

89
Zej



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**MÉTODOS MODERNOS PARA EL ANÁLISIS DE ESFUERZOS
MECÁNICOS Y FLEXIBILIDAD EN SISTEMAS DE TUBERÍA**

T E S I S P R O F E S I O N A L
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA
P R E S E N T A
ARTURO PEÑA MARTINEZ



MEXICO, D. F.

1987



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

	<u>página</u>
INTRODUCCION	1
I. GENERALIDADES	4
II. ESFUERZOS EN SISTEMAS DE TUBERIA	14
2.1 Estado general de esfuerzos	15
2.2 Esfuerzo por peso propio	17
2.3 Esfuerzos por presión interna	20
2.4 Esfuerzos por dilatación térmica	25
2.5 Efectos del tiempo sobre los esfuerzos en altas temperaturas	28
2.6 Esfuerzos por asentamientos de apoyos	33
2.7 Combinación de esfuerzos	34
2.8 Rango de esfuerzos permisibles	39
III. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y METODOS DE SOLUCION.	42
3.1 Consideraciones generales en el planteamiento del problema	43
3.2 Características del problema	45
3.3 Requerimientos de análisis	49
3.4 Principios básicos	52
3.5 Métodos de solución	60

INDICE (cont.)

	<u>página</u>
IV. EFECTOS EN TUBERIA Y EQUIPO INTERCONECTADO	119
4.1 Equipos varios	120
4.2 Recipientes esféricos	124
V ANALISIS DE ESFUERZOS MECANICOS EN LINEA DE VAPOR DEL C.P.Q. NUEVO PEMEX	131
VI Conclusiones	142
Bibliografía	145

INTRODUCCION

La realización de los procesos en plantas industriales y de energía, requiere la utilización de sistemas de tubería, capaces de transportar bajo ciertas condiciones de presión y temperatura líquidos, gases y partículas en suspensión.

La creciente demanda de energía y, en general de los procesos industriales, hacen necesario que dichos sistemas de tubería se diseñen para operar satisfactoriamente en condiciones cada vez más severas; estas condiciones de operación producen esfuerzos mecánicos y deformaciones en los sistemas de tubería, efectos éstos que deberán evaluarse a fin de evitar esfuerzos excesivos sobre los equipos interconectados, ya sea por la deformación propia de la línea o, por desplazamientos de los equipos en los puntos de conexión de la tubería; en ambos casos la tubería deberá proyectarse con la flexibilidad necesaria para absorber dichos efectos.

También deberán protegerse contra esfuerzos mecáni-

-cos excesivos los elementos que integran la soportería de la línea y/o reforzarlos adecuadamente de acuerdo con los resultados obtenidos por el análisis de esfuerzos mecánicos (usualmente llamado análisis de flexibilidad); así como también, proporcionar confiabilidad con respecto a la falla del material de la tubería, al observar que los esfuerzos generados en cada punto del sistema de tubería, se encuentren dentro de el llamado rango de esfuerzos permisibles para el material, establecidos por el código bajo el cual se diseña el sistema.

Se presentan sobre todo en la industria petrolera, innumerables problemas que se resuelven inadecuadamente por aplicación de métodos aproximados (o se envían al extranjero para su solución), teniendo en el país los recursos técnicos-suficientes para resolverlos satisfactoriamente, empleando métodos exactos, según lo determinan los requerimientos del código que gobierne el diseño del sistema de tubería.

Actualmente, se cuenta con métodos e inclusive programas elaborados por compañías especializadas que han sido adquiridos para su aplicación en el país y, resolución de este tipo de problemas, los cuales no son utilizados apropiadamente por falta de personal técnico que conozca los modernos métodos de análisis y, tenga el criterio necesario para el enfoque de este tipo de problemas.

El objetivo del presente trabajo, es proporcionar al estudiante o egresado de Ingeniería, las técnicas modernas

y criterios que se aplican en los métodos sistematizados para el análisis de flexibilidad y esfuerzos mecánicos en los sistemas de tubería, incrementar el aprovechamiento de los recursos técnicos disponibles en el país enfocados a esta problemática, así como el señalar los aspectos más importantes de una etapa necesaria en el diseño de dichos sistemas; siendo el diseño de tubería, la actividad más costosa de las disciplinas involucradas en el diseño de dichas plantas.

CAPITULO

1

GENERALIDADES.

El diseño de un sistema de tubería, considera inicialmente los requerimientos del proceso, esto es, presión temperatura, velocidad del flujo, etc., además de la ubicación de los equipos interconectados, lo cual nos permite desarrollar tentativamente la configuración del sistema de tubería. Posteriormente, deberá analizarse considerando su comportamiento estructural, el cual se presenta debido a los efectos de: peso propio, temperatura, presión, excitaciones inducidas por los equipos conectados, viento, nieve, etc. a los cuales es sometida la tubería.

Un sistema de tubería se puede comparar desde un punto de vista estructural, con un marco irregular en el espacio, llegando a introducirse en ella, durante la fabricación y erección esfuerzos y deformaciones que se presentan durante arranques, operación y paros.

Las restricciones a la expansión térmica, ya sea en los extremos o en puntos intermedios, por medio de anclas, guías o apoyos direccionales, introduce esfuerzos en la tubería debido a cambios de temperatura; así mismo, los movimientos de equipos interconectados, cimentaciones, esto es cualquier factor que modifique la posición relativa de la línea, introduce esfuerzos en el sistema de tubería, los cuales deberán evaluarse a fin de evitar esfuerzos excesivos que produzcan fallas en el material de la misma y, gastos posteriores de elevado costo.

Dentro de los factores que contribuyen a producir esfuerzos en los sistemas de tubería, el más significativo normalmente, es la deformación por variaciones de temperatura; estas deformaciones, en algunos casos, pueden absorberse utilizando juntas de expansión, pero es normalmente preferible el proveer de una adecuada flexibilidad al sistema de tubería por medio del uso de curvas de expansión o, cambios en la configuración de la tubería y conexiones; de esta forma, es imprescindible considerar la importancia relevante que adquiere la configuración del sistema de tubería, a fin de transformar los esfuerzos directos de tensión y compresión en esfuerzos de flexión y torsión, utilizando la flexibilidad inherente del sistema de tubería.

Un sistema de tubería es prácticamente, una estructura tubular y, los métodos de análisis son similares a los aplicados a las estructuras convencionales, a diferencia de que en los primeros las variaciones de temperatura debido a las condiciones del flujo que transportan y, la temperatura de instalación, son significativas. Como respuesta a éstas variaciones pronunciadas de temperatura, el material de la tubería presenta deformaciones relativamente grandes.

Las restricciones impuestas a éstas deformaciones térmicas que producen los esfuerzos por este concepto en la tubería, son usualmente:

- a) Soporte tipo anclaje.
- b) " " guía
- c) " " patín

d) Soporte colgante

E) " de resorte

y en general, los equipos a los cuales se conecta la tubería. El diseño de los elementos estructurales de los diferentes tipos de soportes mencionados se apoya en las fuerzas, momentos y desplazamientos que nos proporcionan los resultados del análisis de esfuerzos mecánicos y flexibilidad del sistema de tubería.

Existen también, como consecuencia del efecto de temperatura, las siguientes diferencias con respecto a las estructuras convencionales: los cambios de dirección, en este caso codos de 1.5 diámetros de radio (codos de radio largo) y, las curvas de 5 diámetros, presentan un comportamiento de flexión diferente al de los tramos rectos de tubería, y estos elementos son considerados por los códigos respectivos con una flexibilidad inherente mayor que los tramos rectos y con un factor de intensificación de esfuerzos, el cual se calcula por medio de las fórmulas presentadas en las normas respectivas. Otra de las diferencias básicas es que el comportamiento de los sistemas de tubería no es elástico perfecto debido a que como resultado del flujo plástico, se presentan redistribuciones de esfuerzo de las partes más esforzadas a las de menor esfuerzo, así como de las condiciones de operación a las condiciones de instalación.

Los cambios de temperatura en el material son de naturaleza cíclica y, la fatiga es importante y considerada al

establecer el rango de esfuerzos permisibles del material. Los métodos de análisis se plantean inicialmente como métodos empíricos, posteriormente como métodos aproximados; éstos métodos son de fácil aplicación y proporcionan una solución cuyos resultados son poco confiables, que pueden aplicarse en aquellos sistemas de tubería que no requieren de un análisis más riguroso, con el fin de evitar el uso de métodos exactos que son, necesariamente más costosos. En la actualidad, se logra un alto grado de exactitud gracias al desarrollo de las técnicas de análisis, el empleo del álgebra matricial y el uso de los sistemas de computación.

Un procedimiento que empleó las técnicas del álgebra matricial, tiene la ventaja de utilizar un simbolismo compacto para el tratamiento de los principios estructurales básicos, lo cual favorece el desarrollo de procedimientos de cálculo aplicables a un gran número de problemas y, hace posible reducir el detalle de las operaciones numéricas requeridas para el cálculo de esfuerzos y deformaciones en un sistema de tubería determinado, a un proceso sistemático de manipulación de matrices. En términos de trabajo manual de cálculo, estos procesos son tediosos (véase ejem. numérico cap.III) y, a menudo llevan consigo más labor que la requerida por los métodos convencionales de análisis, como se hace notar por la gran cantidad de operaciones repetitivas en el ejemplo numérico mencionado; sin embargo, las operaciones numéricas con matrices pueden llevarse a cabo fácilmente en computadoras. Debido a -

esto, se han destinado recursos en compañías especializadas para el desarrollo de programas de computadoras, que realicen en forma rápida las operaciones numéricas.

Existen en el país varios programas para este fin, que han sido habilitados en los sistemas de cómputo y que no se utilizan apropiadamente por falta de personal capacitado en esta rama; cabe señalar que los códigos y normas respectivos, refieren la necesidad de un análisis de esfuerzos mecánicos por métodos exactos en los sistemas de tubería que conectan equipos delicados, como es el caso de turbinas, calderas, etc., tal es el caso de la línea de vapor del Complejo Petroquímico Nuevo Pemex, que se plantea en el capítulo V; en el cual, se utilizó uno de los programas que Petróleos Mexicanos tiene habilitados para esta finalidad, como una alternativa para el cálculo de las operaciones numéricas, cuyos resultados se muestran en el capítulo mencionado y deberán ser comparados con el rango de esfuerzos permisibles para el material, según lo establecen las normas que rigen en el diseño de sistemas de tubería en plantas de potencia (Código ANSI B.31.1), con objeto de lograr los requisitos mínimos necesarios que permitan una construcción segura y eficiente.

Como se verá posteriormente, existen diversos métodos de análisis, pero en el caso de la línea en estudio que se propone como ejemplo y, por consideraciones de seguridad, se aplica el método de análisis de rigideces, siendo éste el más confiable y que nos permite disminuir riesgos con respec-

-to a la seguridad del personal de operación y de la planta - misma y gastos posteriores de un elevado costo.

Con objeto de ubicar la línea de vapor en estudio en el Com-- plejo Petroquímico Nuevo Pemex, se hace una breve descripción del mismo; este Complejo Petroquímico ha sido proyectado, --- como respuesta a las necesidades del tratamiento del gas pro- veniente de los campos terrestres de Chiapas, Tabasco y, ma- rinos del golfo de Campeche, principalmente.

En la explotación de los pozos, se obtienen asoci- dos aceite crudo y gas , en proporciones variables según los yacimientos. En el Complejo Petroquímico en cuestión, se obten- drá gas natural seco y dulce, propano y butano, azufre, etano pentano, hexano y naftas que se envían a otros centros para - su procesamiento.

Se encuentra ubicado, en el municipio del Centro en el estado de Tabasco, al sureste de la ciudad de Villahermosa y, próxi- mo a los límites de los estados de Tabasco y Chiapas, ocupa una superficie de 464 has. y se encuentra a una altura prome- dio de 25 m. sobre nivel de mar. Está constituido por:

Dos plantas endulzadoras de Gas amargo.

con una capacidad de 731 MMPCSD

Dos plantas recuperadoras de azufre.

con una capacidad de 720 ton/día.

Una planta endulzadora y estabilizadora de Hidrocarburos con-

-densados; capacidad: 24,000 barriles/día.

Dos plantas recuperadoras de etano y licuables

con una capacidad de 952.8 MMPCSD.

Una planta tratadora y fraccionadora de hidrocarburos

con una capacidad de 103,176 barriles/día

Una área de almacenamiento.

capacidad: 165,000 barriles en 8 esferas

700,000 barriles en tanques verticales.

Area de servicios auxiliares.

Las instalaciones en ésta área proporcionan:

Abastecimiento y tratamiento de agua.

Generación de vapor.

Generación de energía eléctrica.

Enfriamiento de agua.

Tratamiento de efluentes.

El agua necesaria para la operación del Complejo se capta de pozos del río Carrizal, mediante una bocatoma donde se han -- instalado las bombas necesarias para enviarla hacia la planta de pretratamiento de agua (capacidad 90 m³/min.) del Complejo, en la cual se acondiciona para su uso industrial. por ejemplo en el suministro a calderas.

Para la generación de vapor se cuenta con:

4 Calderas de 1475 psig., 830°F

capacidad : 239 ton/hr.

2 Calderas de 850 psig., 900°F

capacidad : 200 ton/hr.

2 Calderas de 650 psig., 750°F

capacidad : 22 ton/hr. Siendo las líneas de descarga de éstas dos últimas calderas, las que se proponen para su análisis de esfuerzos mecánicos y flexibilidad.

Con respecto a la generación de energía eléctrica, se cuenta con tres turbogeneradores; esto es:

1 Turbogenerador de gas diesel

capacidad de 24 MVA.

2 Turbogeneradores de vapor

capacidad de 45 MVA cada uno.

El área de tratamiento de efluentes tiene como objeto reducir la contaminación ambiental preservar la ecología de este lugar, y cuenta con las instalaciones necesarias para tal fin. Área de quemadores.

Se cuenta con sistemas de quemado de emergencia, en caso de que por alguna falla, fuego ó mantenimiento, se tenga necesidad de depresionar el equipo; en esta área se cumple con las normas vigentes de protección a la salud y el medio ambiente.

Área de trampas de diablos.

Es la zona de arribo de las materias primas para el complejo y salida de los productos del mismo, además de ser uno de los elementos principales para el mantenimiento de líneas de conducción (líneas fuera del área de plantas).

Area administrativa, integrada por:

Area de la Subdirección de Proyectos y Construcción de Obras.

Area de la Gerencia de Petroquímica.

Las cuales, para el desarrollo de sus funciones cuentan con: edificio administrativo, edificio de control, helipuerto, central contra incendio, servicio-médico, laboratorio de mecánica de suelos, laboratorio central, taller mecánico, de combustión interna, civil, de soldadura, tubería y pailería, eléctrico, de instrumentos, cambiadores de calor, almancen, cobertizo y patios.

ESFUERZOS EN SISTEMAS DE TUBERIA**C A P I T U L O****11**

2.1 ESTADO GENERAL DE ESFUERZOS.

En los sistemas de tubería, existe normalmente un estado de esfuerzos inicial, debido a la instalación y habilitación de uniones finales de cada elemento, contracción de la soldadura y, en general por la instalación de la misma, así como por fabricación; a estos esfuerzos, deberán adicionarse los esfuerzos debidos a la operación misma del sistema que en el caso de considerar elevadas temperaturas del fluido a conducir, los esfuerzos desarrollados por las restricciones impuestas a la expansión térmica (esfuerzos de flexo-compresión y torsión) son considerablemente mayores a los originados por otras causas.

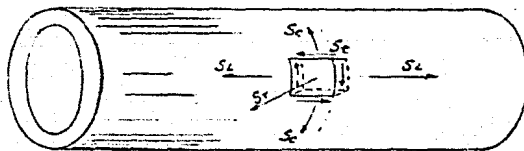


fig. 2.1 Estado general de esfuerzos.

De la figura anterior, tenemos:

S_l = esfuerzo longitudinal.

S_c = esfuerzo circunferencial.

S_r = esfuerzo radial.

S_t = esfuerzo torsionante.

Existen diversos criterios bajo los cuales se pueden clasificar las causas que originan el estado de esfuerzo; por ejemplo: cargas en operación y fuera de operación, cargas vivas y cargas muertas, cargas sostenidas y cargas ocasionales, etc; en general, los esfuerzos desarrollados en los sistemas de tubería son debidos a:

Peso propio de la línea y accesorios.

Diferencia de presiones interna y externa.

Cambios de temperatura.

Asentamientos de apoyos.

Errores de fabricación en tubería.

Cargas periódicas por conexión a equipos.

Existen además otro tipo de cargas que actúan solo eventualmente y que muy ocasionalmente alcanzan los valores máximos de diseño, como las producidas por: viento, nieve y sismos; su influencia en la evaluación de los esfuerzos ya está considerada en los códigos respectivos.

Un elemento del sistema de tubería, estará sujeto a 3 fuerzas y 3 momentos en cada extremo de conexión como resultado de la combinación de los diversos factores de carga (fig. 2.2).

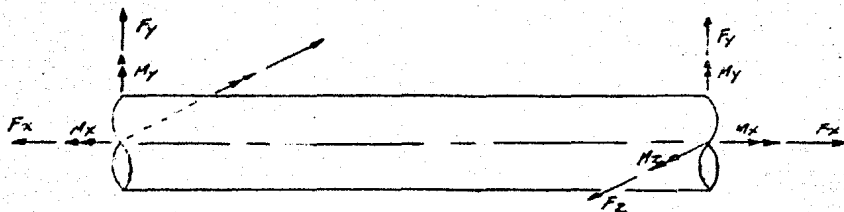


fig. 2.2 fuerzas y momentos que actúan en los extremos del elemento.

- F_x = fuerza axial dirección x.
 F_y = " cortante dirección Y.
 F_z = " " " Z
 M_x = Momento torsionante dirección X.
 M_y = " flexionante " Y.
 M_z = " " " Z.

2.2 Esfuerzos por peso propio de la línea.

Los esfuerzos originados por el peso propio de la línea y accesorios (válvulas, bridas, aislamiento, etc.) son similares a las estructuras estáticas convencionales.

