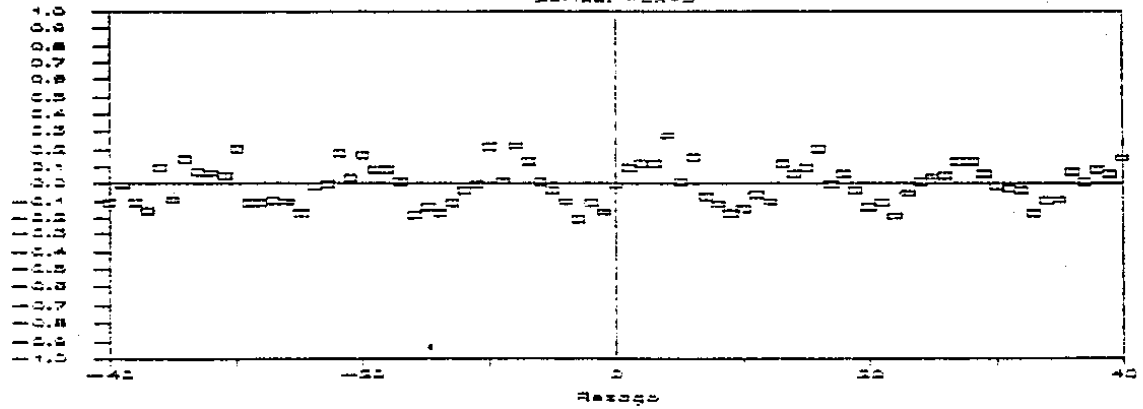
Correlaciones Cruzadas
Series: VEX01



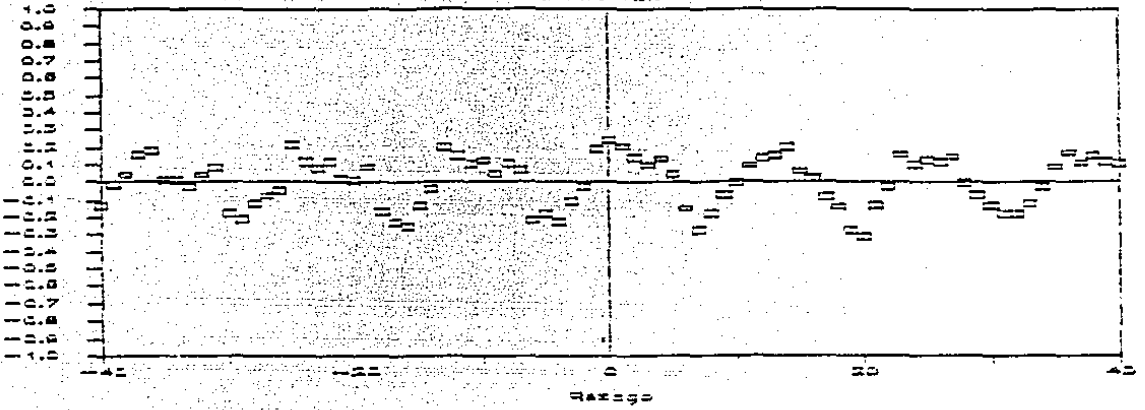
Correlaciones Cruzadas
Series: VEX02



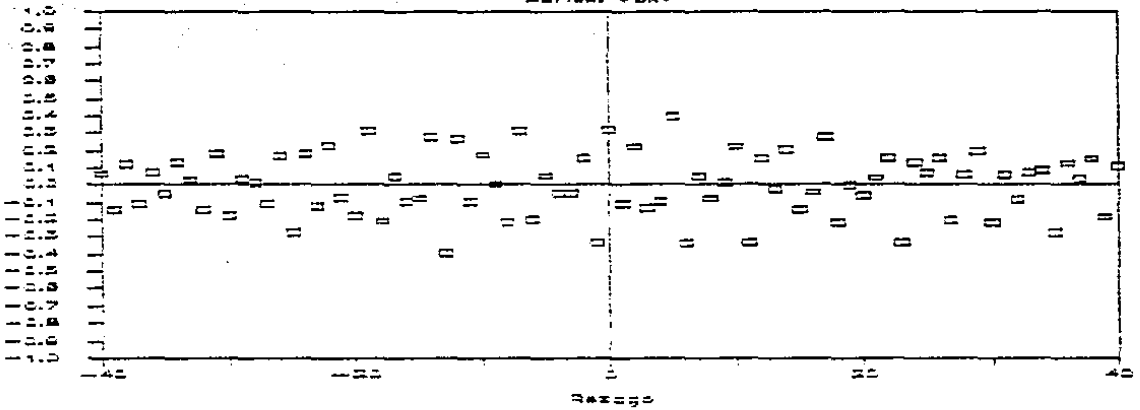
Correlaciones Cruzadas
Series: VEX03



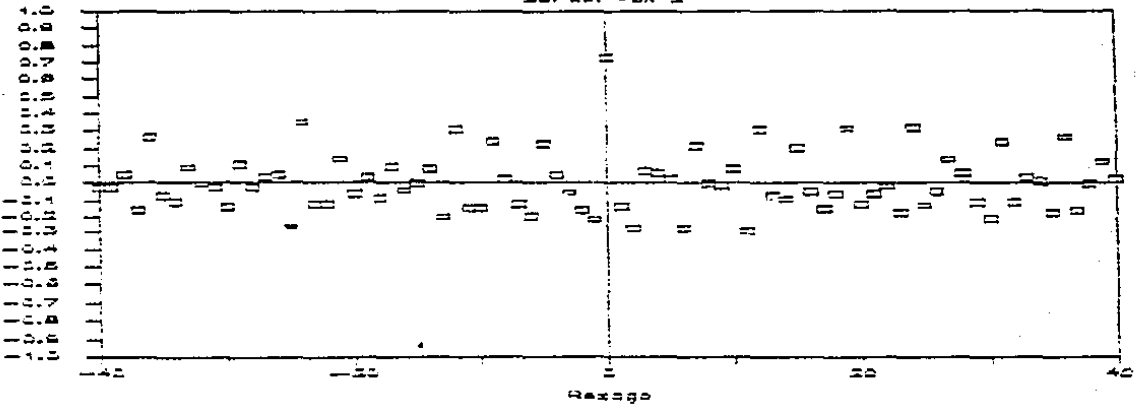
Correlaciones Cruzadas
 Barisal VSXVA



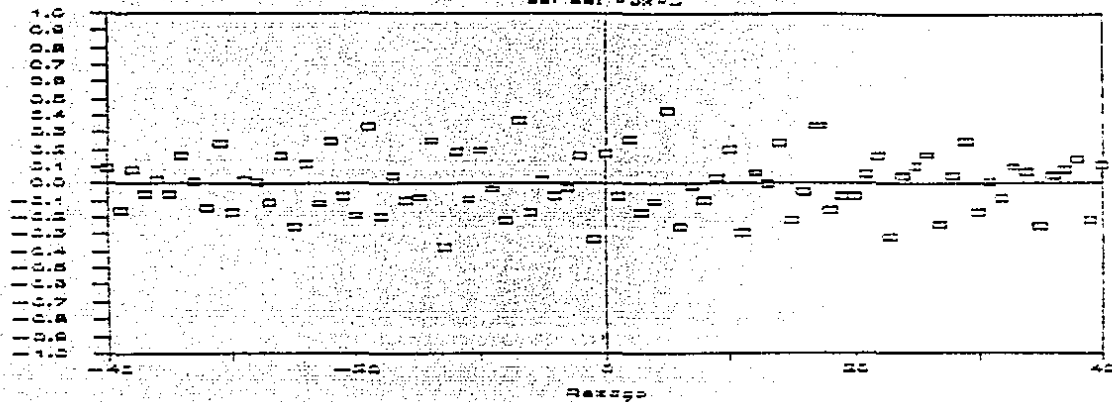
Correlaciones Cruzadas
 Barisal VSXV1



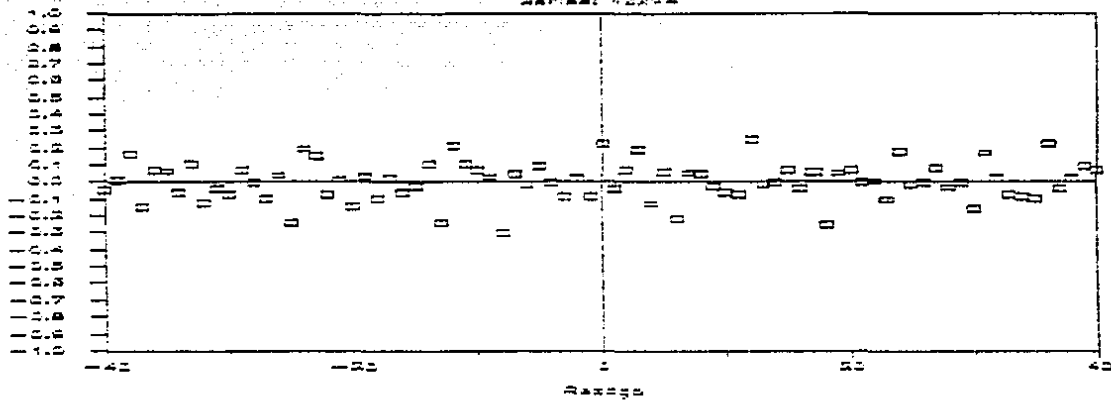
Correlaciones Cruzadas
 Barisal VSXV2



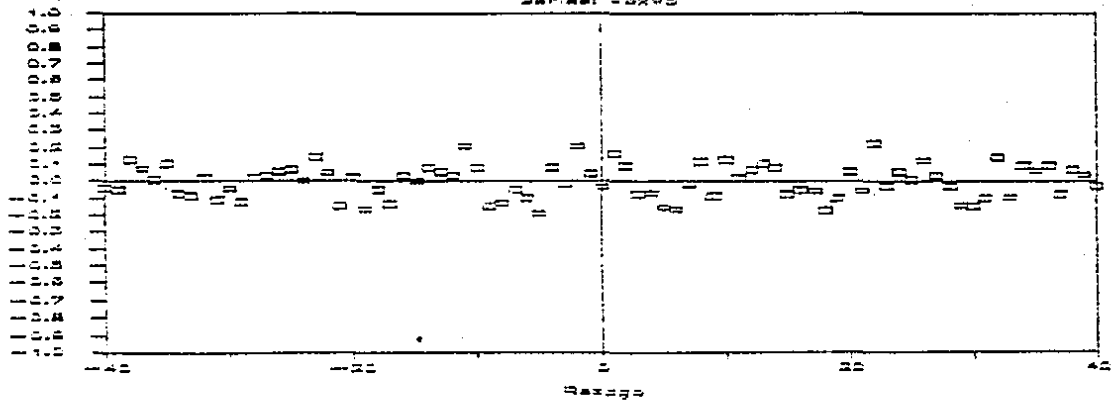
Correlaciones Cruzadas
SERIES V3XVS



Correlaciones Cruzadas
SERIES V3XVS



Correlaciones Cruzadas
SERIES V3XVS



Para el cómputo de los componentes principales, consideramos la siguiente familia de ventanas espectrales (Jenkins y Watts, 1968, p-292):

$$h(\lambda) \propto \left\{ \frac{\text{sen}(m\lambda/n)}{m\lambda/n} \right\}^n \quad (52)$$

donde m define el punto de corte, $\lambda \in \mathbb{R}$ y para:

- $n = 1$ se recupera la ventana rectangular,
- $n = 2$ se recupera la ventana de Bartlett y
- $n = 4$ se recupera la ventana de Parzen.

Tomamos los casos $n = 2$ y $n = 4$ debido a que de esta manera garantizamos un estimador del espectro univariado no negativo y así, no tenemos problemas con la diagonalización de la matriz de densidad espectral. Para el valor de m consideramos el 10%, 20%, 30%, 40% y 50% de las observaciones. Las gráficas de la gama de ventanas espectrales que resultan, un cuadro resumen con la media, varianza, el porcentaje de la varianza total explicada por cada componente y las gráficas de los espectros de cada caso y para cada componente se presentan en las páginas siguientes, en donde podemos apreciar:

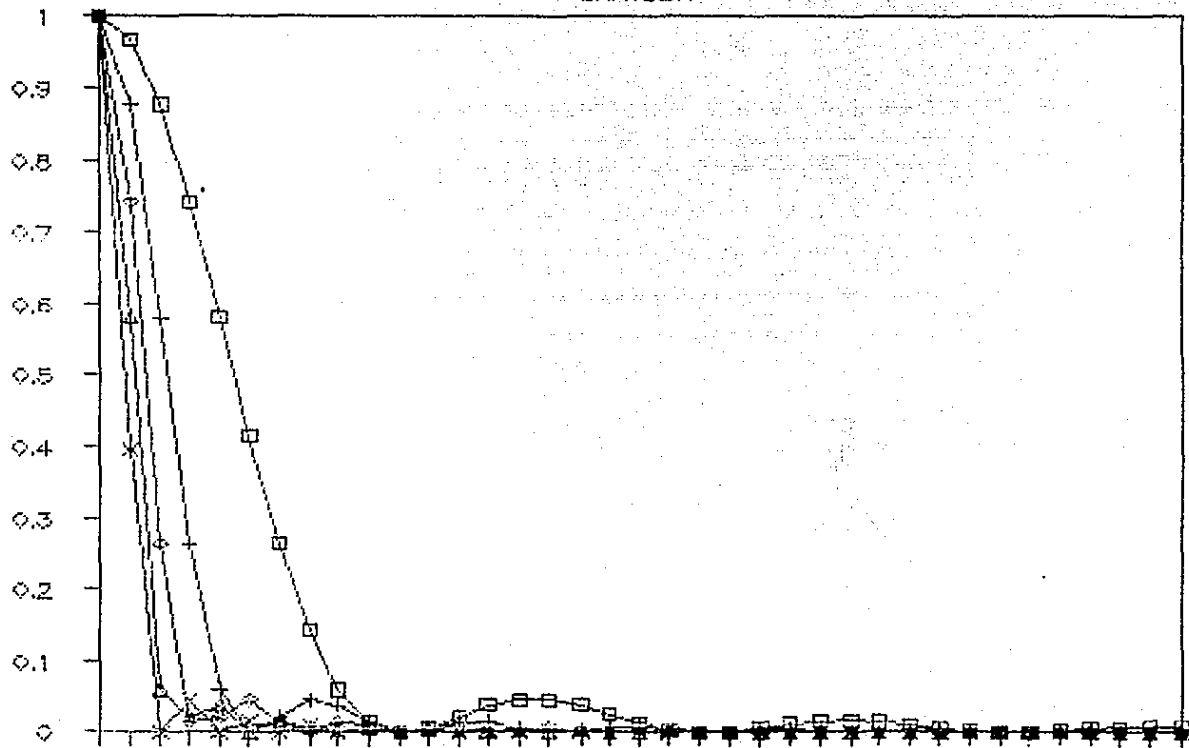
Para m pequeño, obtenemos una menor concentración de la varianza en los primeros componentes y espectros más suaves.

Al contrario para m grande, obtenemos una mayor concentración de la varianza total en los primeros componentes y espectros con más ruido.

En general, los primeros 3 componentes explican la totalidad de la varianza.

VENTANAS ESPECTRALES

BARTLETT



$m = 0.1 \times T$

+ $m = 0.2 \times T$

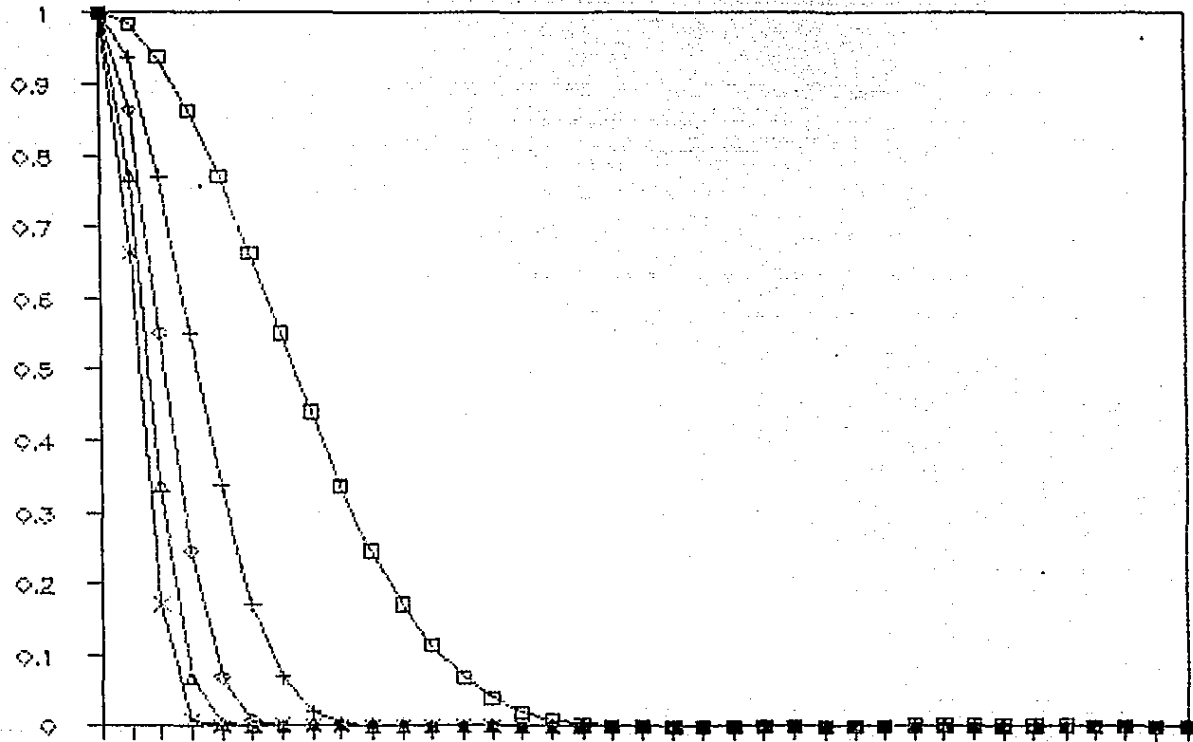
◇ $m = 0.3 \times T$

△ $m = 0.4 \times T$

× $m = 0.5 \times T$

VENTANAS ESPECTRALES

PARZEN



$m=0.1 \times T$

+ $m=0.2 \times T$

◊ $m=0.3 \times T$

△ $m=0.4 \times T$

× $m=0.5 \times T$

RESUMEN VARIANZA DE COMPONENTES PRINCIPALES PARA VENTANAS
DE BARTLETT Y PARZEN, CON DISTINTOS PUNTOS DE CORTE.

VARIANZA TOTAL: 1087.72

=====

VENTANA: BARTLETT
PUNTO DE CORTE: 0.1 x T

MEDIA:	2.39	-0.94	-0.28	0.32	-0.32	.00
VARIANZA:	851.98	133.64	71.64	25.51	4.66	0.29
% VARIANZA:	78.33%	12.29%	6.59%	2.35%	0.43%	0.03%
% ACUMULADO:	78.33%	90.61%	97.20%	99.54%	99.97%	100.00%

=====

VENTANA: PARZEN
PUNTO DE CORTE: 0.1 x T

MEDIA:	2.45	-0.15	-0.68	0.61	-0.13	.00
VARIANZA:	829.66	131.48	84.48	34.93	6.82	0.35
% VARIANZA:	76.28%	12.09%	7.77%	3.21%	0.63%	0.03%
% ACUMULADO:	76.28%	88.36%	96.13%	99.34%	99.97%	100.00%

=====

VENTANA: BARTLETT
PUNTO DE CORTE: 0.2 x T

MEDIA:	2.44	-0.85	-0.31	-0.28	-0.04	.00
VARIANZA:	887.36	148.22	39.12	11.02	1.88	0.11
% VARIANZA:	81.58%	13.63%	3.60%	1.01%	0.17%	0.01%
% ACUMULADO:	81.58%	95.21%	98.80%	99.82%	99.99%	100.00%

=====

VENTANA: PARZEN
PUNTO DE CORTE: 0.2 x T

MEDIA:	2.32	-1.16	0.32	-0.19	-0.02	.00
VARIANZA:	869.76	140.06	56.73	18.20	2.79	0.18
% VARIANZA:	79.96%	12.88%	5.22%	1.67%	0.26%	0.02%
% ACUMULADO:	79.96%	92.84%	98.05%	99.73%	99.98%	100.00%

=====

VENTANA: BARTLETT
PUNTO DE CORTE: 0.3 x T

MEDIA:	2.52	-0.64	-0.32	-0.11	-0.05	.00
VARIANZA:	929.07	127.93	24.88	5.09	0.70	0.04
% VARIANZA:	85.41%	11.76%	2.29%	0.47%	0.06%	.00%
% ACUMULADO:	85.41%	97.18%	99.46%	99.93%	100.00%	100.00%

=====

```

=====
VENTANA:  PARZEN
PUNTO DE CORTE: 0.3 x T

      MEDIA:      2.41      0.94      0.41      -0.07      -0.02      .00
      VARIANZA:   893.05   145.14   37.81   10.35     1.29     0.07
      % VARIANZA:  82.10%   13.34%   3.48%   0.95%    0.12%   0.01%
      % ACUMULADO: 92.10%   95.45%   98.92%   99.87%   99.99%  100.00%
=====

```

```

=====
VENTANA:  BARTLETT
PUNTO DE CORTE: 0.4 x T

      MEDIA:      2.58      -0.48     -0.01     -0.06     -0.02     .00
      VARIANZA:   970.83   96.54   17.55     2.49     0.29     0.02
      % VARIANZA:  89.25%    8.88%    1.61%    0.23%    0.03%    .00%
      % ACUMULADO: 89.25%   98.13%   99.74%   99.97%  100.00%  100.00%
=====

```

```

=====
VENTANA:  PARZEN
PUNTO DE CORTE: 0.4 x T

      MEDIA:      2.50      0.68      0.37      0.04      -0.02     .00
      VARIANZA:   921.20   134.04   25.96     6.05     0.45     0.02
      % VARIANZA:  84.69%   12.32%    2.39%    0.56%    0.04%    .00%
      % ACUMULADO: 84.69%   97.01%   99.40%   99.96%  100.00%  100.00%
=====

```

```

=====
VENTANA:  BARTLETT
PUNTO DE CORTE: 0.5 x T

      MEDIA:      2.59      -0.36     -0.11     -0.02     0.01     .00
      VARIANZA:   996.06   80.98     9.79     0.77     0.11     0.01
      % VARIANZA:  91.57%    7.44%    0.90%    0.07%    0.01%    .00%
      % ACUMULADO: 91.57%   99.02%   99.92%   99.99%  100.00%  100.00%
=====

```

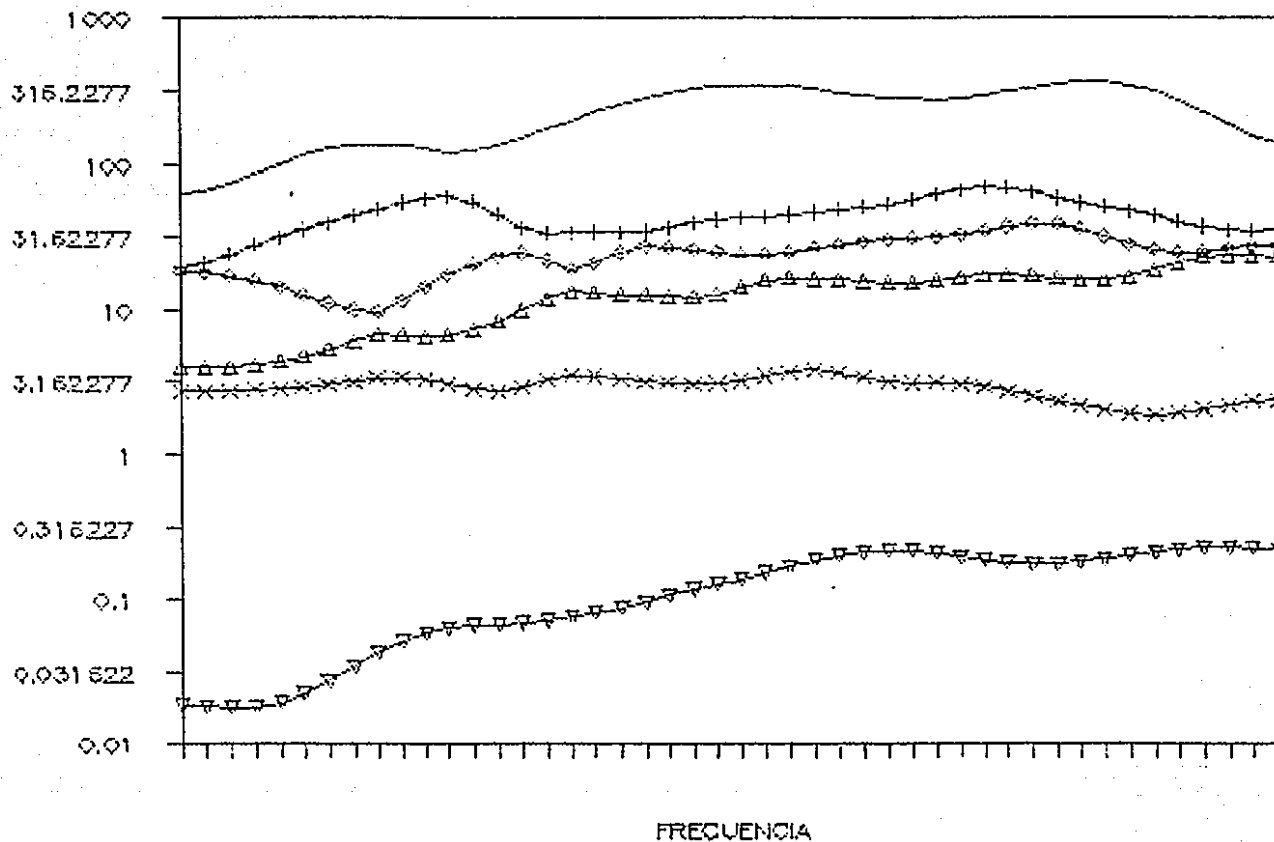
```

=====
VENTANA:  PARZEN
PUNTO DE CORTE: 0.5 x T

      MEDIA:      2.55      -0.51     0.31      0.03      0.01     .00
      VARIANZA:   956.83   108.80   18.59     3.36     0.15     .00
      % VARIANZA:  87.97%   10.00%    1.71%    0.31%    0.01%    .00%
      % ACUMULADO: 87.97%   97.97%   99.68%   99.99%  100.00%  100.00%
=====

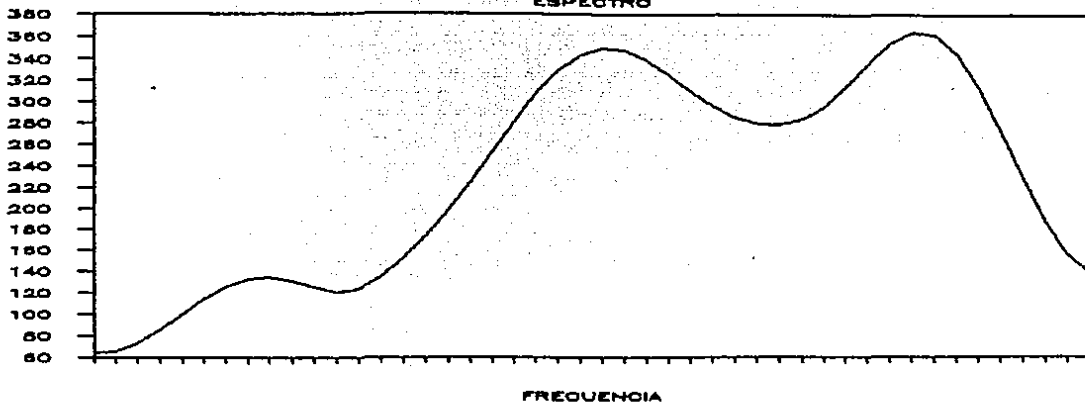
```

ESPECTRO COMPONENTES PRINCIPALES

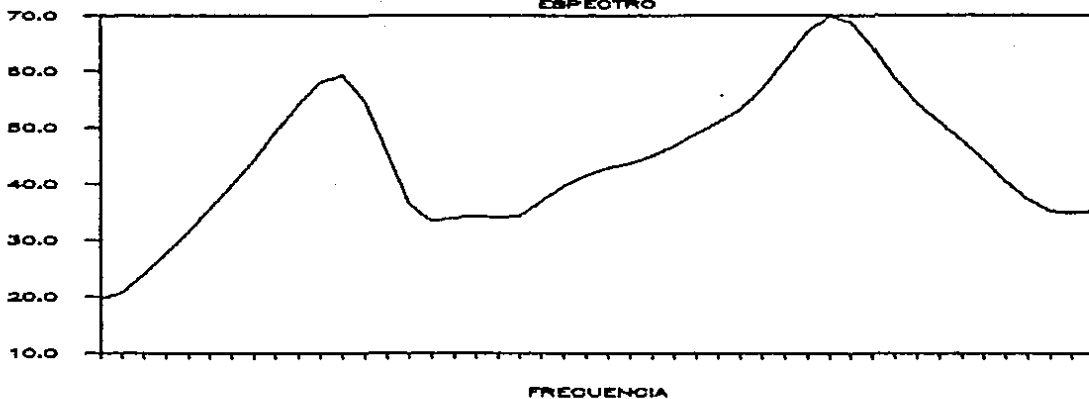


BARTLETT $m = 0.1 \times T$

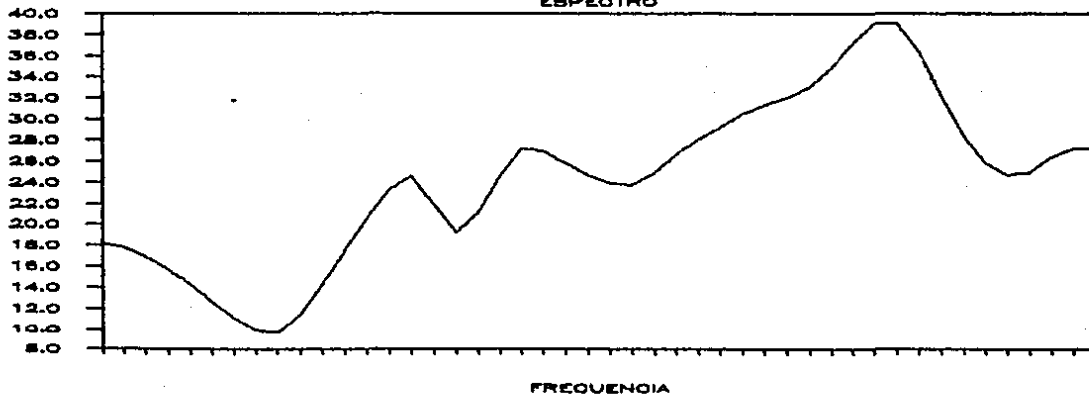
PRIMER COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



