

03061
2es.
3

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

UACPyP DEL CCH - IIMAS

ESTIMACION NOLINEAL DE LA ABUNDANCIA
DE POBLACIONES DE PECES EXPLOTADAS

TESIS CON
FALTA DE ORIGEN

TESIS
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN ESTADISTICA E INVESTIGACION DE OPERACIONES
PRESENTA
ENRIQUE RAUL VILLA DIHARCE

CULIACAN SIN.

DICIEMBRE 1987



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INTRODUCCION

En el estudio de las poblaciones de peces sometidas a explotación (Pesquerías), es importante estudiar la evolución del tamaño de la población, así como de la captura que se obtiene (Rendimiento), al ejercer un esfuerzo de pesca determinado sobre la población considerada. En la Dinámica de Poblaciones de peces existe un grupo de modelos conocidos como Modelos de Producción, en los cuales se supone que la variación del tamaño de la población obedece a dos factores: el crecimiento natural de tipo logístico y la disminución por efecto de la pesca, sin tomar en cuenta otros fenómenos de tipo ambiental o relaciones interespecificas, así como tampoco intraespecificas como lo es el reclutamiento y la existencia de clases de edad

En este trabajo nos referiremos a los modelos de producción a partir de los cuales, se puede deducir el Rendimiento Máximo Sostenible (RMS), que viene siendo la máxima captura que se puede obtener de manera permanente al aplicar un esfuerzo de pesca constante en la población.

Tradicionalmente el RMS ha sido un objetivo en el manejo de Pesquerías, aunque también se ha criticado por el hecho de suponer que solamente la pesca es causa de la variabilidad del tamaño de la población, y que una población puede mantenerse estable al fijar el esfuerzo de pesca a un nivel constante, (Larkin, P.A. 1977)

A pesar de las críticas que se han hecho al concepto de RMS, actualmente todos los trabajos sobre Pesquerías que contienen información sobre capturas y esfuerzos, incluyen estimaciones de curvas de captura sostenible contra esfuerzo, así como también del RMS de acuerdo a algún modelo de producción. Además, la importancia actual del concepto de RMS no radica en que éste sea un objetivo a seguir rígidamente en la toma de decisiones, sino que es una primera aproximación útil que además puede plantearse de manera sencilla en problemas de manejo de Pesquerías, ya que es un objetivo de manejo claramente definible en forma cuantitativa, así como también puede dar una medida del éxito con que una pesquería se ha manejado.

El modelo de producción más general que se tiene es el propuesto por Pella, J.J y Tomlinson, P.K (1969), quienes además crearon el programa GENPROD de ajuste del modelo a datos de captura y esfuerzo, y de simulación de capturas con dicho modelo para los datos de esfuerzo.

El modelo de producción generalizado tiene 5 parámetros, y el

ajuste de éste por medio del programa GENPROD consiste en fijar uno de los parámetros y buscar, siguiendo un algoritmo de búsqueda, los valores de los otros cuatro parámetros que minimizan la suma de cuadrados de error. Este procedimiento se realiza para diferentes valores del parámetro que se fija y finalmente se elige el conjunto de valores de los parámetros para los cuales es menor la suma de cuadrados de error.

Las limitaciones del programa GENPROD consisten en que :

- 1._ El algoritmo utilizado no efectúa la exploración en las 5 dimensiones del espacio paramétrico en forma conjunta al minimizar la suma de cuadrados de error (SCE), sino que solo lo hace para 4 dimensiones y para el último componente del vector de parámetros, el usuario elige diferentes valores minimizando para cada uno de ellos la SCE, tomando finalmente como estimación del vector de parámetros al vector que esta asociado con la SCE menor
- 2._ Para la estimación del vector de parámetros, no se tiene una estimación de la matriz de covarianzas.

La subdirección de Informática de la Secretaría de Pesca, tiene incluido el programa GENPROD en el paquete estadístico utilizado para el procesamiento de la información proveniente de la pesca, y su utilización la encontramos en trabajos reciente.

La necesidad de contar con un programa que supere las deficiencias del programa GENPROD, señaladas anteriormente, ha motivado la

elaboración del presente trabajo, en el cual se construye un programa para el ajuste de una versión reparametrizada del modelo de producción generalizado, a datos de captura y esfuerzo, utilizando el método de Gauss-Newton el cual permite obtener además, una estimación de la matriz de covarianzas del vector de parámetros estimado.

El programa BDMASA elaborado en el presente trabajo, es interactivo y contiene las siguientes OPCIONES:

- OPCION 1. _Estimación inicial de parámetros por aproximación.
- OPCION 2. _Estimación inicial de parámetros por búsqueda aleatoria.
- OPCION 3. _Estimación Nolineal de parámetros
- OPCION 4. _Pruebas de Hipótesis sobre los parámetros.
- OPCION 5. _Simulación de capturas.

La estructura del trabajo es la siguiente:

CAPITULO 1. (MODELOS DE PRODUCCION) Aquí se describen los modelos de producción utilizados en la investigación del RMS.

CAPITULO 2. (REFORMULACION, ANALISIS Y APLICACION DEL MPG) En este capítulo se presenta una versión reparametrizada del Modelo de Producción Generalizado, que se utiliza para presentar el modelo de regresión no lineal asociado, que tiene finalmente a sus parámetros interpretables desde el punto de vista de la administración de las pesquerías, y que además permite obtener

estimaciones de sus varianzas.

CAPITULO 3. (SINOPSIS DE REGRESION NOLINEAL) Se describe el criterio de mínimos cuadrados en regresión no lineal, con el procedimiento de Gauss-Newton para estimación. Además se presenta un estadístico para prueba de hipótesis lineales sobre los parámetros.

CAPITULO 4. (IMPLEMENTACION) Aquí se describen los algoritmos utilizados en las rutinas que componen el programa BIOMASA.

CAPITULO 5. (EJEMPLOS) Se presentan ejemplos de funcionamiento del programa desarrollado, con 2 conjuntos de datos que se han tratado anteriormente para estudiar el RMS.

CAPITULO 6. (MODELO DE PRODUCCION GENERALIZADO BAJO SUPOSICIONES DE AUTOCORRELACION Y HETEROCEDASTICIDAD DE LOS ERRORES) Se revisa el caso en que los errores no son independientes y homocedásticos retomando los datos tratados en el capítulo anterior.

APENDICE A. (APENDICE MATEMATICO) Se demuestran algunas relaciones mencionadas en los capítulos anteriores.

APENDICE B. (USO DEL PROGRAMA BIOMASA) Se proporciona una guía para el usuario del programa BIOMASA.

CAPITULO 1

MODELOS DE PRODUCCION

1.1 MODELOS DE PRODUCCION

Los conceptos básicos que aún se siguen utilizando en el manejo de pesquerías surgieron durante la tercera década de este siglo, cuando la dinámica de poblaciones suponía que las poblaciones uniespecíficas de peces crecían de acuerdo a una función sigmoideal (Graham, 1935). El primer planteamiento algebraico que llevaba a determinar el RMS, fué hecho por (Schaefer, M.B 1954, 1957), quien fué propiamente el iniciador en el uso de los modelos de producción como herramienta en el manejo de pesquerías.

En estos modelos la población se cuantifica por su peso dandosele a éste el nombre de biomasa, mientras que la cantidad de recursos utilizados en la pesca se denomina esfuerzo de pesca el cual se expresa en unidades que dependen del arte de pesca utilizado.

El planteamiento general de los modelos de producción, supone que el tamaño de la población varía de acuerdo a una ecuación diferencial de la forma :

$$dB(t)/dt = B(t)g(B(t)) - B(t)h(f(t)) \quad \text{-----} \quad (1.1.1)$$

donde

$B(t)$ = tamaño de la población (biomasa) en el instante t

$f(t)$ = esfuerzo de pesca

$B(t)g(B(t))$ = función de producción de la población, que engloba los procesos de reproducción y mortalidad natural.

$h(f(t))$ = coeficiente de mortalidad por pesca que se ejerce por $f(t)$ unidades de esfuerzo pesquero

El esfuerzo de pesca se estandariza a partir del esfuerzo nominal, de tal forma que el coeficiente de mortalidad por pesca instantánea sea $F(t) = qf(t)$, donde q resulta ser constante. A q se le llama coeficiente de capturabilidad, y es la proporción de una unidad de población que se extrae al aplicar una unidad de esfuerzo de pesca. Además la ecuación diferencial

$$dB(t)/dt = F(t)B(t) \quad \text{-----} \quad (1.1.2)$$

con $F(t) = qf(t)$, expresa la captura instantánea $C(t)$ que se obtiene al aplicar un esfuerzo de pesca $f(t)$, utilizando un arte de pesca (red, anzuelo, etc.) para el cual el coeficiente de capturabilidad, ésto es, la proporción de una unidad de biomasa que se captura con una unidad de esfuerzo, es q .

En el manejo de recursos pesqueros es de gran importancia conocer la captura en equilibrio, que corresponde a resolver el sistema de ecuaciones diferenciales (1.1.1) y (1.1.2), con la condición de equilibrio $dB(t)/dt = 0$.

Los diferentes modelos de producción que se trabajan en pesquerías están constituidos por el sistema de ecuaciones diferenciales (1.2.1) y (1.2.2) y difieren solo en la forma de definir la función de producción $B(t)g(B(t))$, siendo ésto equivalente a definir la tasa de crecimiento natural $g(B(t))$ de la población en ausencia de pesca.

1.2 MODELO DE SCHREFER

En este modelo se supone que la biomasa de la población crece logísticamente, esto es, la tasa de crecimiento es $g(B(t)) = a[B_{\infty} - B(t)]$, y así la ecuación diferencial (1.1.1) es:

$$dB(t)/dt = aB(t)[B_{\infty} - B(t)] - F(t)B(t) \quad \text{-----} \quad (1.2.1)$$

Si además se considera constante la tasa de mortalidad por pesca, esto es $F(t) = F$, entonces la ecuación (1) será :

$$dB(t)/dt = aB(t)[B_{\infty}^* - B(t)]$$

$$\text{con } B_{\infty}^* = B_{\infty} - F/a$$

y en tal caso

$$B(t) = B_{\infty}^* / (1 + B_0^* \exp(-aB_{\infty}^* (t)))$$

$$\text{con } B_0^* = (B_{\infty} - B_0 - F/a)/B_{\infty}$$

En la figura (1.2.1) tenemos la curva de variación de la biomasa a través del tiempo para el modelo de Schaefer.

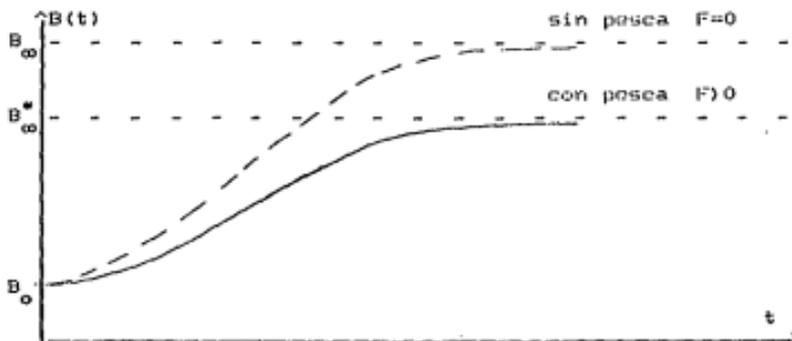


Figura (1.2.1) Gráfica de la variación de la biomasa a través del tiempo para el modelo de Schaefer

Si tenemos una tasa de captura F constante, la condición de equilibrio $dB(t)/dt = 0$, nos da las siguientes relaciones entre

biomasa, captura en equilibrio y tasa de captura:

$$B_{\infty} = B_{\infty} - F/a$$

$$C_{\infty} = F(B_{\infty} - F/a)$$

y si $F = qf$, entonces la captura en equilibrio en función del esfuerzo pesquero f será:

$$C_{\infty} = qf(B_{\infty} - (q/a)f)$$

de aquí podemos obtener la máxima captura en equilibrio o RMS:

$$RMS = aB_{\infty}^2/4$$

que corresponde a un nivel de biomasa en equilibrio $B_{\infty}/2$, y que se obtiene con un esfuerzo de pesca constante $aB_{\infty}/2q$. En la figura (1.2.2) tenemos las gráficas de la captura en equilibrio y la captura por unidad de esfuerzo (CPUE) contra el esfuerzo.

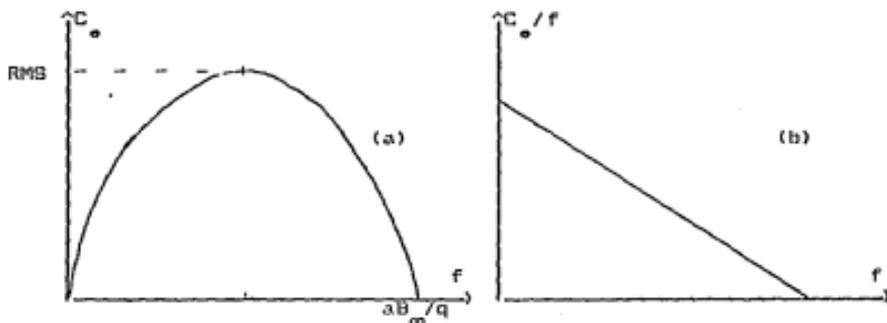


Figura (1.2.2) Modelo de Schaefer
 (a) - Curva de captura en equilibrio (C_{∞}) contra el esfuerzo de pesca constante (f)
 (b) - Curva de captura por unidad de esfuerzo (CPUE) contra esfuerzo de pesca constante (f)

1.3 MODELO DE FOX

En este modelo se supone que la biomasa de la población no explotada crece de acuerdo al modelo de Gompertz segun el cual, la tasa de crecimiento está dada por $a[\ln B_{\infty} - \ln B(t)]$, así se tiene que la ecuación diferencial que describe en este caso la variación de la biomasa de la población sometida a explotación, está dada por:

$$dB(t) = aB(t)[\ln B_{\infty} - \ln B(t)] - F(t)B(t) \quad \text{-----} \quad (1.3.1)$$

mientras que la ecuación diferencial para la captura es la ecuación(1.1.2). Al resolver el sistema de ecuaciones (1.3.1) y (1.1.2) con la restricción de equilibrio $dB(t)/dt = 0$, encontramos que la relación entre captura en equilibrio y esfuerzo está dada por:

$$C = B_{\infty} qf \exp(-qf/a) \quad \text{-----} \quad (1.3.2)$$

mientras que para la biomasa de equilibrio y esfuerzo constante se tiene:

$$B = B_{\infty} \exp(-qf/a) \quad \text{-----} \quad (1.3.3)$$

En este caso la máxima captura en equilibrio(RMS) está dada por

$$RMS = aB_{\infty} / e$$

que se obtiene con un esfuerzo de pesca $f = a$ constante. En la

figura (1.3.1) tenemos las gráficas de captura en equilibrio y captura por unidad de esfuerzo contra el esfuerzo constante.

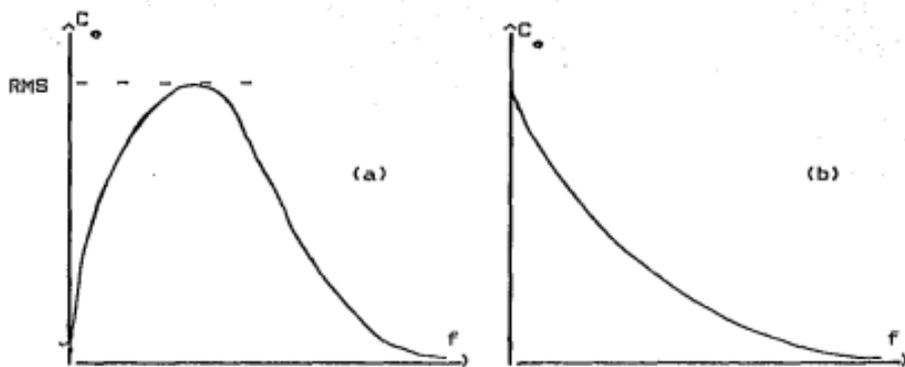


Figura (1.3.1) Modelo de Fox

- (a) Curva de captura en equilibrio (C_{∞}) contra esfuerzo de pesca constante (f)
- (b) Curva de captura por unidad de esfuerzo (CPUE) contra esfuerzo de pesca constante (f)

1.4 CRITICAS A LOS MODELOS DE SCHAEFER Y FOX

Según el modelo de producción de Schaefer, el RMS se alcanza en el nivel de biomasa en equilibrio de $B_{\infty}/2$, y es igual a $aB_{\infty}/4$. Pero de acuerdo a la experiencia en explotación de algunas especies marinas, en algunos casos la captura máxima se alcanza para valores de biomasa menores a la mitad de B_{∞} y además la curva de captura (en equilibrio) no disminuye con la misma rapidez que se observa en la parábola de la figura (1.3.1.a), sino que para valores grandes de B disminuye lentamente, así como también no disminuye en forma lineal como en la figura (1.3.1.b) correspondiente al modelo de Schaefer, sino en forma exponencial

como en el modelo de Fox (Gulland, J. A, 1983). Estos dos modelos tienen el inconveniente de que las curvas de captura contra esfuerzo tienen sólo dos tipos de curvatura: En el de Schaefer la curva de captura en equilibrio contra esfuerzo es simétrica, mientras que en el modelo de Fox dicha curva tiene el máximo antes de $B_{\infty}/2$. Un modelo más general que tiene como casos particulares a los dos modelos anteriores y en el que la curvatura es variable y está controlada por un parámetro adicional, es el que se conoce como modelo de producción generalizado o modelo de Pella y Tomlinson.

1.5 MODELO DE PRODUCCION GENERALIZADO

Este modelo es una generalización del modelo de Schaefer, en el cual teníamos que en ausencia de pesca, el crecimiento de la biomasa de la población estaba dado por:

$$dB(t)/dt = aB_{\infty} B(t) - bB^2(t)$$

La generalización propuesta por (Pella y Tomlinson, 1969) consiste en dejar variable el exponente que aparece en el segundo miembro, con lo cual, el modelo de crecimiento de la biomasa sin pesca resulta ser

$$dB(t)/dt = aB^n(t) - bB(t) \quad \text{-----} \quad (1.5.1)$$

donde a, b y n son constantes y además, $n > 0$. Si la población está limitada en su crecimiento a un nivel máximo B_{∞} , se puede probar fácilmente que a y b deben ser negativas si $n > 1$ y deben ser

positivas si $0 < n < 1$. La solución de la ecuación diferencial (1.5.1) es:

$$B(t) = [a/b - (a/b - B_0^{1-n}) \exp(-b(1-n)t)]^{1/(1-n)} \quad (1.5.2)$$

donde B_0 = biomasa al tiempo $t = 0$

Hasta aquí hemos considerado el crecimiento de la biomasa sin pesca, pero si la población es explotada con un esfuerzo pesquero $f(t)$ al tiempo t , la biomasa cambia a través del tiempo de acuerdo a la ecuación diferencial:

$$dB(t)/dt = aB^n(t) - bB(t) - F(t)B(t) \quad (1.5.3)$$

mientras que la tasa instantánea de captura está dada por

$$dC(t)/dt = F(t)B(t) \quad (1.5.4)$$

con $F(t) = qf(t)$

Al resolver la ecuación (1.5.3) encontramos que la expresión para la biomasa $B(t)$ está dada por :

$$B(t) = [a/(b+F) - (a/(b+F) - B_0^{1-n}) \exp(-(b+F)(1-n)t)]^{1/(1-n)} \quad (1.5.5)$$

Para obtener las relaciones de equilibrio imponemos la condición de equilibrio $dB(t)/dt=0$, llegando así a las siguientes relaciones de equilibrio entre captura y biomasa, biomasa y esfuerzo y también captura y esfuerzo:

$$C = aB^n - bB \quad \text{-----} \quad (1.5.6)$$

$$B = [b/a + qf/a]^{1/(1-n)} \quad \text{-----} \quad (1.5.7)$$

$$C = f[bq^{n-1}/a + (q^n/a)f]^{1/(n-1)} \quad \text{-----} \quad (1.5.8)$$

Las gráficas de estas relaciones se presentan en la figura(1.5.1).

