

881201

3
23



UNIVERSIDAD ANAHUAC

**Escuela de Actuaría
Con Estudios Incorporados a la
U.N.A.M.**

**La Modelación de los Sistemas de Pólizas
de Servicio y Mantenimiento por Medio
de la Teoría de Colas**

T E S I S

Que para obtener el título de

A C T U A R I O

presenta

ENRIQUE DE LA FUENTE MANTEY

México, D. F.

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

1988



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

	<u>PAGINA</u>
INTRODUCCION	1
CAPITULO I	4
- Breviario Histórico de la Evolución del Estudio de las Líneas de Espera.	5
- Descripción general de un Sistema - de Líneas de Espera.	7
- Exposición del problema.	
CAPITULO II	13
- Las Descomposturas y las Reparaciones.	14
- Notación.	18
CAPITULO III	27
- Un caso práctico.	28
- Información Previa sobre los Datos.	30
- Tamaño de la Muestra.	33
- Las muestras y sus análisis.	35
CAPITULO IV	64
- Metodología para la Aplicación de los Modelos de Líneas de Espera.	65
CONCLUSIONES	70
ANEXO A. Programas utilizados.	72
ANEXO B. Bibliografía.	76

I N D I C E

	<u>PAGINA</u>
INTRODUCCION	1
CAPITULO I	4
- Breviario Histórico de la Evolución del Estudio de las Líneas de Espera.	5
- Descripción general de un Sistema - de Líneas de Espera.	7
- Exposición del problema.	
CAPITULO II	13
- Las Descomposturas y las Reparaciones.	14
- Notación.	18
CAPITULO III	27
- Un caso práctico.	28
- Información Previa sobre los Datos.	30
- Tamaño de la Muestra.	33
- Las muestras y sus análisis.	35
CAPITULO IV	64
- Metodología para la Aplicación de los Modelos de Líneas de Espera.	65
CONCLUSIONES	70
ANEXO A. Programas utilizados.	72
ANEXO B. Bibliografía.	76

I N T R O D U C C I O N

Lo que se pretende resolver en este trabajo es el problema económico que enfrenta una Empresa que expide pólizas de servicio para los artículos que renta y en las que estipula que:

- 1) Será la empresa la que repare la máquina sin costo alguno para el cliente, y
- 2) el tiempo durante el cual la máquina permanezca descompuesta, la empresa no cobrará la renta por ésta.

Así pues, el problema económico en sí, es minimar el gasto implícito en el tiempo en el que los técnicos encargados de reparar las máquinas estan ociosos, más lo que la empresa deja de percibir por concepto de rentas no cobradas por las máquinas que esperan ser reparadas.

Para la resolución del problema se pretende hacer una análisis de éste con un modelo ya existente en la Teoría de Colas y verificar su ajuste. Para realizar esto, primeramente será determinado el tamaño de muestra en base a intervalos de confianza. Posteriormente se harán las pruebas de bondad de ajuste para los datos obtenidos sobre las distribuciones que sugieren en las hipótesis del modelo, y por último, se analizarán los resultados que arroje el modelo.

El objetivo del trabajo es pues, la resolución de un problema real que tiene una empresa por medio de la aplicación de un modelo, al igual que la presentación de una metodología a seguir para la resolución de problemas análogos.

El trabajo es importante porque sienta las bases para el tratamiento de otro tipo de problemas relacionados con la materia, como pueden ser, por ejemplo, el mejoramiento del servicio en agencias automotrices o la determinación del número de meseras en restaurantes a fin de maximizar sus ganancias por concepto de servicio.

En el primer capítulo, se encuentra una reseña histórica sobre lo que ha sido el estudio de los Sistemas de Líneas de Espera, al igual que una descripción de éstos sistemas, con el fin de familiarizarse con los términos, características y elementos que se estudiarán en los capítulos posteriores. Aquí mismo, se hará una presentación formal del problema, relacionando a éste con la terminología expuesta en la primera parte.

En el Capítulo 2 se presentan el modelo y las hipótesis bajo las cuales es aplicable éste y su justificación. Se proponen las distribuciones de Probabilidad más usadas para este tipo de diseño y problemática.

En el Capítulo 3 se presenta la problemática que enfrentó

la empresa Xerox a la que se aplicó el modelo. Se realizan las pruebas pertinentes de bondad de ajuste (chi-cuadrada, Kolmogorov-Smirnov) con el fin de verificar las hipótesis bajo las cuales opera el modelo.

Por último, en el capítulo 4, se exponen algunas recomendaciones de tipo práctico para la aplicación del modelo así como las conclusiones.

El trabajo cuenta con 2 apéndices; el apéndice A contiene los programas en APL que se utilizaron, y en el apéndice B se encuentra la Bibliografía correspondiente para una consulta más profunda de los aspectos teóricos que no se detallan en el cuerpo de la tesis.

C A P I T U L O I

En el presente Capítulo se presenta un breviarío histórico de lo que ha sido el estudio de las Líneas de Espera, desde sus orígenes hasta nuestros días, al igual que una descripción de los elementos que, en general, se pueden encontrar en un Sistema de Espera. Dentro de este capítulo se describe también, la problemática que se modela, haciendo una analogía de sus elementos más importantes, con los que se presentan como propios en un Sistema de Colas, de modo que el lector este familiarizado con éstos cuando se realice la modelación, punto al que se dedicará el capítulo 2.

Breviario Histórico de la Evolución del Estudio de las
Líneas de Espera

La Teoría de Líneas de Espera se originó en los trabajos del Ingeniero Danes A. K. Erlang en 1909, el cual llevó a cabo experimentos relacionados con las fluctuaciones de la demanda de instalaciones telefónicas en relación con el equipo automático. Durante los períodos ocupados, los que pretendían hacer llamadas sufrían algunas demoras debido a que las operadoras eran incapaces de atender las llamadas con la rapidez con que estas se hacían. El problema original que trató Erlang fue el cálculo de esa demora para una operadora, y en 1917 los resultados fueron extendidos al caso de varias operados. En esa época, Erlang publicó su obra: Solutions of Some Problems in the Theory of Probabilities of Significance in Automatic Telephone Exchange. Los adelantos en el campo del tráfico telefónico continuaron, generalmente, en el mismo sentido iniciado por Erlang, siendo las publicaciones más importantes las de Molina en 1927 y de Thornton D. Fry en 1928, pero solo fué hasta el fin de la Segunda Guerra Mundial cuando esos trabajo se extendieron a otros problemas relacionados con Líneas de Espera. En la actualidad esta teoría ha encontrado aplicación en las más diversas áreas, como por ejemplo: en las grandes cadenas de Supermercados para determinar el número de estaciones de control que se requieren para lograr un funcionamiento continuo y económico de sus almacenes a diversas horas

del día; en los restaurantes y cafeterías, gasolineras, oficinas de líneas aéreas y la programación de pacientes en clínicas y hospitales; en el número de muelles, cuando se construyen instalaciones terminales de barcos y camiones y en fin, en todas aquellas situaciones donde por alguna razón se tenga que sufrir alguna demora.

Cabe mencionar que actualmente, gracias a las computadoras, los estudios sobre las situaciones que en modo alguno involucran demoras, se han visto beneficiados con el desarrollo de programas tales como GPSS, que permiten al usuario realizar simulaciones de las situaciones en estudio, sin tener conocimientos matemáticos avanzados o simplemente evitando problemas teóricos con alto grado de complejidad y poder así generar resultados prácticos importantes.

Recientemente, el desarrollo y la aplicación de la teoría de colas ha tenido un gran auge. Muchos de los resultados obtenidos pueden ser encontrados en revistas tales como "Journal of Applied Probability", "The Annals of Statistics", "Operations Research", etc. Una relación completa de estos artículos y las revistas donde se encuentran puede ser obtenida del SCI (Science Citation Index, de FSI, Intitute for Scientific Information, Philadelphia, P. A.).

Descripción general de un Sistema

Líneas de Espera

En esta sección definiremos los componentes principales de un Sistema General de Líneas de Espera (fig. 1) con el fin de que el lector pueda lograr, una vez expuesto el problema, una analogía de sus elementos con los que serán aquí presentados. Estos son:

- 1) **Fuente o Población:** Son los clientes potenciales del Sistema. Esta puede ser finita o infinita; sin embargo, dada la complejidad matemática que acarrea considerarla finita, esta por lo regular, cuando el caso así lo permite y el número de clientes es bastante grande, es considerada infinita.
- 2) **El proceso de Arribos:** Es la forma en la que llegan los clientes al Sistema. Esta puede ser determinística o probabilística (en caso de que también el tiempo de servicio sea determinístico es considerado un caso trivial). Cuando es probabilístico, basta especificar, para su total definición, el tipo de distribución que siguen los tiempos entre cada arribo para cada tipo de cliente que se desee considerar y sus parámetros.
- 3) **El Tiempo de Servicio:** Es el tiempo que un servidor tarda en brindar el servicio a cada cliente. Este pue-

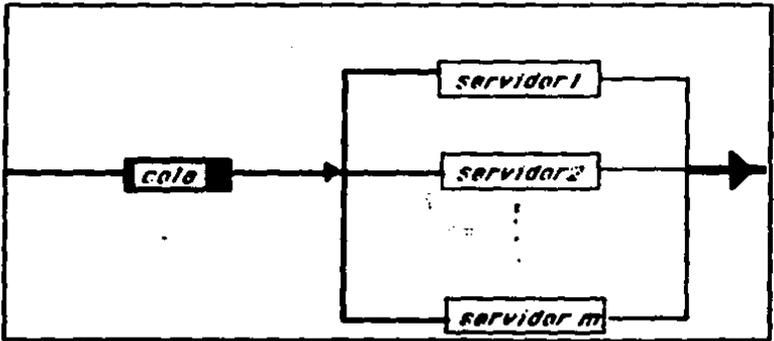


Figure 1. Sistema de Espera

de ser, el igual que en el proceso de arribos, determinístico o probabilístico. Este, como es claro, puede ser distinto para cada tipo de cliente y servidor. Es también suficiente, en caso de ser probabilístico, especificar el tipo de distribución y sus parámetros para su total definición.

- 4) **Capacidad Máxima del Sistema:** Se refiere al número máximo de clientes que puede contener la cola más el número de servidores. En caso de ser este finito, se le conoce como un sistema con pérdida, ya que al llegar un cliente y encontrar un número grande de clientes en la cola, éste es pedido. Incluso existen modelos que consideran este igual al número de servidores, es decir, no permiten que se forme cola.

- 5) **Número de Servidores:** Como su nombre lo indica, es el número de estaciones a donde un cliente puede entrar para recibir servicio y pueden ser distintos, lo que se conoce como especialización, es decir, que en algunos de ellos solo puede entrar un tipo especial de clientes. También se le conoce como número de canales de servicio. Pueden existir casos en los que este sea infinito, como consideramos el paso de automóviles por un cruce una vez que se ha puesto el semaforo (se da servicio a cuantos pasen, con la condición de que sólo pueden pasar en un momento dado).

- 6) **Disciplina de Servicio:** Esta es la regla que se sigue para seleccionar al siguiente cliente que recibirá servicio de los que están en la cola. Existen varias de estas como las de "Ultimo en llegar, primero en salir" (abreviada LIFO, de Last in, First Out), "Servicio en orden aleatorio" (abreviada SIRO, de Service in random order), y "Servicio con prioridades" (abreviada PRI, de Priority service). Sin embargo, la más común es la conocida como "Primero en llegar, primero en salir".

Lo anterior no pretende agotar las diferentes posibilidades que existen para cada uno de los componentes, sino dar una idea de las variedades que se pueden encontrar.

Existe una convención para especificar cada uno de estos elementos abreviadamente, conocida como la notación de Kendal-Lee, en la que se escribe (Distribución de los Tiempos entre arribos)/(Distribución del tiempo de servicio)/(Número de servidores)/(Capacidad del sistema)/(Número de individuos en la fuente)/(Disciplina de servicio).

Exposición del problema

Lo que podemos entender por una Póliza de Servicio no es más que un contrato que ampara una determinada mercancía contra las posibles descomposturas que esta puede sufrir durante un período. Las compañías que ofrecen este tipo de contratos, operan de la siguiente manera: cuando un cliente adquiere un determinado artículo, propio del giro del negocio, ya sea en renta o en venta, esta le ofrece lo que se ha dado por llamar Póliza de Servicio, en unas Compañías, mientras que en otras, FSMA (de Fil Service Maintenance Assistant), o contrato de mantenimiento y servicio. En un caso o en otro, cuando el artículo falla, y la garantía de este está vencida, en el caso de venta, el cliente solo tiene que llamar a un teléfono para generar un reporte y que la Compañía mande un técnico para repararla, sin cargo alguno para el cliente (o a un costo muy reducido). Desgraciadamente, para la empresa es incosteable tener un equipo de técnicos suficientemente grande para atender de inmediato el reporte de los clientes, por lo que este ingresa a una cola, hasta que llegue su turno de ser atendido. Como es natural suponer, los clientes con este tipo de Póliza, son los objetivos potenciales del Sistema (la fuente). En la forma en la que son atendidos en la cola es bajo la disciplina de FIFO. Si la forma en que llegaran los clientes al Sistema (las descomposturas de las máquinas) fuera determinística, digamos 3 por hora exactamente, el análisis de es-

te sería trivial; sin embargo, la forma en la que estos llegán, se comporta como una variable aleatoria, implicando así, que el número de clientes en un momento dado en el sistema, también sería una variable aleatoria. De igual manera, en el servicio (las reparaciones de las máquinas por los técnicos), el tiempo que se tardan en atender a cada cliente es aleatorio.

