1

Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE CIENCIAS

"APLICACIONES DE LAS ANUALIDADES A MODELOS DE CRECIMIENTO GEOMETRICO Y A UN SISTEMA FINANCIERO-ACTUARIAL"

T E S I S

Que para obtener el Título de

A C T U A R I O

p r e s e n t a

JUAN JOSE ALBARRAN ANAYA

México, D. F. 1987

T E M A R I O

I N D I C E

INTRODUCCION

El objetivo de la presente tesis es la aportación de un modelo de anualidades contingentes y su aplicación a un modelo de seguros (ambos con crecimiento geométrico), así como una metodologia para el análisis del diseño de portafolios de inversión; dada la necesidad que el Actuario como inversionista de las Reservas constituidas por el Seguro de Vida, debe considerar para su óptima administración.

Cabe observar que aunado a su creatividad, la tesis presenta un enfoque académico; pero éste no solo contribuirá a enriquecer la bibliografía universitaria; sino que además, la Anualidad desarrollada podrá servir como instrumento técnico en las áreas de desarrollo e investigación de las instituciones de seguros, además de proveer a los estudiantes de la carrera de Actuaría, una panorámica relevante de los diversos instrumentos financieros existentes en el Mercado Mexicano; así como una metodologia para la elección de éstos.

1.- Anualidades Contingentes para una sóla Vida.

En las matemáticas financieras una anualidad consiste de una serie de pagos iguales a efectuarse durante un periodo de tiempo definido previamente. En forma análoga, una anualidad contingente vitalicia consiste de una serie de pagos periódicos iguales que se efectúan durante un periodo incierto a priori; es decir, el periodo de realización de cada uno de éstos pagos no se conoce al principio de la operación, éste, se define en función de la ocurrencia de un evento fortuito, en nuestro caso, la muerte de la persona; la cual, hace cesar los pagos de la anualidad.

En tanto que el valor presente de una anualidad cierta ordinaria depende exclusivamente de la tasa de interés y de los periodos de capitalización de los pagos, el valor actual de una anualidad contingente vitalicia, depende también, de la probabilidad de que sobreviva (ó fallezca, según el caso) el rentista, ó bien, que se dé la quiebra de una empresa, el incendio de una fábrica, la discontinuidad de un proceso de manufactura, etc. Lo cierto es, que la contingencia pensada en la vida o muerte del asegurado, puede ser sustituida por un evento fortuito de cualquier otra índole, donde el momento de ocurrencia es incierto. La valuación de éste tipo de anualidades es factible, gracias a la teoría de la probabilidad.

Una aplicación directa de éste tipo de anualidades, es por ejemplo, los seguros de vida. Estos seguros pueden otorgar beneficios por muerte y/ó vida, según el caso; es decir, el riesgo que cubren es, a veces, la supervivencia; a veces, la muerte. En uno u otro caso, lo incierto no es la muerte misma, sino el momento en que ella ocurrirá. Entonces, los seguros sobre la vida se dividen en dos grupos: seguros en caso de vida y seguros en caso de muerte; agregándose un tercer grupo: los seguros mixtos, en los que existe, a la vez, un riesgo previsto de muerte y uno de supervivencia.

En éste caso, se trata de encontrar el valor presente de una serie de pagos de una unidad monetaria, pagaderos al final de cada año si la persona de edad (X), el asegurado, está con vida al final de 'n' años.

Sea nEx el valor presente de un capital diferido y npx la probabilidad de que (X) esté aún con vida dentro de 'n' años, se tiene:

$$nEx = V^{n}\ npx$$

$$= V^{n}\ 1x{+}n/1x$$

Ahora, supongáse un grupo de personas, l_x, todas de la misma edad. Cada una de éstas personas contrata una operación de capital diferido en una compañía de seguros. ¿ Cuál es la prima pura única que tendrá que pagar cada una de ellas ?

Sea $_nE_x$ esa prima, entre todos los l_x pagarán $_nE_x\, l_x$ pesos, siendo éste, el compromiso de los asegurados. El compromiso del asegurador es, el valor presente de un peso pagadero dentro de n años, o sea, V^n por el número de personas del grupo inicial que sobrevivan dentro de esos n años; es decir, l_{x+n}. En total, $V^n l_{x+n}$. Y, como el compromiso del asegurador es igual al de los asegurados, se tiene la siguiente ecuación de valor:

$$_nE_x\, l_x = V^n\, l_{x+n}$$

de donde, $$_nE_x = V^n (l_{x+n}/l_x)$$

por lo tanto, $$_nE_x = V^n\, {_np_x}.$$

1.1.- Anualidades Contingentes Vitalicias.

En las anualidades ciertas, Vi denota el valor presente de una unidad monetaria invertida durante un año a una tasa i.

Vi donde, $V_i = 1/(1+i)$

```
:
I---------------I
0               1
```

V invertida a una tasa i durante un año, nos permite contar con un peso al final del periodo.

Al comparar el valor de Vi con $a_{x\overline{n}|i}$, Vi se cobra ó se paga al término del plazo; es decir, no importa si haya o no muerto alguna de las partes involucradas en la operación; en cambio, en la expresión $a_{x\overline{n}|i}$, ésta se cobra si la persona está con vida.

① $\ddot{a}_{x\overline{n}|}\cdot l_x$ $1\cdot l_{x+1}$ ②

```
:                     :
I---------------------I
lx                    lx+1
```

aquí, pagan los que están con vida.

cobran $1 todos los que llegan con vida.

Si queremos que las expresiones ① y ② sean iguales, debemos llevar la expresión ② a valor presente.

Entonces el problema es encontrar la expresión para el valor presente actuarial de $a_{x:\overline{1}|i}$, que será el valor presente multiplicado por la probabilidad de que la persona esté con vida.

$$a_{x:\overline{1}|i} = V_i \, P_x \overset{NOT.}{=} {}_1E_x$$

pero $$a_{x:\overline{1}|i} = \frac{V l_{x+1}}{l_x}$$

$$\Rightarrow \quad a_{x:\overline{1}|i} = \frac{V^{x+1} \cdot l_{x+1}}{V^x \cdot l_x} \qquad \left(\text{multiplicando por } \frac{V^x}{V^x}\right)$$

Esto es lo que se llama valores conmutados o conmutativos, también conocidos como operadores lineales.

Si asignamos notación a los valores conmutados y les asociamos la probabilidad de vida y muerte:

PROBABILIDAD DE		
VIDA (tp_x)	MUERTE (tq_x)	
D	C	
N	M	$\sum D = N$, $\sum C = M$
S	R	$\sum N = S$, $\sum M = R$

$$D_x = V^x l_x \,, \quad D_y = V^y l_y \quad \therefore \quad D_{x+1} = V^{x+1} l_{x+1} \quad \therefore \quad a_{x:\overline{1}|} = \frac{D_{x+1}}{D_x}$$

Generalizando lo anterior, nEx es la cantidad que pagarán los sobrevivientes, para que al final de 'n' años, las personas con edad lx+n cobren $1.

```
lx·nEx                    $1.00·lx+n
  :                          :
  I--------------------------I
 lx                         lx+n          (n años)
```

$$_nE_x = V^n \frac{l_{x+n}}{l_x} = V^n \, {}_np_x$$

Expectativa que tiene una persona de edad x de recibir un peso al final de n años.

La expresión general es:

$$1\ {}_{n}E_{x} = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

Cuando se tiene más de un pago:

$$
\begin{array}{cccccc}
(S.S.) & \$1\cdot l_{x+1} & \$1\cdot l_{x+2} & \$1\cdot l_{x+3} & \cdots & \$1\cdot l_{x+n} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
\text{I}\text{------} & \text{I}\text{------} & \text{I}\text{------} & \text{I}\text{------} & \ldots & \text{I} \\
x & x+1 & x+2 & x+3 & & x+n \\
\uparrow & & & & & \\
l_x \cdot a_{x:\overline{n}|} & & & & &
\end{array}
$$

Entonces, valuando en el momento 'x', se tiene:

$$l_x \cdot a_{x:\overline{n}|} = V l_{x+1} + V^2 l_{x+2} + \cdots + V^n l_{x+n}$$

$$a_{x:\overline{n}|} = V \frac{l_{x+1}}{l_x} + V^2 \frac{l_{x+2}}{l_x} + \cdots + V^n \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

$$a_{x:\overline{n}|} = V P_x + V^2\, {}_2P_x + \cdots + V^n\, {}_nP_x = \sum_{i=1}^{n} V^i\, {}_iP_x$$

$$a_{x:\overline{n}|} = \frac{D_{x+1} + D_{x+2} + \cdots + D_{x+n}}{D_x}$$

para $\sum_{i=0}^{\infty} D_{x+i} = N_x$

$$\Rightarrow \boxed{a_{x:\overline{n}|} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n-1}}{D_x}}$$

1.2.- Anualidades Temporales.

Una anualidad es temporal a n años, cuando la renta sólo se ha de pagar durante dicho plazo, mientras se esté con vida.

Para calcular el valor presente de ésta anualidad, bastará solamente, traer a valor presente los 'n' primeros términos. Esta anualidad se simboliza por:

$$/_n a_x = a_{x:\overline{n|}}$$

entonces,

$$\begin{aligned} /_n a_x = a_{x:\overline{n|}} &= \sum_{\tau=1}^{n} {}_\tau E_x = {}_1E_x + {}_2E_x + \cdots + {}_nE_x \\ &= \sum_{\tau=1}^{n} v^\tau {}_\tau p_x = v p_x + v^2 {}_2p_x + \cdots + v^n {}_np_x \\ &= \sum_{\tau=1}^{n} v^\tau l_{x+\tau}/l_x = (v l_{x+1} + v^2 l_{x+2} + \cdots + v^n l_{x+n})/l_x \end{aligned}$$

1.3.- Anualidades Diferidas.

Las anualidades diferidas son aquellas en las que los pagos se hacen efectivos a partir de un periodo de diferimiento. Este periodo empieza a transcurrir desde el momento en que se pacta la operación. Aquí los pagos empiezan a correr después de 'n' años.

Para evaluar ésta anualidad, bastará tomar como punto de partida el término n+1. Sumando capitales diferidos, tenemos:

$$_n/a_x = \frac{N_{x+n+1}}{D_x}$$

$$_n/a_x = \frac{D_{x+n}}{D_x} \cdot \frac{N_{x+n+1}}{D_{x+n}}$$

$$\boxed{_n/a_x = {}_nE_x \, a_{x+n}}$$

1.3.1.- Anualidades Vencidas y Anticipadas.

Las distintas anualidades contingentes anteriormente vistas, se llaman vencidas porque los pagos se hacen al final de cada año. Si estos pagos se efectúan al principio de cada año, se tienen las anualidades contingentes vencidas, cuyos valores actuales, por supuesto, son mayores que los de las vencidas.

Cabe observar que el primer pago de una anualidad anticipada se hace al contado; es decir, en el momento de hoy, el segundo, coincide con el primer pago de la anualidad vencida y así sucesivamente. Entonces se puede escribir una anualidad anticipada en términos de una vencida, como sigue:

Sea $\ddot{a}_x$ el valor presente de ésta anualidad, se tiene:

$$\ddot{a}_x = 1 + a_x$$

$$= 1 + \frac{N_{x+1}}{D_x} = \frac{D_x + N_{x+1}}{D_x} = \frac{N_x}{D_x}$$

$$\ddot{a}_x = \frac{D_x + D_{x+1} + \cdots}{D_x} = \frac{\sum_{t=0}^{w-x} D_{x+t}}{D_x} = \frac{N_x}{D_x} \quad , w = 100 \text{ años}$$

$$= \sum_{t=0}^{w-x} {}_tE_x$$

$$\boxed{\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{w-x} v^t \, {}_tp_x}$$

Si la renta es anticipada y diferida por n años, se puede reemplazar por una vencida que es diferida por n-1 años; es decir,

$${}_{n/}\ddot{a}_x = {}_{n-1/}a_x$$

$${}_{n/}\ddot{a}_x = \frac{N_{x+n}}{D_x}$$

Por lo tanto, la anualidad temporal a n años es igual al primer término que es pagado al contado, de valor $1, más una anualidad temporal vencida por los n-1 años restantes:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n|}} = 1 + a_{x:\overline{n-1|}} \quad \therefore \quad \boxed{\ddot{a}_{x:\overline{n|}} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}}$$

1.3.2.- Anualidad Diferida y Temporal.

Si de una renta diferida por n años, se resta una diferida por n+m, resulta una anualidad que es diferida por n años y es temporal por m. A éste tipo de anualidad se le conoce como anualidad diferida por n años y temporal a m años; o bién, anualidad interceptada.

El valor presente de ésta anualidad se representa por:

$$_{n/m}a_x = {}_{n/}a_x - {}_{n+m/}a_x$$

$$= {}_{n+1}E_x + {}_{n+2}E_x + \cdots + {}_{n+m}E_x$$

donde la renta buscada es equivalente a la suma de los capitales diferidos en el periodo (n+1,n+m), incluyendo a ambos.

Se llega al mismo resultado, restando de una anualidad temporal a n años, una anualidad temporal a n+m años

$$_{n/m}a_x = a_{x:\overline{n+m|}} - a_{x:\overline{n|}}$$

Se puede definir una anualidad contingente diferida en función de una anualidad contingente vencida:

Para la anualidad contingente diferida vencida se ha obtenido el valor:

$$_{n/}a_x = \frac{N_{x+n+1}}{D_x}$$

Si multiplicamos por 1 en términos de Dx+n/Dx+n:

$$_{n/}a_x = \frac{D_{x+n}}{D_x} \cdot \frac{N_{x+n+1}}{D_{x+n}}$$

$$\boxed{_{n/}a_x = {}_nE_x \; a_{x+n}}$$

(**)

1.4.- Anualidades Variables.

Las Anualidades Contingentes Variables son aquellas cuyas aportaciones se comportan dinámicamente. Este comportamiento dinámico está definido en función de una razón, que puede ser, creciente ó decreciente.

Estas anualidades pueden crecer ó decrecer en forma aritmética, o más aceleradamente, en forma geométrica.

En éste capitulo se considerará el caso de las anualidades contingentes con crecimiento aritmético, posteriormente, en el capitulo 5º, se contemplará el caso geométrico.

1.4.1.- Anualidades Crecientes Aritméticas.

Siendo 'K' el primer pago, y 'h' la razón de crecimiento aritmético, se tiene la siguiente linea de tiempo que ejemplifica el comportamimento de esta anualidad:

```
              k        k+h       k+2h      k+3h

              |         |         |         |

I-------------I---------I---------I---------I---  . . .
x            x+1       x+2       x+3       x+4
```

Como se observa, se trata de una anualidad contingente vencida creciente en progresión aritmética; es decir, el primer pago es a partir del siguiente periodo; efectuándose los demás, mientras la persona en cuestión esté con vida.

Sea $(Va)_x$ el valor presente de ésta anualidad. Valuando en el momento 'x', se tiene:

$$(Va)_x = K\frac{l_{x+1}}{l_x}V + (K+h)\frac{l_{x+2}}{l_x}V^2 + (K+2h)\frac{l_{x+3}}{l_x}V^3 + \cdots$$

$$= \frac{K\,l_{x+1}V + (K+h)\,l_{x+2}V^2 + (K+2h)\,l_{x+3}V^3 + \cdots}{l_x}$$

$$
\begin{aligned}
l_x (Va)_x &= K l_{x+1} V + (K+h) l_{x+2} V^2 + (K+2h) l_{x+3} V^3 + \cdots \\
&= K l_{x+1} V + K l_{x+2} V^2 + K l_{x+3} V^3 + \cdots \\
&\quad + h l_{x+2} V^2 + h l_{x+3} V^3 + \cdots \\
&\quad + h l_{x+5} V^5 + h l_{x+6} V^6 + \cdots \\
&\quad + \cdots \\
&\quad + h
\end{aligned}
$$

multiplicando por V^x:

$$
\begin{aligned}
V^x l_x (Va)_x = {} & K \left(l_{x+1} V^{x+1} + l_{x+2} V^{x+2} + l_{x+3} V^{x+3} + \cdots \right) \\
& + h \left(l_{x+2} V^{x+2} + l_{x+3} V^{x+3} + l_{x+4} V^{x+4} + \cdots \right) \\
& + h \left(l_{x+3} V^{x+3} + l_{x+4} V^{x+4} + l_{x+5} V^{x+5} + \cdots \right) \\
& + \cdots
\end{aligned}
$$

pero $Dx = V^x lx$,

$$
\begin{aligned}
D_x (Va)_x = {} & K \left(D_{x+1} + D_{x+2} + \cdots \right) \\
& + h \left(D_{x+2} + D_{x+3} + \cdots \right) \\
& + h \left(D_{x+3} + D_{x+4} + \cdots \right) \\
& + \cdots
\end{aligned}
$$

y como $\sum_{t=1}^{\infty} D_{x+t} = N_{x+1}$, entonces:

$$
D_x (Va)_x = K N_{x+1} + h N_{x+2} + h N_{x+3} + \cdots
$$

$$\mathcal{D}_x (Va)_x = K N_{x+1} + h N_{x+2} + h N_{x+3} + \cdots$$
$$= K N_{x+1} + h(N_{x+2} + N_{x+3} + \cdots$$

donde $\sum_{t=1}^{\infty} N_{x+t} = S_{x+2}$, por lo que:

$$\boxed{(Va)_x = \frac{K N_{x+1} + h S_{x+2}}{\mathcal{D}_x}} \qquad \text{(I)}$$

(I) Representa el Valor Presente Actuarial de una Anualidad Contingente Creciente en forma Aritmética.

En particular, si el primer pago y la razón de crecimiento son iguales a la identidad; es decir K=h=1, se tiene entonces el valor presente de una Anualidad Vitalicia Variable cuyo primer pago es la unidad monetaria, el segundo, 2 veces la misma unidad y así sucesivamente. Esta anualidad es representada por $(Ia)_x$, donde I es la inicial de la palabra inglesa increasing, que significa creciente, dado que la renta crecerá siempre.

Entonces,

$$(Ia)_x = \frac{N_{x+1} + S_{x+2}}{\mathcal{D}_x}$$

pero $\qquad S_{x+1} = N_{x+1} + S_{x+2}$

$$\Rightarrow \quad \boxed{(Ia)_x = \frac{S_{x+1}}{\mathcal{D}_x}}$$

1.4.2.- Anualidades Decrecientes Aritméticas.

Si el primer pago es K, y (-h) la razón aritmética. Se tiene el siguiente esquema que a través de la línea de tiempo, muestra el comportamiento del modelo:

```
             k         k+(-h)     k+2(-h)    k+3(-h)

             :           :           :          :

I------------I-----------I-----------I----------I---  . . .
x           x+1         x+2         x+3        x+4
```

Como se observa, se trata de una anualidad contingente vencida que decrece en progresión aritmética; es decir, el primer pago es a partir del siguiente periodo; efectuándose los demás, siempre y cuando, la persona en cuestión se conserve viva.

Sea $(\mathcal{D}a)_x$ el valor presente de ésta anualidad. Valuando en el momento 'x' y en forma análoga a la anualidad creciente, se tiene la siguiente expresión:

$$(\mathcal{D}a)_x = K\frac{l_{x+1}}{l_x}V + (K-h)\frac{l_{x+2}}{l_x}V^2 + (K-2h)\frac{l_{x+3}}{l_x}V^3 + \cdots$$

Lo anterior muestra que sólo basta asignar un valor positivo ó negativo a la razón 'h', para hacer que la anualidad sea creciente ó decreciente respectivamente.

1.4.3.- Anualidades Temporales Crecientes y Decrecientes.

En el caso de una anualidad contingente temporal a 'n' años y creciente en forma aritmética, se tiene el siguiente esquema de línea de tiempo:

```
             K+h        K+2h                   K+nh
              :          :                       :
I-----------I-----------I------- . . . -------I
x            x+1        x+2                    x+n     (n años)
```

Como la renta es temporal, bastará considerar solamente los 'n' primeros términos. Sea $(Va)_{x:\overline{n|}}$ el valor actual de ésta anualidad, resulta:

$$D_x (Va)_{x:\overline{n|}} = K D_{x+1} + (K+h) D_{x+2} + \cdots + [K+(n-1)h] D_{x+n}$$

Ordenando los términos y desarrollando como en el capítulo anterior:

$$
\begin{aligned}
D_x (Va)_{x:\overline{n}|} = {} & K\left(D_{x+1} + D_{x+2} + \cdots + D_{x+n}\right) + \\
& + h\left(D_{x+2} + D_{x+3} + \cdots + D_{x+n}\right) + \\
& + h\left(D_{x+3} + D_{x+4} + \cdots + D_{x+n}\right) + \\
& + \cdots \cdots + \\
& + h\left(D_{x+n}\right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
D_x (Va)_{x:\overline{n}|} &= K(N_{x+1} - N_{x+n+1}) + h(N_{x+2} - N_{x+n+1}) + \cdots + h(N_{x+n} + N_{x+n+1}) \\
&= K(N_{x+1} - N_{x+n+1}) + h\left[(N_{x+2} + N_{x+3} + \cdots + N_{x+n}) - (n-1) N_{x+n+1}\right] \\
&= K(N_{x+1} - N_{x+n+1}) + h\left(N_{x+2} + N_{x+3} + \cdots + N_{x+n} + \right. \\
&\qquad \left. + N_{x+n+1} - n N_{x+n+1}\right)
\end{aligned}
$$

Como $N_{x+2} + N_{x+3} + \cdots + N_{x+n+1} = S_{x+2} - S_{x+n+2}$

entonces,

$$
(Va)_{x:\overline{n}|} = \frac{K(N_{x+1} - N_{x+n+1}) + (S_{x+2} - S_{x+n+2} - n N_{x+n+1})h}{D_x} \qquad \text{(I)}
$$

Si K=h=1 resulta:

$$
(Ia)_{x:\overline{n}|} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1} + S_{x+2} - S_{x+n+2} - n N_{x+n+1}}{D_x}
$$

$$
\boxed{(Ia)_{x:\overline{n}|} = \frac{S_{x+1} - S_{x+n+1} - n N_{x+n+1}}{D_x}}
$$

Análogamente, para una anualidad contingente variable y diferida 'n' años, se tiene el siguiente esquema de linea de tiempo:

```
                         k          k+h        k+2h

                         ¦          ¦          ¦

I------------------------I----------I----------I------  . . .
x                      x+n+1      x+n+2      x+n+3
```

Recordando la expresión ⊛ del capitulo 1.3.2. anterior y denotando con $(I_n/a)_x$ el valor presente de ésta anualidad,

$$ {}_{n}/a_x = {}_{n}E_x \, a_{x+n} $$

entonces,

$$ (V_n/a)_x = {}_{n}E_x \, (Va)_{x+n} $$

e

$$ (I_n/a)_x = {}_{n}E_x \, (Ia)_{x+n} $$

Razonando del mismo modo, se obtienen las expresiones para las anualidades contingentes variables anticipadas:

$$ (V\ddot{a})_x = \frac{K N_x + h S_{x+1}}{D_x} $$

$$ (I\ddot{a})_x = \frac{S_{x}}{D_x} $$

$$ (V\ddot{a})_{x:\overline{n}|} = \frac{K(N_x + N_{x+n}) + h(S_{x+1} - S_{x+n+1} - n N_{x+n})}{D_x} $$

$$ (I\ddot{a})_{x:\overline{n}|} = \frac{S_x - S_{x+n} - n N_{x+n}}{D_x} $$

$$ (V_n/\ddot{a})_x = {}_{n}E_x \, (V\ddot{a})_{x+n} $$

$$ (I_n/\ddot{a})_x = {}_{n}E_x \, (I\ddot{a})_{x+n} $$

Ejemplo.- Considérese un Seguro de Vida que proporciona los siguientes beneficios:

a) Muerte:

- $500,000.00 si el asegurado fallece durante los primeros cinco años.
- $1'000,000.00 si el asegurado fallece durante los siguientes cinco años, es decir, entre el sexto y el décimo años.
- $2'000,000.00 si el asegurado fallece durante los siguientes diez años, es decir, entre el décimo primer año y el vigésimo año.

b) Vida:

- $100,000.00 si el asegurado llega con vida al vigésimo primer año.
- $100,000.00 si el asegurado llega con vida al vigésimo segundo año.
- $100,000.00 si el asegurado llega con vida al vigésimo tercer año.
- $100,000.00 si el asegurado llega con vida al vigésimo cuarto año.
- $100,000.00 si el asegurado llega con vida al vigésimo quinto año.

Cabe hacer notar que los beneficios por muerte son pagados al beneficiario del Seguro, en cambio, los beneficios por vida son otorgados al asegurado en caso de estar vivo.

¿ Cuál será la Prima Neta Unica que la Compañía Aseguradora deberá cobrar para emitir la Póliza ?

Planteando una ecuación de valor para distinguir las obligaciones tanto del asegurado como del asegurador, se tiene el siguiente esquema de "línea de tiempo":

Ax = ?

Si denotamos a la Prima Neta Unica como "Ax" y suponiendo que la persona asegurada tiene 22 años de edad (x=22), entonces se tiene que encontar el valor presente de ésta anualidad contingente.

Valuando en el momento de hoy y utilizando la tabla de Experiencia Mexicana de Mortalidad (1962-1967), se tiene el siguiente esquema de cálculos:

$$= 500{,}000.00 - \frac{414{,}581{,}994.1}{115.735792} + \frac{1}{166.30}(199{,}313{,}598.50) = 500{,}000 - 1{,}553{,}931.586 + 1{,}198{,}517.547 = 1{,}698{,}517.547 - 1{,}553{,}931.586 = \$144{,}585.96$$

1.5.- Combinaciones de algunos Modelos.

Supongáse que se tiene una anualidad contingente temporal variable. También se deberá suponer que al cabo de 'n' periodos, cesa la variación de crecimiento aritmético (h). En éste caso se debe agregar a la expresión (I) la renta constante de K+(n-1)h diferida por n años.

Representando con $(V_{\overline{n}|}a)_x$ el valor presente de ésta nueva anualidad, se tiene:

$$(V_{\overline{n}|}a)_x = \frac{K(N_{x+1}-N_{x+n+1}) + h(S_{x+2}-S_{x+n+1}-nN_{x+n+1})}{D_x} - \frac{[K+(n-1)h]N_{x+n+1}}{D_x}$$

$$= \frac{KN_{x+n+1}+h(S_{x+2}-S_{x+n+2}-N_{x+n+1})}{D_x}$$

$$\therefore \boxed{(V_{\overline{n}|}a)_x = \frac{KN_{x+1}+h(S_{x+2}-S_{x+n+1})}{D_x}}$$

Si K=h=1, resulta

$$(I_{\overline{n}|}a)_x = \frac{N_{x+1}+S_{x+2}-S_{x+n+1}}{D_x}$$

$$\boxed{(I_{\overline{n}|}a)_x = \frac{S_{x+1}-S_{x+n+1}}{D_x}}$$

La utilidad de todas las anualidades descritas anteriormente, se refleja en los planes de Seguro Individual que existen hoy en día en las Compañías Aseguradoras.

Estas anualidades se involucran en los cálculos financieros y actuariales y sus parámetros estan delimitados por la ley, que a su vez, es representada por la Comisión Nacional Bancaria y de Seguros.

Las teorías y métodos estadísticos desarrollados a mediados del siglo XVI por Girolamo Cardano y perfeccionadas más tarde por Blas Pascal, fueron un factor determinante en el desarrollo de las técnicas en el Seguro de Vida.

Ellas establecen que la probabilidad de que un hecho suceda en el futuro se puede determinar mediante la observación de las veces que ha sucedido y dejado de suceder en el pasado.

Mientras mayor sea el número de observaciones hechas en el pasado, la probabilidad que con base en ella se determine para el futuro, tenderá a acercarse mas a la realidad.

La estadística es llamada con frecuencia "La Ley de los Grandes Números" ya que para obtener índices confiables necesita de la observación de un gran número de sucesos.

Las tablas de mortalidad están basadas en la estadística, prediciendo el número de muertos que habrá para cada edad.

Como se ha visto, es una tabulación de la experiencia observada en el pasado sobre números muy grandes de personas.

Los índices de mortalidad así obtenidos se aplican a grupos de 100,000 y se determina cuantos de ellos morirán en cada año subsecuente. Por simple diferencia determinan también, el número de sobrevivientes que habrá al final de cada año.

Por lo anterior, se hace extensiva la utilidad de éstas anualidades hacia contingencias de contextos distintos a los del seguro de vida; pudiendo ser la quiebra de una empresa, el incendio de una fábrica, etc. Donde las tablas a utilizar no serían obviamente las de mortalidad de las personas; pero sí, aquellas que reflejen la frecuencia con que han ocurrido los eventos en cuestión observados previamente.

Valores Numéricos para las Funciones.

Hace varios siglos, una persona en Inglaterra recopiló datos de actas de defunción (origen de la Demografía). Los cálculos que realizó sobre éstos, originó el Cálculo Actuarial.

Debido a que trabajó con actas, se la llamó Actuario.

x	$l^{\bullet}$	$d^{\bullet}$
0	$l_0^{\bullet}$	$d_0^{\bullet}$
1	$l_1^{\bullet}$	$d_1^{\bullet}$
.	.	.
.	.	.
.	.	.
ω	$l_\omega^{\bullet}$	$d_\omega^{\bullet}$

$10^{\lambda}(d_x^{\bullet}/l_x^{\bullet})$ = Tasa Central de Mortalidad

Se llama así ya que centra la edad cuando la persona muere.

Ejem.

-si muere de 4 meses; la edad es cero.

-si muere de 9 meses; la edad es un año.

$\bullet$ = datos originales

Después de 10 años, hace otra observación y se dá cuenta que los datos no son muy distintos.

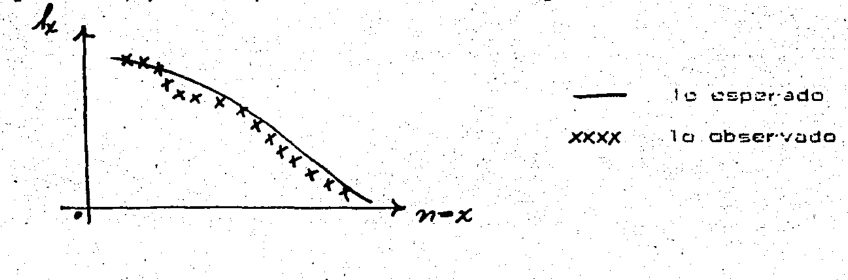
$$10^{\lambda}(d_x^{\bullet'}/l_x^{\bullet'}) = \text{Tasa Central de Mortalidad}$$

Definición.- l_0 = raddix = base numérica (del Griego).

Esta base numérica ha venido evolucionando desde 10,000 hasta 10'000,000 unidades observables (edades de las personas).

Como las observaciones no diferían mucho, sólo era necesario hacer un 'ajuste técnico'. Lo que más varía son las generaciones, entonces, lo que se trata de hacer es observar una generación desde la edad cero, hasta la edad 100 (por ejemplo).

Se puede observar que las generaciones eran distintas en las gráficas, puesto que éstas no daban algo suave.



Por lo tanto, se necesitó un ajuste matemático, logrando así, suavizar la curva.

Lo primero que se hizo fué quitarle el 10 , dejando así, de ser tasa y convirtiéndose en frecuencia.

$q_x = \dfrac{d_x}{l_x}$ = Frecuencia relativa de mortalidad (Definición Clásica de Mortalidad Von Misses)

$l_x \to \infty$, entonces $\lim\limits_{x \to} l_x \to \infty$ = Prob(x) fallezca dentro de un año.

La ley de los Grandes números debe estar presente en todos los calculos. Se indica con la existencia del raddix.

x	l	d	q
0	l_0	d_0	q_0
$\vdots$	l_1		q_1
$100=\omega$			q_ω

Esta es una forma de construir una tabla de mortalidad.

$$l_x \cdot q_x = d_x$$
$$l_0 - d_0 = l_1$$
$$l_1 \cdot q_1 = d_1$$

ω generalmente tiene como valor 100 años. Aunque existen personas de más edad, no tiene mucho sentido considerarlos; puesto que el cociente d_x / l_x es muy pequeño y por ésto, despreciable en sus cálculos.

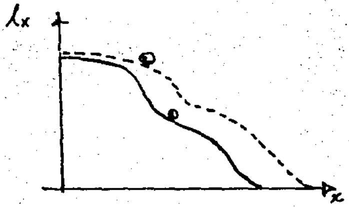
Para seguir construyendo ésta tabla de mortalidad, le agregamos p.

x	l	d	q	p
0	l_0	d_0	q_0	p_0
1	l_1	d_1	q_1	p_1
$\vdots$				
ω			q_ω	p_ω

Además $p_x + q_x = 1$; por lo que, en la construcción de éstas tablas los actuarios se basaron en las tasas centrales de mortalidad..

(x) no es edad la real de la persona, es la edad actual; ya que, si se tiene menos de 6 meses, se coloca la edad anterior, ejemplo: 15 años 3 meses implica 15 años. Más de 6 meses se le coloca la edad siguiente.

Para superar la tabla se utilizan gráficas:



① es la gráfica de vida en Francia en 1700

② es la gráfica actual, que sigue el mismo comportamiento con respecto a la gráfica 1 , variando unicamente, el área bajo la curva, que por definición es:

Area = total de años = T .

Estas gráficas se ajustan con polinomios, donde el problema es encontrar el grado.

Matemáticamente, para construir una recta, se necesitan dos puntos; por lo que una recta es de grado uno: 2−1.

Para construir una parábola, se necesitan tres puntos; siendo ésta de grado dos: 3−1; es decir, el grado de un polinomio es igual al número de puntos, menos uno.

Entonces, para una tabla con 100 años; es decir, de cero a 100, se tienen 101 puntos, implicando que el polinomio tendria como grado cien: 101−1.

Por ejemplo, para encontrar el valor l , sustituimos 4 en el polinomio de grado 100, lo cual es sumamente tedioso.

Aunque se puede crear éste modelo matemático con polinomios, es mucho más práctico utilizar las tablas de mortalidad.

Definición de tabla de Mortalidad.

Una Tabla de Mortalidad es el instrumento por medio del cual se calculan, usualmente, las probabilidades de vida y muerte de las personas.

Las probabilidades de vida y/ó muerte de las personas, se calculan del siguiente modo:

$_1P_x$ = probabilidad de que una persona de edad (x) sobreviva un año más, al menos.

$_1P_x$ = Pr ((x) sobreviva un año más al menos).

Para obtener valores numéricos,

$$P_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$ Probabilidad 'a priori'

$$_nP_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$ Estos datos se obtienen de la tabla de mortalidad.

Ejemplo:

$$_{20}P_0 = \frac{l_{20}}{l_0}$$

$$_{980}P_{20} = \frac{l_{1000}}{l_{20}} = \frac{0}{l_{20}} = 0$$

$$_{25}P_{25} = \frac{l_{50}}{l_{25}}$$

$$_0P_{25} = \frac{l_{25}}{l_{25}} = 1$$

La función P no admite ningún diferimiento; por lo que es absurdo $|P$.

Trabajando con la función q.

$$q_x = \frac{d_x}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = 1 - \frac{l_{x+1}}{l_x} = 1 - p_x \quad \therefore \quad q_x = 1 - p_x$$

${}_{20}q_0$ = Probabilidad de que una persona de edad cero no esté con vida a la edad 20.

$${}_{20}q_0 = \frac{d_0 + d_1 + d_2 + \cdots + d_{19}}{l_0} = \frac{\sum_0^{19} d_i}{l_0} \qquad *$$

Ejemplo:

$$1 - P_0 = {}_1q_0 = \frac{d_0}{l_0} = \frac{l_0 - l_1}{l_0} \ ; \quad {}_2q_0 = \frac{d_0 + d_1}{l_0} = \frac{(l_0 - l_1) + (l_1 - l_2)}{l_0} = \frac{l_0 - l_2}{l_0}$$

$$1 - P_1 = {}_1q_1 = \frac{d_1}{l_1} = \frac{l_1 - l_2}{l_1} \ ; \quad {}_2q_1 = \frac{d_1 + d_2}{l_1} = \frac{(l_1 - l_2) + (l_2 - l_3)}{l_1} = \frac{l_1 - l_3}{l_1}$$

$$* = \frac{(l_0 - l_1) + (l_1 - l_2) + \cdots + (l_{19} - l_{20})}{l_0} = \frac{l_0 - l_{20}}{l_0} = 1 - {}_{20}P_0$$

por lo tanto, la función P es lineal respecto a la función q.

${}_{m/n}q_x$ = Pr((x) llegue con vida a edad x+m, pero no alcance la edad x+m+n).

$$\overbrace{x \text{ --------- } x+m}^{m}\overbrace{\text{ ------------------ } x+m+n}^{n}$$

$${}_{0/n}q_x = {}_nq_x = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x} = \frac{d_x + d_{x+1} + \cdots + d_{x+n-1}}{l_x}$$

Si suponemos que el diferimiento es de un año,

sabemos que $\quad {}_{0/1}q_x = q_x = \dfrac{d_x}{l_x} = \dfrac{l_x - l_{x+1}}{l_x}$

entonces: $\quad {}_{1/1}q_x = \dfrac{l_{x+1} - l_{x+2}}{l_x}$

$${}_{m/n}q_x = \frac{l_{x+m} - l_{x+m+n}}{l_x} = {}_mP_x - {}_{m+n}P_x$$

$$\therefore \quad \boxed{{}_{m/n}q_x = {}_mP_x - {}_{m+n}P_x}$$

de modo que q es lineal de P.

Ejercicios:

1) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona de edad 25 llegue con vida a la edad 40, pero no a la edad 60?

lo que falta de 25 a 40

$$_{15/20}q_{25} \rightarrow \text{edad}$$

lo que falta de 40 a 60

$$_{15/20}q_{25} = \frac{l_{25+15} - l_{25+15+20}}{l_{25}} = \frac{l_{40} - l_{60}}{l_{25}}$$

(se buscan en la tabla)

2) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona recién nacida llegue con vida a edad 80 años?

$$_{80}P_0 = \frac{l_{80}}{l_0}$$

3) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona recién nacida no llegue con vida a los 49 años?

$$_{49}q_0 = \frac{l_0 - l_{49}}{l_0} = 1 - \frac{l_{49}}{l_0} = 1 - {}_{49}P_0$$

4) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona de edad 25 años no llegue con vida a los 50 años?

$$_{25}q_{25} = \frac{l_{25} - l_{50}}{l_{25}} = 1 - \frac{l_{50}}{l_{25}} = 1 - {}_{25}P_{25}$$

lo que falta de 25 a 50

Existe una notación:

$_{\infty}q_x$ = probabilidad de que una persona fallezca.

Se puede probar que $_{\infty}q_x = 1$:

$$_{\infty}q_x = \frac{d_x + d_{x+1} + d_{x+2} + \cdots + d_{\omega-1}}{l_x}^{\circledast}$$

$$= \frac{\sum_{i=0}^{\infty} d_{x+i}}{l_x} \overset{(1)}{=} \frac{\sum_{i=0}^{\omega} d_{x+i}}{l_x} = \frac{l_x - l_\omega^{\to 0}}{l_x} = \frac{l_x}{l_x} = 1$$

$\circledast$ deberia seguirse hasta ∞ , pero despues de la edad ω, $d_i = 0$.

(1) se obtiene de desarrollar cada $d_{x+i} = l_{x+i} - l_{x+i+1}$ y se van cancelando.

A partir de ésto se puede probar que

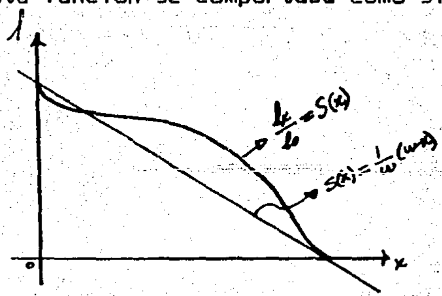
$$\sum_{i=0}^{\infty} d_{x+i} = l_x$$

Para continuar construyendo las tablas de mortalidad, es necesario introducir un nuevo concepto. Se trata de las '<u>Funciones Biométricas</u>'.

Las funciones biométricas son funciones que miden la vida; es decir, son funciones de sobrevivencia.

Estas funciones son decrecientes y miden la probabilidad de existencia de una persona hasta la edad x. También se utilizan éstas funciones en estudios de índole demográfico, para obtener funciones biométricas de cualquier población.

Los actuarios, con los datos que recopilaban, observaron que la gráfica de ésta función se comportaba como sigue:



A ésta curva se le llama "la curva de los vivos".

A partir de l_x / l_0 vamos obteniendo los valores de la gráfica, donde el máximo se obtiene de $l_0 / l_0 = 1$ y el valor mínimo: $l_\omega / l_0 = 0$.

Para aplicar ésta función, existen modelos que la describen:

$$S(x) \begin{cases} - \text{ valor máximo} = 1. \\ - \text{ valor mínimo} = 0. \\ - \text{ es estrictamente decreciente.} \\ - \text{ es continua.} \end{cases}$$

S(x) es cualquier función que cumple con éstos requisitos.

La función más sencilla que se puede escoger es una línea recta de la siguiente forma:

$$S(x) = \frac{K}{\omega}(\omega - x) \quad , \quad K = 1$$

Veamos si cumple con los requisitos de S(x):

1) Si $x=\omega$, entonces $S(x) = 0$.

2) Si $x=0$, entonces $S(x) = 1$ si y sólo si $k=1$;

3) Para ver que es decreciente, derivamos S(x) con respecto a x; como ésta es menor que cero, S(x) es decreciente.

4) Es continua.

Por lo tanto,

$$S(x) = \frac{1}{\omega}(\omega - x)$$

Se le dió carácter de ley, ocurriendosele al actuario De Moivre, en 1724.

Esta ley nos sirve para calcular probabilidades de vida y muerte.

Existen otras funciones biométricas que proveen el análisis de la tabla de mortalidad:

* l_x = número de vivos a edad x.
  K = radix, entonces

$$l_x = K\,S(x)$$

* d_x = es el número de muertos a edad x, siendo la edad en la que estan muriendo las personas.

$$\begin{array}{lcl} l_x & & l_{x+1} \\ \text{I} & \text{-----------------} & \text{I} \\ x & & x+1 \end{array} \qquad d_x = l_x - l_{x+1}$$

* p_x = es la probabilidad de que una persona sobreviva al término del periodo; es decir, por lo menos un año:

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

entonces, $q_x = 1 - p_x$ (probabilidad de muerte)

$$q_x = 1 - \frac{l_{x+1}}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} \quad \therefore \quad q_x = \frac{d_x}{l_x} = \frac{\#\text{ de muertos}}{\#\text{ de vivos}}$$

Estas cuatro funciones son las básicas de la tabla de mortalidad y a partir de éstas se pueden definir otras.

${}_np_x$ = probabilidad de que una persona de edad x llegue con vida a la edad x+n.

${}_nq_x$ = probabilidad de que una persona fallezca entre las edades x y x+n

$${}_nq_x = 1 - {}_np_x = 1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x}$$

Probabilidad Condicional (de muerte):

${}_{m|n}q_x$ = número de personas que llegan con vida al periodo condicional y mueran entre las edades x+m y x+m+n. Es decir, que sobrevivan entre el periodo x+m y x+m+n.

$${}_{m|n}q_x \neq 1 - {}_{m|n}p_x$$

ya que no es posible que una persona muera y después sobreviva.

El índice del lado izquierdo condiciona una probabilidad, cambiando así, la dirección de la probabilidad.

Es una condición que sobreviva hasta la edad x+n-1; tratándose de un diferimiento.

$$_{n-1|}q_x = \frac{l_{x+n-1} - l_{x+n-1+1}}{l_x} = \frac{l_{x+n-1} - l_{x+n}}{l_x}$$

se sobreentiende que existe un 1.

Ejemplo 1.-

Sea x=30; n=5, entonces

$$_{4|}q_{30} = \frac{l_{34} - l_{35}}{l_{30}}$$

Ejemplo 2.-

¿Cuál es la probabilidad de que una persona de 15 años llegue con vida a la edad 42 ?

$$S(x)\,l_0 = l_x \Rightarrow S(x) = \frac{l_x}{l_0}$$

$$_{27}P_{15} = \frac{l_{15+27}}{l_{15}} = \frac{l_{42}}{l_{15}}$$

$$S(42) = p\,S(15) \Rightarrow p = \frac{S(42)}{S(15)} = \frac{\frac{l_{42}}{l_0}}{\frac{l_{15}}{l_0}} = \frac{l_{42}}{l_{15}}$$

Se puede utilizar la función de supervivencia:

Sea $S(x) = 1/w\ (w-x)$

multiplicando por l_0

$$l_0\,S(x) = \frac{l_0}{w}(w-x) = \frac{(w-x)}{w} l_0$$

si $k=l_0$, $\quad l_x = \frac{K}{w}(w-x)$

Siendo $S(x) = 1/10\sqrt{100-x}$, veamos si es función de supervivencia:

1) Si $x=100$, entonces $S(x)=0$.

2) Si $x=0$, entonces $S(x)=1$.

3) Es una función decreciente ya que:

$$\frac{d}{dx}S(x) = -\frac{1}{10}\left(\frac{1}{2}\right)\frac{1}{\sqrt{100-x}} = \frac{-1}{20\sqrt{100-x}} < 0$$

por lo tanto, S es decreciente.

4) S es continua.

Si $l_0 = K = 10{,}000$,

$$l_x = 1000\sqrt{100-x}$$

entonces,

$$l'_x = \frac{-500}{\sqrt{100-x}}\Bigg|_{51} = \frac{-500}{\sqrt{100-51}} = \frac{-500}{7} = -71$$

lo cual, representa una especie de velocidad. Y como es negativa, significa que está disminuyendo. Pero aquí, el número de vivos (l) hace el papel de espacio, el tiempo son los años de sobrevivencia. Por lo que se observan 71 muertes anualmente; es decir, es la velocidad con que se mueren.

Si $l_0 = K = 100{,}000$; $l_x = 10{,}000\sqrt{100-x}$

$$\Rightarrow l'_x = \frac{-5000}{\sqrt{100-x}}\Bigg|_{51} = \frac{-5000}{7} = -710$$

cambió de acuerdo al radix (k).

Volviendo al caso inicial, $l_0 = K = 10{,}000$;

$$l'_x = \frac{-500}{\sqrt{100-x}}$$

multiplicando por $-1/l_x$, $\quad -\frac{l'_x}{l_x} = \frac{1}{l_x}\frac{500}{\sqrt{100-x}}$

Para encontrar l_{51}

$$S(51) = \frac{1}{10}\sqrt{100-51} = \frac{7}{10} = 0.7$$

$$l_{51} = K(S(51)) = 10{,}000(0.7) = 7000$$

$$\therefore\ -\frac{l'_x}{l_x} = \frac{1}{l_{51}}(71) = \frac{71}{7000} = 0.0101$$

Al cambiar el radix, l(x) tambien cambia, pero l'_x / l_x no cambia; entonces, la función no varia de acuerdo al radix.

Esto es lo que se llama la 'velocidad relativa' y se denota por μ_x = Fuerza de Mortalidad a edad x.

Se puede observar que μ_x no es una probabilidad; ya queèsta toma valores entre 0 y 1. Y en cambio,

$$\mu_x = -\frac{l'_x}{l_x}$$

puede tomar valores negativos ó valores más grandes que 1.

Ejemplo 3.-

En base a la función dada de sobrevivencia, encontrar la probabilidad 'p' de que una persona de edad 19 sobreviva a edad 51 y la probabilidad q de que muera entre esas edades.

S(19) = probabilidad de que un recién nacido alcance la edad 19.

$$S(x) = \frac{1}{10}\sqrt{100-x} \qquad 0 \le x \le 100 \qquad l_x = K\,S(x)\,,\ l_{x+n} = K\,S(x+n)$$

$$S(19) = \frac{1}{10}\sqrt{100-19} = \frac{9}{10}$$

S(51) = probabilidad de que un recien nacido alcance la edad 51.

$$S(51) = \frac{1}{10}\sqrt{100-51} = \frac{7}{10}$$

S(51) = p S(19), donde p es la probabilidad de que una persona de 19 años sobreviva a edad 51.

$$p = \frac{S(51)}{S(19)} = \frac{\frac{7}{10}}{\frac{9}{10}} = \frac{7}{9}$$

q = probabilidad de fallecimiento = 1-p = 1 - 7/9 = <u>2/9</u>.

<u>Ejemplo 4.-</u>

Construcción de una tabla de mortalidad dado K = 100,000 y

$$S(x) = 1/10\sqrt{100-x}$$

entonces, $l_x = K\ S(x)$

$$l_1 = K\ S(1) = 100{,}000\left(\frac{1}{10}\sqrt{100-1}\right)$$
$$l_2 = K\ S(2)$$
.
.
.

ahora bien, $d_x = l_x - l_{x+1}$ $\qquad p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$; $p_0 = \frac{l_1}{l_0}$

$d_0 = l_0 - l_1$

$d_1 = l_1 - l_2$ $\qquad q_x = 1 - p_x$; $q_0 = 1 - p_0$

.
.
.

l es una función decreciente y continua en el intervalo [0,51]:

x	lx	dx	Px	Qx
0	100,000	501	.99499	.00501
1	99,499	504	.99493	.00507
2	98,995	507	.99488	.00512
3	98,489	.	.	.
4	97,980	.	.	.
5	97,468	. . .	(y así sucesivamente)	

Ejemplo 5.-

La probabilidad de que A y B sobrevivan un cierto período es de .7 y .8 respectivamente.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que ambos sobrevivan?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno muera?

Las probabilidades para A y B son:

1) Sobreviva A y sobreviva B: 'S' A y 'S' B =(.7)(.8)=.56
2) Sobreviva A y fallezca B: 'S' A y 'F' B =(.7)(.2)=.14
3) Fallezca A y sobreviva B: 'F' A y 'S' B =(.3)(.8)=.24
4) Fallezca A y fallezca B: 'F' A y 'F' B =(.3)(.2)=.6

y éstas constituyen los eventos posibles; por lo que

$\sum$ 1) 2) 3) 4) = 1

entonces,

a) Se trata del caso 1) = <u>.56.</u>
b) Es la suma de 2), 3) y 4) = .14 + .24 + .6 = <u>.44</u>

Ejemplo 6.-

La probabilidad de que una persona de edad 30 sobreviva 10 años es .9 y la probabilidad de que una persona de edad 40 sobreviva 10 años es .8.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona de edad 30 llegue a la edad 50?

b) Fallezca entre las edades 40 y 50.

c) Fallezca antes de llegar a la edad 40.

Datos:

$$ {}_{10}P_{30} = .9 = \frac{l_{40}}{l_{30}} \quad ; \quad {}_{10}P_{40} = .8 = \frac{l_{50}}{l_{40}} $$

a) ${}_{20}P_{30} = ?$

$$ {}_{20}P_{30} = \frac{l_{50}}{l_{30}} = \frac{l_{40}}{l_{30}} \cdot \frac{l_{50}}{l_{40}} = (.9)(.8) = \underline{.72} $$

b) $_{10|10}q_{30} = ?$

$$_{10|10}q_{30} = \frac{l_{40} - l_{50}}{l_{30}} = \frac{l_{40}}{l_{30}} - \frac{l_{50}}{l_{30}} = 0.9 - 0.72 = \underline{0.18}$$

c) $$_{10}q_{30} = \frac{l_{30} - l_{40}}{l_{30}} = 1 - \frac{l_{40}}{l_{30}} = 1 - 0.9 = \underline{.1}$$

Leyes de Mortalidad.

Dadas dos vidas, $Q^{1}_{x_1 x_2}$ pretendiendo que x1 fallezca primero.

Si tienen la misma edad y ambos pueden incluso morir el mismo año (aquí puede servir μ_x).

Se comporta como la 'Fuerza de Interés'; es decir, mide la mortalidad en el momento preciso de alcanzar la edad x (al instante).

En 1724 De Moivre dió la ley

$$l_x = \frac{K}{\omega}(\omega - x)$$

En 1825 Gompertz hizo una abstracción teórica, preguntándose por el fenómeno de la mortalidad. Dice que una persona nace con una cierta resistencia a la muerte, que se va perdiendo conforme transcurre el tiempo (proporcionalmente).

Que en intervalos infinitécimales* de tiempo, la pérdida de la resistencia a la muerte, está en proporción a la edad; es decir, existe una constante de proporcionalidad.

* se refiere así a las ecuaciones diferenciales, o sea, a la diferencia que existe entre un espacio infinitécimo.

Agrega después, los fenómenos independientes de la edad; es decir, las guerras, los temblores, problemas alimenticios, etc.

Si la resistencia a la muerte es:

$$\frac{1}{\mu_x} = -\frac{l_x}{l'_x} = \dot{N}(x)$$

$\dot{N}(x)$ significa la derivada de N(x).

$$\dot{N}(x) + \lambda N(x) = 0 \qquad \text{ec. diferencial}$$

$$e^{\lambda t} \qquad \text{es la constante (factor integrante)}$$

$$e^{\lambda t}(\mathring{N}+\lambda N)=0$$

$$\Rightarrow \quad \mathcal{D}_t\left(e^{\lambda t}N(t)\right)=0$$

$$\int_0^x \mathcal{D}\left(e^{\lambda t}N(t)\right)=0$$

$$\therefore \quad \int_0^x \mathcal{D}\left(e^{\lambda t}N(t)\right)=0 \quad \Rightarrow \quad e^{\lambda x}N(x)=N(0)$$

$$N(x)=N(0)\,e^{-\lambda x}; \quad N(0)=B^{-1}, \; e^{\lambda}=c$$

$$N(x)=\frac{1}{\mu(x)}=\mu_x^{-1}$$

$$\therefore \quad \boxed{\mu_x = B\,c^x} \qquad \text{Ley de Gompertz.}$$

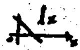
donde μ_x es una distribución geométrica.

En 1860 Makeham ajusó la ley de Gompertz. Añadió que había elementos adicionales a los que Gompertz consideró, que también podían ocasionar la muerte.

La idea de Makeham se muestra a continuación:

$$\mu_x = A + Bc^x \; \ldots \quad (1)$$

Leyes de Mortalidad:

1) De Moivre: cuya expresión es una línea recta. 

2) Gompertz: es una geométrica negativa. 

3) Gompertz-Makeham y Gompertz ajustada.

Las dos últimas forman la "Familia de Curvas Logisticas".

La expresión (1) es general, ya que si $A = 0$, entonces se trata de la ley de Gompertz.

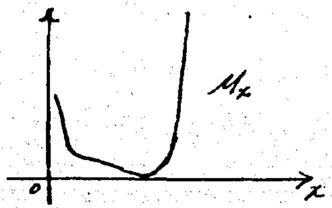
El problema es encontrar constantes A y B.

Se tomó una tabla de mortalidad con valores "Makehamizados"

l_x	l_x^M
l_0	l_0^M
l_1	l_1^M
l_2	l_2^M
.	.
.	.
.	.
l_ω	l_ω^M

l_x^M = Valores de l "makahamizados"

La gráfica de μ_x es:



¿Porqué al hablar de μ_x se habla de l_x?

$$\mu_x = \frac{-l'_x}{l_x} = -D \log l_x$$

integrando:

$$\int_0^{x_1} \mu_x \, d_x = \int_0^{x_1} -D \log l_x \, d_x$$

$$= -\log l_x \Big|_0^{x_1}$$

$$= -\log l_{x_1} + \log l_0 = -\log\left(\frac{l_{x_1}}{l_0}\right)$$

tomando antilogaritmos:

$$e^{\int_0^{x_1} \mu_x \, dx} = \frac{-l_{x_1}}{l_0}$$

$$l_0 \, e^{-\int_0^{x_1} \mu_x \, dx} = l_{x_1}$$

en general, para toda x, se tiene:

$$\boxed{l_x = l_0 \, e^{-\int_0^{x} \mu_x \, dx}}$$

$\int_0^x \mu_x \, dx$ y suponiendo que μ_x sigue la distribución de Gompertz.

por lo tanto,

$$\int_0^x \mu_x \, dx = \int_0^x B c^x \, dx$$

$$= B \int_0^x c^x \, dx = \frac{B c^x}{\ln C} \Big|_0^x$$

$$= \frac{B c^x}{\ln C} - \frac{B}{\ln C} = \frac{B}{\ln C}\left(c^x - 1\right)$$

Definimos

$$-\frac{B}{\ln C} = \ln g$$

sustituyendo:

$$l_x = l_0 \, e^{(\ln g)(c^x - 1)} = l_0 \, e^{(c^x-1)\ln g} = l_0 \, e^{\ln g^{(c^x-1)}}$$

$$l_x = K \, g^{(c^x - 1)} \quad , \quad K = l_0$$

Ahora desarrollando análogamente para Makeham:

$$\int_0^x \mu_x \, d_x = \int_0^x (A+Bc^x)\, d_x$$

$$= \int_0^x A d_x + \int_0^x Bc^x d_x$$

$$= A_x \Big|_0^x + \frac{B}{\ln C}(C^x-1)$$

$$= A_x + \frac{B}{\ln C}(C^x-1)$$

definimos $-A = \ln S$ para simplificar la expresión,

$$= -\ln g\,(C^x-1) - x\ln S$$

$$= -\ln g\,(C^x-1) - \ln S^x$$

$$= -(C^x-1)\ln g - \ln S^x$$

$$= -\ln g^{(C^x-1)} - \ln S^x$$

$$= -(\ln g^{C^x-1} + \ln S^x) = -\ln (g^{C^x-1})(S^x)$$

sustituyendo:

$$l_x = l_0 \, e^{-\int_0^x \mu_x d_x}$$

$$l_x = K \, e^{\ln (g^{c^x-1}) S^x} \quad , \; K = l_0$$

$$\boxed{l_x = K \, g^{c^x-1} \, S^x}$$

2.- Anualidades Contingentes para Grupos de Vidas.

Las Anualidades Contingentes para Grupos de Vidas involucran series de pagos que están supeditados a la muerte de dos ó más personas en conjunto. De hecho, este tipo de anualidades, es una generalización teórica de las anualidades contingentes para una sola vida; respondiendo así, a la necesidad de procurar la protección a un grupo, que puede ser formado por padre e hijo, una pareja de conyuges, varios socios empresariales, un equipo de profesores, etc.

¿Cuál es la probabilidad de que dadas dos personas (x) e (y), ambas sobrevivan dentro de 'n' años?

La probabilidad de que (x) sobreviva n años es:

$$ {}_nP_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} $$

Análogamente, la de (y) es:

$$ {}_nP_y = \frac{l_{y+n}}{l_y} $$

y la de que vivan aún ambas al cabo de los 'n' años:

$$ {}_nP_x \cdot {}_nP_y = \frac{l_{x+n} \cdot l_{y+n}}{l_x \cdot l_y} $$

que se puede denotar también como:

$$ {}_nP_{xy} = \frac{l_{x+n:y+n}}{l_{x:y}} $$

¿Cuál es la probabilidad de que dadas dos personas (x) e (y), una de ellas sobreviva 'n' años.

En este caso se deben considerar las probabilidades siguientes:

a) - Que viva (x):

$$ {}_nP_x $$

- Que no viva (y):

$$ 1 - {}_nP_y $$

- Que viva (x) y no viva (y): $ {}_nP_x(1 - {}_nP_y) = {}_nP_x - {}_nP_{xy} $

b) — Que viva (y) y no (x):

$$(1-{}_nP_x)\,{}_nP_y = {}_nP_y - {}_nP_{xy}$$

c) — Que vivan ambas:

$${}_nP_{xy}$$

Sumando y simplificando, tenemos

$${}_nP_{\overline{xy}} = {}_nP_x + {}_nP_y - {}_nP_{xy}$$

la barra horizontal colocada sobre las edades, indica que la probabilidad se refiere al último sobreviviente del grupo.

Así,

$${}_nP_{\overline{xy}}$$

representa la probabilidad de que subsista el grupo en su totalidad; es decir, todas las personas que lo componen.

En cambio,

$${}_nP_{xy}$$

es la probabilidad de que sobreviva el último integrante del grupo. Este grupo puede ó no haber sido disuelto, lo cual no interesa. Lo esencial es que viva uno de sus elementos por lo menos.

¿Cuál es la probabilidad de que dadas dos personas (x) e (y), no sobrevivan 'n' años?

La probabilidad de que (x) muera antes de la edad x+n es

$${}_{/n}q_x = 1 - {}_nP_x$$

Igualmente para (y):

$${}_{/n}q_y = 1 - {}_nP_y$$

Y la probabilidad de que ninguno sobreviva n años, representada por ${}_{/n}q_{\overline{xy}}$, ya que se trata del último sobreviviente, es:

$$|_{n}q_{\overline{xy}} = (1-{}_{n}p_{x})(1-{}_{n}p_{y})$$

$$|_{n}q_{\overline{xy}} = 1-{}_{n}p_{x}-{}_{n}p_{y}+{}_{n}p_{xy}$$

ó bién,

$$|_{n}q_{\overline{xy}} = 1-{}_{n}p_{\overline{xy}}$$

que representa la probabilidad de que no viva ninguno de los dos.

¿Cuál es la probabilidad de que dadas dos personas (x) e (y), muera por lo menos una dentro de los primeros 'n' años?

Esta probabilidad es la contraria de la de que vivan ambas al cabo de esos 'n' años.

$$|_{n}q_{xy} = 1-{}_{n}p_{xy}$$

misma que se puede determinar sumando las probabilidades de las tres eventualidades excluyentes que la forman:

a) Que viva (x) y muera (y).

$${}_{n}p_{x}(1-{}_{n}p_{y}) = {}_{n}p_{x}-{}_{n}p_{xy}$$

b) Que viva (y) y muera (x).

$${}_{n}p_{y}(1-{}_{n}p_{x}) = {}_{n}p_{y}-{}_{n}p_{xy}$$

c) Que mueran ambas.

$$(1-{}_{n}p_{x})(1-{}_{n}p_{y}) = 1-{}_{n}p_{x}-{}_{n}p_{y}-{}_{n}p_{xy}$$

Cuya suma es:

$$|_{n}q_{xy} = 1-{}_{n}p_{xy}$$

Dadas las personas (x) e (y), determinar la probabilidad de que la primera muerte ocurra en el enésimo año.

Al tratarse de la primera muerte, que disuelve el grupo, se deben considerar tres eventualidades:

a) Que muera (x) y viva (y),

$$ {}_{n-1|}q_x \cdot {}_n p_y = ({}_{(n-1)}p_x - {}_n p_x)\,{}_n p_y = {}_{(n-1)}p_x \cdot {}_n p_y - {}_n p_{xy} $$

b) Que viva (x) y muera (y),

$$ {}_n p_x \cdot {}_{n-1|}q_y = {}_n p_x\,({}_{(n-1)}p_y - {}_n p_y) = {}_n p_x \cdot {}_{(n-1)}p_y - {}_n p_{xy} $$

c) Que mueran ambas.

$$ {}_{(n-1)|}q_x \cdot {}_{(n-1)|}q_y = ({}_{(n-1)}p_x - {}_n p_x) \cdot ({}_{(n-1)}p_y - {}_n p_y) $$

$$ = {}_{(n-1)}p_{xy} - {}_n p_x \cdot {}_{(n-1)}p_y - {}_{(n-1)}p_x \cdot {}_n p_y + {}_n p_{xy} $$

Sumando,

$$ {}_{(n-1)|}q_{xy} = {}_{(n-1)}p_{xy} - {}_n p_{xy} $$

¿Cuál es la probabilidad de que la segunda muerte ocurra en el enésimo año?

