5

24

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

"POSICIONAMIENTO DE UN RADAR SECUNDARIO"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO TOPOGRAFO Y GEODESTA

P R E S E N T A

MIGUEL ANGEL DIAZ GARCIA

MEXICO, D. F. 1988

C O N T E N I D O

C A P I T U L O   I

I N T R O D U C C I O N

Es a fines de la década de los cuarentas cuando el radar fue integrado al sistema de control del tránsito aéreo. Desde entonces se han realizado muchos avances en lo concerniente al equipo y a sus procesos de funcionamiento, de manera que el radar es en la actualidad mucho mejor de lo que se pensó posible hacer algunos años atrás.

Con el incremento del tránsito aéreo a lo largo de las aerovías y en las zonas de aeropuertos, el radar se está empleando en forma amplia y variada. En su fase inicial, era un instrumento para auxilio en los aterrizajes. A medida que se evolucionaba técnicamente y se obtenía mayor experiencia, se aprovechaban los avances del radar, capacitando al controlador de tránsito aéreo para lograr ordenar la afluencia de las aeronaves.

Hoy en día, con la ayuda del radar, se puede percibir y vectorear el tránsito bajo su circunscripción, previendo de éste a los operadores de las aeronaves y así evitar cualquier tipo de colisión. Además el uso del radar hace posible la reducción de las normas en la evolución de los vuelos, que son más restrictivas, auxiliando de esa manera al controlador de tránsito aéreo, en aeropuertos congestionados a establecer -

un flujo de tránsito mayor y más rápido.

En diversos lugares del mundo se tienen instalados equipos de radar que nos facilitan el control de tránsito aéreo. El radar, por sí solo, no es un sistema de control de tránsito aéreo, ni la solución completa para todos los problemas del dicho control, pero éste usado en común acuerdo con el control de procedimientos, proporciona gran ayuda para el especialista que controla el tránsito aéreo, el cual tiene la labor de acelerar en una forma ordenada, rápida y segura el tránsito aéreo.

El funcionamiento del sistema de control del tráfico aéreo en el territorio nacional, lo realiza la dependencia oficial denominada "Servicios a la Navegación en el Espacio Aéreo Mexicano" (SENEAM), localizada en el Aeropuerto Internacional de la Ciudad de México, la cual trabaja con una diversidad de radares instalados en el país que le permite la cobertura total de la República Mexicana.

Una sola estación de radar puede encontrar la posición exacta de un objetivo, sin embargo el control de tránsito aéreo en el territorio nacional e internacional se efectúa mediante el uso de varios radares, que tienen zonas comunes en su radio de acción. Por esto es necesario tener un posicionamiento adecuado para los radares, ya que, si no existe dicho control se puede presentar el problema de duplicidad en la información. Es ésta la razón por la cual se verificará el posicionamiento de un radar secundario de vigilancia para controladores de tipo transponder. El transponder es un transmisor-receptor, que es utilizado princi--

palmente con fines de telecomunicación, siendo el enlace principal de un satélite o una aeronave con una estación terrena.

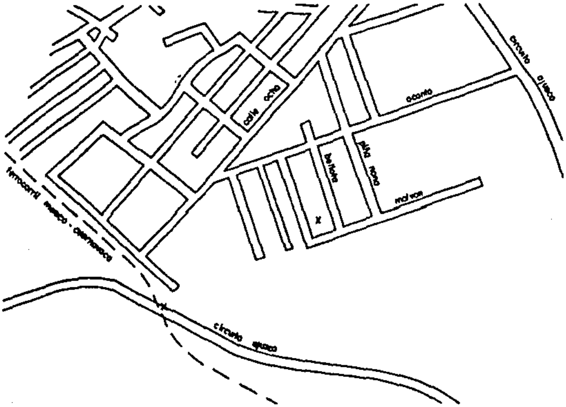
Cabe mencionar que la compatibilidad de la información capturada a través de radares, depende del adecuado acoplamiento de los -- sistemas de captura de datos (radares), del procesamiento de datos (computadora) y de presentación de información gráfica y digital (consola). Es por esto que el posicionamiento a realizar es la solución parcial al problema de la duplicidad de información. Este trabajo se enfocará puramente en el posicionamiento del radar secundario.

C A P I T U L O II

E S T U D I O S P R E L I M I N A R E S.

II.1 LOCALIZACION.

La antena del radar secundario se encuentra ubicada en el número oficial s/n de la calle cerrada Malvón, manzana 332, entrando por la calle Bellota en la Colonia Lomas de Belvedere, Delegación Tlalpan, al lado norte de la falda del Ajusco, próxima al Parque Nacional del mismo nombre y cercana al paso a desnivel de la línea férrea México-Cuernavaca y la carretera Entronque Picacho-Ajusco.



II. 2 SELECCION DEL METODO A UTILIZAR

Es evidente que la Tierra no está por completo a la merced meteorológica del Sol. Como miembro de la familia solar, tiene características propias que contribuyen profusamente en la creación de su clima. Sino que depende de cuatro factores primarios interrelacionados entre ellos. El Sol fuente de luz y vida, cuya energía radiante determina en último término el estado de la atmósfera. En segundo lugar la Tierra misma, cuya geometría particular proporciona al clima sus características distintivas. El siguiente elemento es la atmósfera, envoltura de mezcla de gases que rodean la Tierra en capas concéntricas de espesor y densidad variable, que filtran la radiación del Sol que llega a ella. El cuarto factor lo constituye las formas terrestres naturales y características geofísicas de la superficie terrestre, que modifican el estado de gran parte de la atmósfera en su incesante movimiento alrededor del globo.

Pero, parece ser característica del hombre explotar el medio hasta sus límites tecnológicos. De las grandes áreas urbanas sólo pocas no sufren de nubes de gases, sustancias y polvos salidos de fábricas y automóviles. Se han tratado de establecer normas mínimas para el aire, pero poco se ha logrado.

En la atmósfera se observan varios fenómenos climáticos (nubosidad, niebla, exceso de calor, lluvia, etc.), que entorpecen el trabajo con los métodos astronómicos y geodésicos a realizar. En lo correspondiente a los métodos astronómicos tenemos una división.

Métodos astronómicos { - Solares / - Estrellas }

Debido a que los métodos de más aproximación son los que cuentan con la observación de un par de astros. Como de día el único astro observable es el Sol, los primeros no son de utilidad para el presente trabajo, por la precisión requerida. Los segundos son los más adecuados, pero, debido a la luz de la Ciudad, la contaminación ambiental y a la nubosidad es imposible realizarlos. Por lo anterior, hay que recurrir a los procedimientos geodésicos, éstos son de variado proceso de ejecución. Es debido a la necesidad de abatir costos de personal y equipo se recurre al llamado "Problema de los n vértices". Este consiste en determinar la posición de un punto, por medio de los ángulos que de él se midan a "n" puntos de posición conocida. Este procedimiento es aplicable, especialmente cuando el punto por situar está muy alejado de los puntos conocidos o estando cerca, las medidas de la distancias a esos puntos conocidos son difíciles de hacer o resultan imprecisas por obstáculos del terreno. Como este procedimiento es iterativo, se consideró necesario el cálculo de una primera aproximación utilizando el "problema de los tres puntos".

II. 3 MATERIAL SELECCIONADO PARA LA REALIZACION DEL TRABAJO.

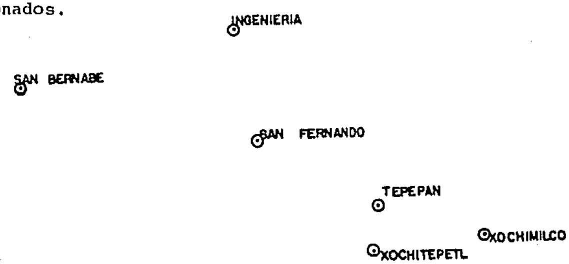
A continuación se presenta una tabla de los vértices seleccionados a partir de un listado de 38 puntos cercanos al vértice de interés, estos vértices son pertenecientes a la red geodésica que la -

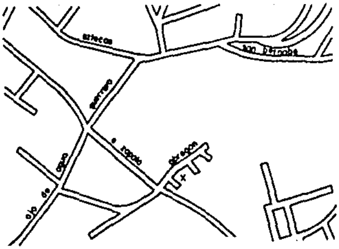
Oficina de Catastro del D.D.F., ha realizado a través de los --- años. Estos puntos están referidos a un sistema de coordenadas cartesianas con punto origen en un poste geodésico (no existe en la actualidad) en el patio del predio donde se encontraba ubicado el Observatorio Astronómico de la Cd. de México, actualmente próximo al punto origen se localiza otro poste geodésico que es de primer orden.

En el enlistado de los vértices se enmarcan entre paréntesis el orden, ya que éstos son de diversas calidades; además de las -- coordenadas X y Y correspondientes.

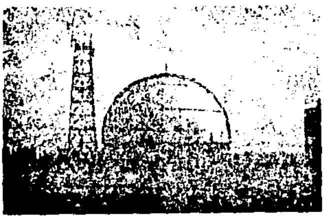
Xochimilco	(1)	+9,890.38	-15,595.68
Tepepan	(2)	+6,241.06	-14,431.96
Xochitépetl	(2)	+6,037.81	-16,193.46
Cúpula C.U.	(2)	+1,235.89	-8,060.11
San Bernabé	(4)	-6,322.48	-9,967.87
San Fernando	(4)	+1,992.24	-11,989.99

La figura siguiente muestra la posición de los vértices seleccionados.

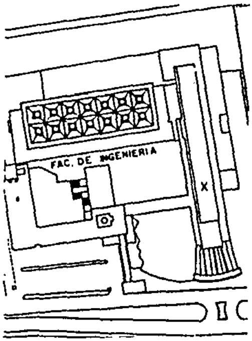




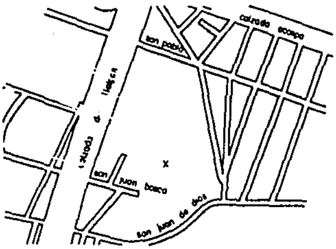
VERTICE SAN BERNABE

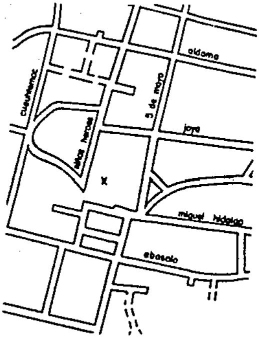


VERTICE INGENIERIA

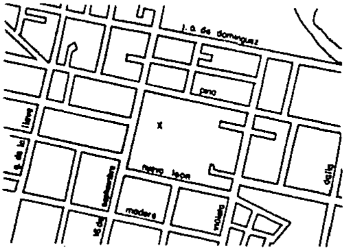


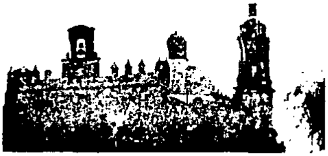
VERTICE SAN FERNANDO



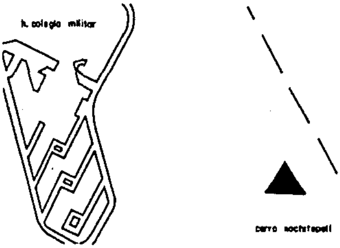


VERTICE TEPEPAN





VERTICE XOCHIMILCO



VERTICE XOCHITEPETL

C A P I T U L O   III

O B T E N C I O N   D E   C O O R D E N A D A S   D E L V E R T I C E   A   P O S I C I O N A R .

III.1 DETERMINACION DE LAS COORDENADAS CARTESIANAS DEL PUNTO AUXILIAR.

III.1.a Primer valor aproximado obtenido por el método de los tres puntos.

Después de un reconocimiento de campo, del listado anterior se seleccionaron sólo tres vértices que son: Xochitépetl, San Fernando y San Bernabé, para así obtener por el método de los tres puntos, el primer valor aproximado de la posición del punto auxiliar "Cruz de Padierna".

Estos se observaron por el método de direcciones de Bessel, es decir, partiendo de una línea se mide hacia la derecha los ángulos o direcciones de las demás líneas que concurren, y después, a partir de la última línea, invirtiendo el anteojo se miden direcciones hacia la izquiérda.

En la tabla No. 1 se presentan las series medidas que se des cartarán, por el criterio de Chauvenet los valores que discre pen en una cantidad mayor a la permitida por el mismo. La re lación x/e que se lee en la tabla de probabilidad (tabla A), al ser multiplicado por el error probable (e) proporciona el valor máximo permitido de los errores aparentes o residuos.

x/e	P	Dif.	x/e	P	Dif.
0.0	0.000	54	2.5	0.908	13
0.1	0.054	53	2.6	0.921	10
0.2	0.107	53	2.7	0.931	10
0.3	0.160	53	2.8	0.941	9
0.4	0.213	51	2.9	0.950	7
0.5	0.264	50	3.0	0.957	6
0.6	0.314	49	3.1	0.963	6
0.7	0.363	48	3.2	0.969	5
0.8	0.411	45	3.3	0.974	4
0.9	0.456	44	3.4	0.978	4
1.0	0.500	42	3.5	0.982	3
1.1	0.542	40	3.6	0.985	2
1.2	0.582	37	3.7	0.987	3
1.3	0.619	36	3.8	0.990	1
1.4	0.655	33	3.9	0.991	2
1.5	0.688	31	4.0	0.993	1
1.6	0.719	29	4.1	0.994	1
1.7	0.748	27	4.2	0.995	1
1.8	0.775	25	4.3	0.996	1
1.9	0.800	23	4.4	0.997	1
2.0	0.823	20	4.5	0.998	0
2.1	0.843	19	4.6	0.998	0
2.2	0.862	17	4.7	0.998	1
2.3	0.879	16	4.8	0.999	0
2.4	0.895	13	4.9	0.999	0
2.5	0.908		5.0	0.999	

Tabla A. Tabla de Probabilidades.

En la tabla de probabilidad se relaciona x/e con P, que es - la probabilidad de cualquier error y se define como:

$$P = \frac{2n - 1}{2n}$$

en donde n es el número de observaciones.

No.	San Bernabé	San Fernando	Xochitépetl
1	00°43'30."1	94°30'38."0	140°58'35."0
2	198 21 57.0	292 09 00.4	338 37 05.8
3	36 52 51.7	130 39 58.6	177 07 58.1
4	234 24 13.8	328 11 17.0	14 39 21.6
5	72 35 09.5	166 22 14.0	212 50 16.5
6	270 02 43.1	3 49 53.1	50 17 45.7
7	108 03 57.2	201 51 01.2	248 18 59.3
8	306 03 11.1	39 50 32.8	86 18 18.0
9	144 09 51.9	237 56 54.8	284 25 03.0
10	342 05 37.8	75 52 42.7	122 20 46.9

Tabla No. 1 Tabla de los ángulos medidos a los vértices mencionados haciendo estación en Cruz de Padierna.

Para la obtención de e se utilizará la siguiente expresión:

$e = \pm 0.6745 \times E.M.C.$ en donde:

$E.M.C. = \sqrt{\frac{\Sigma V^2}{n - 1}}$ sabiendo que;

V es la diferencia de un ángulo observado menos el promedio aritmético de los ángulos, n, es igual al número de ángulos observados.

Aplicación del método al problema:

Para el ángulo San Bernabé-Cruz de Padierna-San Fernando

No.	Angulo	V	V^2
1	93°47'07".9	0.96	0.9216
2	93 47 03.4	-3.54	12.5316
3	93 47 06.9	-0.04	0.0016
4	93 47 03.2	-3.74	13.9876
5	93 47 04.5	-2.44	5.9536
6	93 47 10.0	3.06	9.3636
7	93 47 04.0	-2.94	8.6436
8	93 47 21.7	14.76	217.8576
9	93 47 02.9	-4.04	16.3216
10	93 47 04.9	-2.04	4.1616
V.M.P.=	93°47'06".94	0".00	289.744

$$E.M.C. = \sqrt{\frac{\Sigma V^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{289.744}{10-1}} = 5''673956$$

$$e = \pm 0.6745 \times E.M.C. = \pm 0.6745 \times 5''673956 =$$

$$e = \pm 3''827$$

$$P = \frac{2n-1}{2n} = \frac{2(10)-1}{2(10)} = 0.95$$

buscando en la tabla A (ver pág. 14) el valor de P = 0.95, se encuentra que x/e = 2.9, entonces el residuo mayor permitido en V es:

$$2.9 \times 3''827 = 11''09$$

Como se puede observar, el residuo del octavo ángulo es mayor que la tolerancia permitida por el criterio, por lo tanto, - éste se desecha.

Para los nueve ángulos restantes se repite el cálculo.

No.	Angulo	V	V^2
1	93°47'07".9	2.6	6.76
2	93 47 03.4	-1.9	3.61
3	93 47 06.9	1.6	2.56
4	93 47 03.2	-2.1	4.41
5	93 47 04.5	-0.8	0.64
6	93 47 10.0	4.7	22.09
7	93 47 04.0	-1.3	1.69
9	93 47 02.9	-2.4	5.76
10	93 47 04.9	-0.4	0.16
V.M.P.=	93°47'05".30	0.0	47".68

$$E.M.C. = \sqrt{\frac{47.68}{8}} =$$

$$E.M.C. = 2''4413$$

$$e = \pm\ 0.6745 \times 2''4413 =$$

$$e = \pm\ 1''6466$$

$$P = \frac{2(9) - 1}{2(9)} = 0.9444$$

buscando en la tabla A (ver pág. 14) el valor de P = 0.9444, se encuentra que x/e = 2.8, entonces el residuo mayor permitido en V es:

$$2.8 \times 1''6466 = 4''61$$

Se observa que el límite obtenido por el criterio es menor que uno de los residuos. Por consiguiente se desecha el ángulo número seis. Se repite el cálculo con los ángulos sobrantes.

No.	Angulo	V	V^2
1	93°47'07.9"	3.1875	10.1601
2	93 47 03.4	-1.3125	1.7226
3	93 47 06.9	2.1875	4.7851
4	93 47 03.2	-1.5125	2.2876
5	93 47 04.5	-0.2125	0.0451
7	93 47 04.0	-0.7125	0.5076
9	93 47 02.9	-1.8125	3.2851
10	93 47 04.9	0.1875	0.0351
V.M.P.=	93°47'04.71"	0.0	22.8283

$$E.M.C.=\sqrt{\frac{22.8283}{7}} =$$

$$E.M.C. = 1.8058''$$

$$e = \pm 0.6745 \times 1.8058'' =$$

$$e = 1.2180''$$

$$P = \frac{2\ (8) - 1}{2\ (8)} =$$

$$P = 0.9375$$

buscando en la tabla A (ver pág. 14), el valor de P =0.9375 se encuentra que x/e = 2.76 entonces el residuo mayor permitido en V es:

$$2.76 \times 1.218 = 3.3617''$$

El valor obtenido por el criterio de Chauvenet es mayor que los residuos de los ángulos, por lo tanto el promedio de -- estos ángulos será el valor más probable.

$$V.M.P. = 93^{\circ}\ 47'\ 04.71''$$

Para el ángulo San Fernando-Cruz de Padierna-Xochitépetl

No.	Angulo	V	V^2
1	46°27'57."0	-2.73	7.4529
2	46 28 05.4	5.67	32.1489
3	46 27 59.5	-0.23	0.0529
4	46 28 04.6	4.87	23.7169
5	46 28 02.5	2.77	7.6729
6	46 27 52.6	-7.13	50.8369
7	46 27 58.1	-1.63	2.6569
8	46 27 45.2	-14.53	211.1209
9	46 28 08.2	8.47	71.7409
10	46 28 04.2	4.47	19.9809
	46°27'59.73	0.0	427.381

$$E.M.C. = \sqrt{\frac{427.381}{9}} =$$

$$E.M.C. = 6''89106$$

$$e = \pm 0.6745 \times 6''89106 =$$

$$e = 4''648$$

$$P = \frac{2(10) - 1}{2(10)} = 0.95$$

buscando en la tabla A (ver pág. 14) el valor de P = 0.95 se encuentra que x/e = 2.9, entonces el residuo mayor permitido en V es:

$$2.9 \times 4''648 = 13''479$$

Se observa que el residuo del ángulo ocho es mayor que la tolerancia que permite el criterio. Por lo tanto el ángulo se elimina. Se repite el cálculo con los nueve ángulos sobrantes.

