01171
2ej. 3.

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERIA

ANALISIS E IMPLANTACION DE UN MODELO DE INVENTARIOS

ADELITA POSADA BOLIVAR

TESIS
PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE
POSGRADO DE LA
FACULTAD DE INGENIERIA
DE LA
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER
EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERIA
(INVESTIGACION DE OPERACIONES)

CIUDAD UNIVERSITARIA

MEXICO, D. F., MARZO DE 1988

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN

El análisis de inventarios es un tema clave en la ciencia de la administración, dado que son parte integral de la mayoría de las organizaciones. Con frecuencia los inventarios representan uno de los conceptos de mayor valor en el lado de los activos del balance general de una empresa; resultando evidente que una reducción en los inventarios, aún en un porcentaje pequeño, puede representar cantidades monetarias de ahorro muy grandes. Los inventarios se mantienen para satisfacer la demanda de los clientes. Si se llevan inventarios elevados, se puede maximizar el servicio a los clientes en detrimento del capital de las organizaciones. Es evidente que una empresa no puede reducir los inventarios para disminuir la inversión en activos y, al mismo tiempo, mantener inventarios considerables para satisfacer la demanda de los clientes. Pero puede alcanzar un equilibrio entre la satisfacción del cliente y las inversiones en activo a través de una buena administración de los inventarios apoyada en modelos básicos.

El objetivo de este trabajo es presentar algunos conceptos básicos de administración de inventarios, estudiar en forma detallada la formulación matemática y solución a los siguientes modelos: modelo de lote económico y sus variantes, modelo de demanda dinámica y revisión periódica y dos modelos estocásticos (modelo <Q,r> y modelo <R,T>) en forma tal que se pueda observar la aplicabilidad que poseen para controlar los inventarios. En el último capitulo de este

trabajo se aplica uno de los modelos estocásticos a un caso real, con miras a determinar la bondad del modelo, las exigencias en cuanto a información, los supuestos que realiza y los resultados de él emanados.

INTRODUCCION

Una actividad común a cualquier empresa es mantener inventarios, sean estos de materia prima, de productos en proceso, de refacciones o de productos terminados.

Es indudable que antes de visualizar los inventarios como un concepto que debe estar sujeto a cuidadosa administración, las organizaciones manejaban inventarios, pero lo hacían de una manera totalmente informal, rigiéndose estrictamente por sus necesidades básicas de abastecimiento o porque los inventarios surgían en forma natural al existir excedentes de producción.

La necesidad de las organizaciones por mantenerse competitivas en mercados cada vez más peleados, originó que los administradores se empezarán a preocupar cada vez más por encontrar la forma de reducir sus costos operativos.

Al investigar las operaciones en una serie de organizaciones, surge que un gran porcentaje de los costos operativos se debían al hecho de llevar inventarios. Sin embargo, incuestionable era el hecho de que éstos eran necesarios para asegurar la continuidad de las operaciones. De esta forma, el problema de los inventarios quedó definido como el de encontrar el balance más adecuado entre los costos asociados y los beneficios que se obtienen en el hecho de mantenerlos.

La administración de los inventarios y los procedimientos de planeación de la producción han sido estudiados con profundidad por los teóricos de la administración. Múltiples acercamientos han sido probados en la aplicación científica denominada Investigación de Operaciones y como consecuencia, se ha desarrollado una amplia gama de modelos analíticos, algunos heurísticos, que han probado ser de gran utilidad en el estudio del problema de inventarios. Tales modelos suelen ser de uso genérico, esto es, aplicables a cualquier problema de inventarios, independientemente de que artículo sea el que se almacene, razón por la cual constituyen una valiosa herramienta para soportar la toma de decisiones en la administración de las organizaciones.

A pesar de ello, es sorprendente encontrar que la mayoría de las decisiones administrativas relativas a esta área siguen siendo tan limitadas. La regla de dedo y la pseudo-experiencia de los administradores parecen seguir siendo los recursos más utilizados en la toma de decisiones en un área que tiene tanta repercusión en el éxito económico de una empresa. Podría decirse que a pesar de todos los esfuerzos teóricos desarrollados, todavía existe una brecha entre las soluciones teóricas propuestas y los problemas del mundo real.

Los trabajos sobre inventarios, deberían estar encaminados al acortamiento de tal brecha. No es tan necesario el desarrollo de nuevos modelos teóricos, sino más bien el encontrar la forma de convencer a los administradores de que usen los ya existentes.

Aunque el presente trabajo está dirigido en ese sentido, desde luego no pretende tener tan amplios alcances. Independientemente de la utilidad académica, el objetivo es presentar en forma detallada la formulación matemática y solución a algunos modelos de inventarios, con el objeto de observar la aplicabilidad que éstos tienen como herramienta que permite minimizar en alguna forma los costos en que se incurre al llevar inventarios. Asimismo, se pretende aplicar un modelo estocástico a un caso real, con miras a determinar la bondad del modelo, las exigencias en cuanto a información, los supuestos que realiza y los resultados de él emanados.

Este trabajo se desarrolla como sigue: En el primer capitulo se describen algunos aspectos básicos acerca del problema de inventarios. La idea no es ser exhaustivo, sino más bien sustentar desde el punto de vista teórico el análisis de los modelos que posteriormente se analizan. En el segundo capítulo se describe el modelo de lote económico y sus variantes, y los métodos de solución aplicables a cada uno de ellos en forma tal que permitan enfrentar el problema de definir cuanto y cuando debe pedir o producir artículos para el inventario. En el tercer capítulo, se describen los modelos probabilísticos <R,T> y < Q,r >, y los métodos de solución. En el capitulo cuarto se presenta el programa para la política <Q,r>, que permite encontrar los valores óptimos de Q (cantidad a pedir) y r (punto de reorden). Asimismo, se presenta el programa para la política <R,T> que permite encontrar los valores óptimos de R (Nivel Máximo de la Posición de Inventarios) y T (Tiempo que transcurre entre dos revisiones consecutivas). En el capitulo cinco se da una aplicación práctica del modelo <Q,r> en una Compañía Pavimentadora con el objeto de mostrar la efectividad del modelo en la solución de problemas reales. Finalmente se tienen las conclusiones en el capítulo 6 y se anexan las referencias y un diskette que contiene los programas desarrollados.

CAPITULO I

ASPECTOS BASICOS DE INVENTARIOS

El objetivo de este capítulo es presentar algunos aspectos básicos de la administración de los inventarios que seran utilizados en este trabajo. El capítulo se desarrolla en la siguiente forma: En la primera sección se define el concepto de inventario y se establece la función de los mismos. En la segunda sección se dá a conocer la estructura de un sistema de inventarios. En la tercera sección se presentan los componentes de un sistema de inventarios. En la cuarta sección se clasifican los modelos de inventarios. En la quinta y última sección se presenta la terminología propia del trabajo de análisis y establecimiento de políticas de abastecimiento.

1. DEFINICION Y FUNCION DE LOS INVENTARIOS

En términos generales, los inventarios son recursos utilizables que se encuentran almacenados. En un medio ambiente fabril, el inventario se compone de materia prima, productos semiterminados, y artículos terminados. En empresas del ramo comercial, los inventarios se contemplan como artículos que están disponibles para la venta. Para organizaciones como hospitales, universidades y otras del ramo servicios, el equipo, los materiales y el personal son inventario.

Se crean inventarios para lograr un cierto grado de independencia entre etapas consecutivas en el proceso de manufactura o entre escalas consecutivas en sistemas de distribución. Por ejemplo, es común encontrar inventarios en tránsito, inventarios de contingencia, inventarios estacionales e inventarios ciclicos. La existencia de estos inventarios permite la conducción de cada una de las principales actividades en forma relativamente independiente. Por supuesto, hay interacciones; sin embargo, las mismas no son tan marcadas como sería el caso si tratáramos de operar en cada una de las etapas con un abastecimiento instantáneo. Ya que, cualquier interrupción del flujo en un punto del sistema afectaria muy rápidamente todas las etapas siguientes.
Podriamos decir que los inventarios son fundamentales para lograr un flujo uniforme, razonable utilización del equipo, costos adecuados de manejo de materiales y mantenimiento de un buen servicio a clientes.

2. ESTRUCTURAS DE SISTEMAS DE INVENTARIOS

Los sistemas de control de inventarios caen en dos grandes categorías: sistemas de distribución de mercancia y sistemas de manufactura. En un sistema de distribución, el producto pasa del fabricante al vendedor mayorista, al vendedor al menudeo y por último al consumidor final.

La mejor politica de inventario para cada punto de almacenamiento depende de la politica seguida en otras escalas. En particular, es posible que tanto fabricantes como vendedores mayoristas guíen la reposición de inventarios por la demanda final a nivel de menudeo, en vez de hacerlo por la demanda del siguiente nivel más bajo.

Los procesos de manufactura exhiben otro tipo de estructura de inventario. Empezando con materia prima y suministros, el proceso puede dar como resultado inventarios de componentes, subensambles, y bienes parcialmente terminados en varios niveles intermedios, antes de llegar a la etapa final de bienes terminados.

En la figura 1 observamos un diagrama esquemático de un sistema de inventarios de varias etapas, que muestra el flujo de materiales e información y los tiempos de realización típicos del sistema. Los tiempos son imaginarios pero permiten comprender el funcionamiento del sistema. La demanda se genera al nivel del consumidor y se satisface directamente del inventario del minorista. Cuando en este inventario hay articulos disponibles, se le entrega al cliente con sólo una demora de un día requerido para el tránsito. Cada 10 dias, el minorista revisa sus existencias y envia pedidos de reposición al distribuidor, quien también mantiene un inventario. Suponemos que la transmisión de estos pedidos al distribuidor demora otros tres días. Al recibir los pedidos, el distribuidor necesita dos días para preparar y enviar los pedidos, más un lapso de tránsito y recepción de cinco días, lo que significa que transcurren siete días antes de que el minorista reciba efectivamente el producto. Por lo tanto, la duración del ciclo de reabastecimiento del minorista es igual, en total, a 20 días (10 + 3 + 2 + 5). A su vez, el distribuidor tiene un ciclo de reabastecimiento similar, que dura en total 39 días.

Como veremos más adelante, es importante entender la dinámica de este sistema de tiempos de realización para entender el comportamiento de los sistemas de inventario en general. También es importante entender que el sistema es interdependiente, es decir, que las políticas y prácticas de iventarios del minorista se ven afectadas por las demandas de los consumidores, las políticas del distribuidor, por las prácticas del minorista, y así sucesivamente a lo largo de todo el sistema.

Fig. 1

Diagrama esquemâtico de un sistema de inventarios de etapas môltiples, flujos de material e informaciôn, demoras tîpicas del sistema, y principales problemas de administraciôn de inventarios en cada etapa.

1 dia de demora para transmitir pedidos de la fabrica	4 dias de demora para transmitir pedidos al almacen del fabricante.	3 dias de demora para transmitir los pedidos al distribuidor.	
1-5 dias demora para advertir la necesidad de colocar una orden de manufactura. Problemas: 1. Cual es la distribucion de la demanda de los distribuidores. 2. Pronostico de necesidades sistema. 3. Tiempos de entrega de produccion. 4. Tamano lotes de pedido de produccion. 5. Que inventarios constingentes se deben mantener. 6. Procesamiento de datos.	21 dias demora para revision periodica de necesidades y para enviar pedidos de reposicion. Problemas: 1. Cual es la distribucion de detallistas. 2. Pronostico de necesidades. 3. Cuanto ordenar 4. Cuando ordenar 5. Que inventarios contingentes se deben mantener. 6. Procesamiento de datos.	10 dias demora para revision periodica de necesidades y para colocar pedidos de reposicion. Problemas: 1. Cual es la distribucion de la demanda. 2. Pronostico de necesidades. 3. Cuanto ordenar 4. Cuando ordenar 5. Que inventarios contingentes se deben mantener. 6. Procesamiento de datos.	
Inventario del almacen de la fabrica.	Inventario del distribuidor.	Inventario del detallista.	Consumidores Finales

.... Flujo de informaciôn

═══════ Flujo de materiales

3. COMPONENTES DE UN SISTEMA DE INVENTARIOS

Como se observa en el diagrama esquemático de un sistema de inventarios de etapas múltiples presentado anteriormente, los conceptos que en él se manejan y que representan precisamente a los componentes de un sistema de inventarios son: demanda, tiempo de entrega o de producción, costos, horizonte de planeación y productos

3.1 LA DEMANDA

La demanda, es el factor más importante en el control de los inventarios. Representa el número de unidades requeridas en un periodo. La demanda se puede conocer con toda exactitud, o bien puede ser aleatoria. A la primera se le denomina Deterministica. En el caso Aleatorio, la demanda se llama estocástica y su distribución se puede conocer o no.

La demanda puede ser constante o variar en cada periodo de tiempo. En el primer caso se le llama estática y en el segundo dinámica.

3.2 EL TIEMPO DE ENTREGA

Corresponde al lapso de tiempo que transcurre entre el momento que se ordena un articulo o se decide fabricar éste, y, el momento en que llega al almacén o se termina su producción.

Este tiempo puede conocerse con certeza (determinístico), o ser aleatorio. En el caso determinístico la entrega puede ser instantánea o mayor que cero.

3.3 COSTOS

Algunos de los costos involucrados de una u otra forma con los inventarios son:

1. COSTOS DE ADQUISICION

Estos costos se acostumbra dividirlos en dos subclases: los que se producen por compras al exterior, llamados costos de pedidos y los originados por autoabastecimiento, a los que comúnmente se les denomina de acondicionamiento o de preparación. Ambos costos juegan el mismo papel en el planteamiento analitico del problema de inventarios. Los costos incurridos cada vez que se coloca un pedido, comienzan con la requisición de compra. Incluyendo además la expedición de la orden de compra, el seguimiento de la misma, recibo de los artículos y su colocación en el inventario.

Los costos de preparación se refieren a los gastos incurridos en el requerimiento, la programación, cambios de maquinaria y de proceso, recibo e inspección y almacenamiento.

2. COSTOS DE APROVISIONAMIENTO

Son los costos en que se incurre por llevar inventario y por no llevar inventario.

El costo de llevar inventarios incluye a su vez varios costos, algunos de los cuales son:

a. COSTO DEL EFECTIVO INVERTIDO EN EL INVENTARIO

Dado que el dinero invertido en el inventario podría utilizarse en otra parte para obtener algún provecho, es necesario asignar un costo que tome en cuenta la pérdida de utilidades. El costo que se asigna depende del uso que se pudiera dar al dinero si éste estuviera disponible.

b. COSTOS DE ALMACENAJE

El espacio que se requiere para almacenar el inventario generalmente tiene un costo asociado ya que depende de que haya una alternativa para usarlo.
Se puede calcular como el valor del espacio ocupado por los almacenes en relación con el espacio total de la planta.

c. COSTOS POR DESPERFECTOS

Muchos artículos bajan de valor durante el almacenamiento, fruto de su deterioro real, obsolescencia o pillaje. Por tal motivo, esta pérdida de valor representa un costo que debe asignarse al mantenimiento del inventario.

d. COSTOS POR SEGURO

Ya que muchos inventarios requieren seguros, es necesario incluir este costo en el mantenimiento de inventarios.

e. COSTOS POR ABARROTAMIENTO

Es el costo que resulta al quedar existencias del inventario después que la demanda por el artículo ha terminado.

La interpretación de este costo depende del problema de inventarios en estudio, es decir, si éste es estático o dinámico.

El costo por no llevar inventarios se llama costo por carencia. Este costo presenta dos variantes, que dependen de la reacción del cliente potencial ante el caso de carencia. Si el cliente acepta que su pedido sufra una entrega diferida; se presentarán costos adicionales entre los que se pueden nombrar los siguientes: costos de apresuramiento, costos por manejos especiales, costos por empaque y embarques especiales, etc.

Si por el contrario, el cliente se rehusa a hacer un pedido por un articulo agotado, debe considerarse un costo llamado comúnmente costo de la buena voluntad.

3.4 HORIZONTE DE PLANEACION

Es el tiempo durante el cual se considera necesario planear los inventarios.

3.5 LOS PRODUCTOS

Los productos pueden ser uno solo o varios. Clasificándose en unidad o lote según el proceso; perecederos o duraderos según su vida útil; divisibles o indivisibles según que acepten o no valores fraccionarios.

4. MODELOS PARA EL CONTROL DE LOS INVENTARIOS

En primera instancia, se puede decir que los modelos que se utilizan para controlar los inventarios pueden ser divididos en función de la certidumbre que se posee en cuanto al comportamiento de las variables que lo afectan.

Los modelos DETERMINISTICOS son aquellos en los que la demanda de artículos es conocida y fija, y el tiempo de entrega o de producción cuando se hace un pedido también es conocido y fijo.

Los modelos PROBABILISTICOS o ESTOCASTICOS son aquellos modelos en los que la demanda y/o el tiempo de entrega o de producción (según sea el caso) no es fijo ni conocido, pero se sabe que se comporta(n) de acuerdo a alguna distribución de probabilidad conocida, pudiendo ser tal distribución diferente para cada variable.

Esta primera división es la más importante pues determina la complejidad de los métodos analíticos o heurísticos que se tienen que utilizar. Un modelo determinístico es muy fácil de ser tratado, sea por métodos heurísticos o por formulación matemática, pero es también el menos realista. Por otro lado, un modelo estocástico, se complica significativamente, sobre todo desde el punto de vista matemático conforme más probabilístico es su comportamiento, pero permite representar un funcionamiento de inventarios más apegado a la realidad.
Otra clasificación útil surge tomando como criterio el momento cuando se revisa el inventario. De esta forma, existen modelos de REVISION CONTINUA cuando se asume que en cualquier momento del tiempo se conoce la posición del inventario y modelos de REVISION PERIODICA en los que el nivel de inventarios sólo puede

ser conocido en ciertos momentos fijos y predefinidos de tiempo.

Otro aspecto de interés para la aplicación de los modelos de inventario es el de definir que articulos vale la pena controlar. Normalmente en una empresa existen varios tipos de productos y lo más probable es que resulte incosteable el llevar un mismo control estricto de cada uno de ellos. El costoso tiempo y esfuerzo que implica el controlar las existencias y establecer logísticamente las políticas de reabastecimiento lo dedican las empresas a una pequeña porción del total de renglones del inventario, que engloban la mayor parte del valor total en dinero que suma el inventario.

S.H. Ford Dickie en la General Electric, efectuó una clasificación de productos conocida como el método ABC . La idea es simple pero muy útil. El punto de interés es el valor de los artículos. Según esto, unos pocos productos, entre el 10% y el 20% representan entre el 70% y el 80% del valor total de inventarios; en consecuencia, para este grupo llamado "A", hay que tener marcada vigilancia, lo que sugiere el desarrollo y uso de modelos sofisticados. Otro tanto de artículos, entre el 30% y el 40% representan entre el 15% y el 20% del valor del inventario, por lo que se les denomina grupo "B" y deben ser vigilados con alguna atención. Finalmente el grupo "C" queda constituido por el 40% o 50% del total de los artículos que representan entre el 5% y el 10% del valor del inventario; requiriendo simplemente supervisión en el nivel de existencias para satisfacer las necesidades de venta y/o producción.

5. TERMINOLOGIA EMPLEADA EN EL CONTROL DE INVENTARIOS

En el control de inventarios se emplean términos que son caracteristicos del trabajo de análisis y de establecimiento de políticas de abastecimiento. Por tal motivo se presenta a continuación la definición de los términos que se emplean a lo largo del desarrollo de los capítulos siguientes.

PUNTO DE REORDEN

Es el nivel precalculado de existencias, que indica que la cantidad almacenada solamente podrá consumirse durante el periodo que requiere el reabastecimiento.
El Punto de Reorden puede considerarse como la señal que indica la necesidad de hacer un pedido por la cantidad necesaria para recuperar el nivel del tope fijado como máximo de existencia.
El Punto de Reorden está determinado por la cantidad requerida para satisfacer la demanda ocurrida durante el tiempo que lleva el reabastecimiento, más la cantidad de reserva que se mantiene para los casos imprevistos de variaciones en la demanda o en la entrega de pedidos.

INVENTARIO FISICO

Es igual a la cantidad física de articulos que se tiene almacenada.

INVENTARIO NETO

Es igual al Inventario Físico menos las órdenes de ventas pendientes si es el caso de ventas pendientes e igual al Inventario Físico en el caso de pérdida de ventas.

POSICION DE INVENTARIO

Es igual al Inventario Neto más la cantidad ordenada pendiente.

TIEMPO DE CARENCIA

Es el tiempo que transcurre desde que el Inventario Físico toma el valor de cero hasta que una orden se incorpora al inventario.

VENTAS PENDIENTES

Representa la cantidad demandada durante el tiempo de carencia.

CICLO

Corresponde al intervalo de tiempo entre dos incorporaciones consecutivas de órdenes al inventario.

CAPITULO II

MODELO LOTE ECONOMICO Y SUS VARIANTES

Este capítulo se centra en el estudio del modelo de lote económico y algunas de sus variantes; su formulación, solución, limitaciones y resultados que proporcionan.

Los modelos que se presentan constituyen una exagerada simplificación de la realidad, no indicando con ésto que no tengan aplicación. Por el contrario, se utilizan frecuentemente con un considerable grado de éxito tanto en casos donde realmente la información es determinística (órdenes de producción por contrato) y en casos donde la información no es determinística pero se considera que un modelo determinista puede dar una buena aproximación al valor óptimo de pedido en forma rápida y con costos módicos. Es un hecho que modelos muy complejos pueden generar ahorros netos más pequeños que los métodos sencillos, debido a los mayores costos de operación.

La mayoría de los modelos determinísticos dan como resultados expresiones de costo que pueden resolverse mediante las técnicas clásicas de optimización del cálculo diferencial. Trataremos en lo posible de presentar con cierto grado de formalidad a estos modelos, en forma tal que al seleccionar alguno de ellos se conozcan sus alcances y limitaciones. De antemano podríamos decir que en su aplicación se presentan dos grandes obstáculos. Considerar la demanda y el tiempo de entrega determinísticos y constantes y requerir de costos difíciles de cuantificar.

Este capítulo se desarrolla como sigue: En la primera sección se analiza el modelo clásico de cantidad económica de pedido; En la segunda sección el modelo cantidad económica de pedido cuando se permiten faltantes; En la tercera sección el modelo cantidad económica de pedido con descuentos por cantidad; En la cuarta sección el modelo cantidad económica de pedido para lotes de producción-un producto; en la quinta sección el modelo cantidad económica de pedido para lotes de producción-varios productos; En la sexta sección el modelo cantidad económica de pedido con restricciones de recursos; En la septima sección el modelo de inventario de un producto, demanda dinámica y revisión periódica.

1. MODELO CLASICO CANTIDAD ECONOMICA DE PEDIDO

Este modelo aunque sobresimplificado para representar situaciones de decisión del mundo real, es un excelente punto de partida para desarrollar modelos de decisión más apegados a la realidad actual.

Es aplicable cuando la cantidad que se pide puede considerarse que llega al sistema en un lapso de tiempo constante y cuando la tasa de demanda es constante.

Como se muestra en la figura 2, la línea de pendiente decreciente indica que el nivel de inventario se reduce a una tasa constante (γ) y siempre que las existencias llegan a cero, un lote de tamaño Q repone de manera instantánea las existencias al nivel Q.

El valor de Q es siempre el mismo por suponer un proceso que no cambia en el tiempo.

El costo total (CIT) para un horizonte de planeación dado es la suma de dos costos: Costo de Mantenimiento de Inventario y Costo de Pedir.

Note que para una tasa de demanda dada entre más pequeño sea Q más frecuente será la colocación de los pedidos pero menor el nivel de inventario promedio (I). Al incrementarse Q se presenta un mayor nivel de inventario pero una colocación menos frecuente de pedidos. Por tal motivo, y al existir costos asociados con la colocación de pedidos y el mantenimiento del inventario, la cantidad Q que se selecciona busca balancear estos costos con el fin de minimizar el costo total.

En situaciones reales, los supuestos de demanda conocida y constante; inventario que se reabastece precisamente cuando las existencias están en cero (ni falta ni sobra mercancía); tiempo de entrega de pedidos constante (L); precio unitario (c), costos de pedido (A) y costos unitarios de mantener inventario (I) constantes, pueden no cumplirse totalmente. Lo importante es que estos supuestos no se violen en forma extrema de forma tal que permitan resultados que no se aparten demasiado del óptimo.

La configuración de la ecuación del costo total y la obtención de los valores óptimos se presentan a continuación.

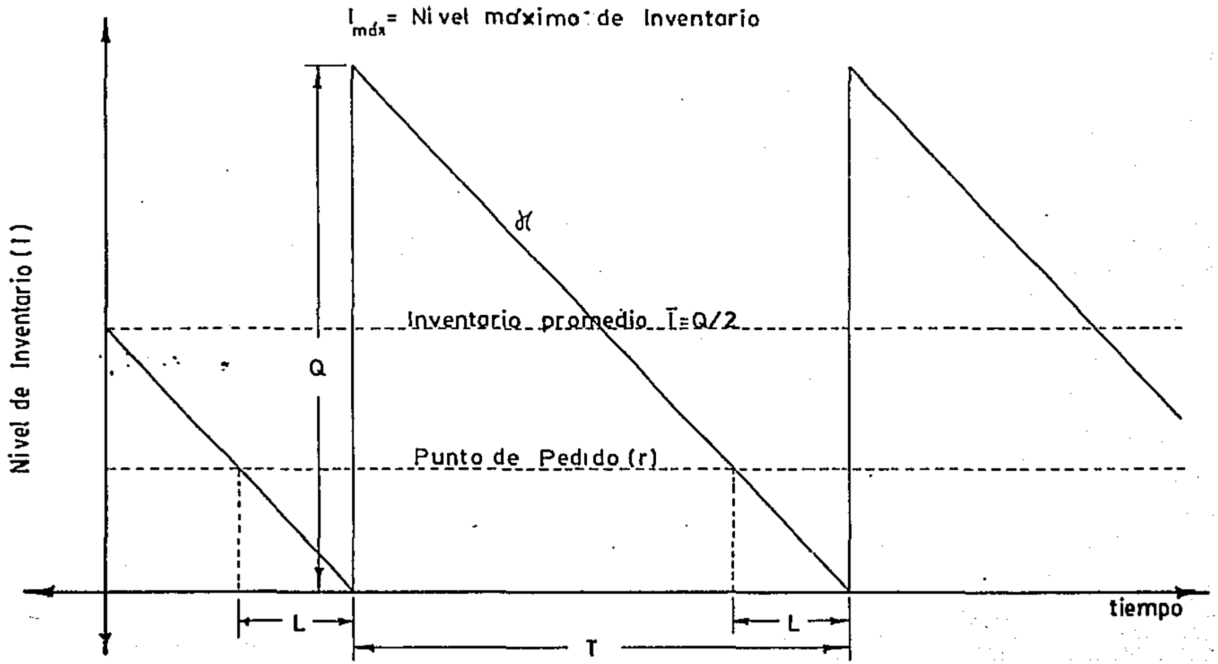


fig.2 Perfil del Inventario en el Modelo Clásico de Cantidad Económica de pedido.

Donde

Q : Cantidad Pedida (unidades).

λ : Requisito de demanda anual (unidades/año).

T : Tiempo entre pedidos.

L : Tiempo que transcurre entre la colocación y la recepción de un pedido.

FORMULACION DEL MODELO

(Costo total/año) = (Costo Mantenimiento inventario/año) + (Costo de Pedir/año)

Considerando cada uno de los componentes de costo, se tiene:

(Costo Mantenimiento inventario/año) = (Inventario Promedio) * (Costo de Mantenimiento por unidad por año)

(Costo Mantenimiento inventario/año) = $QI/2$

(Costo de Pedir/año) = (Número de Pedidos/año) * (Costo/pedir)

(Costo de Pedir/año) = $\gamma A/Q$

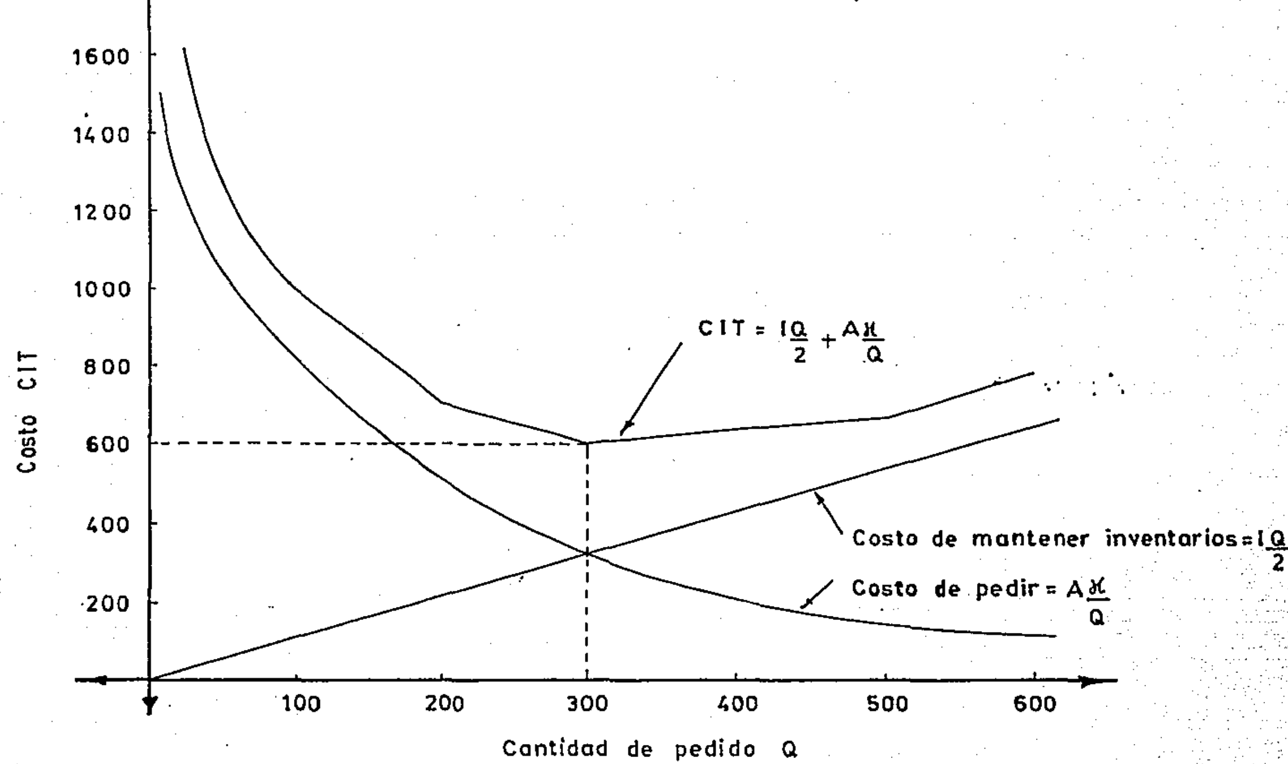
$$CIT = QI/2 + \gamma A/Q$$

DETERMINACION DEL Q*

La figura 3 muestra como cuando Q se incrementa, el nivel de inventario Q/2 crece y por tanto los costos de mantenimiento de inventario. Sin embargo, el número anual de pedidos y por tanto los costos de pedir, disminuyen en forma no lineal, tendiendo a cero asintóticamente. El CIT, disminuye primero cuando Q aumenta, alcanza un mínimo y después aumenta. El objetivo es encontrar la cantidad Q que haga mínimo el CIT.

Una regla de decisión óptima CEP general para problemas de este tipo se obtiene utilizando técnicas elementales de cálculo diferencial. Primero se toma la derivada de CIT con respecto a Q, se iguala a cero y se resuelve para Q.

fig.3 Curva de costos para el Modelo Clásico de cantidad Económica de pedido.



$$CIT = QI/2 + \gamma A/Q$$

$$dCIT/dQ = I/2 - A\gamma/Q^2 = 0$$

Resolviendo se obtiene:

$$Q^* = \sqrt{2\gamma A/I}$$

Para verificar que la regla de decisión derivada para Q^* es una solución de mínimo costo, determinamos si la segunda derivada es mayor que cero.

$$d^2CIT/dQ^2 = 2\gamma A/Q^3$$

Puesto que el valor de la segunda derivada es mayor que cero para valores positivos de γ, A y Q ; Q^* es una solución de costo mínimo.

El número óptimo de pedidos por año N^* es igual a la demanda anual total dividida por la cantidad óptima pedida Q^* , esto es,

$$N^* = \gamma/Q^*$$

El Tiempo entre Pedidos será igual a

$$T^* = Q^*/\gamma$$

DETERMINACION DEL PUNTO DE REORDEN (r)

La decisión de cuando se debe pedir se expresa en términos del punto de reorden (r). Para conocer cuando pedir se puede hacer uso de la siguiente igualdad:

$$L / r = T^* / Q^*$$

Por tanto,

$$r^* = L\,Q^* / T^*$$

2. MODELO CANTIDAD ECONOMICA DE PEDIDO CUANDO SE PERMITEN FALTANTES

En muchas situaciones de inventarios es económicamente justificable planear y permitir faltantes. La razón de ello es que el costo de quedarse sin existencias puede ser pequeño en comparación al costo de mantener el inventario.

Este modelo permite órdenes atrasadas, las ventas no se pierden. O bien los clientes aceptan esperar hasta que los bienes se proporcionen en una fecha posterior, o ni siquiera saben que ha ocurrido un faltante.

La figura número 4 muestra el perfil del inventario bajo este modelo. Se observa que la diferencia con el modelo anterior es que el nivel de inventario cae por debajo de cero. Pero dado que los pedidos pospuestos se cumplen inmediatamente que llega un pedido, el nivel máximo de inventario no alcanza la cantidad pedida Q, como lo hace el modelo anterior sino que toma el valor $I_{max} = Q - S$, donde S representa el número de faltantes por pedido.

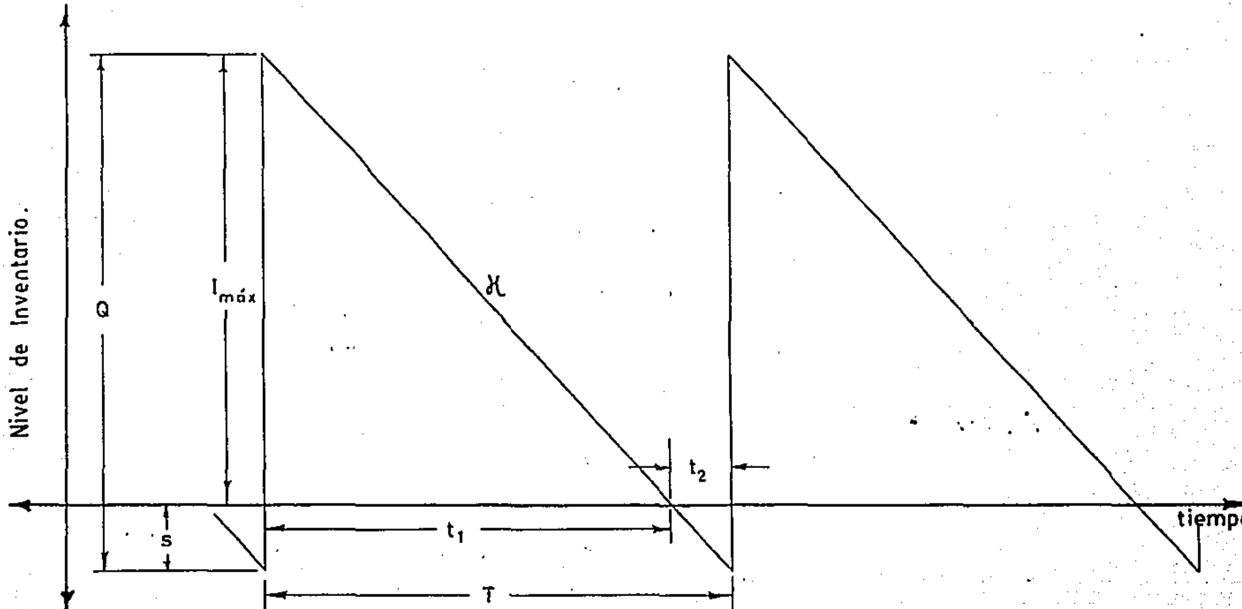
Los valores de Q (Cantidad pedida) y S (Número de faltantes por pedido) en cualquier ciclo serán siempre iguales ya que el proceso no cambia en el tiempo.

Los supuestos de este modelo son exactamente iguales a los del modelo anterior con excepción del reabastecimiento cuando el nivel de inventarios está exactamente en cero, dado que para éste, el reabastecimiento se efectúa con niveles de inventario por debajo de cero.

La dificultad de su aplicación está en la evaluación económica del costo por faltante (C_s). Este costo representa el decremento potencial en las ventas que podría resultar por la mala imagen y la pérdida de prestigio. Algunas veces es necesario expresar tales costos en función del tiempo que se tarde la reposición del faltante ya que, al aumentar este tiempo hay mayor pérdida de prestigio.

La configuración de la ecuación del costo total (CIT) y su desarrollo se presentan a continuación.

fig.4 Perfil del Inventario del Modelo Clásico de Cantidad Económica de pedido cuando se permiten faltantes.



Donde

Q : Cantidad Pedida (unidades).

$\mathcal{X}$: Requisito de Demanda Anual (unidades/año).

T : Tiempo entre pedidos.

$I_{máx}$: Nivel Máximo de inventario.

t_1 : tiempo en que se dispone de inventario.

t_2 : tiempo durante el cual hay faltantes.

S : Numero de faltantes por pedido.

FORMULACION DEL MODELO

CIT = Costo por Mantenimiento de Inventario + Costo de Pedir + Costo por faltantes

(Costo total / año) = (Costo Mantenimiento Inventario / año) + (Costo de pedir / año)

+ (Costo de los Faltantes / año)

Considerando cada uno de los componentes de costo, el costo anual de mantener el inventario es:

(Costo Mantenimiento Inventario / año) = (Costo de Mantenimiento durante un ciclo T) * (Número Ciclos por año)

El costo de Mantenimiento durante un ciclo T es

$$I (I_{max} / 2) t_1 = I (Q - S / 2) t_1$$

Donde I representa el costo de mantener el Inventario ($/año)

El número de ciclos por año es:

$$N = \gamma / Q$$

por lo tanto,

(Costo Mantenimiento = $I (Q - S) t_1 \gamma / 2 Q$ (1)
Inventario / año)

Por triángulos semejantes, se observa que:

$$t_1 / (Q - S) = T / Q$$

Despejando t_1, se obtiene

$$t_1 = (Q - S) T / Q \qquad (2)$$

Reemplazando (2) en (1) se obtiene el siguiente Costo de Mantenimiento de Inventario por año:

(Costo Mantenimiento = $I (Q - S)^2 T \gamma / 2 Q^2$ (3)
Inventario/año)

Pero $T = Q / \gamma$ (4)

Reemplazando (4) en (3) se obtiene,

(Costo Mantenimiento = $I (Q - S)^2 / 2 Q$
Inventario / año)

(Costo de Pedir / año) = (Número de Pedidos/año) * (Costo/Pedir)

(Costo de Pedir / año) = $\gamma A / Q$

Donde A representa el costo de colocar un pedido ($/pedido)

(Costo de Faltantes / año) = (Costos de Faltantes durante un ciclo T) * (Número Ciclos por año)

El costo de faltantes durante un ciclo T es

$$C_s * S * t_2 / 2$$

Donde C_s representa el costo de penalización por pedidos propuestos.

El Número de Ciclos por año es

$$N = \gamma / Q$$

Por tanto,

(Costo de Faltantes / año) = ($C_s * S * t_2 * \gamma$) / 2 Q   (5)

Por triángulos semejantes se observa que

$$t_2 / S = t_1 / (Q - S)$$

$$t_2 = S * t_1 / (Q - S) \qquad (6)$$

Reemplazando (2) en (6), se obtiene

$$t_2 = S * T / Q$$

Por tanto,

$$(\text{Costo de Faltantes / año}) = (C_s * S^2 * T * \gamma) / 2 Q^2$$

Pero $$T = Q / \gamma$$

$$(\text{Costo de Faltantes / año}) = C_s S^2 / 2Q$$

$$CIT = I (Q - S)^2/2Q + \gamma A / Q + Cs S^2 / 2Q$$

DERIVACION DE Q*, I*max y S* PARA EL MODELO

El método para derivar las reglas de decisión óptimas para el modelo CEP cuando se permiten faltantes, involucra derivación parcial de la función de costo total, con respecto a cada una de las variables de decisión, Q y S; haciendo cada derivada parcial igual a cero y resolviendo simultáneamente las dos ecuaciones resultantes.

Tomando la derivada parcial dCIT / dQ e igualando a cero se obtiene

$$d\,CIT/dQ = - A \gamma/Q^2 + I/2 - (I + Cs)^2 S^2/2Q^2 = 0 \qquad (7)$$

Similarmente, tomando la derivada parcial dCIT/dS e igualando a cero se obtiene:

$$d\,CIT / dS = I (Q - S) / Q + C_s S / Q = 0 \qquad (8)$$

Resolviendo (8) para S*, se obtiene

$$S^* = Q I / (I + Cs)$$

Resolviendo (7) para S*

$$Q^* = \sqrt{2 \gamma A/I} \quad \sqrt{(I + Cs)/ C_s}$$

$$I^*máx = Q^* - S^*$$

3. MODELO CANTIDAD ECONOMICA DE PEDIDO CON DESCUENTOS POR CANTIDAD

Este modelo maneja un costo unitario del producto que varía como una función de la cantidad Q (cantidad pedida). Esto puede deberse a economías de escala - el proceso de producción se vuelve más eficiente conforme aumenta la producción - o simplemente refleja la politica de precios del proveedor que ofrece descuentos por cantidad.

Si el proveedor ofrece descuentos por cantidad, el precio unitario disminuye en escalones, conforme aumenta la cantidad comprada (como lo muestra la figura 5).

