

24/11

T E S I S

DEFORMACION Y RUPTURA
DE GOTAS VISCOELASTICAS
EN FLUJOS DE SECCION
TRANSVERSAL VARIABLE.

FACULTAD DE CIENCIAS.
LICENCIATURA EN FISICA.

Javier cruz mana.
MEXICO, 1988.



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

I N D I C E.

INTRODUCCION:	1
CAPITULO I: ESTUDIOS PREVIOS.....	1
1.1 Antecedentes generales	1
1.2 Deformación: Han et al.	4
1.3 Deformación: Leal et al.	6
1.4 Ruptura: Han et al.	10
1.5 Resumen de conclusiones	13
CAPITULO II: ARREGLO EXPERIMENTAL	16
2.1 Parámetros	16
2.2 Condiciones y equipo	19
CAPITULO III: SISTEMAS NEWTONIANOS	22
3.1 Materiales	22
3.2 Resultados y análisis	22
3.2.1 Patrones de ruptura	23
3.2.2 Constricción corta y flujo estacionario	25
3.2.3 Constricción larga y flujo estacionario	32
3.2.4 Constricción corta y flujo no estacionario	36
3.2.5 Presión extra	38
3.3 Conclusiones	39

CAPITULO IV: SISTEMAS NO NEWTONIANOS	42
4.1 Materiales	42
4.2 Resultados y análisis	43
4.2.1 Tiempos característicos	47
4.3 Conclusiones	52
CAPITULO V: UNA VARIANTE GEOMETRICA	54
5.1 Materiales	54
5.2 Resultados y análisis	54
5.3 Conclusiones	56
CAPITULO VI: CONCLUSIONES GENERALES	58
TABLAS Y GRAFICAS	61
APENDICE A	
APENDICE B	
REFERENCIAS.	

INTRODUCCION.

El interés por el estudio de la deformación y ruptura de gotas no es reciente. Desde el primer trabajo de G.I. Taylor al respecto, en 1932, y muy notablemente a partir de los años sesentas, numerosos investigadores han encontrado motivos para dedicarse al estudio de alguna de las múltiples facetas que presenta el problema. Entre tales motivos cuentan desde el interés teórico que le es inherente, hasta las numerosas posibilidades de aplicación de algunos resultados obtenidos de estudios específicamente dirigidos al mejoramiento de ciertos procesos industriales.

Como consecuencia de la revolución en que las ciencias de los materiales entraron hace un par de décadas, varios de estos procesos --en particular los relacionados con la fabricación de materiales plásticos-- dependen, en algún punto u otro de la formación de un flujo a dos fases. Es bien sabido ciertas propiedades finales del material pueden ser adquiridas o modificadas durante esa parte del proceso. Ello bastaría por sí solo para justificar la atención que el estudio de gotas a dos fases ha recibido; no obstante, se desconoce más de lo que se sabe.

Pero dado que el ámbito de existencia de este tipo de flujos cubre otros campos aparte del de la fabricación de plásticos, el problema se torna aún más interesante desde el punto de vista de la investigación básica. Siendo así, un mismo diseño experimental, si es suficientemente flexible, resulta útil para el análisis de situaciones tan diversas como la extracción de petróleo y el flujo sanguíneo. Un diseño de este tipo es lo que hemos tenido en mente.

En el recuento de trabajos antecedentes que haré en el Capítulo I podrá verse cómo la investigación del problema, una vez enfocada hacia las condiciones de ruptura de gotas en flujo a dos

fases, se ha cargado notablemente hacia las características no dinámicas de los materiales involucrados --viscosidades y densidades relativas, tensión superficial, etc.--, dejando sin abordar el aspecto que en este trabajo merece nuestra mayor atención: las características geométricas del conducto y la forma y grado de influencia que éstas tienen sobre las condiciones locales de flujo y los mecanismos de ruptura.

Es por eso que no hemos entrado en análisis, que ya otros autores han hecho, acerca de las tendencias de deformación y ruptura como función de las propiedades reológicas de las gotas respecto del medio. Al final del Capítulo ofrezco un resumen de resultados a este respecto.

El Capítulo II contiene la descripción detallada del arreglo experimental que hemos diseñado. Nos permite analizar el paso de gotas Newtonianas y viscoelásticas fluyendo en un medio Newtoniano a través de dos constricciones abruptas de diferente longitud. Los respectivos resultados experimentales ocupan los capítulos III y IV.

Este trabajo está estrechamente relacionado con uno muy similar efectuado por Francisco Avila en el Departamento de Ingeniería Química del Instituto Tecnológico de California (Caltech). Durante dos visitas a Caltech tuve oportunidad de trabajar en su experimento y discutir las relaciones entre sus resultados y los nuestros. Este es el tema del Capítulo V.

El Capítulo VI concluye la parte principal de este trabajo presentando las conclusiones generales que hemos podido extraer de la observación de cerca de un centenar de gotas en diferentes condiciones.

Finalmente, el Apéndice A contiene el análisis matemático que permite relacionar la elasticidad de las gotas con los coeficientes de esfuerzos normales, medibles en el laboratorio. Una bre-

ve discusión acerca de las limitaciones del modelo teórico desde el punto de vista de las condiciones de nuestros experimentos sirve para poner en perspectiva nuestros resultados y los de otros autores cuyos análisis se sostienen en criterios algo divergentes de los nuestros.

El asunto de los procesos que motivan este tipo de estudios es retomado en el Apéndice E, donde se incluyen sugerencias para experimentos posteriores.

El diseño y construcción del arreglo experimental, así como la toma y análisis de los datos, fueron hechos en el Laboratorio de Reología del Instituto de Investigaciones en Materiales, UNAM, bajo la supervisión del Dr. Baltasar Mena.

CAPITULO I: ESTUDIOS PREVIOS.

Como ya he dicho en la Introducción, al estudio de la deformación y ruptura de gotas se han dedicado numerosos investigadores durante varias décadas. Sus intereses han sido tan variados como sus técnicas de investigación y sus resultados, de tal suerte que la presentación de gran parte de la información con que hoy contamos puede resultar, cuando menos, borrascosa.

He optado por reseñar los estudios previos comenzando por los que son antecedentes generales, y dedicando especial atención a dos series de artículos (Han et al. y Leal et al.) cuyos resultados han determinado, en buena parte, las características y condiciones de nuestros experimentos. Para mayor claridad, presento por separado sus conclusiones acerca de los mecanismos de deformación y ruptura de gotas, fenómeno éste que ocupa nuestra mayor atención en el presente estudio.

1.1.- Antecedentes generales.

En los artículos que dieron inicio a las investigaciones sobre gotas en flujo a dos fases --escritos entre 1932 y 1934--, G.I. Taylor (1 y 2) generalizó los trabajos de Einstein --acerca de la viscosidad de un líquido con pequeñas esferas rígidas en suspensión-- a los casos de gotas pequeñas en flujo de Couette (cortante simple) y flujo hiperbólico. Al concluir que la deformabilidad de las gotas es función de parámetros tales como la relación de su viscosidad a la del medio, y la relación de fuerzas viscosas a tensión superficial, Taylor sentó las bases para el diseño de la mayoría de los experimentos subsiguientes. También

desde el punto de vista teórico trazó la línea a seguir formulando una expresión para la deformación y orientación de las gotas en términos de los parámetros ya mencionados y sobre la base de que alguno de los dos tipos de fuerzas (viscosas o de tensión superficial) dominara sobre el otro (2).

Los estudios teóricos siguientes perfeccionaron los resultados de Taylor. Chaffey y Brenner (3) ensayaron una expansión en potencias del parámetro de deformación usado por Taylor, obteniendo una solución a segundo orden; Cox (4), por su parte, prescindió de la hipótesis de dominio de un tipo de fuerzas sobre las otras y encontró una expresión más general que la de Taylor y que se reduce a ésta en los casos indicados. Con la misma técnica de expansión usada por Cox, Barthes-Biesel y Acrivos (5) llegaron a soluciones hasta de tercer orden en el parámetro de deformación de gotas en flujo de Couette no estacionario, en tanto que Choi y Schowalter (6) analizaron el caso de emulsiones moderadamente concentradas de gotas en líquidos Newtonianos.

Heteroni, Haber y Wacholder (17) enfrentan también el aspecto teórico del problema, pero desde un punto de vista ligeramente distinto. Calculando los campos de velocidades dentro y fuera de una gota pequeña en flujo de Poiseuille, dan con expresiones para la velocidad de la gota relativa a la del medio, así como la forma aproximada de la gota una vez deformada. En ambos casos, sus resultados están en función de los cocientes de viscosidades (de la gota al medio) y de los radios (de la gota sin deformar al radio de la tubería). De acuerdo con sus expresiones --que son válidas a bajo número de Reynolds y suponiendo que el cociente de viscosidades sea del orden de la unidad--, la deformabilidad varía directamente con la velocidad del medio y con la viscosidad relativa, e inversamente con la tensión superficial.

Un año más tarde, Brenner (18) introduce un parámetro no considerado hasta entonces: la presión extra debida a la presencia de la gota. Aunque haré una discusión detallada de la interpretación e importancia de este parámetro en el Capítulo II, vale apuntar aquí la conexión que tiene con los cambios que la gota provoca en el campo de velocidades (y en el de presiones) del líquido de sostén, aparte de que supone la sustitución de cierto volumen de éste por otro de características reológicas diferentes (el de la gota).

La expresión de Brenner, que está en función de los mismos parámetros que las de Hetsroni et al., es válida también a bajo número de Reynolds y para gotas cuyo radio no exceda $2/5$ del de la tubería. Predice que los valores de la presión extra pueden ser positivos o negativos, según que la gota sea más o menos viscosa que el medio. Por consiguiente, la gota puede, al pasar por la tubería, aumentar o disminuir la caída total de presión entre un punto cualquiera detrás y otro delante suyo.

En contraste con la relativamente abundante información teórica acerca de sistemas con gotas Newtonianas en fluidos Newtonianos, es poco lo que se ha hecho en casos en que las gotas y/o el fluido de sostén sean no Newtonianos. Wayner y Slattery (7) estudiaron el flujo alrededor de una gota deformable, a baja velocidad y en régimen uniforme, con ambos fluidos representables por el modelo de Rivlin-Ericksen (19). Chin y Han se ocuparon también de fluidos viscoelásticos, pero sus resultados serán presentados más adelante.

En el campo de la experimentación fue también G.I. Taylor el pionero, investigando las condiciones bajo las cuales existía acuerdo entre su teoría y el experimento (2). Lo encontró, en efecto, tanto para el caso de flujo hiperbólico como para flujo de Couette, a condición de que la deformación fuera pequeña y lenta.

Condiciones semejantes fueron establecidas por Bartok y Mason (9, 10) para flujo de Couette, y por Numscheidt y Mason (11) para flujo hiperbólico. Observaron también la circulación dentro de la gota, misma que habría de ser establecida teóricamente más tarde.

Más adelante, Bretherton (12) y Goldsmith y Mason (13) estudiaron casos de gotas originalmente esféricas y con diámetros comparables a los de las tuberías. El resultado novedoso de estos estudios fue el comportamiento asintótico de la velocidad de la gota (relativa a la del fluido de sostén) a medida que el cociente del radio de la gota al radio de la tubería aumenta. Es decir, la velocidad relativa aumenta con el radio de la gota hasta cierto valor tope a partir del cual no crece apreciablemente aún cuando el volumen de la gota lo haga.

1.2.- Deformación: Han et al.

C.D. Han ha participado en una serie de tres artículos cuya vastedad los coloca como antecedentes fundamentales de este trabajo. Sus resultados relacionan las condiciones de deformación y de ruptura con las propiedades reológicas de las sustancias empleadas. Han y Funatsu (14) observaron la deformación de gotas Newtonianas y viscoelásticas en un fluido Newtoniano (glicerina) y en uno no Newtoniano (Separan AP30 en agua) a lo largo de una tubería de sección transversal rectangular y uniforme. Encontraron que las gotas experimentan, al ser inyectadas en la corriente, una súbita sucesión de esfuerzos cuya posterior relajación provoca diversos grados de reculada de la gota.

El hecho de que las gotas reculen puede ser consecuencia de la relajación de los esfuerzos experimentados a la entrada del canal o a efectos de tensión superficial, o a una combinación de

ambos. Las gotas Newtonianas, se comprende, no reculan por su elasticidad sino, en todo caso, debido a la tensión superficial. Las viscoelásticas, en cambio, reculan más bien a consecuencia de su carácter elástico. Después de recular, las gotas adoptan forma de corazón. Semejante configuración es atribuida al dominio de las fuerzas de inercia y viscosas sobre la tensión superficial.

Finalmente, Han y Funatsu reportan que las gotas elásticas poseen mayor estabilidad hidrodinámica que las Newtonianas.

Posteriormente, Chin y Han (15) continuaron en la misma línea, pero cambiando a una tubería cilíndrica con entrada cónica. Concluyen que la elasticidad del medio, cuando éste es viscoelástico, influye en menor grado que su viscosidad en el proceso de deformación. Por su parte, éste es más drástico a medida que aumenta la viscosidad del medio respecto de la de la gota. Finalmente, en los casos de gotas viscoelásticas, la elasticidad se opone a las fuerzas que tienden a alargar la gota, resultando menores grados de deformación.

En el campo teórico, analizaron el caso de gotas viscoelásticas en flujo viscoelástico sujeto a régimen extensional estacionario. A partir del modelo de Coleman-Noll (20) como ecuación constitutiva, y del método de expansión en series de potencias del parámetro de elasticidad --que es, en esencia, el cociente adimensionalizado de rapidez de deformación a viscosidad-- deducen expresiones para los campos de presión y de velocidad dentro y fuera de la gota. Obtienen también, por un método de recurrencia, predicciones acerca de las deformaciones de las gotas para diferentes materiales y condiciones de flujo.

Sus conclusiones más interesantes, en lo que a nuestro trabajo atañe, son las siguientes: a) como consecuencia de la con-

tinuidad de las componentes tangenciales de esfuerzo sobre la superficie de la gota resulta un flujo circulante dentro de ésta; b) el grado de deformación aumenta con el cociente de fuerzas viscosas a tensión superficial; c) este último cociente tiene mayor influencia sobre la deformación que el cociente de viscosidad de la gota a la del medio.

En resumen, la viscosidad del líquido de sostén juega un papel más importante que la elasticidad del medio o que la viscosidad de la gota.

1.3.- Deformación: Leal et al.

Poco antes de la publicación de los trabajos de Han y coautores, Gary Leal inició otra serie de estudios sobre el tema, sólo que con diverso enfoque. Los trabajos de Leal constituyen el antecedente más directo de este estudio.

En 1975, Ho y Leal (16) analizan el flujo de gotas a bajo número de Reynolds por una tubería cilíndrica de radio comparable al de las gotas. Su propósito es dilucidar el papel de la viscoelasticidad en la determinación de parámetros tales como la forma de la gota, su velocidad relativa a la del medio, las líneas de flujo dentro y fuera de la gota y la presión extra debida a la presencia de aquélla.

Encuentran, como era de suponerse, que a mayor tamaño de la gota corresponda mayor deformación, con todos los demás parámetros constantes. Sin embargo, observan que la capa de líquido entre la gota y la pared de la tubería se reduce sólo hasta un espesor mínimo. (Recuérdase que también la velocidad relativa alcanza un valor límite). Asimismo, la deformación aumenta con la velocidad del flujo.

Pero su siguiente hallazgo, que se refiere a la dependencia

de la deformación respecto de la viscosidad relativa, ya no es, ni mucho menos, tan obvio como los anteriores. Establecen que, a condición de que el cociente de viscosidades sea del orden de la unidad, la deformabilidad aumenta con dicho cociente. Es decir que, bajo las condiciones ya mencionadas, cuanto más viscosa es la gota, más deformable resulta. Esta conclusión, acaso contraria a lo que la intuición sugiere, está de acuerdo con la expresión teórica de Hetsroni et al. (17) para la forma de la gota. Concluyen también que la deformación está más fuertemente determinada por la velocidad del flujo que por el cociente de viscosidades, resultado que también muestra acuerdo con la expresión de Hetsroni.

Las líneas de flujo recirculante en el interior de las gotas aparecen en las observaciones de Ho y Leal, pero no consiguen establecer diferencias cualitativas a este respecto, entre los casos Newtonianos y los viscoelásticos.

Por lo que toca a la velocidad de la gota relativa a la del líquido de sostén, ésta es siempre menor que aquélla, entre un 30% y un 60%. El comportamiento asintótico de la velocidad relativa, ya establecido por Bratherton (12) y por Goldsmith y Mason (13), aparece nuevamente, si bien reforzado ahora por la ya mencionada variación semejante de la sección transversal de la gota a partir de que la capa entre ésta y la tubería adquiere su valor mínimo de espesor. En cuanto al gasto y al cociente de viscosidades, la velocidad relativa varía directamente con aquél e inversamente con éste, tanto para gotas Newtonianas como para viscoelásticas.

A continuación, Ho y Leal analizan las variaciones de un parámetro del cual se había ocupado también Brenner (18): la presión extra debida a la presencia de la gota en la tubería. Las variaciones de la presión extra con el gasto volumétrico y con la viscosidad relativa están de acuerdo con las expresiones teóricas anteriores, y son intuitivamente predecibles. Así, por ejemplo, si la go-

ta es más viscosa que el medio, la presión extra es siempre positiva; si mucho menos viscosa, la presión extra es siempre negativa, y si la viscosidad de la gota es de alrededor de la mitad de la del medio, la presión extra fluctúa alrededor de cero, con valores indistintamente positivos y negativos.

Respecto del gasto volumétrico, la presión extra varía inversamente en todos los casos, ello como consecuencia de que a mayor gasto mayor alargamiento de la gota.

La dependencia de la presión extra con el volumen de la gota es bastante más enredada. Cuando el radio de la gota (sin deformar) es menor que 0.7 veces el radio de la tubería, la variación es de la forma siguiente: si la presión extra era positiva, entonces su ritmo de crecimiento decae; si era negativa, decrece más apresuradamente.

Por último, en lo tocante a la variación con el volumen, los casos en que el radio de la gota excede notablemente al de la tubería son los más complicados. En estos casos, el efecto de aumentar el volumen de la gota es que aumenta la región anular de fluido de sostén entre la gota y la pared de la tubería, región cuyo espesor --recuérdese-- permanezca razonablemente constante. Siendo así, la presión extra aumenta si la gota es más viscosa que el medio, y disminuye si es menos viscosa.

Los resultados anteriores se refieren a sistemas de gotas Newtonianas en medio Newtoniano. Hacia el final de su artículo, Ho y Leal presentan las conclusiones correspondientes a gotas viscoelásticas en medio Newtoniano. En lo tocante a la variación de la presión extra respecto del gasto volumétrico y del tamaño de la gota, los resultados son cualitativamente análogos a los casos de gotas Newtonianas. Por su parte, los valores de presión extra observados al variar la viscosidad relativa son menores que los de los correspondientes casos Newtonianos si aquella es grande, y mayores

si es pequeña. (Conviene saber que Ho y Leal consideran grande a un valor de 0,58 de la viscosidad relativa).

Todos los trabajos anteriores fueron hechos bajo la condición de igualdad de densidades entre la gota y el medio. Los efectos producidos por diferencia de densidades han sido reportados en un artículo por Olbricht y Leal (21). Con un arreglo experimental que no difiere esencialmente del empleado por Ho y Leal, encontraron que las relaciones de dependencia de la presión extra, la velocidad y la deformación de la gota con el gasto, la velocidad del medio y el cociente de viscosidades, varían aún para diferencias de densidad tan pequeñas como el 2%.

El conjunto de valores de la presión extra resultó por encima de los correspondientes valores a densidades iguales. Asimismo, los valores de las velocidades de las gotas resultaron menores.

Sin embargo, la marcada sensibilidad a pequeñas diferencias de densidad tiende a desaparecer a medida que tal diferencia aumenta, al grado que Olbricht y Leal concluyen que los efectos producidos por densidades distintas son despreciables por encima de ciertos valores mínimos de la diferencia.

Hasta este punto, los experimentos reportados han empleado, salvo el de Han y Funatsu, la misma geometría: tubería cilíndrica. Tal arreglo es una sobracomplicación de cualquiera de los dos fenómenos que más se ha tratado de modelar: el flujo sanguíneo por capilares --que ni son siempre cilíndricos ni son rígidos--, y el flujo de gotas de petróleo empujadas por un fluido de sostén a través de vericuetos subterráneos que difícilmente encuentran analogía con un simple cilindro.

En este contexto, Olbricht y Leal (22), primero, y Avila-Segura (23) después, ensayan una nueva geometría, más cercana al modelo de una matriz porosa: tubería con pared interior de forma sinusoidal.

Comoquiera que algunos de los resultados de tales experimentos forman parte de esta tesis, su presentación y discusión dan para un capítulo posterior.

1.4.- Ruptura: Han et al.

En un artículo específicamente orientado hacia los factores que determinan la ruptura de gotas, Chin y Han (24) utilizan los resultados y equipo de su artículo anterior para hacer un estudio teórico y experimental al respecto. Se plantean el análisis de la estabilidad de un cilindro de líquido viscoelástico fluyendo en un medio también viscoelástico a lo largo de una tubería cilíndrica.

Tanto las técnicas de análisis que emplean, como las hipótesis mismas de su teoría, tienen sentido a la luz de los trabajos teóricos previos de Taylor (1) y de Torza et al. (25). Al postulado de Taylor afirmando que la ruptura es consecuencia del dominio de las fuerzas viscosas sobre la tensión superficial --ésta, dice Taylor, tiende a regresar a la gota a su forma esférica original, en tanto que las fuerzas viscosas tienden a alargarla--, sigue el resultado de Torza et al. en el sentido de que el mecanismo de ruptura está determinado más por el gradiente de deformación --específicamente por $d\dot{\gamma}/dt$ -- que por el cociente de viscosidades. Esta dependencia, junto con la observación experimental del estrangulamiento ("varicosidad" lo llaman ellos) de la gota alargada que invariablemente precede a su ruptura, sugieren que ésta puede estar determinada por la presencia de perturbaciones hidrodinámicas, producto, tal vez, de los cambios del gradiente de deformación.