SEGUNDO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO

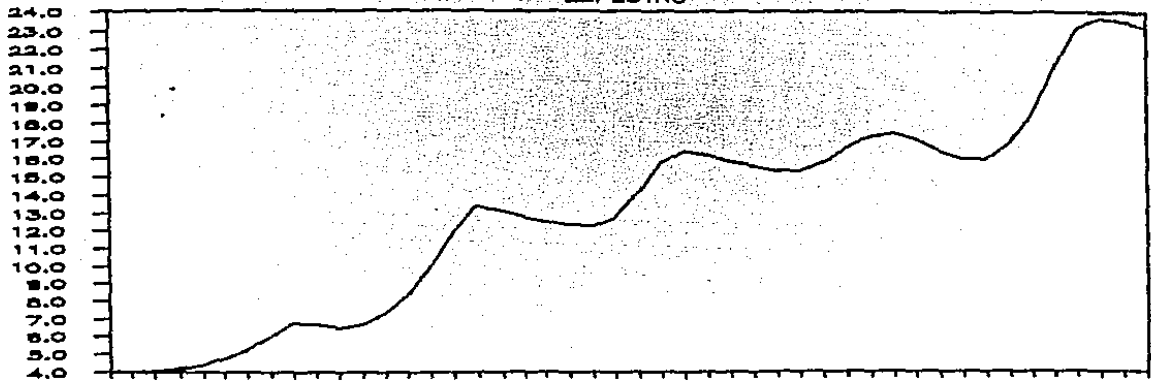


TERCER COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



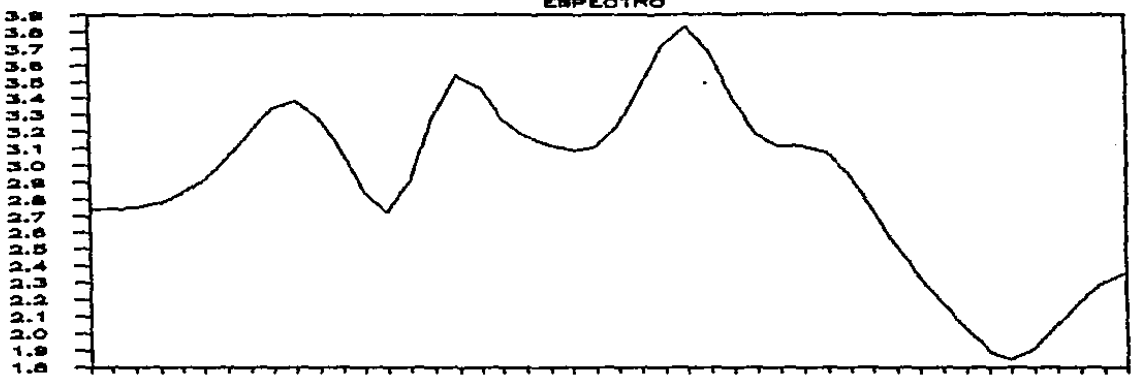
ZARLETT $W = 0.1 \times T$

QUARTO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



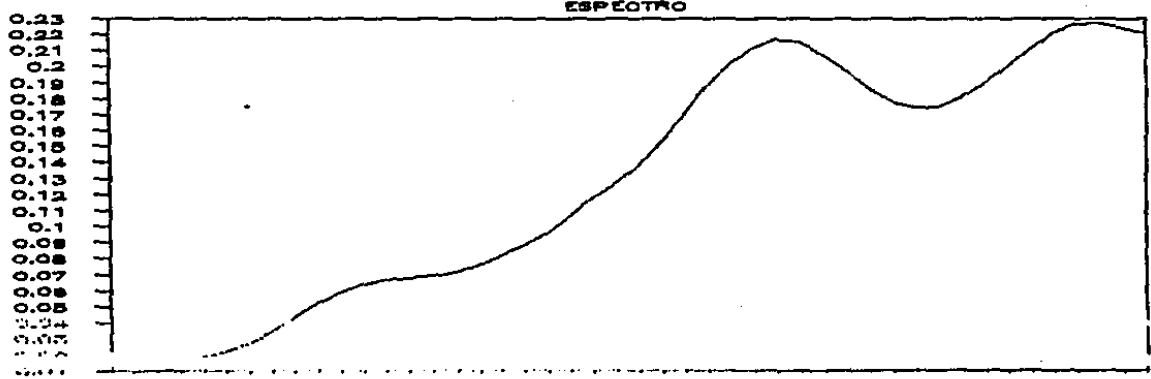
FRECUENCIA

QUINTO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



FRECUENCIA

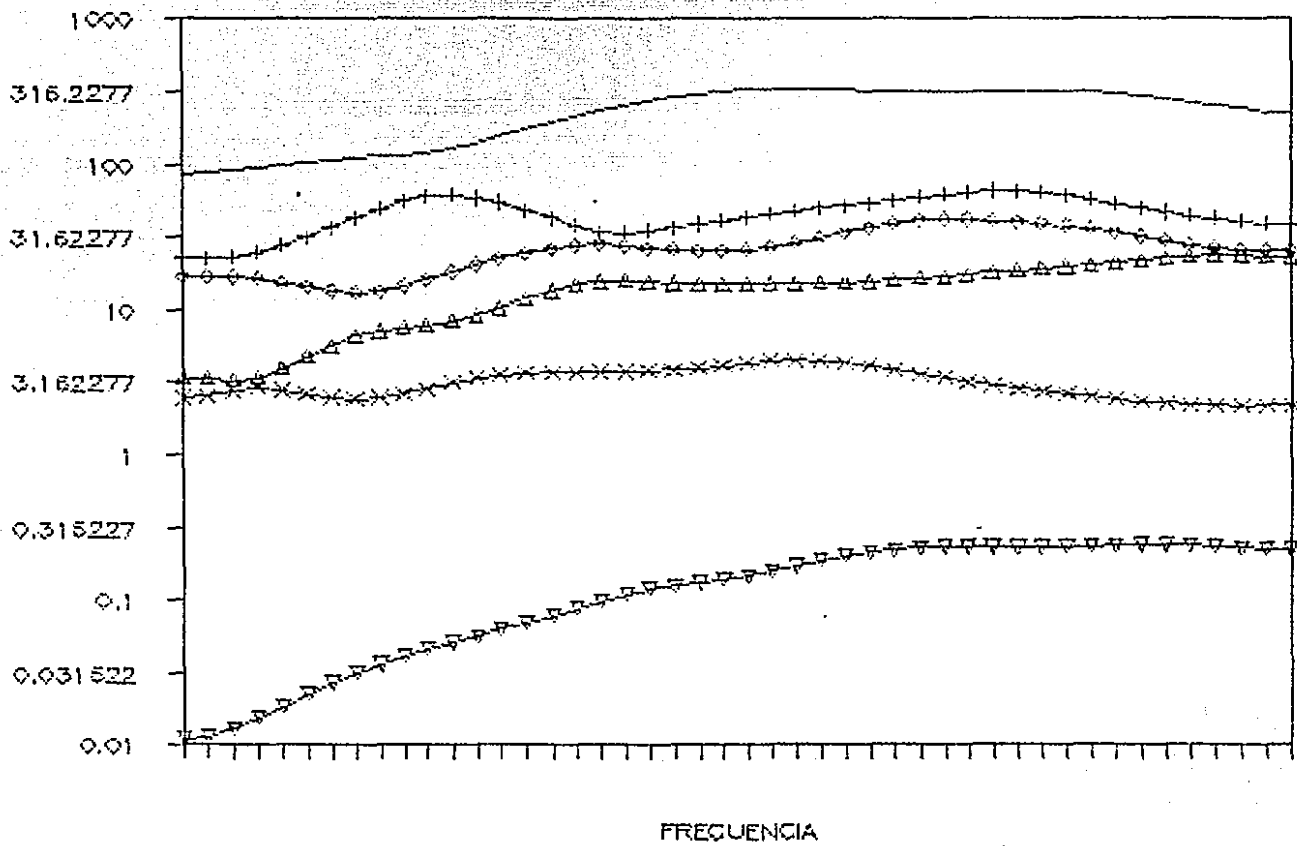
SEXTO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



FRECUENCIA

PARTLÉTT $W_1 = 0.1 \times T$

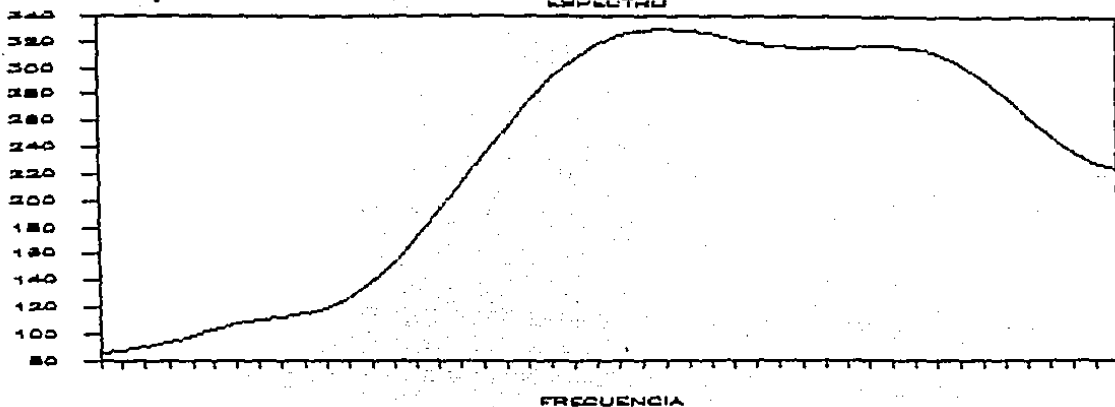
ESPECTRO COMPONENTES PRINCIPALES



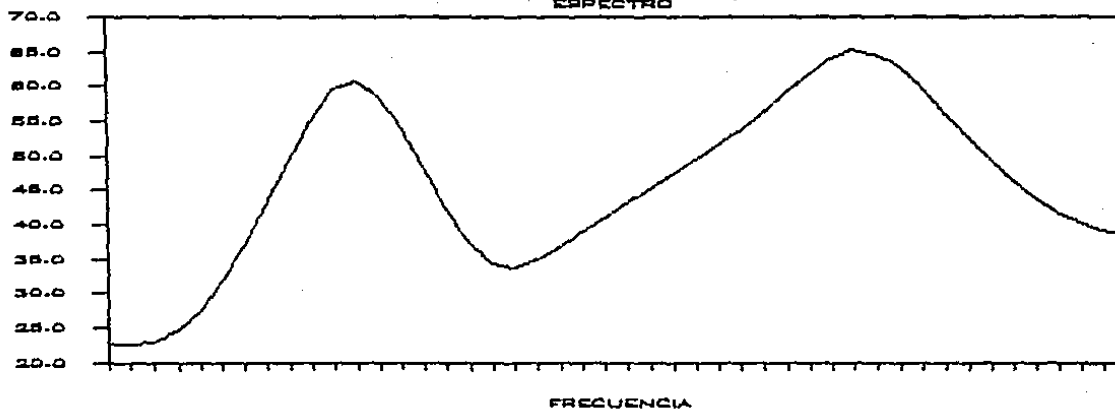
PACZEN $m = 0.1 \times T$

PARZEN $m = 0.1 \times T$

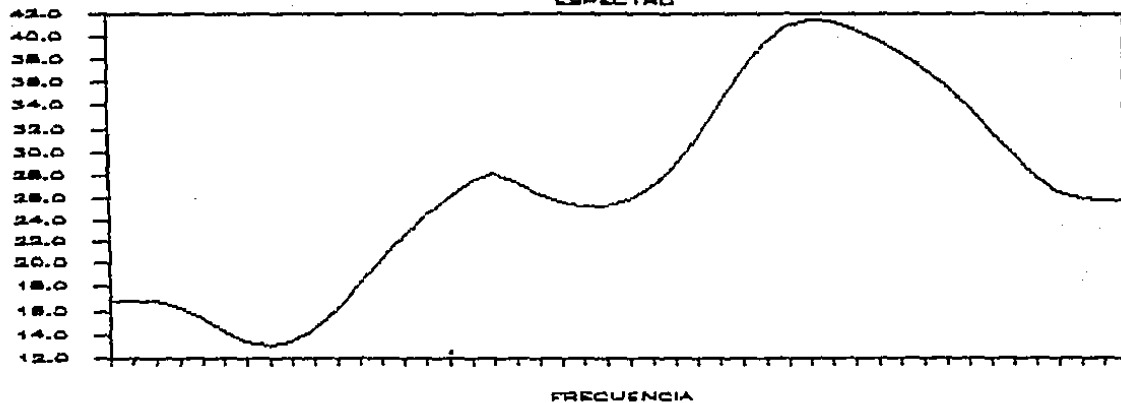
PRIMER COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



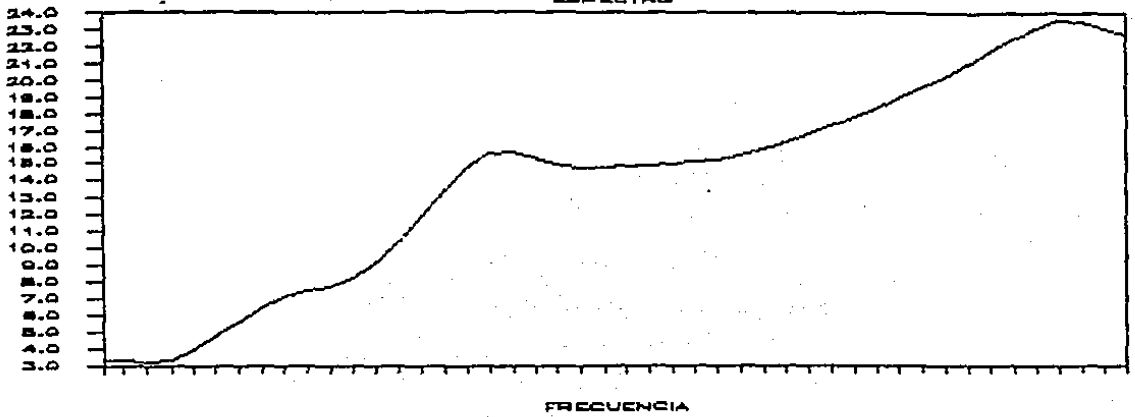
SEGUNDO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



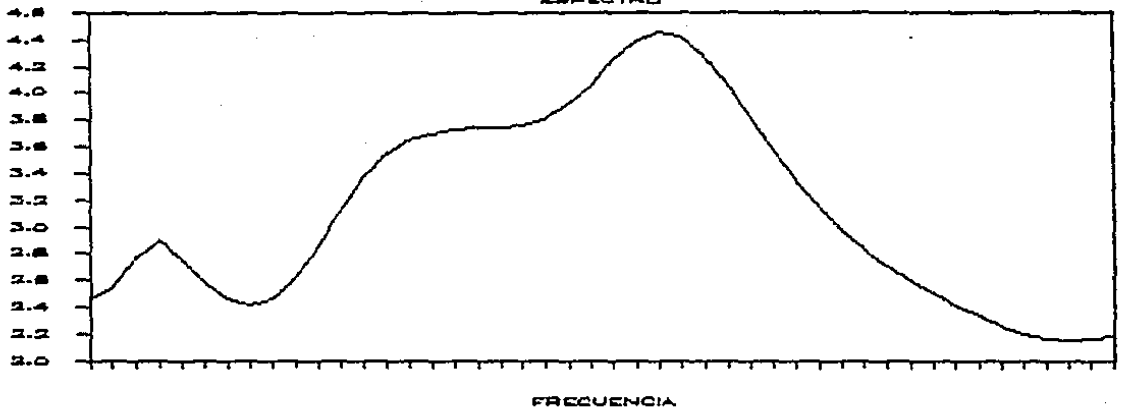
TERCER COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



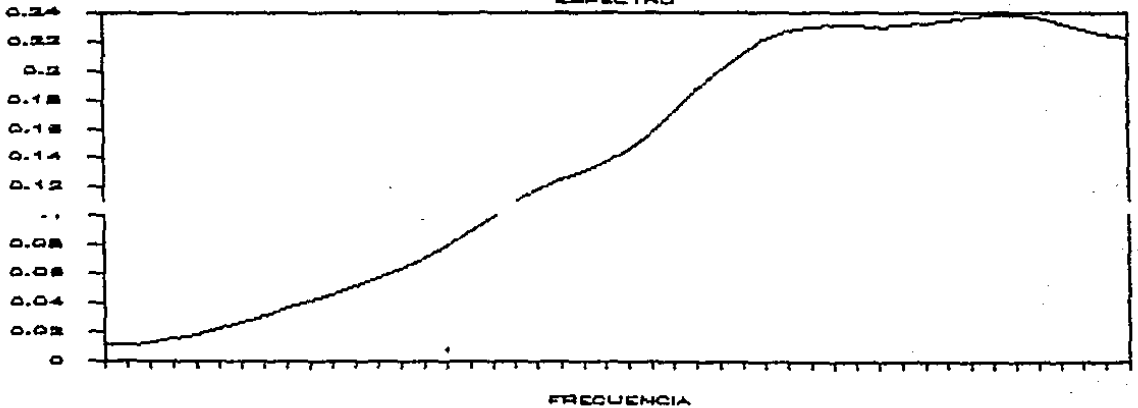
PALLEN $\mu = 0.1 \text{ XT}$
 CUARTO COMPONENTE PRINCIPAL
 ESPECTRO



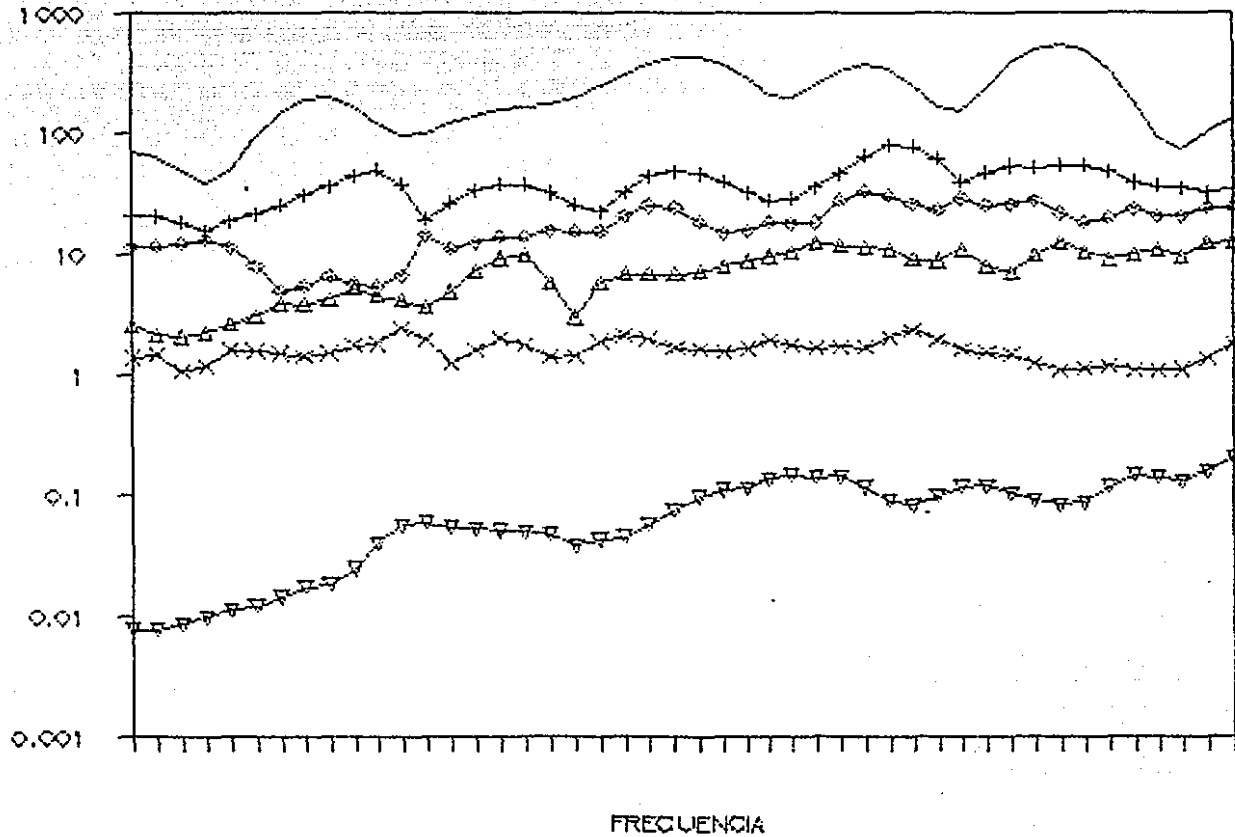
QUINTO COMPONENTE PRINCIPAL
 ESPECTRO



SEXTO COMPONENTE PRINCIPAL
 ESPECTRO



ESPECTRO COMPONENTES PRINCIPALES

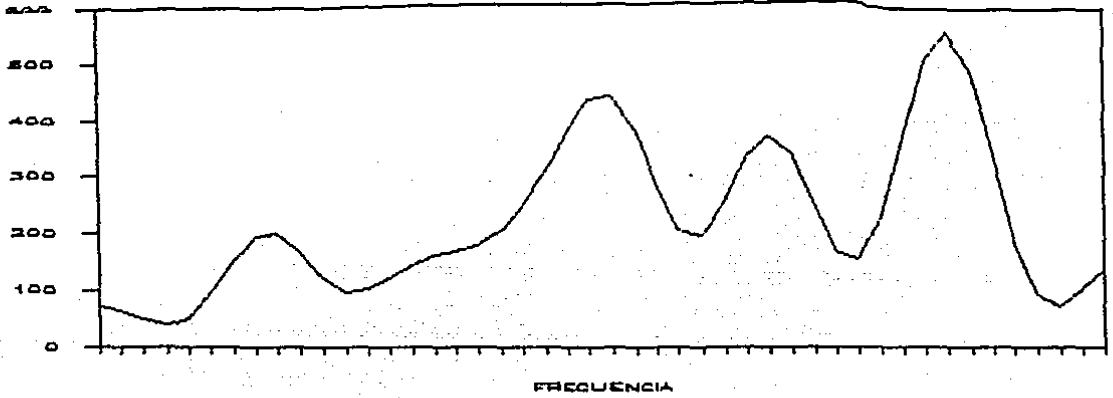


BARTLETT

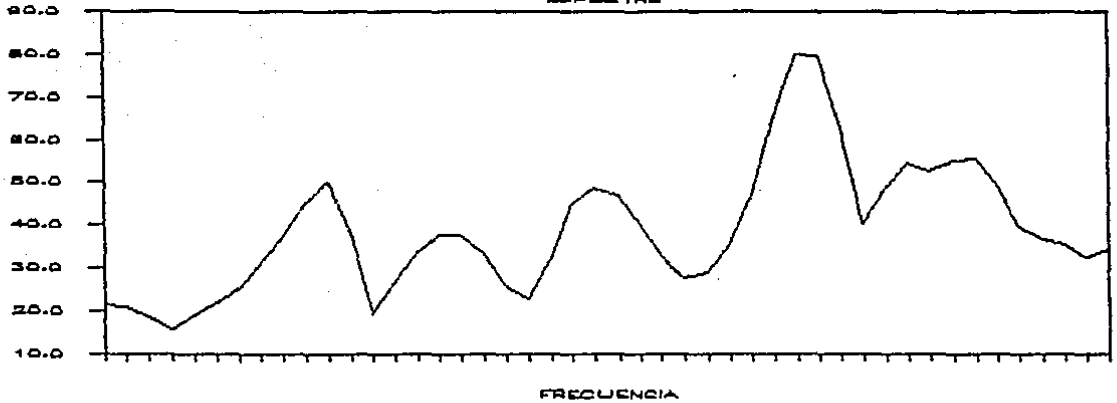
$$m = 0.2 \times T$$

BARTLETT $m=0.2 \times T$

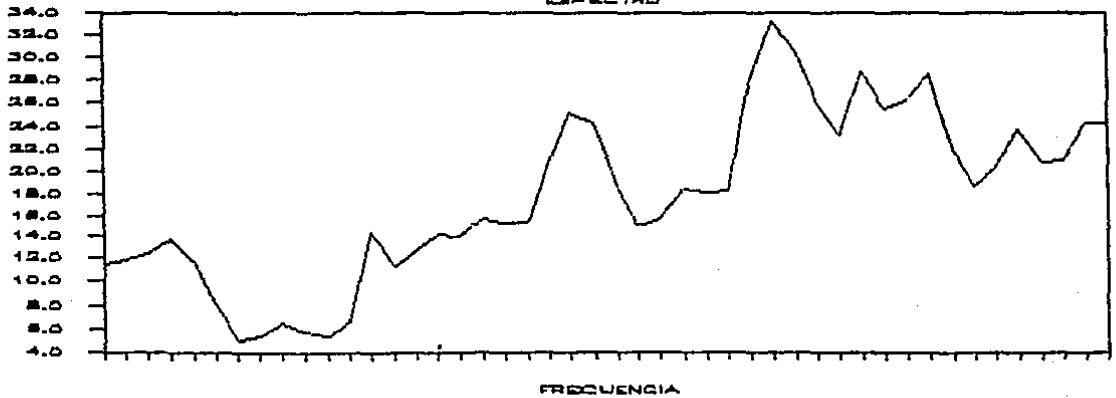
PRIMER COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



SEGUNDO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO

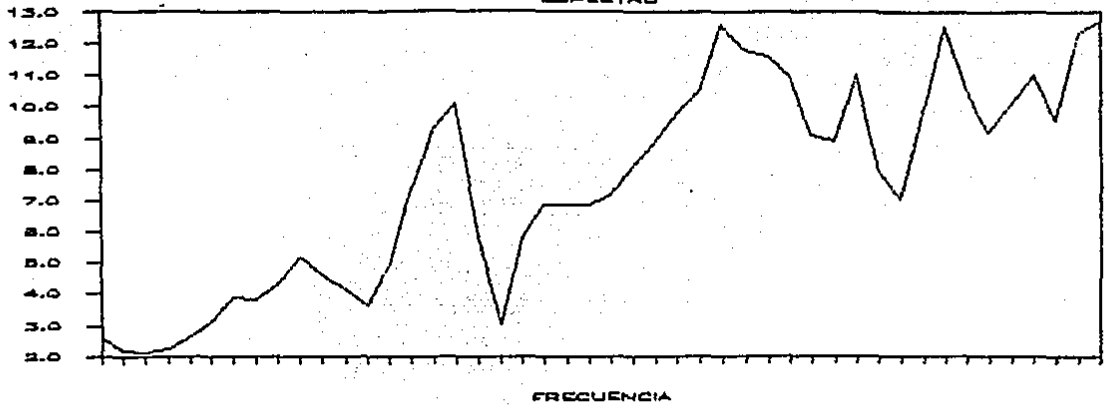


TERCER COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO

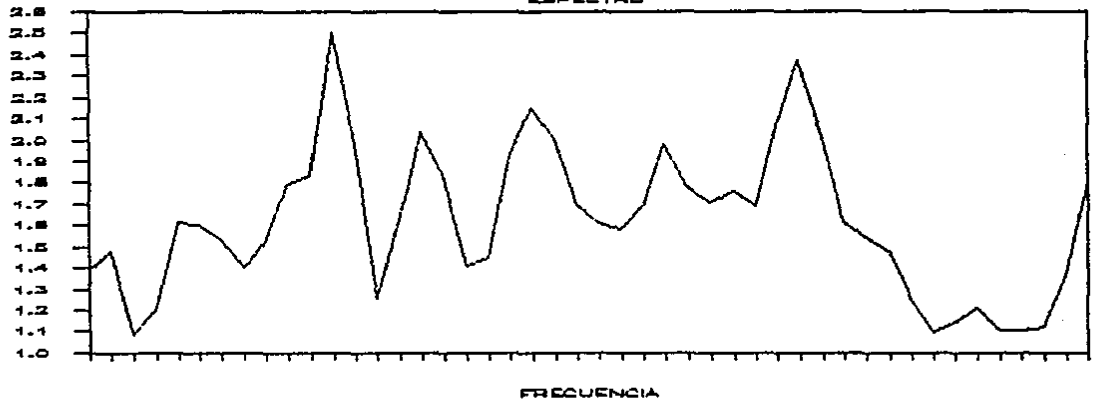


BARTLETT $M=0.2 \times T$

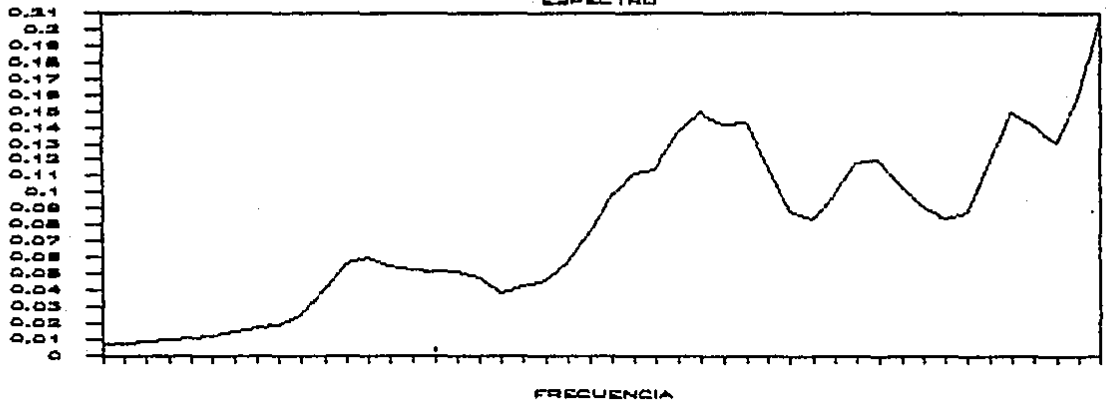
CUARTO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