De la relación (1.5.8) obtenemos que la máxima captura en equilibrio(RMS) está dada por

$$RMS = a[b/(an)]^{n/(n-1)} - [b^n/(an)]^{1/(n-1)}$$

y se obtiene con un nivel de esfuerzo

$$f_{RMS} = b[(1/n)-1]/q$$

correspondiendo éste a un nivel de biomasa en equilibrio dado por

$$b_{RMS} = [b/(an)]^{1/(n-1)}$$

El modelo de Producción Generalizado contiene como caso particular al modelo de Schaefer al tomar $n=2$, mientras que cuando $n \rightarrow 1$ el modelo de Pella y Tomlinson tiende al modelo de Fox. Este modelo tiene la ventaja de ser bastante flexible, ya que como podemos ver en las curvas de la figura(1.5.1), éstas se pueden ajustar a una gran variedad de situaciones.

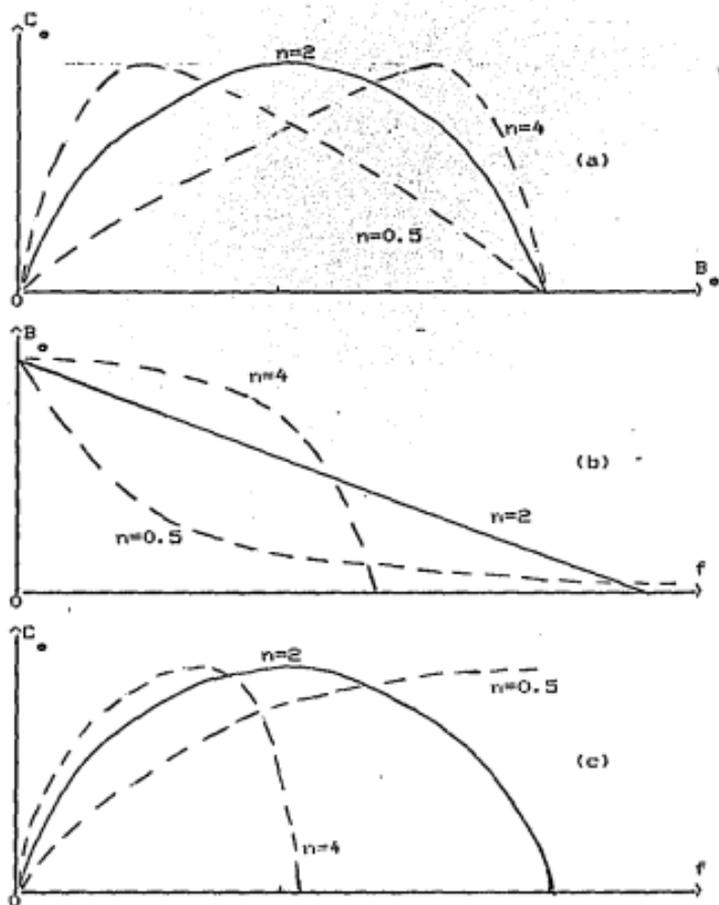


Figura (1.5.1) Modelo Generalizado. Curvas de equilibrio para diferentes valores de n
 (a) - Curva de captura en equilibrio (C_e) como función de la biomasa en equilibrio (B_e)
 (b) - Curva de biomasa en equilibrio (B_e) como función del esfuerzo de pesca constante (f)
 (c) - Curva de captura en equilibrio (C_e) como función del esfuerzo de pesca constante (f)

En este trabajo tratamos precisamente el problema de ajustar este modelo a datos de captura y esfuerzo con el fin de estudiar el RMS de una pesquería. En el siguiente capítulo presentamos una reparametrización de este modelo, así como la forma del modelo de regresión correspondiente.

CAPITULO 2

REFORMULACION, ANALISIS Y APLICACION DEL MODELO NOLINEAL

2.1 REPARAMETRIZACION DEL MODELO DE PRODUCCION GENERALIZADO

Los parámetros a y b del modelo de Pella y Tomlinson no tienen significado directo desde el punto de vista de la administración del recurso, aunque de las ecs (1.5.1) y (1.5.2), podemos establecer la relación entre estos parámetros y los siguientes que tienen un significado obvio para el manejo del recurso:

B_{∞} = biomasa límite asintótica

M = máxima productividad o máxima tasa de crecimiento de la biomasa sin pesca

P = nivel de la biomasa al que ocurre M.

De la ecuación (1.5.2) podemos ver fácilmente que:

$$B_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} B(t) = (a/b)^{1/(1-n)} \quad \text{-----} \quad (2.1.1)$$

$$P = (an/b)^{1/(1-n)} \quad \text{-----} \quad (2.1.2)$$

$$M = \pm [b(1-n)/n] [an/b]^{1/(1-n)} \quad \text{-----} \quad (2.1.3)$$

en esta última igualdad el signo + corresponde al caso $0 < n < 1$ y el signo - al caso $n > 1$. En el apéndice (A.1) se presenta la deducción de una reparametrización dada por (Fletcher, R. I., 1978) para el modelo Logístico Generalizado de crecimiento de biomasa sin pesca de la ecuación (1.5.1), en donde los parámetros del modelo reparametrizado tienen significado explícito desde el punto de vista de la administración del recurso. La ecuación diferencial (1.5.1) reparametrizada resulta ser:

$$dB(t)/dt = G[B(t)/B_{\infty}] - G[B(t)/B_{\infty}]^n \quad \text{-----} \quad (2.1.4)$$

donde G es función de n:

$$G = [n^{n/(n-1)}] / (n-1) \quad \text{-----} \quad (2.1.5)$$

además de las relaciones (2.1.1) y (2.1.2) se tiene la siguiente relación entre P, n y B_{∞} :

$$P/B_{\infty} = n^{1/(1-n)}$$

Los parámetros M, P y B_{∞} constituyen un conjunto mínimo completo de parámetros independientes para el modelo de Pella y Tomlinson.

Como caso límite cuando $n \rightarrow 1$, tenemos el siguiente modelo de Gompertz para el crecimiento de la biomasa:

$$dB(t)/dt = -eM[B(t)/B_{\infty}] \ln[B(t)/B_{\infty}] \quad (2.1.6)$$

y además:

$$P/B_{\infty} \rightarrow e \text{ cuando } n \rightarrow 1.$$

Al incluir la explotación por pesca en el modelo logístico generalizado de la ecuación (2.1.4), tenemos:

$$dB(t)/dt = GM[B(t)/B_{\infty}] - GM[B(t)/B_{\infty}]^n - F(t)B(t) \quad (2.1.7)$$

$$\text{con } F(t) = qf(t)$$

La solución de esta ecuación diferencial es:

$$B(t) = B_0^{1-n} + A \exp([GM/B_{\infty} - F(t)][1-n]t)^{1/(1-n)} \quad (2.1.8)$$

donde

$$B_0 = B_{\infty} [GM / (GM - F(t)B_{\infty})]^{1/(1-n)}$$

$$A = B_0^{1-n} - B_0^{1-n}$$

La inclusión de la explotación por pesca en el modelo de Gompertz que se tiene como caso límite del modelo Logístico Generalizado cuando $n \rightarrow 1$, nos da la siguiente ecuación diferencial:

$$dB(t)/dt = -eM[B(t)/B_{\infty}] \ln(B(t)/B_{\infty}) - F(t)B(t) \quad \text{--- (2.1.9)}$$

cuya solución es:

$$B(t) = B_0 [B_0/B_{\infty}]^{\exp(-At)} \quad \text{----- (2.1.10)}$$

donde

$$A = eM/B_{\infty}, \quad B_0 = B_{\infty}/\exp(H) \quad \text{y} \quad H = F/A$$

2.2 ANALISIS DEL MODELO LOGISTICO GENERALIZADO

Examinaremos inicialmente el comportamiento del modelo logístico generalizado sin pesca, expresando la tasa de crecimiento de biomasa como función de la biomasa B. Haciendo $B = B(t)$, la función

$$B'(B) = dB(t)/dt$$

de acuerdo con la expresión (2.1.4) es:

$$B'(B) = GM[B/B_{\infty}][1 - (B/B_{\infty})^{n-1}] \quad \text{----- (2.2.1)}$$

En la figura (2.2.1) tenemos las gráficas de la función anterior para diferentes valores de n.

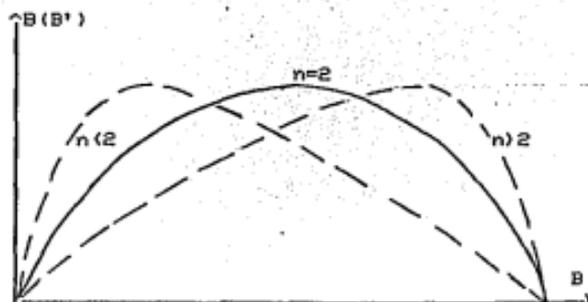


Figura (2.2.1) Tasa de crecimiento de la biomasa sin pesca, según el modelo logístico generalizado

Enseguida consideramos la aplicación de un esfuerzo de pesca f constante que origina una tasa de mortalidad $F=qf$ constante. En este caso la tasa de crecimiento $dB(t)/dt$ como función de B es:

$$B'(B) = (GM - FB_{\infty}) \left[\frac{B}{B_{\infty}} \right] - GM \left[\frac{B}{B_{\infty}} \right]^n \quad \text{-----} \quad (2.2.2)$$

esta función es continua para $B > 0$. A continuación examinamos tres situaciones posibles para esta función, de acuerdo a las combinaciones posibles de la tasa de mortalidad por pesca $F=qf$ la cual dada f es fija, con los parámetros B_{∞} , M , y n que se presentan a continuación:

CASO 1: $0 < n < 1$ Aquí tenemos que:

$$B' > 0 \quad \text{cuando} \quad 0 < B < B_{\infty} \quad \text{y} \quad B' < 0 \quad \text{cuando} \quad B > B_{\infty}$$

donde B_{∞} está dado en (2.1.8):

$$B_{\infty} = B_{\infty} \left[1 - \frac{FB_{\infty}}{GM} \right]^{n-1} \quad \text{-----} \quad (2.2.3)$$

En la figura (2.2.2) tenemos para este caso, el plano fase, ésto es, la gráfica de $B'(B)$ contra B . También tenemos en esta figura la curva correspondiente a la evolución de la biomasa a través del tiempo para dos situaciones posibles:

$$B > B_0 \text{ cuando } F \left[\frac{GM}{B_0} \right] \left[1 - \left(\frac{B}{B_0} \right)^{n-1} \right]$$

$$B < B_0 \text{ cuando } F \left[\frac{GM}{B_0} \right] \left[1 - \left(\frac{B}{B_0} \right)^{n-1} \right]$$

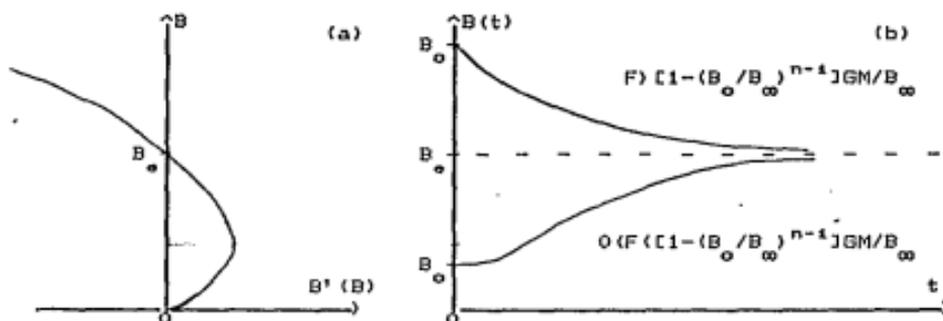


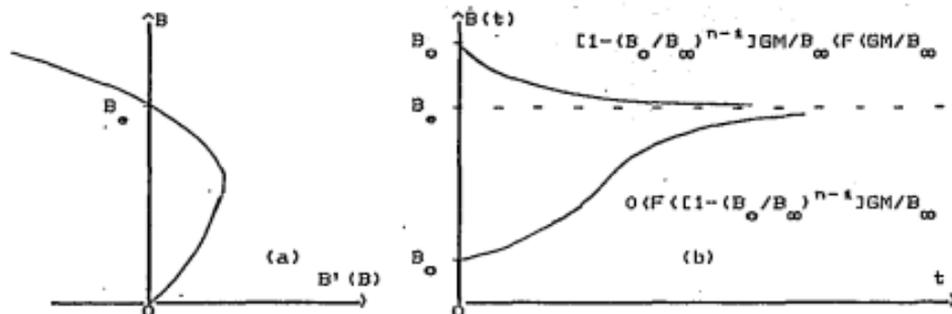
Figura (2.2.2) (a) Plano fase para el modelo logístico generalizado cuando $0 < n < 1$
 (b) Curva de evolución de la biomasa $B(t)$, de acuerdo con el plano fase de (a)

CASO 2 $n > 1$ y $F < GM/B_0$. En este caso:

$B'(B) > 0$ cuando $0 < B < B_0$ y $B'(B) < 0$ cuando $B > B_0$ con B_0 dado por (2.2.3). En la figura (2.2.3) tenemos para este caso el plano fase y la curva de evolución de la biomasa como función del tiempo para dos situaciones posibles:

$$B > B_0 \text{ cuando } 0 < F \left[\frac{GM}{B_0} \right] \left[1 - \left(\frac{B}{B_0} \right)^{n-1} \right]$$

$$B < B_0 \text{ cuando } \left[\frac{GM}{B_0} \right] \left[1 - \left(\frac{B}{B_0} \right)^{n-1} \right] < F \left[\frac{GM}{B_0} \right]$$



Figura(2.2.3) (a) Plano fase para el modelo logístico generalizado para el caso $n > 1$ y $F < GM/B_\infty$
 (b) Evolución de la biomasa $B(t)$, según el plano fase de (a). Se tiene una trayectoria creciente y otra decreciente de acuerdo al valor de F dado en la figura

CASO 3 $n > 1$ y $F > GM/B_\infty$. En este caso $B'(B) < 0$ para todo $B > 0$ como se muestra en el plano fase de la figura (2.2.4), donde también se muestra que la biomasa evoluciona en forma siempre decreciente, tendiendo hacia la extinción.

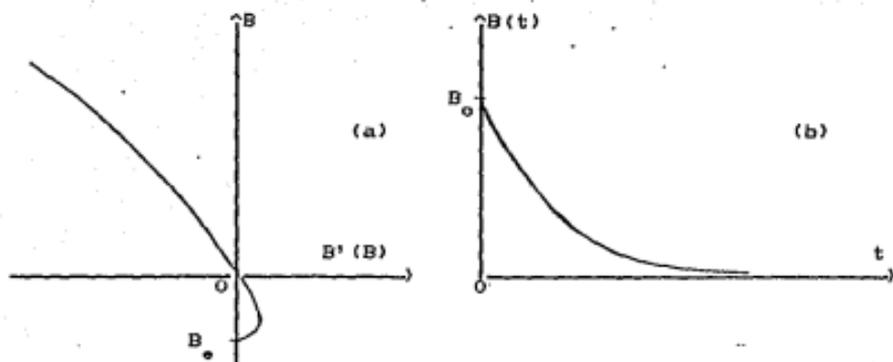


Figura (2.2.4) (a)_ Plano fase para el modelo logístico generalizado, cuando $n > 1$ y $F > GM$ B_0
 (b)_ Evolución de la biomasa siempre decreciente según el plano fase de (a)

2.3 RELACIONES DE EQUILIBRIO Y RENDIMIENTO MAXIMO SOSTENIBLE

Hasta ahora sólo hemos examinado las relaciones en que interviene la biomasa, como son las que tenemos en las figuras (2.2.2)-(2.2.4). Pero en el problema de manejo de pesquerías la biomasa es una variable no observable mientras que la observable y de mayor interés es la captura. La captura está relacionada con la biomasa y el esfuerzo de pesca por la ecuación (1.5.4):

$$dC(t)/dt = F(t)B(t)$$

Nos interesa conocer la captura anual que se obtiene al aplicar un esfuerzo de pesca f constante, en donde la tasa de mortalidad por pesca resulta constante:

$$F(t) = F = qf$$

La condición de equilibrio $dB(t)/dt=0$, impuesta a la ecuación (2.1.7) nos da la siguiente relación entre la biomasa en equilibrio (B_0), la tasa de mortalidad por pesca F y los parámetros del modelo:

$$FB_0 = GM[B_0/B_\infty] - GM[B_0/B_\infty]^n \quad \text{-----} \quad (2.3.1)$$

La captura anual C_0 que se obtiene en condiciones de equilibrio ($dB(t)/dt=0$) estará dada por :

$$C_0 = \int_0^1 dC = FB_0 \int_0^1 dt = FB_0 = qfB_0 \quad \text{-----} \quad (2.3.2)$$

de aquí que la captura en equilibrio como función de la biomasa en equilibrio está dada por:

$$C_0 = GM[B_0/B_\infty] - GM[B_0/B_\infty]^n \quad \text{-----} \quad (2.3.3)$$

sustituyendo la expresión para la biomasa en equilibrio dada en (2.2.3), tenemos que la expresión para la captura en equilibrio como función del esfuerzo f está dada por:

$$C_0 = qfB_\infty [1 - qfB_\infty/GM]^{1/(1-n)} \quad \text{-----} \quad (2.3.4)$$

de donde tenemos que la captura en equilibrio por unidad de esfuerzo como función del esfuerzo es:

$$C_{\infty} / f = qB_{\infty} [1 - qfB_{\infty} / GM]^{1/(n-1)} \quad (2.3.5)$$

En la figura (2.3.1) tenemos las gráficas de estas relaciones de equilibrio para diferentes valores de n.

Las relaciones de equilibrio son de interés para el manejo de pesquerías y como mencionamos en la introducción de este trabajo, los modelos de producción se utilizan para deducir el RMS que es la máxima captura en equilibrio.