Como se trata del último sobreviviente, la denotamos por .

Son también, tres las eventualidades a considerar:

a) Que muera (x) en el año enésimo, habiendo muerto (y) antes,

$$ {}_{n-1|}q_x \cdot {}_{n-1|}q_y = ({}_{n-1}p_x - {}_n p_x)(1 - {}_{n-1}p_y) $$

$$ = {}_{n-1}p_x - {}_n p_x - {}_{n-1}p_{xy} + {}_n p_x \cdot {}_{n-1}p_y $$

b) Que muera (y) en el año enésimo, habiendo muerto (x) antes,

$$ {}_{n|}q_x \cdot {}_{n-1|}q_y = {}_{n-1}p_y - {}_n p_y - {}_{n-1}p_{xy} + {}_{n-1}p_x \cdot {}_n p_y $$

c) Que mueran ambas en el enésimo año,

$$ {}_{n-1|}q_x \cdot {}_{n-1|}q_y = ({}_{n-1}p_x - {}_n p_x)({}_{n-1}p_y - {}_n p_y) $$

$$ = {}_{n-1}p_{xy} - {}_{n-1}p_x \cdot {}_n p_y - {}_n p_x \cdot {}_{n-1}p_y + {}_n p_{xy} $$

y sumando,

$${}_{n-1}|q_{\overline{xy}} = {}_{n-1}p_x - {}_np_x + {}_{n-1}p_y - {}_np_y - {}_{n-1}p_{xy} + {}_np_{xy}$$

agrupando los términos de dos en dos,

$${}_{n-1}|q_{\overline{xy}} = {}_{n-1}|q_x + {}_{n-1}|q_y - {}_{n-1}|q_{xy}$$

y los términos pares e impares, separadamente,

$${}_{n-1}|q_{\overline{xy}} = {}_{n-1}p_{\overline{xy}} - {}_np_{\overline{xy}}$$

¿Cuál es la probabilidad de que ambas personas, (x) e (y) mueran en el enésimo año?

Es,

$${}_{n-1}|q_x \cdot {}_{n-1}|q_y = ({}_{n-1}p_x - {}_np_x)({}_{n-1}p_y - {}_np_y)$$

$$= {}_{n-1}p_{xy} - {}_np_x \cdot {}_{n-1}p_y - {}_np_y \cdot {}_{n-1}p_x + {}_np_{xy}$$

Esta probabilidad de que ambas muertes ocurran en el enésimo año no debe confundirse con

$${}_{n-1}|q_{xy}$$

que es el primer fallecimiento en el enésimo año,

¿Cuál es la probabilidad de que, dadas dos personas, (x) e (y), sólo una sobreviva al cabo de 'n' años?

aquí, existen dos eventualidades:

a) que viva (x) y haya muerto (y),

$${}_np_x \cdot {}_{|n}q_y = {}_np_x(1-{}_np_y) = {}_np_x - {}_np_{xy}$$

b) que viva (y) y haya muerto (x),

$${}_{|n}q_x \cdot {}_np_y = (1-{}_np_x)\,{}_np_y = {}_np_y - {}_np_{xy}$$

sumando,

$$ {}_n p_{xy}^{[1]} = {}_n p_x + {}_n p_y - 2\,{}_n p_{xy} $$

o bien,

$$ {}_n p_{xy}^{[1]} = {}_n p_{\overline{xy}} - {}_n p_{xy} $$

El símbolo $[1]$ indica el número de vidas que sobreviven al cabo de los 'n' años. Tratandose de más de dos vidas, se aprecia mejor la utilidad de éste. .
En todos estos seguros, pueden presentarse dos casos:

a) Que la unidad asegurada sea el grupo como tal; es decir, el status formado por ambas personas.

b) Al morir el último sobreviviente, el grupo se desintegra.

Sea una anualidad diferida y pagadera dentro de 'n' años. Si el grupo permanece con vida, el valor presente de esta anualidad es el valor actual de un peso pagadero dentro de 'n' años multiplicado por la probabilidad de que el grupo subsista para esa época.

Por lo que:

$$ {}_nE_{xy} = V^n\,{}_n p_{xy} = \frac{V^n\, l_{x+n}\, l_{y+n}}{l_x l_y} $$

multiplicando por V^x / V^x :

$$ {}_nE_{xy} = \frac{V^{x+n}\, l_{x+n}\, l_{y+n}}{V^x\, l_x l_y} = \frac{D_{x+n:y+n}}{D_{xy}} $$

donde

$$ D_{xy} = V^x l_x l_y = D_x l_y $$

Si se multiplica por $V^{\frac{1}{2}(x+y)}$, en vez de V^x, se tiene:

$$ V^{\frac{1}{2}(x+y)} l_x l_y = D_{xy} $$

En los cálculos se emplean las tablas de mortalidad ajustadas bajo la idea de riesgo de Gompertz-Makeham, donde se reemplazan las edades (x) e (y), por una misma edad (z), como se apreció en las expresiones (*)

y (**) anteriores, que determinan la edad (z) en términos de las edades (x) e (y).

Si el capital diferido es pagadero al vencimiento, siempre y cuando, esté vivo el último sobreviviente del grupo; habrá que utilizar la probabilidad de que sobreviva cualquiera de sus integrantes, en vez de la probabilidad de que exista aún el grupo en su totalidad. Es decir,

$${}_nP_{\overline{xy}} = {}_nP_x + {}_nP_y - {}_nP_{xy}$$

Por consiguiente,

$${}_nE_{\overline{xy}} = V^n\,{}_np_{\overline{xy}} \qquad \therefore \qquad {}_nE_{\overline{xy}} = {}_nE_x + {}_nE_y - {}_nE_{xy}$$

Lo cual significa que un peso que se paga al sobreviviente de un grupo de dos personas, es equivalente a un peso pagadero a cada uno, menos el que se pagaría si viviesen los dos, con objeto de no duplicar el pago.

<u>Probabilidades relativas a más de dos vidas.</u>

Sean tres tres personas (x), (y), (z). La probabilidad de que dentro de 'n' años estén vivos los tres es:

$${}_nP_x \cdot {}_nP_y \cdot {}_nP_z = {}_nP_{xyz}$$

De que sólo vivan dos, es:

$${}_np_{xy}(1-{}_nP_z) + {}_nP_{xz}(1-{}_nP_y) + {}_nP_{yz}(1-{}_np_x) =$$
$$= {}_nP_{xy} + {}_nP_{xz} + {}_np_{yz} + ({}_nP_{xyz})(-3)$$

De que sólo viva una, es:

$${}_nP_x(1-{}_nP_y)(1-{}_nP_z) + {}_nP_y(1-{}_nP_x)(1-{}_nP_z) + {}_nP_z(1-{}_nP_y)(1-{}_nP_x) =$$
$$= {}_nP_x + {}_nP_y + {}_nP_z + 2[{}_nP_{xy} + {}_nP_{xz} + {}_nP_{yz}) + 3 \cdot {}_nP_{xyz}$$

QUE NINGUNA VIVA:

$$(1-{}_nP_x)(1-{}_nP_y)(1-{}_nP_z) = 1 - ({}_nP_x + {}_nP_y + {}_nP_z) + ({}_nP_{xy} + {}_nP_{xz} + {}_nP_{yz}) - {}_nP_{xyz}$$

Involucrando todas las eventualidades, la certeza está dada por:

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 1$$

2.1.- Valuación para el Grupo de Vidas Conjuntas (GVC).

Considerando un grupo de edades x_1, x_2.

$$U = \{x_1, x_2\}$$

Este grupo se destruirá cuando ocurra la primera muerte; por lo que se trata de un grupo de vidas conjuntas 'GVC'.

Excluyendo el caso U = 1 (cardinalidad), ¿Cuál es la probabilidad de que (x) y (y) sobrevivan 'n' años.?

Deseamos la probabilidad de que U no se destruya; es decir,

$$nPxy = nPx \cdot nPy \qquad \text{por ser independientes,}$$

también se tiene,

$$nQxy = 1 - nPxy$$

En efecto,

$$\begin{aligned}
{}_nq_{xy} &= \overbrace{{}_nq_x \cdot {}_nq_y}^{\checkmark} + \overbrace{{}_nq_x \cdot {}_nP_y}^{\checkmark\checkmark} + \overbrace{{}_nP_x \cdot {}_nq_y}^{\checkmark\checkmark\checkmark} \\
&= (1-{}_nP_x)(1-{}_nP_y) + (1-{}_nP_x\,{}_nP_y) + {}_nP_x(1-{}_nP_y) \\
&= 1-{}_nP_x - {}_nP_y + {}_nP_x\,P_y + {}_nP_y + {}_nP_x - {}_nP_x\,{}_nP_y - {}_nP_x \cdot {}_nP_y \\
&= 1 - {}_nP_x \cdot {}_nP_y
\end{aligned}$$

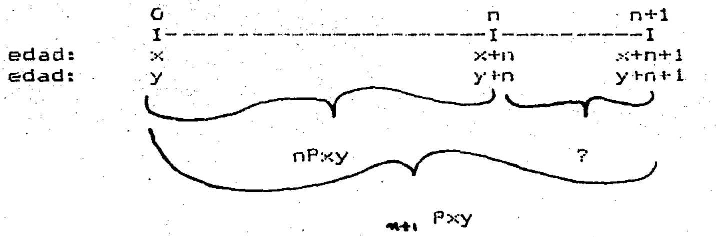
$\checkmark$ = que ambos mueran

$\checkmark\checkmark$ = muera x y sobreviva y

$\checkmark\checkmark\checkmark$ = muera y, sobreviva X

$$\therefore \quad {}_nq_{xy} = 1 - {}_nP_{xy}$$

¿Cuál es la probabilidad de que el G.V.C. alcance a llegar con vida n años, pero no n+1?



por lo tanto,

$$_{n|}q_{xy} = {}_{n}p_{xy} - {}_{n+1}p_{xy}$$

Considerando un grupo de edades $x_1, x_2, \ldots, x_m$.

$$U = \{x_1, x_2, \ldots, x_m\}$$

Sea UGVC = n = Número de personas del Grupo de Vidas Conjuntas, entonces

$${}_{n}p^{[r]}_{x_1x_2\cdots x_m}$$

denota la probabilidad de que exactamente r vidas lleguen con vida a los n años. Si $x_1=x_2=x_3=\ldots=x_m$ podemos cambiar notación,

$${}_{n}p^{[r]}_{xx\cdots(m)}$$

donota la probabilidad de que exactamente r vidas sobrevivan n años. Entonces,

$${}_{n}P^{[r]}_{xx\cdots(m)} = C^{r}_{m}\,{}_{n}p_x^{r}(1-{}_{n}p_x)^{m-r} = \binom{m}{r}{}_{n}P_x^{r}(1-{}_{n}P_x)^{m-r}$$

Desarrollemos $(1-nPx)^{m-r}$ (por el método del binomio de Newton), sea h = m-r,

$$(1-{}_{n}P_x)^{h} = 1 - h\,{}_{n}p_x + \frac{h(h-1)}{2!}\,{}_{n}p_x^{2} - \frac{h(h-1)(h-2)}{3!}\,{}_{n}P_x^{3} + \cdots$$

$$\therefore\ {}_mP_{\overline{xx\cdots(m)}}^{[r]} = \binom{m}{r}{}_mP_x^{r} - \binom{m}{r} h\, {}_mP_x^{r+1} + \binom{m}{r}\frac{h(h-1)}{2!}\,{}_mP_x^{r+2} - \binom{m}{r}\frac{h(h-1)(h-2)}{3!}\,{}_mP_x^{r+3} + \cdots$$

$$= \frac{m!}{(m-r)!\,r!}\,{}_mP_x^{r} - \frac{m!(m-r)(r+1)}{(m-r)(m-r-1)!(r+1)!}\,{}_mP_x^{r+1} + \frac{m!\,(m-r)(m-r-1)(r+1)(r+2)}{2!\,(m-r)(m-r-1)(m-r-2)!(r+2)!}\,{}_mP_x^{r+2} -$$

$$- \frac{m!\,(m-r)(m-r-1)(m-r-2)(r+1)(r+2)(r+3)}{3!\,(m-r-1)(m-r-2)(m-r)(m-r-3)!\,(r+3)!}\,{}_mP_x^{r+3} + \cdots$$

entonces, $${}_mP_{\overline{xx\cdots(m)}}^{[r]} = \binom{m}{r}{}_mP_x^{r} - \binom{m}{r+1}{}_mP_x^{r+1}(r+1) + \binom{m}{r+2}{}_mP_x^{r+2}\frac{(r+1)(r+2)}{2!} - \binom{m}{r+3}{}_mP_x^{r+3}\frac{(r+1)(r+2)(r+3)}{3!} + \cdots$$

Sea

$$Z^{r+t} = \binom{m}{r+t}{}_mP_x^{r+t}$$

entonces, $${}_mP_{\overline{xx\cdots(m)}}^{[r]} = Z^{r} - (r+1)Z^{r+1} + \frac{(r+1)(r+2)}{2!}Z^{r+2} - \frac{(r+1)(r+2)(r+3)}{3!}Z^{r+3} + \cdots$$

$$= Z^{r}\Big[1 - (r+1)Z + \frac{(r+1)(r+2)}{2!}Z^{2} - \frac{(r+1)(r+2)(r+3)}{3!}Z^{3} + \cdots$$

$Z^k = 0$, si $k > m$.

$${}_nP^{[r]}_{\overline{xx\cdots(m)}} \overset{\text{NOT.}}{=} \frac{Z^r}{(1+Z)^{r+1}}$$

Este es el llamado 'Método Z'

2.2.- Valuación para el Grupo del Ultimo Sobreviviente (GUS).

Considerando un grupo de edades x_1, x_2.

$$U = \{x_1, x_2\}$$

Este grupo se destruirá cuando ocurra la última muerte; por lo que se trata del Grupo del Ultimo Sobreviviente 'GUS'.

¿Cuál es la Probabilidad de que el G. U. S. no sobreviva los n años?

$$\begin{aligned} {}_nP_{\overline{xy}} &= {}_nP_x \cdot {}_nq_y + {}_nq_x \cdot {}_nP_y + {}_nP_x \cdot {}_nP_y \\ &= {}_nP_x(1-{}_nP_y) + (1-{}_nP_x)\,{}_nP_y + {}_nP_{xy} \\ &= {}_nP_x - {}_nP_{xy} + {}_nP_y - {}_nP_{xy} + {}_nP_{xy} \end{aligned}$$

$$\therefore \quad {}_nP_{\overline{xy}} = {}_nP_x + {}_nP_y - {}_nP_{xy}$$

Considerando un grupo de edades $x_1, x_2, \ldots, x_m$.

$$U = \{x_1, x_2, \ldots, x_m\}$$

Sea UGUS = m = Número de personas del Grupo del Ultimo sobreviviente, ¿Cuál es la probabilidad de que el G. U. S. se destruya en el n-ésimo año?

$_{n-1}Pxy$

```
      0                          n-1            n        (años)
      I--------------------------I--------------I

edad: x                          x+n-1          x+n
edad: y                          y+n-1          y+n
```

nPxy

$$ {}_{n-1|}q_{\overline{xy}} = {}_{m-1}p_{\overline{xy}} - {}_{m}p_{\overline{xy}} $$

Sea UGUS = n = Número de personas del Grupo del Ultimo Sobreviviente, entonces

$$ {}_{m}p_{\overline{x_1 x_2 \cdots x_m}}^{\;r} $$

denota la probabilidad de que al menos r vidas lleguen con vida a los n años. Si $x_1 = x_2 = x_3 = \ldots = x_m$ podemos cambiar notación,

donota la probabilidad de que al menos r vidas sobrevivan n años. Entonces,

$$ {}_{m}p_{\overline{x_1 x_2 \cdots x_m}}^{\;r} = {}_{m}p_{\overline{x_1 \cdots (m)}}^{[r]} + {}_{m}p_{\overline{x_1 x_2 \cdots (m)}}^{[r+1]} + \cdots + {}_{m}p_{\overline{x_1 \cdots (m)}}^{[m]} $$

$$ = \frac{Z^r}{(1+Z)^{r+1}} + \frac{Z^{r+1}}{(1+Z)^{r+2}} + \cdots + \frac{Z^m}{(1+Z)^{m+1}} = \sum_{t=0}^{m-r} \frac{Z^{r+t}}{(1+Z)^{r+t+1}} \left\{ 1 + \frac{Z}{(1+Z)} + \frac{Z^2}{(1+Z)^2} + \cdots + \frac{Z^{m-r}}{(1+Z)^{m-r}} \right\} $$

$$ = \frac{Z^r}{(1+Z)^{r+1}} \left(\frac{1 - \frac{Z^{m-r+1}}{(1+Z)^{m-r+1}}}{(1+Z)^{-1}} \right) = \frac{Z^r - \frac{Z^{m+1}}{(1+Z)^{m-r+1}}}{(1+Z)^r} = \frac{Z^r}{(1+Z)^r} - \frac{Z^{m+1}}{(1+Z)^{m+1}} = \frac{Z^r}{(1+Z)^r} - \frac{\binom{m}{m+1}{}_{m}P^{m+1}}{(1+Z)^{m+1}} $$

por lo tanto,

$$ {}_{m}p_{\overline{x_1 x_2 \cdots (m)}}^{\;r} = \frac{Z^r}{(1+Z)^r} $$

2.3.- Valuación para el Grupo Generalizado (GG).

Considerando un grupo de edades x_1, x_2.

$$ U = \{x_1, x_2\} $$

Este grupo se destruirá cuando ocurra una muerte especifica; por lo que se trata del Grupo Generalizado 'GG'.

¿Cuál es la probabilidad de que G.G. sobreviva n años?

$$ {}_{n}P_{\overline{xy}}^{[1]} = {}_{n}P_x + {}_{n}P_y - {}_{n}P_{xy} \qquad \text{(no se conoce el específico)} $$

se tienen otros dos casos:

$$ {}_{n}P_{\overline{xy}} $$

i) sobreviva x.

ii) sobreviva y.

$$ {}_{n}P_{\overline{xy}}^{[1]} = {}_{n}P_x(1-{}_{n}P_y) + {}_{n}P_y(1-{}_{n}P_x) = {}_{n}P_x - {}_{n}P_{xy} + {}_{n}P_y - {}_{n}P_{xy} $$
$$ = {}_{n}P_x + {}_{n}P_y - 2\,{}_{n}P_{xy} = {}_{n}P_{\overline{xy}} - {}_{n}P_{xy} $$

el especifico puede ser (x) ó (y).

¿Cuál es la probabilidad de que (x) muera en el año n-ésimo y sobreviva (y) hasta los n años?

$$ {}_{(n-1)|}q_x \cdot {}_{n}P_x = ({}_{n-1}P_x - {}_{n}P_x)({}_{n}P_y) = ({}_{(n-1)}P_x \cdot {}_{n}P_y) - {}_{n}P_{yx} $$

Considerando un grupo de edades $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

$$ U = \{x_1, x_2, \ldots, x_{n-r}, x_{n-r+1}, \ldots, x_n\} $$

Sea UGG = n = Número de personas del Grupo Generalizado, entonces

$$ {}_{n}P_{\overline{x_1x_2\cdots x_m}^{(r)}} $$

denota la probabilidad de que r vidas especificas lleguen con vida a los n años. Si $x_1 = x_2 = x_3 = \ldots = x_m$ podemos cambiar notación,

$$ {}_{n}P_{\overline{xx\cdots(m)}^{(r)}} $$

donota la probabilidad de que r vidas especificas sobrevivan n años. Recordemos que para 2 vidas,

$${}_{n}P^{[1]}_{\overline{xy}} = {}_{n}P_{x} + {}_{n}P_{y} - {}_{n}P_{xy}$$

Entonces,

$${}_{n}P_{\frac{r}{xx\cdots(m)}} = {}_{n}P_{\underbrace{\frac{1}{xx\cdots(m-r)}}_{\substack{\text{es un}\\ \text{GUS}}}\ \underbrace{xx\cdots(r)}_{\substack{r\text{-vidas}\\ \text{es un}\\ \text{GVC}}}}$$

$$= ({}_{n}P_{x})^{r}({}_{n}q_{x})^{m-r}$$

$$\therefore \boxed{{}_{n}P_{\frac{r}{xx\cdots(m)}} = ({}_{n}P_{x})^{r}(1-{}_{n}P_{x})^{m-r}}$$

Las anualidades diseñadas para grupos de vidas; son usualmente utilizadas en seguros de vidas conjuntas, también conocidos como "seguros mancomunados".

Estos Seguros tienen como finalidad proporcionar una Cobertura adecuada para aquellos casos en los que se requiera otorgar protección por fallecimiento a dos personas; esta situación se presenta cuando el fallecimiento de cualquiera de las dos personas, afecta económicamente a la que sobrevive. Así, mediante una sola Póliza, se concede un beneficio consistente en el pago de la Suma Asegurada contratada al ocurrir el primer deceso. El beneficiario del seguro será pues en la mayoría de los casos, aunque no necesariamente, el sobreviviente; de ahí surge la utilidad de las modalidades para el último sobreviviente y el grupo generalizado. La prima que se cobra es correspondiente al mismo plan de Seguro Individual para una edad equivalente a las edades de las dos personas aseguradas bajo pólizas independientes.

Respecto a los Valores Garantizados, Comisiones, etc., el Seguro de Vidas Conjuntas se comporta del mismo modo que los Seguros Individuales.

Este Seguro se puede ofrecer, en todos aquellos casos en los que se requiera protección para dos personas, teniendo gran aplicación en el Seguro de Socios, en el Seguro Matrimonial, en el Seguro educacional, etc.

3.- INVERSION EN VALORES DE RENTA VARIABLE

Las inversiones de Renta Variable están constituidas por todos aquellos instrumentos financieros que otorgan rendimientos variables en plazos igualmente variables; es decir, son desconocidos "a priori".

Los rendimientos pueden ser mayores o menores con respecto a los de renta fija, pudiendo alcanzarse en plazos más cortos o largos. Por esta razón, son denominados de "Renta Variable"; ya que el rendimiento y plazo varían de acuerdo a las condiciones económicas que prevalecen en un mercado financiero.

Los valores de renta variable son conocidos también como mercado accionario, puesto que en él se comercian acciones.

Las acciones son titulos que confieren a sus tenedores una proporción del capital social de las empresas, comerciandose éstas a través de las Bolsas de Valores.

El precio de las acciones consiste prácticamente de dos tipos:

a) Precio Contable y
b) Precio de Mercado.

El Precio Contable es el precio al que son emitidas las acciones en el momento de registrarse las empresas en la Bolsa de Valores, o bien, cuando se efectúan aumentos del capital social de las mismas.

El Precio de Mercado en cambio, es el precio resultante de la interacción de las fuerzas de la oferta y la demanda por la tenencia de los titulos entre los inversionistas; por lo que éste puede ser mayor o menor con respecto al precio contable.

El propietario o poseedor de una acción es conocido comunmente como accionista.

Los accionistas al ser dueños de una parte de la empresa, adquieren derechos y deberes sobre la misma.

Existen otras alternativas conocidas como <u>"Inversiones de Protección"</u>. Son las que protegen al inversionista de la depreciación del peso frente a otras monedas y que por lo tanto, en situaciones de incertidumbre cambiaria, pueden ofrecer rendimientos más atractivos que los otorgados por otras opciones de inversión. En México existe una inversión que cumple con éste propósito, el "Petrobono".

Empero, los metales (centenario, onza troy de plata) y las empresas mineras, a partir de las dos últimas décadas persiguen la misma idea, por estar ligadas a los precios internacionales del oro y la plata que se cotizan en dólares, otorgando así, protección contra la depreciación del peso en relación a otras monedas y aún del dólar hacia las demás.

Por lo anterior, la inversión en acciones, oro, plata y dólares; representan las alternativas de Renta Variable dentro de los Mercados Financieros Mundiales.

3.1. INVERSION EN DOLARES

Factores básicos a considerar en esta inversión:

-COTIZACION FUTURA DEL PESO CONTRA EL DOLAR.
-TASAS DE INTERES EN DOLARES.

Para analizar esta inversión se propone seguir el siguiente marco metodológico:

1) Perspectivas de devaluación del peso contra el dólar considerando:

- el diferencial inflacionario.
- los precios del petróleo.
- las tasas de interés internacionales.
- la disponibilidad de divisas.

2) Cálculo de la rentabilidad esperada en esta inversión.

3) Comparar la rentabilidad de la inversión en dólares contra otras opciones de inversión con caracteristicas similares.

<u>Ejemplo.</u>- Se quiere evaluar una inversión de pesos a doláres bajo las siguientes caracteristicas:

- Plazo de la inversión : 12 meses.
- Tasa de interés : 11 %
- Precio técnico del peso : $ 400.00
- Precio de compra del dólar : $ 500.00

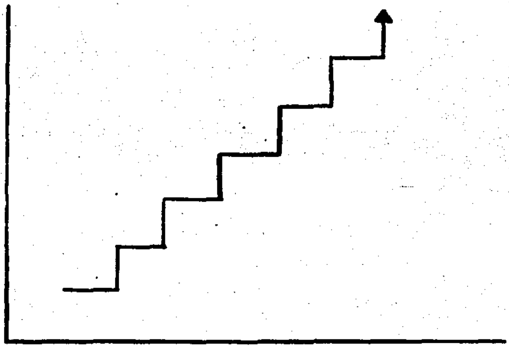
<u>1) Cálculo del nivel de depreciación del peso</u> contra el dólar para los próximos 12 meses.

Para calcular el valor del peso en relación del dólar para los próximos 12 meses, se considerarán dos casos o escenarios:

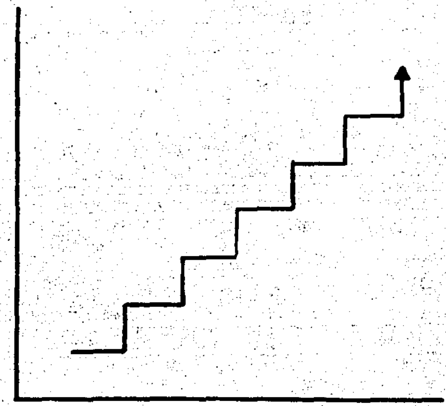
<u>Caso 1.</u>

- Diferencial inflacionario : 50 %.
- Precios del petróleo : estables.
- Tasas de interés : no cambian.
- Oferta y demanda de dólares : estable.

LA INFLACION MEXICANA Y EL PRECIO DEL DOLAR.



INFLACION



EL DOLAR.

- Precio técnico actual		$ 400.00
- Ajuste por diferencial inflacionario	$ 200.00	
- Ajuste por aumento y disminución en precios del petróleo, tasas de interés, oferta y demanda de dólares*	------	
- Precio técnico del peso a 12 meses		$ 600.00

Caso 2.

- Diferencial inflacionario : 50 %.
- Precios del petróleo : sube 2 USADlls.
- Tasas de interés : suben 2 puntos.
- Oferta y demanda de dólares : mayor demanda que oferta.

- Precio técnico actual		$ 400.00
- Ajuste por diferencial inflacionario	$ 200.00	
- Ajuste por aumento y disminución en precios del petróleo, tasas de interés, oferta y demanda de dólares*	$ 250.00	
- Precio técnico del peso a 12 meses		$ 850.00

2) Cálculo de la rentabilidad esperada.

Caso 1.

- Valor del peso a 12 meses	$ 600.00
- Precio de adquisición actual	500.00
- Aumento en la paridad	100.00

Si denotamos la rentabilidad esperada por Resp, se tiene:

Resp = (Interés + Ganancia de Capital) / Inversión Original

Resp = (55.00 + 100.00) / 500.00 = 0.31

Rentabilidad de la inversión en 12 meses: 31 %

Caso 2.

- Valor del peso a 12 meses	$ 850.00
- Precio de adquisición actual	500.00
- Aumento en la paridad	350.00

Resp = (80.00 + 350.00) / 500.00 = 0.86

Rentabilidad de la inversión en 12 meses: 86 %

3) Comparar la rentabilidad de la inversión en dólares contra otras opciones de inversión con caracteristicas similares.

Caso 1.

- Se asume en este escenario que no habrá cambios en el precio del petróleo, las tasas de interés y en los niveles de oferta y demanda de los doláres; factores que evidentemente influyen fuertemente en la cotización del peso.

- Se adquiere el peso a un precio sobrevaluado.

Caso 2.

- Se asume una deprecioación del peso de $250.00 por baja en los precios del petróleo, alza en las tasas de interés y una mayor demanda de doláres.

- Se adquiere el dólar a un precio sobrevaluado.

- Como ventajas existe protección contra cambios en la paridad cambiaria del peso.

- Como desventajas, las tasas de rendimiento son menores.

3.2. MERCADO ACCIONARIO

El mercado accionario mexicano está integrado por las partes siguientes:

a) Parte Oferente.

La parte oferente del mercado accionario está representada por las empresas que cotizan sus acciones en la Bolsa Mexicana de Valores.

b) Parte Demandante.

Los inversionistas constituyen la parte demandante del mercado accionario, agrupandose en la forma siguiente:

- Empresas.
- Sociedades de Inversión.
- Instituciones de Seguros.
- Fondos de Renta Fija.
- Fondos de Renta Variable.
- Fondos de Pensiones.
- Fondos de Ahorro.
- Inversionistas Personas Físicas.

c) Parte Intermediaria.

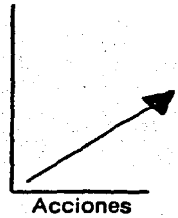
La intermediación tiene como función primordial contactar la parte oferente con la parte demandante. Esta es representada por:

- La Bolsa Mexicana de Valores,
- Las Casas de Bolsa y
- Los Agentes de Valores.

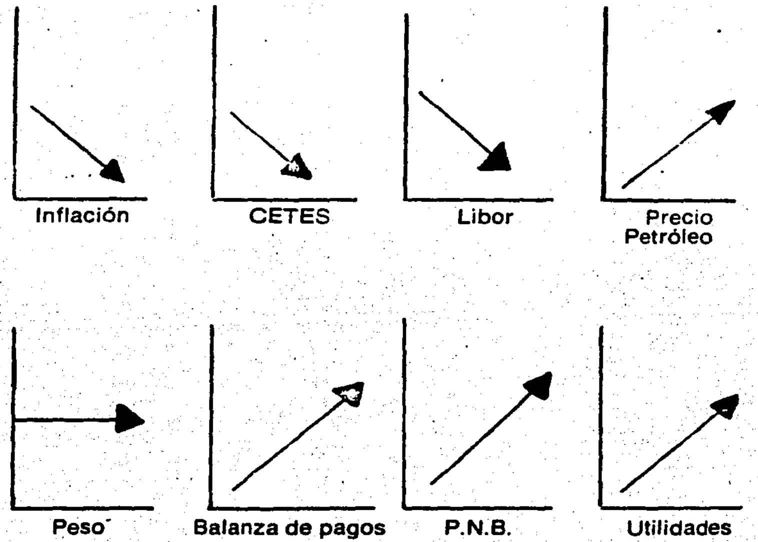
d) Organos de Vigilancia.

- H. Comisión Nacional de Valores.
- Instituto para el Depósito de Valores.

ESCENARIO DE "ANTICIPO" DE LA COTIZACION DE LAS ACCIONES.



ANTICIPO A:



3.2.1. MARCO METODOLOGICO

La situación del mercado accionario depende de los factores siguientes:

a) MACROECONOMICOS:
Tendencia futura de:
- Inflación
- P.N.B.
- Precio del petróleo
- Tasas de interés internacionales
- Cotización peso-dólar.

b) RESULTADOS CORPORATIVOS:
Crecimiento en :
- Utilidades
- Flujos de Efectivo
- Capital Contable.

c) LIQUIDEZ DEL INVERSIONISTA:
- Empresas
- Sociedades de Inversión
- Fondos de Pensiones
- Público en General.

d) CAPACIDAD DE OFERTA ACCIONARIA:
- Número de acciones existentes en el mercado secundario.

e) ATRACTIVO DE OTRAS ALTERNATIVAS:
- Dólares
- Metales
- Petrobonos
- Cetes.

El proceso metodológico para evaluar la inversión en acciones, sigue una secuencia de lo general a lo particular; se debe a las siguientes razones:

El comportamiento de una acción especifica depende en alto grado de la situación del mercado en general, el cual, depende de la marcha del entorno económico nacional; quien a su vez, es sensiblemente influenciado por el entorno económico internacional. Por lo tanto, el proceso evaluativo se desarrolla considerando las perspectivas de los siguientes puntos:

1) ENTORNO ECONOMICO INTERNACIONAL.

Referido principalmente a la inflación norteamericana y los precios del petróleo.

2) ENTORNO ECONOMICO NACIONAL.

Es indispensable analizar los niveles de inflación, P.N.B. y balanza de pagos.

3) TASAS DE INTERES INTERNACIONALES.

Una vez analizado el comportamiento de la inflación, P.N.B. y déficit americano, estimar la tendencia de los niveles de tasas de interés en dólares.

4) TASAS DE INTERES NACIONALES.

Al contar con una panorámica del comportamiento de la inflación, el P.N.B., balanza de pagos y de las tasas de interés internacionales, se tiene la referencia de los niveles en que se mantendrán las tasas de interés nacionales.

5) COTIZACION PESO-DOLAR.

Una vez considerado el comportamiento fúturo de :
- Inflación,
- P.N.B.,
- Precio del petróleo,
- Tasas de interés internacionales,
- Estado de la balanza de pagos,

es posible obtener una perspectiva acerca de la cotización del peso contra el dólar.

Analizados estos primeros cinco puntos, se está en condiciones de decidir si las perspectivas del mercado son de:

- **baja, la desición es: VENTA.**
- **alza, la desición es: COMPRA.**

Desición inicial que genera una interrogante: ¿Qué Comprar?

Para resolver ésta interrogante, es necesario desarrollar un análisis preciso del mercado, mismo que se describe a continuación:

6) <u>EL POTENCIAL DE OFERTA, DEMANDA Y OTRAS OPCIONES DE INVERSION.</u>

En éste punto se analiza, la capacidad de oferta accionaria, es decir, la cantidad de titulos que se encuentran operando en el Mercado Secundario. Posteriormente, se debe considerar la situación del sector inversionista en materia de liquidez, preferentemente hacia las acciones y la competencia de otros instrumentos de inversión.

7) <u>ANALISIS INDIVIDUAL DE EMISORAS.</u>

En el estudio de cada emisora, se evalúan los siguientes factores:

<u>7.a. ANALISIS SECTORIAL.</u>

Se desarrolla un estudio de los diversos ramos o sectores de emisoras, para identificar los FACTORES CLAVES DE RESULTADO, LAS OPORTUNIDADES Y PROBLEMAS que tendrán cada uno de ellos.

<u>7.b. CRECIMIENTO DE LAS UTILIDADES.</u>

El crecimiento en las utilidades es un aspecto que reviste máxima importancia en la evaluación de una acción, porque en realidad se estan comprando utilidades venideras.

Ahora bien, en materia de crecimiento de utilidades, lo que importa es la consistencia de las mismas y no la de un sólo ejercicio, por ejemplo:

Ejercicio	Tasa de crecimiento anual	Tasa de crecimiento compuesto
1981	128 %	
1982	20	
1983	95	
1984	30	
1985	60	66.6 %

7.c. EVALUACION DE LA CALIDAD FINANCIERA DE LA EMPRESA.

i) Para medir el impacto de las fluctuaciones del peso:

$$\frac{\text{PASIVO EN MONEDA EXTRANJERA}}{\text{PASIVO TOTAL}}$$

ii) Para conocer el margen de utilidad por cada peso de ventas:

$$\frac{\text{UTILIDAD}}{\text{VENTAS}}$$

iii) Para medir la eficiencia de los activos:

$$\frac{\text{UTILIDAD}}{\text{INVERSION}}$$

iv) Para cuantificar el rendimiento de cada peso invertido:

$$\frac{\text{UTILIDAD}}{\text{VENTAS}} \times \frac{\text{VENTAS}}{\text{ACTIVOS}}$$

v) Para cuantificar el flujo de efectivo contenido en cada acción:

$$\frac{\text{PRECIO DE LA ACCION}}{\text{FLUJO DE EFECTIVO POR ACCION}}$$

7.d. LAS PERSPECTIVAS FUTURAS DE LA EMPRESA

Otros factores que el inversionista debe evaluar son los relativos a:

- El mercado de productos actuales de la empresa, así como los de nueva introducción.
- Los riesgos inherentes, sobre todo los relativos a control de precios, disposiciones gubernamentales y condiciones externas.
- Los planes y proyectos de la empresa para los proximos años.

8) <u>EL ANALISIS INDIVIDUAL POR ACCION</u>

En esta fase se analizan los <u>múltiplos:</u>

p/u,
p/flujo de efectivo,
precio del mercado/valor contable y la bursatilidad de la acción.

8.a. <u>MULTIPLO PRECIO/UTILIDAD DE LA ACCION.</u>

- ¿Qué es el Múltiplo?.- Es el número de veces que se paga la utilidad de una empresa.

- Múltiplo conocido.- Es el cociente del precio al que se cotiza una acción entre la utilidad conocida de los últimos doce meses.

- Múltiplo estimado.- El cociente resultante de dividir el precio de la acción entre la utilidad estimada.

Es importante hacer notar que al comprar una acción, lo que le interesa al inversionista son las utilidades futuras; por lo tanto, <u>el múltiplo importante es el estimado.</u>

<u>Ejemplo.</u>
Sea la empresa "A":

precio de la acción	: $60.00
utilidad de los últimos doce meses	: 30.00
utilidad estimada	: 40.00

Determinación del múltiplo:

<u>Conocido.</u>

Precio de la acción/utilidad conocida = 60.00/30.00 = <u>2</u>

<u>Interpretación:</u> Al comprar esta acción se está pagando 2 veces la utilidad actual de la empresa.

Estimado.

Precio de la acción/utilidad estimada = 60.00/40.00 = 1.5

Interpretación: Al comprar esta acción se está pagando 1.5 veces la utilidad futura de la empresa.

8.b. EL MULTIPLO PRECIO/FLUJO DE EFECTIVO POR ACCION.

Este indicador adquiere aplicación por la importancia actual de los flujos de efectivo a una fecha dada.

Entiéndase por flujo de efectivo, la suma de utilidad neta (+) depreciaciones de activo fijo.

Indica el número de flujos de efectivo contenidos en cada acción.

Ejemplo:

Acción	: Visa
Precio	: $500.00
U.P.A.	: $220.00
Depreciación por acción	: $270.00

Múltiplo p/f.e.a. = 500.00/(220.00+270.00) = 1.1

8.c. LA RAZON PRECIO DE MERCADO/VALOR CONTABLE.

Esta razón indica el grado de subvaluación de una acción respecto al valor de reposición de los activos; es decir, es la relación que guarda el precio de mercado de la acción y su valor contable.

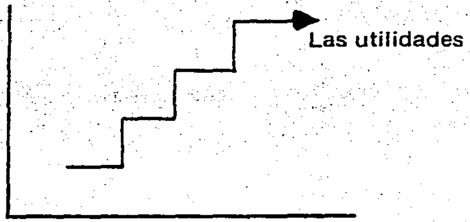
Ejemplo:

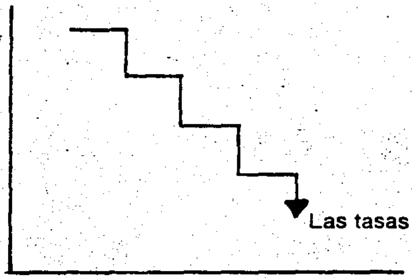
Acción	: Vitro
Precio de mercado	: $2,000.00
Valor contable	: $10,000.00

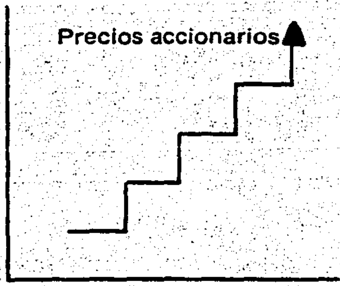
Relación p.m.a/v.c.a. = 2,000.00/10,000.00 = 20%

Esta relación nos indica una subvaluación del 80% del precio de mercado respecto a su valor contable.

LAS UTILIDADES CORPORATIVAS, LAS TASAS DE INTERES Y EL PRECIO DE LAS ACCIONES







8.d. BURSATILIDAD DE LA ACCION.

Otro factor a analizar es conocer el grado de liquidez que tiene una acción.

Este punto permite al inversionista organizado, ponderar positivamente la facilidad existente para comprar o vender una acción.

Frecuentemente suele confundirse el concepto de bursatilidad de una acción. Por ejemplo, erróneamente se considera más bursátil una emisora que opera con una cantidad de 100,000 acciones a un precio de $10.00 c/u, que otra que opera con una cifra de 50,000 a precio unitario de $50.00.

Para medir la bursatilidad de una acción se utiliza como parámetro la ponderación de la cantidad operada por su precio, por lo tanto, en el caso anteriormente citado, tiene mayor bursatilidad la acción que se opero en una cantidad de 50,000 unidades a $50.00 c/u que la acción cuyo volumen se negoció en 100,000 unidades a $10.00 c/u.:

Número de Acciones	Precio Unitario	Volumen Operado ($)
50,000	$ 50.00	2'500,000.00
100,000	10.00	1'000,000.00

El análisis conjugado de los puntos 7 y 8, permite al inversionista determinar las perspectivas de cada acción; y de éste modo, estar en condiciones de seleccionar los valores más adecuados.

9) ANALISIS DE CASOS PRACTICOS.

A continuación se presenta un conjunto de casos prácticos, con la finalidad de ilustrar objetivamente la evaluación de ésta inversión.

CASO 1. ESCENARIO DE ALZA DEL MERCADO ACCIONARIO.

El mercado accionario sube por la ocurrencia de los eventos siguientes:

- Tendencia a la baja de:
  - inflación.
  - tasas de interés internacionales
  - tasas de interés nacionales.
- Estabilidad en:
  - la cotización del peso.
  - el precio del petróleo.
- Crecimiento en:
  - P.N.B.
  - disponibilidad de divisas.
- Exceso de liquidez en el sistema financiero.
- Capacidad de oferta accionaria limitada.
- Poco atractivo de otros instrumentos de inversión.
- Resultados financieros atractivos de las emisoras.

CASO 2. ESCENARIO DE BAJA DEL MERCADO ACCIONARIO.

El mercado accionario baja cuando:

- La tendencia es alcista en:
  - inflación.
  - tasas de interés internacionales.
  - tasas de interés nacionales.
- Se contrae:
  - El P.N.B.
  - la disponibilidad de divisas.
  - la cotización del peso.
  - el precio del petróleo.
  - la liquidez del sistema financiero.
- Se incrementa:
  - la oferta accionaria.
  - el atractivo de otras inversiones.
- Disminuyen las utilidades de las empresas.

La definición de tendencia del mercado se dificulta en cierto modo, cuando existen factores con efectos positivos y otros negativos.

Ejemplo: Asumase un índice de 12,000 puntos y el siguiente escenario:

- Repunte inflacionario.
- Contracción del P. N. B.
- Baja en el precio del petróleo.
- Caída del peso vs. dólar.

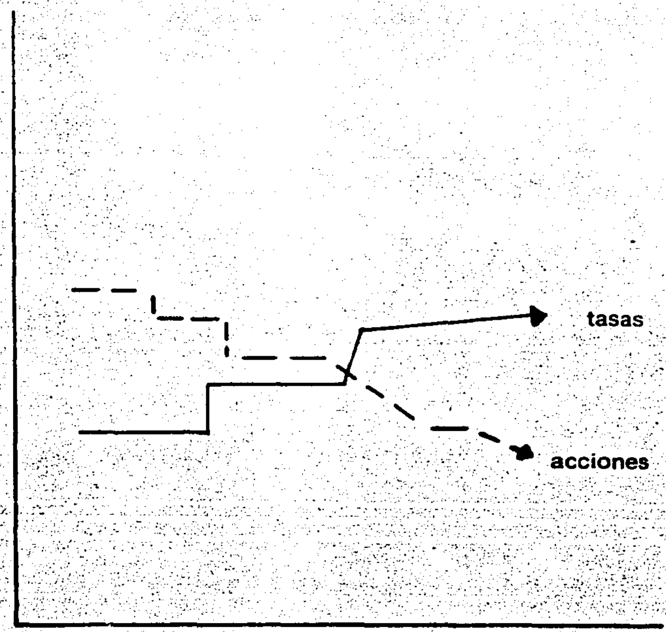
La conclusión parece determinante, en el sentido de que la tendencia del mercado será a la baja, por un entorno adverso, empero, el índice sube 40% un mes después, consecuencia de:

- Exceso de liquidez en poder del inversionista.
- Pérdida de atractivo de otras alternativas de inversión.

CASO 3. DETERMINACION DE LA TENDENCIA DEL PRECIO DE UNA ACCION EN BASE A ESCENARIOS.

FACTORES	ESCENARIO(1)	ESCENARIO(2)	ESCENARIO(3)
-Inflación	Alza	Baja	Alza
-P.N.B.	Contracción	Repunte	Disminución
-Petróleo	Baja	Alza	Baja
-Tasas de interés	Alza	Baja	Alza
-Cotización del peso	Baja	Estable	Baja
1a. Conclusión Entorno Económico:	**Desfavorable**	**Favorable**	**Desfavorable**
-Utilidades	Crecientes	Crecientes	Decrecientes
-Flujos de efectivo	Crecientes	Crecientes	Decrecientes
-Planes y proyectos	Favorable	Favorable	Inciertos
-Riesgos Operativos	Menores	Menores	Mayores
2a. Conclusión Situación Corporativa:	**Favorable**	**Favorable**	**Desfavorable**
-Oferta accionaria	Poca	Poca	Poca
-Liquidez del inversionista	Mucha	Mucha	Mucha
-Atractivo de otras inversiones	Poco	Mucho	Poco
3a. Conclusión Situación del Mercado:	**Favorable**	**Favorable**	**Favorable**
-Bursatilidad	Alta	Alta	Alta
-Imagen	Buena	Buena	Buena
-Razón Precio/Val. C.	25%	40%	10%
4a. Conclusión Estado de la Acción:	**Favorable**	**Favorable**	**Favorable**

LAS TASAS DE INTERES Y EL MERCADO ACCIONARIO.



Conclusiones Generales:

Escenario (1): A pesar de un entorno económico desfavorable, la tendencia del precio de la acción es a la alza.

Escenario (2): Las condiciones macroeconómicas, corporativas, de mercado y de la acción, están dadas para que la tendencia sea alcista.

Escenario (3): En función del estado corporativo de la empresa y de la situación del entorno, la tendencia de la acción será a la baja.; no obstante el poco atractivo de otras alternativas de inversión y de la baja razón: Prcecio de Mercado/Valor Contable de 10%

CASO 4. DETERMINACION DEL PRECIO TECNICO DE LA ACCION EN BASE A UTILIDADES CONOCIDAS.

El precio se determina ponderando la U.P.A. correspondiente a los últimos doce meses por el múltiplo.

Ejemplo:

- Empresa : Apasco.

Trimestre	Utilidad
1	$ 8.00
2	11.00
3	15.00
4	13.00

- Utilidad últimos doce meses: 47.00
- Múltiplo de Cotización: 3
- Precio Técnico: (47.00)(3) = $ 141.00

CASO 5. DETERMINACION DEL PRECIO TECNICO DE UNA ACCION EN BASE A UTILIDADES ESTIMADAS.

Ejemplo:

- Empresa : Apasco
- Utilidad estimada próximo ejercicio: $ 85.00
- Múltiplo de Cotización : 2.5
- Precio Técnico : (85.00)(2.5) = $ 212.50

CASO 6. DETERMINACION DEL PRECIO TECNICO DE UNA ACCION EN BASE A FLUJOS DE EFECTIVO.

- Acción : Apasco *
- F. e. a. : $130.00
- Múltiplo de Cotización : 2.5
- Precio Técnico : (130.00)(2.5) = $ 325.00

En periodos de alta inflación, esta forma de valuación es aplicada.

CASO 7. DETERMINACION DEL PRECIO DE UNA ACCION EN BASE A VALORES DE REPOSICION.

La revaluación de activos fijos se refleja en un aumento del capital contable de la empresa, por lo tanto, valuar una acción con el criterio de reposición implica considerar el valor contable por acción.

Ejemplo:

- Acción : Apasco
- Capital Contable : $ 12,000 millones
- Volumen de Acciones en Circulación : 10'000,000
- Valor Contable por Acción :

Cap. Contable/Número de Acciones =

12,000'000,000/10'000,000 = $ 1,200.00

CASO 8. DETERMINACION DEL PRECIO DE MERCADO DE UNA ACCION.

Este es el valor real definitivo de una acción, el cual está sujeto a la interacción de la oferta y la demanda por medio de la Bolsa Mexicana de Valores, de acuerdo al comportamiento de los siguientes factores:

Macroeconómicos:
- inflación
- P.N.B.
- precio del petróleo
- tasas de interés
- cotización peso dólar

Corporativos: - ventas
- costos
- utilidades
- flujos de efectivo
- planes y proyectos
- riesgos operativos

De Mercado: - capacidad de oferta accionaria
- grado de liquidez del inversionista
- atractivo de otras inversiones

De la Acción: - imagen
- bursatilidad
- valor contable de la acción.

En virtud de que en la determinación del precio de mercado de una acción, intervienen todos los factores anteriores, fijar el aspecto cuantitativo del precio resulta ser sumamente difícil; por lo que se procederá a fijar la tendencia del precio.

Ejemplo:

Dterminar la tendencia del precio de mercadode ésta acción que se cotiza a la fecha en $150.00 considerando los precios técnicos en base a:

- utilidades conocidas	:	$ 141.00
- utilidades esperadas	:	212.00
- flujos de efectivo	:	325.00
- valores de reposición	:	1,200.00

La tendencia futura de la acción será a la ALZA; ya que se encuentra subvaluada respecto a: utilidades estimadas, flujos de efectivo y valores de reposición.

CASO 9. DETERMINACION DE UNA ACCION SUBVALUADA.

Sea "P" la acción del sector autopartes y los siguientes indicadores financieros:

Múltiplos p/u.
- del mercado general : 4.4
- del sector : 3.8
- de la tasa de interés : 1.8
- de la acción P : 1.5

Razón precio/valor contable.
- del mercado : 38%
- del sector : 47%
- de la acción P : 20 %

Bursatilidad.
- del mercado general : 6%
- del sector : 5%
- de la acción P : 7%

Imagen.
- del sector : Buena
- de la acción: Buena

Riesgos Corporativos.
- del mercado general : Bajos Niveles
- del sector : Bajos Niveles

- de la acción P : Bajos Niveles

Obsérvese la subvaluación de la acción "P", respecto a todos los indicadores descritos.

CASO 10. DETERMINACION DE UNA ACCION SOBREVALUADA.

Ejemplo: Sea el precio de la acción "Z" del sector autopartes y los siguientes indicadores financieros:

Múltiplos p/u.
- del mercado general : 4.4
- del sector : 3.8
- de la tasa de interés : 1.8
- de la acción Z : 6.2

Razón precio/valor contable.
- del mercado : 38%
- del sector : 47%
- de la acción Z : 73 %

Bursatilidad.
- del mercado general : 8%
- del sector : 7%
- de la acción Z : 3%

Imagen.
- del sector : Buena
- de la acción: Regular

Riesgos Corporativos.
- del mercado general : Bajos Niveles
- del sector : Bajos Niveles
- de la acción Z : Mayor Riesgo

CASO 11. COMPRA/VENTA DE UNA PROPORCION SIGNIFICATIVA DE DEL CAIPITAL SOCIAL DE UNA EMPRESA Y SU IMPACTO EN EL PRECIO DE LA ACCION.

- empresa : Grupo Industrial Alfa
- acción : Alfa
- tenencia del capital:

socio "A"	40 %
socio "B"	18
socio "C"	12
socio "D"	5
socio "E"	10
mercado secundario :	15
	100 %

- cotización de la acción en Bolsa : $160.00
- operación de compra/venta: socio "B" propone a socio "A" la compra de su tenencia accionaria de 40%, "A" está dispuesto a realizar la venta a un precio de $500.00 por acción. Socio "B" acepta.

El objetivo del socio "B" es tener la mayoría de capital a un precio de $160.00. "B" ordena a su agente de bolsa comprar todas las acciones que se coticen, incrementando sensiblemente la cotización.

CASO 12. OPERACION DE ARBITRAJE CON ACCIONES.

- Acción	: Tamsa	
- Plazas de cotización	: México, Nueva York	
	Precios	
	México	Nueva York
- Cotización el dd/mm/aa	: \$600.00	\$1.00 USA
- Tipo de cambio peso/dólar	: \$700.00	
- Plaza de compra	: \$600.00	
- Plaza de venta	:	\$1.00 USA,
	(1)(700)=	\$700.00
- Diferencial	: \$ 100.00	(utilidad)

3.2.2. OPERACIONES A PLAZO.

Una operación a plazo es aquella cuya liquidación se hará en una fecha futura a un precio pactado previamente.

CARACTERISTICAS PRINCIPALES.

- El plazo máximo es de 360 días.
- Los derechos que se deriven de los títulos objeto de la operación, corresponden al comprador.
- Tanto el comprador como el vendedor garantizan su liquidación.
- El comprador tendrá en cualquier momento el derecho de liquidar en forma anticipada la operación, pagando por ello, el precio pactado.

Existen tres tipos de precios en esta operacion:

Precio a plazo.- Es el precio pactado en este tipo de operación.

Precio básico.- Es el último precio de las transacciones de contado registrado en la bolsa el día en que se celebre la operación a plazo.

Precio de mercado.- Es el que se registra al cierre de las operaciones de contado al cierre de las transacciones en la bolsa.

Ejemplo: Considérese que el día 30 de noviembre se realiza una operación a plazo de 550,000 acciones CIFRA *B a un plazo de 30 días en un precio de $250.00, cuando la última cotización de contado fué de $230.00 y el último precio del día fué de $232.00.

- el precio pactado es : $250.00
- el precio de básico es : $230.00
- el precio de mercado es: $232.00

GARANTIAS.

Del vendedor : depósito de los valores objeto de la operación.

Del comprador: depósito de la diferencia entre el importe de la operación al precio a plazo y el importe al precio básico, más el 5% del precio básico

VALORES OTORGADOS EN GARANTIA POR EL COMPRADOR.

Los valores otorgados en garantía son:

- Cetes
- Acciones
- Obligaciones
- Petrobonos

AJUSTE DE GARANTIAS.

En caso de que el precio de mercado de los valores objeto de la operación sea inferior en 5% o más al precio básico, el comprador deberá incrementar la garantía por un monto equivalente a la diferencia entre el importe de la operación a precio básico y su importe a precio de mercado.

En igual forma, si el importe de los valores entregados en garantía por el comprador disminuye 5% ó mas, respecto al precio del día en que se entregaron en garantía, se exigirá una reconstitución de la garantía equivalente al decremento.

En el caso de que el precio de mercado de los valores objeto de la operación a plazo aumente en 5% ó más, en relación con el precio básico, el comprador tendrá derecho a retirar de su garantía la diferencia entre el importe de la operación calculada a precio de mercado y su importe estimado a precio básico.

En el supuesto de que el precio de los valores entregados en garantía por el comprador aumente 5% o más, respecto de su precio el día en que se entreguen en garantía, el comprador podrá retirar la diferencia entre el importe de dichos valores calculado al nuevo precio y su importe en la fecha en que se entreguen en garantía.

OBTENCION DE FINANCIAMIENTO MEDIANTE UNA OPERACION A PLAZO.

Esta operación consiste en vender valores en el mercado spot y recomprarlos a plazo, obteniendo liquidez sin perder la tenencia de los valores.

Ejemplo: Obtención de fondos al 64.54% a un plazo de 90 días, utilizando el PETROBONO cuyos precios son:

- precio spot : $189.00
- precio a 90 días : 222.75

- Determinación de los ingresos:

Venta de 1000 PETROBONOS a $189.00 c/u........	$ 18,900.00
(+) intereses	184.72
(-) comisión por venta	47.25
Ingresos Netos	19,037.47

- Determinación de egresos:

Compra de 1000 PETROBONOS a $222.75 c/u	$ 22,275.00
(+) comisión de compra	55.68
Egresos Totales	22,330.68

DETERMINACION DEL COSTO ANUALIZADO.

Costo Real = (Egresos Totales-Ingresos Netos)/Ingresos Netos

= (22,330.68-19,037.47) / 19,037.47

= (0.1729/90)(360)

Costo Real = 69.19 %

LA RENTABILIDAD DEL INVERSIONISTA.

- Inversión:

-compra en el mercado spot.........	$ 18,900.00
(+) intereses	184.72
(+) comisión	47.25
total	19,131.97

- Vencimiento de la inversión:

-venta a plazo	$ 22,275.00
(-) comisión	55.68
total	22,219.32

EL RENDIMIENTO.

(importe de venta-importe adquisición)/importe adquisición

Rendimiento = (22,219.32-19,131.97)/19,131.97

= (0.1642815790)(360) = 0.6571

Rendimiento = 65.71 %

LA INVERSION EN ACCIONES COMO INSTRUMENTO DE RENTA FIJA.

La forma de convertir esta inversión de renta variable en inversión de renta fija es a través de operaciones a plazo.

Ejemplo:

- Acción	livepol
- No. acciones adquiridas	10,000
- Precio de compra	\$200.00 c/u
- Importe	\$2'000,000.00
- Comisión de compra	34,000.00
- Importe Neto de la compra	\$2'034,000.00

- Venta a plazo de	60 días
- Precio de venta	\$230.00
- Monto de la venta	\$2'300,000.00
- (-) Comisión de venta	\$ 39,100.00
- Importe neto de la venta	\$2'260,900.00

Cálculo del rendimiento fijo:

- Importe de la venta neta	\$2'260,900.00
- (-) Importe neto de la compra	2'034,000.00
- Utilidad:	226,900.00

Rendimiento = ((utilidad/inversión)/60)(360)

= (226,900.00/2'034,000.00)/60)(360)

= (0.1115535/609(360) = 0.6693215

Rendimiento = 67 %

3.8 LA INVERSION EN ORO

Las opciones de inversión en oro en nuestro pais son:

- Centenarios.
- Onzas troy de oro.

CARACTERISTICAS PRINCIPALES.

Onza troy de oro:
- La cotización internacional se realiza en dólares.
- Los precios se fijan diariamente en los mercados internacionales.
- Los mercados internacionales donde se opera este metal son: Londres, Nueva York y Zurich.

Centenario:
- La cotización de compra-venta se fija en función del precio internacional de la Onza Troy de oro y de la cotización del peso vs. dólar.
- El contenido de oro es 1.2 Onzas Troy.

CONFIGURACION DEL MERCADO DEL ORO.

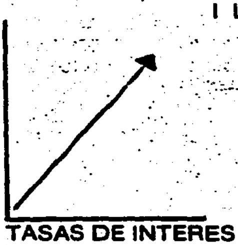
LA DEMANDA.

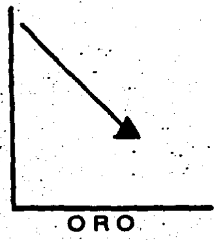
TIPO	%
Joyería	61
Atesoramiento	14
Monedas Oficiales	8
Odontología	5
Electrónica	3
Medallas	5
Otros usos	4
	100 %

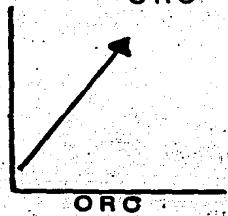
LA OFERTA.

TIPO	%
Producción Oeste	56
Ventas de la URSS	26
Ventas de Bancos Centrales	7
Fondo Monetario Internacional	11
	100 %

I L U S T R A C I O N E S







Por su impacto en el precio del oro, cabe hacer las consideraciones siguientes:

- En el caso de Sudáfrica, ésta vende el metal según su necesidad de captación de divisas para nivelar su balanza de pagos; de donde las ventas soviéticas representan alrededor de 5% de su exportación de mercancías.

METODOLOGIA DE EVALUACION.

Los factores básicos a considerar son:

- Cotización futura de la Onza Troy.
- Cotización del peso vs. dólar.

Para evaluar este tipo de inversión es necesario:

1. Considerar los factores que ejercen mayor influencia en el precio del oro, mismos que son de tipo económico, financiero y político.

Económicos :
- Nivel de Inflación Internacional.
- Precio del petróleo.

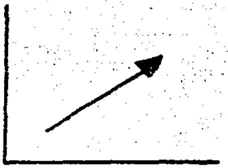
Financieros:
- Tasas de Interés.
- Cotización del Dólar vs. Euromonedas.
- Liquidez monetaria.

Politicos :
- Incertidumbre Política.
- Conflictos bélicos.

2. Considerar las reacciones siguientes del precio del oro.

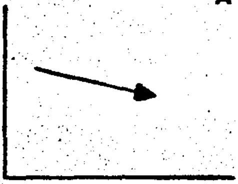
EVENTO	REACCION DEL PESO	CAUSAS
Aumenta la inflación mundial	Aumenta	Refugio en dinero fuerte
Disminuye la inflación mundial	Disminuye	Preferencia por papel moneda.
Aumenta el precio del petróleo	Aumenta	Estimula la inflación.
Disminuye el precio del petróleo	Disminuye	Baja la inflación.
Aumentan las tasas de interés	Disminuye	Otras inversiones se vuelven más activas
Disminuyen las tasas de interés	Aumenta	Canalización de recursos Hacia el oro.

ESCENARIO DE ANTICIPO DE LA COTIZACION DEL ORO.



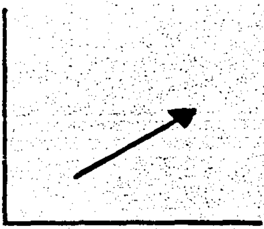
Onza Troy oro

ANTICIPO A:



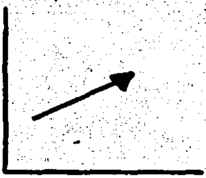
Tasas de interés

Dólar

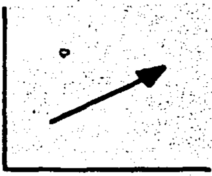


Onza Troy oro

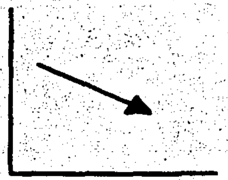
ANTICIPO A:



Precio petróleo



Inflación EE.UU



Dólar

EVENTO	REACCION DEL PESO	CAUSAS
Aumenta la cotización del dólar	Disminuye	Dólar más demandado como medio de inversión.
Disminuye el precio del dólar	Aumenta	Reciclaje de dólares en oro.
Aumenta la liquidez en países industriales	Aumenta	Anticipación de aumento en inflación.
Aumenta la incertidumbre política	Aumenta	Por mayor seguridad.

3. Ponderar los factores antes citados para efectos de precisar aquellos que ejercen mayor influencia en el precio del oro.