En el caso específico de la línea de vapor de media presión (650 psig. 750 °F), en la sección correspondiente a salida de calderas, líneas 16"VM-6100-T1D(AC) y 16"VM-6200-T1D(AC) se tiene una separación promedio de 5 mts. en los soportes-

elevados de tubería y, de 6.50 mts. en los demás soportes de red. En la norma PEMEX T-101-20B se especifica una separación máxima (de acuerdo al diámetro de la tubería, peso y espesor del aislamiento) de 9.29 mts., se nota claramente que la separación entre soportes es inferior a la máxima permitida por la norma mencionada, esto es debido a que paralela a ésta línea se encuentran otras de menor diámetro que, necesariamente requieren menor distancia entre soportes. Consideremos el siguiente tramo de tubería para su análisis de esfuerzo por peso propio:

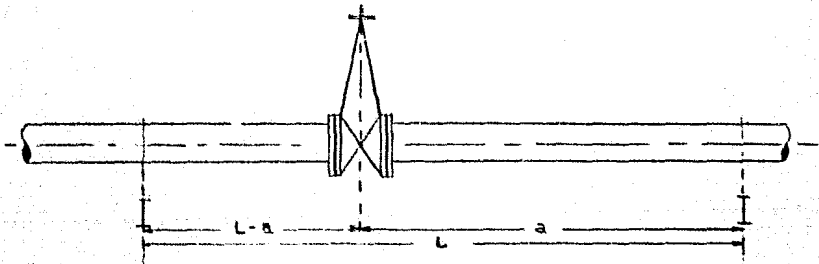


fig. 2.3

En la figura anterior, tenemos:

- a distancia del soporte al centro de válvula.
- L distancia entre soportes.

Por otra parte, considerando:

- q peso de la tubería + aislamiento + fluido.

elevados de tubería y, de 6.50 mts. en los demás soportes de red. En la norma PEMEX T-101-20B se especifica una separación máxima (de acuerdo al diámetro de la tubería, peso y espesor del aislamiento) de 9.29 mts., se nota claramente que la separación entre soportes es inferior a la máxima permitida por la norma mencionada, esto es debido a que paralela a ésta línea se encuentran otras de menor diámetro que, necesariamente requieren menor distancia entre soportes. Consideremos el siguiente tramo de tubería para su análisis de esfuerzo por peso propio:

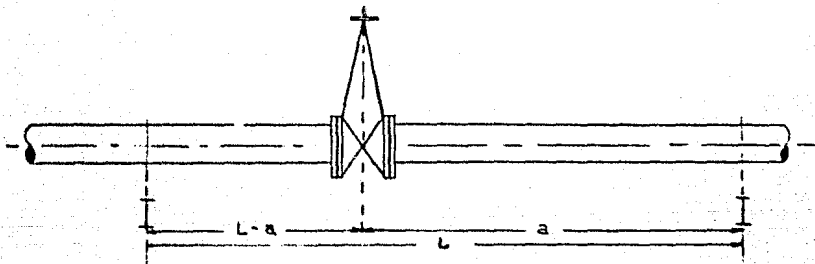


fig. 2.3

En la figura anterior, tenemos:

a distancia del soporte al centro de válvula.

L distancia entre soportes.

Por otra parte, considerando:

q peso de la tubería + aislamiento + fluido.

w peso de la válvula + bridas.

El diagrama de fuerza cortante correspondiente, será:

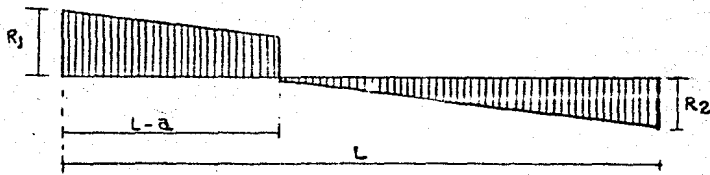


fig. 2.4

Las reacciones se determinan de acuerdo a las ecuaciones de la Estática:

$$R_1 = qL/2 + Wa/L \quad \text{ec. 2.2.1}$$

$$R_2 = qL/2 + W(L-a)/L \quad \text{ec. 2.2.2}$$

El momento flexionante (M_z) será:

$$M_z = (qL/2 + Wa/L)x - qx^2/2 - W(x-(L-a));$$

$$\text{para } L-a \leq x \leq L \quad \text{ec. 2.2.3}$$

Finalmente, el esfuerzo por flexo-compresión en el elemento se evalúa de acuerdo con:

$$\sigma_x = -\frac{M_z}{I_z} y \quad \text{ec. 2.2.4}$$

Expresión en la cual:

\sqrt{x} = esfuerzo por flexo-compresión, dirección x.

M_z = momento flexionante

I_z - momento de inercia del área de la sección con respecto al eje z.

Y = distancia del eje neutro al punto de la sección más alejado.

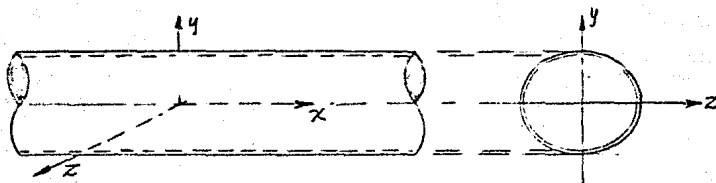


fig. 2.5

El momento de inercia del área de la sección se evalúa de acuerdo con la siguiente expresión:

$$I_z = \pi(D_e^4 - D_i^4)/64 \quad \text{ec. 2.2.5}$$

Por simetría: $I_y = I_z \quad \text{ec. 2.2.6}$

2.3 ESFUERZOS POR PRESION INTERNA.

Debido a que la presión es un escalar (independiente de la dirección) nos produce esfuerzos tanto en sentido longitudinal como en transversal (fig. 2.6).

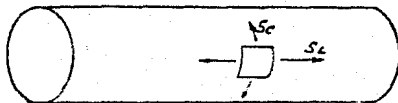


fig. 2.6

Para el análisis de éstos dos tipos de esfuerzo, deben observarse las siguientes consideraciones:

La relación del espesor de pared al diámetro exterior del tubo no debe ser mayor de 0.10 .

La consideración anterior nos permite suponer que los esfuerzos de tensión ó compresión están uniformemente distribuidos en el espesor de pared del tubo.

Los esfuerzos en las membranas cilíndricas son simétricos con respecto al eje del cilindro.

Debe existir continuidad en la estructura.

ESFUERZO LONGITUDINAL POR PRESION INTERNA.

Para el análisis de éste tipo de esfuerzo, consideremos el diagrama de cuerpo libre (figura 2.7) . Por equilibrio estático , la suma de fuerzas del fluido (f_1), actuando contra el extremo del elemento tubular , es igual a la fuerza resistiva (f_2) actuando en la sección transversal del elemento.



fig. 2.7

$$\bar{F}_1 + \bar{F}_2 = 0 \quad \text{ec. 2.3.1}$$

La fuerza originada por la presión del fluido en los extremos de la tubería; es:

$$f_1 = P (\pi r^2) \quad \text{ec. 2.3.2}$$

Expresión en la cual:

P = presión del fluido .

r = radio interno de la tubería.

La fuerza resistiva en la sección transversal, es:

$$\begin{aligned} f_2 &= -S_1 (A) \\ &= -S_1 (2\pi r t) \end{aligned} \quad \text{ec. 2.3.3}$$

sustituyendo en la ec. 2.3.1

$$\begin{aligned} P\pi r^2 - 2\pi r t S_1 &= 0 \\ S_1 &= \frac{Pr}{2t} \end{aligned} \quad \text{ec. 2.3.4}$$

Esfuerzo circunferencial (S_c) por presión interna.

Haciendo un corte longitudinal a la tubería, que la divide en dos partes iguales:

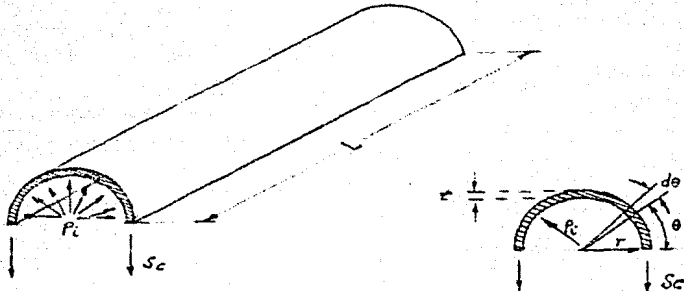


fig 2.8

De la figura, se observa que las componentes horizontales de la presión en dirección radial, se anulan entre sí en virtud de la simetría respecto al eje vertical.

En dirección vertical, de acuerdo con el equilibrio estático, tendremos :

$$\sum f_y = 0 \quad \text{ec. 2.3.5}$$

sustituyendo:

$$-2S_c t L + \int_0^{\pi} P \sin \theta (r d\theta) L = 0$$

Integrando:

$$-P r L \left[\cos \theta \right]_0^{\pi} = 2 S_c t L$$

$$Pr = S_c t$$

$$S_c = Pr/t \quad \text{ec. 2.3.6}$$

Deberá notarse que el esfuerzo circunferencial (S_c), es el doble del esfuerzo longitudinal (S_l); esto es :

$$S_c = 2S_l \quad \text{ec. 2.3.7}$$

Lo anterior implica que si el material de la tubería falla -- por presión interna, dicha falla se localizará longitudinalmente en la tubería.

La expresión del esfuerzo circunferencial (S_c ..ec. 2.3.6) se utiliza, con algunas modificaciones para el cálculo del espesor de pared de la tubería. El código ANSI B.31.1, especifica la siguiente expresión:

$$T_m = \frac{P D}{2(SE + YP)} + C \quad \text{ec. 2.3.8}$$

En la relación anterior:

- T_m = mínimo espesor teórico de pared.
- P = presión de diseño
- D = diámetro externo.
- S = esfuerzo permisible del material a la temperatura de diseño.
- Y = factor de corrección. Función del material y la temperatura.
- C = factor de corrección por corrosión.

E = factor de eficiencia de junta longitudinal.

Deberá considerarse además, un factor que tome en cuenta la tolerancia por fabricación en el espesor de pared, de acuerdo igualmente, a las especificaciones del código en consideración; Finalmente, el espesor mínimo requerido será :

$$T = T_m f \quad \text{ec. 2.3.9}$$

expresión en la cual:

T = espesor de diseño de la tubería.

f = factor de corrección por fabricación.

El espesor de pared especificado será finalmente, igual al calculado, si existe comercialmente ó, el inmediato superior.

2.4 ESFUERZOS POR DILATACION TERMICA.

El efecto de variación de temperatura en los materiales metálicos, produce en estos una expansión ó contracción, la cual se evalúa de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\Delta L = \alpha L (\Delta t) \quad \text{ec. 2.4.1}$$

Expresión en la cual:

ΔL = incremento de longitud.

L = longitud inicial.

Δt = incremento de temperatura.

α = coeficiente de expansión térmica.

El incremento de temperatura (Δt) se determina, en los sistemas de tubería en función de las temperaturas de instalación y de operación. Un examen más detallado, nos muestra que el coeficiente de expansión es función también de la temperatura para un material dado; esto es:

$$\alpha = f(t) \quad \text{ec. 2.4.2}$$

Los diferentes valores que adquiere el coeficiente de expansión para los materiales comunmente utilizados en los sistemas de tubería, al variar la temperatura, se encuentran tabulados en los códigos respectivos.

La magnitud de los esfuerzos desarrollados por efecto de variación de temperatura, comparados con esfuerzos directos de tensión (ó compresión) para producir una deformación lineal de la misma magnitud, será:

$$\bar{V} = E \frac{\Delta L}{L} \quad \text{ec. 2.4.3}$$

$$\frac{\Delta L}{L} = \alpha(\Delta t) \quad \text{ec. 2.4.4}$$

$$\bar{V} = E\alpha(\Delta t) \quad \text{ec. 2.4.5}$$

Considerando :

$$\Delta t = 680 \text{ }^\circ\text{F}$$

$$\alpha = 7.6 \times 10^{-6} / \text{ }^\circ\text{F}$$

$$E = 24000 \text{ Ksi}$$

sustituyendo, obtenemos:

$$\begin{aligned} \nabla &= 1.24 \times 10^5 \text{ psi.} \\ &= 8720.31 \text{ Kg/cm}^2 . \end{aligned}$$

La fuerza aplicada en la sección transversal de un elemento tubular de las siguientes características :

$$D = 60.96 \text{ cm.}$$

$$t = 2.46 \text{ cm. (espesor de pared)}$$

$$A = 452.25 \text{ cm}^2 \text{ (área secc. transversal)}$$

será: $F = \nabla A$

sustituyendo: $F = 3,942.8 \text{ ton.}$

De los resultados anteriores, se observa que es indispensable transformar los esfuerzos directos de tensión ó compresión en esfuerzos de flexión y torsión, lo cual se logra por efecto de los cambios de dirección en el sistema de tubería, los cuales en algunos casos son inherentes al sistema mismo; en caso contrario y, cuando así se requiera deberá proyectarse una configuración diferente del sistema que permita la flexibilidad necesaria para absorber esta deformación; usualmente se ubican curvas de expansión en aquellos tramos de tubería que no presentan la flexibilidad necesaria.

2.5 EFECTOS DEL TIEMPO SOBRE LOS ESFUERZOS EN ALTAS TEMPERATURAS.

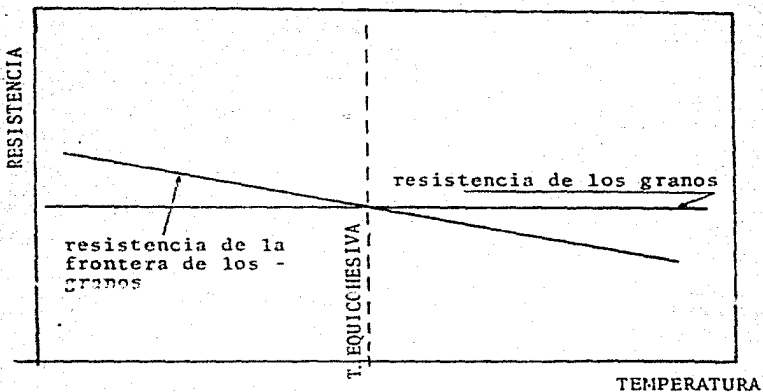
Los esfuerzos debidos a la expansión térmica no se comportan elásticamente através del tiempo, ya que como resultado de la termofluencia (fluencia ó cedencia activada por temperatura) se presenta una relajación de los esfuerzos.

El mecanismo de ésta relajación, obedece a que a bajas temperaturas, en las fronteras de grano del material, debido a una falta de coincidencia entre granos adyacentes, se modifica la evolución de los movimientos de dislocación, de esta forma la frontera de grano restringe la deformación del material.

A temperaturas más elevadas, los movimientos atómicos permiten la evolución de los movimientos de las dislocaciones; ya que, las fronteras de grano son fuente de átomos y vacantes, permitiendo así que la deformación se incremente, de esta forma al elevar la temperatura, el efecto de las fronteras de grano se invierte, de resistirse a la deformación a favorecerla.

La temperatura a la cual se presenta este efecto de inversión se llama temperatura equicohesiva (ver fig. 2.9).

La resistencia transgranular, como puede observarse de dicha gráfica se mantiene constante, mientras que la resistencia intergranular disminuye al aumentar la temperatura; el punto de resistencia común es el llamado punto de temperatura equicohesiva.



RELACION ENTRE TEMPERATURA Y TIPO DE FRACTURA.

fig. 2.9

La reducción del esfuerzo como resultado de la termofluencia, se llama relajación; la cual se observa en el extremo frío de la gráfica esfuerzo-tiempo (fig. 2.10).

Deberá considerarse que los esfuerzos originados por presión interna y peso, se mantienen constantes, independientemente de la reducción del esfuerzo térmico por el efecto de termofluencia.

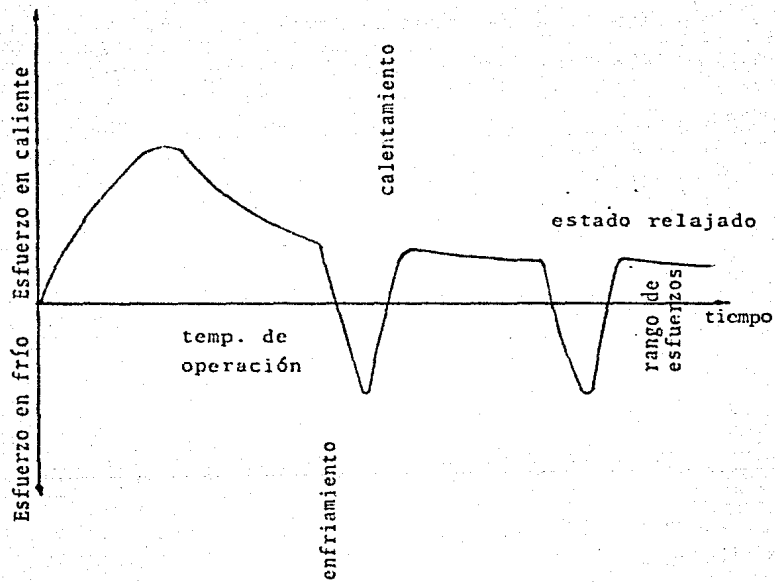


fig. 2.10 Efectos del tiempo sobre los esfuerzos.

Las restricciones impuestas a la deformación térmica, nos dan como resultado, los esfuerzos por este concepto en la línea; siendo estos los más importantes por su magnitud en líneas cuyas temperaturas de instalación y operación son marcadamente diferentes. En la línea de vapor en estudio, la temperatura promedio de instalación es de 294 °K y la temperatura de operación es de 670 °K.

Esfuerzos de flexo-compresión por expansión térmica.

La cuantificación de estos esfuerzos se hace por medio de la siguiente expresión:

$$\bar{\sigma}_x = \frac{N_x}{A_x} + \frac{M_y}{I_y} Z + \frac{M_z}{I_z} Y \quad \text{ec. 2.5.1}$$

En la cual :

$\bar{\sigma}_x$ = esfuerzo de flexo-compresión.

N_x = fuerza axial en la tubería.

A_x = área efectiva de la sección transversal.

M_y = momento flexionante, dirección Y.

M_z = momento flexionante, " Z.

I_y = momento de inercia del área de la sección transversal, con respecto al eje Y.

I_z = momento de inercia del área de la sección transversal, con respecto al eje Z.

Y, Z = coordenadas del punto en el plano de la sección transversal.