De la expresión (2.3.4) para la captura en equilibrio como función del esfuerzo de pesca f constante, encontramos que su valor máximo es :

$$RMS = M \quad (2.3.6)$$

el cual se obtiene con un esfuerzo constante:

$$f_{RMS} = ((n-1)/n)GM/qB_{\infty} \quad (2.3.7)$$

y de estas relaciones se tiene que la captura por unidad de esfuerzo (CPUE) correspondiente al RMS es:

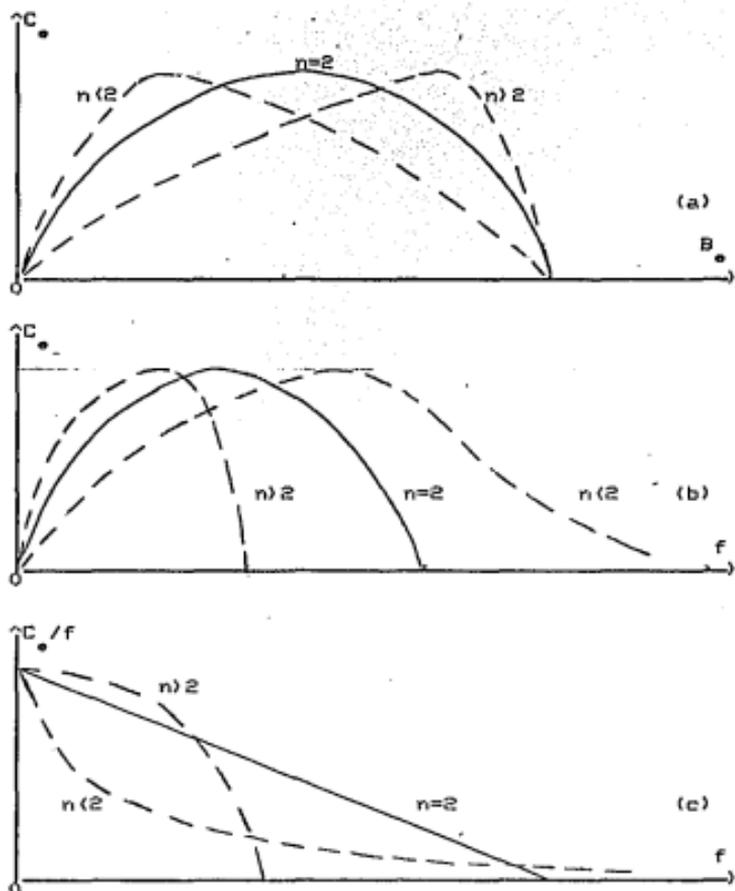
$$U_{RMS} = RMS / f_{RMS} = (n/n-1)qB_{\infty}/G \quad (2.3.8)$$

mientras que de la expresión (2.3.1) encontramos que la biomasa a la cual ocurre el RMS es :

$$B_{RMS} = p = B_{\infty} n^{1/(1-n)} \quad \text{-----} \quad (2.3.9)$$

Para el caso límite ($n=1$) en donde encontramos el modelo de Fox, los valores óptimos anteriores son ahora los siguientes:

$$RMS = M, \quad f_{RMS} = eM/qB_{\infty}, \quad B_{RMS} = B_{\infty}/e, \quad U_{RMS} = qB_{\infty}/e$$



Figura(2.3.1) (a)_Curva de captura en equilibrio(C_e) contra biomasa en equilibrio(B_e) en el modelo logístico generalizado para diferentes valores de n
 (b)_Curva de captura en equilibrio contra esfuerzo para el modelo logístico generalizado con diferentes valores de n
 (c)_Curva de captura en equilibrio por unidad de esfuerzo contra esfuerzo para el modelo logístico generalizado con diferentes valores de n .

2.4 SITUACION DE DESEQUILIBRIO

Para obtener las relaciones de equilibrio antes mencionadas hay que estimar los parámetros del modelo logístico generalizado, y para ésto utilizamos los datos de captura y esfuerzo correspondientes a la población en explotación que nos interesa, pero nos encontramos con el inconveniente de que estos datos no corresponden a una situación de equilibrio, ya que para ésto se requiere que el esfuerzo de pesca f se mantenga constante por un intervalo de tiempo grande para llegar a una situación de equilibrio, pero ésto no ocurre, sino que lo más que podemos suponer es que el nivel de esfuerzo pesquero f se mantiene constante durante intervalos de tiempo anuales. En tal caso, considerando que se aplica un esfuerzo de pesca constante f_i durante el año i , que comprende el intervalo (t_{i-1}, t_i) , la biomasa evoluciona de acuerdo a las ecuaciones (2.1.8) y (2.1.10) para los casos en que n es diferente de 1 y n es igual a 1 respectivamente. Así, que cuando n es diferente de 1, la biomasa como función del tiempo es:

$$B(t) = [B_0^{1-n} + A \exp\left(\left[\frac{GM}{B_\infty} - F_i\right](1-n)t\right)]^{1/(1-n)} \quad \text{--- (2.4.1)}$$

donde:

$$F_i = qf_i$$

$$B = B_\infty [1 - F_i B_\infty / GM]^{1/(n-1)}$$

$$A = B_{i-1}^{1-n} - B_0^{1-n}$$

siendo $B_{i-1} = B(t_{i-1})$ = biomasa al inicio del año i

y para el caso límite ($n \rightarrow 1$), esta función es:

$$B(t) = B_0 [B_0/B_\infty] \exp(-At) \quad \text{-----} \quad (2.4.2)$$

donde:

$$F_i = qf_i$$

$$A = eM/B_\infty$$

$$B_0 = B_\infty / \exp(F_i/A)$$

mientras que la captura obtenida durante el i -ésimo año será:

$$C_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} dC(t) = \int_{t_{i-1}}^{t_i} F_i B(t) dt \quad \text{-----} \quad (2.4.3)$$

donde $B(t)$ está dado por (2.4.1) o (2.4.2) según sea el valor del parámetro n .

No se ha encontrado una expresión cerrada para la integral de la función de (2.4.1), por lo cual, se utilizará un método de integración numérica para obtener C_i cuando sea necesario. En el caso particular $n = 2$, se ha encontrado una expresión cerrada para la integral anterior, que nos da la captura anual C_i obtenida durante el i -ésimo año de explotación con un esfuerzo constante f_i , ésta, que se deduce en el Apéndice(A.2) es la siguiente:

$$C_i = q f_i B_{oi} [1 - (1 - 4M/F_i B_{\infty}) F_i^{-1} \ln(H_i)] \quad (2.4.4)$$

donde:

$$B_{oi} = [4M - B_{\infty} F_i] B_{\infty} / 4M$$

$$D_i = (B_{oi} - B_{i-1}) / B_{i-1}$$

$$B_{i-1} = B(t_{i-1})$$

$$H_i = [1 + D_i \exp(F_i - 4M/B_{\infty})] / [1 + D_i]$$

En la figura (2.4.1) tenemos curvas típicas de evolución de la biomasa y la captura para una población que se explota en condiciones de desequilibrio aplicando esfuerzos f_i constantes en intervalos de tiempo anuales pero que generalmente difieren de un año a otro. Debido a que la biomasa durante el año i -ésimo depende finalmente de biomasa B_{i-1} al inicio del año mencionado, tenemos que la evolución de la biomasa durante el año i -ésimo, depende finalmente de la biomasa B_0 al instante t_0 , así como de los esfuerzos f_1, f_2, \dots, f_i aplicados desde t_0 hasta t_i , así que el modelo de la captura en desequilibrio será:

$$C_i = C_i(f_i; \theta) = C(f_1, f_2, \dots, f_i; \theta)$$

$$\text{con } \theta = (B_0, B_{\infty}, M, q, n)$$

Si consideramos que los datos de captura se observan con error mientras que los esfuerzos se consideran no aleatorios, tendremos que el modelo para las capturas anuales C_i observadas al aplicar los esfuerzos f_i correspondientes durante el año i será:

$$C_t = \tilde{C}_t(f_t; \theta) + E_t \quad \text{-----} \quad (2.4.5)$$

donde la función anterior es la integral dada en (2.4.3). A partir de este modelo de regresión no-lineal y utilizando datos de captura anual C_1, \dots, C_k y esfuerzos f_1, \dots, f_k , podemos estimar el vector de parámetros θ . En este trabajo utilizaremos el método de Gauss-Newton.

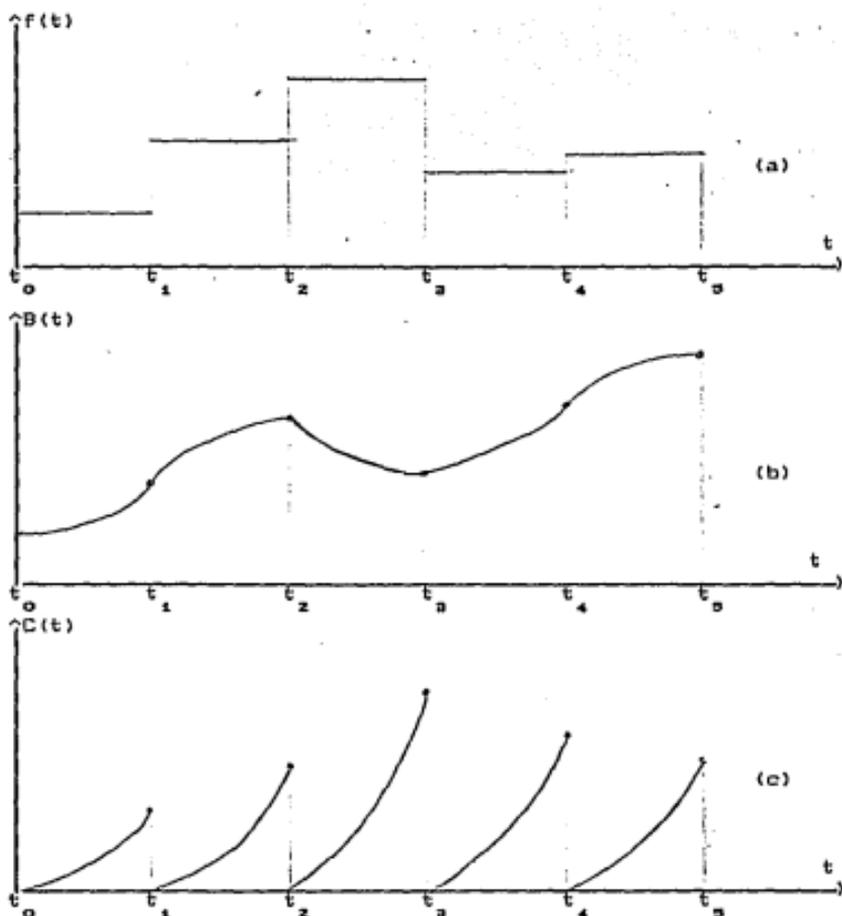


Figura (2.4.1) (a) _ Gráfica de esfuerzo(f) cuando se mantiene constante por períodos anuales
 (b) _ Evolución de la biomasa para una función de esfuerzos como la de (a)
 (c) _ Curva de captura para la situación de desequilibrio de las gráficas (a) y (b)

CAPITULO 3

SINOPSIS DE REGRESION NOLINEAL

3.1 ESTIMACION

En el capítulo anterior quedó postulado el modelo de regresión no lineal:

$$C_i = \tilde{C}_i(f_i; \theta) + \epsilon_i \quad i=1,2,\dots,N$$

donde la función $\tilde{C}_i(f_i; \theta)$ es la captura anual calculada según (2.4.3) para el año i , y además $f_i = (f_{i1}, f_{i2}, \dots, f_{in})'$ son los esfuerzos de pesca aplicados durante los i primeros años sucesivos. $\theta = (B_0, B_{\infty}, M, q, n)'$ es el vector de parámetros. Los errores $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_N$ suponemos que son v.a.i.i.d $N(0, \sigma^2)$. Este modelo puede expresarse en forma matricial así:

$$\underline{C} = \tilde{C}(\underline{f}, \theta) + \underline{\epsilon} \quad \text{-----} \quad (3.1.1)$$

donde

$$\begin{aligned} \underline{C} &= (C_1, C_2, \dots, C_N)' \\ \underline{f} &= (f_{11}, f_{12}, \dots, f_{1n})' \\ \tilde{C} &= (\tilde{C}_1(f_{11}; \theta), \dots, \tilde{C}_N(f_{N1}; \theta))' \\ \underline{\epsilon} &= (\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_N)' \sim N(\underline{0}, \sigma^2 I) \end{aligned}$$

siendo I la matriz identidad de N por N .

El método de estimación que seguimos en este trabajo es el de mínimos cuadrados no lineal (MCNL), según el cual el estimador de θ será el vector $\hat{\theta}$ que minimiza la longitud del vector de error:

$$\underline{e}(\theta) = (\underline{C} - \tilde{\underline{C}}(\underline{f};\theta))$$

esto es, la función objetivo a minimizar es :

$$Q(\theta) = [\underline{C} - \tilde{\underline{C}}(\underline{f};\theta)]' [\underline{C} - \tilde{\underline{C}}(\underline{f};\theta)] \quad \text{-----} \quad (3.1.2)$$

Para obtener el vector $\hat{\theta}$ que minimiza $Q(\theta)$, seguiremos el procedimiento iterativo de Gauss-Newton, el cual es un método basado en la linealización de la función $\tilde{\underline{C}}(\underline{f};\theta)$ según el desarrollo de Taylor alrededor de una aproximación inicial conocida θ_1 , que se supone cercana al valor verdadero θ_0 del parámetro desconocido. Sea θ_1 una aproximación inicial de θ_0 , y sea $X^{(1)}$ la matriz cuyo elemento ij es la derivada parcial:

$$X_{ij}^{(1)} = (\partial \tilde{C}_{li}(\underline{f};\theta) / \partial \theta_j)_{\theta=\theta_1} \quad \text{-----} \quad (3.1.3)$$

El desarrollo de Taylor de la función $\tilde{\underline{C}}(\underline{f};\theta)$ alrededor de $\theta = \theta_1$, despreciando las derivadas parciales de orden mayor que 1 es:

$$\tilde{\underline{C}}(\underline{f};\theta) \cong \tilde{\underline{C}}(\underline{f};\theta_1) + X^{(1)}(\theta - \theta_1) \quad \text{-----} \quad (3.1.4)$$

La estimación minimocuadrática será aquella que minimiza la forma cuadrática (3.1.2). El procedimiento iterativo de Gauss-Newton consiste en elegir a partir de θ_1 , como mejor aproximación de θ_0

al vector $\underline{\theta} = \underline{\theta}_2$ que minimiza la aproximación de la forma cuadrática (3.1.2), que resulta al sustituir $\tilde{C}(\underline{f}; \underline{\theta})$ por la aproximación dada en (3.1.4):

$$Q(\underline{\theta}) = \langle \underline{C} - \tilde{C}(\underline{f}; \underline{\theta}_1) - X^{(1)}(\underline{\theta} - \underline{\theta}_1) \rangle' \langle \underline{C} - \tilde{C}(\underline{f}; \underline{\theta}_1) - X^{(1)}(\underline{\theta} - \underline{\theta}_1) \rangle \quad (3.1.5)$$

Si X es de rango completo, tenemos que el vector $\underline{\theta} = \underline{\theta}_2$ que minimiza el lado derecho de (3.1.5) es:

$$\underline{\theta}_2 = \underline{\theta}_1 + [X^{(1)'} X^{(1)}]^{-1} X^{(1)'} [\underline{C} - \tilde{C}(\underline{f}; \underline{\theta}_1)] \quad (3.1.6)$$

Este procedimiento se repite, sustituyendo $\underline{\theta}_1$ por $\underline{\theta}_2$ para obtener $\underline{\theta}_3$; continuando iterativamente, obtenemos la secuencia de aproximaciones sucesivas $\underline{\theta}_1, \underline{\theta}_2, \underline{\theta}_3, \dots$; este procedimiento se detiene cuando se satisface un criterio de convergencia que mencionaremos más adelante, o cuando no se alcanza la convergencia después de un número de iteraciones predeterminado. Cuando la sucesión de iteraciones converge según el criterio dado, obtenemos una estimación $\hat{\underline{\theta}}$ de $\underline{\theta}$. Existe una modificación dada por Hartley, H. D. (1964) del algoritmo original para los casos en que $\underline{\theta}_2$ no supera a $\underline{\theta}_1$, esto es cuando $SCE(\underline{\theta}_2)$ no es menor que $SCE(\underline{\theta}_1)$. Si representamos el segundo término de (3.1.6) por \underline{D}_1 , esta igualdad es:

$$\underline{\theta}_2 = \underline{\theta}_1 + \underline{D}_1$$

La modificación propuesta por Hartley al algoritmo de Gauss-Newton, consiste en buscar un punto del segmento que une a

θ_1 y θ_2 , para el cuál se tenga que la $SCE(\theta_2)$ correspondiente sea menor que $SCE(\theta_1)$. Esto equivale a buscar un número λ en el intervalo (0,1), tal que :

$$SCE(\theta_1 + \lambda D_1) < SCE(\theta_1)$$

y en tal caso tomar

$$\theta_2 = \theta_1 + \lambda D_1$$

En la sección 4.2 se explica con mayor detalle la búsqueda de tal λ . Repitiendo este proceso, tomando en el siguiente paso θ_2 el lugar de θ_1 obtenemos la siguiente iteración θ_3 ; de esta manera obtenemos la sucesión $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots$; teniendo como criterio de convergencia que el proceso iterativo se detiene cuando para alguna k :

$$i) \quad SCE(\theta_k) - EPSS < SCE(\theta_{k+1}) < SCE(\theta_k)$$

o bien

$$ii) \quad SCE(\theta_{k+1}) < SCE(\theta_k) - EPSS$$

y

$$|\theta_{(k+1),i} - \theta_{ki}| < EPSD \quad \text{para todo } i=1,2,\dots,p$$

siendo $p=5$ el número de parámetros del modelo

y donde para valores dados de E_1 , E_2 y t , se tiene que $EPSS$ Y $EPSD$ estan dados para cada k y cada i por:

$$EPSD = [\theta_{ki} + t]E_1$$

$$EPSS = [SCE(\theta_k)]/2]E_2$$

3.2 PROPIEDADES DE LOS ESTIMADORES Y MATRIZ DE COVARIANZAS

De acuerdo con nuestra notación Gallant, R(1987) prueba que para el estimador $\hat{\theta}$ de θ_0 se tiene que:

$$\hat{\theta} = \theta_0 + [X^{(0)}, X^{(0)}]^{-1} X^{(0)} \varepsilon + o_p(1/\sqrt{N}) \quad (3.2.1)$$

mientras que para el estimador $\hat{\sigma}^2$ de σ^2 se tiene que :

$$\hat{\sigma}^2 = (\varepsilon' [I-H] \varepsilon) / (N-p) + o_p(1/N) \quad (3.2.2)$$

siendo I la matriz identidad $N \times N$ y donde la matriz H está dada por:

$$H = X^{(0)} [X^{(0)}, X^{(0)}]^{-1} X^{(0)}$$

mientras que ε es el vector residual:

$$\varepsilon = \underline{y} - \tilde{C}(f; \hat{\theta})$$

y además $o_p(a_N)$ representa en general una matriz aleatoria

$X_N = o_p(a_N)$, tal que cada elemento ij satisface:

$$P(|X_{ij}/a_N| > \delta) \rightarrow 0 \text{ cuando } N \rightarrow \infty$$

para cualquier $\delta > 0$ y (a_N) alguna sucesión de números reales.

Así en nuestro caso, tenemos que en la primera igualdad, $o_p(a_N)$ es un vector $p \times 1$ aleatorio y además $a_N = 1/\sqrt{N}$; mientras que en la segunda igualdad sucede que $o_p(a_N)$ es una variable aleatoria y la sucesión de reales es $a_N = 1/N$.