4. Formular un escenario respecto a la cotización del peso con respecto al dólar para los meses venideros.

5. Calcular la rentabilidad de esta inversión.

6. Comparar la rentabilidad con otros instrumentos de inversión similares.

Aspectos Relevantes.

- Protección contra devaluación del peso.
- Oportunidad de obtener ganancias de capital.
- Riesgo de incurrir en pérdida de capital.
- Poca líquidez.

3.4. LA INVERSION EN PLATA.

CARACTERISTICAS PRINCIPALES.

- El principal instrumento de inversión en plata es la Onza Troy.
- El precio para la Onza Troy se fija todos los días en los mercados internacionales, mismo que se expresa en dólares.
- Los mercados principales para la cotización de este metal son: Chicago, Londres y Nueva York.
- El precio de la Onza troy en pesos es fijado por las instituciones bancarias, considerando la cotización internacional de la plata y el tipo de cambio del peso contra el dólar.

METODOLOGIA DE EVALUACION.

Los factores básicos a considerar en esta inversión son:

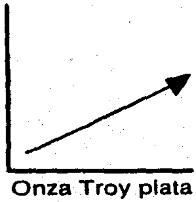
- Cotización internacional de la Onza Troy.
- Paridad peso-dólar.

1. Estimar el precio de la plata considerando:
   - Niveles de oferta y demanda.
   - Grado de actividad industrial.
2. Formular un escenario relativo a la cotización futura del peso contra el dólar.
3. Calcular tasas de rentabilidad en función al precio de la plata pronosticado y al tipo de cambio del peso contra el dólar.
4. Evaluar la tasa de rentabilidad calculada, comparándola con otras opciones de inversión.

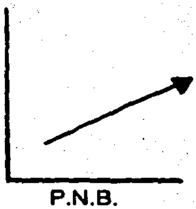
Aspectos Relevantes.

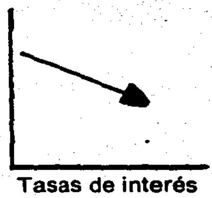
- Protección contra devaluación
- Oportunidad de obtener ganacias de capital.
- Alta liquidez.
- Riesgo de pérdida de capital.
- Riesgo de estancamiento de la inversión.

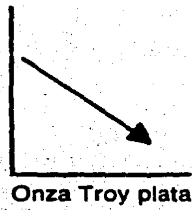
ESCENARIO DE ANTICIPO DE LA COTIZACION DE LA PLATA.



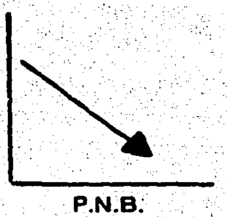
A N T I C I P O   A :

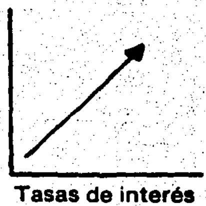






A N T I C I P O   A :





3.5 FUTUROS.

Alternativas de inversión:

- Futuros Accionarios. (México).
- Futuros oro. (U.S.A).
- Futuros de plata. (U.S.A.).

3.5.1 FUTUROS ACCIONARIOS.

Durante 1983 se autorizó el funcionamiento de las operaciones a futuro con acciones y petrobonos bajo los lineamientos siguientes:

Caracteristicas principales de las acciones a operar:

- Bursatilidad.
- Dilusión significativa del capital social del inversionista.
- Fechas de liquidación: los lunes más cercanos a los días 10 de los meses determinados por la B.M.V.
- Valores seleccionados:
  -Carbide -Celanes -Cifra -Codumex -Desc -Frisco
  -Kimber -Livepol -Moderna -Peñoles -Telmex
- Partes que depósitan garantías: -Compradores y -Vendedores.
- Monto de la garantía: 10% del importe de la operación.
- Valores en garantía: Efectivo.
- Precios:
  -pactado: Es el precio contratado en la realización de una operación a futuro.
  -ponderado: Corresponde al precio ponderado del día.
- Revisión de Garantías: Diaria.
- Destino de las Garantías: Inversión en CETES.
- Destino de los rendimientos de las garantías:
  -85% para participantes.
  -15% para B.M.V.
- Liquidaciones:
  -Al vencimiento. Consiste en entregar los valores por el vendedor y el efectivo por el comprador en la fecha estipulada.
  -Anticipada. Consiste en celebrar la operación inversa.
  -Por Reversión: Consiste en la liquidación en efectivo de saldos sin mediar entrega de valores.

LAS UTILIDADES Y LAS PERDIDAS.

Todos los dias se determinan las utilidades y las pérdidas derivadas de la operación en base al diferencial entre el precio pactado y el precio de referencia, mismas que se deben liquidar el dia hábil inmediato siguiente.

Si suben los precios de las acciones, gana el comprador.
Si bajan los precios de las acciones, pierde el comprador.
Si suben los precios de las acciones, pierde el vendedor.
Si bajan los precios de las acciones, gana el vendedor.

OPORTUNIDADES DE LOS FUTUROS ACCIONARIOS.

- Tendencia alcista de mercado : comprando a futuro.
- Tendencia a la baja del mercado: vendiendo a futuro.
- Combinación de posiciones spot y futuros: Para disminución de riesos.
- Obtención de liquidez: vendiendo en el mercado spot y comprando a fúturo.

OPERACIONES DE FUTUROS CON ACCIONES.

Escenarios de compra cuando:

- La inflación disminuye.
- Bajan las tasas de interés internacionales.
- Crece el P.N.B.
- Se estabiliza el precio del crudo.
- Se reducen las tasas de interés internas.
- Aumentan las utilidades corporativas.
- El mercado se encuentra subvaluado.

Escenrios de venta cuando:

- La tendencia general del mercado es de baja.
- La cotización de una acción es a la baja, resultante de una:
  - contracción de mercados.
  - baja de ventas.
  - disminución de utilidades.
  - reducción de flujos en efectivo.
  - cancelación de proyectos.
  - presencia de conflictos laborales.
- El precio de la acción está sobrevaluado.

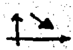
3.5.2. FUTUROS DE ORO.

El mercado bajo el cual se realiza este tipo de inversiones tiene las particularidades siguientes:

- Mercados principales: Nueva York, Chicago.
- Número de Onzas Troy contenidas en un contrato: 100.
- Cálculo del valor técnico de un contrato:
  (Número de Onzas)(Cotización de la Onza*)
  *al plazo del fúturo.
- Monto de la garantía por contrato: 6 a 12% del valor del contrato.

Ejemplo:

No. Onzas		100
Cotización de la Onza	:	400.00DLLS.
Valor total del contrato:		40,000.00DLLS.
Garantía al 6%	:	2,400.00DLLS.

- Revisión de las garantías: Es constante de acuerdo a las fluctuaciones en los precios.
- Plazos de cotización: -Febrero
  -Abril
  -Junio
  -Agosto
  -Octubre
  -Diciembre
- Comisiones: entre 50 y 70 dólares por cada contrato.
- Tipos de operación:
  - -Compra: -DAY TRADE : liquidación mismo día.
    -OVER NIGHT: liquidación incluso al vencimiento.
  - -Venta : -DAY TRADE.
    -OVER NIGHT.
- Posiciones:
  - -Corta : Consiste en tener Onzas Troy, esto implica tener que vender para liquidar la compra. 
  - -Larga : Consiste en comprar primero, lo que implica tener que vender para liquidar la compra. 

Ejemplo:

- De posición corta:
  - -Cotización contrato a tres meses $420.00DLLS/O.T.
  - -Expectativa respecto al precio:
  - -Decisión: posición en corto, para comprar a precio menor.

- De posición larga:
  - Cotización contrato a 2 meses $415.00DLLS/O.T.
  - Expectativa respecto al precio:
  - Decisión: Posición larga, para vender a un precio superior a los $415.00DLLS/O.T.

- Fluctuaciones máximas:
  Se permite una fluctuación máxima en el precio del oro en una SOLA SESION de $25.00DLLS/O.T.

  Ejemplo:

	DIC./20	DIC./21	
- Cotización spot	$400.00	$460.00	
- Cotización a 3 meses	420.00	445.00	(+)25.00

OPORTUNIDADES DE ESTA INVERSION.

- Requieren de poca liquidez por el bajo margen requerido.
- Se puede obtener utilidad con tendencia del oro al alza ó a la baja.

RIESGOS.

- Se puede perder con el oro a la alza ó la baja.
- Las pérdidas son significativas.

INDICADORES RELEVANTES PARA REALIZAR OPERACIONES.

1) Factores técnicos : gráficas.
2) Factores fundamentales: indicadores económico-financieros

Los principales indicadores económico-financieros son los siguientes:

- Medio Circulante de U.S.A.
- Indice Dow Jones.
- Monto del Déficit fiscal de U.S.A.
- Cotización de los Bonos en las dos Bolsas de Valores de Nueva York.

La razón de considerar los indicadores anteriores es por su correlación directa con las TASAS DE INTERES y éstas con el precio del oro.

ESTRATEGIAS PARA OPERAR FUTUROS DE ORO

Definición del tipo de operación por la presencia de eventos futuros.

EVENTO FUTURO	COTIZACION DE LA ONZA TROY	TIPO DE OPERACION A REALIZAR
-Baja el precio del petróleo	baja	CORTO
-Repunte de la inflación en U.S.A.	sube	LARGO
-Contracción del dólar	sube	LARGO
-Alza de tasas de interés	baja	CORTO
-Inestabilidad politica	sube	LARGO
-Crecimiento en déficit fiscal	baja	CORTO
-Disminución de la tasa de inflación	baja	CORTO

3.5.3 FUTUROS DE LA PLATA.

Las caracteristicas principales de los futuros de la plata son las siguientes:

- Mercado Principal: Nueva York.
- Número de Onzas Troy contenidas en un contrato: 5,000
- Precio Técnico de un contrato:
  (No. de Onzas Troy)(Precio de la Onza Troy)
- Margen de Garantia por contrato: entre 6 y 12% del valor total del contrato.
- Revisión de garantias: En función a las fluctuaciones de las cotizaciones.
- Plazos de cotización:
  - Febrero
  - Abril
  - Junio
  - Agosto
  - Septiembre
  - Octubre
  - Diciembre
- Tipos de operación:
  - DAY TRADE.
  - OVER NIGHT.
- Tipos de Ordenes:
  - mercado.
  - precio limitado.
  - condicionado.
- Posiciones:
  - Cortas.
  - Largas.

- Rangos máximo de fluctuación: .50DLLS por Onza Troy por sesión.

PRINCIPALES INDICADORES QUE SE CONSIDERAN EN LAS DECISIONES DE COMPRA-VENTA.

Por su efecto directo en el nivel de actividad económica, se consideran los indicadores siguientes:

- Número de permisos para construir casas habitación.
- Número de pedidos de activos fijos.
- Situación de la industria automotriz.
- Promedio de horas laboradas por semana.
- Apertura de nuevas empresas.
- Indice del American Stock Exchange.

ESTRATEGIAS PARA OPERAR FUTUROS DE PLATA.

EVENTO FUTURO	COTIZACION DE LA ONZA TROY	TIPO DE OPERACION A REALIZAR
- Icremento en el P.N.B.	sube	LARGO
- Recesión Económica	baja	CORTO
- Disminución de pedidos de activos fijos	baja	CORTO
- Repunte en la industria de la construcción	sube	LARGO
- Alza en las tasas de interés	baja	CORTO
- Crecimiento en el empleo	sube	LARGO
- Icremento de la oferta mundial de plata	baja	CORTO

3.5. LA INVERSION EN PETROBONOS.

CARACTERISTICAS PRINCIPALES.

- Valor nominal.	$1,000.00 y $10,000.00.
- Duración de los titulos.	tres años.
- Tasa de rendimiento neto.	E-1983 : 9.48% anual. E-1984 : 9.48% anual. E-1985 : 9.48% anual. E-1985-1: 9.48% anual. E-1986 : 9.48% anual.
- Respaldo de los titulos.	petróleo ligero, calidad istmo.
- Regimen fiscal para ganacias de capital	-personas fisicas exentas, -personas morales las acumulan al ingreso grabable

PRECIOS MINIMOS GARANTIZADOS.

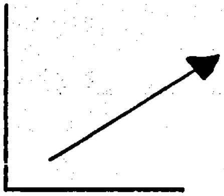
Emisión	Precio (DLLS./Barril)
1983	29.00
1984	29.00
1985	27.75
1985-1	26.75
1986	15.50

La determinación del valor de amortización se hace a través del producto del número de barriles que respalda cada titulo, por el precio del crudo ligero de exportación, por la cotización del peso contra el dólar controlado correspondiente a la fecha del vencimiento del petrobono.

PETROBONOS VIGENTES ACTUALMENTE.

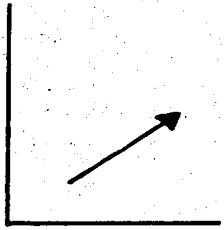
Emisión	No. Barriles/titulo	Fecha Amortización
1984	0.18141182	17/XII/87
1985	0.16769527	29/IV/87
1985-1	1.30939326	23/VIII/88
1986	1.34212875	14/IV/89

ESCENARIO DE "ANTICIPO" DE LA COTIZACION DE PETROBONOS.

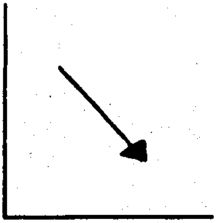


Petrobonos

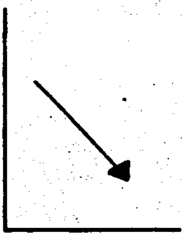
ANTICIPO A:



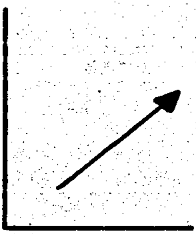
Inflación



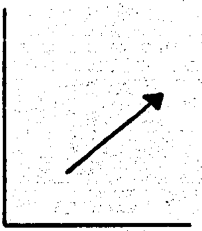
Peso



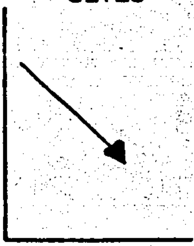
CETES



Libor



Precio Petróleo [a]



Precio Petróleo [aa]

[a] Del mínimo garantizado.
[aa] Presión al peso.

COMPORTAMIENTO DE LOS PETROBONOS.

Los petrobonos se han convertido en el instrumento de inversión más rentable en los últimos cinco años; las ganacias de capital reportadas por las diversas emisiones son las siguientes:

RENTABILIDAD.

Emisión	De la emisión	Anual
1977	103%	34%
1978	158	53
1979-1	355	118
1979-2	321	106
1980	380	127
1981	431	144
1982	376	125

Las principales razones por las cuales se observaron estas proporciones son las siguientes:

Petrobono 1977.

- Alza en el precio del petróleo de 158%.
- Devaluación del peso frente al dólar 0.7%.

Petrobono 1978.

- Alza en el precio del petróleo de 187%.
- Devaluación del peso frente al dólar 3.5%.

Petrobono 1979-1.

- Alza en el precio del petróleo de 44%.
- Devaluación del peso frente al dólar 20/%.

Respecto a las emisiones 1980, 1981 y 1982 estas se han visto fuertemente influenciadas por los eventos:

- Baja en el precio del petróleo -calidad istmo- de $38.50 a $38.50 DLLS/Barril.
- Aumento de 10% en el número de barriles que originalmente respaldaban a las emisiones de 1980 y 1981.
- Devaluación del peso frente al dólar en 1982.

Respecto a las emisiones 1983, 1984, 1985 y 1985-1 estas han sido fuertemente afectadas por la depreciación del peso contra el dólar.

RED DE INFORMACION REQUERIDA PARA LA EVALUACION DE PETROBONOS.

La información necesaria para evaluar esta inversión se enfoca a los aspectos relativos a:

- la cotización.
- la amortización.
- la indexación.
- la rentabilidad.
- los riesgos.

Información relativa a la cotización.

Al operarse los petrobonos en un mercado secundario, su cotización tendrá fluctuaciones continuas; por lo tanto, al inversionista le interesa conocer los factores que impulsan a la alza y a la baja el precio de los titulos.

Factores que influyen en una alza de los petrobonos.

Los petrobonos suben, anticipandose a cambios futuros en:
- el precio del petróleo,
- la cotización del peso y
- las tasas de interés.

El precio del petróleo.

Si se aproxima un alza en el precio del petróleo. Siempre que éste sea superior al minimo garantizado, los petrobonos aumentan su cotización.

También, si el precio del petróleo tiende a la baja, los petrobonos suben debido a que tienen un precio minimo garantizado, recordando que las disminuciones en el crudo, afectan la cotización del peso.

La cotización del peso.

El principal atractivo que revisten los petrobonos es su cobertura contra fluctuaciones en el tipo de cambio y dado que éste continuamente se devalúa, los petrobonos incrementan su cotización en fiunción al ajuste porcentual dfel peso contra el dólar.

Las tasas de interés.

Razón:

- Competitividad de rendimientos. Si las tasas d einterés aumentan, los petrobonos bajan y viceversa.

Anteriormente, se afirmó que los aumentan y disminuyen anticipándose a cambios en el precio del petróleo, en la cotización peso/dólar y en las tasas de interés, por lo que resulta interesante identificar las causas técnicas, que se traducen en las tres variables citadas en materia de:

Precio del petróleo.

- Estabilidad en el mercado internacional.
- Cotización del crudo en los mercados spot.
- Estructura de precios de países exportadores como Rusia, Noruega, Gran Bretaña y miembros de la OPEP.
- Relación: consumo internacional/producción mundial.

Cotización peso-dólar.

- Diferencial inflacionario México-U.S.A.
- Disponibilidad de divisas, resultante de la balanza de pagos.

Tasas de interés.

- Nivel de inflación interna.
- Politica cambiaria.
- Grado de liquidez existente en el sistema financiero.

Información referida a la amortización.

El valor de la amortización es el precio al cual el gobierno federal amortiza los petrobonos, constituye el factor determinante de la ganancia de capital y/ó rentabilidad de la inversión, motivo por el cual, el inversionista diseña diversas simulaciones fundamentadas en una serie de supuestos para determinar el valor de la amortización, veamos:

Cálculo del valor de amortización.

(a)(c)(p)

donde: a = No. de barriles que respalda a cada petrobono.
c = Cotización peso/dólar*.
p = Precio del petróleo**.

* Actualmente, tipo controlado de equilibrio.
** Calidad Istmo, si el precio es inferior al

mínimo garantizado, se considera éste último.

Para lo cual, se requiere estimar dos datos a futuro:
- Precio del petróleo.
- Cotización peso/dólar.

Simulación del valor de amortización del petrobono'84.

Hipótesis:

- Precio del petróleo : $29.00 US "mínimo garantizado".
- Cotización peso/dólar: Ajustando la cotización base al diferencial inflacionario.

- cotización base:		$400.00
- inflación México:	55%	
- inflación U.S.A.:	5	
- diferencial inflacionario:	50	

cotización base:	$400.00
(+) ajuste por dif. inf.:	200.00
cotización ajustada:	600.00

Valor de amortización:

acp = (0.18141182)(29.00)(600.00) = $3,156.00

Información referida a la indexación.

La indexación consiste en ajustar una variable en términos del comportamiento de otra(s) variable(s).

Ejemplo: Indexación de sueldos a inflación.
- Si la inflación aumenta 50%,
- Los sueldos también se incrementan 50%.

INDEXACION EN LOS PETROBONOS.

La introducción del concepto de indexación en los petrobonos es la parte relativa al pago de intereses; dado que éstos se determinan como sigue:

(tasa anual)(no. barriles)(costo US-barril)(cot. peso-dólar)

De manera tal, que los intereses serán crecientes en cada periodo de pago trimestral; ya que, cada trimestre el tipo de cambio será mayor.

Por ésta razón, los intereses otorgados por los petrobonos estan indexados a la cotización controlada del peso.

Información referida a la tasa de rentabilidad.

El punto relevante de toda inversión es la rentabilidad porcentual que proporciona a su tenedor, por eso, lo que interesa conocer al respecto es:

- el porcentaje de rentabilidad de los petrobonos, bajo diversos escenarios; ya que, la rentabilidad de toda inversión de renta variable debe estimarse sobre la base de determinadas hipótesis.

Ejemplo: Asumiendo los siguientes escenarios:

SUPUESTO	ESCENARIO(1)	ESCENARIO(2)	ESCENARIO(3)
-precio del petróleo.	$25.00Dls.	$24.00Dls.	$28.00Dls.
-ajuste al peso.	55%	70%	45%
-tasa de rentabilidad anual.	90%	125%	76%

Información referida a los riesgos del petrobono.

Si el petrobono por ser un valor de renta variable, cuyo precio se fija por la interacción de la oferta y la demanda, conlleva los siguientyes riesgos:

- pérdida de capital,
- oportunidad y
- cobertura

Riesgo de Capital.

Consiste en adquirir un petrobono a un precio sobrevaluado que implique venderlo a un precio inferior.

Riesgo de Oportunidad.

Consiste en obtener una rentabilidad inferior a la que otros instrumentos similares proporcionan .

Riesgo de Cobertura.

Filosóficamente al estar el petrobono respaldado por barriles de petróleo, mismos que se cotizan en dólares, protegen contra variaciones en la cotización del peso.

Pero, considerando la variedad de tipos de cambio, puede ser que el petrobono no incremente su valor en la proporción devaluatoria.

Ejemplo:

- incremento de la cotización libre	25%
- incremento en la cotización controlada	12%
- alza en los petrobonos	12%

CONCLUSION.
El petrobono no cubrió totalmente la fluctuación libre del peso.

METODOLOGIA DE EVALUACION.

El análisis y evaluación de éste instrumento de inversión ha caracterizado por su errónea aplicación; en la mayoría de los casos, esta situación se presenta por las peculiaridades mismas de los bonos, ya que:

- Al existir un mercado secundario, los bonos se convierten en valores de renta variable, cuya cotización estará en función de la oferta y la demanda.
- El respaldo de los petrobonos se expresa en dólares, pero los intereses y la amortización de los mismos, en pesos.
- Frecuentemente es mal interpretado el valor de los petrobonos al comprarse éstos con el precio del dólar.
- El cálculo del valor técnico de las emisiones suele hacerse en forma equivocada.

Descripción del proceso metodologico:

1. Tomar como referencia la fecha de amortización del petrobono.

2. Desarrollar un escenario respecto a la cotización del precio del petróleo en el mercado internacional, considerando los siguientes aspectos:

   - Actividad industrial internacional.
   - Niveles de producción de crudo (oferta).
   - Niveles de demanda.
   - Reservas de los principales paises industrializados.
   - Niveles de las tasas de interés, por su efecto

directo en el costo del financiamiento de las reservas.

3. Desarrollar un escenario respecto a la cotización futura del peso contra el dólar.

4. Dado el marco de referencia anterior, determinar los puntos siguientes:

   - Intereses ganados (Int).
   - Ganancia de Capital (GC).
   - Rentabilidad (r),

   de acuerdo a las siguientes expresiones:

Cálculos en pesos.

Intereses = (interés anual)(días al vencto./360)

Ganancia de Capital = val. amort. - val. adq.

Rentabilidad:

r = ((GC+Int)/valor de petrobono)[(360(100))/días al vto.]

Cálculos en dólares.

Int = [(interés anual)(días al vto/360)] / cot. peso_dól*.

*cotización promedio

Ganancia de Capital:

GC = (val_amort / cot_pd_v) - (val_pet_a / cot_pd_a),

donde: val_amort = valor de amortización,
cot_pd_v = cotización peso/dólar al vencto.,
cot_pd_a = cotización peso/dólar adquisición,
val_pet_a = valor del petrobono a la fecha de adquisición.

Rentabilidad:

$$\frac{GC + Int}{val\_pet\_v \;/\; cot\_pd\_a} \cdot \frac{(360)(100)}{\text{días al vto}}$$

Ejemplo: Petrobono 1984.

Características:

- días por vencer: 528
- número de barriles: 0.18141182
- precio del mercado: $3,000.00

Paso 1.

- Fecha de amortización: 17/dic/1987.

Paso 2.

- Precio del petróleo esperado para la fecha de amortización de la emisión considerando los factores técnicos comentados anteriormente; inferior a su precio mínimo garantizado: $32.50US

Paso 3.

- Cotización peso-dólar estimada para la fecha de amortización del petrobono: $900.00.

- Cotización promedio considerada: $637.50*

*estimación ilustrativa.

- Cotización peso/dólar "libre"

- a la fecha de adquisición del petrobono :	$600.00
- a la fecha de amortización del petrobono:	900.00
- promedio en la vida del petrobono :	750.00

CALCULO.

- Cotización técnica actual:	$375.00
- Ajuste por diferencial inflacionario 1986: 60% sobre $375.00 =	225.00
- Ajuste por diferencial inflacionario 1987: 50% sobre $600.00 =	300.00
	$900.00

Rentabilidad.

$$\frac{GC + Int}{val\_pet\_v \;/\; cot\_pd\_a} \cdot \frac{(360)(100)}{\text{dias al vto}}$$

$$r = [(1,734.85 + 466.31)/3,000.00](360\times100)/528$$

$$= (0.73372)(68.18)$$

$r = 50\%$

Paso 4.

Comparar la tasa de rentabilidad con otras opciones de inversión similares.

En moneda nacional.

Opción	Rendimiento	
-CETES	70%	(tasa compuesta).

Conclusiones.

Como se observa en este ejemplo, latasa de rendimiento en pesos de los petrobonos es inferior a la ofrecida por otros instrumentos de inversión, en este caso se consideran los CETES.

Los petrobonos como cobertura.

Muchos inversionistas han mal entendido la utilidad de los petrobonos, considerando que al comprarlos, obtienen en el momento de adquisición, el equivalente en dólares.

Al comprar petrobonos con el propósito de tener una cobertura contra cambio en la paridad del peso frente al dólar, se estan comprando barriles de petróleo cotizados en dólares, para ser recibidos en la fecha de amortización de los titulos.

Esta situación es como comprar el equivalente en pesos de dólares para ser recibidos en una fecha futura.

La compra a futuro de barriles de petróleo ó el equivalente en pesos de dólares, se efectúa pagando por anticipado el importe total de lo que se va a recibir.

El cálculo que fundamenta esta interpretación considerando el petrobono 1984 es el siguiente:

- No. de barriles por petrobono	0.655083
- Precio en dólares del barril	$29.00
- (barriles)/Dólares	5.26

Cotización del petrobono -pesos-
barriles/dólares

$2,000.00/5.26 = 380.22

por lo tanto, Precio del dólar via petrobono = $380.22

Comprobación.

(No. barriles)(precio del petróleo)(precio dólar)

0.18141182 (29.00) (380.22) = 2,000.00

Ahora bien, si:

EL PRECIO DEL MERCADO ES:	EL VALOR EN DLLS DEL PETROBONO ES:	COSTO DEL DOLAR EN PESOS:
$1,800.00	5.26	$342.20
1,900.00	5.26	361.21
2,000.00	5.26	380.22
2,200.00	5.26	418.25
2,400.00	5.26	456.27
2,500.00	5.26	475.28
3,000.00	5.26	570.34
3,500.00	5.26	665.39

Una mala interpretación se origina al no considerar que el equivalente en pesos de los dólares será entregado hasta el día de la amortización de los petrobonos, esto es, en una fecha futura.

Para determinar la cotización a la cual se está adquiriendo el equivalente a dólares, es necesario considerar el costo de los recursos ó el rendimiento en inversiones financieras; esto se debe a que la operación de cobertura se debe liquidar por adelantado.

Uno de los aspectos al cuál se le debe dar gran importancia en la evaluación de las inversiones de renta variable, es el ANTICIPO DE ESTAS A FUTUROS EVENTOS QUE HABRAN DE PRESENTARSE.

Técnicamente, a esta situación se le denomina: "EL DESCUENTO ANTICIPADO DE LAS INVERSIONES".

Esto quiere decir que los precios de las inversiones ya subieron o bajaron antes de ocurrir un evento determinado. Por lo anterior, se describe a continuación un esquema de los factores técnicos que descuentan anticipadamente las inversiones en acciones y obligaciones.

PETROBONOS.

FACTORES TECNICOS	IMPACTO EN EL PRECIO
-Alza en el precio del petróleo.	SUBEN, si se rebaza el precio mínimo de garantía.

-Baja en el precio del petróleo.	BAJAN, sin rebazar el precio mínimo de garantía.
-Repunte de la inflación.	SUBEN, presionando al peso.
-Disminución de la inflación.	BAJAN, por menor presión al peso.
-Alza en tasas de interés internacionales.	SUBEN, por presión al peso
-Baja en tasas de interés internacionales.	BAJAN, por menor presión al peso.
-Aumento al deslizamiento del peso.	SUBEN, por garantía en dólares.
-Alza en tasas de interés nacionales.	BAJAN, ajuste al rendto.
-Baja en tasas de interés nacionales.	SUBEN, ajuste al rendto.

ACCIONES.

FACTORES TECNICOS	IMPACTO EN EL PRECIO
-Incremento en inflación.	BAJA.
-Decremento en inflación.	ALZA.
-Aumento en el P.N.B.	ALZA.
-Disminución en el P.N.B.	BAJA.
-Baja en el precio del petróleo.	BAJA.
-Alza en el precio del petróleo.	ALZA.
-Aumento en tasas de interés internacionales.	BAJA.
-Disminución en tasas de interés internacionales.	ALZA.
-Mayor deslizamiento del peso.	BAJA.
-Mayor confianza en la economía.	ALZA.

COTIZACION INTERNACIONAL DE LA ONZA TROY DE ORO

FACTORES TECNICOS	IMPACTO EN EL PRECIO
-Aumento en tasas de interés internacionales.	BAJA.
-Disminución de tasas de interés internacionales.	ALZA.
-Repunte de inflación internacional.	ALZA.
-Disminución de inflación internacional.	BAJA.
-Baja en el precio del petróleo.	BAJA.

COTIZACION INTERNACIONAL DE LA ONZA TROY DE PLATA

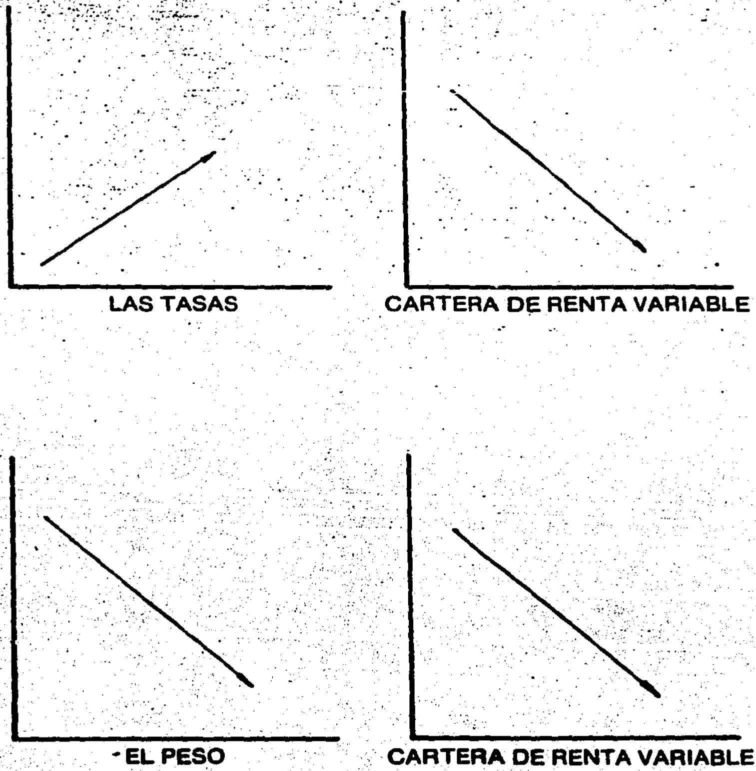
FACTORES TECNICOS	IMPACTO EN EL PRECIO
-Aumento en el P.N.B. internacional.	ALZA.
-Disminución en el P.N.B. internacional.	BAJA.
-Alza en tasas de interés internacionales.	BAJA.
-Baja en tasas de interés internacionales.	ALZA.

COTIZACION DE BONOS Y OBLIGACIONES

FACTORES TECNICOS	IMPACTO EN EL PRECIO
-Aumento en tasas de interés.	BAJA.
-Disminución en tasas de interés.	ALZA.
-Devaluación monetaria.	BAJA.

Cabe observar que tanto los bonos como las obligaciones emitidas a tasas fijas, reaccionan en sentido contrario al comportamiento de las tasas de interés .

LAS TASAS DE INTERES, EL PESO Y LAS CARTERAS DE RENTA VARIABLE.



4. LA INVERSION EN VALORES DE RENTA FIJA.

Las inversiones de Renta Fija son préstamos que los inversionistas hacen a los emisores de los instrumentos emitidos para su conducto, donde el rendimiento que generará el capital invertido, así como el plazo durante el cual será objeto de inversión, son definidos previamente.

OPCIONES DE INVERSION EN EL MERCADO DE DINERO.

Como se describió en el primer capitulo, existen dos tipos de inversión monetaria:

- Por medio de interés simple, y
- Por medio de interés compuesto.

Como es sabido, en éstas operaciones de interés se encuentra involucrada una tasa de rendimiento, cuyo comportamiento esta en función del tipo de interés involucrado.

El mercado de dinero también es conocido como el mercado de tasas; ya que, la premisa básica es obtener la más alta tasa de interés.

Las opciones de inversión en el mercado de dinero son:

- CETES.
- ACEPTACIONES BANCARIAS.
- PAPEL COMERCIAL.
- OBLIGACIONES.
- BIBS.
- REPORTOS.

4.1. Certificados de la Tesoreria (CETES).

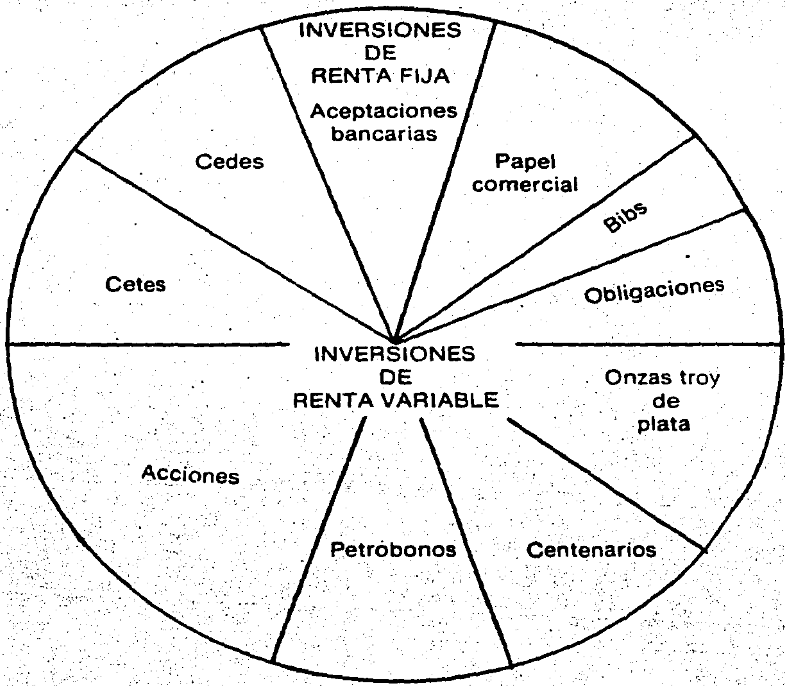
Los cetes son titulos de crédito emitidos por el gobierno federal, en los cuales, se consigna la obligación del emisor de pagar una cantidad fija de dinero en una fecha determinada.

Los propósitos básicos de los cetes son tres:

1) Servir como fuente de financiamiento para el gobierno federal, y bajo ciertas estrategias, fungen como fuente de financiamiento de la empresa privada.

LAS OPCIONES DE INVERSION FINANCIERA

EN MEXICO



2) Servir como instrumento regulador del monto de dinero en circulación.

3) Proporcionar una alternativa de inversión adicional para la administración de excedentes.

Los cetes constituyen actualmente la columna vertebral del mercado de dinero; ya que , marcan la pauta para el comportamiento de las tasas en instrumentos como en: cedes, obligaciones, aceptaciones bancarias y papel comercial.

4.1.1.- CARACTERISTICAS PRINCIPALES.

- Son títulos al portador.
- Tienen un valor nóminal de $10,000.00.
- El precio se cotiza en términos de tasa de descuento.
- El rendimiento de éstos títulos se determina por el diferencial entre el precio descontado y su valor nóminal.
- Se operan a través de las casas de bolsa.
- Los adquirientes son personas físicas y morales de nacionalidad mexicana.
- La periodicidad de las emisiones es semanal (los jueves).
- Plazos de emisión: 28, 90 y 180 días.
- La liquidez de éstos títulos es total.
- Las personas físicas estan exentas de impuesto sobre los rendimientos.
- Las personas morales acumulan los rendimientos obtenidos a sus ingresos gravables.
- El monto a emitir lo determina el Banco de México, considerando la emisión que se amortiza y el grado de liquidez existente en el sistema financiero.

4.1.2.- CONFIGURACION DEL MERCADO DE LOS CETES.

Son tres las partes que intervienen como en todo mercado:

- Oferente : Personas físicas y morales.
- Demandante : Gobierno Federal.
- Intermediaria : Casas de Bolsa e Instituciones Bancarias.

4.1.3.- LAS TASAS PRIMARIA Y SECUNDARIA.

Tasa primaria.- Es aquella fijada por el Banco de México o mediante subasta en el momento de salir la emisión de cetes.

Ejemplo: fecha: 20/mayo/

Emisión:	33/8-
Monto:	$200,000'000,000.00

Plazo:	91 dias
Periodo:	20/Mayo al 20/Agosto
Tasa de Descto.:	55% "Tasa Primaria".

<u>Tasa Secundaria.</u>- Son las tasas fijadas por la acción de la oferta y la demanda; es decir, diariamente cada emisión de cetes se cotiza a una tasa de descuento determinada por el mercado secundario.

<u>Ejemplo</u>:

Fecha: 20/mayo/			21/mayo/ (Un dia después)		
EMISION	PLAZO dias	TASA %	EMISION	PLAZO dias	TASA %
17	7 dias	51.5%	17	6 Dias	53.0%
18	14	52.7	18	13	53.5
19	21	52.5	19	20	54.5
.			.		
.			.		
.			.		
26	60	53.2	26	59	55.2
27	67	53.5	27	66	56.7

<u>4.1.4.- METODOLOGIA DE EVALUACION.</u>

La estrategia para invertir en Cetes se define en función a la tendencia futura de las tasas de interés, es decir si:

Las tasas van a subir, comprar emisiones con vencimiento a corto plazo.

RAZONES.

- **Poseer liquidez a la brevedad para aprovechar el alza en las tasas de nuevas emisiones.**
- **Evitar los riesgos de reducir rendimientos o incluso tener pérdida por vender emisiones de largo plazo antes de llegar su vencimiento.**

<u>Ejemplo</u>: Observese los rendimientos de las mismas emisiones en diferentes tiempos.

Junio 03			Junio 10		
EMISION	PLAZO dias	RENDTO. %	EMISION	PLAZO dias	RENDTO. %
14	3	49.5	14	amortizada	
15	10	50.0	15	3	51.5
16	17	50.5	16	10	52.7
17	24	51.0	17	17	53.6

.		
.		
.		
27	76	53.5
28	83	54.0
29	90	55.0

.		
.		
.		
27	69	56.6
28	76	57.2
29	83	58.6

Junio 21

EMISION	PLAZO días	RENDTO. %
14	amortizada	
15	,,	
16	,,	
17	6	55.3
18	13	55.9
.		
.		
.		
27	58	57.5
28	65	59.0
29	72	60.0

Si la inversión se realizó en la emisión 29 el día 3 de junio, se obtendrá un rendimiento al vencimiento de 55% y si se vende antes por el alza de las tasas, sensiblemente éste disminuirá; en cambio, si el día 3 de junio se compró emisiones a corto plazo, el día 21 de junio con la emisión 17 a 6 días, se mejora ya el rendimiento de la emisión 29 a la tasa de 55% del 3 de junio con respecto a la emisión del día 21 de junio, la cual, proporciona un rendimiento de 60% a 72 días.

Las tasas van a bajar, comprar emisiones con vencimiento a largo plazo.

RAZONES.

- Aprovechar tasa altas al mayor plazo posible.
- Oportunidad de mejorar rendimientos, vendiendo la emisión antes de su vencimiento; ya que, las tasas son menores.

Cabe observar la importancia de la tendencia de las tasas para la selección de emisiones, pero considérese que al hablar de tendencia, se está considerando el futuro; es decir, se tiene la necesidad de estimar, pronosticar, intuir el comportamiento futuro de las tasas siendo éste el aspecto mas relevante de la operatividad del mercado de dinero.

4.1.5.- FACTORES QUE DEFINEN EL ESTADO FUTURO DE LAS TASAS.

1) Expectativas inflacionarias.
2) Liquidez de los oferentes (empresas morales y físicas).
3) Monto del Déficit Público.
4) Retiros de dinero en circulación.
5) Aumentos de dinero circulante.
6) Diferencial entre los montos emitidos y amortizados de Cetes.

4.1.6.- ESCENARIOS DE TASAS ALCISTAS.

LAS TASAS TENDERAN A SUBIR CUANDO:

- Se espera un repunte inflacionario.
- Baja la liquidez en el sector oferente: por ejemplo, los periodos de pago de impuestos, las empresas venden Cetes para efectuar dichos pagos, disminuyendo así, su liquidez.
- Aumenta el déficit del sector público, mismo que tiene que ser financiado.
- Se retira dinero de la circulación, lo cual, presiona las tasas.

4.1.7.- ESCENARIOS DE TASAS A LA BAJA.

LAS TASAS BAJAN CUANDO:

- Se espera una caída en la inflación.
- Existe exceso de liquidez en el poder de los oferentes.
- Disminuye el Déficit del sector público.
- Se incrementa el número de billetes en la circulación.

4.1.8.- OPTIMIZACION DE RENDIMIENTOS.

Para la mayoría de inversionistas en Cetes las oportunidades de mejorar sus rendimientos a través de las fluctuaciones en los precios de las emisiones no son aprovechadas.

Técnicamente a esta situación se le denomina FONDEO, el cual consiste en vender una emisión antesde su vencimiento, obteniendo una tasa de rendimiento superior a la correspondiente en su amortización fijada por la oferta y la demanda.

Esta situación indica indispensablemente que el producto de la venta de la emisión se invierta en otra que proporcione un rendimiento igual ó superior.

<u>Ejemplo</u>: Considérense:
- Emisión **
- Vencimiento: 70 días.
- Tasa de descuento: 52%.
- Tasa de rendimiento: 57.84%.

CALCULO DEL PRECIO DE COMPRA.

$$P = V[1-D(T/360)]$$
$$P = 10{,}000.00[1-.52(70/360)]$$
$$P = 10{,}000.00(1-.1011)$$
$$P = 10{,}000.00(.8988888)$$
$$P = 8{,}988.88$$

Dado que existe un mercado secundario donde la oferta y la demanda determinan las tasas de descuento, consideremos los términos de cotización cuando han transcurrido 20 dias.

- Vencimiento: 50 dias.
- Tasa de descuento: 50% (fijada por la oferta y la demanda)

4.1.9.- CALCULO DEL PRECIO DE LA EMISION.

$$P = V[1-D(T/360)]$$
$$P = 10,000.00[1-.50(50/360)]$$
$$P = 10,000.00(1-.06944)$$
$$P = 10,000.00(.930555)$$
$$P = 9,305.55$$

4.1.10.- DETERMINACION DE LA TASA DE RENDIMIENTO.

Considerando que ésta emisión la compramos en $8,988.88 y a los veinte dias se cotiza en $9,308.55, la rentabilidad que se obtiene si se vende, es:

- Precio de adquisición :	$8,988.88
- Precio de venta :	9,308.55
- Utilidad :	316.67

4.1.11.- RENTABILIDAD ANUALIZADA.

$$[\text{Utilidad/inversión}](360) = [316.67/8988.88](360) = .6341$$

por lo tanto, la rentabilidad anualizada es del 63.41%.

Si se conserva la emisión los 70 dias de vida se obtiene una **tasa de** rendimiento anual del 57.84% y si se vende la emisión al transcurrir 20 dias se obtiene un rendimiento anual de 63.41%.

Si se asume que **se pueden** comprar **emisiones** que otorguen rendimientos equivalentes ó superiores al 57.84% que otorga la **emisión 49, obviamente,** la desición es vender la emisión, **mejorando asi la rentabilidad** en 5.57%.

Con la **finalidad** de comprender el aspecto operativo de los cetes, una caracteristica necesaria para la toma de desiciones inherentes a esta inversión, es necesario:

4.1.12.- CALCULO DEL PRECIO DE UN CETE.

Precio = Valor Nominal[(1-d/100)(n/360)]

donde, d = tasa de descuento
n = días al vencimiento

Ejemplo:

Sean: Valor Nominal = $10,000.00
Tasa de Descuento = 50%
Días al Vencimiento = 60

entonces, Precio = 10,000[(1-.50)(60/360)] = $9,166.67

CALCULO DE LA TASA DE DESCUENTO.

Tasa descto. = (V.N.-Precio/V.N.)(360/n)100

donde., V.N. = Valor Nominal
n = días al vencimiento.

Ejemplo:

Sean: Valor Nominal = $10,000.00
Precio = 9,166.67
Días al Vencimiento = 60

entonces,

Tasa descto. = (10,000.00-9,166.67/10,000.00)(360/60)100=50

por lo tanto, Tasa de descuento = 50%

4.1.13.- CALCULO DE LA TASA DE RENDIMIENTO AL VENCIMIENTO DE LA EMISION.

$$\text{Rendimiento} = [(V.N.-\text{precio})/\text{precio}](360/n)100$$

donde: n = días al vencimiento.

ó bien,

$$\text{Rendimiento} = d/[(1-d/100)(n/360)]$$

donde: d = tasa de descuento.

Sean:

Valor Nominal	=	$10,000.00
Precio	=	9,166.67
Días al Vencimiento	=	60
Tasa de descuento	=	50%

entonces,

$$\text{Rendimiento} = [(10,000.00-9166.67)/9,166.67](360/60)100$$

$$\text{Rendimiento} = 54.55\%$$

ó bien,

$$\text{Rendimiento} = 50/[1-(50/100)(60/360)] = .5455$$

$$\text{Rendimiento} = 54.55\%.$$

4.1.14.- CALCULO DE LA TASA DE RENDIMIENTO ANTES DEL VENCIMIENTO DE LA EMISION.

$$\text{Rendimiento Bruto} = (p\_vta - p\_cpa.)/p\_cpa.$$

Rendimiento Diario = Rendimiento Bruto/Dias tenencia.

Rendimiento Anualizado = (Rendimiento Diario)(360)100

donde, p-vta = precio de venta
p-cpa = precio de compra.

Ejemplo:

Se compra un CETE a 40 dias de su vencimiento, a una tasa de descuento de 45%. Después de 10 dias, se vende a una tasa de 40%.

Precio de compra : $9,500.00
Precio de venta : 9,666.66

Rendimiento Bruto = (9,666.66 - 9,500.00)/9,500.00
Rendimiento Bruto = 0.017543

Rendimiento Diario = 0.017543/10 = 0.0017543

Rendimiento Anual = (0.0017543)(360)100
Rendimiento Anual = 63.15%

4.1.15.- CALCULO DE LA TASA DE RENDIMIENTO A 't' DIAS DE TENENCIA.

Para determinar la tasa de rendimiento que proporciona un CETE que se retiene durante 't' dias, se utiliza:

Rendimiento = [(p_vta-p_cpa)/p_cpa](360/n)100

ó bien,

Rendimiento = [(tDc-NDd)/(t36000-NDc)]360

donde, Dc = descuento a la compra.
Dv = descuento a la venta.
Dd = Dc-Dv.
N = número de dias del cete.
t = dias de tenencia.

Ejemplo: Sean: Dc = 50.5%
Dv = 49.0%
Dt = 1.5%
N = 60 días del cete.
t = 20 días de tenencia.,

entonces, Rendimiento = [(tDc−NDd)/(t36000−NDc)]360

Rendimiento = {[20(55)−60(1.5)]/20(36000−60(49))}360
= [(1010−90)/20(33060)]36000
= (920/661200)360
= .5009

Rendimiento = 50.09%

4.1.16.- CALCULO DEL TIEMPO MINIMO DE TENENCIA DE UN CETE.

El mínimo número de días que se deberá mantener un cete para no incurrir en pérdidas depende del diferencial de las tasas de descuento a la compra y a la venta.

donde, Dc = descuento a la compra.
Dv = descuento a la venta.
Dt = Dc−Dv.

Para determinar el tiempo mínimo de tenencia de un cete, es necesario que se cumpla la condición siguiente:

El precio de venta de un cete deberá ser mayor que el precio de compra; es decir,

t)= (Dt/Dc) X días al vencimiento.

Ejemplo:

Tasa de descuento a la compra	:	50.5%
Tasa de descuento a la venta	:	49.0
Diferencial de tasas	:	1.5
Días al vencimiento	:	60

entonces, t)= (Dt/Dc) X días al vencimiento.

1.5/50.5 X 60 = 1.78

por lo tanto, t = 2 días

4.1.17.- OBTENCION DE UTILIDADES ADICIONALES VIA FLUCTUACIONES DE LAS TASAS.

Siendo

Pc = precio de compra.
Pv = precio de venta.
V = valor nominal.
de = días de la emisión.
Dc = descuento a la compra.
Dv = descuento a la venta.
$Dt = Dc-Dv$,

entonces,

$$Pv = V\ (1-Dvde/36000)$$
$$Pc = V\ (1-Dcde/36000)$$

La utilidad unitaria se determinadel modo siguiente:

$$U = (Pv-Pc)/V = N(Dc-Dv)/36000$$

de donde,

$$Dt = 36000U/N$$

donde,

U = utilidad unitaria.
N = vida de la emisión.

4.1.18.- CALCULO DE LA UTILIDAD UNITARIA CON DIFERENCIAL DE TASAS CONSTANTE.

Suponiendo que el diferencial de tasas se mantienen constante con respecto al tiempo de su vencimiento, ¿Cuánto se ganará por cada \$1'000,000.00 si el diferencial de tasa es del 0.5%?

$$U = (NDt/36000)1'000,000.00$$
$$U = (91X.5/36000)1'000,000.00 = \$1,263.88$$

entonces,

Plazo	Utilidad
91 días	\$1,263.88
80	1,111.11
70	972.20
60	833.33
50	694.44
20	277.77
10	138.88
5	69.44

4.2. Aceptaciones Bancarias.

Las aceptaciones bancarias son letras de cambio emitidas por empresas y avaladas por una institución bancaria; estas pueden ser compradas por personas físicas ó morales.

4.2.1.- CARACTERISTICAS PRINCIPALES.

- Tienen un valor nominal de $100,000.00.
- El periodo de duración es a corto plazo.
- La cotización se realiza en base a la tasa de descuento.
- Las operaciones de estos títulos son realizadas en instituciones bancarias y casas de bolsa.
- La tasa de rendimiento que ofrece este instrumento es mayor a la otorgada por los cetes y menor a la tasa que el papel comercial ofrece.
- Existe mercado secundario; ya que se cotiza en la B. M. V.
- Plazos de emisión: 15, 28 y 30 días; Máximo: 360 días.
- Las personas morales acumulan rendimientos.
- Las personas físicas pagan el 21% sobre los doce primeros puntos del rendimiento.

4.2.2.- METODOLOGIA DE EVALUACION.

Para el análisis de este instrumento, es necesario:

- Proyectar la tendencia de las tasas de interés para elegir el plazo de la inversión.

- Comparar las tasas de rendimiento existentes en el mercado de estos títulos, con objeto de seleccionar la emisión que ofrezca las tasas más rentables.

Ejemplo: Perspectivas de las tasas de interés.

1a. semana		
días	Tasas	
5	54%	(plazo elegido)
10	55	
20	56	
30	57	
40	58	
50	60	
60	60	

2a. semana

días	Tasas
5	55.0%
10	55.5
20	56.5
30	57.5
40	58.5
50	60.5

El plazo elegido es de 5 días a una tasa del 54%, se debe a que las perspectivas de las tasas de la segunda semana son de alza.

Aspectos Relevantes:

- Liquidez.
- Mayores tasas de rendimiento que las de Cetes.
- Su grado de bursatilidad es bajo hoy en día.

4.3.- Papel Comercial.

El Papel Comercial es un titulo de crédito por medio del cual la empresa emisora se obliga a devolver al inversionista en un plazo determinado, el capital prestado originalmente más un rendimiento previamente estipulado.

4.3.1.- CARACTERISTICAS PRINCIPALES.

- Las empresas emisoras pueden o no cotizar sus acciones en la bolsa; anteriormente, era requisito indispensable.
- El valor nominal de cada titulo es de $100,000.00.
- Plazo de vencimiento hasta 91 dias.
- Las operaciones se realizan a través de casas de bolsa.
- El rendimiento de papel comercial se determina por el diferencial entre los precios de compra y venta.
- Para personas fisicas, los rendimientos causan impuesto del 21% sobre los primeros doce puntos; considerandose como sobretasa los puntos restantes.
- Los rendimientos para las personas morales son acumulables al ingreso gravable.

Factores básicos considerables en esta inversión:

- Tasas de rendimiento.
- Calidad del emisor.
- Bursatilidad.

4.3.2.- METODOLOGIA DE EVALUACION.

1) Análisis de las tendencias de las tasas de interés, para definir el plazo de la inversión.

2) Visualizar la calidad moral del emisor, para considerar los posibles riesgos de insolvencia.

3) Comparación de rendimientos con respecto a los ofrecidos por otras emisiones, identificando asi, los más altos.

4) Evaluación de la relación riesgo-rendimiento; optimizando asi, la desición de inversión.

Aspectos Relevantes.

- Mayores tasas de rendimiento.
- Riesgo de insolvencia por parte del emisor.
- Baja bursatilidad.

4.4. Obligaciones.

Las Obligaciones son instrumentos que en realidad se operan en el mercado de dinero, aunque teóricamente, pertenecen a valores de renta variable. Se debe a que estas se realizan con tasas flotantes; es decir, tasas que se ajustan según el comportamiento del rendimiento de otras inversiones.

4.4.1.- TIPOS DE OBLIGACIONES.

- Hipotecarias. estan garantizadas por un bien inmueble.
- Quirografarias. la garantía esta respaldada por la imagen de la emisora.
- Convertibles. otorgan un derecho adicional de convertir las obligaciones en acciones.

4.4.2.- CARACTERISTICAS PRINCIPALES.

- Valor nominal: $1,000.00 ó $100.00 generalmente.
- Plazo de emisión: normalmente es mayor a tres años.
- Intereses: son superiores a los otorgados por depósitos a plazo fijo y Cetes. Se revisan continuamente.
- Pago de intereses: trimestral.
- Para personas físicas, los rendimientos causan impuesto del 21% sobre los primeros doce puntos; considerandose como sobretasa los puntos restantes.
- Los rendimientos para las personas morales son acumulables al ingreso gravable.
- Cotización de los valores: B.M.V.
- Precios fijados por las fuerzas de la oferta y la demanda.
- Liquidez: baja.
- Amortización: se realiza parcialmente. El emisor se reserva el derecho de liquidar en forma anticipada.

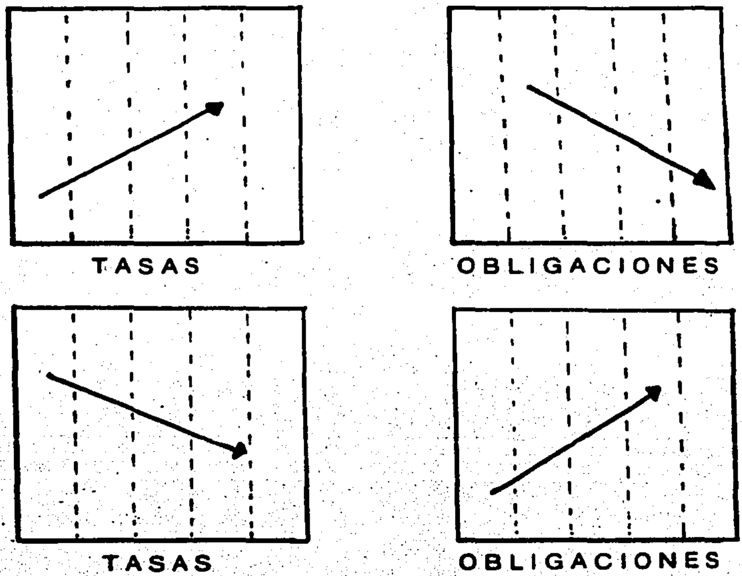
4.4.3.- METODOLOGIA DE EVALUACION.

Se deben observar los puntos siguientes:

1) Perspectivas de las tasas de interés a corto, mediano y largo plazo; por su gran impacto en la fijación de las tasas de interés.

2) Las tasas de rendimiento ofrecidas por otros instrumentos de inversión, por su influencia competitiva.

LA COTIZACION DE LAS OBLIGACIONES Y LAS TASAS DE INTERES.*



*Cuando la emisión se realiza a tasa fija.

Aspectos Relevantes.

- Oportunidad de obtener ganancias de capital en periodos en que las tasas de interés se perfilan a la baja.
- Otorgan rendimientos superiores a los otorgados por instrumentos competitivos.
- Protección mínima contra devaluación del peso.
- Riesgo de insolvencia del emisor tratándose de las obligaciones quirografarias.
- Baja bursatilidad.

4.5.- Bonos de Indemnización Bancaria.

Este título garantiza el pago de la indemnización bancaria a los exaccionistas de la banca privada, una vez nacionalizada.

4.5.1.- CARACTERISTICAS.

- Valor Nominal: $100.00
- Plazo de amortización: 10 años.
- Periodo de gracia: 3 años.

4.5.2.- TASA DE INTERES.

Las tasas de interés que devengarán los bonos son equivalentes al promedio aritmético de los máximos rendimientos que las instituciones nacionales de crédito del país estén autorizadas a pagar por depósitos en moneda nacional a plazo de 90 dias, correspondientes a las cuatro semanas inmediatas anteriores al trimestre en cuestión.

Los pagos se efectuarán los dias primero de los meses de marzo, junio, septiembre y diciembre. Cabe aclarar que el primer pago de intereses se llevó a cabo el dia primero de marzo de 1984 correspondiente al periodo IX-1983/II-1984.

- Para personas físicas, los rendimientos causan impuesto del 21% sobre los primeros doce puntos; considerandose como sobretasa los puntos restantes.
- Los rendimientos para las personas morales son acumulables al ingreso gravable.
- Clave de cotización: BIB'82.
- Precio de los BIB's: Lo define la oferta y la demanda.
- Comisión por operación: 0.25%
- Plan de amortización:

No.	Fecha	Valor del Bono (%)
1	1/IX/86	14
2	1/IX/87	14
3	1/IX/88	14
4	1/IX/89	14
5	1/IX/90	14
6	1/IX/91	14
7	1/IX/92	16
		100 %

4.5.3.- FACTORES A CONSIDERAR EN LA EVALUACION DE ESTA INVERSION.

Sea el objetivo la compra ó venta de estos titulos, es recomendable considerar los siguientes aspectos:

- Tendencia de las tasas de los CEDES a 90 dias.
- Tasas de rendimiento de inversiones similares.
- Nivel de precios de los bonos.
- Costo de comisiones.

4.5.4.- CALCULO DEL RENDIMIENTO.

Rendimiento = tasa de interés/precio del bono.

Ejemplo:

- Sea la tasa de interés del 50%.

Precio del bono	Rendimiento
$ 94.00	53.14 %
95.00	52.63
96.00	52.08
97.00	51.54

Aspectos Relevantes.

- Liquidez.
- Oportunidad de obtener ganancias de capital.
- Alta probabilidad de obtener tasas de rendimiento superiores a las de instrumentos similares.
- Riesgo de pérdida de capital.

4.6.- Los Reportos.

El Reporto es una operación mediante la cual, el reportado vende valores al reportador; comprometiendose el reportado a recomprar los títulos al fin del plazo acordado y al mismo precio pagado por el reportador más un premio, el cual constituye la tasa de rendimiento. El reportador por su parte, se obliga a vender los mismos títulos al reportado y recibir a cambio el precio pagado más el premio.

Generalmente los inversionistas que no desean correr riesgo alguno por las fluctuaciones de precios y que además, invierten su dinero a plazos muy cortos, conociendo con exactitud la fecha en que deberán retirarlo, recurren a este tipo de operación.

El reporto es una operación típica del mercado de dinero, que consiste en obtener la tasa de rendimiento y el plazo asegurados.

El Reportado es la casa de bolsa en cuestión.
El Reportador es el inversionista que posee los excedentes.

4.6.1.- CARACTERISTICAS PRINCIPALES DEL REPORTO.

- Contrato entre participantes.
- Rendimiento fijo.
- Plazo máximo de 45 días.
- Plazo común de operación: 5 días.
- Valores sujetos a reporto: cetes, aceptaciones bancarias, BIB's, etc.
- Personas físicas exentas de impuestos.
- Los rendimientos para las personas morales son acumulables al ingreso gravable.

4.6.2.- LA COTIZACION DE LAS TASAS.

Un aspecto importantísimo de este mercado es encontrar las mejores tasas. Esto se logra pidiendo cotizaciones continuamente por vía telefónica. Seleccionando a su vez aquella institución que ofrece la mejor tasa.

4.6.3.- LA TENDENCIA DE LAS TASAS.

Para formalizar una operación de reporto, el financiero debe conocer la tendencia de las tasas de interés para efectos de determinación del plazo al que le conviene realizar la operación.

Ejemplo.

Sean las siguientes caracteristicas:

- Capital excedente: $100'000,000.00.
- Plazo: 20 dias.
- Tendencia de las tasas: ALCISTA
- Desición respecto al plazo: CORTO PLAZO.

Cotizaciones existentes:

TASAS DE RENDIMIENTO (%)

PLAZO dias	C.B.1	C.B.2	C.B.3	C.B.4
3	54.5	54.6	54.3	54.1
5	.	.	.	.
10	.	.	.	.
15	.	.	.	.
20	55.1	55.2	54.9	54.8

Desición: respecto al reportado, la casa de bolsa "2"; ya que ofrece la tasa mayor.

4.6.4.- EL COSTO DE OPORTUNIDAD DEL FIN DE SEMANA.

Con gran frecuencia las tesorerias de empresas se quedan con excedentes significativos, sin obtener productividad alguna de ellos, lo que representa pagar un costo de oportunidad.

Ejemplo:
Sean las consideraciones siguientes:

- Saldo promedio de fin de semana: $20'000,000.00.
- Tasa de rendimiento: 60%.

El costo de oportunidad se puede visualizar fácilmente si se considera anual:

EXCEDENTE SEMANAL	TASA RENDTO.	DIAS AÑO	DIAS FIN SEMANA	SEMANAS AL AÑO	COSTO DE OPORTUNIDAD
20'000,000	60%	360	3	52	$5'200,000.00

5.- El Caso de una Anualidad Contingente Creciente Geométrica.

Existen anualidades cuyo comportamiento es dinámico. El dinamismo involucrado puede ser creciente o decreciente.