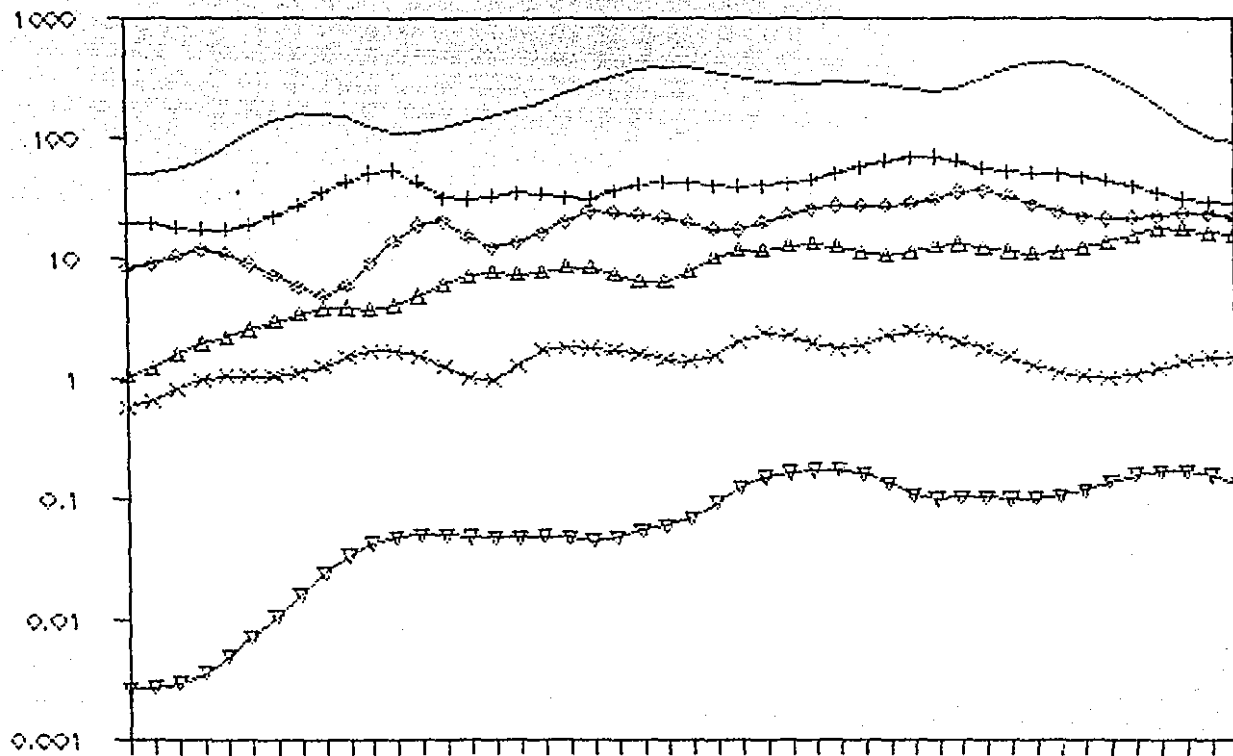
QUINTO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



SEXTO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



ESPECTRO COMPONENTES PRINCIPALES

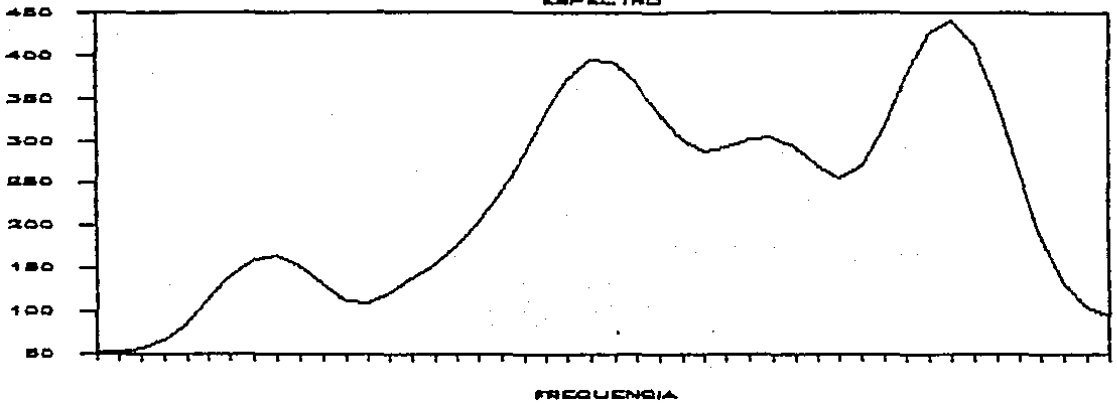


FRECUENCIA

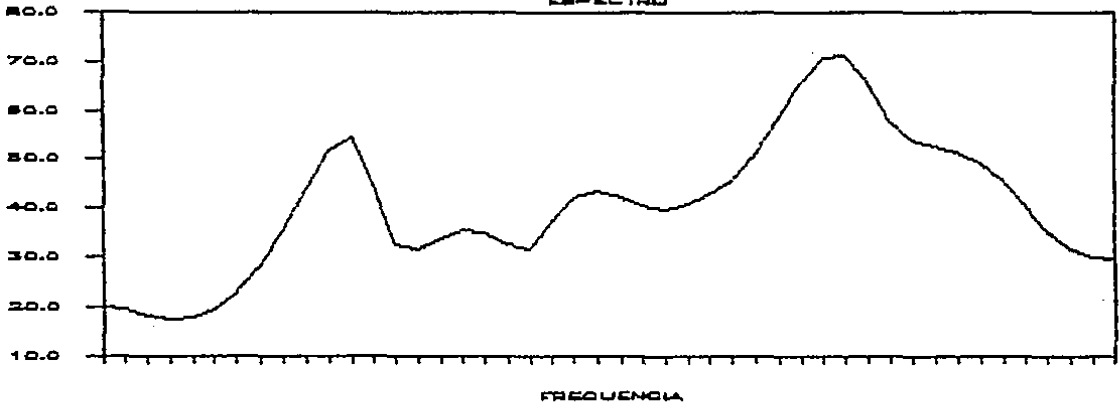
PARZEN $w = 0.2 \times T$

PARZEN $w = 0.2 \times T$

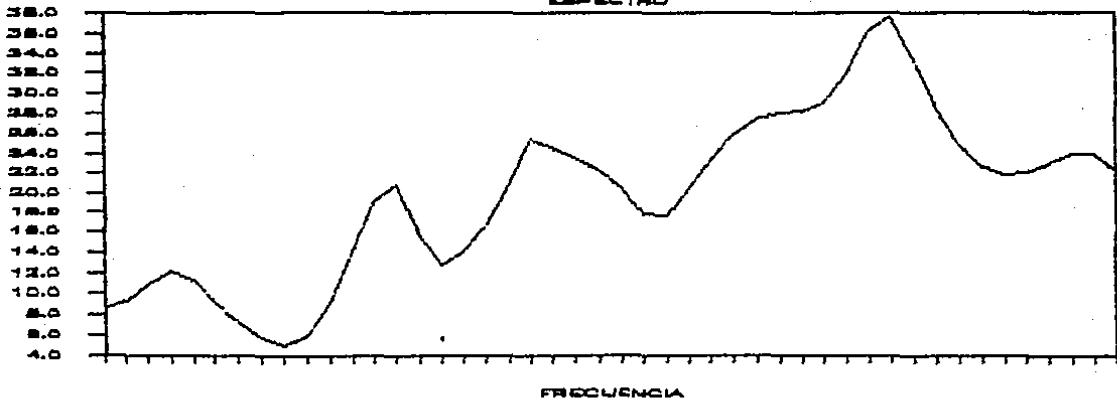
PRIMER COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



SEGUNDO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO

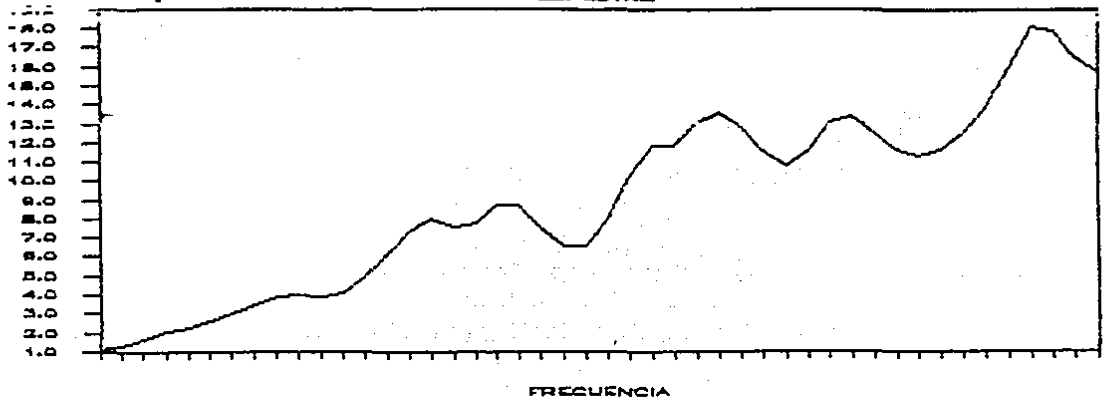


TERCER COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO

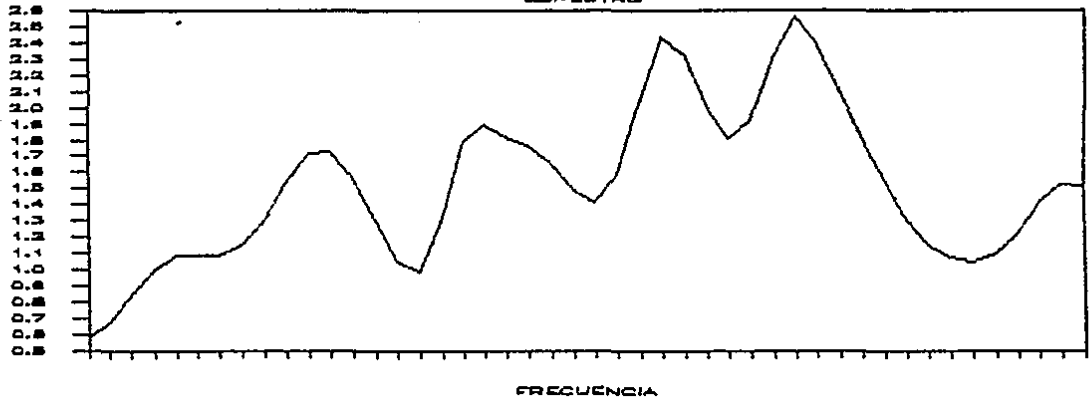


PARZEN $m = 0.2 \times T$

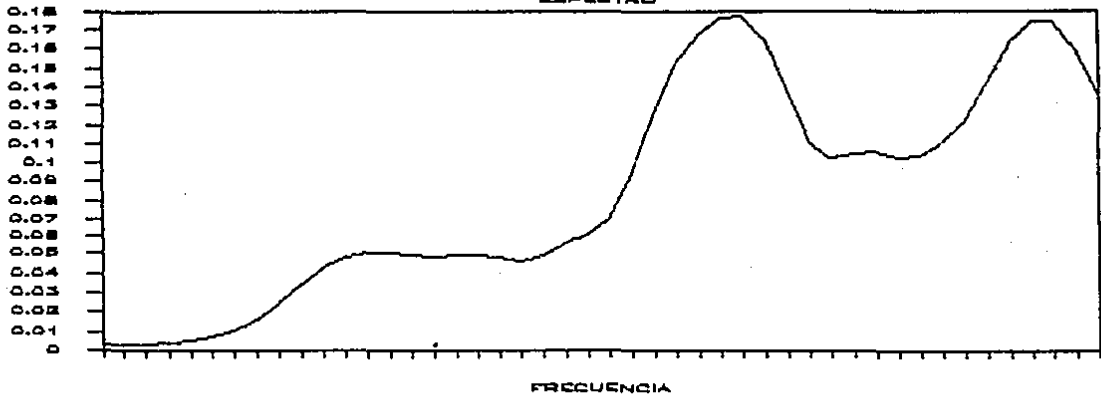
CUARTO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



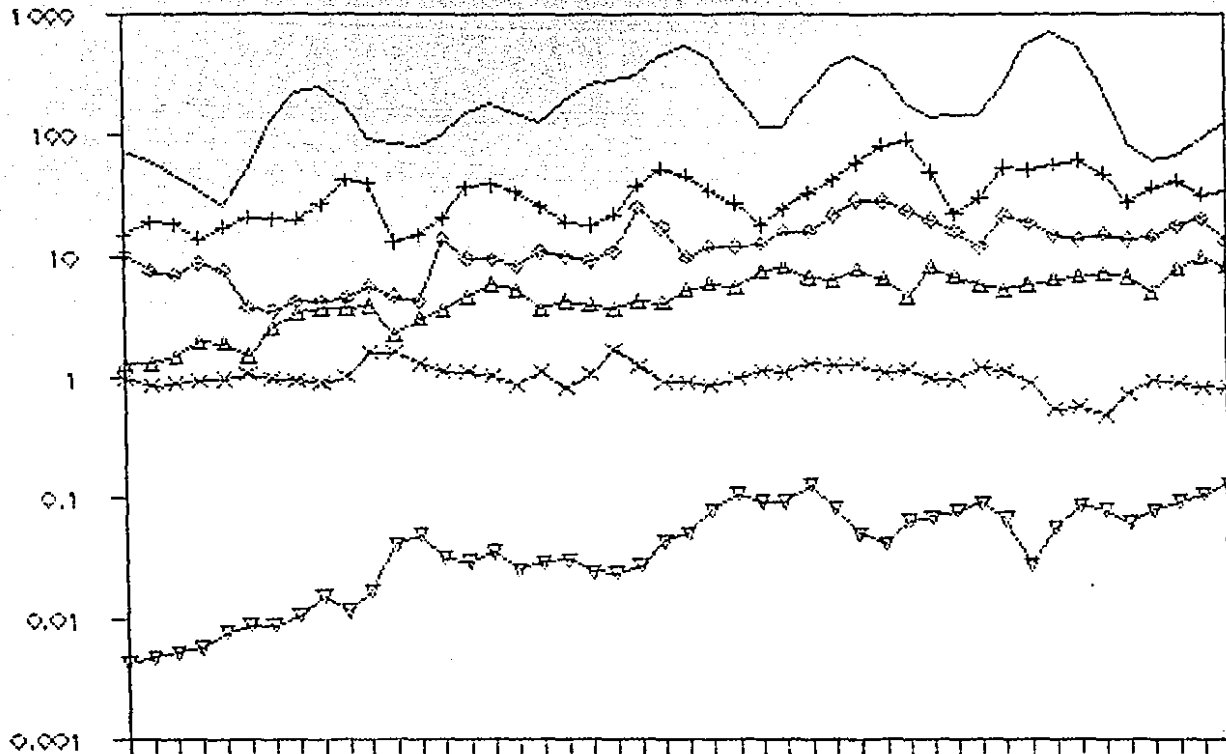
QUINTO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



SEXTO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



ESPECTRO COMPONENTES PRINCIPALES

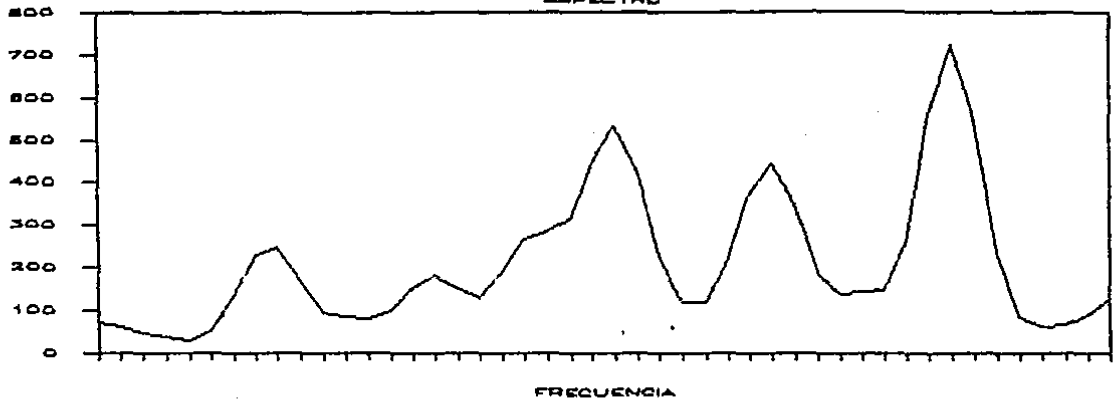


FRECUENCIA

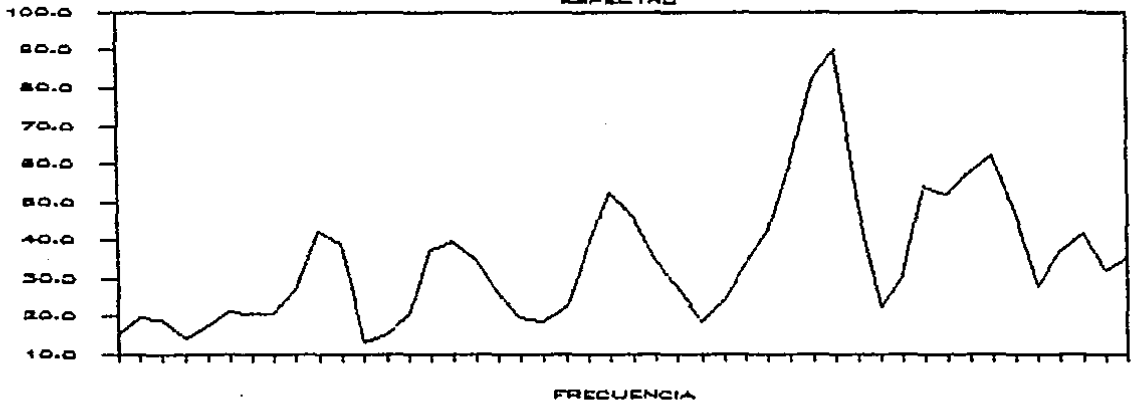
BARILETT $w = 0.3 \times T$

BARTLETT $m=0.3 \times T$

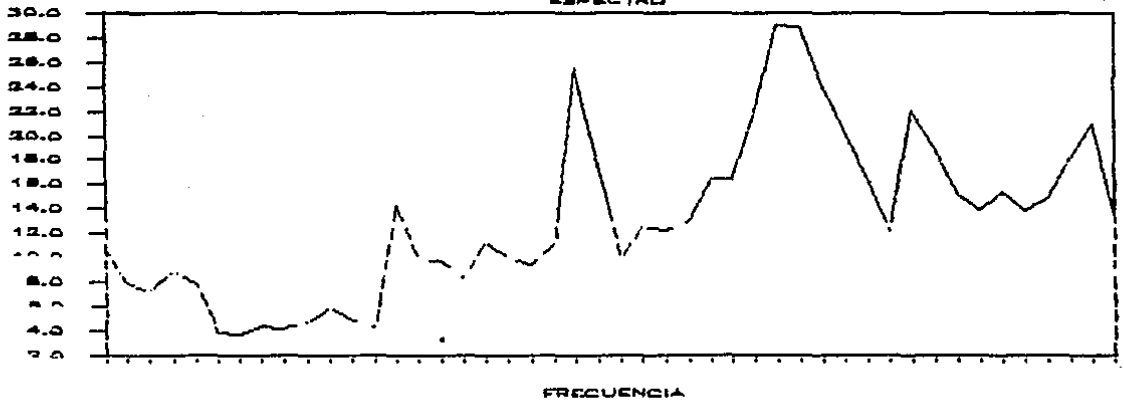
PRIMER COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



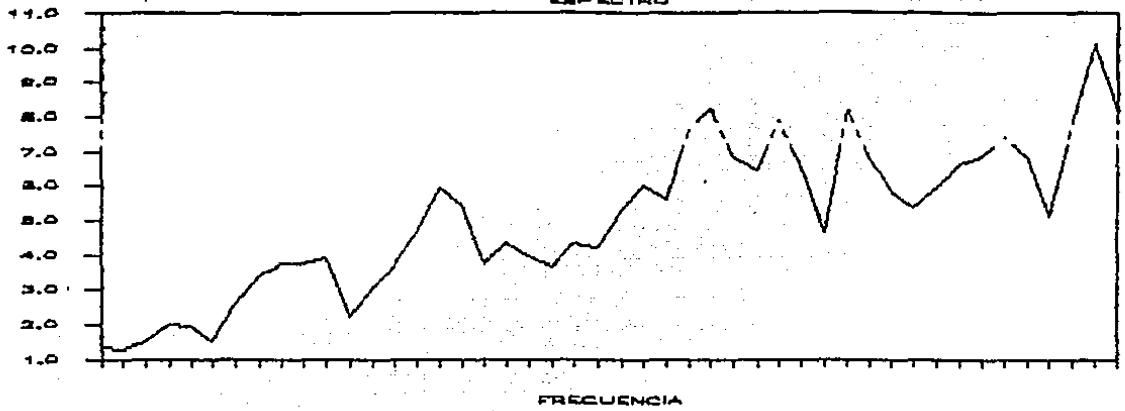
SEGUNDO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



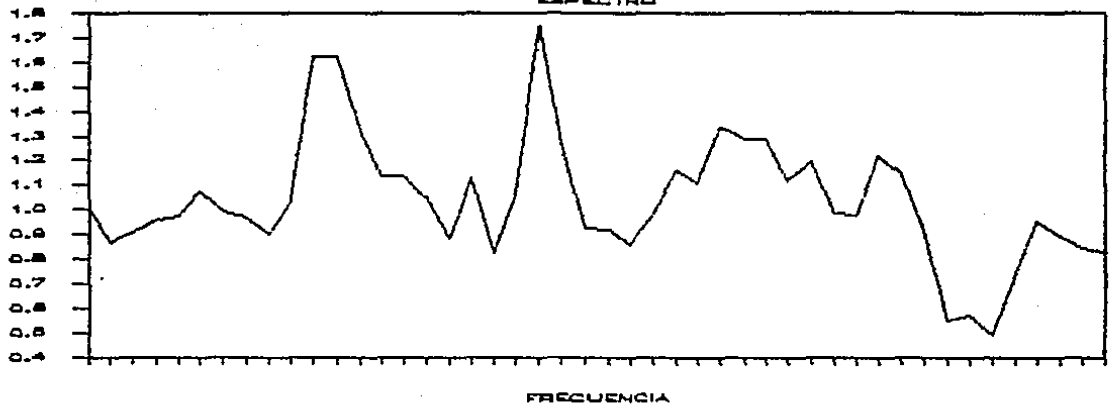
TERCER COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



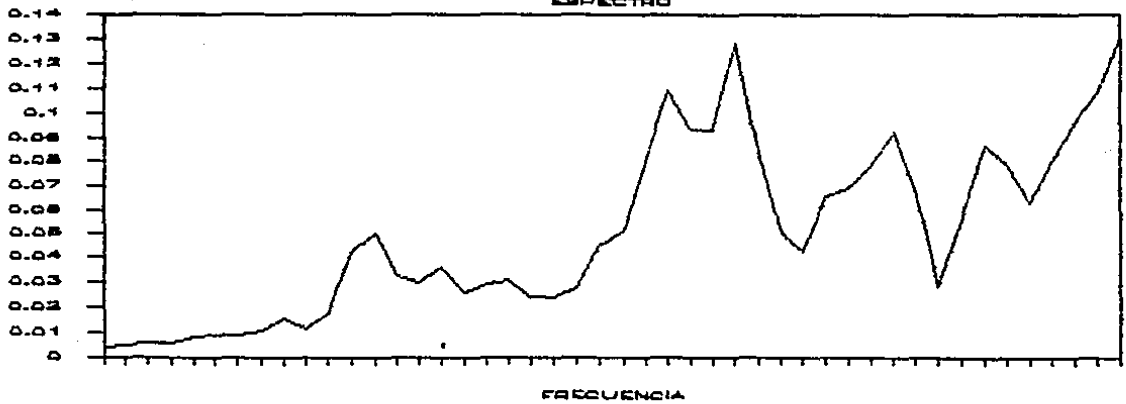
BARTLETT $m = 0.3 \times T$
CUARTO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



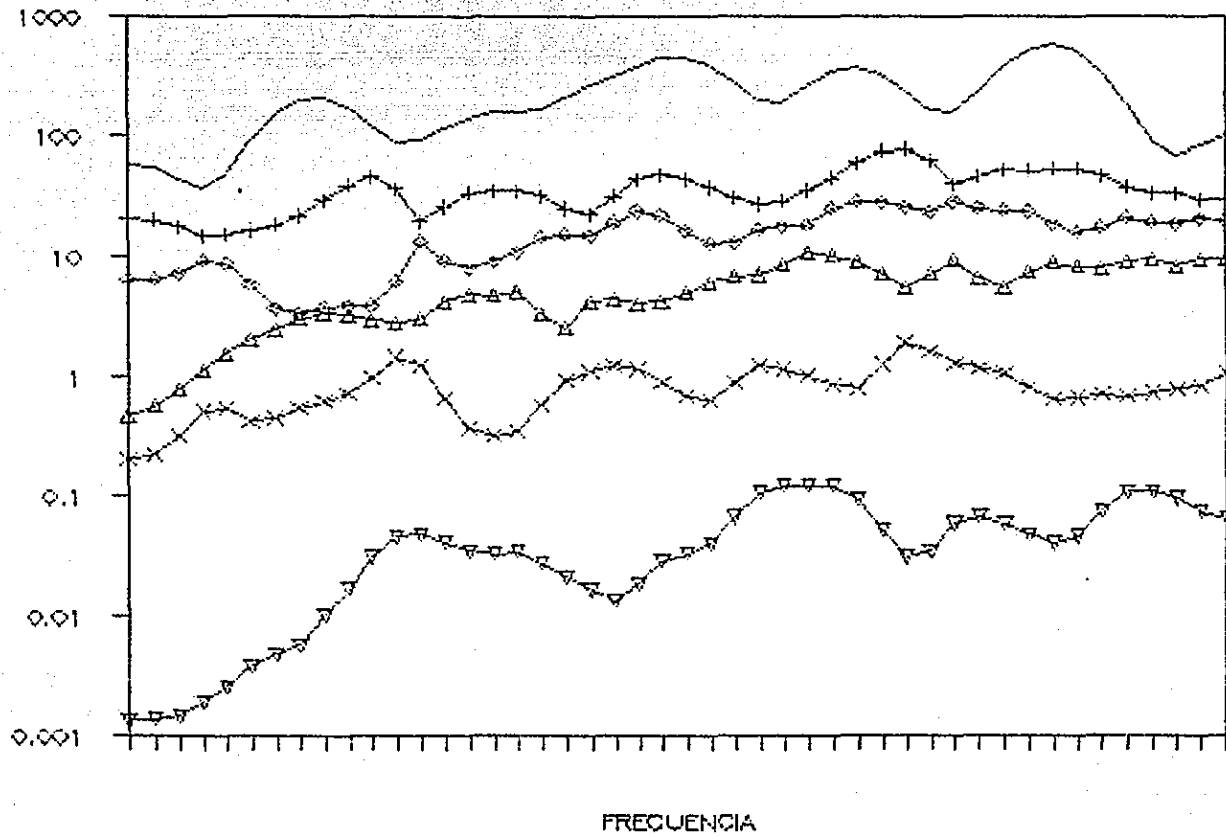
QUINTO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