Es por ello que Chin y Han, al estudiar la estabilidad hidrodinámica de la gota alargada, plantean una perturbación axisimétrica exponencial en el tiempo y periódica en la dirección del flujo. El hecho de que la perturbación crezca o decaiga --es decir, el

signo del argumento de la exponencial-- depende de las propiedades reológicas de los líquidos involucrados. Según cuál sea el caso, el cilindro será estable (deformación) o inestable (ruptura).

Antes de presentar las conclusiones teóricas de Chin y Han, es prudente discutir sus limitaciones. Valdría la pena hacerlo, de por sí, a cuenta de lo engorroso de su análisis; pero es además particularmente conveniente en virtud de que existe al menos una contradicción clara entre sus conclusiones teóricas y sus observaciones experimentales respecto de la ruptura de gotas. Llegado el momento la haré notar.

Las primeras hipótesis son las usuales: consideran una gota ya deformada hasta la forma cilíndrica, no boyante, colocada en la línea central del flujo de Poiseuille, inmiscible con el fluido de sostén y en ausencia de fuerzas de cuerpo. Una vez planteadas las ecuaciones de movimiento para cada una de las dos fases, proceden a escoger una entre las varias ecuaciones de estado para describir las características reológicas de los fluidos involucrados. Dado que se interesan por el papel que juega la elasticidad en el mecanismo de ruptura, deciden describir los fluidos mediante el modelo de Jeffreys (26)²⁶, plantear las condiciones de contorno y lanzarse en busca del signo del argumento de la parte exponencial de la perturbación.

Tras constreñirse a los casos de bajo número de Reynolds, aparece la primera hipótesis no satisfecha por nuestros experimentos:

(*) El modelo de Jeffreys para fluidos viscoelásticos se basa en la analogía entre éstos y un sistema compuesto por un resorte acoplado a un amortiguador. El resorte reproduce la elasticidad del fluido, y el amortiguador su viscosidad.

exigen que el cociente entre el radio del cilindro y el de la tubería sea infinitesimalmente pequeño. Esta condición, que viene estupendamente para hacer teoría, está refutada con el diseño de un experimento confiable. Al desprestigiar los efectos de pared --que a ello equivale la condición anterior-- desaparece de la escena todo elemento relacionado con la geometría de la tubería, cuya influencia, como veremos a partir del Capítulo III, no es en absoluto despreciable.

Brevemente, las conclusiones a que este análisis lleva son de este tenor: a) si la viscosidad de la gota aumenta respecto de la del medio, la perturbación se amortigua; b) las perturbaciones crecen más aprisa en sistemas viscoelásticos que en Newtonianos; c) una vez provocada la perturbación en el sistema, su ritmo de crecimiento aumenta cuanto mayores sean los parámetros de elasticidad de los fluidos involucrados; d) dadas las características del medio Newtoniano, cuanto más viscosa es la gota, más pequeñas son las gotas producto de la ruptura; e) en sistemas viscoelásticos, a medida que la viscosidad relativa aumenta, el tamaño de las gotas escindidas disminuye, alcanza un mínimo y luego aumenta; y f) si la viscosidad del medio aumenta, o la tensión superficial disminuye, la gota se vuelve más estable.

Permítaseme insistir en esta última conclusión. Equivale a predecir que, dada por ejemplo una gota de glicerina, es más probable que se rompa al fluir suspendida en aceite de silicón de 100 Poi. que si fluyera en uno diez veces más viscoso, todos los demás parámetros sin cambiar.

Comoquiera que no es esta última la única conclusión intrigante --la del inciso b) también merece a reflexión-- conviene tener en mente el hecho de que todas ellas se siguen de la solución numérica de ecuaciones extremadamente enrevesadas. Un repaso por los

resultados experimentales --repaso que haré a continuación-- justificará cierta dosis de escepticismo respecto de los resultados de tan complicados cálculos. Sin embargo, ello no supone que deban ser descartados; provienen de un desarrollo teórico justamente interesante --el más completo que este autor haya podido encontrar en la literatura-- y es de utilidad tenerlos presentes de cara al análisis de observaciones empíricas.

Han y Funatsu (14) habían tratado ya este problema en el ámbito experimental. Aunque debe recordarse que ellos utilizaron tubería de sección transversal rectangular, también es cierto que todos sus resultados se refieren a gotas pequeñas en comparación con la sección de la tubería, y siempre alejadas de la pared de ésta. Observaron sistemas tanto Newtonianos como viscoelásticos. Sus conclusiones: a) la ruptura ocurre al momento de recular la gota; b) en un medio de baja viscosidad hace falta mayor valor del gradiente de deformación para que la gota se rompa que el necesario en un medio altamente viscoso; c) análogamente, las gotas viscoelásticas resisten mayores esfuerzos cortantes que las Newtonianas, antes de romperse; y d) les resultó imposible determinar con precisión las condiciones de flujo que determinan la ruptura.

Las observaciones de este trabajo, concretamente la del inciso b) hacen dudar de la validez de la conclusión teórica de Chin y Han (24) discutida párrafos atrás. Otros experimentos han aportado más evidencia en contra, de modo que por lo que resta de este trabajo no será considerada.

1.5.- Resumen de conclusiones.

Con objeto de clarificar las implicaciones de la larga exposición de antecedentes, ensayaré una lista de los hechos que más

desisivamente han determinado el diseño y las condiciones de nuestros experimentos:

1).- La deformabilidad y ruptura de gotas en flujo a dos fases depende fuertemente del cociente de viscosidades entre la gota y el medio, y del cociente de fuerzas viscosas a tensión superficial.

2).- Otros parámetros tales como la velocidad del medio y el tamaño de la gota son de importancia capital, si bien no han recibido igual atención que los dos anteriores.

3).- Parece haber acuerdo general en torno a que la deformabilidad --y la ruptura como caso límite de ésta-- varía directamente con la velocidad del medio y con la viscosidad relativa, e inversamente con la tensión superficial.

4).- Se ha establecido, teórica y experimentalmente, que el fluido dentro de las gotas recircula sin tener desplazamiento neto en un sistema de referencia respecto del cual la gota esté en reposo.

5).- Se ha observado que a medida que los radios de las gotas inyectadas se acercan al de la tubería, las velocidades de las gotas aumentan y la capa de líquido entre éstas y la pared de la tubería disminuye. Pero ambos efectos son asintóticos respecto del tamaño de las gotas.

6).- Cuando las gotas pasan de un entorno a otro con geometría diferente, reculan.

7).- Es en el momento de recular cuando ocurre la ruptura, si es que ha de ocurrir.

8).- Las gotas elásticas poseen mayor estabilidad hidrodinámica que las Newtonianas.

9).- En sistemas viscoelásticos, los efectos elásticos compiten desfavorablemente con los de viscosidad. En tanto que éstos tiendan a deformar la gota, aquéllos se oponen a la deformación.

10).- La velocidad del flujo resulta más determinante que la viscosidad relativa.

11).- La velocidad de la gota es siempre mayor que la del fluido de sostén.

12).- La gota es más viscosa que el medio, entonces la presión extra es siempre positiva; si mucho menos viscosa, es negativa.

13).- La presión extra varía inversamente con el gasto.

14).- Las relaciones de dependencia entre las variables involucradas son sensibles a diferencias de densidad tan pequeñas como del 2%. Sin embargo, la sensibilidad tiende a desaparecer a medida que la diferencia aumenta.

15).- En un medio de baja viscosidad las gotas resisten mayores gradientes de deformación, antes de romperse, que en uno altamente viscoso.

CAPITULO II: ARREGLO EXPERIMENTAL.

2.1.- Parámetros.

Por razones cuyos orígenes bien podrían dar material para un ensayo o dos, la tendencia de no pocos físicos a abandonar la investigación de tópicos propios de la Física Clásica es cada vez más acusada. Sin pretender ser una generalización preocupante --simplemente, y como lo dice a la letra, la apreciación de una tendencia--, todo juicio respecto de la bondad o la inconveniencia de semejante comportamiento es ajeno al propósito de esta trabajo.

El hecho de interés es que la abrumadora mayoría de los investigadores que se han dedicado a estudiar problemas relacionados con el tema de esta tesis --y, en general, con la Mecánica del Medio Continuo-- provienen de departamentos de ingeniería; lo más común es encontrar que las publicaciones de Reología corran a cargo de ingenieros químicos.

¿Qué hay con ello? La observación viene a cuento porque muchos investigadores que se han formado en tales disciplinas parecen inclinarse --acaso con demasiada prontitud-- a orientar sus análisis alrededor del comportamiento de una serie de parámetros adimensionales tenidos por fundamentales en la descripción del fenómeno bajo estudio. Las reseñas del Capítulo I dan muestra de ello: abundan parámetros adimensionales tales como las velocidades y viscosidades relativas; parámetros de deformación y elasticidad, también adimensionales; cocientes de fuerzas viscosas a tensión superficial o de fuerzas de inercia a fuerzas viscosas; y, en un caso tal vez extremo, la presión extra adimensionalizada por un factor de presión "característica" del flujo, factor nada simple

que depende de otros parámetros fundamentales, y que ha llegado a ser aproximado por una "viscosidad aparente" o un "rasio equivalente".

El objeto de esta discusión no es la eliminación de los parámetros adimensionales se pretexto de "limpiar" el análisis; sería absurdo --y hasta irreverente-- el pretender ignorar la lógica del Análisis Dimensional (sobre el Teorema Pi, de Buckingham) en que descansan las técnicas de similitud dinámica. Los éxitos obtenidos por años modelando situaciones hidrodinámicas haciendo buen uso de los números adimensionales comunes (Reynolds, Froude, Weber y Cauchy) alertan contra ello. Pero resulta no menos aconsejable atender las llamadas de alerta contra el abuso de parámetros adimensionales en el diseño y análisis de modelos... o de experimentos de investigación básica. Una de las más lúcidas exposiciones en tal sentido la hace Hunter Rouse (27), apuntando atinadamente los riesgos de sobresimplificación de problemas en los que las características del fluido son más importantes que la escala geométrica.

En el caso que nos atañe, el riesgo está ciertamente presente. No sólo el parámetro adimensionalizado de presión resulta difícil de interpretar --por decir lo menos--; también las conclusiones basadas en el cociente de viscosidades se prestan a confusión. Las aseveraciones 9 y 10 del Resumen de conclusiones (Cap. I) hablan del cociente de viscosidades, y de ellas se saca en claro que sólo la elasticidad es menos determinante, como parámetro que interviene en el proceso de deformación, que la viscosidad relativa. Pero el inciso 15 nos presenta un resultado que se refiere a la viscosidad del medio --no a la relativa-- como elemento de gran fuerza en el proceso.

Al centrar el análisis en torno a parámetros como el cociente de viscosidades, es necesario plantearse preguntas del tipo siguiente: aún limitándose a casos en que el cociente de viscosidades sea

del orden de la unidad, ¿son los efectos observados realmente independientes del rango en que se encuentran las viscosidades? ¿son igualmente válidas las conclusiones si las viscosidades son, por ejemplo, 100 Poi. y 35 Poi. que sí son 10Poi. y 8.5 Poi.?. ¿los únicos límites sobre la extrapolación son los que impone el surtido de sustancias?

Téngase en mente que no es lo mismo --al menos no para el físico; matemáticamente sí es lo mismo-- hablar de un cociente de longitudes que de un cociente de viscosidades. El primero fundamenta la modelación de fenómenos cuya geometría puede reproducirse a escala, pero las características reológicas de un fluido a dos fases tienen poco que ver con las escalas. Es por ello que la diferencia entre la conclusión 15 y las conclusiones 9 y 10 es de carácter fundamental.

Me he detenido en el cociente de viscosidades porque aparece constantemente en la literatura sobre deformación de gotas, pero no es, ni con mucho, el parámetro adimensional que más confusión genera. Hay autores que presentan parámetros como los siguientes:

$$\Gamma \equiv \mu_0 \bar{v} / \gamma^2 \quad \text{Parámetro de deformación.}$$

$$\Delta p^* \equiv \frac{(\Delta \varphi^+) R_0}{\mu_0 \bar{v}} \quad \text{Presión extra.}$$

El parámetro de deformación pueda ser igualmente incrementado duplicando la viscosidad del medio que duplicando la velocidad del flujo. Pero la conclusión 10 sugiere que cualitativamente no es lo mismo, por más que numéricamente dé igual.

Hechas, pues, las advertencias correspondientes, sigue la lista de parámetros involucrados en el problema. Haré uso a discreción de algunos parámetros adimensionales, pero con frecuencia me apartaré de la forma en que otros autores han hecho su análisis, con la esperanza de que éste gane en claridad.

μ_i	Viscosidad de la gota
μ_0	Viscosidad del medio.
$\sigma = \mu_i/\mu_0$	Viscosidad relativa.
u	Velocidad de la gota.
\bar{v}	Velocidad del líquido de sostén.
r	Radio de la gota (esférica).
R_0	Radio de la tubería.
$\lambda \equiv r/R_0$	Tamaño relativo.
V	Volumen de la gota.
Q	Gasto volumétrico.
ρ_i	Densidad de la gota.
ρ_0	Densidad del medio.
Δp^*	Presión extra.

2.2.- Condiciones y equipo.

Dado que el objetivo principal de nuestro trabajo ha sido el identificar los mecanismos de ruptura de gotas, así como los elementos que determinan esos mecanismos, hemos diseñado el arreglo

experimental de modo que tuviéramos una sección de prueba removible, cuya temperatura fuera posible controlar y además resultara fácil de visualizar. En la sección de prueba colocamos el segmento de tubería donde habrían de ocurrir las rupturas: dos constricciones abruptas cuyos radios son de $1/2$ del radio de la tubería (0.525 cm), y con dos longitudes: 4 cm y 12.1 cm.

Para controlar la temperatura hicimos construir un paralelepípedo de acrílico que hiciera las veces de baño térmico al ser llenado de agua. Además, colocamos un controlador de temperatura dentro del baño para garantizar que las fluctuaciones no excedieran un rango tolerable. Puesto que trabajamos siempre a bajo número de Reynolds, los 2 m. de longitud del baño permitían el establecimiento de equilibrio térmico entre el fluido en la tubería y el agua a su alrededor.

Tanto la tubería como la constricción son de acrílico también. Esta última se hizo barrenando un cilindro de acrílico y puliendo hasta alcanzar el radio deseado, con un buen grado de uniformidad. A ambos lados de la constricción, con 30 cm de separación entre ellos, practicamos un par de orificios para tomar la presión diferencial.

La Fig. 2.1 muestra el arreglo experimental. El fluido de sostén es impulsado por la bomba peristáltica (B) desde el depósito (D) hasta las botellas amortiguadoras (A), a partir de las cuales el flujo es laminar. La válvula V_1 tiene el objeto de cerrar el paso de fluido a través de la cámara de inyección (I), de manera que las gotas puedan ser inyectadas sin tener que hacer mediciones visuales del radio.

La apertura de la válvula V_1 restablece el flujo en la cámara de inyección y la gota viaja hacia la sección de prueba (P). A su paso por ella se obtienen dos registros. Por un lado, la cámara C_1 registra el paso de la gota a través de la constricción.

Por otro lado, un transductor diferencial de presiones (T), de respuesta instantánea, registra la presión diferencial entre los extremos de la sección de prueba. La señal del transductor es enviada a un multímetro digital (MD) hacia cuya carátula apunta la cámara C_2 . Las lecturas del multímetro --que son lecturas de corriente eléctrica del orden de μA -- son transformadas en datos de presión --la multiplicada presión extra-- utilizando la recta de calibración del transductor hecha varias veces durante el tiempo que duró este trabajo.

Las señales de ambas cámaras convergen en un divisor de imágenes (DI), cuya salida va a una videograbadora (VG) donde queda registrada, y de ahí a un monitor para su visualización.

La desviación (Y), por último, tiene un doble propósito: capturar las gotas inyectadas en (I) antes de que alcancen el depósito (D), y medir el gasto volumétrico con una probeta graduada y un cronómetro.

La densidad de los fluidos utilizados fue determinada mediante el uso de picnómetros de volumen conocido. Las mediciones fueron hechas a temperatura controlada (la del baño térmico). Para las viscosidades utilizamos un viscosímetro Brookfield y un viscosímetro capilar Canon-Feske.

En virtud de que han de ser hechas con un reognómetro, las mediciones de las propiedades reológicas de las sustancias viscoelásticas provienen de otras fuentes, citadas al presentar los materiales.

CAPITULO III: SISTEMAS NEWTONIANOS.

3.1.- Materialias.

Utilizamos varias combinaciones de líquidos. En la mayoría de los casos de este capítulo, el líquido de sostén fue una mezcla de glicerina al 95% en agua destilada; las gotas, por su parte, fueron de una mezcla de aceite para motor (Pemex Sol) con tetracloruro de carbono. Utilizamos también gotas de aceite de silicón pero, excepto donde se indique lo contrario, me referiré siempre a la combinación de aceite Pemex con tetracloruro de carbono.

Hicimos experimentos bajo diferentes condiciones geométricas y de flujo. Trabajamos con dos constricciones de igual factor de reducción, pero de distintas longitudes. En cuanto al flujo, siempre fue laminar pero en unos casos estacionario y en otros pulsátil.

Mediante la bomba peristáltica y un juego de desviaciones, pudimos tener control sobre el gasto volumétrico, variándolo a nuestra conveniencia. El otro parámetro de importancia cuya variación tuvimos totalmente bajo nuestro control fue el volumen de las gotas. Para ello utilizamos un inyector mecánico con volumen y rapidez de inyección controladas.

3.2.- Resultados y análisis.

Presentaré los resultados correspondientes a esta parte del trabajo por grupos, según corresponda a las características geométricas y de flujo del sistema. Pero antes de desmanuzar la información de esa manera, discutiré uno de los hallazgos de este estudio

no del todo desarrollado en trabajos anteriores.

3.2.1.- Patrones de ruptura.

Debo recordar al lector que los trabajos reseñados como antecedentes mostraban cierto acuerdo general respecto del hecho de que el momento en que las gotas reculan, poco después de ingresar en la zona de perturbación, era también cuando ocurría la ruptura, si es que había de ocurrir. Asimismo, las descripciones de la ruptura son coincidentes en varios trabajos: la gota se deforma cilíndricamente y puede llegar a formarse un estrangulamiento por el cual se rompe.

Pues bien, nosotros hemos encontrado que, bajo las condiciones de nuestros experimentos, las gotas no necesariamente se rompen al momento de recular. De ser así, sería imaginable sólo un patrón de ruptura: a la entrada de la constricción. Pero no es así. Hemos podido identificar, para el caso de sistemas Newtonianos, tres patrones de ruptura que ocurren con bastante coherencia dependiendo de las condiciones de volumen y velocidad de la gota.

El primer patrón de ruptura no podía haber sido identificado en los trabajos anteriores porque es consecuencia de una situación no considerada por ellos: la diferencia de densidades entre la gota y el medio. Si bien es cierto que Olbricht y Leal (21) se ocuparon de estudiar sistemas con diferencias de densidades, su interés se centró en la movilidad de las gotas, la presión extra y en la deformación, pero no reportan efectos sobre los mecanismos de ruptura.

La ruptura debida a densidades desiguales es evidente sólo en gotas de volumen relativamente pequeño. En tales casos, la posición excéntrica de la gota es notoria y al llegar a la constricción da la impresión de "engancharse" en la entrada. El aceleramiento subsiguiente --resultado de un drástico aumento en los esfuerzos cortantes sobre la superficie de la gota y, en consecuencia, en la

rapidez de deformación-- produce la ruptura. La Fig. 3.1 muestra un caso representativo de este tipo de ruptura.

A medida que el volumen de la gota aumenta, la excentricidad se pierde --la gota llena mejor el área transversal de la tubería-- y, si el gasto volumétrico es moderado, viene una región de volúmenes medios en la que las gotas pueden no romperse. Sin embargo, tal región no es amplia. En cuanto el radio de la gota empieza a ser comparable con el de la tubería (i.e., $\lambda \approx 0.8$) se presenta un nuevo tipo de ruptura.

Este segundo patrón corresponde a la región intermedia de volúmenes y gastos. Lo más notable es que las rupturas ocurren al salir de la constricción, efecto no reportado anteriormente. La Fig. 3.2 ilustra uno de estos casos.

Varias cosas merecen ser destacadas en este punto. Obsérvese, en primer lugar, que no se forma sólo un estrangulamiento dentro de la constricción, sino varios. Estos llegan a ser tan delgados que su visualización en el monitor es difícil. Cuando la mayor parte del volumen de la gota ha salido de la constricción ocurre que ese volumen se ha desacelerado violentamente, en tanto que el pequeño volumen a la cola de la gota --aún en la constricción-- está muy acelerado. El líquido que ocupa el capilar del estrangulamiento experimenta una considerable rapidez de deformación, al mismo tiempo que sobre la superficie del capilar actúan, por un lado y tangencialmente, la tensión superficial de la gota dando el último jalón al volumen rezagado, y por otro, normalmente, la presión del líquido de sostén tendiente a ocupar el volumen del capilar. Esta acción de pinza es la que termina por romper la gota, dejando una gotita relativamente poco voluminosa como producto de la ruptura.

El tercer patrón de ruptura está ilustrado en la secuencia de la Fig. 3.3. Corresponde a valores mayores del volumen de la gota, principalmente, aunque está determinado también por el valor del gasto volumétrico.

Como puede verse, la ruptura se produce a la entrada de la constricción, pero difícilmente puede pensarse que corresponda al momento de vacilar la gota; para empezar, porque la ruptura ocurre cuando una parte considerable de la gota aún no ingresa a la constricción, y en segundo lugar porque, debido a ello, la parte que ha ingresado está en pleno proceso de aceleración. Es, pues, un tipo de ruptura diferente.

3.2.2.- Constricción corta y flujo estacionario.

Estudiamos gotas con volúmenes entre 0.06 ml. y 0.87 ml. a su paso por la constricción de 4 cm de longitud en régimen laminar estacionario con gastos volumétricos entre 8 ml/min. y 17.2 ml/min. La Tabla II muestra un resumen de los valores correspondientes a estas corridas.