Para este Sistema es obvio suponer que en el departamento técnico existe la especialización, es decir, que los reportes para la compostura de determinadas máquinas solo pueden ser atendidos por un grupo de técnicos y otro por otro grupo, ya que regularmente se requiere la capacitación de estos para realizar las composturas y, por lo tanto, pueden ser manejados como Sistemas de Espera separados e independientes.

De esta forma, con las características anteriormente mencionadas, en le siguiente Capítulo procederemos a la presentación del modelo de Teoría de Colas que se aplicará para describir este sistema.

C A P I T U L O I I

En este Capítulo se lleva a cabo la descripción del modelo que se pretende ajustar, dando la justificación pertinente para cada una de las hipótesis en las que se fundamenta el desarrollo del modelo. También se analizan las características importantes y las implicaciones que podrá suscitar un cambio en las condiciones iniciales o actuales del sistema. Posteriormente se presenta una tabulación general sobre resultados importantes a fin de que el lector pueda evaluar su propio caso, como se realizará, para el problema específico que aquí se trata, en el siguiente Capítulo.

Las Descomposturas y las Reparaciones

Las llegadas de unidades constituyen un proceso estocástico generalmente diferente en todos los casos descritos en la literatura sobre los fenómenos de espera, pero tienen en común que son una serie de acontecimientos idénticos que se suceden a intervalos aleatorios de tiempo. Para los casos reales encontramos que es excepcional que este proceso sea estacionario. Sin embargo, se puede admitir que, en un intervalo de tiempo suficientemente pequeño, el fenómeno permanece estacionario, pudiéndose tomar este intervalo como el lapso en el que se basa el estudio y en el que se obtiene la tasa media λ de las llegadas que variará con el tiempo. La pauta más sencilla de tratar matemáticamente así como generalmente la más útil en las aplicaciones, es aquella en que las llegadas son "completamente al azar"*. Esta serie completamente al azar es una excelente aproximación cuando los clientes se extraen de un grupo muy grande y estos se comportan todos independientemente uno del otro. Esta serie trae como resultado que si A es una variable aleatoria

* Para definir formalmente el concepto "completamente al azar" considere la tasa media de llegadas λ (frecuencia promedio de llegadas de clientes por unidad de tiempo), tal que para cualquier intervalo pequeño de tiempo $(t, t + \Delta t)$, la probabilidad de que no lleguen clientes es $1 - \lambda \Delta t + o(\Delta t)$, y la probabilidad de que llegue un cliente es $\lambda \Delta t + o(\Delta t)$, donde $o(\Delta t)$ es una cantidad despreciable comparada con Δt , cuando $\Delta t \rightarrow 0$. Además, lo que ocurre en este intervalo de tiempo es estadísticamente independiente de la llegada o no llegada de clientes en cualquier intervalo de tiempo que no se traslape con $(t, t + \Delta t)$. Por consiguiente, la probabilidad de una llegada en un intervalo no se altera en absoluto por las llegadas en otros intervalos.

que mide el número de llegadas en un período t , entonces:

$$P(A = r) = \frac{(\lambda t)^r e^{- \lambda t}}{r!}$$

que es la llamada distribución de Poisson*. Para probar la suposición de que las llegadas siguen una distribución de Poisson, lo que generalmente se hace es realizar una prueba de bondad de ajuste sobre los datos (como la χ^2 o Kolmogorov-Smirnov, etc.).

Tomando en cuenta que para nuestro caso es impracticable mantener un departamento de servicio técnico si no se tiene un número considerable de máquinas amparadas bajo una póliza de servicio, y que además, el funcionamiento de cada máquina es independiente del resto, podemos considerar que, en efecto, la llegada de clientes (que como ya se dijo en el capítulo precedente se considerará como la descompostura de una máquina, sin importar la naturaleza de la falla), se puede aproximar por medio de una serie completamente al azar. Podemos ver que las condiciones anteriormente desarrolladas implican que las llegadas no dependen en modo alguno del estado en el que se encuentra el sistema con referencia al número de unidades que hay en el; y esto es válido para nuestro caso también ya que como es intuitivamente lógico de suponer, la descompostura de una máquina no se ve influida en modo alguno por cuántas esperan ser, o están

* La deducción de esta fórmula se puede encontrar en cualquiera de los libros citados en la bibliografía, dentro de las referencias teóricas.

siendo, reparadas, dado que, como se mencionó antes, se considerara que la fuente es infinita., i.e., nos referimos a un sistema de espera abierto, con llegadas al azar.

En lo que se refiere a la situación en una estación de servicio, vemos que es totalmente diferente ya que los instantes en los cuales comienzan los servicios que efectúa esta estación forman un proceso estocástico que difiere en general del de las llegadas, puesto que, por un lado, la estación no está siempre disponible cuando llega una unidad, y por otro lado, no es la única que sirve a las unidades en caso de que existan varias estaciones de servicio, variando de unas a otras la duración media del servicio. De igual manera para nuestro problema, se puede observar que es en el departamento técnico donde podemos encontrar fenómenos que no permitan que el momento en el que este inicie sus labores esté igualmente distribuido que el proceso estocástico que rige las descomposturas de las máquinas, ya que: no siempre hay un técnico disponible cuando se descompone una máquina, ni tampoco todos los técnicos pueden dar el servicio a todos los tipos de máquinas existentes con la misma tasa media para la reparación. Para evitar este último problema, supondremos que en efecto, si existe la especialización, es decir, que un grupo de técnicos sólo pueden atender a un tipo de máquina y otros a otro, pero que en un mismo grupo, todos tienen la misma tasa de duración para las reparaciones.

En la mayoría de los casos, encontramos que el servicio es ajustado a una distribución exponencia* ya que esta presenta características tales como que, por un lado, es posible que sea una muy buena aproximación al caso en que hay un gran número de clientes que requieren de un servicio bastante corto y un número menor de ellos buscando un servicio más largo, y por otro lado, que su utilización provoca una mayor simplificación matemática para trabajarse.

Por otra parte, dado que a los técnicos se les dota de una capacitación especial sobre los problemas más comunes que presenta un modelo de máquina, la mayoría de las reparaciones se convierten en rutinarias y, por lo tanto, toman poco tiempo al técnico (por ejemplo: atasco en alguno de los alimentadores, rotura de la felpa, etc.). Sin embargo ocurren, en un número mucho menor, descomposturas con las que los técnicos no están familiarizados, tomándoles éstas mucho más tiempo (por ejemplo: rotura del cristal de exposición, derrame del toner en los circuitos, etc.). Cabe hacer notar que la mayoría de las máquinas poseen autodiagnostico, pero este se presenta muy vago para el técnico.

* Cabe hacer notar que si una variable aleatoria X , con distribución exponencial con parámetro λ , representa el tiempo entre la realización de dos eventos idénticos consecutivos, entonces, la variable aleatoria, digamos V , con distribución de Poisson con parámetro λt , representa el número de esos eventos idénticos que se suceden en un intervalo de tiempo de duración t .

Así pues, vemos que parece razonable suponer que las reparaciones se ajustarán a una distribución exponencial (conjetura que es probada en el Capítulo 3).

De este modo, y bajo los supuestos anteriores, estaremos tratando con un sistema de líneas de espera individual para cada tipo de máquina, con llegadas completamente al azar y el tiempo de servicio distribuido exponencialmente.

Notación:

En el tratamiento que a continuación se presenta, será utilizada, en principio, la siguiente notación:

Promedio de máquinas que en la unidad de tiempo t llegan a la cola para ser reparadas.

Promedio de máquinas que en la unidad de tiempo t son reparadas por el total de técnicos que componen el departamento de servicio cuando este está totalmente ocupado.

Número total de técnicos.

Probabilidad de que hayan n máquinas esperando o siendo reparadas.

L

Probabilidad de que una máquina tenga que esperar para empezar a ser reparada.

P

Grado de actividad del departamento de servicio, o también llamado factor de utilización de utilización.

 \bar{n}_c

Promedio de máquinas entre cola y reparación:

L

Tiempo medio empleado entre cola y reparación, que para el caso de un técnico es el tiempo medio de estancia en la cola más el tiempo medio de reparación.

 \bar{t}_c

Tiempo medio de estancia en la cola.

 \bar{n}_r

Promedio de máquinas siendo reparadas.

 \bar{n}_c

Número medio de máquinas en la cola

ST

Número medio de técnicos desocupados.

2.1(2)

Probabilidad de que una máquina tenga que esperar más de t unidades de tiempo para ser reparada.

Formulación Apropriada.

En esta sección se dará la formulación apropiada de las cantidades sobre las que influiría un incremento o una disminución en el número de técnicos, ya que las condiciones del problema muestran que esta sería la forma más viable de afectar al sistema para alcanzar los objetivos de una empresa en cuanto a la espera de los clientes para la reparación de su máquina, y sus costos asignados para el departamento de servicio técnico.

Se considerará que la tasa de reparación por cada técnico, si estuviera siempre ocupado, sería μ , de tal forma que, al ser idénticas las tasas para todos los técnicos que atienden un tipo de máquina, la tasa total de servicio sería:

$$r\mu = \mu r$$

Tenemos que $\rho = \lambda / \mu r$, ya que de otra forma las máquinas fallarían más rápido de lo que pudiesen ser reparadas, lo provocaría que la cola formada por estas creciera indefinidamente y nunca alcanzara un estado estacionario.

También, ρ es el factor de utilización de cada técnico

co, mientras que:

$$S/\mu = 1/\mu'$$

la duración media de una reparación por un técnico, ya que

$$\mu \cdot \mu' S \rightarrow 1/\mu' = 1/(\mu \mu' S) = S/\mu$$

$\bar{p} = (1-p) \cdot S$ será el promedio de técnicos desocupados en el departamento. En efecto, si la duración media de las reparaciones por un técnico es S/μ , la duración total de las reparaciones de las $\lambda \cdot T$ máquinas, será:

$$\frac{S}{\mu} \cdot \lambda \cdot T = S \cdot p \cdot T$$

pero si en vez de tener S técnicos con un tiempo de reparación promedio de máquinas de S/μ hay un solo técnico trabajando $S \cdot T$ unidades de tiempo, este estaría desocupado un tiempo total de

$$p \cdot S \cdot T$$

y desocupado

$$(1-p) \cdot S \cdot T$$

por lo que, en un tiempo t , hay por término medio pS técnicos ocupados, y $(1-p)S$ técnicos desocupados.

La probabilidad de que haya n máquinas en el sistema será:

$$P_n(t) = \begin{cases} P_{n,0}(t) \frac{\mu^n}{n!} & \text{si } n \leq S \\ P_{n,0}(t) p & \text{si } n > S \end{cases}$$

$$= \begin{cases} P_0(t) \frac{\mu^n p^n}{n!} & \text{si } n \leq S \\ P_0(t) \frac{\mu^n p^n}{S!} & \text{si } n > S \end{cases}$$

por lo que

$$f(t) = \frac{1}{\frac{S^S p^S}{S! (1-p)^S} + \sum_{n=S+1}^{\infty} \frac{\mu^n p^n}{n!}}$$

que es la probabilidad de que en el tiempo t no haya ninguna máquina, ni siendo reparada ni esperando serlo.

La probabilidad de que una máquina tenga que esperar en la cola es igual a uno menos la probabilidad de que no tenga que esperar, y esta será la probabilidad de que no estén ocupados todos los técnicos, i.e.

aunque también podríamos verlo como la probabilidad de que al fallar, haya más de $S-1$ máquinas siendo reparadas

La probabilidad de que haya cola cuando una máquina se descomponga será:

mientras que el número medio de máquinas en la cola será

y el número medio de máquinas siendo reparadas será igual al número de técnicos menos el número de estos desocupados

De esta forma, el número medio de máquinas en el sistema será

El tiempo de estancia, por término medio, de una máquina en el sistema será

y el tiempo de espera de una máquina para ser reparada será

$$T_c = \frac{P_0}{\lambda} = \frac{P_0 S^k \rho^{k+1}}{S! (1-\rho)^2 \lambda} = \frac{P_0 S^k \rho^k}{\gamma (1-\rho)^2}$$

y, por último, la probabilidad de que una máquina cualquiera al descomponerse tenga que esperar más de t unidades de tiempo en la cola será

$$w(t) = P_0 \frac{S^k \rho^k}{(1-\rho)^2} e^{-\rho t}$$

Por el análisis desarrollado anteriormente, podemos ver que si, por ejemplo, se quisiese conocer el número de técnicos que se requieren a fin de minimizar el tiempo ocioso de éstos y que, al mismo tiempo, la probabilidad de que un cliente tuviese que esperar más de k horas para que se le repararan su máquina no fuera mayor de x , se tendría que resolver un sistema de la forma:

minimizar $(1-\rho)^{-2}$

sujeto a que

$$\left(\frac{1}{\frac{S^k \rho^k}{(1-\rho)^2} + \frac{S^k \rho^k}{(1-\rho)^2}} \right) \frac{1}{(1-\rho)^2} \leq x$$

que como vemos no tiene una solución obvia, por lo que para responder a preguntas como esta es preferible realizar una iteración, a tratar de dar una expresión analítica. En la tabla 1 puede encontrarse una tabulación de P_0 para distintos valores de ρ y de S a fin de poder dar al lector una idea de las condiciones en las que puede encontrarse un sistema y el impacto que tendría el aumento o disminución en

el número de estaciones de servicio. Conviene analizar en este punto la rápida convergencia de P_0 para los valores tabulados cuando $S \rightarrow \infty$, decir, se tiene que:

$$\lim_{S \rightarrow \infty} P_0 = \frac{1}{2}$$

Por otro lado, es también de notarse en la tabla 2, un resultado intuitivamente obvio que es que:

$$\lim_{S \rightarrow \infty} \bar{n}_c = 0.$$

nótese que aquí, la convergencia para valores grandes no es tan acelerada.

