

Universidad Nacional Autónoma de México
FACULTAD DE CIENCIAS

ANALISIS TEORICO DE LA ESTRUCTURA NUCLEAR DEL
“ 0^{19} ”

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
FISICO
P R E S E N T A

MARIO EFREN FOSADO PEÑALOZA

México D. F.

1965



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas

Tesis Digitales

Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©

PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

*A mis padres
Efrén y Lupe*

A mis hermanos

*Al Dr. Marcos Moshinsky por la firme dirección
y apoyo moral para la elaboración de esta tesis. A
Pier Achille Mello y Jorge Flores por su valiosa
ayuda, A Bernardo Wolf por su brillante trabajo
de programación.*

INDICE

INTRODUCCION

CAPITULO 1. ANALISIS TEORICO DEL PROBLEMA

CAPITULO 2. DESCRIPCION DEL CALCULO

a) CONSTRUCCION DE LOS ESTADOS

b) CALCULO DE LOS NIVELES DE ENERGIA

APENDICE . EL MODELO DE INTERACCION

REFERENCIAS

INTRODUCCION

En base al modelo de capas del núcleo se calculan los niveles de energía del núcleo O^{19} , usando como interacción residual entre los tres nucleones fuera de capa cerrada, el modelo de interacción, que consiste en una combinación lineal de una interacción de cuadrupolo-cuadrupolo, interacción de apareamiento y de la interacción espín-órbita.

La interacción así expresada en el lenguaje de segunda cuantización, se calcula mediante técnicas fundamentadas en la teoría de grupos.

Estrictamente sólo se usa la técnica de la segunda cuantización, para tomar en cuenta la antisimetría de las funciones de onda que describen fermiones, pues se considera constante el número de nucleones.

Se obtiene la expresión explícita de los estados para tres neutrones, clasificados en la cadena de grupos SU_3 , en términos de los cuales fueron calculadas las matrices de la interacción modelo, cuyos eigenvalores dan los niveles de energía.

Se hizo también el cálculo considerando interacción de intercambio para la parte cuadrupolo-cuadrupolo, en mezcla de Rosenfeld.

Los espectros de niveles de energía calculados teóricamente se comparan con los niveles experimentales y se encuentran los valores de los parámetros para el mejor ajuste.

CAPITULO 1

ANALISIS TEORICO DEL PROBLEMA

La validez de usar una combinación lineal de una interacción de cuadrupolo-cuadrupolo Q^2 y de una interacción de apareamiento P , que toman en cuenta interacciones de largo y corto alcance respectivamente, es discutida¹⁾ por Flores, Chacón, Mello y De Llano, quienes calcularon los niveles de energía para dos, tres y cuatro partículas en la capa 2s-1d del oscilador armónico, usando dos tipos de interacciones: una interacción gaussiana de alcance variable α ;

$$V = -V_0 \frac{q}{\sqrt{\pi} \alpha} \sum_{i,j=1}^N e^{-\left(\frac{r_{ij}}{\alpha}\right)^2}$$

y una combinación lineal:

$$x Q^2 + y P; \quad x + y = 1$$

los espectros de ambas interacciones se comparan, en la figura 1).

También calcularon el traslape entre las funciones de onda de estados correspondientes en interacción de apareamiento pura e interacción gaussiana de corto alcance y para interacción de cuadrupolo-cuadrupolo pura e interacción gaussiana de largo alcance ($\alpha = 4$ fm), obteniendo buenos resultados, que aparecen en la tabla 1. Se le llama traslape al cuadrado de la proyección del eigenvector de una base sobre el eigenvector correspondiente al mismo estado en la otra base.

Los números que aparecen bajo los títulos corto alcance y largo alcance, son el traslape en o/o para los estados de momento angular correspondiente que aparece a la izquierda.

TABLA 1

Traslape entre las funciones de onda de estados correspondientes para P e interacción gaussiana de corto alcance y Q^2 e interacción gaussiana de largo alcance. Para $[h]$ de U_6 .

L	[3]		[2 1]	
	corto alcance o/o	largo alcance o/o	corto alcance o/o	largo alcance o/o
0	95	100	100	100
0'	99	100		
0''	95	100		
1			86	100
1'			86	100
2	99	99	100	97
2'	95	86	77	90
2''	90	86	77	63
2'''			93	70
3	100	100	99	99
3'			99	99
4	89	100	81	100
4'	89	100	81	100
5			100	100
6	100	100		

Los estados con respecto a los cuales se calcula el modelo de interacción, son funciones de onda clasificadas en el esquema del supermultiplete de Wigner²⁾ y su parte orbital en la cadena SU_3 .

Las técnicas generales para la construcción de estas funciones de onda han sido desarrolladas por Moshinsky.³⁾

En las referencias 1) y 3) se indican los métodos que se pueden usar para construir los estados de N partículas. Para la capa 2s-1d del oscilador armónico el número total de estados para partículas con espín e isoespín es 24 y se pueden usar distintas cadenas de subgrupos del grupo unitario de 24 dimensiones U_{24} para clasificar los estados de N partículas.

Para $N = 3$: se da en la tabla 2a la clasificación de los estados en la cadena de grupos SU_3 . En la tabla 2b se da la clasificación de los estados para $T = \frac{3}{2}$ en las cadenas de grupos:

SU_3

$$U_{24} \supset U_6^{(\mu)} \otimes U_4^{(\sigma \tau)} \begin{cases} U_6 \supset SU_3 \supset R_3 \\ U_4 \supset SU_2^{(\sigma)} \otimes SU_2^{(\tau)} \end{cases}$$

R_6

$$U_{24} \supset U_6^{(\mu)} \otimes U_4^{(\sigma \tau)} \begin{cases} U_6 \supset R_6 \supset R_3 \\ U_4 \supset SU_2^{(\sigma)} \otimes SU_2^{(\tau)} \end{cases}$$

TABLA 2a

Estados para tres nucleones en la capa 2s-1d
clasificados en la cadena de grupos SU_3

U_{24}	U_6	U_3	SU_3	R_3	$SU_2^{(s)} \otimes SU_2^{(s)}$
[111]	[4]	(h_1, h_2, h_3)	(k_1, k_2)	L	(ST)
	[3]	(600)	(60)	0246	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
		(420)	(42)	$02^2 34$	
		(222)	(00)	0	
	[21]	(510)	(51)	12345	$(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$
		(420)	(42)	$02^2 34$	$(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$
		(321)	(21)	1 2	$(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$
	[111]	(411)	(30)	1 3	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
		(330)	(33)	1 3	$(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$
Ref.		13	13	14	5

TABLA 2b

Clasificación de los estados de tres neutrones en la
capa 2s-1d, en las cadenas de grupos : SU_3 y R_6

U_{21}	$SU_2^{(2)}$	U_6	SU_3	R_3	$SU_2^{(1)}$		U_6	R_6	R_3	$SU_2^{(1)}$	
	T	[h]	(k, k ₁)	$\bar{L}$	S	J	[h]	($\lambda, \lambda, \lambda$)	L	S	J
[111]	$\frac{3}{2}$	[21]	(51)	1		$\frac{3}{2} \frac{1}{2}$	21	(210)	1 ²		$(\frac{3}{2})^2 (\frac{1}{2})^2$
				2		$\frac{5}{2} \frac{3}{2}$			2 ³		$(\frac{5}{2})^3 (\frac{3}{2})^3$
				3		$\frac{7}{2} \frac{5}{2}$					
				4		$\frac{9}{2} \frac{7}{2}$					
				5	1	$\frac{11}{2} \frac{9}{2}$					
			(42)	0	2	$\frac{1}{2}$			3 ²	1	$(\frac{7}{2})^2 (\frac{5}{2})^2$
				2 ²		$(\frac{5}{2})^2 (\frac{3}{2})^2$				2	
				3		$\frac{7}{2} \frac{5}{2}$			4 ²		$(\frac{9}{2})^2 (\frac{7}{2})^2$
				4		$\frac{9}{2} \frac{7}{2}$					
				1		$\frac{3}{2} \frac{1}{2}$			5		$\frac{11}{2} \frac{9}{2}$
			(21)	2		$\frac{5}{2} \frac{3}{2}$			0		$\frac{1}{2}$
						$\frac{5}{2} \frac{3}{2}$			2		$\frac{5}{2} \frac{3}{2}$
		[111]	(33)	1		$\frac{5}{2} \frac{1}{2}$		111	(111)	1	$\frac{5}{2} \frac{1}{2}$
				3	3	$\frac{9}{2} \frac{3}{2}$			3	3	$\frac{9}{2} \frac{3}{2}$
			(30)	1	2	$\frac{5}{2} \frac{1}{2}$			(11-1)	1	$\frac{5}{2} \frac{1}{2}$
				3		$\frac{9}{2} \frac{3}{2}$			3		$\frac{9}{2} \frac{3}{2}$
Ref.	5		13	14	5			13	13	5	

Los números cuánticos que aparecen en la segunda línea de las tablas 2a,b) , caracterizan las representaciones irreducibles de los grupos correspondientes que aparecen en la primera línea. Se da el momento angular total J asociado con cada estado y en la parte inferior se dan las referencias de las cuales se tomaron los datos para la construcción de la tabla.

La parte cuadrupolo-cuadrupolo en el modelo de interacción :

$$V = -V_0 [xQ^2 + yP + zW_{50}]; \quad x+y+z=1$$

es diagonal con respecto a los estados clasificados en la cadena SU_3 , que son del tipo :

$$|[k]\alpha(k_1 k_2)\omega_L; \{v\} \beta ST; SM_J \rangle$$

no siéndolo ni P ni W_{50} . Se tiene una fórmula cerrada para los eigenvalores de Q^2 en esta base. Ver apéndice.

El cálculo de la interacción de apareamiento P se puede hacer de dos formas :

a) Calculando la matriz de P con respecto de los estados clasificados en la cadena R_6 :

$$|[k]\alpha(\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)\omega_L M_L \rangle$$

en donde sí es diagonal y después pasando a la cadena SU_3 mediante los paréntesis de transformación :

$$\langle [h] \alpha(k_1 k_2) \omega L | [h] \alpha'(\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3) \omega' L \rangle$$

b) Calculando directamente la matriz de la interacción $\mathcal{P}$ en la base clasificada por la cadena SU_3 y después diagonalizando la matriz resultante.

Una manera de checar los cálculos es obtener los eigenvalores de la interacción $\mathcal{P}$ en ambas formas.

El cálculo de la interacción espín-órbita $\mathcal{W}_{so}$ se puede hacer de manera análoga al cálculo de la interacción $\mathcal{P}$, se aplica el operador $\mathcal{W}_{so}$ a los kets clasificados en la cadena SU_3 , después se efectúan los productos escalares de los kets resultantes con los kets originales, para obtener la matriz de $\mathcal{W}_{so}$ y finalmente se diagonaliza esta última.

Se checan los eigenvalores de la interacción $\mathcal{W}_{so}$ obtenidos en la forma anterior, con los que se obtienen directamente mediante una fórmula cerrada en el acoplamiento j-j.

También se puede aprovechar la naturaleza tensorial del operador $\mathcal{W}_{so}$ para calcular sus eigenvalores. Ver apéndice.

Cuando se tienen las matrices de las interacciones Q^2 ya diagonal, de P y de $\mathcal{M}_{50}$ se combinan en la forma :

$$V = -V_0 [xQ^2 + yP + (1-x-y)\mathcal{M}_{50}]$$

y se diagonaliza la matriz total resultante.

Los eigenvalores de esta matriz son los niveles de energía teóricos.

Los eigenvectores correspondientes a estos eigenvalores fueron obtenidos explícitamente y con ellos se pueden calcular cosas como : valores de expectación de momentos multipolares, probabilidades de transición etc.

CAPITULO 2

DESCRIPCION DEL CALCULO

a) CONSTRUCCION DE LOS ESTADOS

Se calcularon los polinomios base para las representaciones irreducibles de la cadena SU_3 , acoplados a momento angular total J :

$$|[h]\alpha(k_1 k_2) \omega_L; \{v\} \beta ST; SS\rangle$$

en términos de la base en acoplamiento L-S usando los coeficientes de Clebsch-Gordan ;

$$|[h]\alpha(k_1 k_2) \omega_L; \{v\} \beta ST, S\rangle = \sum_{M_L M_S} \langle L M_L S M_S | SS \rangle \times \\ \times |[h]\alpha(k_1 k_2) \omega_L M_L; \{v\} S M_S T\rangle$$

El cálculo de los kets del tipo :

$$|[h]\alpha(k_1 k_2) \omega_L M_L; \{v\} S M_S T\rangle$$

se hizo calculando primero los kets de máximo peso en U_4 : con $T = \frac{3}{2}$ y $S = \frac{1}{2}$ para $[21]$, y con $T = \frac{3}{2}$ y $S = \frac{3}{2}$ para $[111]$ de U_6 respectivamente.