Lo primero que queda claro al analizar los datos es la sensibilidad extrema de las gotas respecto a su volumen (determinado por λ) y de su velocidad (determinada por Q). Pero si bien esto podía resultar previsible, es de notarse la coherencia con la que las gotas parecen responder a modificaciones en los valores de estos dos parámetros. De hecho, es posible identificar con bastante precisión las zonas correspondientes a cada uno de los patrones de ruptura. El fenómeno parece tener poco que ver con el azar.

Las sorpresas de nuestro estudio no provinieron de estos sistemas Newtonianos a través de la constricción corta y en flujo estacionario. Aquí lo que corresponde, más bien, es tomar nota de varios hechos sobresalientes que pudieran resultar de utilidad

--al menos algunos-- en el diseño de futuros experimentos sobre el tema.

Es el caso, por ejemplo, de algunas velocidades, y conviene por ello discutir un poco acerca de los métodos con que han sido medidas las de las gotas y calculadas las del medio. Para medir las velocidades de las gotas no había más remedio que pasar por encima del hecho de que no se trata de cuerpos rígidos: sólo así es posible medir el tiempo de traslación de cada gota observando algún punto de referencia, usualmente la parte delantera de las mismas. Se comprende que es un método susceptible de ser objetado en virtud de que, si la gota está deformándose continuamente, la velocidad de un punto de la misma --el más adelantado, por ejemplo-- puede muy bien diferir de la de cualquier otro punto; por no hablar ya del hecho de que, precisamente por esta no rigidez, la velocidad de un punto determinado de la gota no tien por qué ser constante. Lo que se mide es, en consecuencia, la velocidad promedio de algún punto arbitrariamente escogido en cada una de las gotas: a eso se lla "velocidad de la gota".

La velocidad del flujo es calculada también mediante una aproximación. Por las características geométricas del conducto, y dado que uno supone que la bomba peristáltica trabaja con un ritmo uniforme, no es descabellado hablar de un flujo de Piseuille. El perfil de velocidades en tal caso es, ya se sabe, parabólico; y es por esto mismo qua es necesario definir la "velocidad del flujo" con cierto grado de arbitrariedad, en virtud de que, en rigor, cabría hablar de un valor distinto de la velocidad para cada línea de flujo.

Lo usual en estos casos es seleccionar el valor correspondiente a la línea central (velocidad máxima), o bien un valor promedio calculado como el cociente del gasto volumétrico entre la sección

transversal de la tubería. Hemos trabajado con esta última opción utilizando el valor de la sección transversal fuera de la constricción.

Es comunmente admitido el comportamiento asintótico del parámetro u/v (i.e., la velocidad de la gota relativa a la del medio) respecto del parámetro λ (radio de la gota relativo al de la tubería), y nosotros hemos observado también dicho comportamiento. Pero otro hecho repetidamente reportado en trabajos anteriores se refiere a la mayor movilidad de las gotas respecto del medio en todos los casos. De la Tabla II puede verse, sin embargo, que la gota de la corrida # 1 se mueve más lentamente que el promedio del flujo. Si ello obedece a una combinación de gasto bajo y volumen grande es algo que desafortunadamente no puede pasar de ser hipótesis dado que para ninguna otra combinación de estos parámetros se observó el fenómeno.

En todo caso, conviene notar también que fue ese el único caso en que una gota Newtoniana tan voluminosa ($\lambda = 1.278$) NO se rompió, como lo muestra la secuencia de la Fig. 3.4.

Por lo demás, ha dicho ya que no es aquí donde aparecen las sorpresas. La Fig. 3.5 permite formarse una imagen de las que he llamado "zonas" correspondientes a cada uno de los tres patrones de ruptura, y de la forma en que estas zonas son afectadas por la longitud de la constricción. Se ve con claridad que a mayor gasto y a mayor volumen de la gota, más drástica es la ruptura. Esto salta a la vista.

Pero hay también algunos detalles escondidos. Se ve, por ejemplo, que hay al menos un caso en que una gota bastante voluminosa no se rompe. Esto es, la región más baja de la gráfica es de no ruptura.

Se ve también que ese no es el caso de la región más a la izquierda de la gráfica: a gastos medios y grandes las gotas se

romperán aunque sean poco voluminosas. Pero no debe perderse de vista que el patrón de ruptura que siguen las gotas en esta región proviene de la diferencia de densidades entre la gota y el medio. Fudiera uno aventurarse a vaticinar que si el experimento se hiciera colocando la tubería verticalmente e inyectando la gota en la línea central del flujo, la región izquierda de la gráfica sería también una de no ruptura.

En la parte media de la gráfica se presentan los casos de gotas que se han roto siguiendo el segundo patrón de ruptura. Es evidente que se trata de la zona en la que cae la mayor parte de las rupturas de nuestro experimento. Resulta interesante notar que exista una zona de coexistencia entre las regiones correspondientes al segundo y tercer patrones de ruptura. En ella caen, específicamente, las gotas de las corridas # 16 y #17 (Fig. 3.6) cuyo comportamiento difiere de las tendencias seguidas por el resto de las gotas aquí incluidas. Ello lleva a pensar que, determinados el gasto y el volumen de la gota, así como las condiciones geométricas de la constricción, hay algún otro elemento que pueda ser que determine el tipo de ruptura independientemente de los anteriores, al menos a partir de ciertos valores del gasto. Si es que subsiste el interés por resolver del todo el problema de la ruptura de gotas, convendría pensar seriamente en la forma en que influyen las inestabilidades del flujo a grandes gastos en comparación con lo que sucede a bajos gastos.

Respecto de lo que ocurre a las gotas que se rompen siguiendo el tercer patrón hay también algo interesante que decir. Uno intuye que, si una gota es demasiado voluminosa en comparación con el conducto por el cual fluye, en cuanto la sección transversal se reduzca ocurrirá que la gota se deshaga del volumen excesivo. (Se comprende que la gota, carente de voluntad, no puede "deshacerse" de parte de su volumen más que en sentido figurativo; en última

instancia, toda ruptura de este tipo puede ser reducida a la competencia entre las fuerzas viscosas no balanceadas por la tensión superficial.) Pero lo notable es que incluso eso ocurre dentro de cierto orden. Si es necesario, la gota experimentará dos o hasta tres rupturas sucesivas prácticamente en la misma zona de la constricción.

¿Por qué no continúan estas rupturas hasta que pase toda la gota? Aparentemente la gota se rompe en busca de la zona de estabilidad. El hecho de que la última parte de la gota pase ya sin romperse, aunado al enorme parecido que en cuanto a su volumen guardan entre sí las "últimas partes" de las gotas rotas por este mecanismo induce a pensar que existe un valor crítico del volumen por debajo del cual las gotas no se romperían. Cada una de estas rupturas sucesivas es, entonces, un salto hacia la parte izquierda de la gráfica, y es dable suponer que cada gota dará tantos saltos como necesite para llegar al valor crítico del volumen.

Sin que lo anterior deje de ser cierto, tiene que hacerse una precisión a la argumentación. La Fig. 3.7 muestra una gota que sigue este patrón de ruptura. Aunque no es posible determinar el volumen de la gota mayor resultante de la ruptura, sí puede hacerse una comparación a ojo con otras gotas. Lo que resulta es que uno pudiera pensar que una gota con ese volumen debería caer en la zona de ruptura del segundo patrón. Puede formularse esta cuestión mediante una pregunta del tipo siguiente: ¿es más estable la parte final de una gota que ya ha sufrido una ruptura, que una gota de volumen equivalente con el resto de las condiciones iguales?... Hay razones para creer que así es.

Desde luego que una comprobación experimental resultaría más adecuada que una simple creencia: bastaría con colocar una segunda constricción idéntica a la primera pero unos centímetros más adelante, y ver si el último resto de la gota, que no se rompió en la

primera constricción, lo hace en la segunda. Pero a falta de la posibilidad de efectuar semejante observación, no queda más remedio que argumentar teóricamente. Hasta ahora todo el análisis se ha centrado en la gota y en la forma en que su comportamiento se ve afectado por parámetros relacionados con sus propiedades reológicas, con la geometría del conducto o con las características del flujo; pero nada se ha dicho respecto del hecho de que se trata de flujo a dos fases. Es ciertamente prudente esperar que la otra fase (el líquido de sostén) juegue un papel de considerable importancia en el mecanismo de ruptura.

La pregunta que conduce a una buena línea de razonamiento bien pudiera haber sido formulada desde antes: ¿a qué se debe que la gota sufra semejantes estrangulamientos a su paso por la constricción? Esta pregunta involucra inmediatamente a la segunda fase del flujo, pues es ésta la responsable de los ahorcamientos. Es bien conocido el efecto de "vena contracta" a la entrada de una constricción abrupta: consiste en la formación de una pequeña zona de líquido estancado adherido a la pared del conducto. De hecho, el mismo líquido de sostén, aún sin gotas extrañas, "se ahorca a sí mismo" --¿curioso, no?-- al entrar a la constricción. La gota, por supuesto, también. Pero cuando la gota entra a la constricción la situación es fundamentalmente diferente porque su velocidad es mayor que la velocidad promedio del líquido de sostén; y es, desde luego, bastante mayor que la velocidad de las capas de líquido de sostén más cercanas a la pared del conducto.

Imagínese la situación desde el punto de vista de la gota. En la parte anterior a la constricción lo que la gota ve es que el líquido de sostén circula en dirección de su parte trasera, donde la presión es mayor. Al entrar a la constricción la gota siente la reducción de la sección transversal --recuérdese al camello aquel que en estos días pasa tan frecuentemente por el ojo de una

aguja-- y topa, en seguida, con una reducción extra debida al líquido estancado en la "vena contracta". Ahora bien, la gota puede no saber que los líquidos son incompresibles --o casi-- ni que el gasto es constante, pero no cabe duda que debe sentir los efectos: la misma cantidad de líquido de sostén que antes circulaba a su alrededor por unidad de tiempo debe circular ahora, sólo que dentro de la constricción el espacio entre la superficie de la gota y la pared del conducto es menor que afuera. Al líquido de sostén, en consecuencia, le resulta harto más difícil el paso y aumenta por ello la presión normal sobre la superficie de la gota provocando, en primera instancia, los ahorcamientos.

Si uno vuelve a colocarse mentalmente en el lugar de la gota a su paso por la constricción, encontrará que no es descabellada la comparación con el mecanismo de deglución. De hecho, la observación lenta del paso de la gota deja la impresión de que la constricción "se la traga". Intentaré describir esto. En la Fig. 3.8 se aprecia la forma en que una gota tiene que estrangularse tres veces para pasar; entre los estrangulamientos se forman bulbos de líquido que se hinchan y angostan alternativamente, dando a la gota una forma de collar de cuentas. A cada angostamiento de una de las "cuentas" corresponde el paso alrededor suyo de un volumen de líquido de sostén mientras está siendo rebasado por la gota. Es este "contraflujo" el responsable de los ahorcamientos.

Si la gota se rompe de entrada, como es el caso de las gotas que siguen al tercer patrón de ruptura, al primer ahorcamiento tiene una duración efímera; si se produce una segunda ruptura, el segundo ahorcamiento deja de existir también y se forma, entre la segunda gota hija y lo que queda de la gota madre que viene entrando a la constricción, una zona donde los esfuerzos se han relajado relativamente a consecuencia de las rupturas. El líquido de sostén que ahí se encuentra ocupa la sección transversal toda en

vez del pequeño espacio anular que le quedaría de no haberse roto la gota. En consecuencia, la parte delantera de lo que queda de la gota madre --que ya ha avanzado un tramo de la constricción-- encuentra su tránsito menos congestionado.

En todo caso, la discusión acerca del contraflujo y los ahorcimientos no ha aparecido aquí con el único propósito de argumentar en favor de la mayor estabilidad de los restos de la gota madre. Ya se verá, al analizar la gotas en flujo no estacionario, la importancia de las condiciones del contraflujo.

3.2.3.- Constricción larga y flujo estacionario.

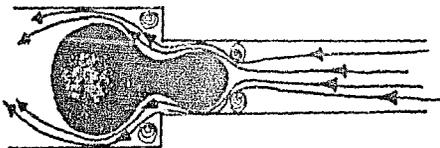
Utilizando gotas del mismo material (aceite para motor Pe-mex mezclado con tetracloruro de carbono) y en el mismo medio (glicerina al 95% en agua destilada) estudiamos el efecto de la longitud de la constricción sobre los mecanismos de ruptura. La Tabla III ofrece un resumen de las condiciones y resultados de estos experimentos.

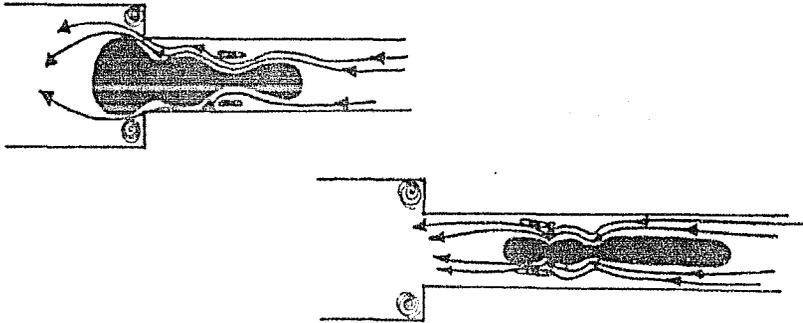
La constricción de mayor longitud --tres veces más larga que la anterior-- introduce inevitablemente un parámetro hasta ahora ignorado en los análisis experimentales anteriores: el tiempo. Importa aquí --y de hecho será mucho más impresionante su efecto en el caso de gotas viscoelásticas-- el tiempo durante el cual la gota está sometida, dentro de la constricción, a los esfuerzos que su paso por ella provoca. En particular, la posibilidad de observar el paso de la gota por la zona de estancamiento a la entrada de la constricción sin que la parte frontal haya salido aún arroja más luz sobre el segundo mecanismo de ruptura discutido en la sección anterior. En cambio, el tercer mecanismo queda más bien enturbiado por las nuevas observaciones.

La Fig. 3.9 muestra la secuencia de ruptura de una gota que sigue el segundo patrón en la constricción larga. Es comparable, en volumen de la gota y en gasto volumétrico, a la segunda secuencia de la Fig. 3.6.

La argumentación hecha al introducir el segundo patrón de ruptura se sostiene aquí, excepto por el hecho de que las rupturas no se producen a la salida; es más, a la gota le resta por recorrer un buen trecho de constricción cuando la ruptura ya se ha consumado. Antes dije que a la salida de la constricción corta dos factores actuaban para precipitar la ruptura: la tensión superficial, jalando a la parte trasera de la gota --violentemente acelerada-- hacia la parte más voluminosa --que, a su vez, se ha frenado bruscamente al salir--; y, por otro lado, la presión que el líquido de sostén ejerce, como pinza, sobre el ahorcamiento. En el caso de la constricción larga el primer factor acaso haya menguado su influencia, pero el segundo, en cambio, actúa por mayor tiempo.

Lo notable en el caso de la constricción larga, en lo referente al segundo patrón de ruptura, es que, una vez consumada ésta, la gota ya no se deforma ni se rompe más: permanece estable hasta abandonar la constricción. Esto es evidencia fuerte de la influencia de la geometría en el mecanismo de ruptura. A falta de un medio eficaz de visualización de las líneas de flujo del líquido de sostén, los dibujos siguientes representan la forma en que las condiciones geométricas de la constricción puedan estar determinando la ruptura de la gota.





La región en que se forma la "vena contracta" a la entrada da la constricción puede verse, para efectos prácticos, como una dona adherida a la pared del conducto. Antes de que la gota irrumpa, el líquido de sostén pasa por el centro de la dona sin causar disturbios. Al aparecer la gota la situación cambia radicalmente debido, entre otras cosas, a que viaja más aprisa que el líquido de sostén entre la gota y la pared. La gota no sólo tiene que deformarse para pasar la dona, sino que de hecho la empuja en la dirección del flujo en tanto que, desde el punto de vista de la gota, tiene que soportar también el contraflujo del líquido de sostén. Y si éste tiene menor velocidad que la gota, la dona, que apenas va venciendo la inercia y empieza a resbalar hacia el interior de la constricción, es aún más lenta.

Estas suposiciones son producto de lo que muestra el monitor. La gota se comporta como lo haría una foca --vélgase la animalada-- obligada a pasar por el interior de un aro: se estira lo más que pueda y reduce su sección transversal mientras pasa. Sólo que las focas no se rompen y las gotas sí. La parte trasera no resiste la presión de la dona, cuya oposición oposición al arrastre precipita la ruptura.

Aparentemente ese es el mayor esfuerzo al que se verá some-

tida la gota en el interior de la constricción. Una vez que lo ha pasado --indemne o rota-- al líquido de sostén parece resbalar limpiamente por la región anular entre la gota --casi cilíndrica ya-- y la pared del conducto. No se observa mayor deformación hasta que la gota abandona la constricción.

Una comparación entre las Tablas II y III, y un vistazo a la Fig. 3.5, muestran que, hasta la zona del segundo patrón de ruptura, hay acuerdo en las tendencias mostradas respecto de Q y λ para ambas constricciones. Sin embargo, al llegar a la zona del tercer patrón de ruptura aparece una diferencia cualitativa bastante evidente. La Fig. 3.10 permite comparar dos gotas rompiéndose siguiendo el mismo patrón, con gastos comparables y volúmenes ligeramente diferentes. Y aunque la gota en la constricción larga es más voluminosa que su contraparte, ésta sufre tres rupturas consecutivas en tanto que aquélla se rompe sólo una vez por la parte frontal. Ninguna de las gotas de aceite se rompió más de una vez por delante en la constricción larga.

No tenemos una explicación atinada para este hecho. Porque si uno admite que la gota no puede distinguir entre la constricción corta y la larga cuando apenas está ingresando, entonces todos los intentos de explicación fracasan. En busca de información adicional inyectamos una gota de agua destilada teniendo silicón como fluido de sostén. Puede verse en la Fig. 3.11 que la gota se rompe dos veces; no obstante, hay pocas bases para hacer comparaciones dadas las diferencias entre las propiedades reológicas de los dos sistemas.

La conclusión es, pues, tan asombrosa como firme: bajo las condiciones de nuestro estudio, las gotas se rompen menos drásticamente en la constricción larga que en la corta.

3.2.4.- Constricción corta y flujo no estacionario.

Utilizamos iguales materiales que los de la sección 3.2.2, y la misma constricción con sección transversal 4 veces menor que la de la tubería, y de 4 cm de longitud. En la Tabla IV están los resultados de nuestras observaciones.

Una vez más las condiciones de flujo muestran un grado de importancia aparentemente no considerado por investigadores anteriores. Para nuestra mayor sorpresa, el flujo pulsátil --no estacionario-- inhibe fuertemente la ruptura de gotas Newtonianas en un medio también Newtoniano.

En efecto, a pesar de que alcanzamos gastos considerablemente mayores que aquellos con los que trabajamos en flujo estacionario --en aquel caso, todas las gotas a 17.2 ml/min se rompieron; en este, la mayoría resistió aún a 25.2 ml/min-- hubo que inyectar gotas considerablemente voluminosas antes de observar alguna ruptura.

Sin embargo, aparte del hecho de que la ruptura no se produce, no pueden apreciarse diferencias claras entre una gota en régimen estacionario y otra comparable en régimen pulsátil a su paso por la constricción. Esto es, acaso, igual de asombroso que la mayor estabilidad que este tipo de régimen produce. La Fig. 3.12 muestra tres casos representativos.

Si acaso, y con ánimo de riesgo, puede decirse que los estrangulamientos que experimentan las gotas en régimen pulsátil son un poco menos severos que en los casos de régimen estacionario, queriendo decir con esto que las regiones capilares que forman los ahorramientos de las gotas son más voluminosas. Y son, en consecuencia, capaces de resistir mejor los esfuerzos en esas zonas.

Comoquiera que no contamos con un medio eficaz de visualiza-

ción de líneas de flujo, no hemos tenido más remedio que conjeturar. Partimos de la base de que, en todos los casos observados, las gotas tuvieron movibilidades de al menos 10% por encima de la velocidad promedio del líquido de sostén. Persiste, pues, al menos esa condición de flujo, también presenta en los casos anteriores. Es decir, desde el punto de vista de las gotas, el líquido de sostén circula a contraflujo.

La pregunta pertinente, ahora, es si hay cambios sustanciales en el aclamamiento entre el flujo de la gota, el contraflujo del líquido de sostén y las condiciones geométricas impuestas por la constricción, todo ello en comparación con el análisis de los casos con flujo estacionario. En éstos, la resistencia al arrastre por parte de la "vena contracta" parecía aclamarse con la acción del líquido de sostén --más lento que la gota-- para ejercer una especie de acción de pinza responsable de la ruptura.

Pero ante el cambio de régimen, de estacionario a pulsátil, no debe darse por hecho el estancamiento de líquido de sostén en forma de "vena contracta". Al menos esta autor no conoce ningún reporte de su formación en condiciones de flujo pulsátil.

Sin embargo, la formación del estrangulamiento al entrar la gota a la constricción, atribuido antes a la presencia de líquido estancado en esa zona, parece evidenciar su existencia también en estos casos. Tal vez ocurra que el líquido no esté ahí totalmente estancado, sino que tenga algún tipo de movimiento oscilatorio acorde con las características del flujo pulsátil.

Igual que en lo referente al tercer patrón de ruptura en la constricción larga, me encuentro imposibilitado para ofrecer una explicación al menos plausible del hecho de que el régimen pulsátil inhiba la ruptura de las gotas. El fenómeno no era conocido --o, al menos, no aparece reportado en ningún artículo de que tengamos noticia-- y lo más que puede hacerse aquí es aventurar el par de

hipótesis arriba esbozadas. No hay duda de que merece la pena estudiarlo con mayor detenimiento.

3.2.5.- Presión extra.

Ha discutido ya el concepto de presión extra debida a la presencia de una gota en flujo a dos fases. Si bien el concepto no fue introducido por él, ha sido Gary Leal (16, 21, 22), investigador del Instituto Tecnológico de California (Caltech), quien más atención ha puesto en este parámetro en los últimos años.

En nuestros experimentos medimos la presión diferencial, antes y después de la constricción, paso a paso. Nuestra intención era, inicialmente, descubrir en las lecturas de presión algún indicio que relacionara coherentemente al parámetro de presión extra con el fenómeno de ruptura. Lo que pudimos descubrir apunta, sin embargo, en otro sentido.