SEXTO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



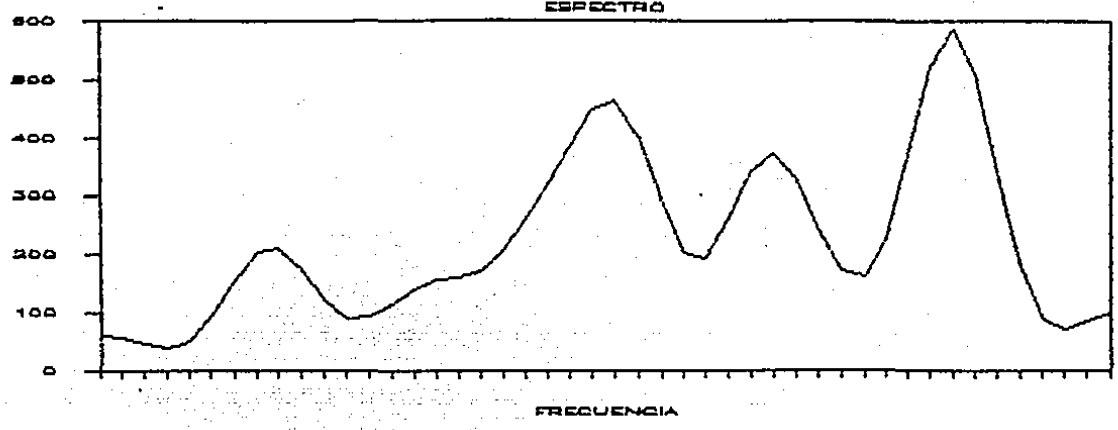
ESPECTRO COMPONENTES PRINCIPALES



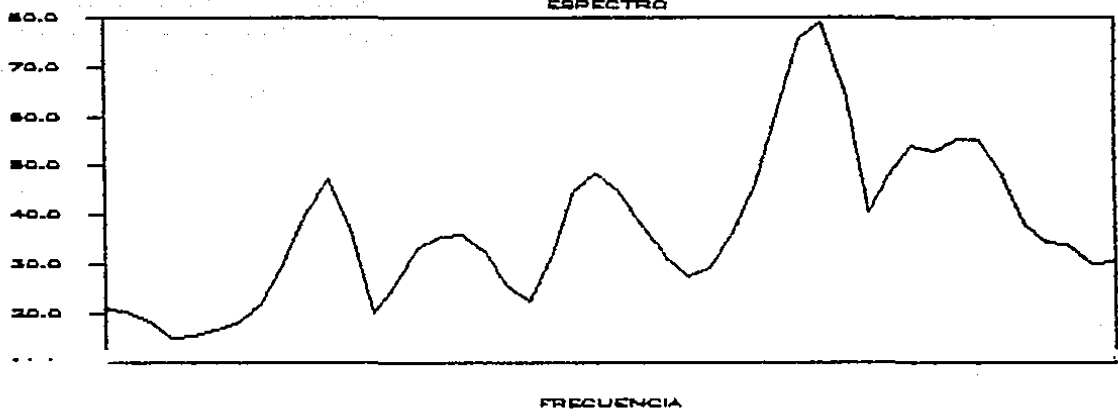
FARZEN

$$m = 0.3 \times T$$

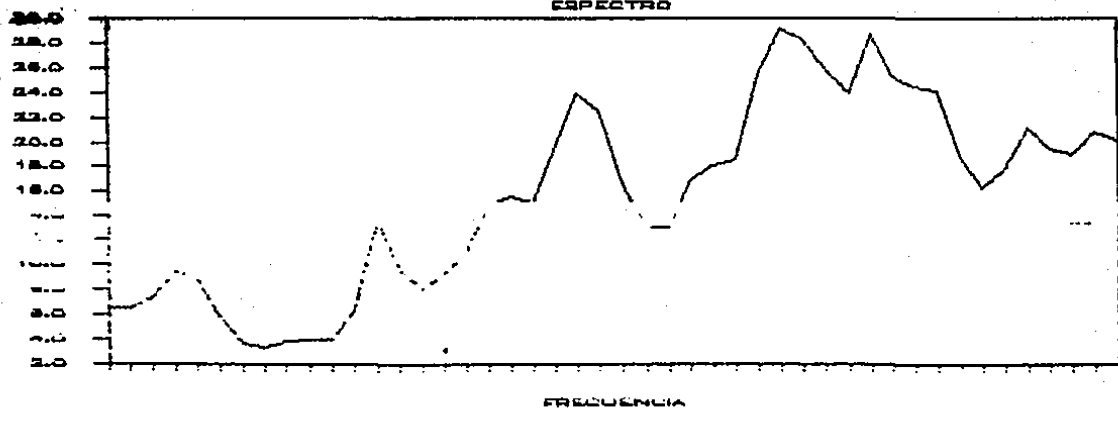
PALZEN $\omega = 0.3 \times T$
 PRIMER COMPONENTE PRINCIPAL
 ESPECTRO



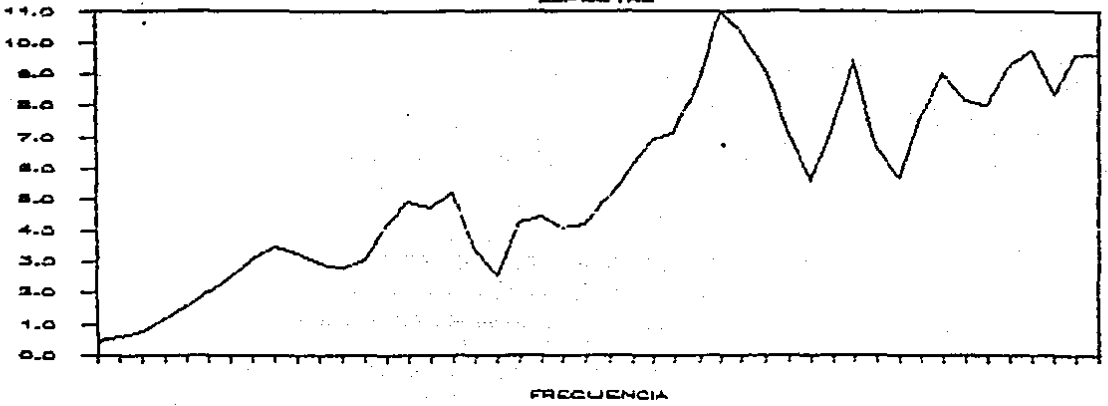
SEGUNDO COMPONENTE PRINCIPAL
 ESPECTRO



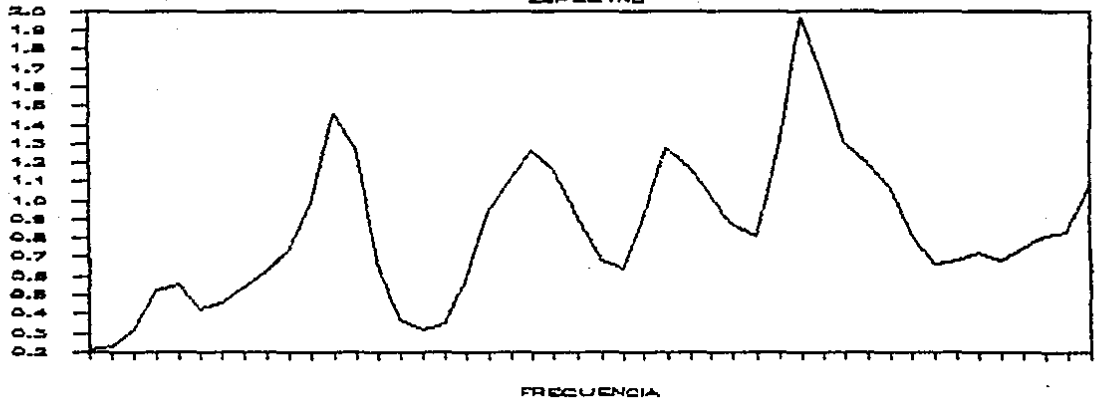
TERCER COMPONENTE PRINCIPAL
 ESPECTRO



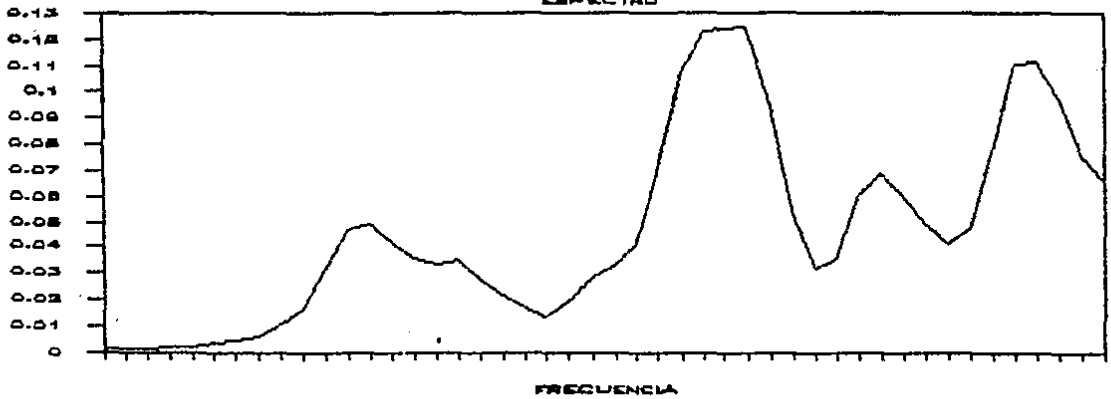
PARTE II $\mu = 0.3 \times T$
 CUARTO COMPONENTE PRINCIPAL
 ESPECTRO



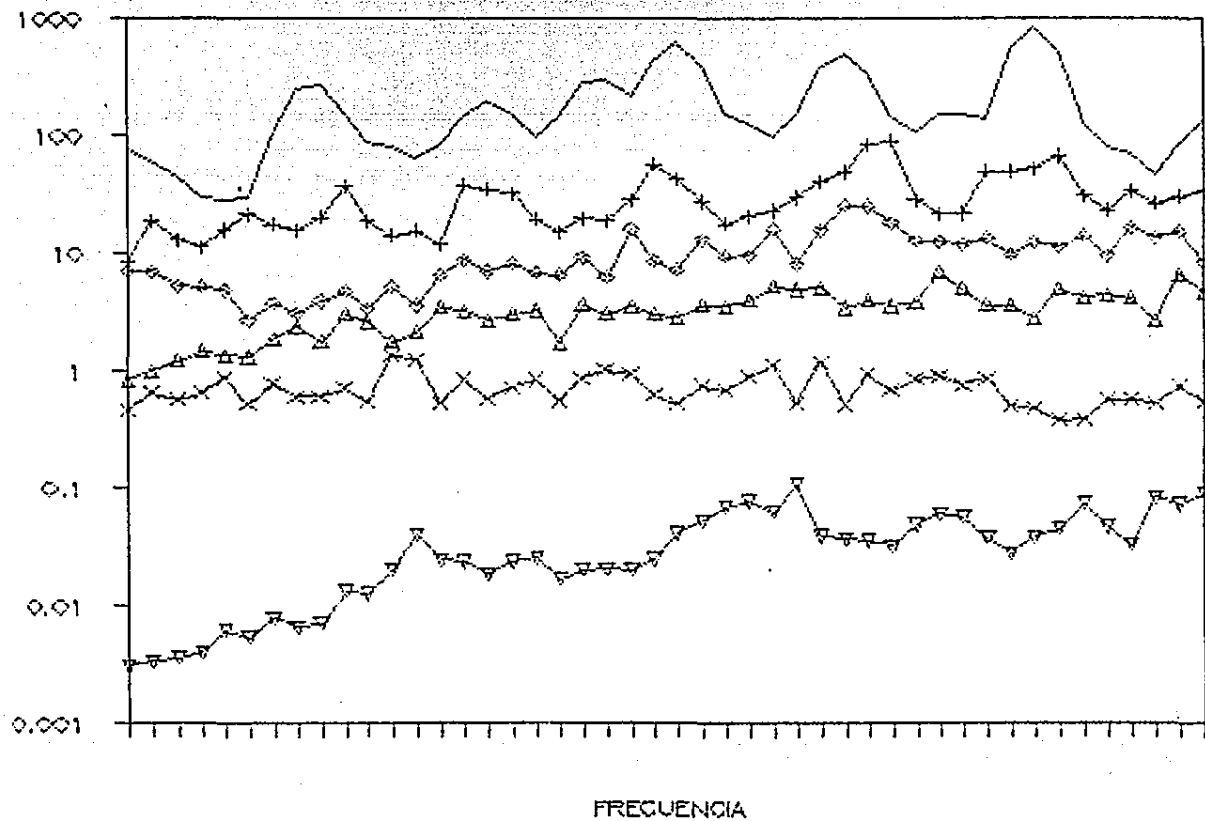
QUINTO COMPONENTE PRINCIPAL
 ESPECTRO



SEXTO COMPONENTE PRINCIPAL
 ESPECTRO



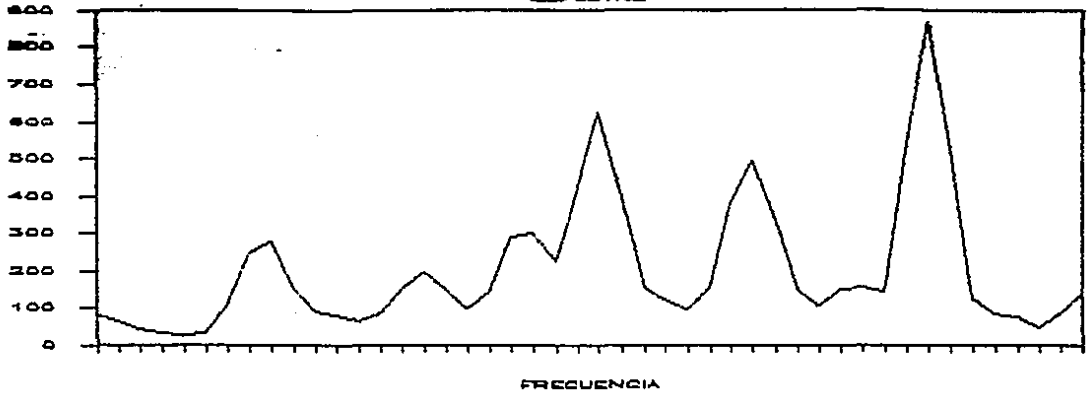
ESPECTRO COMPONENTES PRINCIPALES



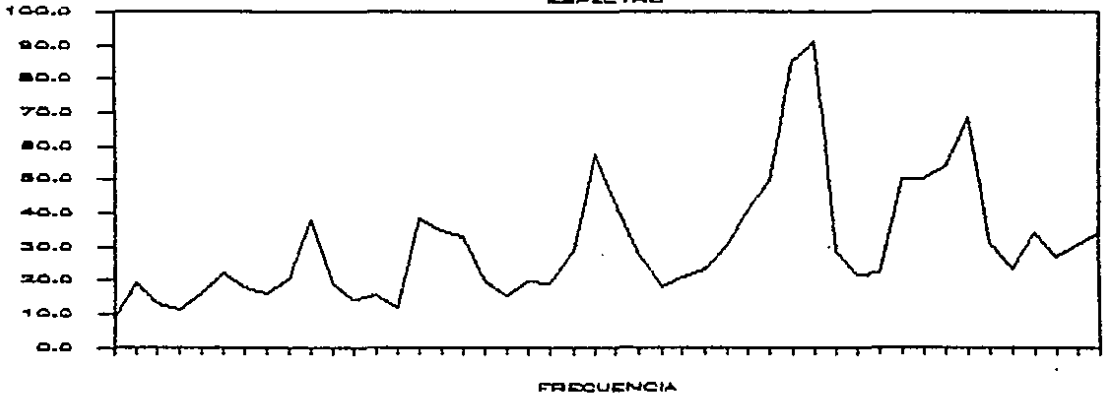
8

ESPECTRO $m = 0.4 \times T$

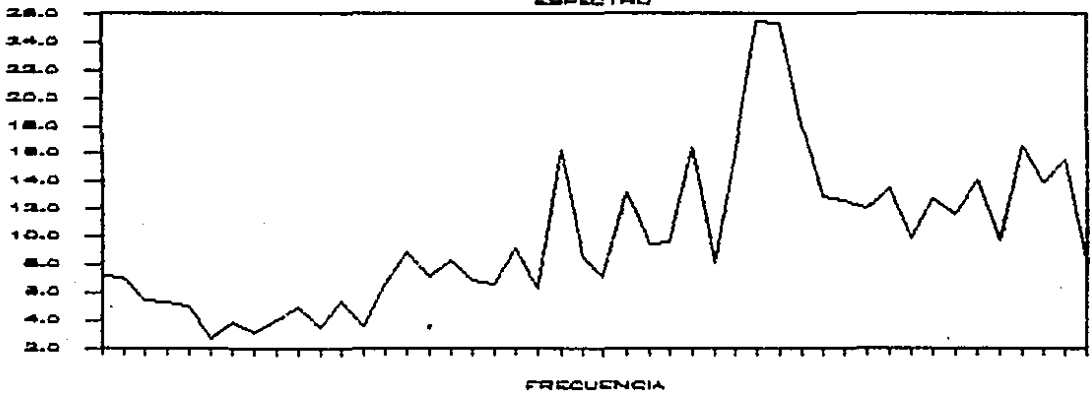
BARTLITT $\mu = 0.4 \times T$
PRIMER COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



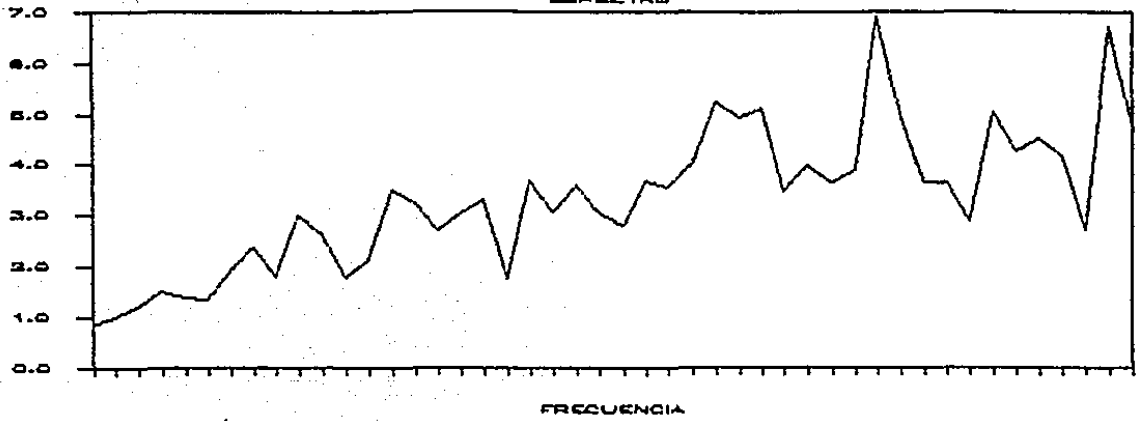
SEGUNDO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



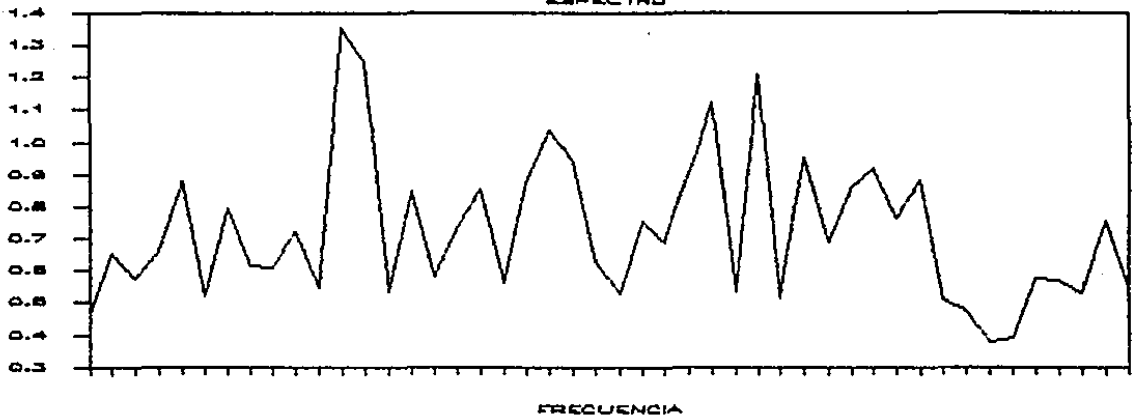
TERCER COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



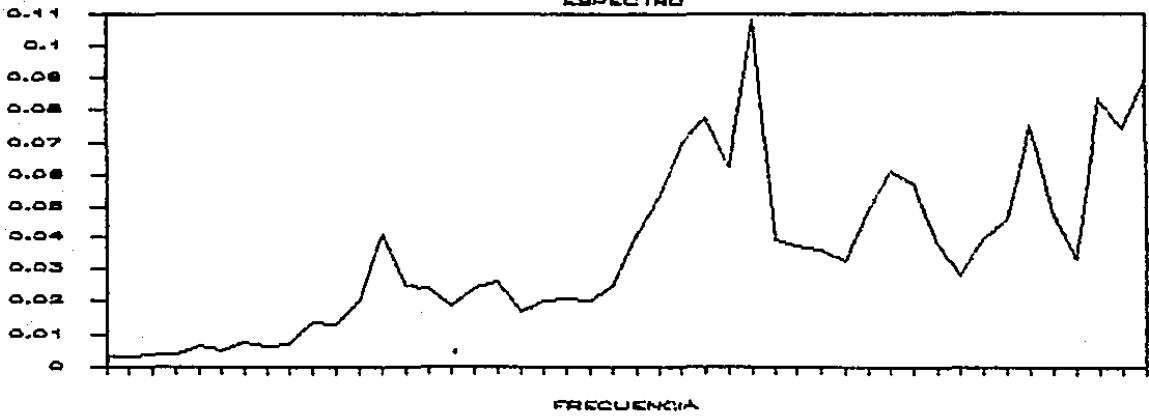
BAETLETT $m=0.4 \times T$
CUARTO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



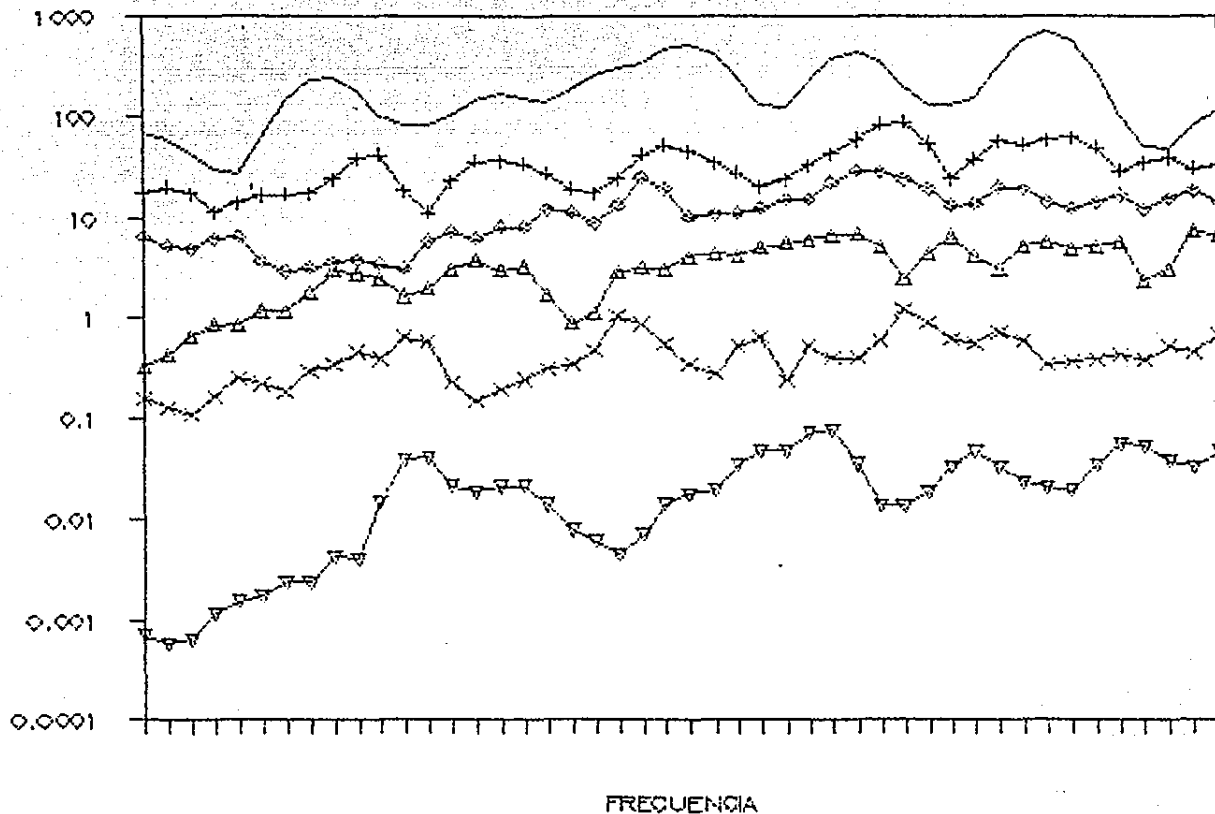
QUINTO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



SEXTO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



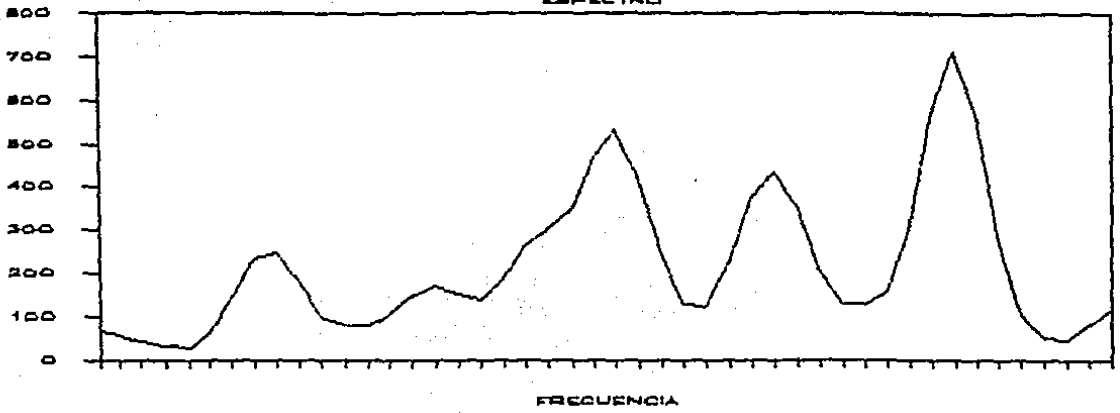
ESPECTRO COMPONENTES PRINCIPALES



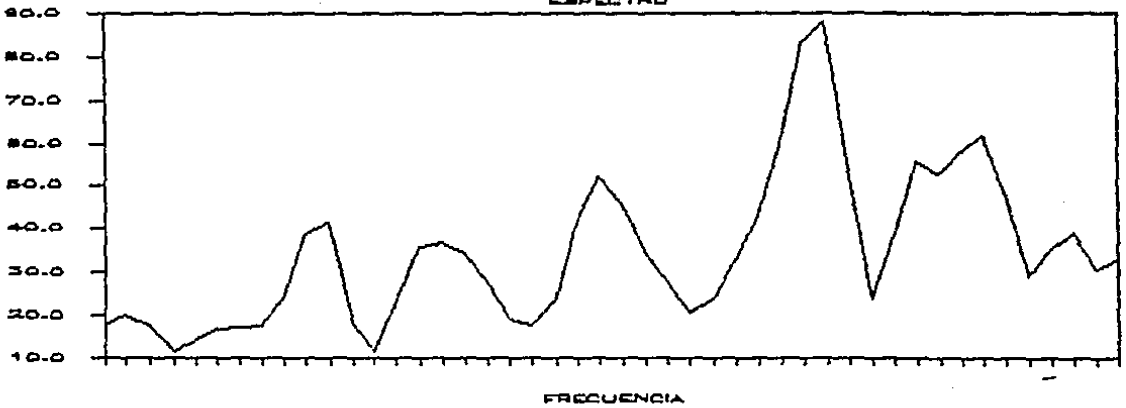
PACZEL $m=0.4 \times T$

PARZEN $m = 0.4 \times T$

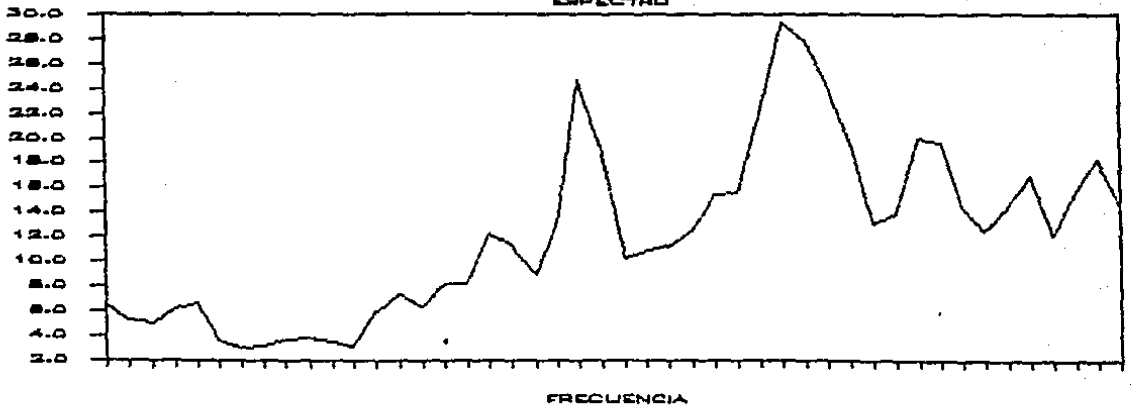
PRIMER COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