Para tubos curvos, deberá introducirse un factor de intensificación de esfuerzos (i), el código ANSI B.31 define este factor en función del radio de curvatura, diámetro y espesor de la tubería; de esta forma, el esfuerzo por flexo-compresión en codos normales ó de gajos, será:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{A_x} + \frac{M_y}{I_y} Z(i) + \frac{M_z}{I_z} Y(i) \quad \text{ec. 2.5.2}$$

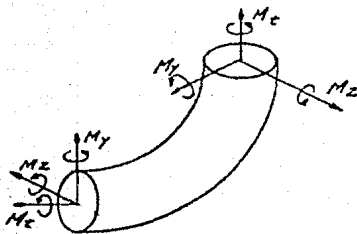


fig 2.11

Esfuerzo cortante producido por el momento torsionante. Este tipo de esfuerzo se origina principalmente por la expansión térmica y, se evalúa por medio de la siguiente expresión:

$$\tau = \frac{M_t}{J} (\tau) \quad \text{ec. 2.5.3}$$

Expresión en la cual:

τ_x = esfuerzo cortante.

J = momento polar de inercia.

r = radio.

El momento polar de inercia (J), por tratarse de sección transversal circular, observa la siguiente relación con respecto al momento de inercia :

$$J = 2I$$

ec. 2.5.4

2.6 ESFUERZOS POR ASENTAMIENTOS DE APOYOS.

Existen diversos tipos de apoyos utilizados en los sistemas de tubería, los cuales, son susceptibles de desplazamientos ya que, estos apoyos ó soportes, estarán definidos por su rigidez característica propia.

Estos desplazamientos en los apoyos por cargas en tubería, nos permiten generalmente, disminuir el esfuerzo en la tubería y las reacciones en la soportería. En algunos casos, los desplazamientos en los apoyos no son debidos a las cargas en la tubería, sino que, el propio apoyo se desplaza en forma independiente, como en el caso de las boquillas de equipos interconectados.

Los esfuerzos debidos al peso propio de la línea, presión interna y restricciones impuestas a la deformación térmica, son los que adquieren mayor importancia, por su orden de magnitud con respecto a los esfuerzos ocasionados por otras causas, como son : nieve, viento y sismos; efectos estos que sólo actúan -- eventualmente y, normalmente no alcanzan los valores máximos -- de diseño. La norma Pemex referente al diseño de tubería en -- plantas industriales, norma 2.374.03 nos indica que su influencia en la evaluación del esfuerzo ha sido considerada previamente en los valores asignados al esfuerzo permisible del material a la temperatura de operación.

Cuando por consideraciones especiales, el sistema de tubería se encuentra sujeto a una excitación periódica y el analista considere que, de acuerdo a las condiciones de operación, configuración del sistema, fluido a manejar, etc., se requiera introducir la excitación como un factor importante, deberá efectuarse un análisis dinámico de la línea, consideración que se excluye en el presente trabajo.

2.7 COMBINACION DE ESFUERZOS.

Como se ha mencionado, existen diversos factores que originan el estado de esfuerzos en los sistemas de tubería, -- los que cuando se requiere un análisis de esfuerzos riguroso, -- deberán adicionarse a fin de obtener el esfuerzo efectivo en -- un punto considerado del sistema. El análisis por el método de

las rigideces nos permite conocer además de los desplazamientos, los elementos mecánicos (fuerzas y momentos) que actúan en los puntos de interés.

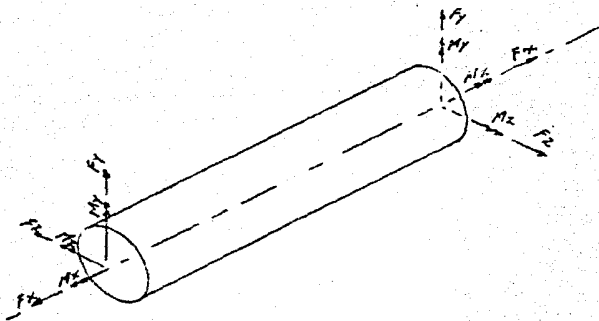


fig. 2.12

Estos elementos mecánicos obtenidos como resultado del análisis por el método exacto (método de rigideces ó método de flexibilidades), deberán cumplir necesariamente con las condiciones de equilibrio estático:

$$\begin{array}{ll}
 \Sigma F_x = 0 & \Sigma M_x = 0 \\
 \Sigma F_y = 0 & \Sigma M_y = 0 \\
 \Sigma F_z = 0 & \Sigma M_z = 0
 \end{array}
 \quad \text{ecs. 2.7.1}$$

El esfuerzo por flexo-compresión (σ_x), será de acuerdo con la

ecuación 2.5.1 :

$$\bar{V}_x = -\frac{N_x}{A_x} + \frac{M_y}{I_y} z + \frac{M_z}{I_z} y$$

Expresión en la cual deberán considerarse los valores de (Y,Z) que produzcan el mayor esfuerzo \bar{V}_x ; esto es, el punto en el plano $x=cte.$ que se encuentra sometido al mayor esfuerzo.

El esfuerzo torsionante (τ_{xy}), está originado principalmente por los efectos de la deformación térmica y se evalúa mediante la siguiente expresión :

$$\tau_{xy} = \frac{M_t}{J} (r) \quad \text{ec. 2.7.2}$$

Expresión en la cual:

τ_{xy} = esfuerzo torsionante total.

M_t = momento torsionante.

J = momento polar de inercia.

r = radio.

El esfuerzo circunferencial (\bar{V}_c) se considera cubierto cuando se ha cumplido con los requisitos impuestos por la ecuación empleada en el cálculo del espesor de pared (ec. 2.3.7) y, deberá sumarse vectorialmente con el esfuerzo torsionante.

El código ANSI B.31.1 considera los esfuerzos por desalojamiento térmico independientes de los esfuerzos originados por otra causa, ya que estos son marcadamente superiores a los

originados por otras cargas como son peso, presión, etc. y es
-pecifica la siguiente expresión para el cálculo del esfuerzo-
máximo por desalojamiento térmico :

$$S_e = (S_b^2 + 4 S_t^2)^{1/2} \quad \text{ec. 2.7.3}$$

Expresión en la cual:

S_e = esfuerzo por desalojamiento térmico.

S_b " " flexo-compresión.

S_t " " cortante.

Se ha considerado en esta expresión, el punto de la tubería -
sujeto al mayor esfuerzo, en el cual, las fibras de la tube-
-ría se encuentran solicitadas como lo indica la siguiente fi
-gura :

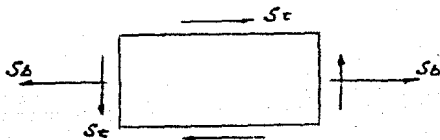


fig. 2.13

Utilizando la teoría del esfuerzo cortante máximo que especi-
-fica el código ANSI B.31.1, se tiene que los esfuerzos prin-
-cipales se obtienen mediante la siguiente expresión:

$$\sigma_1 = \frac{S_b}{2} + \sqrt{(S_b/2)^2 + S_t^2} \quad \text{ec. 2.7.5}$$

$$\sigma_2 = \frac{S_b}{2} - \sqrt{(S_b/2)^2 + S_t^2} \quad \text{ec. 2.7.6}$$

El esfuerzo cortante máximo, será:

$$\tau_{\text{máx.}} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2 \quad \text{ec. 2.7.7}$$

$$\tau_{\text{máx.}} = \sqrt{(S_b/2)^2 + S_t^2} \quad \text{ec. 2.7.8}$$

Por otra parte, de la prueba de tensión uniaxial, se tiene que:

$$\tau_{\text{máx.}} = \sigma/2 \quad \text{ec. 2.7.9}$$

entonces: $\sigma = 2\tau_{\text{máx.}}$ ec. 2.7.10

sustituyendo: $\sigma = 2\sqrt{(S_b/2)^2 + (S_t)^2}$ ec. 2.7.11

$$\sigma = \sqrt{S_b^2 + 4S_t^2}$$

Expresión que especifica el código ANSI B.31.1 denominando al esfuerzo obtenido "esfuerzo por desalojamiento térmico" (ec.-2.7.3)

2.8 RANGO DE ESFUERZOS PERMISIBLES.

El rango de esfuerzos permisibles en sistemas de tubería, considera para su formulación, el material del sistema, así como la temperatura a que estará sujeta la tubería y los factores de seguridad asociados con el diseño.

Los códigos utilizados para el diseño de tubería, nos especifican los diferentes valores que adquiere el esfuerzo permisible del material al variar la temperatura, para cada uno de los materiales de uso común en sistemas de tubería.

Otro factor importante en la formulación del rango de esfuerzos permisibles es considerar que el sistema de tubería tendrá varios ciclos de operación, produciendo expansión y contracción en el mismo y que, las fracturas resultantes de aplicaciones repetidas por cargas de deformación térmica, son similares a la falla por fatiga bajo carga mecánica, debido a esto, los esfuerzos permisibles deben estar relacionados con el número de ciclos anticipados durante la vida del sistema de tubería.

El código ANSI B.31.1 especifica la siguiente expresión para el rango de esfuerzos permisibles:

$$S_a = f (1.25 S_c + 0.25 S_h) \quad \text{eq. 2.8.1}$$

Expresión en la cual:

S_a = valor del rango de esfuerzos permisibles.

Sc = valor del esfuerzo permisible a la mínima temperatura esperada en los ciclos de operación considerados.

Sh = valor del esfuerzo permisible a la máxima temperatura esperada en los ciclos de operación considerados.

f = factor de reducción del rango de esfuerzos permisible.

En la expresión anterior, el código referido, requiere que los esfuerzos debidos al peso de la tubería y accesorios (válvulas, bridas, etc.), líquido contenido, aislamiento y otras cargas externas, se encuentren comprendidas dentro del esfuerzo permisible en caliente (Sh) y considera que los esfuerzos por presión, son seguros cuando el espesor de pared de la tubería está calculado de acuerdo con la expresión 2.3.8 .

Los esfuerzos permisibles Sc y Sh, están limitados a un tercio de la mínima resistencia a la tensión σ , a un 60% de la mínima resistencia a fluencia pura.

Considerando la figura 2.10 (gráfica Esfuerzo-Tiempo), en el primer periodo de operación, un incremento de temperatura produce una deformación que se impone sobre las deformaciones residuales por fabricación, si el total excede al límite, en cualquier punto, se produce una relajación de los esfuerzos iniciales de fabricación y una redistribución del esfuerzo por deformación térmica.

La condición prolongada de una temperatura elevada, reducirá aún más el esfuerzo en la condición de mayor temperatura. La disminución del esfuerzo debido a la carga por deformación térmica, obedece a una deformación plástica del material; la cual es llamada relajación, la cual se muestra en el extremo frío de la gráfica.

El factor de reducción (f) del rango de esfuerzos permisibles es función del número de ciclos anticipados durante la vida del sistema de tubería y, se ha considerado unitario para proporcionar un mínimo de 7,000 ciclos de operación sin falla; para un número mayor de ciclos anticipados, el factor (f) adquiere diferentes valores menores que la unidad, según se determina por pruebas de fatiga sobre el material; el código ANSI B.31.1 nos muestra los valores de este factor en función del número de ciclos, con un límite inferior de 0.5. Si el sistema de tubería considerado estará sujeto a distintas temperaturas de operación, el código mencionado nos indica el criterio a seguir para la determinación de dicho factor.

La falla ocurre en la zona de mayor deformación cíclica localizada y, debido a esto, es necesario aplicar factores de intensificación de esfuerzo para los codos y dobleces, permitiendo así, que los esfuerzos localizados en estos elementos, se mantengan dentro del rango de esfuerzos permisibles.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y METODOS DE SOLUCION

C A P I T U L O

III

3.1 CONSIDERACIONES GENERALES EN EL PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

El diseño inicial de un sistema de tubería se define por los requerimientos funcionales de ella para transportar un fluido de un lugar a otro y, se basa en factores tales como la entrega del flujo volumétrico requerido, minimizando las caídas de presión y las pérdidas de energía.

Los diseños estructural y funcional de un sistema de tubería, están íntimamente relacionados; cuando se introducen codos en un sistema de tubería con objeto de absorber expansiones térmicas, aparecerá un incremento importante en las pérdidas de energía por fricción y, consecuentemente un incremento en los costos de operación. También se incrementarán los costos de instalación debido a longitudes de tubo en exceso, así como los soportes que pudieran ser requeridos. En el diseño estructural de sistemas de tubería deberá considerarse primordialmente, que uno de los principales objetivos es lograr que los costos mencionados sean mínimos. Los factores más importantes que deben ser tomados en consideración, a menudo dependen del tipo de planta en donde se instalará la tubería; por ejem., en los sistemas de tubería de plantas nucleoelectricas, la minimización del riesgo de contaminación ambiental, será necesariamente el factor más importante.

El diseñador de tubería, desde el punto de vista estructural, deberá proveer flexibilidad suficiente a los sistemas, para asegurar que las expansiones y contracciones térmicas de la tubería no produzcan grandes esfuerzos ó deformaciones cíclicas, tales que induzcan a la falla por fatiga en el material; el diseñador entonces, deberá evitar este problema, haciendo flexible al sistema mediante la introducción de codos ó curvas de expansión, principalmente. También se puede proveer de mayor flexibilidad al sistema mediante el uso de tubería corrugada ó de juntas de expansión. La experiencia y el buen juicio ingenieril jugarán un papel muy importante en el trazo inicial de un sistema de tubería, existiendo reglas rápidas que se pueden seguir para establecer en forma aproximada dicho trazo inicial, siendo en algunos casos un problema difícil.

Cuando se introducen codos y longitudes amplias en un sistema de tubería para abatir esfuerzos por expansión térmica, se pueden presentar como consecuencias otros problemas; por ejem., cuando los tramos de tubería son largos, se requieren soportes intermedios ya que tanto el peso propio de la tubería y accesorios, así como el peso del fluido, podrían producir grandes esfuerzos por flexión. Estos soportes, por sus características, generalmente no introducirán restricción alguna a la deformación térmica de la tubería. Los soportes para tubería se diseñan generalmente para permitir movimien-

-tos en algunas direcciones y, restringirlos en otras, según convenga.

En general deberá efectuarse el análisis de flexibilidad en la línea y reacciones en soportería; análisis en los que deberán considerarse al mismo tiempo los efectos de temperatura, peso propio, cargas de viento, sismo, cargas aplicadas a la tubería por equipos, etc. teniendo cuidado de clasificar adecuadamente las soluciones obtenidas ya que los esfuerzos permisibles difieren para las diferentes categorías de carga.

3.2 CARACTERISTICAS DEL PROBLEMA.

Las características peculiares que presentan los problemas de flexibilidad y esfuerzos de sistemas de tubería con respecto a los problemas usuales de análisis estructural, son:

- 1) Debido a que el diámetro de tubería está determinado por las condiciones de flujo, el espesor de pared (cédula) -- por la presión y grado de corrosión, temperatura y tipo de material, en donde el material a su vez se selecciona de acuerdo a las condiciones de temperatura, corrosión, etc. -- características propias del fluido a conducir, no es factible entonces, disminuir el diámetro ó el espesor de la tubería para mejorar la flexibilidad del sistema.

- 2) El sobreesfuerzo que se presenta en el material de la tubería, no se mejora aumentando el espesor de la misma; por el contrario, ello implica que el sistema se rigidice haciendo más crítico el problema.
- 3) Existen componentes de tubería, tales como codos, que presentan un comportamiento de flexión diferente al de los tramos rectos de tubería, lo cual se refleja en un incremento de la flexibilidad, conjuntamente con un factor de intensificación de esfuerzos.
- 4) Los efectos térmicos que usualmente se consideran como efectos secundarios, son en general los de mayor importancia, pues son los que en la mayoría de los casos gobiernan el diseño de tubería.
- 5) Como resultado de el efecto de temperatura, asociado con cargas sostenidas, se presenta la termofluencia en el material, y por consiguiente, una redistribución de esfuerzos.
- 6) Existe un comportamiento estructural, por efecto de la presión interna, el cual resulta significativo cuando se trabaja con diámetros grandes.

CONDICIONES FUNDAMENTALES AL ANALIZAR EL PROBLEMA.

A continuación se presentan algunas de las condiciones fundamentales más importantes, que deben tomarse en cuenta en el análisis de flexibilidad de los sistemas de tubería:

- 1) Deberán definirse las condiciones de operación normal en que trabajará la línea.
- 2) Es importante que se detecten durante las primeras etapas del diseño, aquellos sistemas que tengan problemas de esfuerzos, especificando si la localización del equipo y de sus boquillas es la más adecuada.
- 3) Deberá conocerse la magnitud de las fuerzas y/o esfuerzos permisibles de los equipos interconectados, así como la contribución de flexibilidad que estos puedan proporcionar al sistema, ya que aunque la práctica usual es considerar que las boquillas son muy rígidas, que corresponde a un límite superior, no siempre será la más real, sobre todo cuando se trabaja con sistemas que operan a temperaturas elevadas.
- 4) Deben especificarse las restricciones que las estructuras de apoyo ó soportes de la tubería puedan ocasionar al desplazamiento de la tubería.
- 5) Es preciso definir la importancia de las diferentes formas de restricciones intermedias tales como: guías, apoyo direccional, anclas, etc. ya que la ubicación de estas restricciones, afecta considerablemente el comportamiento en operación del sistema.

Las restricciones que presentan las fuerzas de fricción en los apoyos ó soportes, generalmente se desprecian, sin embargo, ésta práctica no deberá extenderse a sistemas --

cuyo peso es grande en relación con su rigidez.

- 6) Es necesario definir la importancia y limitaciones en cuanto a pérdidas por caídas de presión, ya que ésta es una restricción para proporcionar flexibilidad al sistema de tubería, modificando el trazo del mismo.
- 7) Deberá considerarse que un buen diseño de soportes y restricciones intermedias, además de absorber los efectos de peso propio, deben reducir fuerzas, momentos y esfuerzos en la tubería así como proteger el equipo interconectado.
- 8) En el diseño de apoyos y soportes de tubería, así como en el análisis, deben especificarse las características de temperatura, presión y fluido con que se pruebe la tubería.
- 9) En los sistemas que trabajan a temperaturas elevadas, es importante considerar el comportamiento no lineal del problema y que el efecto de cargas sostenidas es de vital importancia.
- 10) En sistemas que trabajan a alta presión, debe considerarse que espesores de tubería mayores y más reforzados en las conexiones ramales producen fuerzas mayores, tanto en la conexión como en el equipo interconectado y que, por lo tanto, pueden requerir mayor flexibilidad.