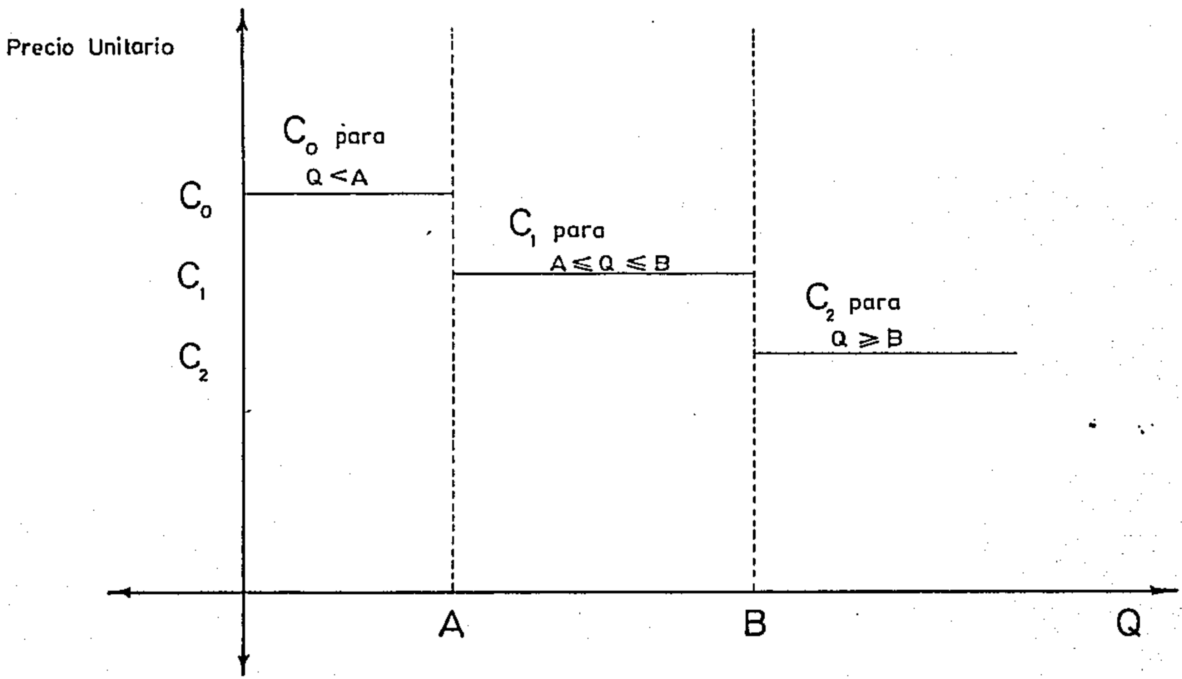


figura 5. Descuentos por cantidad.

El descuento puede aplicarse a todas las unidades adquiridas o sólo a aquellas unidades adquiridas en exceso de un salto de los precios.

En los modelos anteriores, el costo de los productos (c) resulta ser una constante, por lo que en la ecuación de costo total (CIT) se ignoraba. Si el proveedor ofrece descuentos se hace necesario incluir los costos de los artículos comprados dada la variación que presentan de acuerdo con la cantidad pedida (Q).

El costo de compra o adquisición es ahora una función discontínua de segmentos lineales, permaneciendo los demás parámetros de costo iguales a los del Modelo Clásico Cantidad Económica de Pedido.

La formulación de este Modelo y la obtención de las reglas de decisión óptima se presentan a continuación.

FORMULACION DEL MODELO

(Costo Total = (Costo Mantenimiento + (Costo de Pedir/año)
por año) Inventario/año)

+ (Costo de Compra/año)

Considerando cada uno de los componentes de costo se tiene:

(Costo Mantenimiento Inventario/año) = (Inventario Promedio)*(Costo Mantenimiento por unidad por año)

(Costo Mantenimiento Inventario/año) = $Q\ I\ /\ 2$

(Costo de Pedir/año) = (Número de Pedidos/año) * (Costo/Pedir)

(Costo de Pedir/año) = $\gamma A\ /\ Q$

(Costo de Compra/año) = $c\ \gamma$

$$CIT = Q\ I\ /\ 2\ +\ \gamma\ A\ /\ Q\ +\ c\ \gamma$$

DETERMINACION DE LA REGLA DE DECISION OPTIMA

Para obtener el valor de Q* usualmente se deriva la función de costo total con respecto a Q y se iguala el resultado a cero. Este procedimiento conduce a un valor de Q* igual al encontrado para el Modelo Clásico CEP. La razón de este resultado es que el costo de compra no incluye a Q, no figurando por tanto en la derivación de Q*. Sin embargo, el precio de compra debe tomarse en cuenta al escoger una cantidad óptima de pedido. Es decir, se deben considerar las cantidades de pedido que se encuentran en los puntos de cambio de precio, en forma tal que el valor de Q* tome en cuenta precios unitarios realistas.

El procedimiento siguiente permite determinar un valor óptimo CEP cuando se aplican los descuentos por cantidad.

Paso 1 Se calcula un Q* utilizando la fórmula del modelo clásico CEP para el costo de compra unitario asociado con cada tipo de descuento.

Paso 2 Para aquellos Q* que son demasiado pequeños para obtener el precio de descuento, se debe aumentar la cantidad pedida a la cantidad pedida más próxima que permita que el producto se pueda comprar al precio supuesto.

Paso 3 Para cada una de las cantidades pedidas determinadas en los pasos 1 y 2, se debe calcular el costo anual total utilizando la ecuación

$$CIT = Q\,I / 2 + \gamma A / Q + c\,\gamma$$

y seleccionar aquella Q que proporcione el costo mínimo.

4. MODELO CANTIDAD ECONOMICA DE PEDIDO PARA LOTES DE PRODUCCION - UN SOLO PRODUCTO

Este modelo es de gran utilidad en los procesos de manufactura, ya que considera que los artículos se agregan al inventario no como un solo lote sino en pequeñas cantidades constantes hasta que se concluye la corrida de producción. Durante este tiempo existen retiros de existencias para venta y/o uso interno, que se supone se efectúan a una tasa constante.

La tasa de producción se considera mayor que la tasa de demanda para asegurar una acumulación de inventario e inexistencia de faltantes.

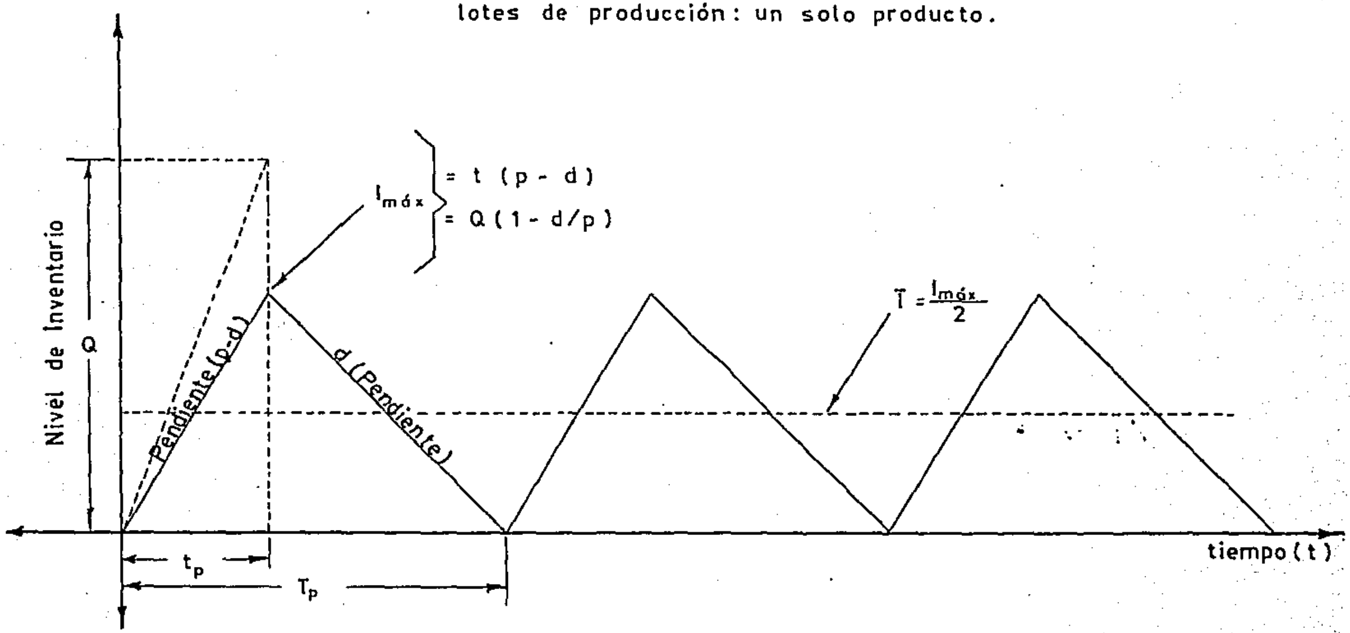
La figura 6 muestra el comportamiento aproximado del inventario.

Durante el tiempo (t_p) requerido para la producción de las Q unidades, el inventario aumenta a una tasa diaria de $p - d$. Transcurrido este tiempo los inventarios disminuyen a una tasa constante d. Por lo tanto, el nivel máximo de inventario no es Q sino que toma el valor

$$I_{max} = t_p (p - d)$$

El desarrollo del Modelo es el siguiente:

fig.6 Perfil del inventario del Modelo CEP para lotes de producción: un solo producto.



Donde

P : tasa a la cual los artículos se colocan en inventario (constante).

d : tasa de demanda o utilización (constante).

t_p : tiempo que se toma la producción de la cantidad total pedida Q.

T_p : tiempo que transcurre entre la iniciación de 2 lotes consecutivos de producción.

FORMULACION DEL MODELO CEP PARA LOTES DE PRODUCCION-UN SOLO PRODUCTO

(Costo Total/año)	=	(Costo Mantenimiento Inventario/año)	+	(Costo de Pedir/año)

Considerando cada uno de los componentes de costo, se tiene:

(Costo Mantenimiento Inventario/año)	=	(Costo anual unitario de sostenimiento en inventario)	*	(Inventario Promedio)

Para obtener este costo, es conveniente observar la figura 6. La cantidad pedida Q se elabora sobre un período de tiempo, a una tasa de producción p. Las partes ingresan al inventario a medida que la producción se realiza y salen de él a una tasa d de consumo.

El máximo nivel de inventario (I_{max}) y por tanto el nivel de inventario promedio (I) estarán en función de la tasa de producción (p) y de la tasa de demanda (d).

El tiempo que se requiere para producir la cantidad total Q es:

$$t_p = Q / p \qquad (9)$$

El máximo nivel de inventario I_{max} es

$$I_{max} = t_p \, (p - d)$$

Por consiguiente, el nivel de inventario promedio es

$$I = I_{max} / 2 = t_p (p - d) / 2 \qquad (10)$$

Reemplazando (9) en (10), se obtiene que el valor del inventario promedio es

$$I = Q (1 - d/p) /2$$

(Costo de Mantener el Inventario/año) $= I * Q (1 - d/p) / 2$

(Costo de Pedir/año) $= \gamma A / Q$

$$CIT = I Q (1 - d/p) / 2 + \gamma A / Q$$

REGLA DE DECISION OPTIMA

Se puede encontrar la cantidad pedida Q que minimiza el costo total al igualar a cero d CIT / dQ y despejar Q

$$d\,CIT / dQ = I (1 - d/p) / 2 - \gamma A / Q^2 = 0$$

Por consiguiente,

$$Q^* = \sqrt{2 A \gamma / I (1 - d / p)}$$

La segunda derivada es

$$d^2CIT / d Q^2 = 2 \gamma A / Q^3$$

Puesto que el valor de la segunda derivada es mayor que cero para γ, A y Q mayores que cero, Q* es la solución de costo mínimo.

El número óptimo de lotes por año será

$$N^* = \gamma / Q^*$$

El tiempo que transcurre entre la iniciación de los lotes de producción es

$$T_p^* = 1 / N^*$$

5. MODELO CEP PARA LOTES DE PRODUCCION VARIOS PRODUCTOS

Este modelo se aplica en situaciones en que el mismo equipo se utiliza para producir una variedad de productos en una base ciclica.

El tratar de determinar en forma independiente la cantidad a pedir de cada artículo no se aplica debido a la interferencia entre los lotes de producción para los diversos articulos. Es decir, se deben determinar lotes de producción conjuntamente para evitar la incompatibilidad en la programación.

La formulación de este modelo es idéntica a la del modelo CEP para la producción de un solo producto desde el punto de vista conceptual. La única diferencia es que debemos minimizar conjuntamente los costos de mantenimiento del inventario y los costos de preparación para el conjunto completo de productos.

La función de costo total anual (CIT) para los n productos es la suma de los costos de preparación más los costos de mantenimiento del inventario, es decir,

$$CIT = \sum_{i=1}^{n} A_i \ \gamma_i \ / \ Q_i \ + \sum_{i=1}^{n} I_i \ Q_i \ (1 - d_i/p_i)/2 \qquad (11)$$

Ahora bien, El número común de lotes anuales de producción se define por

$$N = \gamma_i \ / \ Q_i \qquad (12)$$

Al sustituir (12) en (11) se obtiene:

$$CIT = (N \sum_{i=1}^{n} A_i) + (1 / 2N) \sum_{i=1}^{n} I_i \; \delta_i \; (1 - d_i/p_i) \qquad (13)$$

REGLA DE DECISION OPTIMA

La ecuación (13) expresa el costo total en términos de la variable de decisión N (lotes anuales de producción). El N de mínimo costo se determina diferenciando (13) con respecto a N, igualando el resultado a cero y resolviendo para N.

$$d\,CIT / dN = \sum_{i=1}^{n} A_i - \sum_{i=1}^{n} I_i \; \delta_i \; (1 - d_i/p_i) / 2 N^2 = 0$$

$$N^* = \sqrt{[\sum_{i=1}^{n} I \quad \delta i \; (1 - d_i/p_i)] / 2\sum_{i=1}^{n} A_i}$$

La segunda derivada es

$$d^2CIT/d^2N = [\sum_{i=1}^{n} I_i \; \delta_i \; (1 - d_i/p_i)] / N3$$

Puesto que la segunda derivada es mayor que cero para δ_i, I_i y N mayores que cero para todo i, N^* es la solución de costo mínimo.

$$Q_i{*} = \delta_i / N{*} \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

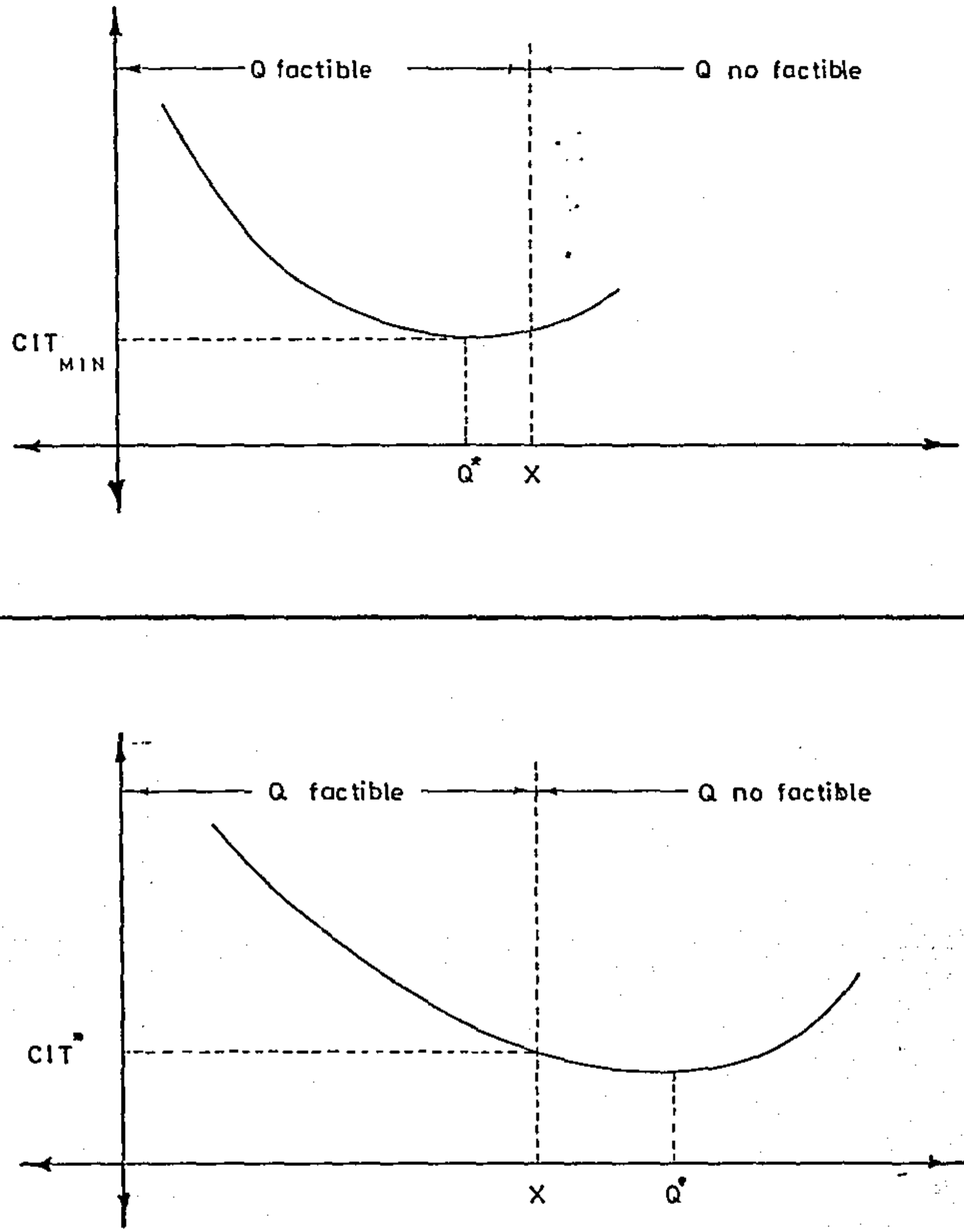
6. MODELO CEP CON RESTRICCIONES DE RECURSOS

Algunas veces el modelo CEP o sus variantes producen resultados no factibles debido a que el inventario se restringe por factores tales como espacio de almacenamiento, capital disponible para ser invertido en inventario, etc.

Si se trata de un solo artículo no se presenta dificultad. Supóngase por ejemplo, que la restricción que se tiene limita la cantidad pedida a algún valor máximo, digamos X unidades. Se procede a determinar la CEP, ignorando completamente la restricción. Si el valor calculado resulta factible, la cantidad a pedir será el Q^* obtenido. Si el valor calculado no es factible ($Q^* > X$) entonces la cantidad óptima a pedir es X.

La figura 7 muestra la cantidad a pedir para los casos $Q^* < X$ y $Q^* > X$.

fig. 7 CEP con restricciones.



Sin embargo, si hay artículos múltiples que compiten por el mismo espacio limitado, capital u otro(s) recurso(s), el problema se vuelve más complejo. Nos referiremos a este problema como el de minimizar la función de costo total sujeto a una restricción de igualdad.

Si la restricción es de espacio de almacenamiento, la formulación del modelo sería la siguiente:

FORMULACION DEL MODELO

Sea

K Volumen de la bodega ($pies^3$).

W Costo de alquiler de la bodega ($/$pie^3$/año).

k_i Volumen ocupado por el artículo i (pie3/unidad)

A_i Costo de pedir el artículo i ($/pedido)

γ_i Demanda del artículo i (unidades/año).

I_i Costo de mantener el inventario del producto i ($/año)

$$CIT = \sum_{i=1}^{n} [A_i \gamma_i / Q_i + I_i Q_i / 2 + W k_i Q_i]$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^{n} k_i Q_i = K$$

Una forma de conseguir esta optimización es mediante el uso de multiplicadores de Lagrange.

Al escribir la función de Lagrange, se obtiene

$$L(Q_1, Q_2, \ldots, Q_n, \lambda) = \sum_{i=1}^{n} [A_i \gamma_i / Q_i + I_i Q_i/2 + W\ k_i Q_i] + \lambda(\sum_{i=1}^{n} K_i Q_i - K)$$

Al tomar derivadas parciales con respecto a cada Q_i $i = i$, ..., n y con respecto a λ se obtiene

$$dL/dQ_1 = -A_1 \gamma_1 / Q^2{}_1 + I_1/2 + k_1 (\lambda + W)$$

$$dL/dQ_2 = -A_2 \gamma_2 / Q^2{}_2 + I_2/2 + k_2 (\lambda + W)$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$dL/dQ_n = -A_n \gamma_n / Q^2{}_n + I_n/2 + k_n (\lambda + W)$$

$$dL/d\lambda = k_1 Q_1 + k_2 Q_2 + \ldots + k_n Q_n - K$$

Al igualar estas ecuaciones a cero y resolver las primeras n ecuaciones para Q_1, Q_2, ..., Q_n, respectivamente, se obtiene

$$Q_i{*} = \sqrt{[2 A_i \gamma_i] / [I_i + 2 k_i (\lambda + W)]}$$

La última derivada parcial, cuando se iguala a cero, expresa solamente la restricción original.

7. INVENTARIO DE UN PRODUCTO, DEMANDA DINAMICA Y REVISION PERIODICA

Hasta el momento se han estudiado modelos de inventarios determinísticos, de demanda estable durante un periodo amplio de tiempo. Resulta claro que las reglas de decisión encontradas no darán la política óptima de reposición si la demanda está sujeta a variaciones predecibles.

El modelo más conocido para manejar demanda que varía en el tiempo es el modelo dinámico de un producto y revisión periódica.

El costo total está dado por la suma de los costos de reordenar o producir y los costos de mantener inventario.

Los costos de reordenar son fijos y los costos de mantenimiento se cargan al final del período.

La demanda se conoce con certeza pero varía con el tiempo.
La revisión del inventario es periódica.

No se permiten faltantes (diferir la demanda a períodos futuros) y se supone que una orden de producción o compra se satisface completamente.

El objetivo es encontrar los valores de $X_1, X_2, \ldots, X_n$ (Cantidad que se ordena o produce en el período t $t = 1, \ldots N$;

donde N representa el número de periodos que incluye el horizonte de Planeación) que hagan mínima la suma de los costos totales para cada periodo.

La notación empleada en este modelo es la siguiente:

N — Número de periodos de un horizonte finito de planeación (Periodos que no necesariamente tienen la misma duración).

γ_t — Demanda determinística en el periodo t $t=1,\ldots,N$ (por lo general, la demanda determinística de cada periodo será diferente).

X_t — Cantidad que se ordena o se produce en el periodo t, $t=1,\ldots,N$

Z_t — Inventario que se posee al inicio del periodo t, $t=1,\ldots,N$ antes de tomar una decisión.

I_t — Costo unitario de mantenimiento de inventario que se acarrea del periodo t al t+1, $t=1,\ldots,N$.

K_t — Costo fijo de producción o reorden durante el periodo t, $t = 1, \ldots, N$.

$c_t(X_t)$ — Costo marginal de reordenar o producir durante el periodo t, $t = 1, \ldots, N$.

$C_t(X_t)$ — Costo total de reordenar o producir durante el periodo t, $t = 1,\ldots,N$.

Se tiene

$$C_t(X_t) = \epsilon_t K_t + c_t (X_t) \quad t = 1, \ldots, N$$

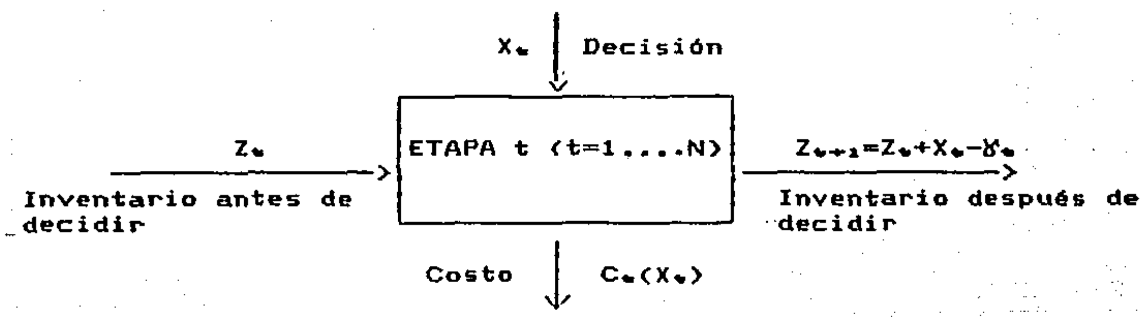
Representa la suma del costo fijo de producción o reorden más el costo marginal de reorden o producción durante el periodo t, $t=1,\ldots,N$, donde

$$\epsilon_t = \begin{cases} 0 & \text{si } X_t = 0 \\ & , \qquad t = 1, \ldots, N \\ 1 & \text{si } X_t > 0 \end{cases}$$

DESARROLLO DEL MODELO

Se resolverá este problema mediante el uso de la Programación Dinámica, encontrando la ecuación recursiva correspondiente.

En cada etapa intervienen los siguientes elementos



Como puede verse,

Inventario al final del periodo t = Inventario al inicio del periodo t + Cantidad que se ordena o produce en el periodo t – demanda deterministica del periodo t.

$$Z_{t+1} = Z_t + X_t - \gamma_t \qquad t = 1, \ldots, N \qquad (14)$$

La función recursiva de salida a entrada es

$$f_t(Z_t) = \text{Min} \{ C_t(X_t) + I_t(Z_{t+1}) + f_{t+1}(Z_{t+1}) \}$$

$$t = 1,\ldots,N - 1 \qquad (15)$$

$$f_N(Z_N) = \text{Min} \{ C_N(X_N) \}$$

Sujeto a

$$Z_N + X_N = \gamma_N$$

$$Z_N \geq 0$$

Reemplazando la ecuación (14) en la ecuación (15) se tiene:

$$f_t(Z_t) = \text{Min} \{ C_t(X_t) + I_t(Z_t + X_t - \gamma_t) + f_{t+1} (Z_t + X_t - \gamma_t)\} \quad t = 1, \ldots, N$$

Se supondrá que en el periodo t se puede ordenar o producir para satisfacer la demanda de los N-t periodos futuros.

La función recursiva equivalente de entrada a salida es

$$f_t(Z_{t+1}) = \text{Min} \{ C_t(X_t) + I_t Z_{t+1} + f_{t-1}(Z_t)\}$$

$$t = 2, 3, \ldots, N$$

$$0 \leq X_t \leq \gamma_t + Z_{t+1}$$

Equivalente a,

$$f_t(Z_{t+1}) = \text{Min} \{ C_t(X_t) + I_t Z_{t+1} + f_{t-1}(Z_{t+1} + \gamma_t - X_t\}$$

$$t = 2, 3, \ldots, N$$

$$0 \leq X_t \leq \gamma_t + Z_{t+1}$$

$$f_1(Z_2) = \text{Min} \{ C_1(X_1) + I_1 Z_2 \}$$

$$0 \leq X_1 \leq \gamma_1 + Z_2$$

EJEMPLO

Supóngase un problema dinámico de inventario donde se tienen 3 períodos. El costo unitario de mantenimiento (millones) para cada período es de 2, 5 y 3 respectivamente.

El costo fijo de ordenar para cada periodo es de 4, 8 y 7 millones respectivamente. Mientras que el costo marginal de ordenar está en función de la cantidad que se ordena en cada período en la forma siguiente:

$$c_n(X_n) = \begin{cases} 12\ X_n & \text{si} \quad 0 \leq X_n \leq 3 \\ 20\ X_n & \text{si} \quad X_n \geq 4 \end{cases}$$

La demanda de cada período es de 3, 2, 4 unidades respectivamente.

El inventario inicial es de 1 unidad y se requiere que el inventario final sea cero.

¿ Qué cantidad se debe ordenar en cada período ?.

Empleando la función recursiva de entrada a salida, se tiene:

PERIODO I.

$\gamma_1 = 3$

$f_1(Z_2) = \text{Min} \{ C_1(X_1) + I_1\ Z_2 \}$

$$0 \leq X_1 \leq \gamma_1 + Z_2 = 3 + Z_2$$

$$0 \leq Z_2 \leq \gamma_2 + \gamma_3 = 2 + 4 = 6$$

Como el inventario inicial es 1, el valor màs pequeño que puede tomar X es 2 para asegurar la inexistencia de faltantes y el valor màximo serà $Y_1 + Y_2 + Y_3 + Z_1 = 8$.

Por tanto,

	X_1	2	3	4	5	6	7	8	$f_1(Z_2)$
Z_2	$I_1 Z_2$			C_1	(X_2)				
0	0	28	-	-	-	-	-	-	28
1	2	-	40	-	-	-	-	-	42
2	4	-	-	84	-	-	-	-	88
3	6	-	-	-	104	-	-	-	110
4	8	-	-	-	-	124	-	-	132
5	10	-	-	-	-	-	144	-	154
6	12	-	-	-	-	-	-	164	176

<u>Perìodo 2</u>

$Y_2 = 2$

$f_2(Z_3) = \text{Min } \{C_3(X_2) + I_2 Z_3 - + f_1(Z_2)\}$

$0 \leq X_2 \leq 4 + 2 = 6$

$0 \leq Z_3 \leq Y_3 = 4$

Por tanto:

	X_2	0	1	2	3	4	5	6	
Z_3	I_2Z_3	$f_1(Z_2) + C_2 X_2 + I_2 Z_2$							$f_2(Z_3)$
0	0	88+0+0 = 88	42+20+0 = 62	28+32+0 = 60	–	–	–	–	60
1	5	110+0+5 = 115	88+20+5 = 113	42+32+5 = 79	28+44+5 = 77	–	–	–	77
2	10	132+0+10 = 142	110+20+10 = 140	88+32+10 = 130	42+44+10 = 96	28+88+10 = 126	–	–	96
3	15	154+0+15 = 169	132+20+15 = 167	110+32+15 = 157	88+44+15 = 147	42+88+15 = 145	28+108+15 = 151	–	145
4	20	176+0+20 = 196	154+20+20 = 194	132+32+20 = 184	110+44+20 = 179	88+88+20 = 196	42+108+20 = 170	28+128+20 = 176	170

Período 3

$$\gamma_3 = 4$$

$$f_3(Z_4) = \text{Min}\ \{C_3(x_3) + I_3 Z_4 + f_2(Z_3)\}$$

$$0 \leq x_3 \leq \gamma_3 + Z_4 \leq 4$$

$$Z_4 = 0$$

Por lo tanto:

	X_3	0	1	2	3	4	$f_3(Z_4)$
Z_4	I_3Z_4	$f_2(Z_3) + C_3 X_3 + I_3 Z_4$					
0	0	170+0+0 = 170	145+19+0 = 164	96+31+0 = 127	77+43+0 = 120	60+87+0 = 147	120

La solución óptima es la siguiente:

$$X_3 = 3$$

Por consiguiente $Z_3 = 1$

En la tabla del periodo 2 se tiene que para $Z_3 = 1$ el mínimo costo correspondiente a un

$$X_2 = 3$$

Por consiguiente $Z_2 = 0$

En la tabla del periodo 1, se tiene que para $Z_2 = 0$ el mínimo costo corresponde a un $X_1 = 2$.

CAPITULO III
MODELOS ESTOCASTICOS

Por lo general en los sistemas de inventarios se tiene una demanda aleatoria y un tiempo de entrega también aleatorio, siendo los casos determinísticos una excepción. Por esta razón en este capítulo se presentan dos modelos de inventarios probabilísticos, el modelo <Q,r> y el modelo <R,T>. La razón por la cual se estudian estos modelos es que el primero es de revisión continua y el segundo de revisión periódica permitiendo por tal motivo observar la diferencia en su comportamiento y análisis.

La dificultad en el tratamiento de éstos modelos dependerá directamente del hecho de saber si la demanda y/o el tiempo de entrega se comportan probabilísticamente.

El criterio básico de decisión utilizado es la minimización de costos esperados (o equivalentemente, la maximización del beneficio esperado).

En ambos modelos se estudiará el caso de ventas pendientes y pérdida de ventas.

El capítulo está dividido en dos secciones. En la primera se estudia el modelo <Q,r> y en la segunda el modelo <R,T>. Siguiendo la misma metodología de los modelos antes estudiados, para cada uno de estos modelos se establece la ecuación de costos esperados total como la suma de varios costos que le determinan, para luego estudiar cada uno de ellos. Una vez efectuado ésto, se procede a presentar el algoritmo de solución y una descripción del programa que lo representa.

MODELO < Q , r >

A este modelo se le conoce también como modelo de lote económico – punto de reorden. Pertenece al grupo de los llamados modelos de revisión continua, ya que se hace necesario conocer el momento en el que la posición de inventario toma el valor "r" para ordenar la cantidad fija "Q".

El funcionamiento de un sistema de inventario que siga el esquema planteado por el modelo < Q,r > va a ser descrito considerando dos políticas básicas para su administración:

- Se aceptan órdenes pendientes (ventas pendientes).
- Ordenes que no se puedan atender se consideran perdidas (pérdida de ventas).

La definición de las variables y parámetros requeridos por el modelo es la siguiente:

D	demanda anual (unidades)
$c(X,r)$	cantidad de faltante por ciclo
$\bar{c}(r)$	cantidad promedio de faltante por ciclo
Q	cantidad a ordenar (unidades)
$h(t)$	función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria tiempo de entrega (t) en $t > 0$
$f(X)$	función de densidad de probabilidad, marginal, de la demanda x, durante tiempo de entrega

CT(r,Q) costo total anual esperado

X demanda durante el tiempo de entrega

g(X/t) función de densidad de probabilidad, condicional, de la demanda x durante el tiempo de entrega t, $x > 0$

S Nivel de seguridad

C_h costo de mantener inventario ($/unidad/año)

C costo unitario del producto

C_s costo de carencia por unidad por ciclo

C_o costo de ordenar ($/pedido)

r punto de reorden

IN(X,r) inventario neto al momento de incorporar una orden al inventario

IF(X,r) inventario físico al momento de incorporar una orden al inventario

Las figuras 8 y 9 muestran la variación del nivel de inventario en el tiempo para el modelo < Q,r > en los casos de ventas pendientes y pérdida de ventas respectivamente.

En dichas figuras puede observarse como la posición del inventario al iniciar el periodo de estudio es r + Q. La variable aleatoria demanda se sucede siguiendo cierta función de densidad de probabilidad y al hacer que el nivel de inventario alcance el punto de reorden "r" una nueva orden es pedida. Por tal motivo, la posición de inventario toma inmediatamente el valor r + Q igualándose al valor del inventario neto justo en el momento en que la orden se incorpora al inventario.

El modelo supone que nunca hay más de una orden pendiente y que el punto de reorden "r" es mayor que cero.

El detectar cuando el nivel de inventario alcanza el punto de reorden "r" es una tarea fácil ya que se está llevando una revisión contínua del nivel del inventario.

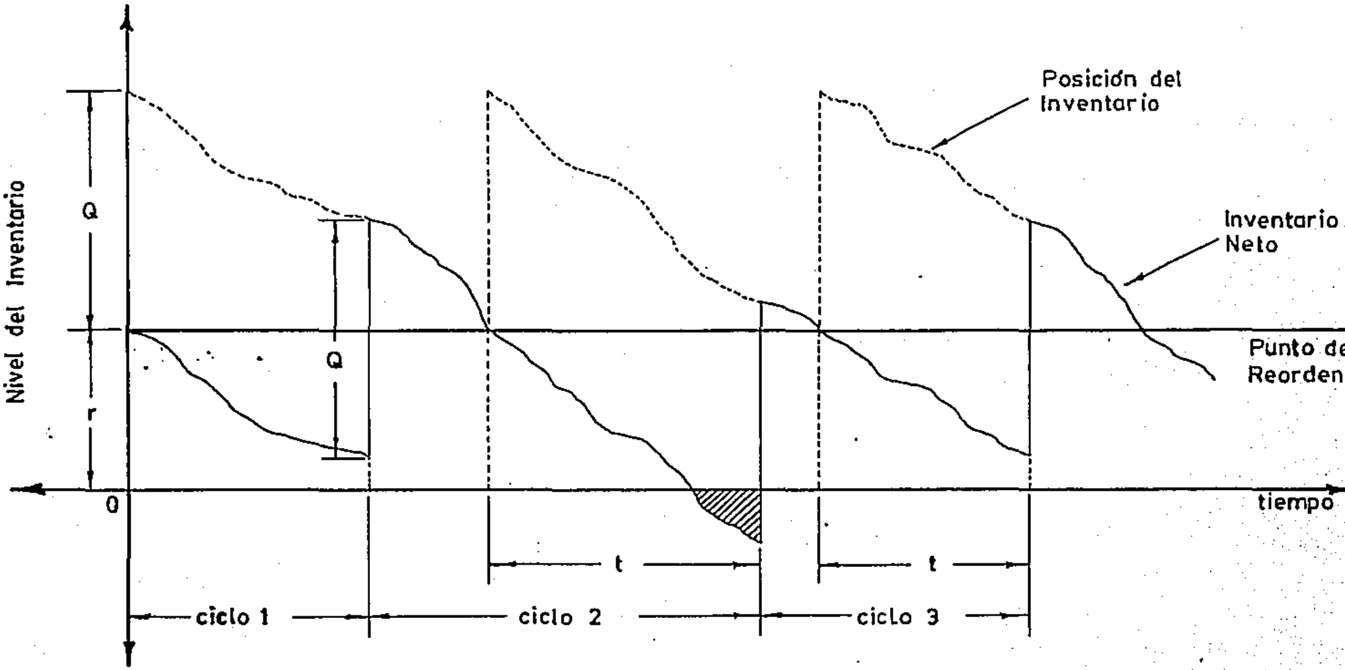


fig. 8 Perfil del Inventario del Modelo [Q, r] para el caso ventas pendientes.

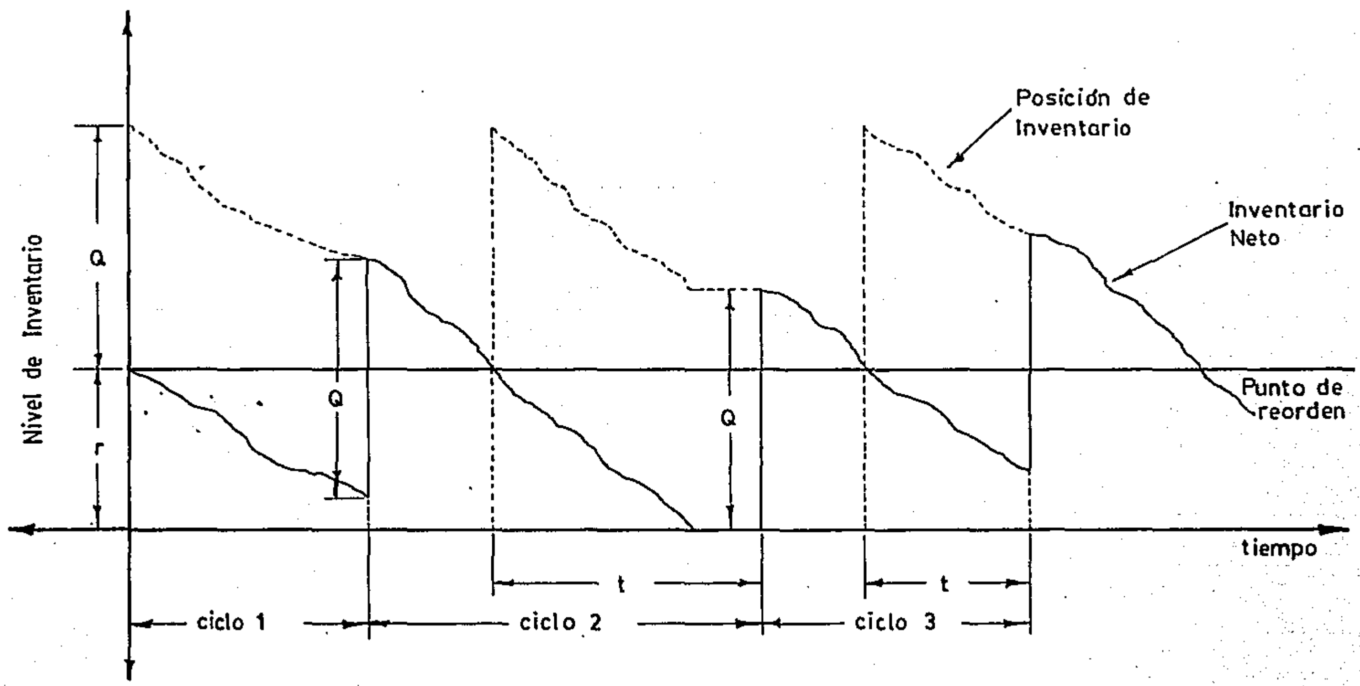


fig. 9 Perfil del Inventario del Modelo [Q, r] para el caso pérdida de ventas.

FORMULACION DEL MODELO < Q,r >

La expresión del costo total anual promedio para el caso de ventas pendientes es:

CT(r,Q) = (Costo Promedio Mantenimiento Inventario / año) + (Costo Promedio de Pedir / año)

+ (Costo Promedio por Carencia / año) . (16)

Considerando cada uno de los componentes de costo, se tiene:

(Costo Promedio Mantenimiento Inventario / año) = (Inventario Neto Promedio/año) * (Costo de Mantener Inventario $ / unidad / año)

Como el Inventario Neto un instante antes de incorporar la orden al inventario es S y un instante después de incorporarla es Q + S. El Inventario Neto promedio por ciclo y por tanto por año es Q / 2 + S .

Por tanto, al ser Ca el costo de mantener inventario/unidad/año se tiene que,

(Costo Promedio Mantenimiento Inventario / año) = (Q / 2 + S) Ca

Para calcular S (Nivel de Seguridad) se debe tomar en cuenta lo siguiente:

Una orden requiere un tiempo t para ser entregada, y, durante este tiempo existe una demanda X, por tanto, el Inventario Neto al momento de incorporar la orden es

$$IN(X,r) = r - X$$

Pero IN (X,r) es una variable aleatoria cuyo valor esperado es

$$\int_0^\infty IN(X,r) \cdot g(X/t)\, dX$$

Por tanto, el nivel de seguridad será

$$S = \int_0^\infty \left[\int_0^\infty IN(X,r) \cdot g(X/t)\, dX \right] h(t)\, dt$$

Pero,

$$f(X) = \int_0^\infty g(X/t)\, h(t)\, dt$$

Entonces

$$S = \int_0^\infty IN(X,r)\, f(X)\, dX = \int_0^\infty (r - X)\, f(X)\, dX = r - E(X)$$

Donde

$$E(X) = \int_0^\infty X\, f(X)\, dX$$

Note que el nivel de seguridad puede ser menor que cero.