Este tipo de anualidades se emplean en los Seguros de Vida cuyos beneficios son Sumas Aseguradas que crecen o decrecen en forma aritmética.

En la economía mexicana actual, el costo de la vida crece diariamente. El crecimiento inflacionario en los últimos años, presenta una tendencia más acelerada al crecimiento aritmético. Por ésta razón, dentro de éste capítulo se desarrollarán las Anualidades Contingentes que crecen Geometricamente.

5.1.- Anualidades Temporales Geométricas.

En los dos primeros capítulos se contemplaron los diversos tipos de anualidades contingentes vitalicias que existen actualmente, a excepción de aquellas cuyos crecimientos son geométricos.

El desarrollo de anualidades que involucra el dinamismo de éste crecimiento, es sumamente complicado, dado el conocimiento previo de índole matemático necesario para ello.

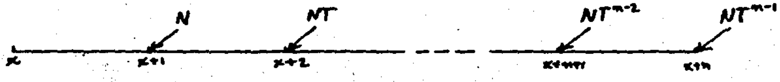
Es interesante y de suma utilidad, conocer el proceso creativo que existe de por medio en la diseño de estos modelos; puesto que en situaciones económicas de alta inflación, es necesario recurrir a la infraestructura matemática existente, tal que simule, situaciones reales desde el punto de vista económico-financiero.

5.2.- Aproximación del Valor Presente Actuarial de una Anualidad Temporal Geométrica Vencida y Anticipada.

5.2.1.- Anualidad Contingente Temporal Vencida.

Considerese una persona de edad (x) que pagará, mientras esté con vida, una anualidad temporal a n años, con pagos al final de cada año, los cuales serán de la siguiente manera: el 1er. pago será de \$N, el 2º de \$NT, el 3º de $\$NT^2$, el 4º de $\$NT^3$, y así sucesivamente hasta llegar al final del n-ésimo año en el que se dará un último pago de $\$NT^{n-1}$. ¿Cuál será el valor presente de esta Anualidad?

La forma en que se van pagando las rentas anuales se ilustra en la siguiente "línea de tiempo":



Denotemos por $(Ga)_{x:\overline{n}|}$ al valor presente actuarial de esta anualidad. En este momento, la persona en cuestión tiene edad (x), por lo que x será la fecha focal.
Así, al traer a valor presente las cantidades tenemos:

$$① \quad (Ga)_{x:\overline{n}|} = NV\,p_x + NTV^2\,{}_2p_x + \cdots + NT^{n-2}V^{n-1}\,{}_{(n-1)}p_x + NT^{n-1}V^n\,{}_np_x$$

donde V es el factor que mediante una tasa técnica "i" contrarresta los intereses que el dinero va ganando a lo largo del periodo t; es decir, V^t es precisamente $(1+i)^{-t}$, t=1,2,...,n. Y como la anualidad es contingente, tenemos que introducir la función biométrica $_tP_x$ que nos indica la posibilidad de que (x) este con vida hasta la edad x+t, para que pueda realizar su t-ésimo pago. De la igualdad 1 factorizamos N y obtenemos:

$$② \quad (Ga)_{x:\overline{n}|} = N\left(V p_x + TV^2\,{}_2p_x + \cdots + T^{n-2}V^{n-1}\,{}_{(n-1)}p_x + T^{n-1}V^n\,{}_np_x\right)$$

Luego, como $V^t\,{}_tP_x = {}_tE_x$, se tiene:

$$③ \quad (Ga)_{x:\overline{n}|} = N\left(E_x + {}_2E_xT + \cdots + {}_{(n-1)}E_xT^{n-2} + {}_nE_xT^{n-1}\right)$$

y como ${}_{m|}a_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=m+1}^{m+n} {}_tE_x$ entonces ${}_{m|}a_{x:\overline{1}|} = {}_{m+1}E_x$ por tanto:

$$④ \quad (Ga)_{x:\overline{n}|} = N\left({}_{0|}a_{x:\overline{1}|} + {}_{1|}a_{x:\overline{1}|}T + \cdots + {}_{n-2|}a_{x:\overline{1}|}T^{n-2} + {}_{n-1|}a_{x:\overline{1}|}T^{n-1}\right)$$

En realidad, ¿qué se puede hacer con las sumas que estan entre paréntesis de las igualdades ④, ③ y ②? Abreviando notación, la ecuación ③ queda:

$$* \quad (Ga)_{x:\overline{n}|} = N \sum_{t=1}^{n} {}_tE_x \, T^{t-1}$$

pero más elegante queda la ecuación ④:

$$** \quad (Ga)_{x:\overline{n}|} = N \sum_{t=0}^{n-1} {}_{t|}a_{x:\overline{1}|} \, T^{t}$$

Sin embargo, ninguna de las expresiones (*) y (**) se pueden evaluar rapidamente para valores dados; ya que son sumatorias cuyo cálculo se hace tedioso para n-es muy grandes, ademas de que consumen grandes recursos de cómputo.

Sin embargo, existe otro camino más viable para resolver nuestro problema. Volvamos a la ecuación ②:

$$(Ga)_{x:\overline{n}|} = N\left(V p_x + T V^2 {}_2p_x + \cdots + T^{n-2} V^{n-1} {}_{(n-1)}p_x + T^{n-1} V^{n} {}_np_x\right)$$

factorizando V:

$$⑥ \quad (Ga)_{x:\overline{n}|} = NV\left(p_x + TV {}_2p_x + \cdots + T^{n-2} V^{n-2} {}_{(n-1)}p_x + T^{n-1} V^{n-1} {}_np_x\right)$$

La suma entre paréntesis de la expresión 6 es igualmente difícil de calcular si n es grande; no existiendo así, forma alguna que simplifique el cálculo. Pero observemos que los factores que estorban son los tPx de cada uno de los términos del módelo. Por esto, son los que debemos de eliminar del mismo.
Como no encuentro una identidad que me simplifique las sumas, se me ocurre utilizar una aproximación.

Sabemos que : $tPx = 1 - {}_tqx \approx 1 - tqx$

t(qx) es una buena aproximación de tPx, pero, ¿ qué tan buena ?. Veamos algunos ejemplos, en los que utilicé la tabla C.S.O. de 1958:

5P20 = .9902364	1 - 5(q20) = .990535
6P50 = .9384527	1 - 6(q50) = .95008
20P20 = .9561681	1 - 20(q20) = .9642
10P74 = .3481161	1 - 10(q74) = .3188

Aprovechando esta aproximación relativamente buena, sustituyamos en la ecuación ⑥ los términos tPx por 1 - t(qx), entonces:

$$(***)\quad (Ga)_{x:\overline{n}|} \simeq NV\left((1-q_x)+VT(1-2q_x)+V^2T^2(1-3q_x)+\cdots+V^{n-1}T^{n-1}(1-{}_nq_x)\right)$$

$$\Rightarrow\quad (Ga)_{x:\overline{n}|} \simeq NV\left[1-q_x+VT-2q_xVT+V^2T^2-3q_xV^2T^2+\cdots+V^{n-1}T^{n-1}-{}_nq_xV^{n-1}T^{n-1}\right]$$

Asociando términos y factorizando qx:

$$(Ga)_{x:\overline{n}|} \simeq NV\left[(1+VT+V^2T^2+\cdots+V^{n-1}T^{n-1})-q_x(1+2VT+\cdots+{}_nV^{n-1}T^{n-1})\right]$$

El término $(1+VT+V^2T^2+\ldots+V^{n-1}T^{n-1})$ lo simplificamos, ya que se trata de una progresión geométrica; entonces:

$$Ⓐ\quad (Ga)_{x:\overline{n}|} \simeq NV\left(\frac{V^nT^n-1}{VT-1}\right)-NVq_x\left(1+2VT+3V^2T^2+\cdots+{}_nV^{n-1}T^{n-1}\right)$$

El término es ahora nuestro problema. Cambiemos VT por Y, con el fin de simplificar notación. Tenemos entonces la suma:

$$Ⓑ\quad (1+2Y+3Y^2+\cdots+{}_nY^{n-1})$$

Esta suma la podemos desglozar así:

$$\begin{array}{rrr}
1+Y+Y^2+\cdots+ & Y^{n-2} + & Y^{n-1} \\
+Y+Y^2+\cdots+ & Y^{n-2} + & Y^{n-1} \\
+Y^2+\cdots+ & Y^{n-2} + & Y^{n-1} \\
\ddots\ \vdots & \vdots & \vdots \\
+ & Y^{n-2} + & Y^{n-1} \\
 & + & Y^{n-1} \\
\hline
1+2Y+3Y^2+\cdots+ & (n-1)Y^{n-2} + & {}_nY^{n-1}
\end{array}$$

Como se puede ver, si sumamos verticalmente se obtiene Ⓑ, pero sumemos también horizontalmente cada renglón y obtenemos:

$$\begin{array}{rcl}
1+Y+Y^2+\cdots+Y^{n-2}+Y^{n-1} & = & 1+Y+Y^2+\cdots+Y^{n-2}+Y^{n-1}) \\
+Y+Y^2+\cdots+Y^{n-2}+Y^{n-1} & = & Y(1+Y+\cdots+Y^{n-3}+Y^{n-2}) \\
+Y^2+\cdots+Y^{n-2}+Y^{n-1} & = & Y^2(1+Y+\cdots+Y^{n-4}+Y^{n-3}) \\
\vdots & & \vdots \\
+Y^{n-2}+Y^{n-1} & = & Y^{n-2}(1+Y) \\
+Y^{n-1} & = & Y^{n-1}(1) \\
\hline
\Rightarrow\ 1+2Y+3Y^2+\cdots+(n-1)Y^{n-2}+nY^{n-1} & = & S
\end{array}$$

donde:

$$Ⓒ\quad S=(1+Y+Y^2+\cdots+Y^{n-2}+Y^{n-1})+Y(1+Y+\cdots+Y^{n-3}+Y^{n-2})+Y^2(1+Y+\cdots+Y^{n-4}+Y^{n-3})+Y^{n-2}(1+Y)+Y^{n-1}(1)$$

pero las sumas entre paréntesis forman progresiones geómetricas, incluyendo el (1+Y) y el (1), ya que $(1+Y)=(Y^2-1)/(Y-1)$ y $1=(Y-1)/(Y-1)$; por tanto, aplicando la fórmula de una progresión geométrica, la expresión ⑥ queda:

$$S=\left(\frac{Y^n-1}{Y-1}\right)+\frac{Y(Y^{n-1}-1)}{Y-1}+Y^2\left(\frac{Y^{n-2}-1}{Y-1}\right)+\cdots+Y^{n-2}\left(\frac{Y^2-1}{Y-1}\right)+\cdots+Y^{n-1}\left(\frac{Y-1}{Y-1}\right)$$

Tenemos a Y-1 como común denominador, por lo que:

$$S=\left[(Y^n-1+Y(Y^{n-1}-1)+Y^2(Y^{n-2}-1)+\cdots+Y^{n-2}(Y^2-1)+Y^{n-1}(Y-1)\right]/(Y-1)$$

distribuyendo los productos:

$$S=\frac{1}{(Y-1)}\left[Y^n-1-Y^n-Y+Y^n-Y^2+\cdots+Y^n-Y^{n-2}+Y^n-Y^{n-1}\right]$$

obsérvese que tenemos n términos Y , por lo tanto:

$$S=\frac{nY^n-1-Y-Y^2-\cdots-Y^{n-2}-Y^{n-1}}{Y-1}$$

$$\Rightarrow \qquad S=\frac{nY^n-(1+Y+Y^2+\cdots+Y^{n-2}+Y^{n-1})}{Y-1}$$

y en el paréntesis tenemos una progresión geométrica, por lo que:

$$S=\frac{nY^n-\left(\frac{Y^n-1}{Y-1}\right)}{Y-1}=\frac{nY^n}{Y-1}-\frac{Y^n-1}{(Y-1)^2}$$

Así llegamos a que:

$$1+2Y+3Y^2+\cdots+nY^{n-1}=\frac{nY^n}{Y-1}-\frac{Y^n-1}{(Y-1)^2}$$

y como Y = VT, tenemos que:

$$1+2VT+3V^2T^2+\cdots+(n-1)V^{n-2}T^{n-2}-nV^{n-1}T^{n-1}=\frac{nV^nT^n}{VT-1}-\frac{V^nT^n-1}{(VT-1)^2}$$

y sustituyendo esto en ⑦ tenemos:

$$(Ga)_{x:\overline{n}|}\simeq NV\left(\frac{V^nT^n-1}{VT-1}\right)-NVq_x\left(\frac{nV^nT^n}{VT-1}-\frac{V^nT^n-1}{(VT-1)^2}\right)$$

distribuyendo NVqx:

$$(Ga)_{x:\overline{n}|}\approx NV\left(\frac{V^nT^n-1}{VT-1}\right)-NVq_x\left(\frac{nV^nT^n}{VT-1}\right)+NVq_x\left(\frac{V^nT^n-1}{(VT-1)^2}\right)$$

Factorizando:

$$(Ga)_{x:\overline{n}|} \approx NV\left(\frac{V^nT^n-1}{VT-1}\right)\left(1+\frac{q_x}{VT-1}\right) - NVq_x\left(\frac{nV^nT^n}{VT-1}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{(Ga)_{x:\overline{n}|} \approx NV\left[\frac{(VT)^n-1}{VT-1}\left(1+\frac{q_x}{VT-1}\right) - q_x\left(\frac{n(VT)^n}{VT-1}\right)\right]} \qquad (10)$$

La expresión (10) representa una aproximación del "<u>Valor Presente Actuarial de una Anualidad Temporal a n años con Pagos Vencidos en forma de Progresión Geométrica, con 1er. pago N y razón T</u>". Aunque para que esta aproximación tenga sentido debemos tener $VT \neq 1$.

Utilizando la tabla C.S.O. de 1958 y la ecuación (2) (primer página), veamos que tanto se aproxima (10), con los siguientes ejemplos:

Por medio de la expresión (2) se calculará exactamente y por medio de (10) las aproximaciones.

Ejemplo 1.- Calcúlese $(Ga)_{19:\overline{1}|}$ exactamente y con aproximación.

i) con exactitud: $(Ga)_{19:\overline{1}|} = N(Vp_{19}) = NV(.99826)$

ii) por aproximación:

$$(Ga)_{19:\overline{1}|} \approx NV\left[\frac{(VT)^1-1}{VT-1}\left(1+\frac{q_{19}}{VT-1}\right) - q_{19}\left(\frac{1(VT)^1}{VT-1}\right)\right] \approx NV\left[1\left(\frac{VT-1+q_{19}}{VT-1}\right)-\left(\frac{q_{19}VT}{VT-1}\right)\right] \approx NV\left(\frac{VT-1+q_{19}-q_{19}VT}{VT-1}\right)$$

$$\approx NV\left(\frac{VT-1}{VT-1}+\frac{q_{19}-q_{19}VT}{VT-1}\right) \approx NV\left(1+\frac{q_{19}(1-VT)}{VT-1}\right) \approx NV\left(1-\frac{q_{19}(1-VT)}{1-VT}\right) = NV(1-q_{19}) = NV(1-.0017)$$

$$\therefore \quad (Ga)_{19:\overline{1}|} \simeq NV(.99826)$$

No es de extrañar que para n=1 la aproximación sea exacta, ya que en ${}_tP_x \approx 1-{}_tq_x$ se cumple la igualdad si t=1.

En los siguientes ejemplos considérese N=5, T=2, i=0.025 .

Ejemplo 2. Calcúlese $(Ga)_{21:\overline{2}|}$ exactamente y con aproximación.

i) con exactitud:

$$(Ga)_{21:\overline{2}|} = N\left(Vp_{21} + TV^2{}_2p_{21}\right) = 5\left(\frac{.99817}{1.025}+\frac{2(.976334)}{(1.025)^2}\right) = \underline{\$14.353037}$$

ii) aproximación:

$$(Ga)_{21:\overline{2}|} \simeq \frac{5}{1.025}\left[\left(1+\frac{q_{21}}{2(1.025)^{-1}-1}\right)\frac{2^2(1.025)^{-2}-1}{2(1.025)^{-1}-1} - q_{21}\left(\frac{2(1.025)^{-2}(2)^2}{2(1.025)^{-1}-1}\right)\right.$$

$$\simeq 4.8780488\left[2.9512195(1.0019238)-(0.0147706)\right]$$

$$\simeq 4.8780488\,(2.9421265) = \$\,14.351837$$

Ejemplo 3.- Lo mismo, pero para $(Ga)_{40:\overline{3|}}$

i) exactitud:

$$(Ga)_{40:\overline{3|}} = N(V p_{40} + TV^2{}_2p_{40} + T^2V^3{}_3p_{40}) = 5\left(\frac{.99647}{1.025} + \frac{2\cdot(.9926435)}{1.025^2} + \frac{4(.9885042)}{1.025^3}\right)$$

$$= 5\,(.9721659 + 1.8896247 + 3.6716977) = \$32.667441$$

ii) aproximación:

$$(Ga)_{40:\overline{3|}} \simeq \frac{5}{1.025}\left[\frac{(1.025)^{-3}(2)^3-1}{2(1.025)^{-1}-1}\left(1+\frac{q_{40}}{2(1.025)^{-1}-1}\right) - q_{40}\left(\frac{3(1.025)^{-3}(2)^3}{2(1.025)^{-1}-1}\right)\right]$$

$$\simeq 4.8780488\left[6.7584771(1.003711) - .0827053\right]$$

$$\simeq \$32.687086$$

Ejemplo 4.- Ahora para $(Ga)_{25:\overline{7|}}$

i) exactitud:

$$(Ga)_{25:\overline{7|}} = 5\left(V p_{25} + TV^2{}_2p_{25} + T^2V^3{}_3p_{25} + \cdots + T^6V^7{}_7p_{25}\right)$$

$$\Rightarrow (Ga)_{25:\overline{7|}} = 5\left(\frac{.99847}{1.025} + \frac{2(.9969138)}{1.025^2} + \frac{4(.9941316)}{1.025^3} + \frac{8.(.9921135)}{1.025^4} + \frac{16(.99005)}{1.025^5} + \frac{32(.9879412)}{1.025^6} + \frac{64(.9577)}{1.025^7}\right)$$

$$\Rightarrow (Ga)_{25:\overline{7|}} = 5(108.08995) = \$540.44973$$

ii) aproximación:

$$(Ga)_{25:\overline{7|}} \simeq \frac{5}{1.025}\left[\frac{2^7(1.025)^{-7}-1}{2(1.025)^{-1}-1}\left(1+\frac{q_{25}}{2(1.025)^{-1}-1}\right) - q_{25}\left(\frac{7(1.025)^{-7}(2)^7}{2(1.025)^{-1}-1}\right)\right]$$

$$\simeq 4.8780488\left[112.15282\,(1.002029) - 1.5293874\right]$$

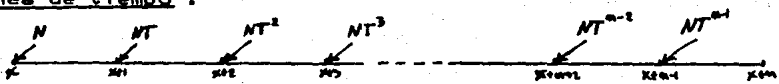
$$\simeq 4.8780488\,(110.8509907) = \$540.73652$$

En estos ejemplos se pudo observar que al aumentar n la aproximación es menor, pero el cálculo es mucho más fácil. La condición VT = 1, nos dice sólamente que $T \neq 1/V$. Seguramente la inexactitud de (10) está en función de la inexactitud de la expresión $tPx \simeq 1 - t(qx)$.

Pienso que tal vez exista alguna manera de "ajustar" dicha aproximación a través de técnicas de análisis numérico y estadística, de modo tal que el error sea insignificante.

5.2.2.- Anualidad Temporal Geométrica Anticipada.

Ahora consideremos a una persona de edad (x) que se enfrenta a un problema análogo al anterior, pero ahora los pagos sosn anticipados; es decir, al principio del año. Veamos esto en una "línea de tiempo":



Procederemos de manera análoga al caso anterior y denotemos al valor presente actuarial de esta anualidad por $(G\ddot{a})_{x:\overline{n}|}$.

$$(G\ddot{a})_{x:\overline{n}|} = N + NTVp_x + NT^2V^2{}_2p_x + \cdots + NT^{n-1}V^{n-1}{}_{(n-1)}p_x$$

$$\Rightarrow \quad (G\ddot{a})_{x:\overline{n}|} = N\left(1 + TVp_x + T^2V^2{}_2p_x + \cdots + T^{n-1}V^{n-1}{}_{(n-1)}p_x\right) \qquad \text{I}$$

pero $V^t{}_tPx$ = tEx, por lo tanto:

$$(G\ddot{a})_{x:\overline{n}|} = N\left(1 + TE_x + T^2{}_2E_x + \cdots + T^{n-1}{}_{(n-1)}E_x\right) \qquad \text{II}$$

Como ${}_{m|}\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=m}^{m+n-1} {}_tE_x$ entonces ${}_{m|}\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = {}_mE_x$ y además: ${}_0E_x = V^0{}_0p_x = 1\left(\frac{l_{x+0}}{l_x}\right) = 1$, por lo que ${}_{0|}\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 1$ entonces II nos queda:

$$(G\ddot{a})_{x:\overline{n}|} = N\left[{}_{0|}\ddot{a}_{x:\overline{n}|} + T({}_{1|}\ddot{a}_{x:\overline{n}|}) + T^2({}_{2|}\ddot{a}_{x:\overline{n}|}) + \cdots + T^{n-1}({}_{n-1|}\ddot{a}_{x:\overline{n}|})\right]$$

y concluimos que :

$$\boxed{(G\ddot{a})_{x:\overline{n}|} = N\sum_{t=0}^{n-1} T^t({}_{t|}\ddot{a}_{x:\overline{n}|})}$$

encontrandonos ahora en la misma situación que en el caso anterior.

Pero aquí también vamos a intentar una aproximación utilizando tPx = 1 − $_t$qx ≈ 1 − tqx.

De I tenemos:

$$(G\ddot{a})_{x:\overline{n}|} \simeq N\left[1 + VT(1-q_x) + (VT)^2(1-2q_x) + \cdots + (VT)^{n-1}(1-(n-1)q_x)\right]$$

Haciendo el mismo desarrollo que con la anualidad vencida se tiene:

$$(G\ddot{a})_{x:\overline{n}|} \simeq N\left[(1+VT+(VT)^2+\cdots+(VT)^{n-1})-(q_x VT+2q_x(VT)^2+\cdots+(n-1)q_x(VT)^{n-1})\right]$$

$$\Rightarrow (G\ddot{a})_{x:\overline{n}|} \simeq N\left[\frac{V^nT^n-1}{VT-1}-q_x VT(1+2VT+\cdots+(n-1)V^{n-2}T^{n-2})\right] \quad \text{III}$$

Pero ya vimos que: $1+2V+3V^2T^2+\cdots+mV^{m-1}T^{m-1} = \frac{nV^nT^m}{VT-1} - \frac{V^mT^m-1}{(VT-1)^2}$

entonces:

$$\sum_{t=2}^{n}(t-1)(VT)^{t-2} = 1+2VT+3V^2T^2+\cdots+(n-1)V^{n-2}T^{n-2} = \frac{(n-1)(VT)^{n-1}}{VT-1} - \frac{(VT)^{n-1}-1}{(VT-1)^2}$$

Por lo tanto, sustituyendo en III:

$$\boxed{(G\ddot{a})_{x:\overline{n}|} \simeq N\left[\frac{(VT)^n-1}{VT-1} - q_x VT\left(\frac{(n-1)(VT)^{n-1}}{VT-1} - \frac{(VT)^{n-1}-1}{(VT-1)^2}\right)\right]} \quad \text{IV}$$

Hasta aquí se llega porque ya no se puede factorizar.

Veamos ahora que tan buena salió esta aproximación con los siguientes ejemplos que son los mismos que en las vencidas, y con los mismos datos, para poderlas comparar. Usaremos la expresión I para calcular con exactitud, y la expresión IV para aproximación.

Ejemplo 5.- Si n = 1 no importa la edad, ya que los pagos son anticipados y el valor presente siempre será el pago inicial N. Es decir:

i) usando I : $(G\ddot{a})_{x:\overline{n}|} = (G\ddot{a})_{x:\overline{1}|} = N(1) = \underline{N}$

ii) Por aproximación:

$$(G\ddot{a})_{x:\overline{1}|} \simeq N\left[\frac{VT-1}{VT-1} - q_x VT\left(\frac{0(VT)^0}{VT-1} - \frac{(VT)^0-1}{(VT-1)^2}\right)\right] = N[1-q_x VT(0)] = N(1) = \underline{N}$$

Recuérdese que tenemos como en los ejemplos 2, 3, 4, los valores: N = 5, T = 2 e i = 0.025.

Ejemplo 6.- Calcular exactamente y con aproximación

i) exactamente :

$$(G\ddot{a})_{21:\overline{2}|} = N(1+TV\,p_{21}) = 5\left(1+\frac{2(.9963134)}{1.025}\right) = 5(2.9440261) = \underline{\$\,14.72313}$$

ii) aproximación :

$$(G\ddot{a})_{21:\overline{3}|} \simeq 5\left[\frac{4(1.025)^{-2}-1}{2(1.025)^{-1}-1} - 2q_{21}(1.025)^{-1}\left\{\frac{(1)2(1.025)^{-1}}{2(1.025)^{-1}-1} - \frac{2(1.025)^{-1}-1}{[2(1.025)^{-1}-1]^2}\right\}\right]$$

$$\Rightarrow (G\ddot{a})_{21:\overline{3}|} \simeq 5\left[2.9512195 - .0008972(2.0512821 - 1.0512821)\right]$$

$$\Rightarrow (G\ddot{a})_{21:\overline{3}|} \simeq 5\left[2.9503223\right] = \underline{\$\,14.751612}$$

Ejemplo 7.- Calcular exactamente y con aproximación $(G\ddot{a})_{40:\overline{3}|}$

i) exactamente :

$$(G\ddot{a})_{40:\overline{3}|} = 5\left(1+2(1.025)^{-1}p_{40} + 4(1.025)^{-2}\,{}_2p_{40}\right) = 5(2.9443317+3.7792495) = 5(6.7235812)$$
$$= \underline{\$33.617906}$$

ii) aproximación :

$$(G\ddot{a})_{40:\overline{3}|} \simeq 5\left[\frac{8(1.025)^{-3}-1}{2(1.025)^{-1}-1} - 2q_{40}(1.025)^{-1}\left\{\frac{2(2)^2(1.025)^{-2}}{2(1.025)^{-1}-1} - \frac{2^3(1.025)^{-3}-1}{(2(1.025)^{-1}-1)^2}\right\}\right]$$

$$\simeq 5\left(6.7584771 - .0068878(8.0050032 - 3.1025641)\right)$$

$$\Rightarrow (G\ddot{a})_{40:\overline{3}|} \simeq 5(6.7247101) = \underline{\$\,33.62355}$$

Ejemplo 8.- Calcular exactamente y con aproximación $(G\ddot{a})_{15:\overline{7}|}$

i) exactamente :

$$(G\ddot{a})_{15:\overline{7}|} = 5\left(1 + \frac{2\,{}_2p_{15}}{1.025} + \frac{2^2\,{}_2p_{15}}{(1.025)^2} + \cdots + \frac{2^6\,{}_2p_{15}}{(1.025)^6}\right)$$

$$= 5\left(1 + \frac{2(.99807)}{1.025} + \frac{4(.9961138)}{(1.025)^2} + \frac{8(.9941346)}{(1.025)^3} + \frac{16(.9921135)}{(1.025)^4} + \frac{32(.99005)}{(1.025)^5} + \frac{64(.9879941)}{(1.025)^6}\right)$$

$$= 5\left(1 + 1.9474537 + 3.7924 + 7.3852 + 14.3808 + 28.0019 + 54.521511\right.$$

$$\therefore\ (G\ddot{a})_{20:\overline{7}|} = 5(111.02994) = \underline{\$\,555.1472}$$

ii) aproximación :

$$(G\ddot{a})_{25:\overline{7|}} \simeq 5\left[\frac{2^7(1.025)^{7}-1}{2(1.025)^{-1}-1} - 2q_{25}(1.025)^{-1}\left\{\frac{6(2)^6(1.025)^{-6}}{2(1.025)^{-1}-1} - \frac{2^6(1.025)^{-6}-1}{(2(1.025)^{-1}-1)^2}\right\}\right]$$

$$\simeq 5\left[112.15282 - 0.00376585398 \ldots\right.$$

$$\simeq 5\,(111.06746)$$

$$\Rightarrow (G\ddot{a})_{x=25:\overline{7|}} \simeq \underline{\$555.33729}$$

Es satisfactorio ver que la aproximación $(G\ddot{a})_{x:\overline{n|}}$ resultó mas precisa que $(Ga)_{x:\overline{n|}}$, aunque sólo en estos ejemplos, por lo cual no puedo generalizar que siempre la anualidad anticipada sea mejor que la anualidad vencida.

Después de todo, las sumatorias ② y ①, siguen siendo aproximaciones; pero son las mejores, por lo que las utilicé en ejemplos con formulas de exactitud.

A continuación se presentan los resultados generados por un programa de computadora que calcula la anualidad contingente geométrica exacta y la aproximada para los casos anticipada y vencida.

Los parámetros utilizados en cada evaluación de éstas, se muestran a través de la siguiente tabla:

Iteración	T	R	i	n
	%	$	%	
1	2	1	10	1
2	5	1	10	1
3	10	1	10	1
4	20	1	10	1
5	2	1	15	1
6	5	1	15	1
7	10	1	15	1
8	20	1	15	1
9	2	1	25	1
10	5	1	25	1
11	10	1	25	1
12	20	1	25	1
13	2	1	50	1
14	5	1	50	1
15	10	1	50	1
16	20	1	50	1

de la cual se observa la variación de la tasa de interés (i) en 10, 15, 25 y 50%. En cada tasa se mantienen fijos la renta unitaria y el plazo a un periodo de capitalización. En todo momento se varía el parámetro que simboliza la razón geométrica del modelo (T), tomando a su vez las tasas del 2, 5, 10 y 20% para todas las edades comprendidas entre los 9 y los 97 años.

En los cálculos involucrados se utilizan las tablas de mortalidad Comissioners Standard Ordinary de 1958.

Para cada iteración se obtuvieron las diferencias existentes entre los modelos "exacto" y "aproximado". Tales diferencias se generaron al restar del modelo aproximado el modelo exacto, para las anualidades Vencida y Anticipada.

Igualmente, se grafican los valores presentes de estas anualidades para cada cuarteta de parámetros.

Al analizar los diferenciales obtenidos, se aprecia que no son significativos debido a que el más grande es del orden de los diezmilécimos y el más pequeño es a partir de los millonécimos.

Respecto a este comportamiento, se deducen los siguientes casos presentados:

<u>Caso 1</u>.- Si el diferencial es positivo, entonces el modelo exacto es mayor que el aproximado.

<u>Caso 2</u>.- Si el diferencial es negativo, entonces el modelo exacto es menor que el aproximado.

A partir de la edad 74 se presenta el caso 2 en todas la iteraciones; pero esto no es significativo ya que esto es una consecuencia de las tablas de mortalidad utilizadas; debido a que estas han sido ajustas previamente.

Los diferenciales existentes son ínfimos, lo que implica que los modelos aproximados no son objeto de ajustes vía técnicas de Análisis Numérico y de Estadística, ya que por su tamaño son prácticamente despreciables.

<u>Lo anterior permite afirmar la bondad de los modelos que aproximan el Valor Presente de la Anualidad Contingente Creciente Geométrica en sus modalidades Vencida y Anticipada.</u>

Razón de Crecimiento : 2 %

Renta : $ 1.00

Tasa de Interés : 10 %

x	exacta antic.	aprox. antic.	dif.	exacta vencida	aprox. vencida	dif.
9	0.907990918612108	0.907990918181818	-0.000000000430289	1.000000000000000	1.000000000000000	0.000000000000000
10	0.924460486603711	0.924460954049587	0.000000467445876	1.018159453851431	1.018159453818182	-0.000000000033249
11	0.924731122568094	0.924732145496619	0.000001022928526	1.018488635763146	1.018488655110744	0.000000019347597
12	0.924679770855380	0.924680960011256	0.000001189155876	1.018493486757629	1.018493510495087	0.000000023737458
13	0.924613850101970	0.924615043614582	0.000001193512611	1.018492275030344	1.018492298899153	0.000000023868809
14	0.924547684686770	0.924549039747414	0.000001355060644	1.018490953657963	1.018490980759138	0.000000027101175
15	0.924472203459933	0.924473556240826	0.000001352780893	1.018489444068549	1.018489471124167	0.000000027055617
16	0.924396944333280	0.924398110425229	0.000001166091949	1.018487938886654	1.018487962208493	0.000000023321839
17	0.924331312878046	0.924332133058985	0.000000820180939	1.018486626257561	1.018486642661179	0.000000016403619
18	0.924284202912742	0.924285017146776	0.000000814234035	1.018485684058255	1.018485700342936	0.000000016284681
19	0.924237220641671	0.924237863511660	0.000000642869989	1.018484744412833	1.018484757270233	0.000000012857400
20	0.924199665154545	0.924200131172840	0.000000466018295	1.018483993303091	1.018484002623457	0.000000009320366
21	0.924171338999052	0.924171801268861	0.000000462269809	1.018483426779981	1.018483436025377	0.000000009245396
22	0.924143225362097	0.924143509087791	0.000000283725694	1.018482864507242	1.018482870181756	0.000000005674514
23	0.924124413730682	0.924124704218107	0.000000290487425	1.018482488274614	1.018482494084362	0.000000005809748
24	0.924105335620403	0.924105795610425	0.000000459990022	1.018482106712408	1.018482115912209	0.000000009199800
25	0.924077047587344	0.924077503429355	0.000000455842011	1.018481540951747	1.018481550068587	0.000000009116840
26	0.924048625795292	0.924049258401920	0.000000632606629	1.018480972515906	1.018480985168038	0.000000012652132
27	0.924010734792137	0.924011535493827	0.000000800701690	1.018480214695843	1.018480230709877	0.000000016014034
28	0.923963560001253	0.923964362997257	0.000000802996003	1.018479271200025	1.018479287259945	0.000000016059920
29	0.923916230184476	0.923917199931413	0.000000969746937	1.018478324603689	1.018478343998628	0.000000019394939
30	0.923859608025663	0.923860568415638	0.000000960389975	1.018477192160513	1.018477211368313	0.000000019207799
31	0.923802854308634	0.923803984053498	0.000001129744864	1.018476057086173	1.018476079681070	0.000000022594897
32	0.923736712252341	0.923738025548697	0.000001313296356	1.018474734245047	1.018474760510974	0.000000026265927
33	0.923660755324385	0.923662579732510	0.000001824408125	1.018473215105488	1.018473251594650	0.000000036488162
34	0.923556674124824	0.923558841735254	0.000002167610429	1.018471133482497	1.018471176834705	0.000000043352208
35	0.923433506576617	0.923436185699588	0.000002679122971	1.018468670131532	1.018468723713992	0.000000053582460
36	0.923281760302211	0.923285284636488	0.000003524334277	1.018465635206044	1.018465705692730	0.000000070486686
37	0.923083288951542	0.923087324245542	0.000004035294000	1.018461665779031	1.018461746484911	0.000000080705880
38	0.922856275847286	0.922860977366255	0.000004701518969	1.018457125516946	1.018457219547325	0.000000094030379
39	0.922591695619622	0.922596879286694	0.000005183667072	1.018451833912393	1.018451937585734	0.000000103673341
40	0.922298989555362	0.922304479595336	0.000005490039974	1.018445979791107	1.018446089591907	0.000000109800799
41	0.921987344893141	0.921993312757202	0.000005967864061	1.018439746897863	1.018439866255144	0.000000119357281
42	0.921647384430252	0.921653816015089	0.000006431584837	1.018432947688605	1.018433076320302	0.000000128631697
43	0.921278965125328	0.921286027091907	0.000007061966579	1.018425579302507	1.018425720541838	0.000000141239332
44	0.920872650945557	0.920880505829904	0.000007854884347	1.018417453018911	1.018417610116598	0.000000157097687
45	0.920419230918301	0.920427859224966	0.000008628306665	1.018408384618366	1.018408557184499	0.000000172566133
46	0.919918436379895	0.919927983539095	0.000009547159200	1.018398368727598	1.018398559670782	0.000000190943184
47	0.919361108866426	0.919371561213992	0.000010452347566	1.018387222177328	1.018387431224280	0.000000209046951
48	0.918747036650030	0.918758526234568	0.000011489584538	1.018374940733000	1.018375170524691	0.000000229791691
49	0.918067117006395	0.918079598765432	0.000012481759037	1.018361342340128	1.018361591975309	0.000000249635181
50	0.917321306056340	0.917334580761317	0.000013274704977	1.018346426121127	1.018346691615226	0.000000265494099
51	0.916518560590747	0.916532921810700	0.000014361219953	1.018330371211815	1.01833[illegible]214	0.000000287224399
52	0.915640432376964	0.915655826474623	0.000015394097659	1.018312808647540	1.018313116529493	0.000000307881953
53	0.914686795227303	0.914703323045268	0.000016527817964	1.018293735904546	1.018294066460905	0.000000330556359
54	0.913648066074198	0.913665990226337	0.000017924152140	1.018272961321484	1.018273319804527	0.000000358483043
55	0.912505465706553	0.912524862825789	0.000019397119236	1.018250109314131	1.018250497256516	0.000000387942385
56	0.911249644039913	0.911270547839506	0.000020903799593	1.018224992880798	1.018225410956790	0.000000418075992
57	0.909871445171220	0.909893718278464	0.000022273107244	1.018197428903425	1.018197874365569	0.000000445462145
58	0.908370202156189	0.908394176097394	0.000023973941204	1.018167404043124	1.018167883521948	0.000000479478824
59	0.906718471732990	0.906743770576132	0.000025298843141	1.018134369434660	1.018134875411523	0.000000505976863
60	0.904925317830414	0.904952045610425	0.000026727780011	1.018098506356608	1.018099040912209	0.000000534555600
61	0.902971617078738	0.902999819101509	0.000028202022771	1.018059432341575	1.018059996382030	0.000000564040455
62	0.900838780818913	0.900868455932785	0.000029675113871	1.018016775616378	1.018017369118656	0.000000593502277
63	0.898507851915339	0.898539094650206	0.000031242734867	1.017970157038307	1.017970781893004	0.000000624854697
64	0.895950385335759	0.895983348765432	0.000032963429673	1.017919007706715	1.017919666975309	0.000000659268594
65	0.893129095582147	0.893163646262003	0.000034550679855	1.017862581911643	1.017863272925240	0.000000691013597
66	0.890015609482744	0.890051459190672	0.000035849707928	1.017800312189655	1.017801029183814	0.000000716994158
67	0.886583313337538	0.886618683984911	0.000035370647373	1.017731666266751	1.017732373679698	0.000000707412947
68	0.882879069951495	0.882912304526749	0.000033234575254	1.017657581399030	1.017658246090535	0.000000664691505
69	0.878941454127393	0.878970383230453	0.000028929103060	1.017578829082548	1.017579407664609	0.000000578582061
70	0.874835512736718	0.874858482510288	0.000022969773570	1.017496710254734	1.017497169650206	0.000000459395471
71	0.870599192164441	0.870614787379973	0.000015595215532	1.017411983843289	1.017412295747600	0.000000311904311
72	0.866257570182842	0.866267090192044	0.000009520009202	1.017325151403657	1.017325341803841	0.000000190400184
73	0.861679538840280	0.861683860596708	0.000004321756428	1.017233590776806	1.017233677211934	0.000000086435129
74	0.856732795559831	0.856732728909465	-0.000000066650366	1.017134655911196	1.017134654578189	-0.000000001333007
75	0.851258057214165	0.851253316186557	-0.000004741027608	1.017025161144283	1.017025066323731	-0.000000094820552
76	0.845115416054924	0.845104491598080	-0.000010924456844	1.016902308321098	1.016902089831962	-0.000000218489137
77	0.838186185277701	0.838163438786008	-0.000022746491693	1.016763723705554	1.016763268775720	-0.000000454929834
78	0.830537503640165	0.830496304869685	-0.000041198770480	1.016610750072803	1.016609926097394	-0.000000823975409
79	0.822272924764420	0.822206884430727	-0.000066040333693	1.016445458495288	1.016444137688615	-0.000001320806674
80	0.813468536693464	0.813370387517147	-0.000098149176318	1.016269370733869	1.016267407750343	-0.000001962983526
81	0.804245592933024	0.804109130658436	-0.000136462274588	1.016084911858660	1.016082182613169	-0.000002729245492
82	0.794660269974429	0.794480452674897	-0.000179817299532	1.015893205399488	1.015889609053498	-0.000003596345991
83	0.784683337342114	0.784455306927298	-0.000228030414817	1.015693666746842	1.015689106138546	-0.000004560608296
84	0.774241401016547	0.773958907750343	-0.000282493266204	1.015484828020331	1.015479178155007	-0.000005649865324
85	0.763288144592920	0.762944470737997	-0.000343665854923	1.015265762891858	1.015258889574760	-0.000006873317099
86	0.751746607972633	0.751335065157750	-0.000411542814883	1.015034932159453	1.015026701303155	-0.000008230856298
87	0.739448933511034	0.738962045610425	-0.000486887900609	1.014789978670221	1.014779240912209	-0.000009737758012
88	0.726131909121532	0.725560039437586	-0.000571869683946	1.014522638182430	1.014511200788752	-0.000011437393679
89	0.711443911101963	0.710773791152263	-0.000670119949700	1.014228878222039	1.014215475823045	-0.000013402398994
90	0.694933903376833	0.694146099108368	-0.000787804268470	1.013898678067537	1.013882921982167	-0.000015756085369
91	0.676067134555645	0.675133753429355	-0.000933381126290	1.013521342691113	1.013502675068587	-0.000018667622526
92	0.654213139057733	0.653094144375857	-0.001118994681876	1.013084262781155	1.013061882887517	-0.000022379893638
93	0.628627787031058	0.627293844307270	-0.001333942723788	1.012572555740621	1.012545876886146	-0.000026678854476
94	0.596271822315925	0.594683333333333	-0.001588488982591	1.011925436446318	1.011893666666667	-0.000031769779652
95	0.550015686707413	0.548170233196159	-0.001845453511254	1.011000313734148	1.010963404663923	-0.000036909070225
96	0.465070959950151	0.465308564814815	0.000237604864664	1.009301419199003	1.009306171296296	0.000004752097293
97	0.000000000000000	0.295812277091907	0.295812277091899	1.000000000000000	1.005916245541838	0.005916245541838

Razón de Crecimiento : 5 %

Renta : $ 1.00

Tasa de Interés : 10 %

X	exacta antic.	aprox. antic.	dif.	exacta vencida	aprox. vencida	dif.
9	0.907990918612108	0.907990918181818	-0.000000000430290	1.000000000000000	1.000000000000000	0.000000000000000
10	0.949192177651972	0.949193348760331	0.000001171108359	1.045398634628577	1.045398634545454	-0.000000000083122
11	0.951032091410631	0.951034853362134	0.000002761951503	1.047458062567166	1.047458183305785	0.000000120738619
12	0.951056662300653	0.951059897133051	0.000003234832398	1.047548588604155	1.047548748562171	0.000000159958016
13	0.950990657941227	0.950993911086511	0.000003253145284	1.047549340348668	1.047549502864985	0.000000162516317
14	0.950920564093415	0.950924254725070	0.000003690626654	1.047546019471449	1.047546203993611	0.000000184522162
15	0.950840743574841	0.950844404158065	0.000003660583224	1.047542036782651	1.047542219811320	0.000000183028669
16	0.950761437512523	0.950764585923942	0.000003148411419	1.047538071857663	1.047538229278210	0.000000157420548
17	0.950692553049769	0.950694784579723	0.000002231529954	1.047534627651674	1.047534739228170	0.000000111576497
18	0.950642734539084	0.950644937868446	0.000002203329362	1.047532136726917	1.047532246893385	0.000000110166468
19	0.950593323218302	0.950595051247164	0.000001728028861	1.047529666160913	1.047529752562356	0.000000086401443
20	0.950553866819290	0.950555131972789	0.000001265153499	1.047527693340965	1.047527756598639	0.000000063257675
21	0.950523920719711	0.950525160090703	0.000001239370992	1.047526196035986	1.047526258004535	0.000000061968549
22	0.950494452889663	0.950495228117914	0.000000775308251	1.047524722640483	1.047524761405896	0.000000038765412
23	0.950474532981553	0.950475333333333	0.000000800351780	1.047523726649078	1.047523766666667	0.000000040017589
24	0.950454080518661	0.950455328798186	0.000001248279524	1.047522704025933	1.047522766439909	0.000000062413976
25	0.950424139270593	0.950425396825397	0.000001257554804	1.047521206963530	1.047521269841270	0.000000062877740
26	0.950393783596523	0.950395514739229	0.000001731142706	1.047519689179826	1.047519775736961	0.000000086557135
27	0.950353428206205	0.950355605442177	0.000002177235972	1.047517671410310	1.047517780272109	0.000000108861798
28	0.950303508316718	0.950305698866213	0.000002190549495	1.047515175415836	1.047515284943311	0.000000109527475
29	0.950253168298255	0.950255802267574	0.000002633969319	1.047512658414912	1.047512790113379	0.000000131698466
30	0.950193255005335	0.950195888435374	0.000002633430039	1.047509662750266	1.047509794421769	0.000000131671502
31	0.950132929739000	0.950136024489796	0.000003094750796	1.047506646486950	1.047506801224490	0.000000154737540
32	0.950062637284315	0.950066243083900	0.000003605799585	1.047503131854216	1.047503312154195	0.000000180299979
33	0.949981437636704	0.949986424489796	0.000004986853092	1.047499071881835	1.047499321224490	0.000000249342655
34	0.949870739877743	0.949876673922902	0.000005934045159	1.047493536993887	1.047493833696145	0.000000296702258
35	0.949739552407545	0.949746908843537	0.000007356435992	1.047486977620377	1.047487345442177	0.000000367821800
36	0.949577628149453	0.949587261678004	0.000009633528551	1.047478881407473	1.047479363083900	0.000000481676427
37	0.949366802936444	0.949377827664399	0.000011024727955	1.047468340146822	1.047468891383220	0.000000551236398
38	0.949125539431588	0.949138361904762	0.000012822473174	1.047456276971579	1.047456918095238	0.000000641123659
39	0.948844831980062	0.948858956916100	0.000014124936038	1.047442241599003	1.047442947845805	0.000000706246802
40	0.948534637018471	0.948549609977324	0.000014972958853	1.047426731850923	1.047427480498866	0.000000748647943
41	0.948204141797144	0.948220408163265	0.000016266366122	1.047410207089857	1.047411020408163	0.000000813318306
42	0.947843687657834	0.947861234467120	0.000017546809286	1.047392184382892	1.047393061723356	0.000000877340464
43	0.947452854496883	0.947472128798186	0.000019274301303	1.047372642724844	1.047373606437909	0.000000963715065
44	0.947021683078395	0.947043103854875	0.000021420776480	1.047351084153920	1.047352155192744	0.000001071038824
45	0.946540685557912	0.946564222222222	0.000023536664310	1.047327034277896	1.047328211111111	0.000001176833216
46	0.946009334132294	0.946035374149660	0.000026040017366	1.047300466706615	1.047301768707483	0.000001302000868
47	0.945418198857754	0.945446702040816	0.000028503183063	1.047270909942888	1.047272335102041	0.000001425159153
48	0.944766815659346	0.944798136054422	0.000031320395076	1.047238340782968	1.047239906802721	0.000001566019753
49	0.944045840982639	0.944079858503401	0.000034017520762	1.047202292049132	1.047203992925170	0.000001700876038
50	0.943255464676167	0.943291659863946	0.000036195187778	1.047162773233808	1.047164582993197	0.000001809759389
51	0.942404393085355	0.942443537414966	0.000039144329611	1.047120219654268	1.047122176870748	0.000001957216480
52	0.941473651902291	0.941515606349206	0.000041954446916	1.047073682595114	1.047075780317460	0.000002097722346
53	0.940462835668887	0.940507896598639	0.000045060929753	1.047023141783444	1.047025394829932	0.000002253046488
54	0.939361575704784	0.939410440816326	0.000048865111543	1.046968078785239	1.046970522040816	0.000002443255577
55	0.938150315511365	0.938203174603175	0.000052859091809	1.046907515775569	1.046910159730159	0.000002642954590
56	0.936819213308055	0.936876160544218	0.000056947236163	1.046840960665402	1.046843808027211	0.000002847361809
57	0.935358835559895	0.935419531065760	0.000060695505865	1.046767941777995	1.046770976553288	0.000003034775293
58	0.933767786758133	0.933833076643991	0.000065289885858	1.046688339337907	1.046691653832200	0.000003264494293
59	0.932018124608664	0.932087014965986	0.000068890357323	1.046600906230433	1.046604350748299	0.000003444517866
60	0.930118667325322	0.930191443083900	0.000072775758579	1.046505933366266	1.046509572154195	0.000003638787929
61	0.928049283398973	0.928126067120181	0.000076783721208	1.046402464169949	1.046406303356009	0.000003839186060
62	0.925790384317925	0.925871171882086	0.000080787564161	1.046289519215896	1.046293558594104	0.000004039378208
63	0.923321752466148	0.923406802721088	0.000085050254940	1.046166087623307	1.046170340136054	0.000004252512747
64	0.920613215808038	0.920702927891156	0.000089712083118	1.046030660790402	1.046035146394558	0.000004485604156
65	0.917625799852443	0.917719797732426	0.000093997879983	1.045881289992622	1.045885989886621	0.000004699893999
66	0.914329858537123	0.914427230839002	0.000097372301930	1.045716492926856	1.045721361541950	0.000004868615094
67	0.910699554746853	0.910795494784580	0.000095940037728	1.045534977737343	1.045539774739229	0.000004797001886
68	0.906784333127045	0.906874296598639	0.000089963471595	1.045339216656352	1.045343714829932	0.000004498173580
69	0.902625769223665	0.902703904761905	0.000078135538240	1.045131283461183	1.045135195238095	0.000003906776912
70	0.898291836468851	0.898353681632653	0.000061845163802	1.044914591823443	1.044917684081633	0.000003092258190
71	0.893822120983169	0.893864025396825	0.000041904413657	1.044691106049158	1.044693201269841	0.000002095220683
72	0.889238876881198	0.889264339229025	0.000025462347827	1.044461943844060	1.044463216961451	0.000001273117391
73	0.884404060036515	0.884415469387755	0.000011409351240	1.044220203001826	1.044220773469388	0.000000570467562
74	0.879177901854485	0.879177374149660	-0.000000527704825	1.043958895092724	1.043958868707483	-0.000000026385241
75	0.873393710200431	0.873380379138322	-0.000013331062109	1.043669685510021	1.043669018956916	-0.000000666553105
76	0.866905692089061	0.866875173696145	-0.000030518392916	1.043345284604453	1.043343758684807	-0.000001525919646
77	0.859594863495664	0.859531823129252	-0.000063040366412	1.042979743174783	1.042976591156463	-0.000003152018321
78	0.851533806836274	0.851420308390023	-0.000113498446251	1.042576690341814	1.042571015419501	-0.000005674922313
79	0.842831706464010	0.842650439909297	-0.000181266554713	1.042141585323201	1.042132521995465	-0.000009063327736
80	0.833570513297188	0.833301786848073	-0.000268726449116	1.041678525664860	1.041665089342404	-0.000013436322456
81	0.823876605585673	0.823503755102041	-0.000372850483632	1.041193830279284	1.041175187755102	-0.000018642524182
82	0.813807450276710	0.813317006802721	-0.000490443473989	1.040690372513836	1.040665850340136	-0.000024522173700
83	0.803332050916489	0.802710811791383	-0.000621239125106	1.040166602545824	1.040135540589569	-0.000031061956255
84	0.792374981004150	0.791606049886621	-0.000768931117528	1.039618749050207	1.039580302494331	-0.000038446555876
85	0.780887938293213	0.779953233560091	-0.000934704733122	1.039044396914661	1.038997661678005	-0.000046735236656
86	0.768789377498157	0.767670947845805	-0.001118429652352	1.038439468874908	1.038383547392290	-0.000055921482618
87	0.755903091012567	0.754580798185941	-0.001322292826626	1.037795154550628	1.037729039909297	-0.000066114641331
88	0.741954267566196	0.740402022675737	-0.001552244890459	1.037097713378310	1.037020101133787	-0.000077612244523
89	0.726576949251524	0.724758775510204	-0.001818173741320	1.036328847462576	1.036237938775510	-0.000090908687066
90	0.709303906176366	0.707167356009070	-0.002136550167296	1.035465195308818	1.035358367800453	-0.000106827508365
91	0.689583394065345	0.687053070294785	-0.002530323770560	1.034479163703267	1.034352653514739	-0.000126516188528
92	0.666766618140232	0.663736063492063	-0.003030554648168	1.033338330907011	1.033186803174603	-0.000151527732408
93	0.640049497789272	0.636440399092971	-0.003609098696301	1.032002474889463	1.031822019954648	-0.000180454934815
94	0.606227747474072	0.601939809523810	-0.004287937951062	1.030311387373744	1.030096990476191	-0.000214396897553
95	0.557618856143388	0.552730848072562	-0.004888008070826	1.027880942807169	1.027636542403628	-0.000244400403541
96	0.465070959950159	0.465066585034014	-0.000004374916145	1.023253547997508	1.023253329251701	-0.000000218745807
97	0.000000000000319	0.285746430839002	0.285746430838683	1.000000000000016	1.014287321541950	0.014287321541934

Razón de Crecimiento : 10 %

Renta : $ 1.00

Tasa de Interés : 10 %

x	exacta antic.	aprox. antic.	dif.	exacta vencida	aprox. vencida	dif.
9	0.907990918612108	0.907990918181818	-0.000000000430289	1.000000000000000	1.000000000000000	0.000000000000000
10	0.990411662732407	0.990414006611570	0.000002343879164	1.090797269257154	1.090797269090909	-0.000000000166245
11	0.997860383589230	0.997866599398948	0.000006215809718	1.099037702331997	1.099038185041322	0.000000482709325
12	0.998472695438955	0.998480147462605	0.000007452023650	1.099779357369856	1.099780074034560	0.000000716664705
13	0.998457264167973	0.998464832435067	0.000007568267094	1.099839564868216	1.099840317184619	0.000000752316403
14	0.998384903616581	0.998393441377407	0.000008537760826	1.099837931419450	1.099838784608602	0.000000853189152
15	0.998297499508156	0.998305905324318	0.000008405816162	1.099829699251192	1.099830539769819	0.000000840518627
16	0.998210762520359	0.998217951403700	0.000007188883341	1.099821071653395	1.099821790535757	0.000000718882362
17	0.998135840678583	0.998140999583141	0.000005158904559	1.099813583650749	1.099814099540667	0.000000515889918
18	0.998080999027166	0.998086043962190	0.000005044935024	1.099808099864886	1.099808604358336	0.000000504493449
19	0.998027100670691	0.998031043996571	0.000003943325880	1.099802710063638	1.099803104396221	0.000000394332583
20	0.997984112926538	0.997987032999689	0.000002920073151	1.099798411292343	1.099798703299657	0.000000292007314
21	0.997951173632438	0.997953988999972	0.000002815367534	1.099795117363215	1.099795398899969	0.000000281536753
22	0.997919185206420	0.997920988999998	0.000001803793578	1.099791918520640	1.099792098899997	0.000000180379358
23	0.997897154391635	0.997899055000000	0.000001900608365	1.099789715439164	1.099789905500000	0.000000190060836
24	0.997874106411197	0.997877000000000	0.000002893588803	1.099787410641119	1.099737700000000	0.000000289358881
25	0.997841029574989	0.997844000000000	0.000002970425011	1.099784102957499	1.099784400000000	0.000000297042501
26	0.997806999656578	0.997811055000000	0.000004055343422	1.099780699965657	1.099781105500000	0.000000405534343
27	0.997762010203775	0.997767055000000	0.000005044796225	1.099776201020378	1.099776705500000	0.000000504479623
28	0.997706917463626	0.997712033000000	0.000005115536374	1.099770691746363	1.099771203300000	0.000000511553637
29	0.997650921887946	0.997657022000000	0.000006100112054	1.099765092188795	1.099765702200000	0.000000610011205
30	0.997584807855401	0.997590967000000	0.000006159144600	1.099758480785540	1.099759096700000	0.000000615914460
31	0.997517727665533	0.997524967000000	0.000007239334467	1.099751772766553	1.099752496700000	0.000000723933447
32	0.997439527822227	0.997448033000000	0.000008505177773	1.099743952782223	1.099744803300000	0.000000850517778
33	0.997348371035539	0.997360033000000	0.000011661964461	1.099734837103554	1.099736003300000	0.000001166196446
34	0.997225118314717	0.997239033000000	0.000013914685283	1.099722511831472	1.099723903300000	0.000001391468528
35	0.997078669093995	0.997095967000000	0.000017297906005	1.099707866909400	1.099709596700000	0.000001729790600
36	0.996897479211813	0.996919956000000	0.000022476788187	1.099689747921181	1.099691995600000	0.000002247678819
37	0.996663325793945	0.996689055000000	0.000025729206056	1.099666332579395	1.099668905500000	0.000002572920605
38	0.996395212063533	0.996425044000000	0.000029831936467	1.099639521206353	1.099642504400000	0.000002983193647
39	0.996084196273677	0.996117000000000	0.000032803726324	1.099608419627367	1.099611700000000	0.000003280372633
40	0.995741120442108	0.995775945000000	0.000034816557892	1.099574112844211	1.099577594500000	0.000003481655789
41	0.995375190807366	0.995413000000000	0.000037809192634	1.099537519080736	1.099541300000000	0.000003780919264
42	0.994976181018461	0.995017011000000	0.000040829981539	1.099497618101846	1.099501701100000	0.000004082998154
43	0.994543148107931	0.994588022000000	0.000044873892069	1.099454314810793	1.099458802200000	0.000004487389207
44	0.994065187146679	0.994115022000000	0.000049834853322	1.099406518714668	1.099411502200000	0.000004983485332
45	0.993532280580829	0.993587055000000	0.000054774419171	1.099353228058083	1.099358705500000	0.000005477441917
46	0.992943430921624	0.993004000000000	0.000060569078376	1.099294343092162	1.099300400000000	0.000006056907838
47	0.992288690014979	0.992354989000000	0.000066298985021	1.099228869001498	1.099235498900000	0.000006629898502
48	0.991567145253802	0.991639945000000	0.000072799746198	1.099156714525380	1.099163994500000	0.000007279974620
49	0.990769045012710	0.990848044000000	0.000078998987290	1.099076904501271	1.099084804400000	0.000007899898729
50	0.989894936985386	0.989979055000000	0.000084118014614	1.098989493698538	1.098997905500000	0.000008411801462
51	0.988953074410690	0.989044000000000	0.000090925589310	1.098895307441069	1.098904400000000	0.000009092558931
52	0.987923497966701	0.988020956000000	0.000097458033299	1.098792349796670	1.098802095600000	0.000009745803330
53	0.986805234461694	0.986909956000000	0.000104721538306	1.098680523446169	1.098690995600000	0.000010472153831
54	0.985586471630917	0.985700011000000	0.000113539369083	1.098558647163092	1.098570001100000	0.000011353936908
55	0.984246229392335	0.984369000000000	0.000122770607665	1.098424622939233	1.098436900000000	0.000012277060767
56	0.982773775935379	0.982905967000000	0.000132191064621	1.098277377593538	1.098290596700000	0.000013219106462
57	0.981159097246070	0.981300033000000	0.000140935753930	1.098115909724607	1.098130003300000	0.000014093575393
58	0.979399521746030	0.979550967000000	0.000151445253970	1.097939952174603	1.097955096700000	0.000015144525397
59	0.977466149049713	0.977625934000000	0.000159784950287	1.097746614904972	1.097762593400000	0.000015978495028
60	0.975367298513700	0.975536066000000	0.000168767486300	1.097536729851370	1.097553606600000	0.000016876748630
61	0.973080967942164	0.973258989000000	0.000178021057836	1.097308096794217	1.097325898900000	0.000017802105784
62	0.970585682448596	0.970772967000000	0.000187284551404	1.097058568244860	1.097077296700000	0.000018728455140
63	0.967858851315842	0.968056000000000	0.000197148684158	1.096785885131584	1.096805600000000	0.000019714868416
64	0.964867134231927	0.965074978000000	0.000207843768073	1.096486713423193	1.096507497800000	0.000020784376807
65	0.961568503404930	0.961786077000000	0.000217573595070	1.096156850340493	1.096178607700000	0.000021757359507
66	0.957931253145023	0.958156022000000	0.000224768854977	1.095793125314503	1.095815602200000	0.000022476885498
67	0.953931145082722	0.954152033000000	0.000220887917278	1.095393114508272	1.095415203300000	0.000022088791728
68	0.949622526411103	0.949828912000000	0.000206385588897	1.094962252641110	1.094982891200000	0.000020638558890
69	0.945052514937412	0.945231055000000	0.000178540062588	1.094505251493741	1.094523105500000	0.000017854006259
70	0.940294378553779	0.940434934000000	0.000140555446221	1.094029437855378	1.094043493400000	0.000014055544622
71	0.935390197962867	0.935485088000000	0.000094890037133	1.093539019796287	1.093548508800000	0.000009489003713
72	0.930356739687057	0.930413934000000	0.000057194312943	1.093035673968705	1.093041393400000	0.000005719431295
73	0.925043077147492	0.925068055000000	0.000024977852508	1.092504307714749	1.092506805500000	0.000002497785251
74	0.919295742403051	0.919293055000000	-0.000002687403051	1.091929574240305	1.091929305500000	-0.000000268740305
75	0.912934644293344	0.912901868000000	-0.000032776293344	1.091293464429334	1.091290186800000	-0.000003277629334
76	0.905803936427685	0.905729879000000	-0.000074057427685	1.090580393642768	1.090572987900000	-0.000007405742768
77	0.897784679501181	0.897633835000000	-0.000150844501180	1.089778467950118	1.089763383500000	-0.000015084450118
78	0.888959666272468	0.888690890000000	-0.000268776272468	1.088895966627247	1.088869089000000	-0.000026877627247
79	0.879448689647833	0.879022110000000	-0.000426579647833	1.087944868964783	1.087902211000000	-0.000042657964783
80	0.869344465855899	0.868715220000000	-0.000629245855899	1.086934446585589	1.085871522000000	-0.000062924585589
81	0.858782540056501	0.857912890000000	-0.000869658056501	1.085878254005650	1.085791289000000	-0.000086965805649
82	0.847822644629823	0.846682000000000	-0.001140644629823	1.084782264462982	1.084668200000000	-0.000114064462982
83	0.836430651085387	0.834988670000000	-0.001441981085387	1.083643065108539	1.083498867000000	-0.000144198108539
84	0.824527493414259	0.822745670000000	-0.001781823414259	1.082452749341426	1.082274567000000	-0.000178182341426
85	0.812061115918667	0.809898440000000	-0.002162675918667	1.081206111591867	1.080989844000000	-0.000216267591866
86	0.798941468499247	0.796357220000000	-0.002584248499247	1.079894146849925	1.079635722000000	-0.000258424849924
87	0.784977121774414	0.781925330000000	-0.003051791774414	1.078497712177442	1.078192533000000	-0.000305179177442
88	0.769872325247539	0.766293230000000	-0.003579095247539	1.076987232524754	1.076629323000000	-0.000357909524754
89	0.753235534775515	0.749046550000000	-0.004188984775515	1.075323553477552	1.074904655000000	-0.000418898477551
90	0.734570934755473	0.729652010000000	-0.004918924755473	1.073457093475547	1.072965201000000	-0.000491892475547
91	0.713296854240756	0.707476010000000	-0.005820844240756	1.071329685424075	1.070747601000000	-0.000582084424075
92	0.688728689608208	0.681769010000000	-0.006959679608208	1.068872868960821	1.068176901000000	-0.000695967960821
93	0.659947466859563	0.651675540000000	-0.008271926859563	1.065994746685956	1.065167554000000	-0.000827192685956
94	0.623418853110786	0.613638640000000	-0.009780213110785	1.062341885311078	1.061363864000000	-0.000978021311078
95	0.570290805203359	0.559385760000000	-0.010905045203359	1.057029080520336	1.055938576000000	-0.001090504520336
96	0.465070959950400	0.462735910000000	-0.002335049950400	1.046507095995040	1.046273591000000	-0.000233504995040
97	0.000000000005349	0.265035440000000	0.265035439994651	1.000000000000535	1.026503544000000	0.026503543999465