Este ket se denota como:

$$|[h_1 \dots h_6] \alpha(k_1 k_2) \omega L M_L \rangle$$

el cual fue obtenido de los kets de máxima proyección del momento angular L ó sea del tipo:

$$|[h_1 \dots h_6] \alpha(k_1 k_2) \omega L L \rangle$$

mediante el operador de descenso $\hat{L}_{-1}$ de R_3 .

A su vez los kets de máxima proyección del momento angular L fueron obtenidos del ket de máximo peso en SU_3 :

$$|[h_1 \dots h_6] \alpha(k_1 k_2) L = k_1 = M_L \rangle$$

mediante unos operadores $\hat{M}_{LL'}^{(2)}$ tales que:

$$\hat{M}_{LL'}^{(2)} |[h] \alpha(k_1 k_2) \omega L L \rangle = \sum_{\omega'} B_{\omega'} |[h] \alpha(k_1 k_2) \omega' L' L' \rangle$$

cuya expresión explícita es:

$$\hat{M}_{LL'}^{(2)} = \sum_{\tau=2}^{-2} (-)^{\tau} \sqrt{\frac{(2+\tau)!}{2^{2-\tau}(2-\tau)!}} \frac{(L-L'+2)!(L+L'+3)!}{(L-L'+\tau)!(L+L'+1+\tau)!} \begin{pmatrix} 2+L-L' \\ \tau-1 \end{pmatrix} Q_{\tau}$$

donde Q_{τ} son las componentes de un tensor de Racah¹⁾ de rango dos :

$$Q_{\tau} = - \sum_{q q'} (-)^{q'} \langle 11 q - q' | 2 \tau \rangle G_q^{q'}$$

dado en términos de los generadores $G_q^{q'}$ del grupo $U_3 \subset U_6$ y que por lo tanto no cambia la representación en SU_3 de los estados.

El polinomio de máximo peso en SU_3 es el polinomio solución de las ecuaciones :

$$a) G_q^q P_{10} > = h_q P_{10} > \quad ; \quad q = 1, 0, -1 \quad \text{ó} \quad q = 1, 2, 3$$

$$b) G_q^{q'} P_{10} > = 0 \quad , \quad q > q' \quad , \quad q < q'$$

donde los generadores del grupo U_3 , están formados a partir de los generadores $G_{\mu}^{\mu'}$ del grupo unitario de seis dimensiones U_6 , relativo al espacio de configuración de la capa 2s-1d del oscilador armónico. Véase ref. 3).

Para calcular los polinomios¹⁾ se construyeron las tablas de eigenvalores de los generadores G_q^q para los términos típicos :

$$\Delta_{\mu_1 \mu_2 \mu_3}^{123} ; \Delta_{\mu_1}^{1} \Delta_{\mu_2 \mu_3}^{12} ; \Delta_{\mu_1}^{1} \Delta_{\mu_2}^{1} \Delta_{\mu_3}^{1}$$

de las particiones [3], [21] y [111] de U_6 respectivamente. De las tablas se obtuvieron las posibilidades que cumplen una de las ecuaciones para

el peso y con los términos posibles se hizo una combinación lineal, imponiendo las ecuaciones restantes se eliminaron algunos términos y finalmente se determinaron los valores de las constantes normalizando el polinomio.

Ejemplo:

Para $[111]$ de V_6 , $[411]$ de U_3 y $L=1$ de R_3

el polinomio es del tipo

$$P = \sum A_{\mu_1 \mu_2 \mu_3} \Delta'_{\mu_1} \Delta'_{\mu_2} \Delta'_{\mu_3}$$

las ecuaciones que debe cumplir son :

$$a) G_1' P = 4 P$$

$$e) G_1^2 P = 0$$

$$b) G_2^2 P = P$$

$$f) G_2^3 P = 0$$

$$c) G_3^3 P = P$$

$$g) G_1^3 P = 0$$

se construye la tabla de eigenvalores de G_q^q para los términos Δ'_q . Ver tabla siguiente.

TABLA 3

Eigenvalores de los operadores G_q^q de U_3 para los términos típicos Δ'_q .

	Δ'_1	Δ'_2	Δ'_3	Δ'_4	Δ'_5	Δ'_6
G_1^1	2	1	1	0	0	0
G_2^2	0	1	0	2	1	0
G_3^3	0	0	1	0	1	2

de la tabla anterior se ve que hay seis combinaciones de productos de tres Δ'_μ que cumplen la condición a) ó sea que tienen eigenvalor 4 de G_1^1 .

se propone entonces como solución :

$$P = a_1 \Delta'_1 \Delta'_1 \Delta'_1 + a_2 \Delta'_1 \Delta'_1 \Delta'_5 + a_3 \Delta'_1 \Delta'_1 \Delta'_6 + a_4 \Delta'_1 \Delta'_2 \Delta'_2 + a_5 \Delta'_1 \Delta'_3 \Delta'_3 + a_6 \Delta'_1 \Delta'_4 \Delta'_3 ,$$

de esta combinación lineal, solo dos términos satisfacen la condición b), quedando entonces:

$$P = a_2 \Delta'_1 \Delta'_1 \Delta'_5 + a_6 \Delta'_1 \Delta'_2 \Delta'_3 = b_1 \Delta'_1 \Delta'_1 \Delta'_5 + b_2 \Delta'_1 \Delta'_2 \Delta'_3$$

de la expresión anterior solo un término satisface la condición c) , quedando:

$$P = a \Delta'_1 \Delta'_2 \Delta'_3$$

en este caso automáticamente se cumplen las condiciones e), f), g) . El valor de la constante k se determina con la condición de normalización.

Con este método fueron obtenidos los estados de máximo peso en SU_3 con máximo valor del momento angular L de R_3 cuya clasificación aparece en la tabla siguiente:

TABLA 4

Estados de máximo peso en SU_3 con valor máximo del momento angular L.

U_6	SU_3	R_3
$[h]$	(k_1, k_2)	L
$[3]$	(60)	6
$[3]$	(42)	4
$[3]$	(00)	0
$[21]$	(51)	5
$[21]$	(42)	4
$[21]$	(21)	2
$[111]$	(30)	3
$[111]$	(33)	3

Los polinomios del párrafo anterior fueron checados contra los polinomios obtenidos por E. Chacón⁴⁾ para tres partículas en términos de los operadores de creación de bosones a^+

El pasó de los polinomios en operadores de Bose a los polinomios en operadores de Fermi se hizo para las tres particiones de U_6 , aplicando las reglas de Moshinsky que sustituyen el término típico normalizado en operadores de Bose por un término normalizado en operadores de Fermi b^+ :

Para $[3]$ de U_6

$$N \Delta'_\alpha \Delta'_\beta \Delta'_\gamma \longrightarrow N' \Delta'^{123}_{\alpha\beta\gamma}$$

para $[21]$ de U_6

$$N \Delta'_\alpha \Delta'^{12}_{\beta\gamma} \longrightarrow N' (\Delta'_\gamma \Delta'^{12}_{\alpha\beta} - \Delta'_\beta \Delta'^{12}_{\alpha\gamma})$$

para $[111]$ de U_6

$$N \Delta'^{123}_{\alpha\beta\gamma} \longrightarrow N' \Delta'_\alpha \Delta'_\beta \Delta'_\gamma$$

donde

$$\Delta_{\mu_1 \dots \mu_J}^{s_1 \dots s_J} \equiv \sum (-)^{P_s} P_s q_{\mu_1 s_1}^+ \dots q_{\mu_J s_J}^+ = \sum (-)^{P_\mu} P_\mu q_{\mu_1 s_1}^+ \dots q_{\mu_J s_J}^+$$

$$\Delta_{\mu_1 \dots \mu_J}^{s_1 \dots s_J} \equiv \sum (-)^{P_s} P_s b_{\mu_1 s_1}^+ \dots b_{\mu_J s_J}^+ = \sum (+)^{P_\mu} P_\mu b_{\mu_1 s_1}^+ \dots b_{\mu_J s_J}^+$$

Los polinomios así obtenidos y normalizados quedaron expresados para las tres particiones de U_6 como sigue:

Para [3] de U_6

$$P = \sum_{\mu_1 \mu_2 \mu_3} A_{\mu_1 \mu_2 \mu_3} \Delta_{\mu_1 \mu_2 \mu_3}^{123}$$

para [21] de U_6

$$P = \sum_{\mu_1 \mu_2 \mu_3} A'_{\mu_1 \mu_2 \mu_3} \Delta'_{\mu_1} \Delta'^{12}_{\mu_2 \mu_3}$$

para [111] de U_6

$$P = \sum_{\mu_1 \mu_2 \mu_3} A''_{\mu_1 \mu_2 \mu_3} \Delta'_{\mu_1} \Delta'_{\mu_2} \Delta'_{\mu_3}$$

Hasta este momento los únicos estados contruidos y checados son los de :

$$|[h] \alpha (k_1 k_2) L = k_1 = M_L \rangle$$

los demás estados :

$$|[h] \alpha (k_1 k_2) \omega L L \rangle$$

fueron obtenidos por dos procedimientos separados. El primero de ellos consistió en traducir los resultados de Chacón en Q^+ usando las correspondencias mencionadas anteriormente. El segundo fue un programa elaborado por B. Wolf que aplica las M_{LL} a los kets de máximo peso en SU_3 y mediante máquina electrónica obtiene los estados:

$$|[h_1 \dots h_6] (k_1 k_2) \omega L L \rangle$$

a los cuales se aplicó L_- obteniéndose los kets:

$$|[h_1 \dots h_6] (k_1 k_2) \omega L M_L \rangle$$

que todavía son de máximo peso en espín e isoespín.

Las posibilidades para espín e isoespín (ST) contenidas en una representación $\{v_1, \dots, v_4\}$ de U_4 ó equivalentemente $\{h_1, \dots, h_6\}$ del grupo complementario U_6 están tabuladas^{s)}. Para tres partículas son:

TABLA 5

U_6	U_4	$SU_2 \times SU_2$
$[h]$	$\{v\}$	(ST)
$[3]$	$\{111\}$	$(\frac{1}{2} \frac{1}{2})$
$[21]$	$\{21\}$	$(\frac{1}{2} \frac{1}{2})(\frac{3}{2} \frac{1}{2})(\frac{1}{2} \frac{3}{2})$
$[111]$	$\{3\}$	$(\frac{1}{2} \frac{1}{2}) (\frac{3}{2} \frac{3}{2})$

Fueron calculados los estados para todas estas posibilidades aunque de hecho para el 0^{19} sólo se necesitan aquellos estados de isoespín $T = \frac{3}{2}$ que son los que se dan en este trabajo.

El cálculo de estos últimos estados se hizo substituyendo el término típico del polinomio de máximo peso en espín e isoespín por una combinación lineal de términos que tuvieran espín e isoespín deseados:

$$S_0 P = s P ; T_0 P = t P$$

los coeficientes de la combinación lineal se obtuvieron con ayuda de las ecuaciones³⁾:

$$S_+ P = 0 ; T_+ P = 0$$

los nuevos estados fueron normalizados tomando el producto de cada estado consigo mismo lo que se hizo con máquina electrónica.

Para nuestro caso sólo fué necesario pa sar de los estados :

$$| [21] (k_1 k_2) \omega L; \frac{3}{2} \frac{1}{2} \rangle$$

a los estados :

$$| [21] (k_1 k_2) \omega L; \frac{1}{2} \frac{3}{2} \rangle$$

lo que se hizo substituyendo el término típico

$$\Delta_{ij}^{12} \Delta_k^1 \text{ por el término } \Delta_{ij}^{13} \Delta_k^1$$

donde si los polinomios originales están norma lizados lo estarán también los nuevos polinomios.

Con lo cual se obtuvieron los estados de $T = \frac{3}{2}$:

$$|[21](k_1 k_2) \omega L M_L; \{21\} \frac{1}{2} \frac{3}{2} \rangle$$

a los cuales hay que agregar los estados :

$$|[111](k_1 k_2) \omega L M_L; \{3\} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \rangle$$

obtenidos anteriormente . Nos falta sólo bajar en $SU_2^{(q)}$ para tener la base completa en acoplamiento L-S , lo cual se hace con ayuda de los operadores de descenso S_- tales que :

$$\sqrt{\frac{(S+M_S)!}{(S-M_S)!(2S)!}} (S_-)^{S-M_S} |\dots; SS\rangle = |\dots; S M_S\rangle$$

$$S_- = C_3 + C_4 \quad ; \quad C_q' \equiv a_q^\dagger a_q$$

Aplicando estos operadores a los dos tipos de estados anteriores, se obtienen los kets que nos interesan , por el procedimiento que se indica a continuación .