Por lo anterior tenemos que para N grande, se cumple que

aproximadamente:

$$\hat{\theta} = \theta_0 + [X^{(0)}, X^{(0)}]^{-1} X^{(0)} \underline{e} \quad \text{-----} \quad (3.2.3)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \underline{e}' [I-H] \underline{e} / (N-p) \quad \text{-----} \quad (3.2.4)$$

Estas relaciones son análogas a las que surgen en regresión lineal. Suponiendo que $\underline{e} \sim N(0, \sigma^2 I)$, tenemos que aproximadamente:

$$\hat{\theta} \sim N_p(\theta_0, \sigma^2 [X^{(0)}, X^{(0)}]^{-1})$$

$$(N-p) \hat{\sigma}^2 / \sigma^2 \sim \chi_{(N-p)}^2$$

y además $\hat{\sigma}^2$ y $\hat{\theta}$ son independientes.

De acuerdo con Seber, G.A.F. (1966) conforme $N \rightarrow \infty$, $\hat{\theta}$ tiene las propiedades asintóticas de consistencia y eficiencia bajo suposiciones razonables de la función $\tilde{C}(\underline{f}; \theta)$. Por su parte Gallant, A.R. (1975) comenta que los intervalos de confianza para un elemento de θ basados en el estadístico t , dan resultados razonables para valores moderados de N . En el caso no lineal, los estimadores dejan de ser insesgados (como en regresión lineal), Box, M.J. (1971) ha dado una expresión para calcular el sesgo de $\hat{\theta}$. El estimador de la matriz de covarianzas de $\hat{\theta}$, será:

$$\hat{V}(\hat{\theta}) = (\hat{X}' \hat{X})^{-1} \hat{\sigma}^2 \quad \text{-----} \quad (3.2.1)$$

donde \hat{X} es la matriz de derivadas parciales de $\tilde{C}(\underline{f}; \theta)$ evaluadas en

$\theta = \hat{\theta}$, y el estimador de la varianza de los errores ε_i está dado por:

$$S^2 = Q(\hat{\theta}) / (N-p) \quad \text{-----} \quad (3.2.2)$$

3.3 PRUEBAS DE HIPOTESIS

En esta sección obtenemos un estadístico W adecuado para probar la hipótesis

$$H_0 : A\theta = b$$

$$\text{contra } H_1 : A\theta \neq b$$

donde A es una matriz $r \times p$, $r < p$, de rango r

b es un vector $r \times 1$

θ es el vector de parámetros desconocido

Considerando que como mencionamos en la sección anterior, el estimador $\hat{\theta}$ obtenido por mínimos cuadrados tiene una distribución aproximadamente normal, con media θ y matriz de covarianzas $V(\hat{\theta}) = \sigma^2 [X^{(0)}, X^{(0)}]^{-1}$, se tiene que un estadístico que podemos utilizar para la prueba es:

$$W = (A\hat{\theta} - b) D^{-1} (A\hat{\theta} - b) / (qS^2) \quad \text{-----} \quad (3.3.1)$$

donde $D = A(\hat{X}'\hat{X})^{-1}A'$

$$S^2 = \text{SCE}(\hat{\theta}) / (n-p) = Q(\hat{\theta}) / (n-p)$$

siendo \hat{X} dada en (3.1.3) evaluada en $\theta = \hat{\theta}$.

La hipótesis $H_0 : A\theta = b$ será rechazada si $W > c$ donde $P(W > c | H) = \alpha$. No se conoce la distribución de W pero Gallant, A. R. (1974) obtiene que W se distribuye aproximadamente como

una variable aleatoria con distribución F no central con r grados de libertad en el numerador y n-p grados de libertad en el denominador, y parámetro de no centralidad:

$$\lambda = (A\theta_0 - b)' D^{-1} (A\theta_0 - b) / (2\sigma^2)$$

así que el punto crítico c de W tal que:

$$P [W > c | \lambda=0] = \alpha$$

puede obtenerse directamente de la distribución F central con r grados de libertad en el numerador y n-p grados de libertad en el denominador, debido a que bajo la hipótesis H_0 , el parámetro de no centralidad es $\lambda=0$. Por lo tanto:

Si $W > c$, Rechazamos la hipótesis $H_0 : A\theta = \underline{b}$

CAPITULO 4

IMPLEMENTACION DEL MODELO NOLINEAL

4.1 EVALUACION DEL MODELO Y SU DERIVADA

Al trabajar con el MPG reparametrizado, la función de capturas anuales (2.4.3) que debemos ajustar a datos de captura y esfuerzo (C_i, f_i) , como ya vimos es:

$$\tilde{C}_i(f_i; \Theta) = F_i \int_{t_{i-1}}^{t_i} B(t) dt \quad \text{-----} \quad (4.1.1)$$

con $B(t) = [B_{\infty}^{1-n} + A \exp\{(GM/B_{\infty} - F_i)(1-n)t\}]^{1/(1-n)}$

siendo:

$$f_i = (f_{i1}, f_{i2}, \dots, f_{il})'$$

$$F_i = qf_i$$

$$B_{\infty} = B_{\infty} [1 - F_i B_{\infty} / GM]^{1/(1-n)}$$

$$A = B_{i-1}^{1-n} - B_{\infty}^{1-n}$$

$$B_{i-1} = B(t_{i-1}) = \text{biomasa al inicio del año } i$$

La función $B(t)$ tiene un buen comportamiento, como lo podemos ver en las gráficas de la sección 2.2 pero resulta que su integral no tiene una forma cerrada, así que tenemos que utilizar un método

numérico para evaluar dicha integral.

El buen comportamiento de la función, nos permite elegir el método de integración numérica rectangular dado por (4.1.2):

$$\int_{t_{l-1}}^{t_l} B(t) dt \cong \sum_{j=1}^m B(y_j) (x_j - x_{j-1}) \quad \text{-----} \quad (4.1.2)$$

con las x_j formando una partición del intervalo (t_{l-1}, t_l)

donde

$$t_{l-1} = x_0 < x_1 < \dots < x_m = t_l$$

y además

$$x_j - x_{j-1} = (t_l - t_{l-1})/m \quad \text{y a su vez} \quad y_j = (x_{j-1} + x_j)/2$$

Este algoritmo de integración se implantó en la subrutina PRODD, en donde se utiliza con un valor de $m = 100$ cuando se tiene que evaluar la función de capturas anuales con un valor del parámetro n diferente de 2, mientras que cuando n es igual a 2, se utiliza la expresión (2.4.4) que se obtuvo anteriormente para dichas capturas.

El método de Gauss-Newton utilizado aquí para estimar los parámetros del modelo, requiere de la evaluación de las derivadas parciales de primer orden y éstas se obtuvieron numericamente tomando como aproximación las diferencias centradas dadas por (4.1.3):

$$\partial C_l(f_l; \theta) / \partial \theta_j \cong [\tilde{C}_l(f_l; \theta + h e_j) - \tilde{C}_l(f_l; \theta - h e_j)] / 2h \quad (4.1.3)$$

siendo e_j el vector cuyo j -ésimo elemento es 1 y los demás ceros la longitud de paso utilizada fué $h=10^{-6}$

El algoritmo de derivación numérica se utiliza en la subrutina DNUM1 tanto en el caso en que el parámetro n es diferente de 2 como cuando es igual a 2, ya que en el primer caso no contamos con una expresión analítica para la función de capturas anuales, y en el segundo caso, aunque sí contamos con tal expresión analítica dada por (2.4.4), ésta resulta ser una función recursiva, razón por la cual las expresiones para las derivadas parciales se obtienen utilizando la regla de la cadena y el procedimiento produce expresiones bastante complicadas.

4.2 ESTIMACION NO LINEAL

La subrutina RRMESN estima los parámetros del modelo siguiendo el procedimiento de Gauss-Newton, obteniendo en cada iteración, la dirección del paso D_i con la subrutina RRGNST, mientras que la sucesión $\{\lambda_i\}$ de longitudes de paso, que produce RRMESN en la implantación de la modificación de Hartley, está dada por:

$$\lambda_1 = 1$$

$$\lambda_i - \lambda_{i-1} = 0.1 \quad \text{para } i=1,2,3,4,5$$

$$\lambda_i = (1/2)\lambda_{i-1} \quad \text{para } i>5$$

Para los parámetros E_1 , E_2 y t necesarios para el criterio de convergencia del algoritmo, hemos dado los valores 10^{-10} , 10^{-10} y 1 respectivamente a través de la subrutina NOLIN, que es utilizada para definir estos parámetros así como también el número máximo de iteraciones.

La subrutina RRMESN se interrumpe cuando no se satisface el criterio de convergencia mencionado anteriormente al llegar al número máximo de iteraciones dado en NOLIN, y que hemos fijado en 50. Debido a la gran cantidad de tiempo de procesador que requiere cada iteración, es importante elegir una buena estimación inicial de los parámetros para tomarla como aproximación inicial del procedimiento de estimación aquí tratado. Por esta razón es que se han implantado en este programa, dos algoritmos para la obtención de la estimación inicial del vector de parámetros del modelo, que se describen posteriormente.

Para la determinación del paso D_1 , la subrutina RRGNST requiere de acuerdo con (3.1.6) de la inversión de la matriz $X'X$, tarea que es llevada a cabo por la subrutina LINVIP la cual, produce una inversa generalizada cuando la matriz a invertir es singular. Así, cuando en una iteración la matriz X de derivadas parciales es de rango incompleto, el algoritmo no se interrumpe, sino que utiliza la inversa generalizada generada por LINVIP reduciendo así, en esta iteración la suma de cuadrados de error. Además, cuando se tiene el caso de rango incompleto en una iteración, RRMESN imprime

un mensaje con esta información así como con el rango de la matriz de derivadas parciales correspondiente.

Una vez que se satisface el criterio de convergencia de las iteraciones mencionado en la sección anterior, obtenemos la estimación del vector y posteriormente, la subrutina COVA evalúa e imprime la matriz (3.2.1) de covarianza asintótica.

4.3 PRUEBAS DE HIPOTESIS

Esta prueba de Hipótesis se encuentra implantada en la subrutina HIPD1, la cual toma las estimaciones del vector de parámetros y de la matriz de covarianza asintótica obtenidos previamente por RRMESN y COVA, mientras que la matriz A y el vector b son proporcionados por el usuario.

4.4 ESTIMACION INICIAL DE PARAMETROS POR APROXIMACION

El éxito del procedimiento de Gauss-Newton en la convergencia de las iteraciones hacia el mínimo de la función objetivo depende de la buena elección de la aproximación inicial del vector de parámetros elegida. El esquema que se sigue en este trabajo para encontrar una estimación inicial del vector de parámetros θ_0 , está basado en el modelo de regresión (4.4.1) que se deduce en el

apéndice (A.3):

$$Y_t = B_1 X_{t1} + B_2 X_{t2} + B_3 X_{t3} + \epsilon_t \quad \text{-----} \quad (4.4.1)$$

donde

$$Y_t = U_{t+1} - U_{t-1}$$

$$X_{t1} = U_t, \quad X_{t2} = U_t^n, \quad X_{t3} = C_t$$

$$B_1 = GM/B_\infty, \quad B_2 = -GMq/(B_\infty q)^{n-1}, \quad B_3 = -q$$

$$U_t = C_t/f_t$$

$$E_1, E_2, \dots, E_{N-1} \text{ son vauid } N(0, \sigma_0^2)$$

Una vez que se ajusta el modelo anterior a los datos de captura y esfuerzo (C_t, f_t) para $i = 1, 2, \dots, N$ para un valor fijo del parámetro n , estimamos las B_s y obtenemos B_∞, M y q despejándolos de las relaciones anteriores. Para obtener una estimación inicial de B_0 , utilizamos el valor de q resultante del ajuste anterior, en la expresión (4.4.2) que deducimos en el apéndice (A.4) siguiendo un esquema de interpolación para el valor de la biomasa de la población durante los dos primeros años de explotación.

$$B = (3/2q)C / f - (1/2q)C / f \quad \text{-----} \quad (4.4.2)$$

La subrutina BUSCAR2 obtiene la estimación inicial del vector de parámetros aquí propuesta, para diferentes valores del parámetro n a partir de un n inicial y con un incremento de n constante, de tal manera que el usuario pueda seguir la siguiente estrategia para obtener una aproximación inicial para el ajuste del modelo de producción generalizado con n variables:

PASO 1

Para $n = 0.2$ encontrar una estimación inicial de los parámetros (B_0, B_∞, M, q) con el esquema anterior y ajustar el modelo de regresión no lineal (3.1.1) para el n fijo elegido, obteniendo la suma de cuadrados de error.

PASO 2

Repetir el PASO 1 para $n = 0.8, 1.2, \dots, 3.6, 4.0$ y elegir finalmente como estimación inicial para ajustar el modelo de producción generalizado con n variable, el valor de n y la estimación no lineal de B_0, B_∞, M y q obtenidas en el PASO 1 con la menor suma de cuadrados de error asociada.

4.5 ESTIMACION INICIAL POR BUSQUEDA ALEATORIA

Cuando por experiencia o información previa sabemos que el vector de parámetros θ_0 se encuentra en un dominio D contenido en R^p , podemos obtener una estimación inicial θ_1 de θ_0 que luego será utilizada como aproximación inicial para el procedimiento de estimación no lineal de Gauss-Newton. El algoritmo que produce la estimación inicial es el conocido como BUSQUEDA ALEATORIA, que se encuentra codificado en la subrutina BUSCA1 y que consta de los siguientes pasos:

PASO 1

Dado un entero positivo k , generar los vectores $\underline{\theta}_1, \underline{\theta}_2, \dots, \underline{\theta}_k$ en el dominio D , con alguna función de densidad de de probabilidad (fdp) $f_{\underline{\theta}}$, tal que $f_{\underline{\theta}}(\underline{\theta}) > 0$ cuando $\underline{\theta}$ se encuentra en D y cero de otra forma.

Paso 2

Obtener $Y_i = Q(\underline{\theta}_i) = \| \underline{C} - \underline{C}(f; \underline{\theta}_i) \|^2$

Paso 3

Estimar $Q^* = \min\{ Q(\underline{\theta}) \mid \underline{\theta} \in D \}$ con $Y_k^* = \min\{ Y_1, Y_2, \dots, Y_k \}$

PASO 4

Tomar como estimación inicial $\underline{\theta}_1$ de $\underline{\theta}_0$ al vector $\underline{\theta}$ tal que $Y_k^* = Q(\underline{\theta})$

En lo concerniente a la convergencia del algoritmo, tenemos que la fdp dada en el paso 1, define una medida de probabilidad P en la familia B de borelianos de D , con lo cual tenemos un espacio de probabilidad (D, B, P) , mientras que por ser Q una función continua, es una función medible y así

$$Y = Q(\underline{\theta})$$

es una variable aleatoria con función de distribución F_Y dada por:

$$\begin{aligned} F_Y(y) &= P_Y(Y \leq y) \\ &= P_Y(Q(\underline{\theta}) \leq y) \\ &= P_{\underline{\theta}}(\underline{\theta} \in D \mid Q(\underline{\theta}) \leq y) \end{aligned}$$

Como $\underline{\theta}$ son vectores aleatorios iid. se

tiene que Y_1, Y_2, \dots, Y_k también son va.s iid.
 Considerando esta estructura probabilística de Y_1, Y_2, \dots, Y_k
 Rubinstein, R.Y(1981) prueba la siguiente:

PROPOSICION : Suponiendo que P asigna una probabilidad
 positiva a toda vecindad de $\underline{\theta}_0$ y suponiendo que Q es continua
 entonces

cuando $k \rightarrow \infty$, $Y_k^* \rightarrow Q^*$ casi seguramente.

Este resultado nos asegura que cualquier sucesión

$$Y_i = Q(\underline{\theta}_i), \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

que tomemos, converge a $\underline{\theta}_0$.

La elección de p o mas bien de la fdp del paso 1, depende del
 conocimiento previo que tengamos de $\underline{\theta}_0$, y en un caso como el
 nuestro, donde una vez que proponemos un dominio D que
 contiene al parámetro $\underline{\theta}_0$, no sabemos que región tiene mayor
 probabilidad de contener a $\underline{\theta}_0$, la distribución a dar es la
 uniforme o no informativa.

CAPITULO 5

EJEMPLOS

5.1 PESQUERIA ATUN ALETA AMARILLA DEL PACIFICO ESTE

Los datos de captura y esfuerzo procesados en este ejemplo fueron tomados de Pella y Tomlinson(1969), y corresponden a la explotación de la población de atún aleta amarilla del Pacífico Este, en el intervalo de tiempo que va de 1934 a 1967. Por la procedencia de esta información tenemos la posibilidad de comparar los resultados logrados con el programa BIOMASA, con los obtenidos con el programa GENPROD utilizado en el artículo mencionado.

Las capturas anuales dadas en millones de libras y los esfuerzos de pesca dados en miles de días/barco, son los siguientes:

NUM	AÑO	CAPTURA ANUAL	ESFUERZO	CPUE ANUAL
1	1934	60.9130	5.8790	10.3611
2	1935	72.2940	6.2950	11.4844
3	1936	78.3530	6.7710	11.5719
4	1937	91.5220	8.2330	11.1165
5	1938	78.2880	6.8300	11.4624
6	1939	110.418	10.488	10.5280
7	1940	114.590	10.801	10.6092
8	1941	76.8410	9.5840	8.01763
9	1942	41.9650	5.9610	7.03993
10	1943	50.0580	5.9300	8.44148
11	1944	64.8690	6.4750	10.0184
12	1945	89.1940	9.3770	9.51200

13	1946	129.701	13.958	9.29223
14	1947	160.151	20.383	7.85709
15	1948	206.993	24.781	8.35289
16	1949	200.070	23.923	8.36308
17	1950	224.810	31.856	7.05707
18	1951	186.015	18.403	10.1079
19	1952	195.277	34.834	5.60593
20	1953	140.042	36.356	3.85196
21	1954	140.033	26.228	5.33907
22	1955	140.865	17.198	8.19078
23	1956	177.026	27.205	6.50711
24	1957	163.020	26.768	6.09011
25	1958	148.450	31.135	4.76795
26	1959	140.484	28.198	4.98206
27	1960	243.331	35.841	6.81708
28	1961	230.886	41.646	5.54401
29	1962	174.063	42.248	4.12003
30	1963	145.469	33.303	4.36804
31	1964	203.882	42.090	4.84395
32	1965	180.086	43.228	4.16596
33	1966	182.294	40.393	4.51301
34	1967	178.944	33.814	5.29201

Tabla (5.1.1) Capturas y esfuerzos anuales de atún aleta amarilla del Pacífico Este durante los años 1934-1967

El desarrollo del proceso de estimación y pruebas de hipótesis para esta información se da en los siguientes pasos:

PASO 1 BUSQUEDA DE ESTIMACION INICIAL

En este caso, primeramente estimaremos los parámetros para el modelo de producción simple (MPS) de Schaefer ($n=2$) y posteriormente utilizaremos esta estimación como aproximación inicial para el modelo de producción generalizado (MPG).