Razón de Crecimiento : 80 %

Renta : $ 1.00

Tasa de Interés : 10 %

x	exacta antic.	aprox. antic.	dif.	exacta vencida	aprox. vencida	dif.
9	0.907990918612108	0.907990918181818	-0.000000000430289	1.000000000000000	1.000000000000000	0.000000000000000
10	1.072850632893277	1.072855322314050	0.000004689420773	1.181594538514307	1.181594538181818	-0.000000000332489
11	1.102742008350313	1.102757214951165	0.000015206600852	1.214561713454657	1.214563643801653	0.000001930346996
12	1.108092943150298	1.108112629062223	0.000019685911925	1.220531993845429	1.220535474425244	0.000003480579815
13	1.108983817508377	1.109004580630359	0.000020763121983	1.221599593947061	1.221603602241650	0.000004008294590
14	1.109065427451224	1.109088677951253	0.000023250500030	1.221777313188928	1.221781925725391	0.000004612536463
15	1.108989388540967	1.109012492931088	0.000022604390121	1.221791488156408	1.221796000971753	0.000004512815345
16	1.108890603971293	1.108909749660985	0.000019145689691	1.221776943542117	1.221780771151281	0.000003827609164
17	1.108801756514949	1.108815812286270	0.000014055771321	1.221760137742999	1.221762948621942	0.000002810878943
18	1.108734675995555	1.108748159459419	0.000013483463864	1.221746896460486	1.221749593099181	0.000002696638695
19	1.108669778363075	1.108680293433371	0.000010515070296	1.221733948646625	1.221736051649893	0.000002103003269
20	1.108618034265880	1.108625965251630	0.000007930985750	1.221723605579108	1.221725191773874	0.000001586194766
21	1.108577715892030	1.108585171348254	0.000007455456224	1.221715542947427	1.221717034038096	0.000001491090669
22	1.108539402907071	1.108544430817639	0.000005027910568	1.221707880539556	1.221708886121525	0.000001005581969
23	1.108511854461336	1.108517351843406	0.000005497382070	1.221702370884687	1.221703470361062	0.000001099476375
24	1.108482105228464	1.108490123455258	0.000008018226794	1.221696421044322	1.221698024689670	0.000001603645348
25	1.108440884036654	1.108449382715772	0.000008498679118	1.221688176807083	1.221689876542904	0.000001699735821
26	1.108397305710624	1.108408709876493	0.000011404165869	1.221679461142080	1.221681741975253	0.000002280833173
27	1.108340483256040	1.108354388888880	0.000013905632840	1.221668096651200	1.221670877777768	0.000002781126568
28	1.108272150550510	1.108286460493826	0.000014309943315	1.221654430110100	1.221657292098764	0.000002861988663
29	1.108201729817582	1.108218545679012	0.000016815861430	1.221640345963516	1.221643709135802	0.000003363172286
30	1.108119704243500	1.108136996296296	0.000017292052797	1.221623940848700	1.221627399259259	0.000003458410559
31	1.108035124347953	1.108055514814815	0.000020390466861	1.221607024869591	1.221611102962963	0.000004078093372
32	1.107936198405791	1.107960534567901	0.000024336162110	1.221587239681158	1.221592106913580	0.000004867232422
33	1.107819074180927	1.107851892592593	0.000032818411665	1.221563814836185	1.221570378518519	0.000006563682333
34	1.107663131028733	1.107702509876543	0.000039378847810	1.221532626205746	1.221540501975309	0.000007875769563
35	1.107476820962753	1.107525885185185	0.000049064222432	1.221495364192551	1.221505177037037	0.000009812844487
36	1.107245816319189	1.107308587654321	0.000062771335132	1.221449163263838	1.221461717530864	0.000012554267027
37	1.106951675002144	1.107023524691358	0.000071849689214	1.221390335000429	1.221404704938272	0.000014369937843
38	1.106614833691536	1.106697585185185	0.000082751493649	1.221322966738307	1.221339517037037	0.000016550298730
39	1.106226594022227	1.106317283950617	0.000090689928390	1.221245318804445	1.221263456790123	0.000018137985678
40	1.105799742015281	1.105896228395062	0.000096486379780	1.221159948403057	1.221179245679012	0.000019297275956
41	1.105343398027027	1.105448148148148	0.000104750121122	1.221068679605405	1.221089629629630	0.000020950024225
42	1.104845914079635	1.104959272839506	0.000113358759871	1.220969182815927	1.220991854567901	0.000022671751974
43	1.104304960308344	1.104429656790124	0.000124696481780	1.220860992061669	1.220885931358025	0.000024939296356
44	1.103707387264513	1.103845706172840	0.000138318908326	1.220741477452902	1.220769141234568	0.000027663781666
45	1.103041806058935	1.103193895061728	0.000152089002793	1.220608361211787	1.220638779012346	0.000030417800559
46	1.102306091584007	1.102474074074074	0.000167982490067	1.220461218316801	1.220494814814815	0.000033596498014
47	1.101488970125390	1.101672825925926	0.000183855800536	1.220297794025078	1.220334565185185	0.000036771160108
48	1.100588516587303	1.100790055555556	0.000201538968253	1.220117703317461	1.220158011111111	0.000040307793650
49	1.099594090679561	1.099812400000000	0.000218309320439	1.219918818135912	1.219962480000000	0.000043661864088
50	1.098506806772173	1.098739574074074	0.000232767301901	1.219701361354435	1.219747914814815	0.000046553460380
51	1.097333818224361	1.097585185185185	0.000251366960824	1.219466763644872	1.219517037037037	0.000050273392165
52	1.096052663351041	1.096322167901235	0.000269504550194	1.219210532670208	1.219264433580247	0.000053900910039
53	1.094660752444611	1.094950562962963	0.000289810518352	1.218932150488923	1.218990112592593	0.000057962103670
54	1.093142766738969	1.093456803703704	0.000314036964735	1.218623553347794	1.218691360740741	0.000062807392947
55	1.091474294422206	1.091813580246914	0.000339285824708	1.218294858884441	1.218362716049383	0.000067857164942
56	1.089642459330883	1.090007366666667	0.000364907335783	1.217928491866177	1.218001473333334	0.000072981467157
57	1.087635576986382	1.088024732098765	0.000389155112383	1.217527115397276	1.217604946419753	0.000077831022477
58	1.085448102818417	1.085865391358025	0.000417288539608	1.217089620563683	1.217173078271605	0.000083457707922
59	1.083048613295747	1.083488807407407	0.000440194111661	1.216609722659149	1.216697761481482	0.000088038822332
60	1.080443985003004	1.080908723456790	0.000464738453786	1.216088797000601	1.216181744691358	0.000092947690757
61	1.077607557086622	1.078097517283951	0.000489960197329	1.215521511417325	1.215619503456790	0.000097992039466
62	1.074513029513674	1.075028354320988	0.000515324807314	1.214902605902735	1.215005670864198	0.000103064961463
63	1.071131820054388	1.071674074074074	0.000542254019686	1.214226364010877	1.214334814814815	0.000108450803938
64	1.067422989507635	1.067993800000000	0.000570810492365	1.213484597901528	1.213598760000000	0.000114162098472
65	1.063337534504899	1.063933428395062	0.000595893890163	1.212667506900980	1.212786685679012	0.000119178778033
66	1.058840093416931	1.059451879012346	0.000611785595415	1.211768018683386	1.211890375802469	0.000122357119083
67	1.053911196060594	1.054508682716049	0.000597486655455	1.210782239212119	1.210901736543210	0.000119497331091
68	1.048617781643581	1.049171496296296	0.000553714652716	1.209723556328717	1.209834299259259	0.000110742930543
69	1.043020447062115	1.043495129629630	0.000474682567515	1.208604089412423	1.208699025925926	0.000094936513503
70	1.037204575063226	1.037573992592593	0.000369417529367	1.207440915012645	1.207514798518519	0.000073883505874
71	1.031215862884119	1.031463071604938	0.000247208720819	1.206243172576824	1.206292614320988	0.000049441744164
72	1.025056324887370	1.025202387654321	0.000146062766951	1.205011264977474	1.205040477530864	0.000029212553391
73	1.018543225507210	1.018602537037037	0.000059311529828	1.203708645101442	1.203720507407408	0.000011862305966
74	1.011490156777343	1.011472907407407	-0.000017249369935	1.202298031355468	1.202294581481482	-0.000003449873987
75	1.003686009359099	1.003582553086420	-0.000103456272679	1.200737201871820	1.200716510617284	-0.000020691254536
76	0.994954239182478	0.994728245679012	-0.000225993503466	1.198990847836495	1.198945649135803	-0.000045198700693
77	0.985178816582236	0.984733129629630	-0.000445686952606	1.197035763316447	1.196946625925926	-0.000089137390521
78	0.974468401371233	0.973692456790124	-0.000775944581109	1.194893680274247	1.194738491358025	-0.000155188916222
79	0.962969623164004	0.961755691358025	-0.001213931805979	1.192593924632801	1.192351138271605	-0.000242786361196
80	0.950801148226373	0.949031135802469	-0.001770012423904	1.190160229645274	1.189806227160494	-0.000354002484781
81	0.938119652529086	0.935694925925926	-0.002424726603160	1.187623930505817	1.187138985185185	-0.000484945320632
82	0.924989762022818	0.921829629629630	-0.003160132393188	1.184997952404564	1.184365925925926	-0.000632026478637
83	0.911370421994775	0.907393419753086	-0.003977002241688	1.182274084398955	1.181478683950617	-0.000795400448338
84	0.897174007651183	0.892278604938272	-0.004895402712911	1.179434801530237	1.178455720987655	-0.000979080542582
85	0.882338842430482	0.876417827160494	-0.005921015277988	1.176467768487696	1.175283565432099	-0.001194203055598
86	0.866753947513766	0.859700271604938	-0.007053675908828	1.173350789502753	1.171940054320988	-0.001410735181765
87	0.850191699088431	0.841883123456790	-0.008308575631641	1.170038339817686	1.168376624691358	-0.001661715126328
88	0.832307590359972	0.822584234567901	-0.009723355792071	1.166461518071994	1.164516846913580	-0.001944671158414
89	0.812651827460168	0.801292037037037	-0.011359790423131	1.162530365492034	1.160258407407408	-0.002271958084626
90	0.790664595855580	0.777348160493827	-0.013316435361753	1.158132919171116	1.155469632098765	-0.002663287072350
91	0.765695405821403	0.749970382716049	-0.015725023105353	1.153139081164281	1.149994076543210	-0.003145004621071
92	0.736959586353374	0.718233345679012	-0.018726240674362	1.147391917270675	1.143646669135802	-0.003745248134872
93	0.703225808840977	0.681080913580247	-0.022144895260730	1.140645161768195	1.136216182716050	-0.004428979052146
94	0.660043178273974	0.634121777777778	-0.025921400496196	1.132008635654795	1.126824355555556	-0.005184280099239
95	0.595634703324221	0.567142913580247	-0.028491789743974	1.119126940664844	1.113428582716050	-0.005698357948795
96	0.465070959958955	0.447822111111111	-0.017248848847843	1.093014191991791	1.089564422222222	-0.003449769769569
97	0.000000000094645	0.203747456790123	0.203747456695479	1.000000000018929	1.040749491358025	0.040749491339896

Razón de Crecimiento : 2 %

Renta : $ 1.00

Tasa de Interés : 15 %

x	exacta antic.	aprox. antic.	dif.	exacta vencida	aprox. vencida	dif.
9	0.868513052585494	0.868513052173913	-0.000000000411581	1.000000000000000	1.000000000000000	0.000000000000000
10	0.883580859646068	0.883581287258979	0.000000427612912	1.017369912379629	1.017369912347826	-0.000000000031803
11	0.883815434464760	0.883816368268924	0.000000933804164	1.017671069414526	1.017671087118337	0.000000017703810
12	0.883765760792054	0.883766846120836	0.000001085328782	1.017675224256565	1.017675245924918	0.000000021668353
13	0.883702792451874	0.883703881836672	0.000001089384799	1.017674054270285	1.017674076056825	0.000000021786541
14	0.883639612240911	0.883640848906770	0.000001236665859	1.017672792217420	1.017672816950709	0.000000024733288
15	0.883567528436831	0.883568763410966	0.000001234974135	1.017671350568261	1.017671375267743	0.000000024699482
16	0.883495649398605	0.883496713916509	0.000001064517904	1.017669912987964	1.017669934278322	0.000000021290358
17	0.883432958060084	0.883433706633252	0.000000748573168	1.017668659161202	1.017668674132665	0.000000014971463
18	0.883387968475563	0.883388711723706	0.000000743248142	1.017667759369511	1.017667774234474	0.000000014864963
19	0.883343093701182	0.883343680789412	0.000000587088230	1.017666861874024	1.017666873615788	0.000000011741765
20	0.883307221642086	0.883307647035790	0.000000425393704	1.017666144432842	1.017666152940716	0.000000008507874
21	0.883280170267083	0.883280592450466	0.000000422183383	1.017665603405342	1.017665611849009	0.000000008443668
22	0.883253314997017	0.883253573889890	0.000000258892872	1.017665066299940	1.017665071477798	0.000000005177857
23	0.883235350474081	0.883235615553293	0.000000265079212	1.017664707009482	1.017664712311066	0.000000005301584
24	0.883217138211306	0.883217558148641	0.000000419937336	1.017664342764226	1.017664351162973	0.000000008398747
25	0.883190123756105	0.883190539588065	0.000000415831960	1.017663802475122	1.017663810791761	0.000000008316639
26	0.883162988720549	0.883163566058423	0.000000577337874	1.017663259774411	1.017663271321168	0.000000011546757
27	0.883126810452498	0.883127541310988	0.000000730858489	1.017662536209050	1.017662550826220	0.000000014617170
28	0.883081759403858	0.883082492364320	0.000000732960462	1.017661635188077	1.017661649847286	0.000000014659209
29	0.883036567194517	0.883037452423839	0.000000885229322	1.017660731343891	1.017660749048477	0.000000017704586
30	0.882982494012212	0.882983370271752	0.000000876259540	1.017659649880244	1.017659667405435	0.000000017525191
31	0.882928302299350	0.882929333150599	0.000001030851249	1.017658566045987	1.017658586663012	0.000000020617025
32	0.882865145407135	0.882866343879709	0.000001198472574	1.017657302908143	1.017657326877594	0.000000023969451
33	0.882792629356161	0.882794294384838	0.000001665028677	1.017655852587123	1.017655885887697	0.000000033300573
34	0.882693248167838	0.882695226329392	0.000001978161553	1.017653864963357	1.017653904526588	0.000000039563231
35	0.882575647249042	0.882578091863106	0.000002444614064	1.017651512944981	1.017651561837262	0.000000048892281
36	0.882430767636607	0.882433983867178	0.000003216230571	1.017648615352732	1.017648679677344	0.000000064324611
37	0.882241252257045	0.882244934998825	0.000003682741780	1.017644825045141	1.017644898699976	0.000000073654836
38	0.882024486542278	0.882028777508027	0.000004290965749	1.017640489730846	1.017640575550161	0.000000085819315
39	0.881771037182205	0.881776568251233	0.000004731069028	1.017635436743644	1.017635531365025	0.000000094621381
40	0.881492320900526	0.831497331427676	0.000005010527151	1.017629846418010	1.017629946628553	0.000000100218543
41	0.881194725476855	0.881200172292270	0.000005446815416	1.017623894509537	1.017624003445845	0.000000108936308
42	0.880870088787140	0.880875958571540	0.000005869784401	1.017617401775743	1.017617519171431	0.000000117395688
43	0.880518281282275	0.880524726290234	0.000006445007959	1.017610365625646	1.017610494525805	0.000000128900159
44	0.880130291273406	0.880137460255306	0.000007168981899	1.017602605825468	1.017602749205106	0.000000143379638
45	0.879697315537194	0.879705190304644	0.000007874767450	1.017593946310744	1.017594103806093	0.000000157495349
46	0.879219104063759	0.879227817370193	0.000008713306434	1.017584382081276	1.017584556347404	0.000000174266128
47	0.878686903716511	0.878696443339338	0.000009539622826	1.017573738074330	1.017573928866787	0.000000190792457
48	0.878100518792532	0.878111005168768	0.000010486376236	1.017562010375851	1.017562220103375	0.000000209727525
49	0.877451249002090	0.877462640770616	0.000011391768526	1.017549024980042	1.017549252815412	0.000000227835371
50	0.876739045706038	0.876751161014958	0.000012115308920	1.017534780914121	1.017535023220299	0.000000242306178
51	0.875972483017728	0.875985590101026	0.000013107083298	1.017519449660355	1.017519711802021	0.000000262141666
52	0.875133928771560	0.875147978698410	0.000014049926850	1.017502678575431	1.017502959573968	0.000000280998537
53	0.874223269413593	0.874238353825672	0.000015084412079	1.017484465388272	1.017484767076513	0.000000301688242
54	0.873231359524709	0.873247718302138	0.000016358777429	1.017464627190494	1.017464954366043	0.000000327175548
55	0.872140257171746	0.872157960686037	0.000017703514290	1.017442805143435	1.017443159213721	0.000000354070286
56	0.870941032041650	0.870960110815256	0.000019078773606	1.017418820640833	1.017419202216305	0.000000381575472
57	0.869624933295086	0.869645261570992	0.000020328275906	1.017392498665902	1.017392905231420	0.000000406565518
58	0.868191342041030	0.868213223023322	0.000021880981492	1.017363826856837	1.017364264476466	0.000000437619630
59	0.866614023711443	0.866637114104472	0.000023090393029	1.017332280474229	1.017332742282089	0.000000461807861
60	0.864901652052670	0.864926046675542	0.000024394622872	1.017298033041053	1.017298520933511	0.000000487892458
61	0.863035962799595	0.863061702952463	0.000025740152868	1.017260719255992	1.017261234059049	0.000000514803057
62	0.860999201949926	0.861026286710001	0.000027084760075	1.017219984038998	1.017220525734200	0.000000541695202
63	0.858773269940159	0.858801785574438	0.000028515634279	1.017175465398803	1.017176035711489	0.000000570312686
64	0.856331004633842	0.856361090923330	0.000030086289488	1.017126620092677	1.017127221818467	0.000000601725790
65	0.853636786944699	0.853668322103231	0.000031535163532	1.017072735738894	1.017073366442165	0.000000630703271
66	0.850663512879393	0.850696235413893	0.000032722534500	1.017013270257588	1.017013924708278	0.000000654450690
67	0.847385706014205	0.847417992403477	0.000032286389272	1.016947714120284	1.016948359348070	0.000000645727785
68	0.843848123557103	0.843878461899914	0.000030338342811	1.016876962471142	1.016877569237998	0.000000606766857
69	0.840087583152344	0.840113992873365	0.000026409721021	1.016801751663047	1.016802279857467	0.000000528194420
70	0.836166225076084	0.836187196334874	0.000020971258789	1.016723324501522	1.016723743926697	0.000000419425176
71	0.832120299160040	0.832134538335030	0.000014239174990	1.016642405983281	1.016642690766701	0.000000284783499
72	0.827973866642867	0.827982560106508	0.000008693463641	1.016559477332857	1.016559651202130	0.000000173869273
73	0.823601704451552	0.823605652361107	0.000003947909635	1.016472034089031	1.016472113047224	0.000000078958193
74	0.818877461819323	0.818877404260318	-0.000000057559005	1.016377549236386	1.016377548085206	-0.000000001151180
75	0.813648979881237	0.813644656590179	-0.000004323291058	1.016272979597625	1.016272893131804	-0.000000086465821
76	0.807782595269235	0.807772631764430	-0.000009963504805	1.016155651905385	1.016155452635289	-0.000000199270096
77	0.801164792710366	0.801144042211606	-0.000020750498759	1.016023295854207	1.016022880844232	-0.000000415009975
78	0.793859647514680	0.793822057326337	-0.000037590188343	1.015877192950294	1.015876441146527	-0.000000751803767
79	0.785966062048423	0.785905799201190	-0.000060262847233	1.015719321240969	1.015718115984024	-0.000001205256945
80	0.777556659554689	0.777467092176365	-0.000089567378324	1.015551133191094	1.015549341843527	-0.000001791347566
81	0.768747283373307	0.768622746495419	-0.000124536877888	1.015374945667466	1.015372454929908	-0.000002490737558
82	0.759591632279465	0.759427519774454	-0.000164112505011	1.015191832645589	1.015188550395489	-0.000003282250100
83	0.750061794658538	0.749853672957945	-0.000208121700593	1.015001235893171	1.014997073459159	-0.000004162434012
84	0.740087622387714	0.739829786984102	-0.000257835403612	1.014801752447754	1.014796595739682	-0.000005156708072
85	0.729624865314358	0.729311191166105	-0.000313674148252	1.014592497306287	1.014586223823322	-0.000006273482965
86	0.718600031468499	0.718224395019187	-0.000375636449311	1.014372000629370	1.014364487900384	-0.000007512728986
87	0.706852785075012	0.706408367922312	-0.000444417152700	1.014137055701500	1.014128167358446	-0.000008888343054
88	0.694131669922992	0.693609675777273	-0.000521994145719	1.013882633398460	1.013872193515545	-0.000010439882914
89	0.680100737325465	0.679489055525100	-0.000611681800365	1.013602014746509	1.013589781110502	-0.000012233636008
90	0.664329000609368	0.663609887226878	-0.000719113382490	1.013286580012187	1.013272197744538	-0.000014382267650
91	0.646305420797659	0.645453414519540	-0.000852006278120	1.012926108415953	1.012909068290391	-0.000017040125562
92	0.625427422785343	0.624405955830527	-0.001021466954816	1.012508548455707	1.012488119116611	-0.000020429339096
93	0.600984813116018	0.599767100007831	-0.001217713108187	1.012019696262320	1.011995342000157	-0.000024354262164
94	0.570074767687276	0.568624606468792	-0.001450161218484	1.011401495353746	1.011372492129376	-0.000029003224370
95	0.525891161289647	0.524205372386248	-0.001685788903399	1.010517823225793	1.010484107447725	-0.000033715778068
96	0.444850483430580	0.445073862479442	0.000223379048863	1.008897009668612	1.008901477249589	0.000004467580977
97	0.000000000000006	0.283207737489232	0.283207737489225	1.000000000000000	1.005664154749785	0.005664154749784

Razón de Crecimiento : 5 %

Renta : $ 1.00

Tasa de Interés : 15 %

x	exacta antic.	aprox. antic.	dif.	exacta vencida	aprox. vencida	dif.
9	0.868513052585494	0.868513052173913	-0.000000000411581	1.000000000000000	1.000000000000000	0.000000000000000
10	0.906208720642964	0.906209792060492	0.000001071417527	1.043424780949074	1.043424780869565	-0.000000000079508
11	0.907816566742015	0.907819080036163	0.000002513294148	1.045308964668831	1.045309075141777	0.000000110472946
12	0.907830185597481	0.907833127170072	0.000002941572590	1.045387956183151	1.045388101768719	0.000000145585568
13	0.907766727773157	0.907769685150123	0.000002957376966	1.045388182213599	1.045388329969590	0.000000147755991
14	0.907699943945949	0.907703299707276	0.000003355761327	1.045384990508378	1.045385158289420	0.000000167781042
15	0.907623904807928	0.907627234447051	0.000003329639124	1.045381194950222	1.045381361431818	0.000000166481596
16	0.907548337199999	0.907551201641454	0.000002864441455	1.045377416847412	1.045377560069469	0.000000143222056
17	0.907482681608590	0.907484710743305	0.000002029134716	1.045374134079884	1.045374235536618	0.000000101456735
18	0.907435223781675	0.907437228099152	0.000002004317477	1.045371761189060	1.045371861404934	0.000000100215874
19	0.907388135101507	0.907389707438016	0.000001572336508	1.045369406755075	1.045369485371900	0.000000078616825
20	0.907350530896510	0.907351681404959	0.000001150508449	1.045367526544825	1.045367584070248	0.000000057525422
21	0.907322003059673	0.907323130991735	0.000001127932063	1.045366100152984	1.045366156549587	0.000000056396603
22	0.907293913774990	0.907294618595041	0.000000704820951	1.045364695688705	1.045364730929752	0.000000035241047
23	0.907274940383622	0.907275667355372	0.000000726971750	1.045363747019181	1.045363783367768	0.000000036348587
24	0.907255476501576	0.907256611570248	0.000001135068672	1.045362773825079	1.045362830578512	0.000000056753433
25	0.907226956732401	0.907228099173554	0.000001142441152	1.045361347836620	1.045361404958678	0.000000057122057
26	0.907198060979962	0.907199634297521	0.000001573317559	1.045359903048998	1.045359981714876	0.000000078665878
27	0.907159638070539	0.907161617768595	0.000001979698056	1.045357981903527	1.045358080883430	0.000000098984903
28	0.907112086937267	0.907114078099174	0.000001991161907	1.045355604346863	1.045355703904959	0.000000099558095
29	0.907064152851265	0.907066547933884	0.000002395082619	1.045353207642563	1.045353327396694	0.000000119754131
30	0.907007082215212	0.907009475619835	0.000002393404623	1.045350354110761	1.045350473780992	0.000000119670231
31	0.906949636073369	0.906952450826446	0.000002812753078	1.045347481903669	1.045347622541322	0.000000140637654
32	0.906882702743787	0.906885978925620	0.000003276181833	1.045344135137189	1.045344298946281	0.000000163809092
33	0.906805413224198	0.906809945867769	0.000004532643571	1.045340270661210	1.045340497293388	0.000000226632179
34	0.906700007459880	0.906705400413223	0.000005392953343	1.045335000372994	1.045335270020661	0.000000269647667
35	0.906575105088522	0.906581789669422	0.000006684580900	1.045328755254426	1.045329089483471	0.000000334229045
36	0.906420957392731	0.906429714049587	0.000008756656856	1.045321047869637	1.045321485702479	0.000000437832843
37	0.906220191611309	0.906230212809917	0.000010021198609	1.045311009580565	1.045311510640496	0.000000501059931
38	0.905990447307344	0.906002104132231	0.000011656824888	1.045299522365367	1.045300105206612	0.000000582841244
39	0.905723108561004	0.905735950413223	0.000012841852219	1.045286155428050	1.045286797520661	0.000000642092611
40	0.905427662728224	0.905441274793388	0.000013612065165	1.045271383136411	1.045272063739669	0.000000680603258
41	0.905112097657081	0.905127605950413	0.000014708293332	1.045255644882854	1.045256384297521	0.000000739414667
42	0.904769595144500	0.904785546694215	0.000015951549715	1.045238479757225	1.045239277334711	0.000000797577486
43	0.904397373503005	0.904414895041322	0.000017521538317	1.045219868675150	1.045220744752066	0.000000876076916
44	0.903986743764925	0.904006217355372	0.000019473590447	1.045199337188246	1.045200310867769	0.000000973679522
45	0.903528650727726	0.903550047520661	0.000021396792935	1.045176432536386	1.045177502376033	0.000001069839647
46	0.903022607999061	0.903046280991736	0.000023672992675	1.045151130399953	1.045152314049587	0.000001183649634
47	0.902459615358827	0.902485527685950	0.000025912327123	1.045122980767941	1.045124276384297	0.000001295616356
48	0.901839246799945	0.901867721074380	0.000028474274435	1.045091962339997	1.045093386053719	0.000001423713722
49	0.901152581754378	0.901183509090909	0.000030927336531	1.045057629037719	1.045059175454546	0.000001546366826
50	0.900399786050131	0.900432692148760	0.000032906098629	1.045019989302507	1.045021634607438	0.000001645304931
51	0.899589205320143	0.899624793388430	0.000035588068287	1.044979460266007	1.044981239669421	0.000001779403414
52	0.898702728137290	0.898740871074380	0.000038142937090	1.044935136406865	1.044937043553719	0.000001907146854
53	0.897739987417311	0.897780953719008	0.000040966301697	1.044886999370866	1.044889047685950	0.000002048315085
54	0.896691121577031	0.896735546694215	0.000044425117133	1.044834556078851	1.044836777334711	0.000002221255859
55	0.895537480035553	0.895585537190083	0.000048057154530	1.044776874001777	1.044779276859504	0.000002402857727
56	0.894269683918749	0.894321459090909	0.000051775172160	1.044713484195937	1.044716072954545	0.000002588758608
57	0.892878730732547	0.892933912809917	0.000055182077370	1.044643936536627	1.044646695640496	0.000002759103869
58	0.891363336954853	0.891422698760331	0.000059361805477	1.044568166847743	1.044571134938016	0.000002968090274
59	0.889696811469025	0.889759447107438	0.000062635638413	1.044484840573451	1.044487972355372	0.000003131781921
60	0.887887607313926	0.887953776033058	0.000066168719132	1.044394380365696	1.044397688801653	0.000003308435957
61	0.885916540708429	0.885986354132231	0.000069813423802	1.044295827035421	1.044299317706612	0.000003490671191
62	0.883764947083068	0.883838401239669	0.000073454156601	1.044188247354154	1.044191920061983	0.000003672707830
63	0.881413578932682	0.881490909090909	0.000077330158227	1.044070678946634	1.044074545454545	0.000003866507911
64	0.878833699758801	0.878915270247934	0.000081570497133	1.043941684987540	1.043945763512397	0.000004078524857
65	0.875988150102702	0.876073620247934	0.000085470145232	1.043799407505135	1.043803681012397	0.000004273507262
66	0.872848660411770	0.872937209090909	0.000088548679139	1.043642433020589	1.043646860454545	0.000004427433957
67	0.869390459081583	0.869477714462810	0.000087255381227	1.043469522954079	1.043473885723140	0.000004362769062
68	0.865660653885320	0.865742485950413	0.000081832065093	1.043283032694266	1.043287124297521	0.000004091603255
69	0.861698797314650	0.861769882231405	0.000071084916755	1.043084939865733	1.043088494111570	0.000003554245837
70	0.857569698559348	0.857625976033058	0.000056277473710	1.042878484927968	1.042881298801653	0.000002813873685
71	0.853311111970199	0.853349249586777	0.000038137616578	1.042665555598510	1.042667462479339	0.000001906880829
72	0.848944530312721	0.848967711570248	0.000023181257526	1.042447226515636	1.042448385578512	0.000001159062876
73	0.844330410210686	0.844340807851240	0.000010397640554	1.042216920510534	1.042217440392562	0.000000519882028
74	0.839359594758215	0.839359138429752	-0.000000456328463	1.041967979737911	1.041967956921487	-0.000000022816423
75	0.833849167703570	0.833837076033058	-0.000012091670513	1.041692458385178	1.041691853801653	-0.000000604583525
76	0.827668086605634	0.827640391322314	-0.000027695283320	1.041383404330282	1.041382019566116	-0.000001384764166
77	0.820702554159871	0.820645311983471	-0.000057242176400	1.041035127707993	1.041032265599174	-0.000002862108820
78	0.813021604369846	0.812918500000000	-0.000103104369846	1.040651080218492	1.040645925000000	-0.000005155218492
79	0.804729267449314	0.804564557851240	-0.000164709598074	1.040236463372465	1.040228227892562	-0.000008235479904
80	0.795903511157944	0.795659280991735	-0.000244230166208	1.039795175557893	1.039782964049587	-0.000012211508311
81	0.786664855043989	0.786325938016529	-0.000338917027460	1.039333242752199	1.039316296900827	-0.000016945851373
82	0.777068176829511	0.776622314049587	-0.000445862779924	1.038853408841475	1.038831115702479	-0.000022293138996
83	0.767083952420975	0.766519136363636	-0.000564816057339	1.038354197621049	1.038325956818182	-0.000028240802867
84	0.756640179113134	0.755941037190083	-0.000699141923051	1.037832008955657	1.037797051859504	-0.000034957096152
85	0.745690798393098	0.744840876033058	-0.000849922360040	1.037284539919655	1.037242043801653	-0.000042496118002
86	0.734158140046985	0.733141099173554	-0.001017040873432	1.036707907002349	1.036657054958678	-0.000050852043672
87	0.721874254445475	0.720671772727273	-0.001202481718202	1.036093712722274	1.036033588636364	-0.000060124085910
88	0.708577104978309	0.707165450413223	-0.001411654565086	1.035428855248915	1.035358272520661	-0.000070582728254
89	0.693917662305840	0.692264111570248	-0.001653550735592	1.034695883115292	1.034613205578512	-0.000082677536780
90	0.677450155783234	0.675506995867769	-0.001943159915466	1.033872507789162	1.033775349793388	-0.000097157995773
91	0.658648028728439	0.656346665289256	-0.002301363439183	1.032932401436422	1.032817333264463	-0.000115068171959
92	0.636892034356878	0.634135508264463	-0.002756526092415	1.031844601717844	1.031706775413223	-0.000137826304621
93	0.611417398088972	0.608134388429752	-0.003283009651220	1.030570869904049	1.030406719421488	-0.000164150482561
94	0.579171293801530	0.575270049586777	-0.003901244214753	1.028958564690077	1.028763502479339	-0.000195062210738
95	0.532847558278328	0.528394909090909	-0.004452649187418	1.026642377913916	1.026419745454545	-0.000222632459371
96	0.444850483430585	0.444888276859504	0.000037793428919	1.022242524171529	1.022244413842975	0.000001889671446
97	0.000000000000255	0.274072694214876	0.274072694214621	1.000000000000013	1.013703634710744	0.013703634710731

Razón de Crecimiento : 10 %

Renta : $ 1.00

Tasa de Interés : 15 %

x	exacta antic.	aprox. antic.	dif.	exacta vencida	aprox. vencida	dif.
9	0.868513052585494	0.868513052173913	-0.000000000411581	1.000000000000000	1.000000000000000	-0.000000000000000
10	0.943921822304459	0.943923966729679	0.000002144425220	1.086849561898147	1.086849561739130	-0.000000000159017
11	0.950438091255405	0.950443723169228	0.000005631913823	1.094388839779382	1.094389341436673	0.000000441657291
12	0.950943249930805	0.950949984747767	0.000006734816962	1.095037475445510	1.095038125038218	0.000000649592708
13	0.950919528017268	0.950926360429424	0.000006832412156	1.095087019199845	1.095087698329621	0.000000679629776
14	0.950849930899211	0.950857642411294	0.000007711512083	1.095084564999042	1.095085335700723	0.000000770701681
15	0.950766929112929	0.950774526094082	0.000007596981153	1.095076655769005	1.095077415420975	0.000000759651969
16	0.950684611361798	0.950691111671753	0.000006500309955	1.095068457913714	1.095069107940525	0.000000650026811
17	0.950613480456434	0.950618140323462	0.000004659867027	1.095061347766065	1.095061813752407	0.000000465986342
18	0.950561467337721	0.950566028094827	0.000004560757106	1.095056146709517	1.095056602785194	0.000000456075677
19	0.950510308359287	0.950513873920900	0.000003565561613	1.095051030833825	1.095051387389983	0.000000356556158
20	0.950469502180836	0.950472140135881	0.000002637955045	1.095046950217901	1.095047214013405	0.000000263795504
21	0.950438259264470	0.950440805895677	0.000002546631207	1.095043825926431	1.095044080589552	0.000000254663121
22	0.950407885143906	0.950409513378683	0.000001628234777	1.095040788514390	1.095040951337867	0.000000162823477
23	0.950387001692053	0.950388714285714	0.000001712593661	1.095038700169205	1.095038871428571	0.000000171259366
24	0.950365187823049	0.950367800453515	0.000002612630465	1.095036518782305	1.095036780045351	0.000000261263047
25	0.950333830010005	0.950336507936508	0.000002677926503	1.095033383001000	1.095033650793651	0.000000267792650
26	0.950301608999373	0.950305267573696	0.000003658574323	1.095030160899938	1.095030526757369	0.000000365857432
27	0.950258988761231	0.950263544217687	0.000004555456456	1.095025898876123	1.095026354421769	0.000000455545645
28	0.950206752973381	0.950211369160998	0.000004616187117	1.095020675297383	1.095021136916100	0.000000461618711
29	0.950153695984932	0.950159204535147	0.000005508550215	1.095015369598493	1.095015920453515	0.000000550855022
30	0.950091009939431	0.950096567346939	0.000005557407507	1.095009100993944	1.095009656734694	0.000000555740750
31	0.950027450654906	0.950033982312925	0.000006531658019	1.095002745065491	1.095003398231293	0.000000653165802
32	0.949953360928546	0.949961029024943	0.000007668096397	1.094995336092855	1.094996102902494	0.000000766809640
33	0.949867060251153	0.949877582312925	0.000010522061772	1.094986706025116	1.094987758231292	0.000001052206177
34	0.949750291537378	0.949762843083900	0.000012551546522	1.094975029153738	1.094976284308390	0.000001255154652
35	0.949611579210505	0.949627179591837	0.000015600381332	1.094961157921050	1.094962717959184	0.000001560038133
36	0.949439990992684	0.949460275736961	0.000020284744277	1.094943999099269	1.094946027573696	0.000002028474427
37	0.949218102541244	0.949241321995465	0.000023219454220	1.094921810254125	1.094924132199546	0.000002321945422
38	0.948964041980868	0.948990971428571	0.000026929447704	1.094896404198087	1.094899097142857	0.000002692944770
39	0.948669249546113	0.948698866213152	0.000029616667039	1.094866924954611	1.094869886621315	0.000002961666704
40	0.948344027431394	0.948375458049887	0.000031430618493	1.094834402743140	1.094837545804989	0.000003143061849
41	0.947997159450005	0.948031292517007	0.000034133067001	1.094799715945000	1.094803129251701	0.000003413306700
42	0.947618935965109	0.947655792743764	0.000036856778655	1.094761893596511	1.094765579274376	0.000003685677865
43	0.947208495057230	0.947249000453515	0.000040505396285	1.094720849505723	1.094724900045351	0.000004050539629
44	0.946755488444627	0.946800474376417	0.000044985931791	1.094675548844463	1.094680047437642	0.000004498593179
45	0.946250381677249	0.946299825396825	0.000049443719576	1.094625038167725	1.094629982539683	0.000004944371958
46	0.945692261720943	0.945746938775510	0.000054677054568	1.094569226172094	1.094574693877551	0.000005467705457
47	0.945071659379714	0.945131508843537	0.000059849463823	1.094507165937971	1.094513150884354	0.000005984946382
48	0.944387740390452	0.944453462585034	0.000065722194582	1.094438774039045	1.094445346258503	0.000006572219458
49	0.943631211593143	0.943702536054422	0.000071324461279	1.094363121159314	1.094370253605442	0.000007132446128
50	0.942802569736990	0.942878510204082	0.000075941467092	1.094280256873699	1.094287851020408	0.000007594146709
51	0.941909745870730	0.941991836734694	0.000082090863964	1.094190974587073	1.094199183673469	0.000008209086397
52	0.940933739129515	0.941021726984127	0.000087937854612	1.094093373912951	1.094102172698413	0.000008798785461
53	0.939873670169321	0.939968212244898	0.000094542075577	1.093987367016932	1.093996821224490	0.000009454207558
54	0.938718367293566	0.938820872108844	0.000102504815278	1.093871836729357	1.093882087210884	0.000010250481528
55	0.937447887564164	0.937558730158730	0.000110842594566	1.093744788756416	1.093755873015873	0.000011084259457
56	0.936052043633044	0.936171397278912	0.000119353645868	1.093605204363304	1.093617139727891	0.000011935364587
57	0.934521311054772	0.934648557369614	0.000127246314843	1.093452131105477	1.093464855736961	0.000012724631484
58	0.932853243886199	0.932989991383220	0.000136747497021	1.093285324388620	1.093298999138322	0.000013674749702
59	0.931020284585178	0.931164563265306	0.000144278680128	1.093102028458518	1.093116456326531	0.000014427868012
60	0.929030437028649	0.929182829024943	0.000152391996295	1.092903043702865	1.092918282902494	0.000015239199630
61	0.926862821218428	0.927023572335601	0.000160751117173	1.092686282121842	1.092702357233560	0.000016075111718
62	0.924497064383438	0.924666181859410	0.000169117475972	1.092449706438343	1.092466618185941	0.000016911747598
63	0.921911769422777	0.922089795918367	0.000178026495591	1.092191176942278	1.092208979591837	0.000017802649559
64	0.919075323827776	0.919263017687075	0.000187693859299	1.091907532382778	1.091926301768707	0.000018769385930
65	0.915947792353053	0.916144290702948	0.000196498349895	1.091594779235306	1.091514429070295	0.000019649834989
66	0.912499015187631	0.912702061678005	0.000203046490373	1.091249901518763	1.091270206167800	0.000020304649037
67	0.908705658375154	0.908905246712018	0.000199583336864	1.090870565837515	1.090890524671202	0.000019958833687
69	0.904619267360826	0.904805812244898	0.000186544884071	1.090461926736082	1.090480581224490	0.000018654488407
69	0.900284422785544	0.900445857142857	0.000161434357313	1.090028442278554	1.090044585714286	0.000016143435732
70	0.895770746863432	0.895897896598639	0.000127149735207	1.089577074686343	1.089589789659864	0.000012714973521
71	0.891118296696859	0.891204165079365	0.000085868382506	1.083111829669686	1.089120416507936	0.000008586838251
72	0.886343607364394	0.886395402267574	0.000051794903179	1.088634360736439	1.088639540226757	0.000005179490318
73	0.881303453845631	0.881326129251701	0.000022675406070	1.088130345384563	1.088132612925170	0.000002267540607
74	0.875852244012397	0.875849938775510	-0.000002305236887	1.087585224401240	1.087584993877551	-0.000000230523689
75	0.869818882695508	0.869789443990930	-0.000029438704578	1.086981888269551	1.086978944399093	-0.000002943870458
76	0.863055145894483	0.862988547392290	-0.000066598502193	1.086305514589449	1.086298854739229	-0.000006659850220
77	0.855447232598280	0.855311408163265	-0.000135824435014	1.085544723259828	1.085531140816326	-0.000013582443501
78	0.847073427042195	0.846831188208617	-0.000242238833578	1.084707342704219	1.084683118820862	-0.000024223883358
79	0.838047368324622	0.837662689342404	-0.000384678982218	1.083804736832462	1.083766268934240	-0.000038467898222
80	0.828456795599508	0.827889097505669	-0.000567698093839	1.082845679559951	1.082788909750567	-0.000056769809384
81	0.818430573296755	0.817645700680272	-0.000784872616483	1.081843057329675	1.081764570068027	-0.000078487261648
82	0.808025622574348	0.806995918367347	-0.001029704207001	1.080802562257435	1.080699591836735	-0.000102970420700
83	0.797209588593361	0.795907623582766	-0.001301965010594	1.079720958859336	1.079590762358277	-0.000130196501059
84	0.785907152369942	0.784298099773243	-0.001609052596699	1.078590715236994	1.078429809977324	-0.000160905259670
85	0.774068856892280	0.772115609977324	-0.001953246914956	1.077406885689228	1.077211560997732	-0.000195324691495
86	0.761609318953406	0.759275038548753	-0.002334280404653	1.076160931895341	1.075927503854875	-0.000233428040465
87	0.748346764469783	0.745589882086168	-0.002756882383615	1.074834676446978	1.074558988208617	-0.000275688238361
88	0.734000123877594	0.730766616780045	-0.003233507097548	1.073400012387759	1.073076661678005	-0.000323350709755
89	0.718197088875874	0.714412312925170	-0.003784775950704	1.071819708887588	1.071441231292517	-0.000378477595071
90	0.700465857802483	0.696021283446712	-0.004444574355771	1.070046585780248	1.069602128344671	-0.000444457435577
91	0.680252627407376	0.674992712018141	-0.005259915389235	1.068025262740738	1.067499271201814	-0.000525991538924
92	0.656905824948281	0.650615841269841	-0.006289983678440	1.065690582494828	1.065061584126984	-0.000628998367844
93	0.629556831333238	0.622079464852608	-0.007477366480630	1.062955683133324	1.062207946485261	-0.000747736648063
94	0.594855422705722	0.586010666666667	-0.008844756039056	1.059485542270572	1.058601066666667	-0.000884475603905
95	0.544441553259471	0.534564934240363	-0.009876619019108	1.054444155325947	1.053456493424036	-0.000987661901911
96	0.444850483430769	0.442915931972789	-0.001934551457980	1.044485048343077	1.044291593197279	-0.000193455145798
97	0.000000000004266	0.255444861678005	0.255444861673739	1.000000000000427	1.025544486167800	0.025544486167374

Razón de Crecimiento : 20 %

Renta : $ 1.00

Tasa de Interés : 15 %

x	exacta antic.	aprox. antic.	dif.	exacta vencida	aprox. vencida	dif.
9	0.868513052585494	0.868513052173913	-0.000000000411581	1.000000000000000	1.000000000000000	0.000000000000000
10	1.019348025627448	1.019352316068053	0.000004290440605	1.173699123796294	1.173699123478261	-0.000000000318033
11	1.045504780474557	1.045518472639106	0.000013692164549	1.203861681325647	1.203863447485822	0.000001766160175
12	1.049975652597911	1.049993242048878	0.000017589450966	1.209085537758448	1.209088673424838	0.000003135666389
13	1.050675877139555	1.050694350728760	0.000018473589205	1.209977300167676	1.209980879319471	0.000003579151795
14	1.050721682249444	1.050742372520220	0.000020690270776	1.210116938633613	1.210121047918049	0.000004109284437
15	1.050644065978270	1.050664199898913	0.000020133920643	1.210124058982865	1.210128079860316	0.000004020877451
16	1.050549329219328	1.050566394280100	0.000017065060772	1.210109040892686	1.210112452833563	0.000003411940877
17	1.050465461028404	1.050477965784641	0.000012504756237	1.210092949061566	1.210095449828273	0.000002500766706
18	1.050402413834664	1.050414429277465	0.000012015442802	1.210080457930304	1.210082860984193	0.000002403053889
19	1.050341367994258	1.050350738957858	0.000009370963600	1.210068269290106	1.210070143476208	0.000001874186102
20	1.050292702754590	1.050299760432453	0.000007057677863	1.210058539803557	1.210059951337731	0.000001411534174
21	1.050254835957711	1.050261482966047	0.000006647008336	1.210050967061941	1.210052296463286	0.000001329401344
22	1.050218794551881	1.050223255932005	0.000004461380124	1.210043758887911	1.210044651163859	0.000000892275947
23	1.050192983880065	1.050197847641322	0.000004363761257	1.210038596772121	1.210039569524353	0.000000972752231
24	1.050165180471329	1.050172299168262	0.000007118696933	1.210033036093593	1.210034459832974	0.000001423739381
25	1.050126546176899	1.050134072022037	0.000007525845138	1.210025309235263	1.210026814404290	0.000001505169026
26	1.050085793606907	1.050095908587236	0.000010114980329	1.210017158721361	1.210019181717427	0.000002022996066
27	1.050032585192810	1.050044939058168	0.000012353865358	1.210006517038558	1.210008987811630	0.000002470773072
28	1.049968503960163	1.049981201662049	0.000012697701886	1.209993700792032	1.209996240332409	0.000002539540377
29	1.049902538749474	1.049917477008310	0.000014938258836	1.209980507749894	1.209983495401662	0.000002987651768
30	1.049825622661959	1.049840959002770	0.000015336340811	1.209965124532392	1.209968191800554	0.000003067268162
31	1.049746427598647	1.049764504709141	0.000018077110494	1.209949285519730	1.209952900941828	0.000003615422098
32	1.049653836361595	1.049675384487535	0.000021548125940	1.209930767272319	1.209935076897507	0.000004309625188
33	1.049544346160064	1.049573445429363	0.000029099269299	1.209908869232013	1.209914689085873	0.000005819853860
34	1.049398379657951	1.049433279224377	0.000034899566426	1.209879675931590	1.209886655844875	0.000006979913285
35	1.049224070522553	1.049267551800554	0.000043481278001	1.209844814104510	1.209853510360111	0.000008696255601
36	1.049007956939138	1.049063660941828	0.000055704002691	1.209801591387827	1.209812732188366	0.000011140800538
37	1.048732421634593	1.048796185595568	0.000063763960974	1.209746484326919	1.209759237119113	0.000012752792195
38	1.048416872474131	1.048490355678670	0.000073483204539	1.209683374494826	1.209698071135734	0.000014696640908
39	1.048052963314630	1.048133518005540	0.000080554690910	1.209610592662926	1.209626703601108	0.000016110938182
40	1.047652755071069	1.047738440443213	0.000085685372144	1.209530551014214	1.209547688088643	0.000017137074429
41	1.047224981040854	1.047318005540166	0.000093024499312	1.209444996208171	1.209463601108033	0.000018604899863
42	1.046758641824377	1.046859292520776	0.000100650696399	1.209351728364875	1.209371858504155	0.000020130139280
43	1.046251642483172	1.046362352354571	0.000110709871398	1.209250328496634	1.209272470470914	0.000022141974280
44	1.045691613521099	1.045814429916897	0.000122816395798	1.209138322704220	1.209162885983379	0.000024563279160
45	1.045067793811638	1.045202833795014	0.000135039983376	1.209013558762327	1.209040566759003	0.000027007996675
46	1.044378256113332	1.044527423822715	0.000149167709383	1.208875651222666	1.208905484764543	0.000029833541877
47	1.043612343753885	1.043775610526316	0.000163266772431	1.208722468750778	1.208755122105263	0.000032653354486
48	1.042768306160325	1.042947304709141	0.000178998548816	1.208553661232065	1.208589460941828	0.000035799709763
49	1.041836045562262	1.042029967867036	0.000193922304774	1.208367209112453	1.208405993573407	0.000038784460955
50	1.040816589954533	1.041023332409972	0.000206742455439	1.208163317990907	1.208204666481995	0.000041348491088
51	1.039716886083530	1.039940166204986	0.000223280121456	1.207943377216706	1.207988033240997	0.000044656024291
52	1.038515690045305	1.038755073684210	0.000239383638906	1.207703138009061	1.207751014736842	0.000047876727781
53	1.037210688233454	1.037468093074792	0.000257404841338	1.207442137646690	1.207493618614959	0.000051480968268
54	1.035787556474750	1.036066494736842	0.000278938262092	1.207157511294950	1.207213298947369	0.000055787652419
55	1.034223264530581	1.034524653739612	0.000301389209031	1.206844652906116	1.206904930747922	0.000060277841806
56	1.032505697479829	1.032829878670360	0.000324181190531	1.206501139495966	1.206565975734072	0.000064836238106
57	1.030623847077785	1.030969567313019	0.000345720235234	1.206124769415557	1.206193913462604	0.000069144047047
58	1.028572669484289	1.028943452077562	0.000370782593273	1.205714533896858	1.205788690415512	0.000074156518654
59	1.026322354555851	1.026713496952909	0.000391142397058	1.205264470911170	1.205342699390582	0.000078228479412
60	1.023879628004820	1.024292597229917	0.000412969225097	1.204775925600964	1.204858519445983	0.000082593845019
61	1.021219431965616	1.021654834903047	0.000435402937430	1.204243886393124	1.204330966980609	0.000087080587486
62	1.018317075192381	1.018775031024931	0.000457955832550	1.203663415038476	1.203755006204986	0.000091591166510
63	1.015145789546264	1.015627700831025	0.000481911284760	1.203029157909254	1.203125540166205	0.000096382256951
64	1.011667118461040	1.012174489750693	0.000507371289652	1.202333423692208	1.202434897950138	0.000101474257931
65	1.007834810735468	1.008364632132964	0.000529821397496	1.201566962147093	1.201672926426593	0.000105964279500
66	1.003615310523845	1.004159582271468	0.000544271747623	1.200723062104769	1.200831916454294	0.000108854349524
67	0.998989497261111	0.999521367867036	0.000531870605925	1.199797899452222	1.199904273573407	0.000106374121185
68	0.994020186472339	0.994513471468144	0.000493284995805	1.198804037294467	1.198902694293629	0.000098656999161
69	0.988764083120625	0.989187321329640	0.000423238209015	1.197752816624125	1.197837464265928	0.000084647641803
70	0.983301776499394	0.983631502493075	0.000329725993681	1.196660355299879	1.196726300498615	0.000065945198736
71	0.977676769812953	0.977897600864266	0.000220839051313	1.195535353962591	1.195579521772853	0.000044167810262
72	0.971892448271974	0.972023192243767	0.000130743971793	1.194378489654395	1.194404638448753	0.000026148794359
73	0.965777022740090	0.965830534626039	0.000053511077949	1.193155404549618	1.193166106925208	0.000010702375590
74	0.959155245697159	0.959140783933518	-0.000014461763641	1.191831049139432	1.191828156786704	-0.000002892352729
75	0.951827989475272	0.951737243213296	-0.000090746261975	1.190365597895055	1.190347448642659	-0.000018149252396
76	0.943628118898477	0.943429222714681	-0.000198896183795	1.188725623779695	1.188685844542936	-0.000039779236759
77	0.934444224466020	0.934050778393352	-0.000393446072668	1.186888844893204	1.186810155678670	-0.000078689214534
78	0.924377758211946	0.923691285318560	-0.000686472893387	1.184875551642389	1.184738257063712	-0.000137294578677
79	0.913566409885595	0.912490986149585	-0.001075423736010	1.182713281977119	1.182498197229917	-0.000215084747202
80	0.902121272174439	0.900551501385042	-0.001569770789397	1.180424254434888	1.180110300277008	-0.000313954157880
81	0.890190293297594	0.888030099722992	-0.002152193574602	1.178038058659519	1.177607619944598	-0.000430438714920
82	0.877834854196498	0.875028254847645	-0.002806599348853	1.175566970839300	1.175005650969529	-0.000561319869770
83	0.865016306497000	0.861482720221607	-0.003533586275394	1.173003261299400	1.172296544044321	-0.000706717255079
84	0.851651623774966	0.847300448753463	-0.004351175021504	1.170330324754993	1.169460089750693	-0.000870235004301
85	0.837682739599499	0.832418238227147	-0.005264501372352	1.167536547919900	1.166483647645429	-0.001052900274470
86	0.823005470723188	0.816732110803324	-0.006273359919864	1.164601094144638	1.163346422160665	-0.001254671983973
87	0.807405429692290	0.800014232686981	-0.007391197005309	1.161481085938458	1.160002846537396	-0.001478239401062
88	0.790557528819534	0.781906033240997	-0.008651495578536	1.158111505763907	1.156381206648200	-0.001730299115707
89	0.772036766982546	0.761927506925208	-0.010109260057338	1.154407353396509	1.152385501385041	-0.002021852011468
90	0.751313388776993	0.739460903047091	-0.011852485729902	1.150262677755399	1.147892180609418	-0.002370497145981
91	0.727771528840512	0.713772260387012	-0.013999268452700	1.145554305768102	1.142754452077562	-0.002799853690540
92	0.700670840190152	0.683993313019391	-0.016677535170762	1.140134169638030	1.136798662603878	-0.003335507034152
93	0.668864788557825	0.649133085872576	-0.019731702685249	1.133772957711565	1.129826617174515	-0.003946340537049
94	0.628185375690812	0.605071202216067	-0.023114673474745	1.125637175138162	1.121014240443213	-0.004622934694949
95	0.567629543222424	0.542224753462604	-0.025404789759820	1.113525908644485	1.108444950692521	-0.005080957951964
96	0.444850483437260	0.430265722991690	-0.014584760445571	1.088970096687452	1.086053144598338	-0.002916952089114
97	0.000000000075092	0.201249817174515	0.201249817099423	1.000000000015018	1.040249963434903	0.040249963419885

Razón de Crecimiento : 2 %

Renta : $ 1.00

Tasa de Interés : 25 %

x	exacta antic.	aprox. antic.	dif.	exacta vencida	aprox. vencida	dif.
9	22.699772965302690	22.699772954545460	-0.000000010757237	25.000000000000000	25.000000000000000	0.000000000000000
10	23.111512165092760	23.111523851239670	0.000011686146905	25.453986346285770	25.453986345454550	-0.000000000831221
11	23.118278064202340	23.118303637415480	0.000025573213133	25.462215894078660	25.462216377768590	0.000000483689934
12	23.116994271384510	23.117024000281400	0.000029728896894	25.462337168940730	25.462337762377160	0.000000593436432
13	23.115346252549260	23.115376090364540	0.000029837815287	25.462306875758600	25.462307472478820	0.000000596720223
14	23.113692117169240	23.113725993685340	0.000033876516099	25.462273841449080	25.462274518978460	0.000000677529385
15	23.111805086498330	23.111838906020650	0.000033819522315	25.462236101713740	25.462236778104170	0.000000676390428
16	23.109923608332000	23.109952760630730	0.000029152298733	25.462198472166350	25.462199055212320	0.000000583045974
17	23.108282821951130	23.108303326474620	0.000020504523484	25.462165656439020	25.462166066529490	0.000000410090472
18	23.107105072816540	23.107125428669410	0.000020355850864	25.462142101456370	25.462142508573398	0.000000407117017
19	23.105930516041770	23.105946587791490	0.000016071749720	25.462118610320840	25.462118931755830	0.000000321434989
20	23.104991628863620	23.105003279320990	0.000011650457363	25.462099832577280	25.462100065586420	0.000000233009143
21	23.104283474976300	23.104295031721530	0.000011556745232	25.462085669499530	25.462085900634430	0.000000231134901
22	23.103580634052430	23.103587727194790	0.000007093142351	25.462071612681050	25.462071754543900	0.000000141862841
23	23.103110343367050	23.103117605452670	0.000007262185626	25.462062206865340	25.462062352109050	0.000000145243714
24	23.102633390510060	23.102644890260630	0.000011499750567	25.462052667810200	25.462052897805210	0.000000229995010
25	23.101926189683600	23.101937585733880	0.000011396050287	25.462038523793670	25.462038751714680	0.000000227921007
26	23.101215644882280	23.101231460048010	0.000015815165725	25.462024312897650	25.462024629200960	0.000000316303314
27	23.100268369803410	23.100288387345680	0.000020017542266	25.462005367396070	25.462005767746910	0.000000400350846
28	23.099089000831330	23.099109074931410	0.000020074900078	25.461981780000620	25.461982181498630	0.000000401498006
29	23.097905754611900	23.097929998285320	0.000024243673423	25.461958115092240	25.461958599965710	0.000000484873468
30	23.096490200641560	23.096514210390950	0.000024009749389	25.461929804012830	25.461930284207820	0.000000480194991
31	23.095071357715840	23.095099601337450	0.000028243621610	25.461901427154310	25.461901992026750	0.000000564872437
32	23.093417806308520	23.093450638717420	0.000032832408898	25.461868356126160	25.461869012774350	0.000000656648183
33	23.091518883109620	23.091564493312760	0.000045610203138	25.461830377662190	25.461831289866250	0.000000912204065
34	23.088916853120600	23.088971043381340	0.000054190260744	25.461778337062410	25.461779420867630	0.000001083805216
35	23.085837664415430	23.085904642489710	0.000066978074287	25.461716753288310	25.461718092849790	0.000001339561486
36	23.082044007555280	23.082132115912210	0.000088108356927	25.461640880151100	25.461642642318250	0.000001762167141
37	23.077082223788550	23.077183106138540	0.000100882349990	25.461541644475770	25.461543662122770	0.000002017647002
38	23.071406896182150	23.071524434156380	0.000117537974230	25.461428137923640	25.461430488683130	0.000002350759488
39	23.064792390490550	23.064921982167350	0.000129591676803	25.461295847809810	25.461298439643350	0.000002591833539
40	23.057474738884050	23.057611989883400	0.000137250999355	25.461149494777680	25.461152239797670	0.000002745019987
41	23.049683622328510	23.049832818930040	0.000149196601527	25.460993672446570	25.460996656378600	0.000002983932035
42	23.041184610756300	23.041345400377230	0.000160789620931	25.460823692215120	25.460826908007540	0.000003215792422
43	23.031974128133180	23.032150677297670	0.000176549164490	25.460639482562660	25.460643013545950	0.000003530983292
44	23.021816273638920	23.022012645747600	0.000196372108679	25.460436325472770	25.460440252914950	0.000003927442179
45	23.010480772957510	23.010696480624140	0.000215707666626	25.460209615459150	25.460213929612480	0.000004314153337
46	22.997960909497370	22.998199588477370	0.000238678979994	25.459959218189940	25.459963991769550	0.000004773579604
47	22.984027721660650	22.984289030349790	0.000261308689140	25.459680554433210	25.459685780607000	0.000005226173784
48	22.968675916250760	22.968963155864200	0.000287239613442	25.459373518325010	25.459379263117280	0.000005744792276
49	22.951677925159880	22.951989969135800	0.000312043975924	25.459033558503200	25.459039799382720	0.000006240879518
50	22.933032651408500	22.933364519032920	0.000331867624425	25.458660653028160	25.458667290380660	0.000006637352495
51	22.912964014768670	22.913323045267490	0.000359030498817	25.458259280295370	25.458266460905350	0.000007180609977
52	22.891010809424090	22.891395661865570	0.000384852441481	25.457820216138480	25.457827913237310	0.000007697048837
53	22.867169880682590	22.867583076131690	0.000413195449102	25.457343397613660	25.457351661522630	0.000008263908978
54	22.841201651854940	22.841649755658430	0.000448103803496	25.456824033037100	25.456832995113170	0.000008962076070
55	22.812636642663820	22.813121570644720	0.000484927980899	25.456252732853280	25.456262431412900	0.000009698559616
56	22.781241100997820	22.781763695987650	0.000522594989832	25.455624822019360	25.455635273919750	0.000010451899794
57	22.746786129280490	22.747342956961590	0.000556827681098	25.454935722585610	25.454946859139230	0.000011136553621
58	22.709255053904740	22.709854402434840	0.000599348530105	25.454185101078100	25.454197088048700	0.000011986970602
59	22.667961793324760	22.668594264403290	0.000632471078532	25.453359235866500	25.453371885288070	0.000012649421571
60	22.623132945760340	22.623801140260630	0.000668194500269	25.452462658915210	25.452476022805210	0.000013363890009
61	22.574290426968460	22.574995477537720	0.000705050569266	25.451485808539370	25.451499909550750	0.000014101011384
62	22.520969520472840	22.521711398319610	0.000741877846773	25.450419390409450	25.450434227966390	0.000014837556943
63	22.462696297883480	22.463477366255140	0.000781068371666	25.449253925957670	25.449269547325100	0.000015621367435
64	22.398759633393970	22.399583719135800	0.000824085741829	25.447975192667880	25.447991674382720	0.000016481714837
65	22.328227389553690	22.329091156550070	0.000863766996382	25.446564547791070	25.446581823131000	0.000017275339928
66	22.250390237068600	22.251286479766800	0.000896242698200	25.445007804741370	25.445025729595340	0.000017924853964
67	22.164582833438460	22.165467099622770	0.000884266184315	25.443291656668770	25.443309341992460	0.000017685323684
68	22.071976748787370	22.072807613168720	0.000830864381353	25.441439534975750	25.441456152263370	0.000016617287628
69	21.973536353184820	21.974259580761320	0.000723227576497	25.439470727063700	25.439485191615230	0.000014464551530
70	21.870887818417960	21.871462062757200	0.000574244339244	25.437417756368360	25.437429241255150	0.000011484886787
71	21.764979804111010	21.765369684499310	0.000389880388301	25.435299596082220	25.435307393689990	0.000007797607765
72	21.656439254571040	21.656677254801100	0.000238000230055	25.433128785091420	25.433133545096020	0.000004760004600
73	21.541908471006990	21.542096514917700	0.000188043910704	25.430839769420140	25.430841930298350	0.000002160878211
74	21.418319888995780	21.418318222736620	-0.000001666259156	25.428366397779910	25.428366364454730	-0.000000033325183
75	21.281451430354110	21.281332904663920	-0.000118525690191	25.425629028607080	25.425626658093280	-0.000002370513805
76	21.127885401373100	21.127612289951990	-0.000273111421112	25.422557708027450	25.422552245799040	-0.000005462228415
77	20.954654631942510	20.954085969650200	-0.000568662292309	25.419093092638850	25.419081719393010	-0.000011373245840
78	20.763437591004110	20.762407621742110	-0.001029969261999	25.415268751820080	25.415248152434840	-0.000020599385238
79	20.556823119110500	20.555172110768180	-0.001651008342325	25.411136462382210	25.411103442215360	-0.000033020166846
80	20.336713417336610	20.334259687928670	-0.002453729407939	25.406734268346730	25.406685193758570	-0.000049074588159
81	20.106139823325590	20.102728266460900	-0.003411556864684	25.402122796466510	25.402054565329220	-0.000068231137291
82	19.866506749360730	19.862011316872430	-0.004495432488305	25.397330134987210	25.397240226337450	-0.000089908649766
83	19.617083433552350	19.611382673182440	-0.005700760370413	25.392341668671060	25.392227653463650	-0.000114015207409
84	19.356035025413670	19.348972693758570	-0.007062331655096	25.387120700508270	25.386979453875170	-0.000141246633103
85	19.082203614823000	19.073611968449930	-0.008591646373073	25.381644072296460	25.381472239369000	-0.000171832927460
86	18.793665199315830	18.783376628943760	-0.010288570372076	25.375873303986320	25.375667532578880	-0.000205771407440
87	18.486223337775860	18.474051140260630	-0.012172197515227	25.369724466755520	25.369481022805210	-0.000243443950307
88	18.153297728038300	18.139000985939640	-0.014296742098654	25.363065954560770	25.362780019718790	-0.000285934841973
89	17.786097777549070	17.769344770806580	-0.016752998742483	25.355721955550980	25.355386895576130	-0.000335059974848
90	17.373347584420950	17.353652477709190	-0.019695106711762	25.347466951688420	25.347073049554180	-0.000393902134235
91	16.901678363891130	16.878343835733880	-0.023334528157250	25.338033567277830	25.337566876714680	-0.000466690563147
92	16.355328476443330	16.327353609396430	-0.027974867046900	25.327106569528870	25.326547072187930	-0.000559497340937
93	15.715694675776460	15.682346107681760	-0.033348568094702	25.314313893515530	25.313646922153630	-0.000666971361895
94	14.906795557898120	14.867083333333330	-0.039712224564783	25.298135911157960	25.297341666666670	-0.000794244491296
95	13.750392167685330	13.704255829903980	-0.046136337781352	25.275007843353710	25.274085116598080	-0.000922726755626
96	11.626773998753780	11.632714120370370	0.005940121616588	25.232535479975080	25.232654282407410	0.000118802432329
97	0.000000000000199	7.395306927297668	7.395306927297469	25.000000000000000	25.147906138545950	0.147906138545949