Si se tiene para el estado :

$$|[21](k_1 k_2) \omega L; \{21\} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \rangle$$

el término típico correspondiente

$$\Delta_{ij}^{13} \Delta_k^1$$

la ecuación $S_- \Delta_{ij}^{13} \Delta_k^1 = \Delta_{ij}^{13} \Delta_k^3$ da el término típico que corresponde al estado del tipo:

$$|[21](k_1 k_2) \omega L; \{21\} \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \rangle$$

Análogamente , si se tiene para el estado

$$| [m] (k_1 k_2) \omega_L ; \{3\} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \rangle$$

el término típico $\Delta'_i \Delta'_j \Delta'_k$ entonces al aplicar el operador de descenso S_- al término típico ,

$$\frac{1}{\sqrt{3}} S_- (\Delta'_i \Delta'_j \Delta'_k) = \frac{1}{\sqrt{3}} (\Delta'_i \Delta'_j \Delta_k^3 + \Delta'_i \Delta_j^3 \Delta'_k + \Delta_i^3 \Delta'_j \Delta'_k)$$

se encuentra que el término típico correspondiente al estado :

$$| [m] (k_1 k_2) \omega_L ; \{3\} \frac{3}{2} \frac{1}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \rangle$$

$$\text{es : } \frac{1}{\sqrt{3}} (\Delta'_i \Delta'_j \Delta_k^3 + \Delta'_i \Delta_j^3 \Delta'_k + \Delta_i^3 \Delta'_j \Delta'_k)$$

Aplicando nuevamente el operador S_-

$$\frac{1}{2\sqrt{3}} S_- (\Delta'_i \Delta'_j \Delta_k^3 + \Delta'_i \Delta_j^3 \Delta'_k + \Delta_i^3 \Delta'_j \Delta'_k) = \frac{1}{\sqrt{3}} (\Delta'_i \Delta_j^3 \Delta_k^3 + \Delta_i^3 \Delta'_j \Delta_k^3 + \Delta_i^3 \Delta_j^3 \Delta'_k)$$

se encuentra que el término típico correspondiente al estado :

$$| [m] (k_1 k_2) \omega_L ; \{3\} \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \rangle$$

es :

$$\frac{1}{\sqrt{3}} (\Delta'_i \Delta_j^3 \Delta_k^3 + \Delta_i^3 \Delta'_j \Delta_k^3 + \Delta_i^3 \Delta_j^3 \Delta'_k)$$

Y aplicando finalmente S_- ,

$$\frac{1}{3} S_- (\Delta_i^1 \Delta_j^3 \Delta_k^3 + \Delta_i^3 \Delta_j^1 \Delta_k^3 + \Delta_i^3 \Delta_j^3 \Delta_k^1) = \Delta_i^3 \Delta_j^3 \Delta_k^3$$

se encuentra que el término típico correspondiente al estado :

$$|[\pi](k_1 k_2) \omega_L; \{3\} \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \rangle$$

$$\text{es : } \Delta_i^3 \Delta_j^3 \Delta_k^3$$

Se checó que al aplicar una vez más S_- al término anterior se obtiene cero.

Una vez obtenida la base completa de estados en acoplamiento L-S :

$$|[\pi](k_1 k_2) \omega_L M_L; \{V\} S M_S \frac{3}{2} \frac{3}{2} \rangle$$

fueron reacoplados a momento angular total J usando los coeficientes de Clebsch-Gordan. Y mediante nuevos programas elaborados por B. Wolf se obtuvo la base completa de estados:

$$|[\pi](k_1 k_2) \omega_L; \{V\} S \frac{3}{2} ; S M_S = S \rangle$$

con los estados en forma canónica y normalizados, teniéndose los coeficientes de normalización tanto decimales como racionales. Por razones prácticas los estados quedaron expresados en términos de b^+ y en la tabla 8) se dan los estados acoplados a momento angular total J .

En la tabla 9) se dan los paréntesis de transformación que acoplan los estados a J .

En la tabla 10) se da la matriz de transformación de la cadena R_6 a la SU_3 .

En la tabla 11) se da la matriz de transformación del acoplamiento L-S al acoplamiento $j-j$.

Estos dos últimos resultados fueron obtenidos diagonalizando las matrices de las interacciones $\mathcal{P}$ y $\mathcal{W}_s$, respectivamente, como se indica en la siguiente sección.

En la tabla 12) se dan las matrices de la interacción modelo para $V_0 = 1$.

b) CALCULO DE LOS NIVELES DE ENERGIA

Los niveles de energía del 0^{19} , corresponden a estados que son combinaciones lineales de los estados con isoespín $T = \frac{3}{2}$ de la tabla 2b).

Para calcular los niveles de energía se usó la interacción siguiente:

$$V = -V_0 (x Q^2 + y P + z W_\infty) ; x + y + z = 1$$

donde x, y, z son los pesos de los distintos términos de la interacción V .

La matriz de V se calculó con respecto a la base completa de estados clasificados en la cadena SU_3 , con respecto a la cual el primer término Q^2 es diagonal. Los eigenvalores de Q^2 se obtuvieron mediante la fórmula cerrada que aparece en el apéndice.

Los elementos de matriz de P son diagonales en los eigenvalores del espín e isoespín y de hecho independiente de esos eigenvalores, por lo cual el elemento de matriz más general que se necesita evaluar para P es:

$$\langle [h](k_1 k_2) \omega L | P | [h](k'_1 k'_2) \omega' L \rangle$$

La ausencia de espín e isoespín en la expresión anterior indica que se toman estados de máximo peso en ellos.

Las matrices obtenidas para las dos representaciones [21] y [111] de U_6 fueron calculadas y diagonalizadas con ayuda de la Gamma 30 del Centro de Cálculo Electrónico de la UNAM.

Los eigenvalores de $\mathcal{P}$ calculados en la cadena SU_3 coincidieron con los obtenidos a mano usando la fórmula cerrada que se tiene para la cadena R_6 :

$$E_{(\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)}^{[k]} = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{\mu=1}^6 [k_{\mu} (k_{\mu} - 2\mu + 6)] - \lambda_3^2 - \lambda_2 (\lambda_2 + 2) - \lambda_1 (\lambda_1 + 4) \right\},$$

y están dados en la tabla siguiente:

TABLA 6

U_6	R_6	
$[k]$	$(\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)$	$E_{(\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)}^{[k]}$
[21]	(100)	5
	(210)	0
[111]	(111)	0
	(11-1)	0

Este chequeo, que prácticamente es imposible ocurrir accidentalmente, indicó que hasta este momento todo había sido calculado adecuadamente.

Los eigenvectores de la interacción P nos dan los paréntesis de transformación de la base $U_6 \supset R_6$ a la base $U_6 \supset SU_3$, dados en la tabla 10).

Para la interacción W_{so} se hizo un cálculo análogo al que se hizo para P , es decir se aplicó directamente el operador W_{so} a los kets clasificados en la cadena SU_3 y se efectuaron los productos escalares con los kets originales. Todo esto con máquina electrónica, pues a mano hubiera sido prácticamente imposible hacerlo por el número tan grande de términos que se necesita calcular.

Se diagonalizó la matriz de W_{so} y los eigenvalores obtenidos checkaron con los que se obtuvieron en el acoplamiento j-j.

Los eigenvectores de la interacción W_{ls} nos dan los paréntesis de transformación de la base en acoplamiento L-S a la base en acoplamiento j-j.

En la tabla 7) se dan los eigenvalores de la interacción espín-órbita obtenidos en el acoplamiento j-j.

TABLA 7

Eigenvalores de la interacción W_{s_0} en acoplamiento j-

	$(d_{\frac{5}{2}})^a (d_{\frac{3}{2}})^b (s_{\frac{1}{2}})^c$	
$\sum \underline{l}_i \cdot \underline{s}_i$	(a, b, c)	J
3	(3, 0, 0)	$\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{9}{2}$
2	(2, 0, 1)	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}$
1	(1, 0, 2)	$\frac{5}{2}$
$\frac{1}{2}$	(2, 1, 0)	$\frac{1}{2}, (\frac{3}{2})^2, (\frac{5}{2})^2, (\frac{7}{2})^2, \frac{9}{2}, \frac{11}{2}$
$-\frac{1}{2}$	(1, 1, 1)	$\frac{1}{2}, (\frac{3}{2})^2, (\frac{5}{2})^2, (\frac{7}{2})^2, \frac{9}{2}$
$-\frac{3}{2}$	(0, 1, 2)	$\frac{3}{2}$
- 2	(1, 2, 0)	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, (\frac{5}{2})^2, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}$
- 3	(0, 2, 1)	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$
$-\frac{9}{2}$	(0, 3, 0)	$\frac{3}{2}$

Una vez obtenidas las matrices para Q^2 , P y W_{50} con respecto de los estados clasificados por la cadena de grupos SU_3 y acoplados a momento angular total J , se hizo la combinación lineal de estas matrices y se diagonalizó la matriz resultante.

El rango de variación que se consideró para los tres parámetros fue :

$$x, y, z = .0, .1, .2, \dots, 1.0$$

Los niveles obtenidos se ajustaron al espectro experimental de niveles, colocando el primer nivel excitado con $J = \frac{5}{2}$ en 0 MeV.

Se determinaron los parámetros de mejor ajuste con los primeros cuatro niveles experimentales, que por el momento son los únicos bien identificados de paridad positiva y con J asociada.

Se examinaron los valores para localizar aquellos que por inspección se parecían a la ordenación experimental, y luego del conjunto de estos últimos se hizo el mejor ajuste por mínimos cuadrados obteniendo :

$x = .2, y = .7, z = .1$,
como los parámetros que dan el mejor ajuste a mínimos cuadrados, sin considerar intercambio.

La desviación media $\sigma \equiv \sum (E_{exp} - E_{teor})^2 (MeV)^2$
resultó ser en este caso $\sigma = 0.59 (MeV)^2$

La expresión de la interacción de intercambio en segunda cuantización, para largo alcance la obtuvieron E. Chacón y M. De Llano¹⁵⁾, quienes encontraron una fórmula cerrada para los eigenvalores de ella.

$$Q = \frac{1}{2} W N(N-1) + \frac{1}{4} (B-H) N(N-1) + BS(S+1) - HT(T+1) + \frac{M}{2} \sum_{\mu=1}^r h_{\mu} (h_{\mu} - 2\mu + 1)$$

Se calculó esta interacción en mezcla de Rosenfeld : $W = -0.13$, $M = 0.93$, $H = 0.26$ y $B = 0.46$ y se obtuvieron los niveles de energía con la interacción modelo modificada en su parte cuadrupolo-cuadrupolo, por la interacción de intercambio normalizada :

$$- \sqrt{6} [x Q^2 Q' + y P + z W_{so}]$$

$$\text{donde } x + y + z = 1 \quad ; \quad Q' = \frac{2Q}{N(N-1)}$$

Los niveles resultantes no ajustaron con el orden ni con la separación experimental de los niveles del O^{19} , por lo que no se presentan aquí.

CONCLUSIONES

Se obtuvo un buen ajuste de los niveles teóricos calculados con la interacción modelo y los niveles experimentales del O^{19} , ajustando apropiadamente los parámetros de la interacción mencionada.

Se encontró mejor ajuste cuando no se tomó en cuenta la interacción de intercambio. Mello Flores, Chacón y De Llano hicieron el cálculo de los niveles de núcleos con $A = 18$ y 20 : F^{18} , O^{18} , F^{20} , O^{20} , y Ne^{20} . Para F^{18} encontraron mejor ajuste cuando no consideraban intercambio, sin embargo resultó útil considerar intercambio en la parte de largo alcance para el resto de los núcleos que calcularon.

Por lo cual el papel de los términos de intercambio para interacciones entre nucleones en la capa $2s-1d$ tendrá que aclararse en estudios posteriores.

No se ha introducido en estos cálculos ningún efecto de fuerzas tensoriales ya que un trabajo de B. Wolf y M. Fosado ¹⁶⁾ muestra que no son esenciales para el F^{18} y se espera poder prescindir de en el resto de la capa $2s-1d$.

Se dan explícitamente los estados para tres neutrones en la capa $2s-1d$ del oscilador armónico, con ayuda de los cuales se pueden calcular probabilidades de transición en fenómenos electromagnéticos o en procesos de desinteracción beta etc.

No se siguió ningún criterio para cortar la base en este trabajo, pues un objetivo futuro propuesto por Moshinsky fué sistematizar el cálculo de los núcleos de la capa 2s-1d empleando la máquina electrónica, lo cual se logró en principio gracias al trabajo desarrollado por B. Wolf.