(Costo Promedio Mantenimiento = (Q/2 + r - E(X)) Ca (17)
Inventario / año)

(Costo Promedio de = (Número de Pedidos/año) (Costo/Pedir)
Pedir/año)

(Costo Promedio de = (D/Q) Co (18)
Pedir / año)

(Costo Promedio por = (Cantidad de Carencia * (Número Promedio
Carencia / año) Esperada por ciclo) de ciclos al año)

* (Costo de Carencia por
unidad por ciclo)

La cantidad de carencia real por ciclo es

$$C(X, r) = \begin{cases} (X - r) & \text{si } X \geq r \\ 0 & \text{si } X < r \end{cases}$$

La cantidad de carencia promedio por ciclo es

$$\overline{C}(r) = \int_0^{\infty} C(X-r)\ f(X)\ dX = \int_r^{\infty} (X-r)\ f(X)\ dX$$

(Costo Promedio por Carencia/año) = Cc * $\overline{C}(r)$ * (D/Q) (19)

Finalmente, reemplazando (17), (18) y (19) en (16), se tiene:

$$CT(r,Q) = (Q/2 + r - E(X)) Ca + D/Q\ Co + Cc\ \overline{C}(r)\ (D/Q) \quad (20)$$

La expresión del costo total anual promedio para el caso de pérdida de ventas, varía de la expresión de Costo Total Anual Promedio para el caso de ventas pendientes únicamente en la forma de calcular el nivel de seguridad que, para este caso se determina en términos del inventario físico.

$$IF(X,r) = \begin{cases} (r-X) & \text{si } X \le r \\ 0 & \text{si } X > r \end{cases}$$

El Nivel de Seguridad S es igual a

$$S = \int_0^{\infty} IF(X,r)\ f(X)\ dX = \int_0^{r} (r-X)\ f(X)\ dX$$

$$S = \int_0^{\infty} (r-X)\ f(X)\ dX - \int_r^{\infty} (r-X)\ f(X)\ dX$$

$$S = r - E(X) + \int_r^{\infty} (X-r)\ f(X)\ dX$$

$$S = r - E(X) + \overline{C}(r)$$

Por tanto,

(Costo Promedio Mantenimiento = (Q/2 + S)Ca
Inventario/año)

(Costo Promedio Mantenimiento = (Q/2 + r - E(X) + $\overline{C}(r)$)Ca (21)
Inventario/año)

(Costo Promedio de Pedir/año) = (D/Q) Co (22)

(Costo Promedio por Carencia/año) = (Cantidad Promedio de ventas Perdidas por Ciclo) * (Número Promedio de Ciclos/año) * (Costo de carencia/unidad/ciclo)

C(r) representa en este caso la cantidad promedio de ventas pérdidas por ciclo, por tanto,

(Costo Promedio por Carencia/año) = $\bar{C}(r)$ * (D/Q) Cc (23)

El Costo Total anual esperado para el caso de pérdida de ventas se obtiene al sumar las expresiones (21), (22), (23)

$$CT\ (r,Q) = (\ Q/2 + r - E(X) + \bar{C}(r)\ )Ca + (D/Q)Co + \bar{C}(r)(D/Q)Cc$$

Es decir,

$$CT\ (r,Q) = (\ Q/2 + r - E(X)\ )Ca + (D/Q)Co + \bar{C}(r)\ (Ca + (D/Q)Cc\ ) \quad (24)$$

DETERMINACION DE LOS VALORES OPTIMOS DE Q y r

En esta sección determinaremos los valores óptimos de Q y r que minimizan CT(r,Q) para los casos ventas pendientes y pérdida de ventas.

El primer paso será derivar parcialmente las expresiones (20) y

(24) con respecto a Q y con respecto a r (Tomando en cuenta que las dos funciones CT(r,Q) son convexas) 1/

Derivando parcialmente a (20) con respecto a Q se tiene:

$$dCT(r,Q)/dQ = Ca/2 - D\ Co\ /\ Q^2 - Cc\ \bar{C}(r)\ D\ /\ Q^2 = 0 \tag{25}$$

Derivando parcialmente a (20) con respecto a r y teniendo en cuenta que:

$$\bar{C}(r) = \int_r^\infty (X-r)\ f(X)\ dX = \int_r^\infty X\ f(X)\ dX - r \int_r^\infty f(X)\ dX$$

$$\bar{C}(r) = \int_r^\infty X\ f(X)\ dX - r\ [\ 1 - F(r)\ ]$$

Donde $F(r) = P\ (\ X \leq r\ )$

Se tiene

$$dCT(r,Q)\ /\ dr = Ca + Cc\ (D/Q)\ [\ -rf(r) - 1 + rf(r) + F(r)\ ]$$

$$dCT(r,Q)/dr = Ca - Cc\ (D/Q) \int_r^\infty f(X)\ dX = 0 \tag{26}$$

Resolviendo (25) y (26) se obtiene

$$Q^* = \sqrt{2D\ [\ Co + Cc\ \bar{C}(r^*)\ ]\ /\ Ca} \tag{27}$$

$$\int_{r^*}^\infty f(X)\ dX = (Ca\ Q^*)\ /\ (Cc\ D) \tag{28}$$

1/ La prueba detallada se desarrolla en el ejercicio 4.5 a 4.8 del libro Analisys of Inventory Systems. G. Hadley, T. M. Whithin

En forma análoga, derivando parcialmente a (24) con respecto a Q se tiene:

$$dCT(r,Q)/dQ = Ca/2 - D\ Co/Q^2 - D\ Cc\ \bar{C}(r)/Q^2 = 0 \quad (29)$$

Derivando parcialmente a (24) con respecto a r y teniendo en cuenta que

$$\bar{C}(r) = \int_r^{\infty} X\ f(X)\ dX - r\ [\ 1 - F(r)\ ]$$

Se tiene

$$dCT(r,Q)/dr = Ca + (\ Ca + D/Q\ Cc\ )\ d/dr\ (\bar{C}(r))$$

$$dCT(r,Q)/dr = Ca - (\ Ca + D/Q\ Cc\ )\ \left(\int_r^{\infty} f(X)\ dX \right) = 0 \quad (30)$$

Resolviendo (29) y (30) se obtiene

$$Q^* = \sqrt{2D\ (\ Co + Cc\ \ \bar{C}(r^*)\ )\ /\ Ca} \qquad (31)$$

$$\int_{r^*}^{\infty} f(X)\ dX = (Ca\ \ Q^*)\ /\ (Cc\ D + Ca\ Q^*) \qquad (32)$$

Para dar solución a los sistemas de ecuaciones (27) y (28) ó (31) y (32) se hará uso de un procedimiento numérico, el cual se presentará en primera instancia en forma gráfica con el objeto de probar su convergencia.

El análisis se hará para el caso de ventas pendientes, pero es aplicable en igual forma al caso de pérdida de ventas.

Para presentar el esquema es necesario trazar las curvas descritas por las ecuaciones (27) y (28) en un plano Qr. Para lograrlo se debe tener en cuenta lo siguiente:

SI $r = 0$

$$\bar{C}(0) = \int_0^{\infty} X\, f(X)\, dX = E(X)$$

Entonces la expresión (27) es igual a

$$Q = Q_M = \sqrt{2D\,[\,Co + Cc\,E(X)\,]\,/\,Ca} > Q_w$$

Donde Q_w es igual a la cantidad a pedir en el modelo clásico cantidad económica de pedido (CEP), comúnmente conocida como " Q de Wilson ".

SI $r = \infty$

$$\bar{C}(\infty) = 0$$

Entonces la expresión (27) es igual a

$$Q = \sqrt{2DCo\,/\,Ca} = Q_w$$

Al tomar la derivada de la expresión (27) con respecto a r se obtiene

$$dQ/dr = -\,2\,D\,Cc\,Ca\int_r^{\infty} f(X)\,dX \,/\,[2\,Ca^2\,\sqrt{2\,D[Co + Cc\,\bar{C}(r)]/Ca}]$$

$$dQ/dr = -\,D\,Cc\int_r^{\infty} f(X)dX \,/\, \sqrt{2\,D\,Ca\,[Co + Cc\,\bar{C}(r)]} < 0\ ,\ r\in(0,\infty)$$

En la expresión (28) si $Q \to 0$, entonces

$$\int_r^{\infty} f(X)\,dX = 0\ ,\ \text{implicando}\ r \to \infty$$

Y cuando $Q = Cc\,D\,/\,Ca$ se tiene que

$$\int_r^{\infty} f(X)\,dX = 1\ ,\ \text{implicando}\ r = 0 \qquad (33)$$

Al derivar a Q con respecto a r en la expresión (28) se obtiene $dQ/dr = - Cc\ D\ f(r) \ /\ Ca \quad < 0 \quad , r \in (0, \infty)$

Al ser $Q_M > Q_w$, si se logra verificar por (33) que

$$Cc\ D \ /\ Ca \geq Q_M$$

El sistema de ecuaciones (27) y (28) tiene solución debido a que CT(Q,r) es convexa.

Si $Q_M > Cc\ D\ /\ Ca$ entonces el sistema formado por (27) y (28) no tiene solución. Gráficamente esto significa que las curvas asociadas no tienen punto en común.

La figura 10 presenta las curvas descritas por las ecuaciones (27) y (28).

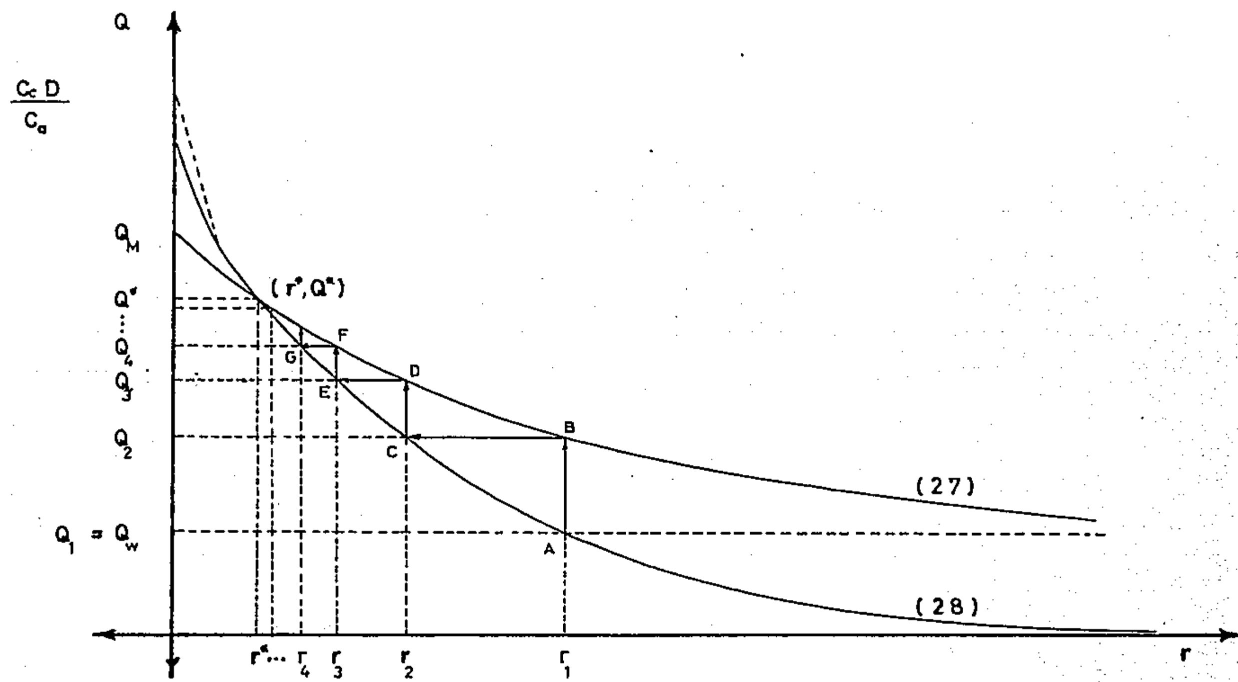


fig.10 Representación Gráfica del Sistema de Ecuaciones (27) y (28).

DESCRIPCION DEL PROCEDIMIENTO NUMERICO A EMPLEAR

Este procedimiento comienza tomando como valor inicial a la Q de Wilson, ya que, $Q_M > Q_W$. Es decir, $Q_1 = Q_W$.

Se sustituye el valor de Q_1 en (28), para encontrar el primer valor de r, es decir, r_1.

En la figura 10 la posición adquirida es el punto A.
El valor r_1 se sustituye en (27) para encontrar a Q_2.
En la figura 10 la nueva posición es el punto B.
El valor de Q_2 se sustituye en (28) para encontrar el valor de r_2.
En la figura 10 se ha alcanzado el punto C.

El proceso se repite y los desplazamientos se suceden hacia los puntos D, E, F, G,..., hasta aproximarse al punto (r^*,Q^*) tanto como se quiera.

El procedimiento se da por terminado cuando dos valores consecutivos de cualquiera de las variables Q, r ó CT(r,Q) varíe en menos de una pequeña cantidad ϵ pre-establecida.

Este procedimiento requiere del uso de dos métodos numéricos que permitan:

- A partir del valor de Q_i, i=1,2,..., obtener el valor de

r_i, $i = 1, 2, \ldots$, tal que, la integral indicada en la ecuación (28), con límite inferior igual a r_i, tome el valor de $Ca\ Q_i\ /\ Cc\ D$ $i = 1, 2, \ldots$. Para lograrlo se acotará el valor de r a un intervalo, el cual se reducirá tanto como se quiera mediante el método de búsqueda de Fibonacci.

- Obtener el valor de las integrales requeridas.

PROCEDIMIENTO PARA BUSCAR EL PUNTO DE REORDEN

Este procedimiento se desarrolla en 2 etapas. La primera permite reducir los posibles valores de r a los contenidos en un intervalo de longitud $\Delta > 0$. La segunda etapa reduce el intervalo tanto como se desee mediante el método para búsqueda de Fibonacci.

ETAPA I

Se propone un valor inicial arbitrario para r, denotado con Ao. Se evalúa la integral

$$\int_{Ao}^{\infty} f(X)\, dX$$

Se compara el valor de la integral con la constante CaQ_1/CcD
Si el valor de la integral es mayor que la constante CaQ_1/CcD se incrementa el valor de Ao en una cantidad Δ hasta que el valor de la integral sea menor o igual a la constante CaQ_1/CcD

Si el valor de la integral es menor que la constante $Ca\, Q_1/CcD$ se decrementa el valor de Ao en una cantidad Δ hasta que el valor de la integral sea mayor o igual a la constante CaQ_1/CcD

El valor de r se puede acotar mediante este procedimiento a un intervalo de longitud Δ gracias al hecho de que la función

$$INT\ (r) = \int_{r}^{\infty} f(X)\, dX$$

Es Monótona no Creciente.

La figura 11 muestra la forma que tiene la función INT(r) y la primera etapa de este procedimiento.

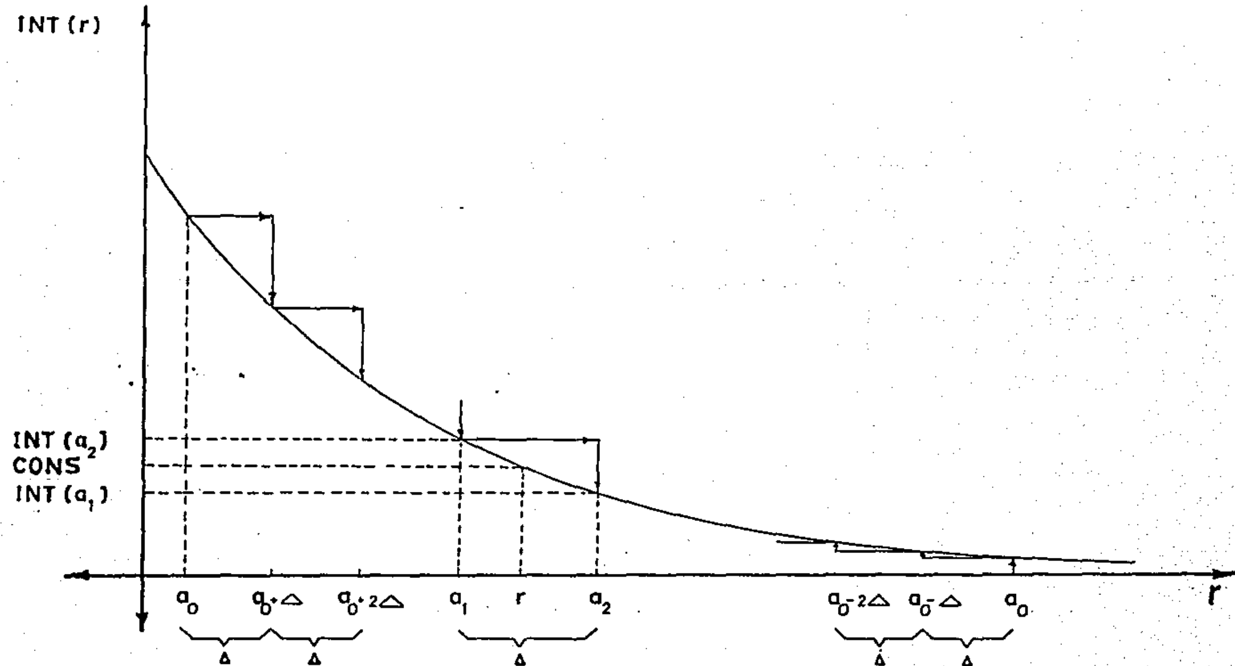


fig.11 Etapa 1 en la búsqueda de r.

ETAPA II

En esta etapa se busca reducir el intervalo de amplitud Δ obtenido en la Etapa I hasta el momento en que la diferencia de dos valores consecutivos de r sea tan pequeña como se quiera. El procedimiento a emplear es búsqueda de Fibonacci.

Este procedimiento hace uso de los números de Fibonacci, definidos como:

$F_0 = 0$

$F_1 = 1$

$F_k = F_{k-2} + F_{k-1}$ para $k \geq 2$

Si el intervalo de longitud Δ obtenido en la Etapa I es (I_1, D_1), una reducción se obtiene a partir de los dos siguientes números:

$$X^1j = I_j + [F_{n-j} / F_{n+2-j}] [D_j - I_j]$$

$$X^2j = I_j + [F_{n+1-j} / F_{n+2-j}] [D_j - I_j]$$

Donde

X^1j Representa el Limite inferior del intervalo en la iteración j.

X^2j Representa el Limite superior del intervalo en la iteración j.

n Es un valor pre-determinado a partir del error admitido. La forma de obtenerlo es la siguiente:

Si se desea que el valor de r se encuentre en un intervalo cuya amplitud sea de máximo L unidades, el valor de n será aquel que permita que se cumpla

$$1 / F_{n+1} < L / \Delta < 1/ F_n$$

Después de n evaluaciones de la función $INT\ (r) = \int_{r}^{\infty} f(X)dX$

la longitud del intervalo que contiene a r está dada por:

$D_n - I_n = [(D_1 - I_1) / F_{n+1}] + \delta \qquad \delta > 0$

De donde

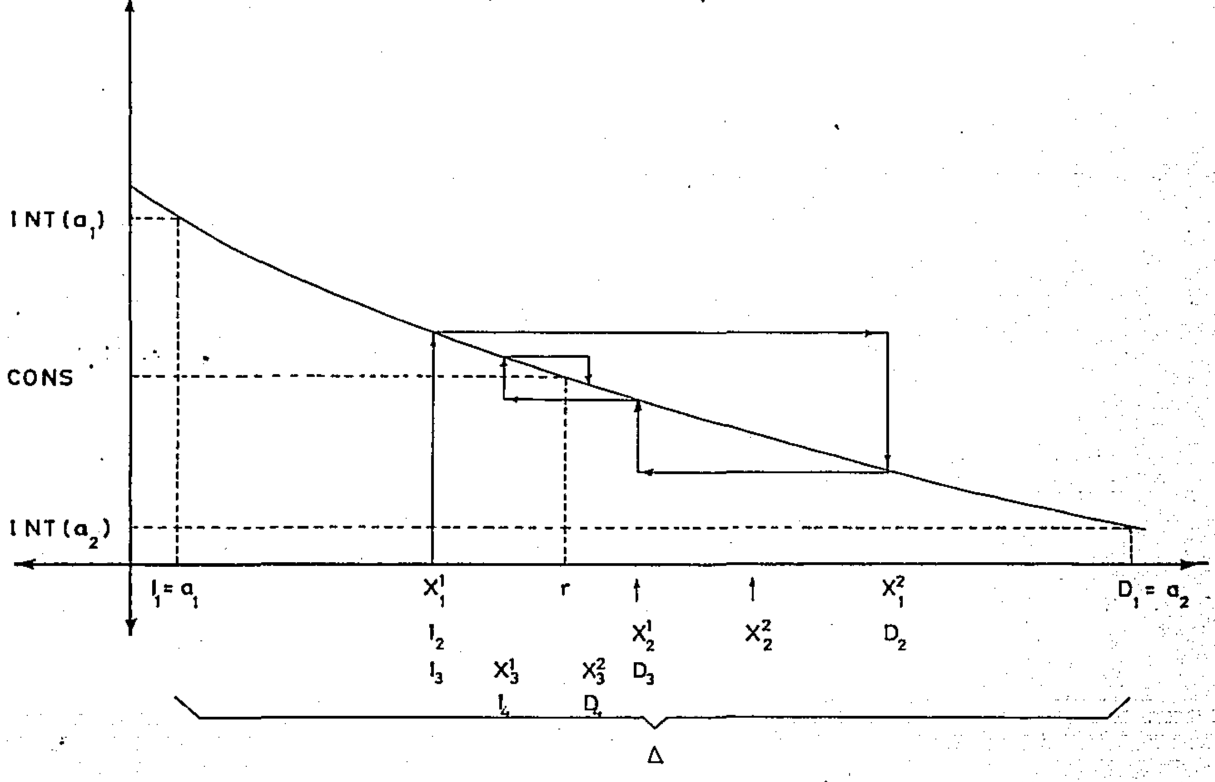
$[D_n - I_n] / [D_1 - I_1] \qquad 1 / F_{n+1}$

Es decir, la longitud del n-esimo intervalo será aproximadamente igual a $1/F_{n+1}$ veces la longitud del intervalo inicial.

Cabe hacer notar que si se hacen n evaluaciones de la función INT (X), se harán n-1 reducciones del intervalo y por tanto se obtendrán n-1 iteraciones.

La figura 12 muestra la Etapa II en la que se reduce el intervalo de amplitud Δ que contiene el valor de r mediante el método de búsqueda de Fibonacci.

fig.12 Etapa 2 en la búsqueda de r.



ALGORITMO PARA BUSCAR EL PUNTO DE REORDEN

ETAPA I

(0) $Ao = A$, $CONS = Ca\ Q_1 / Cc\ D$

(1) Calcular

$$INT\ (A) = \int_{A}^{\infty} f(X)\ dX$$

(2)

- Si $INT\ (A) = CONS$, $r = A$, ir a (11)
- Si $INT\ (A) > CONS$ e $INT\ (A - \Delta) > CONS$
  $A = A + \Delta$, ir a (1)
- Si $INT\ (A) < CONS$ e $INT\ (A - \Delta) > CONS$, ir a (3)
- Si $INT\ (A) < CONS$ e $INT\ (A + \Delta) < CONS$
  $A = A - \Delta$, ir a (1)
- SI $INT\ (A) > CONS$ e $INT\ (A + \Delta) < CONS$, ir a (3a)

(3) $j = 1$
$I_j = A - \Delta$
$D_j = A$ ir a (4)

(3a) $j = 1$
$I_j = A$
$D_j = A + \Delta$, ir a (4)

ETAPA II (Búsqueda de Fibonacci)

(4) Calcular n tal que

$$1 / F_{n+1} < L / \Delta < 1 / F_n$$

(5) $X^1 j = I_j + [F_{n-j} / F_{n+2-j}] [D_j - I_j]$

$X^2 j = I_j + [F_{n+1-j} / F_{n+2-j}] [D_j - I_j]$

- Si $j = n - 1$, $r = X^1 j$, ir a (11)
- Si $j < n - 1$, ir a (6)

(6)
- Si INT ($X^1 j$) = CONS , $r = X^1 j$, ir a (11)
- Si INT ($X^1 j$) > CONS , ir a (8)
- Si INT ($X^1 j$) < CONS , ir a (7)

(7) $j = j + 1$

$I_j = I_{j-1}$

$D_j = X1_{j-1}$, ir a (5)

(8)
- Si INT ($X^2{}_j$) = CONS , $r = X^2{}_j$, ir a (11)
- Si INT ($X^2{}_j$) > CONS , ir a (9)
- Si INT ($X^2{}_j$) < CONS , ir a (10)

(9) $j = j + 1$

$I_j = X^2{}_{j-1}$

$D_j = D_{j-1}$, ir a (5)

(10) $j = j + 1$

$I_j = X1_{j-1}$

$D_j = X2_{j-1}$, ir a (5)

(11) ALTO

PROCEDIMIENTO PARA OBTENER LAS INTEGRALES

Las integrales a resolver son de los tipos

$$\int_r^{\infty} f(X)\, dX \qquad \text{ó} \qquad \int_r^{\infty} (X - r)\, f(X)\, dX$$

Las cuales son equivalentes a las siguientes integrales:

$$\int_r^{\infty} f(X)\, dX = 1 - \int_0^r f(X)\, dX$$

$$\int_r^{\infty} (X - r)\, f(X)\, dX = E(X) - r - \int_0^r (X - r)\, f(X)\, dX$$

Y serán evaluadas mediante la regla de Simpson, que consiste en conectar grupos sucesivos de tres puntos sobre la curva mediante parábolas de segundo grado, y sumar las áreas bajo las parábolas para obtener el área aproximada bajo la curva.

MODELO < R , T >

Este modelo pertenece al grupo de modelos de revisión periódica. Consiste en hacer un pedido al momento de realizar una revisión, por una cantidad tal que la posición de inventario alcance un nivel "R" inmediatamente después de efectuar el pedido.

En este modelo se busca optimizar el tiempo entre revisiones "T" y el nivel al que se debe llegar al hacer un pedido "R".

El modelo trata tanto el caso pérdida de ventas como el de retraso de ventas. Las figuras 13 y 14 muestran las variaciones del nivel de inventarios para cada uno de estos casos.

Cabe aclarar, que en este modelo siempre que se hace una revisión se efectúa un pedido por una cantidad diferente cada vez que se realiza, dado que se busca que la posición del inventario sea R inmediatamente después de efectuar un pedido.

Los supuestos que se efectúan son los siguientes:

1. El costo de hacer una revisión (Cr) es independiente de las variables R y T.
2. El costo unitario de los artículos (C) es constante, esto es, independiente de la cantidad ordenada.
3. El retraso de ventas se presenta en cantidades tales que una orden puede satisfacerlas.

4. El costo de incurrir en un retraso de ventas es independiente del lapso de tiempo en el cual existen retrasos de ventas.
5. Las órdenes se reciben en la misma secuencia en que fueron ordenadas.

Este modelo presenta las siguientes ventajas: Su cómputo es sencillo en comparación con otros modelos y frecuentemente en el mundo real, los costos de revisión son muy elevados comparados con los costos de ordenar, haciéndose conveniente el uso de este modelo ya que siempre que se hace una revisión se efectúa un pedido.

Las variables y parámetros empleados a lo largo del estudio de este modelo se definen en la siguiente forma:

R	Nivel Máximo de la Posición del Inventario.
T	Tiempo que transcurre entre dos revisiones consecutivas.
Cr	Costo de hacer una revisión.
Co	Costo de colocar una orden.
C	Costo unitario de los artículos.
π	Costo por faltante.
I	Porcentaje del costo unitario que representa el costo anual de mantener una unidad en inventario.
τ	Tiempo que transcurre entre la colocación de una orden y la llegada de la misma.

γ	Tasa media de demanda.
$f(X,t)$	Función de densidad de probabilidad de la demanda X en un intervalo de tiempo t.
$g(\tau)$	Función de densidad de probabilidad del tiempo de espera τ.
μ	Demanda durante el tiempo de espera.
$CT(R,T)$	Costo total anual promedio.

fig. 13 Perfil del Inventario del Modelo [R, T] para el caso pérdida de ventas.

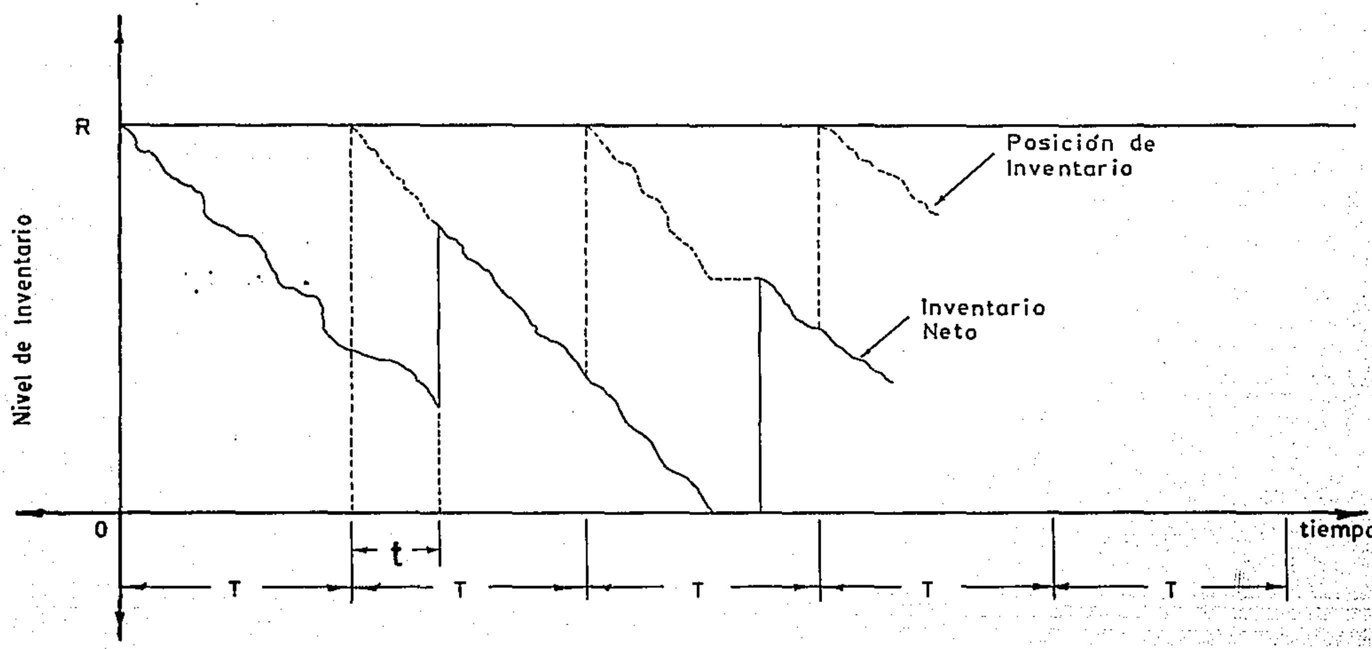
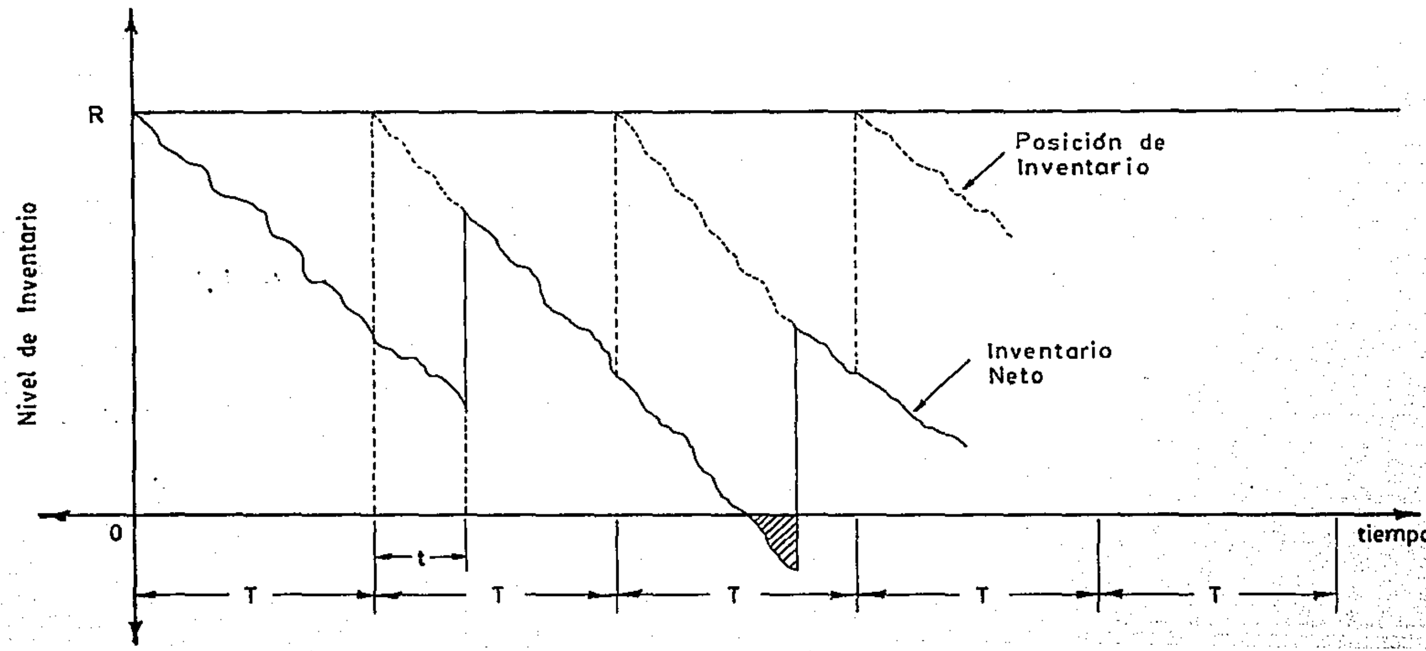


fig.14 Perfil del Inventario del Modelo [R, T] para el caso de ventas pendientes.



FORMULACION DEL MODELO

I CASO: VENTAS PENDIENTES

La expresión del costo total anual promedio para el caso de ventas pendientes es:

(Costo Total Promedio por año) = (Costo por efectuar revisiones/año) +

(Costo de Pedir/año) +

(Costo Promedio anual por mantener inventario) +

(Costo anual por aceptar órdenes pendientes)

Considerando cada uno de los componentes del costo total se tiene:

(Costo por efectuar revisiones/año) = (Costo de hacer una revisión) * (Nº de revisiones al año)

(Costo por efectuar revisiones/año) = Cr (1/T)

(Costo de Pedir/año) = (Número de periodos/año) (Costo/pedir)

(Costo de Pedir/año) = (1 / T) Co

(Costo Promedio Mantenimiento inventario por año) = (Inventario Neto Promedio por periodo) * (Costo de Mantener Inventario \$ / unidad / año)

Como el inventario neto promedio un instante antes de incorporar la orden al inventario es $R - \gamma T - \mu$ y un instante después de incorporarla es $R - \mu$. El Inventario Neto Promedio por periodo y por tanto por año es:

(Inventario Neto Promedio por periodo) = $1/2 \, [(R - \gamma T - \mu) + (R - \mu)] =$

$$R - \mu - \gamma T/2$$

(Costo Promedio Mantenimiento inventario por año) = $(R - \mu - \gamma T/2) IC$

(Costo anual por aceptar Ordenes pendientes) = (Número Promedio de Ventas pendientes/periodo) * (Número de Periodos/año) * (Costo por Ventas Pendientes)

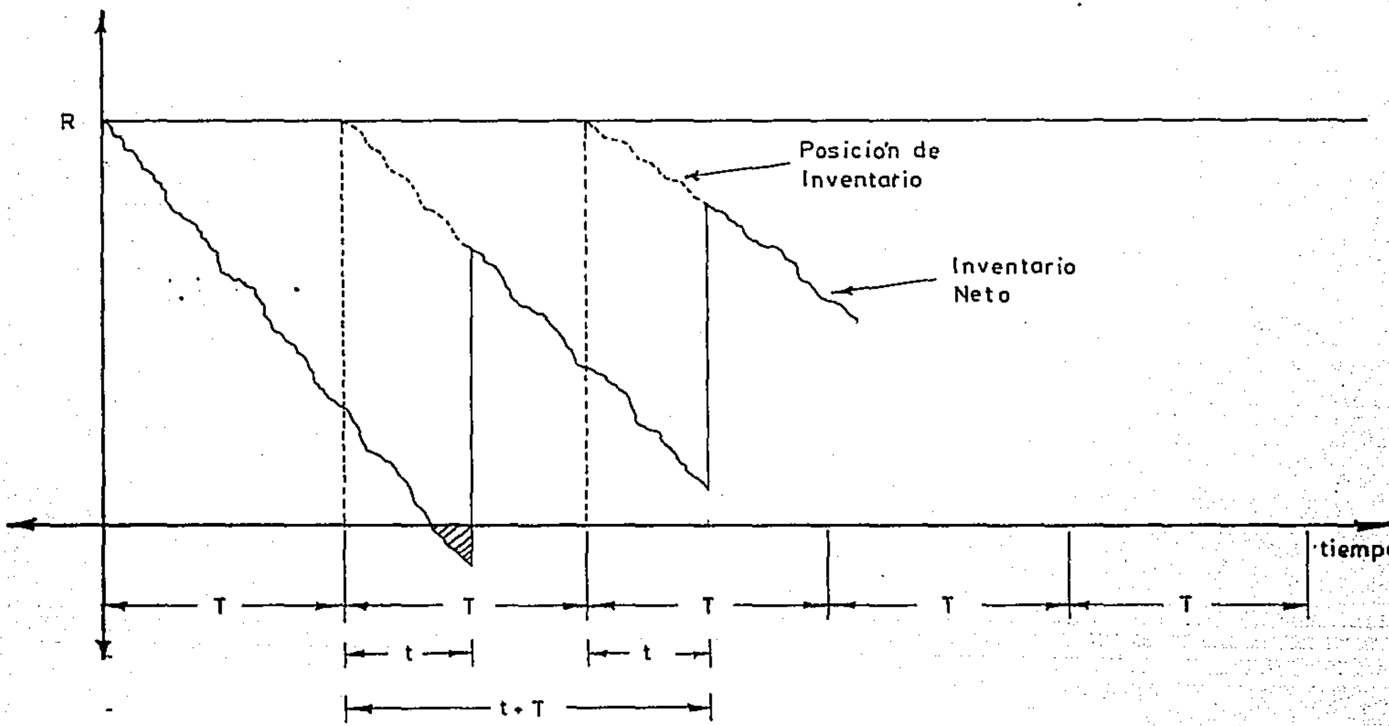
CALCULO DEL NUMERO PROMEDIO DE VENTAS PENDIENTES/PERIODO

Se presentan dos casos:

1.- El tiempo de envío es constante.

La figura 15 presenta el perfil del inventario para el modelo <R,T> en el caso de ventas pendientes cuando el tiempo de envío es constante. Dicha figura servirá de base para determinar el número promedio de ventas pendientes por período.

fig.15 Tiempo t de envio es constante.



En el tiempo t se efectúa un pedido, el cual llega en $t + \tau$.

Se busca determinar el número promedio de ventas pendientes durante el tiempo $t + \tau$ y $t + \tau + T$.

Se presentan ventas pendientes si y sólo sí la demanda en el período $\tau + T$ excede a R.

De aquí, se obtiene que el número de ventas pendientes incurridas entre $t + \tau$ y $t + \tau + T$ es:

$$\int_{R}^{\infty} (X - R) \quad f (X, \tau + T) \, dX$$

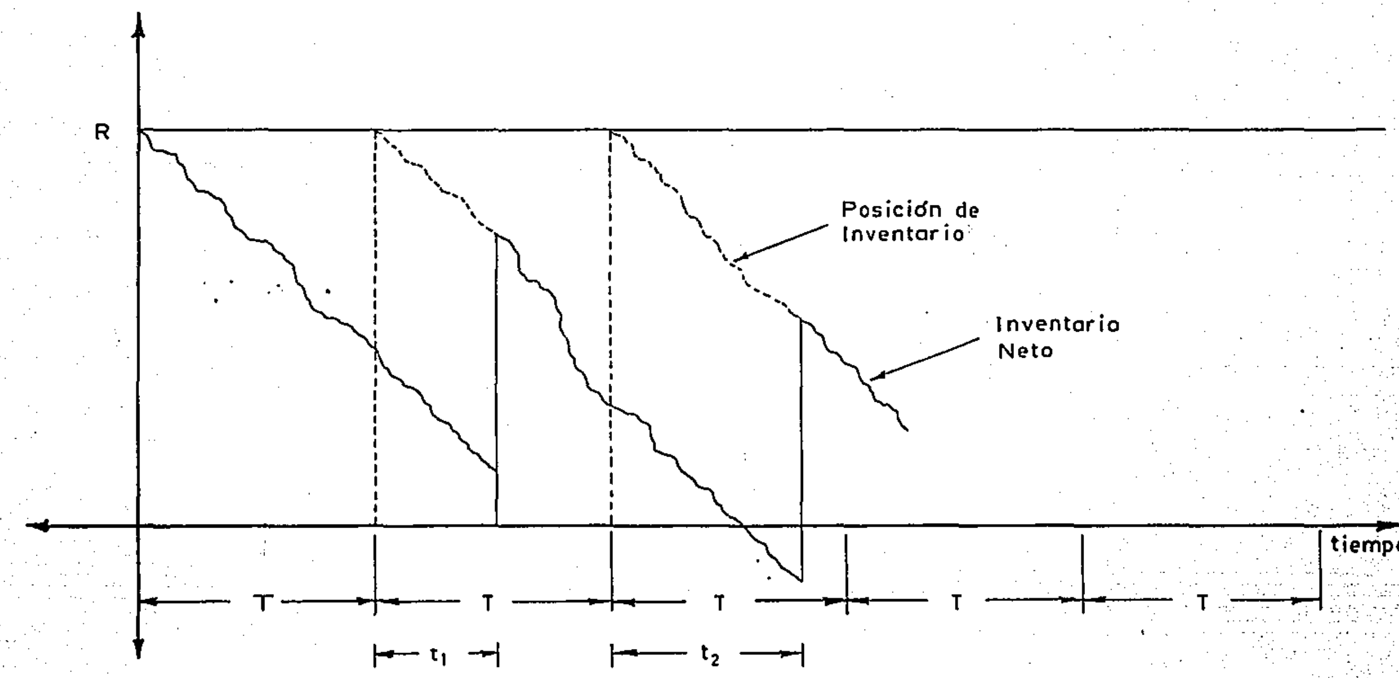
Se toma un tiempo de espera más un período debido ha que se puede incurrir en un retraso de ventas antes de hacer la siguiente revisión.

2.- El tiempo de envío es variable.

En este caso τ es una variable aleatoria con función de densidad de probabilidad $g(\tau)$ y cuyos posibles valores se encuentran entre τ_{min} y τ_{max}.

La figura 16 presenta el perfil del inventario del modelo <R,T> para el caso de ventas pendientes cuando el tiempo de envío es variable.

fig.16 Tiempo t de envio es variable.