Inicialmente elegimos el MPS de Schaefer con la OPCION MODELO que de entrada presenta el programa BIOMASA. A continuación obtenemos una estimación inicial de parámetros para este modelo con el método de búsqueda aleatoria tratado en la sección (4.3), eligiendo

la:

OPCION 4 = EI ALEATORIA

y dando los siguientes intervalos de búsqueda para los parámetros:

- (100.0, 200.0) para B_0
- (100.0, 200.0) para B_{∞}
- (50.0, 150.0) para M
- (0.001, 0.100) para q

El número de búsquedas a realizar se fijó en 100 y se obtuvo como resultado la siguiente impresión:

*** BUSQUEDA ALEATORIA DE ESTIMACION INICIAL ***					
I	SC	B_0	B_{∞}	M	q
1	223665	165.291	181.078	141.700	.020207
2	181703	141.101	154.744	113.677	.064378
3	292255	168.595	139.951	122.384	.094377
4	124594	131.397	149.020	115.531	.052433
5	135538	187.407	105.396	18.027	.052533
.
.
.
91	476755	105.478	181.678	89.618	.008722
92	245537	196.189	119.126	112.422	.090766
93	331016	109.910	186.783	80.1505	.016430
94	384356	116.358	108.034	82.7928	.081848
95	238978	148.220	148.476	90.8461	.029967
96	444463	120.857	111.295	126.450	.015469
97	463509	177.953	183.146	64.0372	.042949
98	205461	104.777	122.269	96.6012	.042041
99	622427	124.739	119.216	141.759	.079280
100	320798	134.581	127.563	140.504	.020686

*** RESULTADOS ***

SC(Y0) = 788325
NUM. DE BUSQUEDAS = 100
NUM. DE MEJORAS = 9
NUM. DE ARGUM. GDES. = 0
FUN. OBJ. = 49601.1
PARAMETROS : 124.005 113.620 149.968 .089925

Tabla (5.1.2) Resumen de Búsqueda aleatoria de estimación inicial para el ejemplo de Atón.

A continuación ajustamos el MPS de Schaefer utilizando como estimación inicial los valores de los parámetros obtenidos en la OPCION 4 con menor SCE. Para obtener esta estimación solo elegimos la:

OPCION 5 = NDLIN

La rutina implementada en esta opción toma directamente como estimación inicial para el procedimiento iterativo de estimación, los valores de los parámetros que generó la OPCION 4 elegida anteriormente.

Las iteraciones generadas por la OPCION 5, así como la estimación de parámetros, la matriz de covarianzas asintótica y los valores de equilibrio óptimo son los siguientes:

ITER	FN.OBJ.	ALFA	B ₀	B _∞	M	q
0	49601.1		124.005	113.620	149.968	.089925
1	18641.0	1.0	146.458	154.966	184.386	.066693
2	17438.9	1.0	155.788	163.428	185.577	.069096
3	17411.8	1.0	148.639	156.261	186.819	.072084
4	17410.6	1.0	151.178	159.236	186.742	.070838
FIN	17410.5		150.511	158.457	186.764	.071213

MAT. COV.

B ₀	B _∞	M	q
76246.5	6866.03	-210.205	-3.29187
6866.03	7039.19	-163.025	-3.20982
-210.205	-163.025	33.2937	.079406
-3.29187	-3.20982	-.079406	.001481

*** ESTIMACION DE PARAMETROS PARA EL ***
 *** MODELO DE PRODUCCION GENERALIZADO ***

ESTIMACION			
150.511	158.457	186.764	.071213

DESV. EST.			
276.128	83.8999	5.77007	.038496

	T STUDENT		
.545077	1.88864	32.3677	1.84986
*** VALORES DE EQUILIBRIO OPTIMOS ***			
	RMS	=	186.764
	FRMS	=	33.1018
	URMS	=	5.64209
	BRMS	=	79.2283

Tabla (5.1.3) Resumen de la estimación del modelo de Schaefer para el ejemplo de atún del Pacífico Este.

ESTIMACION INICIAL CON LA OPCION 3

Además de la estimación inicial que se obtuvo para la estimación no lineal de parámetros para el MPS de Schaefer ($n = 2$) por búsqueda aleatoria, también se obtuvo una estimación inicial utilizando la

OPCION 3 = EI POR APROXIMACION

en donde se tiene implantado el enfoque de aproximación descrito en la sección (4.2). La estimación inicial generada por esta OPCION fué:

B_0	=	2101.55
B_{00}	=	2584.90
M	=	131.049
q	=	0.00466298
SCE	=	29716.6

Al dar esta estimación inicial en la OPCION 5, se obtiene la misma estimación de parámetros que se había obtenido al dar la

estimación inicial generada por búsqueda aleatoria, sólo que ahora se obtuvo la estimación después de 25 iteraciones, mientras que en el caso anterior se obtuvo después de 10 iteraciones.

PASO 2 ESTIMACION NOLINEAL DEL MPG

Para pasar del MPS al MPG elegimos la

OPCION 1 = DAR MODELO

dando (modelo MPG) = 0, y a continuación volvemos a elegir la

OPCION 5 = NOLIN

En este caso la rutina implementada toma automáticamente como estimación inicial, los valores de los parámetros B_0 , B_{∞} , M y q estimados anteriormente por la OPCION 5, mientras que para el parámetro n toma el valor $n=2$ que habíamos fijado.

Las iteraciones así como el resultado de la estimación no lineal del MPG, son los siguientes:

IT	ALFA	FUN.OBJ	B_0	B_{∞}	M	q	n
0		17410.5	150.511	158.456	186.764	.071213	2.00
1	1.0	17258.8	133.607	180.300	183.203	.066525	1.40253
2	1.0	17182.2	135.456	169.951	184.198	.070685	1.51808
3	1.0	17179.5	136.763	172.883	184.250	.069906	1.49898
4	1.0	17179.4	136.340	172.006	184.287	.070230	1.50368
FIN		17179.4	136.419	172.182	184.280	.070169	1.50282

MAT.COV.

B_0	B_{∞}	M	q	n
45563.1	8537.41	-157.336	-3.72705	3.39016
8537.41	10890.0	-314.523	-4.18828	-30.6469
-157.336	-314.523	49.4160	.100315	2.69439
-3.72705	-4.18828	.100315	.001695	.005955
3.39016	-30.6469	2.69439	.005955	.645887

*** ESTIMACION DE PARAMETROS PARA EL MODELO DE PRODUCCION GENERALIZADO ***				
		ESTIMACION		
136.419	172.182	184.280	.070169	1.50282
		DESV. EST.		
213.455	104.355	7.02965	.041182	.803671
		T STUDENT		
.639097	1.64996	26.2146	1.70387	1.86994
*** VALORES DE EQUILIBRIO OPTIMOS ***				
		RMS = 184.280		
		FRMS = 34.2904		
		URMS = 5.37408		
		BRMS = 76.5874		

Tabla (5.1.4) Estimación del Modelo de Producción Generalizado para el ejemplo de Atún del Pacífico Este.

PASO 3 PRUEBAS DE HIPOTESIS

Dentro de la OPCION 5, se tiene implementada la posibilidad de probar hipótesis lineales según el esquema de la sección (3.3).

En este caso probaremos las hipótesis siguientes:

- Hipótesis 1 $H : B_0 = B_\infty$
- Hipótesis 2 $H : n = 1$
- Hipótesis 3 $H : n = 2$

Estas hipótesis se expresan en la forma matricial:

$$A * \theta = b$$

donde

$$\theta = (B_0, B_\infty, M, q, n)$$

A es una matriz $R * P$

b es un vector $R * 1$

siendo P el número de parámetros, y R el número de restricciones linealmente independientes necesarias para expresar la hipótesis de interés.

En seguida tenemos para las hipótesis anteriores, las matrices A , los vectores b correspondientes, así como el estadístico F calculado según la expresión (3.3.1) y que habrá que comparar con el valor tabulado para los grados de libertad indicados en el resultado.

```
HIPOTESIS A PROBAR: A*T=B
DONDE A ES UNA MATRIZ R*P DE RANGO R(P+1
      B ES UN VECTOR R*1
      T ES EL RECTOR DE PARAMETROS YA ESTIMADO
          NOLINEALMENTE POR LA OPCION 5
DAR NUM. DE RENGLONES DE LA MATRIZ A ?? 1

DAR SEPARADOS POR COMAS LOS ELEMENTOS
DEL RENGLON # 1 DE LA MATRIZ A ?? 1,-1,0,0,0

DAR SEPARADOS POR COMAS LOS ELEMENTOS DEL
VECTOR B ?? 0

VALOR DEL ESTADISTICO DE PRUEBA:
F( 1, 29) = .03248
QUIERE OTRA PRUEBA ? DAR(NO=0, SI=1) 1
```

```
HIPOTESIS A PROBAR: A*T=B
DONDE A ES UNA MATRIZ R*P DE RANGO R(P+1
      B ES UN VECTOR R*1
      T ES EL RECTOR DE PARAMETROS YA ESTIMADO
          NOLINEALMENTE POR LA OPCION 5
DAR NUM. DE RENGLONES DE LA MATRIZ A ?? 1

DAR SEPARADOS POR COMAS LOS ELEMENTOS
DEL RENGLON # 1 DE LA MATRIZ A ?? 0,0,0,0,1

DAR SEPARADOS POR COMAS LOS ELEMENTOS DEL
VECTOR B ?? 1

VALOR DEL ESTADISTICO DE PRUEBA:
F( 1, 29) = .391439
QUIERE OTRA PRUEBA ? DAR(NO=0, SI=1) 1
```

HIPOTESIS A PROBAR: $A=T \cdot B$
 DONDE A ES UNA MATRIZ $R \times P$ DE RANGO $R(P+1)$
 B ES UN VECTOR $R \times 1$
 T ES EL VECTOR DE PARAMETROS YA ESTIMADO
 NOLINEALMENTE POR LA OPCION 5
 DAR NUM. DE RENGLONES DE LA MATRIZ A ?? 1

 DAR SEPARADOS POR COMAS LOS ELEMENTOS
 DEL RENGLON # 1 DE LA MATRIZ A ?? 0,0,0,0,1

 DAR SEPARADOS POR COMAS LOS ELEMENTOS DEL
 VECTOR B ?? 2

 VALOR DEL ESTADISTICO DE PRUEBA:
 $F(1, 29) = .382715$
 QUIERE OTRA PRUEBA ? DAR(NO=0, SI=1) 0

Tabla (5.1.5) Pruebas sobre los parámetros del modelo.

PASO 4 SIMULACION DE CAPTURAS Y BIOMASA

Una vez que hemos terminado con la OPCION 5, el programa nos remite nuevamente a la elección de OPCIONES, y aquí para obtener simulaciones de capturas anuales y de la evolución de la biomasa, para los esfuerzos que hemos considerado y para los valores de los parámetros que hemos obtenido en el proceso de estimación para el MPG, basta con elegir la

OPCION 6 = SIMBYC

El listado de estas simulaciones así como de las capturas anuales y los esfuerzos observados es el siguiente:

** SIMULACION DE BIOMASA Y CAPTURAS **

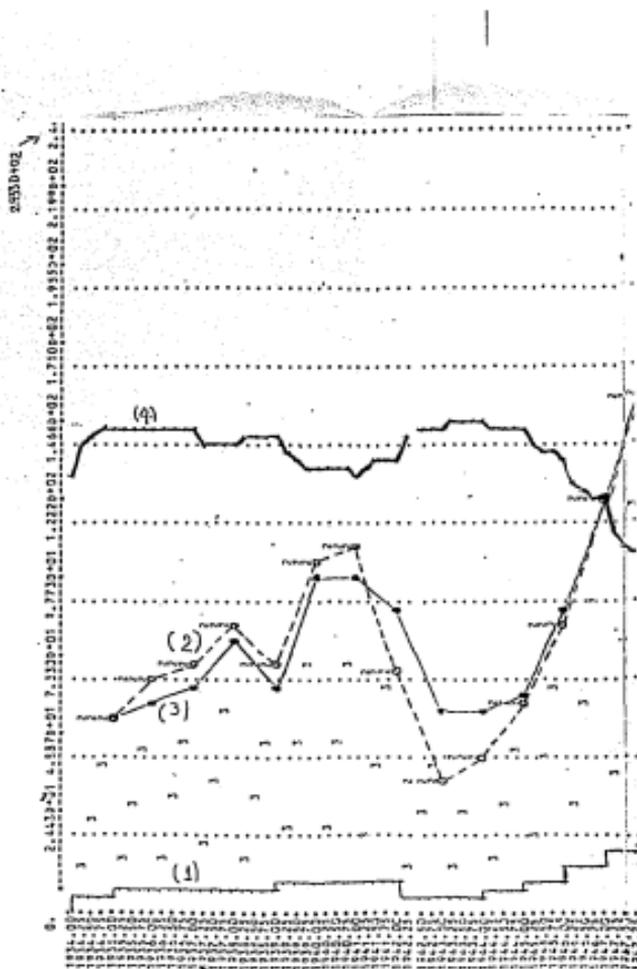
ANO	ESFUERZO	BIOMASA	CAP.ESP.	CAP.OBS
1934	5.8790	152.495	61.1214	60.9130
1935	6.295	151.811	67.1359	72.2940
1936	6.771	150.349	71.6137	78.3530
1937	8.233	145.927	84.9686	91.5220

1938	6.830	149.967	71.3626	78.2880
1939	10.488	139.320	104.573	110.418
1940	10.801	138.027	104.872	114.590
1941	9.584	141.502	94.5333	76.8410
1942	5.951	152.440	62.5446	41.9650
1943	5.930	152.919	63.5783	50.0580
1944	6.475	151.280	68.9265	64.8690
1945	9.377	142.591	95.3086	89.1940
1946	13.958	129.255	130.055	129.701
1947	20.383	111.692	166.597	160.151
1948	24.781	100.026	179.710	205.993
1949	23.923	101.390	169.523	200.070
1950	31.856	83.4967	198.288	224.810
1951	18.403	114.038	134.880	186.015
1952	34.834	78.0359	215.282	195.277
1953	36.356	72.5934	189.545	140.042
1954	26.228	93.7559	159.879	140.033
1955	17.198	117.983	133.517	140.865
1956	27.205	94.6965	193.174	177.026
1957	26.768	94.3316	177.388	163.020
1958	31.135	84.5788	191.136	148.450
1959	28.198	90.3207	175.191	140.484
1960	35.841	74.5762	199.434	244.331
1961	41.646	62.4181	193.573	230.886
1962	42.248	60.1393	180.519	174.063
1963	33.303	76.8584	166.306	145.469
1964	42.090	61.8338	196.432	203.882
1965	43.228	58.3828	180.556	180.086
1966	40.393	62.9480	174.033	182.294
1967	33.814	76.1527	170.170	178.944

Tabla (5.1.6) Simulación de biomasa y captura anual de Atún del Pacífico Este.

Finalmente, dentro de la OPCION 6 tenemos la posibilidad de obtener el listado y la gráfica de la evolución de las capturas y la biomasa trimestralmente, así como también de los esfuerzos y capturas observados. En la figura (5.1.1) presentamos estas gráficas.

Figura (5.1.1) Graficas del
 (1) Esfuerzo Observado
 (2) Captura Observada
 (3) Captura Estimada
 (4) Bionasa Estimada
 con el Esfuerzo dado en miles
 de días/barco y las capturas
 así como la Bionasa expresados
 en millones de Libras. Para la
 Pesquería de Atón Alata
 Amarilla del Pacífico Este,
 durante los años 1934-1967, de
 acuerdo con las estimaciones
 obtenidas con el Modelo de
 Producción Generalizado.



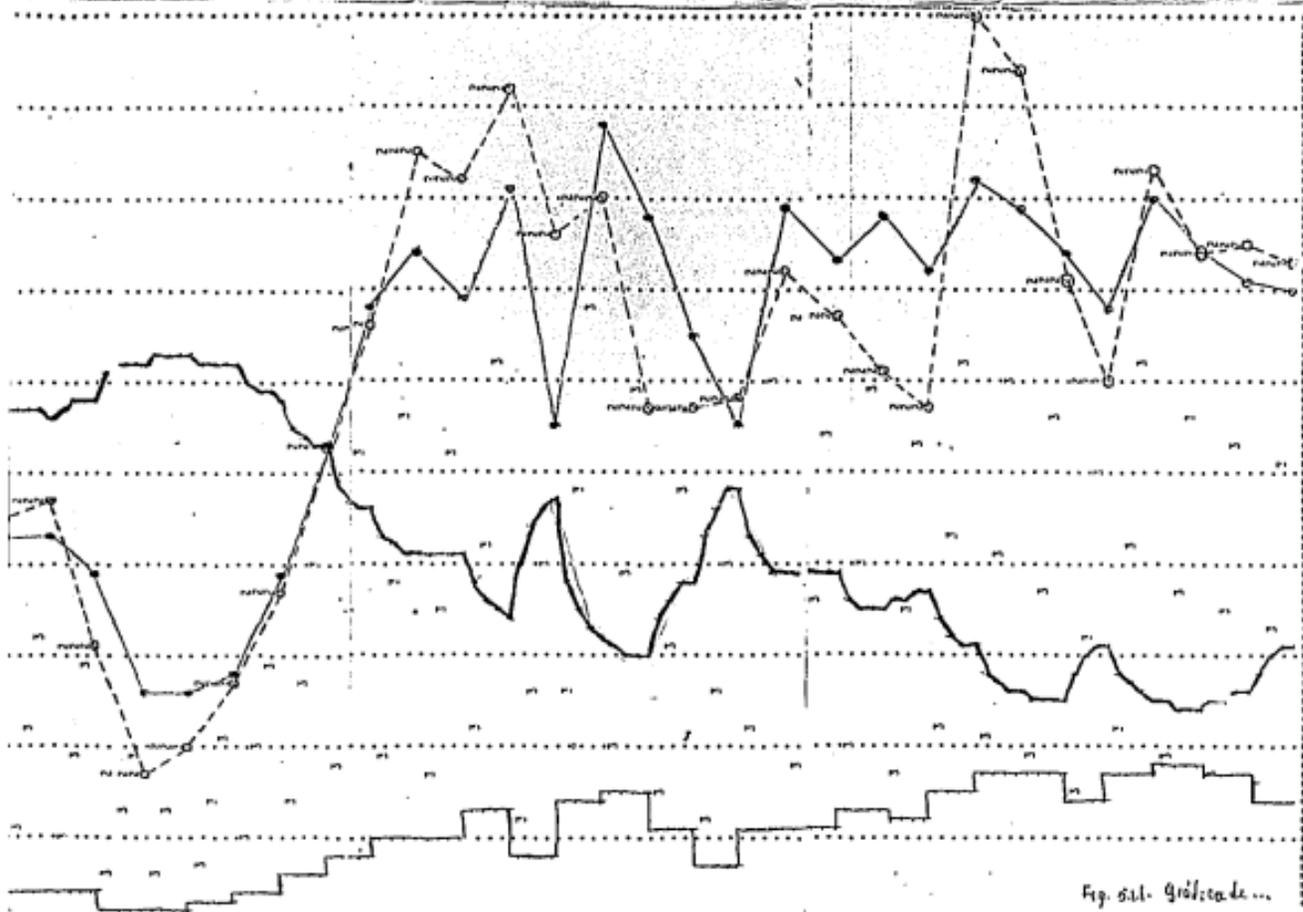


Fig. 511. Gráfico de ...