REFERENCIAS

- 1) J. Flores, E. Chacón, P. A. Mello y M. De Llano
"Studies on Nuclear Structure in The 2s-1d Shell"
en prensa en : Nuclear Physics .
- 2) E. P. Wigner Phys. Rev. 106 (1937) .
- 3) M. Moshinsky "Group Theory and the Many Body Problem"
en prensa en : "Physics of Many Particle Systems" edi-
tado por E. Meron (Gordon and Breach New York 1965).
- 4) E. Chacón tablas no publicadas.
- 5) M. Hamermesh Group Theory (Addison-Wesley Publishing
Co. Inc. Reading Mass. 1962) p. 437
- 6) E. U. Condon y G. H. Shortley "The Theory of Atomic
Spectra (Cambridge University Press 1953) p. 46
- 7) J. A. Moszkowski Handbuch der Physik B. XXXIX
Springer Verlag Berlin 1956 p. 469
- 8) Referencia 5) cap. 8
- 9) Referencia 3) cap. 6
- 10) Referencia 3) cap. 7
- 11) G. Racah Phys. Rev. 62 (1942) p. 438
- 12) E. M. Rose "Elementary Theory of Angular Momentum"
Wiley 1956 p. 85
- 13) J. P. Elliot Proc. Roy. Soc. A245 (1958) p. 128
- 14) V. Bargman y M. Moshinsky Nuclear Physics 18 (1960) 697
- 15) E. Chacón y M. De Llano Rev. Mex. Fis. Vol. 13 No 2 p.94
- 16) B. Wolf y M. Fosado Tensor Force in the Nucleus F¹⁸
Rev. Mex. Fis. en prensa.

APENDICE

EL MODELO DE INTERACCION

Considerando al núcleo como un sistema de muchos cuerpos, se supone que es descrito por un hamiltoniano de la forma :

$$H = \sum_{i=1}^N \frac{p_i^2}{2m} + U_i + \sum_{i < j=1}^N V_{ij} + \sum_{i=1}^N \underline{l}_i \cdot \underline{s}_i$$

donde N es el número de partículas.

Cuando las partículas en consideración son fermiones, las funciones de onda del problema deben estar totalmente antisimetrizadas.

Las funciones de onda totalmente antisimétricas para N partículas más generales, son los determinantes de Slater⁶⁾:

$$\Psi_{\text{Slater}} = \sum_P (-)^P P \Psi_{s_1(1)} \Psi_{s_2(2)} \dots \Psi_{s_N(N)}$$

que cumplen :

$$\langle \Psi'_{\text{Slater}} | \Psi_{\text{Slater}} \rangle = \delta_{s'_1 \dots s'_N, s_1 \dots s_N}$$

En el modelo de capas del núcleo es usual tomar $U_i = \frac{1}{2} m \omega^2 r_i^2$, donde ω es la frecuencia dada por la relación de Moszkowski.⁷⁾

$$\hbar \omega \approx 41 A^{-\frac{1}{3}} \text{ Mev.} \quad A \approx \text{no. masa del núcleo}$$

En esta descripción los estados de la partícula independiente están caracterizados por cinco números cuánticos ν, l, m, s, τ , tres para el espacio de configuración y dos para el espacio de espín-isoespín.

Notación :

$$\nu l m \leftrightarrow \mu ; \quad s \tau \leftrightarrow S'$$

$$\nu l m s \tau \leftrightarrow S \equiv \mu S'$$

Usualmente la interacción residual se calcula suponiéndola de distintas formas : de tipo Yukawa, gaussiana etc. y se calcula su elemento de matriz con respecto de las funciones de onda soluciones de la ecuación :

$$H_0 \psi = E \psi \quad \text{donde} \quad H_0 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{p_i^2}{2m} + U_i \right)$$

En el modelo de interacción se usa la técnica de la segunda cuantización, es decir los operadores de creación y aniquilación de partículas tienen un significado simbólico, pues en realidad no las crean ni las aniquilan, sólo las pasan de un estado a otro .

Si se definen los operadores de creación y aniquilación de fermiones $b_s^+, b_{s'}^+$ por medio de las relaciones :

$$\{b_s^+, b_{s'}^+\} \equiv b_s^+ b_{s'}^+ + b_{s'}^+ b_s^+ = \delta_{s s'} ; \quad \{b_s^+, b_s^+\} = \{b_s^-, b_s^-\} = 0$$

y se construyen los estados :

$$|s_1 s_2 \dots s_N\rangle \equiv b_{s_1}^+ b_{s_2}^+ \dots b_{s_N}^+ |0\rangle ; \quad b_s^+ |0\rangle = 0 \quad \forall s$$

Se tiene que estos cumplen :

$$\langle s'_1 s'_2 \dots s'_N | s_1 s_2 \dots s_N \rangle = \delta_{s_1 s'_1 s_2 s'_2 \dots s_N s'_N},$$

relación idéntica a la que cumplen los determinantes de Slater.

Si además se definen los operadores ³⁾:

$$W \equiv \sum_{s s'} \langle s | W_i | s' \rangle b_s^\dagger b_{s'}$$

y

$$V \equiv \frac{1}{2} \sum_{s_1 s_2} \sum_{s'_1 s'_2} \langle s_1 s_2 | V_{12} | s'_1 s'_2 \rangle b_{s_2}^\dagger b_{s_1}^\dagger b_{s'_1} b_{s'_2}$$

se encuentra que las matrices de W y V en términos de los kets $|s_1 s_2 \dots s_N\rangle$, son equivalentes a las matrices de $\sum W_i$ y $\sum V_{ij}$ en términos de los determinantes de Slater, donde

$$W_i \equiv \frac{p_i^2}{2m} + U_i$$

Se define el operador de espín-órbita en el lenguaje de segunda cuantización como:

$$W_{so} \equiv \sum_{s s'} \langle s | \sum_{i=1}^N l_i \cdot s_i | s' \rangle b_s^\dagger b_{s'}$$

que expresado en componentes esféricas de l_i y s_i queda :

$$W_{so} = \sum_{s s'} \langle s | \sum_{q''=-1}^{-1} (-)^{q''} l_{q''} s_{-q''} | s' \rangle b_s^\dagger b_{s'}$$

y separando la parte orbital de la parte en espín se obtiene :

$$W_{so} = \sum_{\mu, \mu'} \sum_{\sigma, \sigma'} \sum_{q''} \left\{ (-)^{q''} \langle \mu | l q'' | \mu' \rangle \langle \sigma | s_{q''} | \sigma' \rangle \sum_{\tau} b_{\mu \sigma \tau}^+ b_{\mu' \sigma' \tau} \right\}$$

En resumen, se pasa del elemento de matriz :

$$\langle \Psi'_{\text{ Slater}} | H | \Psi_{\text{ Slater}} \rangle$$

al elemento de matriz :

$$\langle s'_1 \dots s'_N | \mathcal{H} | s_1 \dots s_N \rangle$$

donde

$$\mathcal{H} \equiv W + V + W_{so}$$

Se demuestra que V puede ser aproximado por una combinación lineal : $xQ^2 + yP$,

donde Q^2 es la interacción de cuadrupolo-cuadrupolo y P es la interacción de apareamiento, que toman en cuenta interacciones de largo y corto alcance respectivamente. Y se definen como³⁾:

$$Q^2 \equiv \sum (-)^m Q_m Q_{-m} \quad \text{donde}$$

$$Q_m = \left(\frac{4\pi}{15} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{\mu} \sum_{\mu'} \langle \mu | r^2 Y_{2m}(\theta, \varphi) | \mu' \rangle b_{\mu}^{\mu'} \quad y$$

$$P \equiv \frac{1}{2} \left\{ \left[\sum_{k, m} \sum_{k', m'} (-)^{m+m'} b_{k, m}^{k', m'} b_{k, -m}^{k', -m'} \right] - \sum_{k, m} b_{k, m}^{k, m} \right\}$$

Q = 10-4-11

10-10-11

donde Γ es el operador de Laplace de ∇^2 ,
es el operador de Cauchy de ∇ ,
el operador de número, toda vez que el momento
de partículas.
Si se escogen funciones de onda apropiadas, se pueden
ordenar de grupos apropiados, se pueden
diagonales las matrices de los Γ

$\square$ es el operador de la matriz de transición de estado en un paso.
El operador de cambio de base P transforma los operadores de número, para cada una de las partículas.

Si se escogen funciones de onda simétricas e antisimétricas de grupos apropiados, se pueden obtener por cadenas de grupos apropiados, las matrices de los operadores automáticamente diagonales las matrices de los operadores $Q^{\dagger}$ y Q .

Los $Q^{\dagger}$ y Q son operadores de creación y destrucción.

por da
ticamente
res Q^L y P

* ~~ESTE ES UN EJEMPLO DE FALSIFICACION~~

Los eigenvalores de Q^2 con respecto a la base clasificada en la cadena $U_6 \supset SU_3 \supset R_3$ son⁹⁾:

$$E_L^{(k_1 k_2)} = \frac{2}{3} (k_1 + k_2)^2 - 2k_1(k_2 - 1) - \frac{1}{2} L(L+1)$$

Y los eigenvalores de P con respecto a la base clasificada en la cadena $U_6 \supset R_6 \supset R_3$, son¹⁰⁾:

$$E_{(\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)}^{[h]} = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{\mu=1}^6 [h_{\mu}(h_{\mu-2} + 6)] - \lambda_3^2 - \lambda_2(\lambda_2 + 2) - \lambda_1(\lambda_1 + 4) \right\},$$

para la capa 2s-1d del oscilador armónico

Si se quiere pasar de una base a la otra, se hace el cambio mediante los paréntesis de transformación :

$$\langle [h] \alpha (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3) \omega L \mid [h] \alpha' (k_1 k_2) \omega' L \rangle$$

El cálculo de la matriz de la interacción espín-órbita, en términos de los estados clasificados por la cadena de grupos SU_3 , puede hacerse de dos formas :

a) Usando el método desarrollado por Moshinsky, que consiste en aprovechar la naturaleza tensorial del operador $\mathcal{W}_{50}$, el cual se esboza a continuación.

Se quiere calcular la matriz siguiente:

$$I \equiv \langle [k] \alpha' (k', k'') \omega' L'; \{v\} \beta' S' T' S | W_{so} | [k] \alpha (k, k'') \omega L; \{v\} \beta S T S \rangle$$

donde

$$W_{so} = \sum_{\mu, \mu'} \sum_{\sigma, \sigma'} \sum_{q''} (-)^{q''} \langle \mu | l_{q''} | \mu' \rangle \langle \sigma | s_{-q''} | \sigma' \rangle \sum_{\tau} b_{\mu \sigma \tau}^+ b^{\mu' \sigma' \tau}$$

definiendo los operadores siguientes ³⁾:

$$C_{q \sigma \tau}^{q' \sigma' \tau'} \equiv \sum_{\mu, \mu'} \langle \mu | a_q^+ a_{q'} | \mu' \rangle b_{\mu \sigma \tau}^+ b^{\mu' \sigma' \tau'}$$

el operador de espín-órbita queda expresado en términos de ellos como :

$$W_{so} = \sum_{q, q'} \sum_{q''} \sum_{-q-q''=q'} (-)^{q+q''} \tilde{\Pi}([21]_q^{q'}; 1q'')$$

donde $\tilde{\Pi}([21]_q^{q'}; 1q'')$ es un tensor irreducible ¹¹⁾ de orden $[21]_{(\sigma)}$ en U_3 y de orden 1 en SU_2 , cuya definición es ³⁾:

$$\tilde{\Pi}([21]_q^{q'}; 1q'') \equiv \sum_{\sigma, \sigma'} \sum_{\tau} \langle \sigma | s_{q''} | \sigma' \rangle \left[C_{q \sigma \tau}^{q' \sigma' \tau} - \frac{1}{3} \delta_q \sum_{\tau=1}^{q'} C_{q \sigma \tau}^{\tau \sigma' \tau} \right]$$

Moshinsky hizo un análisis en base a el álgebra de tensores de Racah, y encontró que :

$$I = (-)^{L'+S-J} [(2L'+1)(2S'+1)]^{\frac{1}{2}} W(LL', SS', JJ) <(k_1 k_2) \omega L 21> (k'_1 k'_2) \omega' L' >_x$$

$$x < [k] \alpha' (k_1 k_2); \{v\} \beta' S' T ||| \sqrt{\frac{2}{(2L+1)}} ||| [k] \alpha (k_1 k_2); \{v\} \beta S T >$$

esto es obtuvo la matriz del operador $\mathcal{W}_{so}$ expresada en términos de coeficientes de Racah, coeficientes de Wigner del SU_3 y una matriz doblemente reducida la cual se denota con las tres rayas verticales dentro del elemento de matriz.

Evalutando el elemento de matriz I para un caso particular, y aplicando dos veces el teorema de Wigner-Eckart⁽²⁾ se encuentra el elemento de matriz doblemente reducido en general, siendo entonces necesario, evaluar solamente los coeficientes de Racah y los coeficientes de Wigner, para tener calculada completamente la matriz de la interacción espín-órbita.