C A P I T U L O I I I

En este capítulo se presenta un caso práctico de aplicación del sistema descrito en los capítulos precedentes. Primera mete, será expuesto el caso en el que se encuentra una empresa específica y analizados los datos que ésta reporta pa ra determinar si son estadísticamente verificadas las hipó- tesis impuestas como restricciones para la aplicación del modelo presentadas en el capítulo 2. Posteriormente se hará un estudio de los costos proyectados de la empresa con tra la posible espera que tendrían que sufrir los clientes.

Un caso práctico

Xerox es una empresa dedicada principalmente a la renta de máquinas copiadoras/duplicadoras. Esta, junto con la renta de la máquina, brinda una póliza de servicio llamada FSMA (del inglés "Full Service Matenience Asistant") que tiene una cobertura contra todas las posibles descomposturas, cubriendo, tanto los costos de mano de obra, como las refacciones que sean necesarias. De esta forma, si un cliente se le descompone su máquina, lo único que tiene que hacer es generar un reporte por teléfono, para que la compañía mande a un técnico que se la repare. Obviamente, el tiempo que esta máquina permanece descompuesta, Xerox no puede cobrar la renta de la misma. Pero desgraciadamente, desde este punto de vista, para Xerox como para sus clientes, la compañía no tiene un departamento de servicio técnico lo su ficientemente grande como para que un técnico acuda a reparar una máquina en el mismo instante en el que se generó el reporte, ocasionando así una pérdida de ingresos para la compañía y la pérdida de imagen ante los clientes. Por otro lado, el sueldo de los técnicos que dan el servicio es alto, ocasionando para Xerox un gasto bastante fuerte al mantener un gran número de técnicos que en la mayor parte del tiempo estarían ociosos.

Así pues, se desea encontrar el número óptimo de técnicos, de forma tal que los costos de la empresa se minimicen en

en cuanto a técnicos y a rentas no cobradas de máquinas que esperan ser reparadas por estos.

Información Previa sobre los Datos

Xerox cuenta actualmente con varios modelos de máquinas copiadoras/duplicadoras, variando en cuanto a volumen de copiado, rapidez y facilidades. Básicamente siguen el mismo principio, pero tanto las refacciones como el diseño varían de uno a otro modelo, razón por la cual Xerox capacita a cada uno de sus técnicos en la compostura de un tipo de máquina específica, y los dota de refacciones para esta. Aquí el análisis sólo será realizado para tres de los quince modelos, y serán, por las razones expuestas anteriormente, tratados como sistemas independientes.

Xerox guarda los registros de cada una de las reparaciones por máquina que realizan los técnicos, con una antigüedad de hasta 10 servicios (ver Reporte). Como puede verse, la obtención de los tiempos de reparación es directa, no así para los tiempos entre descomposturas. Sin embargo, tomando el volumen de copiado promedio mensual (dato conocido para cada modelo), podemos generar una aproximación de estos, y así tener, con la población (ver cuadro siguiente), la tasa de arriros.

Actualmente Xerox tiene las siguientes poblaciones en renta para los modelos que se analizarán:

MODELO	POBLACION	VOLUMEN DE COPIADO MENSUAL PROMEDIO
660	1,973	1,251
3,100	953	3,124
7,000	521	5,598
TOTAL:	3,447	9,973

lo que convierte la determinación de los parámetros de las distribuciones de tiempo entre descomposturas y tiempo de servicio en una tarea tediosa si no se usa el muestreo.

XEROX INFO PRIVADA
SIGUR. 0010

REPORTE NO R750 -01
REQUERIMIENTO DE HISTORIA DE EQUIPO

PAG. 1
FECHA 02/24/86

REQUERIDO 0010UB
200100390 RAO
SERVICIO TECNICO TOR MILLERO SA
CALLE 32A NUM 46 PB
MEXICO 14 DF 30 00003

BLOCK 1 VE-TTN
ORPO: 02-05 NORT: 1627
TEO: 0.9 RECH: 000.1
HORAS: 00130 17130
INSTAL: B1-05-13

OPER: ERITA-ONOFRE
LLANA1

TELE: 392 31-91
TELE:

NO ORDEN

NO CONTRATO 0630

PR: CLIE

09 28 13 37 SERVICIO SUSPENDIDO POR CC

ACTIVIDADES-PENDIENTES

DISP: 000000 00-00
MPI: 000000 00-00

HISTORIA

FECHA	ACI	PROB	SUB	MEDIO	NORT	RESP	ACTUAL	PORCENT	MRS.	TRAB.	COD-FAULT
07-13	10	13	42	0020719	2916		07.2	123		00.8	
05-04	10	78	40	0018796	2916		01.0	700		02.0	
02-21	10	04	33	0016644	2916		01.5	620		00.3	
02-10	10	31	30	0016355	2916		05.3	169		00.3	
02-02	10	79	71	0015790	2916		1.9	875		01.1	
11-03	10	28	42	0013715	2410		01.2	771		00.8	
10-25	10	03	40	0013508	2410		01.1	794		00.8	
05-24	10	31	50	0010334	0950		06.0	150		13.7	

*** FIN DE REPORTE ***

Se tomó una primera muestra de tamaño 20, para cada modelo, de los aspectos considerados, con el fin de obtener una aproximación del rango de los parámetros. Por lo que se concluyó que con un tamaño de muestra de $n=250$, estaríamos diciendo que la probabilidad de que nuestro estimador de la media difiera más de 10% del parámetro real, sería menor que 11.3365%. Así pues, procedemos al muestreo de 250 tiempos de reparación, con sus respectivos 240 números de copias entre cada descompostura.

Las muestras y sus análisis

A continuación se encontrarán los valores obtenidos de la muestra, una gráfica de las frecuencias observadas por intervalos y las respectivas pruebas de bondad de ajuste para cada caso examinado.

TIEMPOS DE SERVICIO EN CADA REPARACION DEL MODELO 600

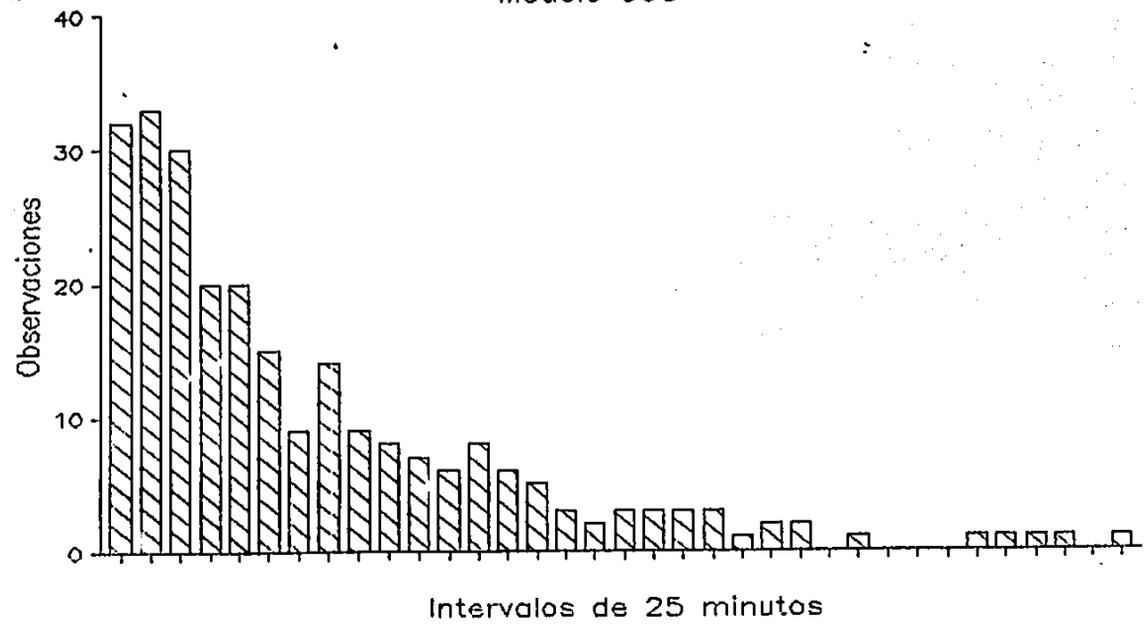
36

0.0	0.4	0.6	1.0	1.5	2.0	2.7	3.6	5.2	7.1
0.0	0.4	0.6	1.0	1.5	2.0	2.7	3.6	5.2	7.1
0.0	0.4	0.6	1.1	1.6	2.1	2.7	3.6	5.2	7.1
0.1	0.4	0.6	1.1	1.6	2.1	2.8	3.7	5.3	7.5
0.1	0.4	0.6	1.1	1.6	2.1	2.8	3.8	5.3	7.6
0.1	0.4	0.7	1.1	1.6	2.1	2.9	3.9	5.4	7.9
0.1	0.4	0.7	1.1	1.6	2.1	2.9	3.9	5.4	7.9
0.1	0.4	0.8	1.1	1.7	2.2	2.9	4.0	5.5	8.1
0.1	0.4	0.8	1.1	1.7	2.2	3.0	4.2	5.5	8.4
0.2	0.5	0.8	1.1	1.7	2.2	3.1	4.2	5.6	8.5
0.2	0.5	0.8	1.2	1.7	2.2	3.2	4.2	5.6	8.6
0.2	0.5	0.8	1.2	1.7	2.2	3.2	4.2	5.7	8.7
0.2	0.5	0.9	1.2	1.7	2.2	3.2	4.2	5.7	8.8
0.2	0.5	0.9	1.2	1.7	2.3	3.2	4.3	5.7	9.0
0.2	0.5	0.9	1.2	1.7	2.3	3.3	4.4	5.8	9.6
0.2	0.5	0.9	1.2	1.7	2.3	3.3	4.5	5.8	9.8
0.3	0.5	0.9	1.2	1.8	2.3	3.3	4.6	5.9	9.8
0.3	0.6	0.9	1.3	1.8	2.4	3.3	4.6	6.4	10.2
0.3	0.6	0.9	1.3	1.8	2.4	3.4	4.7	6.4	10.3
0.3	0.6	0.9	1.3	1.8	2.4	3.4	4.7	6.5	11.2
0.3	0.6	1.0	1.3	1.8	2.4	3.5	4.8	6.5	12.8
0.3	0.6	1.0	1.3	1.8	2.4	3.5	4.8	6.5	13.3
0.3	0.6	1.0	1.4	1.9	2.4	3.5	5.0	6.6	13.6
0.3	0.6	1.0	1.5	1.9	2.5	3.5	5.1	6.7	14.1
0.3	0.6	1.0	1.5	1.9	2.6	3.6	5.1	6.7	15.3

Tiempos de servicio

Modelo 660

37



ESTADÍSTICA DE CHI-CUADRADO DE BONDAR DE GARCIA PARA LOS DATOS DEL TICHES
DE SERVICIO PARA LOS BARRIOS 660

INTERVALO	VALOR MEDIO	FRECUENCIA		OBS	E _{ij}	(OBS-E _{ij}) ²
		REAL(O)	TEORICA(E)			
0.0 - 0.4	0.2	22	0.110	21.100	0.820	0.672
0.4 - 0.9	0.65	33	0.110	29.440	0.210	0.044
0.9 - 1.3	1.09	30	0.102	25.420	0.580	0.336
1.3 - 1.7	1.53	20	0.088	21.956	0.174	0.030
1.7 - 2.2	1.96	20	0.076	18.959	0.097	0.019
2.2 - 2.6	2.40	15	0.065	16.372	0.115	0.026
2.6 - 3.1	2.84	9	0.057	14.137	1.867	3.483
3.1 - 3.5	3.27	14	0.049	12.207	0.263	0.069
3.5 - 3.9	3.71	9	0.042	10.541	0.225	0.050
3.9 - 4.4	4.14	8	0.036	9.102	0.134	0.018
4.4 - 4.8	4.58	7	0.031	7.860	0.094	0.013
4.8 - 5.2	5.01	6	0.027	6.787	0.091	0.012
5.2 - 5.7	5.45	8	0.023	5.861	0.781	0.610
5.7 - 6.1	5.89	6	0.020	5.061	0.174	0.030
6.1 - 6.5	6.32	5	0.017	4.370	0.091	0.012
6.5 - 7.0	6.76	3	0.015	3.774	0.159	0.025
7.0 - 7.4	7.19	2	0.013	3.259	0.486	0.237
7.4 - 7.8	7.63	3	0.011	2.814	0.012	0.001
7.8 - 8.3	8.07	3	0.010	2.430	0.134	0.018
8.3 - 8.7	8.50	3	0.008	2.098	0.388	0.151
8.7 - 9.2	8.94	3	0.007	1.812	0.779	0.606
9.2 - 9.6	9.37	1	0.006	1.564	0.204	0.041
9.6 - 10.0	9.81	2	0.005	1.351	0.312	0.097
10.0 - 10.5	10.25	0	0.005	1.167	0.596	0.356
10.5 - 10.9	10.68	0	0.004	1.007	1.007	1.014
10.9 - 11.3	11.12	1	0.003	0.870	0.019	0.004
11.3 - 11.8	11.55	0	0.003	0.751	0.751	0.563
11.8 - 12.2	11.99	0	0.003	0.649	0.649	0.422
12.2 - 12.6	12.42	0	0.002	0.560	0.560	0.313
12.6 - 13.1	12.86	1	0.002	0.484	0.551	0.350
13.1 - 13.5	13.28	1	0.002	0.418	0.612	0.393
13.5 - 13.9	13.73	1	0.001	0.361	1.134	1.286
13.9 - 14.4	14.17	1	0.001	0.311	1.523	1.720
14.4 - 14.8	14.60	0	0.001	0.269	0.269	0.072
14.8 - 15.3	15.04	1	0.001	0.232	2.539	6.450