No.	Angulo	V	V^2
1	46°27'57.''0	-4.34	18.8356
2	46 28 05.4	4.06	16.4836
3	46 27 59.5	-1.84	3.3856
4	46 28 04.6	3.25	10.5625
5	46 28 02.5	1.15	1.3225
6	46 27 52.6	-8.74	76.3876
7	46 27 58.1	-3.24	10.4976
9	46 28 08.2	6.85	46.9225
10	46 28 04.2	2.85	8.1225
	46°28'01.''34	0.00	192.5200

$$E.M.C. = \sqrt{\frac{192.52}{8}}$$

$$E.M.C. = 4.''9056$$

$$e = \pm\ 0.6745 \times 4.''9056 =$$

$$e = 3.''3088$$

$$P = \frac{2(9) - 1}{2(9)} = 0.9444$$

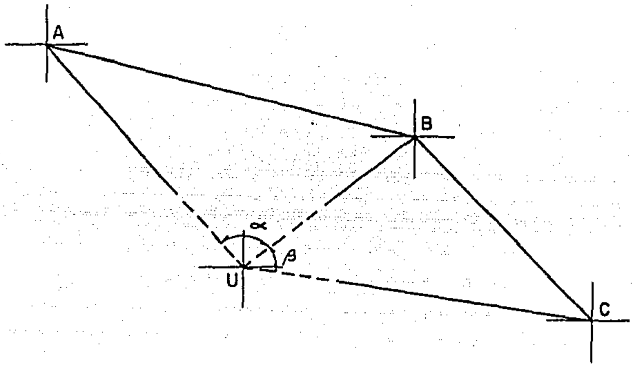
buscando en la tabla A (ver pág. 14) el valor de P = 0.9444 se encuentra que x/e = 2.8 , entonces el residuo mayor permitido en V es:

$$2.8 \times 3.3088 = 9.''2715$$

Los residuos de los ángulos quedan dentro de la tolerancia del criterio, por lo tanto el promedio será considerado el valor más probable.

$$V.M.P. = 46^{\circ}\ 28'\ 01.''34$$

Obtenido el valor más probable de los angúlos, se procederá al cálculo de las coordenadas provisionales del punto U, mediante la resolución del problema de los tres puntos, que consiste en el posicionamiento del punto U con tres vértices conocidos de triangulación.



donde:

		X	Y
A	San Bernabé	-6322.48	-9967.87
B	San Fernando	+1992.24	-11989.99
C	Xochitépetl	+6037.81	-16193.46
U	C. de Padierna	x_1	y_1

se calculará a continuación las distancias $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{(1992.24 -(-6322.48))^2 + (-11989.99 - (-9967.87))^2} =$$

$$= \sqrt{69134569 + 4088969.3} =$$

$$d_{AB} = 8,557.0753 \text{ m.}$$

$$d_{BC} = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$= \sqrt{(6037.81 - 1992.24)^2 + (-16193.46 - (-11989.99))^2}$$

$$= \sqrt{16366637 + 17669160}$$

$$d_{BC} = 5{,}834.0207 \text{ m}$$

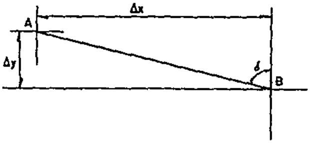
Además se calculará a partir de los azimuts de BA y BC el ángulo B.

Para el cálculo del azimut BA.

$$\text{Atan}\,\delta = \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{x_A - x_B}{y_A - y_B}$$

$$= \frac{(-6322.48 - 1992.24)}{(-9967.87 - (-11989.99))}$$

$$= \frac{-8314.72}{2022.12}$$



$$\text{Atan}\,\delta = -4.111882579$$

$$\delta = 76^{\circ}19'\,52''18$$

Como el ángulo se encuentra en el cuarto cuadrante el azimut es:

$$AZ_{BA} = 360^{\circ} - 76^{\circ}19'52''18$$

$$AZ_{BA} = 283^{\circ}40'07''82$$

Para el cálculo de azimut BC procederemos de la misma manera.

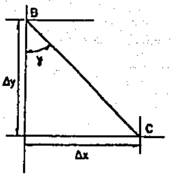
$$\text{Atan}\,\gamma = \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{x_C - x_B}{y_C - y_B}$$

$$= \frac{(6037.81 - 1992.24)}{(-16193.46 - (-11989.99))}$$

$$= \frac{4045.57}{-4203.47}$$

$$\text{Atan } \gamma = -0.962435797$$

$$\gamma = 43^\circ\ 54'\ 12''24$$



como el ángulo pertenece al 2° cuadrante el azimut es:

$$AZ_{BC} = 180^\circ - 43^\circ 54' 12''24$$

$$AZ_{BC} = 136^\circ\ 05'\ 47''76$$

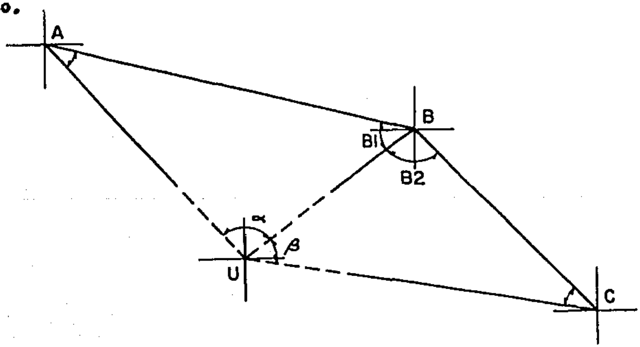
El ángulo interno de B, es la diferencia entre los dos azimuts antes calculados.

$$\measuredangle B = AZ_{BA} - AZ_{BC}$$

$$= 283^\circ 40' 07''82 - 136^\circ 05' 47''76$$

$$\measuredangle B = 147^\circ\ 34'\ 20''06$$

En la siguiente figura se presenta todos los datos conocidos y calculados, con los cuales se obtendrá la posición del punto.



Cálculo de coordenadas de U por el método de tres puntos.

Datos: $B = 147^\circ\ 34'\ 20''06$

$\alpha = 93^\circ\ 47'\ 04''71$

$\beta = 46^\circ\ 28'\ 01''34$

$\overline{AB} = 8,557.0753$ m

$\overline{BC} = 5,834.0207$ m

En donde:

$$E = A + C = (360^\circ - B - \alpha - \beta)$$

$$E = (360^\circ - 147^\circ 34' 20''12 - 93^\circ 47' 04''71 -$$
$$- 46^\circ 28' 01''34\ )$$

$$E = 72^\circ\ 10'\ 33''83$$

$$\text{Cot } C = \frac{\text{sen}\,\alpha\,(\overline{BC})}{\text{sen}\,\beta\ (\overline{BA})\ \text{sen } E} + \text{Cot } E$$

$$\text{Cot } C = \frac{\text{sen } 93^\circ 47' 04''71\ (5,834.0207)}{\text{sen } 46^\circ 28' 01''34\ (8557.0753)\ \text{sen } 72^\circ 10' 33''83} +$$

$$+ \text{Cot } 72^\circ 10' 33''83 =$$

$$= 0.98567061 + 0.3215257$$

$$\text{Cot } C = 1.3071963$$

$$C = 37^\circ\ 24'\ 57''04$$

entonces:

$E = A + C$ por lo tanto

$$A = E - C$$

$$A = 72^\circ 10' 33''83 - 37^\circ 24' 57''04$$

$$A = 34^\circ 45' 36''79$$

La distancia BU se puede calcular con la ley de los senos, - para comprobar se calculará para cada uno de los triángulos.

Para el triángulo ABU

$$\frac{BU}{\text{Sen } A} = \frac{AB}{\text{Sen } \alpha}$$

entonces:

$$BU = \frac{AB \text{ Sen } A}{\text{Sen } \alpha}$$

$$BU = \frac{8557.0753 \text{ Sen } 34^{\circ}45'36''79}{\text{Sen } 93^{\circ}47'04''71} = \frac{4878.7357}{0.9978192} =$$

$$BU = 4889.4220 \text{ m}$$

Para el triángulo BCU

$$\frac{BU}{\text{Sen } C} = \frac{BC}{\text{Sen } \beta}$$

entonces:

$$BU = \frac{BC \text{ Sen } C}{\text{Sen } \beta}$$

$$BU = \frac{5834.0207 \text{ Sen } 37^{\circ}24'57''04}{\text{Sen } 46^{\circ}28'01''34} = \frac{3544.7247}{0.7249782} =$$

$$BU = 4889.4225 \text{ m}$$

Cálculo de los ángulos B_1 y B_2.

Para B_1:

$$B_1 = 180^{\circ} - (A + \alpha)$$

$$B_1 = 180^{\circ} - (34^{\circ}45'36''79 + 93^{\circ}47'04''71)$$

$$B_1 = 51^{\circ}27'18''5$$

Para B_2:

$$B_2 = 180^{\circ} - (C + \beta)$$

$$B_2 = 180^{\circ} - (37^{\circ}24'57''04 + 46^{\circ}28'01''34)$$

$$B_2 = 96^{\circ}07'01''62$$

Cálculo de la distancia UA y UC por la ley de los Senos.

Cálculo de UA:

$$\frac{\text{Sen } B_1}{AU} = \frac{\text{Sen } \alpha}{AB} = \frac{\text{Sen } A}{UB}$$

Para $$\frac{\text{Sen } B_1}{AU} = \frac{\text{Sen } \alpha}{AB}$$

$$AU = \frac{AB \text{ Sen } B_1}{\text{Sen } \alpha}$$

$$AU = \frac{8557.0753 \text{ Sen } 51^\circ 27' 18''5}{\text{Sen } 93^\circ 47' 04''71} =$$

$$AU = 6707.2913 \text{ m}$$

Para $$\frac{\text{Sen } B_1}{AU} = \frac{\text{Sen } A}{UB}$$

$$AU = \frac{UB \text{ Sen } B_1}{\text{Sen } A}$$

$$AU = \frac{4889.4225 \text{ Sen } 51^\circ 27' 18''5}{\text{Sen } 34^\circ 45' 36''79} =$$

$$AU = 6707.2919 \text{ m}$$

Cálculo de UC

$$\frac{\text{Sen } B_2}{UC} = \frac{\text{Sen } \beta}{BC} = \frac{\text{Sen } C}{UB}$$

Para $$\frac{\text{Sen } B_2}{UC} = \frac{\text{Sen } \beta}{BC}$$

$$UC = \frac{BC \text{ Sen } B_2}{\text{Sen } \beta}$$

$$UC = \frac{5834.0207 \text{ Sen } 96^\circ 07' 01''62}{\text{Sen } 46^\circ 28' 01''34}$$

$$UC = 8001.3469 \text{ m}$$

Para $$\frac{\text{Sen } B_2}{UC} = \frac{\text{Sen } C}{UB}$$

$$UC = \frac{UB \text{ Sen } B_2}{\text{Sen } C}$$

$$UC = \frac{4889.422 \text{ Sen } 96^\circ 07' 01''62}{\text{Sen } 37^\circ 24' 57''04} =$$

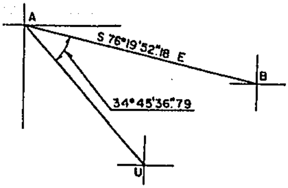
$$UC = 8001.3471 \text{ m}$$

Cálculo de los rumbos AU y CU

Datos:

Rumbo AB = S $76^{o}19'52''18$ E

$\sphericalangle A = 34^{o}45'36''79$



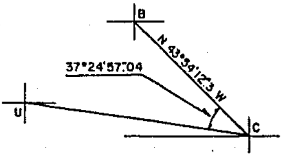
$$\begin{array}{r} 76^{o}19'52''18 \\ -\ 34^{o}45'36.79 \\ \hline 41^{o}34'15.39 \end{array}$$

Rumbo de AU

S 41^{o} 34' 15"39 E

Rumbo CB = N $43^{o}54'12''3$ W

$\sphericalangle C = 37^{o}24'57.04$



$$\begin{array}{r} 43^{o}54'12''3 \\ +\ 37^{o}24'57.04 \\ \hline 81^{o}19'09''34 \end{array}$$

Rumbo de CU

N $81^{o}19'09''34$ W

Cálculo de coordenada de U desde A y C.

Desde el vértice A.

Datos: Rumbo de AU = S $41^{o}34'15''39$ E

Distancia de AU = 6707.2913 m

Coordenadas de A: x = -6322.48 , y = -9967.87

Cálculo de Proyecciones.

Proy. x = AU Sen $41^{o}34'15''39$

Proy. x = 6707.2913 x Sen $41^{o}34'15''39$

Proy. x = 4450.602

$\text{Proy. } y = AU \cos 41^{\circ}34'15''39$

$\text{Proy. } y = 6707.2913 \times \text{Cos } 41^{\circ}34'15''39$

$\text{Proy. } y = -5017.957$

Coordenadas de U propagadas desde A

$x_U = x_A + \text{Proy. } x$

$x_U = -6322.48 + 4450.602$

$x_U = 1{,}871.878$

$y_U = y_A + \text{Proy. } y$

$y_U = -9967.87 - 5017.957$

$y_U = -14985.827$

$x_U = -1871.878$

$y_U = -14985.827$

Desde el vértice C

Datos: Rumbo de CU = N 81°19'09"34 W

Distancia de CU = 8001.347

Coordenadas de C: x = 6037.81 , y = -16193.46

Cálculo de Proyecciones

$\text{Proy. } x = CU \text{ Sen } 81^{\circ}19'09''34$

$\text{Proy. } x = 8001.347 \text{ Sen } 81^{\circ}19'09''34$

$\text{Proy. } x = -7909.689$

$\text{Proy. } y = CU \text{ Cos } 81^{\circ}19'09''34$

$\text{Proy. } y = 8001.347 \text{ Cos } 81^{\circ}19'09''34$

$\text{Proy. } y = 1207.631$

Coordenadas de U propagadas desde C.

$x_U = x_C + \text{Proy. } x$

$x_U = 6037.81 + (-7909.689)$

$x_U = 1871.879$

$y_U = y_C + \text{Proy. } y$

$y_U = -16193.46 + 1207.631$

$y_U = -14,985.829$

$x_U = -1871.879$

$y_U = -14,985.829$

Para continuar con los cálculos se obtendrá el promedio de - las coordenadas obtenidas anteriormente.

Para x_U	Para y_U
- 1871.878	- 14985.827
- 1871.879	- 14985.829
-3743.757	- 29971.656

$x_U = \dfrac{-3743.757}{2}$ $\qquad$ $y_U = \dfrac{-29971.656}{2}$

$x_U = -1871.879$ $\qquad$ $y_U = -14985.828$

Estas coordenadas serán la primera aproximación para el método de "n" vértices.

III.1.b Obtención de las coordenadas definitivas de Cruz de Padierna por el método de "n" vértices.

A continuación se obtendrá los valores más probables de los ángulos: San Fernando - Cruz de Padierna - Tepepan

Cd. Universitaria - Cruz de Padierna - San Fernando

Tepepan - Cruz de Padierna - Xochimilco

Estas series se midieron por el método de ángulos independientes de Schreiber, que consiste en la medición de todos los ángulos que pueden formarse con las n estaciones visibles, el mismo método contempla su procedimiento de ajuste para los ángulos.

Los ángulos medidos se presentan a continuación en la tabla No. 2, se continuará con su ajuste y aplicación del criterio de Chauvenet.

P. Visado	Angulo	P. Visado	Angulo	Diferencia
		SERIE No. UNO		
Ingeniería	03°13'24"5	San Fernando	31°16'41"9	28°03'17"4
San Fernando	31 16 41.9	Tepepan	65 09 53.3	33 53 11.4
Tepepan	65 09 53.3	Xochimilco	72 02 16.2	06 52 22.9
Ingeniería	03 13 31.5	Tepepan	65 09 50.0	61 56 18.5
San Fernando	31 16 41.3	Xochimilco	72 02 13.5	40 45 32.2
Ingeniería	03 13 29.5	Xochimilco	72 02 16.4	68 48 46.9
		SERIE No. DOS		
Ingeniería	213°38'50"6	San Fernando	241°41'52"5	28°03'01"9
San Fernando	241 41 55.5	Tepepan	275 34 36.8	33 52 41.3
Tepepan	275 34 35.3	Xochimilco	282 27 26.0	06 52 50.7
Ingeniería	213 38 45.0	Tepepan	275 35 11.1	61 56 26.1
San Fernando	241 41 55.7	Xochimilco	282 27 29.1	40 45 33.4
Ingeniería	213 38 43.4	Xochimilco	282 27 32.8	68 48 49.4
		SERIE No. TRES		
Ingeniería	58°13'17"5	San Fernando	86°16'27"2	28°03'09"7
San Fernando	86 16 27.2	Tepepan	120 09 39.9	33 53 12.7
Tepepan	120 09 39.9	Xochimilco	127 01 57.0	06 52 17.1
Ingeniería	58 13 15.3	Tepepan	120 09 41.6	61 56 26.3
San Fernando	86 16 31.4	Xochimilco	127 01 57.2	40 45 25.8

Ingeniería	58°13'21"9	Xochimilco	127°02'00"0	68°48'38"1
		SERIE No. CUATRO		
Ingeniería	270°18'29"3	San Fernando	298°21'40"9	28°03'11"6
San Fernando	298 21 40.9	Tepepan	332 14 54.0	33 53 13.1
Tepepan	332 14 54.0	Xochimilco	339 07 16.5	06 52 22.5
Ingeniería	270 18 22.6	Tepepan	332 14 58.0	61 56 35.4
San Fernando	298 21 42.7	Xochimilco	339 07 18.2	40 45 35.5
Ingeniería	270 18 38.7	Xochimilco	339 07 16.0	68 48 37.3
		SERIE NO. CINCO		
Ingeniería	123°37'44"3	San Fernando	151°40'49"0	28°03'04"7
San Fernando	151 40 49.0	Tepepan	185 34 00.0	33 53 11.0
Tepepan	185 34 00.0	Xochimilco	192 26 24.7	06 52 24.7
Ingeniería	123 37 44.3	Tepepan	185 34 06.8	61 56 22.5
San Fernando	151 40 49.0	Xochimilco	192 26 26.0	40 45 37.0
Ingeniería	123 37 43.8	Xochimilco	192 26 25.9	68 48 42.1
		SERIE No. SEIS		
Ingeniería	330°43'47"1	San Fernando	358°46'55"3	28°03'08"2
San Fernando	358 46 55.3	Tepepan	32 40 13.4	33 53 18.1
Tepepan	32 40 13.4	Xochimilco	39 32 41.0	06 52 27.6
Ingeniería	330 43 57.9	Tepepan	32 40 17.0	61 56 19.1
San Fernando	358 47 06.0	Xochimilco	39 32 45.0	40 45 39.0
Ingeniería	330 43 58.1	Xochimilco	39 32 46.2	68 48 48.1

Tabla No. 2. Tabla de los ángulos medidos por el método de Schreiber con estación el Cruz de Padierna.