Se presenta retraso de ventas si:

$$\text{RETRASO DE VENTAS} = \begin{cases} (X - R) & \text{si} \quad X \geq R \quad \text{en} \quad \tau_2 + T \\ 0 & \text{si} \quad X < R \quad \text{en} \quad \tau_2 + T \end{cases}$$

Por tanto, el número esperado de ventas pendientes será:

$$\int_{R}^{\infty} (X - R)\, f(X, \tau_2 + T)\, dX$$

Si τ_1 y τ_2 son los tiempos que transcurren entre la colocación y arrivo de dos órdenes consecutivas, entonces, el promedio de ventas pendientes por período es

$$\int_{\tau min}^{\tau max} \int_{\tau min}^{\tau max} \int_{R}^{\infty} (X-R)\, f(X,\tau_2+T)\, g(\tau_2) g(\tau_1)\, dX\, d\tau_2\, d\tau_1$$

Pero:

$$\int_{\tau min}^{\tau max} g(\tau_1)\, d\tau_1 = 1$$

Entonces, el promedio de ventas pendientes por período es:

$$\int_{\tau min}^{\tau max} \int_{R}^{\infty} (X-R)\, f(X, \tau_2 + T)\, g(\tau_2)\, dX\, d\tau_2$$

$$= \int_{R}^{\infty} (X - R)\, h(X, T)\, dX$$

Donde

$$h(X\ ,\ T) = \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} f(\ X, \tau_z + T\ )\ \ g\ (\tau_z)\ d\tau_z$$

Cálculo del Número Promedio de Ventas Pendientes por año

- Si el tiempo de envio es constante.

(Número Promedio de Ventas Pendientes / año) = (Número Promedio de Ventas Pendientes / Periodo) * (Número de Periodos/año)

$$\text{(Número Promedio de Ventas Pendientes / año)} = 1/T \int_{R}^{\infty} (X-R)\ f(X, \tau+T)\ dX \qquad (34)$$

- Si el tiempo de envío es variable

(Número Promedio de Ventas Pendientes / año) = (Número Promedio de Ventas Pendientes / Periodo) * (Número de Periodos / año)

$$\text{(Número Promedio de Ventas Pendientes / año)} = 1/T \int_{R}^{\infty} (\ X-R\ )\ h(\ X,T\ )\ dX$$

Donde,

$$h(\ X,T\ ) = \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} f\ (X, \tau_z+T)\ \ g\ (\tau_z)\ d\tau_z \qquad (35)$$

de (34) y (35) se obtiene que en general, el Número Promedio de Ventas Pendientes por año será:

$$\left(\begin{array}{l}\text{Número Promedio de Ventas}\\ \text{Pendientes / año}\end{array}\right) = 1/T \int_{R}^{\infty} (\, X-R \,)\, h(\, X,T \,)\, dX$$

Donde,

$$h(\, X,T \,) = \begin{cases} f(\, X,\tau+T \,) & \text{si } \tau \text{ es constante} \\ \displaystyle\int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} f(\, X,\tau_x+T \,)\, g(\, \tau_x \,)\, d\tau_x & \text{si } \tau \text{ es una v.a} \end{cases}$$

Por lo tanto,

$$\left(\begin{array}{l}\text{Costo Anual por Aceptar}\\ \text{Ordenes Pendientes}\end{array}\right) = \left(\begin{array}{l}\text{Número Promedio de Ventas}\\ \text{Pendientes / año}\end{array}\right) * \left(\text{Costo por Ventas Pendientes}\right)$$

$$\left(\begin{array}{l}\text{Costo Anual por Aceptar}\\ \text{Ordenes Pendientes}\end{array}\right) = \left[\, 1\,/T \int_{R}^{\infty} (\, X-R \,)\, h(\, X,T \,)\, dX \,\right] \pi$$

La expresión del Costo Total Anual Promedio para el caso de ventas pendientes es:

$$CT(R,T) = Cr\,(\, 1/T \,) + Co\,(\, 1/T \,) + (\, R-\mu-\gamma\, T/2 \,)\, IC +$$

$$\pi \left[\, 1/T \int_{R}^{\infty} (X-R)\, h(X,T)\, dX \,\right] \qquad (36)$$

DETERMINACION DE LOS VALORES OPTIMOS DE R y T

En esta sección determinaremos los valores óptimos de R y T que minimizan CT(R,T) para el caso de ventas pendientes.

El primer paso será derivar parcialmente la expresión (36) con respecto a R y T e igualarlas a cero.

$$dCT(R,T)/dR = IC + d/dR \{ \pi/T [\int_{R}^{\infty} X\, h(X,T)dX - R \int_{R}^{\infty} h(X,T)\, dX]\}$$

$$dCT(R,T)/dR = IC + d/dR \{ \pi/T [G(X) \Big|_{R}^{\infty} - R\, H(X) \Big|_{R}^{\infty}] \}$$

$$dCT(R,T)/dR = IC + d/dR \{ \pi/T [G(\infty) - G(R) - R (H(\infty) - H(R))]\}$$

$$dCT(R,T)/dR = IC + \pi/T \{-R\, h(R,T) - [R (-h(R,T)) + (H(\infty) - H(R))]\}$$

$$dCT(R,T)/dR = IC + \pi/T \{-R\, h(R,T) + R\, h(R,T) - H(\infty) + H(R) \}$$

$$dCT(R,T)/dR = IC + \pi/T \{ - H(X) \Big|_{R}^{\infty} \}$$

$$dCT(R,T)/dR = IC - \pi/T \int_{R}^{\infty} h(X,T)\, dX = 0$$

$$IC = \pi / T [H(R,T)]$$

Donde

$$H(R,T) = \int_{R}^{\infty} h(X,T)\, dX$$ Función Acumulada Complementaria de h(X,T)

Por tanto,

$$H\ (R,T) = ICT\ /\ \pi \qquad (37)$$

(Dado un valor de T podemos hallar el valor de R que le corresponde)

$$dCT(R,T)/dT = -Cr/T^2 - Co/T^2 - \gamma IC/2 + \pi/T\ d/dT \int_R^\infty (X-R)h(X,T)dX$$

$$- \pi/T^2 \int_R^\infty (X-R)\ h(X,T)\ dX\ =\ 0$$

$$-Cr/T^2 - Co/T^2 - \gamma IC/2 + \pi/T\ [d/dT[F(X)\big|_R^\infty]] - \pi/T^2 \int_R^\infty (X-R)h(X,T)dX = 0$$

$$-Cr/T^2 - Co/T^2 - \gamma IC/2 - \pi/T\ \{ 1/T \int_R^\infty (X-R)\ h\ (X,T)\ dX\ \} = 0$$

$$-Cr/T^2 - Co/T^2 - \pi/T\ \{1/T \int_R^\infty (X-R)\ h(X,T)\ dX\ \} = \gamma IC/2 \qquad (38)$$

II CASO: PERDIDA DE VENTAS

La expresión del Costo Total Anual Promedio para el caso de ventas perdidas es:

(Costo Total Promedio por año) = (Costo por Efectuar revisiones/año) + (Costo de Pedir por año) + (Costo Promedio Anual por mantener inventarios)

Con respecto al caso de Ventas Pendientes, el único costo que sufre cambios es el costo por concepto de mantener inventarios.

CALCULO DEL COSTO PROMEDIO ANUAL POR MANTENER INVENTARIOS

El inventario que se posee justo antes de que llegue una orden (Inventario de Seguridad) es

$$R - \mu - \gamma T + \int_{R}^{\infty} (X - R)\, h(X,T)\, dX$$

Donde,

$$h(X,T) = \begin{cases} f(X,\tau + T) & \text{si } \tau \text{ es constante} \\ \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} f(X,\tau_a+T)\, g(\tau_a)\, d\tau_a & \text{si } \tau \text{ es una v.a.} \end{cases}$$

El inventario en el momento de la llegada del pedido es:

$$R - \mu + \int_{R}^{\infty} (X-R)\, h(X,T)\, dX$$

Por lo tanto, el costo anual promedio de mantener el inventario es;

$$\begin{pmatrix}\text{Costo Promedio Anual}\\ \text{Mantener Inventarios}\end{pmatrix} = IC/2[\, R - \mu - \gamma T + \int_{R}^{\infty}(X-R)h(X,T)dX$$

$$+ R - \mu + \int_{R}^{\infty}(X-R)h(X,T)dX \,]$$

$$\begin{pmatrix}\text{Costo Promedio Anual}\\ \text{Mantener Inventarios}\end{pmatrix} = IC\,[\, R - \mu - \gamma T/2 + \int_{R}^{\infty}(X-R)h(X,T)dX \,]$$

La expresión del Costo Total Anual Promedio para el caso de ventas perdidas es:

$$CT(R,T) = Cr(1/T) + Co(1/T) + IC\,[R - \mu - \gamma T/2 + \int_{R}^{\infty}(X-R)h(X,T)dX] +$$

$$\pi/T \int_{R}^{\infty}(X-R)\; h(X,T)\; dX$$

Es decir,

$$CT(R,T) = Cr(1/T) + Co(1/T) + IC(R-\mu-\gamma T/2) + (IC+\pi/T)\int_{R}^{\infty}(X-R)h(X,T)dX \qquad (39)$$

DETERMINACION DE LOS VALORES OPTIMOS

Para determinar los valores de R y T que minimizan CT(R,T) se deriva la expresión (39) con respecto a R y T y se iguala cada derivada a cero.

$$dCT(R,T)/dR = IC + (IC+\pi/T)\ d/dR\ \left[\int_R^{\infty} X h(X,T)dX - R \int_R^{\infty} h(X,T)dX \right]$$

$$dCT(R,T)/dR = IC + (IC + \pi/T)\ d/dR\ \left[G(X) \Big|_R^{\infty} - R\ H(X) \Big|_R^{\infty} \right]$$

$$dCT(R,T)/dR = IC + (IC + \pi/T)\ d/dR[\ G(\infty) - G(R) - R(H(\infty) - H(R))]$$

$$dCT(R,T)/dR = IC + (IC + \pi/T)\ (-Rh(R,T) - H(\infty) + Rh(R,T) + H(R)\ )$$

$$dCT(R,T)/dR = IC + (IC + \pi/T)\ (\ H(R) - H(\infty)\ )$$

$$dCT(R,T)/dR = IC - (IC + \pi/T) \int_R^{\infty} h(X,T)\ dX$$

Sea $H(R,T) = \int_R^{\infty} h(X,T)\ dX$ Función acumulada Complementaria de $h(X,T)$

Se tiene

$$IC - (IC + \pi/T)\ H(R,T) = 0$$

$$H(R,T) = IC\ /\ (IC + \pi/T)$$

$$H(R,T) = ICT\ /\ ICT + \pi \qquad (40)$$

$$dCT(R,T)/dT = - Cr/T^2 - Co/T^2 - IC\gamma/2 + (IC + \pi/T)\ *$$

$$d/dT \int_R^{\infty} (X-R)\ h(X,T)\ dX - \pi/T^2 \int_R^{\infty} (X-R)h(X,T)dX$$

$$-Cr/T^2 - Co/T^2 - IC\gamma/2 - \pi/T\ (\ 1/T \int_R^{\infty} (X-R)\ h(X,T)\ dX\ ) = 0$$

$$-Cr/T^2 - Co/T^2 - \pi/T\ (\ 1/T \int_R^{\infty} (X-R)\ h(X,T)\ dX\ ) = IC\gamma/2 \qquad (41)$$

DESCRIPCION DEL PROCEDIMIENTO NUMERICO A EMPLEAR

Para dar solución a los sistemas de ecuaciones (37) y (38) ó (40) y (41) se hará uso del siguiente procedimiento:

1. Se toma un valor cualquiera de R (R_o) que servirá como punto de partida en la búsqueda de R óptimo.

2. Se solicita un valor mínimo y un valor máximo para T. Asimismo, se pide un valor delta de T.

3. Con base en el valor minimo de T (T_{min}), el valor de R_o dado en el paso 1 y los costo C,I y π se calcula el valor de H(R,T) en la forma siguiente:

   $H(R,T) = ICT_{min}/\pi$ (Caso Ventas Pendientes)

   $H(R,T) = ICT_{min}/ICT_{min} + \pi$ (Caso Pérdida de Ventas)

4. Se evalua la integral

$$\int_{R_o}^{\infty} h\,(X,T)dX$$

5. Se compara el valor de la integral con la constante ICT_{min}/π para el caso de ventas pendientes o con la constante $ICT_{min}/ICT_{min} + \pi$ para el caso pérdida de ventas.

Si el valor de la integral es mayor que el valor de la constante se incrementa el valor de R_o en una cantidad β hasta que el valor de la integral sea menor o igual a la constante.

Si el valor de la integral es menor que la constante se decrementa el valor de R_o en una cantidad β hasta que el valor de la integral sea mayor o igual a la constante.

6. Se reduce el intervalo de amplitud β en el que se encuentra el valor de R para el T_{min} dado mediante búsqueda binaria.

   Para el valor T_{min} y el valor R correspondiente se calcula el costo total.

7. Se incrementa el valor de T en una cantidad delta de T , se calcula el valor de R que le corresponde y se evalúa la ecuación de costo total.

8. El procedimiento se repite hasta encontrar el valor de R correspondiente al valor T_{max} y su correspondiente costo total.

9. Se Toman como óptimos los valor de R y T que proporcionen el mínimo costo total.

CAPITULO IV

PROGRAMAS POLITICAS < Q,R> Y <R,T>

En este capítulo se presenta el programa POLITICAQr y POLITICART, basados en los algoritmos presentados en el capítulo anterior y cuyo objetivo será el de encontrar los valores óptimos de Q, r para el modelo <Q,r> y los valores óptimos R y T para el modelo <R,T>.

PROGRAMA PARA LA POLITICA <Q,R>

Este Programa tiene por objeto obtener los valores óptimos de Q y r que minimicen CT(r,Q) para el caso ventas pendientes y pérdida de ventas. Esto es equivalente a determinar las soluciones a los dos sistemas de ecuaciones siguientes:

CASO DE VENTAS PENDIENTES

$$Q^* = \sqrt{2D\,[\,Co + Cc\ \ \overline{C}(r^*)\,]\,/\,Ca}$$

$$\int_{r^*}^{\infty} f(X)\, dX = Ca\ Q^* \,/\, Cc\ D$$

CASO DE VENTAS PERDIDAS

$$Q^* = \sqrt{2D \left[Co + Cc \ \overline{C}(r^*) \right] / Ca}$$

$$\int_{r^*}^{\infty} f(X)\, dX = Ca\, Q^* / Cc\, D + Ca\, Q^*$$

Para hacer posible la determinación de los valores óptimos de Q y r, se hace uso de dos algoritmos, ambos descritos en el capítulo anterior.

ESTRUCTURA DEL PROGRAMA

El nombre del programa es POLITICAQr, elaborado en PASCAL y compuesto por un programa principal, 6 funciones y 5 procedimientos.

El programa consta de las siguientes etapas:

ETAPA I

Esta etapa corresponde a la lectura de los datos de entrada, pedidos por pantalla.
Los datos solicitados son los siguientes:

ESP Variable que toma el valor de 1 si se conoce el valor de la esperanza de la demanda durante el tiempo de anticipación, y de 0 si se desconoce y se debe calcular.

BACKOR Variable que toma el valor de 1 si se acepta retraso de ventas y de 0 si no se acepta retraso de ventas.

Si ESP tomó el valor 1, solicita el valor de la esperanza de la demanda durante el tiempo de anticipación y lo denota por ESPER.

Si ESP tomó el valor de cero solicita:

1. Los valores de los límites de integración AA y BB donde:

   AA Representa el Menor valor de la demanda durante el tiempo de anticipación y es empleado como límite inferior de la integral con que se calcula el valor de ESPER.

   BB Representa el máximo valor que toma la demanda durante el tiempo de anticipación. Es empleado como límite superior de la integral con que se calcula el valor de ESPER.

2. El número de subintervalos que se emplearán para calcular a ESPER mediante Simpson.

   Este número de subintervalos se denota por NN1.

Co Costo de realizar un pedido ($/pedido)

Ca Costo Anual de mantener una unidad en inventario ($/unidad/año)

Cc Costo unitario de carencia por ciclo ($/unidad/ciclo)

D Demanda Anual Esperada (unidades/año)

EPSIL Precisión deseada en la obtención de la solución óptima

N2 Número de subintervalos que se emplearán al calcular integrales por el método de simpson que permitirán reducir los valores de r a los contenidos en un intervalo de longitud Δ.

DELTA Longitud del intervalo que contiene los posibles valores de r (sus límites son encontrados en la primera etapa de búsqueda del punto de reorden).

N3 Número de subintervalos que se emplearán al calcular integrales por el método de Simpson que permitirán reducir el intervalo de amplitud Δ en el que se encuentra r .

ET Error admitido en la aproximación al valor de r mediante el método de Fibonacci.

N4 Número de subintervalos que se emplearán al calcular $\overline{C}(r)$ mediante el método de Simpson.

NAUX Cantidad inicial y arbitraria de números de Fibonacci a calcular para llegar a la solución óptima.

Ao Valor arbitrario para r .

C Mínimo valor que toma la variable tiempo de entrega o tiempo de anticipación.

D1 Máximo valor que toma la variable tiempo de entrega o tiempo de anticipación.

g Distribución de probabilidad de la variable demanda durante tiempo de entrega.

Esta distribución podrá ser de los siguientes tipos:

- Binomial
- Geométrica
- Hipergeométrica
- Poisson
- Binomial Negativa
- Uniforme
- Normal
- Exponencial
- Gamma
- Ji-cuadrada
- Beta

h1 Distribución de probabilidad de la variable tiempo de entrega (Permite escoger entre las mismas opciones anteriores).

El programa principal llama al PROCEDIMIENTO PEDIRDAT el cual tiene por objeto pedir los parámetros de las distribuciones de probabilidad de las variables demanda durante el tiempo de entrega y tiempo de entrega.

ETAPA II

En esta etapa se calcula el valor de la esperanza en caso de que ésta se desconozca. Y se determina si el problema de inventarios en estudio tiene una única solución o no tiene solución.

Si existe solución única el programa principal ejecuta los siguientes cálculos:

1- Iniciar el conteo de las iteraciones a realizar mediante la variable ITER.

   Hace R[ITER] = 0, donde R[ITER] representa el punto de reorden en la iteración correspondiente.

   Hace S[ITER] = 0 , donde S[ITER] representa la cantidad de carencia esperada por ciclo.

   Calcula un valor inicial para Q , que corresponde a la Q de Wilson.

   $Q[ITER] = Q[1] = Q_w$

2- Llama al PROCEDIMIENTO NUMFIB el cual permite obtener los números de Fibonacci.

3- Llama al PROCEDIMIENTO CALCUN mediante el cual se determina el número de iteraciones requeridas para determinar a r.

4- Llama al PROCEDIMIENTO FIBONA en el cual se acota el valor de r a un intervalo de longitud π para posteriormente reducirlo tanto como se desee mediante el método de fibonacci.

5- Si |(R[ITER - 1)-R[ITER]| ≤ EPSIL , se ha encontrado la solución óptima.

En caso contrario se efectúa una nueva iteración.

ETAPA III

En esta última etapa se presentan los resultados del modelo iteración por iteración.

Para visualizar claramente los resultados que se obtienen en cada una de las iteraciones, se presenta una tabla que contiene: el número de la iteración, el valor de Q, el valor de r y el costo total correspondiente.

El último renglón de la tabla contiene los valores óptimos de Q y r, así como el costo total correspondiente.

El listado del programa se presenta en el Anexo I.

PROGRAMA PARA LA POLITICA <R,T>

El nombre del programa es RT, elaborado en Pascal y controlado por un programa principal que sigue la siguiente lógica:

1. Solicita los siguientes datos:

Cu	Variable que representa el Costo Unitario por Artículo.
CMI	Variable que representa el Costo por Mantener Inventario.
CPRV	Variable que representa el Costo por Retraso de Ventas.
CPP	Variable que representa el Costo por Pedir.
CPR	Variable que representa el Costo por Revisión.
LANDA	Tasa media de Demanda
TIPO	Esta variable permite conocer si la distribución del tiempo de llegada es Constante (C) o Variable (V).
SEMILLA	Valor arbitrario de R, que servirá como punto de partida en la búsqueda de R óptimo.

TINICIAL Mínimo valor que toma la variable T (tiempo que transcurre entre dos revisiones consecutivas).

TFINAL Máximo valor que toma la variable T (tiempo que transcurre entre dos revisiones consecutivas).

TJUMP Representa la cantidad en la que se incrementa el tiempo entre revisiones a lo largo de todo el proceso de búsqueda del R y T, para hacen mínima la ecuación de costo.

TAO1 Representa el menor valor del tiempo de entrega y es empleado como límite inferior de la integral con que se calcula h(X,T).

TAO2 Representa el máximo valor del tiempo de entrega y es empleado como límite superior de la integral con que se calcula h(X,T).

DELTAR Longitud del intervalo que contiene los posibles valores de R.

EPSILON Presición deseada en la obtención de la solución óptima

2. En esta etapa, el programa llama a la función MENU, la cual despliega las posibles funciones para la variable tiempo de entrega.

Esta distribución podrá ser de los siguientes tipos:

Geométrica	Normal
Binomial	Exponencial
Hipergeométrica	Beta
Poisson	Gamma
Binomial Negativa	Uniforme

Asimismo, solicita la distribución de la demanda, permitiendo escoger entre las mismas opciones anteriores.

Dependiendo del tipo de distribución seleccionado para el tiempo de entrega y para la demanda, llama al procedimiento correspondiente para obtener los parámetros de dichas distribuciones.

3. Se evalúa la integral

$$\int h(X,T)dX$$

El método de integración empleado es el de Romberg, el cual usa la regla del trapecio para dar aproximaciones preliminares, y luego aplica el proceso de extrapolación de Richardson, para obtener correcciones a las aproximaciones.

El algoritmo de Romberg es el siguiente:

Para aproximar la integral $I = \int_a^b f(X)dX$, seleccionar un entero $n>0$.

ENTRADA Los puntos extremos a, b; el entero n.

SALIDA El arreglo R. ($R_{n,n}$ es la aproximación a I. Calculada por hileras; sólo dos hileras guardadas en memoria).

PASO 1 Tomar $h = b - a$;

$R_{1,1} = h\,(f(a) + f(b))/2.$

PASO 2 SALIDA ($R_{1,1}$).

PASO 3 Para i = 2,...,n seguir Pasos 4-8.

PASO 4 Tomar $R_{2,1} = 1/2\,[R_{1,1} + h \sum_{k=1}^{2^{i-2}} f(a + (k-0.5)h)]$.

(Aproximación a partir del método del trapecio)

PASO 5 Para j = 2,...,i

tomar

$R_{2,j} = [4j-1R_{2,j-1} - R_{1,j-1}]/[4j-1 - 1]$

(Extrapolación).

PASO 6 SALIDA ($R_{2,j}$ para j = 1,2,...,i)

PASO 7 Tomar $h = h/2$

PASO 8 Para j = 1,2,.......,i tomar $R_{1,j} = R_{2,j}$

(Renovar la hilera 1 de R).

PASO 9 PARAR.

4. El Programa llama al procedimiento ENCUENTRA LIMITES, el cual compara el valor de la integral con la constante ICT_{min}/π para el caso de ventas pendientes o con la constante $ICT_{min}/ICT_{max} + \pi$ para el caso de pérdida de ventas.

   Si la integral tiene un valor mayor al de la constante se incrementa el valor de SEMILLA en una cantidad DELTAR hasta que el valor de la integral sea menor o igual a la constante.

   Si la integral tiene un valor menor al de la constante se decrementa el valor de SEMILLA en una cantidad DELTAR hata que el valor de la integral sea menor o igual a la constante.

   El procedimiento se repite hasta obtener un intervalo de longitud DELTAR en el cual se encuentra el valor de R correspondiente a un valor particular de T.

5. El programa llama a la función BINARY SEARCH la cual mediante búsqueda binaria en el intervalo de longitud DELTAR determina el valor óptimo de R correspondiente a un valor particular de T.

6. El programa llama a la función CALCULA COSTO, encargada de calcular el costo total dado un valor particular de R y un valor particular de T.

7. El procedimiento se repite incrementando el valor de TINICIAL en una cantidad TJUMP, calculando el valor de R y el costo total

correspondiente. Hasta encontrar el valor de R y el costo pertenecientes a TFINAL.

8. Se toman como óptimos los valores de R y T que proporcionen el mínimo costo total.

Dentro del programa se emplean tres subrutinas que se explican a continuación:

--- Print (x,y,color,cuerda);

Esta función en la posición x,y de la pantalla escribe la cuerda con el color que se le haya designado.

--- inputr (x,y,longitud,variable,comando);

Este procedimiento lee un número por pantalla en la posición x,y con un número de digitos igual a los especificados en longitud y lo guarda en variable.

El parámetro comando sirve para cortar el programa al teclear f10.

--- writea (x,y,color,longitud);

Esta subrutina cambia el color de la pantalla en la zona especificada.

El listado del programa se presenta en el Anexo II.

CAPITULO V

APLICACION DEL MODELO <Q,r>

La Compañía Pavimentadora S.A., se estableció en la Ciudad de Puebla el 19 de mayo de 1936, con el objeto de llevar a cabo obras de construcción y pavimentación de calles y carreteras. Sus instalaciones se encuentran en la Zona Industrial Norte sobre el kilómetro 7.5 de la carretera federal Puebla - Tlaxcala.

En la actualidad, la Compañía tiene la capacidad de empezar el desarrollo de cualquier obra desde el punto de encontrar el terreno en bruto hasta entregarla disponible para su utilización.

En el siguiente diagrama se puede observar el flujo de las actividades que se ejecutan para la construcción de una obra.

Los asfaltos requeridos para las obras de pavimentación son surtidos por la Refinería ubicada en Ciudad Madero, Tamaulipas. Para su adquisición, el representante legal de la Compañía dirige una solicitud acompañada de un cheque de caja o giro bancario al Departamento de Combustibles y Asfaltos de PEMEX, en la Ciudad de México indicando el producto asfáltico que desea y el precio vigente de adquisición.

Una vez tramitada dicha órden de compra, PEMEX envía un telex a la refinería para permitir que se suministre el asfalto solicitado.

La Compañía Pavimentadora, una vez que ha adquirido la orden de compra, procede a notificar a la empresa transportista el número de la orden y la fecha en la cual fue adquirido el producto asfáltico, para que a su vez ésta proceda a enviar las unidades necesarias para cargar y transportar el producto.

En la Compañía Pavimentadora, S.A. el control de las existencias de los asfaltos requeridos en la construcción de caminos se realiza en una forma empírica, basado simplemente en el conocimiento que se tiene del mercado y en la revisión diaria de los niveles de las tolvas de almacenamiento de los tres productos asfálticos (FR-3, FM-1 y Cemento Asfáltico Nº 6). En ocasiones, se han encontrado con existencias insuficientes para cubrir sus necesidades lo que ha implicado paros prolongados de la planta. Otras veces, se encuentran con que la demanda no fue la esperada, produciéndose excesos de existencias que provocan incrementos en los costos de mantenimiento de inventario y pérdidas de activo circulante.

En base a lo anteriormente expuesto, se decidió implementar un sistema de control de inventarios que se ajuste a las necesidades de la empresa y permita entre otros aspectos:

1.- Disminuir los costos en que se incurre actualmente al controlar las existencias de producto asfáltico, lo que se logra minimizando una función que involucra costos de almacenamiento, costos de ordenar y costos por carencia.

2.- Cuidar que la Compañía no sufra escasez durante períodos prolongados.

3.- Cuidar que las tolvas almacenadoras no se encuentren saturadas de asfalto.

4.- Elaborar un plan de compra de producto asfáltico.

DIAGRAMA DE FLUJO DE LAS ACTIVIDADES QUE SE DESARROLLAN PARA LA CONSTRUCCION DE UNA OBRA

```
+--------------------------------------+
:          LIMPIAR EL TERRENO          :
+--------------------------------------+
                   :
                   :
+--------------------------------------+
:      DAR CONDICIONES AL TERRENO      :
+--------------------------------------+
                   :
                   :
+--------------------------------------+
:           SUBBASES Y BASES           :
+--------------------------------------+
                   :
                   :
+--------------------------------------+
:               BARRIDO                :
+--------------------------------------+
                   :
                   :
+--------------------------------------+
:        RIEGO DE IMPREGNACION         :
+--------------------------------------+
                   :
                   :
+--------------------------------------+
:          PLANTA DE ASFALTO           :
+--------------------------------------+
                   :
                   :
+--------------------------------------+
:            RIEGO DE LIGA             :
+--------------------------------------+
                   :
                   :
+--------------------------------------+
:   CARPETAS DE CONCRETO ASFALTICO     :
:       (TENDIDO Y COMPACTADO)         :
+--------------------------------------+
```

SELECCION DEL MODELO A EMPLEAR

Seleccionamos este caso para aplicar el modelo <Q,r> , ya que, como se verá más adelante no se conoce con precisión la cantidad de producto asfáltico que se requerirá en las obras (demanda aleatoria) y el tiempo que tarda en ser entregado un pedido realizado a la refinería.

Además, para la Compañía Pavimentadora los tres productos antes mencionados se encuentran clasificados dentro del grupo A, debido no sólo a su costo sino también por las graves consecuencias que un faltante puede producir. Por tal motivo, es deseable un control contínuo del nivel de inventario que permita conocer el momento en que el inventario llega al punto de reorden. La revisión contínua del inventario es una actividad que actualmente se efectúa, facilitando con ésto la implantación del modelo como medio para controlar el inventario.

DETERMINACION DE LOS PARAMETROS DEL MODELO

Al tratar de aplicar este modelo, es necesario conocer el costo del producto, el costo de ordenar, el costo de carencia, el costo de almacenamiento, el costo de transporte, la función de densidad de probabilidad condicional de la demanda X durante el tiempo de entrega , la función de densidad de probabilidad de la variable tiempo de entrega y la demanda correspondiente al horizonte de planeación.

Esta parte está dedicada a determinar estos costos y funciones, para así aplicar el modelo y poder obtener la cantidad Q* y el punto de reorden r* que permitan a la compañía minimizar el costo total en que incurre por concepto de inventario.

COSTO DE ORDENAR ($/orden)

Este costo representa todos los gastos que deben ser efectuados para poder tramitar la adquisición de productos asfálticos de la refinería de PEMEX. Los gastos en que se incurre son:

Salario del encargado de ir a México	$ 4,500 /día
Viáticos	$15,000
Costo del Giro Bancario	$85,000
Costo de Recepción y Descarga	$25,000
TOTAL	$129,500

Para ser congruente con las unidades manejadas se expresará éste en términos mensuales.

COSTO DE ADQUISICION ($/mts³)

Representa el costo del producto cargado en la refinería. Los valores obtenidos fueron los siguientes:

Costo por metro cúbico de asfalto FR-3	$53,304
Costo por metro cúbico de FM-1	$53,304
Costo por metro cúbico de asfalto Nº6	$37,739
TOTAL	$144,347

COSTO DE TRANSPORTE ($/pipa)

Representa el costo de transportar el asfalto de la refinería a los tanques de almacenamiento de la Planta.

Las pipas en las que se transporta este producto tienen una capacidad de 42 mts cúbicos, y el costo del transporte es por pipa, esto es, se cobra una cantidad determinada por cada viaje que realiza una pipa, sin importar el volumen de asfalto que se maneja.

Flete por pipa de 42 mts^3 de capacidad $754,528

COSTO DE LLEVAR INVENTARIOS ($/unidad/mes)

Es la suma de los costos en los que se incurre al tener existencias de materiales. Dicho costo está formado por la fracción correspondiente a la depreciación de los depósitos de almacenamiento y el costo del combustible necesario para mantener el asfalto a la temperatura requerida.

Almacenamiento	$3,850	
Calentamiento	$9,900	
	TOTAL	$ 13,750

Para determinar el costo mensual de llevar inventarios se consideró importante determinar el comportamiento de las existencias durante el mes.

Para llevar a cabo esta labor, se tomaron los datos de consumo diario de los últimos cuatro meses (ya que no se pudieron obtener datos de periodos anteriores por carecer la empresa de éstos) con el fin de obtener la tasa de consumo diario de materiales asfálticos (ver tabla 1). Del análisis realizado se encontró que el patrón de consumo diario es muy estable, por lo cual, el costo de llevar inventarios mensual se determina de acuerdo al inventario promedio (ver figuras 17, 18, 19, 20).

TABLA 1 PATRON DE CONSUMO DIARIO

DIA	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO
1	ASUETO	WEEKEND	21	20.2
2	27.4	LLUVIA	WEEKEND	20.4
3	WEEKEND	LLUVIA	WEEKEND	18.2
4	WEEKEND	23.6	20.6	19.2
5	ASUETO	24.2	20.8	WEEKEND
6	26.8	20.8	LLUVIA	WEEKEND
7	22.6	WEEKEND	19.4	LLUVIA
8	24.8	WEEKEND	20.2	20.2
9	26	LLUVIA	WEEKEND	19.8
10	WEEKEND	22.4	WEEKEND	22.2
11	WEEKEND	21.8	18.8	17.8
12	28.4	LLUVIA	21.4	WEEKEND
13	26.2	22.2	20.6	WEEKEND
14	23.2	WEEKEND	LLUVIA	18.2
15	25.4	WEEKEND	20	20.4
16	24.8	22.6	WEEKEND	LLUVIA
17	WEEKEND	24	WEEKEND	19.8
18	WEEKEND	21.8	LLUVIA	17.8
19	23.4	20.4	LLUVIA	WEEKEND
20	21	20	20.8	WEEKEND
21	27.4	WEEKEND	19.4	LLUVIA
22	24.4	WEEKEND	19.2	LLUVIA
23	24.8	23.4	WEEKEND	18.2
24	WEEKEND	22.8	WEEKEND	19
25	WEEKEND	23.6	21.6	20.2
26	23.8	23.8	20.2	WEEKEND
27	25.2	LLUVIA	19.4	WEEKEND
28	26	WEEKEND	20.2	20.4
29	LLUVIA	WEEKEND	20.4	20.2
30	24.4	23.6	WEEKEND	18
31	WEEKEND		WEEKEND	18.8
VENTAS	476	385	344	369
$\bar{x}$	25.0526	22.6471	20.2353	19.4211
s	1.8214	1.3201	0.7913	1.1942
n	19	17	17	19

DE LOS DATOS ANTERIORES, SE PUEDE OBSERVAR QUE EL VALOR DE LA DESVIACION ESTANDAR PARA CADA MES ES MUY PEQUEÑA, SOBRE LO CUAL NOS BASAREMOS PARA AFIRMAR QUE EL CONSUMO DIARIO DE ASFALTO SE LLEVA A CABO A LA MISMA RAZON DIA TRAS DIA.

Fig. 17

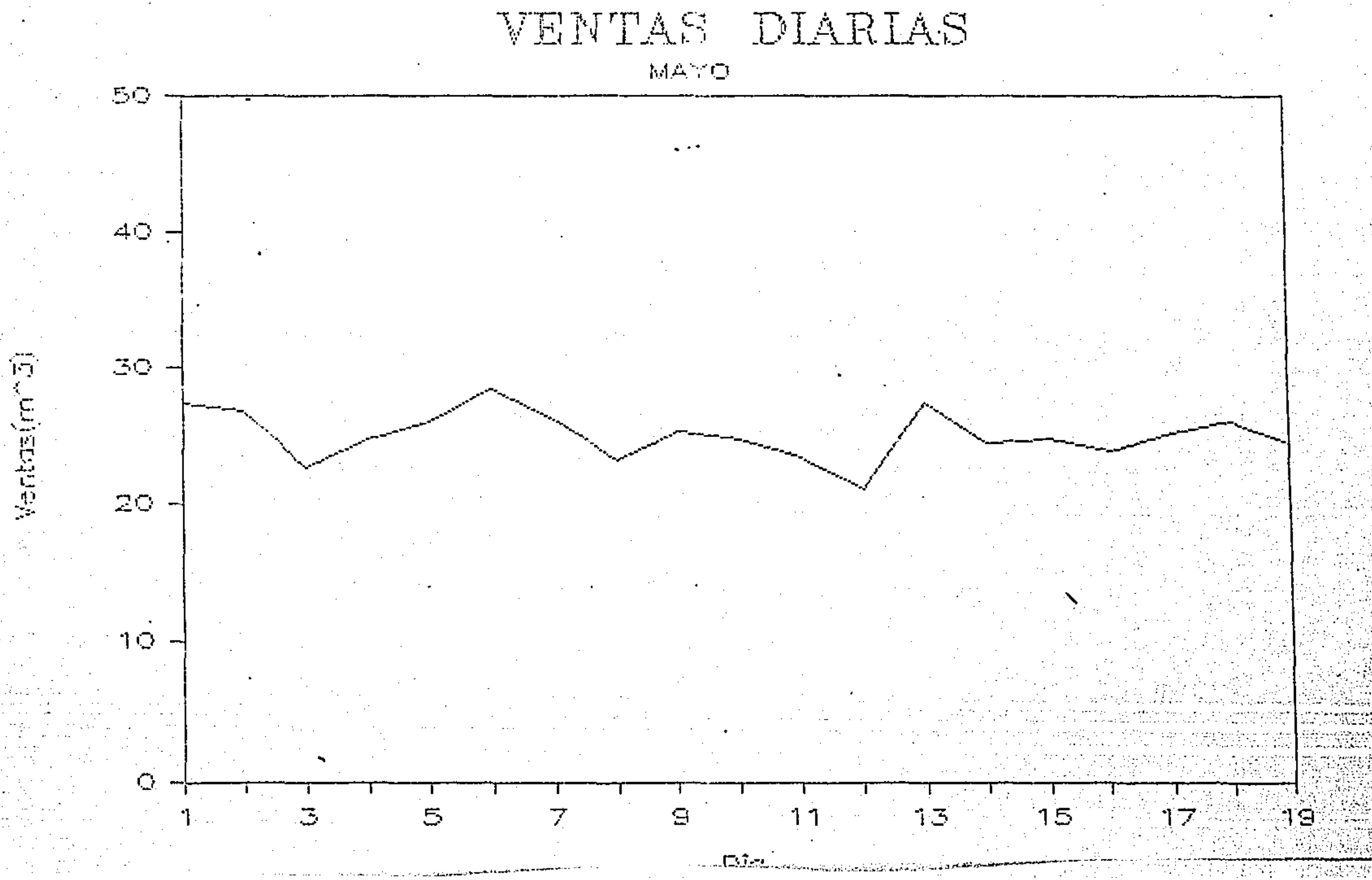
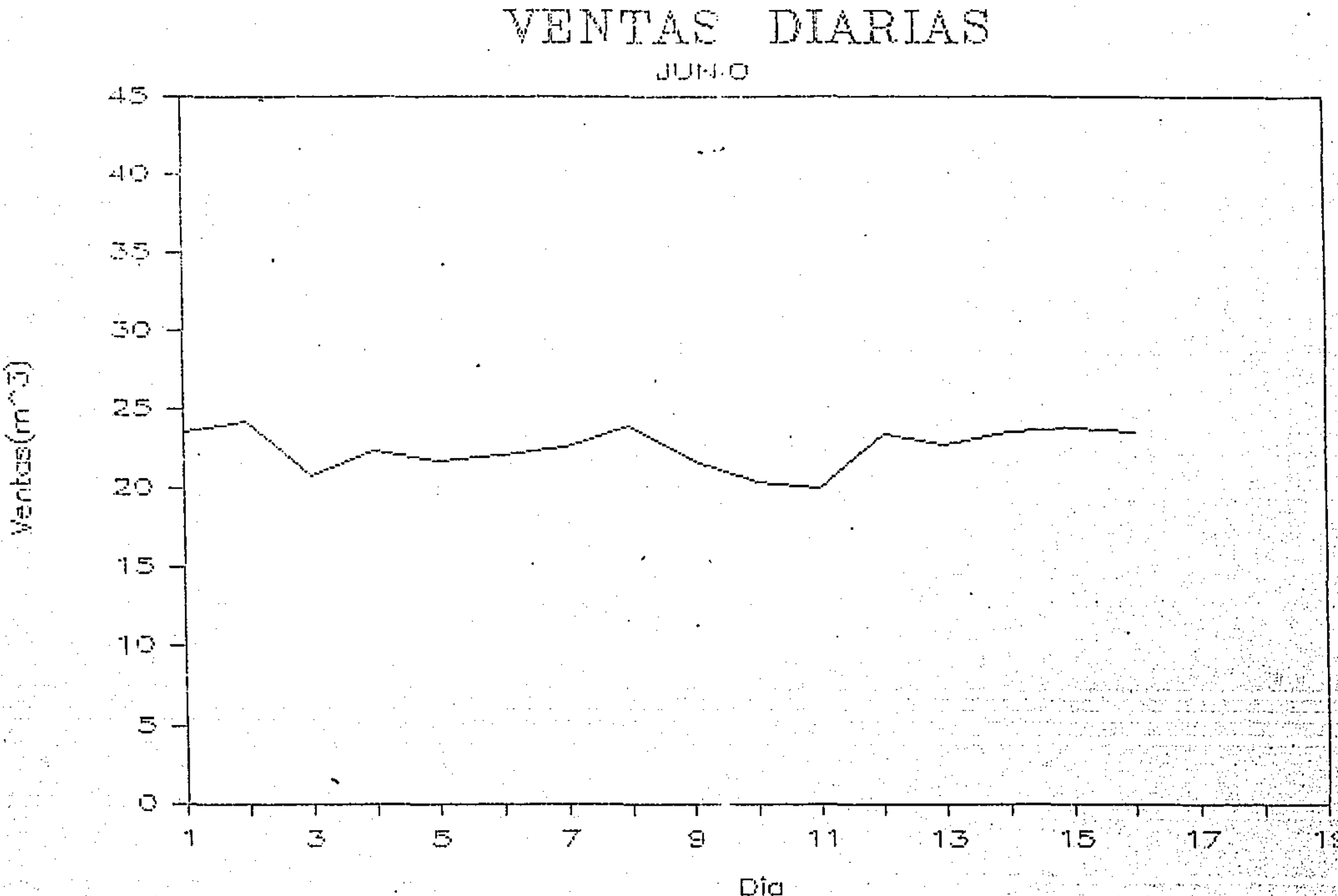

VENTAS DIARIAS
MAYO
50
40
30
20
10
0
1
3
5
7
9
11
13
15
17
19
Ventas(m^3)

Fig. 38



VENTAS DIARIAS
JUNIO
Ventas(m^3)
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
1
3
5
7
9
11
13
15
17
19
Dia