NÚMERO DE CASOS: 1250

VALOR DE N: 9.3346813445

GRADOS DE LIBERTAD: 1

VALOR P: 0.0000000000

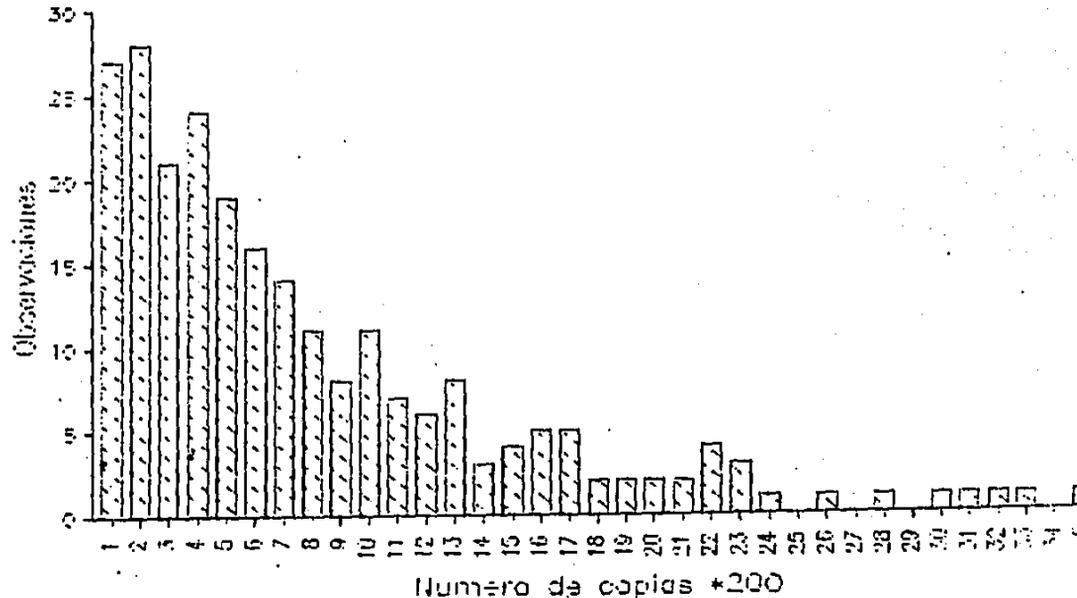
VALOR X² CHI CUADRADO: 48.33089774

NUMERO DE COPIAS ENTE CADA DESCOMPOSTURA PARA EL MODELO 660

6	174	364	572	746	1033	1311	1766	2353	3100
14	180	365	575	754	1034	1329	1778	2366	3111
20	193	370	578	756	1037	1340	1803	2445	3111
21	210	380	578	766	1059	1363	1805	2464	3592
28	212	390	604	790	1081	1370	1825	2484	3635
37	213	396	609	814	1092	1392	1838	2489	3764
39	235	396	621	821	1094	1397	1870	2499	3805
49	255	413	622	822	1109	1407	1871	2540	3904
53	264	416	629	846	1110	1420	1872	2562	4081
62	268	438	633	855	1116	1422	1932	2643	4154
72	271	453	636	858	1125	1430	1958	2671	4197
74	273	465	645	864	1129	1431	1967	2717	4245
83	284	469	663	886	1133	1472	1977	2717	4265
90	285	496	685	889	1159	1542	1986	2847	4307
94	288	506	687	893	1163	1564	2043	2849	4353
94	289	510	694	915	1212	1565	2052	3030	4475
96	293	516	697	918	1214	1588	2071	3056	4600
103	297	519	699	919	1226	1596	2104	3069	4949
114	303	534	711	935	1240	1627	2217	3116	5342
115	312	543	714	941	1291	1635	2226	3126	5860
116	323	545	715	952	1292	1660	2238	3147	5906
128	326	545	727	956	1293	1677	2254	3155	6231
138	328	550	739	960	1300	1692	2264	3241	6360
147	342	559	745	1023	1303	1743	2322	3266	6848

Numero de copias entre descomposturas

Modelo B60



LEYENDA DE CHI-CUADRADA DE BARRAS DE ALFABETICO PARA LOS VALORES DEL NUMERO
 DE SOLUCIONES EN UN ELECTRODO EN UN ELECTRODO

INTERVALO	VALOR		FRECUENCIA		u _{FN}	(u _{FN} -u _{FN}) ²
	MEDIO	0	REAL (%)	TEORICA (%)		
41	6	201	104	0.127	30.45	0.392
	201	397	299	0.111	26.57	0.077
	397	592	495	0.097	23.19	0.206
	592	788	690	0.084	20.23	0.701
	788	983	886	0.074	17.65	0.102
	983	1179	1081	0.064	15.41	0.023
	1179	1374	1277	0.056	13.44	0.023
	1374	1570	1472	0.049	11.73	0.043
	1570	1765	1668	0.043	10.23	0.488
	1765	1961	1863	0.037	8.93	0.400
	1961	2156	2059	0.032	7.79	0.081
	2156	2352	2254	0.028	6.80	0.094
	2352	2547	2450	0.025	5.93	0.720
	2547	2743	2645	0.022	5.18	0.913
	2743	2938	2841	0.019	4.52	0.059
	2938	3134	3036	0.016	3.94	0.284
	3134	3329	3232	0.014	3.44	0.708
	3329	3525	3427	0.013	3.00	0.334
	3525	3720	3622	0.011	2.62	0.146
	3720	3916	3818	0.010	2.28	0.036
	3916	4111	4013	0.008	1.99	0.000
	4111	4307	4209	0.007	1.74	2.936
	4307	4502	4404	0.006	1.52	1.447
	4502	4698	4600	0.006	1.32	0.000
	4698	4893	4795	0.005	1.16	1.156
	4893	5089	4991	0.004	1.01	0.000
	5089	5284	5186	0.004	0.88	0.080
	5284	5480	5382	0.003	0.77	0.070
	5480	5675	5577	0.003	0.67	0.670
	5675	5871	5773	0.002	0.58	0.295
	5871	6066	5968	0.002	0.51	0.470
	6066	6262	6164	0.002	0.45	0.692
	6262	6457	6359	0.002	0.39	0.963
	6457	6653	6555	0.001	0.34	0.339
	6653	6848	6750	0.001	0.30	1.677

NUMERO DE CASOS : 240
 VALOR DE M : 0.000697287262
 MEDIO : 1434.129167
 VALOR V. Z. CHI CUADRADA : 17.5897813

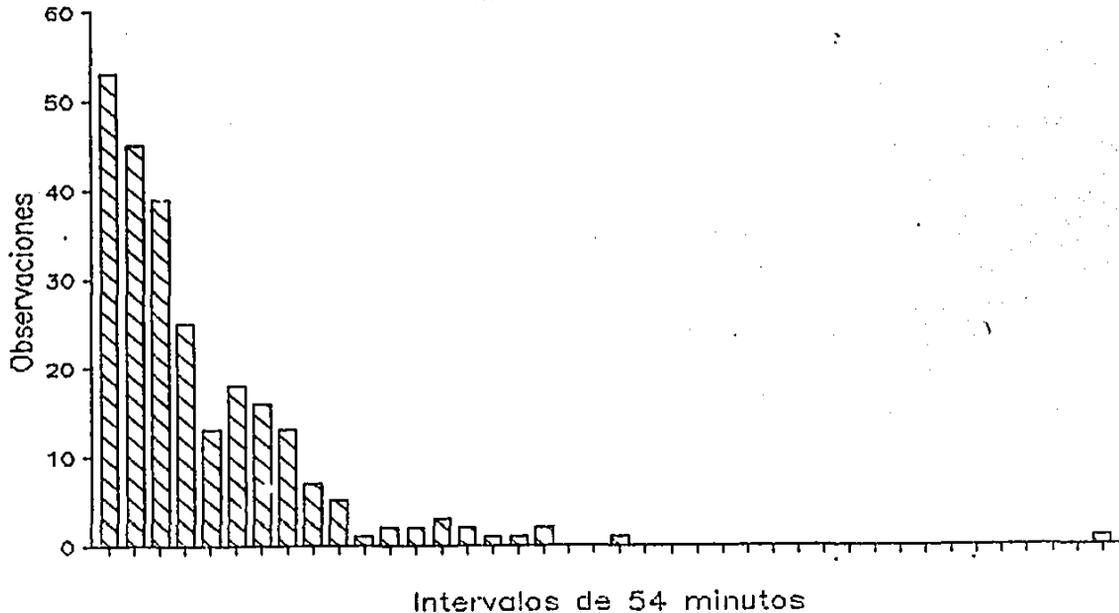
TIEMPOS DE SERVICIO EN CASA REPARACION DEL MODELO 5100

0.0	0.5	0.9	1.4	1.9	2.4	3.3	4.7	6.0	8.1
0.0	0.5	0.9	1.4	1.9	2.4	3.3	4.9	6.1	8.1
0.0	0.5	0.9	1.4	1.9	2.4	3.3	4.9	6.1	8.2
0.0	0.5	0.9	1.4	1.9	2.4	3.4	4.9	6.2	8.3
0.0	0.5	1.0	1.5	2.1	2.6	3.4	5.0	6.3	8.4
0.0	0.6	1.0	1.5	2.1	2.6	3.5	5.0	6.3	8.6
0.0	0.6	1.0	1.5	2.2	2.7	3.5	5.0	6.3	8.8
0.0	0.6	1.0	1.5	2.2	2.7	3.6	5.1	6.4	9.2
0.0	0.7	1.0	1.6	2.2	2.8	3.6	5.1	6.5	9.9
0.0	0.7	1.0	1.6	2.2	2.8	3.6	5.1	6.6	10.0
0.0	0.7	1.1	1.6	2.2	2.8	3.7	5.1	6.6	10.9
0.0	0.7	1.1	1.6	2.2	2.8	3.8	5.2	6.6	11.1
0.0	0.7	1.1	1.6	2.2	2.8	3.8	5.2	6.7	11.4
0.0	0.7	1.1	1.6	2.2	2.8	4.0	5.3	6.8	12.1
0.0	0.8	1.1	1.6	2.2	2.9	4.0	5.3	6.8	12.1
0.0	0.8	1.1	1.7	2.3	2.9	4.0	5.3	6.9	12.8
0.0	0.8	1.2	1.7	2.3	3.0	4.2	5.5	7.0	13.4
0.0	0.8	1.2	1.7	2.3	3.0	4.3	5.5	7.2	13.8
0.0	0.8	1.2	1.7	2.3	3.1	4.4	5.6	7.2	14.0
0.0	0.8	1.2	1.8	2.3	3.1	4.4	5.6	7.3	15.0
0.0	0.8	1.2	1.8	2.3	3.1	4.4	5.7	7.3	15.9
0.0	0.9	1.3	1.8	2.4	3.1	4.5	5.8	7.5	16.6
0.5	0.9	1.4	1.9	2.4	3.1	4.5	5.8	7.9	18.8
0.5	0.9	1.4	1.9	2.4	3.2	4.6	5.9	8.1	36.8

Tiempos de servicio

Modelo 3100

43



HECERA DE CHI-CUADRADA DE FOMBAS DE SUZIE CASO LOS PAIOS DEL IIEBEN
 DE SERVICIO CASO LOS COPLES 3100

INTERVALO	VALDR MEDIO	FRECUENCIA		(x-u) ²	
		REAL (f)	TEORICA (w)	uM	uM
0.0 - 0.9	0.47	53	0.220	55.022	0.074
0.9 - 1.8	1.39	45	0.172	42.870	0.104
1.8 - 2.8	2.31	39	0.134	33.433	0.927
2.8 - 3.7	3.23	25	0.104	26.061	0.043
3.7 - 4.6	4.15	13	0.081	20.315	2.634
4.6 - 5.5	5.07	10	0.063	15.036	0.296
5.5 - 6.5	5.99	16	0.049	12.344	1.083
6.5 - 7.4	6.91	13	0.038	9.622	1.186
7.4 - 8.3	7.83	7	0.030	7.501	0.033
8.3 - 9.2	8.76	5	0.023	5.847	0.123
9.2 - 10.1	9.68	1	0.018	4.558	2.777
10.1 - 11.1	10.60	2	0.014	3.553	0.679
11.1 - 12.0	11.52	2	0.011	2.769	0.214
12.0 - 12.9	12.44	3	0.009	2.159	0.328
12.9 - 13.8	13.36	2	0.007	1.603	0.060
13.8 - 14.7	14.28	1	0.005	1.312	0.074
14.7 - 15.7	15.20	1	0.004	1.022	0.000
15.7 - 16.6	16.12	2	0.003	0.797	1.816
16.6 - 17.5	17.04	0	0.002	0.621	0.621
17.5 - 18.4	17.96	0	0.002	0.484	0.484
18.4 - 19.3	18.88	0	0.002	0.378	1.026
19.3 - 20.3	19.81	0	0.001	0.294	0.294
20.3 - 21.2	20.73	0	0.001	0.229	0.229
21.2 - 22.1	21.65	0	0.001	0.179	0.179
22.1 - 23.0	22.57	0	0.001	0.139	0.139
23.0 - 23.9	23.49	0	0.000	0.109	0.109
23.9 - 24.9	24.41	0	0.000	0.085	0.085
24.9 - 25.8	25.33	0	0.000	0.064	0.064
25.8 - 26.7	26.25	0	0.000	0.051	0.051
26.7 - 27.6	27.17	0	0.000	0.040	0.040
27.6 - 28.6	28.09	0	0.000	0.031	0.031
28.6 - 29.5	29.01	0	0.000	0.024	0.024
29.5 - 30.4	29.93	0	0.000	0.019	0.019
30.4 - 31.3	30.84	0	0.000	0.015	0.015
31.3 - 32.2	31.76	0	0.000	0.012	0.012
32.2 - 33.2	32.70	0	0.000	0.009	0.009
33.2 - 34.1	33.62	0	0.000	0.007	0.007
34.1 - 35.0	34.54	0	0.000	0.005	0.005
35.0 - 35.9	35.46	0	0.000	0.004	0.004
35.9 - 36.8	36.38	1	0.000	0.003	0.040