El procedimiento de ajuste de los ángulos medidos por este método es de gran sencillez y se puede expresar en forma matricial las operaciones a realizar. Esto se ve a continuación.

$$
\begin{array}{ccccccccccccc}
M_1 & + & (M_{m+1}) & + & (M_{m+2}) & + & \ldots & + & (M_{2m-1}) & = & k_1 \\
+ \\
M_2 & + & M_{m+1} & + & (M_{2m}) & + & \ldots & + & (M_{3m-3}) & = & K_2 \\
+ \\
M_3 & + & M_{m+2} & + & M_{2m} & + & \ldots & + & (M_{4m-6}) & = & k_3 \\
+ \\
- & & - & & - & & - & & - & = & - \\
- & & - & & - & & - & & - & = & - \\
- & & - & & - & & - & & (M_{nm-1}) & = & - \\
+ \\
M_m & + & M_{2m-1} & + & M_{3m-3} & + & \ldots & + & M_{nm-1} & = & K_m \\
= \\
K
\end{array}
$$

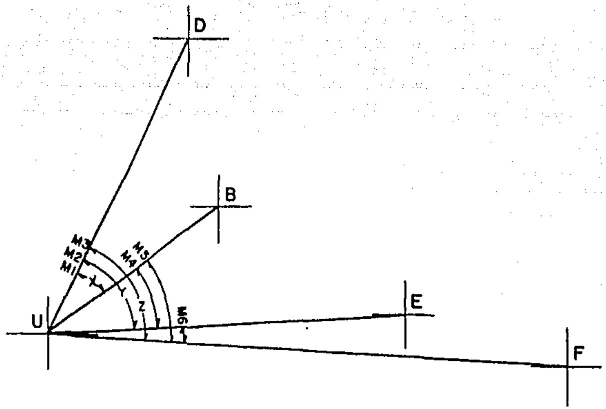
En donde:

$$
\begin{array}{ccc}
x_1 & = & \dfrac{K + K_1}{m + 1} \\
x_2 & = & \dfrac{K + K_2}{m + 1} \\
x_3 & = & \dfrac{K + K_3}{m + 1} \\
- & = & - \\
- & = & - \\
- & = & - \\
x_m & = & \dfrac{K + K_m}{m + 1}
\end{array}
$$

El número total de ángulos por medir de las observaciones es la combinación de 2 en 2 de las n visuales, el cual se expresa por:

$$C_r^n = \frac{n!}{r!\,(n - r)!} \quad .$$

Las mediciones se efectuaron de la siguiente manera.



El número de visuales es 4, entonces sustituyendo en la expre sión anterior queda:

$$C_r^n = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

Las seis mediciones se expresan a continuación.

$$M_1 - M_4 - M_5 = K_1$$

$+$

$$M_2 + M_4 - M_6 = K_2$$

$+$

$$M_3 + M_5 + M_6 = K_3$$

$=$

K

donde: $x = \dfrac{K + K_1}{4}$

$$y = \frac{K + K_2}{4}$$

$$z = \frac{K + K_3}{4}$$

Ajuste de la primera serie (método de Schreiber).

$M_1 = 28^{o}03'17''4 \qquad M_4 = 33^{o}53'11''4$

$M_2 = 61^{o}56'18''5 \qquad M_5 = 40^{o}45'32''2$

$M_3 = 68^{o}48'46''9 \qquad M_6 = 06^{o}52'22''9$

$K_1 = M_1 - M_4 - M_5$

$K_1 = 28^{o}03'17''4 - 33^{o}53'11''4 - 40^{o}45'32''2$

$K_1 = -46^{o}35'26''2$

$K_2 = M_2 + M_4 - M_6$

$K_2 = 61^{o}56'18''5 + 33^{o}53'11''4 - 06^{o}52'22''9$

$K_2 = 88^{o}57'07''0$

$K_3 = M_3 + M_5 + M_6$

$K_3 = 68^{o}48'46''9 + 40^{o}45'32''2 + 06^{o}52'22''9$

$K_3 = 116^{o}26'42''0$

$K = M_1 + M_2 + M_3$

$K = 28^{o}03'17''4 + 61^{o}56'18''5 + 68^{o}48'46''9$

$K = 158^{o}48'22''8$

Para el ángulo Ingeniería - Cruz de Padierna - San Fernando

$$x_1 = \frac{158^{o}48'22''8 - 46^{o}35'26''2}{4} =$$

$x_1 = 28^{o}03'14''15$

Para el ángulo Ingeniería - Cruz de Padierna - Tepepan.

$$y_1 = \frac{158^{o}48'22''8 + 88^{o}57'07''0}{4} =$$

$y_1 = 61^{o}56'22''45$

Para el ángulo Ingeniería - Cruz de Padierna - Xochimilco.

$$z_1 = \frac{158^\circ 48' 22''8 + 116^\circ 26' 42''0}{4} =$$

$$z_1 = 68^\circ 48' 46''2$$

El subíndice de x, y y z indica a que serie pertenece. Así se prosigue con las siguientes series.

Ajuste de la segunda serie.

$M_1 = 28^\circ 03' 01''9 \qquad M_4 = 33^\circ 52' 41''3$

$M_2 = 61^\circ 56' 26''1 \qquad M_5 = 40^\circ 45' 33''4$

$M_3 = 68^\circ 48' 49''4 \qquad M_6 = 06^\circ 52' 50''7$

$$K_1 = M_1 - M_4 - M_5$$
$$K_1 = 28^\circ 03' 01''9 - 33^\circ 52' 41''3 - 40^\circ 45' 33''4$$
$$K_1 = -46^\circ 35' 12''8$$

$$K_2 = M_2 + M_4 - M_6$$
$$K_2 = 61^\circ 56' 26''1 - 33^\circ 52' 41''3 - 06^\circ 52' 50''7$$
$$K_2 = 88^\circ 56' 16''7$$

$$K_3 = M_3 + M_5 + M_6$$
$$K_3 = 68^\circ 48' 49''4 + 40^\circ 45' 33''4 + 06^\circ 52' 50''7$$
$$K_3 = 116^\circ 27' 13''5$$

$$K = M_1 + M_2 + M_3$$
$$K = 28^\circ 03' 01''9 + 61^\circ 56' 26.1 + 68^\circ 48' 49''4$$
$$K = 158^\circ 48' 17''4$$

Para el ángulo Ingeniería - Cruz de Padierna - San Fernando.

$$x_2 = \frac{158^\circ 48' 17''4 - 46^\circ 35' 12''8}{4} =$$

$$x_2 = 28^{\circ}03'16''15$$

Para el ángulo Ingeniería - Cruz de Padierna - Tepepan

$$y_2 = \frac{158^{\circ}48'17''4 + 88^{\circ}56'16''7}{4} =$$

$$y_2 = 61^{\circ}56'08''5$$

Para el ángulo Ingeniería - Cruz de Padierna - Xochimilco.

$$z_2 = \frac{158^{\circ}48'17''4 + 116^{\circ}27'13''5}{4} =$$

$$z_2 = 68^{\circ}48'52''7$$

Tercera Serie

$$M_1 = 28^{\circ}03'09''7 \qquad M_4 = 33^{\circ}53'12''7$$

$$M_2 = 61^{\circ}56'26''3 \qquad M_5 = 40^{\circ}45'25''8$$

$$M_3 = 68^{\circ}48'38''1 \qquad M_6 = 06^{\circ}52'29''3$$

$$K_1 = M_1 - M_4 - M_5$$

$$K_1 = 28^{\circ}03'09''7 - 33^{\circ}53'12''7 - 40^{\circ}45'25''8$$

$$K_1 = -46^{\circ}35'28''8$$

$$K_2 = M_2 + M_4 - M_6$$

$$K_2 = 61^{\circ}56'26''3 + 33^{\circ}53'12''7 - 06^{\circ}52'29''3$$

$$K_2 = 88^{\circ}57'09''7$$

$$K_3 = M_3 + M_5 + M_6$$

$$K_3 = 68^{\circ}48'38''1 + 40^{\circ}45'25''8 + 06^{\circ}52'29''3$$

$$K_3 = 116^{\circ}26'33''2$$

$$K = M_1 + M_2 + M_3$$

$$K = 28^{\circ}03'09''7 + 61^{\circ}56'26''3 + 68^{\circ}48'38.0$$

$K = 158°48'14''1$

Para el ángulo Ingeniería - Cruz de Padierna - San Fernando.

$$x_3 = \frac{158°48'14''1 - 46°35'28''8}{4} =$$

$$x_3 = 28°03'11''3$$

Para el ángulo Ingeniería - Cruz de Padierna - Tepepan

$$y_3 = \frac{158°48'14''1 + 88°57'09''7}{4} =$$

$$y_3 = 61°56'20''95$$

Para el ángulo Ingeniería - Cruz de Padierna - Xochimilco

$$z_3 = \frac{158°48'14''1 + 116°26'33''2}{4} =$$

$$z_3 = 68°48'41''8$$

Serie número cuatro.

$M_1 = 28°03'11''6$ $\quad M_4 = 33°53'13''1$

$M_2 = 61°56'35''4$ $\quad M_5 = 40°45'35''5$

$M_3 = 68°48'37.3$ $\quad M_6 = 06°52'22''5$

$$K_1 = M_1 - M_4 - M_5$$

$$K_1 = 28°03'11''6 - 33°53'13''1 - 40°45'35''5$$

$$K_1 = -46°35'37''0$$

$$K_2 = M_2 + M_4 - M_6$$

$$K_2 = 61°56'35''4 + 33°53'13''1 - 06°52'22''5$$

$$K_2 = 88°57'26''0$$

$$K_3 = M_3 + M_5 + M_6$$

$$K_3 = 68^\circ 48' 37''3 + 40^\circ 45' 35''5 + 06^\circ 52' 22''5$$

$$K_3 = 116^\circ 26' 35''3$$

$$K = M_1 + M_2 + M_3$$

$$K = 28^\circ 03' 11''6 + 61^\circ 56' 35''4 + 68^\circ 48' 37''3$$

$$K = 158^\circ 48' 24''3$$

Para el ángulo Ingeniería - Cruz de Padierna - San Fernando

$$x_4 = \frac{158^\circ 48' 24''3 - 46^\circ 35' 37.0}{4} =$$

$$x_4 = 28^\circ 03' 11''83$$

Para el ángulo Ingeniería - Cruz de Padierna - Tepepan

$$y_4 = \frac{158^\circ 48' 24''3 + 88^\circ 57' 26.0}{4} =$$

$$y_4 = 61^\circ 56' 27''6$$

Para el ángulo Ingeniería - Cruz de Padierna - Xochimilco

$$z_4 = \frac{158^\circ 48' 24''3 + 116^\circ 26' 35''3}{4} =$$

$$z_4 = 68^\circ 48' 44''9$$

Para la serie No. 5

$M_1 = 28^\circ 03' 04''7$ $\quad$ $M_4 = 33^\circ\ 53' 11''0$

$M_2 = 61^\circ 56' 22''5$ $\quad$ $M_5 = 40^\circ\ 45' 37''0$

$M_3 = 68^\circ 48' 42''1$ $\quad$ $M_6 = 06^\circ\ 52' 24''7$

$$K_1 = M_1 - M_4 - M_5$$

$$K_1 = 28^\circ 03' 04''7 - 33^\circ 53' 11''0 - 40^\circ 45' 37.0$$

$$K_1 = -46^\circ 35' 43''3$$

$K_2 = M_2 + M_4 - M_6$

$K_2 = 61° 56'22''5 + 33°53'11''0 - 06°52'24''7$

$K_2 = 88°57'08''8$

$K_3 = M_3 + M_5 + M_6$

$K_3 = 68°48'42''1 + 40°45'37''0 + 06°52'24''7$

$K_3 = 116°26'43''8$

$K = M_1 + M_2 + M_3$

$K = 28°03'04''7 + 61°56'22''5 + 68°48'42''1$

$K = 158°48'09''3$

Para el ángulo Ingeniería - Cruz de Padierna - San Fernando

$$x_5 = \frac{158°48'09''2 - 46°35'43''3}{4} =$$

$x_5 = 28°03'06''48$

Para el ángulo Ingeniería - Cruz de Padierna - Tepepan

$$y_5 = \frac{158°48'09''2 + 88°57'08''8}{4} =$$

$y_5 = 61°56'19''525$

Para el ángulo Ingeniería - Cruz de Padierna - Tepepan

$$z_5 = \frac{158°48'09''2 + 116°26'43''8}{4} =$$

$z_5 = 68°48'43''275$

En la serie No. seis.

$M_1 = 28°03'08''2$ $\quad$ $M_4 = 33°53'18''1$

$M_2 = 61°56'19''1$ $\quad$ $M_5 = 40°45'39''0$

$M_3 = 68°48'48''1$ $\quad$ $M_6 = 06°52'27''6$

$K_1 = M_1 - M_4 - M_5$

$$K_1 = 28^\circ 03' 08''2 - 33^\circ 53' 18''1 - 40^\circ 45' 39''0$$

$$K_1 = -46^\circ 35' 48''9$$

$$K_2 = M_2 + M_4 - M_6$$

$$K_2 = 61^\circ 56' 19''1 + 33^\circ 53' 18''1 - 06^\circ 52' 27''6$$

$$K_2 = 88^\circ 57' 09''6$$

$$K_3 = M_3 + M_5 + M_6$$

$$K_3 = 68^\circ 48' 48''1 + 40^\circ 45' 39''0 + 06^\circ 52' 27''6$$

$$K_3 = 116^\circ 26' 54''7$$

$$K = M_1 + M_2 + M_3$$

$$K = 28^\circ 03' 08''2 + 61^\circ 56' 19''1 + 68^\circ 48' 48''1$$

$$K = 158^\circ 48' 15''4$$

Para el ángulo Ingeniería - Cruz de Padierna - San Fernando

$$x_6 = \frac{158^\circ 48' 15''4 - 46^\circ 35' 48''9}{4}$$

$$x_6 = 28^\circ 03' 06''62$$

Para el ángulo Ingeniería - Cruz de Padierna - Tepepan

$$y_6 = \frac{158^\circ 48' 15''4 + 88^\circ 57' 09''6}{4}$$

$$y_6 = 61^\circ 56' 21''25$$

Para el ángulo Ingeniería - Cruz de Padierna - Xochimilco

$$z_6 = \frac{158^\circ 48' 15''4 + 116^\circ 26' 54''7}{4}$$

$$z_6 = 68^\circ 48' 47''525$$

Con los resultados obtenidos de X, y y Z, se aplica el criterio de Chauvenet.

Para los valores de x.

No.	Angulo	V	V^2
1	28°03'14."15	-3.0567	9.3434
2	28 03 16.15	-5.0567	25.5702
3	28 03 11.33	-0.2367	0.0560
4	28 03 11.83	-0.7367	0.5427
5	28 03 06.48	4.6133	21.2825
6	28 03 06.62	4.4733	20.0104
V.M.P.=	28 03 11.0925	0.00	76.8052

$$E.M.C. = \sqrt{\frac{76.8052}{5}} = 3.''9193$$

$$e = \pm\ 0.6745 \times 3.''9193 = 2.''6435$$

$$P = \frac{2(6)-1}{2(6)} = \frac{11}{12} = 0.9166$$

buscando en la tabla A (ver pág. 14) el valor de P=0.9166, se encuentra que x/e = 2.5, entonces el residuo mayor permitido en V es:

$$2.5 \times 2.6435 = 6.''60885$$

Como la difernoia permitida por el criterio es mayor que el residuo (V) de los ángulos entonces tomaremos el promedio que es el valor más probable.

$$x = 28°03'11.''0925$$

Para los valores de y

No.	Angulo	V	V^2
1	61°56'22."45	-2.3967	5.75
2	61 56 08.525	11.4833	131.86
3	61 56 20.95	-0.8967	0.8040
4	61 56 27.575	-7.4967	56.20

No.	ANGULO	V	V^2
5	61°56'19".525	0.5033	0.2533
6	61 56 21.25	-1.1967	1.4321
V.M.P.=	61° 56'20.0458	0.00	196.2994

$$E.M.C. = \sqrt{\frac{196.2994}{5}} = 6''28867$$

$$e = \pm\ 0.6745 \times 6''28867 =$$

$$e = 4''24171$$

$$P = \frac{2(6) - 1}{2(6)} = \frac{11}{12} =$$

$$P = 0.9166$$

buscando en la tabla A (ver página 14) el valor de P=0.9166 se encuentra que x/e = 2.5 entonces el residuo mayor permitido en V es:

$$4''2417 \times 2.5 = 10''6043$$

Se observa que el residuo del ángulo número dos es mayor que la tolerancia que permite el criterio. Por lo tanto el ángulo se elimina. Se repite el cálculo de los cinco ángulos restantes.

No.	Angulo	V	V^2
1	61°56'22".45	-0.1	0.01
3	61 56 20.95	1.40	1.96
4	61 56 27.575	-5.20	27.04
5	61 56 19.525	2.8	7.84
6	61 56 21.25	1.10	1.21
V.M.P.=	61°56'22.35	0.00	38.06

$$E.M.C. = \sqrt{\frac{38.06}{4}} = 3''10086$$

$$e = \pm\ 0.6745 \times 3.10086$$

$$e = 2''09153$$

$$P = \frac{2\ (5) - 1}{2(5)} = \frac{9}{10} =$$

$$P = 0.9$$

buscando en la tabla A (ver pág. 14) el valor de P = 0.9, se encuentra que x/e = 2.4, entonces el residuo mayor permitido en V es:

$$2''0915 \times 2.4 = 5.01967$$

Uno de los residuos de los ángulos queda fuera de la tolerancia del criterio. Por lo tanto descartaremos el ángulo núm. cuatro, quedando cuatro con los cuales se continuará los cálculos.

No.	Angulo	V	V^2
1	61°56'22"45	-1.4	1.96
3	61 56 20.95	0.1	0.01
5	61 56 19.525	1.50	2.25
6	61 56 21.25	-0.2	0.04
V.M.P.=	61°56'21.0438	0.00	4.26

$$E.M.C. = \sqrt{\frac{4.26}{3}} =$$

$$E.M.C. = 1''20215$$

$$e = \pm\ 0.6745 \times 1''20215 =$$

$$e = 0.810848$$

$$P = \frac{2(4) - 1}{2(4)} = \frac{7}{8} =$$

$$P = 0.875$$

buscando en la tabla A (ver pág. 14) el valor de P = 0.875 se encuentra que x/e = 2.3, entonces el residuo mayor permitido en V es :

$$2.3 \times 0''8108 = 1''86495$$

Para este valor obtenido se observa que el residuo de los ángulos son menores que el valor que permite el criterio. Por lo tanto se tomará el promedio como el valor más probable.

$$y = 61^{\circ}\ 56'21''0438$$

Cálculo del valor de z.