Fig. 19

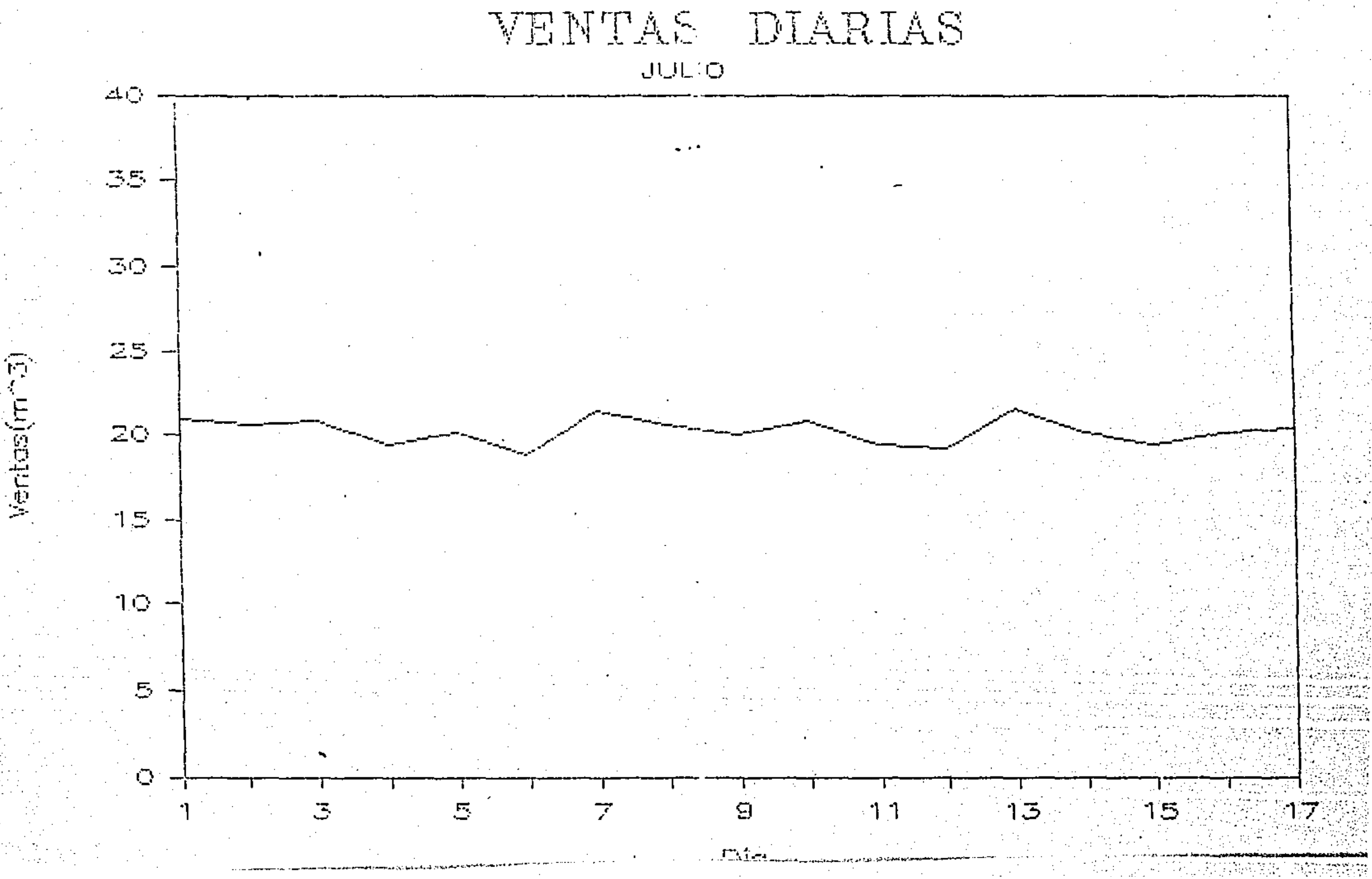
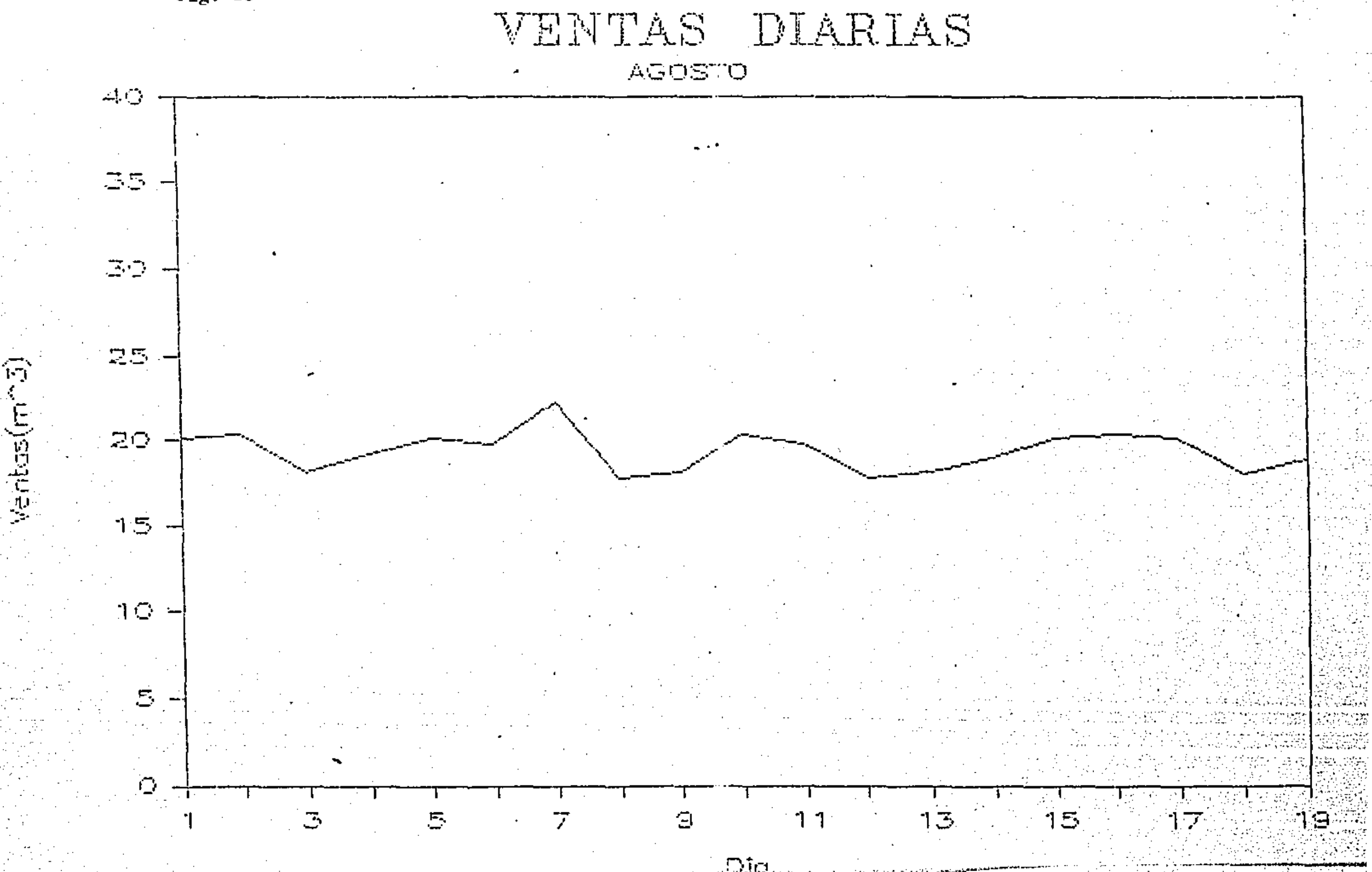

VENTAS DIARIAS
JULIO
Ventas(m^3)
40
35
30
25
20
15
10
5
0
1
3
5
7
9
11
13
15
17
Dia

Fig. 20


VENTAS DIARIAS
AGOSTO
40
35
30
25
20
15
10
5
0
Ventas(m^3)
1
3
5
7
9
11
13
15
17
19
Día

COSTO DE CARENCIA

Representa el costo que para la Compañía significa el no tener existencia suficiente de material para desarrollar una obra.
Es un costo difícil de evaluar, pero a juicio de los jefes de cuadrilla el costo se encuentra entre $50,000 y $70,000 por unidad de material faltante.

DETERMINACION DE LAS FUNCIONES DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD UTILIZADAS

Se requiere el uso de dos funciones de densidad de probabilidad. Una referente al tiempo de entrega τ de las órdenes solicitadas a PEMEX y otra relacionada con la demanda X que se sucede en el tiempo de entrega.

DISTRIBUCION DEL TIEMPO DE ENTREGA h(t)

La Compañía Pavimentadora lleva un control sobre las órdenes pendientes mediante una forma en la cual se registra, entre otros aspectos, fecha de la solicitud realizada a PEMEX, fecha de recepción de la orden de compra, fecha de recepción del producto.

El tiempo de envío de una orden, en días, estará dado por:

Fecha de recepción del producto	−	Fecha de solicitud a PEMEX	+	½ día requerido en la descarga

Para determinar la función de densidad de probabilidad del tiempo de entrega, denotada por h(t), se efectuará un muestreo sobre las formas de control y después, según lo observado en la muestra, se propondrá una distribución de probabilidad, que será probada usando la prueba Ji-Cuadrada y la prueba Kolmogorov – Smirnov.

Es importante hacer notar que se cuenta con información para los años 72 a 87, pero se tomarán sólo los correspondientes a 80 - 87 dado que en los años anteriores, la Compañía adquiria los productos de la refinería ubicada en Salamanca, Guanajuato; la cual, al surtir con prioridad los pedidos de la Secretaría de Obras Públicas y otras grandes Compañías del Distrito Federal, ocasionaba serios retrasos en las entregas de los materiales a la Cía. Pavimentadora S.A.

Según lo observado en las formas de control de órdenes pendientes, se puede inferir que la población de los tiempos de envío es aleatoria, esperándose por tanto que los elementos de una muestra sistemática sean heterogéneos, con ρ (Correlación entre los pares de elementos dentro de la muestra sistemática) aproximadamente igual a cero.

Cuando N es grande, la varianza de $\overline{Y}_s$ (Varianza bajo muestreo sistemático) es igual a la varianza de $\overline{Y}$ (Varianza bajo muestreo irrestricto aleatorio) dado que,

$$V (\overline{Y}) = \sigma^2/n (N-n / N-1)$$

$$V (\overline{Y}_s) = \sigma^2/n (1 + (n-1) \rho)$$

Siendo en este caso equivalente una muestra sistemática a una irrestricta aleatoria.

Las expresiones a emplear son las siguientes:

Sea

T_i Variable aleatoria que mide el tiempo de entrega de la i-ésima orden.

t_i Tiempo de envío muestral del i-ésimo pedido efectuado.

T Suma de los tiempos de entrega de todas las órdenes solicitadas.

N Total de órdenes efectuadas.

$\bar{T}$ Tiempo de entrega promedio.

n Tamaño de la muestra.

En este trabajo nos interesa estimar el tiempo medio de entrega, el cual se obtiene en la forma siguiente:

$$\hat{\bar{T}} = \bar{t} = \sum_{i=1}^{n} t_i \;/\; n$$

$$V(\hat{\bar{T}}) = V(\bar{t}) = (\; 1 - n/N \;)\; S^2_t \;/n$$

donde S^2_t se estima como

$$\hat{S}^2_t = s^2_t = \sum_{i=1}^{n} (t_i - \bar{t})^2 / n-1$$

Haciendo uso del teorema central del límite se obtiene

$$\bar{t} \sim N\;(\;\bar{T}\;,\;V(\bar{t})\;)$$

Para determinar el tamaño de la muestra a utilizar se siguen los siguientes pasos:

1. Se escoge una cota para el error de estimación del parámetro T y un coeficiente de confianza ($1 - \alpha$).
2. Se resuelve la ecuación

$$Z_{\alpha/2} \quad \sigma_T \quad = \quad B$$

Con lo que se obtiene:

$$n = 1 / [B^2 / (Z^2_{\alpha/2} S^2_t) + (1/N)]$$

El total de pedidos efectuados durante el tiempo considerado fue de 362 y el tamaño obtenido para la muestra con:

$$B = 1 \text{ día}$$

$$\alpha = 0.05$$

$$Z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$S_t = R/4 = 4.5$$

Fue de $n = 64$.

La muestra obtenida dio los siguientes resultados:

$$\bar{t} = 18.0625$$

$$S_t = 7.0619$$

En la figura 21 se muestran las frecuencias de los tiempos de entrega resultantes de la muestra obtenida.

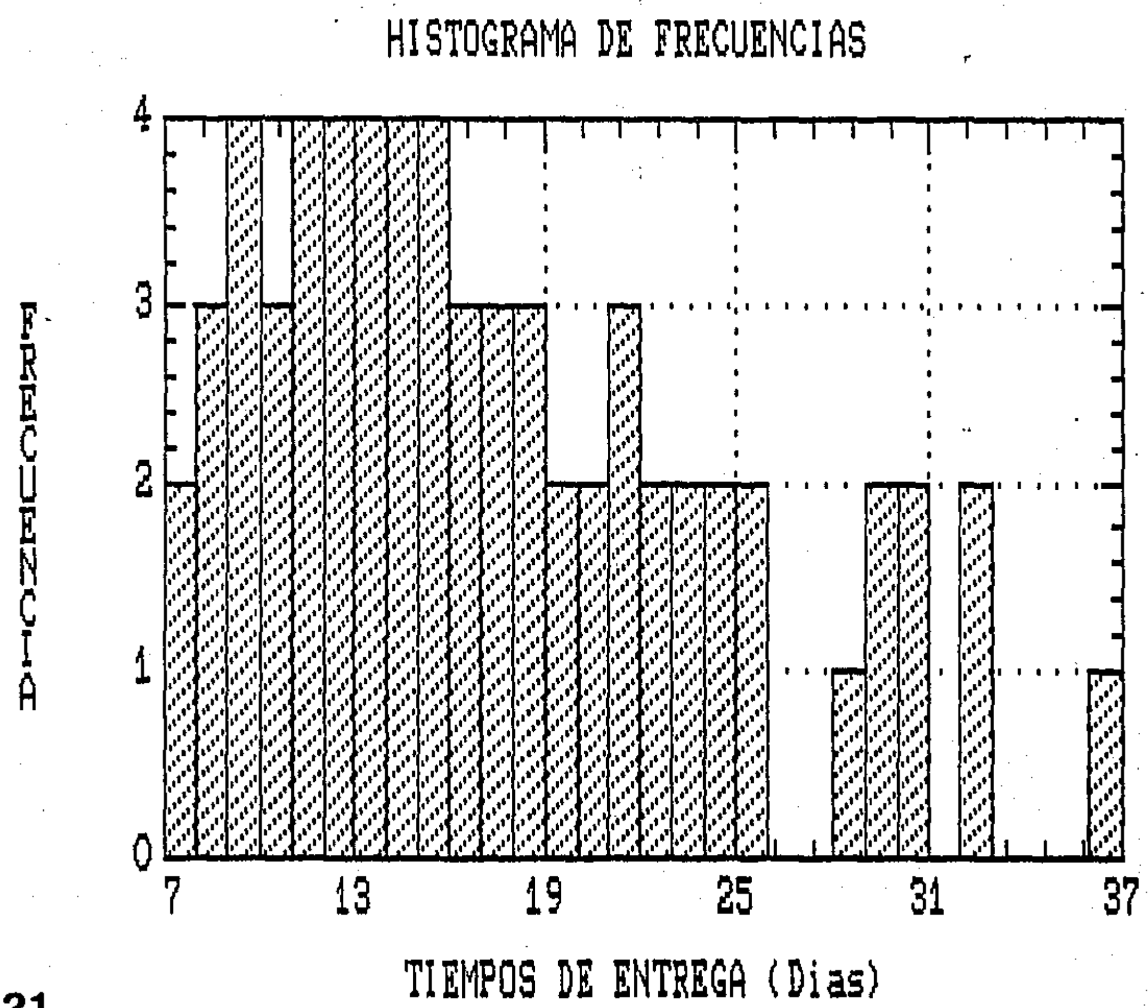

HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS
FRECUENCIA
0
1
2
3
4
7
13
19
25
31
37
TIEMPOS DE ENTREGA (Dias)

Fig. 21

Esta variable aleatoria es no negativa y según la gráfica es asimétrica a la derecha. Es decir, la mayor parte del área bajo la función de densidad se encuentra cerca del origen y la función de densidad disminuye gradualmente cuando el tiempo de entrega aumenta. Por tal motivo, se propone que el tiempo de entrega tiene una distribución que se puede modelar adecuadamente por la función de densidad tipo gamma (ver figura 22); cuya función de densidad de probabilidad es:

$$f(\tau) = \begin{cases} \tau^{\alpha-1} \quad e^{\tau/\beta} \;/\; \beta^{\alpha} \;\; \Gamma(\alpha) & \alpha,\ \beta > 0 \quad 0 \leq \tau \leq \infty \\ 0 & \text{Cualquier otro punto} \end{cases}$$

Donde $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty \tau^{\alpha-1}\, e^{-\tau}\, d\tau$

τ = Variable tiempo de entrega

Para determinar sus parámetros (α,β) se procede en la siguiente forma:

La función generadora de momentos en esta distribución es:

$$M_\tau(t) = (1 - \beta t)^{-\alpha}$$

Derivando $M_\tau(t)$ dos veces y valuando las derivadas en t=0 se tiene:

$E(\tau) = [\, d\, M_\tau(t) \,/\, dt \,]_{t=0}$ $\quad$ ---> $\quad$ $E(\tau) = \alpha\beta$

$V(\tau) = [\, d^2 M_\tau(t)/dt^2 \,]_{t=0} - [\, d\, M_\tau(t)/dt \,]^2_{t=0}$

$V(\tau) = \beta^2 \ \alpha$

Según la muestra obtenida

$E(\tau) = 18.0625$

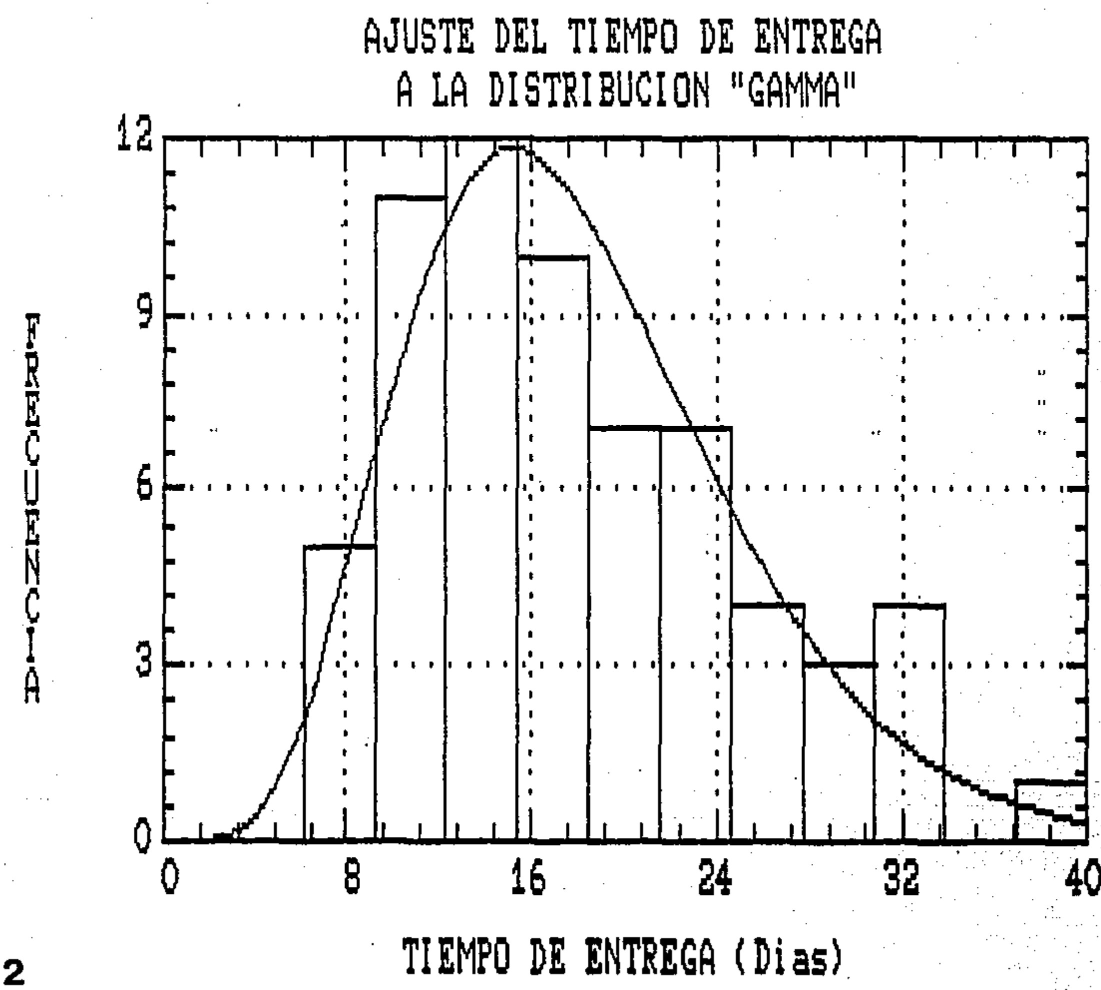
$V(\tau) = 49.8704$

Por tanto,

$$\alpha = 6.5420 \qquad \beta = 2.760991$$

Para verificar esta distribución se hará uso de la prueba Ji-cuadrada y la prueba Kolmogorov - Smirnov.

El resultado obtenido es el siguiente:



AJUSTE DEL TIEMPO DE ENTREGA
A LA DISTRIBUCION "GAMMA"
FRECUENCIA
TIEMPO DE ENTREGA (Dias)
0
3
6
9
12
0
8
16
24
32
40

Fig. 22

```
ESTIMATED PARAMETERS: 6.4397 0.35652
CHI*2 GOODNESS-OF-FIT STATISTIC = 1.708 WITH 4 DEGREES OF FREEDOM
PROBABILITY OF A LARGER VALUE = 0.78927

DO YOU WANT THE KOLMOGOROV-SMIRNOV TEST? (IT MAY TAKE A WHILE.) (N/Y): Y
ESTIMATED KOLMOGOROV STATISTIC DPLUS = 0.066911
ESTIMATED KOLMOGOROV STATISTIC DMINUS = 0.048715
ESTIMATED OVERALL STATISTIC DN = 0.066911
APPROXIMATE SIGNIFICANCE LEVEL = 1
Press ENTER to continue.




 1HELP    2LABEL  3SAVSC  4RECORD 5       6       7       8        9REVIEW 10QUIT
INPUT     FRI AUG 7  1987  12:14:00 PM  VERSION 1.2                         REC:OF
```

DISTRIBUCION CONDICIONAL DE LA DEMANDA DURANTE EL TIEMPO DE ENTREGA

Para poder determinar g(X/t) es necesario contar con información referente a la demanda diaria que se tiene de cada uno de los tres productos asfálticos desde el momento en que se detecta que el inventario físico llega al punto de reorden hasta que la orden solicitada se incorpora al almacén.

La Compañía Pavimentadora S.A. no contaba con esta información hasta antes del inicio de este proyecto en el que se detectó la necesidad de recopilarla con objeto de poder efectuar el cálculo de

$$f(X) = \int_{0}^{\infty} g(X/t)\, h(t)\, dt$$

La distribución g(X/t) que se propondrá , deberá ser puesta a prueba para determinar si realmente representa a la distribución de la demanda durante el tiempo de entrega una vez que se tenga mayor información. Esto debido principalmente al hecho de que la demanda presenta ciclicidad y estacionalidad que puede no haber quedado representada en los datos recolectados.

Las figuras 23, 24 y 25 muestran la demanda de los tres productos asfálticos ocurrida en los meses de Mayo a Julio y el ajuste propuesto. Cada figura está acompañada por las pruebas Ji-Cuadrada y Kolmogorov-Smirnov correspondientes.

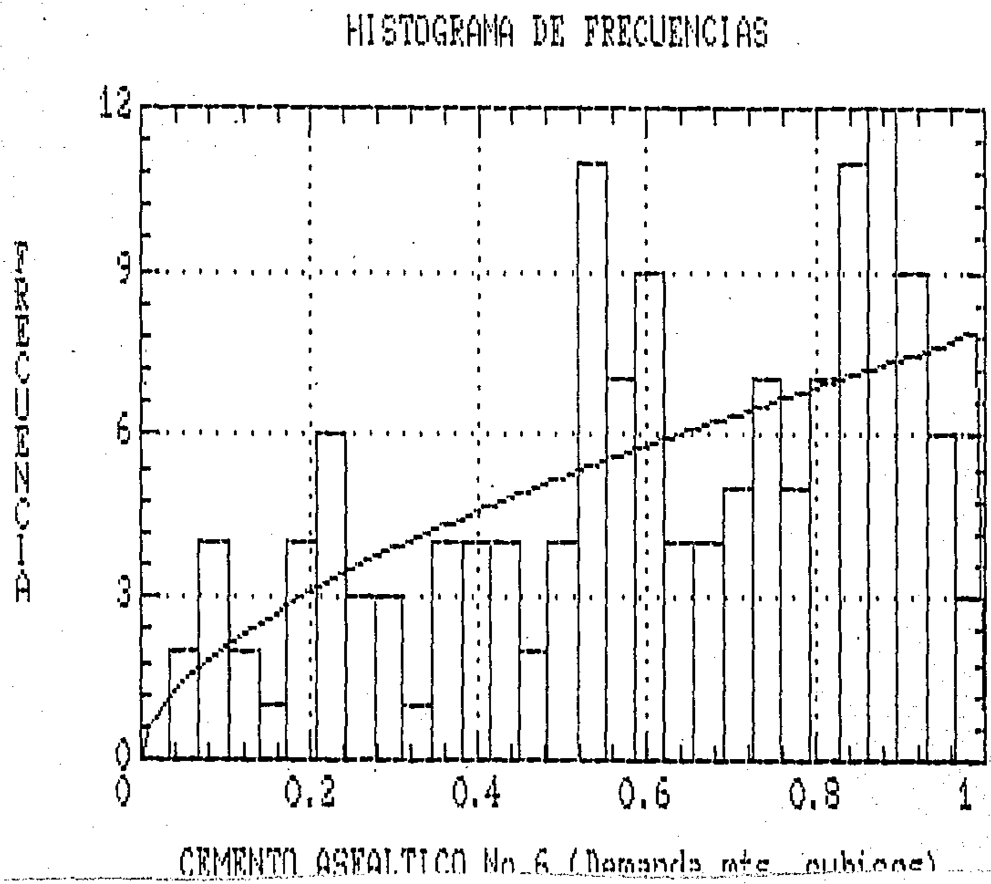
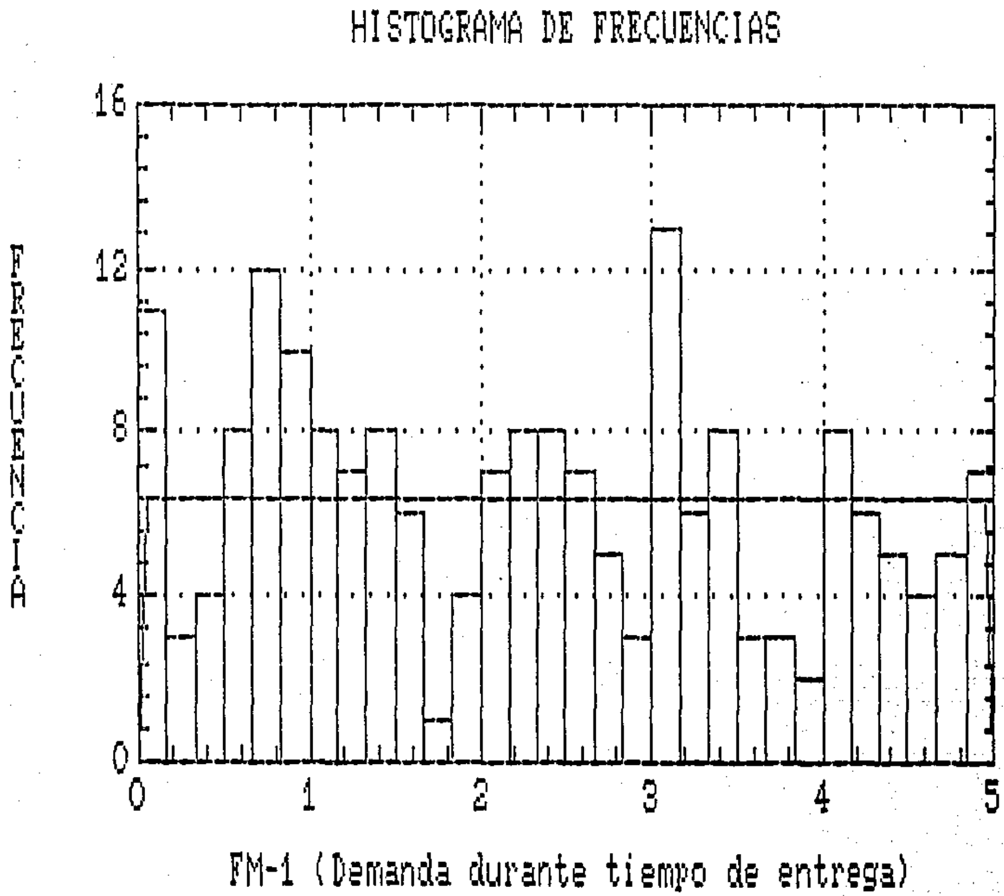

HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS
12
9
6
3
0
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
CEMENTO ASFALTICO No.6 (Demanda mts. cubicos)

Fig.23

```
STIMATED PARAMETERS: 1.5703 0.99359
HI*2 GOODNESS-OF-FIT STATISTIC = 23.86 WITH 18 DEGREES OF FREEDOM
ROBABILITY OF A LARGER VALUE = 0.15965

) YOU WANT THE KOLMOGOROV-SMIRNOV TEST? (IT MAY TAKE A WHILE.) (N/Y): Y
STIMATED KOLMOGOROV STATISTIC DPLUS = 0.049741
STIMATED KOLMOGOROV STATISTIC DMINUS = 0.05684
STIMATED OVERALL STATISTIC DN = 0.05684
PPROXIMATE SIGNIFICANCE LEVEL = 0.99991
ess ENTER to continue.
```

```
HELP    2LABEL   3SAVSC   4RECORD 5        6        7        8        9REVIEW 10QUIT
INT     WED NOV 11  1987 05:57:00 PM  VERSION 1.2                           REC:OFF
```



HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS
16
12
8
4
0
FRECUENCIA
0
1
2
3
4
5
FM-1 (Demanda durante tiempo de entrega)

Fig.24

```
ESTIMATED PARAMETERS: 9.9185E-3 4.9698
CHI*2 GOODNESS-OF-FIT STATISTIC = 40.008 WITH 27 DEGREES OF FREEDOM
PROBABILITY OF A LARGER VALUE = 0.051145

DO YOU WANT THE KOLMOGOROV-SMIRNOV TEST? (IT MAY TAKE A WHILE.) (N/Y): Y
ESTIMATED KOLMOGOROV STATISTIC DPLUS = 0.083452
ESTIMATED KOLMOGOROV STATISTIC DMINUS = 0.011122
ESTIMATED OVERALL STATISTIC DN = 0.083452
APPROXIMATE SIGNIFICANCE LEVEL = 0.14176
Press ENTER to continue.





 1HELP    2LABEL   3SAVSC   4RECORD 5        6        7         8          9REVIEW 10QUIT
PRINT     MON NOV 9  1987  06:39:00 PM  VERSION 1.2                                REC:OFF
```

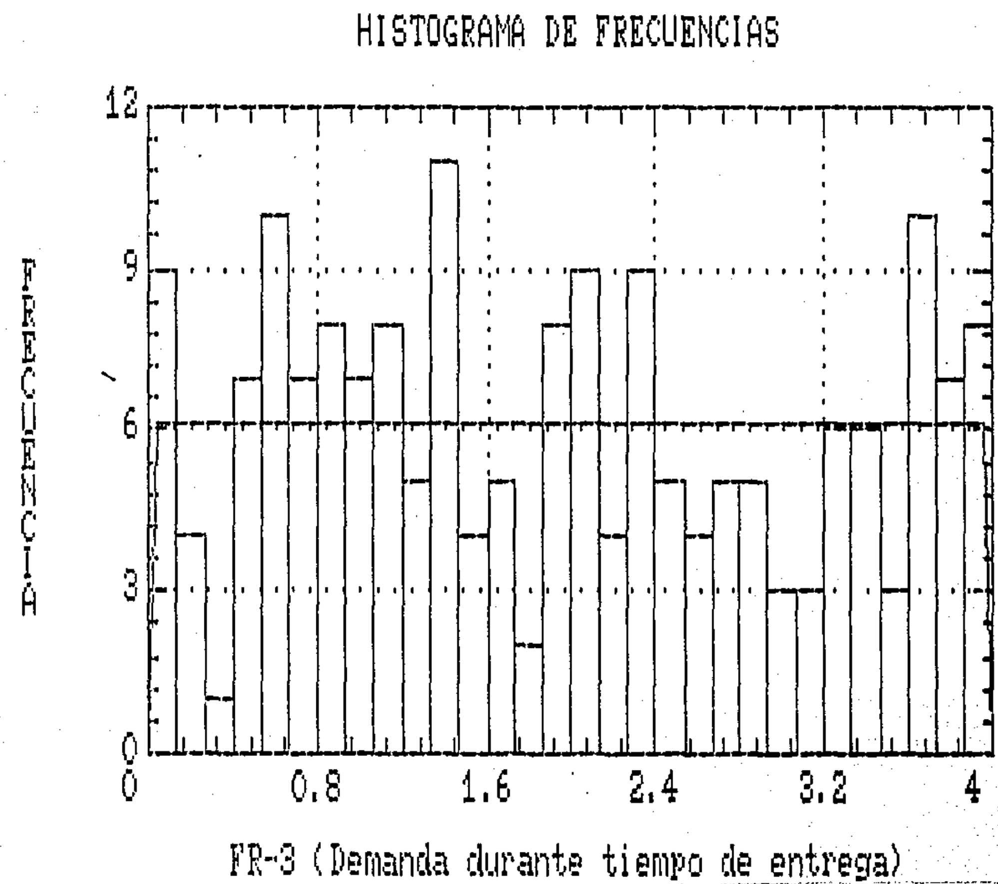

HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS
FRECUENCIA
12
9
6
3
0
0
0.8
1.6
2.4
3.2
4
FR-3 (Demanda durante tiempo de entrega)

Fig. 25

```
STIMATED PARAMETERS: 1.2207E-4 3.9886
HI*2 GOODNESS-OF-FIT STATISTIC = 31.96 WITH 27 DEGREES OF FREEDOM
ROBABILITY OF A LARGER VALUE = 0.23355

O YOU WANT THE KOLMOGOROV-SMIRNOV TEST? (IT MAY TAKE A WHILE.) (N/Y): Y
STIMATED KOLMOGOROV STATISTIC DPLUS = 0.063102
STIMATED KOLMOGOROV STATISTIC DMINUS = 0.041029
STIMATED OVERALL STATISTIC DN = 0.063102
PPROXIMATE SIGNIFICANCE LEVEL = 0.45982
ress ENTER to continue.















1HELP   2LABEL  3SAVSC  4RECORD 5       6       7       8       9REVIEW 10QUIT
RINT    MON NOV 9  1987  06:22:00 PM  VERSION 1.2                     REC:OFF
```

PRONOSTICO DE LAS VENTAS ANUALES DE TERRACERIA Y CARPETAS (metros cubicos)

Para determinar un valor adecuado del parámetro D, se efectuará un pronóstico de ventas en su producto Carpeta Asfáltica.

Las cantidades de productos asfálticos consumidos por metro cúbico de mezcla es una constante. Siendo los porcentajes de aplicación los siguientes:

Cemento Asfáltico Nº 6	25%
FM-1	12%
FR-3	9%

Estas cantidades están expresadas en porcentaje por metro cúbico de mezcla asfáltica elaborada y tendida.

Con el objeto de conocer el comportamiento de las ventas de la Compañía Pavimentadora S.A. se obtuvieron los datos correspondientes al período comprendido desde 1971 a 1986 (ver tabla 2). En ella se puede apreciar como durante los años 71 a 79 se presenta un crecimiento sostenido, pero a partir de 1980 el comportamiento de la serie empieza a mostrar grandes irregularidades que dificultan la visualización de una tendencia (ver figuras 26 y 27).

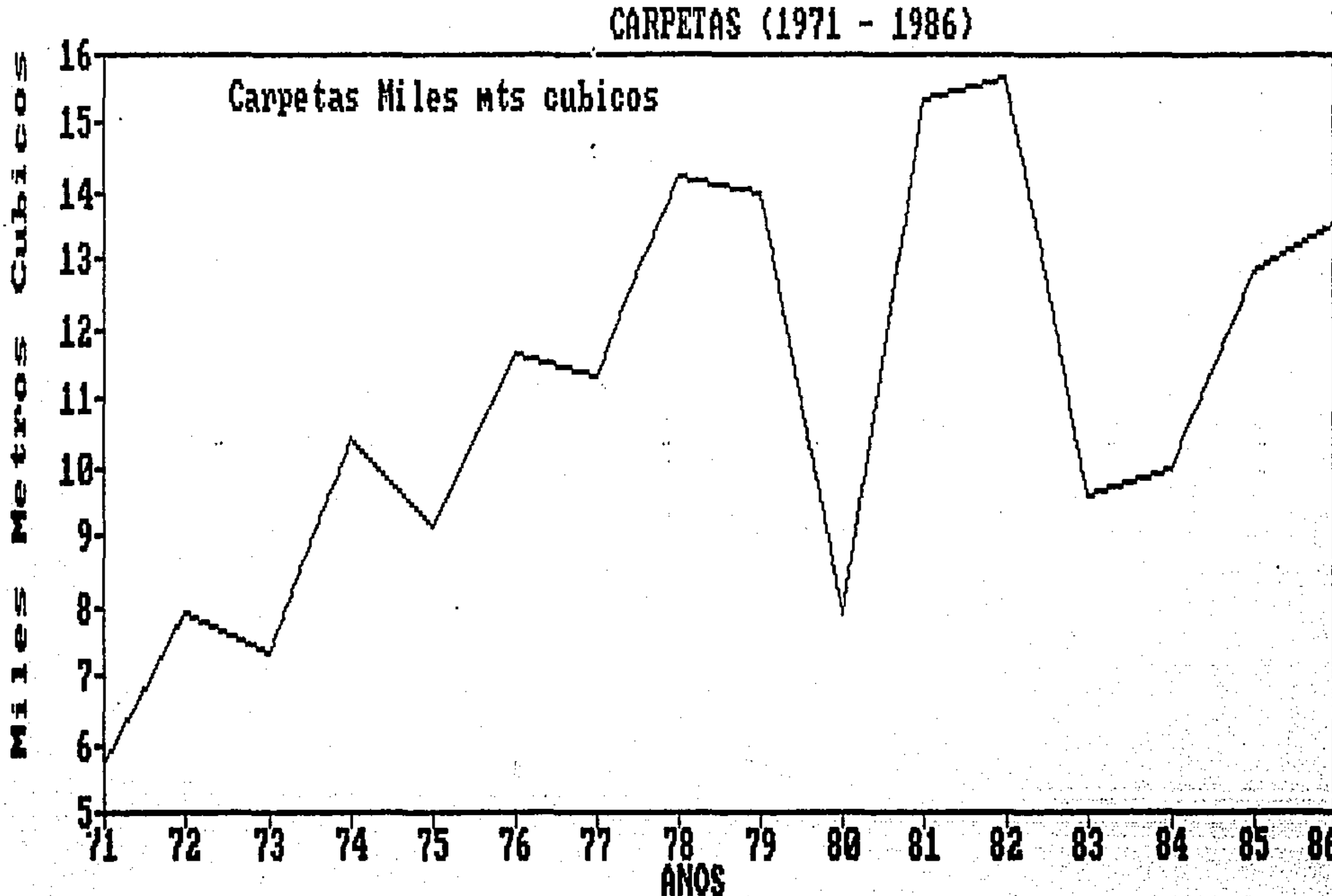
Nota:

Además de los datos sobre ventas en mts^3 de Carpeta Asfáltica se presentan las ventas en mts^3 de Terracería . Esta última aunque no aporta información a los inventarios de los tres productos estudiados, permitirá a la Compañía darse una idea sobre el comportamiento de las ventas realizadas.

VENTAS ANUALES (METROS CUBICOS)
(1971 - 1986)

ANO	CARPETAS	TERRACERIA
1971	5,709	20,304
1972	7,885	19,035
1973	7,324	30,221
1974	10,437	30,926
1975	9,214	26,696
1976	11,651	28,858
1977	11,317	31,836
1978	14,264	33,065
1979	13,984	48,054
1980	7,944	20,774
1981	15,360	45,872
1982	15,658	51,423
1983	9,586	29,364
1984	9,983	24,534
1985	12,853	34,479
1986	13,543	38,650

TABLA 2. Ventas anuales de Terracerías y Carpetas en metros cúbicos



CARPETAS (1971 - 1986)
Carpetas Miles mts cubicos
Miles Metros Cubicos
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
AÑOS

Fig.26

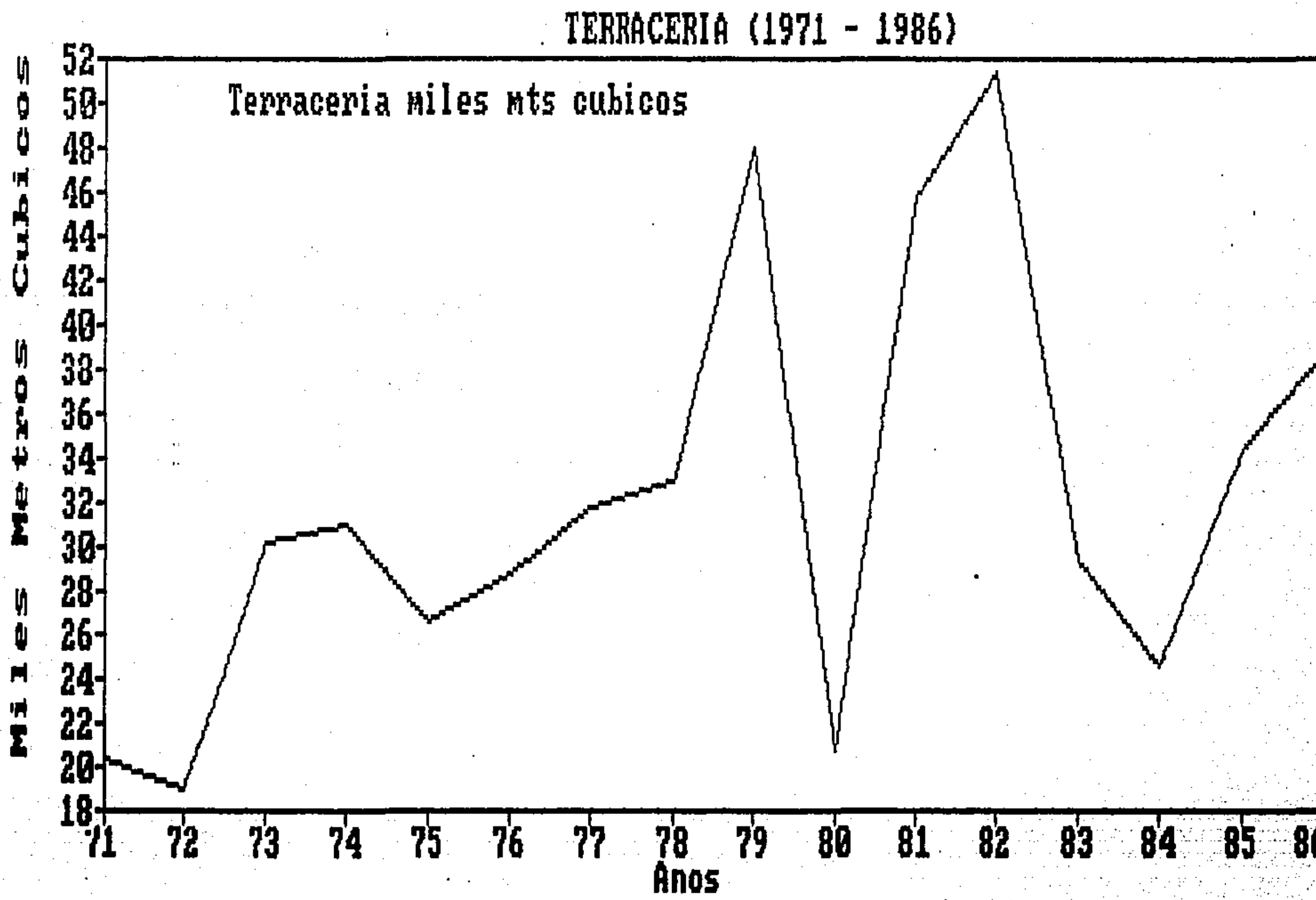

TERRACERIA (1971 - 1986)
Terraceria miles mts cubicos
Miles Metros Cubicos
52
50
48
46
44
42
40
38
36
34
32
30
28
26
24
22
20
18
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
Años

Fig. 27

Para obtener un conocimiento más profundo del comportamiento de la serie, se obtuvieron las ventas mensuales desde 1978 a la fecha; presentándose estas cifras en las tablas 3 y 4.