Los coeficientes de Racah están tabulados, y se pueden usar los coeficientes de Wigner del SU_3 obtenidos por Brody y Renner en la cadena natural, para calcular los del SU_3 en la cadena física, que son los que se necesitan en el análisis anterior. Finalmente la interacción I se diagonaliza.

b) Aplicando directamente el operador $\mathcal{W}_{so}$ a los kets de la cadena SU_3 , y efectuando los productos escalares con los kets originales. Diagonalizando la matriz así obtenida se encuentran sus eigenvalores.

TABLA 8

Estados del 0^{19} clasificados en la cadena de grupos SU_3 y acoplados a momento angular total J . $T = \frac{3}{2}$

Notación :

$$|[k](k_1 k_2) L S S\rangle = \sum b_{\mu_1 s_1}^+ b_{\mu_2 s_2}^+ b_{\mu_3 s_3}^+ \equiv \sum (j_1 j_2 j_3 \mu_1 \mu_2 \mu_3 S)$$

$$1/V(S) \equiv \frac{1}{\sqrt{S}}$$

$$|[21](51) 5 \frac{1}{2} \frac{11}{2}\rangle$$

$$1 \quad (111321)$$

$$|[111](30) 3 \frac{3}{2} \frac{9}{2}\rangle$$

$$1 \quad (112131)$$

$$|[111](33) 3 \frac{3}{2} \frac{9}{2}\rangle$$

$$1 \quad (112141)$$

$$|[21](42) 4 \frac{1}{2} \frac{9}{2}\rangle$$

$$1/V \quad 2$$

$$\begin{array}{l} 1 \quad (111341) \\ 1 \quad (112123) \end{array}$$

$$|[21](51) 4 \frac{1}{2} \frac{9}{2}\rangle$$

$$1/V \quad 10$$

$$\begin{array}{l} 2V2 \quad (111331) \\ -1 \quad (111341) \\ 1 \quad (112123) \end{array}$$

$$|[21](51) 5 \frac{1}{2} \frac{9}{2}\rangle$$

$$1/V \quad 55$$

$$\begin{array}{l} -5V2 \quad (111323) \\ -1 \quad (111331) \\ 1V2 \quad (111341) \\ -1V2 \quad (112123) \end{array}$$

$$|[111](33) 3 \frac{3}{2} \frac{7}{2}\rangle$$

$$1/V \quad 3$$

$$\begin{array}{l} 1V2 \quad (112143) \\ 1V2 \quad (112341) \\ 1V2 \quad (132141) \\ -1V2 \quad (112151) \\ -1 \quad (113141) \end{array}$$

$$|[111](30) 3 \frac{3}{2} \frac{7}{2}\rangle$$

$$1/V \quad 3$$

$$\begin{array}{l} 1V2 \quad (112133) \\ 1V2 \quad (112331) \\ 1V2 \quad (132131) \\ -1 \quad (112151) \\ 1V2 \quad (113141) \end{array}$$

$$|[21](42) 3 \frac{1}{2} \frac{7}{2}\rangle$$

$$1/V \quad 2V \quad 2$$

$$\begin{array}{l} 1V2 \quad (111351) \\ 1 \quad (112133) \\ -1 \quad (112331) \\ -1V2 \quad (112143) \\ 1V2 \quad (132141) \end{array}$$

$$|[21](51) 3 \frac{1}{2} \frac{7}{2}\rangle$$

$$1/V \quad 6V \quad 2$$

$$\begin{array}{l} -3V2 \quad (111351) \\ 5 \quad (112133) \\ -1 \quad (112331) \\ -4 \quad (132131) \\ -1V2 \quad (112143) \\ 2V2 \quad (112341) \\ -1V2 \quad (132141) \end{array}$$

$$|[21](42) 4 \frac{1}{2} \frac{7}{2}\rangle$$

$$1/V \quad 6V \quad 2$$

$$\begin{array}{l} 4V2 \quad (111343) \\ -1V2 \quad (111351) \\ 4V2 \quad (132123) \\ -1 \quad (112133) \\ 1 \quad (112331) \\ -1V2 \quad (112143) \\ 1V2 \quad (132141) \end{array}$$

$$|[21](51)4\frac{1}{2}\frac{7}{2}\rangle$$

1/	6V	10
16	(111333)	
-4V2	(111343)	
-1V2	(111351)	
4V2	(132123)	
-1	(112133)	
-3	(112331)	
4	(132131)	
-1V2	(112143)	
2V2	(112341)	
-1V2	(132141)	

$$|[111](30)1\frac{3}{2}\frac{5}{2}\rangle$$

1/V	15
2V2	(112161)
-2	(113151)
-1V2	(114151)
1	(213141)

$$|[111](33)1\frac{3}{2}\frac{5}{2}\rangle$$

1/V	15
1	(112161)
1V2	(113151)
-2	(114151)
-2V2	(213141)

$$|[111](30)3\frac{3}{2}\frac{5}{2}\rangle$$

1/	6V	35
15	(112333)	
15	(132133)	
15	(132331)	
-5V2	(112153)	
-5V2	(112351)	
-5V2	(132151)	
3V2	(112161)	
10	(113143)	
10	(113341)	
10	(133141)	
-3	(113151)	
6V2	(114151)	
-6	(213141)	

$$|[111](33)3\frac{3}{2}\frac{5}{2}\rangle$$

1/	6V	35
15	(112343)	
15	(132143)	
15	(132341)	
-10	(112153)	
-10	(112351)	
-10	(132151)	
6	(112161)	
-5V2	(113143)	
-5V2	(113341)	
-5V2	(133141)	
6V2	(113151)	
3	(114151)	
3V2	(213141)	

$$|212\frac{1}{2}\frac{5}{2}\rangle$$

1/	3V	10
-4	(112153)	
2	(112351)	
2	(132151)	
4V2	(113143)	
-2V2	(113341)	
-2V2	(133141)	
3V2	(212341)	

$$|[21](42)2\frac{1}{2}\frac{5}{2}\rangle$$

1/	2V	35
5	(111361)	
-3	(112153)	
-1	(112351)	
4	(132151)	
5	(113133)	
-2V2	(113143)	
1V2	(113341)	
1V2	(133141)	
5	(114143)	
1V2	(212341)	
5	(212341)	

$$|[21](42)2\frac{1}{2}\frac{5}{2}\rangle$$

1/	2V	5
1	(111361)	
1	(112153)	
-1	(112351)	
1	(113133)	
1V2	(113341)	
-1V2	(133141)	
-1	(114143)	
1V2	(212341)	
-1	(212341)	

$$|[21](51)2\frac{1}{2}\frac{5}{2}\rangle$$

1/	6V	7
6V2	(111361)	
2V2	(112153)	
-4V2	(112351)	
2V2	(132151)	
-6V2	(113133)	
2	(113143)	
-4	(113341)	
2	(133141)	
-3V2	(114143)	
3V2	(212341)	

$$|[21](42)3\frac{1}{2}\frac{5}{2}\rangle$$

1/	2V	42
6	(111353)	
-2	(111361)	
3V2	(132133)	
-3V2	(132331)	
-6	(112343)	
6	(132341)	
1	(112153)	
-1	(112351)	
-2	(113133)	
1V2	(113341)	
-1V2	(133141)	
2	(114143)	
1V2	(212341)	
2	(212341)	

$$[21](51)3\frac{1}{2}\frac{5}{2}>$$

1/ 2V 42

-6 (111353)
2 (111361)
4V2 (112333)
1V2 (132133)
-5V2 (132331)
2 (112343)
-4 (132143)
2 (132341)
-1 (112153)
1 (112351)
-2 (113133)
1V2 (113341)
-1V2 (133141)
2 (114143)
-1V2 (212331)
-2 (212341)

$$[111](30)1\frac{3}{2}\frac{3}{2}>$$

1/ 15V 2

4V2 (112163)
4V2 (112361)
4V2 (132161)
-4 (113153)
-4 (113351)
-4 (133151)
-2V2 (114153)
-2V2 (114351)
-2V2 (134151)
-6V2 (114161)
2 (213143)
2 (213341)
2 (233141)
6 (213151)
9V2 (214151)

$$[111](33)1\frac{3}{2}\frac{3}{2}>$$

1/ 15V 2

2 (112163)
2 (112361)
2 (132161)
2V2 (113153)
2V2 (113351)
2V2 (133151)
-9V2 (113161)
-4 (114153)
-4 (114351)
-4 (134151)
6 (114161)
-4V2 (213143)
-4V2 (213341)
-4V2 (233141)
6V2 (213151)

$$[111](30)3\frac{3}{2}\frac{7}{2}>$$

1/ 15V 7

3C (132333)
-5V2 (112353)
-5V2 (132153)
-5V2 (132351)
2V2 (112163)
2V2 (112361)
2V2 (132161)
1C (113343)
1C (133143)
1C (133341)
-2 (113153)
-2 (113351)
-2 (133151)
4V2 (114153)
4V2 (114351)
4V2 (134151)
-3V2 (114161)
-4 (213143)
-4 (213341)
-4 (233141)
3 (213151)
-3V2 (214151)

$$[111](33)3\frac{3}{2}\frac{3}{2}>$$

1/ 15V 7

3C (132343)
-1C (112353)
-1C (132153)
-1C (132351)
4 (112163)
4 (112361)
4 (132161)
-5V2 (113343)
-5V2 (133143)
-5V2 (133341)
4V2 (113153)
4V2 (113351)
4V2 (133151)
-3V2 (113161)
2 (114153)
2 (114351)
2 (134151)
-3 (114161)
2V2 (213143)
2V2 (213341)
2V2 (233141)
-3V2 (213151)

$$211\frac{1}{2}\frac{3}{2}>$$

1/ 6V 5

-4V2 (112163)
2V2 (112361)
2V2 (132161)
4 (113153)
-2 (113351)
-2 (133151)
2V2 (114153)
2V2 (114351)
-4V2 (134151)
-3V2 (212351)
-3V2 (213133)
-2 (213143)
4 (213341)
-2 (233141)

$$[21](51)1\frac{1}{2}\frac{3}{2}>$$

1/ 6V 35

8 (112163)
-4 (112361)
-4 (132161)
2V2 (113153)
-10V2 (113351)
8V2 (133151)
-1C (114153)
8 (114351)
2 (134151)
6 (212351)
-12 (213133)
2V2 (213143)
5V2 (213341)
-7V2 (233141)
18 (214143)

$$212\frac{1}{2}\frac{3}{2}>$$

1/ 30

-4V2 (112353)
-4V2 (132153)
8V2 (132351)
4V2 (112163)
-2V2 (112361)
-2V2 (132161)
8 (113343)
8 (133143)
-16 (133341)
-4 (113153)
2 (113351)
2 (133151)
2V2 (114153)
2V2 (114351)
-4V2 (134151)
12 (212333)
-3V2 (212351)
3V2 (213133)
-2 (213143)
4 (213341)
-2 (233141)

$$|[21](42)2\frac{1}{2}\frac{3}{2}\rangle$$

1/V 1401

10V2 (111363)
-8V2 (112353)
2V2 (132153)
6V2 (132351)
3V2 (112163)
-4V2 (112361)
1V2 (132161)
10V2 (133133)
-4 (113343)
-4 (133143)
8 (133441)
2 (113153)
4 (113351)
-6 (133151)
10V2 (134143)
-1V2 (114153)
4V2 (114351)
-3V2 (134151)
4 (212333)
10V2 (212343)
-1V2 (212351)
-4V2 (213133)
6 (213143)
-5V2 (213341)
1 (233141)

$$|[21](51)2\frac{1}{2}\frac{3}{2}\rangle$$

1/ 6V 35

12V2 (111363)
-4V2 (112353)
8V2 (132153)
-4V2 (132351)
-2V2 (112163)
-2V2 (112361)
4V2 (132161)
-12V2 (133133)
-4 (113343)
8 (133143)
-4 (133341)
2 (113153)
2 (113351)
-4 (133151)
-6V2 (134143)
-1V2 (114153)
2V2 (114351)
-1V2 (134151)
6V2 (212343)
3V2 (212351)
6V2 (213133)
-2 (213143)
1 (213341)
1 (233141)
6V2 (214143)

$$|[111](33)1\frac{3}{2}\frac{1}{2}\rangle$$

1/ 3V 30

1 (112363)
1 (132153)
1 (132361)
1V2 (113353)
1V2 (133153)
1V2 (133351)
-3V2 (113163)
-3V2 (113361)
-3V2 (133161)
-2 (114353)
-2 (134153)
-2 (134351)
2 (114163)
2 (114361)
2 (134161)
3 (115161)
-2V2 (213343)
-2V2 (233143)
-2V2 (233341)
2V2 (213153)
2V2 (213351)
2V2 (233151)
3V2 (213161)
-6 (214161)
6V2 (314151)

$$|[21](42)2\frac{1}{2}\frac{3}{2}\rangle$$

1/ 2V 30

2V2 (111363)
2V2 (132153)
-2V2 (132351)
-1V2 (112163)
1V2 (132161)
2V2 (133133)
4 (113343)
-4 (133143)
-2 (113153)
2 (133151)
-2V2 (134143)
1V2 (114153)
-1V2 (134151)
4 (212333)
-2V2 (212343)
1V2 (212351)
2 (213143)
-1 (213341)
-1 (233141)

$$|[111](30)1\frac{3}{2}\frac{1}{2}\rangle$$

1/ 3V 30

2V2 (112363)
2V2 (132163)
2V2 (132361)
-2 (113353)
-2 (133153)
-2 (133351)
-1V2 (114353)
-1V2 (134153)
-1V2 (134351)
-2V2 (114163)
-2V2 (114361)
-2V2 (134161)
6V2 (115161)
1 (213343)
1 (233143)
1 (233341)
2 (213153)
2 (213351)
2 (233151)
-6 (213161)
3V2 (214153)
3V2 (214351)
3V2 (234151)
-3V2 (214161)
-3 (314151)

$$|[21](42)0\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle$$

1/V 15

-1V2 (113163)
1V2 (133161)
1 (114163)
-1 (134161)
1V2 (213153)
-1V2 (233151)
-1 (214153)
1 (234151)
-1 (313341)
1 (314143)