No.	Angulo	V	V^2
1	68°48'46"2	-0.15	0.0225
2	68 48 52.7	-6.65	44.2225
3	68 48 41.8	4.25	18.0625
4	68 48 44.9	1.15	1.3225
5	68 48 43.3	2.85	8.1225
6	68 48 47.5	-1.45	2.1025
V.M.P.=	68°48'46.08	0.00	73.8550

$$E.M.C. = \sqrt{\frac{73.855}{5}} = 3''83728$$

$$e = 0.6745 \times 3''83728 =$$

$$e = 2''58825$$

$$P = \frac{2(6) - 1}{2(6)} =$$

$$P = 0.9166$$

buscando de la tabla A (ver pág. 14) el valor de P= 0.9166 se encuentra que x/e = 2.5, entonces el residuo mayor permitido en V es:

$$2.5 \times 2''5883 = 6''47062$$

El residuo del ángulo número dos es mayor que lo permitido por el criterio, por lo tanto, se descarta el segundo ángulo.

No.	Angulo	V	V^2
1	68°48'46"2	-1.48	2.1904

No.	ANGULO	V	V^2	(Continuación)
3	68°48'41"825	2.92	8.5264	
4	68 48 44.900	-0.18	0.0324	
5	68 48 43.275	1.52	2.3104	
6	68 48 47.525	-2.78	7.7284	
V.M.P.=	68°48'44.745	0.00	20.788	

$$E.M.C. = \sqrt{\frac{20.788}{4}} = 2''26698$$

$$e = \pm\ 0.6745 \times 2''26698 =$$

$$e = 1''52908$$

$$P = \frac{2(5) - 1}{2(5)} =$$

$$P = 0.9$$

buscando de la tabla A (ver pág. 14) el valor de P = 0.9, se encuentra que x/e = 2.4, entonces el residuo mayor permitido en V es:

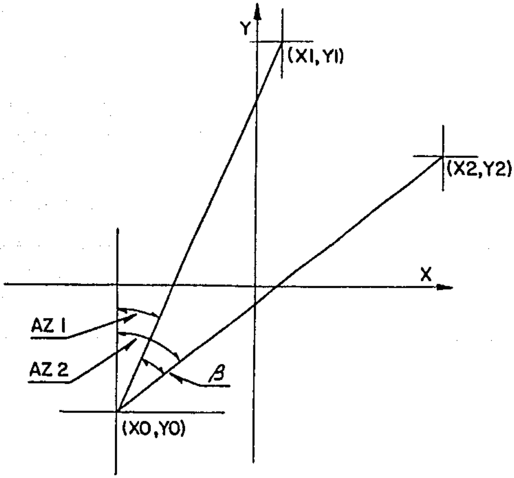
$$2.4 \times 1''5291 = 3.66978$$

Según el valor anterior se observa que los residuos son menores que la tolerancia del criterio. Entonces el promedio se considerará como el valor más probable.

$$z = 68°48'44''745$$

Hasta este momento se tiene calculado los valores más probables de los ángulos medidos y el valor de la primera aproximación del vértice transponder a utilizar en el método matricial de mínimos cuadrados. Es de hacer notar que se requiere la linealización de las ecuaciones no lineales para el desarrollo del método antes mencionado.

A continuación se explica el principio para la obtención de -- las ecuaciones linealizadas.



Sea β el ángulo formado entre dos direcciones, cada dirección se puede expresar con el azimut, el cual se obtiene de dos - puntos conocidos. Entonces este ángulo β se expresa con la siguiente función:

$$\beta = f\ (x_o,\ y_o,\ x_1,\ y_1,\ x_2,\ y_2)$$

$$\beta = Az_2 - Az_1$$

donde: $Az_1 = \text{Atan}\ \dfrac{x_1 - x_o}{y_1 - y_o}$

$$Az_2 = \text{Atan}\ \frac{x_2 - x_o}{y_2 - y_o}$$

entonces:

$$\beta = \text{Atan}\ \frac{x_1 - x_o}{y_1 - y_o} - \text{Atan}\ \frac{x_2 - x_o}{y_2 - y_o}$$

La ecuación se puede linealizar por la serie de Taylor que - dice:

$$L = f(x) = f(x_o) + \frac{f'(x_o)dx}{1!} + \frac{f''(x_o)dx_2}{2!} + .. + \frac{f^n(x_o)dx_n}{n!}$$

Mientras mayor sea n las aproximaciones mediante la fórmula de Taylor es más exacta, pero como se desprecian los términos que contienen derivadas mayores de la primera se obtiene la siguiente ecuación linealizada. En el caso a tratar

$$\beta = f(x_0,y_0,x_1,y_1,x_2,y_2) = f(x_{0o},y_{0o},x_{1o},y_{1o},x_{2o},y_{2o}) +$$

$$+ \left(\frac{\partial F}{\partial x_0}\right)_o dx_0 + \left(\frac{\partial F}{\partial y_0}\right)_o dy_0 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_1}\right)_o dx_1 +$$

$$+ \left(\frac{\partial F}{\partial y_1}\right)_o dy_1 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2}\right)_o dx_2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y_2}\right)_o dy_2$$

en donde

$$\frac{\partial F}{\partial x_1} = - \frac{\Delta y_{\overline{0,1}}}{D_{\overline{0,1}}^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial y_1} = \frac{\Delta x_{\overline{0,1}}}{D_{\overline{0,1}}^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_2} = \frac{\Delta y_{\overline{0,2}}}{D_{\overline{0,2}}^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial y_2} = - \frac{\Delta x_{\overline{0,2}}}{D_{\overline{0,2}}^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_0} = - \frac{\Delta y_{\overline{0,2}}}{D_{\overline{0,2}}^2} + \frac{\Delta y_{\overline{0,1}}}{D_{\overline{0,1}}^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial y_0} = \frac{\Delta x_{\overline{0,2}}}{D_{\overline{0,2}}^2} - \frac{\Delta x_{\overline{0,1}}}{D_{\overline{0,1}}^2}$$

es importante destacar que:

$$dx_1 = 0$$

$$dy_1 = 0$$

$$dx_2 = 0$$

$$dy_2 = 0$$

entonces la ecuación se simplifica

$$\beta = f(x_0,y_0,x_1,y_1,x_2,y_2) = f(x_{0o},y_{0o},x_{1o},y_{1o},x_{2o},y_{2o}) +$$

$$+ \left(\frac{\partial F}{\partial x_0}\right)_o dx_0 + \left(\frac{\partial F}{\partial y_0}\right)_o dy_0$$

como

$$\beta\text{correcta} = \beta\text{observada} - V_\beta$$

entonces

$$\beta\text{observada} + V_\beta = \beta\text{calculada} + \left(\frac{\partial F}{\partial x_0}\right)_o dx_0 + \left(\frac{\partial F}{\partial y_0}\right)_o dy_0$$

se despeja V

$$V = \left(- \frac{\Delta y_{\overline{0,2}}}{D_{\overline{0,2}}^2} + \frac{\Delta y_{\overline{0,1}}}{D_{\overline{0,1}}^2}\right) dx_0 + \left(\frac{\Delta x_{\overline{0,2}}}{D_{\overline{0,2}}^2} - \frac{\Delta x_{\overline{0,1}}}{D_{\overline{0,1}}^2}\right) dy_0 -$$

$$-(\beta\text{observada} - \beta\text{calculada})$$

y así obtener la ecuación de observación de los ángulos y — calcular por el método matricial de mínimos cuadrados los valores de dx y dy. Estas diferencias se incrementan a los valores iniciales es decir

$$x = x_0 + dx$$

$$y = y_0 + dy$$

éste será un valor aproximado del verdadero, por lo cual se realiza una o varias iteraciones posteriores hasta alcanzar que dx y dy sean despreciables para el trabajo que se realiza. A continuación se obtiene las ecuaciones linealizadas de observación del angulo β, se considera que el primer valor aproximado del vértice Cruz de Padierna es

$$x_0 = -1871.879 \qquad y_0 = -14985.828$$

Como se puede ver en la ecuación de observación se necesita el previo cálculo de los incrementos de coordenadas en x y y, la distancia al cuadrado, el ángulo calculado β y el ángulo observado β de cada uno de los vértices observados y el punto auxiliar Cruz de Padierna. En la siguiente tabla 3 se obtiene los valores Δx, Δy y distancia al cuadrado.

Tabla No. 3 Tabla para obtención de los elementos Δx, Δy y distancias al cuadrado desde Cruz de Padierna a los demás vértices.

P. Visado	Coordenada x	Coordenadas y	Δx	Δy	D^2
San Bernabé	-6322.48	- 9967.87	- 4450.601	5017.958	44987751.75
Ingeniería	1235.89	- 8060.11	3107.769	6925.718	57623797.98
San Fernando	1992.24	-11989.99	3864.119	2995.838	23906340.79
Tepepan	6241.06	-14431.96	8112.939	553.868	66126548.98
Xochimilco	9890.38	-15595.68	11762.259	- 609.852	138722656.30
Xochitépetl	6037.81	-16193.46	7909.689	-1207.632	64021555.13

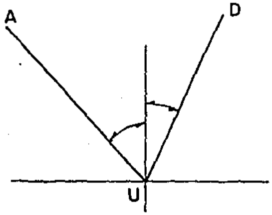
A continuación el cálculo de los ángulos calculados β, para ello se obtendrá primero los rumbos en la tabla No. 4

Tabla No. 4 Tabla para obtención de los rumbos desde Cruz de Padierna.

P. Visado	Δx	Δy	Cuadrante	Atan ($\Delta x/\Delta y$)	Rumbo
San Bernabé	- 4450.601	5017.958	4°	41°34'15."3523	N 41°34'15."3523 W
Ingeniería	3107.769	6925.718	1°	24°10'01."7273	N 24°10'01."7273 E
San Fernando	3864.119	2995.838	1°	52°12'49."3314	N 52°12'49."3314 E
Tepepan	8112.939	553.868	1°	86°05'40."1774	N 86°05'40."1774 E
Xochimilco	11762.259	- 609.852	2°	87°01'55."1080	S 87°01'55."1080 E
Xochitépetl	7909.689	-1207.632	2°	81°19'09."3241	S 81°19'09."3241 E

Con los rumbos antes calculados se procede a la obtención de los ángulos en radianes.

Entonces ∡San Bernabé -Cruz de Padierna -Ingeniería

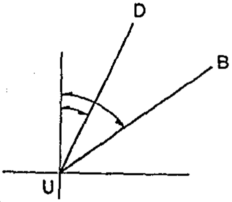


$41^\circ 34' 15.''3523 + 24^\circ 10' 01.''7273 =$
$65^\circ 44' 17.''0796$

$65^\circ 44' 17.''0796 \times \pi / 180^\circ =$
1.147345899

∡AUD = 1.147345899

Para el ángulo Ingeniería - Cruz de Padierna - San Fernando

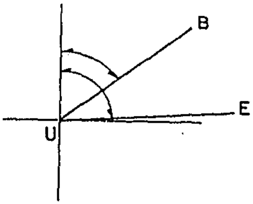


$52^\circ 12' 49.''3314 - 24^\circ 10' 01.''7273 =$
$28^\circ 02' 47.''6041$

$28^\circ 02' 47.''6041 \times \pi / 180^\circ =$
0.489504758

∡DUB = 0.489504758

En el ∡San Fernando - Cruz de Padierna - Tepepan

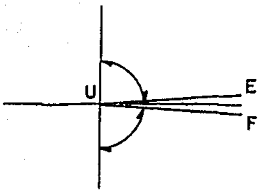


$86^\circ 05' 40.''1774 - 52^\circ 12' 49.''3314 =$
$33^\circ 52' 50.''8460$

$33^\circ 52' 50.''8460 \times \pi / 180^\circ =$
0.591331348

∡BUE = 0.591331348

Del ∢Tepepan - Cruz de Padierna - Xochimilco

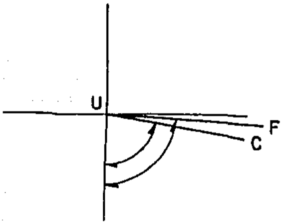


$180^{\circ} - 86^{\circ}05'40''.1774 -$
$87^{\circ}01'55''.1080 = 6^{\circ}52'24''.7144$

$6^{\circ}52'24''.7144 \times \pi / 180^{\circ} =$
0.119965761

∢ EUF = 0.119965761

Por último ∢Xochimilco - Cruz de Padierna - Xochitépetl

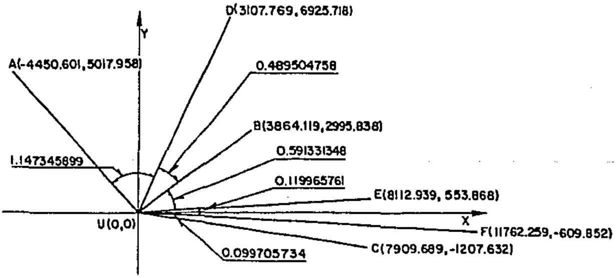


$87^{\circ}01'55''.1080 - 81^{\circ}19'09''.3241 =$
$5^{\circ}42'45''.7839$

$5^{\circ}42'45''.7839 \times \pi / 180^{\circ} =$
0.099705734

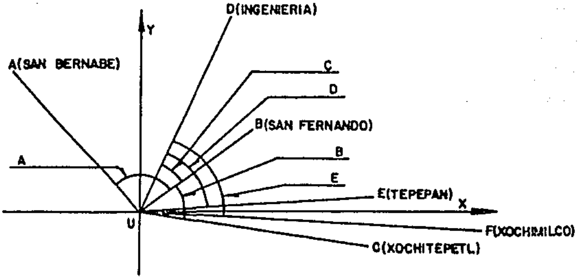
∢ FUC = 0.099705734

En la figura se muestra los datos Δx, Δy y los ángulos calculados



Sólo faltando los ángulos observados del vértice Cruz de Padierna a los vértices auxiliares, se obtendrán a continuación.

San Bernabé - San Fernando	93°47'04".71 -	A
San Fernando - Xochitépetl	46°28'01".34 -	B
Ingeniería - San Fernando	28°03'11".0925-	C
Ingeniería - Tepepan	61°56'21".0438-	D
Ingeniería - Xochimilco	68°48'44".745 -	E



A-C = ∢ SAN BERNABE-INGENIERIA

93°47'04".71
-28°03'11".09
65°43'53".62

C = ∢ INGENIERIA-SAN FERNANDO

28°03'11".09

D-C = ∢ SAN FERNANDO-TEPEPAN

61°56'21".04
-28°03'11".09
33°53'09".95

D-E = ∢ TEPEPAN-XOCHIMILCO

68°48'44".74
61°56'21".04
6°52'23".70

C+B-E = ∢XOCHIMILCO-XOCHITEPETL

$$\begin{array}{r} 28°03'11''.09 \\ \underline{+46°28'01''.34} \\ 74°31'12''.43 \\ \underline{68°48'44''.74} \\ 05°42'27''.69 \end{array}$$

COMPROBACIONES:

A+B-E = ∢SAN BERNABE-INGENIERIA +
∢XOCHIMILCO-XOCHITEPETL

$$\begin{array}{r} 93°47'04''.71 \\ \underline{46°28'01''.34} \\ 140°15'06''.05 \\ \underline{-68°48'44''.74} \\ 71°26'21''.31 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 05°42'27''.69 \\ \underline{65°43'53''.62} \\ 71°26'21''.31 \end{array}$$

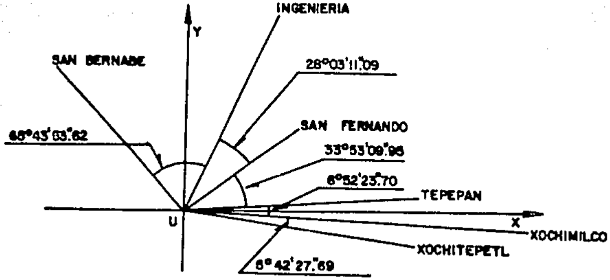
A+B-D = ∢SAN BERNABE-INGENIERIA +
∢TEPEPAN-XOCHIMILCO +
∢XOCHIMILCO-XOCHITEPETL

$$\begin{array}{r} 140°15'06''.05 \\ \underline{-61°56'21''.04} \\ 78°18''45''.01 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 65°43'53''.62 \\ 6°52'23''.70 \\ \underline{5°42'27''.69} \\ 78°18'45''.01 \end{array}$$

A+B-C = ∢SAN BERNABE-INGENIERIA +
∢TEPEPAN-XOCHIMILCO +
∢XOCHIMILCO-XOCHITEPETL +
∢SAN FERNANDO-TEPEPAN

$$\begin{array}{r} 140°15'06''.05 \\ \underline{-28°03'11''.09} \\ 112°11'54''.96 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 78°18'45''.01 \\ \underline{33°53'09''.95} \\ 112°11'54''.96 \end{array}$$

Por lo tanto, comprobados los ángulos quedan como lo muestra la - figura:



La información de los ángulos observados en la fórmula linealizada de Taylor, para ángulos, es en radianes, por lo cual se realiza a continuación la transformación.

$\measuredangle$ San Bernabé - Cd. Universitaria

$$65°43'53''.62 \times \frac{\pi}{180°} = 1.147232164$$

$\measuredangle$ Cd. Universitaria - San Fernando

$$28°03'11''.09 \times \frac{\pi}{180°} = 0.489618621$$

$\measuredangle$ San Fernando - Tepepan

$$33°53'09''.95 \times \frac{\pi}{180°} = 0.591423967$$

$\measuredangle$ Tepepan - Xochimilco

$$6°52'23''.70 \times \frac{\pi}{180°} = 0.119960843$$

$\measuredangle$ Xochimilco - Xochitépetl

$$5°42'27''.69 \times \frac{\pi}{180°} = 0.099618012$$

Se sustituye a continuación en la fórmula linealizada los valores obtenidos de Δx, Δy, D^2, $\measuredangle$ calculado y $\measuredangle$ observado.

$$V_{\beta 1} = \left(-\frac{6925.718}{57623797.98} + \frac{5017.958}{44987751.75}\right)dx + \left(\frac{3107.769}{57623797.98} - \right.$$

$$\left. - \frac{-4450.601}{44987751.75}\right)dy - (1.147232164 - 1.147345899) =$$

$$V_{\beta 1} = -0.000008648\ dx + 0.000152861\ dy + 0.000113735$$

$$V_{\beta 2} = \left(-\frac{2995.838}{23906340.79} + \frac{6925.718}{57623797.98}\right)dx + \left(\frac{3864.119}{23906340.79} - \right.$$

$$\left. - \frac{3107.769}{57623797.98}\right)dy - (0.489618621 - 0.489504758) =$$

$$V_{\beta 2} = -0.000005127\ dx + 0.000107704\ dy - 0.000113863$$

$$V_{\beta 3} = \left(-\frac{553.868}{66126548.98} + \frac{2995.838}{23906340.79}\right)dx + \left(\frac{8112.939}{66126548.98} - \right.$$

$$\left. - \frac{3864.119}{23906340.79}\right)dy - (0.591423967 - 0.591331348) =$$

$$V_{\beta 3} = 0.000116940\ dx - 0.000038948\ dy - 0.000092619$$

$$V_{\beta 4} = \left(-\frac{-609.852}{138722656.3} + \frac{553.868}{66126548.98}\right)dx + \left(\frac{11762.259}{138722656.3} - \right.$$

$$\left. - \frac{8112.939}{66126548.98}\right)dy - (0.119960843 - 0.119965761) =$$

$$V_{\beta 4} = 0.000012772\ dx - 0.000037898\ dy + 0.000004918$$

$$V_{\beta 5} = \left(-\frac{-1207.632}{64021555.13} + \frac{-609.852}{138722656.3}\right) dx + \left(\frac{7909.689}{64021555.13} - \right.$$

$$\left. - \frac{11762.259}{138722656.3}\right)dy - (0.099618012 - 0.099705734)$$

$$V_{\beta 5} = 0.000014467\ dx + 0.000038758\ dy + 0.000087722$$

En las ecuaciones el residuo $V_\beta \rightarrow 0$, entonces las incógnitas a resolver son dx , dy y se le dará solución por el método matricial de mínimos cuadrados. Uno de los casos particula-res en este método es el de observaciones con la misma confia bilidad, esto nos permite dar el mismo peso.