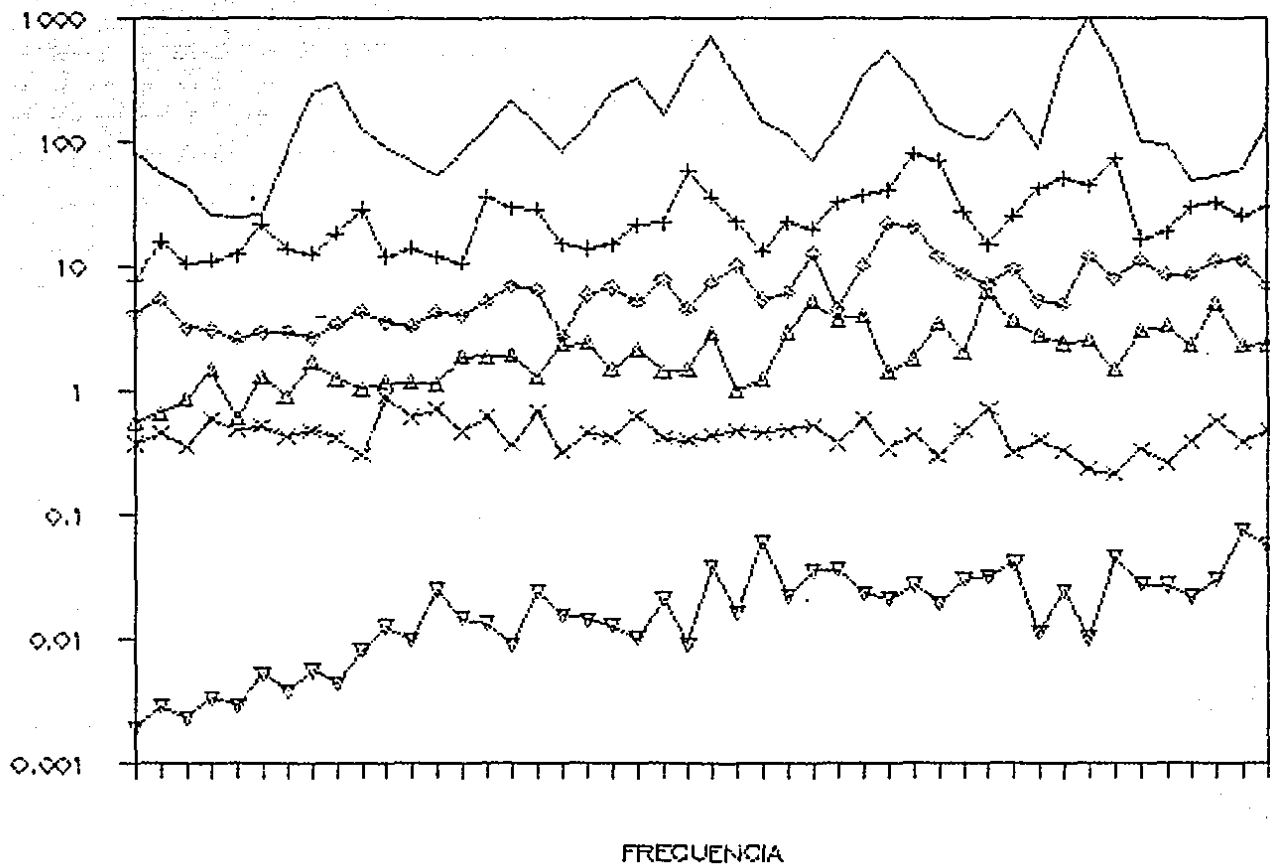
SEGUNDO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



TERCER COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO

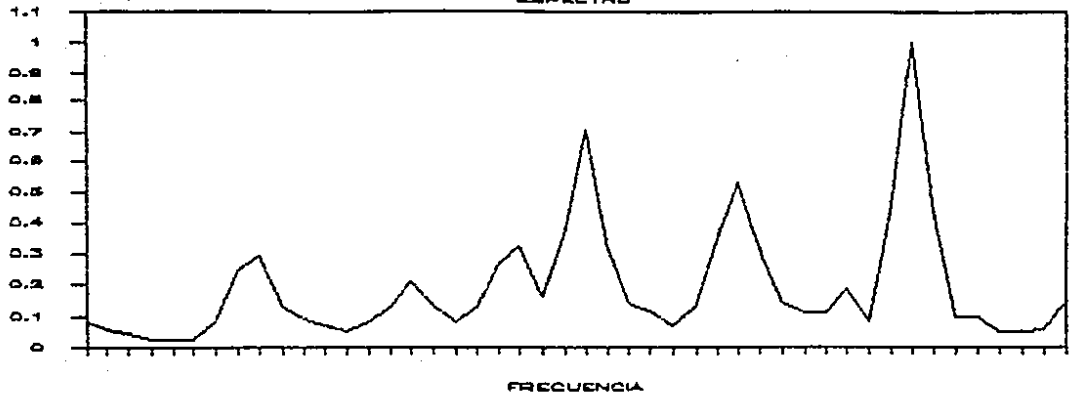


ESPECTRO COMPONENTES PRINCIPALES

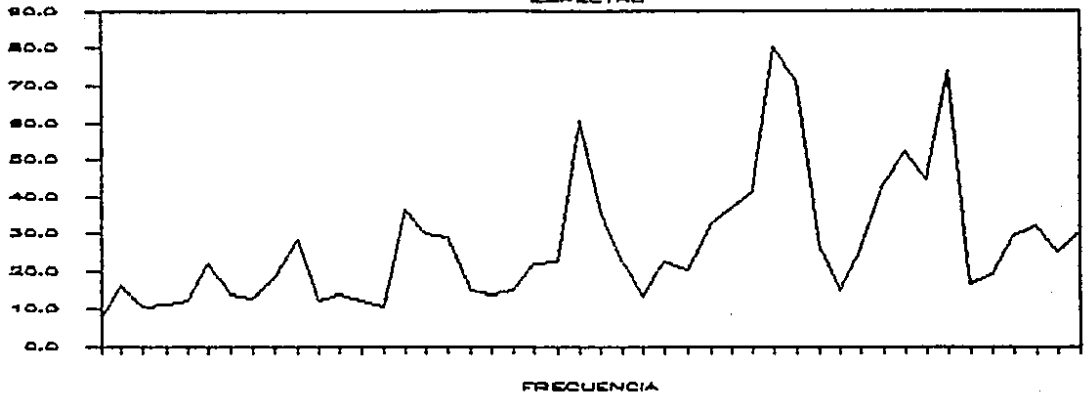


BARTLETT $w = 0.5 \times T$

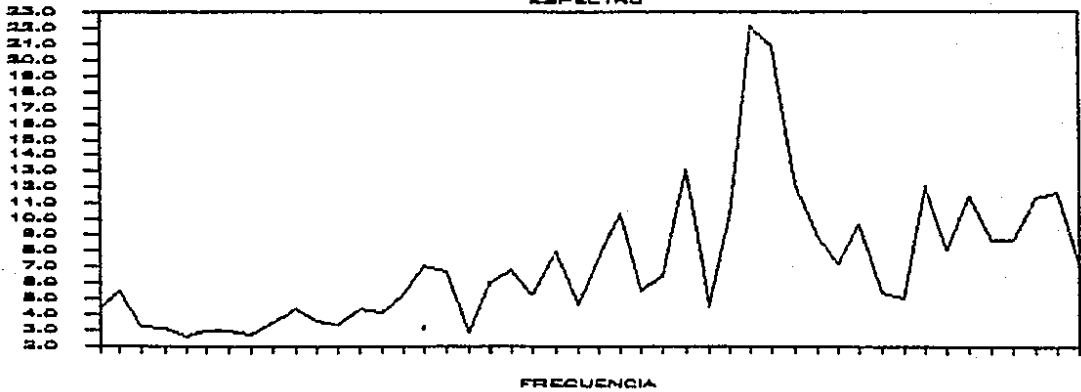
BARTLETT $w = 0.5 \times T$
 PRIMER COMPONENTE PRINCIPAL
 ESPECTRO



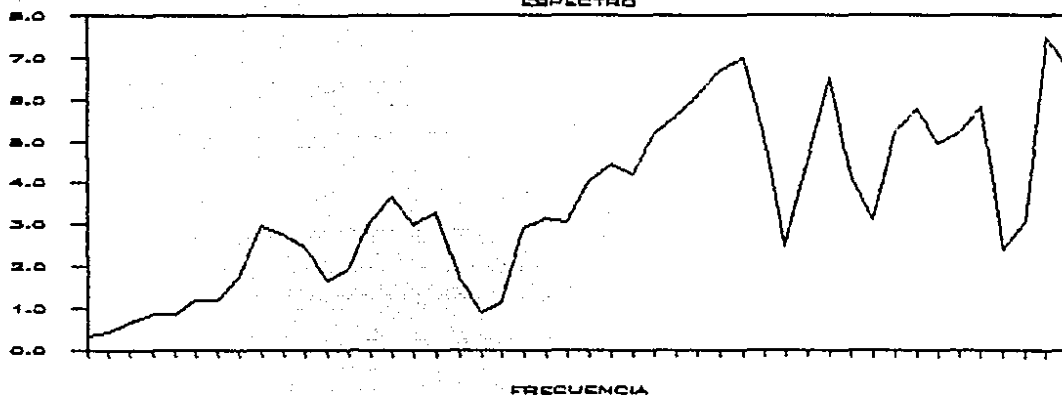
SEGUNDO COMPONENTE PRINCIPAL
 ESPECTRO



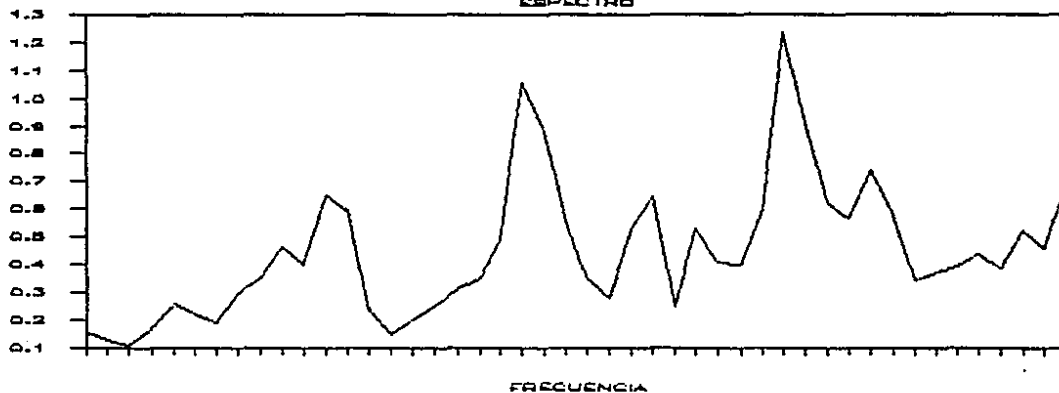
TERCER COMPONENTE PRINCIPAL
 ESPECTRO



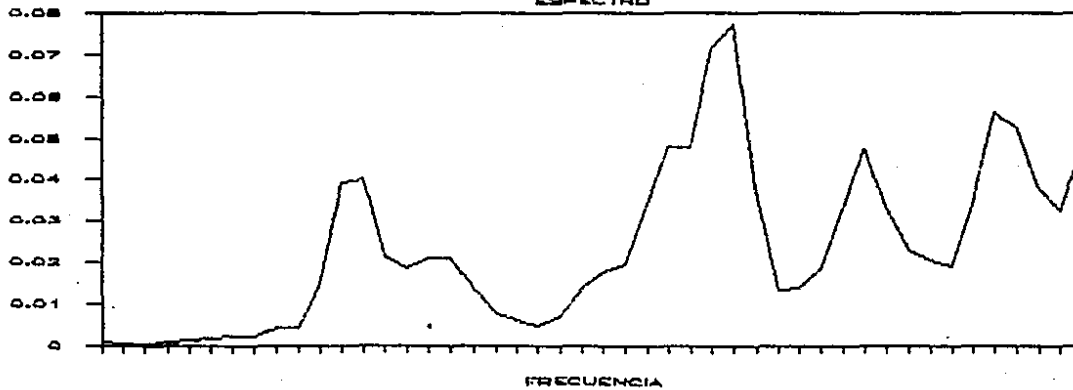
PARZEN $\mu = 0.4 \times T$
 CUARTO COMPONENTE PRINCIPAL
 ESPECTRO



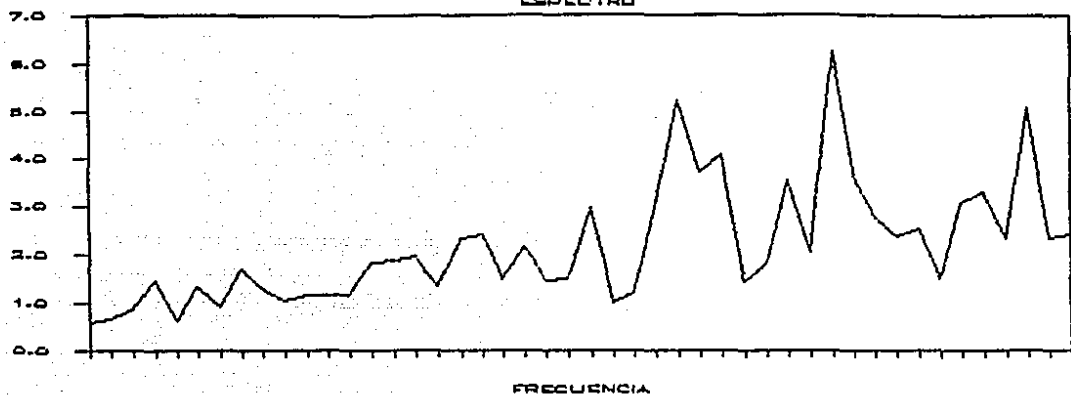
QUINTO COMPONENTE PRINCIPAL
 ESPECTRO



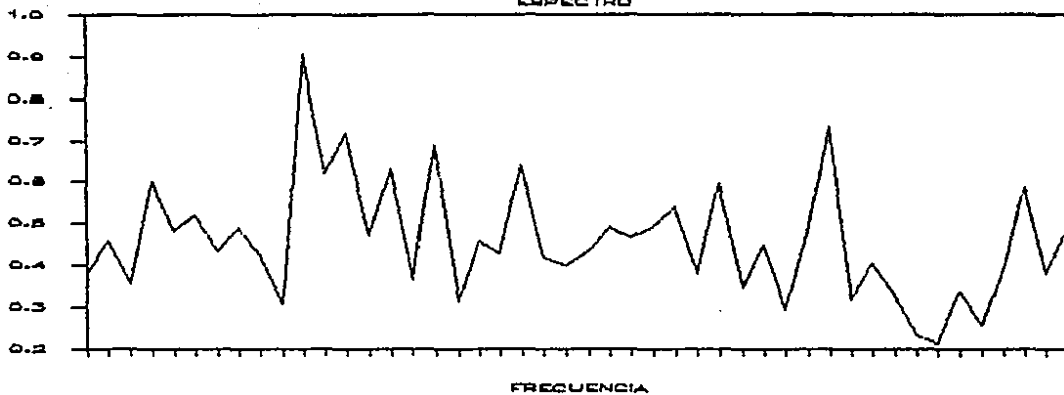
SEXTO COMPONENTE PRINCIPAL
 ESPECTRO



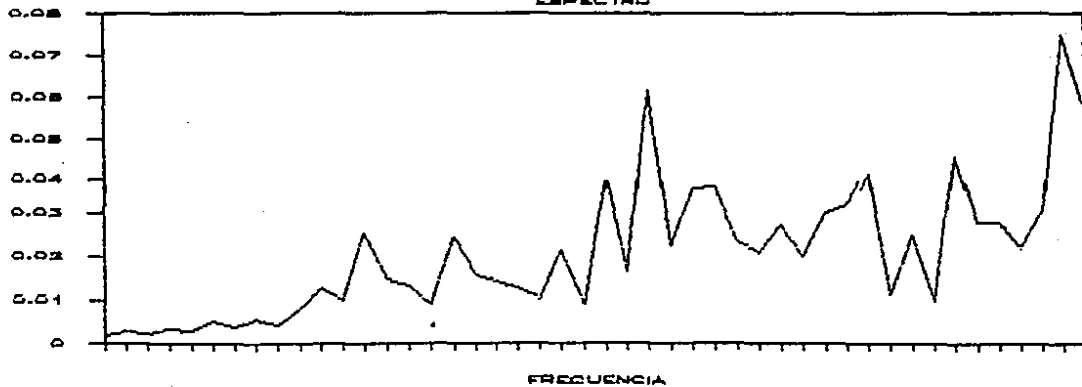
BARTLETT $m = 0.5 \times T$
CUARTO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



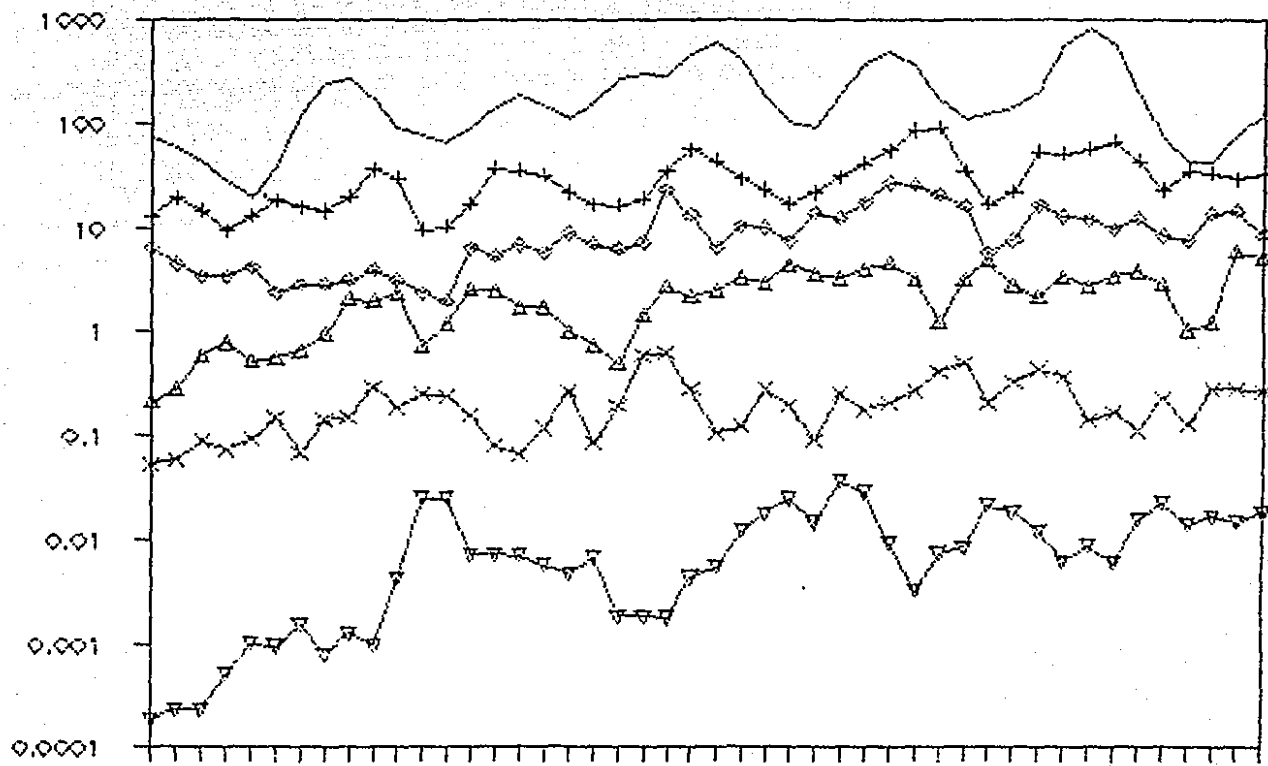
QUINTO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



SEXTO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO

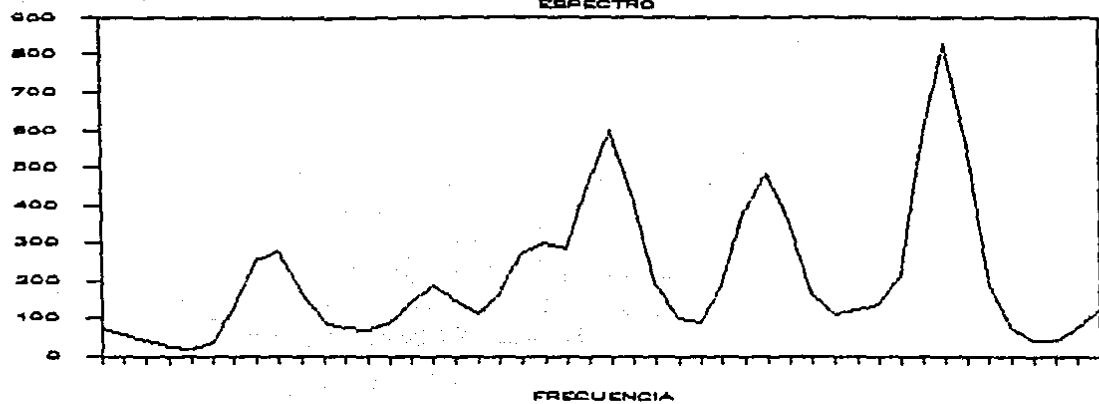


ESPECTRO COMPONENTES PRINCIPALES

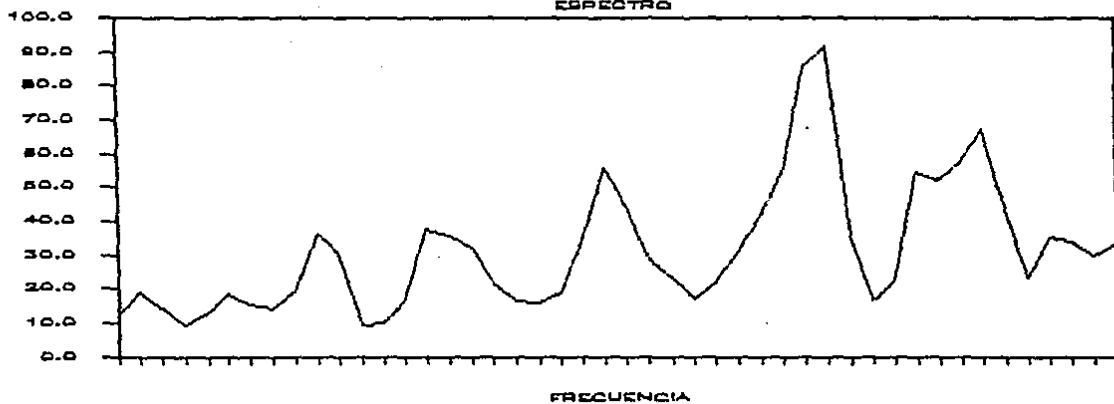


PARAMA $m = 0.5 \times T$

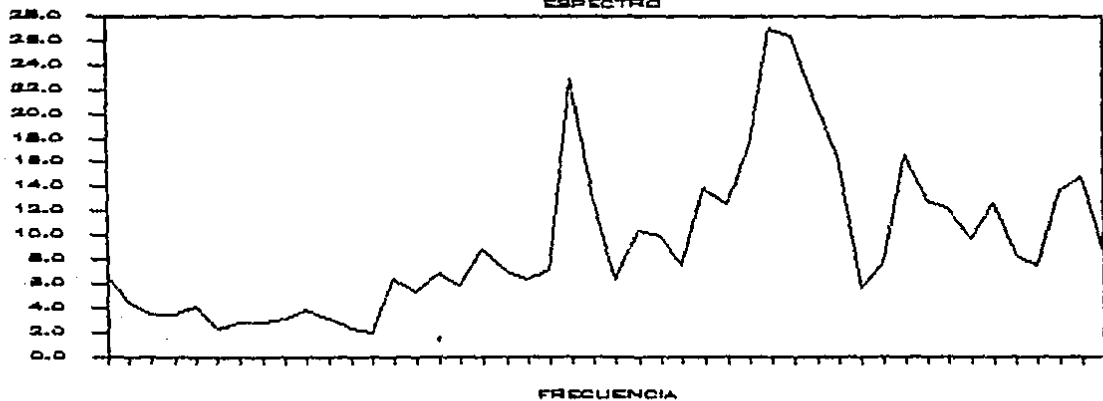
PAREAN $\mu = 0.5 \times T$
 PRIMER COMPONENTE PRINCIPAL
 ESPECTRO



SEGUNDO COMPONENTE PRINCIPAL
 ESPECTRO

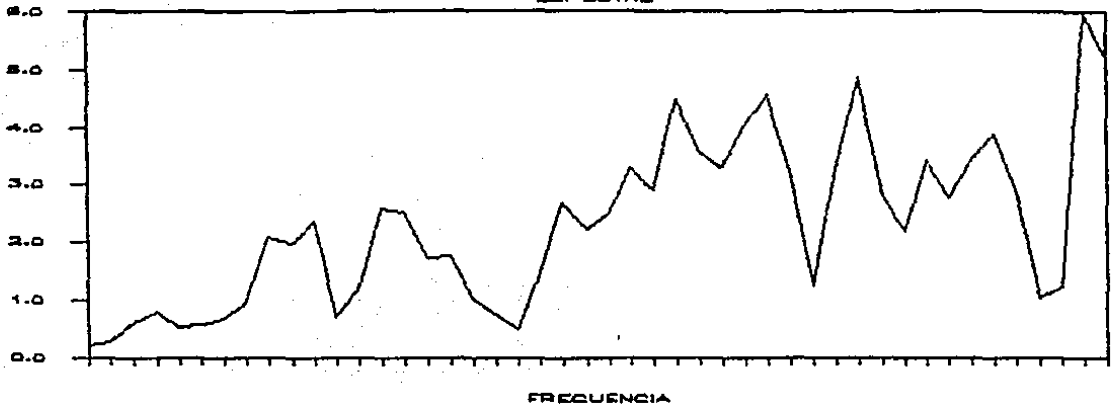


TERCER COMPONENTE PRINCIPAL
 ESPECTRO

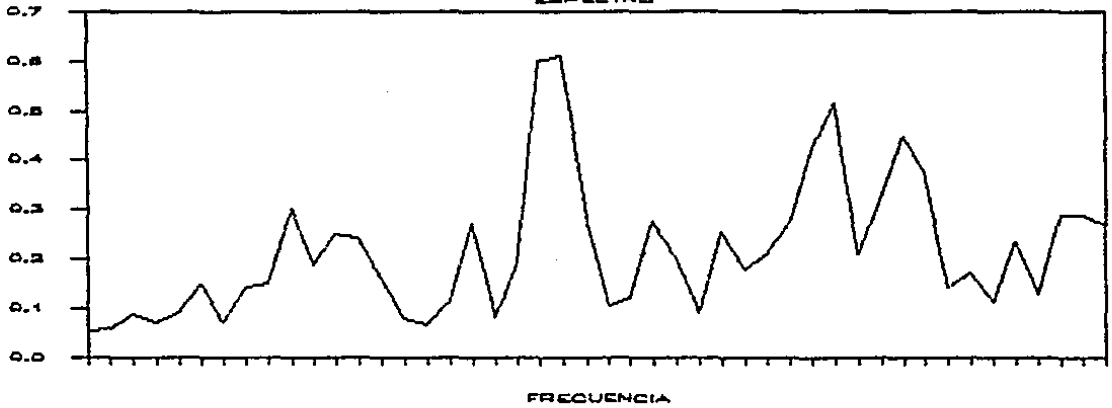


PARZEN $m = 0.5xT$

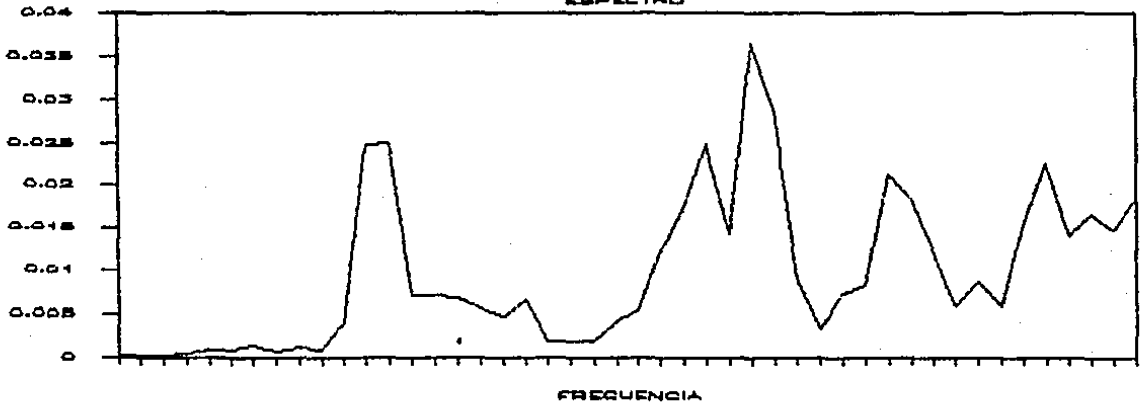
CUARTO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



QUINTO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



SEXTO COMPONENTE PRINCIPAL
ESPECTRO



Para la elección de los componentes de entre los casos considerados, calculamos los siguientes estadísticos:

$$q_{ij}(r) = \sum_{k=-r}^r \hat{\rho}_{ij}^2(k) \quad i \neq j \quad (53)$$

donde $\hat{\rho}_{ij}^2(k)$ define las correlaciones cruzadas entre el i-ésimo y el j-ésimo componentes principales, y

$$q(r) = \sum_{i < j} q_{ij}(r) \quad (54)$$

El primero de ellos es un indicador del grado de independencia entre el i-ésimo y j-ésimo componentes principales. El segundo resulta un indicador global de independencia. En teoría esperaríamos que $q(r) = 0$ y los alejamientos del cero se deben a que estamos trabajando con datos muestrales. Por consiguiente, debemos elegir la combinación de ventanas y puntos de corte que proporcione valores pequeños de $q(r)$. De los valores de $q_{ij}(r)$ y $q(r)$ de los casos considerados que presentamos en el cuadro siguiente observamos:

Bartlett produce valores mas pequeños de q con $m = 0.1 \times T$ y $0.2 \times T$ y mayores en el resto.