3.3 REQUERIMIENTOS DE ANALISIS.

Dado el considerable número de sistemas de tubería que se requieren en una planta, es necesario efectuar una clasificación de las líneas que se requiere analizar, ya que aún cuando se realicen simplificaciones ó idealizaciones para su análisis de flexibilidad, ello representa una cantidad fuerte de trabajo. La experiencia en este tipo de análisis, ha demostrado que la mayoría de los problemas de esfuerzos en tubería, está asociado con sistemas de tubería que presentan las siguientes características:

- 1) Toda aquellas tuberías que conectan a boquillas de equipo clasificado como crítico; por ejem: calderas, bombas, compresores, turbinas, etc.
- 2) Toda la tubería con temperaturas de -50°F y menores.
- 3) Todas las tuberías con temperaturas mayores de 300°F .
- 4) Toda la tubería de la que se requieran las fuerzas y momentos para información a fabricantes de equipo y para información sobre cargas impuestas en estructuras.
- 5) En general, toda aquella tubería que no satisfaga los requerimientos al respecto, establecidos por los códigos para tubería.

Dado que resulta muy importante que desde el principio el diseñador de tubería considere la necesidad de dar flexibilidad a

-decuada a los sistemas de tubería, existen métodos rápidos (empíricos y aproximados) que definen las longitudes mínimas de los tramos de tubería para proporcionar un trazo con suficiente flexibilidad. Haciendo la aclaración de que estas reglas no deben considerarse de ninguna manera como cálculos formales y, se recomienda que sean utilizadas para definir en forma aproximada la configuración de una tubería. El código ANSI B31.3 establece que no es necesario un análisis de flexibilidad formal de un sistema de tubería si:

- a) Es un duplicado de otra línea que se encuentra operando en forma normal y sin cambios significativos en su sistema, el cual reporta una historia satisfactoria de servicio.
- b) Cuando la línea se juzge adecuada al comparar con sistemas anteriormente analizados.
- c) Si el diámetro es uniforme y no tiene más de dos puntos de fijación (anclas), sin restricción intermedia y, satisface los requerimientos de la siguiente fórmula empírica:

$$\frac{DY}{(L-U)^2} \leq 208.3$$

ec. 3.3.1

Expresión en la cual:

- D diámetro exterior de la tubería [mm].
- Y resultante de la deformación total por desplazamiento [mm], que será absorbida por el sistema de tubería.
- L longitud desarrollada de la tubería [mts].
- W distancia entre puntos de anclaje en línea recta [mts].

La relación anterior se utilizará si se cumple con los requerimientos siguientes:

- 1) El fluido a manejar no es letal.
- 2) La temperatura de operación no se considera crítica.
- 3) La línea no se encuentra conectada a equipos rotativos (bombas, compresores, turbinas)
- 4) El diámetro de la tubería no es mayor de 6 pulg.
- 5) No se requiere reportar cargas ejercidas por el sistema de tubería, sobre las boquillas de equipos interconectados.

3.4 PRINCIPIOS BASICOS.

El concepto de flexibilidad y rigidez es de vital importancia al estudiar el comportamiento de sistemas de tubería, por lo que antes de entrar en más detalles, definiremos estos conceptos. Consideremos el resorte mostrado en la si-guiente figura.

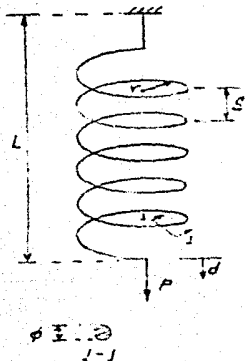


fig. 3.1

Donde:

- L longitud del resorte
- r radio de la hélice
- A área de la sección transver-sal de la barra
- I momento de inercia de la barra
- s paso de la hélice
- E módulo de elasticidad del ma-terial de la hélice.
- P fuerza aplicada.
- d desplazamiento producido
- ø diámetro de la barra.

El concepto de flexibilidad se define como el desplazamiento que produce la aplicación de una fuerza unitaria; es decir:

$$f = \frac{d}{P} \quad [\text{longitud/fuerza}] ; \text{ para } P = 1$$

ec. 3.4.1

El concepto de rigidez se define como la fuerza aplicada -- que produce un desplazamiento unitario.; es decir:

$$k = \frac{P}{d} \quad \text{[fuerza/longitud]}; \text{ para } d=1$$

ec. 3.4.2

Se observa que:

$$fk = \frac{d}{P} \frac{P}{d} = 1.$$

ec. 3.4.3

$$f^{-1} = k$$

ec. 3.4.4

Es decir estos dos conceptos son recíprocos.

Consideremos ahora, los resortes mostrados a continuación ;

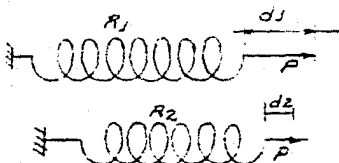


fig. 3.2

Supongamos que ambos resortes están sujetos a la misma carga (P), se dice que el resorte (R₁) es más flexible que el resorte (R₂) si resulta que: $d_1 > d_2$

De lo anterior, podemos observar que la flexibilidad de un resorte depende tanto de las características elásticas del material, como de las características geométricas que posea;

sin embargo, si hablamos de aceros usuales, podemos decir que la flexibilidad del resorte depende únicamente de las características geométricas. Pudiendo establecer que la flexibilidad del resorte, es directamente proporcional a: L, s, r ; e inversamente proporcional a: A, ϕ, E, I

El resorte que tiene la capacidad de permitir más desplazamiento para una misma carga dada, es el que posee mayor flexibilidad.

En forma análoga, un sistema de tubería será más flexible que otro, si tiene la capacidad de absorber más desplazamientos para las mismas cargas.

FACTOR DE FLEXIBILIDAD EN COMPONENTES DE TUBERIA.

Es importante señalar que en barras tubulares ó tubería, la teoría de vigas ó teoría de las secciones planas que se estudia en resistencia de materiales, no se cumple rigurosamente, ya que en realidad deberán ser considerados como cascarones, puesto que su espesor es pequeño en comparación con sus otras dimensiones. Sin embargo, se ha observado que en el caso de barras de eje longitudinal recto, los resultados obtenidos de un análisis como viga, pueden aceptarse sin incurrir en grandes errores, mientras que en el caso de barras de eje curvo (codos), los efectos de cascarón son pronunciados y tiende a producirse un ovalamiento de la sección transversal que se refleja en una disminución del

sin embargo, si hablamos de aceros usuales, podemos decir -
 que la flexibilidad del resorte depende únicamente de las -
 características geométricas. Pudiendo establecer que la -
 flexibilidad del resorte, es directamente proporcional a:

L, s, r : e inversamente proporcional a: A, ϕ, E, I

El resorte que tiene la capacidad de permitir más desplaz-
 -miento para una misma carga dada, es el que posee mayor --
 flexibilidad.

En forma análoga, un sistema de tubería será más flexible -
 que otro, si tiene la capacidad de absorber más desplazamient-
 -tos para las mismas cargas.

FACTOR DE FLEXIBILIDAD EN COMPONENTES DE TUBERIA.

Es importante señalar que en barras tubulares ó tubería, la
 teoría de vigas ó teoría de las secciones planas que se estud-
 -dia en resistencia de materiales , no se cumple rigurosa--
 -mente, ya que en realidad deberán ser considerados como -
 -cascarones, puesto que su espesor es pequeño en comparación
 con sus otras dimensiones. Sin embargo, se ha observado que
 en el caso de barras de eje longitudinal recto, los resultad-
 -dos obtenidos de un análisis como viga, pueden aceptarse --
 sin incurrir en grandes errores, mientras que en el caso de
 barras de eje curvo (codos), los efectos de cascarón son --
 pronunciados y tiende a producirse un ovalamiento de la -
 sección transversal que se refleja en una disminución del -

momento de inercia y en consecuencia un aumento de las defor-
-maciones, por lo que es necesario realizar ciertas modifi-
-caciones a la teoría de vigas, para incluir en los calculos-
-dicho efecto. Usualmente este efecto se considera introducién-
-do al análisis como viga, un factor de corrección a la flexi-
-bilidad.

El primero en introducir el concepto de factor de flexibili-
-dad (k), fué el investigador T. VON KARMAN en sus estudios
análiticos realizados en 1911, los cuales fueron verificados
experimentalmente en 1926 por Hovgaard. Una primera aproxima-
-ción tomada de una solución, está dada por:

$$k = \frac{12 h^2 + 10}{12 h^2 + 1} \quad \text{ec. 3.4.5}$$

Donde:

$$h = \frac{t R}{r^2} \quad \text{ec. 3.4.6} \quad \text{Es la llamada "flexibili-}$$

-dad característica" la cual depende del espesor de la pared -
del tubo "t", del radio medio del tubo "r", y del radio de cur-
-vatura "R" del eje del tubo.

Originalmente, este factor fué usado para corregir los efec-
-tos de flexión en el plano de curvatura, y esta práctica --
continuó hasta que el investigador Vigness en 1934, demostró
que dicho factor se debe aplicar de la misma manera para ---
flexión transversal fuera del plano.

La primera aproximación del factor de flexibilidad dada por T. Von Karman-Hovgaard, fué usada tanto para flexión en el plano como fuera del plano, hasta que el investigador Beskin y otros investigadores más establecieron la necesidad de a-proximar aún más las soluciones para deflexiones proporci-onales cuando la característica "h" decrece abajo de 0.3 la siguiente aproximación sugerida en los desarrollos de Beskin, ha demostrado bastante concordancia con los resultados en los estudios experimentales y es la expresión que se encuen-tra actualmente en vigor en el código ANSI B.31; esta es:

$$k = \frac{1.65}{h} \geq 1 \quad \text{ec 3.4.7}$$

La expresión anterior es aplicable solo para la porción cen-tral de un tubo curvo de arco relativamente grande sujeto a flexión y no considera los efectos de la presión interna. Los efectos de la presión interna sobre la flexibilidad de codos 6" y 12" ha sido investigada por Wahl, quien encontró que la tendencia hacia la restauración de la forma circular de la sección transversal, no es significativa y como resul-tado de ello se ha llegado a la conclusión de despreciar di-cho efecto, sin embargo, esta sugerencia puede no ser apli-cable en codos de radio corto de pared delgada de diámetros grandes.

Por otra parte, existen también los codos seccionados y en es-tos, en base a datos de prueba de laboratorio y experiencia

de servicio, se sabe que estos componentes de tubería poseen incremento de flexibilidad, la cual se aproxima a la de codo curvo, cuando los espacios y angulos mitrados son pequeños, - tanto que un codo seccionado puede llegar a reemplazar a un codo curvo.

Los resultados de pruebas de flexión en el plano, sobre codo de 4 secciones con tangentes de varias longitudes seguidos - por bridas en sus extremos, sobre las cuales el investigador Zomo reporta en una discusión de un artículo de Pardue y Vigness, son de especial interés en este tipo de conexión. El efecto de bridas colocadas en los extremos de codos mitrados es igualmente evidente como sucede en el caso de codo curvo y el factor de intensificación de flexibilidad se aproxima - asintóticamente a un 80% del correspondiente al calculado para codo curvo. La ausencia de desarrollos teóricos y el es- - caso aprovechamiento de los datos de prueba sobre codos sec- - cionados, incluyendo los datos de prueba de carga de flexión hace que en una conexión de este tipo, el coeficiente de in- - tensificación de flexibilidad se calcule conservadoramente - por la siguiente expresión :

$$k = \frac{1.52}{h^{5/6}} \quad \text{ec. 3.4.8}$$

La flexibilidad característica "h" está definida por la misma ecuación dada para el caso de codos curvos, excepto que el ra

-dio de curvatura equivalente "Re" usado en este caso, está definido por:

$$Re = \frac{S}{2} \cot. \theta \quad ; \quad \text{para } S < r(1 + \tan. \theta) \quad \text{ec. 3.4.9}$$

$$Re = \frac{r}{2} (1 + \cot. \theta) \quad ; \quad \text{para } S \geq r(1 + \tan. \theta) \quad \text{ec. 3.4.10}$$

Dónde "s" es el espacio seccionado medido en el centro de la línea ó eje del tubo, "r" es el radio medio de la tubería y "θ" es un medio del ángulo entre ejes de secciones adjuntas.

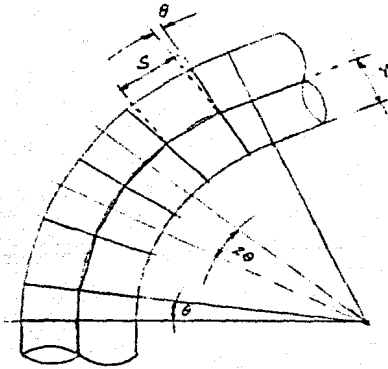


fig. 3.3

En los elementos mencionados, es decir, codo soldable ó tubo doblado y codos mitrados, están de ésta forma afectados por un factor de intensificación de esfuerzos (i), el cual según el código ANSI B.31 se calcula de acuerdo con la siguiente expresión (ver fig. 2.11) :

$$i = \frac{0.9}{h^{2/3}} \quad \text{fuera del plano.} \quad \text{ec. 3.4.11}$$

$$i = \frac{0.75}{h^{2/3}} \quad \text{en el plano de curvatura.}$$

ec. 3.4.12

Tubería corrugada recta ó curva y curvas dobladas, son otras componentes de tubería que presentan incrementos de flexibilidad. Los datos de prueba efectuados sobre estos tipos de componentes, son resumidos en un artículo de Rossheim y Markl, en donde usan $K = 5$ como una primera aproximación, sin embargo, esto deberá ser utilizado con cuidado puesto que la flexibilidad de tubería corrugada ó doblada, varía con el diámetro, espesor y radio de curvatura así como, con el tamaño y contorno de las corrugaciones, el efecto de éstas variables ha sido demostrado.

3.5 METODOS DE SOLUCION

Los métodos de análisis de flexibilidad en sistemas de tubería, se dividen en:

- Métodos simplificados
- Métodos exactos

Los métodos simplificados están basados en suposiciones y a-proximaciones para configuraciones simples, las cuales van desde muy leves hasta muy drásticas y, en general podemos di-vidirlos en tres clases:

La primera clase abarca todos aquellos criterios que son em-pleados solamente como un camino rápido de asegurar que un sistema de tubería definitivamente es o no flexible. Estos m-étodos no consideran en sí, a todos los factores involucra-dos en el problema, sin embargo presentan una forma rápida y económica de tratar varios problemas simples que se presen-tan en la práctica ó bien, pueden ser empleados como un pro-cedimiento en la etapa de diseño preliminar.

La segunda clase de métodos simplificados se emplea en confi-guraciones muy simples de pocos tramos de tubería con dos -extremos fijos únicamente, con esquinas cuadradas ó sistemas simétricos en el plano como curvas de expansión. Las solucio

-nes usualmente se presentan en gráficas y tablas.

La tercera parte de métodos simplificados emplean varias hipótesis para evitar el análisis matemático real y, las propiedades especiales de tubería curva o codos, se consideran en forma indirecta, usualmente como un factor de corrección de longitud virtual.

Primera clase de métodos simplificados

Existen dos criterios, el primero fué propuesto por la Cia. Kellogg sobre la base de su experiencia adquirida en diseño y operación de plantas en el año de 1955 y, es el que actualmente se emplea en el código ANSI B.31.3 en sus requerimientos sobre análisis de flexibilidad que establecimos con anterioridad. Este criterio ha tenido considerables objeciones, primero porque su origen es desconocido y su rango de validez no puede ser examinado teóricamente y, segundo porque no es confiable en configuraciones no usuales que conecten a equipos. Sin embargo, el código en base a su experiencia continúa citándolo en sus últimas ediciones.

Como se menciona anteriormente, esta expresión establece que una configuración de tubería es considerada con flexibilidad adecuada (con las limitaciones antes señaladas), si la relación :

$$\frac{DY}{(L-U)^2} \leq K \quad \text{ec. 3. 5.1}$$

se satisface. Si esta relación no se cumple, significa que se requiere analizar empleando un método de análisis más refinado. Este método no proporciona información directa respecto al rango de reacciones en las terminales de la tubería ó el equipo, sino que trata solamente con la integridad de la tubería.

La relación anterior puede reescribirse:

$$\frac{DY}{U^2(R-1)^2} \leq 0.03 \quad \text{sistema inglés.}$$

donde : $R = \frac{L}{U}$ ec. 3.5.2

Esta relación está dada gráficamente en el libro de la M. W. Kellogg Company. Observando que "Y" considera tanto los efectos de expansión de la tubería, así como los movimientos de los puntos extremos. Aunque la relación anterior no evalúa directamente los esfuerzos, al considerar ó igualar dicha relación con el límite de aceptabilidad (0.03), el rango de esfuerzo máximo actuante (Se) contenido en dicha relación puede ser encontrado como:

$$\frac{DY}{U^2(R-1)^2} = 0.03 \quad \text{ec. 3.5.3}$$

ó bien: $\frac{33.3 DY}{U^2(R-1)^2} = 1 \quad \text{ec. 3.5.4}$

con lo cual:

$$S_e = \frac{33.3 DY}{U^2 (R-1)^2} (S_a) \quad \text{ec. 3.5.5}$$

Donde S_a es el llamado rango de esfuerzos permisibles.

El segundo criterio similar al anterior ha sido propuesto -- por W. Enders, quién establece que dentro de un amplio rango de relaciones geométricas en variedad de configuraciones, in-cluyendo la de dos anclas, pueden evaluarse conservadoramen-te por el uso del siguiente criterio:

$$L \geq U(1+6\sqrt{L'U'}) \quad \text{ec 3.5.6}$$

Expresión en la cual:

L' longitud ficticia

$$= \frac{E}{S_a} \frac{Y}{U} \frac{D}{12} \quad \text{ec. 3.5.7}$$

E módulo de Young.

S_a esfuerzo máximo permisible

Este criterio de Enders establece que si la longitud real de la tubería satisface la ecuación 3.5.6, la tubería no estará sobreesforzada.