Además, este procedimiento se expresa en forma matricial, es decir, los coeficientes de las ecuaciones (B), correcciones e incógnitas (x), las diferencias de βobservada - βcalculada (L), los pesos (P) y residuos (V) tiene su matriz respectiva. En nuestro caso tendremos que:

$$B = \begin{bmatrix} -0.000008648 & 0.000152861 \\ -0.000005127 & 0.000107704 \\ 0.000116940 & -0.000038948 \\ 0.000012772 & -0.000037898 \\ 0.000014467 & 0.000038758 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} -0.000113735 \\ +0.000113863 \\ 0.000092619 \\ -0.000004918 \\ -0.000087722 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} V\beta 1 \\ V\beta 2 \\ V\beta 3 \\ V\beta 4 \\ V\beta 5 \end{bmatrix}$$

En el cual la ecuación $Bx - L = VP$ es equivalente al conjunto de ecuaciones de observación.

Considerando que el mínimo se expresa matricialmente como:

$$U = V^T PV = \text{mínimo}$$

que es la expresión equivalente de la clásica:

$$U = P_1 V_1^2 + P_2 V_2^2 + P_3 V_3^2 + \ldots + P_n V_n^2 = \text{mínimo}$$

Como se considera que P es la matriz identidad debido a la igualdad de pesos. Entonces:

$$V = Bx - L$$

A continuación se hará el desarrollo en caso de observaciones de igual peso.

$$U = V^TV = (Bx - L)^T (Bx - L) = \text{mínimo}$$
$$= (x^TB^T - L^T)(Bx - L) = \text{mínimo}$$
$$= (x^TB^TBx - x^TB^TL - L^TBx + L^TL = \text{mínimo}$$

pero $x^TB^TL = L^TBx$

$$U = x^TB^TB\,x - 2x^TB^TL + L^TL = \text{mínimo}$$
$$\frac{\partial U}{\partial x} = 0 = 2B^TBx - 2B^TL = 0$$
$$= B^TB\,x - B^TL = 0$$

Para despejar la matriz x

$$B^TB\,x - B^TL + B^TL = B^TL$$
$$B^TB\,x = B^TL$$

premultiplicamos

$$(B^TB)^{-1}\,B^TB\,x = (B^TB)^{-1}\,(B^TL)$$
$$x = (B^TB)^{-1}\,(B^TL)$$

El vector V de los residuos se obtiene de sustituir el valor de x en la ecuación:

$$V = B\,x - L$$

Este procedimiento es iterativo incrementando a los valores aproximados las diferencias obtenidas en la matriz x, hasta ser mínimos o despreciables para el fin que se persigue.

A continuación los cálculos para obtener las coordenadas del punto Cruz de Padierna.

$$B = \begin{bmatrix} -0.000008648 & 0.000152861 \\ -0.000005127 & 0.000107704 \\ 0.000116940 & -0.000038948 \\ 0.000012772 & -0.000037898 \\ 0.000014467 & 0.000038758 \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} -0.000113735 \\ 0.000113863 \\ 0.000092619 \\ -0.000004918 \\ -0.000087722 \end{bmatrix}$$

La matriz B^T indica que es la transpuesta de B, en donde la columna n de la matriz B es el renglón n de la matriz B^T, es decir, B es de orden n x m, entonces B^T es de orden m x n.

$$B^T = \begin{bmatrix} -0.000008648 & -0.000005127 & 0.000116940 & 0.000012772 & 0.000014467 \\ 0.000152861 & 0.000107704 & -0.000038948 & -0.000037898 & 0.000038758 \end{bmatrix}$$

La operación B^TB indica la multiplicación de B^T y B en donde las dos matrices de m x n y n x m respectivamente. El producto B^TB es una matriz m x m, definida por:

$$B^TB_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kj};$$

para i= 1,2, ... , m y j = 1,2, ..., m

$$B^TB = \begin{bmatrix} 1.4148455E\text{-}08 & -6.3520407E\text{-}09 \\ -6.3520407E\text{-}09 & 3.9422024E\text{-}08 \end{bmatrix}$$

$(B^TB)^{-1}$ es la matriz inversa la cual se calculará por medio de la matriz adjunta, la cual se expresa como:

$$(B^TB)^{-1} = \frac{1}{\det(B^TB)}(B^TB)^* \qquad \text{en donde:}$$

$(B^TB)^*$ es la matriz adjunta que se obtiene de calcular los cofactores de la matriz transpuesta de (B^TB).

$$(B^TB)^{-1} = \frac{1}{5.1741231E\text{-}16}\begin{bmatrix} 3.9422024E\text{-}08 & 6.3520407E\text{-}09 \\ 6.3520407E\text{-}09 & 1.4148455E\text{-}08 \end{bmatrix}$$

$$(B^TB)^{-1} = \begin{bmatrix} 7.6190734E07 & 1.2276554E07 \\ 1.2276554E07 & 2.7344643E07 \end{bmatrix}$$

Para el término (B^TL):

$$(B^TL) = \begin{bmatrix} 9.8802598E-09 \\ -1.1943017E-08 \end{bmatrix}$$

entonces $(B^TB)^{-1}$ (B^TL) es igual

$$(B^TB)^{-1}(B^TL) = \begin{bmatrix} 0.606165 \\ -0.205281 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} 0.606165 \\ -0.205281 \end{bmatrix}$$

La matriz x nos da los valores de dx y dy que sumado a las — coordenadas aproximadas se obtienen las nuevas coordenadas a utilizar.

	x	y
1as. Coordenadas aproximadas	-1871.868	-14985.816
Resultados matriz x (hasta mm)	+ 0.606	– 0.205
2as. Coordenadas aproximadas	-1871.262	-14986.021

Con estas nuevas coordenadas del vértice Cruz de Padierna rea lizaremos la 2a. iteración, pero debido a que el último término de nuestras ecuaciones de observación son las de mayor peso, sólo se calculará la diferencia de βobservada y βcal culada y se sustituye en las ecuaciones de observación.

Cálculo de la nueva matriz L.

Se obtiene primeramente las diferencias x y y de los vértices observados y las nuevas coordenadas del vértice Cruz de Pa - dierna, se prosigue con el cálculo de los ángulos por medio de los rumbos de las líneas, estos ángulos se transformarán a radianes y serán los valores de βcalculada.

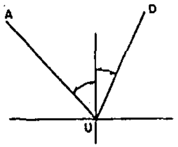
x_1 = -1871.262 y_1 = -14986.021

Tabla No. 5 Tabla para la obtención de los rumbos desde Cruz de Padierna.

Punto Visado	x	y	Δx	Δy	Rumbo
San Bernabé	-6322.46	-9967.87	-4451.218	5018.151	N 41°34'25".608 W
Ingeniería	1335.69	-8060.11	3107.152	6925.911	N 24°09'44".284 E
San Fernando	1992.24	-11989.99	3863.502	2996.031	N 52°12'26".946 E
Tepepan	6241.06	-14431.96	8112.322	554.061	N 86°05'34".226 E
Xochimilco	9890.38	-15595.68	11761.642	-609.659	S 87°01'57".924 E
Xochitépetl	6037.81	-16193.46	7909.072	-1207.439	S 81°19'11".842 E

Se prosigue los cálculos

Para Sn. Bernabé - Cruz de Padierna - Ingeniería



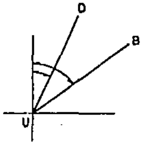
24°09'44".284 + 41°34"25".608=

65°44'09".892

β_1= 65°44'09".892 x π/ 180° =

β_1= 1.147311053

De Ingeniería - Cruz de Padierna - Sn. Fernando



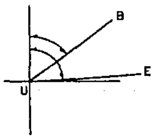
52°12'26".946 - 24°09'44".284 =

28°02'42".662

β_2= 28°02'42".662 x π/ 180° =

β_2= 0.489430798

En San Fernando - Cruz de Padierna - Tepepan



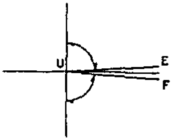
86°05'34".226 - 52°12'26".946 =

33°53'07".280

β_3= 33°53'07".280 x π/ 180° =

β_3= 0.591411023

Para el ∢ Tepepan - Cruz de Padierna - Xochimilco



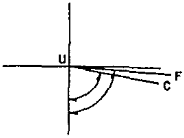
$180^{o} - 86^{\circ}05'34''.226 -$

$-87^{\circ}01'57''.924 = 6^{\circ}52'27''.850$

$\beta_4 = 6^{\circ}52'27''.850 \times \pi / 180^{o}$

$\beta_4 = 0.119980963$

por último el ∢ Xochimilco - Cruz de Padierna - Xochitépetl



$87^{\circ}01'57''.924 - 81^{\circ}19'11''.842 =$

$5^{\circ}42'46''.082$

$\beta_5 = 5^{\circ}42'46''.082 \times \pi / 180^{o}$

$\beta_5 = 0.099707179$

ya obtenido el valor de βcalculada, se calculará la diferende βobs y βcalculada, cuyo resultado será la matriz L

βobservada	βcalculada	(βobs - βcalculada)
1.147232164	1.147311053	-0.000078889
0.489618621	0.489480798	0.000137823
0.591423967	0.591411023	0.000012944
0.119960843	0.119980963	-0.00002012
0.099618012	0.099707179	-0.000089167

entonces

$$L = \begin{bmatrix} -0.000078889 \\ 0.000137823 \\ 0.000012944 \\ -0.00002012 \\ -0.000089167 \end{bmatrix}$$

debido a que el término $(B^TB)^{-1}$ no se verá afectado, realizaremos los cálculos de (B^TL) y x, como es sabido

$$B = \begin{bmatrix} -0.000008648 & 0.000152861 \\ -0.000005127 & 0.000107704 \\ 0.000116940 & -0.000038948 \\ 0.000012772 & -0.000037898 \\ 0.000014467 & 0.000038758 \end{bmatrix}$$

por lo tanto

$$B^T L = \begin{bmatrix} -5.7666718E-11 \\ -4.1253277E-10 \end{bmatrix}$$

y como

$$(B^T B)^{-1} = \begin{bmatrix} 7.6190734E+07 & 1.2276554E+07 \\ 1.2276554E+07 & 2.7344643E+07 \end{bmatrix}$$

entonces

$$(B^T B)^{-1}(B^T L) = \begin{bmatrix} -0.009458 \\ -0.011988 \end{bmatrix}$$

como se puede observar la corrección mayor es del orden de los 2 cms. entonces las coordenadas definitivas del Cruz de Padierna son:

$$\begin{array}{lll} x_2 = & -1871.262 & \qquad y_2 = & -14986.021 \\ dx = & \underline{-\quad 0.009} & \qquad dy = & \underline{-\quad 0.012} \\ x_3 = & -1871.271 & \qquad y_3 = & -14986.033 \end{array}$$

las coordenadas de Cruz de Padierna obtenidas son:

$$x = -1871.271$$

$$y = -14986.033$$

A continuación en las ecuaciones de observación se sustituirá los valores obtenidos de dx y dy, para calcular las discrepancias de x y y.

$v\beta_1 = -0.000008648(-0.009458) + 0.000152861(-0.011988) + 0.000078889 = 0.000077138$

$v\beta_2 = -0.000005127(-0.009458) + 0.000107704(-0.011988) - 0.000137823 = -0.000139066$

$v\beta_3 = 0.000116940(-0.009458) - 0.000038948(-0.011988) - 0.000012944 = -0.000013583$

$v\beta_4 = 0.000012772(-0.009458) - 0.000037898(-0.011988) + 0.00002012 = 0.000020454$

$v\beta_5 = 0.000014467(-0.009458) + 0.000038758(-0.011988) + 0.000089167 = 0.000088566$

la condición principal que sigue el procedimiento es

$$V^2 = \text{mínimo}$$

entonces

	v	v^2
$v\beta1$ =	0.000077138	5.9502710E-09
$v\beta2$ =	-0.000139066	1.9339352E-08
$v\beta3$ =	-0.000013583	1.8449788E-10
$v\beta4$ =	0.000020454	4.1836611E-10
$v\beta5$ =	0.000088566	7.8439363E-09
	v^2 =	3.3736423E-08

$$e = 0.6745\sqrt{\frac{3.3736423E-08}{3}} = 7.1527137E-05$$

para $e\sqrt{Qx}$

$Qx = 7.6190734E+07$

$\sqrt{Qx} = 8728.7303$

$e\sqrt{Qx} = \pm\ 0.624341$

para $e\sqrt{Jy}$

$Qy = 2.7344643E+07$

$\sqrt{Qy} = 5229.2105$

$e\sqrt{Qy} = \pm\ 0.41764194$

esto nos dice que

$x = -1871.271 \pm 0.624$

$y = -14986.033 \pm 0.374$

se continúa trabajando con sólo el primer término debido a que es el punto auxiliar a propagar.

III.2 DETERMINACION DE LAS COORDENADAS CARTESIANAS DEL PUNTO TRANSPONDER.

Como paso siguiente se presenta la información del levantamiento topográfico que nos permite conocer las coordenadas del punto de interés. Para la liga de los dos trabajos se utilizará el ángulo que se forma entre Cisterna- Cruz de Padierna- San Fernando ($\measuredangle = 1^{\circ}02'01''.78$) y del azimut formado por los puntos San Fernando y Cruz de Padierna.

Vértice	x	y
San Fernando	1992.2400	-11989.9900
Cruz de Padierna	-1871.271	-14986.033

entonces

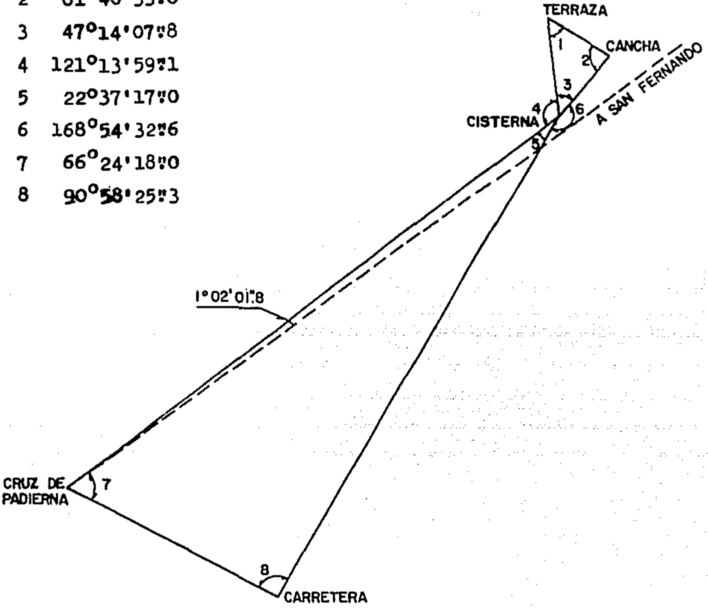
$$\text{Ang Tan AZ} = \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{1992.24 - (-1871.271)}{-11989.99 - (-14986.033)}$$

$$= \frac{3863.511}{2996.043} = 1.289537900$$

AZ = 52°12'26".78 —De Cruz de Padierna a San Fernando

A continuación se presenta los datos promedios de los ángulos y distancias observadas. Los ángulos se midieron en campo por el método de reiteraciones, que es decir, los ángulos se determinan por diferencias de direcciones, siendo el origen de las direcciones una línea cualquiera, es conveniente utilizar toda la graduación del limbo horizontal para prevenir cualquier error de ésta. Las distancias se midieron con equipo electrónico, con capacidad de dar la distancia corregida por refracción de la atmósfera y reducción al horizonte.

No.	Angulo
1	51°05'22"6
2	81°40'33"6
3	47°14'07"8
4	121°13'59"1
5	22°37'17"0
6	168°54'32"6
7	66°24'18"0
8	90°58'25"3



Para corrección de los ángulos se considera como principal - condición.

$$3 + 4 + 5 + 6 = 360^\circ$$

y que

$$1 + 2 + 3 = 180^\circ$$

$$5 + 7 + 8 = 180^\circ$$

entonces

3	47°14'07"8
4	121°13'59"1
5	22°37'17"0
6	168°54'32"6
	359°59'56"5

$$
\begin{array}{rr}
 & 359^{\circ}59'60''0 \\
 & -\ 359^{\circ}59'56''5 \\
\hline
e_y = & 0^{\circ}00'03''5
\end{array}
$$

7	66°24'18"0
8	90°58'25"3
5	22°37'17"0
	180°00'00"3

$$
\begin{array}{rr}
 & 180^{\circ}00'00''0 \\
 & 180^{\circ}00'00''3 \\
\hline
e_x = & -\ 0^{\circ}00'00''3
\end{array}
$$

1	51°05'22"6
2	81°40'33"6
3	47°14'07"8
	180°00'04"0

$$
\begin{array}{rr}
 & 180^{\circ}00'00''0 \\
 & 180^{\circ}00'04''0 \\
\hline
e_z = & -\ 0^{\circ}00'04''0
\end{array}
$$

se procederá al cálculo de ajustes para los ángulos, considerando como principal el cálculo del vértice Cisterna, entonces el arreglo a trabajar es

$$
\begin{aligned}
2dx + dy \quad &= e_x \\
4dy \quad &= e_y \\
dy + 2dz &= e_z
\end{aligned}
$$

sustituimos los valores de e_x, e_y y e_z.

$$
\begin{aligned}
2dx + dy \quad &= -0''.3 \\
4dy \quad &= 3''.5 \\
dy + 2dz &= -4''.0
\end{aligned}
$$

entonces

$$dy = \frac{3''.5}{4} = 0''.875$$

por lo tanto

$$
\begin{aligned}
2dx + 0.875 &= -0''.3 \\
2dx &= -0''.3 - 0''.875 \\
dx &= \frac{-1''.175}{2} \\
dx &= -0''.5875
\end{aligned}
$$

y

$$
\begin{aligned}
0.875 + 2dz &= -4''.0 \\
2dz &= -4''.0 - 0''.875 \\
dz &= \frac{-4''.875}{2} \\
dz &= -2''.4375
\end{aligned}
$$

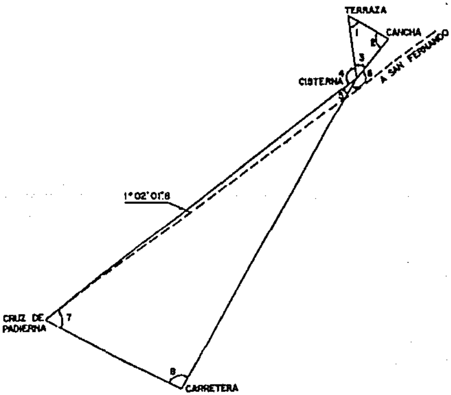
los ángulos corregidos queda de la siguiente manera

3	47°14'07".8	+ 0".875 =	47°14'08".675
4	121°13'59".1	+ 0".875 =	121°13'59".975
5	22°37'17".0	+ 0".875 =	22°37'17".875
6	168°54'32".6	+ 0".875 =	168°54'33".475
		Σ =	360°00'00".000

7	66°24'18".0	- 0".5875 =	66°24'17".4125
8	90°58'25".3	- 0".5875 =	90°58'24".7125
5	22°37'17".0	+ 0".875 =	22°37'17".8750
		Σ =	180°00'00".0000

1	51°05'22".6	- 2".4375 =	51°05'20".1625
2	81°40'33".6	- 2".4375 =	81°40'31".1625
3	47°14'07".8	+ 0".8750 =	47°14'08".6750
		Σ =	180°00'00".0000

A continuación se procederá al cálculo de los azimuts con los datos anteriormente presentados.



```
AZ=  52°12'26".78   -- De Cruz de Padierna a San Fernando
   -  1 02 01.80
     ------------
AZ=  51 10 24.98    -- De Cruz de Padierna a Cisterna
   + 66 24 17.41
     ------------
AZ= 117 34 42.39    -- De Cruz de Padierna a Carretera
   +180 00 00.00
     90 58 24.71
     ------------
    388 33 07.10
   -360 00 00.00
     ------------
AZ=  28 33 07.10    -- De Carretera a Cisterna
     22 37 17.87
    121 13 59.97
   + 47 14 08.68
    180 00 00.00
     ------------
    399 38 33.62
   -360 00 00.00
     ------------
AZ=  39 38 33.62    -- De Cisterna a Cancha
   + 81 40 31.16
    180 00 00.00
     ------------
AZ= 301 19 04.78    -- De Cancha a Terraza
   +180 00 00.00
     51 05 20.16
     ------------
    532 24 24.94
   -360 00 00.00
     ------------
AZ= 172 24 24.94    -- De Terraza a Cisterna
    180 00 00.00
   + 47 14 08.67
    168 54 33.47
     22 37 17.88
     ------------
    591 10 24.96
   -360 00 00.00
     ------------
AZ= 231 10 24.96    -- De Cisterna a Cruz de Padierna
```

Los datos de las distancias observadas son:

Estación	P. Visado	A. Vertical	Distancia	D. Reducida
Cancha	Terraza	89°10'00".3	43.104	43.099
	Cisterna	83 07 39.6	45.990	45.659
Terraza	Cisterna	84 56 09.6	58.311	58.083
Cisterna	C. de Padierna	81 36 07.3	370.854	366.877
	Carretera	81 55 29.0	339.609	336.241
Carretera	C. de Padierna	87 16 14.0	141.295	141.134

Ya obtenidos los azimuts y distancias reducidas se procede con los cálculos de coordenadas x y y de los vértices de las poligonales:

Cruz de Padierna
Carretera
Cisterna

y

Cisterna
Cancha de Tenis
Terraza

Se hace notar que el vértice Cisterna aparece en las dos poligonales, siendo este el enlace de estas poligonales.