$[21] (51) 1\frac{1}{2} \frac{1}{2} >$

3V 210

4 (112363)
4 (132163)
-8 (132361)
-8V2 (113353)
10V2 (133153)
-2V2 (133351)
-6V2 (113163)
12V2 (113361)
-6V2 (133161)
-2 (114353)
-8 (134153)
10 (134351)
2 (114163)
-4 (114361)
2 (134161)
6 (115153)
6 (212353)
-6 (212361)
-12 (233133)
7V2 (213343)
-5V2 (233143)
-2V2 (233341)
2V2 (213153)
-4V2 (213351)
2V2 (233151)
18 (234143)
-3 (214153)
6 (214351)
-3 (234151)

 $[21] (21) 1\frac{1}{2} \frac{1}{2} >$

1/ 3V 30

-2V2 (112363)
-2V2 (132163)
4V2 (132361)
2 (113353)
2 (133153)
-4 (133351)
4V2 (114353)
-2V2 (134153)
-2V2 (134351)
2V2 (114163)
-4V2 (114361)
2V2 (134161)
-3V2 (115153)
-3V2 (212353)
3V2 (212361)
-3V2 (233133)
2 (213343)
-4 (233143)
2 (233341)
1 (213153)
-2 (213351)
1 (233151)

TABLA 9

Paréntesis de transformación que acoplan los estados a momento angular total J

$ [k](k_1 k_2) L S J\rangle$	$= \sum_{M_L M_S} \langle L M_L S M_S S J \rangle [k](k_1 k_2) \omega L M_L, S M_S \rangle$
$ [21](51) 5 \frac{1}{2} \frac{11}{2}\rangle$	$ [21](51) 55, \frac{1}{2}\rangle$
$ [21](51) 5 \frac{1}{2} \frac{9}{2}\rangle$	$.9534 [21](51) 55, \frac{1}{2}\rangle + .3015 [21](51) 54, \frac{1}{2}\rangle$
$ [21](51) 4 \frac{1}{2} \frac{9}{2}\rangle$	$ [21](51) 44, \frac{1}{2}\rangle$
$ [21](42) 4 \frac{1}{2} \frac{9}{2}\rangle$	$ [21](42) 44, \frac{1}{2}\rangle$
$ [111](33) 3 \frac{3}{2} \frac{9}{2}\rangle$	$ [111](33) 33, \frac{3}{2}\rangle$
$ [111](30) 3 \frac{3}{2} \frac{7}{2}\rangle$	$ [111](30) 33, \frac{3}{2}\rangle$
$ [21](51) 4 \frac{1}{2} \frac{7}{2}\rangle$	$.9428 [21](51) 44, \frac{1}{2}\rangle - .3333 [21](51) 43, \frac{1}{2}\rangle$
$ [21](42) 4 \frac{1}{2} \frac{7}{2}\rangle$	$.9428 [21](42) 44, \frac{1}{2}\rangle - .3333 [21](42) 43, \frac{1}{2}\rangle$
$ [21](51) 3 \frac{1}{2} \frac{7}{2}\rangle$	$ [21](51) 33, \frac{1}{2}\rangle$
$ [21](42) 3 \frac{1}{2} \frac{7}{2}\rangle$	$ [21](42) 33, \frac{1}{2}\rangle$
$ [111](33) 3 \frac{3}{2} \frac{7}{2}\rangle$	$.8165 [111](33) 33, \frac{3}{2}\rangle - .5774 [111](33) 32, \frac{3}{2}\rangle$

TABLA 9

$ [k](k_1 k_2) L S J\rangle$	$= \sum_{M_L M_S} \langle L M_L S M_S J J \rangle [k](k_1 k_2) \omega L M_L S M_S \rangle$
$ [III](30) 3 \frac{3}{2} \frac{7}{2}\rangle$	$.8165 [III](30) 33, \frac{3}{2}\rangle - .5774 [III](30) 32, \frac{3}{2}\rangle$
$ [21](51) 3 \frac{1}{2} \frac{5}{2}\rangle$	$.9258 [21](51) 33, \frac{1}{2}\rangle - .3780 [21](51) 32, \frac{1}{2}\rangle$
$ [21](42) 3 \frac{1}{2} \frac{5}{2}\rangle$	$.9258 [21](42) 33, \frac{1}{2}\rangle - .3780 [21](42) 32, \frac{1}{2}\rangle$
$ [21](51) 2 \frac{1}{2} \frac{5}{2}\rangle$	$ [21](51) 22, \frac{1}{2}\rangle$
$ [21](42) 2 \frac{1}{2} \frac{5}{2}\rangle$	$ [21](42) 22, \frac{1}{2}\rangle$
$ [21](42) 2' \frac{1}{2} \frac{5}{2}\rangle$	$ [21](42) 2'2, \frac{1}{2}\rangle$
$ 21 2 \frac{1}{2} \frac{5}{2}\rangle$	$ 21 22, \frac{1}{2}\rangle$
$ [III](33) 3 \frac{3}{2} \frac{5}{2}\rangle$	$.7319 [III](33) 33, \frac{3}{2}\rangle - .5976 [III](33) 32, \frac{3}{2}\rangle$ $+ .3273 [III](33) 31, \frac{3}{2}\rangle$
$ [III](30) 3 \frac{3}{2} \frac{5}{2}\rangle$	$.7319 [III](30) 33, \frac{3}{2}\rangle - .5976 [III](30) 32, \frac{3}{2}\rangle$ $+ .3273 [III](30) 31, \frac{3}{2}\rangle$
$ [III](33) 1 \frac{3}{2} \frac{5}{2}\rangle$	$ [III](33) 11, \frac{3}{2}\rangle$
$ [III](30) 1 \frac{3}{2} \frac{5}{2}\rangle$	$ [III](30) 11, \frac{3}{2}\rangle$
$ [21](51) 2 \frac{1}{2} \frac{3}{2}\rangle$	$.8944 [21](51) 22, \frac{1}{2}\rangle - .4472 [21](51) 21, \frac{1}{2}\rangle$
$ [21](42) 2 \frac{1}{2} \frac{3}{2}\rangle$	$.8944 [21](42) 22, \frac{1}{2}\rangle - .4472 [21](42) 21, \frac{1}{2}\rangle$

TABLA 9

$ [h](k_1 k_2) L S J\rangle$	$= \sum_{M_L M_S} \langle L M_L S M_S J J \rangle \quad [h](k_1 k_2) \omega L M_L S M_S\rangle$
$ [21](42) 2' \frac{1}{2} \frac{3}{2}\rangle$	$.8944 [21](42) 2' 2, \frac{1}{2}\rangle - .4472 [21](42) 2' 1, \frac{1}{2}\rangle$
$ 21 2 \frac{1}{2} \frac{3}{2}\rangle$	$.8944 21 2 2, \frac{1}{2}\rangle - .4472 21 2 1, \frac{1}{2}\rangle$
$ [21](51) 1 \frac{1}{2} \frac{3}{2}\rangle$	$ [21](51) 1 1, \frac{1}{2}\rangle$
$ 21 1 \frac{1}{2} \frac{3}{2}\rangle$	$ 21 1 1, \frac{1}{2}\rangle$
$ [111](33) 3 \frac{3}{2} \frac{3}{2}\rangle$	$.7559 [111](33) 3 3, \frac{3}{2}\rangle - .5345 [111](33) 3 2, \frac{3}{2}\rangle$ $+ .3380 [111](33) 3 1, \frac{3}{2}\rangle - .1690 [111](33) 3 0, \frac{3}{2}\rangle$
$ [111](30) 3 \frac{3}{2} \frac{3}{2}\rangle$	$.7559 [111](30) 3 3, \frac{3}{2}\rangle - .5345 [111](30) 3 2, \frac{3}{2}\rangle$ $+ .3380 [111](30) 3 1, \frac{3}{2}\rangle - .1690 [111](30) 3 0, \frac{3}{2}\rangle$
$ [111](33) 1 \frac{3}{2} \frac{3}{2}\rangle$	$.6325 [111](33) 1 1, \frac{3}{2}\rangle - .7746 [111](33) 1 0, \frac{3}{2}\rangle$
$ [111](30) 1 \frac{3}{2} \frac{3}{2}\rangle$	$.6325 [111](30) 1 1, \frac{3}{2}\rangle - .7746 [111](30) 1 0, \frac{3}{2}\rangle$
$ [21](51) 1 \frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle$	$.8165 [21](51) 1 1, \frac{1}{2}\rangle - .5774 [21](51) 1 0, \frac{1}{2}\rangle$
$ 21 1 \frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle$	$.8165 21 1 1, \frac{1}{2}\rangle - .5774 21 1 0, \frac{1}{2}\rangle$
$ [21](42) 0 \frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle$	$ [21](42) 0 0 \frac{1}{2}\rangle$
$ [111](33) 1 \frac{3}{2} \frac{1}{2}\rangle$	$.4082 [111](33) 1 1, \frac{3}{2}\rangle - .5774 [111](33) 1 0, \frac{3}{2}\rangle$ $+ .7071 [111](33) 1 -1, \frac{3}{2}\rangle$
$ [111](30) 1 \frac{3}{2} \frac{1}{2}\rangle$	$.4082 [111](30) 1 1, \frac{3}{2}\rangle - .5774 [111](30) 1 0, \frac{3}{2}\rangle$ $+ .7071 [111](30) 1 -1, \frac{3}{2}\rangle$

Paréntesis de transformación entre los estados clasificados en la cadena de grupos SU_3 y los estados clasificados en la cadena R_6 , para $T = \frac{3}{2}$.

[illegible]

TABLE 10

J	$\begin{matrix} [k] \\ (s_1, s_2) \\ LS \\ [k](h_1, h_2)LS \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 3\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 3\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (100) \\ 2\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 2\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 2\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 2\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [111] \\ (111) \\ 3\frac{3}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [111] \\ (111) \\ 3\frac{3}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [111] \\ (111) \\ 1\frac{3}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [111] \\ (111) \\ 1\frac{3}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 4\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 4\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 3\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 3\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [111] \\ (111) \\ 3\frac{3}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [111] \\ (111) \\ 3\frac{3}{2} \end{matrix}$
	$\begin{matrix} [k] \\ (s_1, s_2) \\ LS \\ [k](h_1, h_2)LS \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 3\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 3\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (100) \\ 2\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 2\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 2\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 2\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [111] \\ (111) \\ 3\frac{3}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [111] \\ (111) \\ 3\frac{3}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [111] \\ (111) \\ 1\frac{3}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [111] \\ (111) \\ 1\frac{3}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 4\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 4\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 3\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 3\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [111] \\ (111) \\ 3\frac{3}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [111] \\ (111) \\ 3\frac{3}{2} \end{matrix}$
$\frac{5}{2}$	$[21](51)3\frac{1}{2}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
	$[21](42)3\frac{1}{2}$	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0						
	$[21](51)2\frac{1}{2}$	0	0	.8366	.3872	-.2645	-.2828	0	0	0	0						
	$[21](42)2\frac{1}{2}$	0	0	-.0462	-.6279	-.7783	-.0769	0	0	0	0						
	$[21](42)2\frac{1}{2}$	0	0	.1299	-.4985	-.4669	-.7242	0	0	0	0						
	$212\frac{1}{2}$	0	0	.5319	-.4705	-.3259	-.6241	0	0	0	0						
	$[111](33)3\frac{3}{2}$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0						
	$[111](30)3\frac{3}{2}$	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0						
	$[111](33)1\frac{3}{2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0						
	$[111](30)1\frac{3}{2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1						
$\frac{7}{2}$	$[21](51)4\frac{1}{2}$											1	0	0	0	0	0
	$[21](42)4\frac{1}{2}$											0	1	0	0	0	0
	$[21](51)3\frac{1}{2}$											0	0	1	0	0	0
	$[21](42)3\frac{1}{2}$											0	0	0	1	0	0
	$[111](33)3\frac{3}{2}$											0	0	0	0	1	0
	$[111](30)3\frac{3}{2}$											0	0	0	0	0	1

TABLA 10

J	$\begin{matrix} [h] \\ (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \\ LS \\ [h](h_1, h_2) LS \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 5\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 4\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 4\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [111] \\ (111) \\ 3\frac{3}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [111] \\ (111) \\ 3\frac{3}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (210) \\ 5\frac{1}{2} \end{matrix}$
$\frac{9}{2}$	$[21](51)5\frac{1}{2}$	1	0	0	0	0	
	$[21](51)4\frac{1}{2}$	0	1	0	0	0	
	$[21](42)4\frac{1}{2}$	0	0	1	0	0	
	$[111](33)3\frac{3}{2}$	0	0	0	1	0	
	$[111](30)3\frac{3}{2}$	0	0	0	0	1	
$\frac{11}{2}$	$[21](51)5\frac{1}{2}$						1

TABLA 11

Paréntesis de transformación entre los estados clasificados en la cadena de grupos SU_3 y los estados en acoplamiento $j-j$, para $T = \frac{3}{2}$.