Razón de Crecimiento : 5 %

Renta : $ 1.00

Tasa de Interés : 25 %

x	exacta antic.	aprox. antic.	dif.	exacta vencida	aprox. vencida	dif.
9	0.799032008378655	0.799032008000000	-0.000000000378655	1.000000000000000	1.000000000000000	0.000000000000000
10	0.830936338709241	0.830937245440000	0.000000906730759	1.039950798473148	1.039950798400000	-0.000000000073147
11	0.832184440783737	0.832186547635200	0.000002106851463	1.041545475783069	1.041545569296000	0.000000093512931
12	0.832182909133885	0.832185372183552	0.000002463049667	1.041606600043216	1.041606722126080	0.000000122082864
13	0.832124167695032	0.832126642813850	0.000002475118818	1.041606106770819	1.041606230452378	0.000000123681559
14	0.832063159376159	0.832065968843981	0.000002809467822	1.041603153912948	1.041603294382080	0.000000140469132
15	0.831993703509621	0.831996492920713	0.000002789411092	1.041599685013608	1.041599824483962	0.000000139470354
16	0.831924647951831	0.831927048605730	0.000002400653899	1.041596232391131	1.041596352423818	0.000000120032686
17	0.831864620510158	0.831866319444230	0.000001698934072	1.041593231025250	1.041593315971953	0.000000084946703
18	0.831821272021392	0.831822951388880	0.000001679367489	1.041591063601060	1.041591147569434	0.000000083968374
19	0.831778230559872	0.831779540611111	0.000001310051239	1.041588911527993	1.041588977430555	0.000000065902562
20	0.831743854261395	0.831744817708333	0.000000963446939	1.041587192713070	1.041587240885417	0.000000048172347
21	0.831717795469287	0.831718741319445	0.000000945850158	1.041585889773464	1.041585937065972	0.000000047292508
22	0.831692109777704	0.831692699652778	0.000000589875074	1.041584605488885	1.041584634982639	0.000000029493754
23	0.831674783095900	0.831675390625000	0.000000607529100	1.041583739154795	1.041583769531250	0.000000030376455
24	0.831657035706919	0.831657986111111	0.000000950404192	1.041582851785346	1.041582899305556	0.000000047520210
25	0.831630989474524	0.831631944444445	0.000000954969921	1.041581549473726	1.041581597222222	0.000000047748496
26	0.831604630061463	0.831605946180556	0.000001316119093	1.041580231503073	1.041580297309028	0.000000065805955
27	0.831569566484948	0.831571223958333	0.000001657473385	1.041578478324248	1.041578561197917	0.000000082873669
28	0.831526137671674	0.831527803819445	0.000001666147770	1.041576306883584	1.041576390190972	0.000000083307389
29	0.831482386965643	0.831484392361111	0.000002005395469	1.041574119348282	1.041574219618056	0.000000100269773
30	0.831430263448966	0.831432265625000	0.000002002176034	1.041571513172448	1.041571613281250	0.000000100108802
31	0.831377829179746	0.831380182291667	0.000002353111921	1.041568891450988	1.041569009114583	0.000000117655596
32	0.831316731158588	0.831319470486111	0.000002739327523	1.041565836557929	1.041565973524306	0.000000136966376
33	0.831246233731361	0.831250026041667	0.000003792310306	1.041562311686568	1.041562501302083	0.000000189615516
34	0.831150028722428	0.831154539930556	0.000004511208128	1.041557501436121	1.041557726996528	0.000000225550406
35	0.831036050604732	0.831041640625000	0.000005590020268	1.041551802530237	1.041552082031250	0.000000279501013
36	0.830895415917654	0.830902743055556	0.000007327137902	1.041544770795883	1.041545137152778	0.000000366356895
37	0.830712144260226	0.830720529513889	0.000008385253663	1.041535607213012	1.041536026475695	0.000000419262683
38	0.830502431403367	0.830512187500000	0.000009756096633	1.041525121570169	1.041525609375000	0.000000487804831
39	0.830258347918397	0.830269097222222	0.000010749303825	1.041512917395920	1.041513454861111	0.000000537465191
40	0.829988563743356	0.829999956597222	0.000011392853867	1.041499428187168	1.041499997829861	0.000000569642693
41	0.829701163749159	0.829713541666667	0.000012377917507	1.041485058187458	1.041485677083333	0.000000618895875
42	0.829387700042334	0.829401050347222	0.000013350304888	1.041469385002117	1.041470052517361	0.000000667515244
43	0.829047853760183	0.829062517361111	0.000014663600929	1.041452392688010	1.041453125868056	0.000000733180046
44	0.828672955022766	0.828689253472222	0.000016298449456	1.041433647751138	1.041434462673611	0.000000814922473
45	0.828254705298826	0.828272612847222	0.000017907548396	1.041412735264941	1.041413630642361	0.000000895377420
46	0.827792686820500	0.827812500000000	0.000019813179500	1.041389634341025	1.041390625000000	0.000000990658975
47	0.827278651001972	0.827300338541667	0.000021687539695	1.041363932550098	1.041365016927083	0.000001084376985
48	0.826712234745389	0.826736067708333	0.000023832952945	1.041335611737269	1.041336803385417	0.000001191648147
49	0.826085258216507	0.826111145833333	0.000025887616826	1.041304262910825	1.041305557291667	0.000001294380841
50	0.825397848293311	0.825425390625000	0.000027542331689	1.041269892414666	1.041271269531250	0.000001377116584
51	0.824657711649305	0.824687500000000	0.000029788350695	1.041232885582465	1.041234375000000	0.000001489417535
52	0.823848246633755	0.823880173611111	0.000031926977357	1.041192412331687	1.041194008680556	0.000001596348868
53	0.822969148621336	0.823003437500000	0.000034288878664	1.041148457431067	1.041150171875000	0.000001714443933
54	0.822011435435963	0.822048619791667	0.000037184355703	1.041100571771798	1.041102430989583	0.000001859217785
55	0.820958037999600	0.820998263888889	0.000040225889289	1.041047901899980	1.041049913194444	0.000002011294464
56	0.819800384087757	0.819843723958333	0.000043339870576	1.040990019204388	1.040992186197917	0.000002166993529
57	0.818530224643744	0.818576414930556	0.000046190286812	1.040926511232187	1.040928820746528	0.000002309514341
58	0.817146461616247	0.817196154513889	0.000049692897642	1.040857323080812	1.040859807725695	0.000002484644882
59	0.815624597333119	0.815677031250000	0.000052433916881	1.040781229866656	1.040783851562500	0.000002621695844
60	0.813972437669563	0.814027829861111	0.000055392191548	1.040698621883478	1.040701391493056	0.000002769609578
61	0.812172449925339	0.812230894097222	0.000058444171884	1.040608622496267	1.040611544704861	0.000002922208594
62	0.810207578644572	0.810269071180556	0.000061492535984	1.040510378932229	1.040513453559028	0.000003074626799
63	0.808060262274288	0.808125000000000	0.000064737725712	1.040403013113715	1.040406250000000	0.000003236886285
64	0.805704262098961	0.805772552083333	0.000068289984372	1.040285213104948	1.040288627604167	0.000003414499219
65	0.803105585369586	0.803177144097222	0.000071558727636	1.040155279268479	1.040158857204861	0.000003577936382
66	0.800238366071230	0.800312517361111	0.000074151289881	1.040011918303561	1.040015625868056	0.000003707564494
67	0.797079722148746	0.797152803819445	0.000073081670699	1.039853986107437	1.039857640190972	0.000003654083535
68	0.793672692717737	0.793741250000000	0.000068557282263	1.039683634635837	1.039687062500000	0.000003427864113
69	0.790053319916332	0.790112890625000	0.000059570708668	1.039502665995817	1.039505644531250	0.000002978535433
70	0.786280892094197	0.786328072916667	0.000047180822469	1.039314044604710	1.039316403645833	0.000002359041123
71	0.782389962997532	0.782421944444445	0.000031981446912	1.039119498143877	1.039121097222222	0.000001599072345
72	0.778400636095419	0.778420086805556	0.000019450710137	1.038920031804771	1.038921004340278	0.000000972535507
73	0.774192692721013	0.774201432291667	0.000008739570654	1.038709634636050	1.038710071614583	0.000000436978533
74	0.769644488282442	0.769644140625000	-0.000000347657442	1.038482224414122	1.038482207031250	-0.000000017382872
75	0.764610670168552	0.764600590277778	-0.000010079890774	1.038230533508428	1.038230029513889	-0.000000503994539
76	0.758963984699536	0.758940876736111	-0.000023107963425	1.037948199234977	1.037947043836806	-0.000001155398171
77	0.752599762801712	0.752551953125000	-0.000047809676712	1.037629988140085	1.037627597656250	-0.000002390483835
78	0.745580885495242	0.745494704861111	-0.000086180634131	1.037279044274762	1.037274735243056	-0.000004309031707
79	0.738002407558790	0.737864670138889	-0.000137737419901	1.036900120377940	1.036893233506945	-0.000006886870995
80	0.729935384032367	0.729731076388889	-0.000204307643478	1.036496769201618	1.036486553819445	-0.000010215382174
81	0.721490106644387	0.721206510416667	-0.000283596227720	1.036074505332219	1.036060325520833	-0.000014179811386
82	0.712716916538164	0.712343750000000	-0.000373166538164	1.035635845826908	1.035617187500000	-0.000018658326908
83	0.703588852631342	0.703116059027778	-0.000472793603564	1.035179442631567	1.035155802951389	-0.000023639680178
84	0.694039904957236	0.693454600694445	-0.000585304262792	1.034701995247862	1.034672730034722	-0.000029265213140
85	0.684027930102839	0.683316319444445	-0.000711610658394	1.034201396505142	1.034165815972222	-0.000035580532920
86	0.673482000973043	0.672630381944445	-0.000851619028598	1.033674100048652	1.033631519097222	-0.000042580951430
87	0.662248563786455	0.661241579861111	-0.001006983925343	1.033112428189323	1.033062078993056	-0.000050349196267
88	0.650087874930298	0.648905642361111	-0.001182232569187	1.032504393746515	1.032445282118056	-0.000059111628459
89	0.636680466287033	0.635295572916667	-0.001384893370366	1.031834023314352	1.031764778645833	-0.000069244668518
90	0.621618074762722	0.619990538194445	-0.001627536568277	1.031080903738136	1.030999526909722	-0.000081376828414
91	0.604418201530684	0.602490538194444	-0.001927663344240	1.030220910076934	1.030124526909722	-0.000096383167212
92	0.584513203439402	0.582204079861111	-0.002309203578291	1.029225664171970	1.029110203993056	-0.000115460178915
93	0.561206694567167	0.558456076388889	-0.002750618178278	1.028060334728358	1.027922803819445	-0.000137530908914
94	0.531709233571759	0.528439583333333	-0.003269650238426	1.026585461678588	1.026421979166667	-0.000163482511921
95	0.489366435585450	0.485626388888889	-0.003740046696561	1.024468321779273	1.024281319444444	-0.000187002334828
96	0.409262444756137	0.409355989583333	0.000093544827197	1.020463122237807	1.020467799479167	0.000004677241360
97	0.000000000000167	0.253342361111111	0.253342361110944	1.000000000000000	1.012667118055556	0.012667118055547

Razón de Crecimiento : 10 %

Renta : $ 1.00

Tasa de Interés : 25 %

x	exacta antic.	aprox. antic.	dif.	exacta vencida	aprox. vencida	dif.
9	0.799032008378655	0.799032008000000	-0.000000000378655	1.000000000000000	1.000000000000000	0.000000000000000
10	0.862856707955530	0.862858522880000	0.000001814924470	1.079901596946295	1.079901596800000	-0.000000000146295
11	0.867926709969517	0.867931394700800	0.000004684731283	1.086282700948010	1.086283074784000	0.000000373835989
12	0.868276614370591	0.868282192662016	0.000005578291425	1.086786934821400	1.086787475536640	0.000000540715240
13	0.868242934147054	0.868248583034778	0.000005648887724	1.086821041768862	1.086821604277402	0.000000562508540
14	0.868178648196132	0.868185029605786	0.000006381409653	1.086817605244568	1.086818243112960	0.000000637868393
15	0.868103291553350	0.868109585015587	0.000006293462237	1.086810308435636	1.086810937756118	0.000000629320482
16	0.868028597598315	0.868033987220433	0.000005389622119	1.086802858106001	1.086803397066066	0.000000538960064
17	0.867964007321291	0.867967863779419	0.000003856458127	1.086796400600123	1.086796786245766	0.000000385645643
18	0.867916862687404	0.867920642712961	0.000003780025556	1.086791686258205	1.086792064260746	0.000000378002541
19	0.867870427453646	0.867873383742181	0.000002956288534	1.086787042744524	1.086787338373376	0.000000295628852
20	0.867833383454025	0.867835567107692	0.000002183653667	1.086783338345335	1.086783556710702	0.000000218365367
21	0.867805061004499	0.867807173913039	0.000002112908540	1.086780506100445	1.086780717391299	0.000000211290854
22	0.867777472497438	0.867778818525520	0.000001346028081	1.086777747249743	1.086777881852552	0.000000134602808
23	0.867758560313454	0.867759971644613	0.000001411331158	1.086775856031345	1.086775997164461	0.000000141133116
24	0.867738859989130	0.867741020793951	0.000002160804821	1.086773885998913	1.086774102079395	0.000000216080482
25	0.867710456604074	0.867712665406427	0.000002208802354	1.086771045660407	1.086771266540643	0.000000220880236
26	0.867681335905717	0.867684357277883	0.000003021372166	1.086768133590572	1.086768435727738	0.000000302137217
27	0.867642781837716	0.867646550094518	0.000003768256803	1.086764278183771	1.086764655009452	0.000000376825680
28	0.867595458317974	0.867599272211720	0.000003813893747	1.086759545831798	1.086759927221172	0.000000381389375
29	0.867547446896036	0.867552003780719	0.000004556884683	1.086754744689604	1.086755200378072	0.000000455688468
30	0.867490654973257	0.867495245746692	0.000004590773435	1.086749065497326	1.086749524574669	0.000000459077343
31	0.867433139893000	0.867438534971645	0.000005395078645	1.086743313989299	1.086743853497165	0.000000539507865
32	0.867366103593635	0.867372429111531	0.000006325517896	1.086736610359364	1.086737242911153	0.000000632551790
33	0.867288123486789	0.867296814744802	0.000008691258013	1.086728812348679	1.086729681474480	0.000000869125801
34	0.867182481768182	0.867192844990548	0.000010363222366	1.086718248176818	1.086719284499055	0.000001036322237
35	0.867057038987761	0.867069914933838	0.000012875946076	1.086705703898776	1.086706991493384	0.000001287594608
36	0.866901914571670	0.866918676748582	0.000016762176913	1.086690191457167	1.086691867674858	0.000001676217691
37	0.866701087649391	0.866720274102080	0.000019186452689	1.086670108764939	1.086672027410208	0.000001918645269
38	0.866471158705669	0.866493421550095	0.000022262844426	1.086647115870567	1.086649342155018	0.000002226284443
39	0.866204242388996	0.866228733459357	0.000024491070361	1.086620424238899	1.086622873345936	0.000002449107036
40	0.865909694293217	0.865935680529301	0.000025986236084	1.086590969429322	1.086593568052930	0.000002598623609
41	0.865595596626967	0.865623818525520	0.000028221898553	1.086559559662697	1.086562381852552	0.000002822189855
42	0.865253094331834	0.865283563327032	0.000030468995198	1.086525309433183	1.086528356332703	0.000003046899520
43	0.864881470108575	0.864914952741021	0.000033482632446	1.086488147010857	1.086491495274102	0.000003348263245
44	0.864471335427757	0.864508525519849	0.000037190092092	1.086447133542776	1.086450852551985	0.000003719009209
45	0.864013994051777	0.864054867674858	0.000040873623082	1.086401399405178	1.086405486767486	0.000004087362308
46	0.863508671604565	0.863553875236295	0.000045203631730	1.086350867160456	1.086355387523630	0.000004520363173
47	0.862946730142243	0.862996209829868	0.000049479687625	1.086294673014224	1.086299620982987	0.000004947968763
48	0.862327464161863	0.862381805293006	0.000054341131143	1.086232746416187	1.086238180529301	0.000005434113114
49	0.861642379508023	0.861701361058601	0.000058981550578	1.086164237950802	1.086170136105860	0.000005898155058
50	0.860891885993311	0.860954678638942	0.000062792645631	1.086089188599331	1.086095467863994	0.000006279264563
51	0.860083346241141	0.860151228733460	0.000067882492319	1.086008334624115	1.086015122873346	0.000006788249232
52	0.859199416059667	0.859272173913044	0.000072757853376	1.085919941605967	1.085927217391304	0.000007275785338
53	0.858239370070228	0.858317542533081	0.000078172462854	1.085823937007023	1.085831754253308	0.000007817246285
54	0.857193132865600	0.857277892249528	0.000084759383928	1.085719313286560	1.085727789224953	0.000008475938393
55	0.856042556385116	0.856134215500945	0.000091659115830	1.085604255638511	1.085613421550095	0.000009165911584
56	0.854778392602201	0.854877098298677	0.000098705695476	1.085477839260220	1.085487709829868	0.000009870569648
57	0.853391964168912	0.853497192816635	0.000105228647723	1.085339196416891	1.085349719281664	0.000010522864773
58	0.851881196569565	0.851994300567108	0.000113103997543	1.085188119656956	1.085199430056711	0.000011310399755
59	0.850220873652036	0.850340207939509	0.000119334287473	1.085022087365203	1.085034020793951	0.000011933428747
60	0.848418431707237	0.848544480151229	0.000126048443992	1.084841843170724	1.084854448015123	0.000012604844399
61	0.846454924776181	0.846587892249528	0.000132967473346	1.084645492477618	1.084658789224953	0.000013296747335
62	0.844311877469870	0.844451767485822	0.000139890015953	1.084431187746987	1.084445176748582	0.000013989001595
63	0.841969940554015	0.842117202268431	0.000147261714416	1.084196994055401	1.084211720226843	0.000014726171442
64	0.839400474563645	0.839555746691872	0.000155272128227	1.083940047456365	1.083955574669187	0.000015527212822
65	0.836567163779039	0.836729744801512	0.000162581022473	1.083656716377904	1.083672974480151	0.000016258102248
66	0.833442534099910	0.833610604914934	0.000168070815024	1.083344253409991	1.083361060491493	0.000016807081502
67	0.830004883796490	0.830170160680529	0.000165276884039	1.083000488379649	1.083017016068053	0.000016527688404
68	0.826300937938493	0.826455500945180	0.000154563006687	1.082630093793849	1.082645550094518	0.000015456300669
69	0.822370931783875	0.822504773156900	0.000133841373025	1.082237093178388	1.082250477315690	0.000013384137302
70	0.818278181125254	0.818383686200378	0.000105505075124	1.081827818112525	1.081838368620038	0.000010550507513
71	0.814059218114669	0.814130510396976	0.000071292282306	1.081405921811467	1.081413051039698	0.000007129228231
72	0.809730042220993	0.809773100189036	0.000043057968043	1.080973004222099	1.080977310018904	0.000004305796805
73	0.805160701411599	0.805179631379962	0.000018929968363	1.080516070141160	1.080517963137996	0.000001892996836
74	0.800219171198824	0.800217438563327	-0.000001732635496	1.080021917119882	1.080021743856333	-0.000000173263549
75	0.794749909682159	0.794725784499055	-0.000024125183104	1.079474990968216	1.079472578449906	-0.000002412518310
76	0.788617917337111	0.788563223062382	-0.000054694274729	1.078861791733711	1.078856322306238	-0.000005469427473
77	0.781718457134923	0.781606663516068	-0.000111793618855	1.078171845713492	1.078160666351607	-0.000011179361886
78	0.774122105622985	0.773922400756144	-0.000199704866841	1.077412210562298	1.077392240075614	-0.000019970486684
79	0.765931907904568	0.765614461247637	-0.000317446656931	1.076593190790457	1.076561446124764	-0.000031744665693
80	0.757227074605092	0.756758223062382	-0.000468851542710	1.075722707460509	1.075675822306238	-0.000046885154271
81	0.748124887597525	0.747476275992439	-0.000648611605087	1.074812488759752	1.074747627599244	-0.000064861160508
82	0.738677406883767	0.737826086956522	-0.000851319927245	1.073867740688377	1.073782608695652	-0.000085131992725
83	0.728855294422127	0.727778544423441	-0.001076749998687	1.072885529442213	1.072777854442344	-0.000107674999869
84	0.718589763966768	0.717258695652174	-0.001331068314594	1.071858976396677	1.071725869565217	-0.000133106831459
85	0.707835847774814	0.706219659735350	-0.001616188039464	1.070783584777481	1.070621965973535	-0.000161618803946
86	0.696516190805307	0.694584310018904	-0.001931880786403	1.069651619080531	1.069458431001890	-0.000193188078640
87	0.684465689007337	0.682183648393195	-0.002282040614142	1.068446568900734	1.068218364839320	-0.000228204061414
88	0.671428673670855	0.668751701323252	-0.002676972347604	1.067142867367086	1.066875170132325	-0.000267697234761
89	0.657066166580933	0.653932419659736	-0.003133746921193	1.065706616658093	1.065393241965974	-0.000313374692120
90	0.640948053659801	0.637267580340265	-0.003680473319536	1.064094805365980	1.063726758034027	-0.000368047331953
91	0.622568968984534	0.618212759924386	-0.004356209060148	1.062256896898453	1.061821275992439	-0.000435620906015
92	0.601334621703227	0.596123913043478	-0.005210708659748	1.060133462170323	1.059612391304348	-0.000521070865975
93	0.576462331776273	0.570265973534972	-0.006196358241301	1.057646233177627	1.057026597353497	-0.000619635824130
94	0.544917848196367	0.537582608695652	-0.007335239500715	1.054491784819637	1.053758260869565	-0.000733523950071
95	0.499179592937487	0.490965595463138	-0.008213997474349	1.049917959293748	1.049096559546314	-0.000821399747434
96	0.409262444756247	0.407918809073724	-0.001343635682523	1.040926244475625	1.040791880907372	-0.000134363568252
97	0.000000000002791	0.238043856332703	0.238043856329912	1.000000000000279	1.023804385633270	0.023804385632991

Razón de Crecimiento : 20 %

Renta : $ 1.00

Tasa de Interés : 25 %

x	exacta antic.	aprox. antic.	dif.	exacta vencida	aprox. vencida	dif.
9	0.799032008378655	0.799032008000000	-0.000000000378655	1.000000000000000	1.000000000000000	0.000000000000000
10	0.926697446448108	0.926701077760000	0.000003631311892	1.159803193892590	1.159803193600000	-0.000000000292590
11	0.947060799075196	0.947072059123200	0.000011260048005	1.185332399423510	1.185333894336000	0.000001494912490
12	0.950250190878777	0.950264466390528	0.000014275511751	1.189398412325212	1.189400993605120	0.000002581279908
13	0.950691084196891	0.950705972258714	0.000014888061823	1.190034164172387	1.190037065617306	0.000002901444919
14	0.950693129017694	0.950709813023539	0.000016684005845	1.190122013000614	1.190125332357120	0.000003319356507
15	0.950616087423386	0.950632351002474	0.000016263579088	1.190120565363231	1.190123814784029	0.000003249420798
16	0.950529966782266	0.950543769381335	0.000013802599069	1.190105569975939	1.190108329945953	0.000002759970014
17	0.950454707990420	0.950464788287713	0.000010080297293	1.190090874010963	1.190092889983289	0.000002015972326
18	0.950398434156105	0.950408198349132	0.000009714193027	1.190079686042476	1.190081628366021	0.000001942823544
19	0.950343940038954	0.950351517635489	0.000007577596535	1.190068786285855	1.190070301802518	0.000001515516663
20	0.950300464169525	0.950306156200985	0.000005692031460	1.190060092559125	1.190061230964903	0.000001138405778
21	0.950266718039211	0.950272097463910	0.000005379424699	1.190053343564004	1.190054419448835	0.000001075884831
22	0.950234502929370	0.950238083893561	0.000003580964191	1.190046900578883	1.190047616771697	0.000000716192814
23	0.950211592763269	0.950215476189412	0.000003883426143	1.190042318551540	1.190043095236763	0.000000776685223
24	0.950187024463253	0.950192743764003	0.000005719295750	1.190037404893473	1.190038548752622	0.000001143859149
25	0.950152711654679	0.950158730158703	0.000006018504024	1.190030542330908	1.190031746031712	0.000001203700804
26	0.950116661681338	0.950124773242626	0.000008111561288	1.190023332336263	1.190024954648521	0.000001622312257
27	0.950069485732811	0.950079421768707	0.000009936035896	1.190013897146561	1.190015884353741	0.000001987207179
28	0.950012519188795	0.950022709750567	0.000010190561772	1.190002503837759	1.190004541950113	0.000002038112354
29	0.949953995520801	0.949966009070295	0.000012013549494	1.189990799104160	1.189993201814059	0.000002402709899
30	0.949885626378869	0.949897925170068	0.000012298791199	1.189977125275774	1.189979585034014	0.000002459758240
31	0.949815410712392	0.949829897959184	0.000014487246792	1.189963082142478	1.189965979591837	0.000002897449358
32	0.949733370989241	0.949750600907030	0.000017229917789	1.189946674197848	1.189950120181406	0.000003445983558
33	0.949636572301361	0.949659897959184	0.000023325657823	1.189927314460272	1.189931979591837	0.000004665131565
34	0.949507230117702	0.949535181405896	0.000027951288194	1.189901446023540	1.189907036281179	0.000005590257639
35	0.949352901814430	0.949387721088436	0.000034819274006	1.189870580362886	1.189877544217687	0.000006963854801
36	0.949161590554261	0.949206303854875	0.000044713300615	1.189832318110852	1.189841260770975	0.000008942660124
37	0.948917123759735	0.948968310657597	0.000051186897861	1.189783424751947	1.189793662131519	0.000010237379572
38	0.948637139306551	0.948696190476191	0.000059051169640	1.189727427861310	1.189739238095238	0.000011810233928
39	0.948313919079995	0.948378684807256	0.000064765727261	1.189662783815999	1.189675736961451	0.000012953145452
40	0.947958288766408	0.948027154195011	0.000068865428604	1.189591657753281	1.189605430839002	0.000013773085721
41	0.947578296033292	0.947653061224490	0.000074765191198	1.189515659206658	1.189530612244898	0.000014953038240
42	0.947164041278265	0.947244909297052	0.000080868018788	1.189432808255653	1.189448981859411	0.000016173603758
43	0.946713804695582	0.946802743764172	0.000088939068591	1.189342760939116	1.189360548752834	0.000017787813718
44	0.946216533392532	0.946315215419501	0.000098682026969	1.189243306678506	1.189263043083900	0.000019736405394
45	0.945662533213452	0.945771031746032	0.000108498532580	1.189132506642691	1.189154206349206	0.000021699706515
46	0.945050196351476	0.945170068027211	0.000119871675735	1.189010039270295	1.189034013605442	0.000023974335147
47	0.944369916517629	0.944501122448980	0.000131205931351	1.188873983303526	1.188900224489796	0.000026241186270
48	0.943620227187607	0.943764115646259	0.000143888458652	1.188724045437521	1.188752823129252	0.000028777691731
49	0.942791964618479	0.942947891156463	0.000155926537984	1.188558392923695	1.188589578231293	0.000031185307597
50	0.941886008758687	0.942052210884354	0.000166202125667	1.188377201751737	1.188410442176871	0.000033240425134
51	0.940908913304149	0.941088435374150	0.000179522070001	1.188181782660829	1.188217687074830	0.000035904414001
52	0.939841508716455	0.940033968253968	0.000192459537513	1.187968301743291	1.188006793650794	0.000038491907503
53	0.938681917622789	0.938888843537415	0.000206925914626	1.187736383524558	1.187777768707483	0.000041385182925
54	0.937417476621540	0.937641734693878	0.000224258072338	1.187483495324308	1.187528346938776	0.000044851614468
55	0.936027500174917	0.936269841269841	0.000242341094924	1.187205500034983	1.187253968253968	0.000048468218985
56	0.934501157679126	0.934761870748299	0.000260713069173	1.186900231535825	1.186952374149660	0.000052142613834
57	0.932828590507491	0.933106609977324	0.000278019469833	1.186565716101498	1.186621321995465	0.000055605893967
58	0.931005538756327	0.931303820861678	0.000298282105351	1.186201107751265	1.186260764172336	0.000059656421071
59	0.929004989649785	0.929319659863946	0.000314670214161	1.185800997929957	1.185863931972789	0.000062934042832
60	0.926833347183480	0.927165600907030	0.000332253723550	1.185366669436696	1.185433120181406	0.000066450744710
61	0.924468250162899	0.924818582766440	0.000350332603541	1.184893650032530	1.184963716553288	0.000070066520708
62	0.921887706091482	0.922256201814059	0.000368495722577	1.184377541218296	1.184451240362812	0.000073699144516
63	0.919067979928324	0.919455782312925	0.000387802384601	1.183813595985665	1.183891156462585	0.000077560476921
64	0.915974797886634	0.916383197278912	0.000408399392278	1.183194959577327	1.183276639455782	0.000081679878455
65	0.912566598671145	0.912993276643991	0.000426677972846	1.182513319734229	1.182598655328798	0.000085335594570
66	0.908812964032437	0.909251723356009	0.000438759323573	1.181762592806487	1.181850344671202	0.000087751864715
67	0.904695546621203	0.905124750566894	0.000429203945691	1.180939109324241	1.181024950113379	0.000085840789138
68	0.900270249093757	0.900668843537415	0.000398594443658	1.180054049818752	1.180133768707483	0.000079718888732
69	0.895587265609120	0.895929761904762	0.000342496295642	1.179117453121824	1.179185952380952	0.000068499259128
70	0.890719017643392	0.890986326530612	0.000267308887220	1.178143803528678	1.178197265306123	0.000053461777445
71	0.885705146293120	0.885884444444445	0.000179298151325	1.177141029258624	1.177176888888889	0.000035859630265
72	0.880551018516835	0.880657528344671	0.000106509827837	1.176110203703367	1.176131505668934	0.000021301965567
73	0.875103284280362	0.875147448979592	0.000044164699230	1.175020656856073	1.175029489795918	0.000008832939846
74	0.869205520769886	0.869195068027211	-0.000010452742675	1.173841104153977	1.173839013605442	-0.000002090548535
75	0.862678972542813	0.862607573696145	-0.000071398846668	1.172535794508562	1.172521514739229	-0.000014279769333
76	0.855372681833661	0.855215294784581	-0.000157387049080	1.171074536366733	1.171043058956916	-0.000031477409816
77	0.847183552838730	0.846870578231293	-0.000312974607438	1.169436710567746	1.169374115646258	-0.000062594921488
78	0.838201056179340	0.837652947845805	-0.000548108333535	1.167640211235868	1.167530589569161	-0.000109621666707
79	0.828547867586261	0.827687188208617	-0.000860679377644	1.165709573517252	1.165537437641723	-0.000172135875529
80	0.818322400348252	0.817063718820862	-0.001258681527390	1.163664480069650	1.163412743764172	-0.000251736305478
81	0.807657737177836	0.805929591836735	-0.001728145341101	1.161531547435567	1.161185918367347	-0.000345629068220
82	0.796609656028765	0.794353741496599	-0.002255914532166	1.159321931205753	1.158870748299320	-0.000451182906433
83	0.785143586378059	0.782301247165533	-0.002842339212526	1.157028717275612	1.156460249433107	-0.000568467842505
84	0.773184384198207	0.769682199546485	-0.003502184651722	1.154636876839641	1.153936439909297	-0.000700436930344
85	0.760680071724579	0.756440362811792	-0.004239708912787	1.152136014344916	1.151288072562358	-0.000847941782558
86	0.747537985233976	0.742483219954649	-0.005054665279327	1.149507577046795	1.148496643990930	-0.001010933055866
87	0.733565846316480	0.727608049886621	-0.005957796429858	1.146713169263296	1.145521609977324	-0.001191559285972
88	0.718471891381683	0.711495804988662	-0.006976086393021	1.143694378276337	1.142299160997732	-0.001395217278604
89	0.701873322911311	0.693719387755102	-0.008153935156209	1.140374664582262	1.138743877551020	-0.001630787031242
90	0.683291842746948	0.673729138321996	-0.009562704424953	1.136658368549390	1.134745827664399	-0.001912540884991
91	0.662170814061421	0.650871995464853	-0.011298818596568	1.132434162812284	1.130174399092970	-0.002259763719314
92	0.637844741957536	0.624375396825397	-0.013469345132139	1.127568948391507	1.124875079365079	-0.002693869026428
93	0.609306981145647	0.593357596371882	-0.015949384773764	1.121861380229130	1.118671519274376	-0.003189860954753
94	0.572863015283321	0.554152380952381	-0.018710634330940	1.114572603056665	1.110830476190476	-0.003742126866188
95	0.518805987641926	0.498233106575964	-0.020572881065963	1.103761181528385	1.099646621315193	-0.004114560213193
96	0.409262444760120	0.398614625850340	-0.010647818909780	1.081852488952024	1.079722925170068	-0.002129563781956
97	0.000000000048710	0.194841723356009	0.194841723307299	1.000000000009742	1.038968344671202	0.038968344661459

Razón de Crecimiento : 20 %

Renta : $ 1.00

Tasa de Interés : 50 %

x	exacta antic.	aprox. antic.	dif.	exacta vencida	aprox. vencida	dif.
9	0.665860006982212	0.665860006666667	-0.000000000315546	1.000000000000000	1.000000000000000	0.000000000000000
10	0.674713410454207	0.674713661511111	0.000000251056904	1.013316932824383	1.013316932800000	-0.000000000024382
11	0.674810703996525	0.674811246618074	0.000000542621549	1.013493853107482	1.013493863521778	0.000000010414296
12	0.674771073236881	0.674771703129221	0.000000629892340	1.013495390039880	1.013495402624522	0.000000012584642
13	0.674723154895671	0.674723787610273	0.000000632714602	1.013494462679749	1.013494475333735	0.000000012653986
14	0.674675140896167	0.674675858286966	0.000000717390799	1.013493502812360	1.013493517160170	0.000000014347810
15	0.674620328536695	0.674621046384172	0.000000717847477	1.013492406570660	1.013492420927609	0.000000014356949
16	0.674565643348078	0.674566261869977	0.000000618521899	1.013491312866961	1.013491325237398	0.000000012370438
17	0.674517918349623	0.674518352812272	0.000000434462644	1.013490358366993	1.013490367056245	0.000000008689253
18	0.674483708230424	0.674484139883126	0.000000431652702	1.013489674164609	1.013489682797662	0.000000008633054
19	0.674449557550019	0.674449899561724	0.000000342011705	1.013488991151000	1.013488997991234	0.000000006840234
20	0.674422253314492	0.674422500456538	0.000000247142045	1.013488445066290	1.013488450009131	0.000000004942841
21	0.674401682864728	0.674401928871439	0.000000246006711	1.013488033657294	1.013488038577429	0.000000004920135
22	0.674381234660369	0.674381384678597	0.000000150018228	1.013487624693207	1.013487627693572	0.000000003000365
23	0.674367575841506	0.674367729638422	0.000000153796916	1.013487351516830	1.013487354592769	0.000000003075938
24	0.674353755095563	0.674353999269540	0.000000244173977	1.013487075101911	1.013487079985391	0.000000004883479
25	0.674333214447120	0.674333455076698	0.000000240629579	1.013486664288942	1.013486669101534	0.000000004812592
26	0.674312610056405	0.674312945124178	0.000000335067773	1.013486252201128	1.013486258902484	0.000000006701356
27	0.674285128414376	0.674285552867056	0.000000424452680	1.013485702568288	1.013485711057341	0.000000008489054
28	0.674250873014441	0.674251298849525	0.000000425835084	1.013485017460289	1.013485025976991	0.000000008516702
29	0.674216537288480	0.674217051680058	0.000000514391579	1.013484330745769	1.013484341033601	0.000000010287832
30	0.674175421478958	0.674175929054054	0.000000507575096	1.013483508429579	1.013483518531081	0.000000010151502
31	0.674134243262472	0.674134840668371	0.000000597405899	1.013482684865249	1.013482696813367	0.000000011948118
32	0.674086249962940	0.674086945306793	0.000000695343854	1.013481724999259	1.013481738906136	0.000000013906877
33	0.674031194514064	0.674032160792549	0.000000966278485	1.013480623890281	1.013480643215851	0.000000019325570
34	0.673955684348291	0.673956832085464	0.000001147737173	1.013479113686966	1.013479136641709	0.000000022954743
35	0.673866349072065	0.673867766161432	0.000001417089367	1.013477326981441	1.013477355323229	0.000000028341787
36	0.673756324813144	0.673758190284879	0.000001865471735	1.013475126496263	1.013475163805698	0.000000037309435
37	0.673612305552423	0.673614442567568	0.000002137015145	1.013472246111048	1.013472288851351	0.000000042740303
38	0.673447591627303	0.673450082176771	0.000002490549468	1.013468951832546	1.013469001643535	0.000000049810989
39	0.673255562933565	0.673258308984660	0.000002746051095	1.013465111258671	1.013465166179693	0.000000054921022
40	0.673043077048750	0.673045984751644	0.000002907702893	1.013460861540975	1.013460919695033	0.000000058154058
41	0.672816871211621	0.672820032870709	0.000003161659088	1.013456337424233	1.013456400657414	0.000000063233181
42	0.672570103203614	0.672573509404675	0.000003406201061	1.013451402064072	1.013451470188093	0.000000068124021
43	0.672302702058799	0.672306441745800	0.000003739687001	1.013446054041176	1.013446128834916	0.000000074793740
44	0.672007813959701	0.672011974981739	0.000004161022037	1.013440156279194	1.013440239499635	0.000000083220441
45	0.671678718122943	0.671683288440467	0.000004570317525	1.013433574362459	1.013433665768809	0.000000091406350
46	0.671315250180301	0.671320306793280	0.000005056612978	1.013426305003606	1.013426406135866	0.000000101132260
47	0.670910727207372	0.670916264152666	0.000005536945294	1.013418214544147	1.013418325283053	0.000000110738906
48	0.670465025883044	0.670471112582177	0.000006086699133	1.013409300517661	1.013409422251643	0.000000121733982
49	0.669971502210796	0.669978113586560	0.000006611375764	1.013399430044216	1.013399562271731	0.000000132227515
50	0.669430092535729	0.669437123356465	0.000007030820736	1.013388601850715	1.013388742467129	0.000000140616415
51	0.668847396778151	0.668855003652301	0.000007606874150	1.013376947935563	1.013377100073046	0.000000152137483
52	0.668209951526924	0.668218106281958	0.000008154755033	1.013364199030538	1.013364362125639	0.000000163095101
53	0.667517697464302	0.667526451789627	0.000008754325326	1.013350353949286	1.013350529035792	0.000000175086506
54	0.666763705207130	0.666773198959094	0.000009493751964	1.013335274104142	1.013335463979182	0.000000189875039
55	0.665934300595050	0.665944576333090	0.000010275738039	1.013318686011901	1.013318891526662	0.000000205514761
56	0.665022688940907	0.665033763239591	0.000011074298684	1.013300453778818	1.013300675264792	0.000000221485974
57	0.664022188265091	0.664033986943024	0.000011798677933	1.013280443765302	1.013280679738860	0.000000235973559
58	0.662932402625606	0.662945103634039	0.000012701008433	1.013258643052512	1.013258902072681	0.000000254020168
59	0.661733268117287	0.661746671840760	0.000013403723473	1.013234665362346	1.013234933436815	0.000000268074469
60	0.660431460934317	0.660445621804237	0.000014160869920	1.013208629218686	1.013208912436085	0.000000283217399
61	0.659013082827506	0.659028024561724	0.000014941734217	1.013180261656550	1.013180560491235	0.000000298834685
62	0.657464625684925	0.657480348338203	0.000015722653278	1.013149292513698	1.013149606966764	0.000000314453066
63	0.655772343375080	0.655788897005113	0.000016553630033	1.013115446867501	1.013115777940102	0.000000331072601
64	0.653915592105683	0.653933057888970	0.000017465783287	1.013078311842114	1.013078661157779	0.000000349315666
65	0.651867241170709	0.651885548301680	0.000018307130972	1.013037344823414	1.013037710966034	0.000000366142620
66	0.649606650951789	0.649625652848795	0.000019001897005	1.012992133019036	1.012992513056976	0.000000380037940
67	0.647114212516592	0.647132964298758	0.000018751782166	1.012942284250332	1.012942659285975	0.000000375035643
68	0.644423974060485	0.644441599707816	0.000017625647331	1.012888479481210	1.012888831994156	0.000000352512947
69	0.641563849726409	0.641579197863404	0.000015348136995	1.012831276994528	1.012831583957268	0.000000306962740
70	0.638581173377214	0.638593366508400	0.000012193131187	1.012771623467544	1.012771867330168	0.000000243862624
71	0.635503551943919	0.635511833455077	0.000008281511158	1.012710071038879	1.012710236669101	0.000000165630223
72	0.632349719933975	0.632354779948868	0.000005060014893	1.012646994398680	1.012647095598977	0.000000101200298
73	0.629024394140797	0.629026696037254	0.000002301896456	1.012580487882816	1.012580533920745	0.000000046037929
74	0.625431485968192	0.625431462289993	-0.000000023678199	1.012508629719364	1.012508629245800	-0.000000000473564
75	0.621455118750685	0.621452620525931	-0.000002498224754	1.012429102375013	1.012429052410519	-0.000000049964495
76	0.616993451355288	0.616987689463112	-0.000005761892177	1.012339869027106	1.012339753789262	-0.000000115237844
77	0.611959501536776	0.611947486760409	-0.000012014776367	1.012239190030736	1.012238949735208	-0.000000240295527
78	0.606401829773414	0.606380044740687	-0.000021785032728	1.012128036595468	1.012127600894814	-0.000000435700654
79	0.600395679816689	0.600360733199416	-0.000034946617274	1.012007913596334	1.012007214663988	-0.000000698932345
80	0.593996116986980	0.593944165449233	-0.000051951537747	1.011879922339739	1.011878883308985	-0.000001039030755
81	0.587291412045590	0.587219160883857	-0.000072251161733	1.011745828256912	1.011744383217677	-0.000001445039234
82	0.580322590020566	0.580227355734112	-0.000095242286454	1.011606451960411	1.011604547114682	-0.000001904845729
83	0.573068461741623	0.572947657962016	-0.000120803779607	1.011461369234833	1.011458953159240	-0.000002416075592
84	0.565475438682317	0.565325762417823	-0.000149676264494	1.011309508773647	1.011306515248356	-0.000002993525290
85	0.557509808659578	0.557327702702703	-0.000182105956875	1.011150196173192	1.011146554054054	-0.000003642119138
86	0.549115704779404	0.548897598612126	-0.000218106167279	1.010982314095588	1.010977951972242	-0.000004362123346
87	0.540171078239277	0.539913006756757	-0.000258071482521	1.010803421564785	1.010798260135135	-0.000005161429650
88	0.530484366896022	0.530181222607743	-0.000303144288279	1.010609687337920	1.010603624452155	-0.000006062885766
89	0.519799526337397	0.519444279583638	-0.000355246753760	1.010395990526748	1.010388885591673	-0.000007104935075
90	0.507787855108669	0.507370183528123	-0.000417671580546	1.010155757102173	1.010147403670562	-0.000008353431611
91	0.494059370691872	0.493564485938641	-0.000494884753231	1.009881187413838	1.009871289718773	-0.000009897695065
92	0.478153964876816	0.477560559715121	-0.000593405161695	1.009563079297536	1.009551211194302	-0.000011868103234
93	0.459533335883199	0.458825830898466	-0.000707504984733	1.009190666717664	1.009176516617969	-0.000014150099695
94	0.435988701616761	0.435145909422936	-0.000842792193825	1.008719774032335	1.008702918188459	-0.000016855843877
95	0.402353608903413	0.401370708546384	-0.000982900357029	1.008047072173068	1.008027414170928	-0.000019658007141
96	0.341052037296778	0.341201218955442	0.000149181658664	1.006821040745935	1.006824024379109	0.000002983633173
97	0.000000000000002	0.218122534696859	0.218122534696857	1.000000000000000	1.004362450693937	0.004362450693937

Razón de Crecimiento : 5 %

Renta : $ 1.00

Tasa de Interés : 50 %

x	exacta antic.	aprox. antic.	dif.	exacta vencida	aprox. vencida	dif.
9	0.665860006982212	0.665860006666667	-0.000000000315546	1.000000000000000	1.000000000000000	0.000000000000000
10	0.688013564306827	0.688014193777778	0.000000629470950	1.033292332060956	1.033292332000000	-0.000000000060956
11	0.688729415022137	0.688730851029630	0.000001436007493	1.034399580556594	1.034399645511111	0.000000064954517
12	0.688710907973718	0.688712583482963	0.000001675509245	1.034434317865180	1.034434401124815	0.000000083259635
13	0.688661778119235	0.688663460561111	0.000001682441876	1.034433048069601	1.034433132161803	0.000000084092201
14	0.688611643664656	0.688613554355007	0.000001910690351	1.034430580824933	1.034430676358025	0.000000095533091
15	0.688554552224078	0.688556451811900	0.000001899587822	1.034427727566028	1.034427822545363	0.000000094979335
16	0.688497740920767	0.688499376931188	0.000001636010421	1.034424887044536	1.034424968845055	0.000000081800519
17	0.688448309296387	0.688449464922677	0.000001155626290	1.034422415464769	1.034422473246084	0.000000057781315
18	0.688412677759068	0.688413821640903	0.000001143381835	1.034420633887952	1.034420691082043	0.000000057194091
19	0.688377251040809	0.688378149821641	0.000000898780832	1.034418862552040	1.034418907491082	0.000000044939042
20	0.688348949643035	0.688349605231867	0.000000655588832	1.034417447482151	1.034417480261593	0.000000032779442
21	0.688327528198206	0.688328173602854	0.000000645404648	1.034416376409910	1.034416408680143	0.000000032270232
22	0.688306369617231	0.688306770511296	0.000000400394065	1.034415318480861	1.034415338525565	0.000000020044703
23	0.688292132768210	0.688292544589774	0.000000411321564	1.034414606638411	1.034414627229489	0.000000020591078
24	0.688277593549585	0.688278240190250	0.000000646640665	1.034413879677479	1.034413912009512	0.000000032332033
25	0.688256189588136	0.688256837098692	0.000000647510556	1.034412809479407	1.034412841854935	0.000000032375528
26	0.688234575893323	0.688235469678954	0.000000893785631	1.034411728794666	1.034411773483948	0.000000044689282
27	0.688205804802795	0.688206932223543	0.000001127420748	1.034410290240140	1.034410346611177	0.000000056371038
28	0.688170113940261	0.688171246135553	0.000001132195292	1.034408505697013	1.034408562306778	0.000000056609765
29	0.688134202862147	0.688135567181926	0.000001364319779	1.034406710143107	1.034406778359096	0.000000068215989
30	0.688091365777806	0.688092725326992	0.000001359549185	1.034404568288890	1.034404636266349	0.000000067977459
31	0.688048321051222	0.688049919143876	0.000001598092655	1.034402416052561	1.034402495957194	0.000000079904633
32	0.687998162714160	0.688000021403092	0.000001858688932	1.034399908135708	1.034400001070155	0.000000092934446
33	0.687940370278990	0.687942946492271	0.000002576213281	1.034397018513949	1.034397147324614	0.000000128810664
34	0.687861405063974	0.687864468489893	0.000003063425919	1.034393070253198	1.034393223424495	0.000000153171296
35	0.687767885274362	0.687771678953627	0.000003793679265	1.034388394263718	1.034388583947681	0.000000189683964
36	0.687652543812043	0.687657521997622	0.000004978185579	1.034382627190602	1.034382876099881	0.000000248909279
37	0.687502067292533	0.687507764565993	0.000005697273459	1.034375103364627	1.034375388223300	0.000000284863673
38	0.687329901144392	0.687336532699168	0.000006631554775	1.034366495057219	1.034366826634958	0.000000331577739
39	0.687129433531772	0.687136741973841	0.000007308442069	1.034356471676589	1.034356837098692	0.000000365422103
40	0.686907796586239	0.686915541022592	0.000007744436354	1.034345389829312	1.034345777051130	0.000000387221818
41	0.686671727729986	0.686680142687277	0.000008414957291	1.034333586386499	1.034334007134364	0.000000420747865
42	0.686414238469038	0.686423312722949	0.000009074253911	1.034320711923452	1.034321165636148	0.000000453712696
43	0.686135113666402	0.686145079667063	0.000009966000661	1.034306755683320	1.034307253983353	0.000000498300033
44	0.685827223163717	0.685838302021403	0.000011078857686	1.034291361158186	1.034291915101070	0.000000553942884
45	0.685483702056057	0.685495873959572	0.000012171903515	1.034274185102803	1.034274793697979	0.000000608595176
46	0.685104249133223	0.685117717003567	0.000013467870344	1.034255212456661	1.034255885850178	0.000000673393517
47	0.684682040121267	0.684696782401903	0.000014742280636	1.034234102006063	1.034234839120095	0.000000737114032
48	0.684216818069497	0.684233020214031	0.000016202144534	1.034210840903475	1.034211651010702	0.000000810107226
49	0.6837019[illegible]	0.683719410275322	0.000017600573321	1.034185090482630	1.034185970511296	0.000000880028666
50	0.683137079124777	0.683155802615933	0.000018723491157	1.034156853956239	1.034157790130797	0.000000936174557
51	0.682529094048260	0.682549346016647	0.000020251968379	1.034126454702414	1.034127467300832	0.000001012598419
52	0.681864115400778	0.681885821640904	0.000021706240126	1.034093205770039	1.034094291082045	0.000001085312006
53	0.681141940725919	0.681165250891796	0.000023310165877	1.034057097036296	1.034058262544590	0.000001165508294
54	0.680355227472884	0.680380506539834	0.000025279066950	1.034017761373644	1.034019025326992	0.000001263953348
55	0.679489892449490	0.679517241379310	0.000027348929820	1.033974494622474	1.033975862068965	0.000001367446491
56	0.678538881146395	0.678568349583829	0.000029468437433	1.033926944057320	1.033928417479191	0.000001473421872
57	0.677495370721875	0.677526775267539	0.000031404545663	1.033874768536094	1.033876338763377	0.000001570227283
58	0.676358577506664	0.676392368608799	0.000033791102135	1.033817928875333	1.033819618430440	0.000001689555107
59	0.675108177867986	0.675143833531510	0.000035655663524	1.033755408893399	1.033757191676576	0.000001782783176
60	0.673750721890829	0.673788390011891	0.000037668121062	1.033687536094541	1.033689419500595	0.000001883406053
61	0.672271782174543	0.672311526753864	0.000039744579321	1.033613589108727	1.033615576337693	0.000001987228966
62	0.670657327916483	0.670699146254459	0.000041818337976	1.033532866395824	1.033534957312723	0.000002090916899
63	0.668892954027445	0.668936979785969	0.000044025758524	1.033444647701372	1.033446849989299	0.000002201287926
64	0.666957108364061	0.667003552913199	0.000046444549138	1.033347855418203	1.033350177645660	0.000002322227457
65	0.664821769811361	0.664870442330559	0.000048672519198	1.033241088490568	1.033243522116528	0.000002433625960
66	0.662465610918409	0.662516066587396	0.000050455668987	1.033123280545921	1.033125803329370	0.000002522783449
67	0.659869420295895	0.659919165279429	0.000049744983534	1.032993471014795	1.032995958263971	0.000002487249177
68	0.657068593205072	0.657115281807372	0.000046688602300	1.032853429660254	1.032855764090369	0.000002334430115
69	0.654092619664960	0.654133210463734	0.000040590798774	1.032704630983248	1.032706660523187	0.000002029539939
70	0.650990376054276	0.651022549346017	0.000032173291740	1.032549518802714	1.032551127467301	0.000001608664587
71	0.647790366037649	0.647812185493460	0.000021819455811	1.032389518301832	1.032390609274673	0.000001090972791
72	0.644509858737465	0.644523143876338	0.000013285138873	1.032225492936873	1.032226157193817	0.000000664256944
73	0.641049932743192	0.641055921521998	0.000005988778806	1.032052496637160	1.032052796076100	0.000000299438940
74	0.637310572671229	0.637310380499406	-0.000000192171824	1.031865528633561	1.031865519024970	-0.000000009608591
75	0.633171994044869	0.633165193816885	-0.000006800227984	1.031658599702244	1.031658259690844	-0.000000340011399
76	0.628529210977931	0.628513595719382	-0.000015615258549	1.031426460548897	1.031425679785969	-0.000000780762927
77	0.623295045788020	0.623262675386445	-0.000032370401576	1.031164752289401	1.031163133769322	-0.000001618520079
78	0.617520908781903	0.617462473246136	-0.000058435535768	1.030876045439095	1.030873123662307	-0.000002921776789
79	0.611284986788281	0.611191510107015	-0.000093476681265	1.030564249339414	1.030559575505351	-0.000004673834063
80	0.604645428082570	0.604506682520809	-0.000138745561762	1.030232271404129	1.030225334126040	-0.000006937278088
81	0.597693215242475	0.597500523186683	-0.000192692055792	1.029884660762124	1.029875026159334	-0.000009634602790
82	0.590470066730537	0.590216409036861	-0.000253657693676	1.029523503336527	1.029510820451843	-0.000012682884684
83	0.582953833767004	0.582632366230678	-0.000321467536326	1.029147691688350	1.029131618311534	-0.000016073376817
84	0.575089875751341	0.574691819262782	-0.000398056488559	1.028754493787567	1.028734590963139	-0.000019902824428
85	0.566843434905456	0.566359381688466	-0.000484053216990	1.028342171745273	1.028317969084423	-0.000024202660849
86	0.558156238665639	0.557576837098692	-0.000579401566947	1.027907811933282	1.027878841854935	-0.000028970078347
87	0.548901839826582	0.548216623067776	-0.000685216758805	1.027445091991329	1.027410831153389	-0.000034260837941
88	0.538882553079835	0.538077978596908	-0.000804574482927	1.026944127653991	1.026903898929845	-0.000040228724146
89	0.527834747801523	0.526892152199762	-0.000942595601761	1.026391737398076	1.026344607609988	-0.000047129788088
90	0.515421129652595	0.514313269916766	-0.001107859735829	1.025771056482630	1.025715663495838	-0.000055392986791
91	0.501242682157158	0.499930392390012	-0.001312289767146	1.025062134107858	1.024996519619501	-0.000065614488357
92	0.484829787371197	0.483257384066587	-0.001572403304609	1.024241489368560	1.024162869203329	-0.000078620165231
93	0.465612848688744	0.463739405469679	-0.001873443219065	1.023230642434437	1.023186970273484	-0.000093672160953
94	0.441297761920826	0.439069488703924	-0.002228273216902	1.022064888096041	1.021953474435196	-0.000111413660845
95	0.406442424466759	0.403882235434007	-0.002560189032752	1.020322121223338	1.020194111771700	-0.000128009451638
96	0.341052037296779	0.341197217590098	0.000145180301319	1.017052601864839	1.017059860879905	0.000007259015066
97	0.000000000000067	0.212972936979786	0.212972936979719	1.000000000000003	1.010648646848989	0.010648646848986