Estación	Punto Visado	Azimut	Distancia	N.S	E.W
C. de Padierna	Carretera	117°34'42".39	141.134	-65.340	125.098
Carretera	Cisterna	28°33'07".10	336.241	295.349	160.708
Cisterna	C. de Padierna	231°10'24".96	366.877	-230.018	-285.815
			844.252	-0.009	-0.009

Para calcular las correcciones utilizaremos la regla de la brújula.

$$\text{Corr N-S} = \frac{\Sigma(\text{N-S})}{\text{Dist Total}} \text{ Dist Lado}$$

$$\text{Corr E-W} = \frac{\Sigma(\text{E-W})}{\text{Dist Total}} \text{ Dist Lado}$$

entonces

Corr N-S	Corr E-W	N-S	E-W	y	x	
+0.001505	+0.001505	-65.3385	125.0995	-14986.0330	-1871.2710	C. de Padierna
+0.003584	+0.003584	295.3526	160.7116	-15051.3715	-1746.1715	Carretera
+0.003911	+0.003911	-230.0141	-285.8111	-14756.0189	-1585.4599	Cisterna
+0.009000	+0.00900	0.0000	0.0000	-14986.0330	-1871.2710	C. de Padierna

Ya con las coordenadas del vértice Cisterna calculado, se procede con el cálculo de la otra poligonal.

Estación	Punto Visado	Azimut	Distancia	N-S	E-W
Cisterna	Cancha	39°38'33".62	45.659	35.159	29.130
Cancha	Terraza	301°19'04".78	43.099	22.402	-36.819
Terraza	Cisterna	172°24'24".94	58.083	-57.573	7.675
			146.841	- 0.012	- 0.014

para calcular las correcciones utilizaremos la regla de la brújula, entonces

Coor N-S	Corr E-W	N-S(Corr)	E-W(Corr)	y	x	
+0.003731	+0.004353	35.163	29.134	-14756.0189	-1585.4399	Cisterna
+0.003522	+0.004109	22.405	-36.815	-14720.8559	-1556.3259	Cancha
+0.004747	+0.005538	-57.568	7.681	-14698.4509	-1593.1409	Terraza
				14756.0189	-1585.4399	Cisterna
+0.012000	+0.014000	0.000	0.000			

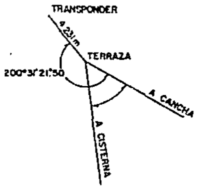
Para obtener las coordenadas del Transponder se utiliza la radiación hecha desde el vértice Antena a éste, para esto se calcula el azimut de éstos.

AZ= 301°19'04".78 -- De Cancha a Terraza
+180 00 00.00

481 19 04.78
-360 00 00.00

121 19 04 78
+200 31 21.50

AZ= 321 50 26.28 -- De Terraza a Transponder



Estación	P. Visado	Azimut	Dist	N-S	E-W
Terraza	Transponder	321°50'26".28	4.231	3.327	-2.614

	y	x
Coordenadas Terraza	-14698.4509	-1593.1409
Proyecciones	+ 3.327	- 2.614
Transponder	-14695.1239	-1595.7549

por lo tanto las coordenadas ortogonales son

$$x = -1595.7549$$

$$y = -14695.1239$$

Después de calculado las coordenadas, se obtiene de las poligonales el error

$$ET = \sqrt{(\text{ Proy N-S})^2 + (\text{ Proy E-W})^2}$$

$$ET_1 = \sqrt{(-0.009)^2 + (-0.009)^2} = 0.0127 \text{ m}$$

$$ET_2 = \sqrt{(-0.012)^2 + (-0.014)^2} = 0.01843 \text{ m}$$

para calcular el error máximo del vértice

$$ETx = \pm 0.698 \pm 0.009 \pm 0.014 = \pm 0.721$$

$$ETy = \pm 0.418 \pm 0.009 \pm 0.012 = \pm 0.439$$

entonces podemos decir que

$$x = -1595.7549 \pm 0.721$$

$$y = -14695.1239 \pm 0.439$$

Como se mencionó anteriormente se presenta los elistados de los programas utilizados en el presente capítulo.

El prímero es el cálculo y ajuste de las series de Schreiber, para el caso de 4 direcciones observadas.

```
10 GOSUB [illegible]
20 [illegible]1=[illegible]
30 GOSUB 400
40 [illegible]2=[illegible]
50 GOSUB [illegible]
60 [illegible]3=[illegible]
70 GOSUB 800
80 [illegible]4=[illegible]
90 GOSUB [illegible]00
100 [illegible]5=[illegible]
```

```
110 GOSUB 800
120 N=4
130 K1=M1-M4-M5
140 B1=K1
150 GOSUB 500
160 PRINT "K1=";Z3;Z6;Z7
170 K2=M2+M4-M6
180 B1=K2
190 GOSUB 500
200 PRINT "K2=";Z3;Z6;Z7
210 K3=M3+M5+M6
220 B1=K3
230 GOSUB 500
240 PRINT "K3=";Z3;Z6;Z7
250 K=M1+M2+M3
260 B1=K
270 GOSUB 500
280 PRINT "K=";Z3;Z6;Z7
290 X=(K+K1)/4
300 B1=X
310 GOSUB 500
320 PRINT "X=";Z3;Z6;Z7
330 Y=(K+K2)/4
340 B1=Y
350 GOSUB 500
360 PRINT "Y=";Z3;Z6;Z7
370 Z=(K+K3)/4
380 B1=Z
390 GOSUB 500
400 PRINT "Z=";Z3;Z6;Z7
410 GOTO 840
500 Z1=B1*180/PI
510 Z2=Z1-INT(Z1)
520 Z3=INT(Z1)
530 Z4=Z2*60
540 Z5=Z4-INT(Z4)
550 Z6=INT(Z4)
560 Z7=Z5*60
570 RETURN
800 INPUT"G,M,S=";G;T;S
810 R=G+T/60+S/3600
820 M=R*PI/180
830 RETURN
840 END
```

A continuación es el cálculo del valor más probable y el residuo más grande admitido.

```
10 DIM G(20),M(20),S(20),R(20),D(20),V(20),X(20),Y(20)
20 INPUT "N=";N
30 B0=0
40 FOR I=1 TO N
50 INPUT "G(I);M(I);S(I)";G(I);M(I);S(I)
60 R(I)=G(I)+M(I)/60+S(I)/3600
70 R(I)=R(I)*PI/180
80 D(I)=R(I)
90 B0=D(I)+B0
100 NEXT I
110 B4=0
120 B1=B0/N
130 B2=0
140 FOR I=1 TO N
150 V(I)=B1-R(I)
160 Y(I)=V(I)*180/PI*3600
170 X(I)=Y(I)^2
180 B4=Y(I)+B4
```

```
190 B2=X(I)+B2
200 NEXT I
210 PRINT"  G   M  S                    V              V2"
220 FOR I=1 TO N
230 PRINT G(I);M(I);S(I);Y(I);X(I)
240 NEXT I
250 PRINT"--------------------------------------------------"
260 GOSUB 500
270 PRINT Z3;Z6;Z7;B4,B2
280 F1=SQR(B2/(N-1))
290 B1=F1
300 GOSUB 500
310 PRINT "E.M.C.=";Z3;Z6;Z7
320 E2= 0.6745*F1
330 B1=E2
340 GOSUB 500
350 PRINT"E=";Z3;Z6;Z7
360 P=(2*N-1)/(2*N)
370 PRINT "EN LA TABLA BUSCA EL VALOR CORRESPONDIENTE A P=";P
380 INPUT "X/E=";X8
390 PRINT "EL RESIDUO MAS GRANDE ADMITIDO ES="
400 E5=X8*E2
410 B1=E5
420 GOSUB 500
430 PRINT Z3;Z6;Z7
440 GOTO 580
500 Z1=B1*180/PI
510 Z2=Z1-INT(Z1)
520 Z3=INT(Z1)
530 Z4=Z2*60
540 Z5=Z4-INT(Z4)
550 Z6=INT(Z4)
560 Z7=Z5*60
570 RETURN
580 END
```

Por último es el cálculo de la posición x y y de un punto por el método de "N" vértices. Calculando el punto inicial por el método de los tres vértices.

```
10 INPUT "AX=";A1
20 INPUT "AY=";A2
30 INPUT "BX=";B1
40 INPUT "BY=";B2
50 INPUT "CX=";C1
60 INPUT "CY=";C2
70 INPUT "ALFA=G,M,S";G,M,S
80 E1=(G+M/60+S/3600)*PI/180
90 INPUT "BETA=G,M,S";G,M,S
100 E2=(G+M/60+S/3600)*PI/180
110 D0=SQR((B1-A1)^2+(B2-A2)^2)
120 D1=SQR((C1-B1)^2+(C2-B2)^2)
130 V1=(A1-B1)
140 V2=(A2-B2)
150 A0=ATN(V1/V2)
160 GOSUB 2000
170 A4=A0
180 V1=(C1-B1)
190 V2=(C2-B2)
200 A0=ATN(V1/V2)
210 GOSUB 2000
220 A5=A0
230 IF A4>A5 THEN 260
```

```
240 A4=A4+2*PI
250 GOTO 230
260 A3=A4-A5
270 V3=E2+E1+A3
280 V4=2*PI
290 IF V3>V4 THEN 320
300 IF V3<0 THEN 340
310 GOTO 360
320 V3=V3-2*PI
330 GOTO 290
340 V3=V3+2*PI
350 GOTO 300
360 E3=2*PI-V3
370 C4=ATN(1/(SIN(E1)*D1/(SIN(E2)*D0*SIN(E3))+X1/TAN(E3)))
380 A6=E3-C4
390 D3=D0*SIN(A6)/SIN(E1)
400 D4=D1*SIN(C4)/SIN(E2)
410 B3=PI-(A6+E1)
420 B4=PI-(C4+E2)
430 D5=D0*SIN(B3)/SIN(E1)
440 D6=D3*SIN(B3)/SIN(A6)
450 D7=D1*SIN(B4)/SIN(E2)
460 D8=D4*SIN(B4)/SIN(C4)
470 A8=A6+A4+PI
480 PRINT "COORDENADAS DESDE A"
490 I1=D5*SIN(A8)
500 I2=D5*COS(A8)
510 N1=A1+I1
520 N2=A2+I2
530 PRINT "LA COORDENADA DE XU=";N1
540 PRINT "LA COORDENADA DE YU=";N2
550 A9=A4-B3+2*PI
560 PRINT "COORDENADAS DESDE B1"
570 I3=D3*SIN(A9)
580 I4=D3*COS(A9)
590 N3=B1+I3
600 N4=B2+I4
610 PRINT "LA COORDENADA DE XU=";N3
620 PRINT "LA COORDENADA DE YU=";N4
630 F1=A5+B4
640 PRINT "LAS COORDENADAS DESDE B2"
650 I5=D4*SIN(F1)
660 I6=D4*COS(F1)
670 N5=B1+I5
680 N6=B2+I6
690 PRINT "LA COORDENADA DE XU=";N5
700 PRINT "LA COORDENADA DE YU=";N6
710 F2=A5+PI-C4+2*PI
720 PRINT "LAS COORDENADAS DESDE C"
730 I7=D7*SIN(F2)
740 I8=D7*COS(F2)
750 N7=C1+I7
760 N8=C2+I8
770 PRINT "LA COORDENADA DE XU=";N7
780 PRINT "LA COORDENADA DE YU=";N8
1010 DIM T(10,10)
1020 DIM B(10,10)
1030 DIM P(10,10)
1040 DIM I(10,10)
1050 DIM L(10,10)
1060 DIM M(10,10)
1070 DIM N(10,10)
1100 INPUT "LA TOLERANCIA DE LA CORRECCION ES";TOU
1110 INPUT "NO. VERTICES CONOCIDOS";Z
1120 Y=Z-1
1130 INPUT "NO. DE CORRECCIONES";X
1140 MAT P=ZER(Y,X)
1150 MAT L=ZER(Y,1)
1160 FOR J=1 TO Z
1170 FOR K=1 TO Y
1180 INPUT "X";X(J,K)
```

```
1190 NEXT K
1200 NEXT J
1210 FOR J=1 TO Y
1220 INPUT "A";A(J,1)
1230 NEXT J
1240 N=0
1250 FOR U=1 TO Y
1260 M=N+1
1270 IXU=X(L,1)-N1
1280 IYU=X(N,2)-N2
1290 IXD=X(M,1)-N1
1300 IYD=X(M,2)-N2
1310 DISTU=IXU^2+IYU^2
1320 DISTD=IXD^2+IYD^2
1330 B(N,1)=-(IYD/DISTD)+IYU/DISTU
1340 B(N,2)=IXD/DISTD-(IXU/DISTU)
1345 AZU=ATN(IXU/IYU)
1350 PRINT AZU
1351 A0=AZU
1352 V1=IXU
1353 V2=IYU
1354 GOSUB 2000
1355 AZU=A0
1357 PRINT AZU,V1,V2
1360 AZD=ATN(IXD/IYD)
1361 A0=AZD
1362 V1=IXD
1363 V2=IYD
1364 GOSUB 2000
1365 AZD=A0
1370 IF AZU>AZD THEN 1390
1380 GOTO 1400
1390 AZD=AZD+2*PI
1400 AZ=AZD-AZU
1410 L(N,1)=A(N,1)-AZ
1420 NEXT U
1430 MAT I=ZER(Y,Y)
1440 MAT T=TRN(B)
1450 MAT P=ZER(X,X)
1460 MAT P=T*B
1470 MAT I=ZER(X,Y)
1480 MAT I=INV(P)
1490 MAT PRINT B
1500 MAT PRINT L
1510 MAT R=ZER(X,Z)
1520 MAT R=T*L
1530 MAT N=ZER(X,Z)
1540 MAT N=I*R
1550 PRINT "LA MATRIZ DE CORRECCION ES"
1560 MAT PRINT N
1570 N1=N1+N(1,1)
1580 N2=N2+N(2,1)
1600 IF N(2,1)>TOL THEN 1240
1610 IF N(1,1)>TOL THEN 1240
1620 PRINT "LAS COORDENADAS AJUSTADAS SON"
1630 PRINT "X=";N1
1640 PRINT "Y=";N2
1650 GOTO 2110
2000 IF V1<0 THEN 2060
2010 IF V2<0 THEN 2030
2020 GOTO 2100
2030 A0=PI+A0
2050 GOTO 2100
2060 IF V2<0 THEN 2090
2070 A0=2*PI+A0
2080 GOTO 2100
2090 A0=A0+PI
2100 RETURN
2110 END
```

C A P I T U L O   IV

C A L C U L O   D E   C O O R D E N A D A S
G E O G R A F I C A S

Las coordenadas obtenidas en el capítulo anterior son de tipo ortogonal y pertenecen al control horizontal de la red geodésica implantada por la oficina de catastro del D.D.F., es de este y de otro conocido de coordenadas ortogonales y geodésicas con el cual se calcula las coordenadas geodésicas del vértice de interés, utilizando para esto las fórmulas precisas para calcular las diferencias de latitud y longitud, las cuales se expresan a continuación.

$$-\Delta\varphi'' = SBCos\alpha + S^2CSen^2\alpha + (\delta\varphi'')^2\ D - hS^2ESen^2\alpha$$
$$\varphi' = \varphi + \Delta\varphi''$$
$$\Delta\lambda = arc\ Sen\ (Sen\ (S/N')\ 180/\pi\ Sen\alpha\ Sec\varphi')$$
$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$$

en donde:

$$B = 1/Rm\ arc\ 1''$$
$$C = Tan\varphi\ /2N\ Rm\ arc\ 1''$$
$$h = S\ Cos\alpha\ /Rm\ arc\ 1''$$
$$E = (1 + 3Tan^2\varphi\ )\ /\ 6N^2$$
$$D = 3e^2Sen\varphi Cos\varphi arc\ 1''\ /2(1 - e^2Sen^2\varphi\ )$$
$$\delta\varphi'' = -(SBCos\alpha + S^2CSen^2\alpha\ )$$

a continuación se describirá cada una de las variables de la fórmula:

Rm es el radio del meridiano el cual se expresa de la siguiente forma

$$Rm=\frac{-a(1-e^2)}{(1-e^2 Sen^2\varphi)^{3/2}}$$

El signo negativo indica solamente la dirección de la curvatura, es común que todas las distancias de Rm son positivas.

N es la normal mayor la cual tiene la siguiente expresión

$$N=\frac{a}{(1-e^2 Sen^2\varphi)^{1/2}}$$

φ es la latitud del vértice auxiliar, este ángulo se mide del 0° a 90° a partir del ecuador al polo.

S es la distancia entre el vértice a calcular y el auxiliar

$$S=\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}$$

en donde x' y y' son las coordenadas del punto en el cual se desea conocer su latitud y longitud, que se expresa como φ' y λ' y las otras coordenadas x y y son las del vértice en la cual se conoce su posición φ y λ.

α es el azimut de la línea medida desde el sur en sentido de las manecillas del reloj, en el vértice auxiliar.