Segunda clase de métodos simplificados

Esta clase de métodos incluyen las soluciones presentadas -- por medio de las fórmulas, gráficas y tablas que se aplican a una configuración particular con dimensiones variables y -

limitaciones en el número de tramos. Algunos casos se presentarán a continuación:

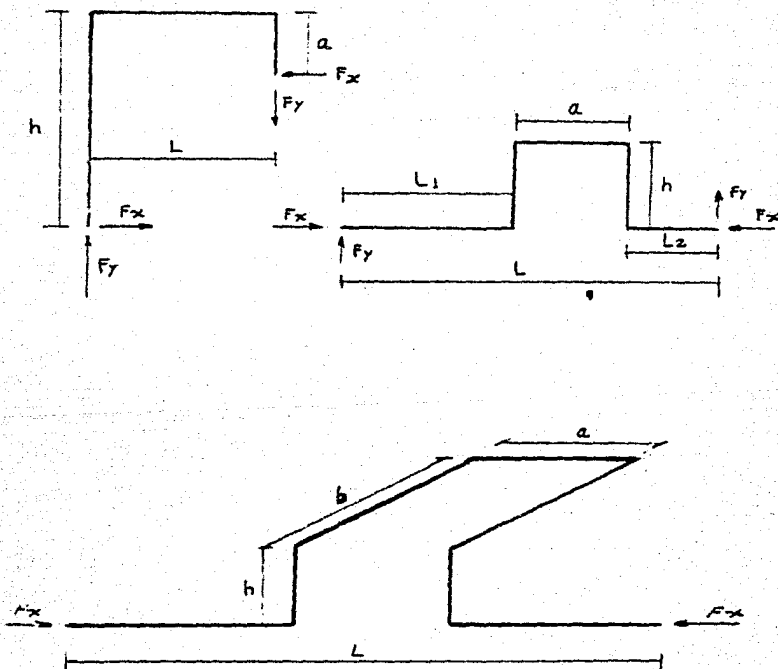


Fig. 3.4

Las fórmulas y gráficas para este tipo de configuraciones se encuentran en libros como el Kellogg y Grinnell de los cuales se hace referencia en la bibliografía.

Tercera clase de métodos simplificados

Los métodos de ésta clase, permiten tratar configuraciones en el plano o en el espacio con dos extremos fijos sin ramas ni restricciones intermedias, pero sin límite en el número de tramos. Mencionaremos en esta sección de métodos simplificados solamente el método del centro elástico por su adecuada aproximación y sencillez.

El método del centro elástico en principio se aplicó a configuraciones en el plano y, usualmente es conocido como método de Mitchell, debido a las simplificaciones y contribuciones que dicho investigador aportó en este método. El concepto de centro elástico aplicado a sistemas de tubería en el espacio, resulta ambiguo, sin embargo "Spielvogel", estudió este problema y llegó a definir el concepto de centro elástico móvil, al trabajar con tres centros elásticos diferentes, correspondientes cada uno de ellos a las proyecciones del sistema de tubería en cada uno de los planos coordenados.

— Método del centro elástico para configuraciones en el plano.

Principios de análisis.

Cuando un sistema de tubería como el mostrado en la siguiente figura, está sujeto a dilatación térmica, las reacciones en las anclas extremas ó boquillas presentan las siguientes características:

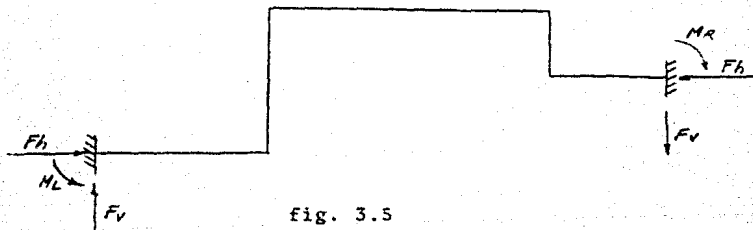


fig. 3.5

- Las reacciones horizontales (F_h) son iguales y opuestas.
- Las reacciones verticales (F_v) son iguales y opuestas.
- Los momentos (M_l) y (M_r) comúnmente, son diferentes.

Se considera que la tubería está fija rigidamente en sus extremos y que los esfuerzos cortantes y normales -- causados por las reacciones son despreciables, considerando únicamente los esfuerzos debidos a momentos de flexión.

El proceso de análisis es simplificado combinando las tres reacciones en cada extremo, en una fuerza tal como se mues-

-tra en la figura:

67

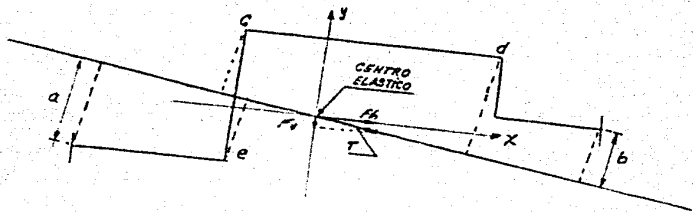


Fig. 3.6.

Las fuerzas F_h y F_v son adicionadas en una fuerza "T" la cual es aplicada a una distancia (a) ó (b) de los puntos de anclaje; así tendremos que:

$$(\vec{T}) \times (\vec{a}) = \vec{M}_1$$

ec. 3.5.8

$$(\vec{T}) \times (\vec{b}) = \vec{M}_r$$

ec. 3.5.9

La fuerza "T" es, en cada extremo, de la misma magnitud y dirección pero de sentido contrario y el punto de aplicación de esta fuerza "T" se localiza en un punto que es conocido como centro elástico del sistema; la línea de acción de la fuerza "T" es conocida como línea de empuje.

Una vez que la fuerza "T" y su posición son encontrados, los momentos en cualquier punto de la tubería (c, d ó e) pue

-den determinarse rápidamente como se muestra en la figura, los momentos estan definidos como el producto de la fuerza "T" por su distancia perpendicular c, d ó e medida desde la línea de empuje al punto considerado.

La naturaleza de los momentos puede ser determinada a partir de la regla de que la cara de compresión de un miembro, es la mas cercana a la línea de acción.

El valor real de la fuerza "T" no requiere ser calculado, solo sus componentes Fh y Fv, ya que el momento en un punto cualquiera será determinado por:

$$M = (F_h)(Y) \pm (F_v)(X) \quad \text{ec. 3.5.10}$$

Siendo Y, X las proyecciones en los ejes ortogonales de la distancia del punto en cuestión sobre la perpendicular a la línea de acción o empuje.

Los puntos donde la línea de empuje cruza el sistema de tubería son puntos de momento cero y, para disminuir esfuerzos en válvulas, juntas, etc., es conveniente que éstas sean localizadas lo más cerca posible de éstos puntos de momento-estático cero.

El centro elástico de un sistema de tubería en el plano, -- corresponde en general al centro de gravedad o centroide del sistema y es localizado en forma similar. Sin embargo, para ubicar el centro elástico, la longitud de cada sección del-

sistema de tubería, debe primero ser dividida por el momento de inercia (I) de la sección transversal del tubo. Si toda la tubería es del mismo diámetro y espesor, el centro elástico y el centro de gravedad coinciden.

Fuerzas ó empujes.

Cuando toda la tubería en el sistema a analizar es del mismo diámetro y espesor, las fuerzas F_h y F_v quedan determinadas por las siguientes expresiones:

$$F_h = \frac{E \alpha I (H + V I_{xy} / I_y)}{144 (I_x - (I_{xy})^2 / I_y)} \quad \text{ec. 3.5.11}$$

$$F_v = \frac{E \alpha I (V + H I_{xy} / I_x)}{144 (I_y - (I_{xy})^2 / I_x)} \quad \text{ec. 3.5.12}$$

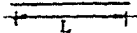

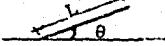
Donde:

- E Módulo de elasticidad (Lb/in^2)
- α Coeficiente de expansión térmica ($\text{in}/100 \text{ ft}$)
- I Momento de inercia de la sección transversal. (in^4)
- H Distancia horizontal entre anclas (ft)
- V Distancia vertical entre anclas (ft)
- I_y Momento de inercia del sistema respecto al eje vertical que pasa por el centro elástico (in^3)
- I_x Momento de inercia del sistema respecto al eje horizontal que pasa por el centro elástico (in^3)

I_{xy} Producto de inercia del sistema alrededor del centro elástico (in^3)

Para la localización del centro elástico y determinar I_x , I_y e I_{xy} tendremos:

- L Longitud de un elemento de la tubería (ft)
 x', y' Coordenadas del centro del elemento "L" a partir del origen preestablecido (ft)
 x, y Coordenadas del centro del elemento cuando el origen es el centro elástico (ft)

posición de la línea.	horizontal 	vertical 	inclinada 
I_x	Ly^2	$Ly^2 + L^3/12$	$Ly^2 + L^3/12 \sin^2 \theta$
I_y	$Lx^2 + L^3/12$	Lx^2	$Lx^2 + L^3/12 \cos^2 \theta$
I_{xy}	Lxy	Lxy	$Lxy + (L^3/12) \sin\theta \cos\theta$

— Sistemas simétricos.

En configuraciones simétricas de tubería como omegas y curvas de expansión, el análisis se simplifica bastante; en este caso la línea de empuje es paralela a la línea que une los extremos o anclas del sistema y, solo será necesario encontrar la coordenada (\bar{y}) del centro elástico, también, $V = 0$ e $I_{xy} = 0$, con lo cual:

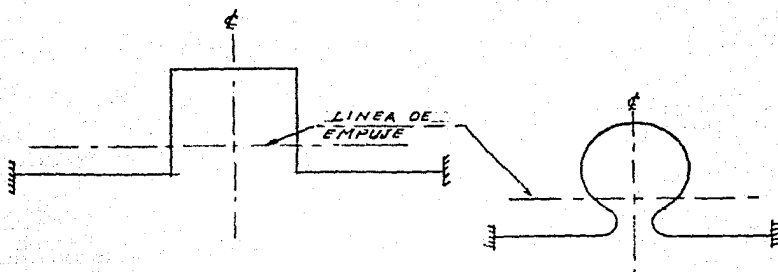


fig. 3.7

$$F_h = \frac{EIH\alpha}{I_x} \quad \dots \quad \text{ec. 3.5.13}$$

$$F_v = 0 \quad \dots \quad \text{ec. 3.5.14}$$

Sistemas de tubería con distinto diámetro ó espesor.

Cuando varios diámetros ó espesores de tubería constituyen el sistema, es necesario, para ubicar el centro elástico, dividir inicialmente la longitud de cada elemento entre su respectivo momento de inercia del área de la sección transversal de cada elemento, de esta forma las cantidades I_x , I_y e I_{xy} también quedan divididas por el momento de inercia respectivo. Denotando esas nuevas cantidades por I'_x, I'_y e I'_{xy} , Las expresiones para las fuerzas resultan:

$$F_h = \frac{E\alpha(H + VI'_{xy}/I'_y)}{144(I'_x - (I'_{xy})^2/I'_y)} \quad \text{ec. 3.5.15}$$

$$F_v = \frac{E\alpha(V + HI'_{xy}/I'_x)}{144(I'_y - (I'_{xy})^2/I'_x)} \quad \text{ec. 3.5.16}$$

Sistemas con movimiento de las anclas.

Dado que las anclas extremas ó en su caso boquillas de algún equipo, presentan movimientos debidos a la operación misma, estos movimientos deberán ser incluidos en los cálculos, ya que estos pueden alterar notablemente los valores de las -- fuerzas y momentos actuantes en el sistema.

Si denotamos con AV los movimientos de las anclas en direc-- ción vertical y con AH los movimientos en dirección horizo-- tal y si las anclas se mueven en la misma dirección que la expansión de la tubería, las fuerzas ó empujes sobre la tube-- ría serán menores y esta reducción está dada por las sigui-- entes relaciones:

$$F_h' = \frac{EI (-AH - AV [I_{xy}/I_y])}{144 I_x - \frac{I_{xy}^2}{I_y}} \quad \text{ec. 3.5.17}$$

$$F_v' = \frac{EI (-AV - AH [I_{xy}/I_x])}{144 I_y - \frac{I_{xy}^2}{I_x}} \quad \text{ec. 3.5.18}$$

Si las anclas se mueven en dirección opuesta a la expansión de la tubería, las fuerzas o empujes se incrementaran y el signo (-) debe cambiarse a (+) en las expresiones anterio-- res.

Métodos exactos de análisis de esfuerzos mecánicos

En el análisis de esfuerzos mecánicos en sistemas de tubería, no solamente hay que considerar la geometría y estática sino también, las propiedades elásticas del material, tales como módulo de elasticidad (E), momento de inercia (I), etc. Normalmente para llegar al diseño final del sistema, se suponen dimensiones preliminares de los elementos del sistema de tubería de acuerdo a los requerimientos de proceso y ubicación de los equipos así como también la localización de los puntos de restricción a la deformación térmica del sistema, se efectúa su análisis correspondiente y con los resultados obtenidos, se procede a los cambios necesarios hasta llegar al diseño final mediante una serie de iteraciones; este diseño final deberá cubrir los requerimientos propuestos en el planteamiento del problema; esto es, que los esfuerzos generados en el sistema de tubería no excedan del rango de esfuerzo permisible (S_a) para el material de la tubería establecido por el código que se aplica en dicho diseño y que las fuerzas y desplazamientos en los puntos de conexión a equipos, sean compatibles con los especificados por los fabricantes de dichos equipos.

Debido a la necesidad de efectuar una serie de análisis para llegar a lo que consideramos el diseño final y, por --

otra parte la complejidad misma de dichos análisis, lo anterior sólo ha sido posible mediante un análisis sistematizado, que se auxilia de la computadora como una herramienta para efectuar rápidamente las operaciones matemáticas.

Los métodos exactos para análisis de esfuerzos en sistemas de tubería, corresponden a los métodos fundamentales de análisis estructural, Los cuales han sido desarrollados matricialmente, con objeto de hacerlos más sistemáticos y facilitar su programación para computadoras. Estos métodos se plantean a continuación y son:

- 1) Método de las fuerzas o flexibilidades.
- 2) Método de los desplazamientos ó rigideces.

Idealización estructural.

En general las estructuras (sistemas de tubería), son sistemas continuos, sin embargo, se idealiza en forma discreta -- con objeto de simplificar su análisis, considerándose como un ensamble ó acoplamiento de un número finito de elementos (tubería recta, codos, válvulas, etc.), los cuales están conectados en un número discreto de nodos ó juntas. Estos elementos son denominados elementos finitos.

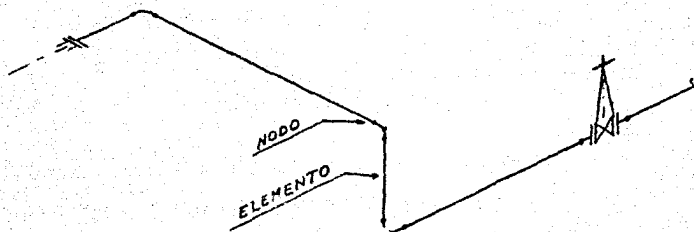


fig. 3.8

Conceptos básicos y definiciones utilizados en el análisis formal de flexibilidad de tubería.

Vectores de fuerzas y desplazamientos generalizados. Considerando el elemento barra, se tiene:

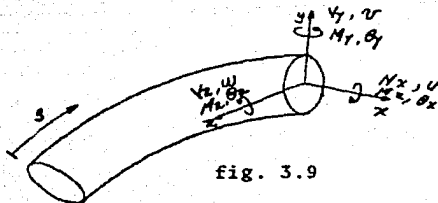


fig. 3.9

Se denota: \bar{P}_i = vector de fuerzas generalizadas en la sección (i).

$$\bar{P}_i = \{N_x, V_y, V_z; M_x, M_y, M_z\} \quad \text{ec. 3.5.19}$$

\bar{d}_i = vector de desplazamientos generalizados en la sección (i).

$$\bar{d}_i = \{u, v, w ; \theta_x, \theta_y, \theta_z\} \quad \text{ec. 3.5.20}$$

Relación entre fuerzas y desplazamientos.

Como se estableció al definir el concepto de rigidez y flexibilidad, la relación entre fuerzas y desplazamientos para sistemas elásticos lineales, resulta:

$$\bar{P} = k \bar{d} ; \quad k = \text{matriz de rigideces. ec.3.5.21}$$

$$\bar{d} = f \bar{P} ; \quad f = \text{matriz de flexibilidades. ec. 3.5.22}$$

Hipótesis de la teoría lineal en análisis estructural:

- 1) Se considera que la estructura es estable.
- 2) Es válido el principio de superposición de causas y efectos; es decir, los efectos de una serie de causas que actúan simultáneamente son iguales a la suma de los efectos de esas causas por separado, para ello se requiere que se tengan las siguientes condiciones:
 - a) Que exista una relación lineal entre esfuerzos y deformaciones, es decir que se cumpla la ley de Hooke.
 - b) que los desplazamientos sean pequeños, lo suficiente para que no se alteren las ecuaciones de equilibrio.
 - c) Que no exista interacción entre fuerza normal y momento flexionante.

Un sistema de tubería ó estructura que cumple con las condiciones anteriores, se dice que es linealmente elástico.

CONDICIONES FUNDAMENTALES.

- 1) El equilibrio de conjunto y de cada una de sus partes.
- 2) La compatibilidad ó continuidad de sus desplazamientos en todos sus puntos.

Estas condiciones deberán satisfacerse simultáneamente y, la formulación de los métodos matriciales se basa precisamente en la forma de hacer cumplir éstas dos condiciones.

ENERGIA ELASTICA DE DEFORMACION.

Para un proceso adiabático, en el cual además no se genera calor en el sistema y cuando las fuerzas se aplican tan lentamente que se desprecia la energía cinética, el caso especial de ésta ley para sistemas conservativos se reduce a:

$$W_e = U \quad \text{ec 3.5.23}$$

Expresión en la cual:

W_e = trabajo hecho por las fuerzas externas durante el proceso de carga.

U = energía total de deformación almacenada en el sistema.

Lo anterior equivale a decir que la suma del trabajo externo y el interno debe ser cero.

Deberá considerarse la aplicación gradual de las cargas desde -
cero a su valor final, por lo que el trabajo será un medio -
de la fuerza total por el desplazamiento.

ENERGIA ELASTICA DE DEFORMACION POR ESFUERZO NORMAL.

Considerando un elemento cuyas aristas sean de dimensiones -
 d_x , d_y , d_z (fig. 3.). la energía desarrollada en dicho ele-
-mento por un esfuerzo normal τ_x , al deformarlo, será:

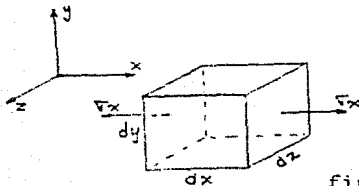


fig. 3.10

$$d_u = \frac{1}{2} \tau_x d_z d_y \tau_x d_x$$

$$d_u = \frac{1}{2} \tau_x \epsilon_x d_x d_y d_z$$

ec. 3.5.24

Para un cuerpo elástico perfecto no hay disipación de energía y el trabajo hecho por un elemento es almacenado como energía de deformación interna recuperable.

De la ec. 3.5.24 la energía de deformación por unidad de volumen, será:

$$\frac{dU}{dv} = \frac{\tau_x \epsilon_x}{2}$$

ec. 3.5.25

La cual es llamada densidad de energía (U_0) ó energía específica de deformación.

ENERGIA ELASTICA DE DEFORMACION POR ESFUERZO CORTANTE.