J	$\begin{matrix} (d_{5/2}^a, d_{3/2}^b) \\ (5/2) \\ (h, h') LS \end{matrix}$	abc	abc	abc	abc	abc	abc	abc	abc	abc	abc	abc	abc	abc	abc	abc
		201	120	111	021	210	300	120	021	012	201	210	111	030	111	210
$\frac{1}{2}$	$[21](51)1\frac{1}{2}$	.3220	.1721	.7746	.4868	-.1121										
	$211\frac{1}{2}$	-.3220	.6025	0	.2434	.6885										
	$[21](42)0\frac{1}{2}$	-.7200	-.3850	0	.5493	-.1924										
	$[111](33)1\frac{3}{2}$	.3944	.2108	-.6325	.5963	-.2108										
	$[111](30)1\frac{3}{2}$	-.3492	-.6494	0	.2133	.6494										
$\frac{3}{2}$	$[21](51)2\frac{1}{2}$						.2309	0	.4381	.2732	.3266	-.6110	.1960	.1032	.1366	-.3864
	$[21](42)2\frac{1}{2}$						0	0	0	0	-.2434	.4554	.4818	-.3464	.2036	.5761
	$[21](42)2\frac{1}{2}$						.1247	-.4041	.1183	-.2451	.1763	-.0942	-.4732	.6693	.0849	-.0298
	$212\frac{1}{2}$						.6236	-.2886	-.5916	.4216	0	0	0	0	0	0
	$[21](51)1\frac{1}{2}$						.1632	-.5292	.1549	-.3864	.5388	.2880	.1549	-.2194	-.2576	.0910
	$211\frac{1}{2}$						-.2629	-.0039	-.4931	.3002	.1233	-.2307	-.3222	-.2278	.2028	.5718
	$[111](33)3\frac{3}{2}$						.1147	-.3718	.1089	-.2715	-.6082	-.3251	.2403	-.4105	.1753	-.0649
	$[111](30)3\frac{3}{2}$						.1247	.2886	.3549	.4848	.1769	.3299	.4732	.3346	.0843	.2385
	$[111](33)1\frac{3}{2}$						.0129	.0418	.0122	.0305	.2958	.1571	.0326	.0441	.8658	.3132
	$[111](30)1\frac{3}{2}$						-.6039	-.4041	-1.071	.3034	.0199	-1.048	.2083	.1068	-.0119	-.1068

TABLA 11

J	$(d_{12})^a (d_{12})^b$ $(S_{12})^c$ $[h](h_1 h_2) L S$	(a k) (120)	(u b c) (300)	(u b c) (201)	(a b c) (210)	(a b c) (111)	(u b c) (210)
$\frac{9}{2}$	$[21](51) 5 \frac{1}{2}$	.72664	.25560	.57155	-.2309	-.16329	
	$[21](51) 4 \frac{1}{2}$	-.29664	.26833	.60000	.56568	.4000	
	$[21](42) 4 \frac{1}{2}$	0	-.40821	.18251	.51631	-.73021	
	$[111](33) 3 \frac{3}{2}$	.61968	-.07127	-.38297	.54160	.38297	
	$[111](30) 3 \frac{3}{2}$	0	-.81649	.36515	-.25819	.36514	
$\frac{11}{2}$	$[21](51) 5 \frac{1}{2}$						1

TABLA 12

Matrices de la interacción modelo calculadas con respecto de los estados clasificados en la cadena SU_3 , para $T = \frac{3}{2}$, y con $V_0 = 1$.

J	$\begin{matrix} (h) \\ (h_1 h_2) \\ 15 \\ (1)(1,1)15 \end{matrix}$	$\begin{matrix} (21) \\ (51) \\ 1\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} (21) \\ (21) \\ 1\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} (21) \\ (42) \\ 0\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} (11) \\ (33) \\ 1\frac{3}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} (11) \\ (30) \\ 1\frac{3}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} (21) \\ (51) \\ 5\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} (21) \\ (51) \\ 4\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} (21) \\ (42) \\ 4\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} (11) \\ (33) \\ 3\frac{3}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} (11) \\ (30) \\ 3\frac{3}{2} \end{matrix}$
$\frac{1}{2}$	$(21)(51)1\frac{1}{2}$	-29. x +666 z	0	-1.247 z	0	-624 z					
	$(21)(21)1\frac{1}{2}$	0	-5. x +666 z	-666 z	+471 z	+1.00 z					
	$(21)(42)0\frac{1}{2}$	-1.247 z	-666 z	-16. x -5. y -1.885 z	-11. x +833 z	+666 z					
	$(11)(33)1\frac{3}{2}$	0	+471 z	-1.885 z	+833 z	0					
	$(11)(30)1\frac{3}{2}$	-624 z	+1.00 z	+666 z	0	-11. x +833 z					
$\frac{3}{2}$	$(21)(51)5\frac{1}{2}$						-9. x +60 z	+663 z	+1.483 z	0	0
	$(21)(51)4\frac{1}{2}$						+666 z	-14. x -100 z	-223 z	0	-1.18 z
	$(21)(42)4\frac{1}{2}$						+1.483 z	-223 z	-6. x -500 z	-1.414 z	-500 z
	$(11)(33)3\frac{3}{2}$						0	0	-1.414 z	-1.500 z	0
	$(11)(30)3\frac{3}{2}$						0	-1.118 z	-500 z	0	-6. x -1.5 z

TABLA 12

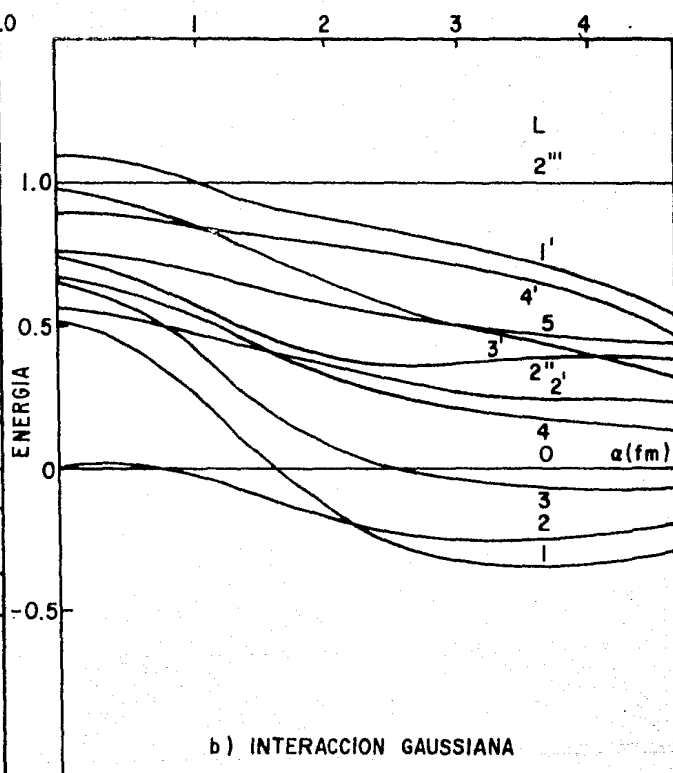
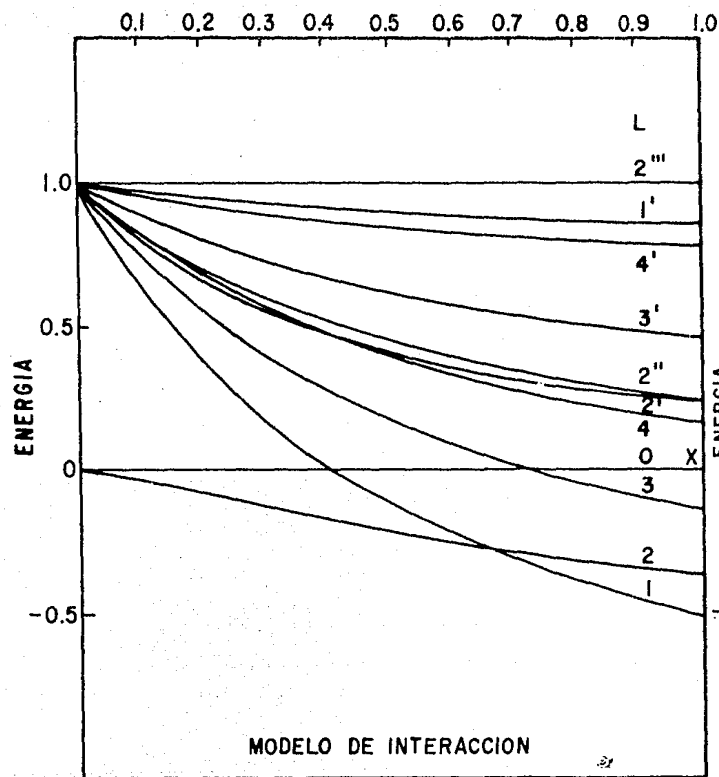
J	$\begin{matrix} (k) \\ (m) \end{matrix} \begin{matrix} L5 \\ L5 \end{matrix}$	$\begin{matrix} (21) \\ (51) \end{matrix}$ $2\frac{1}{2}$	$\begin{matrix} (21) \\ (42) \end{matrix}$ $2\frac{1}{2}$	$\begin{matrix} (21) \\ (42) \end{matrix}$ $2\frac{1}{2}$	$\begin{matrix} (21) \\ (21) \end{matrix}$ $2\frac{1}{2}$	$\begin{matrix} (21) \\ (51) \end{matrix}$ $1\frac{1}{2}$	$\begin{matrix} (21) \\ (21) \end{matrix}$ $1\frac{1}{2}$	$\begin{matrix} (111) \\ (33) \end{matrix}$ $3\frac{3}{2}$	$\begin{matrix} (111) \\ (30) \end{matrix}$ $3\frac{3}{2}$	$\begin{matrix} (111) \\ (33) \end{matrix}$ $1\frac{3}{2}$	$\begin{matrix} (111) \\ (30) \end{matrix}$ $1\frac{3}{2}$
		$2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{2}$	$3\frac{3}{2}$	$1\frac{3}{2}$	$1\frac{3}{2}$
$\frac{m}{2}$	$\begin{matrix} (21) \\ (51) \end{matrix} 2\frac{1}{2}$	-21.0 x -3.5 y +4.250 z	-1.620 y -0.270 z	+1.107 y -1.195 z	+1.193 y -0.730 z	-0.354 z	0	0	+4.47 z	0	-0.418 z
	$\begin{matrix} (21) \\ (42) \end{matrix} 2\frac{1}{2}$	-1.620 y -0.270 z	-13.0 x -0.75 y +0.375 z	+5.123 y -2.56 z	+5.597 y -0.730 z	+1.146 z	0	+1.366 z	-0.483 z	-5.548 z	-7.194 z
	$\begin{matrix} (21) \\ (42) \end{matrix} 1\frac{1}{2}$	+1.107 y -1.195 z	+5.123 y -2.56 z	-13.0 x -0.75 y +0.375 z	-3.74 y -0.730 z	-0.932 z	+1.116 z	-1.200 z	-0.424 z	+1.125 z	-0.044 z
	$\begin{matrix} (21) \\ (21) \end{matrix} 2\frac{1}{2}$	+1.193 y -0.730 z	+5.597 y -0.730 z	-3.74 y -0.730 z	-3.0 x -0.900 y +1.00 z	0	+1.565 z	-0.748 z	-1.598 z	-2.00 z	+0.424 z
	$\begin{matrix} (21) \\ (51) \end{matrix} 1\frac{1}{2}$	-3.54 z	+1.146 z	-0.932 z	0	-23.0 x -0.333 z	0	0	0	0	-0.986 z
	$\begin{matrix} (21) \\ (21) \end{matrix} 1\frac{1}{2}$	0	0	+1.116 z	+1.565 z	0	-5.0 x -0.333 z	0	0	+0.745 z	+1.581 z
	$\begin{matrix} (111) \\ (33) \end{matrix} 3\frac{3}{2}$	0	+1.366 z	-1.200 z	-0.748 z	0	0	-6.0 x +2.00 z	0	0	0
	$\begin{matrix} (111) \\ (30) \end{matrix} 3\frac{3}{2}$	+4.47 z	-0.483 z	-5.548 z	-7.194 z	0	0	0	-6.0 x +2.00 z	0	0
	$\begin{matrix} (111) \\ (33) \end{matrix} 1\frac{3}{2}$	0	-5.548 z	+1.125 z	-2.00 z	0	+0.745 z	0	0	-11.0 x +0.333 z	0
	$\begin{matrix} (111) \\ (30) \end{matrix} 1\frac{3}{2}$	-0.418 z	-7.194 z	-0.044 z	+0.424 z	-0.986 z	+1.581 z	0	0	0	-11.0 x +0.333 z