Al graficar los datos mensuales se encuentra que año tras año se presenta el mismo comportamiento para los dos productos (ver figuras 28 y 29).

Analizando estas gráficas se encuentra que la temporada fuerte de trabajo corresponde a los meses de noviembre a marzo, viéndose reducida entre los meses de abril a octubre debido muy posiblemente a la temporada de lluvias. Este comportamiento se generaliza para toda la serie.

CARPETAS ASFALTICAS

Tabla 3: Ventas Mensuales del periodo comprendido entre Enero de 1978 a agosto de 1987

1	1448	31	427	61	1003	91	758
2	2027	32	373	62	1289	92	578
3	1737	33	404	63	1145	93	681
4	869	34	518	64	525	94	823
5	1062	35	854	65	719	95	1311
6	796	36	1010	66	477	96	1440
7	651	37	1689	67	525	97	894
8	695	38	2303	68	496	98	1066
9	753	39	1586	69	480	99	1082
10	966	40	1075	70	636	100	500
11	1592	41	1280	71	1050	101	476
12	1882	42	538	72	1241	102	385
13	1399	43	845	73	957	103	369
14	1958	44	737	74	1462	104	344
15	1678	45	698	75	1160	105	437
16	839	46	1177	76	655	106	522
17	1025	47	1589	77	740	107	591
18	630	48	1843	78	454	108	844
19	769	49	1644	79	555	109	1625
20	671	50	2114	80	484	110	1863
21	727	51	1957	81	525	111	1821
22	933	52	861	82	571	112	1155
23	1538	53	1148	83	1159	113	947
24	1817	54	626	84	1361	114	932
25	776	55	939	85	1542	115	1012
26	1087	56	708	86	1812	116	1230
27	932	57	861	87	1581		
28	645	58	1044	88	707		
29	569	59	1800	89	1054		
30	349	60	1956	90	566		

TERRACERIAS

Tabla 4: Ventas Mensuales del periodo comprendido entre Enero de 1978 a agosto de 1987

1	3496	34	1386	67	1565	100	1435
2	4461	35	2285	68	1369	101	1223
3	4130	36	2701	69	1983	102	1006
4	1982	37	4587	70	1902	103	945
5	2258	38	6422	71	2852	104	1223
6	1586	39	5504	72	3992	105	976
7	1454	40	3364	73	2453	106	852
8	1718	41	2752	74	3435	107	1416
9	1850	42	2523	75	2944	108	1521
10	1652	43	2063	76	1472	109	1206
11	4183	44	2385	77	1780	110	3278
12	4295	45	2201	78	1104	111	3011
13	5529	46	3059	79	1350	112	1943
14	6250	47	5963	80	1178	113	1821
15	5674	48	5049	81	1275	114	2683
16	3509	49	5656	82	1390	115	3950
17	2757	50	6684	83	2821	116	4010
18	2500	51	6170	84	3332		
19	1827	52	3085	85	3276		
20	2788	53	3770	86	4861		
21	2740	54	2319	87	4241		
22	2965	55	2828	88	1827		
23	6010	56	2468	89	2724		
24	5505	57	2674	90	1448		
25	2077	58	3429	91	2034		
26	2908	59	5656	92	1586		
27	2492	60	6684	93	1965		
28	1246	61	2709	94	2345		
29	1524	62	4135	95	3862		
30	935	63	3422	96	4310		
31	1143	64	1711	97	2999		
32	997	65	2091	98	2648		
33	1080	66	1633	99	2772		

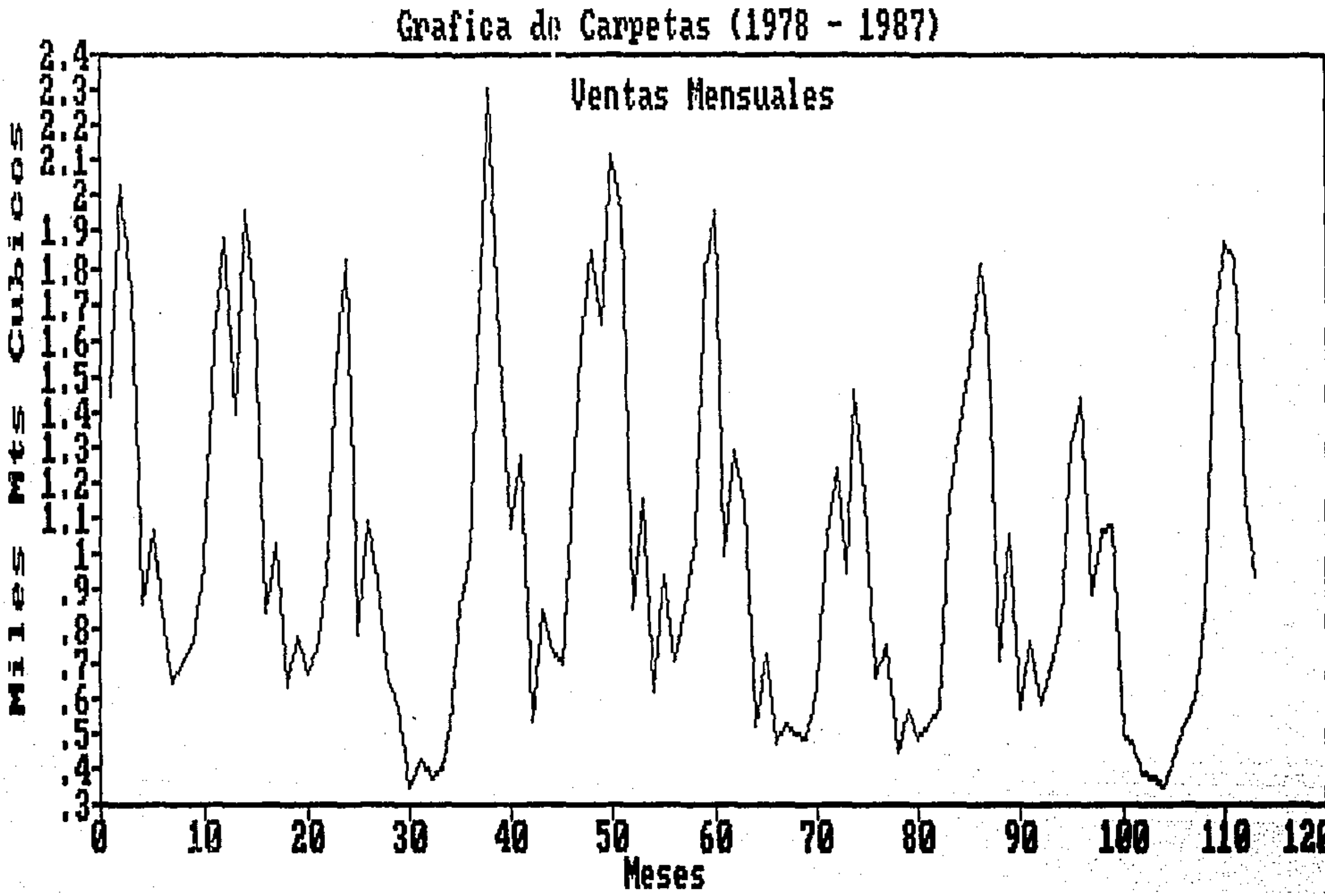
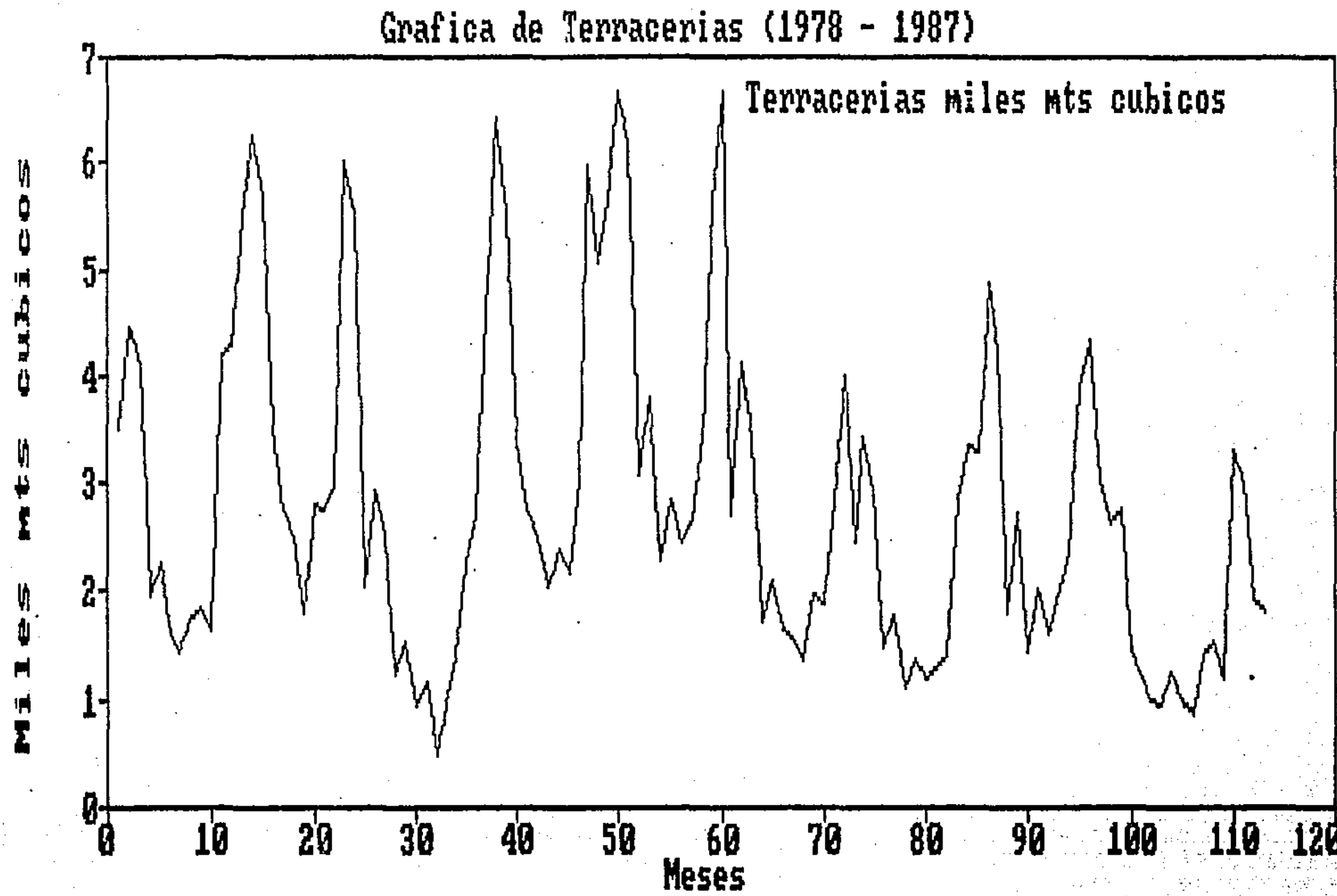

Grafica de Carpetas (1978 - 1987)
Ventas Mensuales
Miles Mts Cubicos
2.4
2.3
2.2
2.1
2
1.9
1.8
1.7
1.6
1.5
1.4
1.3
1.2
1.1
1
.9
.8
.7
.6
.5
.4
.3
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
Meses

Fig.28



Grafica de Terracerias (1978 - 1987)
Terracerias miles mts cubicos
Miles mts cubicos
Meses
0
1
2
3
4
5
6
7
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120

Fig.29

Por último con objeto de observar si se presenta el componente cíclico se realizó un análisis de correlación entre ventas, mediante la generación de pares con los datos mensuales y realización del desfasamiento entre ellas.

En las siguientes páginas se muestran los resultados obtenidos, encontrándose que el tamaño del ciclo es de 3 años, pudiéndose encontrar relación entre éste y las políticas de cambio de gobierno municipal. Este resultado tiene gran significado ya que cada administración presenta un comportamiento similar en cuando a políticas de trabajo, sin que esto signifique igual volumen de contratación en cada periodo.

DETERMINACION DEL METODO PARA LA OBTENCION DEL PRONOSTICO

Una vez que se han analizado los elementos determinantes en la serie de tiempo se procede a la selección del método de pronóstico que se adapte mejor. Para ésto se consideran los principales métodos, indicando para cada uno de ellos si se adaptan o no a la serie estudiada.

PROMEDIOS MOVILES

Este método tiene aplicación cuando los datos son estacionarios. La razón de ello es que estadísticamente tiene propiedades similares a los promedios. En nuestro caso, las ventas no son estables y al pronosticar la demanda futura promediado la demanda pasada se pueden generar serias desviaciones.

SUAVIZACION EXPONENCIAL (SIMPLE O RESPUESTA ADAPTATIVA)

Este método atribuye más peso a los datos recientes, requieren de un menor número de datos que los promedios móviles pero exigen comportamiento estacionario en los datos.

MODELO CONSTANTE

Este método considera series de tiempo que muestran una tendencia lineal; ya sea horizontal, ascendente o descendente y como nuestra serie de tiempo no muestra una tendencia definida descartamos este modelo.

Se incluyen acá los métodos de Suavización exponencial lineal, método de Brown, Método de Holt.

PATRONES DE DEMANDA CICLICOS O ESTACIONALES

Este modelo aunque contempla ciclos y estaciones, no se puede emplear en este caso ya que sólo considera ciclos en forma senoidal con una tendencia lineal; lo que se ve reflejado en la ecuación que representa al modelo $y = A + B\text{sen } x + E$ y en caso de tendencia no horizontal la ecuación a emplear es $y = A + Bx + C \text{ sem } x + E$.

METODO DE WINTER

Este método tiene gran aplicabilidad cuando la serie posee ciclos. Considera la tendencia, los ciclos, la estacionalidad y sus relaciones como un todo y actualiza en forma rápida los índices de pronóstico de contar con nueva información.

El método de Winters consiste en determinar los tres elementos de la serie de tiempo, esto es, el elemento estacionario, cíclico y de tendencia combinándolos para obtener el pronóstico del siguiente período, o el período m en el futuro. Después de que se ha hecho el pronóstico y una vez que se conoce el valor real de la variable pronosticada, se corrigen los 3 elementos que forman la serie de tiempo haciendo un promedio ponderado entre el valor real y el valor del elemento calculado con los datos históricos.

Para medir la calidad del Pronóstico se puede determinar el promedio de la sumatoria de errores al cuadrado.

Al poseer la serie estudiada ciclos y estacionalidad se decidió usar este método para pronosticar.

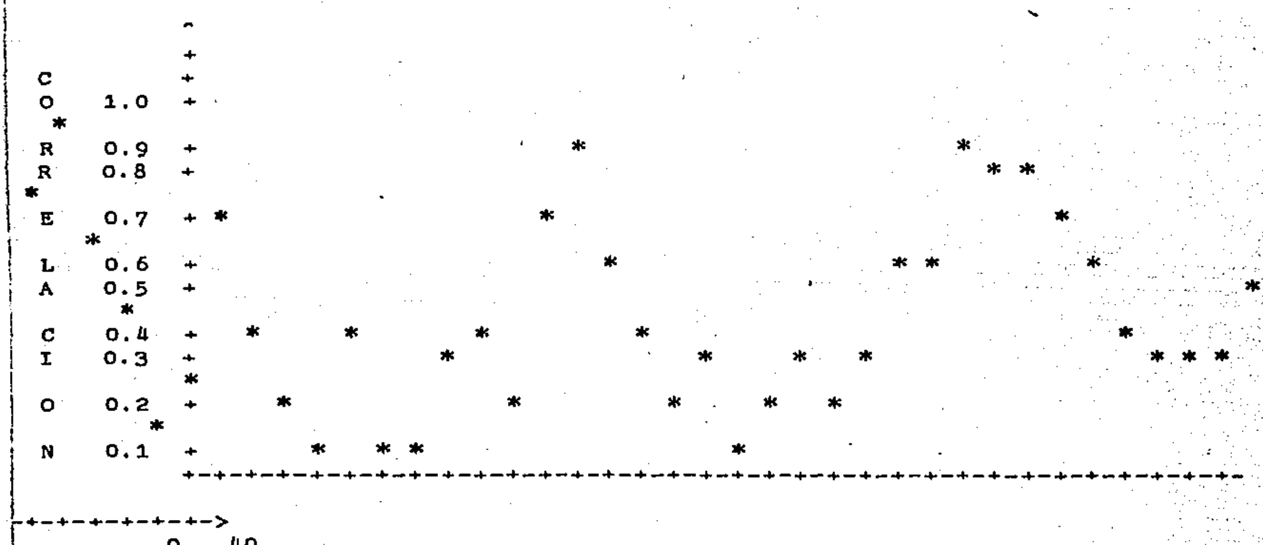
PRONOSTICO DE VENTAS MENSUALES

Una vez determinado el modelo a emplear se utilizó un programa que realiza los cálculos necesarios para correr el modelo. Este programa fué desarrollado por el Ingeniero Warren Greiff.

El listado del programa se presenta en el Anexo III. Los resultados obtenidos son los siguientes:

```
*******************************************************************************
************************************************

ELECCION DE LOS PARES ORDENADOS CON MAYOR CORRELACION

                                      PARES CON DESFASAMIENTO DE :

                            CORRELACION DE LOS DIFERENTES DESFASAMIENTOS
 1      2      3      4      5      6      7      8      9     10     11     12     13
14    15    16    17    18    19    20    21

*******************************************************************************
************************************************
).659 0.314 0.127 0.006 0.304 0.083 0.073 0.268 0.314 0.198 0.609 0.872 0.595 0
325 0.197 0.227 0.052 0.110 0.276 0.200 0.243

 22     23     24     25     26     27     28     29     30     31     32     33     34
35    36    37    38    39    40    41    42

*******************************************************************************
************************************************
.502 0.591 0.839 0.768 0.714 0.674 0.507 0.371 0.248 0.223 0.272 0.470 0.628 0
28 0.952 0.678 0.435 0.137 0.214 0.000 0.000
```

GRAFICA DE CORRELACION



DESFASAMIENTO ENTRE DATOS

```
VARIABLE DE TRATAMIENTO  : CARPETAS ASFALTICAS
UNIDADES                 : METROS CUBICOS
PERIODO QUE ABARCA       : 0178 A 0887
```

DESFASAMIENTO (N') : 30
COEFICIENTES DE REGRESION :
a = 1,224 b = -5.031
CORRELACION : -0.242

****

ETODO DE WINTER PARA EL CALCULO DE INDICES
VARIABLE DE TRATAMIENTO :
ARPETAS ASFALTICAS

NIDADES EN QUE SE ENCUENTRA DADA : METROS CUBICOS

n	X	Y	I	I*
1	1	1,689	1.3854	1.1537
2	2	2,303	1.8968	1.6561
3	3	1,586	1.3117	1.2201
4	4	1,075	0.8928	0.7666
5	5	1,280	1.0675	0.8973
6	6	538	0.4506	0.4494
7	7	845	0.7107	0.6307
8	8	737	0.6225	0.5526
9	9	698	0.5921	0.5591
10	10	1,177	1.0027	0.7889
11	11	1,589	1.3595	1.2664
12	12	1,843	1.5836	1.4843
13	13	1,644	1.4187	1.4980
14	14	2,114	1.8323	1.8476
15	15	1,957	1.7036	1.6688
16	16	861	0.7528	0.7437
17	17	1,148	1.0082	1.0545
18	18	626	0.5522	0.5732
19	19	939	0.8320	0.8160
20	20	708	0.6301	0.6217
21	21	861	0.7698	0.7481
22	22	1,044	0.9376	0.9101
23	23	1,800	1.6239	1.5188
24	24	1,956	1.7726	1.6669
25	25	1,003	0.9131	0.9439
26	26	1,289	1.1789	1.1737
27	27	1,145	1.0520	1.1223
28	28	525	0.4846	0.5194
29	29	719	0.6668	0.5987
30	30	477	0.4444	0.4380
31	31	525	0.4915	0.4537
32	32	496	0.4665	0.4282
33	33	480	0.4536	0.4759
34	34	636	0.6039	0.6013
35	35	1,050	1.0018	0.8417
36	36	1,241	1.1898	1.0845
37	37	957	0.9219	0.0000
38	38	1,462	1.4153	0.0000
39	39	1,160	1.1284	0.0000
40	40	655	0.6403	0.0000
41	41	740	0.7270	0.0000
42	42	454	0.4482	0.0000

44	44	484	0.4826	0.0000
45	45	525	0.5262	0.0000
46	46	571	0.5752	0.0000

TODO DE WINTER PARA EL CALCULO DE INDICES

VARIABLE DE TRATAMIENTO :

RPETAS ASFALTICAS

IDADES EN QUE SE ENCUENTRA DADA : METROS CUBICOS

n	X	Y	I	I*
47	47	1,159	1.1734	0.0000
48	48	1,361	1.3850	0.0000
49	49	1,542	1.5772	0.0000
50	50	1,812	1.8630	0.0000
51	51	1,581	1.6339	0.0000
52	52	707	0.7345	0.0000
53	53	1,054	1.1007	0.0000
54	54	566	0.5942	0.0000
55	55	758	0.8000	0.0000
56	56	578	0.6133	0.0000
57	57	681	0.7265	0.0000
58	58	823	0.8827	0.0000
59	59	1,311	1.4137	0.0000
60	60	1,440	1.5613	0.0000
61	61	894	0.9746	0.0000
62	62	1,066	1.1685	0.0000
63	63	1,082	1.1926	0.0000
64	64	500	0.5542	0.0000
65	65	476	0.5305	0.0000
66	66	385	0.4315	0.0000
67	67	369	0.4160	0.0000
68	68	344	0.3900	0.0000
69	69	437	0.4983	0.0000
70	70	522	0.5986	0.0000
71	71	591	0.6817	0.0000
72	72	844	0.9792	0.0000
73	73	1,625	1.8963	0.0000
74	74	1,863	2.1869	0.0000
75	75	1,821	2.1503	0.0000
76	76	1,155	1.3720	0.0000
77	77	947	1.1317	0.0000
78	78	932	1.1205	0.0000
79	79	1,012	1.2241	0.0000
80	80	1,230	1.4969	0.0000

****
****

R O N O S T I C O S :'

PERIODO	PRONOSTICO :
81	457
82	640
83	1,022
84	1,190
85	1,193
86	1,462
87	1,313

RESULTADOS AL APLICAR LA POLITICA <Q,R> A LOS INVENTARIOS DE LA COMPAÑIA PAVIMENTADORA S.A.

Una vez que se conocen los parámetros que intervienen para la determinación del control de inventarios, se puede correr el programa para obtener la cantidad óptima a pedir y el valor de r*.

El costo total se obtiene en términos mensuales para ser congruentes con los datos que se tienen de la demanda y permitir una mejor planeación de los recursos.

Los resultados obtenidos para los productos FR-3 y FM-1 respectivamente son los siguientes:

```
0
1
   0.00000    0.00000
0
129500.00000   13750.00000   60000.00000   99.00000   0.01000
10 20
10     0.01000
10
5
4
  7.0000000000E+00   4.0000000000E+01
 Funcion  para  la  demanda:  6
 Funcion  para  el  tiempo  de  entrega:  9
*** R E S U L T A D O S D E L A P O L T I C A < Q , R > ***

LOS  PARAMETROS  USADOS  SON  LOS  SIGUIENTES:

    CO   =  129500.00000
    CA   =  13750.00000
    CC   =  60000.00000
     D   =   99.00000
EPSIL    =    0.01000
   ET    =    0.01000
 CASO:  <<  RETRASO  DE  VENTAS  >>

C(R)  REPRESENTA  LA  CANTIDAD  DE  CARENCIA  ESPERADA  POR  CICLO

RESULTADOS  POR  ITERACION:

.................................................................
: ITER:          Q          :            R          :     C(R)      :
:.....:.....................:.......................:...............:
: 1 : 43.1833 :                   0.6856        :    10.0255      :
: 2 : 102.6002 :                  0.5851        :    10.0429      :
: 3 : 102.6736 :                  0.5851        :    10.0429      :
:.....:.....................:.......................:...............:

LOS  NIVELES  OPTIMOS  PARA  EL  CONTROL  DE  INVENTARIOS  SON:

Q = 102.67359                  R    =    0.58513

CON  LOS  SIGUIENTES  COSTOS  PROMEDIOS  ANUALES:

ELABORACION  DE  ORDENES  CTO  =  124866.57928
ALMACENAMIENTO            CTA  =  570852.62824
CARENCIA                  CTC  =   581014.35387
                               ________________

TOTAL                     CT   =   1276733.56140
```

```
90.00000      0.00000

9500.00000 13750.00000 60000.00000  122.64000     0.01000
 20
    0.01000


7.0000000000E+00    4.0000000000E+01
uncion para la demanda: 6
uncion para el tiempo de entrega: 9
 R E S U L T A D O S   D E   L A   P O L I T I C A  < Q , R > **

S PARAMETROS USADOS SON LOS SIGUIENTES:

 CO = 129500.00000
 CA = 13750.00000
 CC = 60000.00000
  D =   122.64000
SIL =     0.01000
 ET =     0.01000
ASO: << PERDIDA DE VENTAS >>

R) REPRESENTA EL NIVEL DE SEGURIDAD
SULTADOS POR ITERACION:
```

ITER	Q	R	C(R)
1	48.0634	5.7721	-1.1415
2	32.9897	5.9347	-1.1530
3	32.8034	5.9347	-1.1530

```
S NIVELES OPTIMOS PARA EL CONTROL DE INVENTARIOS SON:

=  32.80341            R =     5.93469

 LOS SIGUIENTES COSTOS PROMEDIOS ANUALES:

BORACION DE ORDENES   CTO = 484153.30668
IACENAMIENTO          CTA = 263977.23962
ENCIA                 CTC = -258629.85472
                            -------------

AL                    CT = 489500.69158
```

Una vez que se ha encontrado la Cantidad Optima a pedir de cada uno de los productos, es necesario determinar si se adquiere la Q* cada vez que se ordene o si se adquiere Q* más la cantidad necesaria para transportar a su total capacidad la última pipa.

En el primer caso, es necesario considerar el flete de la capacidad sin utilizar de la pipa, para lo cual se le agrega a la ecuación de costo total un factor de corrección que ésta dado por:

$$CT * (1 - (Q^*/cp - INT(Q^*/cp))$$

El número de veces que se ordena mensualmente Q* está dado por D/Q*, entonces, el factor de corrección dado para unidades mensuales estará determinado por:

$$CT * (1 - (Q^*/cp - INT(Q^*/cp)) * D/Q^*$$

En el segundo caso se hace necesario considerar el costo de oportunidad por mantener en existencia una cantidad un poco mayor a la necesaria y el costo de oportunidad del desembolso realizado para la adquisición de la cantida extra del producto.

VERIFICACION DEL PROGRAMA POLITICA <Q,r>

Para probar el funcionamiento del programa politica <Q,r> se tomará el ejemplo 12.4-1 del libro Operations Research, an introduction por Hamdy A. Taha. Donde:

$$f(X) = 1 / 100 \quad , \quad 0 \leq X \leq 100$$

Costo de Ordenar = 100

Costo de Almacenamiento = 2

Costo de Carencia = 10

Demanda Anual = 1000

Los resultados que presenta este texto son los siguientes:

Punto de Reorden (r^*) = 93.61

Cantidad Optima a Pedir (Q^*) = 319.4

Costo Total de Ordenar = 313.09

Costo Total de Almacenamiento = 406.62

Costo Total de Carencia = 6.39

CT (r^*, Q^*) = 726.1

Estos resultados, fueron obtenidos en tres iteraciones con diferencia entre los dos últimos valores de Q igual a 0.00134.

Los resultados obtenidos con el programa POLITICAQr son los siguientes:

```
0
1
   0.00000      0.00000
0
 100.00000     2.00000    10.00000 1000.00000     0.00100
20 20
20     0.00100
20
30
60
  0.0000000000E+00     1.0000000000E+01
 Funcion para la demanda: 6
 Funcion para el tiempo de entrega: 6
*** R E S U L T A D O S   D E   L A   P O L T I C A  < Q , R > ***

LOS PARAMETROS USADOS SON LOS SIGUIENTES:

   CO =  100.00000
   CA =    2.00000
   CC =   10.00000
    D = 1000.00000
EPSIL =    0.00100
   ET =    0.00100
 CASO: << RETRASO DE VENTAS >>

C(R) REPRESENTA LA CANTIDAD DE CARENCIA ESPERADA POR CICLO

RESULTADOS POR ITERACION:
```

ITER	Q	R	C(R)
1	316.2278	93.6749	0.2000
2	319.3749	93.6128	0.2040
3	319.4367	93.6112	0.2041
4	319.4383	93.6112	0.2041

```
OS NIVELES OPTIMOS PARA EL CONTROL DE INVENTARIOS SON:

 = 319.43834               R =    93.61117

ON LOS SIGUIENTES COSTOS PROMEDIOS ANUALES:

LABORACION DE ORDENES   CTO =  313.04946
LMACENAMIENTO           CTA =  406.66069
ARENCIA                 CTC =    6.38889
                              -------------
OTAL                     CT =  726.09903
```

CONCLUSIONES

Los modelos presentados pretenden controlar los inventarios, en forma tal que se minimice la inversión, los costos de almacenamiento, las pérdidas por daño, obsolescencia o por artículos perecederos; se mantenga un inventario suficiente para que la producción no carezca de materias primas, partes y suministros; se mantenga un transporte eficiente de los inventarios, incluyendo las funciones de despacho y recibo; se mantenga un sistema eficiente de información del inventario; se realicen compras de manera que se puedan lograr adquisiciones económicas y eficientes; se pueda proporcionar información sobre el valor del inventario a contabilidad; etc.

En la práctica no es posible alcanzar todos estos objetivos ya que existen condiciones que frustran el control efectivo de los inventarios, como son:

- Se incrementan las existencias a causa de las constantes alzas en los costos.

- Se hacen compras en grandes cantidades para obtener descuentos por volumen.

- Se presenta un constante cambio en la relación oferta-demanda haciendo inexactas las predicciones de las necesidades futuras.

- Se afectan las cantidades de inventario que deben comprarse y venderse para minimizar los costos (esto hace que sea difícil el mantener reglas rígidas en el control de inventarios y complican las técnicas analíticas para mantener un control efectivo sobre él).

- Existe incapacidad de algunos proveedores para entregar los pedidos a tiempo, o de realizar entregas con la calidad requerida.

- Falta uniformidad, periodicidad y control en el manejo de la información que alimenta estos modelos.

- Para utilizar los modelos se requieren determinar costos, los cuales no siempre son fáciles de determinar.

Aunque algunas de estas condiciones estén presentes, su efecto puede ser controlado siempre y cuando se reconozcan las ventajas que el uso de estos modelos puede representar al proporcionar una solución que si no es óptima por limitantes y supuestos efectuados representa una buena aproximación práctica que ayuda a mejorar el sistema de control de inventarios.

Los modelos determinísticos proporcionan una buena aproximación de las cantidades óptimas a pedir y del tiempo de pedido, en forma rápida y con costos módicos bajo la condición de que exista un comportamiento determinista en la demanda y en el tiempo de entrega.

Los modelos estocásticos, como se puede observar a lo largo del Capitulo III involucran diferentes áreas del conocimiento, principalmente probabilidad y métodos numéricos. Estos modelos son un buen campo de aplicación de conceptos teóricos y presentan un reto especialmente interesante para quienes gustan de las matemáticas. Desafortunadamente, tal vez aún no haya intentos por llevarlos a la práctica, quizá por la dificultad de manejarlos.

En el caso de presentarse un modelo de difícil manejo, se puede hacer uso de la Simulación para la obtención de las cantidades a pedir y el tiempo de pedido.

Con lo anterior, deseo expresar que es posible controlar los inventarios y un buen medio son los modelos presentados en este trabajo. Lo que falta es conocerlos ,difundirlos y modificarlos de acuerdo con las necesidades y limitantes de cada empresa.