La Fig. 3.13 muestra las lecturas de corriente en el multímetro registradas al paso de cuatro gotas distintas por la constricción. Comparándolas por pares puede verse que las lecturas son casi idénticas. No obstante, dos de esas gotas sí se rompieron y las otras dos no.

Deba recordarse que el parámetro de presión extra fue introducido teniendo en mente su posible utilidad como medidor del grado de accesibilidad de un conducto cualquiera de una matriz porosa respecto de sus vecinos, dependiendo de cuáles estuviesen ocupados por gotas, y del tipo de gotas que los ocupasen. Tenemos que concluir, empero, que en un estudio como el nuestro este parámetro aporta información poco clara. No es sólo que no sea posible determinar, a partir de las lecturas de presión, si ha habido ruptura o no; es que además este parámetro es especialmente sensible a las variaciones en las condiciones del flujo. Y aunque he

dicho antes que el fenómeno de ruptura de gotas parece tener poco que ver con el azar, ello no significa que todas las variaciones del sistema sigan un orden evidente. Más bien, algunas de tales variaciones escapan a nuestro control en el laboratorio, pero influyen claramente en las lecturas de presión.

En todo caso, y por lo que representa conceptualmente, este parámetro se antoja más apropiado para un experimento con varios canales paralelos donde sea más factible alguna interpretación estadística de los resultados.

3.3.- Conclusiones.

A diferencia de lo que anteriormente se había reportado (8, 14, 15, 24), nosotros encontramos que la ruptura de gotas Newtonianas fluyendo en un medio también Newtoniano ocurre siguiendo coherentemente uno de tres patrones de ruptura bien definidos. Dichos patrones, y las condiciones que parecen determinarlos son:

a) Las gotas poco voluminosas -- $\lambda < 0.8$ -- que lleguen a la constricción con una posición excéntrica --devida, presumiblemente, a pequeñas diferencias de densidad respecto del líquido de sostén-- se "enganchan" al entrar en la zona de menor sección transversal y se rompen.

b) Gotas algo más voluminosas -- $\lambda < 1.05$ -- a gastos medios e incluso grandes --hasta $Q = 17.2$ ml/min-- experimentan fuertes deformaciones a su paso por la constricción, formándose uno o varios estrangulamientos de la gota. El último, y a veces también el penúltimo de éstos, cede a la salida de la gota de la constricción, produciéndose dos pequeñas rupturas en la parte trasera.

c) El tipo de ruptura que más drásticamente fragmenta a la gota se produce con las más voluminosas -- $\lambda \approx 1.1$ y mayores-- desde

gastos medios --del orden de $Q = 14$ ml/min-- . Estas rupturas se producen en la parte delantera de la gota y a la entrada de la constricción. Si la gota se ha roto una o dos veces siguiendo este patrón --en casos excepcionales hasta tres veces--, parece alcanzar un volumen que, en las muy particulares condiciones que adopta el flujo tras la ruptura, resulta estable. Pero debe apuntarse que, en tanto los dos patrones anteriores se repiten sistemáticamente sin importar si se trata de la constricción corta o de la larga, en este último caso la ruptura por la parte delantera de la gota ocurre sólo una vez, independientemente de que aumentem el volumen de la gota o el gasto volumétrico.

La velocidad de las gotas fue, salvo en un solo caso, mayor que la velocidad promedio del flujo. El parámetro de movilidad (u/v) presentó el ya conocido comportamiento asintótico respecto de . Por su parte, la gota cuya velocidad fue menor que la velocidad promedio del flujo ($u/v = 0.97$) representó un caso excepcional también por haber sido la única en no romperse teniendo un volumen relativamente grande: $= 1.278$.

Hemos podido identificar, en una gráfica de Q vs , tres zonas de ruptura, de las menos drásticas a las más. La tendencia es, en todos los casos, la siguiente: cuanto más voluminosa es la gota y/o mayor es el gasto volumétrico, más drástica es la ruptura.

La geometría del conducto y de la constricción influyen de manera determinante en los mecanismos de ruptura, a través de las condiciones de flujo del líquido de sostén. En el caso de régimen estacionario, la formación de la "vena contracta" --conocido fenómeno de estancamiento de líquido a la entrada de una constricción abrupta de la sección transversal-- es un elemento principalísimo durante la ruptura.

Cuando el flujo es no estacionario --pulsátil en este caso-- la ruptura de gotas a su paso por la constricción se ve fuertemente inhibida. La deformación es, sin embargo, muy parecida en lo referente al estiramiento de la gota y a la formación de estrangulamientos. Sólo que en estos casos los estrangulamientos resisten sin romperse en la mayor parte de las gotas observadas, bajo condiciones en que sus contrapartes en flujo estacionario se rompieron sistemáticamente.

El parámetro de presión extra no permite discernir entre una gota que sufre algún tipo de ruptura y otra que no. Pudimos encontrar dos pares de gotas que, dos a dos, produjeron iguales lecturas de presión no obstante que dos de ellas se rompieron y las otras resistieron. Concluimos, pues, que este parámetro es ineficaz bajo las condiciones de nuestros experimentos.

CAPITULO IV: SISTEMAS NO NEWTONIANOS.

4.1.- Materiales.

Con el mismo arreglo experimental con el que hicimos los estudios de sistemas Newtonianos procedimos a examinar casos de gotas de líquido viscoelástico fluyendo en un medio Newtoniano. Empleamos gotas de poliacrilamida (Separan AP30) disuelta en agua destilada a tres concentraciones diferentes: 0.5%, 0.6% y 0.8%, por peso. El líquido de sostén (Newtoniano) es aceite de cártamo para cocina (Capullo). La Tabla V contiene un resumen de algunas de las propiedades de los materiales utilizados.

Las soluciones de Separan en agua destilada tienen diferentes grados de viscoelasticidad. En lo que nos atañe, dos son los fenómenos que distinguen a este tipo de materiales de los líquidos Newtonianos. Estos pueden ser descritos mediante una ecuación constitutiva conocida regularmente como la Ley de Viscosidad de Newton:

Algunos materiales viscoelásticos, sin embargo, poseen la particularidad de que su viscosidad no es constante: varía con la rapidez de deformación a la que está sujeto el líquido. En el caso de los materiales con los que hemos trabajado, a mayor rapidez de deformación corresponden valores menores de la viscosidad. Algunos autores llaman a esto "adelgazamiento" del material.

Por otro lado, ciertos líquidos muestran también, además de la resistencia a la deformación propia de los líquidos viscosos, algún grado de recuperación elástica tras la deformación. Puede mostrarse (29; Apéndice A) que la elasticidad del líquido está determinada por el primer coeficiente de esfuerzos normales:

$$\lambda_1 = p_{11} - p_{22}$$

Además, la respuesta elástica está caracterizada por un tiempo de relajación propio del material (θ).

La dependencia de cada uno de estos tres parámetros --i.e., la viscosidad, el primer coeficiente de esfuerzos normales y el tiempo de relajación-- ha sido determinada para los líquidos de nuestro estudio mediante el uso de un Reogoniómetro Weissenberg R19 (30, 31, 32). Las Figuras 4.1, 4.2 y 4.3 muestran las curvas correspondientes a cada una de las tres concentraciones que utilizamos.

4.2.- Resultados y análisis.

Estudiamos el paso de gotas viscoelásticas fluyendo en un líquido de sostén Newtoniano a través de la constricción larga (12.1 cm) tanto en régimen estacionario como pulsátil. Trabajamos en un rango de valores del gasto volumétrico entre 5.8 ml/min y 42 ml/min.

En virtud de que esperábamos mayor estabilidad de las gotas viscoelásticas que de las Newtonianas, comenzamos nuestro estudio a gastos comparativamente mayores, con objeto de intentar encontrar algún valor por encima del cual las gotas ya no resistieran. Sin embargo, el resultado, particularmente sorprendente, fue muy otro.

La Tabla V muestra un resumen de nuestras observaciones.

Contrariamente a lo observado en los casos de sistemas Newtonianos, las gotas viscoelásticas son estables a grandes gastos y se rompen a gastos bajos. De hecho, cuanto menor es el gasto más rupturas se producen.

La Fig. 4.4 muestra la forma en que se rompen gotas de cada una de las tres concentraciones estudiadas.

Como pueda verse, la diferencia de densidades es aquí bastante más notoria que en los casos Newtonianos: la gota se deforma alargándose un poco y aplastándose en la parte baja de la tubería. Pero a pesar de esto, y a pesar de que al llegar a la constricción la gota tiene que subir para poder entrar, la ruptura, cuando se produce, tiene lugar ya bien dentro de la constricción. La diferencia de densidades parece no ser un factor determinante en estos casos, salvo en lo referente a la movilidad.

A grandes gastos, las gotas se deforman rápidamente dentro de la constricción sin llegar a tener ahorcamiento ninguno. Por lo que puede verse, además, el volumen de la gota, que tan importante era en los casos Newtonianos, aquí parece influir sólo en la movilidad.

Conforme el gasto disminuye, las gotas pierden su forma cilíndrica, formando una hendidura en la parte frontal (Fig. 4.5 -a). Si la gota está suficientemente cerca de la salida de la constricción, es posible que no llegue a romperse. Pero si el gasto disminuye aunque sea un poco (Fig. 4.5 -b), la gota se rompe por la hendidura. Es importante tener presente que la gota es más densa que el medio y que, en consecuencia, la ruptura no puede ser debida a la diferencia de densidades.

Otro fenómeno característico de las gotas viscoelásticas es que aquellas que se rompen presentan una marcada tendencia a

la coalescencia. Esto es, si una gota ha producido dos pequeñas gotitas al romperse, las tres gotas se encuentran a la salida de la constricción y no se alejan unas de otras como las Newtonianas sino que vuelven a formar una sola gota, igual a la original.

Como era previsible, a mayor concentración del polímero, mayor estabilidad de la gota. Así, las gotas de 0.8% de Separan resisten gastos menores que las de 0.6%, y éstas menores que las de 0.5% (Fig. 4.6).

Los sorprendentes efectos producidos por la condición de flujo pulsátil sobre las gotas Newtonianas no parecen existir en los casos de gotas viscoelásticas, o al menos no han sido evidentes. (Fig. 4.7).

Los anteriores son los hechos más notables en relación con estas rupturas, y han sido presentados sin ensayar alguna explicación de tal comportamiento. Para hacer esto último es necesario examinar detalles algo menos evidentes de los procesos involucrados.

Un hecho común a todos los casos de ruptura es la formación de una hendidura en la parte frontal de la gota, ya sea al entrar a la constricción o un poco más adelante. Esta hendidura se forma en mayor o menor grado, pero su forma es muy parecida de una a otra gota. Da la impresión de que la gota levantara su frente como si fuera una nariz.

Como antes, no contamos con un método de visualización de flujo, lo que impide aventurar alguna hipótesis definitiva para ligar la formación de esta hendidura con la forma en que las líneas de flujo del líquido de sostén presionan a la gota hasta llevarla al estado final de deformación que muestra. Pero algo que sí podemos explicar con un grado mayor de certeza es lo que sucede después de formada la hendidura. La fotografía de la Fig. 4.8

permite ver cómo, al producirse una ruptura, la parte frontal de lo que queda de la gota madre es jalada hacia abajo por la gota que se está separando. Tras el jalón, y debido a su característica elástica, la gota mayor "rebota" en la parte inferior del conducto, y al levantar el frente permite que se forme una nueva hendidura. Este proceso se repite tantas veces como rupturas haya.

Lo que resulta más enrevesado es intentar explicar el proceso mismo de ruptura. Desde luego, uno tiene la sospecha de que la elasticidad del material tiene que estar en el meollo de la cuestión; de hecho, algunas evidencias del predominio de los fenómenos elásticos sobre los puramente viscosos (adelgazamiento) podrán ser presentadas en el Capítulo V.

Una gota como la de la Fig. 4.9 proporciona suficientes elementos para intentar construir una argumentación. Nótese, de inicio, que la superficie de la gota en su parte superior está levantada por el frente. Cosa bastante natural en virtud de que el líquido de sostén fluye por sobre la gota, en la misma dirección de movimiento, y bastante más aprisa. Comoquiera que la gota lleva ya un buen rato bajo estas condiciones, su estado es estacionario... hasta que aparece la perturbación al entrar a la constricción. Cuando esto sucede, la parte delantera superior de la gota recibe un fuerte tirón en la dirección del movimiento.

Es aquí donde hay que tener bien presente el hecho de que se trata de un material elástico. Al modificar las condiciones del que hasta un momento antes era un estado estacionario, el material responde oponiéndose a la deformación no sólo por inercia, sino resistiendo elásticamente. Muchos de los modelos de los materiales viscoelásticos incluyen un resorte para simular esta parte de la respuesta. En particular, el volumen de líquido que está por entrar a la constricción tira, hacia atrás, del líquido que ya entró: tal como haría un resorte. Ese es el efecto inicial de la pertur-

bación, y es probable que establezca las condiciones para la formación de la hendidura en la zona donde la superficie de la gota está sujeta a los mayores esfuerzos. Conforme la gota avanza en la constricción, es posible observar que en su parte superior se forman ondulaciones que, si bien no son ni mucho menos tan severas, sí recuerdan a los ahorcamientos en las gotas Newtonianas. Pareciera que el líquido en el interior de la gota rebotara entre la parte delantera y la trasera de la misma.

4.2.1.- Tiempos característicos.

La exposición anterior conduciría a una sobresimplificación del fenómeno si no incorporara a la discusión un parámetro inherente a la descripción de los efectos elásticos: el tiempo.

No pocos autores atribuyen a los materiales viscoelásticos la particularidad de poseer memoria. Lo que con ello se quiere describir es el hecho de que existe cierto lapso, después de perturbar el estado del material, durante el cual éste responde a la perturbación tratando de recuperar su forma anterior. Este es el "tiempo característico" del material. Los materiales inelásticos --entre los que cuentan todos los líquidos Newtonianos, pero no exclusivamente-- tienen un tiempo de relajamiento igual a cero, en tanto que los materiales perfectamente elásticos tienen un tiempo de relajamiento infinito.

Las soluciones poliméricas con las que hemos trabajado tienen tiempos de relajamiento no nulos y finitos. Pero aún el conocimiento de esos tiempos es en sí insuficiente en virtud de que nuestro estudio involucra flujo a dos fases; y, si bien la segunda fase no posee características de elasticidad, no por ello deja de ser necesario acoplar el tiempo de relajamiento del líquido viscoelástico con algún tiempo característico del flujo --que no del flui-

do-- en el cual está inmersa la gota. En Mecánica de Fluidos es usual hacer esto mediante un parámetro adimensional conocido como número de Deborah (o número de Weissenberg, según otros autores):

$$D_e = \frac{\text{tiempo característico del fluido}}{\text{tiempo característico del flujo}}$$

La determinación del tiempo característico del flujo lleva una buena dosis de arbitrariedad. Lo más específico que se puede llegar a ser es decir que se trata del tiempo que le toma al flujo cambiar sensiblemente su configuración. En el caso que nos ocupa, este tiempo podría ser, por ejemplo, el que tardar una partícula en pasar por la constricción viajando a la velocidad promedio de \bar{v} :

$$Q = v A = \left(\frac{l}{t}\right) \left(\pi \frac{R_0^2}{4}\right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \theta_{fj_0} = \frac{\pi l R_0^2}{4Q}$$

La determinación del tiempo característico del fluido es otra historia. Es evidente de la Fig. 4.1 que el tiempo de relajamiento del fluido varía inversamente con la rapidez de deformación a la cual está siendo sometido. No tenemos posibilidad, dadas las características existentes en la superficie de la gota a su paso por la constricción, de contar con un valor razonablemente confiable de la rapidez de deformación. Pero, aún así, la situación pueda salvarse argumentando que, en virtud de que se trata de comparar cuantitativamente el tiempo de respuesta elástica con un tiempo característico de la perturbación, no es descabellado tomar el máximo tiempo de relajación mostrado por el material.

Los tiempos de relajación son calculados a partir de mediciones hechas en el reogoniómetro, de acuerdo con la siguiente fórmula

reportada por otros autores (23):

$$\theta = \frac{N_1}{2\mu \dot{\gamma}^2}$$

La curva obtenida con este sistema de medición permite ver (fig. 4.1) que para obtener el valor máximo del tiempo de relajación es necesario interpolar dicha curva al punto de nulo gradiente de deformación. Pero lo que pocos autores dicen (29) es que las mediciones del reogonómetro se hacen todas lejos de tal región. En consecuencia, es imposible dar valores precisos del tiempo máximo de relajación de un material viscoelástico en estas condiciones: lo más que puede hacerse es estimar el orden de magnitud.

Ahora bien, es posible encontrar una forma de determinar los tiempos cuyo acoplamiento proporcione al menos una estimación del valor de De que separe la región de rupturas de la de no rupturas.

He dicho antes que es necesario acoplar el tiempo de relajamiento del líquido viscoelástico con algún tiempo característico del flujo --ojo: del flujo, no del fluido-- en el cual está inmersa la gota. La elección de θ_{fj} que he hecho arriba es válida en ausencia de la gota, puesto que estos tiempos están calculados considerando toda la sección transversal de la constricción. Si uno compara, en tales circunstancias, los tiempos correspondientes a las corridas #56 y #57, y #62 y #63 obtiene los resultados siguientes:

CORRIDA	θ_{fj}	θ_{gota}	De	RUPT.	CORRIDA	θ_{fj}	θ_{gota}	De	Γ
#62	13.9"	15"	1.08	NO	#56	13.1"	14.5"	1.11	
#63	15.3"	11"	0.72	SÍ	#57	14.6"	13"	0.89	

En esta tabla, θ_{jj} , ha sido calculado según la fórmula ya señalada, pero θ_{gta} ha sido medido según el criterio siguiente: si la gota se rompe, θ_{gta} es el tiempo desde que la parte frontal ingresa hasta que sale de la constricción.

Se ve, entonces, que el valor de D_c que parece separar las zonas de ruptura es $D_c \approx 1$. Sin embargo, la interpretación de este resultado se complica en virtud de que D_c , así, proporciona la comparación entre el tiempo durante el cual la gota está sometida al esfuerzo perturbativo y el tiempo que tardaría una partícula, viajando a la velocidad media del líquido de sostén, en pasar por la constricción sin la gota. No, nada claro.

Pero como siempre existe la posibilidad de adoptar algún criterio distinto en la determinación de los tiempos, uno está en posición de buscar, por ahí, más claridad en el análisis. Se puede, por ejemplo, buscar un criterio para que θ_{fj} corresponda a un tiempo característico del flujo a dos fases, en el cual la constricción esté ocupada por la gota.

Ensayando la combinación siguiente:

θ_{fj} = tiempo que toma a la gota ingresar totalmente a la constricción; y

θ_{gta} = tiempo durante el cual la gota está sometida al esfuerzo perturbativo,

en la que θ_{fj} es, de hecho, el tiempo transcurrido mientras se establece el flujo a dos fases en la constricción, se obtienen estos resultados:

CORRIDA	De	RUPT.	CORRIDA	De	RUPT.
#62	10" 15"	1.50 NO	#56	8" 14.5"	1.81 NO
#63	17" 11.3"	0.66 SI	#57	10" 13"	1.30 SI

El valor De = $\dot{\epsilon}$ ha sido establecido en otros trabajos (29,32) como indicador de cambios de comportamiento de flujos viscoelásticos. Puede ser entonces que la primera elección de tiempos sea más afortunada que la segunda.

Sin embargo, con la segunda elección se aclara la interpretación física. En efecto, las dos gotas que no se rompieron tardaron bastante menos en ingresar a la constricción que lo que les tomó a las que sí se rompieron. Es más, éstas no habían entrado del todo cuando la ruptura era ya inminente, en tanto que aquéllas ya habían alcanzado, poco antes de terminar de ingresar, una forma estable acompañada de una lectura de presión constante. Todo ello fortalece el modelo propuesto para describir el mecanismo de ruptura, según el cual en la zona de la hendidura actúan las mayores tensiones como consecuencia de la resistencia elástica con que el líquido aún fuera de la constricción se opone a deformarse para ingresar. De tal suerte, si toda la gota entra a la constricción pronto, el esfuerzo disminuye antes de que el material olvide su forma anterior y es entonces capaz de resistir la deformación sin romperse. Pero si, de otra forma, aún permanece una porción considerable de la gota fuera de la constricción cuando el material ha olvidado ya su forma anterior, la resistencia cede antes de que el esfuerzo disminuya, y la gota se rompe.

Este modelo se redondea con la incorporación obvia de dos elementos más: si a menor gasto corresponde menor gradiente de deformación en la superficie de la gota, entonces esta es, a un tiempo, más viscosa y menos elástica. Lo cual, a bajo gasto, inhibe la ruptura.

En todo caso, y dado que el problema de medir tiempos de relajación a baja rapidez de deformación no está resuelto aún, este tipo de estimaciones numéricas no deben ser tenidas por determinantes.

4.3.- Conclusiones.

Son principalmente tres los aspectos en los que el comportamiento de las gotas viscoelásticas difiere radicalmente del de las Newtonianas:

a) Las gotas viscoelásticas resisten el paso por la constricción sin romperse, a gastos elevados;

b) En tanto las Newtonianas viajan con velocidad mayor que la velocidad promedio del líquido de sostén --salvo una--, las gotas viscoelásticas fluyen más lentamente que el medio en que están inmersas.

c) Contrariamente a lo sucedido en los casos de gotas Newtonianas, las viscoelásticas tienen mayor tendencia a la ruptura cuanto menor es el gasto volumétrico.

Sin duda el hecho más sorprendente este último sólo puede ser explicado hasta el nivel de proponer un modelo del mecanismo de ruptura en términos del tiempo de relajación --característico del material-- y del tiempo que toma a la gota incorporarse del todo a la zona de perturbación --la constricción, en este caso--. Sin embargo, los tiempos característicos de los materiales son función de la rapidez de deformación, y no es posible, bajo las condiciones de nuestros experimentos, determinar con precisión este parámetro. La discusión es, en consecuencia, cualitativa.

Por otro lado, observamos también mayor tendencia a la coales-

cencia tras la ruptura. Y en lo referente a la condición estacionaria o pulsátil del flujo, no detectamos diferencia ninguna en cuanto concierne a la ruptura.