Considerando nuevamente el cubo anteriormente citado, sometido a la acción de esfuerzos cortantes, tendremos:

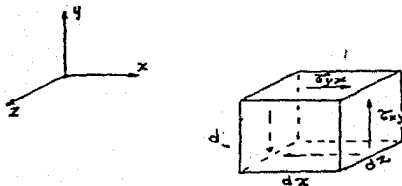


fig. 3.11

La proyección de dicho cubo en un plano $Z = \text{cte.}$, considerando la deformación por esfuerzo cortante σ_{xy} :

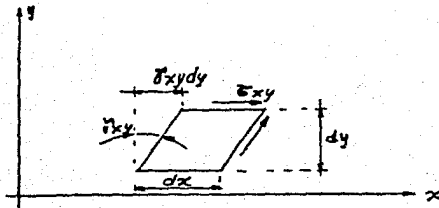


fig. 3.12

La diferencial de energía de deformación por esfuerzo cortante, será:

$$dU = \int \tau_{xy} d_z d_x \gamma_{xy} d_y \quad \text{ec. 3.5.26}$$

$$dU = \int \tau_{xy} \gamma_{xy} d_x d_y d_z$$

La densidad de energía de deformación por esfuerzo cortante se obtiene de:

$$\frac{dU}{dv} = \int \tau_{xy} \gamma_{xy} \quad \text{ec. 3.5.27}$$

ENERGIA DE DEFORMACION POR FLEXO-COMPRESION Y TORSION.

Considerando el principio de superposición, para un estado multiaxial de esfuerzos.

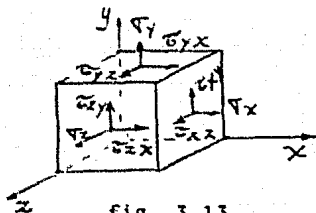


fig. 3.13

La densidad de energía de deformación es:

$$\frac{dU}{dv} = \int [\tau_x \epsilon_x + \tau_y \epsilon_y + \tau_z \epsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{zx} \gamma_{zx}] \quad \text{ec. 3.5.28}$$

Por otra parte, de la ley generalizada de Hooke (materiales elásticos lineales):

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\epsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\epsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

ecs. 3.5.29

Substituyendo 3.5.29 en 3.5.28, obtenemos:

$$\frac{dU}{dv} = \frac{1}{2}(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{\nu}{E}(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x) + \frac{1}{2G}(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)$$

ec. 3.5.30

La cual es la llamada ecuación de la energía específica de deformación para un estado multiaxial de esfuerzos.

— Energía específica de deformación para barras sometida a esfuerzo de flexo-compresión (σ_x) y cortante τ_{xy} , en este caso, la ec. 3.5.30 se reduce a:

$$\frac{dU}{dv} = \frac{\sigma_x^2}{2E} + \frac{\tau_{xy}^2}{2G}$$

ec. 3.5.31

La energía total de deformación por flexo-compresión y cortante, será:

$$U = \iiint \frac{\sigma_x^2}{2E} dv + \iiint \frac{\tau_{xy}^2}{2G} dv$$

ec. 3.5.32

El primer término del segundo miembro, considera la carga axial y flexión en la barra; el segundo término el cortante en la misma

Energía de deformación para barras cargadas axialmente.

En este caso: $\sigma_x = \frac{N}{A}$ ec. 3.5.33

substituyendo la ec. anterior en la ec. 3.5.32, se obtiene:

$$U = \iiint_V \frac{N^2}{2EA^2} dx dy dz \quad \text{ec. 3.5.34}$$

en esta ecuación N,A son funciones de x solamente.

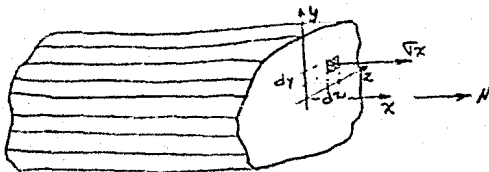


fig. 3.14

$$U = \int \frac{N^2}{2EA^2} \left[\iint_A dy dz \right] dx \quad \text{ec. 3.5.35}$$

$$dA = dy dz \quad \text{ec. 3.5.36}$$

$$U = \int \frac{N^2}{2EA} dx \quad \text{ec. 3.5.37}$$

Energía de deformación por flexión.

En el caso de considerar el esfuerzo ∇_x , por flexión en la barra, utilizaremos la siguiente expresión:

$$\nabla_x = \frac{Mz}{Iz} Y \quad \text{ec. 3.5.38}$$

substituyendo en la ec. 3.5.32, obtenemos:

$$U = \iiint_V \frac{Mz^2}{2EIz^2} Y^2 \, dx dy dz \quad \text{ec. 3.5.39}$$

$$U = \int \frac{Mz^2}{2EIz^2} \left[\iint_A Y^2 \, dy dz \right] dx \quad \text{ec. 3.5.40}$$

pero:

$$Iz = \iint_A Y^2 \, dy dz \quad \text{ec. 3.5.41}$$

substituyendo:

$$U = \int_l \frac{Mz^2}{2EIz} \, dx \quad \text{ec. 3.5.42}$$

En forma similar, considerando M_y , tendremos:

$$U = \int_l \frac{M_y^2}{2EI_y} \, dx \quad \text{ec. 3.5.43}$$

Energía de deformación por torsión. —

Considerando la deformación de la barra por aplicación de un momento torsionante (M_t), tendremos que el esfuerzo cortante

es:
$$\tau = \frac{M_t}{J} \rho \quad \text{ec. 3.5.44}$$

Substituyendo la ec. anterior en la ec. 3.5.32, obtenemos:

$$U = \int_V \frac{Mt^2}{2GJ} r^2 dx dy dz \quad \text{ec. 3.5.45}$$

$$U = \int \left\{ \frac{Mt^2}{2GJ} \int_A r^2 dy dz \right\} dx \quad \text{ec. 3.5.46}$$

Por definición de momento polar de inercia del área de la sección transversal:

$$J = \int_A r^2 dA \quad \text{ec. 3.5.47}$$

substituyendo en la ec. 3.4.46, obtenemos:

$$U = \int \frac{Mt^2}{2GJ} dx \quad \text{ec. 3.5.48}$$

La expresión total de la energía de deformación por flexo-compresión y torsión en la barra es:

$$U = \int \left(\frac{N^2}{2EA} + \frac{Mz^2}{2EIz} Y + \frac{My^2}{2EIy} Z + \frac{Mt^2}{2GJ} \right) dx \quad \text{ec. 3.5.49}$$

Principio de superposición.

En los sistemas de cargas en los que las deflexiones son funciones lineales de las cargas, se puede obtener la deflexión en un punto cualquiera, mediante la suma de las deflexiones producidas individualmente en dicho punto por cada una de las cargas, dichas cargas pueden ser originadas por peso de la tubería, cambios de temperatura, asentamientos de apoyos, errores de fabricación, etc. Es necesario observar que la estructura esté en condiciones de equilibrio estable.

Las ecuaciones generales de superposición, considerando que la estructura del sistema de tubería es hiperestática, se establecen de la forma siguiente.

Se seleccionan las redundantes $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$

en una forma tal que la estructura primaria en condición de equilibrio $X_i=0$, sea estable e isostática, considerando la siguiente notación:

Δ_i = deflexión total del punto i debida a todas las cargas y efectos.

Δ_{i_0} = deflexión del punto i en dirección de la redundante i en condiciones de equilibrio estable e isostático. $X_i=0$

Δ_{it} = deflexión del punto i debida a un cambio de temperatura (Δ_t)

Δ_{ia} = deflexión del punto i debida a asentamientos de apoyos.

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \dots & \epsilon_{1n} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \dots & \epsilon_{2n} \\ \text{"} & \text{"} & \text{"} & \text{"} \\ \text{"} & \text{"} & \text{"} & \text{"} \\ \epsilon_{n1} & \epsilon_{n2} & \dots & \epsilon_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \text{"} \\ \text{"} \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_1 - \Delta_{1o} - \Delta_{1t} - \Delta_{1a} \\ \Delta_2 - \Delta_{2o} - \Delta_{2t} - \Delta_{2a} \\ \text{"} & \text{"} & \text{"} & \text{"} \\ \text{"} & \text{"} & \text{"} & \text{"} \\ \Delta_n - \Delta_{no} - \Delta_{nt} - \Delta_{na} \end{bmatrix}$$

ec. 3.5.51

Teorema de Castigliano.

Suponiendo que el principio de superposición rige y que la energía de deformación se expresa en función de las fuerzas externas, se tiene que:

La derivada de la energía de deformación con respecto a una de las fuerzas ó momentos externos, nos dá el desplazamiento ó el giro de la fuerza ó momento correspondiente, matemáticamente:

$$\frac{\partial U}{\partial P_n} = \delta_n \quad \text{ec. 3.5.52}$$

Supongamos una barra cargada axialmente

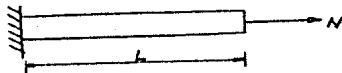


fig. 3.15

La energía elástica de deformación por carga normal, será - de acuerdo con la ec. 3.5.37 :

$$U = \int_0^L \frac{N^2}{2EA} dx$$

Por aplicación del teorema de Castigliano (ec. 3.5.52) :

$$\begin{aligned} \delta_n &= \int_0^L \frac{N}{EA} dx \\ &= \frac{NL}{EA} \end{aligned} \quad \text{ec. 3.5.53}$$

El factor de rigidez de dicha barra, esto es, la fuerza necesaria para producir la deformación unitaria, será:

$$k = \frac{EA}{L} \quad \text{ec. 3.5.54}$$

El factor de flexibilidad correspondiente:

$$f = \frac{L}{EA} \quad \text{ec. 3.5.55}$$

Coefficientes de influencia.

Consideremos la siguiente figura:

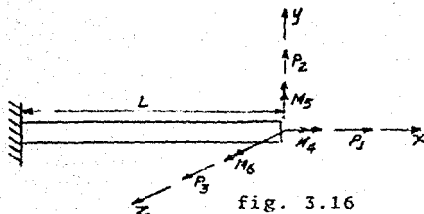


fig. 3.16

Se define como coeficiente de influencia (f_{ij}), para una estructura elástica, al desplazamiento generalizado en la dirección "i", y en el punto "r", al aplicar una acción unitaria generalizada en el punto "j", en otro punto "s" ó, en ese mismo punto "r". Los coeficientes de influencia obtenidos de aplicar la acción unitaria en el mismo punto donde se desea el desplazamiento se conocen también con el nombre de coeficientes de flexibilidad.

De acuerdo al principio de Maxwell-Betti puede establecerse que:

Los desplazamientos "i" en "r", por efecto de acciones unitarias "j" en "s", son iguales a los desplazamientos "j" en "s" por efecto de acciones unitarias "i" en "r"; es decir:

$$f_{ij} = f_{ji} \quad \text{ec. 3.5.56}$$

Para una estructura en el espacio tridimensional, por cada acción unitaria existirán 6 posibles desplazamientos ó coefi

-cientos de influencia para cada uno de sus puntos y, ya que son también seis las posibles acciones unitarias diferentes que pueden aplicarse en un punto, se tendrá para el caso general, un total de 36 coeficientes de influencia para cada punto. En la consideración de estructuras linealmente elásticas, la relación entre acciones y desplazamientos se establecerá, como se mencionó anteriormente, por la relación:

$$d_i = f_{ij} P_j \quad \text{ec. 3.5.57}$$

La cual, expresada matricialmente resulta:

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{16} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{26} \\ f_{31} & f_{32} & \dots & f_{36} \\ f_{41} & f_{42} & \dots & f_{46} \\ f_{51} & f_{52} & \dots & f_{56} \\ f_{61} & f_{62} & \dots & f_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix}$$

Expresión en la cual, la matriz cuadrada f_{ij} es la correspondiente a los coeficientes de influencia generalizados que, en el caso de aplicar las acciones en el punto donde se desean los desplazamientos, se denominará matriz de coeficientes de flexibilidad ó simplemente, "matriz de flexibilidad", la cual tiene la propiedad de ser simétrica si tenemos presente el principio de Maxwell-Betti.

METODO DE LAS FUERZAS O FLEXIBILIDADES.

En los métodos de análisis de sistemas estáticamente indeterminados, primero se seleccionan las N redundantes y sus magnitudes se determinan mediante la aplicación del principio de superposición de causas y efectos, considerando la energía de deformación del sistema; éste es el procedimiento general de este método, el cual permite el planteamiento de las N ecuaciones auxiliares necesarias, con lo cual se obtiene la solución del problema.

Este método de análisis consiste en determinar una solución que cumpla con el equilibrio y, después se obliga a que cumpla con la compatibilidad. Las incógnitas en este caso son las fuerzas generalizadas.

Para ilustrar con un ejemplo lo anterior, consideremos la viga continua de 5 apoyos de la siguiente figura, en la cual se requiere determinar las reacciones.

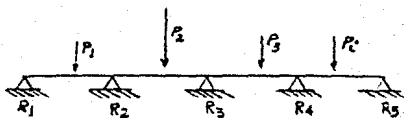
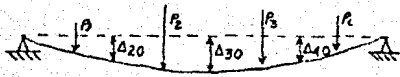


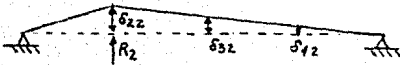
fig. 3.17

Sistema hiperestático de grado 3 ; las redundantes en este caso son: R_2, R_3, R_4

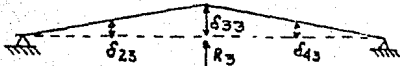
Por aplicación del principio de superposición de causas y --
efectos:



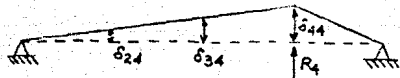
Condición de redundantes = 0



Condición $R_2 = 1$



Condición $R_3 = 1$



Condición $R_4 = 1$

fig. 3.18

Las ecuaciones planteadas , serán:

$$\Delta_2 = \Delta_{20} + \epsilon_{22} R_2 + \epsilon_{23} R_3 + \epsilon_{24} R_4$$

$$\Delta_3 = \Delta_{30} + \epsilon_{32} R_2 + \epsilon_{33} R_3 + \epsilon_{34} R_4$$

$$\Delta_4 = \Delta_{40} + \epsilon_{42} R_2 + \epsilon_{43} R_3 + \epsilon_{44} R_4$$

Debido a que la deformación $\Delta_i = 0$, tendremos:

$$\delta_{22} R_2 + \delta_{23} R_3 + \delta_{24} R_4 = -\Delta_{20}$$

$$\delta_{32} R_2 + \delta_{33} R_3 + \delta_{34} R_4 = -\Delta_{30}$$

$$\delta_{42} R_2 + \delta_{43} R_3 + \delta_{44} R_4 = -\Delta_{40}$$

ec. 3.5.59

Expresando la ecuación anterior en notación índice, tendremos

$$\delta_{ij} R_j = -\Delta_{i0}$$

ec. 3.5.60

Por aplicación del teorema de Castigliano en la expresión de la energía de deformación, se obtienen los coeficientes de influencia (δ_{ij}); esto es:

$$\delta_{20} = \int \frac{M m_2}{EI} dx$$

$$\delta_{30} = \int \frac{M m_3}{EI} dx$$

$$\delta_{40} = \int \frac{M m_4}{EI} dx$$

$$\delta_{22} = \int \frac{m_2^2}{EI} dx$$

$$\delta_{33} = \int \frac{m_3^2}{EI} dx$$

$$\delta_{44} = \int \frac{m_4^2}{EI} dx$$

$$\delta_{23} = \int \frac{m_2 m_3}{EI} dx$$

$$\delta_{24} = \int \frac{m_2 m_4}{EI} dx$$

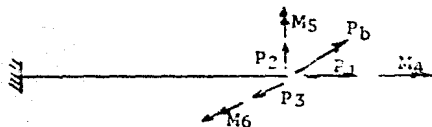
$$\delta_{34} = \int \frac{m_3 m_4}{EI} dx$$

ec. 3.5.61

Substituyendo en la ec. 3.5.59 los valores de los coeficientes de influencia respectivos y despejando de dicha ecuación el vector de reacciones, se obtiene la solución del problema. Esta es la metodología general del método de las fuerzas ó flexibilidades y, será necesario evaluar los coefi

-cientes de influencia (S_{ij}) en cada caso particular.