A N E X O   I

PROGRAMA POLITICA < Q,r >

```
rogram POLIARCH (input,output);
YPE
VECTOR = ARRAY [1..100] of real;
AR
al:text;
,r,s :vector;
ib:array[0..100] of integer;
11,p1,p2,n111,r1,n5,landa,r2,p3,teta1,teta2,media,varianza,beta :REAL;
lfa, beta1, g1, alfa1, beta2, resul1, resul2,RESUL8,RESUL9       :REAL;
n11,hp1,hp2,hn111,hr1,hn5,hlanda,hr2,hp3,hteta1,hteta2,hmedia    :REAL;
varianza,hbeta,halfa, hbeta1, hg1, halfa1, hbeta2,aa,bb          :REAL;
    paso,cte1,rm,sm,a,b,ca,co,q1,qm,qiter,riter,ct,cc,suma,esper:REAL;
c1,cte2,loint,suma2,suma1,h,d,et,epsil,cta,ctc,cto,cons,limsup :REAL;
ii,J,N,n1,nn1,j1,iter,esp,backor,delta,a0,n2,n3,naux,n4,iter1  :INTEGER;
resp,sigue, error:BOOLEAN;
to,DEC,comen,tiement,dement :char;
,BG,SIMAUX:REAL;
PACIDAD,EXPONENTE:REAL;


 ******************************************


nction fact (n : real ) : real ;

ar
 dummy : integer ;

 begin
    dummy := trunc(n);
    if ( dummy = 0 ) or ( dummy = 1 ) then fact := 1
      else
          fact := dummy * fact ( dummy - 1 ) ;
 end;



ocedure Marco( x1,x2,y1,y2:integer);
nst
 UpleftCorner = #201;
 HorzBar      = #205;
 UpRightCorner= #187;
 VertBar      = #186;
 LowLeftCorner= #200;
 LowRightCorner= #188;

r
 : integer;

in
otoXY(x1-1,y1);
rite(UpleftCorner);
or I:=X1 to X2 do
write(HorzBar);
write(UpRightCorner);
or I:=y1+1 to y2 do
```

```
    GotoXY(X2+1,I):Write(VertBar);
  end;
 GotoXY(x1-1,y2+1);
 write(LowLeftCorner);
 For I:=x1 to x2 do
   write(HorzBar);
 write(LowRightCorner);
 d;


  ********************************************


 OCEDURE ELEVAR (X,Y:REAL; VAR XALAY:REAL);
 r
 ,YP,PAR,Z,POTENCIA,TRUNCAR,DIFERENCIA,RAZON:REAL;
 POT,AUX:REAL;
 I:INTEGER;

 GIN
    POTENCIA:=1;
    IF (X=0) AND (Y=0)
       THEN WRITELN('NO SE PUEDE ELEVAR')
       ELSE BEGIN
              IF X=0
                 THEN  XALAY:=0
                 ELSE BEGIN
                        XP:=ABS(X);
                        YP:=ABS(Y);
                        POTENCIA:=EXP (YP* LN(XP));
                        PAR:=YP/2;
                        Z:=PAR-TRUNC(PAR);
                        RAZON:=XP/X;
                        IF Z=0 {EXPONENTE PAR}
                           THEN BEGIN
                                  IF Y>= 0
                                     THEN XALAY :=POTENCIA
                                     ELSE XALAY:=1/POTENCIA;
                                END
                           ELSE BEGIN
                                  TRUNCAR:=TRUNC(YP);
                                  DIFERENCIA:=YP-TRUNCAR;
                                  IF (DIFERENCIA <> 0 ) AND ( RAZON <0 )
                                      THEN WRITELN ('NO SE PUEDE HACER ')
                                      ELSE BEGIN
                                             IF Y>=0
                                                THEN XALAY:=RAZON*POTENCIA
                                                ELSE XALAY:=RAZON*(1/POTENCIA);
                                           END;
                                END;

                      END;
            END;

 ; { DEL PROCEDURE ELEVAR }


 ********************************************


 UNCTION T(Valor:Real; Int:char):REAL;
 AR
 ,J,NII:INTEGER;
```

```
BEGIN
   IF INT='g'
      THEN BEGIN
             LIMSUP:=BG;
             LIMINF:=AG;
            END
      ELSE BEGIN
             LIMSUP:=D1;
             LIMINF:=C;
            END;
   N1:=(NN1-1);
   H:=(LIMSUP-LIMINF)/ NN1;
   SUMA1:=0;
   FOR I:=1 TO N1 DO
     BEGIN
         XI:=LIMINF+(I*H);
         ELEVAR(XI,(VALOR-1),RESUL8);
         SUMA1:=SUMA1+(RESUL8 * EXP(-XI));
      END;
    SUMA2:=0;
    FOR J:=1 TO N1 DO
      BEGIN
           XJ:=LIMINF+(J+0.5)*H;
           ELEVAR(XJ,(VALOR-1),RESUL8);
           SUMA2:=SUMA2+(RESUL8*EXP(-XJ));
       END;
     ELEVAR(LIMINF,(VALOR-1),RESUL8);
     ELEVAR(LIMSUP,(VALOR-1),RESUL9);
    T:=H*((RESUL8*EXP(-LIMINF))+(RESUL9*EXP(-LIMSUP))+(2*SUMA1)+(4*SUMA2))/6;
D;


 ************************************************

FUNCTION FUNCION(FUN:Integer; Vaale:Real; Tipo:Char):Real;
VAR
NUM,PCOMP,AUX,NUMERADOR,AUX2,DENOMINADOR,DENOMINADOR1,DENOMINADOR2,AUX1:REAL;
AUX3:REAL;

BEGIN

 CASE FUN OF
 1:begin {Binomial}
   IF TIPO='g' THEN
    begin
     ELEVAR(p1,vaale,resul1);
     ELEVAR((1-p1),(n11 - vaale ),resul2);
     NUMERADOR:=fact(n11)*resul1*resul2;
     denominador1:=fact(n11-vaale);
     denominador:=denominador1*FACT(VAALE);
     FUNCION:=NUMERADOR/DENOMINADOR;
    end
   ELSE  begin
     ELEVAR(hp1,vaale,resul1);
     ELEVAR((1-hp1),(hn11 - Vaale),resul2);
     NUMERADOR:=FACT(hn11)*RESUL1*RESUL2;
     DENOMINADOR1:=FACT(hn11-vaale);
     DENOMINADOR:=DENOMINADOR1*FACT(vaale);
     FUNCION:=NUMERADOR/DENOMINADOR;
    end;
    end;
  2:begin {Geometrica}
    IF TIPO='g' THEN
     begin
```

```
 end
 ELSE
  begin
   ELEVAR((1 - hp2),(Vaale - 1),resul1);
   FUNCION:=hp2 * RESUL1;
  end;
  end;
3:begin  (Hipergeometrica)
  IF TIPO='g'
   THEN BEGIN
          NUM:=FACT(r1);
          NUMERADOR:=NUM * FACT (n111 - r1);
          AUX2:=FACT(r1-Vaale);
          DENOMINADOR1:= AUX2 * FACT(Vaale);
          AUX:=n5-r1;
          aux1:=n111-r1;
          AUX3:=FACT(AUX-AUX1);
          DENOMINADOR2:=AUX3*FACT(AUX);
          NUMERADOR:=NUMERADOR*FACT(n111-n5);
          NUMERADOR:=NUMERADOR*FACT(n5);
          DENOMINADOR:=DENOMINADOR1*DENOMINADOR2*FACT(n111);
          FUNCION:=NUMERADOR/DENOMINADOR;
        END
  ELSE BEGIN
         NUM:=FACT(hr1);
         NUMERADOR:=NUM*FACT(hn111-hr1);
         AUX2:= FACT(hr1-Vaale);
         DENOMINADOR1:=AUX2*FACT(Vaale);
         AUX:=hn5-hr1;
         AUX1:=hn111-hr1;
         AUX3:=FACT(AUX-AUX1);
         DENOMINADOR2:=AUX3*FACT(AUX);
         NUMERADOR:=NUMERADOR*FACT(hn111-hn5);
         NUMERADOR:=NUMERADOR*FACT(hn5);
         DENOMINADOR:=DENOMINADOR1*DENOMINADOR2*FACT(hn111);
         FUNCION:=numerador/denominador;
       END;
       end;
4:begin  (Poisson)
  IF TIPO='g' THEN
   begin
    ELEVAR(landa,vaale,resul1);
    NUMERADOR:=resul1* EXP(-LANDA);
    FUNCION:= NUMERADOR/FACT(Vaale);
   end
  ELSE
   begin
    ELEVAR(hlanda,vaale,resul1);
    NUMERADOR:=resul1*EXP(-LANDA);
    FUNCION:= NUMERADOR / FACT(Vaale);
   end;
   end;
5:begin  (binomial neg)
  IF TIPO='g'
   THEN BEGIN
          ELEVAR(p3,r2,resul1);
          AUX:=Vaale-r2;
          ELEVAR((1- p3),AUX,resul2);
          AUX1:=Vaale-1;
          NUMERADOR:=resul1*resul2*FACT(AUX1);
          AUX2:=r2-1;
          DENOMINADOR:=FACT(AUX1-AUX2);
          DENOMINADOR:=DENOMINADOR*FACT(AUX2);
          FUNCION:=NUMERADOR/DENOMINADOR;
```

```
   ELSE  BEGIN
          ELEVAR(hp3,hr2,resul1);
          AUX:=Vaale-hr2;
          ELEVAR((1- hp3),AUX,resul2);
          AUX1:=Vaale-1;
          NUMERADOR:=resul1*resul2*FACT(AUX1);
          AUX2:=hr2-1;
          DENOMINADOR:=FACT(AUX1-AUX2);
          DENOMINADOR:=DENOMINADOR*FACT(AUX2);
          FUNCION:=NUMERADOR/DENOMINADOR;
       end;
       end;
 6:begin  {Uniforme}

   IF TIPO='g'
    THEN
          FUNCION:= 1/(teta2 - teta1)
    ELSE
          FUNCION:= 1/(hteta2 - hteta1);
    end;
 7: begin {Normal}
   IF TIPO='g'
    THEN BEGIN
          ELEVAR((Vaale - media),2,resul1);
          AUX:=2*PI*varianza;
          ELEVAR(AUX2,0.5,resul2);
          AUX1:=resul1/(2*varianza);
          IF AUX1>87.49
               THEN AUX2:=0
               ELSE AUX2:=EXP(-AUX1);
          FUNCION:= AUX2/resul1;
       end
   ELSE BEGIN
          ELEVAR((vaale -hmedia),2,resul1);
          AUX:=2*PI*hvarianza;
          ELEVAR(AUX,0.5,resul2);
          AUX1:=resul1/(2*hvarianza);
          IF AUX1>87.49
             THEN AUX2:=0
             ELSE AUX2:=EXP(-AUX1);
          FUNCION:= AUX2/resul1;
       end;
       end;
 8:begin  {Exponencial}
   IF TIPO='g'
   THEN BEGIN
         CAPACIDAD:=Vaale/beta;
         IF CAPACIDAD>87.49
              THEN EXPONENTE:=0
              ELSE EXPONENTE:=EXP(-CAPACIDAD);
         FUNCION:= (EXPONENTE)/ beta;
       END
   ELSE  BEGIN
          CAPACIDAD:=Vaale/hbeta;
          IF CAPACIDAD>87.49
                THEN EXPONENTE:=0
                ELSE EXPONENTE:=EXP(-CAPACIDAD);
          FUNCION:= (EXPONENTE)/hbeta;
          END;
     end;
 9:BEGIN  {Gamma}
   IF TIPO='g' THEN
     begin
     ELEVAR(vaale,(alfa-1),resul1);
     ELEVAR(beta1,alfa,resul2);
```

```
            THEN EXPONENTE:=0
            ELSE EXPONENTE:=EXP(-CAPACIDAD);
      NUM:= (resul1*EXPONENTE);
      FUNCION:=NUM/(resul2 * T(alfa,tipo));
      end
    ELSE
      begin
      ELEVAR(vaale,(halfa-1),resul1);
      ELEVAR(hbeta1,halfa,resul2);
      CAPACIDAD:=Vaale/hbeta1;
      IF CAPACIDAD>87.49
              THEN  EXPONENTE:=0
              ELSE  EXPONENTE:=EXP(-CAPACIDAD);
      NUM:= (resul1*EXPONENTE);
      FUNCION:=NUM/(resul2 * T(halfa,tipo));
      end;
      END;
 10:begin  {Ji-cuadrada}
    IF TIPO='g' THEN
      begin
      ELEVAR(vaale,((g1/2)-1),resul1);
      ELEVAR(2,(g1/2),resul2);
      CAPACIDAD:=Vaale/2;
      IF CAPACIDAD>87.49
           THEN EXPONENTE:=0
           ELSE EXPONENTE:=EXP(-CAPACIDAD);
      FUNCION:= (resul1*EXPONENTE)/(resul2 * T(g1/2,tipo));
      end
    ELSE
      begin
      ELEVAR(vaale,((hg1/2)-1),resul1);
      ELEVAR(2,(hg1/2),resul2);
      CAPACIDAD:=Vaale/2;
      IF CAPACIDAD>87.49
           THEN EXPONENTE:=0
           ELSE EXPONENTE:=EXP(-CAPACIDAD);
      FUNCION:= (resul1*EXPONENTE)/(resul2 * T(hg1/2,tipo));
      end;
      end;
 11:begin  {Beta}
    IF TIPO='g' THEN
      begin
      ELEVAR(vaale,(alfa-1),resul1);
      ELEVAR((1-vaale),(beta2-1),resul2);
      NUMERADOR:=(T(alfa1+beta2,tipo))*resul1*resul2;
      DENOMINADOR:=T(alfa1,tipo);
      DENOMINADOR:=DENOMINADOR *T(beta2,tipo);
      end
    ELSE
      begin
      ELEVAR(vaale,(halfa-1),resul1);
      ELEVAR((1-vaale),(hbeta2-1),resul2);
      NUMERADOR:= (T(halfa1+hbeta2,tipo))*resul1*resul2;
      DENOMINADOR:=T(halfa1,tipo);
      DENOMINADOR:=DENOMINADOR *T(hbeta2,tipo);
      end;
      end;
end; { case }
d;

 ************************************************

FUNCTION CALCULO(g1,h1,N:Integer; x:real):REAL;
VAR
```

```
 FUNCION1,FUNCION2,FUNCION3:REAL;

BEGIN
 IF tiement='C' THEN BEGIN
     N1:=(N - 1);
     H:= (D1 - C)/N;
     SUMA1 := 0.0;
     FOR I:=1 TO N1 DO BEGIN
       XI:= C + I * H;
       FUNCION1:=FUNCION(G,X,'g');
       SUMA1:= SUMA1 + FUNCION1 * FUNCION(h1,XI,'h');
     end;
     SUMA2:=0.0;
     FOR J:=0 TO N1 DO BEGIN
       XJ:= C + (J + 0.5) * H;
       FUNCION1:=FUNCION(G1,X,'g');
       SUMA2 := SUMA2 + FUNCION1 * FUNCION(h1,xj,'h')
     END;
     FUNCION1:=FUNCION(G1,X,'g');
     FUNCION2:=FUNCION(H1,C,'h');
     FUNCION3:=FUNCION(G1,X,'g');
     CALCULO:= H * (FUNCION1 * FUNCION2 +
     FUNCION3* FUNCION(h1,d1,'h') + 2 * SUMA1 + 4 * SUMA2)/6;
 END
  ELSE BEGIN
         CAL:=0;
         FOR I:=TRUNC(C) TO TRUNC(D1) DO
         FUNCION1:=FUNCION(G1,X,'g');
         CAL:= CAL + (FUNCION1 * FUNCION (h1,I,'h') );
         CALCULO:=CAL;
 END;
END;


 ************************************************

FUNCTION FS(X,R:REAL;OPC,N:INTEGER):REAL;
VAR
I: INTEGER;
F: REAL;

BEGIN
  F:=0;
  CASE OPC OF

  1:      IF dement='C' THEN
                F:= ((X-R) * CALCULO(g,h1,N,x))
          ELSE begin
                FOR I:= TRUNC(A) TO TRUNC(B) DO
                   F:=F + (I-R) * CALCULO(g,h1,N,x)
          end;

  2:      IF dement='C' THEN
                F:= CALCULO(g,h1,N,x)

          ELSE begin
                FOR I:= TRUNC(A) TO TRUNC(B) DO
                   F:=F + CALCULO(g,h1,N,I)
          end;
  3:      IF dement='C' THEN
                F:= (X * CALCULO(g,h1,N,x))

          ELSE begin
                FOR I:= TRUNC(A) TO TRUNC(B) DO
```

```
  END;   {CASE}

  FS:=F;
END;

 ********************************************

PROCEDURE SIMPSN(A,B:REAL;N:INTEGER;R:REAL;FUN:INTEGER;VAR INTSIM:REAL);

 Procedimiento de integracion

var
J,I:Integer;
xi,xj,SUMA1:real;

BEGIN
     AG:=A;
     BG:=B;
     N1:=( N - 1);
     H:= (B - A) / N;
     SUMA1:= 0.0;

     FOR I:=1 TO N1 DO
     BEGIN
       XI:= A + I * H;
       SUMA1:= SUMA1 + FS(XI,R,FUN,N);
     END;
     SUMA2:= 0.0;
     FOR J:=0 TO N1 DO
     BEGIN
        XJ:= A + (J + 0.5) * H;
        SUMA2:= SUMA2 + FS(XJ,R,FUN,N);
     END;
     SIMAUX:=FS(A,R,FUN,N);
     INTSIM:= H * (SIMAUX + FS(B,R,FUN,N) + 2. * SUMA1 + 4. * SUMA2) / 6;
ND;



 ********************************************

PROCEDURE FIBONA;
var
  I,DE,X1,X2 :ARRAY [1..100] OF REAL;
  J:INTEGER;
  fin:boolean;
begin
     FIN:=FALSE;
     IF (BACKOR)<=0 then
        CONS:= CA * QITER / (CC * D + CA * QITER)
     else
        CONS:= CA * QITER / (CC * D);
     A:= AO;
     LIMSUP:= A;
     SIMPSN(0.0,LIMSUP,N2,0.0,2,SUMA);
     IF (1.0 - SUMA - CONS)=0 THEN BEGIN
          RITER:= A;
          fin:=true;
     END ELSE IF (1.0 - SUMA - CONS)<0 THEN BEGIN
          REPEAT;
               A:= A - DELTA;
               LIMSUP:= A;
               SIMPSN(0.0,LIMSUP,N2,0.0,2,SUMA);
```

```
        { segunda parte Acercamiento por la derecha}
        J:= 1;
        I[J]:= A;
        DE[J]:= A + DELTA;
    END ELSE IF (1.0 - SUMA - CONS)>0 THEN BEGIN
        REPEAT;
            A:= A + DELTA;
            LIMSUP:= A;
            SIMPSN(0.0,LIMSUP,N2,0.0,2,SUMA);
        UNTIL ( (1.0 - SUMA) <= CONS );
        { segunda parte Acercamiento por la izquierda}
        J:= 1;
        I[J]:= A - DELTA;
        DE[J]:= A;
    END;
    WHILE NOT(FIN) DO BEGIN
        LOINT:= DE[J]- I[J];

        X1[J]:= I[J] + FIB[N-1-J] * LOINT / FIB[N-1+2-J];
        X2[J]:= I[J] + FIB[N-1+1-J] * LOINT / FIB[N-1+2-J];
        IF ( J < (N-1) ) THEN BEGIN     { 60 }
           IF( LOINT > EPSIL) THEN BEGIN  { 65 }
                LIMSUP:= X1[J];
                SIMPSN(0.0,LIMSUP,N3,0.0,2,SUMA);
                IF ( 1.0 - SUMA - CONS ) < 0 THEN BEGIN
                       J:= J + 1;
                       I[J]:= I[J-1];
                       DE[J]:= X1[J-1];
                END ELSE
                IF ( 1.0 - SUMA - CONS ) = 0 THEN BEGIN
                       RITER:= X1[J];
                       FIN:=TRUE;
                END ELSE BEGIN   { 90 }
                       LIMSUP:= X2[J];
                       SIMPSN(0.0,LIMSUP,N3,0.0,2,SUMA);
                       IF ( 1.0 - SUMA - CONS ) < 0 THEN BEGIN
                               J:= J + 1;
                               I[J]:= X1[J-1];
                               DE[J]:= X2[J-1];
                       END ELSE
                       IF ( 1.0 - SUMA - CONS ) = 0 THEN BEGIN
                               RITER:= X2[J];
                               FIN:=TRUE;
                       END ELSE BEGIN
                              J:= J + 1;
                              I[J]:= X2[J-1];
                              DE[J]:= DE[J-1];
                       END;
                END { 90 }
           END  { 65 }
           ELSE BEGIN
                RITER:= X1[J-1];
                FIN:=TRUE;
           END
        END { 60 }
        ELSE BEGIN
           RITER:=X1[J-1];
           FIN:=TRUE;
        END;
    END; { CICLO }
D:  { FIN PROCEDIMIENTO }


*************************************************
```

```
   En esta subrutina se calculan los números de Fibonacci
}
var
K:integer;
BEGIN
    { FIB[1]:= 0;
      FIB[2]:= 1;
      N:= NAUX + 2;
      FOR K:= 3 TO N DO }

      FIB[0]:= 0;
      FIB[1]:= 1;
      N:= NAUX + 1;
      FOR K:= 2 TO N DO

      BEGIN
         FIB[K]:= FIB[K-1] + FIB[K-2];
      END;
      END;


 ********************************************

      PROCEDURE CALCUN;
      { La N que resulte indica el No. de iteraciones por realizar
        (reducciones) en la busqueda de r }
      var
      I:INTEGER;
      fin:BOOLEAN;

      BEGIN
      FIN:=FALSE;
      WHILE( ET > DELTA ) DO
      BEGIN
         WRITELN('*** ERROR EN LOS VALORES DE ET Y DELTA ***');
         WRITELN('ET DEBE SER MENOR QUE DELTA, SUS ACTUALES VALORES SON :')
         WRITELN('ET = ',ET,'                    DELTA = ',DELTA);
         WRITELN('DARLES NUEVOS VALORES ');
         WRITE('Nuevo ET ::::> ');
         READLN(ET);
         WRITELN;
         WRITE('Nuevo DELTA :::> ');
         READLN(DELTA);
      END;
      CTE1:= ET / DELTA;
      I:= 1;
      WHILE NOT(FIN) DO BEGIN
        I:= I + 1;
        IF ( I <= NAUX ) then begin
           CTE2:= 1.0 / FIB[I];
           IF ( CTE1 > CTE2 ) then begin
               N:= I - 1;
               FIN:=TRUE;
           END;
        END ELSE BEGIN
           WRITELN('DAR UN NUMERO MAYOR DE ',NAUX,' A NAUX ');
           READLN(NAUX);
           NUMFIB;
           I:= I - 1;
        END;
      END; {Ciclo}
 D;   { del procedimiento }
```

```
ROCEDURE PEDIRDAT(OP:Integer; TIPO:Char);
EGIN
 clrscr;
 marco(2,74,2,24);
 CASE OP OF
 1: {Binomial}
    IF TIPO='g' THEN BEGIN
    writeln;
      gotoxy(2,4);
      WRITE(' TECLEE EL TAMANO DE LA MUESTRA PARA LA FUNCION DE DEMANDA');
      gotoxy(20,6);
      WRITE('DATO :::> ');
      gotoxy(31,6);
      READLN(N11);
      gotoxy(2,8);
      WRITE('TECLEE LA PROBABILIDAD DE EXITO ');
      gotoxy(12,10);
      WRITE('PROBABILIDAD :::> ');
      gotoxy(32,10);
      READLN(P1);
    END ELSE BEGIN
      gotoxy(2,4);
      WRITE('  TECLEE EL TAMANO DE LA MUESTRA PRA LA FUNCION DE TIEMPO');
      gotoxy(20,6);
      WRITE('DATO :::> ');
      gotoxy(31,6);
      READLN(HN11);
      gotoxy(2,8);
      WRITE('  TECLEE LA PROBABILIDAD DE EXITO');
      gotoxy(12,10);
      WRITE('     PROBABILIDAD :::> ');
      gotoxy(32,10);
      READLN(HP1);
    END;
 2: {Geometrica}
    IF TIPO='g' THEN BEGIN
      gotoxy(2,8);
      WRITElN( '  Teclee la probabilidad de exito para la demanda');
      gotoxy(12,10);;
      WRITe('     Probabilidad :::> ');
      gotoxy(31,10);
      READLN(P2);
    END ELSE BEGIN
      gotoxy(2,8);
      WRITE('  Teclee la probabilidad de exito para el tiempo');
      gotoxy(12,10);
      WRITE('    Probabilidad :::> ');
      gotoxy(31,10);
      READLN(HP2);
    END;
 3: {Hipergeometrica}
    IF TIPO='g' THEN BEGIN
      gotoxy(2,10);
      WRITE('  Teclee el tamaño de la población para la demanda');
      gotoxy(18,12);
      write('Tamano :::> ');
      gotoxy(31,12);
      READ(N111);
      gotoxy(2,14);
      WRITE(' Teclee el Num. de elems. con caract. deseada en la muestra');
      gotoxy(18,16);
      write('Numero :::> ');
      gotoxy(31,16);
      READLN(P1);
```

```
    WRITE(' Teclee el tamaño de la muestra');
    gotoxy(18,20);
    write('Tamano :::> ');
    gotoxy(31,20);
    READLN(N5);
  END ELSE BEGIN
    gotoxy(2,6);
    WRITE('  Teclee el tamaño de la población para el tiempo');
    gotoxy(18,8);
    write('Tamano :::> ');
    gotoxy(31,8);
    READLN(HN111);
    gotoxy(2,10);
    WRITE('Teclee el Num. de elems. con caract. deseada en la muestra');
    gotoxy(2,12);
    write('Numero :::> ');
    gotoxy(31,12);
    READLN(HR1);
    gotoxy(2,14);
    WRITELN(' Teclee el tamaño de la muestra');
    gotoxy(18,16);
    write('Tamano :::> ');
    gotoxy(31,16);
    READLN(HN5);
  END;

: {Poisson}
  IF TIPO='g' THEN BEGIN
    gotoxy(2,10);
    WRITE('Teclee el valor promedio de la demanda ');
    gotoxy(18,12);
    write('Demanda :::> ');
    gotoxy(32,12);
    READLN(LANDA);
  END ELSE BEGIN
  gotoxy(2,10);
    WRITE('Teclee el valor promedio del tiempo ');
    gotoxy(18,12);
    write('Tiempo :::> ');
    gotoxy(32,12);
    READLN(HLANDA);
  END;
: {Binomial neg.}
  IF TIPO='g' THEN BEGIN
  gotoxy(18,12);
    WRITE('R2 :::> ');
    gotoxy(32,12);
    READLN(R2);
    gotoxy(18,14);
    WRITE('P3 :::> ');
    gotoxy(32,14);
    READLN(P3);
  END ELSE BEGIN
   gotoxy(18,12);
    WRITE('HR2 :::> ');
    gotoxy(32,12);
    READLN(HR2);
    gotoxy(18,14);
    WRITE('HP3 :::> ');
    gotoxy(32,14);
    READLN(HP3);
  END;
: {Uniforme}
  IF TIPO='g' THEN BEGIN
    gotoxy(2,14);
```

```
    gotoxy(16,16);
    Write ('Teta 1 :::> ');
    gotoxy(32,16);
    READLN(TETA1);
    gotoxy(2,18);
    WRITE (' Teclee el valor superior de la demanda');
    gotoxy(18,20);
    write('Teta 2 :::> ');
    gotoxy(32,20);
    READLN(TETA2);
  END ELSE BEGIN
  writeln;
    gotoxy(2,14);
    WRITE(' Teclee el valor inferior del tiempo');
    gotoxy(16,16);
    write('Teta 1 :::> ');
    gotoxy(32,16);
    READLN(HTETA1);
    gotoxy(2,18);
    WRITE(' Teclee el valor superior del tiempo');
    gotoxy(16,20);
    write('Teta 2 :::> ');
    gotoxy(32,20);
    READLN(HTETA2);
  END;
7: {Normal}
  IF TIPO='g' THEN BEGIN
    gotoxy(2,8);
    WRITE('  Teclee la demanda promedio');
    gotoxy(18,10);
    write('Demanda :::> ');
    gotoxy(32,10);
    READLN(MEDIA);
    gotoxy(2,12);
    WRITE('  Teclee la varianza de la demanda');
    gotoxy(17,14);
    write('Varianza :::> ');
    gotoxy(32,14);
    READLN(VARIANZA);
  END ELSE BEGIN
   gotoxy(2,10);
    WRITE('  Teclee el tiempo promedio');
    gotoxy(17,12);
    write('Tiempo :::> ');
    gotoxy(32,12);
    READLN(HMEDIA);
    gotoxy(2,14);
    WRITE('  Teclee la varianza del tiempo');
    gotoxy(16,16);
    write('Varianza :::>');
    gotoxy(32,16);
    READLN(HVARIANZA);
  END;
: {Exponencial}
  IF TIPO='g' THEN BEGIN
  gotoxy(2,14);
    WRITE('  Teclee el parametro beta de la demanda');
   gotoxy(18,16);
   write ('Beta :::> ');
   gotoxy(32,16);
   READLN(BETA);
   end ELSE BEGIN
   gotoxy(2,14);
    WRITE('  Teclee el parametro beta del tiempo');
```

```
   gotoxy(32,16);
   READLN(HBETA);
  END;
9: {Gamma}
  IF TIPO='g' THEN BEGIN
  gotoxy(2,14);
   WRITE('  Teclee el parametro alfa de la demanda');
   gotoxy(16,16);
   write('Alfa :::> ');
   gotoxy(32,16);
   READLN(ALFA);
   gotoxy(2,18);
   WRITE(' Teclee el parametro beta de la demanda');
   gotoxy(16,20);
   write('Beta :::> ');
   gotoxy(32,20);
   READLN(BETA1);
  END ELSE BEGIN
   gotoxy(2,14);
   WRITE('  Teclee el parametro alfa del tiempo');
   gotoxy(16,16);
   write('Alfa :::> ');
   gotoxy(32,16);
   READLN(HALFA);
   gotoxy(2,18);
   WRITE(' Teclee el parametro beta del tiempo');
   gotoxy(16,20);
   write('Beta :::> ');
   gotoxy(32,20);
   READLN(HBETA1);
  END;
0: {Ji_cuadrado}
  IF TIPO='g' THEN BEGIN
  gotoxy(2,14);
   WRITE(' Teclee el grado de libertad de la demanda');
   gotoxy(13,16);
   write('G.libertad :::> ');
   gotoxy(32,16);
   READLN(GL);
  END ELSE BEGIN
  gotoxy(2,14);
   WRITE(' Teclee el grado de libertad del tiempo');
   gotoxy(13,16);
   write(' G.libertad :::> ');
   gotoxy(32,16);
   READLN(HGL);
  END;
: {Beta}
  IF TIPO='g' THEN BEGIN
  gotoxy(2,14);
   WRITELN(' Teclee el parametro alfa de la demanda');
   gotoxy(18,16);
   write('Alfa :::> ');
   gotoxy(32,16);
   READLN(ALFA1);
   gotoxy(2,18);
   WRITE('  Teclee el parametro beta de la demanda');
   gotoxy(18,20);
   write('Beta :::> ');
   gotoxy(32,20);
   READLN(BETA2);
  END ELSE BEGIN
   gotoxy(2,14);
   WRITE(' Teclee el parametro alfa del tiempo');
```

```
      gotoxy(32,16);
      READLN(HALFA1);
      gotoxy(2,18);
      WRITE(' Teclee el parametro beta del tiempo');
      gotoxy(16,20);
      write('Beta :::> ');
      gotoxy(32,20);
      READLN(HBETA2);
    END;
 END {CASE}
ID;

{--------------------------------------------------------+
                                                         :
          <<< PROGRAMA PRINCIPAL >>>                     :
                                                         :
---------------------------------------------------------+ }

GIN

GO:='S';
ILE ALGO='S' DO BEGIN
RSCR;
rco(2,78,2,24);
toxy(12,8);
ite('__________________________________________________________________');
toxy(12,10);
ite('       M O D E L O    D E   I N V E N T A R I O  < Q,R >');
toxy(12,12);
ITE('         Modelo de lote  economico punto de reorden');
toxy(12,13);
ite('         de revision continua');
toxy(12,15);
ITE('__________________________________________________________________');
LAY(5000);
RSCR;
NESP:=FALSE;
SIGN(SAL,'A:CORRIDA.SAL');
  Inicia lectura de datos    }
WRITE(SAL);
      ERROR:=FALSE;
      WRITELN;WRITELN;WRITELN;WRITELN;
      wrITELN('                    CONOCES EL VALOR DE LA ESPERANZA DE LA FUNCION F(
 ? ');
      WRITELN;
      WRITELN('                     0  =>   SE DESCONOCE ');
      WRITELN('                     1  =>   SE CONOCE ');
      WRITELN;
      WRITE('                       TECLEE LA OPCION  DESEADA :::>  ');
      marco(2,74,2,24);
      gotoxy(52,10);
      READ(PASO);
      ESP:=TRUNC(PASO);
      WRITELN(SAL,esp);
      CLRSCR;
      WRITELN;WRITELN;WRITELN;WRITELN;
      WRITELN('                  OPCIONES DE MANEJO DE LAS VENTAS ');
      WRITELN;
      WRITELN('                   1 :::> ACEPTA RETRASO DE VENTAS');
      WRITELN;
      WRITELN('                   0 :::> NO ACEPTA RETRASO DE VENTAS' );
      WRITELN;WRITELN;
      WRITE('                       TECLEE LA OPCION DESEADA :::>  ');
      marco(2,74,2,24);
```

```
READ(PASO);
BACKOR:=TRUNC(PASO);
WRITELN(SAL,backor);
if(ESP = 1) then begin
CLRSCR;
    gotoxy(2,12);
    WRITE('                TECLEE EL VALOR DE LA ESPERANZA DE X :::> ');
    marco(2,74,2,24);
    gotoxy(60,12);
    READ(ESPER);
    WRITELN(SAL,esper:10:5);
end else begin
     BANESP:=TRUE;
     CLRSCR;
     WRITELN;WRITELN;WRITELN;
     WRITELN;WRITELN;WRITELN;
     WRITELN;WRITELN;
     WRITELN('                   TECLEE  LOS VALORES DE LOS LIMITES DE INTEGRA
ON ');
     WRITELN('                   PARA EL CALCULO DE LA ESPERANZA');
     WRITELN;
     WRITE('                     LIMITE INFERIOR :::>  ');
     marco(2,74,2,24);
     gotoxy(40,12);
     READ(AA);
     gotoxy(2,14);
     write('                    LIMITE SUPERIOR :::>  ');
     gotoxy(40,14);
     READ(BB);
     WRITEln(SAL,A:10:5,'   ',B:10:5);
     gotoxy(2,16);
     WRITE('    TECLEE EL NUMERO DE SUBINTERVALOS  PARA CALCULAR LA ESPERA
\ ');
     gotoxy(2,18);WRITE('                 DATO :::>  ');
     gotoxy(28,18);
     READ(NN1);
     WRITEln(SAL,N1);

Calculo del valor de esper en caso de que no se conozca su valor

      end;

ITER:=1;
S[ITER]:=0.0;
CLRSCR;
writeln;WRITELN;WRITELN;WRITELN;
WRITELN;
WRITELN( '                  CAPTURA DE LOS VALORES DE LOS COSTOS');
WRITELN;WRITELN;WRITELN;WRITELN;
WRITELN;
writeln;writeln;writeln;
WRITE('                     COSTO DE ORDENAR (Co)        :::>  ');
marco(2,74,2,24);
gotoxy(58,15);
READ(CO);
gotoxy(2,17);
WRITE('                    COSTO DE ALMACENAMIENTO (Ca) :::>  ');
READ(CA);
gotoxy(2,19);
WRITE('                    COSTO DE CARENCIA (Cc)       :::>  ');
READ(CC);
gotoxy(2,21);
WRITE('                    DEMANDA PROMEDIO ANUAL (D)   :::>  ');
READ(D);
```

```
    WRITELN;WRITELN;WRITELN;
    WRITELN( '                    TECLEE LOS SIGUIENTES DATOS');
    WRITELN;
    WRITELN;
    WRITELN('  PRECISION DESEADA EN LA OBTENCION DE LA SOLUCION OPTIMA (EPSIL
);
    WRITELN;
    gotoxy(20,8);WRITE('DATO :::> ');
    marco(2,74,2,24);
    gotoxy(31,8);
    READ(EPSIL);
    WRITELN(SAL,CO:10:5,' ',CA:10:5,' ',CC:10:5,' ',D:10:5,' ',EPSIL:10:5);
    gotoxy(2,10);
    WRITE(' PARA ACOTAR EL VALOR DE R EN UN INTERVALO DE LONGITUD DELTA.');
    gotoxy(2,11);
    WRITEln(' SE HACE USO DEL METODO DE SIMPSON. CUANTOS SUBINTERVALOS QUIERE
 ');
    gotoxy(20,13);
    WRITE('DATO :::>  ');
    gotoxy(31,13);READ(PASO);
    N2:=TRUNC(PASO);
    gotoxy(2,15);
    WRITE(' DAME LA AMPLITUD DEL INTERVALO EN LA QUE DESEAS SE ENCUENTRE EL V
)R ');
    gotoxy(2,16);WRITE(' DE R, EN LA PRIMERA ETAPA DE BUSQUEDA DE R ');
    gotoxy(20,18);
    WRITE('DATO :::> ');
    gotoxy(31,18);
    READd(PASO);
    DELTA:=TRUNC(PASO);
    WRITELN(SAL,N2,' ',DELTA);
    gotoxy(2,20);
    WRITE(' PARA APROXIMAR EL VALOR DE R TANTO COMO QUIERAS SE HACE USO DEL')

    GOTOXY(2,21);WRITE(' METODO DE SIMPSON, DAME EL NUMERO DE SUBINTERVALOS Q
DESEES  ');
    GOTOXY(20,23);
    WRITE('DATO :::> ');
    GOTOXY(31,23);
    READ(PASO);
    N3:=TRUNC(PASO);
    CLRSCR;
    WRITELN;WRITELN;WRITELN;
    WRITELN ('                         CAPTURA   DE   DATOS');
    WRITELN;WRITELN;
    WRITELN('  DAME EL ERROR QUE ADMITES EN LA APROXIMACION AL VALOR DE R MED
TE');
    WRITELN('  EL METODO DE FIBONACCI  ');
    WRITELN; gotoxy(20,10);
    WRITE('DATO :::> ');
    marco(2,74,2,24);
    gotoxy(31,10);
    READ(ET);
    WRITELN(SAL,N3,' ',ET:10:5);
    gotoxy(2,11);
    gotoxy(2,12);WRITE(' PARA CALCULAR EL VALOR DE C(R) EN CADA ITERACION MED
TE SIMPSON');
    gotoxy(2,13);WRITE(' CUANTOS SUBINTERVALOS QUIERES ? ');
    gotoxy(20,15);WRITE('DATO :::> ');
    gotoxy(31,15);READ(PASO);
    N4:=TRUNC(PASO);
    WRITELN(SAL,N4);
    gotoxy(2,17);
    WRITE(' DAME UN VALOR AUXILIAR ARBITRARIO DE NUMEROS DE FIBONACCI A CALCU
 ');
```

```
gotoxy(31,19);READ(PASO);
NAUX:=TRUNC(PASO);
WRITELN(SAL,NAUX);
gotoxy(2,21);WRITE(' DAME UN VALOR INICIAL ARBITRARIO PARA R    ');
gotoxy(20,23);WRITE('DATO :::> ');
gotoxy(31,23);
READ(PASO);
AO:=TRUNC(PASO);
WRITELN(SAL,AO);
CLRSCR;
WRITELN ('                              CAPTURA  DE  DATOS ');
WRITELN;WRITELN;WRITELN;
WRITELN;
WRITELN('  TECLEE LOS VALORES ENTRE LOS QUE VARIA EL TIEMPO DE ENTREGA');
WRITELN;WRITELN;
WRITE('  MINIMO VALOR QUE TOMA LA VARIABLE TIEMPO DE ENTREGA :::>   ');
MARCO(2,74,2,24);
GOTOXY(60,9);
READ(C);
GOTOXY(2,12);
WRITE(' MAXIMO VALOR QUE TOMA LA VARIABLE TIEMPO DE ENTREGA :::>   ');
GOTOXY(60,12);
READ(D1);
WRITELN(SAL,C,'   ',D1);
CLRSCR;
WRITELN;WRITELN;WRITELN;WRITELN;
WRITELN('                          Binomial ............. 1 ');
WRITELN('                          Geometrica ............ 2 ');
WRITELN('                          Hipergeomtrica ....... 3 ');
WRITELN('                          Poisson ............... 4 ');
WRITELN('                          Binomial negativa ..... 5 ');
WRITELN('                          Uniforme .............. 6 ');
WRITELN('                          Normal ................ 7 ');
WRITELN('                          Exponencial ........... 8 ');
WRITELN('                          Gamma ................. 9 ');
WRITELN('                          Ji-cuadrada ...........10 ');
WRITELN('                          Beta ..................11 ');
WRITELN;
WRITELN('  ESCOGE LA FUNCION DESEADA PARA LA DEMANDA DURANTE EL TIEMPO');
WRITELN('  DE ENTREGA  ');
WRITELN;
WRITE('  FUNCION :::> ');
MARCO(2,74,2,24);
GOTOXY(18,20);
READ(g);
WRITELN(SAL,' Funcion para la demanda: ',g);
PEDIRDAT(g,'g');
clrscr;
writeln;writeln;writeln;writeln;
writeln('                          Binomial ...............1 ');
writeln('                          Geometrica .............2 ');
writeln('                          Hipergeometrica ........3 ');
writeln('                          Poisson ................4 ');
writeln('                          Binomial negativa ......5 ');
writeln('                          Uniforme ...............6 ');
writeln('                          Normal .................7 ');
writeln('                          Exponencial ............8 ');
writeln('                          Gamma ..................9 ');
writeln('                          Ji-cuadrada ...........10 ');
writeln('                          Beta ..................11 ');
writeln;
WRITELN('  ESCOGE LA FUNCION DESEADA PARA LA DENSIDAD DE PROBABILIDAD DE'

WRITELN('  LA VARIABLE ALEATORIA TIEMPO DE ENTREGA ');
WRITELN;
```

```
    MARCO(2,74,2,24);
    GOTOXY(18,20);
    READ(h1);
    WRITELN(SAL,' Funcion para el tiempo de entrega: ',h1);
    PEDIRDAT(h1,'h');
    CLRSCR;
    WRITELN ('              CORRIENDO ');
    WRITELN;WRITELN;WRITELN;
    IF g > 5 THEN
         dement:='C';
    IF h1 > 5 THEN
         tiement:='C';
 Termina lectura de datos}

    IF BANESP THEN
    SIMPSN(AA,BB,NN1,0.0,3,ESPER);  { CALCULO DE LA ESPERANZA}
    IF BACKOR<= 0 THEN
       ITER:=ITER + 1
    ELSE BEGIN
       QI:=SQRT(2.0*D*(CO+CC*ESPER)/CA);
       QM:=CC*D/CA;
       IF (QM - QI) <0 THEN  BEGIN
       writeln;
          WRITELN('NO HAY SOLUCION UNICA');
          ERROR:=TRUE;
       END;
       ITER:=ITER + 1;
     END;

 Si existe solución única}
GUE:=TRUE;
 NOT(ERROR) THEN BEGIN

WHILE sigue DO BEGIN
    iter1 := iter -1 ;
    WRITELN(' iteracion # ',iter1:4 );
    Q[ITER]:=SQRT(2.0*D*(CO+CC*S[ITER-1])/CA);
    QITER:=Q[ITER];
    WRITELN('                        Q = ',QITER:10:2 );

 Calculo del valor de R en la iteración actual}

    WRITELN(' CALCULANDO R ... ');
    NUMFIB;
    CALCUN;
    NN1:=N4;    { ojo }
    FIBONA;
    R[ITER]:=RITER;
    WRITELN(' r = ',R[ITER]:10:2 );

 Cálculo del valor de C(R) en la iteración actual}

    WRITE(' CALCULANDO C(R) ...');
    SIMPSN(0.0,RITER,N4,RITER,1,SUMA);
    WRITELN(' C(R) = ',SUMA:10:2 );
    S[ITER]:=ESPER-R[ITER]-SUMA;
    WRITELN('                        S = ',S[ITER]:10:2 );
    IF (ABS(R[ITER-1]-R[ITER])-EPSIL) <= 0 then
    begin
         SIGUE:=FALSE;
         QM:=Q[ITER];
         RM:=R[ITER];
         SM:=S[ITER];
    end else
         ITER:=ITER + 1;
```

```
  Costo promedio anual de elaborar órdenes)

'O:= CO * D / QM;

  Costo promedio anual de carencia)

C:= CC * SM * D / QM;



{        CLRSCR;      }
     WRITELN('** R E S U L T A D O S   D E   L A   P O L I T I C A < Q , R >
');
     WRITELN('');
     WRITELN('LOS PARAMETROS USADOS SON LOS SIGUIENTES: ');
     WRITELN('');
     WRITELN('    CO = ',CO:10:5);
     WRITELN('    CA = ',CA:10:5);
     WRITELN('    CC = ',CC:10:5);
     WRITELN('     D = ',D:10:5);
     WRITELN('EPSIL = ',EPSIL:10:5);
     WRITELN('    ET = ',ET:10:5);
      CLRSCR;    }
     IF BACKOR <= 0 then begin

        WRITELN(' CASO: << PERDIDA DE VENTAS >>');
        WRITELN('');
        WRITELN('C(R) REPRESENTA EL NIVEL DE SEGURIDAD');

        {Costo promedio anual de almacenamiento, caso retraso de ventas}

        CTA:= CA * (SM + QM / 2.0 + RM - ESPER);
     end else begin

        WRITELN(' CASO: << RETRASO DE VENTAS >>');
        WRITELN('');
        WRITELN('C(R) REPRESENTA LA CANTIDAD DE CARENCIA ESPERADA POR CICLO');
        WRITELN('');

        {Costo promedio anual de almacenamiento, caso prdida de ventas}

        CTA:= CA * (QM / 2.0 + RM - ESPER);
    END;

  Costo promedio anual total del inventario}

     CT:= CTO + CTA + CTC;
     WRITELN('RESULTADOS POR ITERACION:');
     WRITELN('');
     WRITELN('.........................................................');
     WRITELN(': ITER:        Q      :          R        :       C(R)      :');
     WRITELN(':....:...............:...................:..............:');
     FOR J:=2 TO ITER DO   BEGIN
         J1:= J - 1;
         WRITELN(':   ',J1,'   :    ',Q[J]:8:4,'    :     ',R[J]:8:4,'      :    ',S[
 8:4,'     :');
     END;
     WRITELN(':....:...............:...................:..............:');
     WRITELN('');
     WRITELN('LOS NIVELES OPTIMOS PARA EL CONTROL DE INVENTARIOS SON: ');
     WRITELN('');
     WRITELN('Q =',QM:10:5,'                R = ',RM:10:5);
     WRITELN('');
     WRITELN('CON LOS SIGUIENTES COSTOS PROMEDIOS ANUALES: ');
```

```
   WRITELN('ALMACENAMIENTO                    CTA = ',CTA:10:5);
   WRITELN('CARENCIA                          CTC = ',CTC:10:5);
   WRITELN('                                  ________________');
   WRITELN('');
   WRITELN('TOTAL                              CT = ',CT:10:5);

  {  IMPRESION DE RESULTADOS EN EL ARCHIVO CORRIDA.SAL    }

   WRITELN(SAL,'** R E S U L T A D O S   D E   L A   P O L I T I C A < Q,
**');
   WRITELN(SAL,'');
   WRITELN(SAL,'LOS PARAMETROS USADOS SON LOS SIGUIENTES: ');
   WRITELN(SAL,'');
   WRITELN(SAL,'   CO = ',CO:10:5);
   WRITELN(SAL,'   CA = ',CA:10:5);
   WRITELN(SAL,'   CC = ',CC:10:5);
   WRITELN(SAL,'    D = ',D:10:5);
   WRITELN(SAL,'EPSIL = ',EPSIL:10:5);
   WRITELN(SAL,'   ET = ',ET:10:5);
    CLRSCR;    }
   IF BACKOR <= 0 then begin

      WRITELN(SAL,' CASO: << PERDIDA DE VENTAS >>');
      WRITELN(SAL,'');
      WRITELN(SAL,'C(R) REPRESENTA EL NIVEL DE SEGURIDAD');

      {Costo promedio anual de almacenamiento, caso retraso de ventas}

      CTA:= CA * (SM + QM / 2.0 + RM - ESPER);
   end else begin

      WRITELN(SAL,' CASO: << RETRASO DE VENTAS >>');
      WRITELN(SAL,'');
      WRITELN(SAL,'C(R) REPRESENTA LA CANTIDAD DE CARENCIA ESPERADA POR CICL

      WRITELN(SAL,'');

      {Costo promedio anual de almacenamiento, caso prdida de ventas}

      CTA:= CA * (QM / 2.0 + RM - ESPER);
  END;

Costo promedio anual total del inventario}

   CT:= CTO + CTA + CTC;
   WRITELN(SAL,'RESULTADOS POR ITERACION:');
   WRITELN(SAL,'');
   WRITELN(SAL,'...............................................................');
   WRITELN(SAL,': ITER:         Q        :          R         :      C(R)      :');
   WRITELN(SAL,':....:.................:....................:................:');
   FOR J:=2 TO ITER DO  BEGIN
       J1:= J - 1;
       WRITELN(SAL,':  ',J1,'  :    ',Q[J]:8:4,'    :      ',R[J]:8:4,'      :
J]:8:4,'    :');
   END;
   WRITELN(SAL,':....:.................:....................:................:');
   WRITELN(SAL,'');
   WRITELN(SAL,'LOS NIVELES OPTIMOS PARA EL CONTROL DE INVENTARIOS SON: ');
   WRITELN(SAL,'');
   WRITELN(SAL,'Q =',QM:10:5,'                  R = ',RM:10:5);
   WRITELN(SAL,'');
   WRITELN(SAL,'CON LOS SIGUIENTES COSTOS PROMEDIOS ANUALES: ');
   WRITELN(SAL,'');
   WRITELN(SAL,'ELABORACION DE ORDENES  CTO = ',CTO:10:5);
   WRITELN(SAL,'ALMACENAMIENTO          CTA = ',CTA:10:5);
```

```
    WRITELN(SAL,'CARENCIA                            CIC = ',CIC:10:5);
    WRITELN(SAL,'                                     _______________');
    WRITELN(SAL,'');
    WRITELN(SAL,'TOTAL                                CT = ',CT:10:5);

END; { IF DEL ERROR }
WRITELN;WRITELN;
CLOSE (SAL);
WRITE('DESEAS OTRA CORRIDA  <S/N> :::> ?  ');
READLN(ALGO);
END;
D.
```