CAPITULO V: UNA VARIANTE GEOMETRICA.

Al mismo tiempo que nosotros realizamos nuestros estudios en México, Francisco Avila Sagura trabajó en un experimento estrechamente relacionado con el nuestro, en el Instituto Tecnológico de California (Caltech), en EEUU. Durante dos visitas a su laboratorio en Caltech participé en la parte de sus experimentos que voy a reseñar en las secciones siguientes.

El estudio de Avila se ocupa también de la deformación y ruptura de gotas en flujo a dos fases. Aparte del hecho de que empleamos materiales diferentes, en general, la más notable diferencia entre su arreglo experimental y el nuestro radica en la geometría de la pared de la tubería: nosotros empleamos una constricción cilíndrica abrupta que reduce la sección transversal 4 veces, en tanto que él trabajó con una tubería de pared ondulante en la cual la sección transversal disminuye y aumenta periódicamente (Fig. 5.1).

Es dable considerar que semejante configuración geométrica constituye un modelo algo más realista de lo que puede ser un tramo de una matriz porosa.

5.1.- Materiales.

Estudiamos el paso de gotas viscoelásticas fluyendo en un medio Newtoniano. Los materiales utilizados son los de la Tabla VI.

5.2.- Resultados y análisis.

Trabajamos en un rango más reducido del gasto volumétrico,

de hecho con sólo dos valores del mismo: $Q = 1.05$ ml/min y $Q = 1.53$ ml/min. El parámetro λ , por su parte, varió entre 0.62 y 1.82.

La primera diferencia se hace notar en seguida: en todos los casos la movilidad de las gotas fue mayor que la unidad (i.e., todas las gotas se movieron con mayor rapidez que la rapidez promedio del flujo). Es de interés hacer que, en los sistemas correspondientes al valor mayor del gasto, la movilidad (u/v) alcanza su valor constante desde $\lambda = 0.75$, en tanto que en los sistemas a bajo gasto es necesario llegar a $\lambda = 1.15$ para que eso ocurra (Fig. 5.2).

Otro resultado interesante tiene que ver con la relativa insensibilidad que algunos de los parámetros relacionados con el movimiento muestran ante cambios en la concentración del polímero. En concreto, probamos con tres diferentes valores de concentración: 0.01%, 0.1% y 0.5%, por peso. Las dos variables de interés en este punto fueron la movilidad y la presión extra (Figs. 5.2 y 5.3).

El asunto es notable porque las viscosidades respectivas, relativas a la viscosidad del líquido de sostén, son drásticamente diferentes. Es este el resultado, anunciado ya en el capítulo anterior, que hace poner el acento en los esfuerzos elásticos más que en los viscosos al analizar los posibles mecanismos de ruptura de gotas viscoelásticas.

Por lo que respecta a la ruptura misma, aquí, igual que en los casos de constricción abrupta (Capítulo IV), la forma en que se rompen las gotas es prácticamente idéntica aún si las concentraciones son distintas (Fig. 5.4). Me refiero sólo a la forma en que se rompen y no a las condiciones bajo las cuales ocurre la ruptura.

El cambio de configuración geométrica no altera el hecho más relevante en lo tocante a ruptura de gotas viscoelásticas, a saber:

La elasticidad del material favorece la ruptura a bajo gasto.

Las Figs. 5.5, 5.6 y 5.7 dan testimonio de ello.

En esencia, la argumentación que sostiene el modelo de mecanismo de ruptura presentado en el Capítulo IV para gotas viscoelásticas a su paso por una constricción abrupta es aplicable también aquí. Cabe hacer notar, empero, que Avila (23) argumenta de manera diferente, aunque no necesariamente en oposición a nuestro análisis.

Por otra parte, el arreglo experimental utilizado en Caltech no ofrecía la posibilidad de analizar el paso de gotas por la constricción periódica en régimen pulsátil. Esto resultó particularmente desafortunado desde la perspectiva de los resultados obtenidos con la constricción abrupta y gotas Newtonianas. Hubiera sido ciertamente interesante la comparación con el sistema de pared ondulante donde hubiésemos podido ensayar acoplamientos entre las frecuencias del flujo y la pared.

5.3.- Conclusiones.

En comparación con las observaciones de gotas viscoelásticas en constricciones abruptas, el cambio de configuración geométrica a una pared ondulante arroja los siguientes resultados:

a) Se confirma el hecho de que la elasticidad de las gotas favorece su ruptura a gastos bajos. En contraposición, el incremento del gasto volumétrico inhibe la ruptura de gotas viscoelásticas. Ambos resultados son opuestos a los obtenidos con gotas Newtonianas.

b) Las propiedades reológicas de los materiales utilizados en estos experimentos parecen ser responsables de que, en estos casos, las gotas fluyan con mayor rapidez que la media del flujo, contrariamente a lo reportado en el Capítulo IV. En particular,

atribuyo este hecho a la menor diferencia de densidades entre las gotas y el líquido de sostén.

c) Tanto la movilidad (u/v) como la presión extra y la forma de las rupturas mostraron muy poca sensibilidad ante cambios considerables en la concentración del polímero en las gotas estudiadas. Ello a pesar de que tales cambios suponen considerables variaciones en las viscosidades relativas.

CAPITULO VI: CONCLUSIONES GENERALES.

Este estudio está centrado en los fenómenos de ruptura de gotas en flujo a dos fases, y las condiciones en que se producen. Hemos analizado sistemas de gotas Newtonianas y viscoelásticas fluyendo en medios Newtonianos a través de constricciones con diferentes características geométricas: dos constricciones abruptas y una con pared ondulante. En los sistemas con constricciones abruptas hemos observado gotas en flujo estacionario y en flujo pulsátil.

El diseño de nuestros arreglos experimentales responde a la intención de investigar el grado y la forma en que la configuración geométrica influye en la ruptura de gotas. Nuestra primera conclusión tiene que ser, entonces, la confirmación experimental de que los factores geométricos influyen definitivamente los modos y mecanismos de ruptura, a través, principalmente, de los patrones de flujo que ellos determinan.

Encontramos que las gotas Newtonianas, cuando se rompen, siguen uno de tres patrones de ruptura relativamente bien determinados por la combinación de valores de gasto volumétrico (Q) y tamaño relativo de la gota (λ) correspondiente.

La movilidad de las gotas (w/v) respecto de la rapidez media del flujo muestra dos tendencias diferentes según que su posición sea cercana a la línea central de flujo, o a la pared de la tubería. En el primer caso, la movilidad es mayor que la unidad y se comporta asintóticamente respecto de Q y de λ . En el segundo, la movilidad es menor que la unidad y su comportamiento asintótico es trivialmente hacia cero.

En los casos de constricción abrupta, pudimos establecer el notable hecho de que la ruptura de gotas es fuertemente inhibida por la condición pulsátil del flujo.

Las gotas viscoelásticas se comportan, a su paso por la constricción, de manera opuesta a como lo hacen las Newtonianas, en lo referente a las condiciones de flujo que determinan la ocurrencia o no del fenómeno de ruptura.

Así, para gotas viscoelásticas el aumento del gasto volumétrico inhibe muy fuertemente la ruptura, en tanto que ésta es más factible cuanto más bajo sea el gasto.

Este último fenómeno parece estar determinado por el acoplamiento entre dos tiempos: el que le toma a la gota ingresar completamente a la zona de perturbación, y el tiempo de relajamiento característico de la gota. Nuestros resultados apuntan hacia la siguiente tendencia: cuando el tiempo de ingreso excede notablemente al de relajamiento, la gota tiende a romperse; cuando el tiempo de ingreso difiere poco del de relajamiento, la gota adquiere una forma estable que resiste la ruptura.

Debido a la imposibilidad de establecer de manera confiable los valores de los tiempos de relajamiento correspondientes a las propiedades reológicas (de las gotas) y dinámicas (la rapidez de deformación) de los sistemas observados, las tendencias anteriores no pueden ser consideradas precisas ni definitivas.

El fenómeno de coalescencia, posterior a la ruptura, se presenta mucho más frecuentemente entre gotas viscoelásticas que entre Newtonianas.

El hecho de que la elasticidad de las gotas favorezca su ruptura a gastos bajos no se altera por el cambio de configuración geométrica, como tampoco le hace la tendencia a resistir la ruptura cuando los gastos son mayores.

Encontramos que dos variables dinámicas --la movilidad y la presión extra-- son muy poco sensibles a incrementos en la concentración de polímero en las gotas, dentro del rango estudiado. Ello fortalece la hipótesis de que los efectos elásticos opacan a los viscosos en las rupturas de gotas viscoelásticas a bajo gasto.

Finalmente, se han propuesto modelos de mecanismos de ruptura para gotas Newtonianas y viscoelásticas. Los primeros están centrados en las condiciones geométricas del flujo y en el supuesto de mayor movilidad de la gota; los segundos, en la combinación de tiempos característicos del flujo y del material viscoelástico de la gota.

TABLA I: Materiales utilizados.

MATERIAL	DENSIDAD	VISCOSIDAD	
Acaite Pemex al 49.26% en tetracloruro de carbono	1.286 g/cm ³	1.8 Poi.	Newtoniano.
Glicerina al 95% en agua destilada	1.253 g/cm ³	4.01 Poi.	Newtoniano
Aceite de silicón	0.972 g/cm ³	24.8 Poi.	Newtoniano
Separan AP30 al 0.5% en agua destilada	1.024 g/cm ³	7.48 Poi.	No Newtoniano
Separan AP30 al 0.6% en agua destilada	1.025 g/cm ³		"
Separan AP30 al 0.8% en agua destilada	1.027 g/cm ³		

El dato de viscosidad del Separan AP30 al 0.5% corresponde a la viscosidad aproximada a cero *gradiente* de deformación. No encontramos los valores correspondientes a las otras dos concentraciones puesto que hay autores --de los cuales obtuvimos las curvas reológicas de estos materiales-- que discuten la validez de tales aproximaciones. Acaso convenga saber, no obstante, que el valor correspondiente al Separan AP30 al 1.0% es de 18.39 Poi.

TABLA II: Sistemas Newtonianos.

Constricción corta.

Régimen estacionario.

Gotas: Aceite Femex en tetracloruro de carbono.

Medio: Glicerina al 95% en agua destilada.

CORR.	Q(ml/min)	V(ml)	λ	u/v	RUPTURA
#1	3.0	0.35	1.119	0.87	NO
#2	3.2	0.38	0.856	1.01	Segundo patrón
#3	3.4	0.06	0.463	1.09	NO
#4	3.4	0.56	0.974	1.01	Segundo patrón
#5	3.8	0.38	0.856	1.06	Segundo patrón
#6	13.9	0.05	0.425	1.34	Primer patrón (Exc)
#7	13.9	0.08	0.509	1.31	Primer patrón (Exc)
#8	13.9	0.13	0.599	1.23	Primer patrón (Exc)
#9	13.9	0.19	0.679	1.16	Segundo patrón
#10	13.9	0.35	0.833	1.12	Segundo patrón
#11	13.9	0.42	0.885	1.05	Segundo patrón
#12	13.9	0.51	0.944	1.05	Tercer patrón
#13	13.9	0.69	1.044	1.05	Tercer patrón
#14	17.2	0.16	0.641	1.18	Segundo patrón
#15	17.2	0.27	0.764	1.12	Segundo patrón
#16	17.2	0.34	0.825	1.09	Segundo patrón
#17	17.2	0.37	0.848	1.06	Tercer patrón
#18	17.2	0.45	0.905	1.01	Segundo patrón
#19	17.2	0.53	0.956	1.01	Tercer patrón

TABLE III: Sistemas Newtonianos.

Constricción larga.

Régimen estacionario.

Gotas: Aceite Pemex en tetracloruro de carbono.

Medio: Glicerina al 95% en agua destilada.

CORR.	Q(ml/min)	V (ml)	λ	u/v	RUPTURA
#21	14.2	0.12	0.583	1.46	NO
#22	14.2	0.12	0.667	1.22	NO
#23	14.2	0.22	0.713	1.24	Segundo patrón
#24	17.3	0.08	0.509	1.26	Segundo patrón
#25	17.3	0.08	0.509	1.17	Segundo patrón
#26	17.3	0.12	0.583	1.09	Segundo patrón
#27	17.3	0.25	0.744	1.20	Segundo patrón
#28	17.3	0.30	0.791	1.11	Segundo patrón
#29	17.3	0.32	0.808	1.08	Segundo patrón
#30	17.3	0.38	0.856	1.08	Segundo patrón
#31	17.3	0.42	0.885	1.09	Tercer patrón
#32	17.3	0.43	1.013	1.05	Tercer patrón

TABLA IV: Sistemas Newtonianos.

Constricción: corta.

Régimen pulsátil.

Gotas: Aceite Pemex en tetracloruro de carbono.

Medio: Glicerina al 95% en agua destilada.

CORR.	Q(ml./min)	V (ml)	λ	u/v	RUPTURA
#33	5.1	0.21	0.800	1.12	NO
#34	21.2	0.35	0.833	1.16	NO
#35	21.2	0.53	0.956	1.14	NO
#36	21.2	0.55	0.968	1.15	NO
#37	21.2	0.63	1.029	1.13	NO
#38	21.2	0.85	1.119	1.22	SI
#39	25.2	0.41	0.778	1.15	NO
#40	25.2	0.64	1.018	1.21	NO
#41	27.2	0.21	0.792	1.20	NO
#42	27.2	0.27	0.843	1.27	NO
#43	27.2	0.43	0.925	1.27	SI
#44	27.2	0.82	1.106	1.32	SI

TABLA V (a): Sistemas no Newtonianos.

Constricción larga.

Gotas: Separan AF30 al 0.5% en agua destilada.

Medio: Aceite de cártamo.

CORR.	Q (ml/min)	V (ml)	λ	u/v	REGIMEN	RUPTURA
#45	38.0	0.07	0.477	0.79	Laminar	NO
#46	38.0	0.29	0.782	0.92	Laminar	NO
#47	35.0	0.75	1.073	0.97	Laminar	NO
#48	36.0	0.29	0.782	0.90	Laminar	NO
#49	34.0	0.31	0.900	0.66	Laminar	SI
#50	12.0	0.62	1.010	0.75	Laminar	SI
#51	12.0	0.62	1.010		Pulsátil	SI

TABLA V (b): Sistemas no Newtonianos.
 Contracción larga.
 Gotas: Separan AP10 al 0.6% en agua destilada.
 Medio: Aceite de cártamo.

CORR.	Q (ml/min)	V (ml)	λ	Q/V	REGIMEN	RUPTURA
#52	10.0	0.77	1.264	0.91	Turbulento	NO
#53	10.0	0.71	1.264	0.95	Laminar	NO
#54	16.0	0.62	1.020	0.78	Laminar	NO
#55	12.6	0.61	1.000	0.66	Laminar	NO
#56	12.0	0.58	1.037	0.66	Laminar	NO
#57	10.2	0.65	1.022	0.81	Laminar	SI
#58	9.2	0.54	1.016	0.52	Laminar	SI
#59	5.2	0.65	1.022	0.82	Laminar	SI

TABLA V (c): Sistemas no Newtonianos.
Constricción larga.
Gotas: Separan AP30 al 0.8% en agua destilada.
Medio: Aceite de cártamo.

CORR.	Q(ml/min)	V (ml)	λ	u/v	REGIMEN	RUPTURA
#60	14.2	0.66	1.027	0.80	Laminar	NO
#61	13.4	0.71	1.054	0.64	Laminar	NO
#62	11.3	0.62	1.009	0.57	Laminar	NO
#63	10.3	0.60	0.997	0.46	Laminar	SI
#64	9.2	0.63	1.013	0.47	Laminar	SI
#65	9.6	0.66	1.031	0.42	Laminar	SI
#66	9.0	0.54	1.019	0.36	Laminar	SI
#67	9.8	0.62	1.018	0.23	Laminar	SI

TABLA VI: Materiales utilizados en el experimento con pared ondulante.

MATERIAL	DENSIDAD	VISCOSIDAD
Aceite Ucon oil 1715 LB	0.998 g/cm ³	6.54 Poi.
Separan AF30 al 0.1% en agua destilada.	1.0008	13.39 Poi.

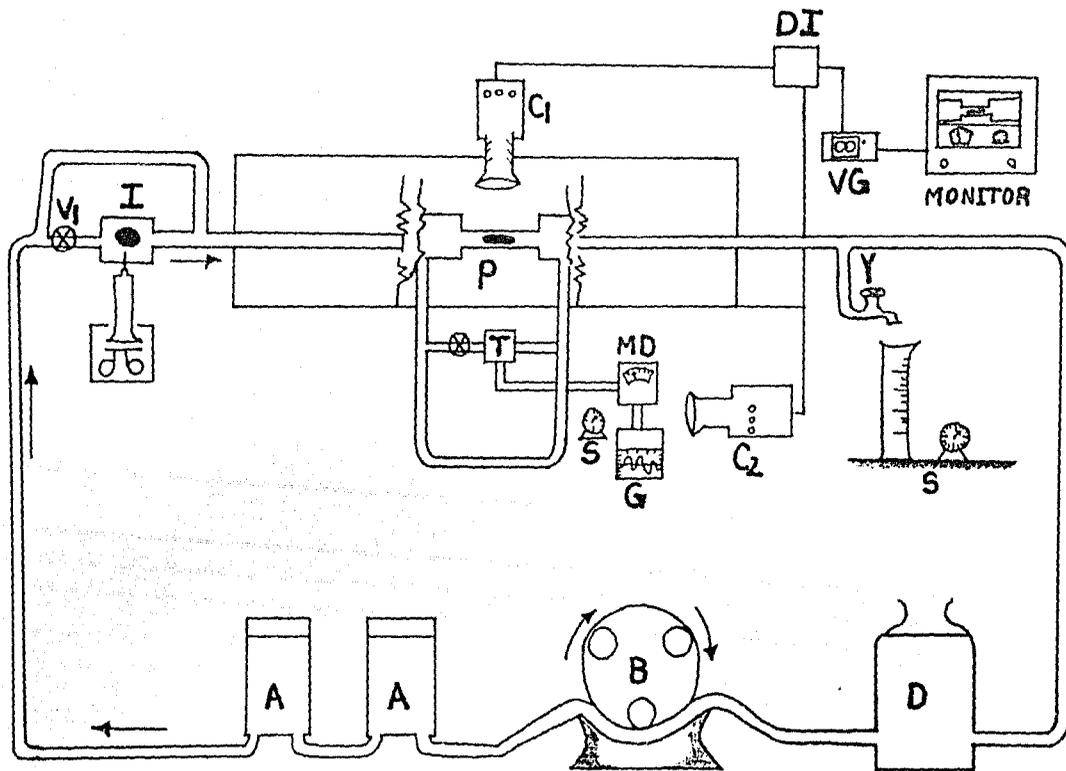


FIG. (2.1): Arreglo experimental.

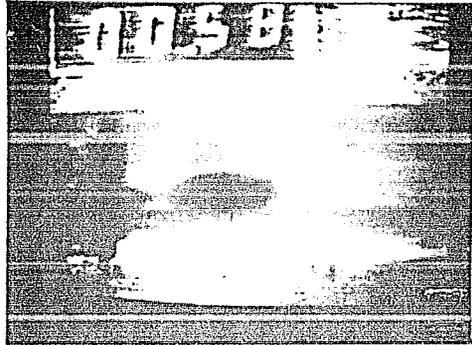


FIG. (3.1): Primer patrón de ruptura.

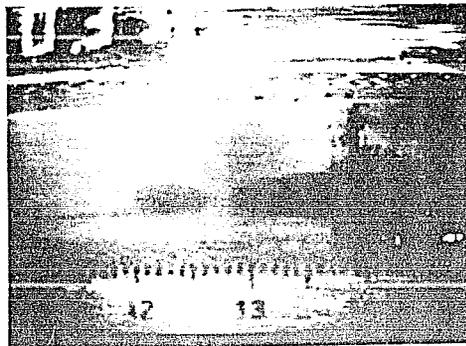


FIG. (3.2): Segundo patrón de ruptura. Nótese la formación de los ahorcamientos.

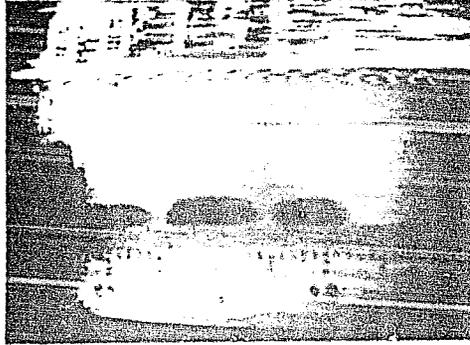


FIG. (3.2): Tercer patrón de ruptura.

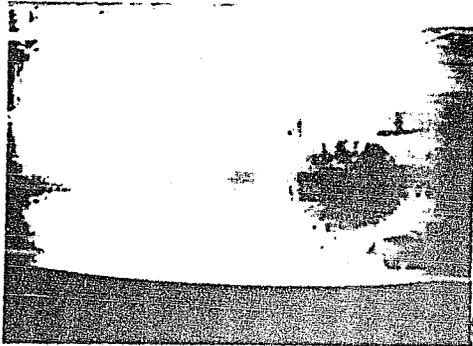


FIG. (3.4): La única gota Newtoniana con movilidad menor a la del medio es también la única que, siendo tan voluminosa, no se rompió.