Es en la ecuación de radio del meridiano y de la normal donde se observan los parámetros a y e, en donde a es el semieje mayor y e la primera excentricidad del elipsoide seleccionado.

En la siguiente tabla se presenta un enlistado de parámetros elipsoidales.

Datum Geodésico	Elipsoide (Nombre)	Semieje Mayor (m)	Achatamiento
Australiano de 1966	Nacional Australiano	6'378,160	1/298.25
Europeo (ED50) de 1950	Internacional de 1924	6'378,388	1/297.0
Norteamericano (NaD27) 1927	Clarke de 1866	6'378,206.4	1/294.98
Pulkova de 1942	Krassovski de 1942	6'378,245	1/298.3
Sudamericano de 1969	Sudamericano de 1969	6'378,160	1/298.25

Como el elipsoide de Clarke de 1866 es empleado en la parte norte del continente Americano, en el cual México se encuentra, por lo tanto

$$a = 6'378,206.4 \text{ m}$$

$$\alpha = 1/294.98$$

de estos se obtendrá los parámetros b y e, en donde b es el semieje menor. A continuación se calculará el valor de b partiendo de la fórmula de obtención del achatamiento, que nos es conocido.

$$\alpha = \frac{a - b}{a}$$

en la cual se deduce que:

$$b = a - a\alpha$$

por lo tanto

$$b = 6'378,206.4 - 6'378,206.4(\ 1/294.98)$$

$$b = 6'356,583.8 \quad \text{m}$$

conociendo a y b se procede al cálculo de la primera excentricidad, con la ecuación

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}.$$

$$e^2 = \frac{(6'378,206.4)^2 - (6'356,584.8)^2}{(6'378,206.4)^2}$$

$$e^2 = 0.0067686579$$

Teniendo los parámetros del elipsoide de Clarke procedemos al cálculo del radio del meridiano (Rm), normal mayor (N), distancia (S) y azimut (α).

Para esto se requiere las coordenadas ortogonales y geodésicas del vértice auxiliar, que se ha asignado a Tacubaya, que tiene el punto preciso en el poste geodésico del observato-

Vértice	Coordenadas Ortogonales		Coordenadas Geodesicas	
	x	y	φ	λ
Tacubaya	-46.07	-54.58	19°24'10".02	99°11'46".85
Transponder	-1595.754	-14695.1239	φ'	λ'

Entonces el radio del meridiano es

$$Rm = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \operatorname{Sen}^2\varphi)^{3/2}}$$

$$Rm = \frac{6'378,206.4\ (1-0.0067686579)}{(1-0.0067686579\ (0.110361459))^{3/2}}$$

$$Rm = \frac{6'335,034.503}{0.998879711}$$

$$Rm = 6'342,139.533 \text{ m}$$

La normal mayor se cálcula a continuación

$$N= \frac{a}{(1-e^2 Sen^2\varphi)}$$

$$N= \frac{6'378,206.4}{(1-0.0067686579(0.110361459))^{1/2}}$$

$$N=\frac{6'378,206.4}{0.999626431}$$

$$N= 6'380,589.992 \text{ m}$$

Para la distancia S tenemos

$$S= ((x-x')^2+(y-y')^2)^{1/2}$$

$$S= ((-46.07-(-1595.7549))^2+ (-54.58-(-14695.1239))^2)^{1/2}$$

$$S= 14,722.33164 \text{ m}$$

Por último el cálculo del azimut medido desde el sur

$$\alpha= \text{ang tan } \frac{x' - x}{y' - y}$$

$$\alpha= \text{ang tan } \frac{-46.07-(-1595.7549)}{-54.58-(-14695.1239)}$$

$$\alpha= \text{ang tan } 0.105848861$$

$$\alpha= 6^{o}02'31''90$$

Ya conocidos los valores de Rm, N, S y α se procede al cálculo de B, C, h, E, D y $\delta\varphi''$.

Para B $B= 1/Rm \text{ arc}1''$

$$B= 1/6'342,139.532 \ (4.848136811E-06)$$

$B = 0.032522906$

Para C

$C = \tan \varphi / (2N\ Rm\ \text{arc}1'')$

$$C = \frac{\tan 19^{\circ}24'10''.02}{2(4.848136811E{-}6)(6'380,589.991)(6'342,139.532)}$$

$$C = \frac{0.352210194}{392'375,148.7}$$

$C = 8.9763634E{-}10$

Para h

$$h = \frac{S \cos \alpha}{Rm\ \text{arc}1''}$$

$$h = \frac{14722.33164 \cos 6^{\circ}02'31''.90}{6'342,139.532\ (4.848136811E{-}06)}$$

$$h = \frac{14722.33164\ (0.994444648)}{30.74756}$$

$$h = \frac{14640.5439}{30.74756}$$

$h = 476.153$

Para E

$$E = \frac{1 + 3 \tan^2 \varphi}{6N^2}$$

$$E = \frac{1 + 3 \tan^2 (19^{\circ}24'10''.02)}{6(6'380,589.991)^2}$$

$$E = \frac{1 + 3(0.12405202)}{2.4427157E{+}14}$$

$$E = \frac{1.3721560}{2.4427157E{+}14}$$

$E = 5.6173383E-15$

Para D

$$D = \frac{3e^2 \operatorname{Sen}\varphi \operatorname{Cos}\varphi \operatorname{arc}1''}{2(1-e^2 \operatorname{Sen}^2\varphi)}$$

$$D = \frac{3(0.0067686579) \operatorname{Sen} 19^\circ 24' 10''02 \operatorname{Cos} 19^\circ 24' 10''02 (4.8481368E-6)}{2(1-0.0067686579 \operatorname{Sen}^2(19^\circ 24' 10''02))}$$

$$D = \frac{3(0.0067686579)(0.33220695)(0.94320652)(4.848136811E-06)}{2(1-0.0067686579\ (0.11036145))}$$

$$D = \frac{3.0847089E-08}{1.9985060}$$

$D = 1.5435074E-08$

Para $\delta\varphi''$ $\qquad \delta\varphi'' = -(S\ B \operatorname{Cos}\alpha + S^2 C \operatorname{Sen}^2\alpha)$

$$\delta\varphi'' = -((14722.33164)(\ 0.032522906) \operatorname{Cos} 6^\circ 02' 31''90 + \\ + (14722.33164)^2\ 8.9763634E-10 \operatorname{Sen}^2(6^\circ 02' 31''90))$$

$$\delta\varphi'' = -((14722.33164)(0.032522906)(0.994444648) + \\ + (216747048.9)(8.9763634E-10)(0.011079843))$$

$$\delta\varphi'' = -(476''1530332 + 0''0021557\ )$$

$$\delta\varphi'' = -476''1551889$$

Substituyendo los valores obtenidos en la fórmula para conocer la latitud

$$-\Delta\varphi'' = S\ B \operatorname{Cos}\alpha + S^2 C \operatorname{Sen}^2\alpha + (\delta\varphi'')^2 D - h\ S^2 E \operatorname{Sen}^2\alpha$$

$$-\Delta\varphi'' = (14722.33164)(0.032522906)\text{Cos } 6^{\circ}02'31''90 + $$
$$+(14722.33164)^2\ 8.9763634E\text{-}10\ \text{Sen}^2(6^{\circ}02'31''90) +$$
$$+(-476''1551889)^2\ 1.5435074E\text{-}08 -$$
$$-(476.153)(14722.33164)^2(5.6173383E\text{-}15)\ \text{Sen}^2(6^{\circ}02'31''90)$$

$$-\Delta\varphi'' = (14722.33164)(0.032522906)(0.994444648) +$$
$$+(216747048.9)(8.9763634E\text{-}10)(0.011079843) +$$
$$+(226723.7639)(1.5435074E\text{-}08) -$$
$$-(476.153)(216747048.9)(5.6173383E\text{-}15)(0.011079843)$$

$$-\Delta\varphi'' = 476''1530332 + 0''0021557 + 0''0034995 - 0''000006423$$

$$-\Delta\varphi'' = 476''1587$$

$$\Delta\varphi'' = -476''1587$$

$$\Delta\varphi'' = -7'56''1587$$

Substituyendo en la fórmula $\varphi' = \varphi + \Delta\varphi''$ tenemos

$$\varphi' = 19^{\circ}24'10''02 - 7'56''1587$$

$$\varphi' = 19^{\circ}16'13''8613$$

Se continua con el cálculo para obtener la longitud

$\Delta\lambda'' = \text{arc Sen}(\text{Sen}(S/N')\ 180/\pi\ \text{Sen}\alpha\,\text{Sec}\varphi')$

aquí se requiere el cálculo N' con anterioridad ya que es un elemento pedido en la fórmula, entonces

$$N' = \frac{a}{(1-e^2\text{Sen}^2\varphi')^{1/2}}$$

por lo tanto

$$N' = \frac{6'378,206.4}{(1-(0.0067686579)(0.108918937))^{1/2}}$$

$$N' = \frac{6'378,206.4}{0.999631315}$$

$$N' = 6'380,558.819$$

entonces

$$\Delta\lambda = \text{arc Sen}(\text{Sen}(S/N')\ 180/\pi\ \text{Sen}\,\alpha\,\text{Sec}\,\varphi')$$

$$\Delta\lambda = \text{arc Sen}(\text{Sen}(14722.33164/6'380,558.819)\ 180/\pi\ \ \text{Sen}\ 6^{\circ}02'31''90\quad \text{Sec}\ 19^{\circ}16'13''8613)$$

$$\Delta\lambda = \text{arc Sen}((4.0271E\text{-}05)(57.29577951)(0.10526083\ )(1.0593546))$$

$$\Delta\lambda = \text{arc Sen}(2.5729E\text{-}04)$$

$$\Delta\lambda = 0^{\circ}00'53''0702$$

en donde

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda''$$

$$\lambda' = 99^{\circ}11'46''85 + 0^{\circ}00'53''0702$$

$$\lambda' = 99^{\circ}12'39''9202$$

Por lo tanto, se puede decir que las primeras coordenadas geodésicas del vértice de interés son:

$$\varphi' = 19^{\circ}16'13''8613$$

$$\lambda' = 99^{\circ}12'39''9202$$

El cálculo realizado se repetira, con otros ocho vértices diferente para esto se elaboró un programa de computadora, el cual se anexa antes de terminar este capítulo. A continuación se presentan los resultados faltantes.

De Chapultepec a Transponder

Vértice	Coordenadas Ortogonales		Coordenadas Geodésicas	
	x	y	φ	λ
Chapultepec	1525.93	1832.74	19°25'11".38	99°10'52".97
Transponder	-1595.7549	-14695.1239	φ'	λ'

S= 16820.08328 m

α= 10°41'44".487

N= 6'380,594.0237

Rm= 6'342,151.5546

B= 0.325228E-01

C= 0.898487E-09

h= 537.533

E= 0.562023E-14 $\qquad\qquad$ φ'=19°16'13".8337

D= 0.154465E-07

$\delta\varphi''$= -537.542 $\qquad\qquad$ λ'=99°12'39".8746

$\Delta\varphi''$= 0°08'57".5463

φ'= 19°16'13".8337

N'= 6380558.81758

$\Delta\lambda$= 0°01'46".9046

λ'= 99°12'39".8746

De Catedral a Transponder

Vértice	Coordenadas Ortogonales		Coordenadas Geodésicas	
	x	y	φ	λ
Catedral	6612.87	3302.07	19°25'59".15	99°07'58".58
Transponder	-1595.7549	-14695.1239	φ'	λ'

S= 19780.81169

α= 24°31'04".81798

N= 6380597.16209

Rm= 6342160.91293

B= 0.325228E-01

$C = 0.899148E-09$

$h = 585''319$

$E = 0.562248E-14$ $\qquad \varphi' = 19^\circ 16' 13''7653$

$D = 0.154554E-07$

$\delta\varphi'' = -585.38$ $\qquad \lambda' = 99^\circ 12' 39''6908$

$\Delta\varphi'' = 0^\circ 09' 45''3847$

$\varphi' = 19^\circ 16' 13''7653$

$N' = 6380558.813$

$\Delta\lambda = 0^\circ 04' 41''1108$

$\lambda' = 99^\circ 12' 39''6908$

Xochimilco a Transponder

Vértice	Coordenadas Ortogonales		Coordenadas Geodésicas	
	x	y	φ	λ
Xochimilco	9890.38	-15595.68	$19^\circ 15' 44''49$	$99^\circ 06' 06''59$
Transponder	-1595.7549	-14695.1239	φ'	λ'

$S = 11521.3843$

$\alpha = 94^\circ 28' 58''9198$

$N = 6380556.902$

$Rm = 6342040.862$

$B = 0.325234E-01$

$C = 0.89064E-09$

$h = -29.2892$

$E = 0.559368E-14$ $\qquad \varphi' = 19^\circ 16' 13''6616$

$D = 0.153406E-07$

$\delta\varphi'' = 29.1717$ $\qquad \lambda' = 99^\circ 12' 39''9422$

$\Delta\varphi'' = 0^\circ 00' 29''1716$

$\varphi' = 19^\circ 16' 13''6616$

$N' = 6380558.806$

$\Delta\lambda = 0^\circ 06' 33''3522$

$\lambda' = 99^\circ 12' 39''9422$

De Tepepan a Transponder

Vértice	Coordenadas Ortogonales		Coordenadas Geodésicas	
	x	y	φ	λ
Tepepan	6241.06	-14431.96	19°16'22"39	99°08'11"54
Transponder	-1595.7549	-14695.1239	φ'	λ'

S= 7841.2322

α= 88°04'36"1334

N= 6380559.376

Rm= 6342048.239

B= 0.325234E-01

C= 0.891164E-09

h= 8"55898

E= 0.559544E-14

D= 0.153477E-07

$\delta\varphi''$= 8"61371

$\Delta\varphi'$= 0°00'08"613

φ'= 19°16'13"7763

N'= 6380558.814

$\Delta\lambda$ = 0°04'28"3783

λ'= 99°12'39"9183

φ'= 19°16'13"7763

λ'= 99°12'39"9183

De Xochitepetl a Transponder

Vértice	Coordenadas Ortogonales		Coordenadas Geodésicas	
	x	y	φ	λ
Xochitepetl	6037.81	-16193.46	19°15'25"11	99°08'18"52
Transponder	-1595.7549	-14695.1239	φ'	λ'

S= 7779.22388

α= 101°06'17"9584

N= 6380555.638

Rm= 6342037.092

B= 0.325234E-01

$C = 0.890372E-09$

$h = -48.731$

$E = 0.559277E-14$ $\qquad \varphi' = 19^\circ 16' 13''7891$

$D = 0.15337E-07$

$\delta\varphi'' = 48.6791$ $\qquad \lambda' = 99^\circ 12' 39''9378$

$\Delta\varphi'' = 0^\circ 00' 48''6791$

$\varphi' = 19^\circ 16' 13''7891$

$N' = 6380558.815$

$\Delta\lambda = 0^\circ 04' 21''4178$

$\lambda' = 99^\circ 12' 39''9378$

De Ciudad Universitaria a Transponder

Vértice	Coordenadas Ortogonales		Coordenadas Geodésicas	
	x	y	φ	λ
Universidad	1235.89	-8060.11	$19^\circ 19' 49''6$	$99^\circ 11' 03''2$
Transponder	-1595.7549	-14695.1239	φ'	λ'

$S = 7213.98796$

$\alpha = 23^\circ 06' 41''3339$

$N = 6380572.9209$

$Rm = 6342088.6277$

$B = 0.325232E-01$

$C = 0.894031E-09$

$h = 215.792$

$E = 0.560512E-14$ $\qquad \varphi' = 19^\circ 16' 13''8005$

$D = 0.153865E-07$

$\delta\varphi'' = -215.799$ $\qquad \lambda' = 99^\circ 12' 40''172$

$\Delta\varphi'' = 0^\circ 03' 35''7995$

$\varphi' = 19^\circ 16' 13''8005$

$N' = 6380558.8154$

$\Delta\lambda = 0^\circ 01' 36''972$

$\lambda' = 99^\circ 12' 40''172$

De San Fernando a Transponder

Vértice	Coordenadas Ortogonales x	Coordenadas Ortogonales y	Coordenadas Ortogonales φ	Coordenadas Ortogonales λ
San Fernando	1992.24	-11989.99	$19^{\circ}17'42''.0$	$99^{\circ}10'37''.0$
Transponder	-1595.7549	-14695.1239	φ'	λ'

$S = 4493.490$

$\alpha = 52^{\circ}59'09''.1964$

$N = 6380564.576$

$Rm = 6342063.744$

$B = 0.325233E-01$

$C = 0.892265E-09$

$h = 87''.9799$

$E = 0.559916E-14$ $\qquad \varphi' = 19^{\circ}16'14''.0085$

$D = 0.153626E-07$

$\delta\varphi'' = -87''.9914$ $\qquad \lambda' = 99^{\circ}12'39''.8739$

$\Delta\varphi'' = 0^{\circ}01'27''.9915$

$\varphi' = 19^{\circ}16'14''.0085$

$N' = 6380558.829$

$\Delta\lambda = 0^{\circ}02'02''.8739$

$\lambda' = 99^{\circ}12'39''.8739$

De San Bernabe a Transponder

Vértice	Coordenadas Ortogonales x	Coordenadas Ortogonales y	Coordenadas Geodésicas φ	Coordenadas Geodésicas λ
San Bernabe	-6322.48	-9967.87	$19^{\circ}18'48''.0$	$99^{\circ}15'22''.0$
Transponder	-1595.7549	-14695.1239	φ'	λ'

$S = 6684.9726$

$\alpha = 315^{\circ}00'11''.5372$

$N = 6380568.89071$

$Rm = 6342076.61008$

$B = 0.3252320E-01$

$C = 0.893178E-09$

$h = 153.746$

$E = 0.560224E-14$ $\varphi' = 19°16'14''2341$

$D = 0.15375E-07$

$\delta\varphi'' = -153.766$ $\lambda' = 99°\ 12'40''1292$

$\Delta\varphi'' = 0°02'33''7659$

$\varphi' = 19°16'14''2341$

$N' = 6380558.84371$

$\Delta\lambda = 0°02'41''8708$

$\lambda' = 99°12'40''1292$

Las diferencias obtenidas en los valores de φ' y λ', son debido al redondeo en los cálculos de los vértices de partida, es por eso que se decidió utilizar el criterio de Chauvenet, para obtener así el valor más probable del vértice Transponder.

Cálculo para la obtención de φ'.

No.	Latitud	V	V^2
1	19°16'13''8613	-0.0024	0.000005760
2	19 16 13.8337	0.0252	0.000635040
3	19 16 13.7653	0.0936	0.00876096
4	19 16 13.6616	0.1973	0.03892729
5	19 16 13.7763	0.0826	0.00682276
6	19 16 13.7891	0.0698	0.00487204
7	19 16 13.8005	0.0584	0.00341056
8	19 16 14.0085	-0.1496	0.02238016
9	19 16 14.2341	-0.3752	0.140775040
V.M.P.=	19°16'13''8589	0.0003	0.226589610

$$E.M.C. = \sqrt{\frac{0.226589610}{8}} = 0.168296468$$

$$e = 0.6745 \times 0.168296468 = 0.113515968$$

$$P = \frac{2(n)-1}{2(n)} = \frac{2(9)-1}{2(9)} = \frac{17}{18} = 0.9444$$

buscamos en la tabla de probabilidades (ver pag. 14) el valor de P= 0.9444 y se obtiene x/e= 2.83 entonces la diferencia - más grande permitida es

$$0.113515968 \times 2.83 = 0.321250$$

por lo tanto se descarta la latitud No. 9 y se continua con los angulos restantes.