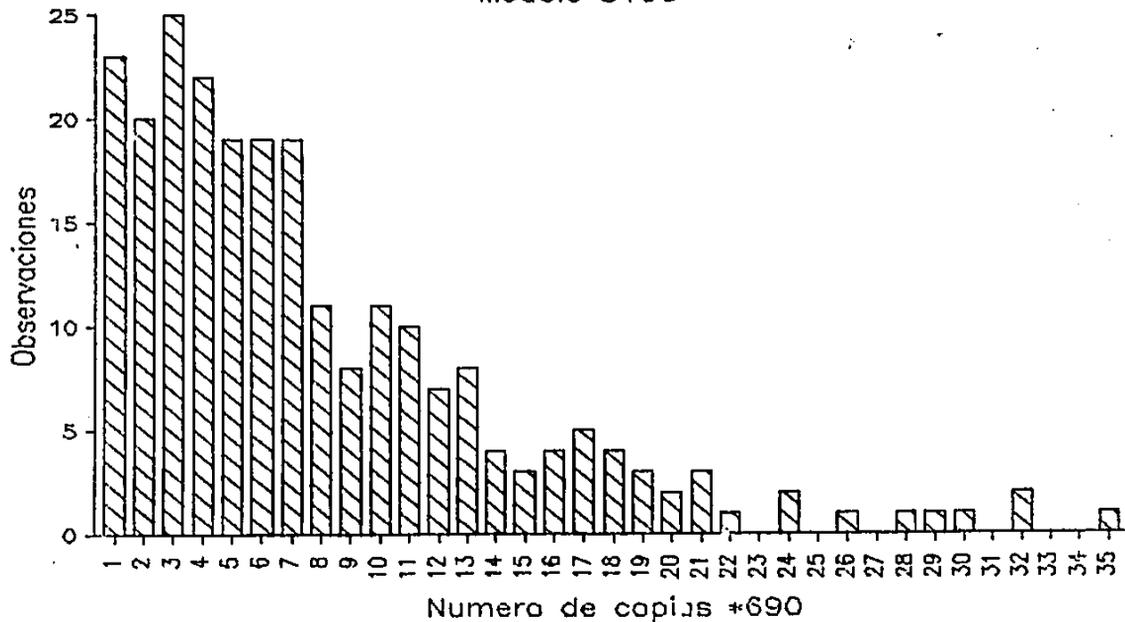
NUMERO DE CASOS : 250
 VALOR DE M : 0.2705013241
 MEDIO : 3.69839576
 VALOR Y.G. CHI CUADRADA : 15.8757321

NUMERO DE COPIAS ENTRE CADA DESCOMPOSICION PARA EL MODELO 3100

45	-1	747	1617	2201	2961	3828	4769	6359	8140	11527
	39	769	1633	2233	3060	3926	4723	6434	8217	11613
	97	775	1682	2248	3023	4009	4814	6473	8393	11790
	99	783	1689	2254	3136	4011	4941	6487	8467	11848
	103	817	1740	2271	3184	4038	5037	6533	8450	11859
	108	879	1761	2295	3185	4058	5065	6570	8709	12056
	172	887	1780	2306	3217	4115	5157	6720	8709	12609
	180	899	1803	2343	3270	4131	5190	6863	8755	12678
	247	899	1803	2395	3316	4287	5206	6801	8924	12736
	263	913	1805	2397	3316	4291	5213	6917	8939	13103
	359	940	1874	2464	3402	4317	5222	6967	9389	13720
	380	1003	1896	2506	3425	4325	5357	7071	9399	13992
	380	1005	1912	2558	3457	4360	5402	7127	9613	14100
	401	1019	1917	2586	3541	4381	5429	7211	9679	14314
	420	1082	1918	2702	3561	4385	5722	7270	9700	14547
	452	1095	1940	2713	3607	4394	5820	7292	9859	16032
	484	1113	1953	2741	3610	4407	5823	7431	10151	16119
	495	1125	1955	2753	3612	4422	5885	7496	10421	17466
	609	1341	1957	2803	3612	4435	5971	7509	10588	10883
	619	1445	2039	2809	3618	4535	6112	7822	10727	19485
	657	1449	2087	2904	3663	4545	6120	7843	11004	20086
	670	1496	2183	2906	3700	4566	6136	7863	11179	21637
	683	1513	2187	2922	3724	4631	6309	7916	11212	21870
	724	1595	2189	2941	3824	4788	6332	8102	11268	24204

Numero de copias entre descomposturas

Modelo 3100



ENCUENO DE CHI CUADRADA DE LONDRA DE JUICIO PARA LOS DATOS DEL CUADRO
DE SERIAS EN LAS DISTRIBUCIONES CON LOS CUADROS SIGO

INTERVALO	VALOR MEDIO	FRECUCENCIA REAL (%)	FRECUCENCIA TEORICA (%)	(x-MED)/S		
				MEAN	MIN	
47	693	347	0.126	30.33	1.780	
	1304	1038	20	26.51	1.599	
	2076	1730	25	23.16	0.146	
	2767	2421	22	20.23	0.153	
	3459	3113	19	17.67	0.100	
	4150	3804	19	15.44	0.823	
	4842	4496	19	13.48	3.257	
	5533	5187	11	11.78	0.951	
	6225	5879	8	10.29	0.509	
	6916	6570	11	8.99	0.451	
	7608	7262	10	0.033	7.85	0.589
	8299	7953	7	0.029	6.86	0.003
	8991	8645	8	0.025	5.99	0.475
	9682	9336	4	0.022	5.23	0.290
	10374	10028	3	0.019	4.57	0.540
	11065	10719	4	0.017	3.99	0.000
	11757	11411	4	0.015	3.49	0.656
	12448	12102	4	0.013	3.03	0.299
	13140	12794	3	0.011	2.66	0.043
	13831	13486	2	0.010	2.32	0.045
	14523	14177	3	0.008	2.03	0.463
	15214	14869	1	0.006	1.77	0.337
	15906	15560	0	0.006	1.55	1.549
	16597	16252	2	0.004	1.35	0.309
	17289	16943	0	0.005	1.18	1.182
	17980	17635	1	0.004	1.03	0.001
	18672	18326	0	0.004	0.90	0.902
	19363	19018	1	0.003	0.79	0.057
	20055	19709	1	0.003	0.69	0.141
	20746	20401	1	0.003	0.60	0.265
	21438	21092	0	0.002	0.53	0.525
	22129	21784	2	0.002	0.46	3.178
	22821	22475	0	0.002	0.40	0.401
	23512	23167	0	0.001	0.35	0.350
	24204	23858	1	0.001	0.31	1.376

NUMERO DE CASOS : 240

VALOR DE M : 0.000195553034

SERIO : 5113.65

VALOR K-F. CHI CUADRADA : 24.24976012

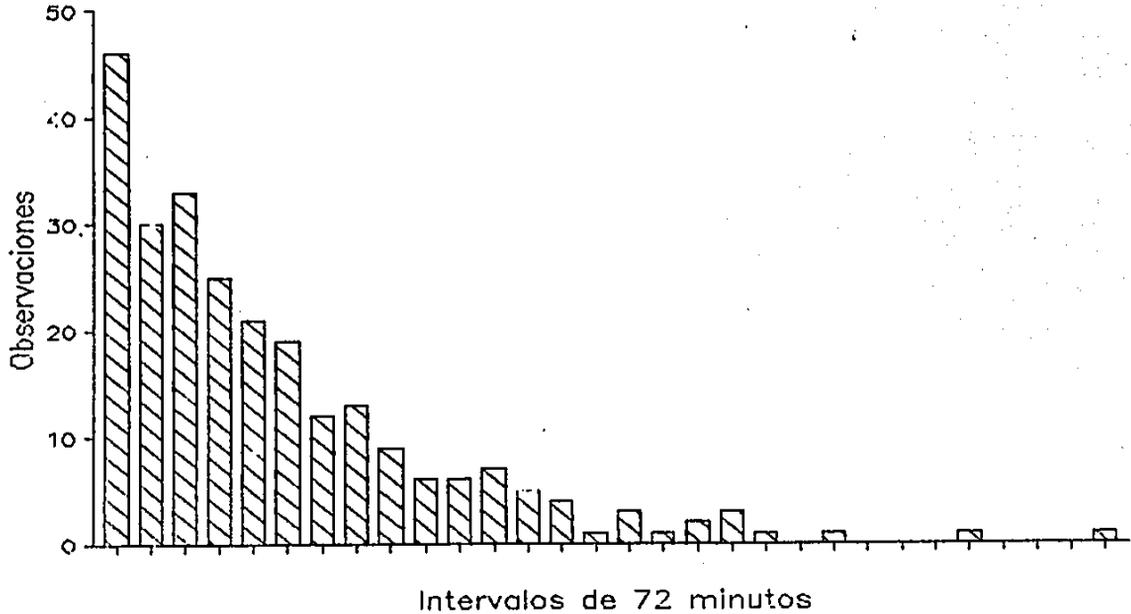
TIEMPOS DE SERVICIO EN CADA REPARACION DEL MODELO 7000

0.7	0.7	1.5	2.6	3.6	4.7	6.4	7.9	10.5	15.2
0.1	0.8	1.5	2.6	3.7	4.7	6.4	7.9	10.6	15.4
0.1	0.8	1.7	2.6	3.7	4.8	6.4	8.0	10.9	15.5
0.1	0.8	1.7	2.6	3.7	4.9	6.4	8.0	11.0	15.7
0.1	0.8	1.8	2.6	3.8	5.0	6.5	8.1	11.4	16.1
0.1	0.9	1.9	2.7	3.8	5.0	6.5	8.1	11.5	16.3
0.1	0.9	1.9	2.8	3.8	5.1	6.5	8.2	11.5	16.4
0.1	0.9	1.9	2.9	3.8	5.2	6.6	8.3	11.5	16.8
0.1	0.9	2.0	2.9	3.9	5.2	6.7	8.6	11.7	17.1
0.1	1.0	2.0	2.9	3.9	5.2	6.7	8.6	12.2	17.8
0.1	1.0	2.0	3.0	4.0	5.2	6.7	8.8	12.3	18.0
0.3	1.1	2.0	2.9	4.0	5.2	6.8	9.1	12.6	18.5
0.3	1.1	2.2	2.9	4.1	5.4	7.0	9.2	12.8	19.3
0.4	1.1	2.2	3.0	4.2	5.6	7.1	9.3	12.8	19.5
0.4	1.2	2.3	3.2	4.2	5.7	7.2	9.4	13.0	19.7
0.4	1.2	2.3	3.2	4.2	5.7	7.2	9.5	13.5	20.9
0.4	1.3	2.3	3.3	4.3	5.7	7.3	9.7	13.6	22.2
0.4	1.3	2.3	3.3	4.4	5.8	7.4	9.7	13.7	22.3
0.5	1.3	2.4	3.3	4.4	5.9	7.5	9.8	13.8	23.2
0.6	1.3	2.4	3.4	4.4	6.1	7.5	9.9	14.1	23.5
0.6	1.3	2.5	3.4	4.5	6.2	7.7	9.9	14.3	24.2
0.6	1.4	2.5	3.4	4.6	6.2	7.7	10.0	14.3	25.0
0.6	1.4	2.6	3.5	4.6	6.3	7.7	10.2	14.7	26.0
0.7	1.4	2.6	3.5	4.7	6.3	7.7	10.2	14.8	32.8
0.7	1.4	2.6	3.5	4.7	6.3	7.8	10.5	15.1	38.5