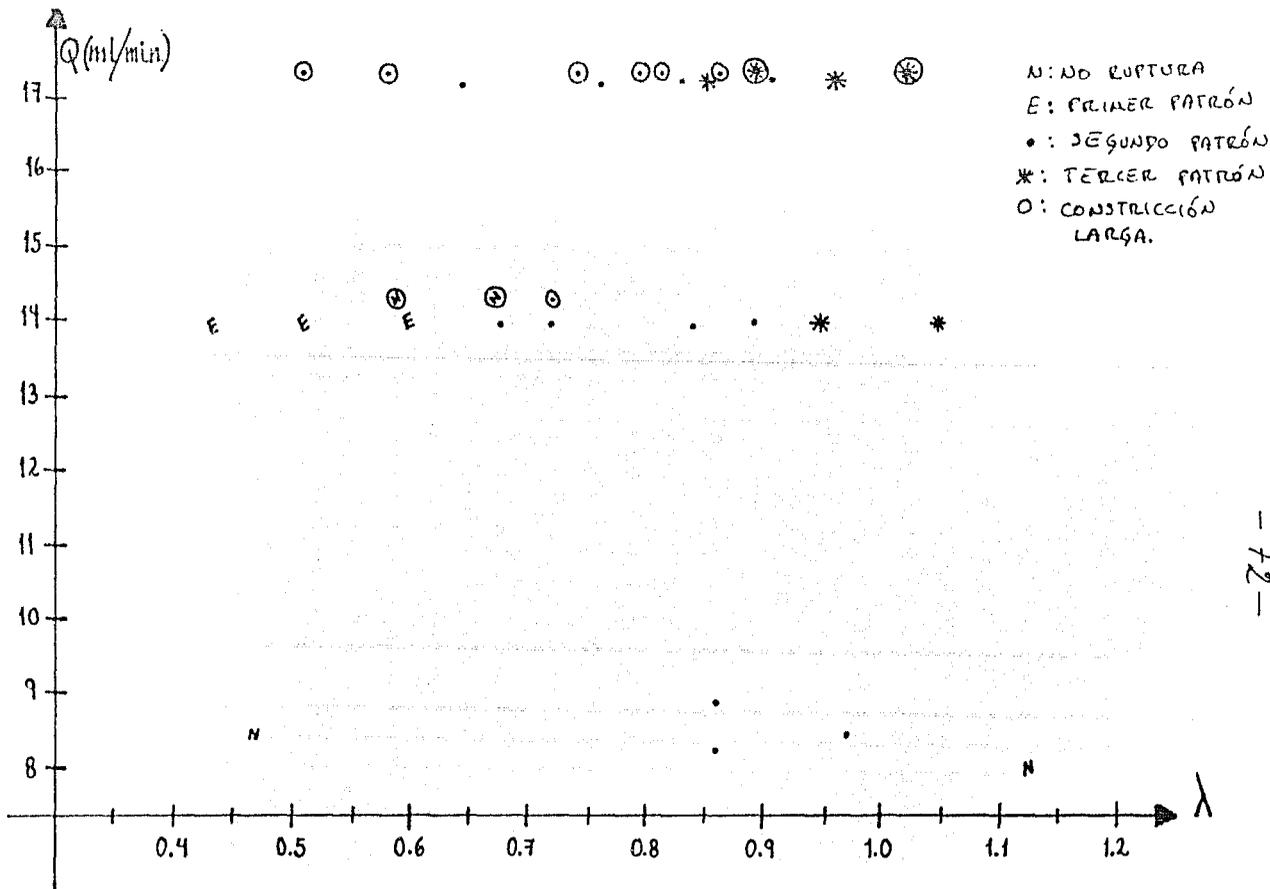


FIG. (3.5): Gráfica de q vs λ para gotas Newtonianas en ambas constricciones. Véase que las zonas de ruptura están razonablemente bien delimitadas.

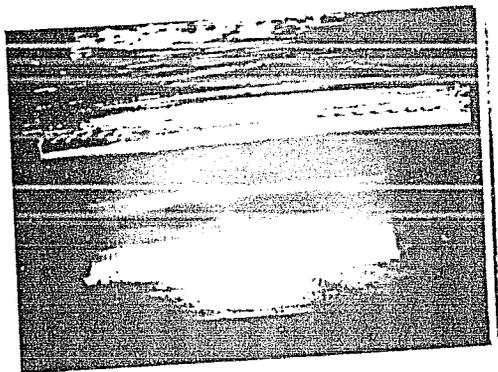


FIG. (3.C): Fotografías correspondientes a las corridas #17 y #18. Nótese que la más voluminosa se rompe menos drásticamente a pesar de tener igual gasto.

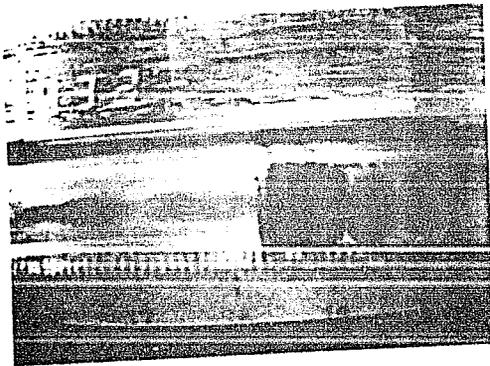


FIG. (3.7): Tercer patrón de ruptura. Obsérvese el tamaño de la gota restante que, sin embargo, no se rompe.

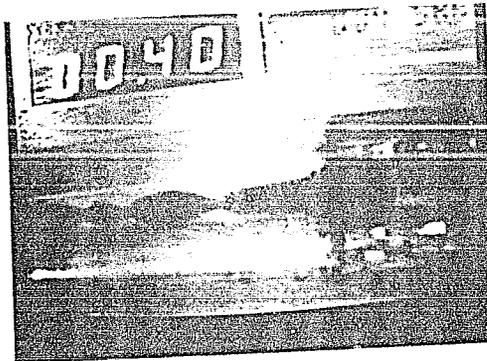
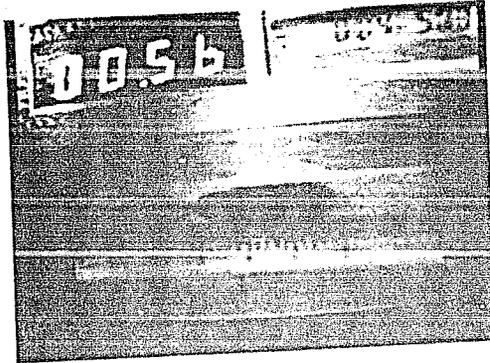


FIG. (R.9): Secuencia de la Corrida #11. Véase cómo los estranguladores se hinchan y angostan permitiendo el paso de líquido.

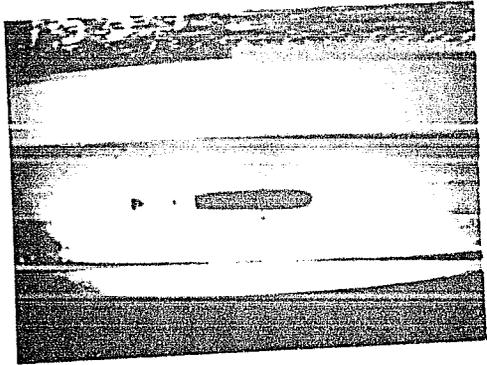


FIG. (3.9): Segundo patrón de ruptura en la constricción larga.

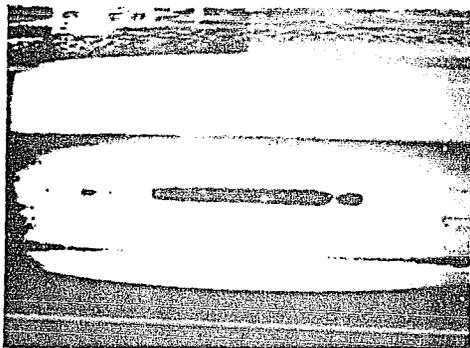
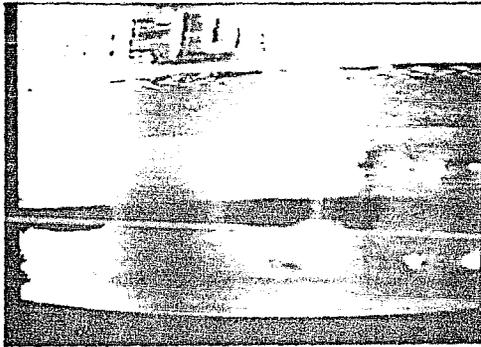


FIG. (3.10): Tercer patrón de ruptura en las constricciones corte y larga. Corridas #19 y #32.

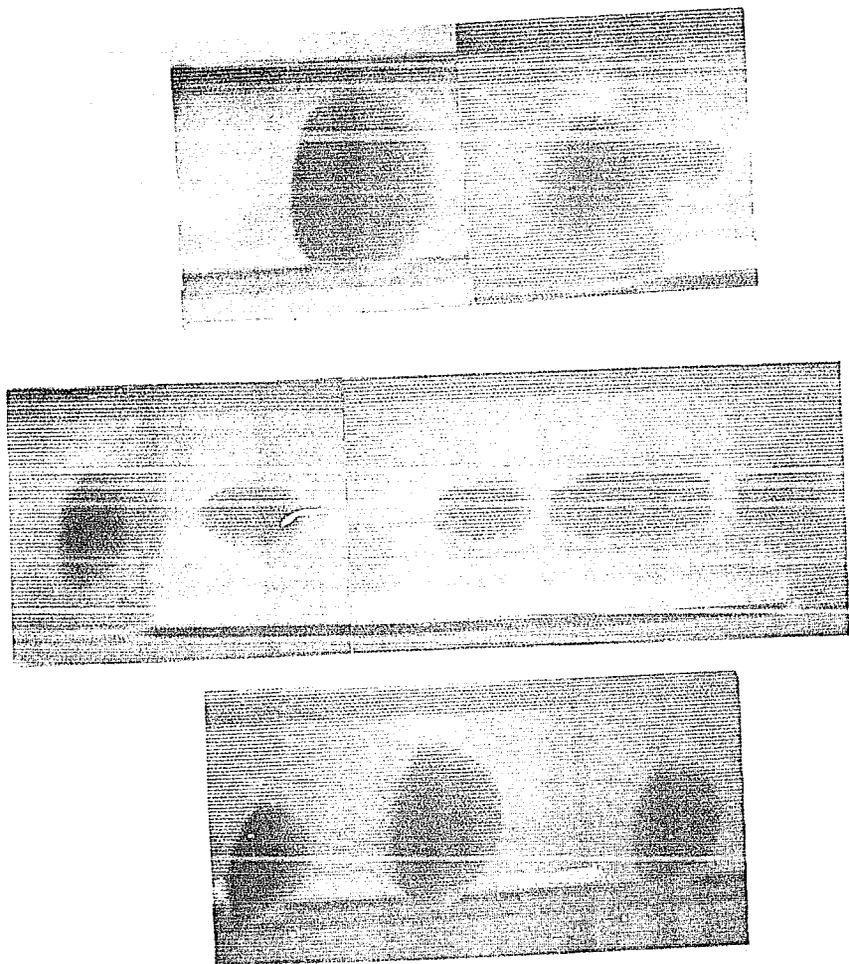


FIG. (3.11): Ruptura de una gota de agua destilada
en aceite de silicón. $Q = 12.5$ ml/min; $V = 0.15$ ml.
 $\lambda = 0.62$.

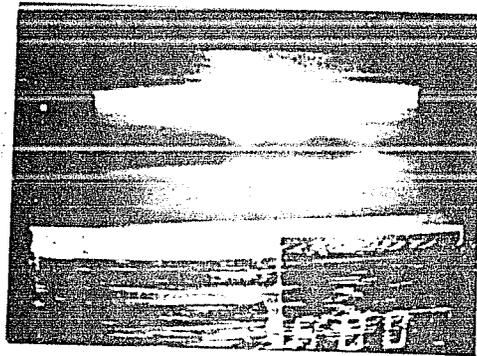
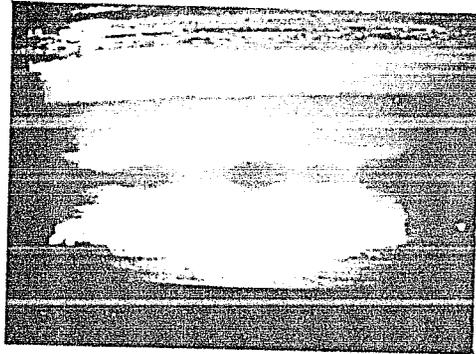


Fig. (3.12): Gotas en flujo pulsátil. Corresponden,
de arriba hacia abajo, a las corridas #36, #39

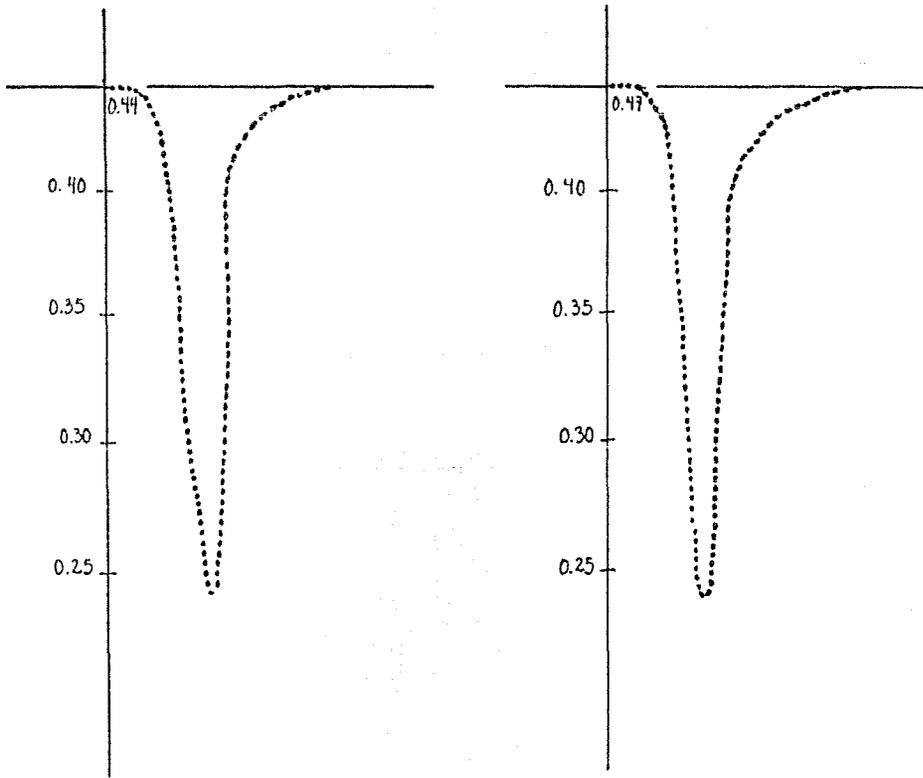


FIG. (3.13) (a): Señal de presión extra para dos gotas Newtonianas en la constricción corta. La señal de la izquierda corresponde a una gota que sí se rompió y la de la derecha a una que no se rompió.

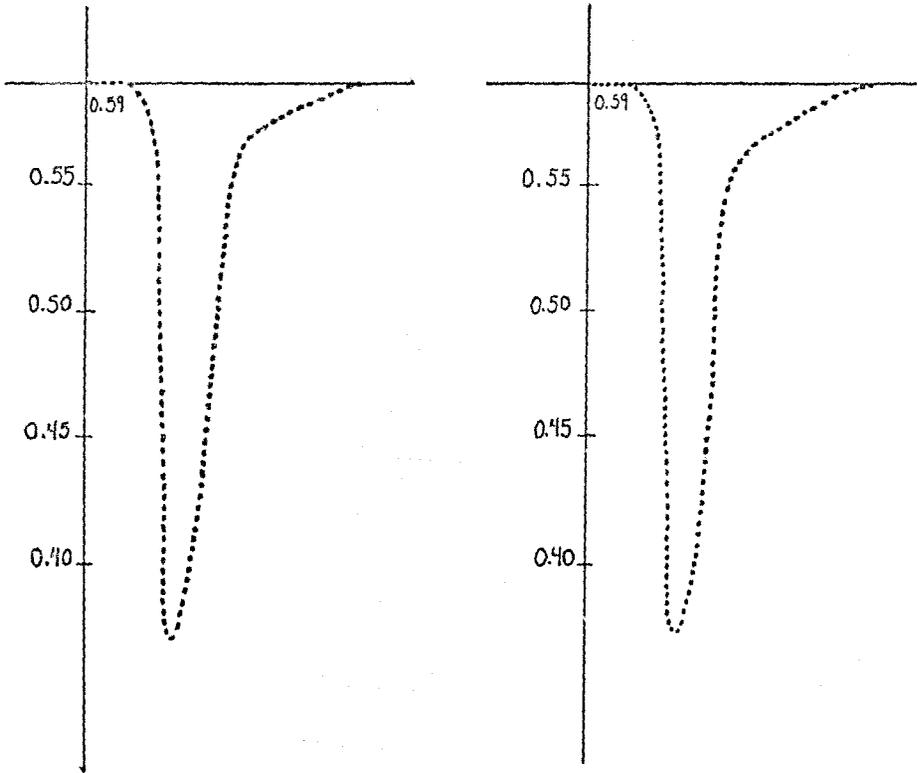


FIG. (3.13) (b): Misma situación que la de la parte (a) de esta figura, pero ahora con otro par de gotas. Si en el caso anterior había alguna pequeña diferencia en las señales, aquí es indistinguible.

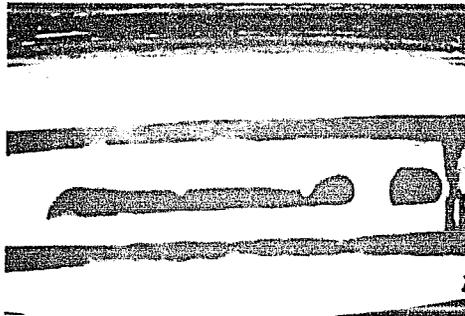
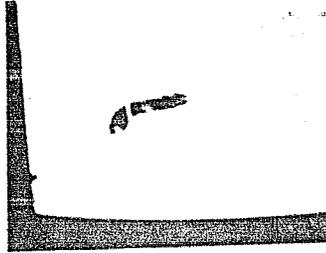


FIG. (4.4): Ruptura de gotas viscoelásticas. Son, de arriba hacia abajo, las corridas #50 (0.5%), #57 (0.6%) y #63 (0.8%).

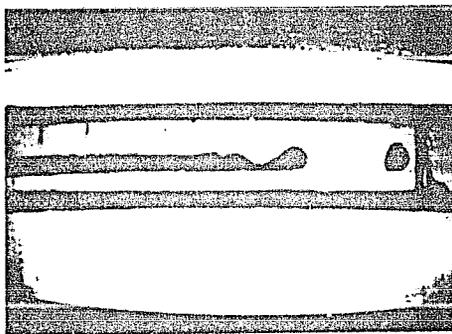
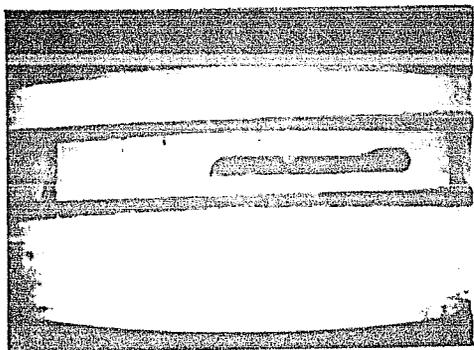


FIG. (4.5): Efecto de la disminución del gasto en la ruptura de gotas viscoelásticas. Ambas gotas son de 0.8γ : en la foto superior $Q=21.3$ ml/mín, y en la inferior $Q=10.3$ ml/mín.

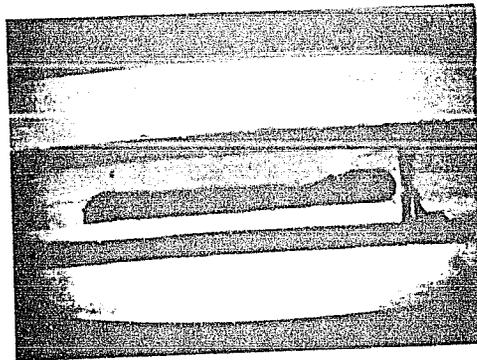
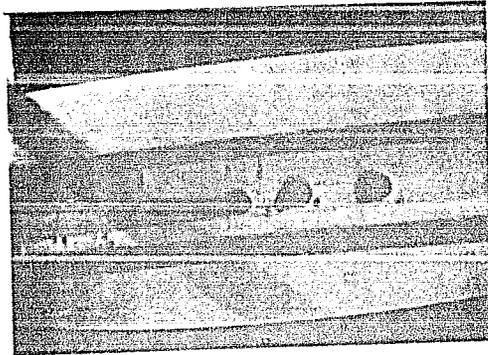


FIG. (4.6): Efecto de la concentración de polímero en la ruptura de gotas viscoelásticas. En ambos casos $\dot{\gamma}=14.2$ ml/min. La gota superior (0.5%) tiene $V=0.31$ ml y la inferior $V=0.66$ ml.

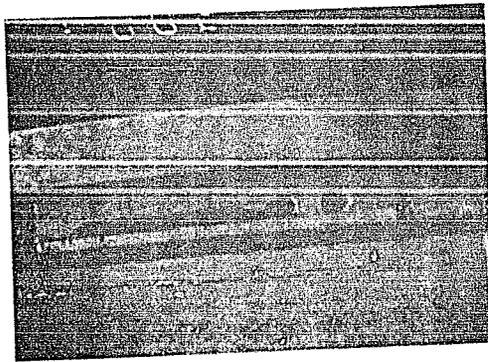
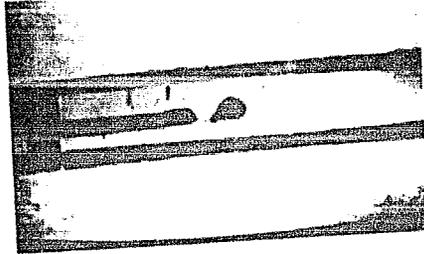


FIG. (4.7): Efectos del tipo de régimen en gotas viscoelásticas. Ambas gotas son de 0.5%, ambas de $V=0.62\text{ml}$ y ambas fluyen a $Q=12.0\text{ ml/min}$. La gota superior está en régimen estacionario y la inferior en pulsátil.