En general, los coeficientes de influencia para un elemento barra, sometido a un sistema de cargas aplicado en uno de sus extremos, como se muestra en la siguiente figura, se determinan mediante la aplicación del teorema de Castigliano y la expresión de la energía de deformación. Consideremos un elemento barra de longitud "L" sujeto a un sistema de fuer-



$P_b = 1$ vector de fuerzas generalizado.

fig. 3.19

Aplicando el principio de superposición de causas y efectos, podemos considerar cada una de las acciones por separado:

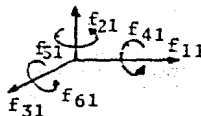
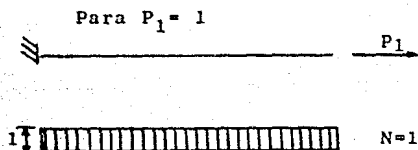


fig. 3.20

$$f_{11} \neq 0 = \int_L \frac{n^2 dx}{E A_x} = \frac{L}{EA_x}$$

$$f_{21} = 0$$

$$f_{41} = 0$$

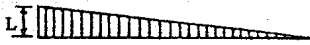
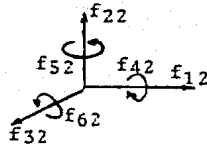
$$f_{61} = 0$$

$$f_{31} = 0$$

$$f_{51} = 0$$

$$\text{ecs. 3.5.62}$$

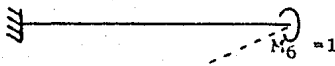
Para $P_2 = 1$



$$f_{12} = 0$$

$$f_{22} = -\int \frac{m_1^2}{EI} dl$$

$$F_{22} = \frac{r^3}{3EI}$$



$$f_{32} = f_{42} = f_{52} = 0$$

$$f_{62} = \int \frac{m_6 m_2}{EI} dl = \frac{L^2}{2EI}$$

ecs. 3.5.63



fig. 3.21

Para $P_3 = 1$

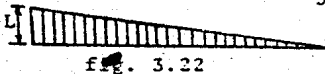
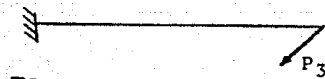
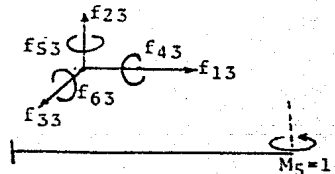


fig. 3.22

$$f_{33} = \int \frac{m_3^2}{EI} dl = \frac{L^3}{3EI}$$

$$f_{53} = \int \frac{m_5 m_3}{EI} dl = -\frac{L^2}{2EI}$$



$$f_{13} = 0$$

$$f_{23} = 0$$

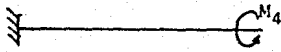
$$f_{33} \neq 0$$

$$f_{43} = 0$$

$$f_{53} \neq 0$$

ecs. 3.5.64

$$f_{63} = 0$$

Para $M_4 = 1$ 

$$f_{44} = \int \frac{m_4^2 d1}{GJ}$$

$$= \frac{L}{GJ}$$

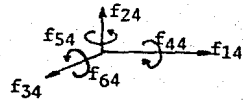


fig. 3.23

$$f_{14} = f_{24} = f_{34} = f_{54} = f_{64} = 0$$

ecs. 3.5.65

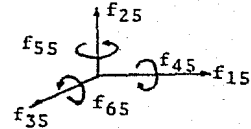
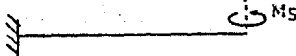
Para $M_5 = 1$ 

fig. 3.24

$$f_{35} = \int \frac{m_3 m_5 d1}{EI}$$

$$= -\frac{L^2}{2EI}$$

$$f_{55} = \int \frac{m_5^2 d1}{EI}$$

$$f_{55} = \frac{L}{EI}$$

ecs. 3.5.66

Para $P_6 = 1$

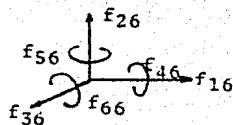
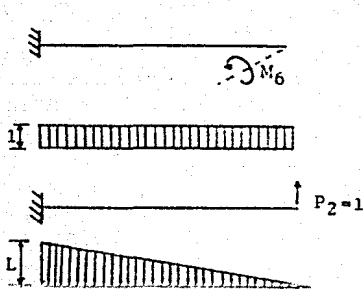


fig. 3.25

$$f_{26} = \int \frac{m_2 m_6}{EI} dl$$

$$= \frac{L^2}{2EI}$$

$$f_{66} = \int \frac{m_6^2}{EI} dl$$

$$= \frac{L}{EI}$$

$$f_{16} = 0$$

$$f_{26} \neq 0$$

$$f_{36} = 0$$

$$f_{46} = 0$$

$$f_{56} = 0$$

$$f_{66} \neq 0$$

ecs. 3.5.67

Resultando por consiguiente la matriz de coeficientes de flexibilidad asociada al punto B para un miembro recto; siendo esta matriz simétrica como se mencionó anteriormente.

Esta matriz sirve como base para la obtención de la matriz de rigidez ya que ésta última es la inversa de la matriz de flexibilidad y, relativamente fácil de obtener; tendremos entonces que:

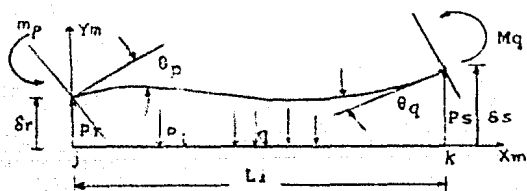
$$f_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{L}{EA} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L^3}{3EI} & 0 & 0 & 0 & \frac{L^2}{2EI} \\ 0 & 0 & \frac{L^3}{3EI} & 0 & -\frac{L^2}{2EI} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{L}{GJ} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{L^2}{2EI} & 0 & \frac{L}{EI} & 0 \\ 0 & \frac{L^2}{2EI} & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{EI} \end{bmatrix}$$

cc. 3.5.68

METODO DE LOS DESPLAZAMIENTOS O RIGIDECES.

La aplicación de este método en el análisis de esfuerzos mecánicos de sistemas de tubería, nos permite determinar el vector de fuerzas generalizadas en los diferentes puntos del arreglo de tubería, así como las deformaciones de la línea y las reacciones en los puntos de apoyo.

La ecuación de equilibrio se expresa en función de los desplazamientos; consideremos la barra "i" sujeta a las solicitaciones mostradas:



desplazamientos
generales.

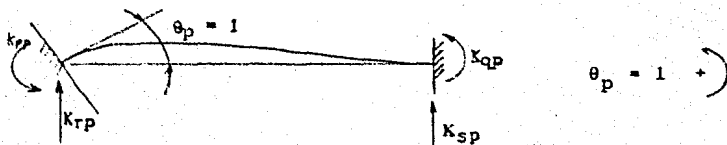
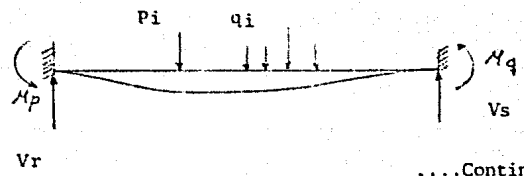
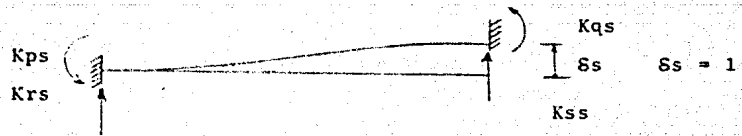
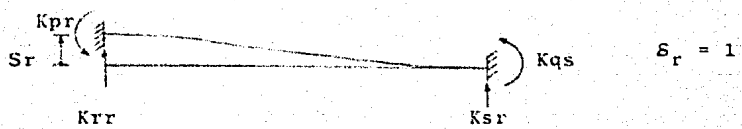
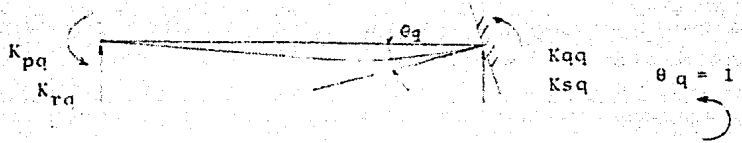


fig. 3.26



....Continuación fig. 3.26

De la figura anterior, aceptando el principio de superposición, tendremos:

$$M_p = k_{pp}\theta_p + k_{pq}\theta_q + k_{pr}\delta_r + k_{ps}\delta_s + \mathcal{M}_p$$

$$M_q = k_{qp}\theta_p + k_{qq}\theta_q + k_{qr}\delta_r + k_{qs}\delta_s + \mathcal{M}_q$$

$$P_r = k_{rp}\theta_p + k_{rq}\theta_q + k_{rr}\delta_r + k_{rs}\delta_s + V_r$$

$$P_s = k_{sp}\theta_p + k_{sq}\theta_q + k_{sr}\delta_r + k_{ss}\delta_s + V_s$$

ec. 3.5.69

En la expresión anterior, se desprecia el efecto de la carga normal, expresando la ecuación anterior matricialmente :

$$\{M\}_i = [K]_i \{\delta\}_i + \{\mathcal{M}\}_i \quad \text{ec. 3.5.70}$$

Donde $\{M\}_i$ son las componentes de acciones sobre barra para mantener equilibrio:

$$\{M\}_i = \begin{Bmatrix} M_p \\ M_q \\ P_r \\ P_s \end{Bmatrix} \quad \text{ec. 3.5.71}$$

$\{\delta\}_i$ son los desplazamientos en los extremos del elemento i :

$$\{\delta\}_i = \begin{Bmatrix} \delta_p \\ \theta_q \\ \delta_r \\ \delta_s \end{Bmatrix} \quad \text{ec. 3.5.72}$$

$\{\mathcal{M}\}_i$ momentos y cortantes de empotramiento perfecto en el elemento i :

$$\{\mathcal{M}\}_i = \begin{Bmatrix} \mathcal{M}_p \\ \mathcal{M}_q \\ V_r \\ V_s \end{Bmatrix} \quad \text{ec. 3.5.73}$$

$[K]_i$ es la matriz de rigidez del elemento, la cual despreciando el efecto de cortante y carga normal, para un elemento de sección constante, será, por inversión de la matriz de flexibilidad :

$$[K]_i = \begin{bmatrix} 4EI/L & 2EI/L & 6EI/L^2 & -6EI/L^2 \\ 2EI/L & 4EI/L & 6EI/L^2 & -6EI/L^2 \\ 6EI/L^2 & 6EI/L^2 & 12EI/L^3 & -12EI/L^3 \\ -6EI/L^3 & -6EI/L^2 & -12EI/L^3 & -12EI/L^3 \end{bmatrix}$$

ec. 3.7.74

Esta es la metodología básica del método de las deformaciones ó rigideces, su procedimiento se ordenará en forma sistemática y las ecuaciones básicas del análisis se presentarán en términos generales.

Consideremos un elemento estructural j-k, se considera una - barra capaz de resistir fuerzas axiales, momentos flectores respecto a dos ejes en el plano de la sección transversal y, momentos de torsión respecto a su eje centroidal.

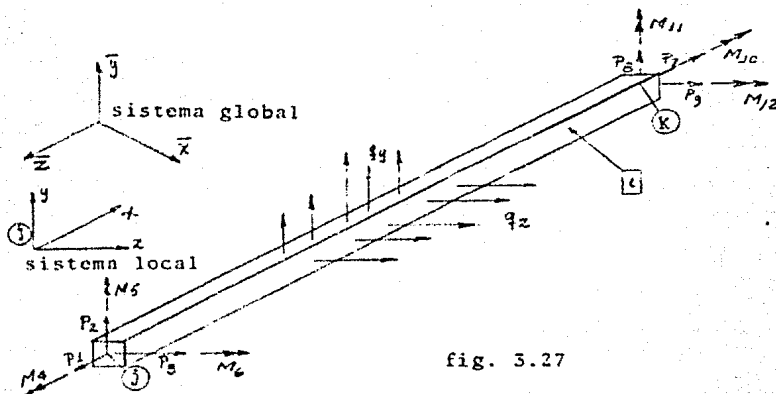


fig. 3.27

Las fuerzas que actúan en la barra i desde el nodo j, hasta - el nodo k, son:

Fuerzas axiales	P_1 y P_7
Fuerzas cortantes	P_2 , P_3 , P_8 y P_9
Momentos flectores	M_5 , M_6 , M_{11} y M_{12}
Momentos torsionantes	M_4 y M_{10}

Los desplazamientos correspondientes ($\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{12}$) serán positivos en la dirección positiva de las fuerzas, la posi-- ción de cada elemento será especificada por las coordenadas del extremo j y los cosenos directores del eje "x" (dirección

j-k), del eje z y del eje y con respecto al sistema global -
($\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$).

La matriz de rigidez del elemento i será de 12 x 12, de la teoría de flexión y torsión de vigas, las fuerzas P_1 y p_7 dependen sólo de sus desplazamientos correspondientes, lo anterior se aplica también para los momentos torsionantes M_4 y M_{10} . De las consideraciones anteriores, la matriz de rigidez K del elemento, aplicando el principio de Maxwell-Betti y, por inversión de la matriz de flexibilidad, resulta:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\frac{EA}{L}$											
0	$\frac{12EI_z}{L^3}$										
0	0	$\frac{12EI_y}{L^3}$									
0	0	0	$\frac{GJ}{L}$								
0	0	$-\frac{6EI_z}{L^2}$	0	$\frac{4EI_y}{L}$							
0	$\frac{6EI_y}{L^2}$	0	0	0	$\frac{4EI_z}{L}$						
$-\frac{EA}{L}$	0	0	0	0	0	$\frac{EA}{L}$					
0	$\frac{12EI_z}{L^3}$	0	0	0	$-\frac{6EI_z}{L^2}$	0	$\frac{12EI_z}{L^3}$				
0	0	$-\frac{12EI_y}{L^3}$	0	$\frac{6EI_y}{L^2}$	0	0	0	$\frac{12EI_y}{L^3}$			
0	0	0	$-\frac{GJ}{L}$	0	0	0	0	0	$\frac{GJ}{L}$		
0	0	$-\frac{6EI_y}{L^2}$	0	$\frac{2EI_z}{L}$	0	0	0	$\frac{6EI_y}{L^2}$	0	$\frac{4EI_z}{L}$	
0	$\frac{6EI_z}{L^2}$	0	0	0	$\frac{2EI_z}{L}$	0	$-\frac{6EI_z}{L^2}$	0	0	0	$\frac{4EI_z}{L}$

ec. 3.5.75

Si el elemento considerado forma parte de un sistema de tubería, tendremos que para este elemento :

$$[P]_i = [K]_i [S]_i + [U]_i \quad \text{ec. 3.5.76}$$

y para la estructura completa el equilibrio estático nodal es definido por la ecuación :

$$[k]_c [S]_c + [U]_c = [R]_c \quad \text{ec. 3.5.77}$$

En la ecuación anterior, tenemos que :

- $[k]_c$ matriz de rigidez completa de la estructura.
- $[S]_c$ vector de desplazamientos nodales completo.
- $[U]_c$ vector de cargas nodales completo.
- $[R]_c$ vector de reacciones de la estructura.

Dichas matrices pueden arreglarse de la siguiente forma :

$$[k]_c = \begin{bmatrix} [k_u] \\ [k_r] \end{bmatrix} \quad \text{ec. 3.5.78}$$

$$[S]_c = \begin{bmatrix} [S_u] \\ [S_r] \end{bmatrix} \quad \text{ec. 3.5.79}$$

$$[U]_c = \begin{bmatrix} [U_u] \\ [U_r] \end{bmatrix} \quad \text{ec. 3.5.80}$$

En las relaciones anteriores se han considerado los términos que no se encuentran restringidos al desplazamiento con el subíndice "u" en la ecuación del equilibrio estático nodal de la estructura completa; luego entonces, podremos obtener de dicha ecuación la siguiente relación :

$$[k_u] [S_u] + [U_u] = 0 \quad \text{ec. 3.5.81}$$

La ecuación anterior es aplicable entonces, a los "nodos li-
bres" de la estructura; por lo anterior, las reacciones en
estos puntos son cero y, despejando \mathcal{E}_u obtenemos los des--
plazamientos en dichos nodos :

$$[\mathcal{S}_u] = - [k_u]^{-1} [U_u] \quad \text{ec. 3.5.82}$$

Las reacciones en los soportes de la estructura se obtienen--
substituyendo la ecuación anterior en la ec. 3.5.77 :

$$[R] = - [k_r] [k_u]^{-1} [U_u] + [U_r] \quad \text{ec. 3.5.83}$$

Las fuerzas actuantes en los extremos de cada elemento se ob-
tienen substituyendo la ecuación 3.5.82 en la ecuación - -
3.5.76 ; esto es :

$$[P]_i = - [K] [k_u]^{-1} [U_u] + [U]_i \quad \text{ec. 3.5.84}$$

La ecuación matricial que relaciona los desplazamientos entre
el sistema coordinado local y el sistema global de referen--
cia, es la siguiente :

$$[s] = [\gamma] [\bar{s}] \quad \text{ec.3.5.85}$$

Expresión en la cual:

$[\bar{s}]$ vector de desplazamientos referidos al sistema global.

$[\epsilon]$ vector de desplazamientos referidos al sistema local

$[\lambda]$ matriz de transformación.

Desarrollando la ecuación anterior, resulta:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ \epsilon_7 \\ \epsilon_8 \\ \epsilon_9 \\ \theta_{10} \\ \theta_{11} \\ \theta_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_{ox} & & & & & & & & & & & & \\ & \bar{\lambda}_{oy} & 0 & 0 & 0 & & & & & & & & \\ & \bar{\lambda}_{oz} & & & & & & & & & & & \\ & & \bar{\lambda}_{ox} & & & & & & & & & & \\ & 0 & \bar{\lambda}_{oy} & 0 & 0 & & & & & & & & \\ & & \bar{\lambda}_{oz} & & & & & & & & & & \\ & & & \bar{\lambda}_{ox} & & & & & & & & & \\ & 0 & 0 & \bar{\lambda}_{oy} & 0 & & & & & & & & \\ & & & \bar{\lambda}_{oz} & & & & & & & & & \\ & & & & & \bar{\lambda}_{ox} & & & & & & & \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{\lambda}_{oy} & & & & & & & \\ & & & & & \bar{\lambda}_{oz} & & & & & & & \\ & & & & & & \bar{\lambda}_{ox} & & & & & & \\ & & & & & & \bar{\lambda}_{oy} & & & & & & \\ & & & & & & \bar{\lambda}_{oz} & & & & & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\epsilon}_1 \\ \bar{\epsilon}_2 \\ \bar{\epsilon}_3 \\ \bar{\theta}_4 \\ \bar{\theta}_5 \\ \bar{\theta}_6 \\ \bar{\epsilon}_7 \\ \bar{\epsilon}_8 \\ \bar{\epsilon}_9 \\ \bar{\theta}_{10} \\ \bar{\theta}_{11} \\ \bar{\theta}_{12} \end{bmatrix}$$

ec. 3.5.86

En la expresión anterior:

$$\bar{\lambda}_{ox} = [l_{ox} \quad m_{ox} \quad n_{ox}]$$

$$\bar{\lambda}_{oy} = [l_{oy} \quad m_{oy} \quad n_{oy}]$$

$$\bar{\lambda}_{oz} = [l_{oz} \quad m_{oz} \quad n_{oz}]$$

ec. 3.5.87

Análogamente, la matriz de rigidez referida al sistema global de referencia se obtiene de la siguiente expresión:

$$[\bar{K}]_i = [\bar{\lambda}]_i^T [K]_i [\bar{\lambda}]_i$$

ec. 3.5.88

Ejemplo en el sistema de tubería de la figura (3.28) se de-
terminarán los elementos mecánicos en los nodos de cada ele-
mento y, las reacciones en los extremos nodos 1 y 4, bajo la
 aplicación de las cargas indicadas.