Tiempos de servicio

Modelo 7000

49



PRUEBA DE CHI-CUADRADA DE BONDAD DE AJUSTE PARA LOS DATOS DEL TIEMPO
 DE RESERVA PARA LOS MESES 7000

INTERVALO	VALOR MEDIO	FRECUENCIA		u*H	(u-u*)^2
		REAL(u)	TEORICA(u)		
0.1 - 1.3	0.70	46	0.176	43.916	0.179
1.3 - 2.6	1.98	30	0.145	36.134	1.041
2.6 - 3.9	3.26	33	0.119	29.732	0.339
3.9 - 5.2	4.55	25	0.098	24.444	0.012
5.2 - 6.5	5.83	21	0.081	20.129	0.038
6.5 - 7.8	7.11	19	0.066	16.563	0.359
7.8 - 9.0	8.39	12	0.055	13.628	0.195
9.0 - 10.3	9.68	13	0.045	11.214	0.285
10.3 - 11.6	10.96	9	0.037	9.227	0.006
11.6 - 12.9	12.24	6	0.030	7.592	0.334
12.9 - 14.2	13.52	4	0.023	6.247	0.010
14.2 - 15.4	14.81	7	0.021	5.148	0.673
15.4 - 16.7	16.09	5	0.017	4.229	0.140
16.7 - 18.0	17.37	4	0.014	3.480	0.078
18.0 - 19.3	18.65	1	0.011	2.863	1.213
19.3 - 20.6	19.93	3	0.009	2.356	0.176
20.6 - 21.9	21.22	1	0.008	1.939	0.454
21.9 - 23.1	22.50	2	0.006	1.595	0.103
23.1 - 24.4	23.78	3	0.005	1.312	2.170
24.4 - 25.7	25.06	1	0.004	1.080	0.006
25.7 - 27.0	26.35	0	0.004	0.889	0.889
27.0 - 28.3	27.63	1	0.003	0.731	0.099
28.3 - 29.6	28.91	0	0.002	0.602	0.602
29.6 - 30.8	30.19	0	0.002	0.495	0.495
30.8 - 32.1	31.48	0	0.002	0.407	0.407
32.1 - 33.4	32.76	1	0.001	0.335	1.319
33.4 - 34.7	34.04	0	0.001	0.276	0.276
34.7 - 36.0	35.32	0	0.001	0.227	0.227
36.0 - 37.2	36.61	0	0.001	0.187	0.187
37.2 - 38.5	37.89	1	0.001	0.154	4.664

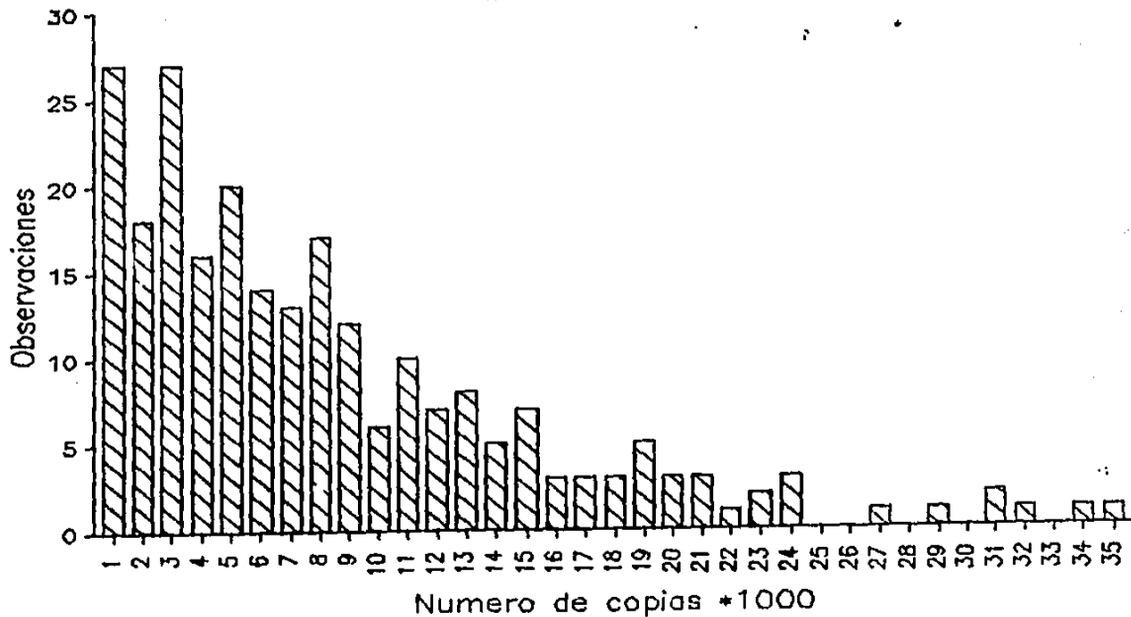
NÚMERO DE GRUPOS 1250
 VALOR DE H = 1528678259
 MEDIA 16.576012998
 VALOR Y.χ. CHI CUADRADA 16.91220151

NUMERO DE COPIAS ENTRE CADA RECONSTRUCCION PARA EL MODELO 7000

160	1134	2222	3242	4540	5 33	7598	9764	12467	10202
194	1146	2228	3319	4564	6044	7728	9775	12704	10523
201	1153	2240	3360	4509	6244	7805	10077	12060	10594
285	1174	2258	3360	4620	6352	7820	10129	13506	10694
353	1273	2292	3369	4743	6442	7873	10252	13665	10859
357	1274	2314	3471	4755	6463	8001	10436	13819	19094
364	1278	2367	3653	4829	6551	8018	10510	13848	19200
366	1330	2373	3661	4844	6655	8093	10625	14026	19733
370	1317	2374	3666	4859	6677	8124	10737	14248	20228
448	1548	2383	3726	4900	6705	8126	10780	14273	20340
472	1549	2451	3781	5030	6731	8146	10925	14503	20465
500	1553	2458	3796	5080	6731	8150	10999	14539	21644
584	1603	2561	3813	5183	6771	8179	11150	14555	22319
614	1611	2593	3823	5215	6775	8362	11379	14913	22900
624	1783	2600	3893	5284	6932	8436	11545	15024	23564
630	1798	2691	3905	5311	7139	8583	11570	15192	23616
772	1827	2743	4260	5333	7151	8716	11845	15690	23919
789	1856	2763	4288	5419	7227	8752	11929	15870	26043
816	1904	2901	4331	5423	7390	9017	12014	16111	28720
829	1924	2911	4340	5468	7402	9072	12089	16740	30427
865	2002	2961	4371	5548	7432	9194	12233	16989	30692
927	2153	2971	4421	5575	7458	9260	12318	17076	30927
979	2209	2973	4445	5741	7560	9414	12376	17513	33490
981	2219	3015	4508	5820	7593	9701	12451	17683	34044

Numero de copias entre descomposturas

Modelo 7000



SEDESA DE CHI-CUADRADA DE MONDOP DE GABITE DOCA LOS RAIOR DEL MONDO
 DE CUELAS CRIBE DECOMPOSICIONES COMO LOS QUELLOS 7000

INTERVALO	VALOR		FRECUENCIA		u*H	(u-u*) ²	
	MEDIO	REAL (u)	REAL (u)	TEORICA (u)		u*H	u*H
168 - 1159	663	27	0.116	27.00	0.023		
1159 - 2149	1654	18	0.102	24.51	1.731		
2149 - 3140	2645	27	0.090	21.61	1.343		
3140 - 4131	3636	16	0.079	19.03	0.490		
4131 - 5122	4626	20	0.070	16.80	0.610		
5122 - 6112	5617	14	0.062	14.81	0.044		
6112 - 7103	6608	13	0.054	13.06	0.000		
7103 - 8094	7599	17	0.048	11.51	2.615		
8094 - 9085	8589	12	0.042	10.13	0.337		
9085 - 10075	9580	8	0.037	8.95	0.972		
10075 - 11066	10571	10	0.033	7.89	0.564		
11066 - 12057	11562	7	0.029	6.96	0.000		
12057 - 13048	12552	8	0.026	6.13	0.569		
13048 - 14038	13543	5	0.023	5.41	0.031		
14038 - 15029	14534	7	0.020	4.77	1.046		
15029 - 16020	15525	3	0.018	4.20	0.344		
16020 - 17011	16515	3	0.015	3.71	0.134		
17011 - 18001	17506	3	0.014	3.27	0.022		
18001 - 18992	18497	5	0.012	2.88	1.560		
18992 - 19983	19487	3	0.011	2.54	0.084		
19983 - 20974	20478	3	0.009	2.24	0.259		
20974 - 21964	21469	1	0.008	1.97	0.400		
21964 - 22955	22460	2	0.007	1.74	0.039		
22955 - 23946	23450	3	0.006	1.53	1.400		
23946 - 24937	24441	0	0.006	1.35	1.353		
24937 - 25927	25432	0	0.005	1.19	1.193		
25927 - 26918	26423	1	0.004	1.03	0.003		
26918 - 27909	27413	0	0.004	0.93	0.927		
27909 - 28900	28404	1	0.003	0.82	0.041		
28900 - 29890	29395	0	0.003	0.72	0.721		
29890 - 30881	30386	2	0.003	0.64	2.932		
30881 - 31872	31376	1	0.002	0.56	9.346		
31872 - 32863	32367	0	0.002	0.49	0.494		
32863 - 33853	33358	1	0.002	0.44	0.732		
33853 - 34844	34349	1	0.002	0.38	0.989		

NUMERO DE CASOS : 1240
 VALOR DE H : 0.0901271397218
 MEDIO : 7863.3622
 VALOR Y.E. CHI CUADRADA : 24.42640427

TABLA PARA LA PRUEBA DE FONDOS DE ARISTE DE ESTADÍSTICO-2015/00

X	H(X)								
0.01	0.0004449	0.51	0.0428138	1.01	0.7405658	1.51	0.9790001	2.01	0.9993000
0.02	0.0008898	0.52	0.0510577	1.02	0.7508250	1.52	0.9803102	2.02	0.9994207
0.03	0.0013347	0.53	0.0593015	1.03	0.7610842	1.53	0.9816203	2.03	0.9995414
0.04	0.0017796	0.54	0.0675454	1.04	0.7713434	1.54	0.9829304	2.04	0.9996621
0.05	0.0022245	0.55	0.0757892	1.05	0.7797944	1.55	0.9842405	2.05	0.9997828
0.06	0.0026694	0.56	0.0840331	1.06	0.7882454	1.56	0.9855506	2.06	0.9999035
0.07	0.0031143	0.57	0.0922769	1.07	0.7966964	1.57	0.9868607	2.07	0.9999842
0.08	0.0035592	0.58	0.1005208	1.08	0.8051474	1.58	0.9881708	2.08	0.9999849
0.09	0.0040041	0.59	0.1087646	1.09	0.8135984	1.59	0.9894809	2.09	0.9999856
0.10	0.0044490	0.60	0.1170085	1.10	0.8220494	1.60	0.9907910	2.10	0.9999863
0.11	0.0048939	0.61	0.1252523	1.11	0.8305004	1.61	0.9921011	2.11	0.9999870
0.12	0.0053388	0.62	0.1334962	1.12	0.8389514	1.62	0.9934112	2.12	0.9999877
0.13	0.0057837	0.63	0.1417400	1.13	0.8474024	1.63	0.9947213	2.13	0.9999884
0.14	0.0062286	0.64	0.1499839	1.14	0.8558534	1.64	0.9960314	2.14	0.9999891
0.15	0.0066735	0.65	0.1582277	1.15	0.8643044	1.65	0.9973415	2.15	0.9999898
0.16	0.0071184	0.66	0.1664716	1.16	0.8727554	1.66	0.9986516	2.16	0.9999905
0.17	0.0075633	0.67	0.1747154	1.17	0.8812064	1.67	0.9999617	2.17	0.9999912
0.18	0.0080082	0.68	0.1829593	1.18	0.8896574	1.68	0.9999618	2.18	0.9999919
0.19	0.0084531	0.69	0.1912031	1.19	0.8981084	1.69	0.9999619	2.19	0.9999926
0.20	0.0088980	0.70	0.1994470	1.20	0.9065594	1.70	0.9999620	2.20	0.9999933
0.21	0.0093429	0.71	0.2076908	1.21	0.9150104	1.71	0.9999621	2.21	0.9999940
0.22	0.0097878	0.72	0.2159347	1.22	0.9234614	1.72	0.9999622	2.22	0.9999947
0.23	0.0102327	0.73	0.2241785	1.23	0.9319124	1.73	0.9999623	2.23	0.9999954
0.24	0.0106776	0.74	0.2324224	1.24	0.9403634	1.74	0.9999624	2.24	0.9999961
0.25	0.0111225	0.75	0.2406662	1.25	0.9488144	1.75	0.9999625	2.25	0.9999968
0.26	0.0115674	0.76	0.2489101	1.26	0.9572654	1.76	0.9999626	2.26	0.9999975
0.27	0.0120123	0.77	0.2571539	1.27	0.9657164	1.77	0.9999627	2.27	0.9999982
0.28	0.0124572	0.78	0.2653978	1.28	0.9741674	1.78	0.9999628	2.28	0.9999989
0.29	0.0129021	0.79	0.2736416	1.29	0.9826184	1.79	0.9999629	2.29	0.9999996
0.30	0.0133470	0.80	0.2818855	1.30	0.9910694	1.80	0.9999630	2.30	0.9999999
0.31	0.0137919	0.81	0.2901293	1.31	0.9995204	1.81	0.9999631	2.31	0.9999999
0.32	0.0142368	0.82	0.2983732	1.32	0.9979714	1.82	0.9999632	2.32	0.9999999
0.33	0.0146817	0.83	0.3066170	1.33	0.9964224	1.83	0.9999633	2.33	0.9999999
0.34	0.0151266	0.84	0.3148609	1.34	0.9948734	1.84	0.9999634	2.34	0.9999999
0.35	0.0155715	0.85	0.3231047	1.35	0.9933244	1.85	0.9999635	2.35	0.9999999
0.36	0.0160164	0.86	0.3313486	1.36	0.9917754	1.86	0.9999636	2.36	0.9999999
0.37	0.0164613	0.87	0.3395924	1.37	0.9902264	1.87	0.9999637	2.37	0.9999999
0.38	0.0169062	0.88	0.3478363	1.38	0.9886774	1.88	0.9999638	2.38	0.9999999
0.39	0.0173511	0.89	0.3560801	1.39	0.9871284	1.89	0.9999639	2.39	0.9999999
0.40	0.0177960	0.90	0.3643240	1.40	0.9855794	1.90	0.9999640	2.40	0.9999999
0.41	0.0182409	0.91	0.3725678	1.41	0.9840304	1.91	0.9999641	2.41	0.9999999
0.42	0.0186858	0.92	0.3808117	1.42	0.9824814	1.92	0.9999642	2.42	0.9999999
0.43	0.0191307	0.93	0.3890555	1.43	0.9809324	1.93	0.9999643	2.43	0.9999999
0.44	0.0195756	0.94	0.3972994	1.44	0.9793834	1.94	0.9999644	2.44	0.9999999
0.45	0.0200205	0.95	0.4055432	1.45	0.9778344	1.95	0.9999645	2.45	0.9999999
0.46	0.0204654	0.96	0.4137871	1.46	0.9762854	1.96	0.9999646	2.46	0.9999999
0.47	0.0209103	0.97	0.4220309	1.47	0.9747364	1.97	0.9999647	2.47	0.9999999
0.48	0.0213552	0.98	0.4302748	1.48	0.9731874	1.98	0.9999648	2.48	0.9999999
0.49	0.0218001	0.99	0.4385186	1.49	0.9716384	1.99	0.9999649	2.49	0.9999999
0.50	0.0222450	1.00	0.4467625	1.50	0.9700894	2.00	0.9999650	2.50	0.9999999