5.2 PESQUERIA DE MERO DEL PACIFICO SURESTE

La muestra de capturas y esfuerzos considerada en este ejemplo, fue tomada de Ricker, W.E. (1975) y corresponde a la explotación de la población del Mero del Pacífico del Área 2 del Suroeste, de la Comisión Internacional del Mero del Pacífico. En la tabla (5.2.1) tenemos las observaciones de captura y esfuerzo durante los años de explotación considerados.

ANO	CAPT. ANUAL	ESFZO	CPUE. ANUAL	ANO	CAPT. ANUAL	ESFZO	CPUE. ANUAL
1910	51.0	18.9	2.698	1934	22.6	41.1	0.549
1911	56.1	23.7	2.367	1935	22.8	36.6	0.622
1912	59.6	34.0	1.752	1936	24.9	45.9	0.542
1913	55.4	43.2	1.282	1937	26.0	43.1	0.603
1914	44.5	36.0	1.236	1938	25.0	36.3	0.688
1915	44.0	37.5	1.173	1939	27.4	45.2	0.606
1916	30.3	26.5	1.143	1940	27.6	44.0	0.627
1917	30.8	37.9	0.812	1941	26.0	42.6	0.610
1918	26.3	30.2	0.870	1942	24.3	37.8	0.642
1919	26.6	32.5	0.818	1943	25.3	34.6	0.731
1920	32.4	38.7	0.837	1944	26.5	31.4	0.843
1921	36.6	47.9	0.764	1945	24.4	30.3	0.805
1922	30.5	48.8	0.625	1946	29.7	35.1	0.846
1923	28.0	49.4	0.566	1947	28.7	33.4	0.859
1924	26.2	47.2	0.555	1948	28.4	31.2	0.910
1925	22.6	44.1	0.512	1949	26.9	29.9	0.899
1926	24.7	47.8	0.516	1950	27.0	28.2	0.957
1927	22.9	46.9	0.488	1951	30.6	32.1	0.953
1928	25.4	53.7	0.472	1952	30.8	25.2	1.222
1929	24.6	61.7	0.398	1953	33.0	22.9	1.441
1930	21.4	61.6	0.347	1954	36.7	27.4	1.339
1931	21.6	53.4	0.404	1955	28.7	23.4	1.226
1932	22.0	44.5	0.494	1956	35.4	27.2	1.301
1933	22.5	43.8	0.513	1957	31.3	30.2	1.036

Tabla (5.2.1) Capturas y esfuerzos anuales de Mero del Pacífico Suroeste en el periodo 1910-1957.

En los pasos siguientes presentamos el procedimiento de estimación de parámetros, así como la prueba de algunas hipótesis lineales sobre los parámetros y finalmente la simulación de capturas y biomasa.

PASO 1 ESTIMACION INICIAL

Primeramente se obtuvo una estimación inicial de parámetros para el MPS con $n = 2$, con el enfoque de aproximación descrito en la sección (4.3) utilizando la:

OPCION 3 = EI POR APROXIMACION

El resultado obtenido fue el siguiente:

B_0	B_{∞}	M	q	SCE
280.696	233.273	32.8758	0.01020	1559.84

A continuación fijamos sucesivamente valores de $n = 1.6, 1.2, 0.8, 0.6, 0.4$ y ajustamos los MPS correspondientes, dando como estimación inicial en cada caso, la estimación no lineal de parámetros obtenida en el caso previo con la OPCION 5. De esta manera se obtuvo la siguiente sucesión de estimaciones con la OPCION 5 :

	B ₀	B ₀₀	M	q	SCE
n=2					
ITER. 0	280.696	233.273	32.8758	0.01020	1559.84
ITER.FIN	316.867	167.853	32.3053	0.01257	805.983
n=1.6					
ITER. 0	316.867	167.853	32.3053	0.01257	1224.59
ITER.FIN	252.018	172.992	32.1693	0.01421	586.682
n=1.2					
ITER. 0	252.018	172.992	32.1693	0.01421	1026.17
ITER.FIN	199.822	194.127	32.4050	0.01622	441.263
n=0.8					
ITER. 0	199.822	194.127	32.4050	0.01622	1174.55
ITER.FIN	160.273	278.670	33.7563	0.01828	378.768
n=0.6					
ITER. 0	160.273	278.670	33.7563	0.01828	9594.61
ITER.FIN	144.986	444.545	36.1780	0.01921	376.733
n=0.4					
ITER. 0	144.986	444.545	36.1780	0.01921	1745.27
ITER.FIN	132.316	212.117	50.1925	0.02003	391.256

Tabla (5.2.2) Búsqueda de estimación inicial para el ejemplo de Mero, utilizando la OPCION 3

Finalmente elegimos como estimación inicial de parámetros para el MPG, la estimación de parámetros obtenida para el MPS con un valor de n, tal que la SCE fue menor. Así, tomamos como estimación inicial para el MPG las estimaciones de los parámetros resultantes para el MPS con n = 0.6

PASO 1 ESTIMACION NOLINEAL

Con la estimación inicial encontrada previamente, estimamos ahora los parámetros para el MPG, con la OPCION 5 obteniendo las iteraciones y los resultados que se listan a continuación:

IT	ALFA	FUN.OBJ	B ₀	B ₀₀	M	q	n
0		376.733	144.986	444.545	36.1780	.019214	.600000
1	0.2	376.298	146.193	418.503	35.8243	.019129	.616887
2	0.4	376.186	148.087	384.107	35.3479	.019001	.643280
3	1.0	376.073	150.775	348.025	34.8323	.018839	.680570
4	1.0	375.412	150.565	353.865	34.9065	.018869	.677784
FIN		375.411	150.634	353.679	34.9015	.018860	.678218

MAT. COV.

B ₀	B _∞	M	q	n
449.637	-2988.1	-62.622	-.03472	3.19772
-2988.1	33168.1	532.331	.180841	-36.204
-62.622	532.331	10.7444	.004510	-.53534
-.03472	.180841	.004510	.000003	-.00021
3.19772	-36.204	-.53534	-.00021	.042248

*** ESTIMACION DE PARAMETROS PARA EL ***
 *** MODELO DE PRODUCCION GENERALIZADO ***

ESTIMACION				
150.634	353.679	34.9015	.018860	.678218
DESV. EST.				
21.2046	182.121	3.27787	.001927	.205544
T STUDENT				
7.10383	1.94200	10.6476	9.78692	3.29963

*** VALORES DE EQUILIBRIO OPTIMOS ***

RMS = 34.9015
 FRMS = 17.4873
 URMS = 1.99581
 BRMS = 105.817

Tabla (5.2.3) Resumen de estimación del modelo de Producción Generalizado para el Mero.

PASO 3 PRUEBAS DE HIPOTESIS

A continuación, siguiendo dentro de la OPCION 5, se probaron las siguientes hipótesis:

Hipótesis 1 $H : B_0 = B_\infty$

Hipótesis 2 $H : n = 1$

Hipótesis 3 $H : B_0 = B_\infty \text{ y } n = 1$

En la tabla (5.2.4) se presenta el listado generado por el programa BIOMASA para estas pruebas de hipótesis. Para ver la significancia del estadístico F obtenido en cada prueba, hay que comparar los valores impresos de F con los valores tabulados para los grados de libertad que aparecen en la impresión de la F.

```
HIPOTESIS A PROBAR: A*T=B
DONDE A ES UNA MATRIZ R*P DE RANGO R(P+1
      B ES UN VECTOR R*1
      T ES EL RECTOR DE PARAMETROS YA ESTIMADO
        NOLINEALMENTE POR LA OPCION 5
DAR NUM. DE RENGLONES DE LA MATRIZ A ?? 1

DAR SEPARADOS POR COMAS LOS ELEMENTOS
DEL RENGLON # 1 DE LA MATRIZ A ?? 1,-1,0,0,0

DAR SEPARADOS POR COMAS LOS ELEMENTOS DEL
VECTOR B ?? 0

VALOR DEL ESTADISTICO DE PRUEBA:
F( 1, 43) = 1.04125
QUIERE OTRA PRUEBA ? DAR(NO=0, SI=1) 1
```

```
HIPOTESIS A PROBAR: A*T=B
DONDE A ES UNA MATRIZ R*P DE RANGO R(P+1
      B ES UN VECTOR R*1
      T ES EL RECTOR DE PARAMETROS YA ESTIMADO
        NOLINEALMENTE POR LA OPCION 5
DAR NUM. DE RENGLONES DE LA MATRIZ A ?? 1

DAR SEPARADOS POR COMAS LOS ELEMENTOS
DEL RENGLON # 1 DE LA MATRIZ A ?? 0,0,0,0,1

DAR SEPARADOS POR COMAS LOS ELEMENTOS DEL
VECTOR B ?? 1

VALOR DEL ESTADISTICO DE PRUEBA:
F( 1, 43) = 2.45084
QUIERE OTRA PRUEBA ? DAR(NO=0, SI=1) 1
```

```
HIPOTESIS A PROBAR: A*T=B
DONDE A ES UNA MATRIZ R*P DE RANGO R(P+1
      B ES UN VECTOR R*1
      T ES EL RECTOR DE PARAMETROS YA ESTIMADO
```

NOLINEALMENTE POR LA OPCION 5
 DAR NUM. DE RENGLONES DE LA MATRIZ A ?? 2
 DAR SEPARADOS POR COMAS LOS ELEMENTOS
 DEL RENGLON # 1 DE LA MATRIZ A ?? 1,-1,0,0,0
 DAR SEPARADOS POR COMAS LOS ELEMENTOS
 DEL RENGLON # 2 DE LA MATRIZ A ?? 0,0,0,0,1
 DAR SEPARADOS POR COMAS LOS ELEMENTOS DEL
 VECTOR B ?? 0,1
 VALOR DEL ESTADISTICO DE PRUEBA:
 $F(2, 43) = 2.88051$
 QUIERE OTRA PRUEBA ? DAR(ND=0, SI=1) 0

Tabla (5.2.4) Pruebas sobre los parámetros

PASO 4 SIMULACION

Una vez que hemos estimado los parámetros para el MPG, elegimos la OPCION 6, simulando con ésto las capturas anuales, la evolución de la biomasa de la población a final de cada año considerado, correspondientes al MPG y para los valores de los parámetros obtenidos en la estimación anterior. Enseguida tenemos la tabulación de las simulaciones, así como de las capturas anuales y los esfuerzos observados:

ANO	ESFUZO	BIOMASA	CAP.ESP	CAP.OBS
1910	18.9	133.83	50.494	51.0
1911	23.7	113.50	54.919	56.1
1912	34.0	85.412	62.848	59.6
1913	43.2	60.515	58.241	55.4
1914	36.0	53.600	38.537	44.5
1915	37.5	48.322	35.862	44.0
1916	26.5	53.475	25.507	30.3
1917	37.9	47.952	36.078	30.8
1918	30.2	50.255	28.010	26.3
1919	32.5	50.024	30.729	26.6
1920	38.7	45.340	34.655	32.4
1921	47.9	36.983	36.778	36.6

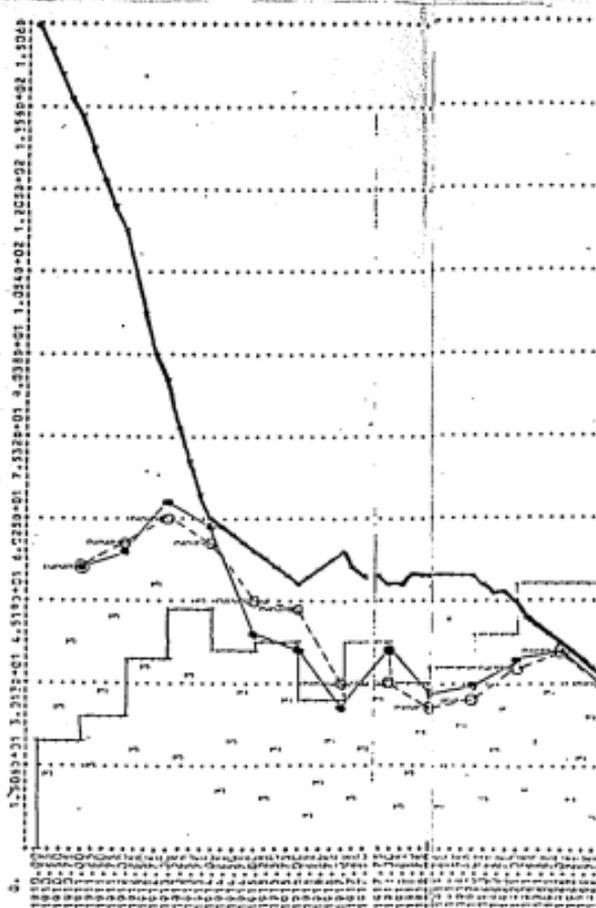
1922	48.8	32.087	31.556	30.5
1923	49.4	29.134	28.386	28.0
1924	47.2	28.385	25.573	26.2
1925	44.1	29.255	24.000	22.6
1926	47.8	28.204	25.859	24.7
1927	46.9	27.958	24.830	22.9
1928	53.7	25.155	26.751	25.4
1929	61.7	21.026	26.585	24.6
1930	61.6	18.992	23.117	21.4
1931	53.4	20.172	19.772	21.6
1932	44.5	23.755	18.530	22.0
1933	43.8	26.412	20.798	22.5
1934	41.1	29.283	21.661	22.6
1935	36.6	33.341	21.698	22.8
1936	45.9	31.426	27.960	24.9
1937	43.1	31.596	25.621	26.0
1938	36.3	35.100	22.906	25.0
1939	45.2	32.784	28.847	27.4
1940	44.0	31.997	26.853	27.6
1941	42.6	32.188	25.792	26.0
1942	37.8	34.716	23.909	24.3
1943	34.6	38.190	23.858	25.3
1944	31.4	42.585	23.992	26.5
1945	30.3	46.445	25.504	24.4
1946	35.1	45.651	30.465	29.7
1947	33.4	46.334	28.988	28.7
1948	31.2	48.390	27.909	28.4
1949	29.9	50.790	28.008	26.9
1950	28.2	53.830	27.870	27.0
1951	32.1	52.669	32.214	30.6
1952	25.2	57.766	26.308	30.8
1953	22.9	63.694	26.293	33.0
1954	27.4	63.426	32.843	36.7
1955	23.4	67.330	28.901	28.7
1956	27.2	66.072	34.197	35.4
1957	30.2	62.239	36.462	31.3

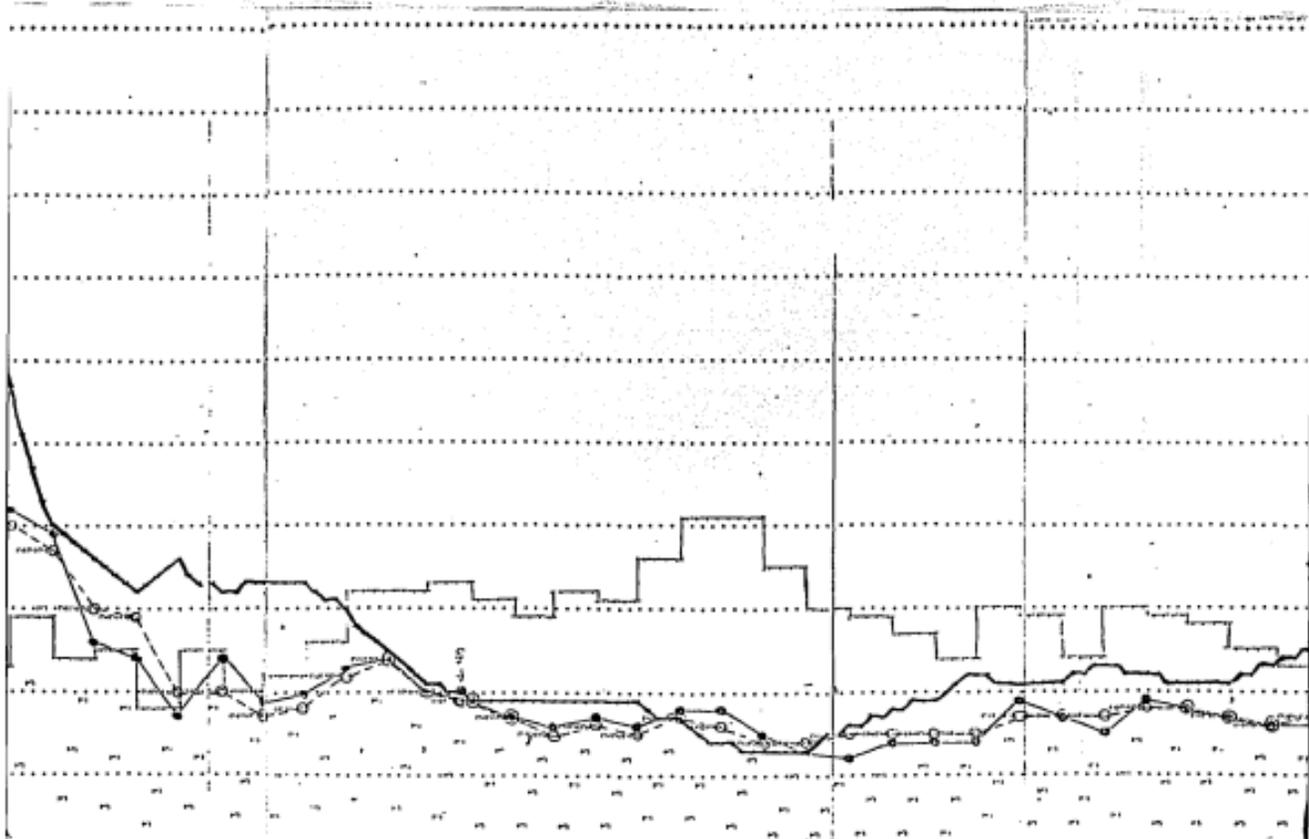
Tabla (5.2.5) Simulación de Biomasa y Captura para el Mero

Finalmente presentamos en la figura (5.2.1) las gráficas de las simulaciones de biomasa y captura trimestral, así como también de las capturas y esfuerzos anuales observados.

Figura (5.2.1) Gráfica del:
 (1) Esfuerzo Observado
 (2) Captura Observada
 (3) Captura Estimada
 (4) Biomasa Estimada

Para la Pesquería de Mero del
 Pacífico Sureste durante los
 años 1910-1957, con las
 estimaciones de Capturas y
 Biomasa obtenidas con el
 Modelo de Producción
 Generalizado.





1. The drawing is a technical drawing on a grid, showing a profile of a structure. The structure has a stepped top surface and a sloped bottom surface. The drawing includes various lines, circles, and annotations. The top surface is a stepped line, and the bottom surface is a solid line that slopes downwards from left to right. There are several circles and lines representing specific features or dimensions. The drawing is divided into three vertical sections by vertical lines. The left section shows a steep slope, the middle section shows a shallower slope, and the right section shows a relatively flat top surface with a slight downward slope. The drawing is annotated with various symbols and text, including 'R. 1/4"', 'R. 1/2"', and 'R. 3/4"', which likely refer to radii or dimensions. There are also several small circles and lines scattered throughout the drawing, possibly representing rivets or other details. The drawing is a black and white line drawing on a grid background.

CAPITULO 6

MODELO DE PRODUCCION GENERALIZADO BAJO SUPOSICIONES DE AUTOCORRELACION Y HETEROCEDASTICIDAD DE LOS ERRORES.