Razón de Crecimiento : 10 %

Renta : $ 1.00

Tasa de Interés : 50 %

x	exacta antic.	aprox. antic.	dif.	exacta vencida	aprox. vencida	dif.
9	0.665860006982212	0.665860006666667	-0.000000000315546	1.000000000000000	1.000000000000000	0.000000000000000
10	0.710180487394528	0.710181747555556	0.000001260161028	1.066584664121913	1.066584664000000	-0.000000000121913
11	0.713107752955890	0.713110897007407	0.000003144051518	1.071015653739489	1.071015913377778	0.000000259638289
12	0.713257771315273	0.713261487656296	0.000003716341023	1.071306136595426	1.071306499976296	0.000000363380870
13	0.713217246652932	0.713220998437531	0.000003751784599	1.071320417901757	1.071320792123654	0.000000374221897
14	0.713164059697975	0.713168305286145	0.000004245588170	1.071316319038640	1.071316743506173	0.000000424467533
15	0.713102912148572	0.713107108116316	0.000004195967745	1.071310285432370	1.071310705021960	0.000000419589590
16	0.713042288088108	0.713045887480495	0.000003599392387	1.071304228424183	1.071304588362922	0.000000359938739
17	0.712989780728777	0.712992346920512	0.000002566191735	1.071298978047294	1.071299234666435	0.000000256619140
18	0.712951589780422	0.712954112243683	0.000002522463261	1.071295158976341	1.071295411222664	0.000000252246324
19	0.712913872493930	0.712915846938695	0.000001974444765	1.071291387249280	1.071291584693756	0.000000197444476
20	0.712883773321439	0.712885227040811	0.000001453719372	1.071288377332136	1.071288522704074	0.000000145371937
21	0.712860824193951	0.712862237244898	0.000001413050947	1.071286082419395	1.071286223724489	0.000000141305095
22	0.712838384095261	0.712839278061224	0.000000893965963	1.071283838409526	1.071283927806122	0.000000089396597
23	0.712823086189274	0.712824017857143	0.000000931667869	1.071282308618928	1.071282401785714	0.000000093166787
24	0.712807236996764	0.712808673469388	0.000001436472624	1.071280723699677	1.071280867346939	0.000000143647262
25	0.712784253755564	0.712785714285714	0.000001460530150	1.071278425375556	1.071278571428571	0.000000146053015
26	0.712760790805656	0.712762793367347	0.000002002561691	1.071276079080566	1.071276279336735	0.000000200256169
27	0.712729675519097	0.712732181122449	0.000002505603352	1.071272967551910	1.071273218112245	0.000000250560335
28	0.712691370438033	0.712693900510204	0.000002530072171	1.071269137043803	1.071269390051020	0.000000253007217
29	0.712652597206276	0.712655627551020	0.000003030344744	1.071265259720628	1.071265562755102	0.000000303034474
30	0.712606626541870	0.712609670918367	0.000003044376497	1.071260662654187	1.071260967091837	0.000000304437650
31	0.712560175155603	0.712563752551020	0.000003577395417	1.071256017515560	1.071256375255102	0.000000357739542
32	0.712506043122059	0.712510227040816	0.000004183918757	1.071250604312206	1.071251022704082	0.000000418391876
33	0.712443239253750	0.712449002551020	0.000005763297271	1.071244323925375	1.071244900255102	0.000000576329727
34	0.712357952389918	0.712364818877551	0.000006866487633	1.071235795238992	1.071236481887755	0.000000686648763
35	0.712256758250119	0.712265283163265	0.000008524913147	1.071225675825012	1.071226528316326	0.000000852491315
36	0.712131703257982	0.712142826530612	0.000011123272630	1.071213170325798	1.071214282653061	0.000001112327263
37	0.711969450200159	0.711982181122449	0.000012730922290	1.071196945020016	1.071198218112245	0.000001273092229
38	0.711783714215338	0.711798500000000	0.000014785784662	1.071178371421534	1.071179850000000	0.000001478578466
39	0.711567909482921	0.711584183673469	0.000016274190549	1.071156790948292	1.071158418367347	0.000001627419054
40	0.711329639033843	0.711346900510204	0.000017261476361	1.071132963903384	1.071134690051020	0.000001726147636
41	0.711075639283681	0.711094387755102	0.000018748471422	1.071107563928368	1.071109438775510	0.000001874847142
42	0.710798650276261	0.710818885204082	0.000020234927820	1.071079865027626	1.071081888520408	0.000002023492782
43	0.710498190583271	0.710520423469388	0.000022232886116	1.071049819058327	1.071052042346939	0.000002223288611
44	0.710166642135860	0.710191341836735	0.000024699700875	1.071016664213586	1.071019134183673	0.000002469970088
45	0.709796874116248	0.709824017857143	0.000027143740895	1.070979687411625	1.070982401785714	0.000002714374089
46	0.709388343417403	0.709418367346939	0.000030023929536	1.070938834341740	1.070941836734694	0.000003002392954
47	0.708933965248243	0.708966829081633	0.000032863833390	1.070893396524824	1.070896682908163	0.000003286383339
48	0.708433249024069	0.708469349489796	0.000036100465727	1.070843324902407	1.070846934948980	0.000003610046573
49	0.707879204285268	0.707918397959184	0.000039193673915	1.070787920428527	1.070791839795918	0.000003919367392
50	0.707272096539706	0.707313813775510	0.000041717235804	1.070727209653971	1.070731381377551	0.000004171723580
51	0.706618159881137	0.706663265306122	0.000045105424986	1.070661815988113	1.070666326530612	0.000004510542499
52	0.705903156051163	0.705951500000000	0.000048343948837	1.070590315605116	1.070595150000000	0.000004834394884
53	0.705126605843548	0.705178540816327	0.000051934967779	1.070512660584855	1.070517854081633	0.000005193496778
54	0.704280427769100	0.704336742346939	0.000056314577839	1.070428042776910	1.070433674234694	0.000005631457784
55	0.703349808598021	0.703410714285714	0.000060905687694	1.070334980859802	1.070341071428571	0.000006090568770
56	0.702327235295984	0.702392834183673	0.000065598887690	1.070232723529599	1.070239283418367	0.000006559888768
57	0.701205605218210	0.701275533163265	0.000069927945055	1.070120560521821	1.070127553316327	0.000006992794506
58	0.699983466013344	0.700058650510204	0.000075184496860	1.069998346601334	1.070005865051020	0.000007518449686
59	0.698640014218106	0.698719341836735	0.000079327618629	1.069864001421811	1.069871934183674	0.000007932761863
60	0.697181556810996	0.697265352040816	0.000083795229821	1.069718155681100	1.069726535204082	0.000008379522982
61	0.695592713778027	0.695681114795918	0.000088401017891	1.069559271377803	1.069568111479592	0.000008840101789
62	0.693858501536821	0.693951507653061	0.000093006116241	1.069385850153682	1.069395150765306	0.000009300611624
63	0.691963314603759	0.692061224489796	0.000097909886037	1.069196331460376	1.069206122448980	0.000009790988604
64	0.689883977227949	0.689987229591837	0.000103252363888	1.068988397722795	1.068998722959184	0.000010325236389
65	0.687590890389225	0.687699033163265	0.000108142774040	1.068759089038922	1.068769903316326	0.000010814277404
66	0.685061600103266	0.685173484693878	0.000111884590611	1.068506160010327	1.068517348469388	0.000011188459061
67	0.682277668248348	0.682387778061224	0.000110109812876	1.068227766824835	1.068238777806122	0.000011010981287
68	0.679276959294658	0.679380040816327	0.000103081521669	1.067927695929466	1.067938004081633	0.000010308152167
69	0.676091793735691	0.676181160714286	0.000089366978595	1.067609179373569	1.067618116071429	0.000008936697859
70	0.672773783104786	0.672844341836735	0.000070558731949	1.067277378310479	1.067284434183673	0.000007055873194
71	0.669352841673584	0.669400571428571	0.000047729754987	1.066935284167359	1.066940057142857	0.000004772975498
72	0.665843586926391	0.665872403061224	0.000028896134833	1.066584350692639	1.066587240306123	0.000002889613483
73	0.662140297421614	0.662153099489796	0.000012802068182	1.066214029742161	1.066215309948980	0.000001280206819
74	0.658136178328659	0.658135242346939	-0.000000935981720	1.065813617832866	1.065813524234694	-0.000000093598172
75	0.653704445888635	0.653688683673469	-0.000015762215166	1.065370444588863	1.065368868367347	-0.000001576221516
76	0.648734770480287	0.648698895408163	-0.000035875072124	1.064873477048029	1.064869889540816	-0.000003587507212
77	0.643139844892827	0.643066211734694	-0.000073633158133	1.064313984489282	1.064306621173469	-0.000007363315813
78	0.636976251419021	0.636844311224490	-0.000131940194531	1.063697625141902	1.063684431122449	-0.000013194019453
79	0.630327541225353	0.630117423469388	-0.000210117755965	1.063032754122535	1.063011742346939	-0.000021011775597
80	0.623257376842625	0.622946581632653	-0.000310795209972	1.062325737684263	1.062294658163265	-0.000031079520997
81	0.615861500062526	0.615431045918367	-0.000430454144159	1.061586150006253	1.061543104591837	-0.000043045414416
82	0.608182809256738	0.607617346938775	-0.000565462317963	1.060818280925674	1.060761734693878	-0.000056546231796
83	0.600197529686877	0.599481913265306	-0.000715616421570	1.060019752968687	1.059948191326531	-0.000071561642157
84	0.591849132127957	0.590964056122449	-0.000885076005508	1.059184913212796	1.059096405612245	-0.000088507600551
85	0.583100964572986	0.582025816326531	-0.001075148246455	1.058310096457299	1.058202581632653	-0.000107514824646
86	0.573890420559854	0.572604744897959	-0.001285675661895	1.057389042055986	1.057260474489796	-0.000128567566190
87	0.564083227927234	0.562564005102041	-0.001519222825193	1.056408322792724	1.056256400510204	-0.000151922282520
88	0.553470883081710	0.551688239795918	-0.001782643285792	1.055347088308171	1.055168823979592	-0.000178264328579
89	0.541776460090672	0.539689158163265	-0.002087301927406	1.054177646009067	1.053968915816327	-0.000208730192741
90	0.528647728466652	0.526195739795918	-0.002451988670733	1.052864772846665	1.052619573979592	-0.000245198867073
91	0.513670037131536	0.510767168367347	-0.002902868764189	1.051367003713154	1.051076716836735	-0.000290286876419
92	0.496356008857388	0.492881964285714	-0.003474044571673	1.049635600885739	1.049288196428571	-0.000347404457167
93	0.476078591906157	0.471944948979592	-0.004133642926565	1.047607859190616	1.047194494897959	-0.000413364292656
94	0.450381988637122	0.445481428571429	-0.004900560065693	1.045038198863712	1.044548142857143	-0.000490056006569
95	0.413257117072338	0.407735918367347	-0.005521198704991	1.041325711707234	1.040773591836735	-0.000552119870499
96	0.341052037296815	0.340493443877551	-0.000558593419264	1.034105203729682	1.034049344387755	-0.000055859341927
97	0.000000000001106	0.202946734693878	0.202946734692771	1.000000000000111	1.020294673469388	0.020294673469277

Razón de Crecimiento : 20 %

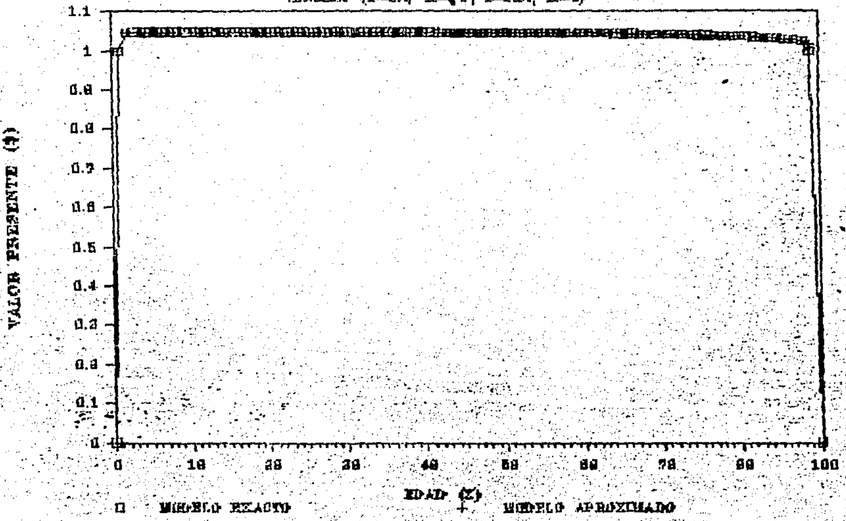
Renta : $ 1.00

Tasa de Interés : 50 %

x	exacta antic.	aprox. antic.	dif.	exacta vencida	aprox. vencida	dif.
9	0.665860006982212	0.665860006666667	-0.000000000315546	1.000000000000000	1.000000000000000	0.000000000000000
10	0.754514333569929	0.754516855111111	0.000002521541182	1.133169328243825	1.133169328000000	-0.000000000243825
11	0.766291252164898	0.766298633807407	0.000007381642509	1.150897277984178	1.150898316177778	0.000001038193600
12	0.767808562898706	0.767817701754074	0.000009138855368	1.153247464002126	1.153249159721481	0.000001695719356
13	0.767955476412014	0.767964894500741	0.000009418088726	1.153549278849231	1.153551131856988	0.000001853007757
14	0.767920059793186	0.767930634341838	0.000010574548652	1.153578448364551	1.153580557432099	0.000002109067548
15	0.767852955201197	0.767863300786502	0.000010345585306	1.153569350881818	1.153571919079299	0.000002068197481
16	0.767783983924903	0.767792788208460	0.000008804283557	1.153556698320205	1.153558459049050	0.000001760728845
17	0.767724371424303	0.767730759161728	0.000006387737426	1.153544861186024	1.153546138716622	0.000001277530598
18	0.767680234165335	0.767686424696034	0.000006190530698	1.153536045090624	1.153537283194332	0.000001238103707
19	0.767637215606034	0.767642047159110	0.000004831553075	1.153527442889455	1.153528409199714	0.000000966310259
20	0.767602925137263	0.767606535479259	0.000003610341996	1.153520584996634	1.153521307064976	0.000000722068341
21	0.767576436180541	0.767579872777912	0.000003436597372	1.153515287232011	1.153515974551475	0.000000687319464
22	0.767550992560764	0.767553245561711	0.000002253000947	1.153510198511608	1.153510649111796	0.000000450600137
23	0.767533129808280	0.767535547337222	0.000002417528942	1.153506625961583	1.153507109467372	0.000000483505788
24	0.767514146884837	0.767517751479283	0.000003604594445	1.153502829376958	1.153503550295847	0.000000720918889
25	0.767487365816347	0.767491124260354	0.000003758444007	1.153497473163268	1.153498224852070	0.000000751688801
26	0.767459449781587	0.767464541420118	0.000005091638531	1.153491889956317	1.153492908284024	0.000001018327706
27	0.767422765455189	0.767429038461538	0.000006273006349	1.153484553091038	1.153485807692308	0.000001254601270
28	0.767378235641610	0.767384642011834	0.000006406370225	1.153475647123322	1.153476928402367	0.000001281274045
29	0.767332670264479	0.767340254437870	0.000007584173391	1.153466534052896	1.153468050887574	0.000001516834678
30	0.767279232870053	0.767286955621302	0.000007722751249	1.153455846574011	1.153457391124260	0.000001544550249
31	0.767224613918690	0.767233701183432	0.000009087264742	1.153444922783738	1.153446740236686	0.000001817452948
32	0.767160865565620	0.767171624260355	0.000010758694736	1.153432173113124	1.153434324852071	0.000002151733947
33	0.767085982694339	0.767100618343195	0.000014635648856	1.153417196538868	1.153420123668639	0.000002927129771
34	0.766985476267393	0.767002985207101	0.000017508939708	1.153397095253478	1.153400597041420	0.000003501787942
35	0.766865747803050	0.766887547337278	0.000021799534228	1.153373149560610	1.153377509467456	0.000004359906846
36	0.766717404946664	0.766745526627219	0.000028121680555	1.153343480989333	1.153349105325444	0.000005624336111
37	0.766527021020776	0.766559215976331	0.000032194955555	1.153305404204155	1.153311843195266	0.000006438991111
38	0.766308974330284	0.766346189349112	0.000037215018829	1.153261794866057	1.153269237869822	0.000007443003766
39	0.766056776976030	0.766097633136095	0.000040856160065	1.153211355395206	1.153219526627219	0.000008171232013
40	0.765779028995855	0.765822440828402	0.000043411832548	1.153155805799171	1.153164488165680	0.000008682366509
41	0.765482451773364	0.765529585798817	0.000047134025452	1.153096490354673	1.153105917159763	0.000009426805090
42	0.765159118320877	0.765210068047337	0.000050949726460	1.153031823664175	1.153042013609467	0.000010189945292
43	0.764807902419946	0.764863923076923	0.000056020656977	1.152961580483989	1.152972784615385	0.000011204131396
44	0.764420087696187	0.764482266272189	0.000062178576003	1.152884017539238	1.152896453254438	0.000012435715200
45	0.763987900852498	0.764056257396450	0.000068356543952	1.152797580170500	1.152811251479290	0.000013671308790
46	0.763510250794425	0.763585798816568	0.000075548022143	1.152702050158885	1.152717159763313	0.000015109604428
47	0.762979426867083	0.763062121301775	0.000082694434692	1.152595885373417	1.152612424260355	0.000016538886938
48	0.762394428459812	0.762485162721893	0.000090734262082	1.152478885691963	1.152497032544379	0.000018146852416
49	0.761747812665422	0.761846189349112	0.000098376683690	1.152349562533085	1.152369237869822	0.000019675336738
50	0.761040195684109	0.761145014792899	0.000104819108790	1.152208039136822	1.152229002958580	0.000020963821758
51	0.760277281809564	0.760390532544379	0.000113250734814	1.152055456361913	1.152078106508876	0.000022650146963
52	0.759443652119121	0.759565053254438	0.000121401135317	1.151888730423824	1.151913010650887	0.000024280227063
53	0.758538105582533	0.758668603550296	0.000130497967762	1.151707621116506	1.151733720710059	0.000026099593553
54	0.757550863885676	0.757692316568047	0.000141452682371	1.151510172777135	1.151538463313609	0.000028290536474
55	0.756465446340895	0.756618343195266	0.000152896854372	1.151293089268179	1.151323668639053	0.000030579370874
56	0.755273300686638	0.755437843195266	0.000164542508628	1.151054660137328	1.151087568639053	0.000032908501725
57	0.753966578964680	0.754142038461538	0.000175459496858	1.150793315792936	1.150828407692308	0.000035091899372
58	0.752542384724002	0.752730742603550	0.000188357878743	1.150508476944960	1.150546148520710	0.000037671575750
59	0.750978744873953	0.751177461538461	0.000198716664508	1.150195748974791	1.150235492307692	0.000039743332902
60	0.749281329250358	0.749491177514793	0.000209848264435	1.149856265850071	1.149898235502959	0.000041969652887
61	0.747432535620431	0.747653837278106	0.000221301657675	1.149486507124086	1.149530767455621	0.000044260331535
62	0.745415109336830	0.745647902366864	0.000232793030033	1.149083021867366	1.149129580473373	0.000046558606007
63	0.743210600956949	0.743455621301775	0.000245020344826	1.148642120191390	1.148691124260355	0.000049004068965
64	0.740792125248089	0.741050278106509	0.000258152858420	1.148158425049617	1.148210055621302	0.000051630571684
65	0.738126576940023	0.738396511834319	0.000269934894296	1.147625315388004	1.147679302366864	0.000053986978860
66	0.735189378972832	0.735467473372781	0.000278094399949	1.147037875794566	1.147093494674556	0.000055618879990
67	0.731964164792641	0.732236713017751	0.000272548225111	1.146392832958528	1.146447342603550	0.000054509645022
68	0.728494719875606	0.728748449704142	0.000253729828536	1.145698943975121	1.145749689940828	0.000050745965707
69	0.724819894317964	0.725038505917160	0.000218611599196	1.144963978863593	1.145007701183432	0.000043722319839
70	0.720997383214629	0.721168585798817	0.000171202584188	1.144199476642926	1.144233717159763	0.000034240516837
71	0.717059487618353	0.717174627218935	0.000115139600582	1.143411897523670	1.143434925443787	0.000023027920117
72	0.713013977031720	0.713082786982249	0.000068809950529	1.142602795406344	1.142616557396450	0.000013761990105
73	0.708740100378552	0.708769275147929	0.000029174769377	1.141748020075710	1.141753855029586	0.000005834953875
74	0.704114773177041	0.704109511834320	-0.000005261342721	1.140822954635408	1.140821902366864	-0.000001052268545
75	0.698995843430184	0.698952556213018	-0.000043287217166	1.139799168686036	1.139790511242603	-0.000008657443433
76	0.693261984961509	0.693165582840237	-0.000096402121272	1.138652396992302	1.138633116568047	-0.000019280424255
77	0.686826566757554	0.686633002958580	-0.000193563798974	1.137365313351511	1.137326600591716	-0.000038712759795
78	0.679758405157747	0.679417071005917	-0.000341334151830	1.135951681031549	1.135883414201183	-0.000068266830366
79	0.672153773103791	0.671615473372781	-0.000538299731010	1.134430754620757	1.134323094674556	-0.000107659946201
80	0.664088954939553	0.663298994082840	-0.000789960856713	1.132817790987911	1.132659798816568	-0.000157992171343
81	0.655670218516869	0.654582751479290	-0.001087467037579	1.131134043703373	1.130916550295858	-0.000217493407515
82	0.646942973303324	0.645520710059172	-0.001422263244153	1.129388594660665	1.129104142011834	-0.000284452648831
83	0.637879929423706	0.636085532544379	-0.001794396879327	1.127575985834741	1.127217106508876	-0.000358879375866
84	0.628420347208943	0.626206834319527	-0.002213512889417	1.125684069441789	1.125241366863905	-0.000442702577883
85	0.618523050622980	0.615840591715976	-0.002682458907004	1.123704610124596	1.123168118343195	-0.000536491781401
86	0.608115367007901	0.604914378698225	-0.003200988309676	1.121623073401580	1.120982875739645	-0.000640197661935
87	0.597045288703302	0.593269497041420	-0.003775791661882	1.119409057740660	1.118653899408284	-0.000755158332376
88	0.585080142663119	0.580656183431953	-0.004423959231167	1.117016028532624	1.116131236686390	-0.000884791846233
89	0.571913775166013	0.566740088757397	-0.005173686408616	1.114382755033203	1.113348017751479	-0.001034737281723
90	0.557161590937962	0.551090917159763	-0.006070673778199	1.111432318187592	1.110218183431953	-0.001214134755640
91	0.540374817721850	0.533197426035503	-0.007177391686347	1.108074963544370	1.106639485207101	-0.001435478337269
92	0.521021331810260	0.512454822485207	-0.008566509325053	1.104204266362052	1.102490964497041	-0.001713301865011
93	0.498332167539212	0.488172840236686	-0.010159327302525	1.099666433507842	1.097634568047337	-0.002031865460505
94	0.469434665355428	0.457481420118343	-0.011953245237084	1.093886933071085	1.091496284023669	-0.002390649047417
95	0.426886502283595	0.413705562130178	-0.013180940153417	1.085377300456719	1.082741112426036	-0.002636188030683
96	0.341052037298074	0.335720207100592	-0.005331830197482	1.068210407459615	1.067144041420118	-0.001066366039496
97	0.000000000019001	0.176198579881657	0.176198579862656	1.000000000003800	1.035239715976331	0.035239715972531

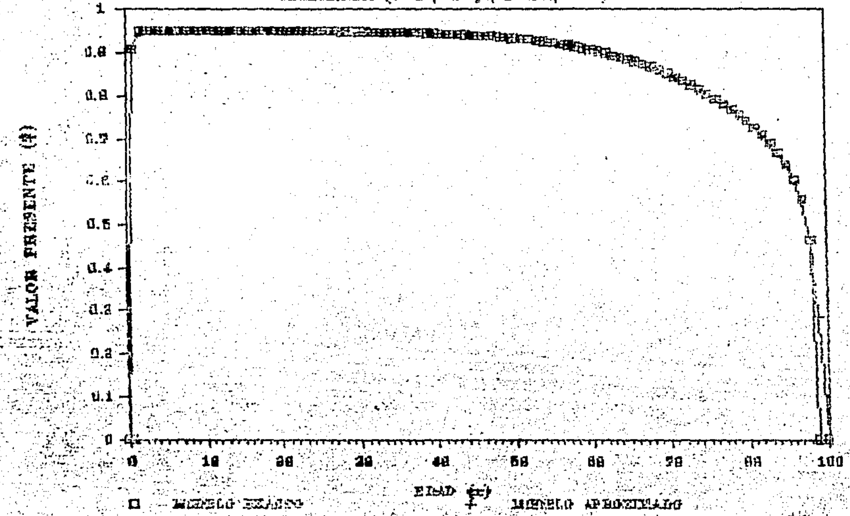
ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA

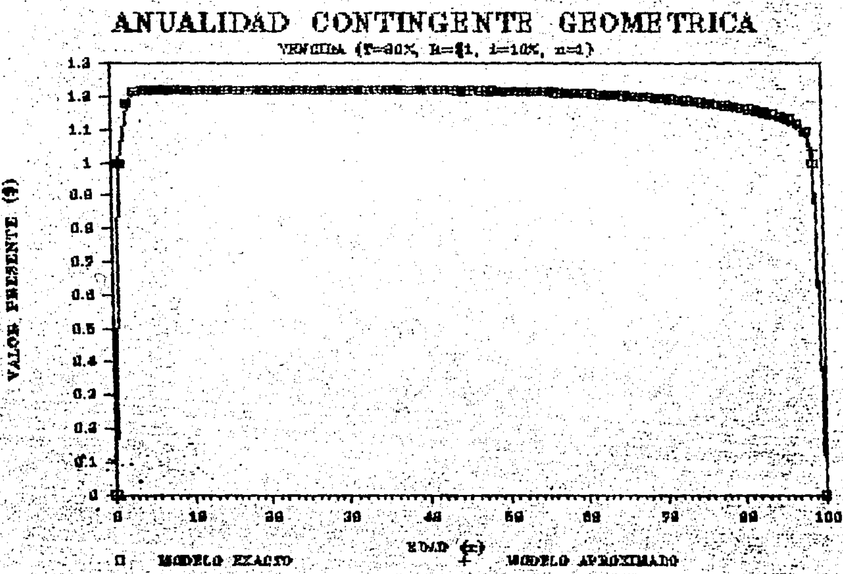
VENCIDA (r=3%, R=$1, i=10%, n=1)

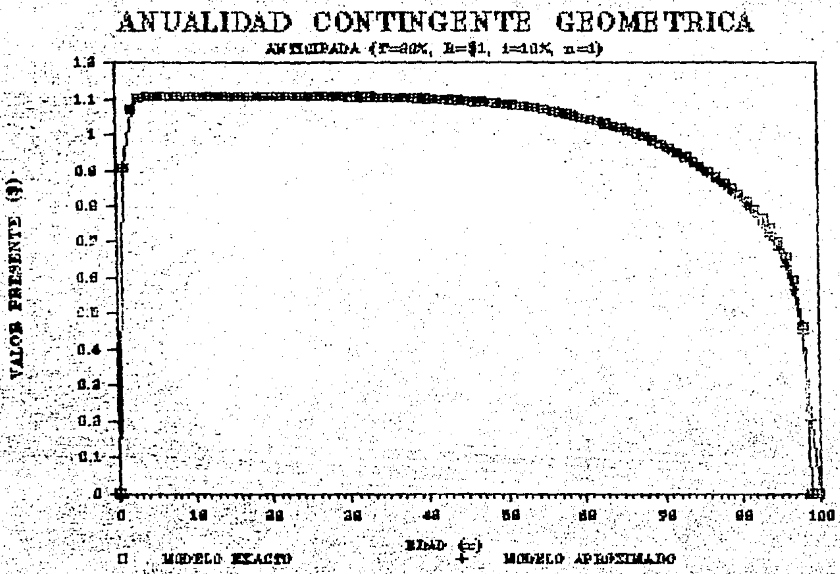


ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA

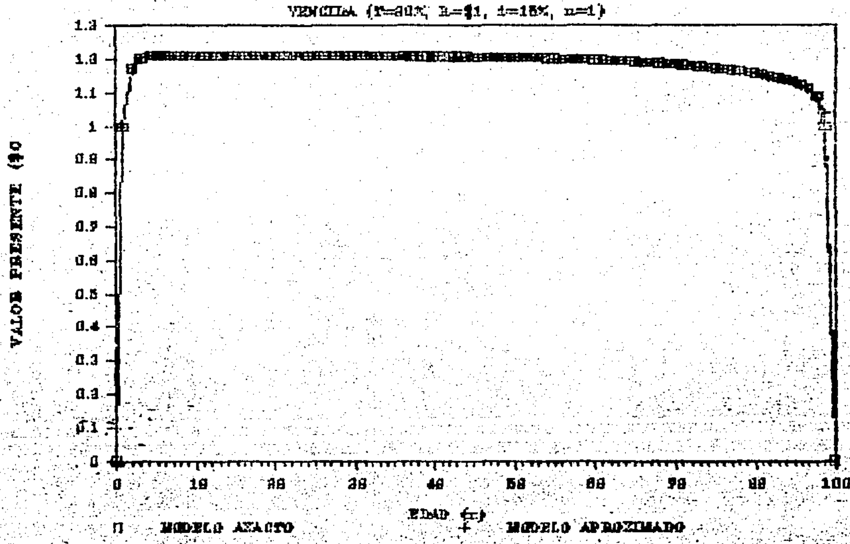
ANTICIPADA (r=5%, R=$1, i=10%, n=1)

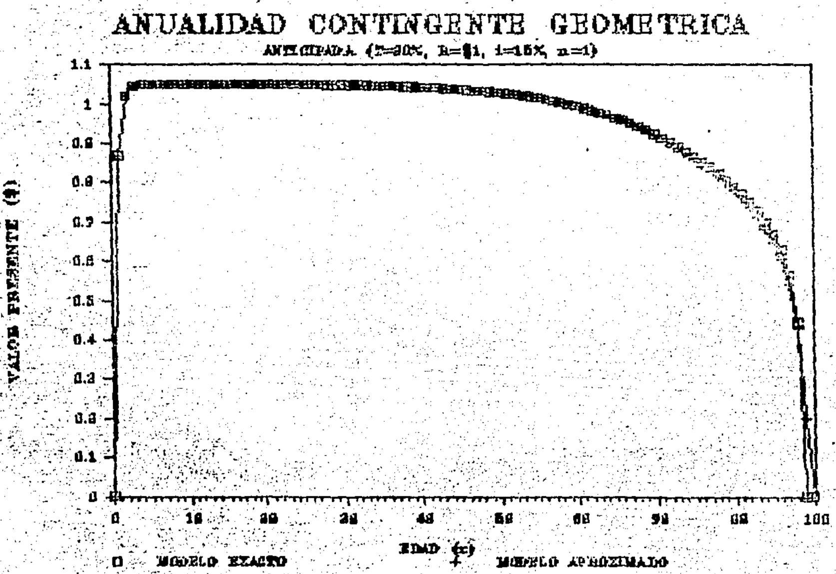


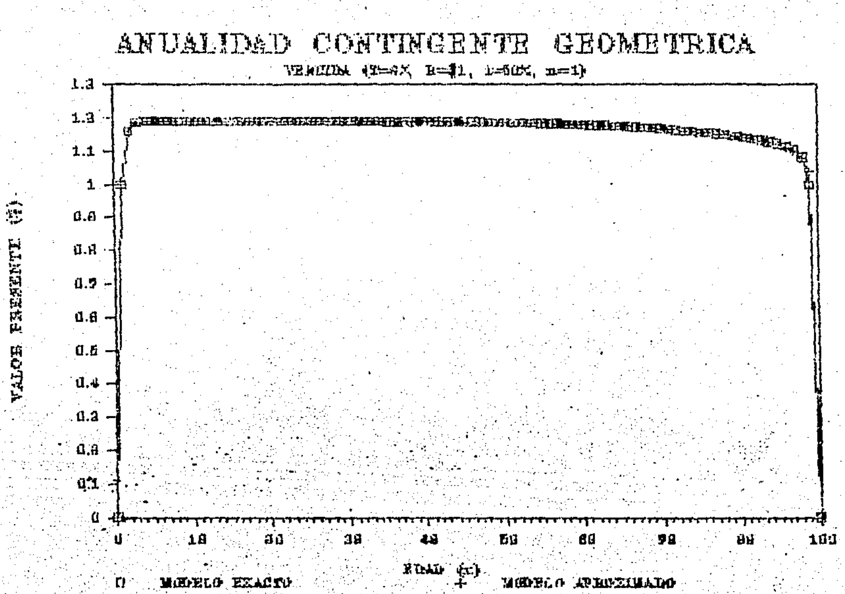

ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA
VALOR PRESENTE ($)
EDAD (x)
MODELO EXACTO
MODELO APROXIMADO

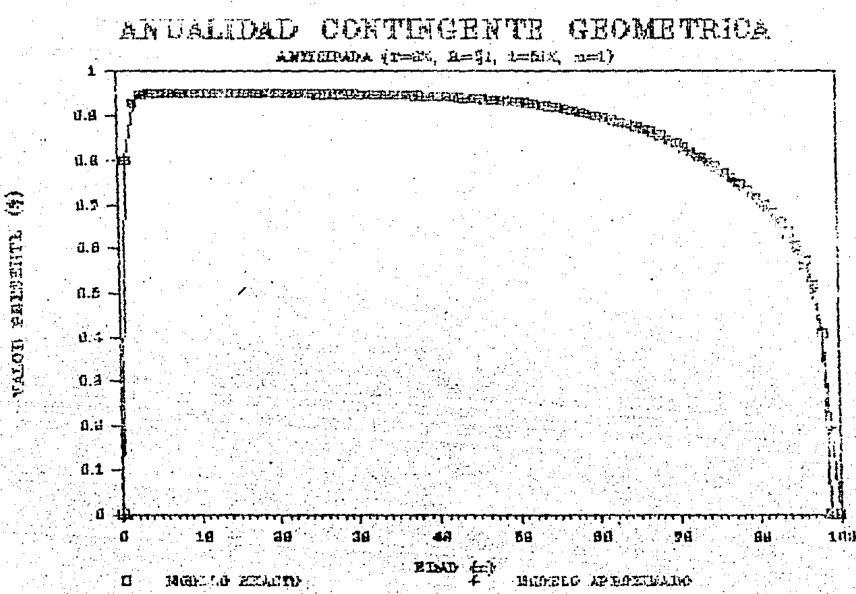

ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA
ANTICIPADA (r=20%, R=$1, i=10%, n=1)
VALOR PRESENTE ($)
EDAD (x)
MODELO EXACTO
MODELO APROXIMADO

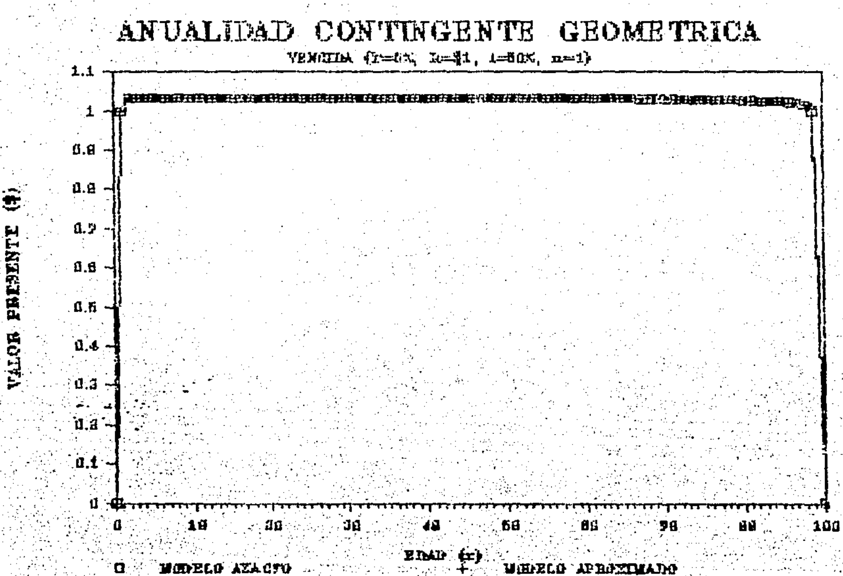
ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA

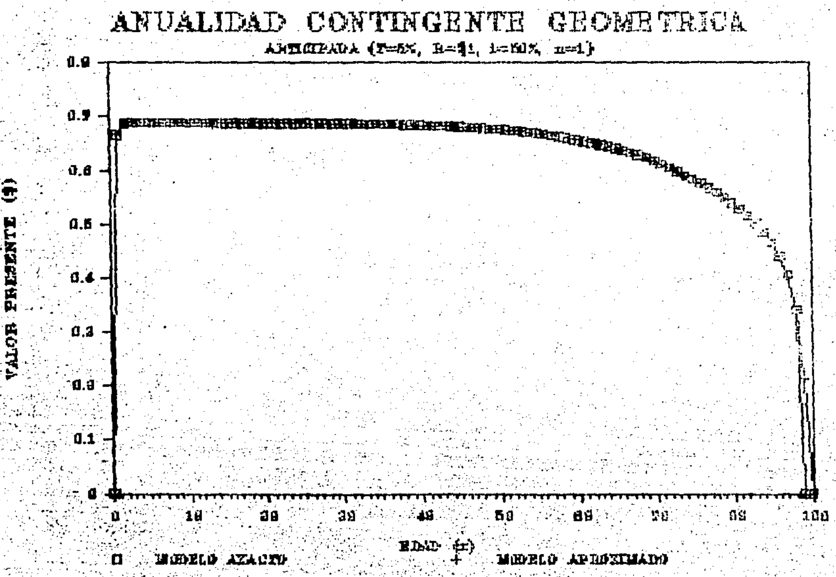



ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA
ANTICIPADA (R=$1, i=15%, n=1)
VALOR PRESENTE ($)
1.1
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
100
EDAD (x)
MODELO EXACTO
MODELO APROXIMADO

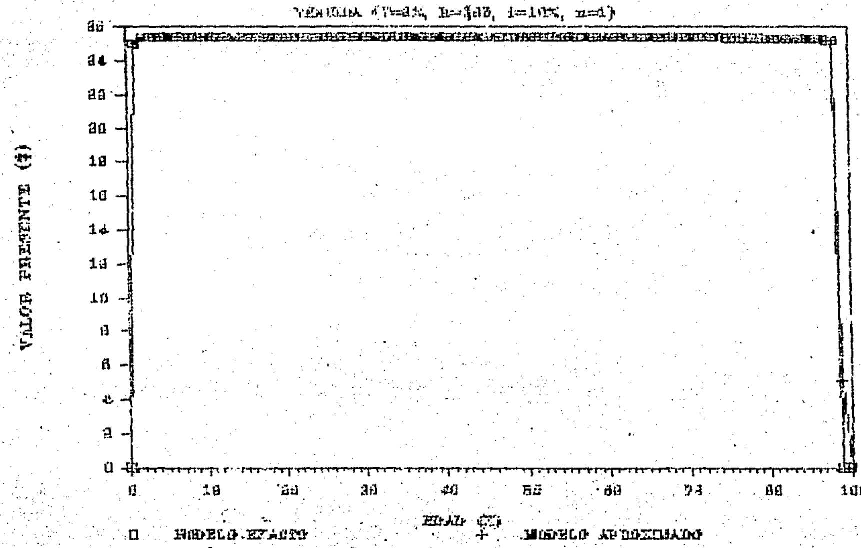

ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA
VALOR PRESENTE
EDAD (x)
MODELO EXACTO
MODELO APROXIMADO

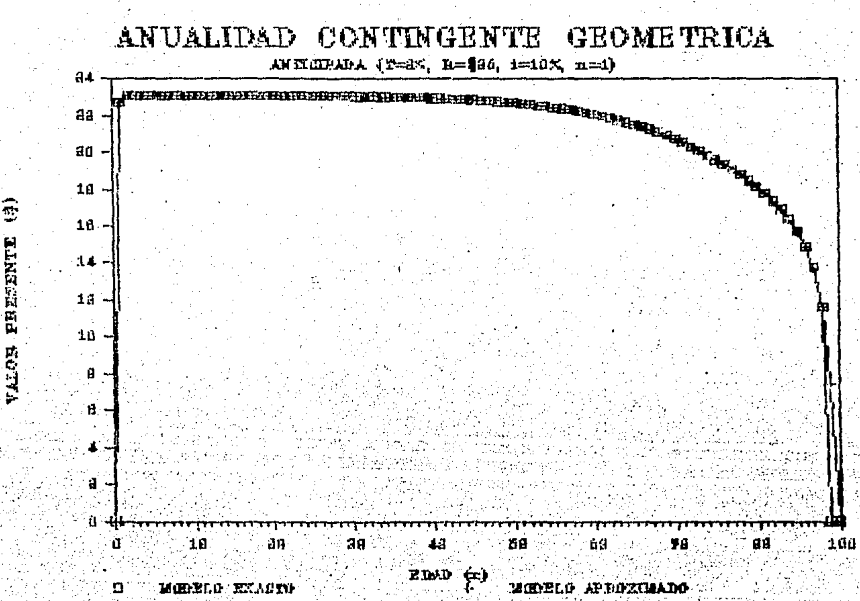

ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA
VALOR PRESENTE
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
EDAD
MODELO EXACTO
MODELO APROXIMADO

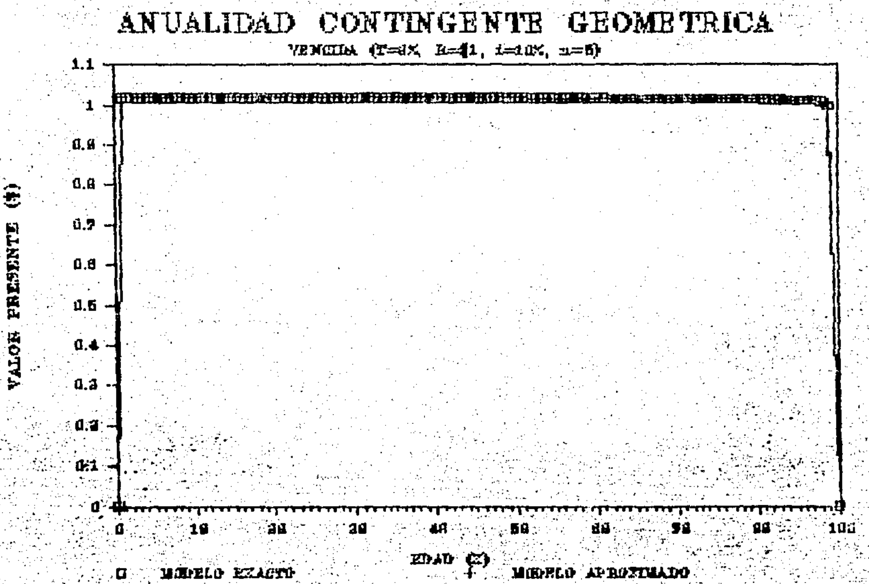

ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA
VALOR PRESENTE ($)
1.1
1
0
100
EDAD (x)

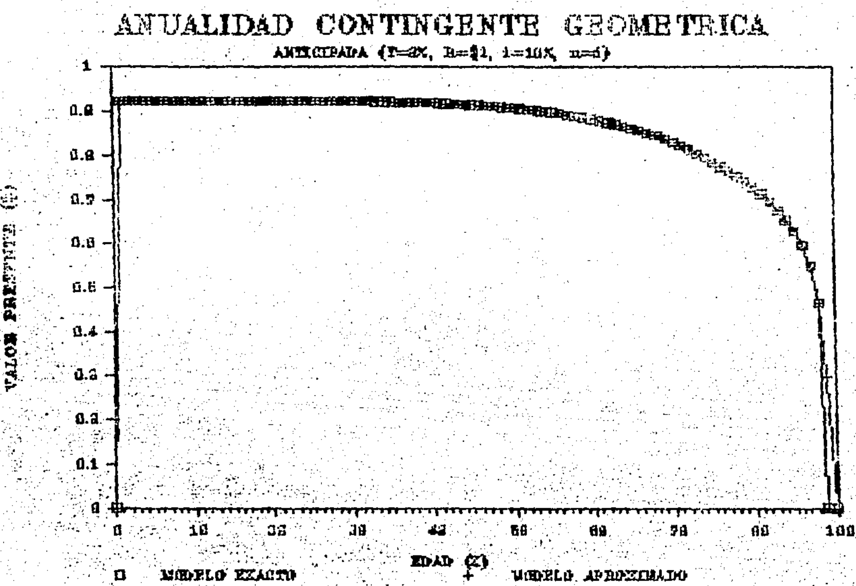

ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA
VALOR PRESENTE
0
0.1
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0
10
30
50
100
EDAD (x)

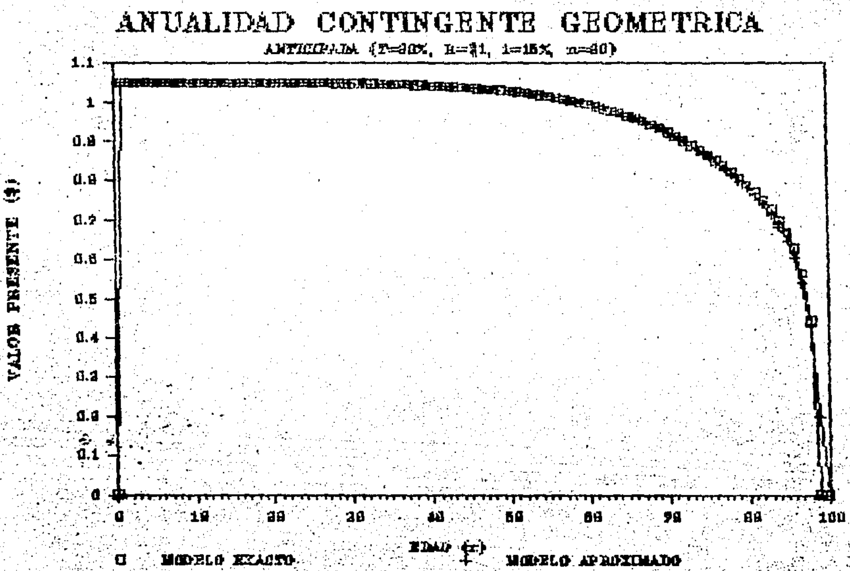
ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA




ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA
VALOR PRESENTE ($)
EDAD (x)
MODELO EXACTO
MODELO APROXIMADO

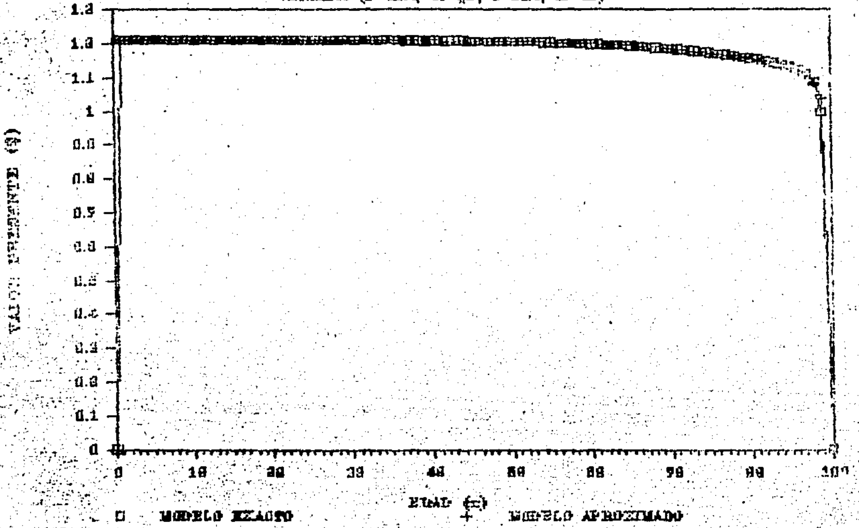

ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA
VALOR PRESENTE ($)
EDAD (X)
MODELO EXACTO
MODELO APROXIMADO

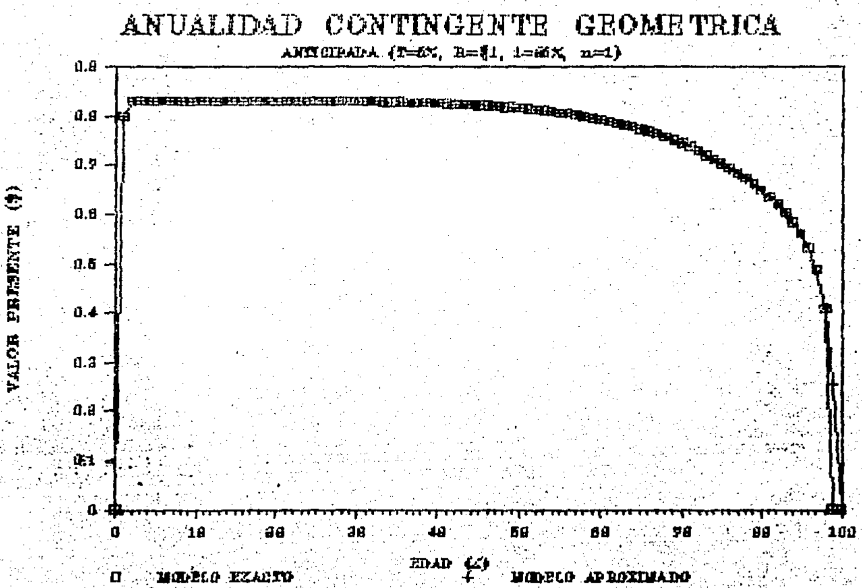

ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA
1
0
10
100
EDAD (X)
MODELO EXACTO
MODELO APROXIMADO

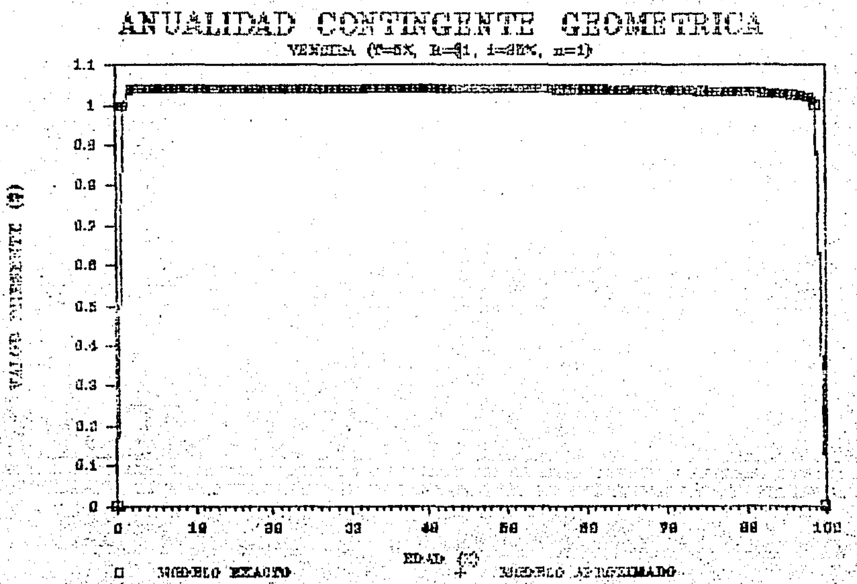

ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA
ANTICIPADA (r=20%, R=$1, i=15%, n=20)
VALOR PRESENTE ($)
1.1
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
100
EDAD (x)
MODELO EXACTO
MODELO APROXIMADO

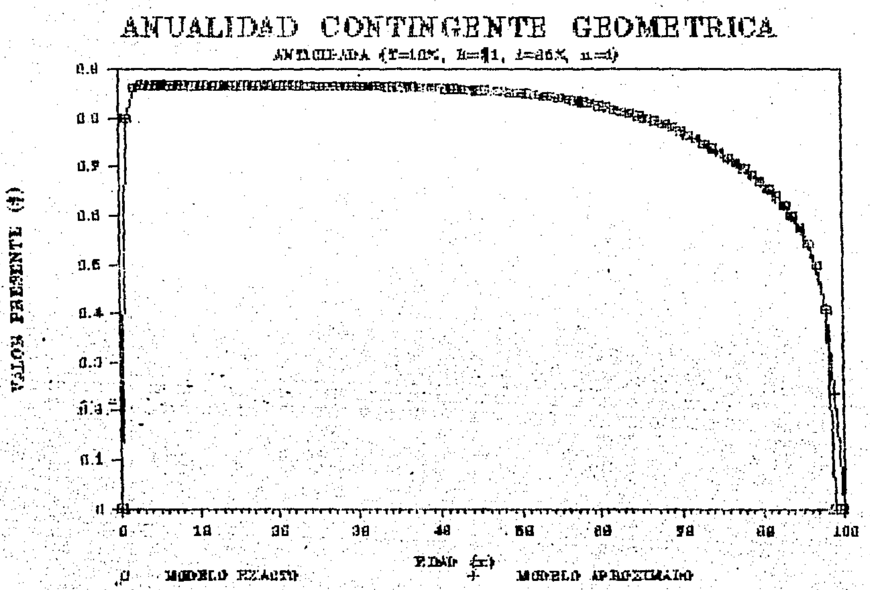
ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA

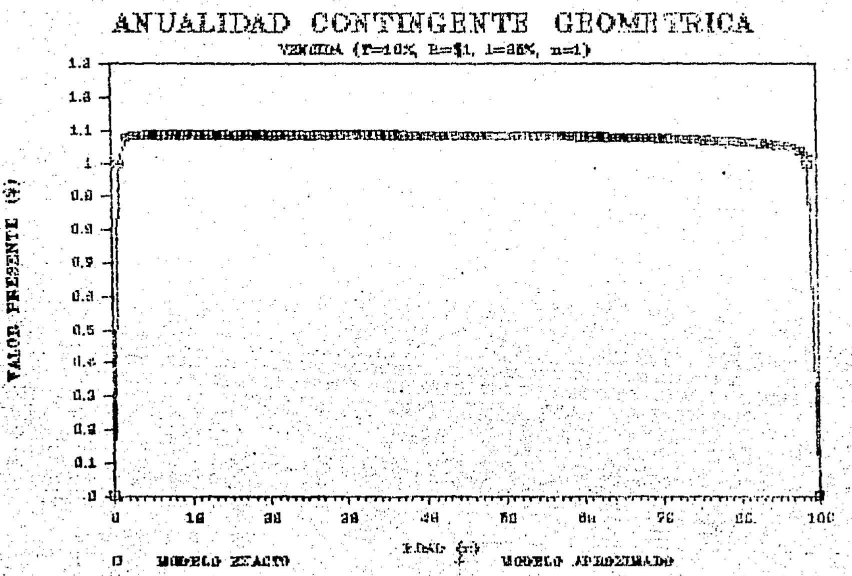
VENCIDA (r=20%, R=$1, i=16%, n=20)

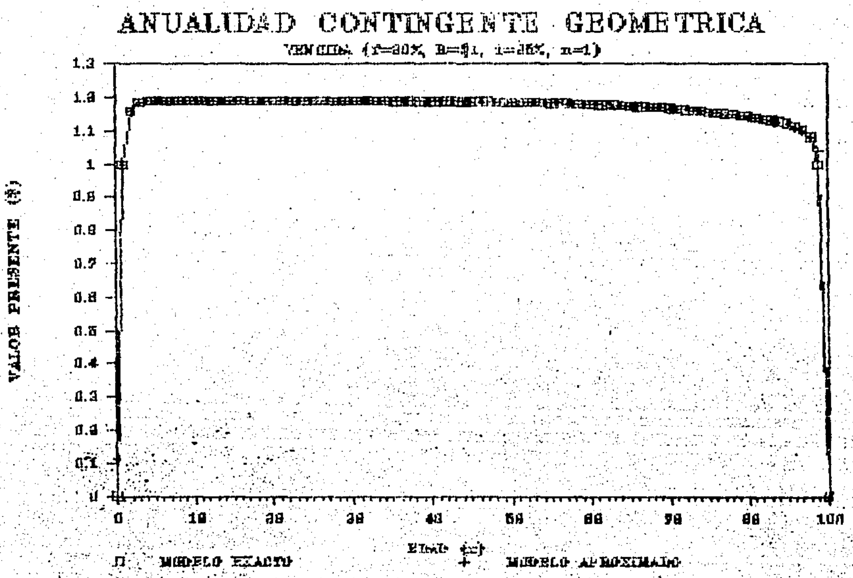


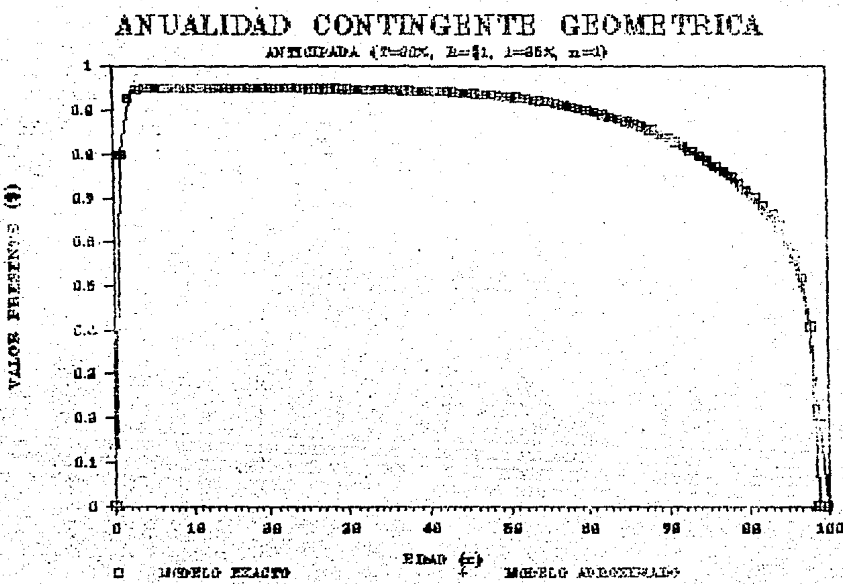

ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA
ANTICIPADA
VALOR PRESENTE ($)
EDAD
MODELO EXACTO
MODELO APROXIMADO

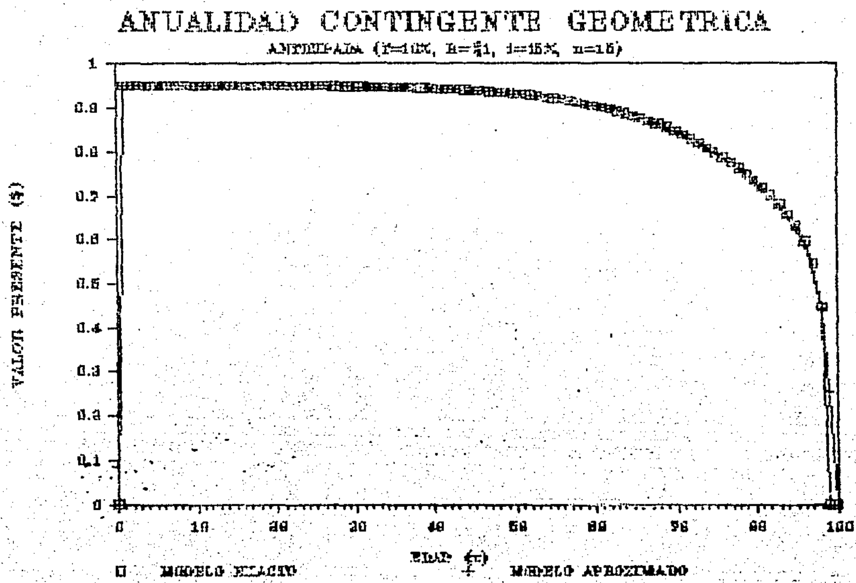

ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA
1.1
1
0
0
100
EDAD


ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA
VALOR PRESENTE ($)
EDAD (x)
MODELO EXACTO
MODELO APROXIMADO

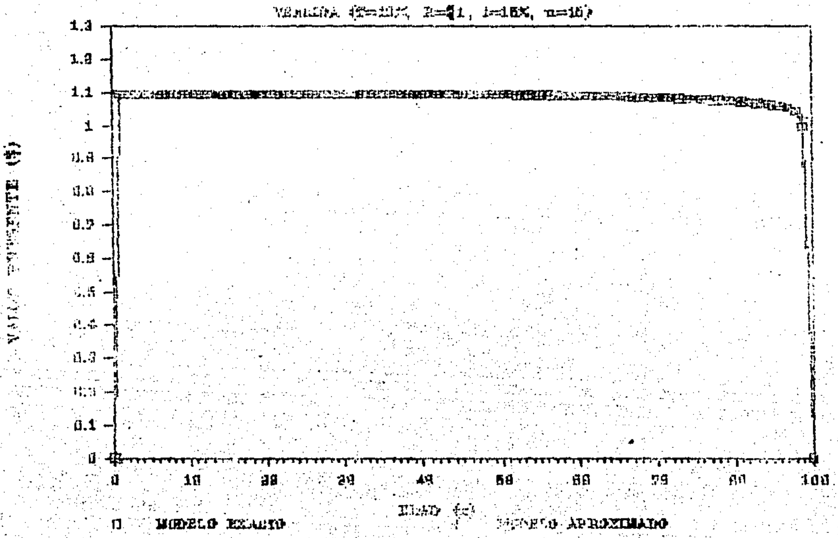

ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA
VALOR PRESENTE ($)
EDAD (x)
MODELO EXACTO
MODELO APROXIMADO

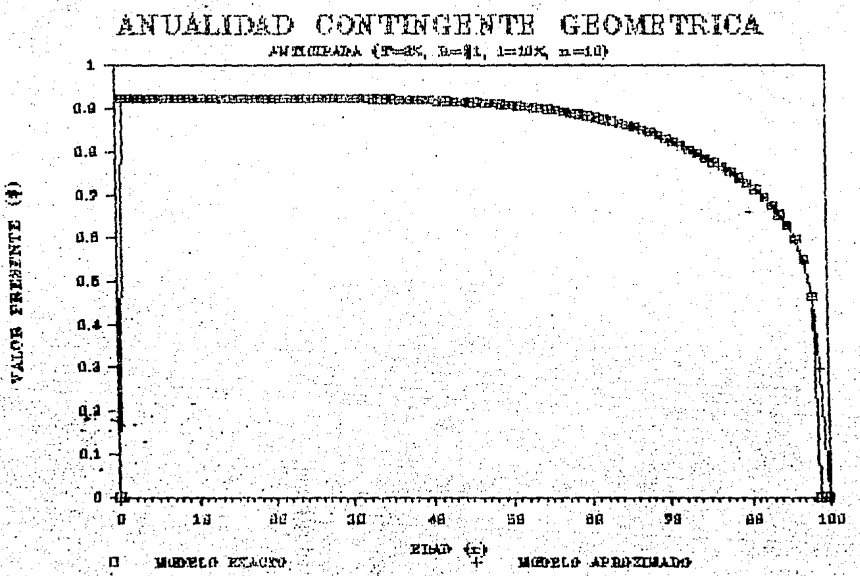

ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA
VALOR PRESENTE ($)
MODELO EXACTO
MODELO APROXIMADO


ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA
1
0.1
0
0
40
100


ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA
VALOR PRESENTE ($)
EDAD (x)
MODELO EXACTO
MODELO APROXIMADO

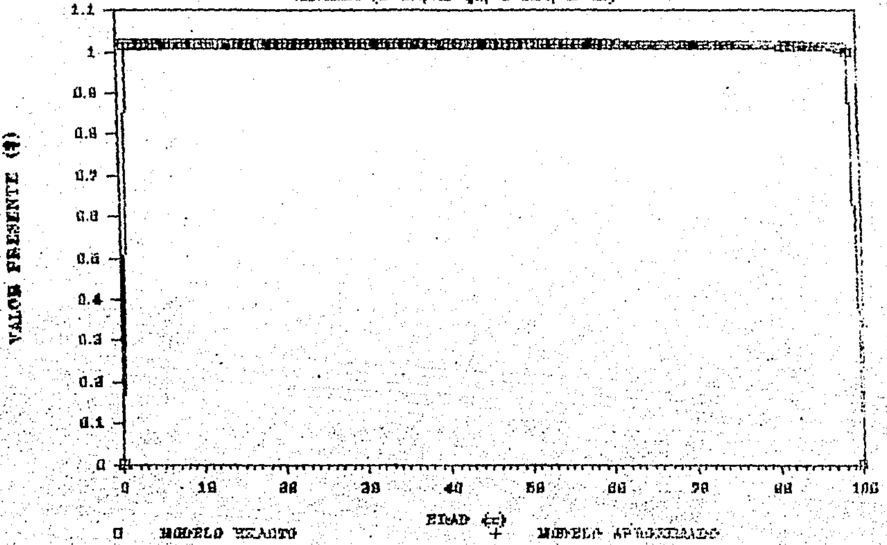
ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA

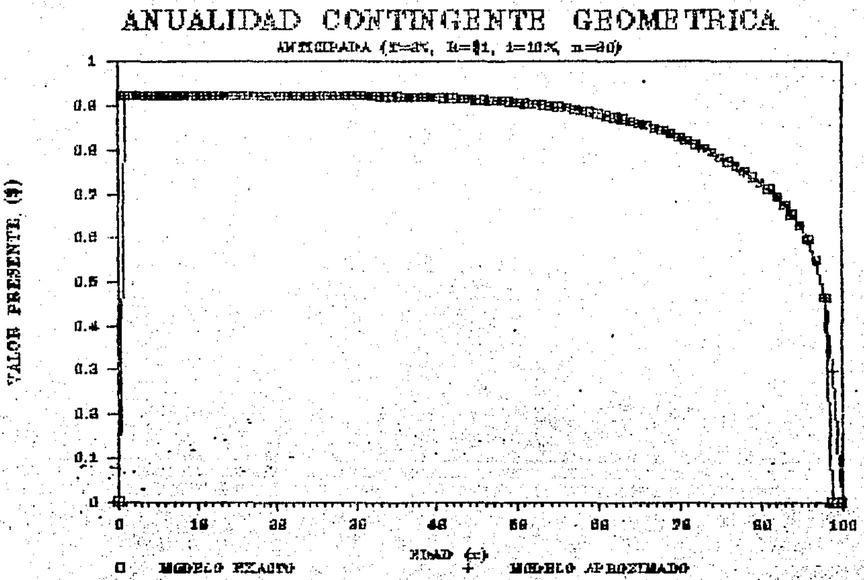


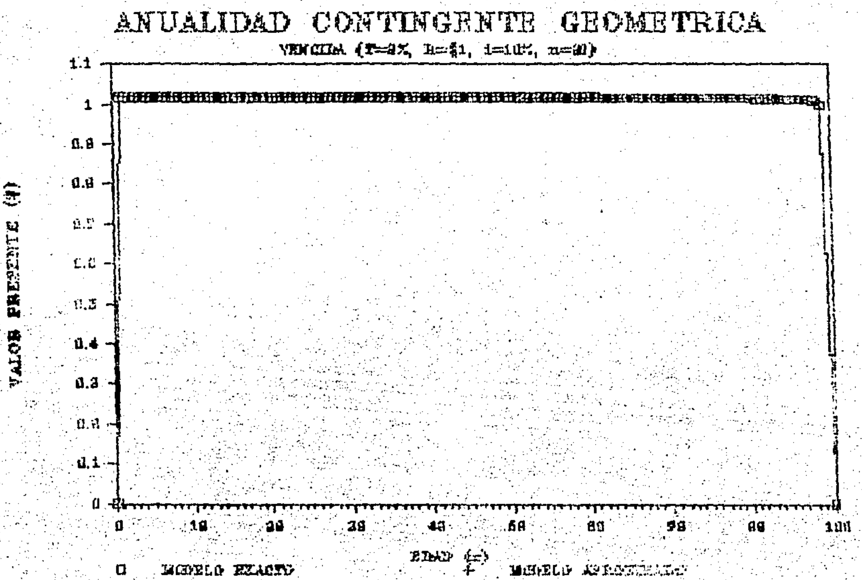

ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA
VALOR PRESENTE ($)
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
100
EDAD (x)
MODELO EXACTO
MODELO APROXIMADO

ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA

VENCIDA (r=2%, R=$1, i=10%, n=10)




ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA
VALOR PRESENTE ($)
EDAD (x)
MODELO EXACTO
MODELO APROXIMADO


ANUALIDAD CONTINGENTE GEOMETRICA
VALOR PRESENTE ($)
1.1
1
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
EDAD (x)
MODELO EXACTO

5.3.- Aplicación de las Anualidades Contingentes con Crecimiento Geómetrico a un Modelo de Seguros.