Los componentes de menor varianza están mas correlacionados entre ellos mismos.

Los componentes de mayor varianza están menos correlacionados con el resto para $m > 0.1 \times T$.

VALORES DE $q_{ij}(r)$ Y $q(r)$ DEFINIDOS EN (53) Y (54) PARA LAS VENTANAS DE BARTLETT Y PARZEN Y CON EL 10%, 20%, 30%, 40% y 50% DE LAS OBSERVACIONES COMO PUNTOS DE CORTE.

VENTANA: BARTLETT
PUNTO DE CORTE: $0.1 \times T$

	V1	V2	V3	V4	V5
V2	.8520687				
V3	.6200580	.5399195			
V4	.4362185	.8902492	.6193151		
V5	.4483957	.8355569	.7738159	.6495497	
V6	.4706732	.4643399	.5389184	.9601213	.7928811

$$q(40) = 9.892080$$

VENTANA: PARZEN
PUNTO DE CORTE: $0.1 \times T$

	V1	V2	V3	V4	V5
V2	1.117357				
V3	.7055438	.5847024			
V4	.4791264	1.176852	.7337821		
V5	.6720142	.7335902	.7705601	.8188513	
V6	.4589518	.6560741	.6016642	.8009802	.7111971

$$q(40) = 11.02125$$

VENTANA: BARTLETT
PUNTO DE CORTE: $0.2 \times T$

	V1	V2	V3	V4	V5
V2	.5327649				
V3	.4418418	.6711368			
V4	.2619625	.4558998	.7761942		
V5	.4722191	.6964969	.6129712	.8476927	
V6	.3452638	.5784962	.6612865	1.329172	.7035222

$$q(40) = 9.386921$$

VENTANA: PARZEN
 PUNTO DE CORTE: 0.2 x T

	V1	V2	V3	V4	V5
V2	.5231753				
V3	.5748700	.9150240			
V4	.4402060	.5593804	.7630955		
V5	.3883446	.4005738	.6080911	.8616583	
V6	.4126791	.6034447	.4816274	1.223022	.6538647

q(40) = 9.413257

VENTANA: BARTLETT
 PUNTO DE CORTE: 0.3 x T

	V1	V2	V3	V4	V5
V2	.4041980				
V3	.4858842	.9091508			
V4	.4379354	.5462091	.7512549		
V5	.3917297	.5586379	.8828093	.9236313	
V6	.3685512	.5562312	.8362559	1.967309	1.002507

q(40) = 11.08230

VENTANA: PARZEN
 PUNTO DE CORTE: 0.3 x T

	V1	V2	V3	V4	V5
V2	.5934078				
V3	.5168050	1.040978			
V4	.4832118	.6209384	.5156705		
V5	.4000465	.8427539	.7665160	1.001385	
V6	.4003532	.6314192	.8044379	1.128768	.7494970

q(40) = 10.49619

VENTANA: BARTLETT
 PUNTO DE CORTE: 0.4 x T

	V1	V2	V3	V4	V5
V2	.5753381				
V3	.6087926	.6469832			
V4	.3746097	.3349186	1.295043		
V5	.3327400	.4588412	.7206249	1.279038	
V6	.3759967	.5832072	1.247679	1.430067	1.240417

q(40) = 11.50437

VENTANA: PARZEN

PUNTO DE CORTE: 0.4 x T

	V1	V2	V3	V4	V5
V2	.5731547				
V3	.6347247	.8527534			
V4	.3928800	.5565586	.8577420		
V5	.3908625	.6505423	.6697116	1.250519	
V6	.3333458	.5246213	.8428225	1.140317	1.122291

q(40) = 10.79285

VENTANA: BARTLETT

PUNTO DE CORTE: 0.5 x T

	V1	V2	V3	V4	V5
V2	.6901153				
V3	.5136974	.5387979			
V4	.3327880	.3837916	.6242419		
V5	.3189764	.4483551	.6771569	2.338302	
V6	.3233278	.7457831	1.335112	.6091236	.8432791

q(40) = 10.74285

VENTANA: PARZEN

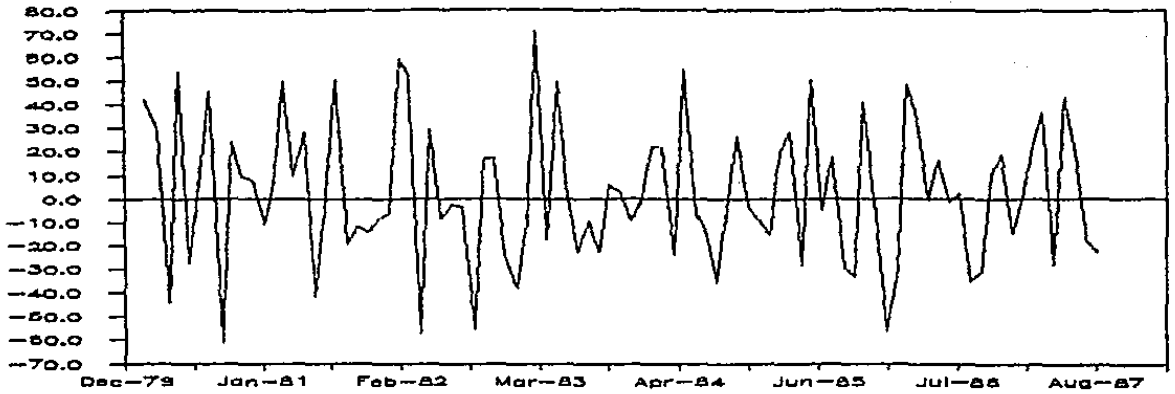
PUNTO DE CORTE: 0.5 x T

	V1	V2	V3	V4	V5
V2	.4672940				
V3	.5964054	.5411932			
V4	.4124681	.4348003	1.051676		
V5	.4128513	.5363614	.7540515	1.317409	
V6	.2959280	.5656861	.5660154	.6410804	.6805136

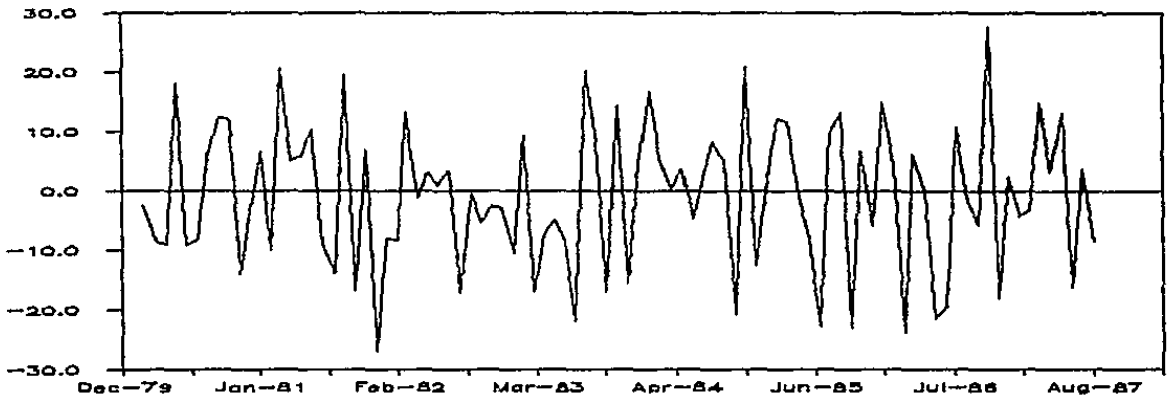
q(40) = 9.273733

Con esta información optamos por trabajar con los componentes que resultan de la ventana de Bartlett para $m = .2 \times T$. Las gráficas de los componentes y de sus autocorrelaciones son las siguientes:

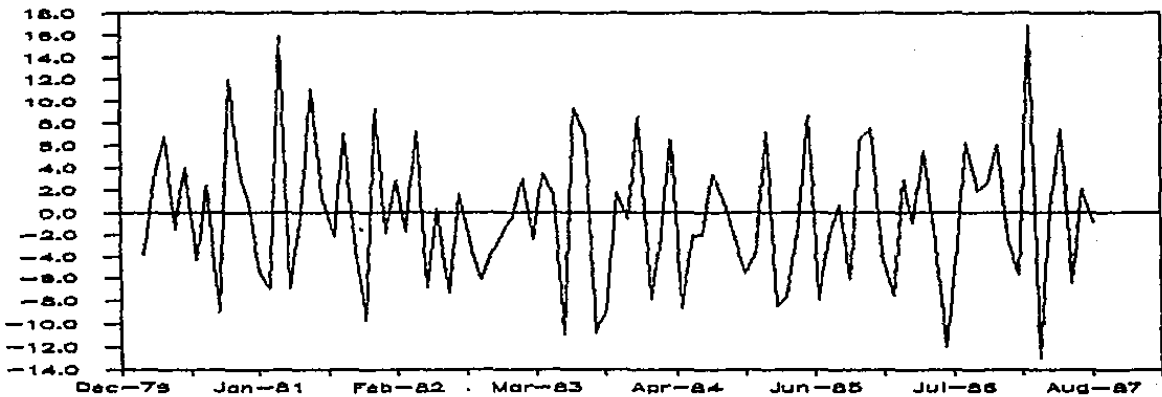
PRIMER COMPONENTE PRINCIPAL



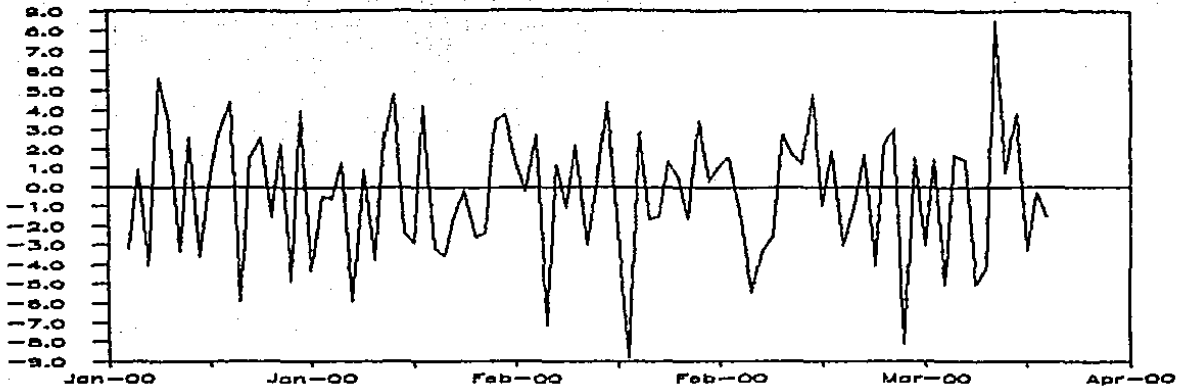
SEGUNDO COMPONENTE PRINCIPAL



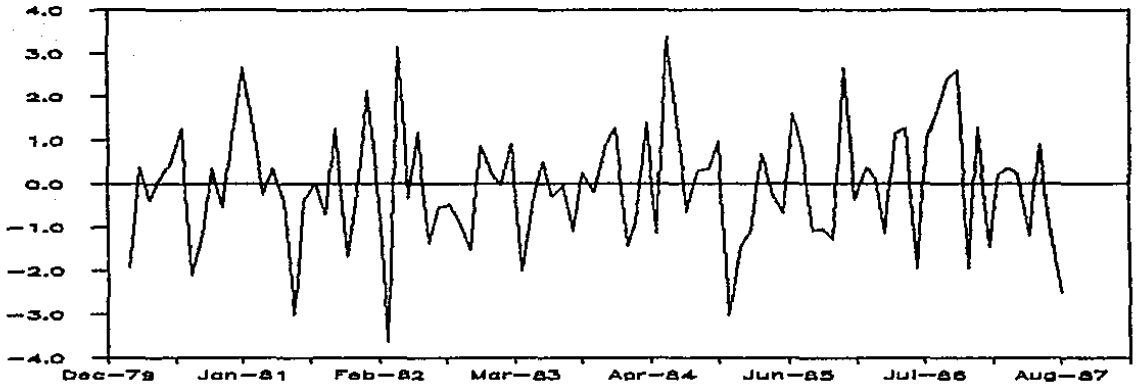
TERCER COMPONENTE PRINCIPAL



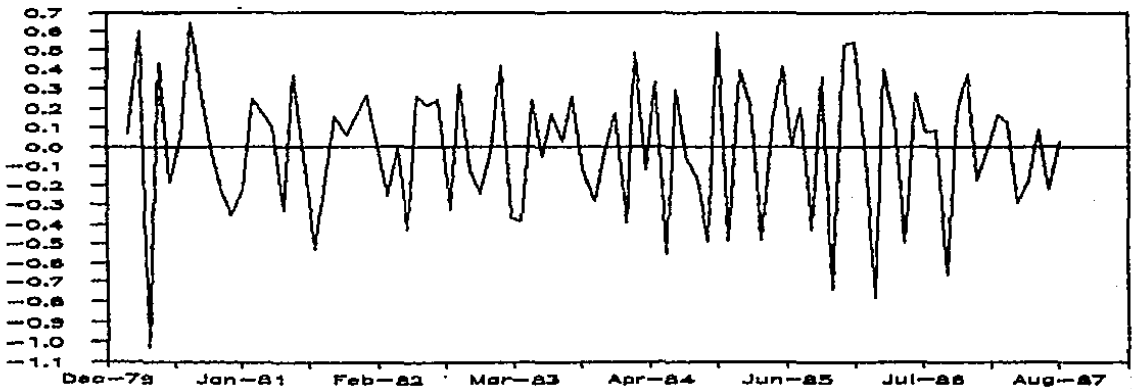
CUARTO COMPONENTE PRINCIPAL



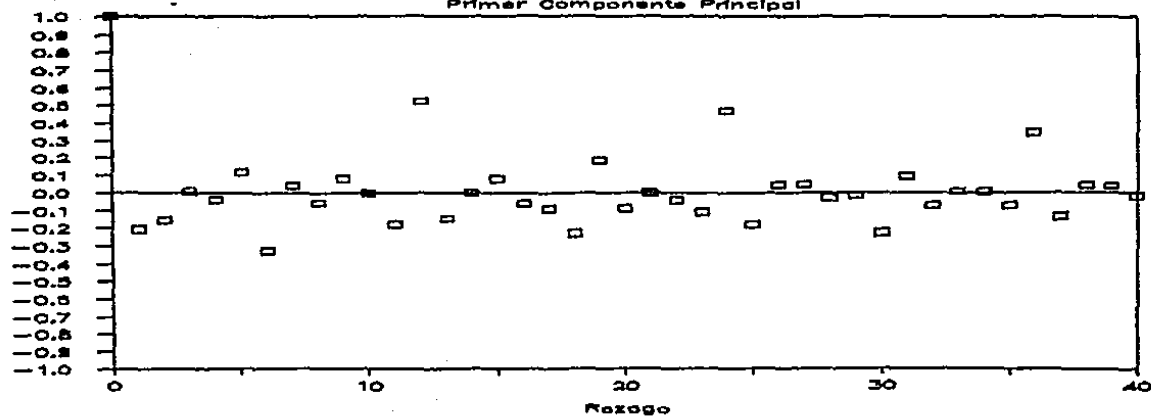
QUINTO COMPONENTE PRINCIPAL



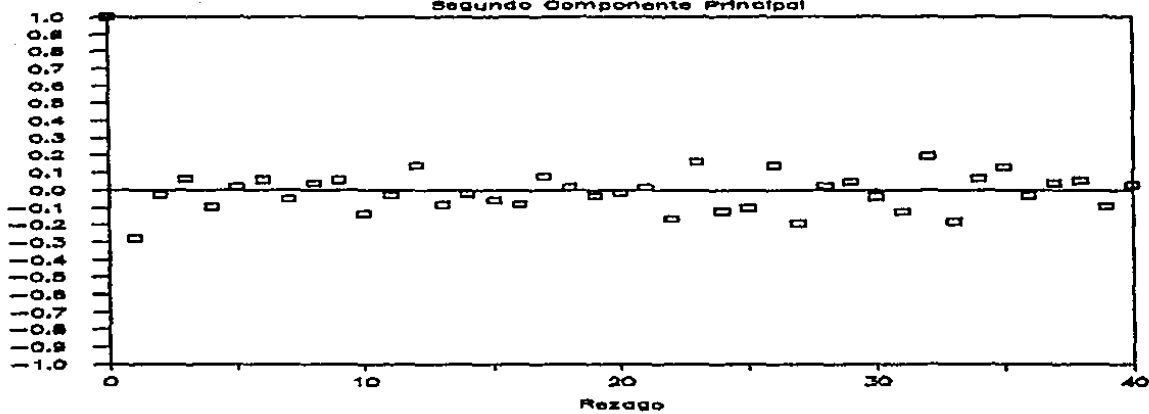
SEXTO COMPONENTE PRINCIPAL



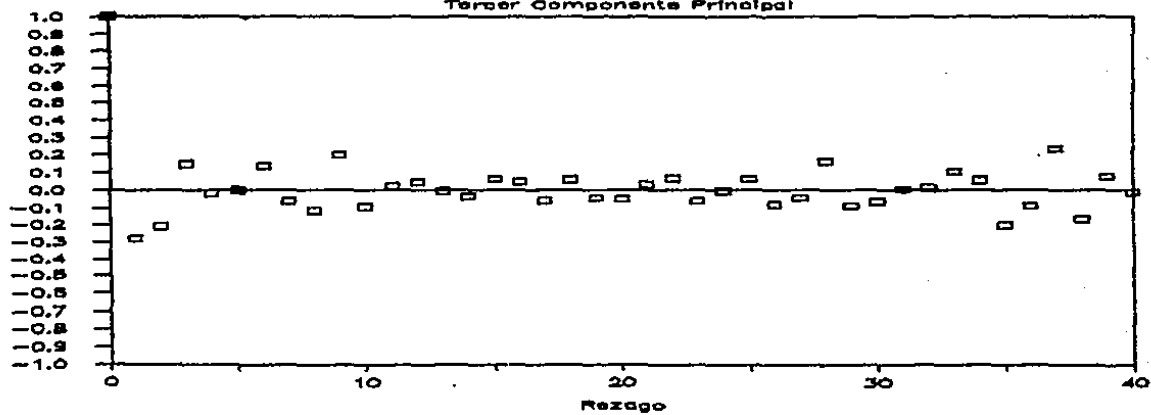
Autocorrelaciones
Primer Componente Principal



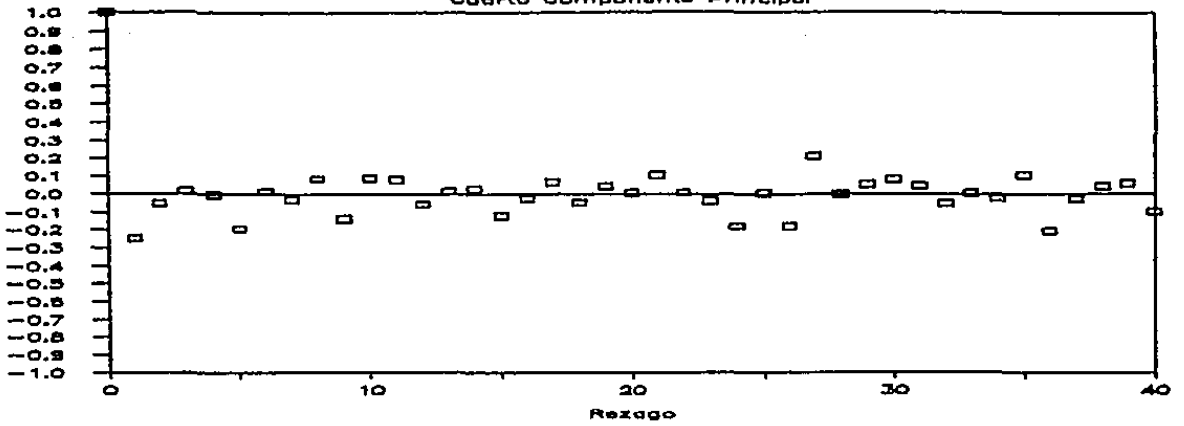
Autocorrelaciones
Segundo Componente Principal



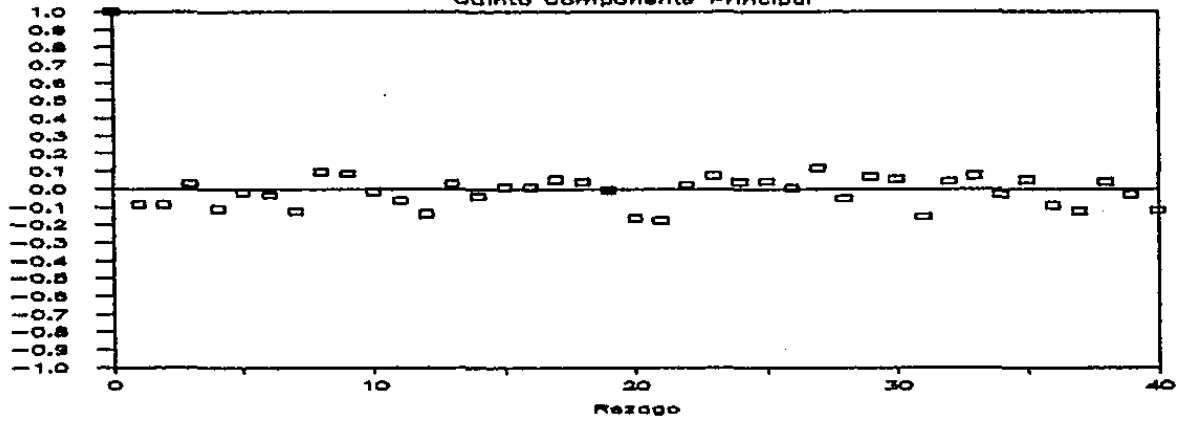
Autocorrelaciones
Tercer Componente Principal



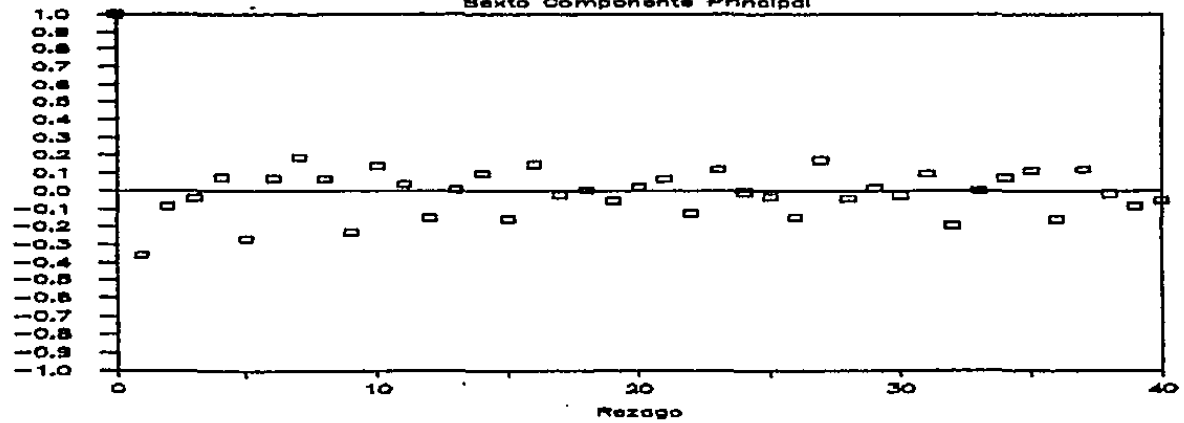
Autocorrelaciones
Cuarto Componente Principal



Autocorrelaciones
Quinto Componente Principal



Autocorrelaciones
Sexto Componente Principal



En virtud de que casi la totalidad de la varianza se recupera con los tres primeros componentes (98.8% para el caso considerado), solo a estos les ajustamos modelos ARMA. Los resultados de los ajustes son los siguientes:

PRIMER COMPONENTE PRINCIPAL

$$(1+0.3699L^1-0.4299L^2-0.2199L^3)(1-0.5875L^{12})Y_{1,1} = (1-0.8143L^1)\varepsilon_{1,1}$$

T=73

QC(24) = 8.13153

Nivel de Significancia: 0.998931

SEGUNDO COMPONENTE PRINCIPAL

$$Y_{1,2} = (1-0.3084L^1)\varepsilon_{1,2}$$

T=91

QC(27) = 17.2581

Nivel de Significancia: 0.924564

TERCER COMPONENTE PRINCIPAL

$$Y_{1,3} = (1-0.3695L^1-0.3214L^2)\varepsilon_{1,3}$$

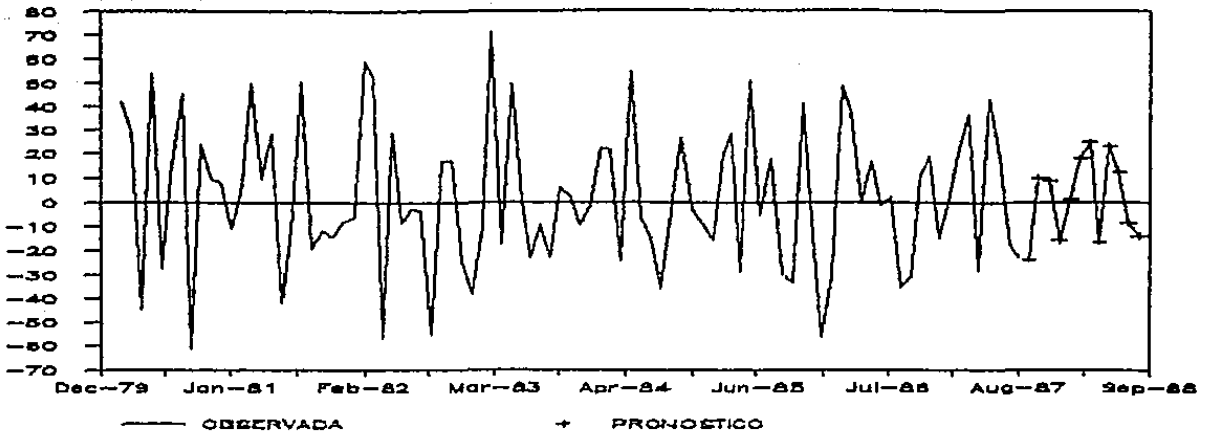
T=89

QC(27) = 8.19806

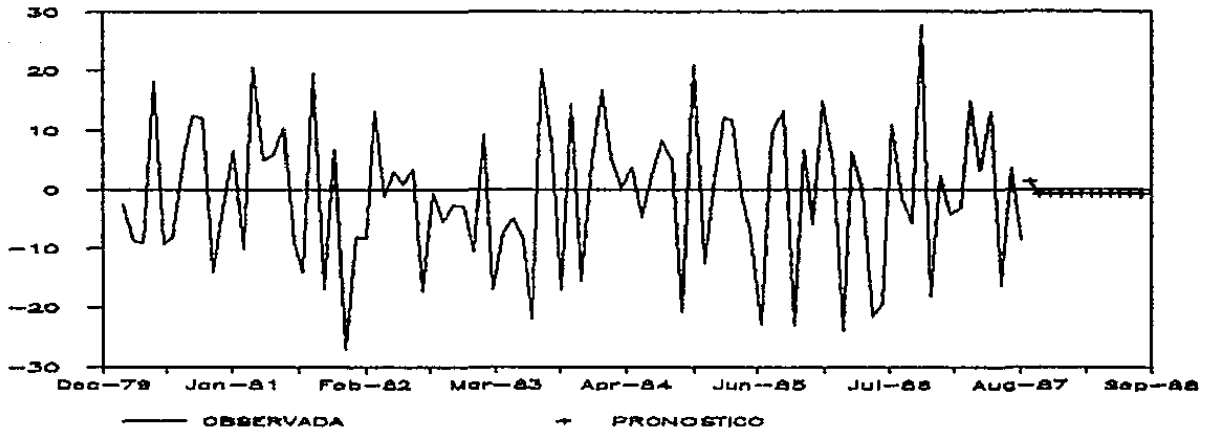
Nivel de Significancia: 0.999815

Los pronósticos para 12 meses que resultan de los modelos ajustados son:

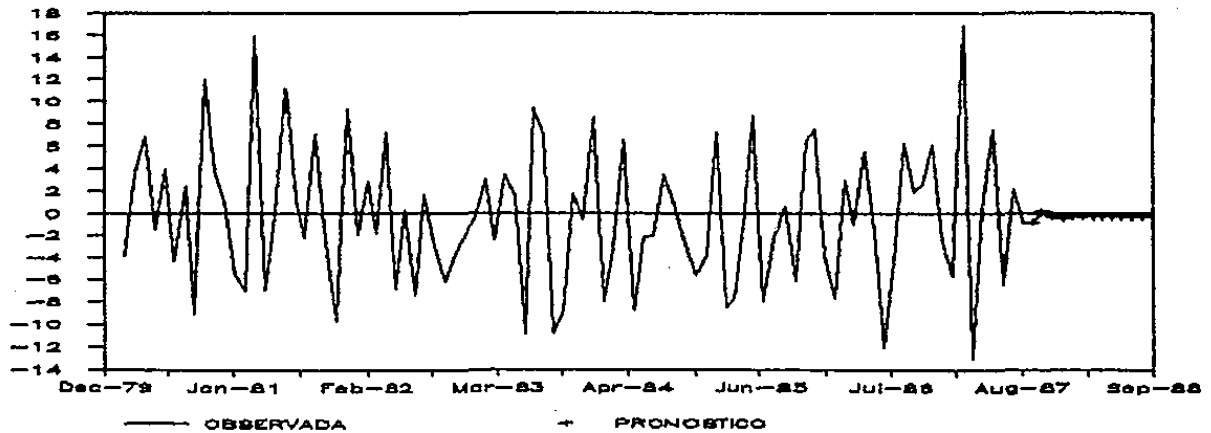
PRONOSTICO 1ER COMPONENTE PRINCIPAL



PRONOSTICO 2DO COMPONENTE PRINCIPAL



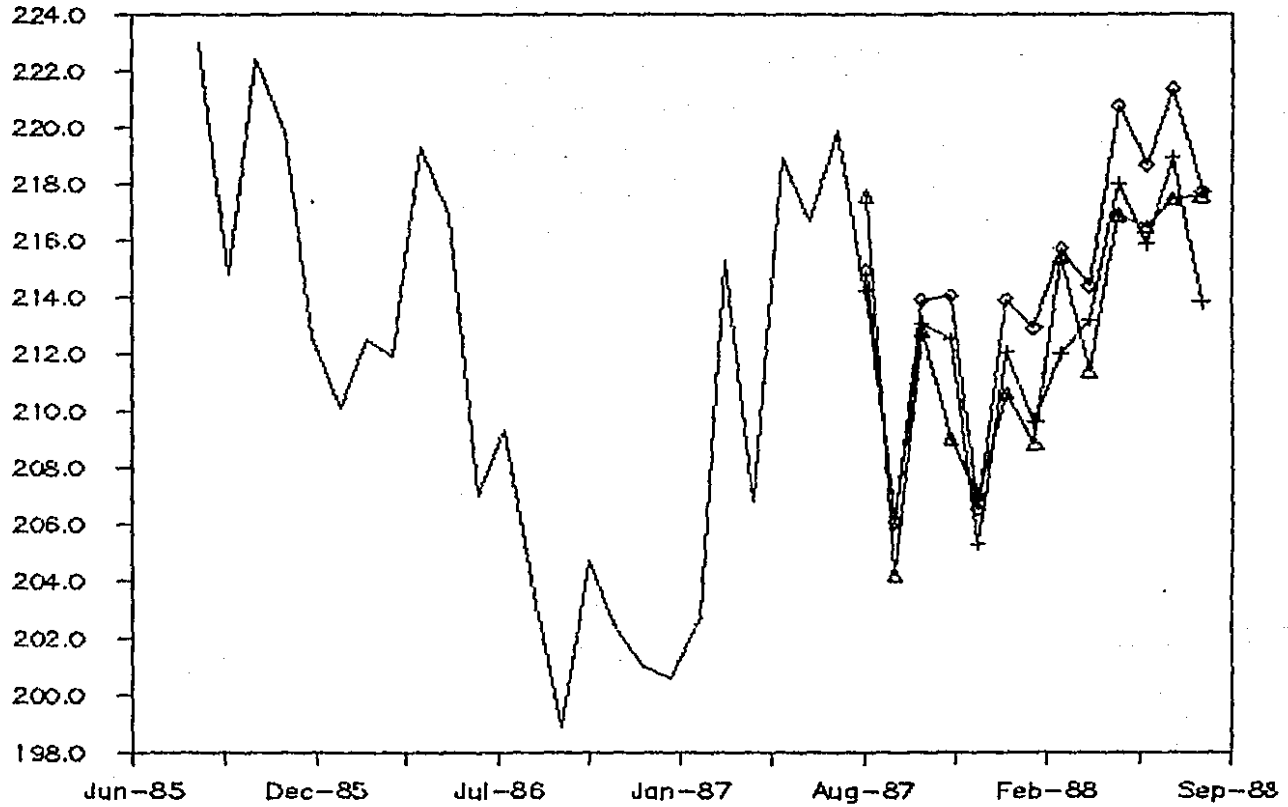
PRONOSTICO 3ER COMPONENTE PRINCIPAL



Por último, obtuvimos los pronósticos de las series de primeras diferencias utilizando la ecuación (31). De la transformación inversa obtuvimos los pronósticos de las series originales. El ejercicio se hizo considerando, un componente, dos componentes y tres componentes. Los pronósticos se grafican juntos y es posible observar que en algunos casos no son muy distintos.