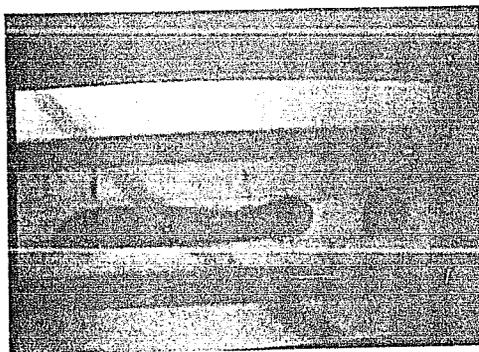
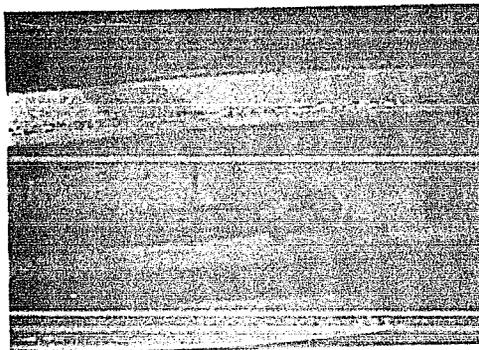


FIG. (4.3): Ruptura de una gota viscoelástica. Nótese cómo, al producirse la escisión, la gota que se separa tira hacia abajo de la gota grande. (Corrida #59).

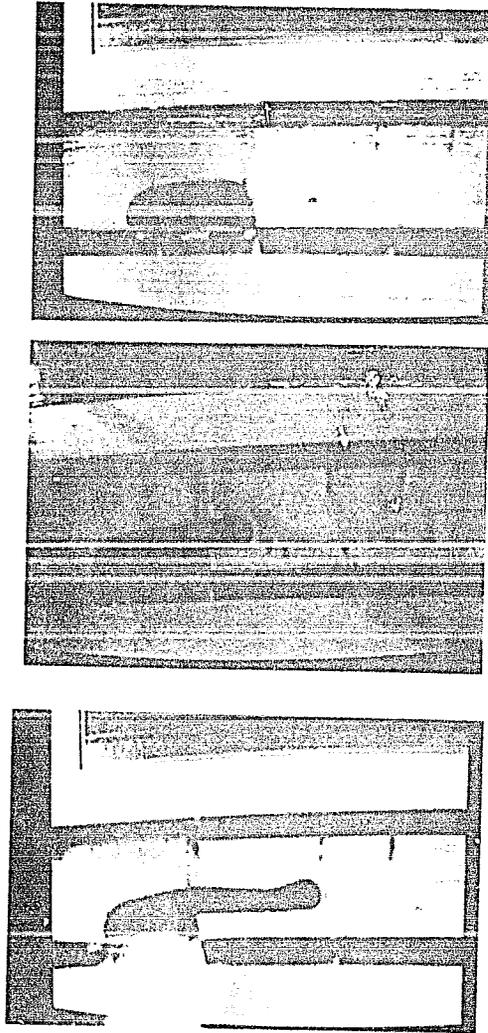


FIG. (4.9): Ruptura de una gota de 0.8%. Secuencia tirón-hendidura-rebote. Nótese la formación de ondulaciones en la parte superior de la gota. (Corriente #66).

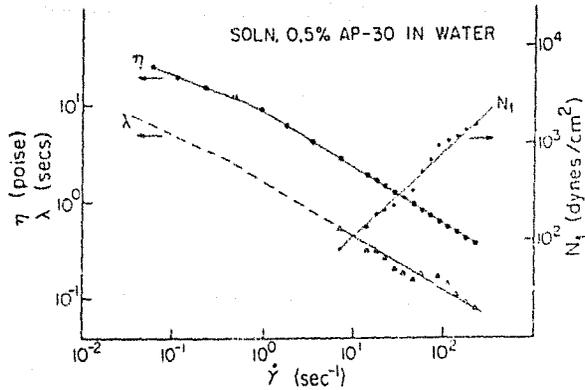


FIG. (4.1): Viscosidad, primer coeficiente de esfuerzos normales, y tiempo de relajación, contra rapidez de deformación para una solución de Separan AP30 al 0.5% en agua destilada. (Tomado de (29)).

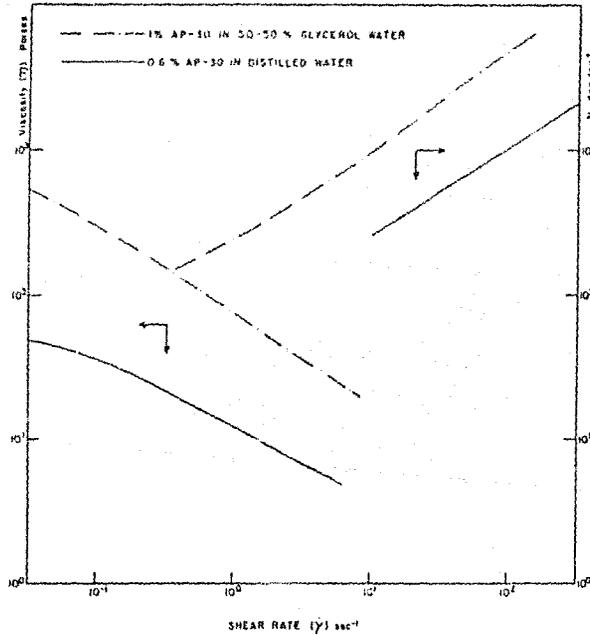


FIG. (4.2): Viscosidad y primer coeficiente de esfuerzos normales para una solución de Separan AP30 al 0.6% en agua destilada. (Tomado de (30)).

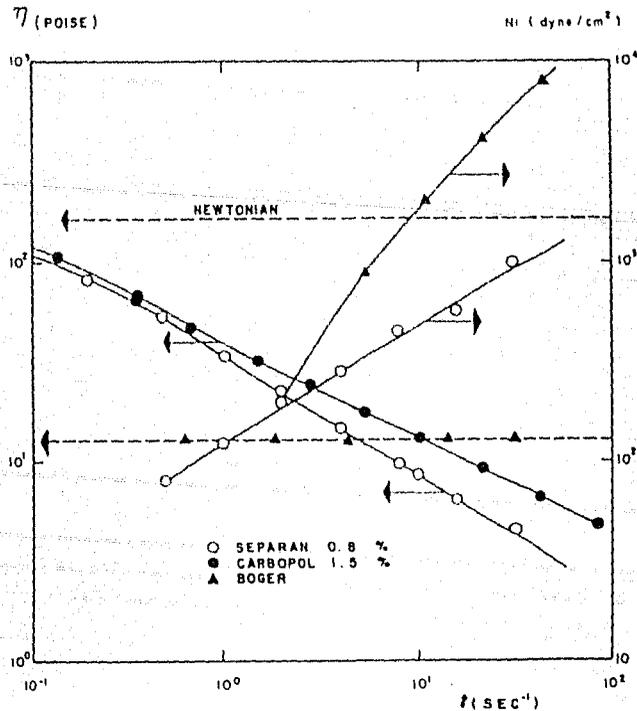


FIG. (4.3): Viscosidad y primer coeficiente de esfuerzos normales para una solución de Separan AP30 al 0.8% en agua destilada (Tomado de (31)).

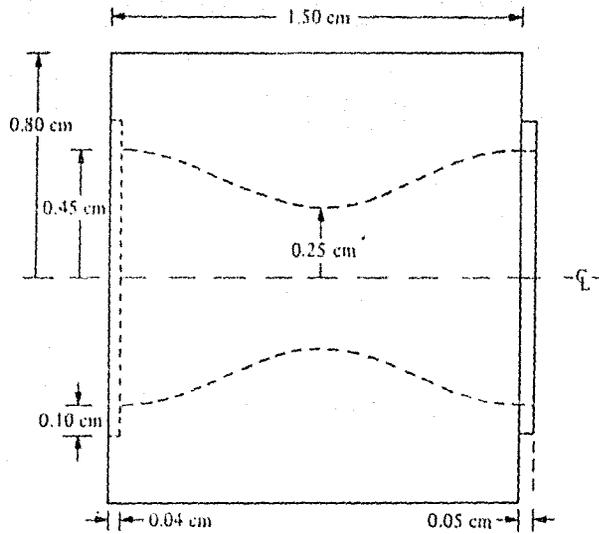


FIG. (5.1): Sección de la tubería con pared ondulante.
(Tomado de (22)).

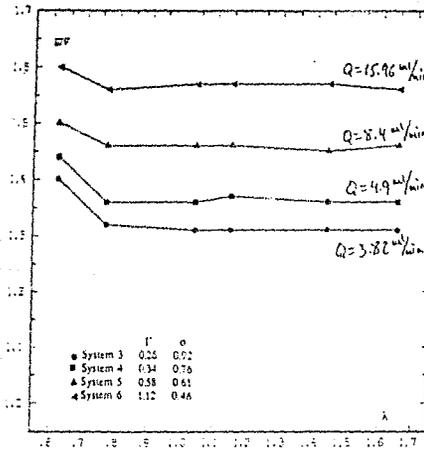
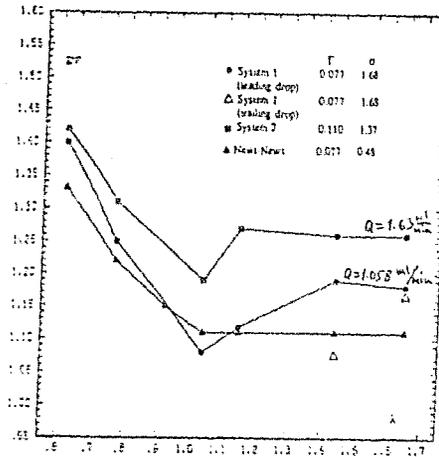


FIG. (5.2): Movilidad de gotas viscoelásticas. Medio: Ucon oil 1715 LB; Gotas: Separan AP30 al 0.5% en agua. (Tomado de (32)).

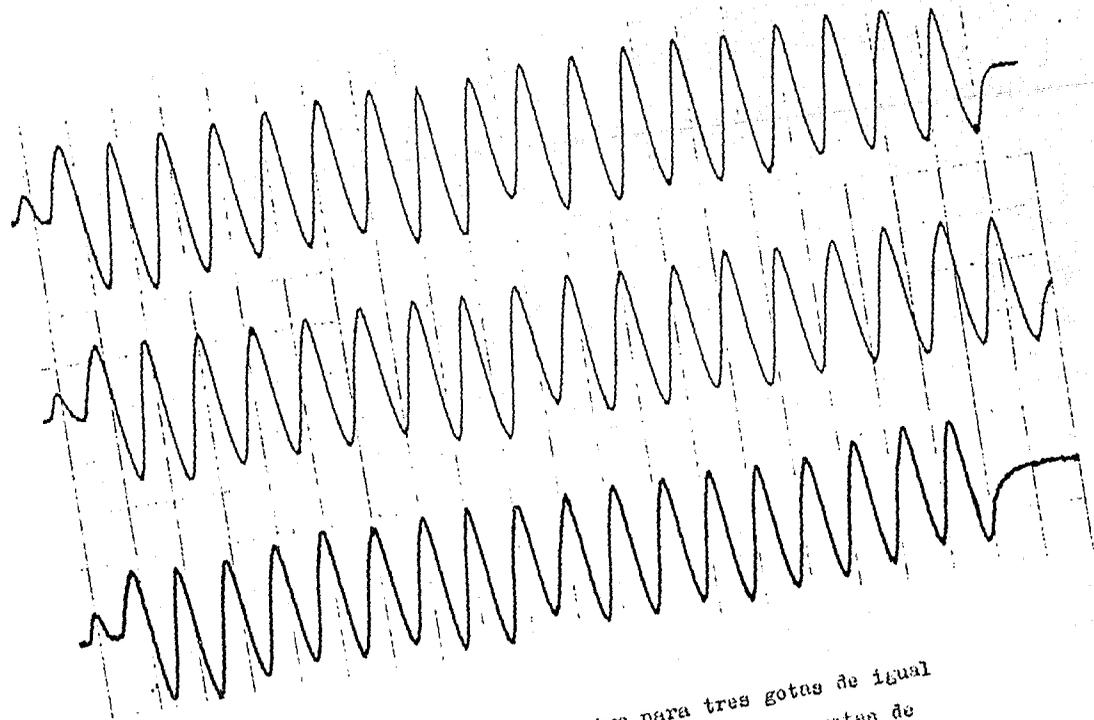


FIG. (5-3): Presión extra para tres gotas de igual tamaño ($\lambda = 1.15$). Son, de arriba hacia abajo, gotas de 0.01%, 0.1% y 0.5% de Separan AP30 en agua. (Tomado de [1] (2.1))

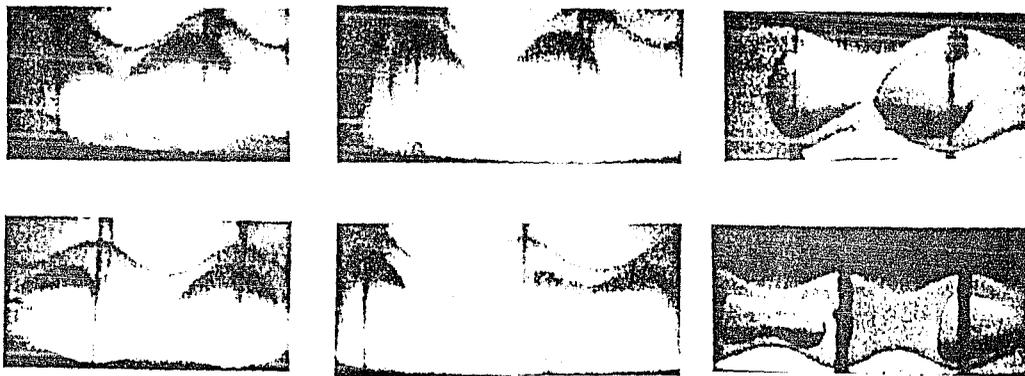


FIG. (5.4): La hilera superior muestra la ruptura de tres gotas viscoelásticas (0.01%, 0.1% y 0.5% de Separan AP30 en agua, de izquierda a derecha) de igual tamaño y al mismo gato. Las fotos inferiores son de las mismas gotas, ya rotas.

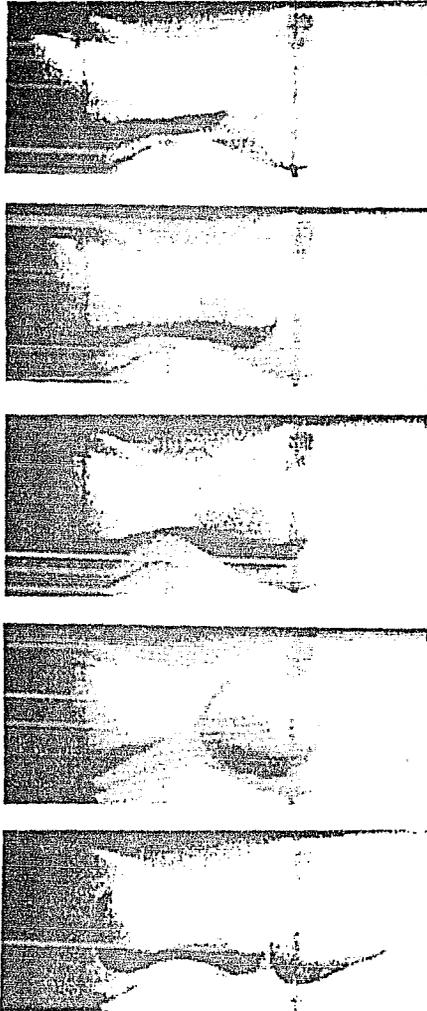


Fig (5.5): Ruptura de una gota de 0.5%. $Q=1.05$ ml/min;
 $\lambda = 1.44$

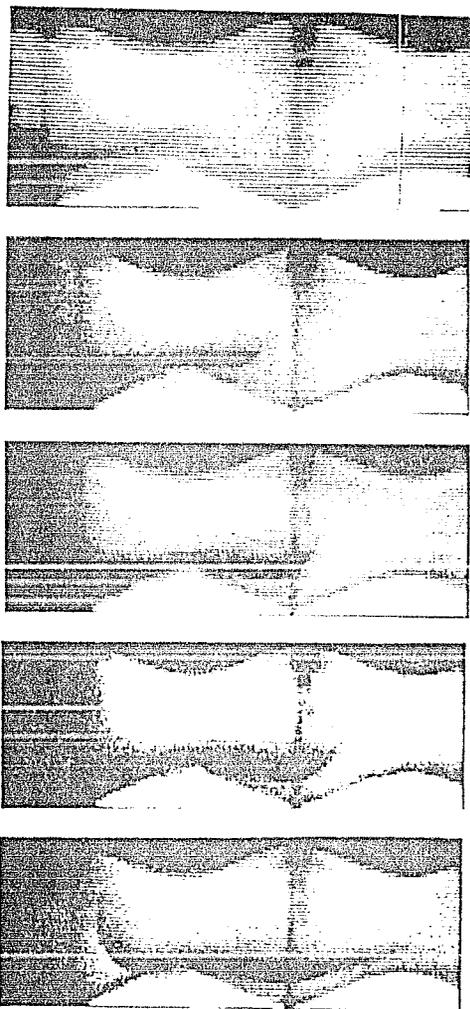


FIG (5.6): Gota Newtoniana (aceite de silicón) en idénticas condiciones a las de la FIG. (5.5).

APENDICE A: Derivación de expresiones para los coeficientes de esfuerzos normales en términos de cantidades medibles.

A.1.- VISCOELASTICIDAD.

Es usual definir al líquido viscoelástico por omisión, a partir de las definiciones del inviscido y el inelástico:

Líquido inviscido: No pueda resistir ningún esfuerzo cortante.

Líquido inelástico: Es tal que:

- i) el esfuerzo sobre él se vuelve instantáneamente isotrópico (o bien, nulo) en cuanto el líquido adquiere forma constante; y
- ii) conserva su forma constante en cuanto el esfuerzo sobre él se hace instantáneamente isotrópico (o bien, nulo).
- iii) Las dos condiciones anteriores deben ser independientes de la historia del líquido.

Lo cual es una forma enrevesada pero rigurosa de decir que el líquido inelástico no tiene tendencia ninguna a recuperar su forma inmediatamente anterior cuando es sometido a algún esfuerzo deformativo.

Líquido viscoelástico: Cualquiera que no satisfaga una, o las dos condiciones precedentes. Si no cumple con i) entonces posee la cualidad de "relajación de esfuerzos", y si no cumple con ii) posee la de "recuperación elástica".

A.2.- ESFUERZOS EN UN MATERIAL BAJO DEFORMACION.

No tenemos manera confiable de conocer la distribución de esfuerzos sobre una gota deformándose como las que hemos estudiado a su paso por una constricción. Como el modelo más cercano el de flujo cortante de líquido viscoelástico en el interior de un cilindro. La extensión y mejoramiento de este modelo, y el análisis matemático correspondiente, pudieran ser tema de otra tesis.

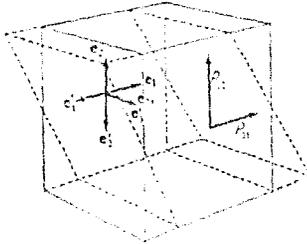
Para describir los esfuerzos sobre un líquido se acostumbra tomar un elemento infinitesimal de volumen --generalmente un paralelepípedo-- colocar un sistema de coordenadas en su centro y describir, desde allí, los esfuerzos sobre las diferentes caras del elemento. El desarrollo aparece en casi cualquier libro de Mecánica de Fluidos y suele concluir con la afirmación de que la distribución de esfuerzos sobre el elemento puede ser descrita mediante el TENSOR DE ESFUERZOS:

$$\Pi = \begin{pmatrix} P_{11} + P_0 & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} + P_0 & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} + P_0 \end{pmatrix}$$

donde p_{ij} representa el esfuerzo (por unidad de superficie) en la dirección de \hat{e}_j aplicado sobre la cara normal a \hat{e}_i . De los nueve componentes del tensor sólo seis son independientes en virtud de que $p_{ij} = p_{ji}$ se sigue de la condición de que no haya torca neta sobre el elemento de fluido. Es decir, el tensor es simétrico.

Considérese un elemento del material sujeto a un flujo de esfuerzo cortante simple:

Se ve que la distribución correspondiente al esfuerzo cortante simple es simétrica respecto de una rotación de 180° alrededor de \hat{e}_2 .



$$(A1) \quad \hat{e}'_1 = -\hat{e}_1 \quad ; \quad \hat{e}'_2 = \hat{e}_2 \quad ; \quad \hat{e}'_3 = -\hat{e}_3$$

El tensor de esfuerzos debe ser el mismo desde cualquiera de los dos sistemas:

$$(A2) \quad P_{ij} = P'_{ij}$$

Si $\vec{f}(\hat{n})$ es el vector que representa el esfuerzo en un punto \vec{x} cuya normal a la superficie es \hat{n} , entonces de (A2) se sigue que:

$$(A3) \quad [\vec{f}(\hat{e}_i)] \cdot \hat{e}_j = [\vec{f}'(\hat{e}'_i)] \cdot \hat{e}'_j, \quad \text{donde} \quad \vec{f}_i \cdot \hat{e}_j = P_{ij}$$

$$i=3, j=1,2 \Rightarrow \begin{cases} \vec{f}_3 \cdot \hat{e}_1 = \vec{f}'_3 \cdot (-\hat{e}_1) = -\vec{f}'_3 \cdot \hat{e}_1 \\ \vec{f}_3 \cdot \hat{e}_2 = \vec{f}'_3 \cdot (-\hat{e}_2) = -\vec{f}'_3 \cdot \hat{e}_2 \end{cases}$$

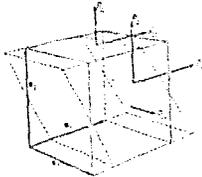
en virtud de que: $\hat{e}'_3 = \hat{e}_3 \Rightarrow \vec{f}'_3 = \vec{f}(\hat{e}'_3) = \vec{f}(\hat{e}_3) = \vec{f}_3$

Las ecuaciones (A3), que son consecuencia del tipo de esfuerzo bajo consideración, sólo son válidas si $\vec{f}_3 \cdot \hat{e}_1 = \vec{f}_3 \cdot \hat{e}_2 = 0$, de donde $P_{31} = P_{13} = 0$ y $P_{32} = P_{23} = 0$.