TABLA 12

J	$\begin{matrix} [k] \\ (k, k) \\ LS \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (51) \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (42) \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (51) \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (42) \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (42) \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (21) \end{matrix}$	$\begin{matrix} [111] \\ (33) \end{matrix}$	$\begin{matrix} [111] \\ (30) \end{matrix}$	$\begin{matrix} [111] \\ (33) \end{matrix}$	$\begin{matrix} [111] \\ (30) \end{matrix}$
	$[k](k, k)_{LS}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{2}$	$3\frac{3}{2}$	$1\frac{3}{2}$	$1\frac{3}{2}$
$\frac{5}{2}$	$[21](51)3\frac{1}{2}$	-18. x +502	+833 z	+577 z	+1247 z	0	0	0	-645 z	0	0
	$[21](42)3\frac{1}{2}$	+833 z	+500 z	-962 z	0	-365 z	+911 z	+609 z	-215 z	0	0
	$[21](51)2\frac{1}{2}$	+577 z	-962 z	-21. x -3.5 y -166 z	-162 y +180 z	+1107 y +791 z	+1183 y	0	+298 z	0	-1.024 z
	$[21](42)2\frac{1}{2}$	+1247 z	0	-162 y +180 z	-13. x -73.5 y -25 z	+5123 y +171 z	+5477 y +487 z	+911 z	-322 z	-1342 z	-474 z
	$[21](42)2\frac{1}{2}$	0	-365 z	+1107 y +791 z	+5123 y +171 z	-13. x -350 y -250 z	-374 y	-800 z	-283 z	+306 z	-108 z
	$212\frac{1}{2}$	0	+911 z	+1183 y	+5477 y +487 z	-374 y	-3. x -400 y -66 z	-498 z	-1058 z	-489 z	+1.039 z
	$[111](33)3\frac{3}{2}$	0	+609 z	0	+911 z	-800 z	-498 z	+1166 z	0	0	0
	$[111](30)3\frac{3}{2}$	-645 z	-215 z	+298 z	-322 z	-283 z	-1058 z	0	+1166 z	0	0
	$[111](33)1\frac{3}{2}$	0	0	0	-1342 z	+306 z	-489 z	0	0	-11. x -500 z	0
	$[111](30)1\frac{3}{2}$	0	0	-1.024 z	-474 z	-108 z	+1.039 z	0	0	0	-11. x -500 z

TABLA 12

J	$\begin{matrix} [k] \\ (k_1, k_2) \\ L5 \\ [k](k_1, k_2) L5 \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (51) \\ 4\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (42) \\ 4\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (51) \\ 3\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (42) \\ 3\frac{1}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [111] \\ (33) \\ 3\frac{3}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [111] \\ (30) \\ 3\frac{3}{2} \end{matrix}$	$\begin{matrix} [21] \\ (51) \\ 5\frac{1}{2} \end{matrix}$
$\frac{7}{2}$	$[21](51) 4\frac{1}{2}$	$-14. \times$ $+1.125 \text{ z}$	$+2.799 \text{ z}$	-2.799 z	-8.399 z	$\bigcirc$	-0.5599 z	
	$[21](42) 4\frac{1}{2}$	$+2.799 \text{ z}$	$-6. \times$ $+0.625 \text{ z}$	$+0.875 \text{ z}$	-0.375 z	-7.707 z	-2.250 z	
	$[21](51) 3\frac{1}{2}$	-2.799 z	$+0.875 \text{ z}$	$-18. \times$ -0.375 z	-0.625 z	$\bigcirc$	-0.750 z	
	$[21](42) 3\frac{1}{2}$	-8.399 z	-0.375 z	-0.625 z	$-10. \times$ -0.375 z	$+7.707 \text{ z}$	-0.250 z	
	$[111](33) 3\frac{3}{2}$	$\bigcirc$	-7.707 z	$\bigcirc$	$+7.707 \text{ z}$	$-6. \times$	$\bigcirc$	
	$[111](30) 3\frac{3}{2}$	-0.5599 z	-0.250 z	-0.750 z	-0.250 z	$\bigcirc$	$-6. \times$	
$\frac{11}{2}$	$[21](51) 5\frac{1}{2}$							$-9 \times$ -0.5 z



Niveles de Energía para la Partición [21]

Fig. 1

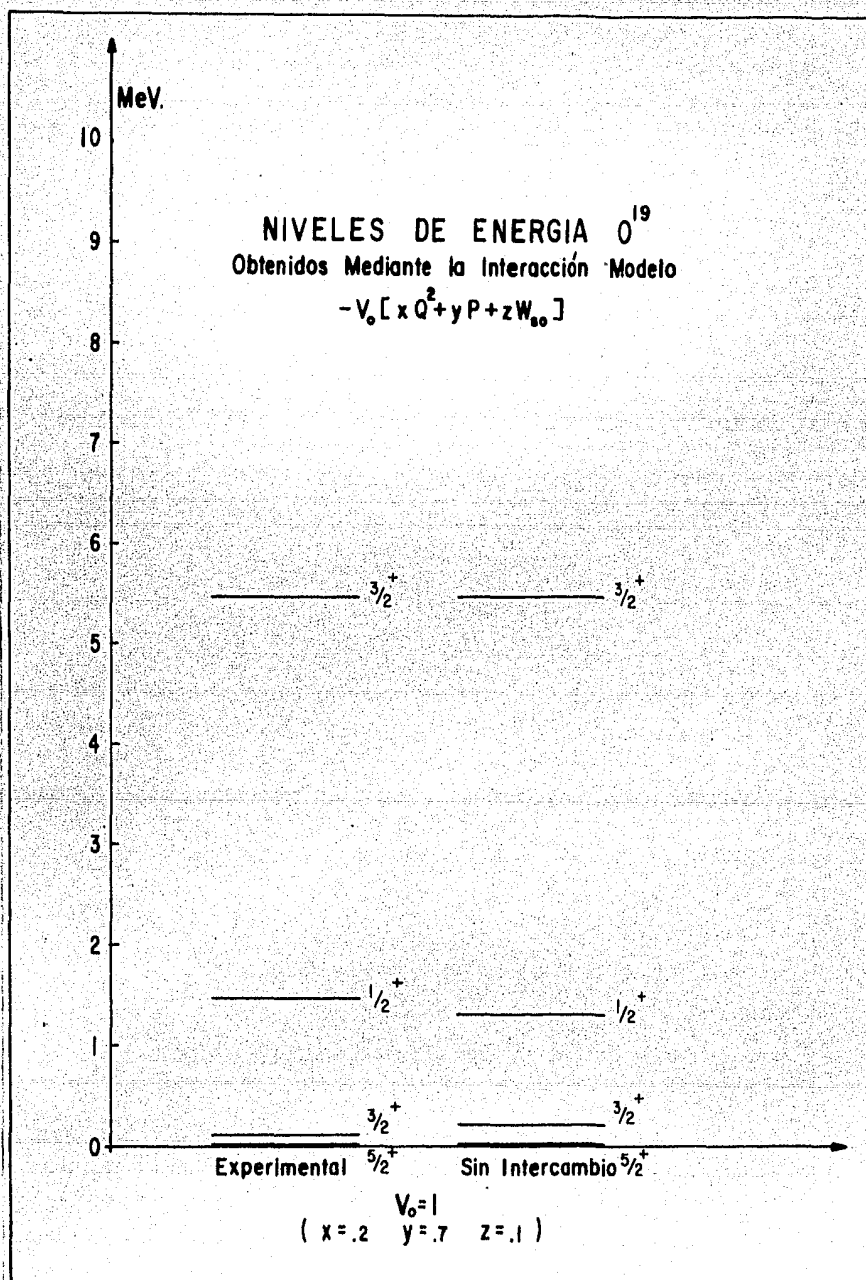


Fig. 2

NIVELES DE ENERGIA PARA COMBINACION DE DOS
DE LAS INTERACCIONES Q^2 , ϕ Y W_{50}
HACIENDO CERO LA TERCERA

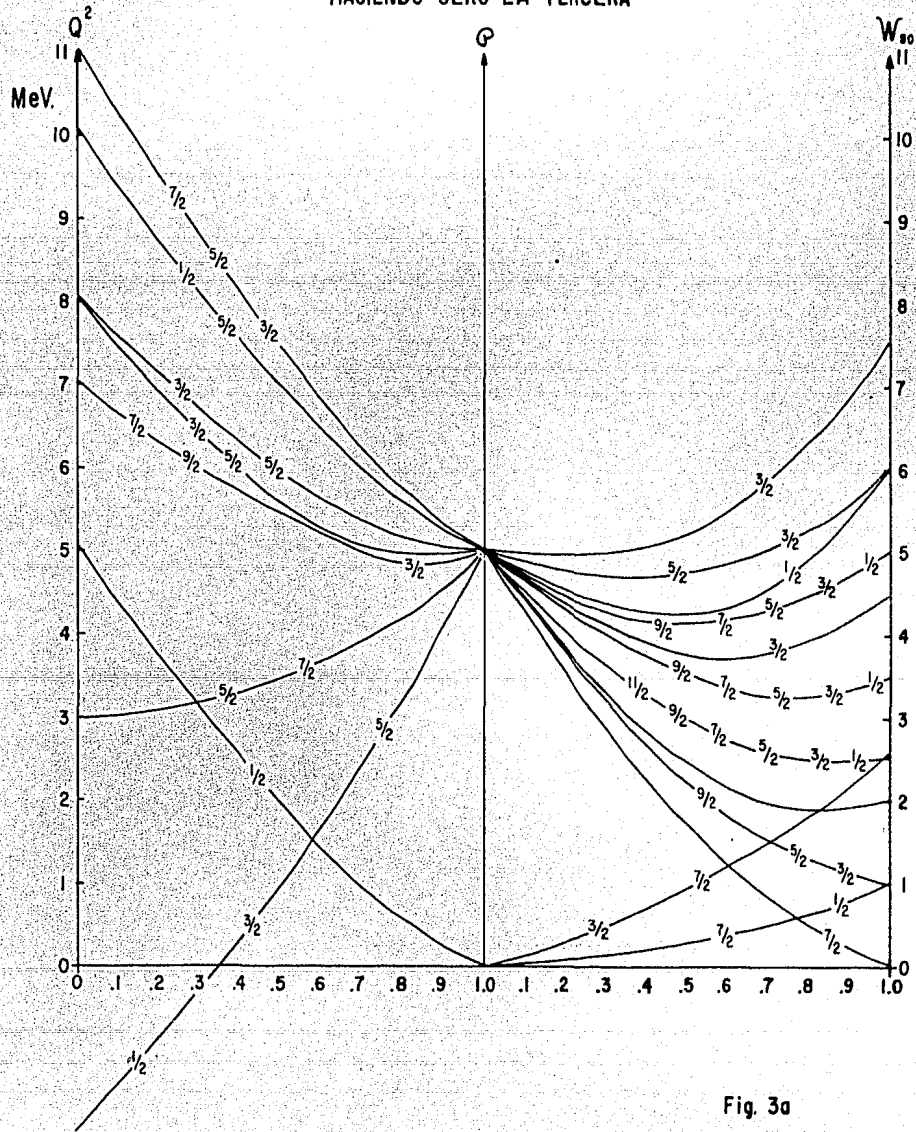


Fig. 3a