ACTIVIDADES INDUSTRIALES

PRONOSTICOS



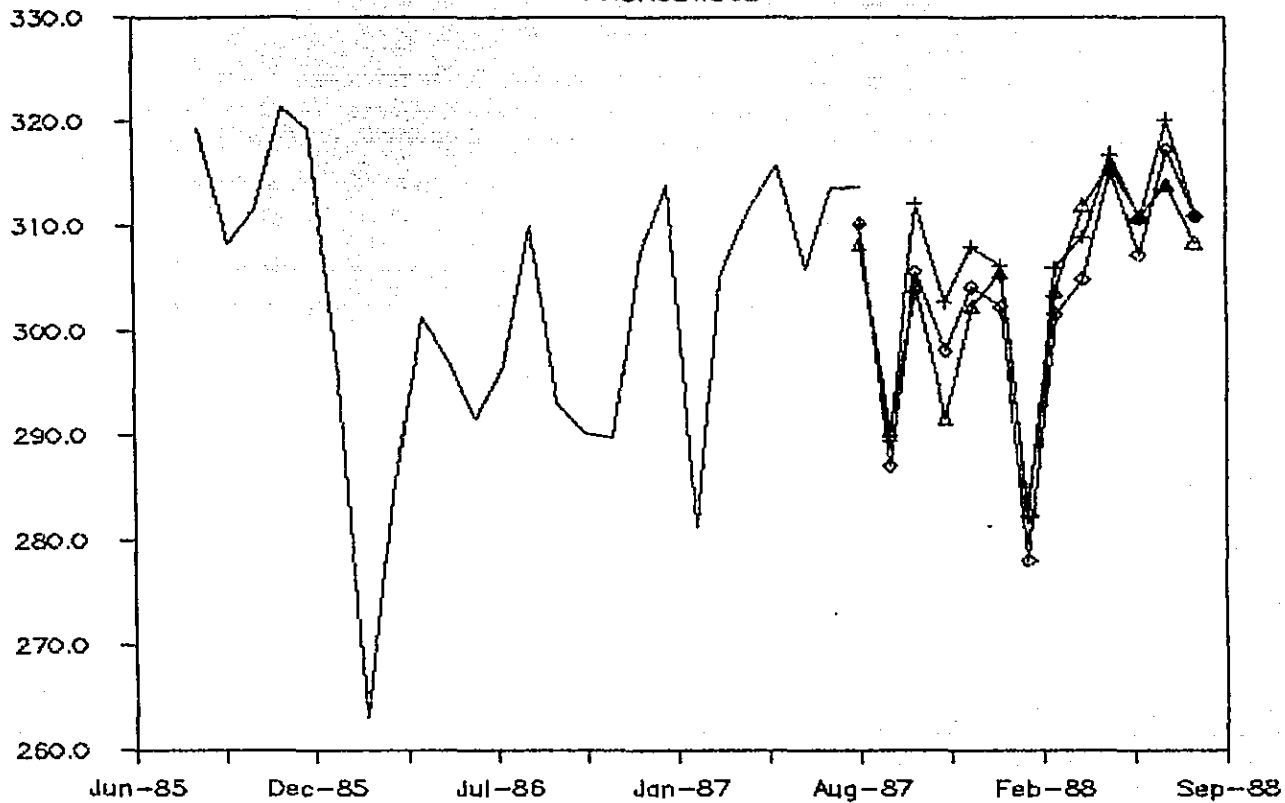
+ Tres C.P.'s

◇ Dos C.P.'s

Δ Un C.P.

INDUSTRIA MINERA

PRONOSTICOS



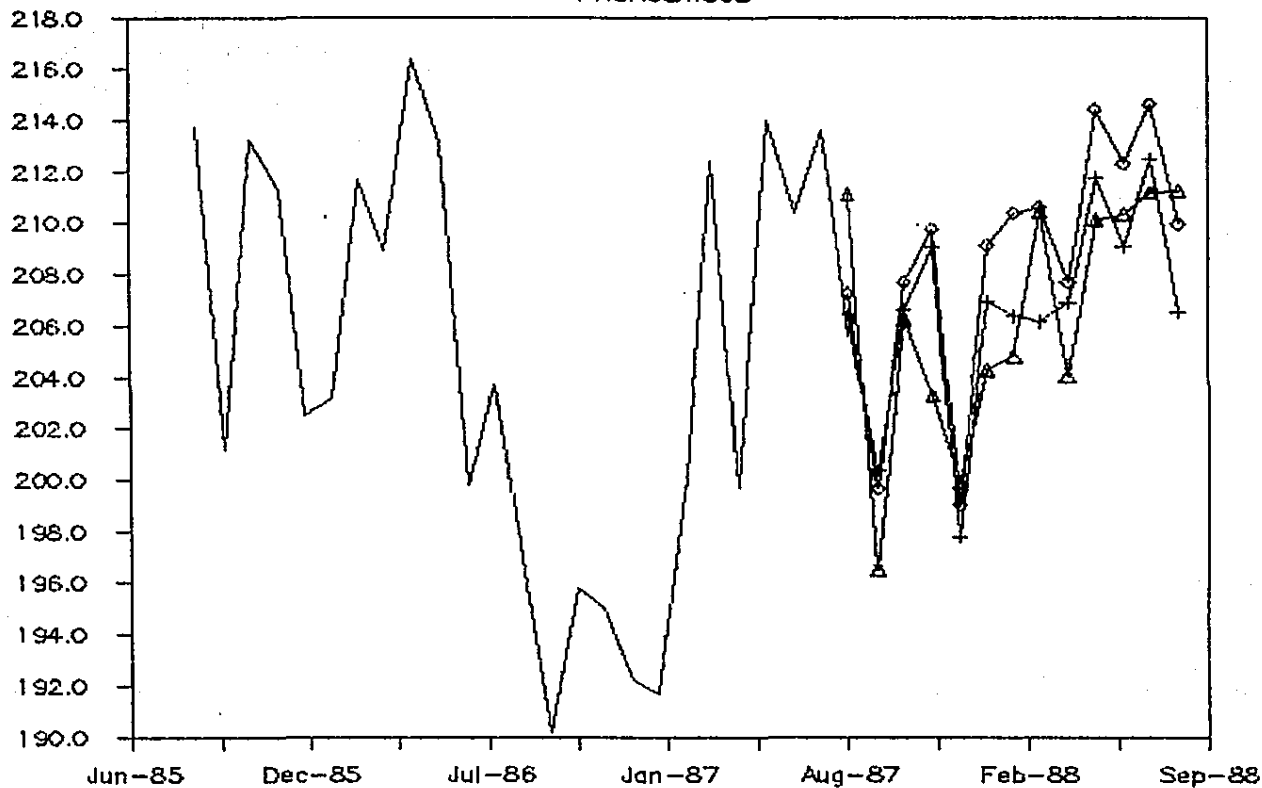
+ Tres C.P.'s

◇ Dos C.P.'s

△ Un C.P.

INDUSTRIA MANUFACTURERA

PRONOSTICOS



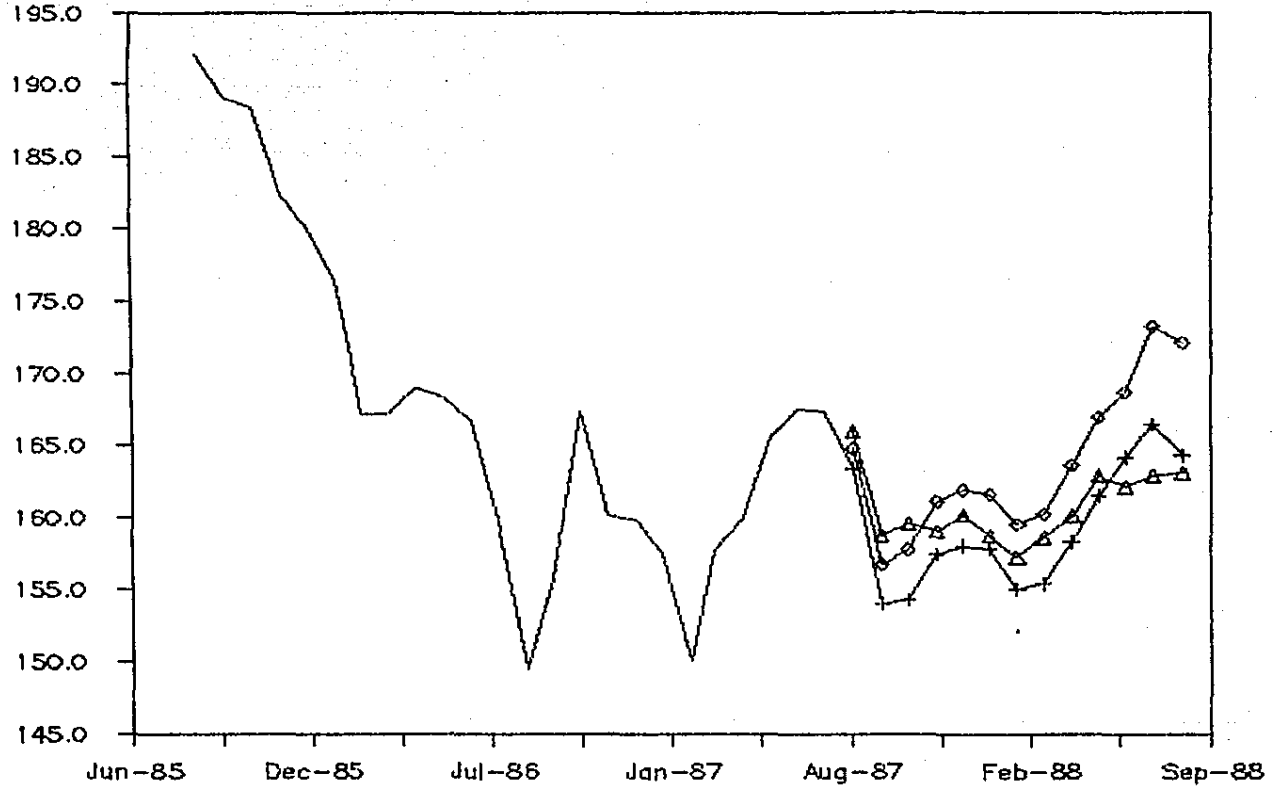
+ TRES C.P.'s

◇ DOS C.P.'s

Δ UN C.P.

INDUSTRIA DE LA CONSTRUCCION

PRONOSTICO



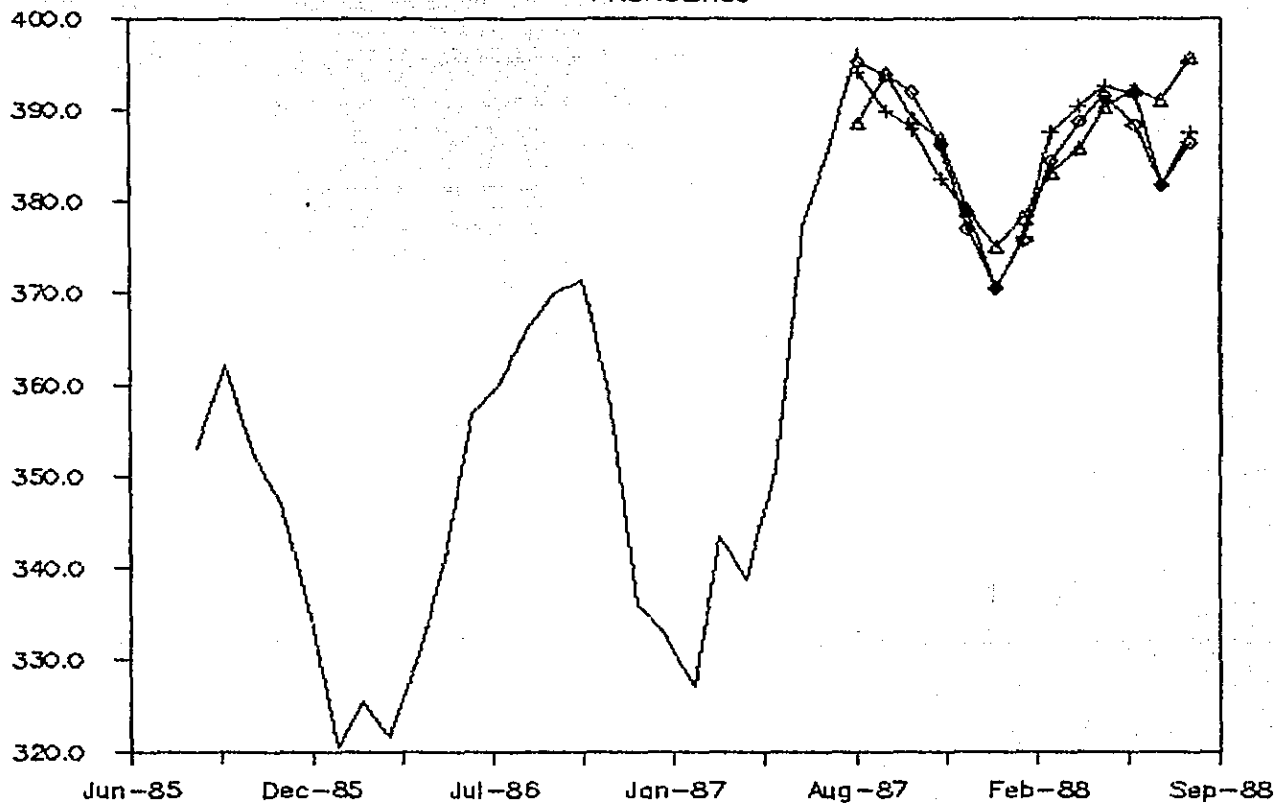
+ TRES C.P.'s

◇ DOS C.P.'s

△ UN C.P.

INDUSTRIA ELECTRICA

PRONOSTICO



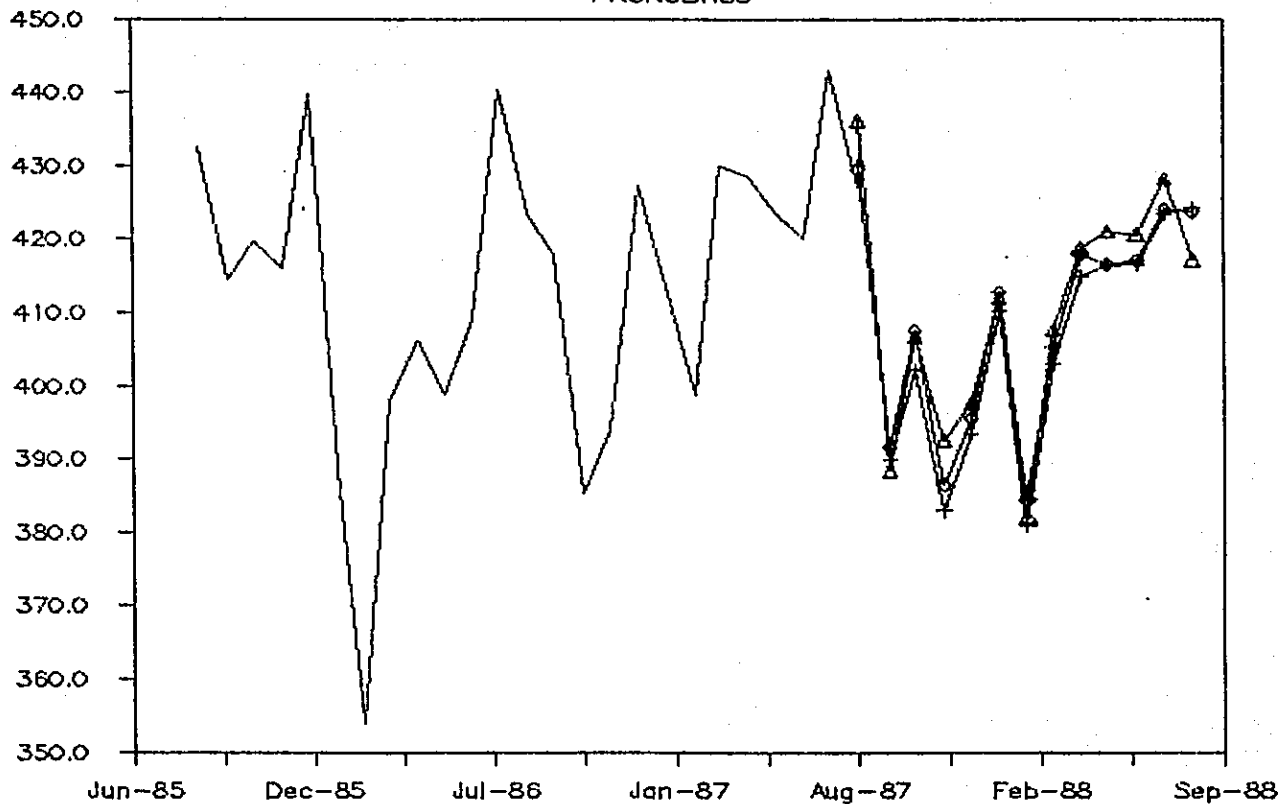
+ TRES C.P.'s

◇ DOS C.P.'s

△ UN C.P.

INDUSTRIA PETROLERA

PRONOSTICO



+ TRES C.P.'s

◇ DOS C.P.'s

Δ UN C.P.

5.-SIMULACIONES MODELOS MARMA.

Para probar el método en el caso de la estimación del modelo MARMA asociado a X_t , se hicieron simulaciones de acuerdo al siguiente esquema:

PARAMETROS:

Número de Simulaciones.

Número de Series.

Número de Componentes.

Número de Observaciones.

Tipo de Ventana.

Punto de Corte.

Rezago Filtro para Calcular X_t a partir de Y_t .

Modelos ARMA Asociados a los Componentes Principales:

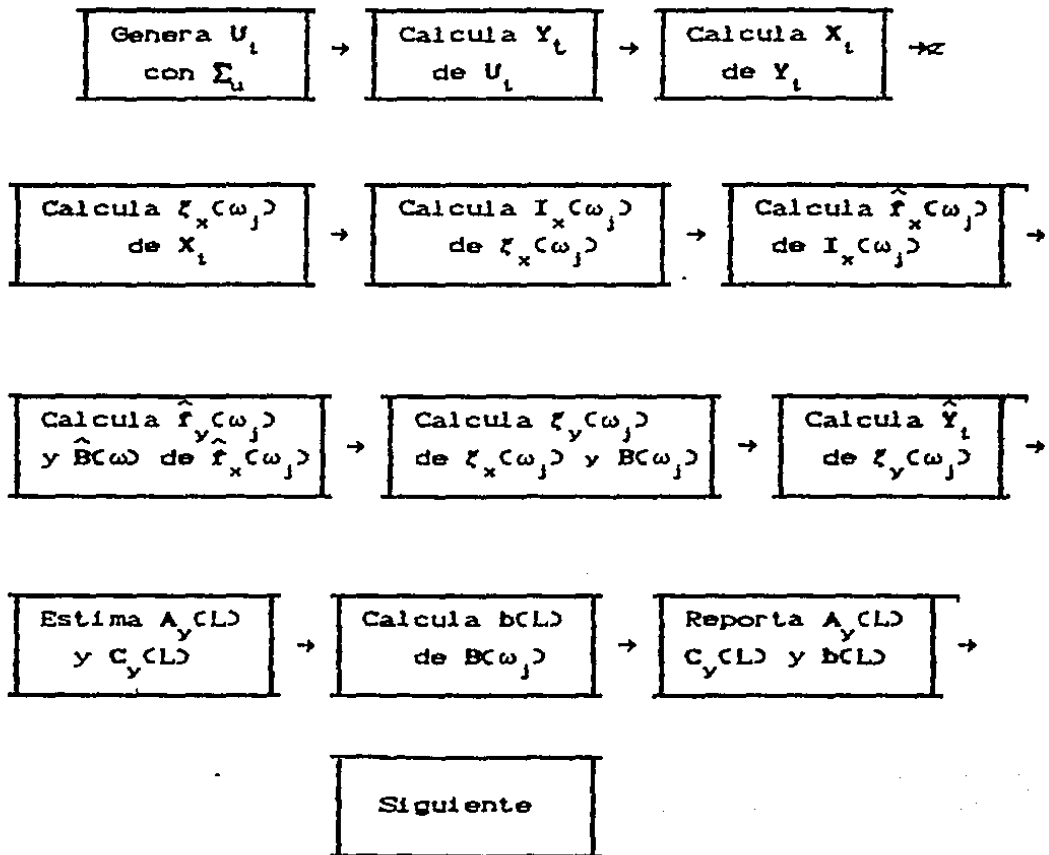
$$A_y \text{CLD} Y_t = C_y \text{CLD} U_t \quad U_t \sim (0, \Sigma_u)$$

Matriz de Varianzas-Covarianzas de U_t : Σ_u

Matriz bCLD:

$$X_t = b \text{CLD} Y_t \quad (\text{Debe cumplir } B(\omega) \overline{B^* C(\omega)} = I)$$

PROCEDIMIENTO:



Los parámetros que se tomaron son:

Número de Simulaciones = 518.

Número de Series = 3.

Número de Componentes = 3.

Número de Observaciones = 100.

Tipo de Ventana: Bartlett.

Punto de Corte = 25.

Rezago Filtro para Calcular X_t a partir de Y_t : 0

Modelos ARMA Asociados a los Componentes Principales:

$$\text{Modelo 1: } (1-0.3L)Y_{1,t} = (1-0.7L)U_{1,t}$$

$$\text{Modelo 2: } (1-0.2L)Y_{2,t} = (1-0.5L)U_{2,t}$$

$$\text{Modelo 3: } (1+0.3L)Y_{3,t} = U_{3,t}$$

$$\Sigma_u = \begin{bmatrix} 1000.0 & 0 & 0 \\ 0 & 100.0 & 0 \\ 0 & 0 & 10.0 \end{bmatrix}$$

$$bCL = \begin{bmatrix} 0.55470 & 0.83205 & 0.000000 \\ 0.34188 & -0.2279 & -0.91188 \\ 0.75857 & -0.5037 & 0.41089 \end{bmatrix}_r$$

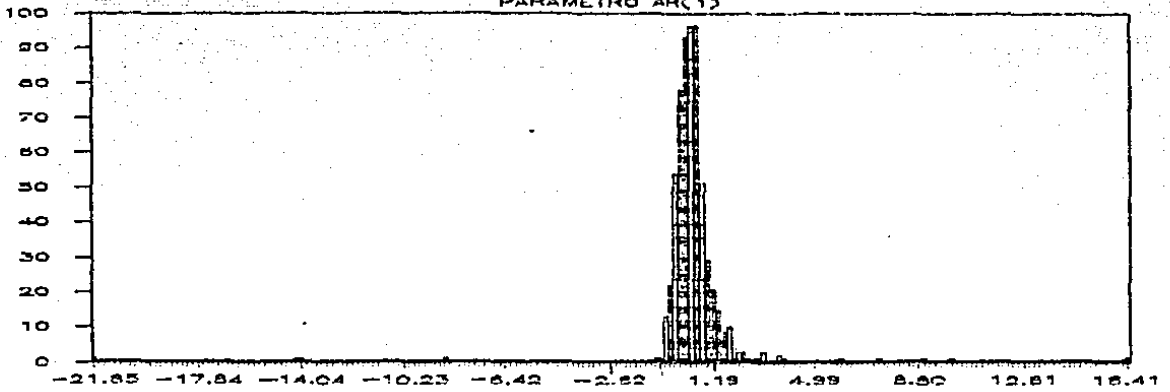
Los histogramas de los parámetros simulados se reportan en las gráficas siguientes en donde podemos apreciar:

Los parámetros de la parte autoregresiva están mas concentrados alrededor de su media.

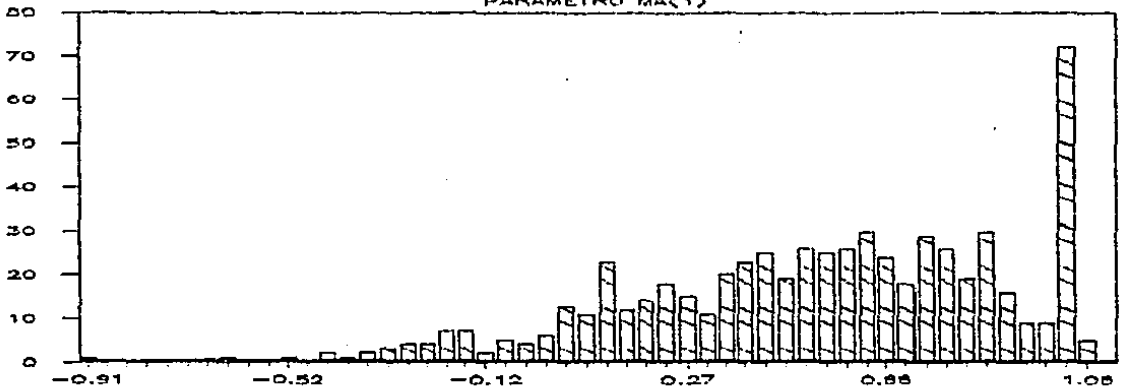
Los parámetros de la parte MA se concentran cerca del círculo unitario

Los valores de la matriz $b(L)$ muestran mayor dispersión respecto a sus puntos extremos.