Así, la matriz que representa la forma más general del tensor de esfuerzos en esta configuración es:

$$\overline{\Pi} = \begin{pmatrix} P_{11} + P_0 & P_{12} & 0 \\ P_{12} & P_{22} + P_0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{33} + P_0 \end{pmatrix}$$

referida al siguiente sistema de referencia:



Los esfuerzos en un líquido incompresible pueden ser descritos mediante el tensor de esfuerzos sólo hasta una constante aditiva correspondiente a la presión hidrostática. En virtud de ello, el valor de cualquiera de los componentes diagonales (p_{ii} , que corresponden a los esfuerzos normales) carece de significado físico por sí solo. Deben considerarse las diferencias de esfuerzos normales, de modo que los parámetros independientes necesarios para describir el esfuerzo son:

$$\begin{aligned} (A4) \quad N_1 &\equiv P_{11} - P_{22} \\ N_2 &\equiv P_{22} - P_{33} \\ P_{21} & (= P_{12}) \end{aligned}$$

(La tercera diferencia, $p_{11} - p_{33}$, es igual a $N_1 + N_2$).

A.3.- MEDICION DE ESFUERZOS NORMALES.

Una cualquiera de las componentes normales p_{ii} puede ser medida utilizando un transductor de presiones en una pared rígida normal a \hat{e}_i ; pero la utilización de un transductor para medir cualquiera de las dos p_{ij} restantes provocaría alteraciones en el flujo. Es necesario, por ello, recurrir a un concepto algo modificado de flujo cortante simple; el flujo de esfuerzo cortante simple curvilíneo.

Una sucesión de definiciones puede ayudar. Llamaremos flujo de esfuerzo cortante a aquél flujo en el cual:

- i) existe alguna familia uniparametrizada de superficies materiales (llamadas "superficies cortantes") cada una de las cuales se mueve rígidamente;
- ii) el volumen de toda región material en el flujo permanece constante.

Semejante flujo es unidireccional si:

- iii) existe una segunda familia uniparametrizada de superficies materiales perpendiculares a las superficies cortantes;
- iv) la separación entre dos superficies cortantes cualesquiera permanece constante.

El significado de "una familia uniparametrizada de superficies" es el siguiente: una familia de superficies descrita por una ecuación de la forma

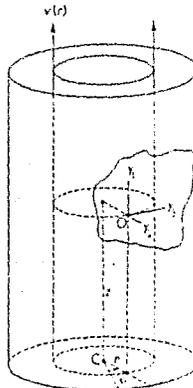
$$f(x_1, x_2, x_3) = c,$$

donde (x_1, x_2, x_3) son las coordenadas de un punto sobre la superficie correspondiente al valor del parámetro c .

Al trabajar con coordenadas no rectangulares conviene desarrollar una notación como la siguiente:

$\widehat{r\tau}$, $\widehat{r\phi}$ y $\widehat{r\epsilon}$ son los componentes de esfuerzo a través de un plano que toca a la superficie $r = \text{cte.}$ en el punto (r, ϕ, z) ; el primer símbolo, como es usual, indica el plano sobre el cual actúa el esfuerzo, y el segundo símbolo indica la dirección del mismo.

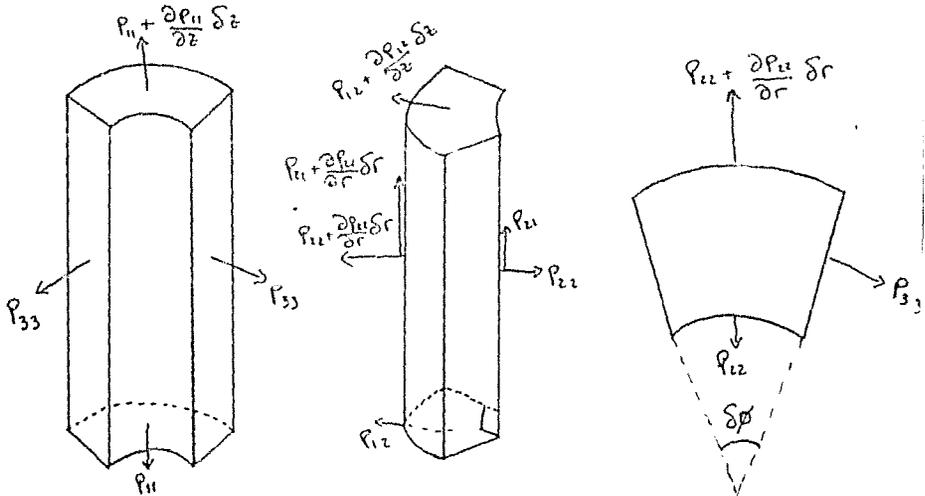
El caso de interés aquí es el de flujo en tubería cilíndrica. Se trata de un flujo de esfuerzo cortante simple y unidireccional en el cual las superficies cortantes son cilindros concéntricos ($r = \text{cte.}$) y las superficies perpendiculares son círculos ($z = \text{cte.}$). Cada capa cilíndrica de líquido se mueve coaxialmente con la tubería, y su perfil de velocidades $v = v(r)$ depende sólo del radio, teniendo $v(0) = v_{\text{máx.}}$ y $v(R_0) = 0$. Este es el flujo de Poiseuille.



En este caso,

$$\overline{\Pi} = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \widehat{z\bar{z}} & \widehat{z\bar{r}} & \widehat{z\bar{\phi}} \\ \widehat{r\bar{z}} & \widehat{r\bar{r}} & \widehat{r\bar{\phi}} \\ \widehat{\phi\bar{z}} & \widehat{\phi\bar{r}} & \widehat{\phi\bar{\phi}} \end{pmatrix}$$

Haré el análisis de esfuerzos sobre el siguiente volumen de control:



Recuérdese que, como consecuencia de (43), $P_{13}=P_{31}=P_{23}=P_{32}=0$.

Miro primero los esfuerzos sobre las superficies cortantes:

$$(A5) \quad \left(P_{22} + \frac{\partial P_{22}}{\partial r} \delta r \right) (r + \delta r) \delta\phi \delta z - P_{22} r \delta\phi \delta z = \\ = \left[P_{33} \operatorname{sen} \left(\frac{\delta\phi}{2} \right) \right] \delta r \delta z$$

Al tomar el límite $\delta r, \delta \phi \rightarrow 0$ tengo:

$$(16) \quad P_{22} + \cancel{\lim \left(\frac{P_{22} r}{\delta r} \right)} + r \frac{\partial P_{22}}{\partial r} - \cancel{\lim \left(\frac{P_{22} r}{\delta r} \right)} = \\ = P_{33} \lim_{\delta \phi \rightarrow 0} \left[\frac{\partial \mu (\delta \phi / l)}{\delta \phi} \right]$$

$$(17) \quad \therefore r \frac{\partial P_{22}}{\partial r} = P_{33} - P_{22}$$

Haciendo un balance semejante obtengo:

$$(18) \quad -\frac{\partial P_{11}}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r P_{21})$$

Y, claramente, $\frac{\partial P_{21}}{\partial z} = 0$; esto, siempre que el flujo esté

totalmente desarrollado.

Por su parte, el gradiente de deformación está dado como

$$(19) \quad \zeta = -\frac{dv}{dr} \quad \text{con } v = v(r) \text{ e independiente de } z.$$

Siendo p_{21} , N_1 y N_2 funciones sólo de G , se cumple que

$$(110) \quad \frac{\partial N_1}{\partial z} = \frac{\partial N_2}{\partial z} = 0.$$

De donde

$$\frac{\partial^2}{\partial r \partial z} (p_{11} - p_{22}) = \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} (p_{11} - p_{33}) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 p_{11}}{\partial r \partial z} = \frac{\partial^2 p_{22}}{\partial r \partial z} \quad \text{Pero}$$

$$(A11) \quad \frac{\partial p_{22}}{\partial r} = \frac{p_{33} - p_{11}}{r} \Rightarrow \frac{\partial^2 p_{22}}{\partial r \partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{p_{33} - p_{11}}{r} \right] = 0.$$

Es decir, el gradiente de presión $\left(\frac{\partial p_{11}}{\partial z}\right)$ resulta ser independiente de r .

Integro (A9) respecto de r :

$$\int \left(-\frac{\partial p_{11}}{\partial z}\right) r dr = \int \frac{\partial}{\partial r} (r p_{11}) dr \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{r^2}{2} \left(\frac{\partial p_{11}}{\partial z}\right) = r p_{11} + a, \quad a = \text{cte.}$$

$$(A12) \quad r=0 \Rightarrow a=0 \Rightarrow p_{11} = -\frac{r}{2} \left(\frac{\partial p_{11}}{\partial z}\right) = -\frac{r}{2} \left(\frac{\partial p_{22}}{\partial z}\right)$$

(El último resultado se sigue de (A10)).

Esto es, el esfuerzo cortante es proporcional a la distancia del eje a la tubería. Así,

$$(A13) \quad \frac{p_{11}(r)}{p_{11}(R_0)} = \frac{-\frac{r}{2} \left(\frac{\partial p_{11}}{\partial z}\right)}{-\frac{R_0}{2} \left(\frac{\partial p_{11}}{\partial z}\right)} = \frac{r}{R_0}$$

Tomando $r = R_0$ en (A12):

$$(A14) \quad p_{11}(R_0) = - \frac{\rho_0}{2} \left(\frac{\partial p_{11}}{\partial z} \right).$$

Es decir, el esfuerzo cortante en la pared puede ser determinado a partir de la distribución de presión $\left(\frac{\partial p_{11}}{\partial z} \right)$ sobre la misma pared. Tal distribución puede medirse directamente sin afectar las condiciones del flujo.

Se mostrará, a continuación, que la combinación de esfuerzos normales $2N_1 + N_2$ es medible a partir del esfuerzo total ejercido por el líquido sobre la tubería en la dirección del eje de la misma.

Considérese la expresión

$$(A15) \quad F \equiv \int_0^{R_0} p_{11} d(\pi r^2),$$

haciendo la integración sobre una sección transversal de líquido a la salida de la tubería. Siendo p_{11} el esfuerzo (por unidad de área) normal a la sección transversal, F representa la fuerza total ahí ejercida. Si la tubería está en equilibrio, F tiene que ser igual a la fuerza que la sujeta (a la tubería) menos el incremento de momento por unidad de tiempo, en la dirección del eje de la tubería. Siendo éste igual a $\rho Q' / A$, F es una cantidad medible. En efecto,

$$(A16) \quad \frac{d}{dt}(uv) = v \frac{du}{dt} + u \frac{dv}{dt} = v \frac{d}{dt}(\rho v) = v \frac{d}{dt}(\rho A v) = \\ = \rho Q v = \frac{\rho Q^2}{A}.$$

Integro (A15) por partes:

$$(A17) \quad F = \varphi_{11} (\pi r^2) \Big|_0^{R_0} - \int_0^{R_0} \pi r^2 \left(\frac{\partial \varphi_{11}}{\partial r} \right) dr$$

Ahora bien, $\varphi_{11} = \varphi_{22} + (\varphi_{11} - \varphi_{22}) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{\partial \varphi_{11}}{\partial r} = \frac{\partial \varphi_{22}}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} (\varphi_{11} - \varphi_{22}) = \frac{\varphi_{33} - \varphi_{22}}{r} + \frac{\partial}{\partial r} (\varphi_{11} - \varphi_{22}),$$

por (A11).

$$\frac{F}{\pi} = [\varphi_{11} (R_0)] R_0^2 - \int_0^{R_0} r (\varphi_{33} - \varphi_{22}) dr - \int_0^{R_0} r^2 d(\varphi_{11} - \varphi_{22})$$

La última integral la hago también por partes:

$$\int_0^{R_0} r^2 d(\varphi_{11} - \varphi_{22}) = r^2 (\varphi_{11} - \varphi_{22}) \Big|_0^{R_0} - \int_0^{R_0} 2r (\varphi_{11} - \varphi_{22}) dr, \text{ de donde}$$

$$\frac{F}{\pi} = R_0^2 \varphi_{11} (R_0) - \int_0^{R_0} r (\varphi_{33} - \varphi_{22}) dr - r^2 (\varphi_{11} - \varphi_{22}) \Big|_0^{R_0} + \int_0^{R_0} 2r (\varphi_{11} - \varphi_{22}) dr$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{F}{\pi} &= R_0^2 \varphi_{11} (R_0) - R_0^2 \varphi_{11} (R_0) + R_0^2 \varphi_{22} (R_0) + \\ &\quad + \int_0^{R_0} (2\varphi_{11} - \varphi_{22} - \varphi_{33}) r dr = \\ &= R_0^2 \varphi_{22} (R_0) + \int_0^{R_0} (2\varphi_{11} - \varphi_{22} - \varphi_{33}) r dr. \end{aligned}$$

La última integral sale mediante un cambio de variable y con ayuda del Teorema Fundamental del Cálculo. Defino

$$(A18) \quad \bar{z} \equiv \varphi_{11}(r) \quad \text{y} \quad \bar{z}_e \equiv \varphi_{11}(R_0)$$

Entonces, por (A18),

$$(A19) \quad \frac{\bar{z}}{\bar{z}_e} = \frac{r}{R_0}$$

Cambio la variable de integración de r a \bar{z} :

$$\begin{aligned} F - \pi R_0^2 \rho_{12}(R_0) &= \pi \int_0^{R_0} (2\rho_{11} - \rho_{12} - \rho_{33}) r \, dr = \\ &= \pi \left(\frac{\bar{z}_e}{R_0} \right)^2 \int_0^{6\pi} (2\rho_{11} - \rho_{12} - \rho_{33}) \bar{z} \, d\bar{z} \end{aligned}$$

Tomando la derivada parcial respecto de \bar{z}_e y reorganizando términos resulta:

$$(A20) \quad \left(2\rho_{11} - \rho_{12} - \rho_{33} \right) \Big|_{\bar{z}=\bar{z}_e} = \frac{R_0^2}{\bar{z}_e} \frac{\partial}{\partial \bar{z}_e} \left[\frac{F - \pi R_0^2 \rho_{12}(R_0)}{\pi \bar{z}_e^2} \right]$$

Puesto que todas las cantidades del lado derecho son medibles, la expresión del lado izquierdo también lo es.

Esto prueba que la combinación $2N_1 + N_2$ es medible, pero nosotros hemos basado nuestros análisis en las curvas de N_1 contra gradiente de deformación. A.S. Lodge (28, p.236) reporta mediciones hechas en un reogoniómetro Weissenberg según las cuales el valor absoluto de N_2 no llega al 3% del de N_1 .

En consecuencia, aproximar $2N_1 + N_2$ por solo N_1 no parece descabellado.

He dicho antes que este análisis está basado en un modelo que difiere en algo de la situación en el laboratorio. En particular, desconocemos la distribución de presiones en la superficie de la gota, e incluso el aproximar a ésta --a su paso por la constricción-- mediante un cilindro es discutible. No obstante, el desarrollo anterior permite justificar la inclusión de la elasticidad de la gota en el modelo de ruptura propuesto, a partir de las variaciones de N_1 con la rapidez de deformación.

APENDICE B.

Dos son los problemas más insistentemente citados por autores anteriores en relación con el tema de estos trabajos: flujo sanguíneo y recuperación terciaria de petróleo.

En conexión con el problema de flujo sanguíneo nuestros resultados en régimen pulsátil son extraordinariamente interesantes. El arreglo experimental que hemos utilizado pueda ser tomado por un modelo elemental que simule el tránsito de eritrocitos fluyendo en plasma sanguíneo a través de reducciones en la sección transversal. Preguntarse si el carácter pulsátil del régimen cumple alguna función fisiológica en relación con el tránsito de eritrocitos es algo que concierne con bastante naturalidad.

Pequeñas modificaciones en el arreglo experimental perfeccionarían notablemente su capacidad de ofrecer información a este respecto. Lo primero que habría que mejorar es la forma en que las gotas viscoelásticas modelan a los eritrocitos. Acaso deba considerarse la posibilidad de sustituir las gotas por elipsoides deformables.

También sería fácil y prudente dotar a la tubería de cierto grado de deformabilidad, dado que los conductos sanguíneos suelen ser flexibles. Aunque, por otro lado, es un hecho que hay enfermedades como la arteroesclerosis que se derivan precisamente del endurecimiento de los conductos. Podría muy bien probarse con tuberías progresivamente menos flexibles y considerar los resultados desde el punto de vista fisiológico.

Hay otro aspecto del flujo sanguíneo que puede ser abordado en un estudio como el que propongo. Los eritrocitos tienen la costumbre de agregarse formando largas cadenas que fluyen en el plasma como una unidad. Conforme la sección transversal se reduce,

Las cadenas tienden a fragmentarse y se pierde el comportamiento colectivo. De hecho, es posible ver, en películas de flujo donde se ha formado algún bloqueo, cómo los eritrocitos pueden llegar a tener que deformarse extraordinariamente para pasar uno por uno. Las cadenas de eritrocitos pueden ser más justamente modeladas por las gotas viscoelásticas, y habría que poner especial interés en la posible conexión entre la marcada tendencia a la coalescencia que éstas han mostrado y la tendencia de los eritrocitos a agregarse. En tal caso, las condiciones de ruptura de las gotas pudieran estar relacionadas con las condiciones de fragmentación de las cadenas de eritrocitos.

El asunto de la recuperación de petróleo tiene que ver más con el modelo que se proponga para simular una matriz porosa. Ya he discutido antes las serias deficiencias de nuestro arreglo experimental como posible modelo, pero ello no obsta para que algunos de nuestros resultados tengan interés a la luz de los mecanismos de movilidad de las gotas de petróleo.

Aunque es generalmente aceptado el carácter Newtoniano del petróleo, hay reportes de crudos en América del Norte que exhiben propiedades no Newtonianas (23). Esto tiene importancia porque, que se sepa, no es el tipo de régimen --estacionario o pulsátil-- lo que preocupa a los ingenieros encargados de inyectar el fluido "empujador" sino la presión a la cual hacerlo. Se impone, pues, investigar dos cosas de interés inmediato para este proceso. Una, si las gotas de petróleo se comportan análogamente a como lo hacen las de aceite en régimen pulsátil. Y dos, si este régimen inhibe también la ruptura de gotas viscoelásticas.

Es obvio, además, que donde el petróleo exhiba características no Newtonianas, conviene cuidarse de que el gasto descienda a valores en los cuales la ruptura sea más probable.

Por lo demás, he apuntado ya la conveniencia de estudiar

este problema a partir de dos cambios fundamentales a nuestro arreglo: habría que ponerlo en posición vertical y habría que añadir varios conductos más en paralelo. En esas circunstancias el parámetro de precisión extra proporcionaría información más confiable, además de que así sería factible el estudio de la influencia que tiene la geometría del conducto observando, a un tiempo, gotas comparables pasando por constricciones con características varias.

No son éstas, huelga decirlo, ni las únicas ni tal vez las más interesantes derivaciones de este estudio. Aún quedan en el tintero problemas relacionados, por ejemplo, con los procesos de formación de películas coherentes, cintas magnéticas, materiales con impurezas, etc. De cualquier modo, al menos los dos problemas más directamente relacionados con este estudio cuentan ahora con algo más de información.

REFERENCIAS.

- (1) G.I. TAYLOR, Proc. Roy. Soc., A138, 41 (1932).
- (2) G.I. TAYLOR, Proc. Roy. Soc., A146, 501 (1934).
- (3) C.E. CHAPPEY & H. BRENNER, J. Colloid Interface Sci., 24,
258 (1967).
- (4) R.G. COX, J. FLUID MECH., 37, 501, (1969).
- (5) D. BARTHES-BIESEL & A. ACRIVOS, J. Fluid Mech., 61, 1 (1973).
- (6) S.J. CHOI & W.R. SCHOWALTER, Phys. Fluids, 18, 420 (1975)
- (7) M.G. WAGNER & J.C. SLATTERY, A.I.Ch.E.J., 17, 1198 (1971).
- (8) H.B. CHIN & C.D. HAN, J. Rheol., 23(5), 557 (1979).
- (9) W. BARTOK & S.G. MASON, J. Colloid Sci., 13, 293 (1958).
- (10) W. BARTOK & S.G. MASON, J. Colloid Sci., 14, 13 (1959).
- (11) F.D. RUMSCHEIDT & S.G. MASON, J. Colloid Sci., 16, 238 (1961).
- (12) F.P. BRETHERTON, J. Fluid Mech., 10, 166 (1961).
- (13) H.L. GOLDSMITH & S.G. MASON, J. Colloid Sci., 18, 237 (1963).
- (14) C.D. HAN & K. FUNATSU, J. Rheol., 22(2), 113 (1978).
- (15) H.B. CHIN & C.D. HAN, J. Rheol., 23(5), 557, (1979).
- (16) B.P. HO & L.G. LEAL, J. Fluid Mech., 71(2), (1975).
- (17) G. HETSRONI, S. HABER & E. WACHOLDER, J. Fluid Mech., 41,
689 (1970).
- (18) H. BRENNER, Indust. Engng. Chem. Fund., 10, 537 (1971).
- (19) W.R. SCHOWALTER, Mechanics of Non-Newtonian Fluids, p. 141,
(Londres: Pergamon Press, 1978).
- (20) E.D. COLEMAN & W. NOLL, Rev. Mod. Phys., 33, 239 (1961);
Trans. Soc. Rheol., 5, 41 (1961).
- (21) W.L. OLBRICHT & L.G. LEAL, J. Fluid Mech., 115, 187 (1982).

- (22) W.L. OLBRICHT & L.G. LEAL, *J. Fluid Mech.*, 134, 329 (1983)
- (23) F. AVILA-SEGURA, *Thesis Doctoral, California Institute of Technology* (1987).
- (24) H.B. CHIN & C.D. HAN, *J. Rheol.*, 24(1), 1 (1980).
- (25) S. TORZA, R.C. COX & S.G. MASON, *J. Colloid Interface Sci.*, 38, 395 (1972).
- (26) R.B. BIRD, R.C. ARMSTRONG & O. HASSAGER, *Dynamics of Polymer Liquids*, 279 (New York: John Wiley & Sons, 1977).
- (27) H. ROUSE, *Fluid Mechanics for Hydraulic Engineers*, 24, (New York: Dover, 1938).
- (28) A.S. LODGE, *Elastic Liquids*, (London: Academic Press Inc., 1964).
- (29) O. MANERO & B. MENA, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 2, 379 (1981).
- (30) B. MENA, G. BERT, P. BAUTISTA & T. SANCHEZ, *Rheol. Acta*, 17, 454 (1978).
- (31) B. MENA, O. MANERO & L.G. LEAL, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 26, 247 (1987).