A N E X O II

PROGRAMA POLITICA < R.T >

```
rogram rt;
$v-}
$i b:\box\jomlib.lib }

abel fin;
ar opcion,r,j                    :   integer;
   f10                           :   char;
   beta, miu,
   sigma,a,b,p,q,lamda,landa,
   media                         :   real;
   alfa1, alfa2,alfa,n,s,nn      :   integer;
   cmi,cu,tiempo,cprv,cpp,
   cpr,tao1, tao2,k,semilla      :   real;
   c,tipo,dist                   :   str1;
   roptimo, toptimo, costo       :   array[1..10] of real;
   tinicial, tfinal, tjump       :   real;
   evaluando_costos              :   boolean;
   caso_modelo                   :   char;
   epsilon,deltar                :   real;
*****************************************************************
     PROCEDIMIENTO QUE DESPLIEGA PORTADA PRESENTACION
*****************************************************************)

ocedure portada;
gin
rscr;
int ( 1, 1,15,'╔══════════════════════════════════════════
═════════╗');
int ( 1, 2,15,'║
║');
int ( 1, 3,15,'║
║');
int ( 1, 4,15,'║
║');
int ( 1, 5,15,'║
║');
int ( 1, 6,15,'║
║');
int ( 1, 7,15,'╠══════════════════════════════════════════
═════════╣');
int ( 1, 8,15,'║
║');
int ( 1, 9,15,'║
║');
int ( 1,10,15,'║
║');
int ( 1,11,15,'║
║');
int ( 1,12,15,'║
║');
int ( 1,13,15,'║
║');
int ( 1,14,15,'║
║');
int ( 1,15,15,'║
║');
int ( 1,16,15,'║
║');
int ( 1,17,15,'║
║');
```

```
                ║');
int ( 1,19,15,'║
                ║');
int ( 1,20,15,'║
                ║');

int ( 1,21,15,'║
                ║');
int ( 1,22,15,'║
                ║');
int ( 1,23,15,'╚══════════════════════════════════════════════════════════
════════════╝');
int ( 20, 3,15,'  ');
int ( 25, 5,15,'  ');
int ( 5, 9, 7 ,'  ');
int ( 52, 9, 120,'PROYECTO DE TESIS ');
int ( 20, 12, 15, ' ');
int ( 13, 14, 7, 'MODELO PROBABILISTICO <R,T> ');
int ( 13, 15, 7, '  ');
int ( 13, 16, 7, 'PRESENTADO POR: ADELITA POSADA DE LOPEZ  ');
int ( 13, 17, 7, '  ');
int ( 13, 18, 7, '  ');
nt ( 25, 21, 15, 'PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR');
oxy ( 68, 21 );
eat until keypressed;
te (' ');
;


*****************************************************************
    PROCEDIMIENTO QUE DESPLIEGA MARCO DE TRABAJO
*****************************************************************)

cedure marco;
in
scr;
nt ( 1, 1,15,'╔══════════════════════════════════════════════════════════
════════════╗');
nt ( 1, 2,15,'║
                ║');
nt ( 1, 3,15,'║                               MODELO   R,T
                ║');
nt ( 1, 4,15,'║
                ║');
nt ( 1, 5,15,'╠══════════════════════════════════════════════════════════
════════════╣');
nt ( 1, 6,15,'║
                ║');
nt ( 1, 7,15,'║
                ║');
nt ( 1, 8,15,'║
                ║');
nt ( 1, 9,15,'║
                ║');
nt ( 1,10,15,'║
                ║');
nt ( 1,11,15,'║
                ║');
nt ( 1,12,15,'║
                ║');
nt ( 1,13,15,'║
                ║');
nt ( 1,14,15,'║
                ║');
```

```
║');
rint ( 1,16,15,'║
║');
rint ( 1,17,15,'║
║');
rint ( 1,18,15,'║
║');
int ( 1,19,15,'║
║');
int ( 1,20,15,'║
║');
int ( 1,21,15,'║
║');
int ( 1,22,15,'║
║');
int ( 1,23,15,'╚═══════════════════════════════════════════════════════════════
══════╝');
d;

***************************************************************************
     PROCEDIMIENTO QUE PIDE LOS COSTO FIJOS PARA EL MODELO
***************************************************************************)

ocedure get_costos;
r f10 : char;
gin
int ( 15, 7, 7,'Las Costo generales del problema son:  ');
int ( 11, 9, 7,'Costo unitario del articulo              ( C )          ');
int ( 11,10, 7,'Costo por mantener inventario            ( I )          ');
int ( 11,11, 7,'Costo de incurrir en retraso de ventas   ( π )          ');
int ( 11,12, 7,'Costo por pedir                          ( A )          ');
int ( 11,13, 7,'Costo de hacer revivsion                 ( J )          ');
int ( 11,14, 7,'Tasa media de la demanda  lambda         ( N )          ');
int ( 11,15, 7,'Tipo distribucion del tiempo de llegada  ( D/C )        ');
int ( 11,16, 7,'Valor inicial de R semilla                              ');
int ( 11,17, 7,'Tiempo inicial ( limite inferior de t )                 ');
int ( 11,18, 7,'Tiempo final   ( limite superior de t )                 ');
int ( 11,19, 7,'Incremento en t  ( brinco en un intervalo )             ');
int ( 11,20, 7,'Incremento en R  ( brinco para aproximar R )            ');
int ( 11,21, 7,'Error permitido  ( Epsilon )                            ');
utr ( 60,  9, 6, cu  , f10 );
f10 = 'D' then
egin
alt;
nd;
utr ( 60, 10, 6, cmi , f10 );
f10 = 'D' then
egin
alt;
nd;
utr ( 60, 11, 6, cprv, f10 );
f10 = 'D' then
egin
alt;
nd;
utr ( 60, 12, 6, cpp  , f10 );
f10 = 'D' then
egin
alt;
nd;
utr ( 60, 13, 6, cpr  , f10 );
f10 = 'D' then
egin
alt;
```

```
nputr ( 60, 14, 6, landa , f10 );
 f10 = 'D' then
begin
halt;
end;
peat
inputc ( 60, 15, 1, tipo, f10 );
if f10 = 'D' then
  begin
  halt;
  end;
til (tipo = 'C') or (tipo = 'D');
putr ( 60, 16, 6, semilla, f10 );
 f10 = 'D' then
begin
halt;
end;
putr ( 60, 17, 6, tinicial , f10 );
 f10 = 'D' then
begin
halt;
end;
putr ( 60, 18, 6, tfinal, f10 );
 f10 = 'D' then
begin
halt;
end;
putr ( 60, 19, 6, tjump, f10 );
 f10 = 'D' then
begin
alt;
nd;
utr ( 60, 20, 6, deltar, f10 );
f10 = 'D' then
egin
alt;
nd;
utr ( 54, 21, 12, epsilon, f10 );
f10 = 'D' then
egin
alt;
nd;
;


*********************************************************************
     FUNCION QUE DESPLIEGA MENU DE FUNCIONES DE DISTRIBUCION Y
     EN LA VARIBLE OPCION REGRESA EL UN NUMERO QUE INDICA CUAL ESCOGIO.
*********************************************************************)

ction  menu ( caso : boolean ) :  integer;


 i       :   integer;
 c0, c1 : char;
in
caso then
egin
rint ( 15, 7, 7,'Las posibles distrubuciones del Tiempo de entrega: ');
nd
e
egin
rint ( 15, 7, 7,'Las posibles distrubuciones de demanda son: ');
nd;
nt ( 21, 9, 7,'Geometrica        ');
```

```
int ( 21,11, 7,'Hipergeometrica ');
int ( 21,12, 7,'Poisson          ');
int ( 21,13, 7,'Binomial negativa');
int ( 21,14, 7,'Normnal          ');
int ( 21,15, 7,'Exponencial      ');
int ( 21,16, 7,'Beta             ');
int ( 21,17, 7,'Gama             ');
int ( 21,18, 7,'Uniforme         ');
int ( 21,19, 7,'Fin              ');

:= 0;
itea(20, 9 + i, 120, 19 );
toxy ( 2,2);
ite (' ');
toxy ( 2, 1);
 := #0;
lle ( c0 <> #13 )  do
 begin
 c0  := get;
 if c0 = #27 then
  begin
  read(kbd, c1);
  case c1 of
     ';','H': begin
              writea (20, 9 + i, 7, 19);
              if i = 0 then i := 10 else i  := i - 1;
              writea (20, 9 + i, 120, 19);
              end;

     '<','P': begin
              writea (20, 9 + i, 7, 19);
              if i = 10 then i := 0 else i  := i + 1;
              writea (20, 9 + i, 120, 19);
              end;
    end;
  end
 lse
  begin
  case c0 of
     '2'    : begin
              writea (20, 9 + i, 7, 19);
              if i = 0 then i  := 10 else i  := i - 1;
              writea (20, 9 + i, 120, 19);
              end;

     '8'    : begin
              writea (20, 9 + i, 7, 19);
              if i = 10 then i  := 0 else i  := i + 1;
              writea (20, 9 + i, 120, 19);
              end;
    end;
  end;
 nd;
 u := i;
 nt (58,9,7,'Parametros:');
 ;


 ******************************************************************
    PROCEDIMIENTO QUE OBTIENE LOS PARAMETROS DE LA GEOMETRICA
 ******************************************************************)

 edure   get_geometrica;
 in
 nt ( 55, 11, 7, 'P(exito) =');
```

```
r f10 = 'D' then
 begin
 halt;
 end;
edia := 1/p;
nd;


************************************************************************
      PROCEDIMIENTO QUE OBTIENE LOS PARAMETROS DE LA BINOMIAL
*************************************************************************)

ocedure   get_binomial;
gin
int ( 55, 11, 7, 'P(exito) =');
putr (70, 11, 6, p, f10 );
 f10 = 'D' then
begin
halt;
end;
int ( 55, 13, 7, 'Ensayos =');
puti (70, 13, 6, n, f10 );
 f10 = 'D' then
begin
halt;
end;
dia :=  n * p;
d;


************************************************************************
      PROCEDIMIENTO QUE OBTIENE LOS PARAMETROS DE LA HIPERGEOMETRICA
*************************************************************************)

cedure   get_hipergeomentrica;
gin
int ( 55, 11, 7, 'Tamño Pob. =');
uti (70, 11, 6, nn, f10 );
f10 = 'D' then
egin
alt;
nd;
nt ( 55, 13, 7, 'Tamaño Mue. =');
uti (70, 13, 6, n, f10 );
f10 = 'D' then
egin
alt;
nd;
nt ( 55, 15, 7, 'Num. Aciertos =');
uti (70, 15, 6, r, f10 );
f10 = 'D' then
egin
alt;
nd;
ia := n * r /nn
;


************************************************************************
      PROCEDIMIENTO QUE OBTIENE LOS PARAMETROS DE LA POISSON
*************************************************************************)

cedure   get_poisson;
in
nt ( 55, 11, 7, 'Lambda  = ');
```

```
 f10 = 'D' then
begin
halt;
end;
edia :=lamda;
nd;

(*****************************************************************
     PROCEDIMIENTO QUE OBTIENE LOS PARAMETROS DE LA BINOMIAL NEGATIVA
******************************************************************)

ocedure   get_binomial_neg;
gin
int  (55, 11, 7, 'Num. Exitos  = ');
puti (70, 11, 6, s, f10 );
 f10 = 'D' then
begin
halt;
end;
int ( 55, 13, 7, 'P(exito) = ');
utr (70, 13, 6, p , f10 );
f10 = 'D' then
egin
alt;
nd;
ia := s/p;
;

(*****************************************************************
     PROCEDIMIENTO QUE OBTIENE LOS PARAMETROS DE LA NORMAL
******************************************************************)

cedure   get_normal;
in
nt ( 55, 11, 7, 'Media  = ');
utr (70, 11, 6, miu, f10 );
f10 = 'D' then
egin
alt;
nd;
nt ( 55, 13, 7, 'Varianza = ');
utr (70, 13, 6, sigma , f10 );
f10 = 'D' then
egin
alt;
nd;
ia := miu;
;

(*****************************************************************
     PROCEDIMIENTO QUE OBTIENE LOS PARAMETROS DE LA EXPONENCIAL
******************************************************************)

cedure   get_exponencial;
in
nt ( 55, 11, 7, 'Beta   = ');
utr (70, 11, 6, beta, f10 );
f10 = 'D' then
egin
alt;
nd;
ia := beta;
```

```
*****************************************************************
     PROCEDIMIENTO QUE OBTIENE LOS PARAMETROS DE LA GAMA
*****************************************************************)

ocedure   get_gama;
gin
int ( 55, 11, 7, 'Alfa  = ');
puti (70, 11, 6, alfa, f10 );
 f10 = 'D' then
begin
halt;
end;
int ( 55, 13, 7, 'Beta   = ');
putr (70, 13, 6, beta, f10 );
 f10 = 'D' then
begin
halt;
end;
dia := alfa*beta;
d;

*****************************************************************
     PROCEDIMIENTO QUE OBTIENE LOS PARAMETROS DE LA BETA
*****************************************************************)

cedure   get_beta;
gin
nt ( 55, 11, 7, 'Alfa 1 =');
uti (70, 11, 6, alfa1, f10 );
f10 = 'D' then
egin
alt;
nd;
nt ( 55, 13, 7, 'Alfa 2 = ');
uti (70, 13, 6, alfa2, f10 );
f10 = 'D' then
egin
alt;
nd;
ia := alfa1/(alfa1+alfa2);
;

*****************************************************************
     PROCEDIMIENTO QUE OBTIENE LOS PARAMETROS DE LA UNIFORME
*****************************************************************)

cedure   get_uniforme;
in
nt ( 55, 11, 7, 'A    = ');
utr (70, 11, 6, a, f10 );
f10 = 'D' then
egin
alt;
nd;
nt ( 55, 13, 7, 'B    = ');
utr (70, 13, 6, b, f10 );
f10 = 'D' then
egin
alt;
nd;
ia := (a+b)/2;
```

```
(*********************************************************************
      FUNCION QUE ELEVA UN NUMERO REAL A CUALQUIER POTENCIA
*********************************************************************)

nction eleva ( base, raiz  : real ): real;
gin
eva := exp ( raiz * ln ( base ));
d;


*********************************************************************
      FUNCION QUE REALIZA EL FACTORIAL DE UN NUMERO
*********************************************************************)

nction fac ( x : integer ) : real ;
r
 temp   :   real;
 i      :   integer;
gin
p := 1;
 i := 1 to x do
egin
emp := temp *  i;
nd;
 := temp;
;


*********************************************************************
      FUNCION QUE REALIZA EL FACTORIAL LAS COMBINACIONES  DE ( A/B)
*********************************************************************)

ction comb ( a, b: integer ) : real;
in
b := fac ( a ) / ( fac ( b ) * fac ( a - b ) );
;



*********************************************************************
      FUNCION QUE EVALUA LA FUNCION DE DENSIDAD EN EL PUNTO X
*********************************************************************)

tion    f ( x : real ) : real;
 w : integer;
 temp : real;
in
not evaluando_costos then
egin
ase opcion of
 0   :    begin                  (****    GEOMETRICA     *****)
         f :=    p * ( eleva ( 1 - p, x ));
         end;
 1   :   begin                   (****    BINOMIAL        *****)
         w := trunc(x );
         f := comb ( n, w ) * eleva(p,x)* eleva ( 1-p,n-x);
         end;
 2   :   begin                   (****    HYPERGEOME     *****)
         w := trunc(x );
         f := ( comb(r,w) * comb(nn-r,n-w))/ comb(nn, n )
         end;
 3   :   begin                   (****    POISSON        *****)
         w := trunc(x );
```

```
        end;
  4  :    begin                    (****     BINOMIAL NEG   *****)
         w := trunc(x );
          f :=  comb(w-1,s-1) * eleva ( p,s)*eleva(1-p,x-s);
          end;
  5  :    begin                    (****     NORMAL          *****)
          temp := -( sqr(x-miu)/(2*sigma));
          if temp > -80 then
            begin
            f := exp ( temp ) / (sqrt(2*sigma*pi));
            end
          else
            begin
            f := 0;
            end;
          end;
  6  :    begin                    (****     EXPONENCIAL     *****)
          f :=   exp(-x/beta)/beta;
          end;
  7  :    begin                    (****     GAMA            *****)
          f := (eleva(x,alfa-1)*exp(-x/beta))/(fac(alfa-1)*eleva (beta,alfa));
          end;
  8  :    begin                    (****      BETA           *****)
          f := fac(alfa1+alfa2-1)/(fac(alfa1-1)*fac(alfa2-1)) *
                eleva ( x, alfa1 -1 ) * eleva ( 1-x, alfa2 -1 );
          end;
  9  :    begin                    (****     UNIFORME        *****)
          f :=  1 / ( b - a );
          end;
 end;
nd
e
egin
ase opcion of
 0    :   begin                    (****     GEOMETRICA      *****)
          f :=   (p * ( eleva ( 1 - p, x )) )* ( x - roptimo[j]);
          end;
 1   :    begin                    (****     BINOMIAL        *****)
          w := trunc(x );
          f := (comb ( n, w ) * eleva(p,x)* eleva ( 1-p,n-x)) * ( x - roptimo[j

          end;
 2   :    begin                    (****     HYPERGEOME      *****)
          w := trunc(x );
          f := (( comb(r,w) * comb(nn-r,n-w))/ comb(nn, n )) * ( x - roptimo[j]

          end;
 3   :    begin                    (****     POISSON         *****)
          w := trunc(x );
          f :=    ((eleva(lamda,x)*exp(-lamda))/ fac(w)) * ( x - roptimo[j]) ;
          end;
 4   :    begin                    (****     BINOMIAL NEG   *****)
          w := trunc(x );
          f :=   ( comb(w-1,s-1) * eleva ( p,s)*eleva(1-p,x-s) ) * ( x - roptimo
);
          end;
 5   :    begin                    (****     NORMAL          *****)
          temp := -( sqr(x-miu)/(2*sigma));
          if temp > -80 then
            begin
            f := ( exp ( temp ) / (sqrt(2*sigma*pi)) ) * ( x - roptimo[j]);
            end
          else
            begin
            f := 0;
```

```
       end;
  6  :  begin                 (****    EXPONENCIAL    *****)
        f :=   ( exp(-x/beta)/beta ) * ( x - roptimo[j]);
        end;
  7  :  begin                 (****    GAMA           *****)
        f := ((eleva(x,alfa-1)*exp(-x/beta))/(fac(alfa-1)*eleva (beta,alfa)))
              * ( x - roptimo[j]);
        end;
  8  :  begin                 (****    BETA           *****)
        f := ( fac(alfa1+alfa2-1)/(fac(alfa1-1)*fac(alfa2-1)) *
                 eleva ( x; alfa1 -1 ) * eleva ( 1-x, alfa2 -1 ) ) * ( x - ropti
[j]);
        end;
  9  :  begin                 (****    UNIFORME       *****)
        f :=  ( 1 / ( b - a ) ) * ( x - roptimo[j]);
        end;
 end;
nd
;


*****************************************************************
    FUNCION QUE EVELEVA UN NUMERO ENTERO A UNA POTENCIA ENTERA
*****************************************************************)

ction elevai ( a, b : integer ) : integer;
  i,temp : integer;
in
p := 1;
 i := 1 to b do
egin
emp := temp * a;
nd;
vai := temp;
;

*******************************************************************
 FUNCION QUE CALCULA LA PROBABILIDAD UN TIPO DE DISTRUBUCION DISCRETA
*******************************************************************)

ction suma ( l1, l2 : real ) : real;
 temp : real;
in
p := 0;
eat
emp := temp + f(l1);
l := l1 + 1;
il l1 = l2;
a := temp;
;


*****************************************************************
    FUNCION QUE INTEGRA LA FUNCION DE DENSIDAD EN EL INTERVALO [ A, B]
    EL METODO DE INTEGRACION ES EL DE ROMBERG, YA QUE CONVERGE BASTANTE
    RAPIDO DEBIDO A QUE ADEMAS DE UTILIZAR LAS FORMULAS DEL TRAPECIO
    USA LA INPERPOLACION DE RICHARDSON.
*****************************************************************)

ction romberg ( a, b : real ) : real;
st n = 6;    (*  NUMERO DE RENGLONES Y COLUMNAS DE LA MATRIZ *)

i,j,k,limite          :     integer;
h, sumatoria          :     real;
```

```
egin
 := b - a;
[1,1] := h * ( f(a) + f(b) ) / 2;
or i := 2 to n do
 begin
 limite := elevai ( 2, i-2 );                    (*  Aproximacion apartir  *)
 sumatoria := 0;                                  (*  de la formula del     *)
 for k := 1 to limite do                          (*  trapecio              *)
   begin
   sumatoria := sumatoria + f ( a + ( k - (1/2) ) * h );
   end;
 r[2,1] := ( r[1,1] + h * sumatoria ) / 2;
 for j := 2 to i do
   begin
   r[2,j] := ( elevai ( 4, j-1 ) * r[2,j-1] - r[1,j-1] ) /
             ( elevai ( 4, j-1 ) - 1 );
   end;
 h := h / 2;
 if i <> n then
   begin
   for j := 1 to i do
     begin
     r[1,j] := r[2,j];
     end;
   end;
 end;
 mberg := r[2,n];
 d;

*****************************************************************************
  PROCEDIMIENTO QUE DELIMITA UNA ESPACIO SOLUCION PARA R OPTIMO
*****************************************************************************)

ocedure encuentra_limites ( var l1, l2 : real );
r
un, x               :  real;
rinco               :  real;
stoy_abajo,
ambie_signo         :  boolean;

gin
 := semilla;
**********************************************************************
 Me ubico en donde estoy    si adelante o atras de la solucion
**********************************************************************)
nt ( 20,9,7,'Evaluando integral con R = ');
nt ( 65, 7, 7,'Valor funcion');
oxy (45,9);;
ite ( x:10:2 );
bie_signo := false;
opcion < 5 then
egin
f caso_modelo = 'R' then
 fun :=k*suma(0,x) - 1 + ( cmi * cu *  tiempo / ( cprv ) )
lse
 fun :=k*suma(0,x)-1+((cmi*cu*tiempo)/(cprv+(cmi * cu *  tiempo)))
nd
e
egin
f caso_modelo = 'R' then
 fun :=k*romberg(0,x) - 1 + ( cmi * cu *  tiempo / ( cprv ) )
lse
 fun :=k*romberg(0,x)-1+((cmi*cu*tiempo)/(cprv+(cmi * cu *  tiempo)))
nd;
```

```
  fun > 0 then
begin
estoy_abajo := true;
brinco := abs(deltar);
end
se
begin
estoy_abajo := false;
brinco:= -abs(deltar);
end;
************************************************************
 Voy brincando hasta que cambie de signo la funcion
************************************************************)
peat
l1 := x;
 := x + brinco;
l2 := x;
print ( 20,9,7,'Evaluando integral con R = ');
gotoxy (45,9);;
write ( x:10:2 );
if opcion < 5 then
  begin
  if caso_modelo = 'R' then
    fun :=k*suma(0,x) - 1 + ( cmi * cu *  tiempo / ( cprv ) )
  else
    fun :=k*suma(0,x)-1+((cmi*cu*tiempo)/(cprv+(cmi * cu *  tiempo)))
  end
 lse
  begin
  if caso_modelo = 'R' then
    fun :=k*romberg(0,x) - 1 + ( cmi * cu *  tiempo / ( cprv ) )
  else
    fun :=k*romberg(0,x)-1+((cmi*cu*tiempo)/(cprv+(cmi * cu *  tiempo)))
  end;
 rite ( fun:20:6);
 f ( fun  > 0 ) and ( estoy_abajo) then
  begin
  cambie_signo := true;
  end;
 f ( fun  < 0 ) and ( not estoy_abajo )then
  begin
  cambie_signo := true;
  end;
 il cambie_signo;
 l2 < l1 then
 egin
  := l2;
 2 := l1;
 l := x;
 nd;

 ****************************************************************
 FUNCION QUE REALIZA LA BUSQUEDA BINARIA PARA EL OPTIMO R
 ****************************************************************)

 tion binary_search ( l1, l2 : real ) : real;


 min, best, m, fun  :  real;

 n
  := 999;
 at
 h := (l1+l2) / 2;
```

```
gotoxy (40,7);;
write ( m:10:2 );
if opcion < 5 then
   begin
   if caso_modelo = 'R' then
     fun :=k*suma(0,m) - 1 + ( cmi * cu *  tiempo / ( cprv ) )
   else
     fun :=k*suma(0,m)-1+((cmi*cu*tiempo)/(cprv+(cmi * cu *  tiempo)))
   end
else
   begin
   if caso_modelo = 'R' then
     fun :=k*romberg(0,m) - 1 + ( cmi * cu *  tiempo / ( cprv ) )
   else
     fun :=k*romberg(0,m)-1+((cmi*cu*tiempo)/(cprv+(cmi * cu *  tiempo)))
   end;
write ( fun:20:6);
if abs ( fun ) < abs ( min ) then
   begin
   best := m;
   min := fun;
   end;
if fun < 0 then
   begin
   l2 := m - 1;
   end
else
   begin
   l1 := m + 1;
   end;
til (abs(fun) <= epsilon) or (l2<l1);
nary_search := m;
d;

*****************************************************************
  FUNCION QUE CALCULA EL COSTO DE LLEVAR INVENTARIO DADO UN R Y UN T
*****************************************************************)

nction calcula_costo ( rrr,  ttt : real ) : real;
gin
lcula_costo:=((a+j)/ttt)+cmi*cu*(rrr-media-(landa*ttt/2))+(cprv/ttt)* ( 1 - rc
erg (0,rrr));
d;
*****************************************************************
      FUNCION QUE ITERA MEDIANTE BUSQUEDA BINARIA UN  VALOR DE R PARA QUE
      SE SATISFAGA LA ECUACION:
                      r
                    ∫    f(x) dx +  ICT/ π - 1 = 0         = h(x)
                   0
*****************************************************************)

nction aproxima : real;
r lim1, lim2 : real;
gin
cuentra_limites ( lim1, lim2);
roxima := binary_search ( lim1, lim2 );
d;

*****************************************************************

               P R O G R A M A    P R I N C I P A L

*****************************************************************)
```

```
[illegible]_costos := false;
rtada;
rscr;
rco;
int (10,10, 15, 'Es Caso de Perdida de ventas o de retraso ( P / R )');
peat
inputc (25,12,1,c,f10);
if f10 = 'D' then
   begin
   goto fin;
   end;
caso_modelo := c;
caso_modelo := upcase(caso_modelo);
til caso_modelo in ['R','P'];
rscr;
rco;
t_costos;
tipo = 'C' then
begin
clrscr;
marco;
print ( 11,20, 7,'Limite inferior de τ                          ( τ1 )         ');
print ( 11,21, 7,'Limite superior de τ                          ( τ2 )         ');
nputr ( 60, 20, 6, tao1 , f10 );
if f10 = 'D' then
 begin
 halt;
 end;
nputr ( 60, 21, 6, tao2 , f10 );
f f10 = 'D' then
 begin
 halt;
 end;
lrscr;
arco;
pcion := menu(true);
f opcion = 10 then
 begin
 goto fin;
 end;
ase opcion of
 0  :   get_geometrica;
 1  :   get_binomial;
 2  :   get_hipergeomentrica;
 3  :   get_poisson;
 4  :   get_binomial_neg;
 5  :   get_normal;
 6  :   get_exponencial;
 7  :   get_gama;
 8  :   get_beta;
 9  :   get_uniforme;
 end; (* CASE *)
 := romberg(tao1,tao2);
nd
e
egin
 := 1;
nd;
scr;
co;
ion := menu(false);
opcion = 10 then
egin
oto fin;
nd;
```

```
0   :    get_geometrica;
1   :    get_binomial;
2   :    get_hipergeomentrica;
3   :    get_poisson;
4   :    get_binomial_neg;
5   :    get_normal;
6   :    get_exponencial;
7   :    get_gama;
8   :    get_beta;
9   :    get_uniforme;
end; (* CASE *)
nicial := tinicial/12;
inal    := tfinal/12;
ump     := tjump/12;
empo := tinicial;
:= 1;
rscr;
rco;
int ( 20,7,150,'Calculando...');
le tiempo <= tfinal do
begin
roptimo [ i ] := aproxima;
optimo [ i ] := tiempo;
 := i + 1;
iempo := tiempo + tjump;
nd;
luando_costos := true;
scr;
co;
nt ( 2,7,15,'          T                    R                    COST
;
 j := 1 to i-1 do
egin
otoxy ( 2,8+j);
osto [ j ] := calcula_costo ( roptimo[ j ], toptimo[ j ] );
riteln ( toptimo[j]:20:6,roptimo[j]:20:6,costo[  j ]:20:6);
nd;
:
```

A N E X O III

METODO DE WINTER

```
REM NOMBRE DEL PROGRAMA : CORRELACION
REM SISTEMA             : PRONOSTICOS.
REM VERSION             : V 0.1
REM OBJETIVO            : OBTENCION DE PRONOSTICOS POR EL METODO DE WINTERS
REM FECHA               : 2 - OCT. -1987.
 CLS
 CLEAR 1000
 REM AUTOCORRELACION
 DIM DA(115), PARES(115,115), CO(115), IN(115), C$(11)
 INPUT "NOMBRE DE LA VARIABLE EN TRATAMIENTO  : ";N$
 INPUT "UNIDADES EN LAS QUE ENCUENTRA DADA    : ";U$
 INPUT "PERIODO QUE ABARCA                    : ";P1$,P2$
 INPUT "NUMERO DE DATOS DISPONIBLES           : ";N
 C$(1) = "C"
 C$(2) = "O"
 C$(3) = "R"
 C$(4) = "R"
 C$(5) = "E"
 C$(6) = "L"
 C$(7) = "A"
 C$(8) = "C"
 C$(9) = "I"
 C$(10) = "O"
 C$(11) = "N"
 FOR I = 1 TO N
 PRINT "X(";I;")": INPUT DA(I)
 NEXT I
 CLS
 IF N/12 = INT(N/12) THEN PERI = N/12 ELSE PERI = INT(N/12)+1
 FOR I = 1 TO PERI
 CLS
 PRINT TAB(25) ; "CORRECION DE LOS DATOS DEL PERIODO : ";I
 FOR J = 1 TO 12
 IF  (I = PERI) AND (J > 1 + 12*(N/12 - INT(N/12))) THEN 950
 PRINT TAB(18); "X(";J;") "; : PRINT TAB(27); DA(J + (I-1)*12)
 NEXT J
 PRINT
 FOR J = 1 TO 12
 INPUT "NUMERO DE DATO A MODIFICAR ( 0 PARA CONTINUAR ) : ";MODI
 IF MODI = 0 THEN 979
 INPUT "DATO CORRECTO : ";DA(MODI + (J-1)*12)
 NEXT J
 CLS
 NEXT I
 CO = INT(N/2)
 DES = 1
 FOR C = 1 TO CO*2 STEP 2
 I = 1 : CNT = 1
 FOR R = 1 TO CO
 IF CNT < = DES THEN GOSUB 6000 ELSE GOSUB 7000
 NEXT R
 IF M <> 1 THEN C1 = CO
 M = 0
 F = (C1*X2-X^2)*(C1*Y2-Y^2)
 B = B+1
 CO(B) = ABS((C1*XY-X*Y)/SQR(F))
 IF CO(B) > 1 THEN CO(B) = 1
 DES = DES + 1
 IF C = 1 THEN MAX = ABS(CO(B)) : K = B ELSE IF ABS(CO(B)) > MAX THEN MAX =
CO(B)) : K = B
```

```
790 NEXT C
800 X = 0 : Y= 0: X2 = 0 : Y2 = 0 : XY = 0
801 FOR I = 1 TO N
806 Y = Y + DA(I)
311 X = X+ I
316 XY = XY + DA(I)*I
321 X2 = X2 + I^2
326 Y2 = Y2 + DA(I)^2
331 NEXT I
336 B = (N*XY-Y*X)/(N*X2-X^2)
341 A = (Y*X2-X*XY)/(N*X2-X^2)
342 CR = (N*XY-X*Y)/SQR((N*X2-X^2)*(N*Y2-Y^2))
00 GOSUB 5000
00 LPRINT TAB(40); "SELECCION DE LOS PARES ORDENADOS CON MAYOR CORRELACION"
00 LPRINT : LPRINT
00 LPRINT TAB(40); "PARES CON DESFASAMIENTO DE : "
20 IF CO > 8 THEN GOTO 14900
50 FOR I = 1 TO CO
51 LPRINT TAB(7+16*(I-1));I;
52 NEXT I
60 LPRINT
00 GOSUB 5000
00 LPRINT : LPRINT
50 X$ = "###.###"
00 FOR J = 1 TO CO
50 FOR I = 1 TO CO*2
75 LPRINT TAB((I-1)*8);USING X$;PARES(J,I);
00 NEXT I
50 LPRINT C
00 NEXT J
00 LPRINT : LPRINT
50 X2$ ="#.###"
00 LPRINT "CORR. :";: FOR I = 1 TO CO : LPRINT TAB(I*16-6); USING X2$;CO(I);:
XT I
50 LPRINT
00 GOSUB 5000
05 FOR I = 1 TO CO
0 FOR J = 1 TO CO
5 PARES(I,J) = 0
0 NEXT J
5 NEXT I
0 CNT = 1
0 H = 1
0 FOR J = 1 TO 10
0 FOR I = 1 TO CO
0 IF CO(I) > CNT-.1 THEN IF CO(I) <= CNT THEN PARES(J,I) = CO(I)
0 NEXT I
0 PARES(J,I) = 2
0 CNT = CNT - .1
0 H = 1
0 NEXT J
5 LPRINT : LPRINT
8 LPRINT TAB(40);"GRAFICA DE CORRELACION"
1 LPRINT : LPRINT
4 LPRINT TAB(14);CHR$(94)
7 LPRINT TAB(14);"+": LPRINT TAB(5);C$(1);: LPRINT TAB(14);"+"
0 X4$ = "#.#"
0 CNT = 1
0 FOR I = 1 TO 10
5 LPRINT TAB(5);C$(I+1);
0 LPRINT TAB(9); USING X4$; CNT;
0 CNT = CNT - .1
0 LPRINT TAB(14);"+";
0 FOR J = 1 TO CO
0 IF PARES(I,J) = 2 THEN J = CO+1 : GOTO 3750
```

```
20 LPRINT TAB(14+J*2);"*";
50 NEXT J
00 LPRINT
20 NEXT I
50 FOR I = 0 TO CO
00 LPRINT TAB(14+I*2);"+-";
50 NEXT I
00 LPRINT TAB(14+I*2); ">"
60 LPRINT TAB(13); "O";: LPRINT TAB(14+I*2); CO
00 X$= "###.###" : X2$ = "##.###"
50 LPRINT
00 LPRINT TAB(40); "DESFASAMIENTO ENTRE DATOS"
50 LPRINT
00 LPRINT TAB(30); "VARIABLE DE TRATAMIENTO : ";N$
50 LPRINT TAB(30); "UNIDADES                : ";U$
00 LPRINT TAB(30); "PERIODO QUE ABARCA      : "; P1$;" A ";P2$
10 LPRINT TAB(30); "MAXIMA CORRELACION      : ";MAX
20 LPRINT TAB(30); "DESFASAMIENTO (N')      : ";K
21 LPRINT TAB(30); "COEFICIENTES DE REGRESION : "
22 LPRINT TAB(35);" a = ";:LPRINT TAB(40); USING X$; A; : LPRINT TAB(49); "b =
;
23 LPRINT TAB(54);USING X2$ ;B
30 LPRINT TAB(30); "CORRELACION                    : ";: LPRINT TAB(64); USING X2$

5 INPUT " N DESEADA ";K
0 LPRINT CHR$(12)
0 GOSUB 19900
0 FOR I = 1 TO 26
0 LPRINT "*****";
0 NEXT I
5 LPRINT
0 RETURN
0 CNT = 1
0 IF I+DES > N THEN C1 = R-1 : M= 1 : GOTO 6700
0 PARES(R,C) = DA(I)
0 PARES(R,C+1) = DA(I+DES)
0 PRINT "R";R;:PRINT"C";C;
0 X = X+DA(I)
0 X2 = X2+DA(I)^2
0 Y = Y+DA(I+DES)
0 Y2 = Y2 + DA(I+DES)^2
0 XY = XY +DA(I)*DA(I+DES)
0 I = I +1
0 CNT = CNT + 1
0 RETURN
0 I = I +DES
0 CNT = 1
0 GOSUB 6000
0 RETURN
00 REM IMPRESION
05 LPRINT
06 LPRINT TAB(30);"CORRELACION DE LOS DIFERENTES DESFASAMIENTOS"
10 V = CO/21
20 IF V<> INT(V) THEN V = INT(V+1)
30 FOR J = 0 TO V-1
01 FOR I = 0 TO 20
02 LPRINT TAB(I*6+3);I+1+21*J;
03 NEXT I
04 LPRINT : LPRINT :GOSUB 5000
05 X2$ = "#.###"
06 FOR I = 0 TO 20
10 LPRINT TAB(I*6+2);USING X2$;CO(I+1+21*J);
20 NEXT I
30 LPRINT : LPRINT
35 NEXT J
```

```
900 FOR I = 1 TO 10
910 FOR J = 1 TO CO
920 PARES(I,J) = 0
930 NEXT J
940 NEXT I
950 FOR I = 1 TO N
960 P = A+I*B
970 CO(I) = DA(I)/P
980 NEXT I
985 LPRINT
990 FOR I = 0 TO K-1
000 IO = 0
010 FOR J = 0 TO INT(N/K)-1
020 IO = IO+CO(J*K+I+1)
030 NEXT J
040 PARES(1+I,2) = IO/INT(N/K)
050 NEXT I
060 REM PROMEDIOS MOVILES
070 IF K/2 = INT(K/2) THEN Q = K ELSE Q = K-1
080 FOR I = 0 TO N-Q
90 PM = 0
10 FOR J = 1 TO Q
20 PM = PM +DA(I+J)
30 NEXT J
36 PM = PM/Q
40 IF I = 0 THEN AM = PM : GOTO 20170
60 AM = PM
64 IN(I+Q/2) = DA(I+Q/2)/((PM+AM)/2)
70 NEXT I
75 FOR I = 0 TO K-1
80 IO = 0
85 FOR J = 0 TO INT((N-Q)/K)-1
90 IO = IO +IN(Q/2+J*K+1+1)
95 NEXT J
00 PARES(I+1+Q/2,1) = IO/INT((N-Q)/K)
05 NEXT I
10 GOSUB 5000
11 GOSUB 20215
12 GOTO 20248
15 X$ = "###": X1$ = "###.###" : X2$ = "#.####"
16 RENG = 14
20 LPRINT : LPRINT
25 LPRINT TAB(40);"METODO DE WINTER PARA EL CALCULO DE INDICES"
26 LPRINT TAB(50);"VARIABLE DE TRATAMIENTO : ";N$
27 LPRINT TAB(50);"UNIDADES EN QUE SE ENCUENTRA DADA : ";U$
30 LPRINT : LPRINT
40 LPRINT
45 LPRINT TAB(21);"n";TAB(28); "X"; TAB(35);"Y";TAB(47);"I";TAB(56);"I*";
47 RETURN
48 RENG = 14
50 FOR I = 1 TO N
51 IF RENG = 60 THEN LPRINT CHR$(12) : GOSUB 20215
55 LPRINT TAB(20);USING X$;I;:LPRINT TAB(28);USING X$;I;:LPRINT TAB(33);USING
$;DA(I);: LPRINT TAB(44);USING X2$; CO(I);:LPRINT TAB(54);USING X2$; PARES (I

65 RENG = RENG +1
70 NEXT I
75 LPRINT CHR$(12)
80 GOSUB 5000
85 INPUT "CUANTOS PERIODOS QUERE PRONOSTICAR : ";H
90 LPRINT TAB(60);"P R O N O S T I C O S :'
00 LPRINT
05 LPRINT
10 LPRINT TAB(47); "PERIODO";: LPRINT TAB(68); "PRONOSTICO :"
10 FOR I = 1+N TO N+H
```

```
)360 J = (I/K-INT(I/K))*K
)370 L = J+Q/2
)380 PL = P*PARES(J,2)
)390 PM = P*PARES(L,1)
400 LPRINT TAB(50);I;: LPRINT TAB(72);USING X1$; PL
410 NEXT I
420 LPRINT CHR$(12)
430 INPUT "QUIERE CORRERLO PARA MAS DATOS : ";DATO$
450 IF DATO$ = "NO" THEN END
500 INPUT " CUANTOS DATOS MAS SON : ";MAS
510 INPUT "FIN DEL PERIODO : ";P2$
600 FOR I = N+1 TO N + MAS
700 PRINT "X(";I;")";INPUT DA(I)
800 NEXT I
900 N = N + MAS
000 FOR I = 1 TO 105
010 FOR J = 1 TO 105
020 PARES(I,J) = 0
030 NEXT J
040 CO(I) = 0
050 IN(I) = 0
060 NEXT I
70 PERI = 0
80 J = I = 0
90 MODI = 0
00 C=0 : R = 0
10 M = 0 : F = 0 : B = 0
30 X = 0 : X2 = 0 : Y = 0: Y2 = 0 : XY = 0
40 A = 0 : CR = 0 : H = 0
50 DES = 0 : CNT = 0 : K = 0 : MAX = 0
60 C1 = 0 : V = 0 : IO = 0 : Q = 0
70 PM = 0 : AM = 0 : RENG = 0 : P = 0
80 PL = 0 : L = 0
90 GOTO 905
```

REFERENCIAS

- HADLEY,G.-WHITIN,T.M.: "Analysis of Inventory Systems". Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.J. 1963.

- PRAWDA JUAN: "Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones" Vol.2 Modelos Estocásticos. LIMUSA 1980.

- WAYNE L. WINSTON: "Operations Research:Aplications and Algorithms". DUXBURY PRESS, Boston 1987.

- HARVEY M. WAGNER: "Principles of Operations Research". PRENTICE-HALL, INC. ENGLEWOOD CLIFFS, NEW JERSEY.

- GEORGE W. PLOSSL: "Control de la Producción y de Inventarios". PRENTICE-HALL HISPANOAMERICA, S.A. 1985.

- RICHARD L. BURDEN - J. DOUGLAS FAIRES: "Análisis Numérico". GRUPO EDITORIAL IBEROAMERICA. 1985.

- LYNWOOD A. JOHNSON - DOUGLAS C. MONTGOMERY: "Operations Research in Production Planning, Sheduling, and Inventory Control".
JOHN WILEY & SONS, NEW YORK.

- G. W. PLOSSL and O. W. WIGHT.: " Production and Inventory Control, Principles and Technices ".
Englewood Cliffs, N. J. Prentice-Hall, 1967.

- STARR AND MILLER.: " Inventory Control ".
Englewood Cliffs, N. J. Prentice-Hall, 1962.

- STEPHEN LOVE.: "Inventory Control".
Auckland, McGraw-Hill, International Book Co.,1979.