6.1- INTRODUCCION

En el ajuste del modelo de producción generalizado (MPG) a los datos de captura y esfuerzo correspondientes a la pesquería de atún aleta amarilla del ejemplo 1, encontramos que de acuerdo con el estadístico de Durbin-Watson, los residuales muestran autocorrelación. Además se observó que las magnitudes de los residuales tienden a ser proporcionales a las capturas esperadas de acuerdo con el modelo ajustado.

Por lo anterior se decidió ajustar el MPG suponiendo que los errores siguen un modelo autoregresivo AR(p) y que además su varianza es proporcional a la captura esperada:

$$C_t = \hat{C}_t + \hat{C}_t u_t \quad t=1,2,\dots,n \quad (1)$$

donde $u_t + \alpha_1 u_{t-1} + \dots + \alpha_p u_{t-p} = e_t$

siendo e_t una v.a. $\ni E(e_t) = 0$ y $V(e_t) = \sigma_e^2$ para toda t

El vector de capturas esperadas vimos anteriormente que es

una función del vector de parámetros $\theta = (B_0, B_\infty, M, q, n)$ y el vector de esfuerzos $f = (f_1, f_2, \dots, f_N)$:

$$\hat{C} = g(f, \theta)$$

también vimos que el i -ésimo componente de \hat{C} está dado por:

$$\hat{C}_i = q f_i \int_{t_{i-1}}^{t_i} B(t) dt$$

donde $B(t)$ está dado por (2.4.1) cuando $n \neq 1$ o por (2.4.2) cuando $n = 1$.

6.2_ ESTIMACION

La estimación del vector de parámetros θ se llevó a cabo siguiendo la idea de Gallant y Goebels (1976). El estimador minimocuadrático generalizado (MCG) de θ cuando conocemos la matriz de covarianzas Γ_N del vector de error y , es el vector $\hat{\theta}$ que minimiza la forma cuadrática:

$$D' \Gamma_N^{-1} D \quad \text{-----} \quad (2)$$

donde $D' = ((C_1 - \hat{C}_1) / \hat{C}_1, \dots, (C_N - \hat{C}_N) / \hat{C}_N)$

Puede utilizarse el procedimiento de MCO para obtener $\hat{\theta}$, ya que al llevar a cabo la descomposición de Cholesky sobre Γ_N^{-1} , $\Gamma_N^{-1} = P'P$, la forma cuadrática anterior resulta ser:

$$[PD]' [PD] \quad \text{-----} \quad (3)$$

El algoritmo propuesto por Gallant y Goebels (op.cit.) es:

- 1.- Obtener el vector $\hat{\Theta}$ que minimiza $\underline{D}'\underline{D}$
- 2.- Calcular el vector de residuales $D(\hat{\Theta})$ correspondiente. De estos residuales obtener las autocovarianzas $\hat{\gamma}(h)$, $h=0,1,\dots,p$ con:

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{(1/N)} \sum_{t=1}^{N-|h|} \hat{D}_t \hat{D}_{t+|h|}, \quad h=0,1,\dots,p$$

- 3.- Formar la matriz de covarianzas $\hat{\Gamma}_p$ y el vector $\hat{\gamma}_p$

$$\hat{\Gamma}_p = \begin{bmatrix} \hat{\gamma}(0) & \hat{\gamma}(1) & \dots & \hat{\gamma}(p-1) \\ \hat{\gamma}(1) & \hat{\gamma}(0) & \dots & \hat{\gamma}(p-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\gamma}(p-1) & \dots & \dots & \hat{\gamma}(0) \end{bmatrix} \quad \hat{\gamma}_p = \begin{bmatrix} \hat{\gamma}(1) \\ \hat{\gamma}(2) \\ \vdots \\ \hat{\gamma}(p) \end{bmatrix}$$

- 4.- Obtener con las ecuaciones de Yule-Walker estimaciones de los parámetros del modelo AR(p) supuesto para los errores:

$$\hat{\alpha} = -\hat{\Gamma}_p^{-1} \hat{\gamma}_p, \quad \hat{\sigma}^2 = \hat{\gamma}(0) + \hat{\alpha}' \hat{\gamma}_p$$

- 5.- Con la descomposición de Cholesky descomponer $\hat{\Gamma}_p^{-1} = \hat{P}' \hat{P}$ y obtener la matriz P de la siguiente manera:

$$\hat{P} = \left[\begin{array}{c|cccc} \hat{\alpha}_p & & & & \\ \hline \hat{\alpha}_p & \hat{\alpha}_{p-1} & \dots & \hat{\alpha}_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \hat{\alpha}_p & \dots & \hat{\alpha}_2 & \hat{\alpha}_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & & & \\ 0 & \dots & & \hat{\alpha}_p & \dots & & \hat{\alpha}_1 & 1 \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} p \\ n-p \end{array} \right\}$$

6.- Obtener el vector $\hat{\theta}^*$ que minimiza la forma cuadrática:

$$Q(\theta) = [\hat{P}\theta]^T [\hat{P}\theta]$$

7.- Sustituir $\hat{\theta}$ por $\hat{\theta}^*$ y repetir los pasos 1-6 hasta que $\hat{\theta}$ y $\hat{\theta}^*$ no difieran

6.2.1.- Estimación de la Matriz de covarianzas

Como estimación de la matriz de covarianzas de $\hat{\theta}^*$ tenemos:

$$\hat{V} = \hat{\sigma}^2 X'X$$

donde $\hat{\sigma}^2 = Q(\hat{\theta}^*) / (N-5)$

$$X = \hat{P}F(\hat{\theta}^*)$$

siendo $F(\theta)$ la matriz $N \times 5$ cuyo i ésimo renglón es:

$$(\partial \hat{D}_i(\theta) / \partial \theta_1, \dots, \partial \hat{D}_i(\theta) / \partial \theta_5)$$

6.3.- RESULTADOS

En la tabla (6.3.1) se presentan las estimaciones de parámetros obtenida al ajustar el MPG bajo diferentes suposiciones para los errores, desde la suposición de independencia y homocedasticidad hasta la de autocorrelación de orden 8 y ponderación de los errores por la captura esperada.

	SUPOSICION SOBRE LOS ERRORES			
	(1)	(2)	(3)	(4)
Bo	136.718	135.183	39.9681	149.717
B ₀₀	172.487	151.026	100.337	89.1322
M	184.269	186.722	190.322	190.942
q	0.07003	0.07605	0.11825	0.12489
n	1.50293	1.88235	2.19037	2.26169
DW	1.23510	1.10315	2.08147	1.83130
AD	0.45523	0.27325	0.32393	0.54469

Tabla (6.3.1) Estimaciones de los parámetros del MPG, del estadístico de Durbin Watson(DW) y del estadístico de Anderson Darling(AD), bajo las siguientes suposiciones de los errores:

- (1) Independientes., con varianza constante
- (2) " " " proporcional a la Captura.Esp.
- (3) AR(3) " " " " "
- (4) AR(8) " " " " "

En la tabla (6.3.2) tenemos las autocorrelaciones de los residuales para los casos en que se hacen las suposiciones (1), (2), (3) y (4) de los residuales mencionadas en la tabla(6.3.1). Para los casos en que se realiza el ajuste bajo las suposiciones (1), (2) y (3) sobre los errores aparecen algunas

autocorrelaciones significativas y solamente la suposición (4) nos dá residuales no correlacionados

ORDEN	** AUTOCORRELACIONES **			
	(1)	(2)	(3)	(4)
1	.380 *	.445 *	.074	-.153
2	-.203	-.065	.085	.169
3	-.203	-.152	.007	-.208
4	-.087	-.094	.007	.046
5	.023	-.070	-.191	-.129
6	.004	-.188	-.086	-.134
7	-.382	-.452 *	-.424 *	-.102
8	-.505 *	-.491 *	-.386	-.166
9	-.072	-.120	.047	.084
10	.145	.147	-.107	.013
11	.236	.314	.150	.201
12	.182	.211	.164	.018
13	.048	.112	.166	.198
14	-.038	.051	.096	-.090
15	.053	.131	.151	.056
16	.101	.164	.128	-.066
17	.024	.005	.014	-.173
18	-.065	-.173	-.029	-.030
19	-.122	-.211	-.260	-.057
20	-.033	-.058	-.027	.070
21	.018	.001	-.096	-.167
22	.000	-.024	-.014	.120
23	-.024	-.060	-.134	-.137
24	.000	-.020	.022	.233
25	.001	.011	-.063	-.096
26	-.001	.012	.090	.015
27	.000	-.004	.008	-.056
28	.003	.005	.037	.026
29	.009	.025	.009	.024
30	.007	.019	.040	-.036
31	.006	.017	.003	.045
32	.003	.007	.019	-.005
33	.000	.000	-.001	-.011

Tabla (6.3.2) Autocorrelaciones de los residuales obtenidos al ajustar el MPG bajo las suposiciones (1), (2), (3) y (4) sobre los errores mencionadas en la tabla(6.3.1) (*) = autocorrelación significativa

Las medidas de influencia(de Cook) y de discrepancia que se tienen para el modelo de regresión lineal (Weisberg,S,) se

calcularon tomando los resultados con reserva, encontrando que bajo la suposición (1) la observación número 1 es altamente influyente y bajo la suposición (4) deja de serlo.

Otro resultado interesante es el aumento de significancia de las estimaciones de B_{00} , M , q y n ; al pasar de la suposición (1) a la (4) acerca de los errores, como podemos verlo en la siguiente tabla.

SUPOSICION SOBRE LOS ERRORES

	(1)	(2)	(3)	(4)
B_0	0.63667	1.02535	0.14264	0.04891
B_{00}	1.63034	1.54471	2.51699	2.07299
M	2.61844	2.23285	2.14334	2.08283
q	1.68070	1.56632	2.59994	2.14335
n	1.87327	2.46600	3.44215	2.76518

Tabla (6.3.3) Valores del estadístico T student para las estimaciones de los parametros del modelo MPB bajo los diferentes supuestos de los errores citados en la tabla(6.3.1)

6.4.- DISCUSION

Es muy probable que al no plantear un modelo que considere diferentes clases de edad en la composición de una captura, cuando éstas estén presentes, de como resultado un modelo con errores autoregresivos (Nisbet y Gurney, 1983). En esta pesquería se tiene que las capturas anuales comprenden principalmente peces de 1,2 y 3 años de edad, y escasamente peces de 4 y 5 años de edad. Las edades mas abundantes en orden decreciente son 2,3,1,4 y 5. Esto

puede ser una explicación de la presencia de los valores significativos de las autocorrelaciones de orden 1, 2 y 3. Mientras que para las autocorrelaciones negativas de orden 7 y 8 que también son grandes, al no encontrar una explicación en la distribución de las clases de edad que aparecen en las capturas anuales, es posible que sea efecto de la variación ambiental

La diferencia de las estimaciones obtenidas con los modelos que tienen las suposiciones 1 y 4 mencionadas anteriormente, dan como resultado diferentes valores en los parámetros de equilibrio que se presentan en la tabla (6.4.1). La gráfica de las curvas de la captura en equilibrio contra el esfuerzo de equilibrio, se tienen en la figura (6.4.1), en donde podemos ver que si el modelo correcto es el (4) y erróneamente trabajamos con el (1), al aplicar un esfuerzo de equilibrio igual o mayor que el esfuerzo de equilibrio máximo (FRMS) correspondiente al modelo 1, tenemos que éste está asociado a una captura de equilibrio menor a la óptima.

modelo	RMS	FRMS	URMS	BRMS
(1)	184.269	34.2920	5.3735	76.7259
(4)	190.942	31.5903	6.0443	46.678

Tabla (6.4.1) Valores de equilibrio para el modelo MPB con las suposiciones (1) y (4) citadas en la tabla(6.3.1)

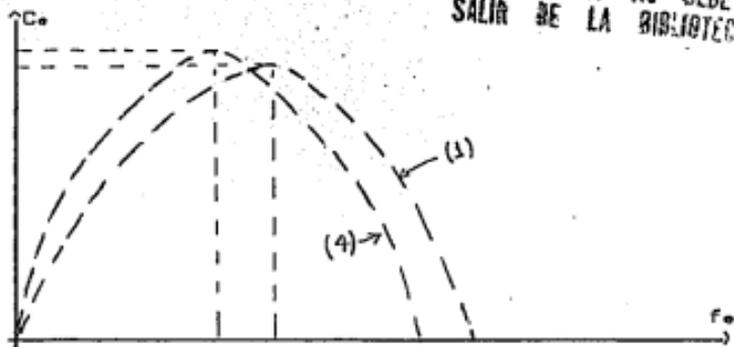


Figura (6.4.1) Curvas de valores de equilibrio para el modelo MPB con los supuestos (1) y (4) para los errores, citados en la tabla(6.3.1)

APENDICE A
 APENDICE MATEMATICO

A.1 REFORMULACION DEL MPG

La ecuación diferencial original para el modelo de crecimiento logístico generalizado es:

$$dB(t)/dt = aB^n(t) - bB(t) \quad \text{-----} \quad (\text{A.1.1})$$

donde

a y b son positivas si $0 < n < 1$

a y b son negativas si $n > 1$

la solución de esta ecuación es:

$$B(t) = [a/b - (a/b - B_0^{1-n}) \exp(-b(1-n)t)]^{1/(1-n)} \quad \text{-----} \quad (\text{A.1.2})$$

Aquí vemos que

$$B_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} B(t) = (a/b)^{1/(1-n)}$$

de donde

$$a/b = B_\infty^{1-n}$$

Para la captura en equilibrio tenemos la expresión (1.6.6):

$$C_e(B) = aB^n - bB$$

y como

$$dC_e/dB = 0 \implies B = (b/an)^{1/(n-1)}$$

tenemos que la biomasa de equilibrio a la cual se obtiene una captura en equilibrio máxima es :

$$P = (b/an)^{1/(n-1)} = B_{\infty} n^{1/(1-n)}$$

siendo la captura en equilibrio máxima:

$$\begin{aligned} M &= C_e(P) \\ &= a(b/an)^{n/(n-1)} - b(b/an)^{1/(n-1)} \\ &= b[(1-n)/n] (an/b)^{1/(1-n)} \\ &= bB_{\infty} [((1-n)/n) n^{1/(1-n)}] \end{aligned}$$

de donde se tiene que

$$b = (M/B_{\infty}) [n^{n/(1-n)} / (1-n)]$$

y así la función de producción correspondiente al modelo logístico generalizado es:

$$\begin{aligned} aB^n - bB &= b[(a/b)B^n - B] \\ &= (M/B_{\infty}) [n^{n/(1-n)} / (1-n)] [B_{\infty}^{1-n} B^n - B] \\ &= M [n^{n/(1-n)} / (1-n)] [(B/B_{\infty})^n - (B/B_{\infty})] \end{aligned}$$

siendo esta expresión la correspondiente a la función de

producción asociada al modelo logístico reparametrizado de la sección (2.1):

$$dB(t)/dt = GM[B(t)/B_{\infty}]^n - GM[B(t)/B_{\infty}]$$

con

$$G = n^{n/(1-n)}/(1-n)$$

M = máxima captura en equilibrio

A.2 DEDUCCION DE LA EXPRESION (2.4.4)

En esta sección probamos que para el MPS de Schaefer, la captura anual bajo condiciones de desequilibrio está dada por:

$$C_t = F_t B_{0t} [1 - ((1 - 4M/F_t B_{\infty}) F_t)^{-1} \ln(H_t)]$$

donde

$$F_t = qf_t$$

$$B_{0t} = B_{\infty} [1 - F_t B_{\infty} / 4M]$$

$$H_t = [1 + D_t \exp(F_t - 4M/B_{\infty})] / [1 + D_t]$$

$$D_t = (B_{0t} - B_{t-1}) / B_{t-1}$$

$$B_{t-1} = B(t_{t-1})$$

Demostración:

Obtendremos la expresión para la captura anual C_t durante el primer año. De acuerdo con (2.4.1), la biomasa al tiempo t está dada por:

$$B(t) = [B_{0t}^{-1} + A \exp(-(4M/B_{\infty} - F_t)t)]^{-1}$$

siendo

$$A = B_0^{-1} - B_{e1}^{-1}$$

de donde

$$C_1 = \int_0^1 dC(t) = F_1 \int_0^1 B(t) dt = F_1 B_{e1} \int_0^1 [1 + D_1 \exp(z_1 t)]^{-1} dt$$

con

$$D_1 = AB_{e1} = (B_0 - B_{e1}) / B_0 \quad \text{y además} \quad z_1 = F_1 - 4M / B_{e1}$$

así que

$$\begin{aligned} C_1 &= F_1 B_{e1} [t - (1/z_1) \ln |1 + D_1 \exp(z_1 t)|]_{t=0}^{t=1} \\ &= F_1 B_{e1} (1 - (1/z_1) \ln [(1 + D_1 \exp(z_1)) / (1 + D_1)]) \\ &= F_1 B_{e1} (1 - ((1 - 4M / F_1 B_{e1})^{-1} \ln(H_1))) \end{aligned}$$

Esta expresión para la captura anual es válida para cualquier año $i=1,2,3,\dots$ debido a que no es acumulativa, solamente hay que sustituir F_1, B_{e1}, H_1 por F_i, B_{ei}, H_i respectivamente.

A.3 DEDUCCION DE LA EXPRESION (4.4.1)

En la deducción de la expresión (4.4.1), se considera implícitamente que la biomasa cambia en forma lineal en el transcurso de cada año.

La ecuación diferencial que describe la evolución de la biomasa de

la población es:

$$dB(t)/dt = GM[B(t)/B_{\infty}] - GM[B(t)/B_{\infty}^n] - F(t)B(t) \quad \text{----- (A.3.1)}$$

Otendremos una expresión aproximada a la ecuación (A.3.1) para el i -ésimo año de explotación suponiendo que durante dicho año, $f(t) = f_i$.