Considérese el seguro temporal que otorga un beneficio creciente por muerte de la siguiente forma:

Este seguro temporal creciente proporciona los siguientes beneficios:

$	fallecimiento en:
K	Primer año
KR	Segundo año
KR^2	Tercer año
.	
.	(así sucesivamente)
.	
KR^{n-1}	n-ésimo año

El asegurado tiene la edad (x) y se trata de encontrar la Prima Neta Unica que tendrá que pagar. Esta prima neta se denotará por $(GA)_{x:\overline{n}|}$.

Para el cálculo de ésta prima, se tienen que llevar a valor presente actuarial las cantidades qué están en la siguiente linea de tiempo:

```
          K        KR       KR^2                    KR^(n-2)  KR^(n-1)
          |        |        |                       |         |
I---------I--------I--------I------- ... -----------I---------I
|         |        |        |                       |         |
x         x+1      x+2      x+3                     x+n-1     x+n
```

por lo que tenemos la siguiente suma:

$$① \quad (GA)_{x:\overline{n}|} = \frac{KVd_x}{l_x} + \frac{KRV^2d_{x+1}}{l_x} + \frac{KR^2V^3d_{x+2}}{l_x} + \ldots + \frac{KR^{n-1}V^nd_{x+n-1}}{l_x}$$

$$\Rightarrow (GA)_{x:\overline{n|}} = \left\{ K\left(Vd_x + RV^2d_{x+1} + RV^2d_{x+1} + R^2V^4d_{x+3} + \cdots + R^{n-1}V^{n}d_{x+n-1}\right)\right\} \frac{1}{l_x}$$

multiplicando por V^x el numerador y el denominador, se tiene:

$$② \quad (GA)_{x:\overline{n|}} = \frac{K\left(V^{x+1}d_x + RV^{x+2}d_{x+1} + R^2V^{x+3}d_{x+2} + \cdots + R^{n-1}V^{x+n}d_{x+n-1}\right)}{V^x l_x}$$

ahora, introduciendo el valor conmutado Cx+t = V_{x+t+1} · dx+t sustituyéndolo en ②

$$(GA)_{x:\overline{n|}} = \frac{K\left(C_x + RC_{x+1} + R^2C_{x+2} + \cdots + R^{n-1}C_{x+n-1}\right)}{V^x l_x}$$

y al denominador V^x 1x lo sustituimos por el valor conmutado Dx = V^x 1x

$$③ \quad (GA)_{x:\overline{n|}} = \frac{K\left(C_x + RC_{x+1} + R^2C_{x+2} + \cdots + R^{n-1}C_{x+n-1}\right)}{D_x}$$

finalmente, expresando a 3 como una sumatoria abreviada se obtiene:

$$\boxed{(GA)_{x:\overline{n|}} = \frac{K}{D_x} \sum_{t=0}^{n-1} R^t C_{x+t}} \qquad ①$$

Se puede llegar a otra expresión más elegante. Como sabemos que Mx = $\sum_{t=0}$ Cx+t, entonces:

Mx-Mx+1 = Cx; Mx+2-Mx+1 = Cx+1; ... ; Mx+n-1-Mx+n = Cx+n-1

Por lo que se aprecia fácilmente que:

$$\frac{M_x - M_{x+1}}{D_x} - \frac{M_{x+1} - M_{x+2}}{D_x} + \cdots + \frac{M_{x+n-1} - M_{x+n}}{D_x} = \frac{C_x}{D_x} + \frac{C_{x+1}}{D_x} + \cdots + \frac{C_{x+n-1}}{D_x}$$

pero como

$$\frac{M_{x+t} - M_{x+t+n}}{D_x} = {}_{t|}A^{1}_{x:\overline{n|}}$$

entonces

$$\frac{M_{x+t}-M_{x+t+1}}{D_x} = {}_{t|}A^{1}_{x:\overline{1}|}$$

por lo tanto

$${}_{0|}A^{1}_{x:\overline{n}|} + {}_{1|}A^{1}_{x:\overline{n}|} + {}_{2|}A^{1}_{x:\overline{n}|} + \cdots + {}_{(n-1)|}A^{1}_{x:\overline{n}|} = \frac{C_x}{D_x} + \frac{C_{x+1}}{D_x} + \frac{C_{x+2}}{D_x} + \cdots + \frac{C_{x+n-1}}{D_x}$$

entonces (I) puede escribirse como:

$$\boxed{(GA)_{x:\overline{n}|} = K\sum_{t=0}^{n-1}(R^t)\,{}_{t|}A^{1}_{x:\overline{n}|}} \qquad \text{(II)}$$

Ahora bien, el valor presente de éste seguro dado en términos de una sumatoria no es satisfactorio, debido a lo engorroso que resulta sumar 'n' productos cuando n es grande (al igual que en la expresión del cálculo de la anualidad contingente creciente geométrica), por lo que aquí también se propone una aproximación; pero, volviendo a la expresión (I), la cual se desarrollará hasta hacerla apropiada para utilizar nuevamente la aproximación ${}_tq_x \cong tq_x$. Recordemos que la ecuación (I) es:

$$(GA)_{x:\overline{n}|} = \frac{KVd_x}{l_x} - \frac{KRV^2d_{x+1}}{l_x} - \frac{KR^2V^3d_{x+2}}{l_x} - \cdots - \frac{KR^{n-1}V^n d_{x+n-1}}{l_x}$$

pero $d_{x+t} = l_{x+t} - l_{x+t+1}$, así que usando esta expresión y factorizando K tenemos:

pero $\dfrac{l_{x+t}-l_{x+t+1}}{l_x} = {}_{t|}q_x$, por lo tanto:

$$(GA)_{x:\overline{n}|} = K\left[V({}_{0|}q_x) + RV^2({}_{1|}q_x) + R^2V^3({}_{2|}q_x) + \cdots + R^{n-1}V^n({}_{(n-1)|}q_x)\right]$$

y como ${}_{t|}q_x = {}_tp_x - {}_{t+1}p_x$ entonces:

$$(GA)_{x:\overline{n}|} = K\left[V(1-p_x) + RV^2(p_x - {}_2p_x) + R^2V^3({}_2p_x - {}_3p_x) + \cdots + R^{n-1}V^n({}_{(n-1)}p_x - {}_np_x)\right]$$

y dado que $tp_x = 1 - {}_tq_x$, se tiene:

$$(GA)_{x:\overline{n}|} = K\left[Vq_x + RV^2\left(1 - q_x - (1 - {}_2q_x)\right) + R^2V^3\left(1 - {}_2q_x - (1 - {}_3q_x)\right) + \cdots + R^{n-1}V^n\left(1 - {}_{n-1}q_x - (1 - {}_nq_x)\right) \right]$$

$$\Rightarrow (GA)_{x:\overline{n}|} = K\left[Vq_x + RV^2({}_2q_x - q_x) + R^2V^3({}_3q_x - {}_2q_x) + \cdots + R^{n-1}V^n({}_nq_x - {}_{(n-1)}q_x) \right]$$

$$\Rightarrow (GA)_{x:\overline{n}|} = K\left[Vq_x + {}_2q_x RV^2 - q_x RV^2 + R^2V^3\,{}_3q_x - {}_2q_x R^2V^3 + \cdots + {}_nq_x R^{n-1}V^n - {}_{(n-1)}q_x R^{n-1}V^n \right]$$

factorizando los ${}_tq_x$:

$$(GA)_{x:\overline{n}|} = K\left[(V - RV^2)q_x + (RV^2 - R^2V^3)\,{}_2q_x + (R^2V^3 - R^3V^4)\,{}_3q_x + \cdots + (R^{n-2}V^{n-1} - R^{n-1}V^n)\,{}_{(n-1)}q_x + R^{n-1}V^n\,{}_nq_x \right]$$

pero todos los términos entre paréntesis tienen a (1−RV) como factor común, o sea:

$$(GA)_{x:\overline{n}|} = K\left\{ \left[(1-RV)Vq_x + (1-RV)RV^2\,{}_2q_x + (1-RV)R^2V^3\,{}_3q_x + \cdots + (1-RV)R^{n-2}V^{n-1}\,{}_{(n-1)}q_x \right] + R^{n-1}V^n\,{}_nq_x \right\}$$

$$\Rightarrow (GA)_{x:\overline{n}|} = KV(1-RV)\left[q_x + RV\,{}_2q_x + R^2V^2\,{}_3q_x + \cdots + R^{n-2}V^{n-2}\,{}_{(n-1)}q_x \right] + KR^{n-1}V^n\,{}_nq_x$$

Ahora, si utilizamos ${}_tq_x \simeq t\,q_x$ a excepción del término $KR^{n-1}V^n\,{}_nq_x$, que permanecerá tal cual, ya que no interviene en la suma que nos interesa desglozar, además de otra razón poderosa que posteriormente se abordará.

$$(GA)_{x:\overline{n}|} \simeq KV(1-RV)\left(q_x + 2q_x RV + 3q_x R^2V^2 + \cdots + (n-1)R^{n-2}V^{n-2}\right) + KR^{n-1}V^n\,{}_nq_x \qquad ②$$

ahora factorizando qx :

$$(GA)_{x:\overline{n}|} \simeq KV(1-RV)q_x\left(1 + 2RV + 3R^2V^2 + \cdots + (n-1)R^{n-2}V^{n-2}\right) + KR^{n-1}V^n\,{}_nq_x$$

y factorizando KV de toda la expresión, se tiene:

$$(GA)_{x:\overline{n}|} \simeq KV\left[(1-RV)q_x \underbrace{\left(1 + 2RV + 3R^2V^2 + \cdots + (n-1)R^{n-2}V^{n-2}\right)}_{④} + R^{n-1}V^{n-1}\,{}_nq_x \right] \qquad ③$$

El problema radica en resolver la expresión ⊛. Sea X = RV, entonces ⊛ es: 1 + 2x + 3x2 + ... + (n-1)xn-2 .

Haciendo un esquema de sumandos de ⊛, se tiene:

$$\begin{array}{rcl}
1+x+x^2+\cdots+x^{n-3}+x^{n-2} & = & 1+x+x^2+\cdots+x^{n-3}+x^{n-2} \\
+x+x^2+\cdots+x^{n-3}+x^{n-2} & = & x(1+x+x^2+\cdots+x^{n-4}+x^{n-3}) \\
+x^2+\cdots+x^{n-3}+x^{n-2} & = & x^2(1+x+x^2+\cdots+x^{n-5}+x^{n-4}) \\
\vdots \qquad + & & \vdots \\
+x^{n-3}+x^{n-2} & = & x^{n-3}(1+x) \\
+x^{n-2} & = & x^{n-2}(1) \\
\hline
1+2x+3x^2+\cdots+(n-2)x^{n-3}+(n-1)x^{n-2} & = & S
\end{array}$$

es decir que

$$S=(1+x+x^2+\cdots+x^{n-3}+x^{n-2})+x(1+x+x^2+\cdots+x^{n-4}+x^{n-3})+(1+x+x^2+\cdots+x^{n-5}+x^{n-4})x^2+\cdots+$$
$$+x^{n-3}(1+x)+x^{n-2}(1).$$

Puesto que en cada término entre paréntesis existe una progresión geométrica, utilizando la fórmula de ésta se tiene:

$$S=\frac{x^{n-1}-1}{x-1}+\frac{x(x^{n-2}-1)}{x-1}+\frac{x^2(x^{n-3}-1)}{x-1}+\cdots+\frac{x^{n-3}(x^2-1)}{x-1}+\frac{x^{n-2}(x-1)}{x-1}$$

$$\Rightarrow\ S=\left(x^{n-1}-1+x^{n-1}-x+x^{n-1}-x^2+\cdots+x^{n-1}-x^{n-3}+x^{n-1}-x^{n-2}\right)\frac{1}{x-1}$$

tenemos n-1 términos x^{n-1} , por tanto:

$$S=\left[(n-1)x^{n-1}-1-x-x^2-\cdots-x^{n-2}\right]\frac{1}{x-1}$$

$$\Rightarrow\quad S=\frac{(n-1)x^{n-1}-(1+x+x^2+\cdots+x^{n-2})}{x-1}=\frac{(n-1)x^{n-1}-\left(\frac{x^{n-1}-1}{x-1}\right)}{x-1}$$

y asi:

$$S=\frac{(n-1)x^{n-1}}{x-1}-\frac{x^{n-1}-1}{x-1}$$ pero X=RV, por lo tanto:

$\circledast$ es $$\frac{(n-1)\ (RV)^{n-1}}{RV-1}-\frac{(RV)^{n-1}-1}{(RV-1)^2}$$

sustituyendo el valor de $\circledast$ en la expresión ③:

$$(GA)_{x:\overline{n}|}\simeq KV\left[(1-RV)q_x\left(\frac{(n-1)(RV)^{n-1}}{RV-1}-\frac{(RV)^{n-1}-1}{(RV-1)^2}\right)+(RV)^{n-1}{}_nq_x\right]$$

cambiando (1-RV) por -(RV-1), entonces:

$$(GA)_{x:\overline{n}|}\simeq KV\left[-(RV-1)q_x\left(\frac{(n-1)(RV)^{n-1}}{RV-1}-\frac{(RV)^{n-1}-1}{(RV-1)^2}\right)+(RV)^{n-1}{}_nq_x\right]$$

$$\Rightarrow (GA)_{x:\overline{n}|}\simeq KV\left[-q_x\left((n-1)(RV)^{n-1}-\frac{(RV)^{n-1}-1}{RV-1}\right)+(RV)^{n-1}{}_nq_x\right]$$

y finalmente factorizamos (-1); concluyendo con ésta expresión:

$$\boxed{(GA)_{x:\overline{n}|}\simeq KV\left[q_x\left\{\frac{(RV)^{n-1}-1}{RV-1}-(n-1)(RV)^{n-1}\right\}+(RV)^{n-1}{}_nq_x\right]} \qquad \text{(III)}$$

siendo la aproximación que se logra obtener para $(GA)_{x:\overline{n}|}$.

Cabe observar que de la expresión ② se excluyó a nqx al utilizar nuestra aproximación ${}_tqx \simeq tqx$. ¿ Porqué se hizo ?. La razón es la siguiente:

Si en el desarrollo se hubiera hecho eso (como en realidad se hizo en algunos ensayos precedentes), se habría llegado a una aproximación que es la siguiente:

$$(GA)_{x:\overline{n}|}\approx KVq_x\left[(RV)^{n-1}+\frac{(RV)^{n-1}-1}{RV-1}\right] \qquad \text{(IV)}$$

Esta se vé muy compacta; ya que no es tan grande como la expresión (III), siendo inclusive, más fácil de calcularse; sin embargo, no es tan buena como la expresión (III). Esto se comprende fácilmente si se recuerda que cada ${}_tqx$ está aproximado por tqx; de modo que, mientras menos ${}_tqx$ aproxime, mejor. Sobre todo si se trata del n-ésimo término.

Uno de los ejemplos que contempla lo anterior es el siguiente:

Sea K = \$100,000.00; R = 1.5; i = 0.025, calcular $(GA)_{40:\overline{2}|}$

Utilizando valores conmutados como lo expresa la fórmula exacta I se obtiene que $(GA)_{40:\overline{2}|}$ = \$890.707 que es el valor real de la prima, o sea el exacto.

Ahora, utilizando la expresión IV se calculará más rápido, pero se obtendrá: $(GA)_{40:\overline{2}|} \simeq$ \$848.37597, en cambio, utilizando la expresión III, se obtendrá \$890.70648 pudiéndose así comprender porqué se propone la expresión II como la mejor aproximación.

Ejemplo 1.- Compruebe que para n=1, la aproximación es exacta.

Utilizando I tenemos:

$$(GA)_{x:\overline{1}|} = \frac{K}{D_x}(R^0 C_x) = \frac{K}{D_x}(C_x) = \frac{K}{V^x l_x}(V^{x+1} d_x) = \frac{K V d_x}{l_x} = \underline{K V q_x}$$

utilizando III:

$$(GA)_{x:\overline{1}|} \simeq KV\left[q_x\left(\frac{(RV)^0-1}{RV-1} - (0)(RV)^0\right) + (RV)^0 , q_x\right] \simeq KV(0-0+1q_x) = \underline{KVq_x}$$

Para los siguientes ejemplos tomamos los siguientes valores: K = \$100,000.00, R = 1.5 e i = 0.025.

Ejemplo 2.- mismos parámetros pero, x = 30 y n = 2.

a) Exactitud:

$$(GA)_{30:\overline{2}|} = \frac{100{,}000}{D_{30}}\left(R^0 C_{30} + R^1 C_{31}\right)$$

$$= \frac{100{,}000}{4'519{,}691.4}\left(9392.064 + 1.5(9401.218)\right)$$

$$= \underline{\$519.81184}$$

b) Aproximación: $(GA)_{30:\overline{2}|} \simeq \frac{100{,}000}{1.025}\left[.0023\left\{\frac{(RV)^1-1}{RV-1} - 1(1.5)(1.025)^{-1}\right\} + (1.5)(1.025)^{-1}(0.0043153)\right]$

$$\simeq \underline{\$519.81108}$$

5.4.- Aspectos relevantes de las aproximaciones obtenidas.

En el estudio de las anualidades contingentes, el parámetro "n" que constituye el periodo de vigencia, es desconocido a priori. Este se fija mediante la ocurrencia de determinado evento fortuito.

Actuarialmente, estas anualidades se evalúan por medio de la teoria de probabilidades (de ocurrencia de eventos), en nuestro caso, la muerte del asegurado.

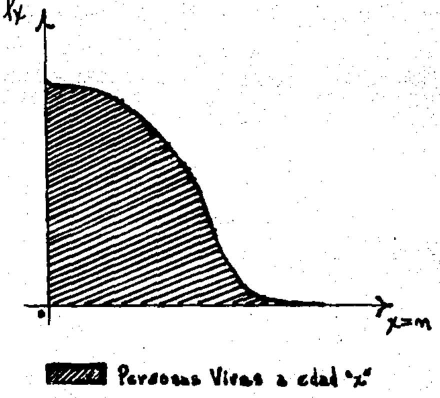
Debido a que la probabilidad de sobrevivencia de una persona tiende a disminuir a partir de cierta edad (vease gráfica A); la prima de riesgo que se cobra a los asegurados tiende a crecer, implicando asi, la posible insolvencia para continuar conservando su póliza de seguro contra la vida, puesto que a edades avanzadas, normalmente este tipo de personas aseguradas deja de pertenecer al grupo denominado '<u>población económicamente activa</u>' de una sociedad, entre otras razones.

Por lo anterior, conjuntamente con uno de los principios del seguro; que es el de la '<u>buena fé</u>', técnicamente, el actuario diseñó la modalidad conocida como "<u>Prima Neta Nivelada</u>", que consiste de un pago constante y periódico a efectuarse durante todo el tiempo de vigencia del seguro.

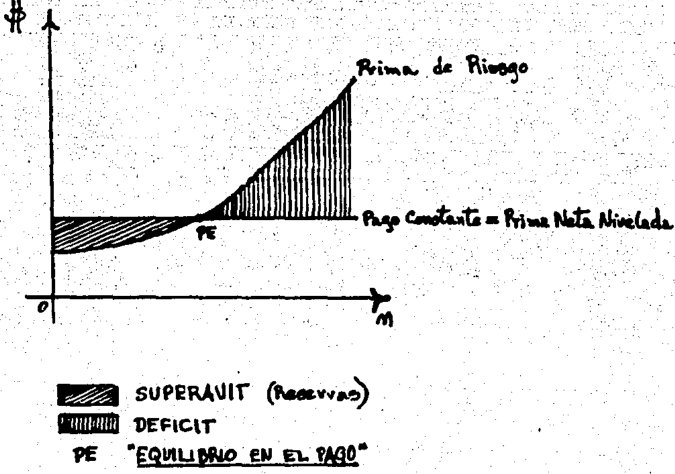
Este pago constante se caracteriza, inicialmente, por el pago de un excedente adicional a la prima de riesgo, el cual, a edades tempranas es factible de ser cubierto. Posteriormente, este excedente va disminuyendo a partir de cada uno de los siguientes periodos. En contraposición a la prima de riesgo que incrementa su valor en función del paso del tiempo, hasta llegar a un momento de '<u>equilibrio en el pago</u>'; es decir, el asegurado aporta únicamente el importe real de la prima de riesgo que a ese periodo corresponde. A partir de este punto, la tendencia de la prima de riesgo es revertida con respecto al pago excedente; es decir, la prima de riesgo es mayor que el pago constante en cada momento, donde el pago constante ya es nulo (veáse gráfica B).

De esta forma, la prima neta nivelada contempla un superávit que solventa el déficit observable en esta prima a partir del punto de equilibrio. Con ello, existe la posibilidad total desde el punto de vista técnico, de la conservación de polizas por parte de asegurados con edades maduras y avanzadas, que a su vez, es sano para el fenómeno de asegurabilidad; puesto que éste se basa en que <u>"La prima de los muchos, sirve para solventar, la suma asegurada del siniestro de los pocos"</u>, cumpliendose asi, la <u>"Ley de los grandes números"</u>.

GRAFICA A



GRAFICA B



En el seguro de vida, las primas puras comprenden dos conceptos:

1. Prima de Riesgo.
2. Prima de Ahorro.

La Prima de Riesgo cubre el riesgo que corre la entidad aseguradora durante un periodo comprendido entre el pago de cada prima.

La Prima de Ahorro es el excedente que acumulado y capitalizado a través del periodo total asegurable, constituye la "Reserva Matemática". Esta reserva, es precisamente los fondos que van a servir técnicamente para cubrir el diferencial deficitario mencionado anteriormente.

La Reserva Matemática es esencialmente vulnerable con respecto al fenómeno inflacionario, del mismo modo que los capitales ó sumas aseguradas; ya que son deteriorados en su valor real.

Observando esta problemática desde un punto de vista general, puede decirse que los montos asegurados se hacen cada vez más insuficientes, hasta llegar, según el grado de inflación, a ser totalmente incapaces de cubrir los riesgos que de primer instancia se tenian asegurados.

Podria argumentarse que a medida que la inflación crece, lo propio ocurre con los sueldos , de manera que se podria destinar una suma de dinero adicional para adquirir seguros adicionales. Sin embargo, no existe garantia por parte de ningún aparato ó infraestructura económica de mantener las proporciones entre el aumento del costo de la vida y el de las remuneraciones; ni mucho menos se puede afirmar que los asegurados puedan y quieran comprar más seguros para conservar el poder adquisitivo del capital asegurado.

Por otra parte, las reservas ya formadas, con las primas que el asegurado pagó anteriormente, se han deteriorado de modo significativo. En esas condiciones, ¿Quién desea de buen grado seguir comprando pólizas de seguros?.

Resumiendo, los perjuicios ocacionados al asegurado con respecto al capital real contratado son los siguientes:

El hecho de que haya aumentado el costo de la vida en una cierta proporción, no significa que haya ocurrido lo mismo en los ingresos del asegurado. En ese caso, el asegurado no dispondrá siquiera de dinero suficiente para mantener su nivel de vida; entonces, mucho menos podrá disponer mayor proporción de su ingreso para algo que no le beneficiará de manera inmediata.

En el caso de que el asegurado haya aumentado su ingreso de manera proporcional a la desvalorización monetaria, no significa que pueda ó esté en ánimo de seguir haciendo inversiones en este tipo de servicio, en el que la experiencia observada le es desfavorable.

Por otra parte, el dinero que el asegurado necesitará para aumentar el capital asegurado a su nivel real de origen, será más que proporcional al aumento del capital devaluado, lo cual significa desde todo punto de vista, una injusticia. Es aquí donde el impacto de la inflación muestra sus consecuencias más severas. Este desarrollo se agudiza a medida que aumenta la edad del asegurado, y si la inflación es alta, es muy probable que desista de 'seguir corriendo' en la espiral inflacionaria. Además, es sabido que ante éste fenómeno, gran parte de los asegurados abandonan indignados el seguro, convirtiendose desde ese momento, en sus más fervientes detractores. Por esto, la caducidad en periodos de alta inflación se hace más intensa.

El aumento de la prima sólo podría ser proporcional al de la suma asegurada si las reservas existentes se revaluaran, de forma tal que, gracias al revalúo mantuviesen su valor real.

Si a todo esto se agrega otro aspecto, como es el de que el asegurado, para mantener el capital real concertado debe, cada vez que amplia la póliza, someterse a exámenes médicos, pagar derechos de póliza, etc., se tendrá un panorama objetivo en lo que al asegurado en particular se refiere, de la intensa crisis que afecta al seguro de vida en los regimenes inflacionarios.

Los efectos anteriormente mencionados no solo someten a los seguros de vida, sino que se hacen extensivos hacia los demás seguros en general. Salvo el punto en que se toca la reserva matamática que es esencial del seguro de vida.

En forma paralela a estos inconvenientes que sufre el asegurado, surgen otros igual de serios y complejos en el campo de las entidades aseguradoras.

Las CompaÑias han calculado sus costos y aplicado sus cargas para gastos administrativos, suponiendo que un peso valdrá tanto ahora como en el fúturo; ó más precavidamente, suponiendo cierto costo inflacionario pero, los analistas siempre se han quedado al margen en este sentido, aunque la experiencia de los últimos años indique otra cosa, el control inflacionario radica en esencia en la estructura económica que mundialmente se pueda consolidar, pero esto es algo sumamente difícil de conseguir por cuestiones e intereses potenciales gravables inclusive de costos sociales.

Empero, al calcular las cargas no se puede estimar lo que ocurrirá en el futuro en lo referente a la variación de las erogaciones, pues la inestabilidad económica imposibilita prever los cambios del poder adquisitivo de la moneda, tanto más a mediano y largo plazos. Como se apreciará, no se puede recuperar de nadie las pérdidas resultantes.

Actualmente, existen paises donde se han autorizado ciertos recargos que gravan la producción futura y constituirían la solución al problema empresarial; si la producción nueva fuera abundante en el número de asegurados y éstos contrataran capitales con poder adquisitivo análogo al de años anteriores.

Pero en la práctica la comunidad asegurada y asegurable se desalienta cada vez, lo que hace que el giro asegurador sea menos atractivo, afectando por igual al número de asegurados como a las sumas aseguradas reales contratadas, e impidiendo que dicho recargo cubra suficientemente el déficit. Entonces, la entidad aseguradora inevitablemente absorve la mayor parte de la pérdida.

Además, incrementar el costo de los seguros nuevos para cubrir déficits, no es la solución. Siendo este un factor más que perturba las futuras contrataciones de seguros.

Existen en México Seguros denominados como '<u>Seguros sobre Inversión</u>'.

Estos seguros pretenden otorgar un beneficio adicional al de la suma asegurada en caso de morir el asegurado. Dicho beneficio radica en la creación de un fondo que es colocado en instrumentos financieros tanto de renta fija como de renta variable, dentro del Mercado Mexicano de Valores. Cuando el asegurado necesita dinero alguno, éste puede disponer de sus aportaciones al fondo y de las capitalizaciones de éstas.

La nota técnica de estos seguros involucra un parámetro de "<u>ajuste</u>" de sumas aseguradas, de acuerdo a una proporción de incremento inflacionario establecida desde el momento en que el asegurado adquiere la póliza. Este ajuste es fijo para todos los años de vida restantes de la misma y se puede modificar al inicio de cada periodo. Claro que éste ajuste involucra también el ajuste del importe de la prima en cuestión. Normalmente, estos seguros manejan la idea de recapitalización de sumas aseguradas, con objeto de minimizar la pérdida en el valor real de las sumas aseguradas contratadas inicialmente, pero debido a los fuertes indices inflacionarios observados, se suele utilizar el importe del fondo creado para pagar la sobreprima involucrada, perdiendose asi el beneficio adicional previamente estipulado; lo cual convierte a este seguro en un instrumento no tan atractivo como se le pretende hacer ver. Obsérvese la tabla T1.

Ante estas expectativas, la problemática inflacionaria se torna cada día más compleja, observandose de manera más marcada en todas las naciones cuyas economias se encuentran en proceso de desarrollo. Economias que al final de cuentas, dados sus altos indices inflacionarios observados en los últimos años, se les puede calificar de economias inestables. Estas seguirán bajo esta senda, mientras no luchen por propiciar que se establezcan las condiciones necesarias que radican en el cambio de su propia infraestructura económica.

Tabla T1

CREC.= 50.00 %

ESTUDIO REALIZADO PARA : JUAN ALBARRAN EDAD : 23

TASA DE INTERES SUPUESTA EN FAVOR DEL ASEGURADO 60.00 %

V A L O R E S P R O Y E C T A D O S

AÑO	SUMA ASEGURADA	PRIMA BASICA	PRIMA EXCEDENTE	R E S E R V A	DIVIDENDOS ACUMULADOS	VALOR EN EFECTIVO
1	11,753,920	100,000	100,000	68,020	49,314	117,334
2	17,630,880	150,000	150,000	233,031	218,242	451,273
3	26,446,322	225,000	225,000	511,083	644,364	1,155,447
4	39,669,480	337,500	337,500	933,381	1,562,935	2,496,317
5	59,504,224	506,250	506,250	1,570,925	3,390,404	4,961,329
6	89,256,336	0	0	1,350,495	6,226,705	7,577,199
7	133,884,504	0	0	965,150	10,605,405	11,570,556
8	133,884,504	0	0	552,001	17,395,089	17,947,090
9	133,884,504	0	0	108,656	28,026,655	28,135,310
10	133,884,504	0	0	0	44,424,714	44,424,712
11	133,884,504	0	0	0	70,471,942	70,471,944
12	133,884,504	0	0	0	112,128,085	112,128,088
13	133,884,504	0	0	0	178,756,372	178,756,368
14	133,884,504	0	0	0	285,337,740	285,337,730
15	133,884,504	0	0	0	455,841,434	455,841,440
16	133,884,504	0	0	0	728,617,958	728,617,980
17	133,884,504	0	0	0	1,165,027,808	1,165,027,840
18	133,884,504	0	0	0	1,863,247,428	1,863,247,490
19	133,884,504	0	0	0	2,980,358,740	2,980,358,700
20	133,884,504	0	0	0	4,767,692,391	4,767,692,380

A PARTIR DEL AÑO 10 EL PLAN DE PAGOS NO GARANTIZA LA CONSTITUCION DE RESERVAS POSITIVAS,- POR LO QUE LOS DIVIDENDOS ACUMULADOS FINANCIARAN LA CONTINUACION DEL SEGURO.
LOS VALORES QUE SE OBTENGAN EN LA EXPEDICION DE LA POLIZA PODRAN VARIAR RESPECTO A LOS DESA-- RROLLADOS EN EL PRESENTE ESTUDIO, DEBIDO A LOS DIFERENTES METODOS DE APROXIMACION DE LOS SISTEMAS DE COMPUTO.

AÑO	INVERSION AL 70.00 %		INVERSION AL 80.00 %		INVERSION AL 90.00 %	
	R E S E R V A	V. EN EFECTIVO	R E S E R V A	V. EN EFECTIVO	R E S E R V A	V. EN EFECTIVO
1	68,020	126,364	68,020	135,429	68,020	144,525
5	1,570,925	5,992,998	1,570,925	7,204,844	1,570,925	8,622,084
10	0	75,859,541	0	124,987,934	0	200,096,197
15	0	1,064,860,177	0	2,346,830,778	0	4,936,546,434
20	0	15,104,618,125	0	44,326,869,928	0	122,211,899,562

Pues bien, la solución al problema se torna en función a qué tan rápido se abatan las crisis inflacionarias cuyo origen se encuentra en el desorden económico mundial, ó bien, en encontrar modelos matemáticos capaces de simular situaciones económicas reales.

El economista normalmente, determina las tasas de interés del mercado en función al comportamiento inflacionario pero, ¿Hasta qué punto lo hace en forma correcta?. Ellos lo determinan en función a estudios como:

- La paridad peso-dólar.
- La solidez del dólar en los mercados internacionales.
- Las tasas de interés mundiales,

entre otros no menos importantes; pero, usualmente suelen olvidar uno de los principios básicos de las matemáticas financieras en el mercado de dinero:

Cuando una persona invierte determinado capital, por ese simple hecho adquiere el derecho de cobrar cierto costo, ya que, se está absteniendo de la posesión del mismo, este a su vez, generará rendimientos si se invierte a traves de instrumentos financieros, en el caso de poseerlo.

El economista sube las tasas de interés si sube el indice inflacionario, en el caso opuesto, tiende a bajarlas. ¿Hasta qué punto el subirlas ó bajarlas deja de ser correcto?.

No existe en la actualidad un modelo matemático capaz de modelar el comportamiento inflacionario, máxime si éste es de carácter geométrico.

¿Hasta que punto un inversionista que presta su dinero, recibe utilidad por ese simple hecho; además de recuperar su inversión en términos reales ?

La respuesta a esta interrogante estriba en definir un modelo tal que involucre en forma desagregada el parámetro de la tasa de interés y por otra parte, la tasa de inflación. De ésta forma se podrán visualizar justamente ambos conceptos cuya importancia es de gran relevancia hoy dia.

Dicho lo anterior desde un punto de vista más formal, se trata de encontrar:

$$F(x) \text{ en } R+, \text{ tal que si } x = R,\ F(R) = R', \quad R \text{ en } R+,$$

donde: $R' = R + Ii$

Ii = Incremento inflacionario, Ii en R.

$F(x)$ = Cualquier modelo de anualidad.

De esta forma se logran desagregar ambos parámetros, lo cual, permite congruentemente evaluar ambos conceptos de manera acertada.

El modelo de anualidades contingentes con crecimiento geométrico desarrollado en éste capitulo, contempla la desagregación de estos parámetros; permitiendo así, observar crecimientos de capital por conceptos financiero e inflacionario, separadamente, teniendo así, facilidad para manejar ambos conceptos en una misma estructura.

Cabe observar que en el modelo:

$$(GA)_{x:\overline{m}|} \approx NV\left[\frac{(VT)^m-1}{VT-1}\left(1+\frac{q_x}{VT-1}\right)-q_x\left(\frac{m(VT)^m}{VT-1}\right)\right]$$

el parámetro T hace las veces de indicador inflacionario.

Este indicador crecerá automáticamente en el modelo; por lo que es muy importante tener conciencia del valor previo que se asigne al mismo.

Aspectos Relevantes.

Permite evaluar correctamente el valor presente de la anualidad, ya que los parámetros inflación y costo de la operación financiera se pueden definir separadamente, ya que no se encuentran traslapados en uno sólo que trate de reflejar ambas ideas y con ello, provoque errores desde el principio.

El desarrollo de éste, permite al Actuario ampliar su capacidad en el diseño de modelos que reflejen el comportamiento de fenómenos financiero-actuariales, propios de la situación económica de nuestro país.

Evaluar la anualidad mediante éste modelo, es más rentable en cuanto a tiempo, costo de procesos de computador y eficiencia en los cálculos involucrados internamente, que con respecto a la forma que denominé 'modelo exacto'; debido a que éste último involucra un polinomio de grado 100-1, en su evaluación para cada 'x'.

En el caso de aplicar este modelo de anualidad contingente a un seguro sobre la vida, contemplará los incrementos en las sumas aseguradas en forma geométrica; por lo que, el importe de las primas se ajusta automáticamente, permitiendo así, el ajuste automático de las Reservas que todo Actuario debe prever en sus valuaciones técnicas de fin de ejercicio y que se planteó anteriormente.

El modelo puede ser vulnerable de no reflejar una recapitalización real en las sumas aseguradas, si el valor que se asigne al parámetro T no es acorde a un estudio conceptual del comportamiento inflacionario observado, debido a su crecimiento de índole geométrica.

Apéndices.

```
PProgram TablaMortalidad (Input.MuertesCSO58.Tabla58.Output);
const max = 100;   b = ' ';
var p. l. d. q    : array [0..max] of real;
    MuertesCSO58. Tabla58 : Text;   i : integer;
procedure accesamuertes;
begin
  rewrite(MuertesCSO58);          {archivo fisico : M58}
  writeln('No. de muertes a edad 0 : '); readln(d[100]);
  writeln(MuertesCSO58.d[100]);
  for i := 1 to max-1 do begin
                          write('No. de muertes a edad '.i.' : ');
                          readln(d[i]); writeln;
                          writeln(MuertesCSO58.d[i])
                        end;
  close(MuertesCSO58)
end;  {accesamuertes}

procedure accesamuertes2;
begin
  reset(MuertesCSO58);
  for i := 1 to max-1 do readln(MuertesCSO58.d[i]); d[0]:=d[max];
  close(MuertesCSO58)
end;  {accesamuertes2}

procedure generatabla;
begin
  d[0]:=d[max];
  for i := 0 to max-1 do
    begin
      l[i+1]:=l[i]-d[i];      {vivos del siguiente periodo}
      p[i]:=l[i+1]/l[i];      {probabilidad de vida a edad i}
      q[i]:=d[i]/l[i]         {probabilidad de muerte a edad i}
    end
end;  {generatabla}

procedure imprimetabla;
 procedure encabezados;
 begin {encabezados}
  rewrite(Tabla58);      {Archivo fisico : T58}
  for i := 1 to 5 do writeln(Tabla58);
  writeln(Tabla58.b:14.'The Commissioners Standard Ordinary (1958 CSO)');
  writeln(Tabla58.b:29.'1958 Mortality Table'); writeln(Tabla58);
  writeln(Tabla58.b:13.'x'.b:5.'lx'.b:10.'dx'.b:9.'px'.b:10.'qx');
  writeln(Tabla58)
 end;  {encabezados}
begin {imprimetabla}
  encabezados;
  for i := 0 to max-1 do
    writeln(Tabla58.i.b:2.l[i]:9:0.b:2.d[i]:9:1.b:2.p[i]:8:8.b:2.q[i]:0:8);
  close(Tabla58); writeln(b:15.'Termine Tabla')
end;  {imprimetabla}

begin {TablaMortalidad}
  l[0]:=10000000;          {radix de la tabla}
  accesamuertes2;
  generatabla;
  imprimetabla
end.  {TablaMortalidad}
```

The Commissioners Standard Ordinary (1958 CSO)
1958 Mortality Table

x	lx	dx	px	qx
0	10000000.	0.0	1.00000000	0.00000000
1	10000000.	70800.0	0.99292000	0.00708000
2	9929200.	17475.0	0.99824010	0.00175996
3	9911725.	15066.0	0.99848000	0.00152002
4	9896659.	14449.0	0.99854000	0.00145999
5	9882210.	13835.0	0.99860000	0.00139999
6	9868375.	13322.0	0.99865000	0.00134997
7	9855053.	12812.0	0.99870000	0.00130004
8	9842241.	12401.0	0.99874000	0.00125998
9	9829840.	12091.0	0.99877000	0.00123003
10	9817749.	11879.0	0.99879000	0.00120995
11	9805870.	11865.0	0.99879000	0.00120999
12	9794005.	12047.0	0.99876990	0.00123004
13	9781958.	12325.0	0.99874000	0.00125997
14	9769633.	12896.0	0.99868000	0.00132001
15	9756737.	13562.0	0.99861000	0.00139001
16	9743175.	14225.0	0.99854000	0.00146000
17	9728950.	14983.0	0.99845990	0.00154004
18	9713967.	15737.0	0.99837990	0.00162004
19	9698230.	16390.0	0.99831000	0.00169000
20	9681840.	16846.0	0.99826000	0.00173996
21	9664994.	17300.0	0.99821000	0.00178996
22	9647694.	17655.0	0.99817000	0.00182997
23	9630039.	17912.0	0.99814000	0.00186001
24	9612127.	18167.0	0.99811000	0.00189001
25	9593960.	18324.0	0.99809000	0.00190995
26	9575636.	18481.0	0.99807000	0.00193000
27	9557155.	18732.0	0.99804000	0.00196000
28	9538423.	18981.0	0.99801000	0.00198995
29	9519442.	19324.0	0.99797000	0.00202995
30	9500118.	19760.0	0.99792000	0.00207997
31	9480358.	20193.0	0.99787000	0.00212998
32	9460165.	20718.0	0.99780990	0.00219003
33	9439447.	21239.0	0.99775000	0.00225003
34	9418208.	21850.0	0.99768000	0.00231997
35	9396358.	22551.0	0.99760000	0.00239997
36	9373807.	23528.0	0.99749000	0.00250997
37	9350279.	24685.0	0.99736000	0.00264003
38	9325594.	26112.0	0.99720000	0.00280004
39	9299482.	27991.0	0.99699000	0.00300995
40	9271491.	30132.0	0.99675010	0.00324996
41	9241359.	32622.0	0.99647000	0.00353000
42	9208737.	35362.0	0.99616000	0.00384005
43	9173375.	38253.0	0.99583000	0.00417000
44	9135122.	41382.0	0.99547000	0.00452999
45	9093740.	44741.0	0.99508000	0.00491998
46	9048999.	48412.0	0.99465000	0.00534998

47	9000587.	52473.0	0.99417010	0.00582995
48	8948114.	56910.0	0.99364000	0.00636000
49	8891204.	61794.0	0.99305000	0.00695001
50	8829410.	67104.0	0.99239990	0.00760005
51	8762306.	72902.0	0.99168000	0.00831996
52	8689404.	79160.0	0.99089000	0.00910995
53	8610244.	85758.0	0.99004000	0.00996000
54	8524486.	92832.0	0.98910990	0.01089004
55	8431654.	100337.0	0.98809990	0.01190004
56	8331317.	108307.0	0.98700000	0.01299999
57	8223010.	116849.0	0.98579000	0.01421000
58	8106161.	125970.0	0.98446000	0.01554003
59	7980191.	135663.0	0.98300000	0.01699997
60	7844528.	145830.0	0.98141000	0.01859003
61	7698698.	156592.0	0.97965990	0.02034006
62	7542106.	167736.0	0.97776010	0.02223994
63	7374370.	179271.0	0.97569000	0.02431001
64	7195099.	191174.0	0.97343000	0.02657003
65	7003925.	203394.0	0.97096000	0.02904000
66	6800531.	215917.0	0.96825000	0.03175002
67	6584614.	228749.0	0.96526010	0.03473993
68	6355865.	241777.0	0.96196000	0.03803998
69	6114088.	254835.0	0.95832000	0.04167997
70	5859253.	267241.0	0.95438990	0.04561008
71	5592012.	278426.0	0.95021000	0.04978995
72	5313586.	287731.0	0.94585000	0.05415006
73	5025855.	294766.0	0.94135010	0.05864992
74	4731089.	299289.0	0.93673990	0.06326006
75	4431800.	301894.0	0.93188010	0.06811995
76	4129906.	303011.0	0.92663000	0.07336995
77	3826895.	303014.0	0.92081990	0.07918012
78	3523881.	301997.0	0.91429990	0.08570011
79	3221884.	299829.0	0.90693990	0.09306015
80	2922055.	295683.0	0.89880990	0.10119010
81	2626372.	288848.0	0.89002010	0.10997990
82	2337524.	278983.0	0.88065020	0.11934980
83	2058541.	265902.0	0.87082990	0.12917010
84	1792639.	249858.0	0.86062000	0.13938000
85	1542781.	231433.0	0.84998970	0.15001030
86	1311348.	211311.0	0.83885970	0.16114030
87	1100037.	190108.0	0.82718040	0.17281960
88	909929.	168455.0	0.81487020	0.18512980
89	741474.	146997.0	0.80175030	0.19824970
90	594477.	126303.0	0.78753930	0.21246070
91	468174.	106809.0	0.77186050	0.22813950
92	361365.	88813.0	0.75422910	0.24577090
93	272552.	72480.0	0.73406910	0.26593090
94	200072.	57881.0	0.71069910	0.28930090
95	142191.	45026.0	0.68334140	0.31665860
96	97165.	34128.0	0.64876240	0.35123760
97	63037.	25250.0	0.59944160	0.40055840
98	37787.	18456.0	0.51157810	0.48842190
99	19331.	12916.0	0.33185040	0.66814960

TABLA DE MORTALIDAD MEXICANA
EXPERIENCIA BASICA AL 40.00 %

X	Q(X)	L(X)	D(X)	C(X)	N(X)	M(X)	S(X)	R(X)	X
60	0.01642	83989438	0.143	0.001	0.476	0.007	1.560	0.030	60
61	0.01809	82610331	0.100	0.001	0.333	0.005	1.084	0.023	61
62	0.01977	81115910	0.070	0.000	0.232	0.004	0.751	0.017	62
63	0.02146	79512248	0.049	0.000	0.161	0.003	0.518	0.013	63
64	0.02450	77805915	0.034	0.000	0.112	0.002	0.357	0.010	64
65	0.02756	75899670	0.024	0.000	0.077	0.001	0.245	0.007	65
66	0.03062	73807875	0.016	0.000	0.053	0.001	0.167	0.005	66
67	0.03370	71547878	0.011	0.000	0.036	0.001	0.114	0.004	67
68	0.03679	69136715	0.007	0.000	0.025	0.000	0.077	0.003	68
69	0.04065	66593175	0.005	0.000	0.017	0.000	0.052	0.002	69
70	0.04453	63886162	0.003	0.000	0.011	0.000	0.035	0.001	70
71	0.04841	61041311	0.002	0.000	0.007	0.000	0.023	0.001	71
72	0.05231	58086301	0.001	0.000	0.005	0.000	0.015	0.000	72
73	0.05622	55047807	0.001	0.000	0.003	0.000	0.010	0.000	73
74	0.06091	51953019	0.000	0.000	0.002	0.000	0.006	0.000	74
75	0.06603	48788561	0.000	0.000	0.001	0.000	0.004	0.000	75
76	0.07160	45567052	0.000	0.000	0.001	0.000	0.002	0.000	76
77	0.07796	42300806	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.000	77
78	0.08500	39003035	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.000	78
79	0.09277	35687777	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	79
80	0.10161	32377022	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	80
81	0.11171	29087193	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	81
82	0.12335	25837863	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	82
83	0.13678	22650763	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	83
84	0.15326	19552592	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	84
85	0.17210	16555962	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	85
86	0.19329	13706681	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	86
87	0.21679	11057317	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	87
88	0.24251	8660201	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	88
89	0.26963	6560016	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	89
90	0.29864	4791239	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	90
91	0.32950	3360383	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	91
92	0.36215	2253137	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	92
93	0.39652	1437163	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	93
94	0.43254	867299	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	94
95	0.47015	492157	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	95
96	0.50929	260769	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	96
97	0.55020	127962	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	97
98	0.59314	57557	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	98
99	1.00000	23418	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	99

TABLA DE MORTALIDAD MEXICANA

EXPERIENCIA BASICA AL 40.00 %

X	Q(X)	L(X)	D(X)	C(X)	N(X)	M(X)	S(X)	R(X)	X
15	0.00123	100000000	642805.323	564.750	2242909.770	1973.960	7825842.611	6954.738	15
16	0.00123	99877000	458581.909	402.897	1600104.446	1409.210	5582932.840	4980.778	16
17	0.00123	99754151	327155.608	287.430	1141522.537	1006.312	3982828.393	3571.568	17
18	0.00123	99631453	233395.147	205.054	814366.928	718.880	2841305.855	2565.255	18
19	0.00123	99508906	166505.764	146.287	580971.781	513.826	2026938.926	1846.374	19
20	0.00123	99386510	118786.401	104.361	414466.017	367.539	1445967.145	1332.547	20
21	0.00123	99264265	84743.067	74.452	295679.615	263.177	1031501.127	965.007	21
22	0.00123	99142170	60456.309	53.115	210936.547	188.724	735821.512	701.829	22
23	0.00123	99020225	43129.963	37.892	150480.237	135.609	524884.964	513.105	23
24	0.00122	98898430	30769.223	26.813	107350.274	97.716	374404.726	377.495	24
25	0.00122	98777774	21951.203	19.120	76581.050	70.903	267054.452	279.778	25
26	0.00122	98657265	15660.302	13.646	54629.846	51.774	190473.401	208.874	26
27	0.00121	98536903	11172.283	9.656	38969.544	38.127	135843.554	157.100	27
28	0.00121	98417673	7970.546	6.888	27797.261	28.471	96874.010	118.972	28
29	0.00129	98298588	5686.358	5.239	19826.714	21.583	69076.749	90.500	29
30	0.00137	98171783	4056.445	3.969	14140.356	16.343	49250.034	68.917	30
31	0.00145	98037288	2893.491	2.996	10083.910	12.373	35109.678	52.574	31
32	0.00153	97895134	2063.782	2.255	7190.419	9.377	25025.767	40.200	32
33	0.00161	97745354	1471.875	1.692	5126.636	7.121	17835.348	30.823	33
34	0.00171	97587984	1049.646	1.282	3654.761	5.429	12708.711	23.701	34
35	0.00182	97421109	748.465	0.973	2605.115	4.146	9053.949	18.272	35
36	0.00192	97243803	533.645	0.731	1856.649	3.173	6448.834	14.125	36
37	0.00203	97057095	380.443	0.551	1323.004	2.442	4592.184	10.951	37
38	0.00215	96860069	271.193	0.416	942.561	1.890	3269.180	8.509	38
39	0.00237	96651820	193.293	0.327	671.367	1.473	2326.619	6.618	39
40	0.00260	96422755	137.739	0.255	478.074	1.146	1655.252	5.145	40
41	0.00283	96172056	98.129	0.198	340.334	0.890	1177.177	3.998	41
42	0.00306	95899889	69.894	0.152	242.205	0.692	836.843	3.107	42
43	0.00328	95606435	49.771	0.116	172.311	0.539	594.637	2.414	43
44	0.00370	95292846	35.434	0.093	122.539	0.423	422.326	1.874	44
45	0.00413	94940262	25.216	0.074	87.105	0.329	299.786	1.451	45
46	0.00455	94548159	17.937	0.058	61.888	0.255	212.681	1.122	46
47	0.00497	94117965	12.754	0.045	43.950	0.196	150.793	0.866	47
48	0.00540	93650199	9.064	0.034	31.196	0.151	106.842	0.670	48
49	0.00583	93144488	6.439	0.026	22.131	0.116	75.646	0.518	49
50	0.00627	92601456	4.573	0.020	15.691	0.089	53.514	0.401	50
51	0.00672	92020845	3.246	0.015	11.118	0.069	37.822	0.312	51
52	0.00716	91402465	2.303	0.011	7.872	0.053	26.704	0.242	52
53	0.00768	90748023	1.633	0.008	5.569	0.041	18.831	0.188	53
54	0.00870	90058338	1.157	0.007	3.936	0.033	13.262	0.146	54
55	0.00980	89274830	0.819	0.005	2.778	0.025	9.326	0.113	55
56	0.01090	88399937	0.579	0.004	1.958	0.020	6.547	0.087	56
57	0.01202	87436378	0.409	0.003	1.378	0.015	4.589	0.067	57
58	0.01315	86385393	0.289	0.002	0.969	0.012	3.210	0.052	58
59	0.01478	85249425	0.203	0.002	0.680	0.009	2.240	0.039	59

```
Program Anualidad10p2 (Input,TablaCS058,Difs,Output);      {Anuity10p2}

const   max=100; b=' '; maxedad=99;

      {Anualidad Contingente Geomtrica Anticipada y Vencida}
                 {Mtodo Exacto y Aproximado}


var  A_GnAx, A_GnAxv, E_GnAx, E_GnAxv : real8;
          i, d2, v, vt, e, ee, R, T : real8;
                  Difs, TablaCS058 : Text;
          k, plazo, edad, z, j, n : integer;
                              flag : boolean;
                              d, s : lstring(60);
                              l, q : array [0..max] of real8;
                                 m : array [1..maxedad,1..6] of real8;

procedure accesa_parametros;
 begin
   for j:=1 to 15 do writeln;
   write(b:21,'Razn del Incremento:  (%) '); readln(T); T:=T/100;
   write(b:21,'Renta  Inicial      :      $'); readln(R);
   write(b:21,'Tasa de Inters (%) :       '); readln(i); i:=i/100;
   write(b:21,'Nmero de Perodos  :       '); readln(n); k:=n;
   write(b:21,'Edad de la Persona  :       '); readln(z);
   writeln; writeln;
   write(difs,b:21,'Razn del Incremento:  ',T:2:2); writeln(difs,' %');
   write(difs,b:21,'Renta  Inicial      :  $',R:10:4); writeln(difs);
   write(difs,b:21,'Tasa de Inters (%) :  ',i:2:4); writeln(difs);
   write(difs,b:21,'Nmero de Perodos  :  ',n:2); writeln(difs);
   write(difs,b:21,'Edad de la Persona  :  ',z:2); writeln(difs);
   writeln(difs); writeln(difs);
   v:=1/(1+i);  vt := V*T
 end; {accesa_parametros}


 procedure accesa_qx;
 begin
  reset(TablaCS058);
   for j:=1 to 11 do readln(TablaCS058); j:=1;
   while not eof(TablaCS058) do
     begin
       readln(TablaCS058,s); d:=s;
       delete(s,26,35); delete(s,1,15); {35 a partir de la 26a.}
       flag:=decode(s,l[j]);
       delete(d,1,50);                 {50 a partir de la 1a.}
       flag:=decode(d,q[j]);
       if not flag then writeln('***C O N V E R T I O N   E R R O R***');
       j:=j+1
     end;
  close(TablaCS058)
 end; {accesa_qx}



 procedure calculos;
 begin
   A_GnAx:=0; A_GnAxv:=0; E_GnAx:=0; E_GnAxv:=0;
   for j:=1 to n do  {Mtodo Exacto Anticipada}
     E_GnAxv := E_GnAxv + R*exp((j-1)*ln(T))*exp(j*ln(v))*(l[z+j]/l[z]);
   m[edad,1]:=E_GnAxv; {writeln(difs,'A : ',E_GnAxv:10:10);}

   e  := n;          {Modelo Propuesto Anticipada (aproximacin)}
```

```
  ee := exp(e*ln(vt));
  d2 := vt-1;
  A_GnAxv := R*v*(((exp(n*ln(vt))-1)/d2)*(1+q[z]/d2)-q[z]*(n*ee)/d2));
  m[edad,2]:=A_GnAxv; {writeln(difs,'B : ',A_GnAxv:10:10); }
  m[edad,3]:=m[edad,2]-m[edad,1]; {writeln(difs,'C : ',m[edad,3]:10:10);}

  For j:=1 to n do  {Mtodo Exacto Vencida}
     E_GnAx := E_GnAx + R*exp((j-1)*ln(T))*exp((j-1)*ln(v))*(l[z+j-1]/l[z]);
  m[edad,4]:=E_GnAx; {writeln(difs,'D : ',E_GnAx:10:10);}

  e  := n-1;          {Modelo Propuesto Vencida (aproximacin)}
  ee := exp(e*ln(vt));                    {vt**e}
  d2 := vt-1;
  A_GnAx := R*((exp(n*ln(vt))-1)/d2-q[z]*vt*((e*ee)/d2-(ee-1)/sqr(d2)));
  m[edad,5]:=A_GnAx;  {writeln(difs,'E : ',A_GnAx:10:10);}
  m[edad,6]:=m[edad,5]-m[edad,4];{writeln(difs,'F : ',m[edad,6]:10:10);}
  writeln(difs,m[edad,1]:10:15,b:3,m[edad,2]:10:15,b:3,m[edad,3]:10:15,B:3,
               m[edad,4]:10:15,b:3,m[edad,5]:10:15,b:3,m[edad,6]:10:15,B:3);
  writeln(m[edad,1]:10:15,b:3,m[edad,2]:10:15,b:3,m[edad,3]:10:15,B:3,
               m[edad,4]:10:15,b:3,m[edad,5]:10:15,b:3,m[edad,6]:10:15,B:3);
  n:=n+1
end; {calculos}


Begin       {Anualidad10p2}
  rewrite(difs);
  accesa_qx;
  accesa_parametros;
  plazo:=n;
  For edad:=z to 90
    do begin
        writeln('Edad : ',edad:3);
        writeln(difs);
        writeln(difs,b:2,'Edad : ',edad:3); writeln(difs);
        writeln(difs,'  n',b:8,'exacta',b:14,'aprox.',
                         b:15,'dif.',b:14,'exacta',
                         b:13,'aprox.',b:18,'dif.');
        writeln(difs,b:10,' antic.',b:14,'antic.',
                         b:18,'    ',b:11,'vencida',
                         b:12,'vencida'); writeln(difs);
        repeat
          writeln('Plazo : ',plazo:3,' aos');
          write(difs,plazo:3,b:3);
          calculos;
          plazo:=plazo+1
        until plazo=maxedad-edad;
        plazo:=k+1; n:=k; z:=z+1
      end;  {for}
  writeln(difs,'O.K.'); close(difs); writeln('O.K.')
End.        {Anualidad10p2}
```

Conclusiones.

El indice inflacionario observado en los últimos años en México ha alcanzado niveles sin precedentes. En 1982 alcanza 98.9%; en 1983 llega al 80.8%; en 1984 es de 59% y adquiere un repunte estructural desde ese año: 63.7% en 1985; 105.7% en 1986 y seguramente se rebasará el 125% esperado para 1987, según cifras oficiales del Banco de México.

Su reflejo es evidente: la inflación paraliza la inversión, frena la producción, reconcentra el ingreso y la riqueza hacia los sectores oligopólicos, amén de incrementar el costo social aumentando la desigualdad económica.

El sector productivo ve limitadas sus posibilidades de desarrollo, no sólo por el costo del dinero, sino por la contracción del mercado interno y el aumento de sus insumos de importación que por cotizarse en dólares, son esencialmente vulnerables del fenómeno inflacionario, dado el deslizamiento devaluatorio del peso.

El sector asegurador no ha sido la excepción dentro de éste contexto; ya que ha visto mermadas las Utilidades Tecnicas o de Balance y sus Reservas.

Si bien es una realidad que la ley protege el dinero de los asegurados que es administrado por las Compañías Aseguradoras, regulando que los instrumentos de inversión elegibles por el asegurador, ofrezcan la máxima seguridad, rendimiento, diversidad y negociabilidad; también es cierto que los beneficios otorgados por el Seguro no se han podido ajustar en términos reales al ritmo inflacionario.

El empleo de anualidades con crecimiento dinámico permite su ajuste y refinamiento, al efectuarse, la comparación de lo planeado con lo observado; así como la aportación de elementos capaces de auditar los resultados de los modelos desarrollados.

Por lo anterior, la tecnologia de la estimación de costo-beneficio aplicada a modelar situaciones que van de acuerdo a la vida económica de nuestro país, se hace cada vez más intensa. Puesto que gracias a ello, se vislumbra la posibilidad de contar con una adecuada planeación en el ramo asegurador, lo cual conlleva a que los asegurados no sean victimas, una vez más, de los fenómenos sociales de complejo y controvertido control.

Cada empresa se sitúa dentro de un marco de referencia particular, respecto a las demás: propio nivel tecnológico, propio nivel del personal, propias características de sus sistemas administrativos. Por ello, es imprescindible que el departamento técnico de cada empresa, determine la influencia que tiene la inflación dentro de cada uno de sus productos, ajustándose los estimadores a los resultados que se obtengan, a efecto de generar estimaciones cada vez más precisas.

Otro beneficio colateral de la utilización de infraestructura técnica capaz de contrarrestar el impacto del fenómeno inflacionario, es que ésta provee un poderoso conjunto de perspectivas, de como una organización puede mejorar su productividad en todos los niveles.

Los planes de seguros que se realicen sin la incorporación de parámetros que definan "explícitamente" el factor inflacionario, están conducidos a sufrir desorden y descontrol en todos los sentidos. En caso de emplear tales parámetros, las empresas seguramente, podrán disponer de todos sus recursos en mejor forma y de todas sus consecuencias positivas.

Bibliografía

Hooker, P. F. & Longley-Cook L. H., <<Life and Other Contingencies>> Institute of Actuaries and the Faculty of Actuaries, Cambridge. Vol I, 1953.

Jordan, Chester Wallace Jr., <<Life Contingencies>> The Society of Actuaries, 1982, U.S.A.

González, Gale Héctor L., <<El Seguro de Vida frente a la Depreciación Monetaria>>. Ediciones Macchi. 1968, Buenos Aires.

Mac Lean, Joseph B., <<El Seguro de Vida>> Ed. C.E.C.S.A., 1982, México D. F.

Bolsa Mexicana de Valores S.A. de C.V., <<Anuario Financiero>>, 1a. edición Aut. C.N.V., 1986, Mexico D. F.

Heyman, Timothy., <<Inversión contra Inflación>>. Ed. Milenio. Junio, 1986. Mexico D. F.

Donald, D.W.A. <<Compound Interest and Annuities-Certain>> Published for the Institute of Actuaries and the Faculty of Actuaries. Heinemann: London, 1975.

Kellison, Stephen G., <<The Teory of Interest>> Fellow of the Society of Actuaries, University of Nebraska. Richard D. Irwin, Inc. 1978, U. S. A.

Moore, Justin H., <<Manual de Matemáticas Financieras>> Ed. Unión Tipográfica Editorial Hispano-Americana, S. A. de C.V. Agosto 1981. México D. F.