Resumiendo los resultados anteriores:

Tiempo de servicio

Modelo	Grados de Libertad (r)	Chi-cuadrada		Kolmogorov (10% de riesgo)	
		Real	Teórica (5% riesgo)	Real	Teórica
660	35-1-1=33	18.3309	47.400	.3999	1.22
3,100	40-1-1=38	15.8757	53.384	.5055	1.22
7,000	30-1-1=28	16.9122	41.337	.4789	1.22

Número de copias entre descomposturas

Modelo	Grados de Libertad (r)	Chi-cuadrada		Kolmogorov (10% de riesgo)	
		Real	Teórica (5% riesgo)	Real	Teórica
660	35-1-1=33	17.5898	47.400	1.1106	1.22
3,100	35-1-1=33	24.2498	47.400	0.8107	1.22
7,000	35-1-1=33	24.4264	47.400	0.5359	1.22

por lo que podemos concluir que las distribuciones no presentan características suficientes como para poder rechazar la hipótesis de que son asíntotas a la distribución exponencial.

Así, vemos que el número de arriivos sigue la distribución de Poisson con media:

(No. de máquinas rentadas) * (volumen de copiado en horas)/
 (media de Número de copias entre descomposturas), es decir,

Modelo	Pob. rentada	Volumen copias/mes	Volumen Copia/hr.	Tasa No. copias/descomp.	Tasa de arrivo
660	1,973	1,251	5.212	0.00069729	7.170
3,100	953	3,124	13.016	0.00019555	2.425
7,000	521	5,598	23.325	0.00012713	1.545

Lo que nos lleva a los siguientes resultados:

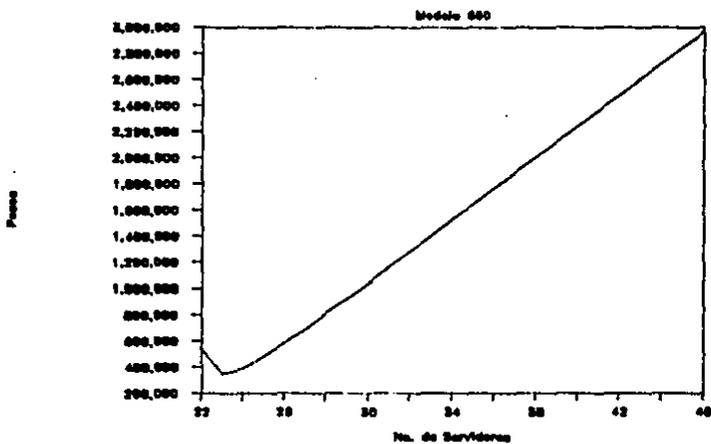
TABLA DE ANALISIS PARA EL MODELO 660

Largo: 7.17
 Bw: 0.336491
 Salario: 9120,000.00
 Costo: 918,411.00

No. de Servidores	Prob. de encontrar el sistema Vacio	Tamaño Promedio de la Cola	Desocupacion Promedio	Costos	Tiempo Pr en la cola
22	0.00000000179014	25.14356	0.703876	6547,420	74.68462
23	0.000000006339150	7.469756	1.703876	6349,355	23.37651
24	0.00000000432378	3.689802	2.703876	6292,383	10.95696
25	0.00000000487627	1.964935	3.703876	6480,442	5.636193
26	0.00000000519157	1.106235	4.703876	6384,833	3.285767
27	0.00000000538035	0.638635	5.703876	6496,224	1.896916
28	0.00000000549086	0.372152	6.703876	6811,317	1.105357
29	0.00000000553511	0.216845	7.703876	6928,458	0.644667
30	0.00000000559212	0.125582	8.703876	61,046,777	0.373001
31	0.00000000561220	0.071990	9.703876	61,165,791	0.213825
32	0.00000000562504	0.040732	10.703876	61,285,215	0.120982
33	0.00000000563160	0.022699	11.703876	61,404,883	0.067421
34	0.00000000563517	0.012441	12.703876	61,524,694	0.036952
35	0.00000000563708	0.006699	13.703876	61,644,589	0.019897
36	0.00000000563869	0.003541	14.703876	61,764,530	0.010518
37	0.00000000563960	0.001836	15.703876	61,884,499	0.005455
38	0.00000000563987	0.000934	16.703876	62,004,482	0.002775
39	0.00000000563990	0.000466	17.703876	62,124,474	0.001384
40	0.00000000563966	0.000228	18.703876	62,244,469	0.000677
41	0.00000000563969	0.000109	19.703876	62,364,467	0.000324
42	0.00000000563911	0.000051	20.703876	62,484,466	0.000152
43	0.00000000563911	0.000023	21.703876	62,604,466	0.000070
44	0.00000000563912	0.000010	22.703876	62,724,465	0.000031
45	0.00000000563912	0.000004	23.703876	62,844,465	0.000014
46	0.00000000563912	0.000002	24.703876	62,964,465	0.000006

• Para un Numero menor de Servidores el Tamaño de la cola seria infinito

Costo por Numero de Servidores



Tiempo Promedio de Espera

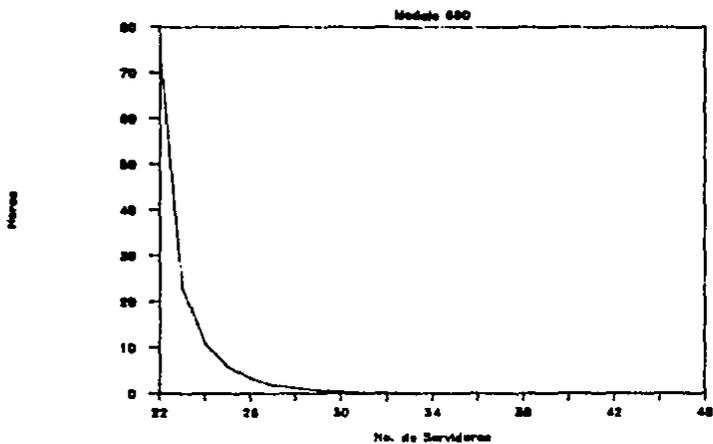


TABLA DE ANALISIS PARA EL MODELO 3100

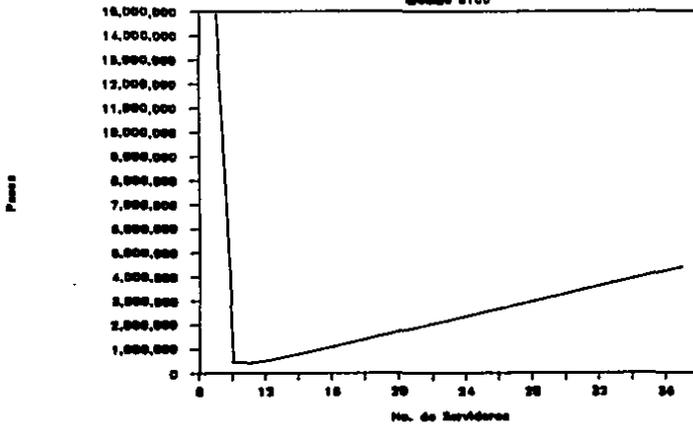
Landa= 2.425
 Mu= 0.270501
 Salario= \$157,000.00
 Renta= \$59,123.00

No. de Servidores	Prob. de encontrar el sistema Vacio	Tamaño Promedio de la Cola	Desocupacion Promedio	Costos	Tiempo Pr en la col
9	0.000003738644494	251.5882	0.035153	\$14,880,173	930.0826
10	0.000073758717638	5.701807	1.035153	\$499,627	21.07869
11	0.0001038887675348	1.862606	2.035153	\$429,642	6.885766
12	0.000117193731521	0.769918	3.035153	\$322,039	2.846268
13	0.000123136241623	0.341923	4.035153	\$653,735	1.264038
14	0.000125787614915	0.154694	5.035153	\$799,665	0.571881
15	0.000126958007729	0.069592	6.035153	\$951,634	0.257271
16	0.000127465321382	0.030730	7.035153	\$1,106,336	0.112607
17	0.000127680033454	0.013221	8.035153	\$1,262,301	0.048878
18	0.000127768496512	0.005518	9.035153	\$1,418,845	0.020399
19	0.000127803682630	0.002228	10.03515	\$1,575,651	0.008238
20	0.000127817315692	0.000869	11.03515	\$1,732,570	0.003214
21	0.000127822411843	0.000327	12.03515	\$1,889,538	0.001211
22	0.000127824253682	0.000119	13.03515	\$2,046,526	0.000440
23	0.000127824897280	0.000041	14.03515	\$2,203,522	0.000154
24	0.000127825114771	0.000014	15.03515	\$2,360,520	0.000052
25	0.000127825185879	0.000004	16.03515	\$2,517,519	0.000017
26	0.000127825206394	0.000001	17.03515	\$2,674,519	0.000005
27	0.000127825215284	4.57E-07	18.03515	\$2,831,519	0.000001
28	0.000127825217334	1.36E-07	19.03515	\$2,988,519	5.04E-07
29	0.000127825217925	3.94E-08	20.03515	\$3,145,519	1.44E-07
30	0.000127825218090	1.10E-08	21.03515	\$3,302,519	4.08E-08
31	0.000127825218135	3.01E-09	22.03515	\$3,459,519	1.11E-08
32	0.000127825218147	7.76E-10	23.03515	\$3,616,519	2.94E-09
33	0.000127825218150	2.05E-10	24.03515	\$3,773,519	7.57E-10
34	0.000127825218151	5.13E-11	25.03515	\$3,930,519	1.90E-10
35	0.000127825218151	1.25E-11	26.03515	\$4,087,519	4.62E-11
36	0.000127825218151	2.97E-12	27.03515	\$4,244,519	1.10E-11
37	0.000127625218151	6.88E-13	28.03515	\$4,401,519	2.54E-12

■ Para un numero menor de servidores el tamaño de la Cola sería infinito

Costo por Numero de Servidores

Modelo 3100



Tiempo Promedio de Espera

Modelo 3100

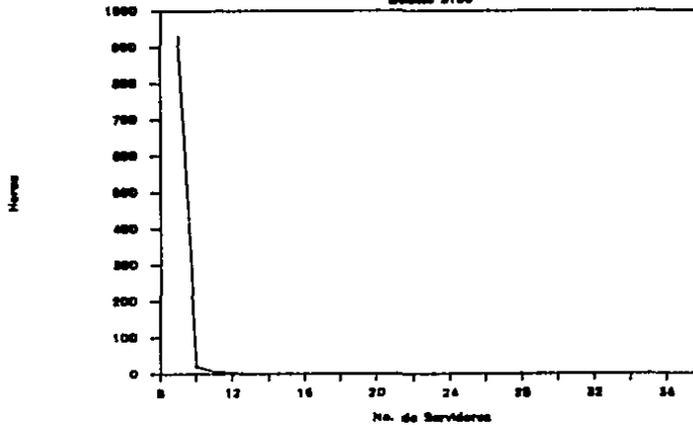


TABLA DE ANALISIS PARA EL MODELO 7000

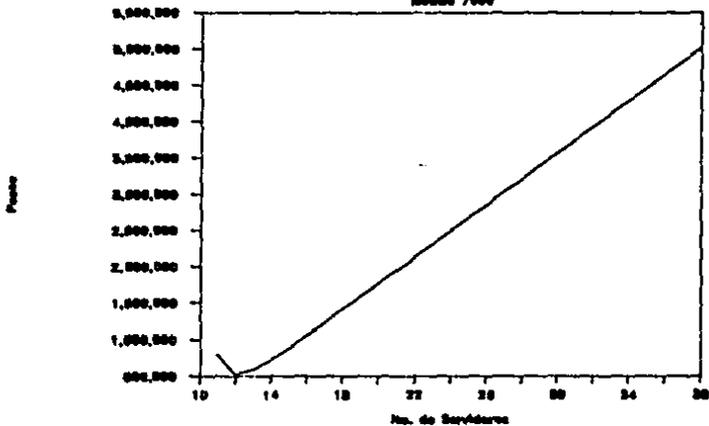
Landa= 1.545
 Mu= 0.152048
 Salario= 9180,000.00
 Rentas= 972,857.00