Sea \bar{B}_i = biomasa promedio durante el i -ésimo año

entonces

$$\bar{B}_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} B(t) dt$$

y además consideraremos

$$\bar{B}_i^n \cong \int_{t_{i-1}}^{t_i} B^n(t) dt$$

De la ecuación (A.3.1) tenemos:

$$dB(t) = [GM/B_{\infty}]B(t)dt - [GM/B_{\infty}^n]B^n(t)dt - F(t)B(t)dt$$

y como

$$C_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} F(t)B(t)dt$$

entonces:

$$B(t_i) - B(t_{i-1}) = [GM/B_{\infty}]\bar{B}_i - [GM/B_{\infty}^n]\bar{B}_i^n - C_i \quad \text{---- (A.3.2)}$$

En esta expresión $B(t_i)$, $B(t_{i-1})$ y B_i son no observables. La captura por unidad de esfuerzo (CPUE) observable promedio durante el año i es:

$$U_i = C_i / f_i = (1/f_i) \int_{t_{i-1}}^{t_i} F(t) B(t) dt$$

$$= (1/f_i) (qf_i) \int_{t_{i-1}}^{t_i} B(t) dt = q \bar{B}_i$$

por lo cual

$$\bar{B}_i = U_i / q \quad \text{----- (A.3.3)}$$

Ahora obtenemos $B(t_i)$ y $B(t_{i-1})$ a partir de \bar{B}_{i-1} y \bar{B}_{i+1} considerando el siguiente esquema de interpolación lineal:

$$B(t_{i-1}) = (\bar{B}_{i-1} + \bar{B}_i) / 2 \quad \text{y} \quad B(t_i) = (\bar{B}_i + \bar{B}_{i+1}) / 2$$

de donde:

$$B(t_i) - B(t_{i-1}) = (\bar{B}_{i+1} - \bar{B}_{i-1}) / 2$$

y sustituyendo (A.3.3) aquí tenemos que:

$$B(t_i) - B(t_{i-1}) = (U_{i+1} - U_{i-1}) / 2q \quad \text{----- (A.3.4)}$$

Ahora sustituimos (A.3.3) y (A.3.4) en (A.3.2):

$$(U_{i+1} - U_{i-1}) / 2q = [GM/qB_{\infty}] U_i - [GM/q^n B_{\infty}^n] U_i^n - C_i$$

Finalmente multiplicando ambos miembros por q y considerando un término de error E_i que incluya los errores de observación, llegamos al modelo de regresión lineal:

$$Y_i = B_1 X_{i1} + B_2 X_{i2} + B_3 X_{i3} + E_i \quad i=1,2,3,\dots,N-1$$

con

$$Y_i = (U_{i+1} - U_{i-1})/2$$

$$X_{i1} = U_i, \quad X_{i2} = U_i^n, \quad X_{i3} = C_i$$

$$B_1 = GM/B_\infty, \quad B_2 = -GM/q^{n-1}B_\infty^n, \quad B_3 = -q$$

A.4 DEMOSTRACION DE LA EXPRESION (4.4.2)

En esta sección obtenemos la expresión:

$$B_0 = (3/2q)C_1/f_1 - (1/2q)C_2/f_2$$

Aquí consideramos un esquema doble de interpolación lineal para la biomasa.

La notación utilizada aquí corresponde a la definida en (A.3).

Primero suponemos que

$$\bar{E}_1 = (B_0 + B_1)/2$$

de donde:

$$B_0 = 2\bar{E}_1 - B_1 \quad \text{-----} \quad (\text{A.4.1})$$

mientras que para B_1 , tenemos la siguiente expresión en términos de las biomásas promedio B_1 y B_2 :

$$B_1 = (B_1 + B_2)/2$$

sustituyendo esto en (A.4.1) tenemos:

$$B_0 = 2B_1 - (B_1 + B_2)/2 = (3/2)B_1 - (1/2)B_2$$

y sustituyendo (A.3.3) aquí tenemos:

$$B_0 = (3/2q)U_1 - (1/2q)U_2 = (3/2q)C_1/f_1 - (1/2q)C_2/f_2$$

APENDICE B

USO DEL PROGRAMA BIOMASA

B.1 DESCRIPCION DEL PROGRAMA

El programa BIOMASA es un programa INTERACTIVO que contiene un conjunto de OPCIONES que realizan una serie de tareas referentes al modelo de producción reparametrizado, definido por el sistema de ecuaciones diferenciales:

$$dB(t)/dt = GM[B(t)/B_{\infty}] - GM[B(t)/B_{\infty}]^n - F(t)B(t)$$

$$dC(t)/dt = F(t)B(t)$$

Cuando n toma un valor previamente fijado, al modelo lo denominamos Modelo de Producción Simple (MPS), mientras que cuando el parámetro n no ha sido determinado previamente, decimos que se tiene el Modelo de Producción Generalizado (MPG).

Los parámetros del modelo son B_0 , B_{∞} , M , q y n , que ya han sido descritos en el capítulo 2, en donde además, se hace un análisis del sistema de ecuaciones diferenciales antes citado.

Las OPCIONES que constituyen el programa, así como su estructura se muestran en la figura (B.1).

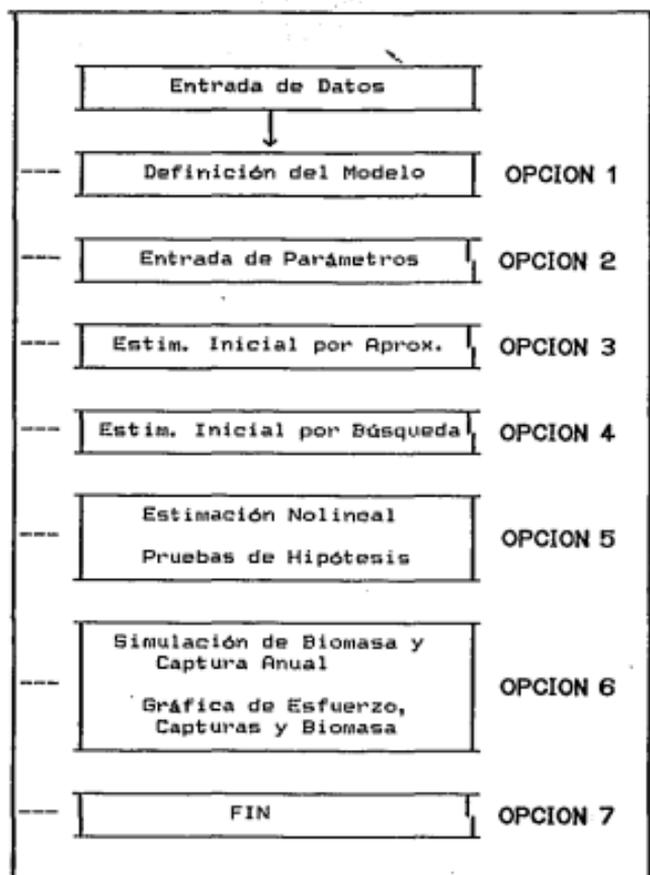


Figura (B.1) Estructura de las OPCIONES que constituyen el programa BIOMASA

B.2 GUIA PARA LA UTILIZACION DEL PROGRAMA

El orden natural de los pasos a seguir en la utilización del programa, es el siguiente:

- 1._ ENTRADA DE DATOS
- 2._ DEFINICION DEL MODELO
- 3._ ESTIMACION INICIAL
- 4._ ESTIMACION NOLINEAL DE PARAMETROS
- 5._ PRUEBAS DE HIPOTESIS
- 6._ SIMULACION DE BIOMASA Y CAPTURAS.
- 7._ FIN

La descripción de estos pasos se da a continuación.

ENTRADA DE DATOS

Al iniciar la corrida del programa, primeramente pregunta por el número de datos de captura y esfuerzo, que forman la muestra. Y a continuación pregunta por el dispositivo de entrada de los datos, que puede ser terminal o disco. Dependiendo de nuestra respuesta, daremos primero el año correspondiente a la primera observación y enseguida las parejas de captura y esfuerzo por terminal, o bien daremos el nombre del archivo de disco que contiene como primer registro al año de la primera observación y las parejas de captura y esfuerzo. En ambos casos, se dan los datos con formato libre

DEFINICION DEL MODELO

Después de la entrada de datos, el programa pregunta por el modelo de producción con que se quiere trabajar.

Si nos interesa trabajar con el MPS, damos $(MODELO) = 0$, pero si queremos trabajar con un MPS, daremos un valor $(MODELO)$ diferente de 0, siendo el valor dado, precisamente el valor del parámetro n que queremos para el MPS de interés.

ELECCION DE OPCIONES

De aquí en adelante, el usuario debe definir las OPCIONES según el orden en que quiera ejecutarlas.

ESTIMACION INICIAL

ENTRADA DIRECTA. _Si conocemos o suponemos algún vector que pueda ser utilizado como estimación inicial, éste se da directamente a través de la

OPCION 2 = PARAMETROS

BUSQUEDA ALEATORIA. _Cuando la información que se tiene sobre el vector de parámetros no es tan buena como para dar directamente una estimación inicial, pero es suficiente para tener para cada parámetro, un intervalo que lo contiene, entonces utilizamos la

OPCION 4 = EI POR BUSQUEDA

en este caso, la información que hay que proporcionar a la OPCION es el intervalo de contención para cada parámetro. Además, se

tiene que indicar el número de búsquedas a realizar por la OPCION, el cual se recomienda que no sea menor que 100. Después de efectuar el número de búsquedas indicado por el usuario, la OPCION elige como estimación inicial a aquella que tenga asociada la menor SCE.

POR APROXIMACION. En este caso no se requiere información previa sobre el vector de parámetros, excepto un valor para el parámetro n a través de la OPCION 1 definida anteriormente, y posteriormente dar la

OPCION 3 = EI POR APROXIMACION

ESTIMACION INICIAL PARA EL MPG. Si queremos obtener una estimación inicial para el MPG y no tenemos información previa sobre los posibles valores de los parámetros, entonces se recomienda seguir la siguiente estrategia:

Paso 1. Fijar el parámetro $n = 2$, con la OPCION 1 y obtener una estimación inicial de B_0 , B_∞ , M y q con la OPCION 3.

Paso 2. Dar estos valores junto con $n = 2$, como estimación inicial para el MPG, y estimar los parámetros con OPCION 5, después de haber redefinido el modelo con la OPCION 1. Si las iteraciones convergen terminamos, y de no ser así, continuamos con el siguiente paso.

Paso 3. Tomar la estimación inicial generada en el paso 1 y estimar con la OPCION 5 los parámetros del MPS correspondiente a n

= 2. Posteriormente, reducir sucesivamente el valor de n tomando $n = 2.0, 1.6, 1.2, 0.8, 0.4$ y estimar los parámetros del MPS correspondiente con OPCION 5, tomando como estimación inicial en cada caso, la estimación no lineal dada por OPCION 5 en el caso anterior. Finalmente elegir como estimación inicial para el MPG, la estimación de B_0, B_ω, M y q , así como el valor de n del proceso anterior, con la menor SCE asociada.

Paso 4. Si con la estimación inicial para el MPG, generada en el paso anterior, las iteraciones convergen en la OPCION 5 a la estimación de los parámetros, entonces hemos terminado. Y de no ser así, repetir el paso 3, tomando ahora valores crecientes (2.4, 2.8, 3.2, 3.6, 4.0) para n a partir de $n = 2$.

ESTIMACION NOLINEAL Y PRUEBAS DE HIPOTESIS

Después de haber obtenido una estimación inicial, estimar no linealmente, los parámetros con la OPCION 5, para el MPG o para el MPS de interés, habiendo definido previamente el modelo con la OPCION 1.

Dentro de OPCION 5 se genera la estimación de parámetros, así como también de la matriz de covarianzas asintótica, la desviación estandar de las estimaciones de los parámetros y el estadístico t para la prueba de significancia de los parámetros estimados.

Finalmente esta OPCION permite probar hipótesis lineales sobre los

parámetros, de la forma:

$$A \cdot \underline{\theta} = \underline{b}$$

siendo A una matriz y b un vector que se describen en la sección (4.3)

SIMULACION DE BIOMASA Y CAPTURAS

Una vez que hemos estimado los parámetros con la OPCION 5, podemos simular biomazas y capturas anuales, para el modelo elegido y las estimaciones de los parámetros resultantes en la estimación, para ésto hay que elegir:

OPCION 6 = SIMBYC

Además, dentro de esta OPCION, podemos graficar la evolución trimestral de la biomasa y las capturas, así como también los esfuerzos y capturas anuales observados.

R TESIS/BIOMASA/1
#RUNNING 7127

LECTURA DE DATOS
DAR NUH.DE PAREJAS :
*?
34

UNIDAD DE ENTRADA? TERMINAL=5, DISCO=4 :4

IENTRADA ::, 4, 34,
DAR ARCHIVO DE LECTURA :TESIS/DATOS/0

QUIERE LISTADO DE VALORES(Y,X) ?, NO=0, SI=1 :1

DAR DISPOSITIVO DE SALIDA:(TERM.=6, IMPRE.=7 ??6

SALIDA: tabla 5.1.1

QUIERE GRABAR ARCHIVO?? SI=1,NO=0 :0

QUE MODELO DE PRODUCCION USA ?
(GRAL=0, FOX=1, SCHAEFER=2) ?2

ELEGIR OPCION :
1 = MODELO
2 = DAR PARAMETROS
3 = EI LINEAL
4 = EI ALEATORIA
5 = ESTIM.NOLINEAL
6 = SIMULA BIOMASA Y CAPTURAS
7 = FIN ??4

QUE QUIERE IMPRIMIR??
DAR: (NADA=0, TODO=1, SOLO RESULTADO=2) ?1

DAR NUH. DE PUNTOS DE BUSQUEDA ??100

DAR INTERVALOS (MIN,MAX) DE BUSQUEDA PARA LOS PARAM.
PARA I= 1 DAR (MIN(I),MAX(I)): ?100,200

PARA I= 2 DAR (MIN(I),MAX(I)): ?100,200

PARA I= 3 DAR (MIN(I),MAX(I)): ?50,150

PARA I= 4 DAR (MIN(I),MAX(I)): ?0.001,0.1

SALIDA: tabla 5.1.2

97460

QUIERE OTRA BUSQUEDA? NO=0, SI=1 ??0

ELEGIR OPCION :

- 1 = MODELO
- 2 = DAR PARAMETROS
- 3 = EI LINEAL
- 4 = EI ALEATORIA
- 5 = ESTIM.NOLINEAL
- 6 = SIMULA BIOMASA Y CAPTURAS
- 7 = FIN ??5

DISPOSITIVO DE SALIDA DE ITERACIONES Y ESTIMACION??
(NINGUNO=0, SOLO TERMINAL=1, TERMINAL E IMPRESORA=2 ??1

SALIDA: tabla 5.1.3

ELEGIR OPCION :

- 1 = MODELO
- 2 = DAR PARAMETROS
- 3 = EI LINEAL
- 4 = EI ALEATORIA
- 5 = ESTIM.NOLINEAL
- 6 = SIMULA BIOMASA Y CAPTURAS
- 7 = FIN ??? 1

QUE MODELO DE PRODUCCION USA ?
(GRAL=0, FOX=1, SCHAEFER=2) ?0

AQUI PASAMOS DEL MPS DE SCHAEFER AL MP6

ELEGIR OPCION :

- 1 = MODELO
- 2 = DAR PARAMETROS
- 3 = EI LINEAL
- 4 = EI ALEATORIA
- 5 = ESTIM.NOLINEAL
- 6 = SIMULA BIOMASA Y CAPTURAS
- 7 = FIN ??5

DISPOSITIVO DE SALIDA DE ITERACIONES Y ESTIMACION??
(NINGUNO=0, SOLO TERMINAL=1, TERMINAL E IMPRESORA=2 ??1

SALIDA: tabla 5.1.4

QUIERE PRUEBAS DE HIPOTESIS LINEALES? DAR(NO=0, SI=1)1

QUIERE IMPRESION?: DAR(NO=0, SI=1) ?1

SALIDA: tabla 5.1.5

QUIERE OTRA PRUEBA? DAR(NO=0, SI=1)0

ELEGIR OPCION :

- 1 = MODELO
- 2 = DAR PARAMETROS
- 3 = EI LINEAL
- 4 = EI ALEATORIA
- 5 = ESTIM.NOLINEAL
- 6 = SIMULA BIOMASA Y CAPTURAS
- 7 = FIN ???

DAR UNIDAD DE SALIDA (TERM.=6, IMPRE.=7) 76

SALIDA: tabla 5.1.6

QUIERE OTRO LISTADO? (NO=0,SI=1)?0

QUIERE GRAFICA DE SIMULACIONES TRIESTRALES Y
OBSERVACIONES ANUALES? DAR(NO=0, SI=1) ??? 1

SALIDA: Grafica 5.1.1

ELEGIR OPCION :

- 1 = MODELO
- 2 = DAR PARAMETROS
- 3 = EI LINEAL
- 4 = EI ALEATORIA
- 5 = ESTIM.NOLINEAL
- 6 = SIMULA BIOMASA Y CAPTURAS
- 7 = FIN ???

*ET=14:24.6 PT=5:14.9 IO=0.8

*BYE

*END SESSION 7123 ET=1:59:23.9 PT=31:17.9 IO=6.5

*USER = MEB0 22:11:22 09/04/86

REFERENCIAS

- BOX, M. J (1971) Bias in Nonlinear Estimation. J. R. S. S, Serie B 33, 171-201
- FLETCHER, R. I (1978) - Time Dependent Solutions and Efficient Parameters for Stock Production Models. Fish. Bull. NOAA/NMFS, 76 (2):377-388
- GALLANT, A. R (1974) Testing for the Location of a Subset of Parameters of a Nonlinear Regression Model, Institute of Statistics Series No. 943. Raleigh: North Carolina State University
- GALLANT, A. R (1975) Nonlinear Regression. The American Statistician, vol. 29, No. 2:73-81
- Gallant, A. R., y J. j. Goebel (1976) Nonlinear Regression with Autocorrelated Errors, J. A. S. A. 71, 961-967
- GRAHAM, M (1935) Modern Theory of Exploiting a Fishery, and Application to North Sea Trawling. J. Cons. 10:264-274
- GULLAND, J. A (1983) Fish Stock Assessment, a Manual of Basic Methods. FAO/J. Wiley

GURNEY., NISBET (1985) Analysis of Fluctuating Populations, Academic Press.

HARTLEY, H.O (1961) The Modified Gauss-Newton Method for the Fitting of Nonlinear Regression Functions by Least Squares. Technometrics 3:269-280

LARKIN, P.A (1977) An Epitaph for the Concept of Maximum Sustainable Yield. Trans. Am. Fish. Soc., 106(1):1-11

PELLA, J.J y TOMLINSON, P.K (1969) A Generalized Stock Production Model. Bull. I-ATTC, 13(3):421-496

RICKER, W.E (1975) Computation and Interpretation of Biological Statistics of Fish Populations. Bull. Fish. Res. Board Can., No. 191:382 pp

RUBINSTIEN, R.Y (1981) Simulation and the MonteCarlo Method., J. Wiley.

SCHAEFER, M.B (1954) Some Aspects of the Dynamics of Populations Important to the Management of Marine Fisheries. Bull. I-ATTC, No. 1:25-56

SCHAEFER, M. B (1957) A Study of the Dynamics of the Fishery for Yellowfin Tuna in the Eastern Tropical Pacific Ocean. Bull. I-ATTC, No. 2:245-285

SEBER, G. A. F (1966) The Linear Hypothesis: A General Theory. Griffin's Statistical Monographs No. 19. Griffin: London

WEISBERG, S (1980) Applied Linear Regression, J. Wiley

4.4 Estimación inicial de parámetros por aproximación	47
4.5 Estimación inicial por búsqueda aleatoria	49
CAPITULO 5 EJEMPLOS	52
5.1 Pesquería de Atún aleta amarilla del Pacífico este	52
5.2 Pesquería del Mero del Pacífico sureste	63
CAPITULO 6 MODELO DE PRODUCCION GENERALIZADOBAJO BAJO SUPOSICIONES DE AUTOCORRELACION Y HETEROCEDASTICIDAD EN LOS ERRORES	71
6.1 Introducción	71
6.2 Estimación	72
6.3 Resultados	75
6.4 Discusión	77
APENDICE A APENDICE MATEMATICO	80
A.1 Reformulación del MPG	80
A.2 Deducción de la expresión (2.4.4)	82
A.3 Deducción de la expresión (4.4.1)	83
A.4 Demostración de la expresión (4.4.2)	85
APENDICE B USO DEL PROGRAMA BIOMASA	88
B.1 Descripción del programa	88
B.2 Guía para la utilización del programa	90
B.3 Listado de líneas de código del programa	95
REFERENCIAS	98