No.	Latitud	V	V^2
1	19°16'13.8613	-0.04926	0.002426548
2	19 16 13.8337	-0.02166	0.000469156
3	19 16 13.7653	0.04673	0.002183693
4	19 16 13.6616	0.15043	0.022629185
5	19 16 13.7763	0.03573	0.001276633
6	19 16 13.7891	0.02294	0.000526244
7	19 16 13.8005	0.01154	0.000133172
8	19 16 14.0085	-0.19646	0.038596532
V.M.P.=	19°16'13.8120	0.00001	0.068241163

$$E.M.C. = \sqrt{\frac{0.068241163}{7}} = 0.098735696$$

$$e = 0.6745 \times 0.098735696 = 0.066597227$$

$$P = \frac{2(8)-1}{2(8)} = \frac{15}{16} = 0.9375$$

buscamos en la tabla de probabilidad (ver pag. 14) el valor de P= 0.9375 y se obtiene x/e= 2.76 entonces la diferencia más grande permitida es

0.066597227 x 2.76 = 0.183808346

por lo tanto se descarta la latitud No. 8 y se continua con los angulos restantes.

No.	Latitud	V	V^2
1	19°16'13".8613	-0.07732857	0.005979708
2	19 16 13.8337	-0.04972857	0.002472931
3	19 16 13.7653	0.01867143	0.000348622
4	19 16 13.6616	0.12237143	0.014974767
5	19 16 13.7763	0.00767143	0.000058851
6	19 16 13.7891	-0.00512857	0.000026302
7	19 16 13.8005	-0.01652857	0.000273194
V.M.P.=	19°16'13".7839	0.00000001	0.024134375

$$E.M.C.= \sqrt{\frac{0.024134375}{6}} = 0.063422361$$

$$e= 0.6745 \times 0.063422361 = 0.042778382$$

$$P= \frac{2(7)-1}{2(7)} = \frac{13}{14} = 0.92857$$

buscamos en la tabla de probabilidad (ver pag. 14) el valor de P= 0.92857 y se obtiene x/e= 2.68 entonces la diferencia más grande permitida es

0.042778382 x 2.68 =0.114646065

por lo tanto se descarta la latitud No. 4 y se continua con los angulos restantes.

No.	Latitud	V	V^2
1	$19^{\circ}16'13''8613$	-0.05693333	0.003241404
2	19 16 13.8337	-0.02933333	0.000860444
3	19 16 13.7653	0.03906667	0.001526205
5	19 16 13.7763	0.02806667	0.000787738
6	19 16 13.7891	0.01526667	0.000233071
7	19 16 13.8005	0.00386667	0.000014951
V.M.P.=	$19^{\circ}16'13''8043$	0.00000002	0.006663813

$$E.M.C.= \sqrt{\frac{0.0066638}{5}} = 0.036507021$$

$$e= 0.6745 \times 0.036507021 = 0.024623986$$

$$P= \frac{2(6)-1}{2(6)} = \frac{11}{12} = 0.91666$$

buscamos en la tabla de probabilidad (ver pag. 14) el valor de P= 0.91666 y se obtiene x/e= 2.56 entonces la diferencia más grande permitida es

$$0.024622398 \times 2.56 = 0.063037404$$

como este es mayor que los residuos (v), entonces el promedio sera el resultado buscado.

$$\varphi'= 19^{\circ}16'13''804$$

Calculos para la obtención de λ'.

No.	Longitud	V	V^2
1	99°12'39."9202	0.01968889	0.000387652
2	99 12 39.8746	0.06528889	0.004262639
3	99 12 39.6908	0.24908889	0.062045275
4	99 12 39.9422	-0.00231111	0.000005341
5	99 12 39.9183	0.02158889	0.00046608
6	99 12 39.9378	0.00208889	0.000004363
7	99 12 40.1720	-0.23211111	0.053875567
8	99 12 39.8739	0.06598889	0.004354534
9	99 12 40.1292	-0.18931111	0.035838696
V.M.P.=	99°12'39."9398	0.00000001	0.161240147

$$E.M.C. = \sqrt{\frac{0.161240147}{8}} = 0.141968371$$

$$e = 0.6745 \times 0.141968371 = 0.095757666$$

$$P = \frac{2(9)-1}{2(9)} = \frac{17}{18} = 0.94444$$

buscamos en la tabla de probabilidad (ver pag. 14) el valor de P=0.94444 y se obtiene x/e= 2.83 entonces la diferencia más grande permitida es

$$0.095757666 \times 2.83 = 0.270994196$$

como este es mayor que los residuos (v), entonces el promedio sera el resultado buscado.

$$\lambda' = 99^\circ 12' 39.''9398$$

Como se menciona anteriormente se anexa el programa con el que se cálculo las φ' y las λ'.

```
10 INPUT "A=";A1
20 INPUT "E^2=";E1
30 PRINT "COORDENADAS CARTESIANAS DEL PUNTO A CONOCER"
40 INPUT "X=";X9
50 INPUT "Y=";Y9
60 PRINT "COORDENADAS GEODESICAS DEL PUNTO CONOCIDO"
70 INPUT "PHI=G,M,S";Z1;Z2;Z3
80 P1=Z1+Z2/60+Z3/3600
90 P1=P1*PI/180
100 INPUT "LAMBDA=G,M,S";Z4;Z5;Z6
110 L1=Z4+Z5/60+Z6/3600
120 L1=L1*PI/180
130 PRINT "COORDEGADAS CARTESIANAS DEL PUNTO CONOCIDO"
140 INPUT "X=";X2
150 INPUT "Y=";Y2
160 S1=SIN(1/3600*PI/180)
170 D1=SQR((X9-X2)^2+(Y9-Y2)^2)
180 A3=ATN((X9-X2)/(Y9-Y2))
190 A4=A3+PI
200 A5=1-E1*SIN(P1)^2
210 N1=A1/A5^0.5
220 R1=A1*(1-E1)/A5^1.5
230 B1=1/(R1*S1)
240 C1=TAN(P1)*S1/(2*R1*N1)
250 H1=D1*COS(A4)*B1
260 E2=(1+3*TAN(P1)^2)/(6*N1^2)
270 D2=3*E1*SIN(P1)*COS(P1)*S1/(2*A5)
280 I1=D1*B1*COS(A4)+D1^2*C1*SIN(A4)^2
290 I3=(I1-I1^2*D2-H1*D1^2*E2*SIN(A4)^2)*S1
300 S4=P1+I3
310 GOSUB 1000
320 PRINT "EL VALOR DE PHI=";X3;X6;X7
330 N4=D1/(A1/(1-E1*SIN(S4)^2)^0.5)
340 L6=ATN(SIN(N4)*SIN(A4)/COS(S4)/SQR(1-L2^2))
350 S4=L1-L6
360 GOSUB 1000
370 PRINT "EL VALOR DE LAMBDA=";X3;X6;X7
380 INPUT "MAS CALCULOS:SI O NO";B$
390 IF B$="SI" THEN 60
400 GOTO 1110
1000 S=1
1010 IF S4<0 THEN S=-1
1020 S4=ABS(S4)
1030 X1=S4*180/PI
1040 X2=X1-INT(X1)
1050 X3=INT(X1)*S
1060 X4=X2*60
1070 X5=X4-INT(X4)
1080 X6=INT(X4)
1090 X7=X5*60
1100 RETURN
1110 END
```

con lo cual se concluye este capítulo, quedando las coordenadas

'=19°16'13"804

'=99°12'39"9398

como resultado final.

C A P I T U L O   V

T R A N S F O R M A C I O N   D E   C O O R D E N A N A D A S
G E O G R A F I C A S   A   U. T. M.

Por ser la proyección Universal Transversa de Mercator, la de uso oficial en la Secretaria de la Defensa Nacional y en el Instituto Nacional de Estadistica, Geografía e Informatica, este capítulo tiene como finalidad el cálculo de las coordenadas del punto Transponder, para la proyección antes mencionada.

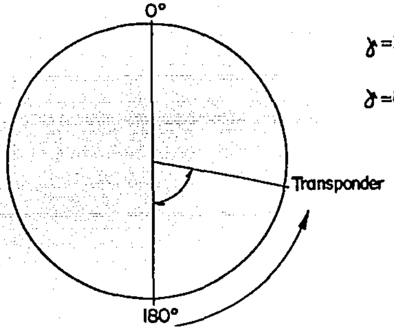
Esta proyección es aplicable a grandes extensiones en el meridiano y pequeñas sobre los paralelos, es decir es buena para las regiones alargadas de norte a sur y causa deformaciones importantes en el sentido este a oeste. Por esto se ha dividido la Tierra en 60 husos de 6°. En el cual la diferencia de longitud del punto Transponder y el meridiano central del -- huso que le corresponde servira para calcular las coordenadas X y Y, las cuales multiplicadas por la escala de interés permite conocer la localización del vértice en la carta. Los -- ejes de referencia utilizados son el ecuador y el meridiano central del huso a trabajar. El cual tiene el punto origen en las coordenadas siguientes (500 000, 0), lo que permite no - trabajar con números negativos.

Los husos se inician a 180° del meridiano de Greenwich en dirección este. Se procederá a continuación al cálculo con los datos siguientes

$$\varphi' = 19^{\circ}16'13''804$$

$$\lambda' = 99^{\circ}12'39''940$$

Para la determinación del huso a trabajar, se cálcula el ángulo existente entre el meridiano 180° y el meridiano donde se aloja el punto Transponder, medido en dirección este, entonces



$$\gamma = 180^{\circ} - 99^{\circ}12'39''940$$

$$\gamma = 80^{\circ}47'20''060$$

El ángulo γ lo dividimos entre 6, que es el número de grados aceptados por huso.

$$HT = \frac{80^{\circ}47'20''060}{6^{\circ}} = \frac{80^{\circ}.78890556}{6^{\circ}} = 13.46481759$$

Como desde $HT > 13$ hasta $HT = 14$ pertenece al huso No. 14 entonces para el meridiano central tenemos

$$MC = 180^{\circ} - ((14 \times 6^{\circ}) - 3^{\circ}) = 180^{\circ} - 81^{\circ} = 99^{\circ}$$

Ya conocido el meridiano central se procede al cálculo del va lor de X del punto Transponder para la proyección. En la cual nuestra ecuación es

$$X = 500\,000 + X'(k)$$

en donde

$$X' = S + \frac{S^3}{6\ ^2}$$

y $\qquad k = 0.9996$ (Factor de escala de la proyección)

en el cual

$$S = N(\pi/180^\circ)\ \text{arc Sen}(\text{Sen}\,\Delta\lambda\ \text{Cos}\,\varphi)$$

y $\qquad \rho^2 = N\ Rm \qquad \rho =$ radio medio

la normal (N) y el radio del meridiano (Rm), tienen como fórmulas las siguientes

$$N = a/(1-e^2\text{Sen}^2\varphi)^{1/2}$$

$$Rm = -a(1-e^2)\ /\ (1 - e^2\text{Sen}^2\varphi)^{3/2}$$

entonces

$$N = \frac{6'378{,}206.4}{(1-0.0067686579\ \text{Sen}^2(19^\circ 16' 13''804)^{1/2}}$$

$$N = \frac{6378206.4}{0.999631315}$$

$$N = 6'380{,}558.815$$

y

$$Rm = \frac{6378206.4\ (1-0.0067686579)}{(1-0.0067686579\ \text{Sen}^2(19^\circ 16' 13''804)^{3/2}}$$

$$Rm = \frac{6335034.503}{0.998894353}$$

$$Rm = 6'342,046.568$$

como $$\rho^2 = N\ Rm$$

tenemos

$$\rho^2 = (6'380,558.815)(6'342,046.568)$$

$$\rho^2 = 4.046501E+13$$

por otro lado

$$S = N(\pi/180^{\circ})\text{arc Sen}(\text{Sen}\ \Delta\lambda\ \text{Cos}\ \varphi)$$

$$S = 6380558.815(\pi/180^{\circ})\text{arc Sen}(\text{Sen}\ 0^{\circ}12'39''940\text{Cos}\ 19^{\circ}16'13''804)$$

$$S = 111361.76\ \text{arc Sen}((0.003684285)(0.943970993))$$

$$S = 111361.76\ \text{arc Sen}(0.003477858)$$

$$S = 111361.76\ (0.199266997)$$

$$S = 22190.723\ m$$

Ya calculado los valores de ρ^2 y de S procede al cálculo de X en donde

$$X' = S + \frac{S^3}{6\rho^2}$$

$$X' = 22190.723 + \frac{(22190.723)^3}{6(4.0465801E+13)}$$

$$X' = 22190.723 + 0.045006474$$

$$X' = 22190.768$$

y $$X = 500\ 000 + X'(k)$$

como el incremento de la longitud es negativo, el termino segundo de la fórmula es negativo, entonces

$$X = 500\ 000 - 22190.768(0.9996)$$

$X = 500\ 000 - 22181.8917$

$X = 477\ 818.1083$

a continuación el cálculo de la coordenada Y de la proyección, en donde

$Y = S(k)$

en el cual

$S = a(1-e^2)(A\varphi'(\pi/180^\circ) - (B/2)\mathrm{Sen}2\varphi' + (C/4)\mathrm{Sen}4\varphi' - (D/6)\mathrm{Sen}6\varphi')$

las constantes A=1.005108921, B=0.0051202, C=0.0000108,
D=0.000000024 y como

$\varphi' = \varphi + \Delta\varphi''$ el termino

$\Delta\varphi'' = C\ S^2$

en donde S es la distancia calculada anteriormente y

$$C = \frac{\mathrm{Tan}\,\varphi}{2\ N\ Rm\ \mathrm{Sen}\ 1''}$$

la cual será calculada a continuación

$$C = \frac{\mathrm{Tan}\ 19^\circ 16' 13''.804}{2(4.046501E+13)\ 4.84813E-06}$$

$$C = \frac{0.349617131}{392367480.2}$$

$C = 8.91045 12E-10$

entonces

$\Delta\varphi'' = 8.91045E-10\ (22190.723)^2$

$\Delta\varphi'' = 0''.43877567$

por lo tanto

$\varphi' = \varphi + \Delta\varphi''$

$\varphi' = 19^\circ 16' 13''.807 + 0''.438$

$\varphi' = 19^{o}16'14''245$

a este valor obtenido de φ' se le calculará la distancia al ecuador por la superficie del elipsoide.

$$S = a(1-e^2)(A\varphi'(\pi/180^{o}) - (B/2)Sen2\varphi' + (C/4)Sen4\varphi' - (D/6)Sen6\varphi')$$

donde

A= 1.005108921

B= 0.005119766

C= 0.000010866

D= 0.000000024

$$S = 6378206.4(1-0.0067686579) \times$$
$$\times (1.005108921(19^{o}16'14''245)(/180) -$$
$$-(0.005119766/2)(Sen\ 2(19^{o}16'14''245)) +$$
$$+(0.000010866/4)(Sen\ 4(19^{o}16'14''245)) -$$
$$-(0.000000024/6)(Sen\ 6(19^{o}16'14''245)))$$

$$S = 6335034.503(0.338054144-0.001595006+0.00000264775-$$
$$-0.00000000360)$$

$$S = 6335034.503(0.336461781)$$

S= 2'131,496.994 m

ya calculada esta distancia se procede a multiplicarla por el factor de escala, conociendo así la coordenada en Y para la proyección.

Y= S(k)

Y= 2'131,496.994 (0.9996)

Y= 2'130,644.395 m

A continuación se anexa programa que permite conocer las coordenadas X y Y, además del huso a trabajar. Partiendo de coordenadas Geodésicas.

```
10 S1=PI/(180*3600)
20 INPUT "A=";A
30 INPUT "E^2=";E
40 INPUT "CA=";C1
50 INPUT "CB=";C2
60 INPUT "CC=";C3
65 INPUT "CD=";C4
70 INPUT "K=";K
80 INPUT "PHI=";P1,P2,P3
90 P=P1+P2/60+P3/3600
100 P=P*PI/180
110 INPUT "LAMBDA=";L1,L2,L3
120 L=L1+L2/60+L3/3600
125 L1=INT(L/6)
127 L1=L1*6+3
130 L=L*PI/180
140 G1=PI-L
150 H1=G1/(6*PI/180)
160 H1=INT(H1)+1
170 PRINT "EL HUSO TRABAJADO ES"
175 PRINT USING "###";H1
180 M9=H1*6-3
190 PRINT "EL MERIDIANO CENTRAL ES"
193 PRINT USING "###";L1
195 M9=M9*PI/180
200 N=A/((1-E*SIN(P)^2)^0.5)
220 M=A*(1-E)/((1-E*SIN(P)^2)^1.5)
240 R0=N*M
260 F=(SIN(G1-M9)*COS(P))
270 R1=F/SQR(1-F^2)
280 S=N*ATN(R1)
300 X1=S+S^3/(6*R0)
320 X=500000+X1*K
330 PRINT "EL VALOR DE X=";
335 PRINT USING "#######.####";X
340 C=TAN(P)/(2*R0*S1)
360 I9=C*S^2
380 I9=I9/3600*PI/180
390 P9=P+I9
430 S2=A*(1-E)*(C1*P9-C2/2*SIN(2*P9)+C3/4*SIN(4*P9)-C4/6*SIN(6*P9))
450 Y=S2*K
460 PRINT "EL VALOR DE Y=";
465 PRINT USING "#######.####";Y
470 INPUT "SE CALCULARA OTRO? (SI O NO)"; B$
480 IF B$="SI" THEN 80
490 END
```

Entonces las coordenadas U.T.M. del vértice Transponder son:

X= 477,818.1083

Y= 2'130,644.395

en el huso número 14. Estas coordenadas se deben de transformar a la escala que se desea trabajar.

C A P I T U L O   VI

C O N C L U S I O N E S

Este trabajo, cubre el posicionamiento del radar secundario, con las siguientes coordenadas del vértice.

Coordenadas cartesianas de la red de catastro de la Ciudad de México.

$x = -1595.9381$

$y = -14695.1376$

Coordenadas Geográficas.

$\varphi' = 19^{\circ}16'13''.804$

$\lambda' = 99^{\circ}12'39''.940$

Coordenadas para la proyección Universal Transversa de Mercator.

huso No. 14

$X = 477,818.108$

$Y = 2'130,644.395$

Estas coordenadas corrigieron parcialmente el problema de duplicidad. Esto permite sugerir la revisión de los equipos, - programas utilizados y realización de los posicionamientos de los radares que trabajen en forma conjunta con éste, para determinar existentes errores. Es también de hacer notar la falta de compatibilidad de los sistemas, la cual puede ser la generadora de la duplicidad.

B I B L I O G R A F I A

TOPOGRAFIA GENERAL.
ING. SABRO HIGASHIDA M.

TRATADO GENERAL DE TOPOGRAFIA.
DR. W. JORDAN

AJUSTES.
ING. RICARDO TOSCANO

BASES TEORICAS Y CALCULO DE AJUSTES
EN INGENIERIA TOPOGRAFICA.
ING. RAFAEL SOSA T.

FUNDAMENTOS DE ALGEBRA LINEAL
A. MALTSEU

ALGEBRA LINEAL
BERNARD KOLMAN

GEODESIA GEOMETRICA
ING. MANUEL MEDINA P.

GEODESIA
WOLFGANG TORGE

APUNTES DE CARTOGRAFIA
ING. FEDERICO ALONSO L.