No. de Servidores	Prob. de encontrar el sistema vacío	Tamaño Promedio de la Cola	Ocupación Promedio	Costos	Tiempo Promedio en la cola
11	0.000018632791954	8.811220	0.840071	6793,172	57.94263
12	0.000029466891710	2.674252	1.840073	6326,051	17.58589
13	0.000034369364180	1.110823	2.940071	6592,144	7.304781
14	0.000036687994121	0.506901	3.840071	6726,144	3.333287
15	0.000037772991155	0.238407	4.840071	6888,583	1.567768
16	0.000038277190485	0.112394	5.840071	61,059,402	0.739107
17	0.000038508149725	0.052361	6.840071	61,235,026	0.344195
18	0.000038611868165	0.023874	7.840071	61,412,952	0.156998
19	0.000038657341658	0.010611	8.840071	61,591,986	0.069783
20	0.000038676748116	0.004582	9.840071	61,771,547	0.030131
21	0.000038684793353	0.001918	10.84007	61,951,353	0.012615
22	0.000038688029146	0.000778	11.84007	62,131,270	0.005116
23	0.000038689290869	0.000305	12.84007	62,311,235	0.002009
24	0.000038689767698	0.000116	13.84007	62,491,221	0.000763
25	0.000038689942352	0.000042	14.84007	62,671,216	0.000281
26	0.000038690064370	0.000015	15.84007	62,851,214	0.000100
27	0.000038690025726	0.000005	16.84007	63,031,213	0.000034
28	0.000038690032862	0.000001	17.84007	63,211,213	0.000011
29	0.000038690035176	5.75E-07	18.84007	63,391,213	0.000003
30	0.000038690025905	1.82E-07	19.84007	63,571,213	0.000001
31	0.000038690036129	5.58E-09	20.84007	63,751,213	3.47E-07
32	0.000038690036195	1.67E-08	21.84007	63,931,213	1.10E-07
33	0.000038690036214	4.83E-09	22.84007	64,111,213	3.18E-08
34	0.000038690036219	1.37E-09	23.84007	64,291,213	8.98E-09
35	0.000038690036221	3.76E-10	24.84007	64,471,213	2.47E-09
36	0.000038690036221	1.01E-10	25.84007	64,651,213	6.43E-10
37	0.000038690036221	2.64E-11	26.84007	64,831,213	1.74E-10
38	0.000038690036221	6.73E-12	27.84007	65,011,213	4.43E-11

* Para un Numero menor de servidores el tamaño de la cola seria infinito

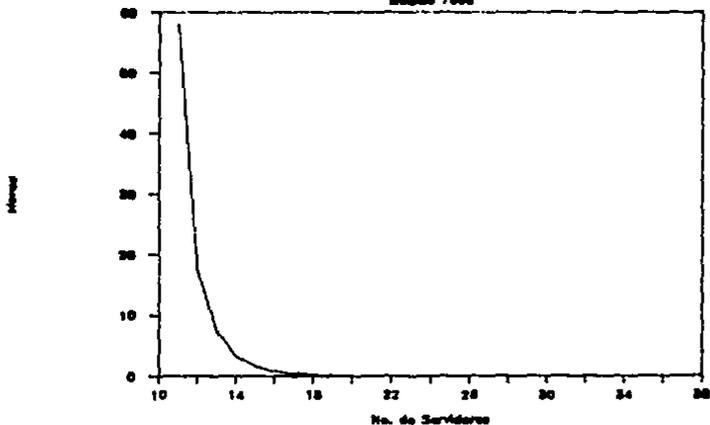
Costo por Numero de Servidores

Modelo 7000



Tiempo Promedio de Espera

Modelo 7000



Por lo que se puede ver de los resultados presentados antes, encontramos los puntos óptimos para la compañía con referencia a los costos son:

Modelo	No. de Servidores	Costo
600	23	\$ 349,355.00
3,100	11	\$ 429,642.00
7,000	12	\$ 526,051.00

Sin embargo, también se puede observar de la gráfica, que el tener un servidor extra, representaría para el cliente, aproximadamente una reducción de el tiempo que este tendría que esperar de un 50%. Por lo que se refiere al caso particular que aquí se trata, y tomando en consideración que el tiempo esperado de la espera está tabulado en horas, no se considera la posibilidad de revasar el número óptimo económico que se estableció para el número de servidores. Sin embargo, para un caso específico en el que se hable de número de días o escalas de tiempo más grande, sería conveniente considerar la posibilidad de aumentar el número óptimo de servidores por encima de lo que marcarse un nivel óptimo económico para una compañía, teniendo siempre en cuenta que esta decisión sólo puede ser tomada considerando las políticas que la empresa tenga en cuanto a la rapidez del servicio.

C A P I T U L O I V

En este capítulo serán presentadas las recomendaciones y conclusiones para el lector que pretenda lograr una aplicación óptima del modelo presentado. Será expuesta una metodología para la aplicación del modelo en la cual se harán las recomendaciones pertinentes sobre algunas hipótesis en las que este se basa y que fueron presentadas en el capítulo 2. Posteriormente se presentarán las conclusiones del análisis desarrollado y de los resultados obtenidos.

Metodología para la Aplicación de los Modelos de
Líneas de Espera

En los sistemas de líneas de espera se pueden presentar un gran número de combinaciones de los diversos elementos que lo describen (pauta de llegadas, mecanismo de servicio y disciplina de la cola), y es por esto que el análisis de to dos los casos existentes no es posible realizarlo. Con referencia a los resultados explícitos, existen disponibles actualmente soluciones matemáticas sólo para las situacio nes relativamente más simples.

Sin embargo, resultará provechoso el situar el aspecto mate mático del problema en una perspectiva correcta mediante la revisión de los pasos que pueden intervenir en la investiga ción práctica, y de este modo poder garantizar que es el mo delo que aquí se presenta el que mejor describe la situa ción que se trate. Estos son:

- a) Una investigación preliminar.
- b) Un análisis de las posibles modificaciones al sistema.
- c) La recopilación de la mayor cantidad de datos del com portamiento actual del sistema.
- d) El estudio detallado de los efectos de la mof ificación del sistema.

- e) Una prueba en pequeña escala de la modificación.
- f) La acción práctica completa.

Por supuesto, esta lista intenta ser sólo una guía general y en aplicaciones prácticas pueden omitirse algunos pasos y tener que repetirse o implementarse otros.

a) Investigación Preliminar

Es conveniente en este punto la diagramación del problema que analiza al igual que una medición aproximada de las frecuencias tanto de servicio como de descompostura para tener una idea general de los puntos principales en los cuales ocurre la congestión o se presenta el tiempo ocioso de los servidores. De igual manera se deben observar también las condiciones en que se desarrolla el sistema de firma tal que las hipótesis planteadas en el capítulo 2 puedan ser asumidas en un principio como razonables.

b) Análisis de las Posibles Modificaciones

En muchas aplicaciones, los tipos de cambio en el sistema que son factibles o que pueden provocar ventajas son bastante obvios. Sin embargo, puede ser útil el disponer de una lista de las modificaciones más comunes. Estas son:

A las llegadas:

- Modificar la frecuencia media total de llegadas, por ejemplo, no permitiendo a algunos clientes el servicio.

- Controlar los tiempos de llegada de los clientes con un sistema de citas, de forma que las llegadas sean regulares.

- Modificar la cola de forma tal que exista el desaliento (o deje de existir).

- Evitar al máximo las variaciones sistemáticas en el número de llegadas para lograr una uniformación de estas.

Al mecanismo de servicio:

- Reducir el tiempo medio de servicio.

- Cambios en la capacidad de sistema proporcionando más estaciones de servicio.

- Disminuir el tiempo de servicio promedio durante los tiempos de mayor congestión del sistema.

A la Disciplina de cola:

- Dar prioridad a los clientes para los que el costo de espera por unidad de tiempo es alto.
- Dar prioridad a clientes cuyos tiempos de servicio se espera que sean cortos.

c) Recopilación de la mayor cantidad de datos

En esta etapa se estiman las prioridades estadísticas de las llegadas y de los tiempos de servicio. Se debe principalmente de cumplir las condiciones estadísticas detalladas como hipótesis en el capítulo 2. Es importante hacer notar que el análisis presentado esta basado en el cumplimiento de esas hipótesis. En el anexo A de este trabajo, el lector encontrará programas diseñados en APL que le ayudarán a verificar si los datos que obtuvo cumplen estadísticamente con estas hipótesis.

d) Los posibles efectos de las modificaciones

Aquí el lector deberá realizar un análisis similar al realizado en este trabajo, bajo las suposiciones de modificación que hay seleccionado. En la mayoría de los casos se supone que los parámetros que no han sido afectados, por ejemplo, las frecuencias de llegadas, no cambian después de que las modificaciones han sido realizadas, lo que permite que puedan hacerse algunas predicciones del sistema modificado.

Eso es debido a las suposiciones de independencia de los elementos que constituyen el sistema.

e) La prueba del nuevo sistema

En esta parte se debe de realizar una prueba a pequeña escala del comportamiento del nuevo sistema para verificar que este cumpla las condiciones predichas. En muchas ocasiones, no es posible realizar esta prueba debido al costo que esta representaría o al tiempo que llevaría el diseño.

f) La acción práctica completa

Se refiere a la implementación de las modificaciones al sistema. Es aconsejable que a su vez se trate de implementar una retroalimentación y verificación de los datos del sistema, para verificar si en realidad no existía la dependencia de los elementos del sistema, al igual que el valor de los parámetros que se supusieron.

CONCLUSIONES

Como pudo ser visto en el capítulo anterior, el punto donde la función económica de la empresa, con respecto a sus costos, alcanza el mínimo, no es el punto donde se minimiza la espera de los clientes (llegando a ser cero), ya que este sería alcanzado solo si se tuviesen un número infinito de técnicos. Sin embargo, puede ser apreciado que la función que describe el tiempo de espera de los clientes decae mucho más rápidamente de lo que crece la función de costos de la empresa, observándose para nuestro caso que el aumento de un técnico, representaría para la empresa un costo mínimo, mientras que para los clientes sería una disminución de su tiempo de espera en casi un 50%. Más importante aquí, en términos económicos, es considerar la cercanía de los costos desproporcionadamente altos en que se encontraría la empresa si decidiera situarse en el punto que se identifica como óptimo, ya que la enfermedad de un técnico, o el repentino aumento en la población causarían para ésta una catástrofe económica. Por esta razón, se aconsejó que la empresa se situara más hacia la derecha de lo que se obtuvo como óptimo (digamos dos o tres servidores más), ya que el costo extra, como se muestra en la gráfica, era justificado por la disminución del riesgo.

Los resultados de este modelo fueron implementados por Xerox y se ha observado una disminución considerable en las cargas

de trabajo y en el tamaño de las listas de espera de atención para los clientes como habían sido pronosticadas. Por otro lado, se observó también que el tiempo esperado de espera de los clientes se ajustaba al promedio de lo que estos tenían que sufrir en realidad, según las predicciones del modelo, ocasionando un ingreso mayor para la empresa en cuanto al cobro de rentas. Por lo anterior, se puede concluir que el modelo si se ajustó a la realidad presentada por la empresa.

ANEXO "A"

PROGRAMA DE INSTRUCCIONES DE MACHINARIA

1 * T-1-100 N
 2 * DESCRIBIÓICA UN ARREGLO Y POR OTRO M, CONFORME A COMPONENTE
 3 * ALTERNATIVO DE LA FUNCION Z=(1)PV, (2)M)N*, PV FOR MEMORIA
 4 Z=(1)M)PV

5 *
 6 * ABOUT N,S
 7 * ESTA FUNCION CUMPLE CON LAS FUNCIONES DE ABOUT EN TERMINALES TIPO
 8 * ASINCRONAS (AJ/060) O TIPO I7M/32DX.
 9 * DEFINICION DEL TIPO DE TERMINAL
 10 * -I7M/32DXC 'ECLIDA'
 11 * TERMINALES ASINCRONAS TIPO AJ/060, DEC-WRITE
 12 * -ABOUT N
 13 * -FIN
 14 * TERMINALS I7M/32X
 15 * CODIGOS VALIDOS: 10-LF, 12-FF
 16 * I7M: N*, (NS 10 12)N
 17 * OTRO: -FIN(10)N R A *-E, VIN
 18 * E10: ((S+//N-1)N), (1)N R N-SN
 19 * -OTRO
 20 * E12: ((S+//N-1)N), (1)N PAGE INH A R N-SN
 21 * I7M-OTRO
 22 * FIN

A N E X O "B"B I B L I O G R A F I A

- William G. Cochran; Sampling Techniques; John Wiley and Sons Inc.: New York, U.S.A. (Tr.: E. Casas Dfaz: CECSA: España)
- D. R. Cox and W. L. Smith: Queues; Chapman and Hall. University Press, Cambridge; Great Britain.
- Laureano P. Escudero; Aplicaciones de la Teoría de Colas; Ediciones Deusto; Bilbao, España.
- William Feller; An Introduction Probability Theory and Its Applications, Vol 1 3rd Edition; John Wiley and Sons Inc.: New York, U.S.A.
- Onesimo Hernández; Procesos Estocásticos; Introducción a la Teoría de Colas; Centro de Investigación y Estudios Avanzados del I.P.N.
- Paul L. Meyer; Introductory Probability and Statistical Applications, wnd Edition Addison-Wesley Publishing Company, U.S.A.

- Alexander M. Mood, F. A. Graybill, D. C. Boes:
Introduction to the Theory on Statistics 3rd
Edition: Mc-Graw-Hill International Book
Company, U.S.A.

- S. D. Silver: Statistical Inference: Chapman and Hall,
University Press, Cambridge: Great Britain.

- Robert J. Thierauf and R. A. Grosse: Decision Making
Through Operations Research: John Wiley and
Sons, Inc., U. S. A. (Tr.: J. Meza: Limusa:
México).