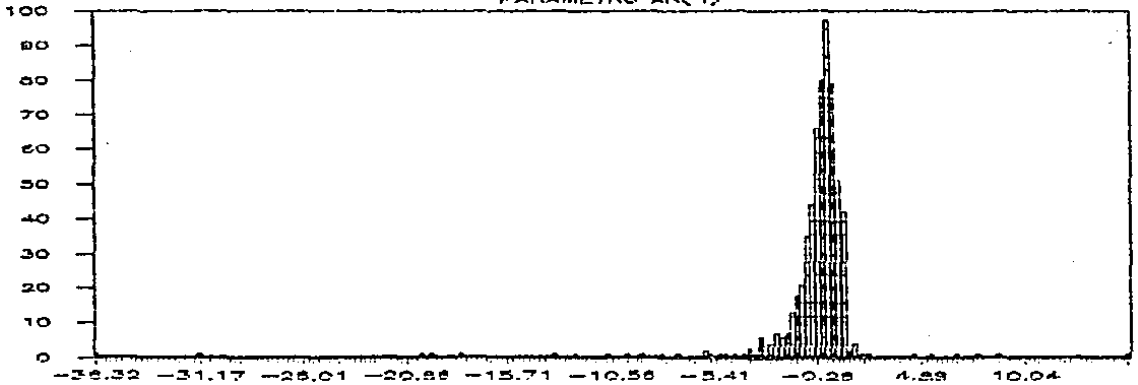
SIMULACIONES MODELO 1 (ARMA(1,1))
PARAMETRO AR(1)



SIMULACIONES MODELO 1 (ARMA(1,1))
PARAMETRO MA(1)

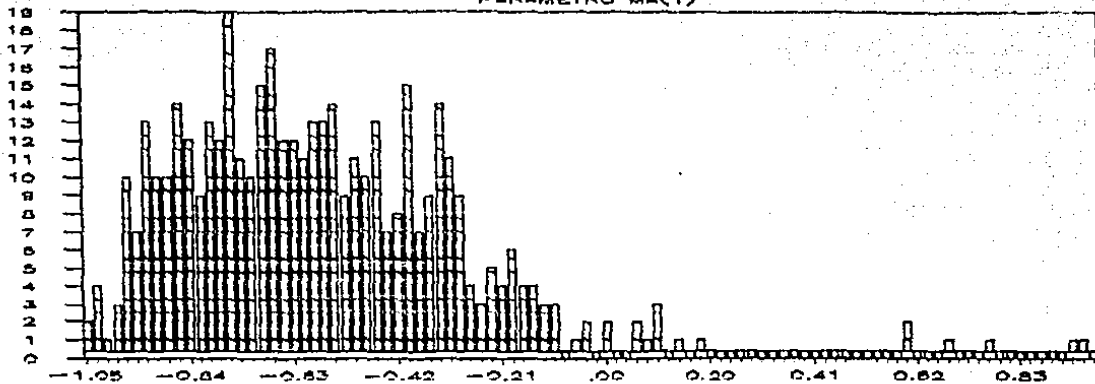


SIMULACIONES MODELO 2 (ARMA(1,1))
PARAMETRO AR(1)



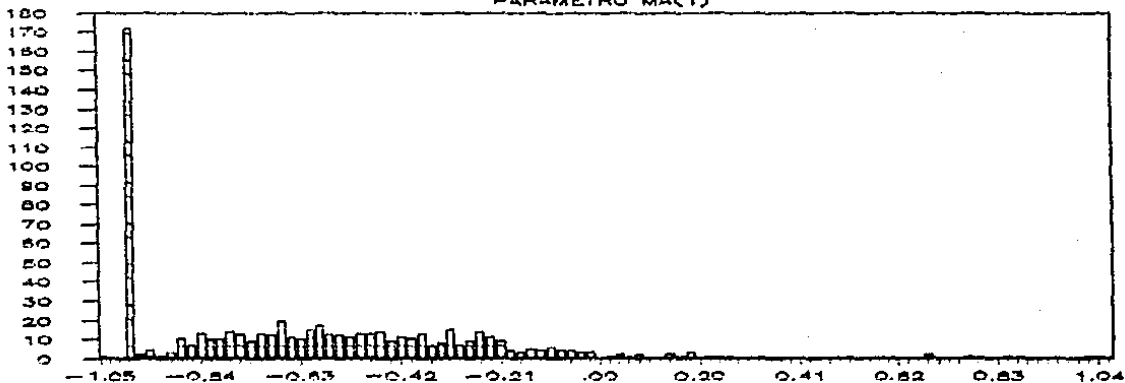
SIMULACIONES MODELO 2 (ARMA(1,1))

PARAMETRO MA(1)



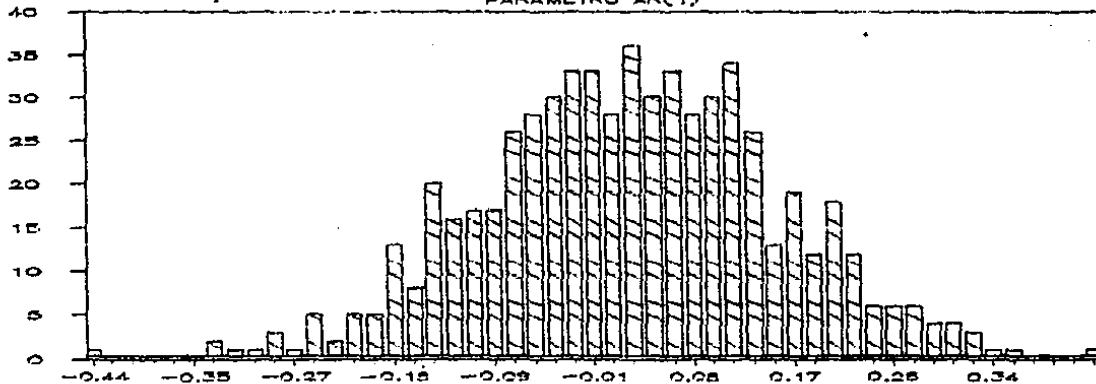
SIMULACIONES MODELO 2 (ARMA(1,1))

PARAMETRO MA(1)

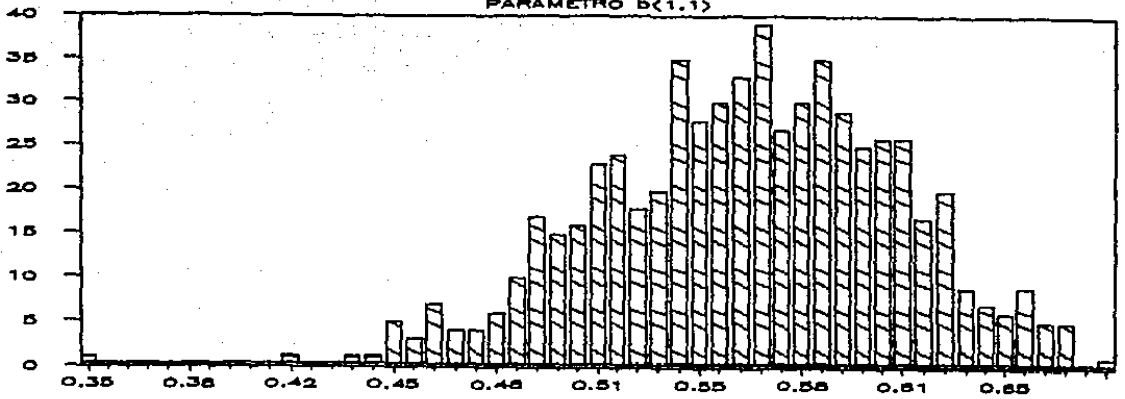


SIMULACIONES MODELO 3 (AR(1))

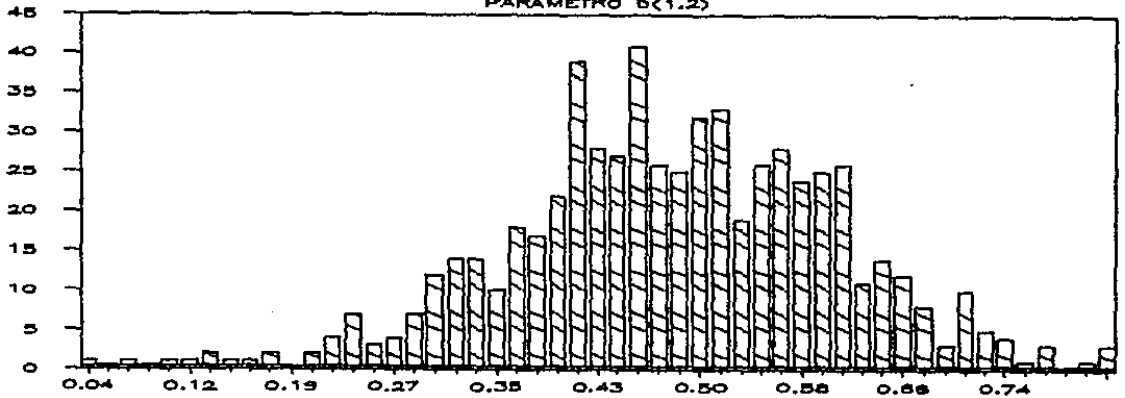
PARAMETRO AR(1)



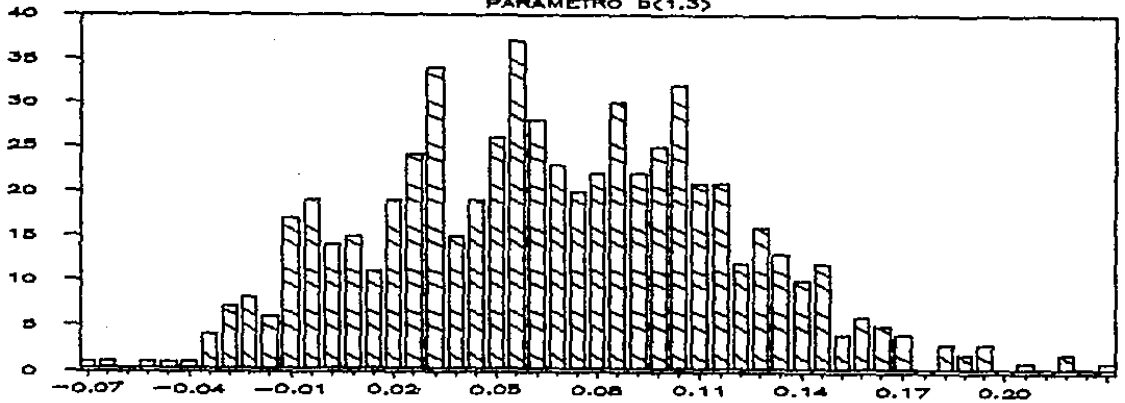
SIMULACIONES MATRIZ b(L)
PARAMETRO b(1,1)



SIMULACIONES MATRIZ b(L)
PARAMETRO b(1,2)

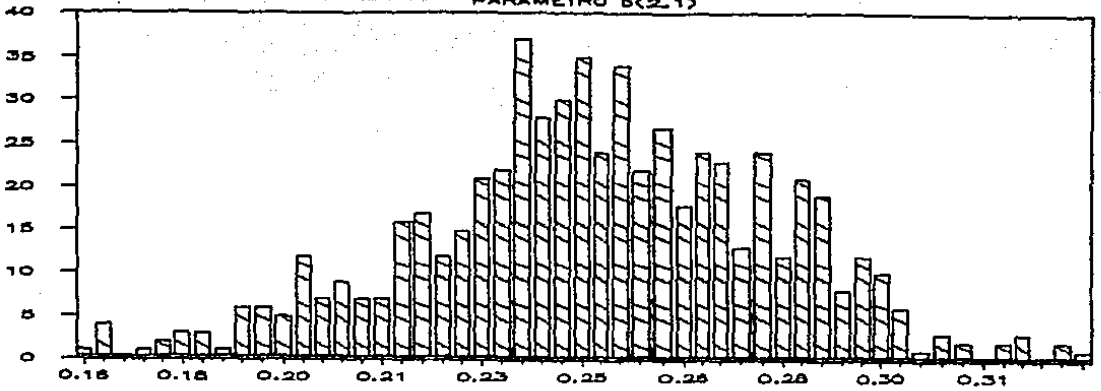


SIMULACIONES MATRIZ b(L)
PARAMETRO b(1,3)



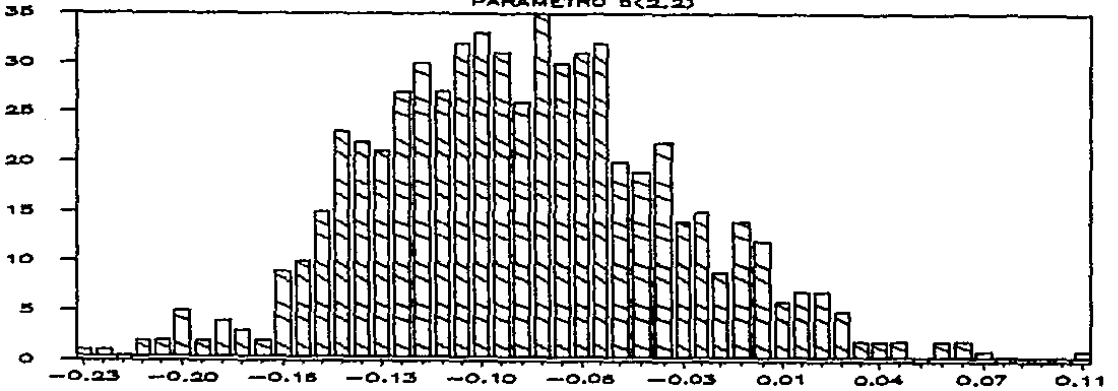
SIMULACIONES MATRIZ $b(L)$

PARAMETRO $b(2,1)$



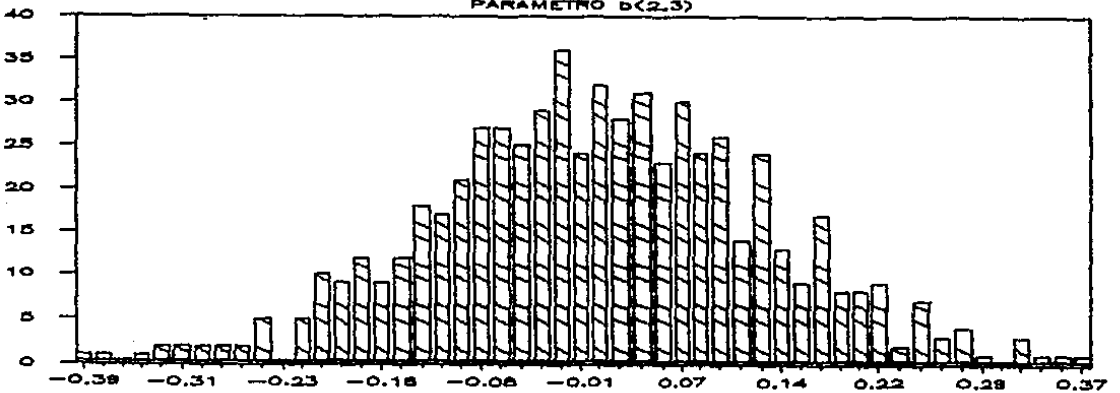
SIMULACIONES MATRIZ $b(L)$

PARAMETRO $b(2,2)$



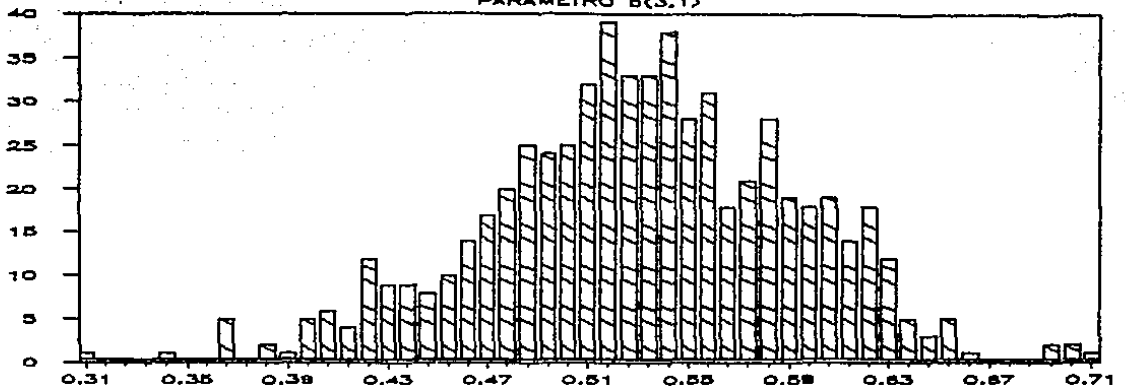
SIMULACIONES MATRIZ $b(L)$

PARAMETRO $b(2,3)$



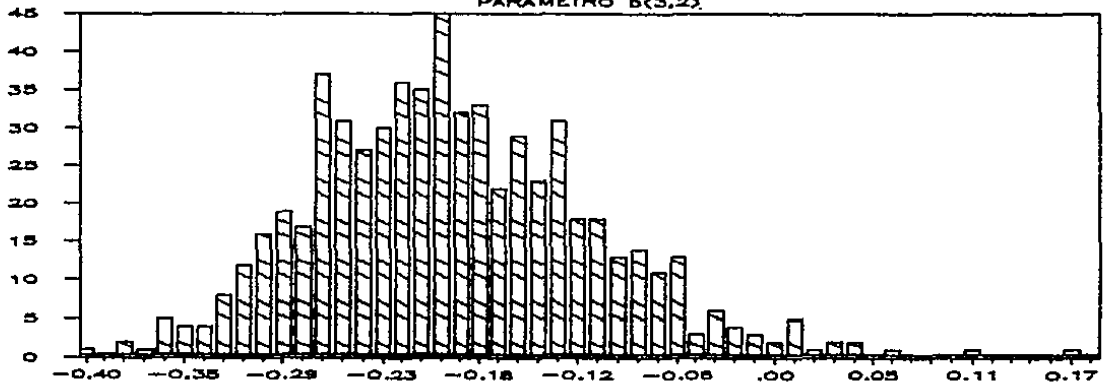
SIMULACIONES MATRIZ $b(L)$

PARAMETRO $b(3,1)$



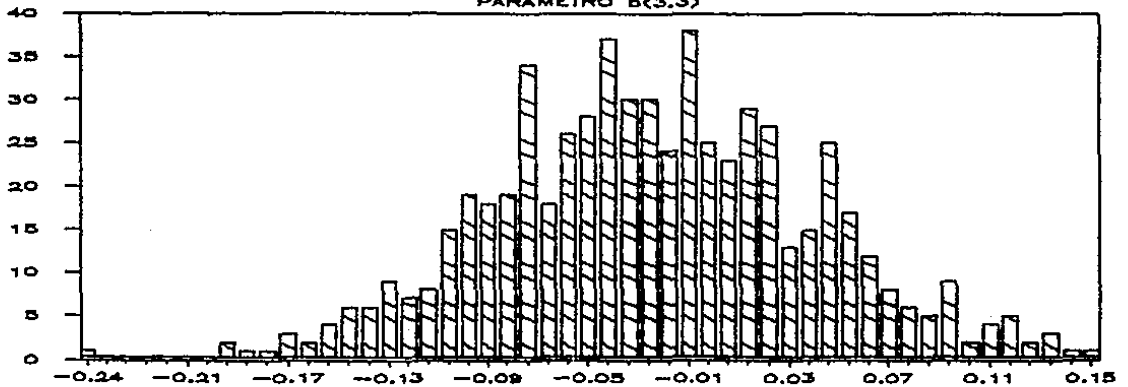
SIMULACIONES MATRIZ $b(L)$

PARAMETRO $b(3,2)$



SIMULACIONES MATRIZ $b(L)$

PARAMETRO $b(3,3)$



CONCLUSIONES.

La aplicación de la metodología desarrollada a distintos tipos de datos, nos llevó a revisar las ideas originales y a encontrar nuevos resultados que fueron incorporándose al trabajo, además de motivar nuevas ideas a desarrollar.

Las ventajas del método expuesto resultan principalmente en la reducción de la dimensión de un conjunto de series de tiempo en el siguiente sentido:

Estamos identificando y estimando modelos univariados para algún subconjunto de los componentes principales, utilizando técnicas conocidas y de relativa fácil aplicación.

A partir del punto anterior obtenemos:

Pronósticos de las series originales en los que para cada serie estamos incorporado la información que nos proporciona su correlación con el resto de las series y con ella misma para todo rezago.

La especificación y estimación del modelo multivariado asociado.

En el último punto se hace necesario, para llegar a una forma sencilla del modelo MARMA, el desarrollo de las distribuciones y pruebas de hipótesis de los coeficientes del polinomio $p(z)$ en (49). Sobre esto, Brillinger(1982) ha desarrollado algunas ideas. Esto influye también en la distribución de los parámetros de las matrices $A_x(z)$ y $C_x(z)$ en (49) pues puede interesar en un momento dado, para análisis estructural o la formulación y especificación de un modelo de ecuaciones simultáneas, el probar hipótesis de exclusión sobre algunas variables, a través de sus coeficientes.

Por otra parte, para la elección de ventanas y puntos de corte, hace falta encontrar la distribución de los estadísticos o de alguna función de ellos, propuestos en (53) y (54) para probar estadísticamente independencia entre los componentes que se están estimando.

Algunas dudas que se plantean giran alrededor de la incorporación de información externa para pronosticar los componentes principales, como es que esta información afectaría a las series originales y cual sería la forma de incorporarla. Respecto a esto, podemos pensar en la introducción de algunos componentes principales de algún subgrupo de variables en la especificación de un modelo económico en lugar de las series originales. Dependiendo de la teoría en cuestión se haría la elección de las variables. En esta misma línea, está la elección de las variables que deben intervenir en el análisis de componentes principales pues podríamos estar provocando correlaciones espúreas al tomar un conjunto arbitrario de series.

En el mismo sentido, si las series originales son no estacionarias, al aplicar transformaciones individuales tales como primeras diferencias y/o diferencias estacionales para obtener estacionariedad, estamos explicando parte del comportamiento de cada serie por ella misma y en muchos casos resulta que estamos explicando casi totalmente su comportamiento. Esto lleva a suponer comportamientos inerciales de los fenómenos que estamos estudiando lo cual puede carecer de sentido práctico en muchos casos. Una posible solución a este problema, consiste en estacionarizar las series de manera conjunta, rescatando las principales relaciones entre ellas, antes de llevar a cabo el análisis de componentes principales.

APENDICE: TRANSFORMADA FINITA DE FOURIER.

Sean x_0, x_1, \dots, x_{T-1} observaciones sobre el proceso X_t . La transformada finita de Fourier está definida por:

$$f(\omega_j) = \sum_{t=0}^{T-1} x_t \exp(-i\omega_j t) \quad (1)$$

donde $\omega_j = 2\pi j/T$ es la j -ésima frecuencia de Fourier.

Algunas propiedades de la transformada de Fourier son las siguientes:

$$\begin{aligned} f_x(\omega_{T-j}) &= \overline{f_x(\omega_j)} \\ f_x(\omega_{-j}) &= \overline{f_x(\omega_j)} \\ f_x(\omega_{T+j}) &= \overline{f_x(\omega_j)} \end{aligned} \quad (2)$$

La serie observada la recuperamos de la transformada inversa de Fourier:

$$x_t = \frac{1}{T} \sum_{j=0}^{T-1} f_x(\omega_j) \exp(i\omega_j t) \quad (3)$$

propiedad que se deriva de la relación:

$$\sum_{t=0}^{T-1} \exp(i\omega_j t) \exp(i\omega_k t) = \begin{cases} T & \text{si } j = k \text{ mod}(T) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4)$$

EL recorrido de la suma en (3) puede estar definido para $-T/2 < j \leq T/2$ o para $0 \leq j < T$. Ambos casos son equivalentes dadas las propiedades (2). Nótese que si T es par, $\omega_{T/2} = \pi$ pero si T es non π no es una frecuencia de Fourier. Elegimos trabajar con $0 \leq j < T$ debido a que la subrutina para el cómputo de (1) y (3) que utilizamos está definida de esa manera.

BIBLIOGRAFIA

BANKOVI, G., VETIEZKY, J. y ZIERMAN, M. (1977) "Dynamic Models for Prediction the Development of National Economics". Conference on Dynamic Modeling and Control of National Economies. Viena.

BLOOMFIELD, P. (1976) Fourier Analysis of Time Series: An Introduction. John Wiley & Sons.

BOX, G. and COX, D.R. (1964) An Analysis of Transformations. J. Roy. Stat. Soc. B26, 211-252

BOX, G. and JENKINS, G. (1976) Time Series Analysis: Forecasting and Control. Holden-Day.

BOX, G. and TIAO, G.C. (1977) "A Canonical Analysis of Multiple Time Series". Biometrika (1977), 64, 2, pp 355-65.

BRILLINGER, D.R. (1982) Time Series, Data Analysis and Theory. Holt, Rinehart and Winston, Inc.

BUSTOS, ALFREDO. (1984) Análisis de Series Económicas de Tiempo. Sin Publicar.

BUSTOS, ALFREDO. (1988) On the Peña-Box Hidden-Factor Model for Multivariate Time Series. Sin Publicar.

BUSTOS, ALFREDO. (1984) Análisis Canónico de Series de Tiempo Multivariadas. Sin Publicar.

COOPER, D.M. AND WOOD, E.F. (1982) "Identifying Multivariate Time Series Models". Journal of Time Series Vol. 3 No. 3.

DOAN, T. A. AND LITTERMAN, R. B. (1984) RATS: Regression Analysis of Time Series. User's Manual Version 4.30. VAR ECONOMETRICS. Minneapolis, N. Y.

FISHMAN, G. (1969) Spectral Methods in Econometrics. Harvard University Press. Cambridge, Mass.

GEWEKE, J. (1977) "The Dynamic Factor Analysis of Economic Time Series Models", en Latent Variables in Socio-Economic Models, eds. D. J. Aigner and A. S. Goldberger. North-Holland.

GEWEKE, J. and SINGLETON, K. (1981) "Maximum Likelihood Confirmatory Factor Analysis of Economic Time Series". International Economic Review, 22, 37-54

GRANGER, C. W. J. and NEWBOLD, P. (1977) Forecasting Economics Time Series. Academic Press.

GREENBERG, E. y WEBSTER, C. E. Jr. (1983) Advanced Econometrics. A Bridge to the Literature. John Wiley & Sons.

HANNAN, E. (1970) Multiple Time Series. John Wiley & Sons.

HANNAN, E. J. (1981) "Estimating the Dimension of a Linear System". Journal of Multivariate Analysis. 11, 459-473.

HARVEY, A. C. (1981) Time Series Models. Philip Allan Publishers Limited. Oxford

JENKINS, G and ALAVI, A. S. (1981) "Some Aspects of Modelling and Forecasting Multivariate Time Series". Journal of Time Series Analysis. Vol. 2 N^o. 1.

JENKINS, G. Y WATTS, D. (1968) Spectral Analysis and Its Applications. Holden Day.

JEWELL, N.P. and BLOOMFIELD, P. (1983) "Canonical Correlations of Past and Future for Time Series: Definitions and Theory". The Annals of Statistics Vol. II.

LEWIS, R. and REINSEL, G. (1985) "Prediction of Multivariate Time Series by Autoregressive Model Fitting". Journal of Multivariate Analysis. 16, 393-411.

NERLOVE, M. GREYER Y CARVALHO, J.L. (1979) Analysis of Economic Time Series, A Synthesis. Academic Press.

OTTER, P.W. and SCHUUR, J.F. (1981) "Principal Components Analysis in Multivariate Forecasting of Economic Time-Series". Time Series Analysis: Theory and Practice 1. Edited por O.D. ANDERSON. North-Holland.

PENA, DANIEL AND BOX, G. (1984) A Factor Analysis for Time Series. MCR Technical Summary Report # 2722. University of Wisconsin-Madison.

PRIESTLEY, M.B. (1981) Spectral Analysis and Time Series. (Vol. 2) Academic Press.

QUENOVILLE, M.H. (1957) The Analysis of Multiple Time Series. London: Griffin.

REINSEL, G. (1983) "Some Results on Multivariate Autoregressive Index Models". Biometrika (1983), 70, 1, pp. 145-56.

ROBINSON, F.A. (1967) Multichannel Time Series Analysis with Digital Computers Programs". Holden-Day.

ROBINSON, P.M. (1973) "Generalized Canonical Analysis for Time Series". Journal of Multivariate Analysis. 3, 141-160.

SARGENT, T. (1979) Macroeconomic Theory. Academic Press.

SARGENT, T. J. and SIMS, G. A. (1977) "Business Cycle Modeling Without Pretending to Have too Much a Priori Economic Theory in New Methods in Business Cycle. Research preceding from a conference ed. C. A., Sims. Minneapolis, M.N: Federal Reserve Bank of Minneapolis.

SUBBA RAO, T (1975) "An Innovation Approach to the Reduction of the Dimensions in a Multivariate Stochastic System". Inst. J. Control 21, 673-680.

TIAO, G. C. and BOX, G. (1981) "Modeling Multiple Time Series with Applications". Journal of American Statistical Association. December 1981, Volumen 76, Number 376, Theory and Methods Section.

TJOSTHEIM, D. and PAULSEN, J. (1982) "Empirical Identification of Multiple Time Series". Journal of Time Series Vol. 3 No. 4.

WALLIS, K. (1977) "Multiple Time Series and the Final Form of Econometric Models". Econometrica, Vol. 45 No. 6.

ZELLNER, A. Y PALM, F. (1974) "Time Series Analysis and Simultaneous Equation Econometric Models". on Journal of Econometrics 2 (1974) 17-54