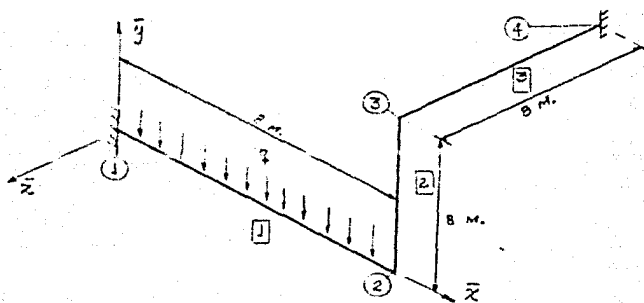


fig. 3.28

El sistema mostrado es una estructura tubular de las siguientes características:

Diámetro nominal	16 in.
cédula	60 ($t = 1.666$ cm.)
material	acero al carbono
módulo de elasticidad	$E = 2 \times 10^6$ kg/cm ²
relación de Poisson	= 0.3
módulo de cortante	$G = 0.769 \times 10^6$ kg/cm ²

Las propiedades de la sección transversal son:

momento de inercia	$I_x = 77613.53$ cm. ⁴
--------------------	-----------------------------------

momento de inercia	$I_y = 38806.7 \text{ cm}^4$
momento de inercia	$I_z = I_y$
área	$A = 204.01 \text{ cm}^2$

Las coordenadas de los nodos referidas al sistema global (x, y, z) son las siguientes:

NODO	X	Y	Z
1	0	0	0
2	8	0	0
3	8	8	0
4	8	8	8

La dirección de los elementos, longitud y cosenos directores estará definida de acuerdo con la figura 3.28 por:

elemento	long. m.	nodo		cosenos directores eje x		
		i	j	α_1	α_2	α_3
1	8	1	2	1	0	0
2	8	2	3	0	1	0
3	8	4	3	0	0	1

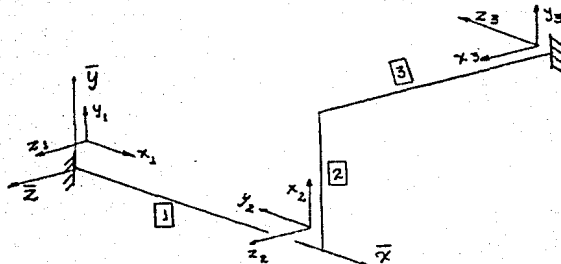


fig. 3.29 Ejes locales.

La matriz de rigidez de cada elemento se establece de acuerdo con la expresión 3.5.75 con respecto al sistema local de referencia. Por aplicación de los valores de los parámetros respectivos, la matriz de rigidez de los tres elementos será la misma, por ser estos de propiedades geométricas y elásticas similares. esto es $[k] = [k]_1 = [k]_2 = [k]_3$

Los valores de los elementos de dicha matriz son:

$$\begin{aligned}
 k_{11} &= 0.510 & k_{128} &= k_{53} \\
 k_{22} &= 0.018 & k_{1212} &= k_{1111} \\
 k_{33} &= k_{22} \\
 k_{44} &= 74.628 \\
 k_{53} &= -0.727 \\
 k_{55} &= 388.067 \\
 k_{62} &= 0.727 \\
 k_{66} &= k_{55} \\
 k_{71} &= -0.510 \\
 k_{77} &= k_{11} \\
 k_{82} &= -0.002 \\
 k_{86} &= k_{53} \\
 k_{88} &= k_{22} \\
 k_{93} &= -k_{22} \\
 k_{95} &= k_{62} \\
 k_{99} &= k_{22} \\
 k_{104} &= -k_{44} \\
 k_{1010} &= k_{44} \\
 k_{113} &= k_{53} \\
 k_{115} &= 194.033 \\
 k_{119} &= k_{62} \\
 k_{1111} &= k_{55} \\
 k_{122} &= k_{62} \\
 k_{126} &= k_{115}
 \end{aligned}$$

Por aplicación del principio de Maxwell-Betti, obtenemos:

[K] * 10⁶

0.510	0	0	0	0	0	-0.51	0	0	0	0	0	1
0	0.002	0	0	0	0.727	0	-0.002	0	0	0	0.727	2
0	0	0.002	0	-0.727	0	0	0	-0.002	0	-0.727	0	3
0	0	0	74.628	0	0	0	0	0	-74.62	0	0	4
0	0	-0.727	0	388.06	0	0	0	0.727	0	194.03	0	5
0	0.727	0	0	0	388.06	0	-0.727	0	0	0	194.03	6
-0.51	0	0	0	0	0	0.51	0	0	0	0	0	7
0	-0.002	0	0	0	-0.727	0	0.002	0	0	0	-0.727	8
0	0	-0.002	0	0.727	0	0	0	0.002	0	0.727	0	9
0	0	0	-74.62	0	0	0	0	0	74.62	0	0	10
0	0	-0.727	0	194.03	0	0	0	0.727	0	388.06	0	11
0	0.727	0	0	0	194.03	0	-0.727	0	0	0	388.06	12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	

La expresión anterior (ec. 3.5.89) representa la matriz de rigidez con respecto al sistema local de referencia, aplicando la ec. 3.5.88 obtenemos la matriz referida al sistema global, esto es:

$$[k_{ij}] = [\lambda]^T [k_{ij}] [\lambda]$$

Para el elemento 1 :

$$\begin{aligned} [\lambda]_1 &= [I] \quad \text{por lo que:} \\ [k_{ij}]_1 &= [k_{ij}]_1 \end{aligned} \quad \text{ec. 3.5.90}$$

Para el elemento tubular 2, tendremos:

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_{ox} &= [0, 1, 0]_2 \\ \bar{\lambda}_{oy} &= [0, 0, 1]_2 \\ \bar{\lambda}_{oz} &= [1, 0, 0]_2 \end{aligned}$$

substituyendo estos valores en la expresión 3.5.88, obtenemos la matriz $[\bar{k}_{ij}]_2$ referida al sistema global: en forma similar se obtiene $[\bar{k}_{ij}]_3$

La matriz de rigidez completa del sistema $[k_c]$ se obtiene sumando los coeficientes de rigidez respectivos con respecto a la identificación de subíndices y se ordena la matriz de forma tal que obtengamos la siguiente expresión:

$$[k_c] = \begin{bmatrix} [k_u] \\ [k_r] \end{bmatrix}$$

de la cual, obtenemos $[k_u]^{-1}$ ec. 3.5.91

Para obtener los desplazamientos de los nodos libres de la estructura, es decir $\{S_u\}$ (nodos 2 y 3) aplicamos la ecuación 3.5.82, de esta expresión requerimos determinar primero, el vector de reacciones de empotramiento perfecto. Considerando el elemento tubular 1, tendremos:

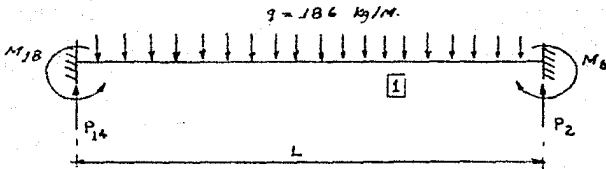


fig. 3.30

De las ecuaciones de equilibrio estático, obtenemos:

$$\begin{aligned} P_{14} &= P_2 = qL/2 && \text{ec. 3.5.92} \\ &= 744 \text{ Kg.} \end{aligned}$$

Para determinar los momentos de empotramiento perfecto M_{18} y M_6 , aplicamos la ecuación 3.5.52 e integrando, obtenemos:

$$\begin{aligned} M_{18} &= qL^2/12 && \text{ec. 3.5.93} \\ &= 992 \text{ K-m} \end{aligned}$$

Por equilibrio: $M_6 = -M_{18}$

Por lo que el vector de reacciones de empotramiento perfecto en el elemento 1 será:

$$[U]_1 = \begin{bmatrix} P_{13} \\ P_{14} \\ P_{15} \\ M_{16} \\ M_{17} \\ M_{18} \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ M_4 \\ M_5 \\ M_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 744 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 992 \\ 0 \\ 744 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -992 \end{bmatrix}$$

ec. 3.5.94

Por aplicación de la ecuación 3.5.86 el vector de reacciones de empotramiento perfecto referido al sistema global, considerando que la matriz $[\lambda]$ es igual a la matriz identidad, tendremos :

$$[\bar{U}]_1 = [U]_1 \quad \text{ec. 3.5.95}$$

Debido a que por simplicidad en este ejemplo a los elementos tubulares 2 y 3 no se les consideró asociada carga alguna, tendremos:

$$[\bar{U}]_2 = [\bar{U}]_3 = 0 \quad \text{ec. 3.5.96}$$

De las ecuaciones 3.5.95 y 3.5.96, obtenemos el vector de reacciones completo referido al sistema global.

$$U_c = \begin{bmatrix} [U_w] \\ [U_r] \end{bmatrix}$$

$$[u_c] = \frac{[u_w]}{[u_r]} = \begin{bmatrix} 0 \\ 744 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 992 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 744 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -992 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \\ 19 \\ 20 \\ 21 \\ 22 \\ 23 \\ 24 \end{matrix}$$

ec. 3.5.97

Substituyendo en la ecuación 3.5.82 las ecuaciones 3.5.91 y 3.5.97, obtenemos:

$$[S_u] = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ S_7 \\ S_8 \\ S_9 \\ S_{10} \\ S_{11} \\ S_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.008 \\ -8.151 \\ -7.115 \\ 0.008 \\ 0.009 \\ -0.009 \\ 6.896 \\ -8.150 \\ 0.001 \\ 0.009 \\ 0.008 \\ -0.008 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{cm.} \\ " \\ " \\ \text{rad.} \\ " \\ " \\ \text{cm.} \\ " \\ " \\ \text{rad.} \\ " \\ " \end{matrix}$$

ec. 3.5.98

Estos son los desplazamientos de los nodos libres del sistema de tubería propuesto: procedemos ahora a calcular las fuerzas y momentos actuantes en los extremos de cada elemento por aplicación de las ecuaciones: 3.5.76, 85, 89 y 94 en la ecuación 3.5.84, tendremos de acuerdo con la figura 3.29 para el ele---

$$[S]_1 = \begin{bmatrix} S_{13} \\ S_{14} \\ S_{15} \\ \theta_{16} \\ \theta_{17} \\ \theta_{18} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ -0.008 \\ -8.151 \\ -7.115 \\ 0.008 \\ 0.009 \\ -0.009 \end{bmatrix}$$

[cm. 6 rad.]

ec. 3.5.99

La matriz de transformación $[\lambda]_1 = [I]$ por lo que, llevando a cabo las substituciones respectivas en la ec. 3.5.84, resulta:

$$[P]_1 = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ M_4 \\ M_5 \\ M_6 \\ P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ M_{10} \\ M_{11} \\ M_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 101.95 \\ 1099.49 \\ 140.84 \\ -826.93 \\ -968.9 \\ 1216.44 \\ -101.95 \\ 390.01 \\ -140.84 \\ 826.93 \\ -157.81 \\ 1621.48 \end{bmatrix}$$

[kg. 6 kg-m.]

Procediendo en forma similar, los elementos 2 y 3 se encuentran sujetos a las siguientes acciones en sus extremos:

$$[P]_2 = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ M_4 \\ M_5 \\ M_6 \\ P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ M_{10} \\ M_{11} \\ M_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -390.01 \\ 101.950 \\ -140.84 \\ 137.810 \\ -826.93 \\ 1621.48 \\ 390.010 \\ -101.95 \\ 140.840 \\ -137.81 \\ 1953.64 \\ -805.92 \end{bmatrix}$$

$$[P]_3 = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ M_4 \\ M_5 \\ M_6 \\ P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ M_{10} \\ M_{11} \\ M_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -140.84 \\ -390.01 \\ 101.950 \\ 805.920 \\ 137.810 \\ -1953.6 \\ 140.840 \\ 390.010 \\ -101.95 \\ -805.92 \\ -953.37 \\ -1166.4 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{kg.} \\ " \\ " \\ \text{kg-m.} \\ " \\ " \\ \text{kg.} \\ " \\ " \\ \text{kg-m.} \\ " \\ " \end{matrix}$$

ec. 3.5.101

Por último, las reacciones en los nodos 1 y 4 substituyendo las matrices respectivas en la ecuación 3.5.83 resultan:

$$\begin{bmatrix} R_{13} \\ R_{14} \\ R_{15} \\ R_{16} \\ R_{17} \\ R_{18} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -101.95 \\ -1099.4 \\ -140.84 \\ 826.930 \\ 988.900 \\ -1216.4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} R_{19} \\ R_{20} \\ R_{21} \\ R_{22} \\ R_{23} \\ R_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 101.950 \\ -390.01 \\ 140.840 \\ 1166.44 \\ 953.370 \\ -805.92 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{kg.} \\ " \\ " \\ \text{kg-m} \\ " \\ " \end{matrix}$$

ec. 3.5.102

En este ejemplo se ha omitido el detalle minucioso de las operaciones numéricas, ya que de no ser así se tendría que describir la secuencia de operaciones requeridas en la inversión de la matriz de rigidez y, en general, las operaciones entre las matrices correspondientes que conforman el modelo matemático del sistema de tubería. Por otra parte, se ha descrito la metodología general en el análisis de fuerzas y desplazamientos generalizados en los n puntos de interés del sistema y, reacciones en la soportería por el método de las deformaciones ó rigideces, siendo este el método más adecuado para obtener una solución confiable y rápida en este tipo de problemas. El vector de fuerzas generalizadas, por aplicación de los criterios mostrados en el capítulo 11 (ec. 2.7.3), nos permite determinar el esfuerzo a que se encuentra sometido -- cada uno de los n puntos bajo análisis,

EFFECTOS EN TUBERIA Y EQUIPOS INTERCONECTADOS

C A P I T U L O

I V

4.1 EQUIPOS VARIOS.

La deformación térmica de la tubería produce esfuerzos, tanto en la propia tubería como en los soportes al restringir esta dicha deformación.

Los soportes de la tubería están definidos por su rigidez característica propia, fuerzas y desplazamientos generalizados permisibles. Al analizar un sistema de tubería utilizando uno de los métodos llamados exactos, obtendremos las fuerzas y momentos actuantes en cada uno de los elementos del sistema, desplazamientos en los nodos y reacciones en la soportería.

Con respecto a los esfuerzos en los elementos del sistema de tubería, estos deberán ser necesariamente menores ó iguales al esfuerzo permisible para el material de la tubería como se estableció en el capítulo 2. El desplazamiento de la tubería deberá ser tal que no interfiera con las líneas adyacentes. Por otra parte, las reacciones en la soportería son utilizadas comparativamente con las fuerzas y momentos máximos que el soporte puede resistir y ó recíprocamente,

los elementos que integran el soporte son dimensionados en función de las fuerzas y momentos que de acuerdo a los resultados del análisis actuarán sobre dicho soporte.

En el caso que el soporte mencionado sea la boquilla de un equipo, deberemos observar que las fuerzas y momentos que actúan en la boquilla sean menores a los límites permisibles: de lo anterior se desprende que, los desplazamientos de la línea en los puntos de conexión a equipos deberán ser compatibles con los desplazamientos de la boquilla del equipo en operación, los cuales rigen el trazo de la tubería en el área de dicho equipo.

La determinación de los límites permisibles de fuerzas y momentos actuantes en la boquilla de un equipo, es generalmente un problema para el diseñador de tubería ya que, éste es responsable de proporcionar al sistema una configuración que no produzca sobreesfuerzo en la boquilla del equipo al cual se conecta: ante este problema el diseñador deberá proyectar el sistema de tubería de forma tal, que las fuerzas y momentos que se trasmitan a la boquilla sean mínimos.

En la mayoría de los casos, al proyectar el sistema de tubería no se cuenta aún con los límites de cargas permisibles de los equipos a conectar, por lo cual se deberá recurrir a la información que se tenga de equipos similares ó, utilizar reglas prácticas simplificadas para determinar en forma aproximada las cargas permisibles en la boquilla; algunas de estas reglas se mencionan a continuación:

- a) Máquina rotatoria
 fuerza radial al cascarón:
 $f_r = 3.25 (OD + 3)^3 \text{ lb.}$
 fuerza tangencial al cascarón:
 $f_t = 1.5 (OD + 3)^3 \text{ lb.}$
 Momento*:
 $M_r = 6 (OD + 3)^3 \text{ lb-pie.}$
 (*)Aproximadamente igual a S_a (rango de esfuer-
 -zos permisibles) en la tubería conectada.
 OD = diámetro nominal en pulgadas.
- b) Recipientes cilíndricos:
 Trata la intersección boquilla-cascarón como
 una conexión de ramal a cabezal de un sistema
 de tubería..

A continuación se mencionan los equipos más comunes y los códigos
 -gos que establecen los efectos permisibles sobre equipos o'-
 tubería.

- A) Tubería
 Código de tubería a presión ANSI B31.
- B) Equipo de proceso:
 B.1) Cambiadores de calor enfriados por aire
 Código API-661
 B.2) Tanques, recipientes (cilíndricos y esfé-
 -ricos)
 No existe un código ; cada caso en particular
 requiere de una revisión.
- C) Equipo rotatorio:
 c.1) Bombas centrifugas

C.1.1) Bombas centrífugas con boquilla de
descarga hasta 4" \varnothing

Código API-610

C.1.2) Bombas centrífugas con boquilla de
descarga mayor de 4" \varnothing

Límites dados por el fabricante.

C.2) Turbinas a vapor:

C.2.1) Turbinas a vapor conectadas a un
generador

Código NEMA SM-12

C.2.2) Turbinas a vapor multipaso, para
servicio de accionamiento mecánico

Código NEMA SM-21

C.2.2) Turbinas a vapor un solo paso, para
servicio de accionamiento mecánico

Código NEMA SM-22

D) Compresores centrífugados

Código API-617

4.2 Cargas permisibles en boquilla de recipiente esférico.

La determinación de fuerzas y momentos máximos permisibles, que actúan en la boquilla de un recipiente esférico, dado el gran número de combinaciones de elementos mecánicos que cumplen con la restricción de producir esfuerzos menores ó iguales al esfuerzo máximo permisible en el entorno de la unión de la boquilla y el cascarón y la carencia de una metodología desarrollada para definir una combinación en el límite de esfuerzo, se basa necesariamente en proponer valores a los elementos mecánicos actuantes y proceder al cálculo del estado de esfuerzos.

La boquilla se considerará sujeta a 3 fuerzas y 3 momentos ; esto es : $F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$.

Si consideramos 4 de estas variables fijas, por ejem.

$$F_z = k_1 \quad M_z = K_3$$

$$F_y = K_2 \quad M_y = K_4$$

Entonces : $F_x = f(M_x)$

para $\sigma = \sigma_{\text{máx.}}$; gráficamente:

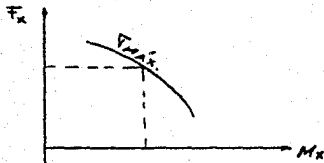


fig. 4.1

Este procedimiento deberá repetirse al variar cada una de las

fuerzas externas ó momentos externos aplicados en la boquilla de forma tal que el esfuerzo resultante sea igual al esfuerzo permisible, dando como resultado gráficas similares a la mostrada en la fig. anterior. Entonces para el caso de tres fuerzas y tres momentos externos, tendremos como resultado para un caso específico, una superficie de esfuerzos, similar a la mostrada en la siguiente figura:

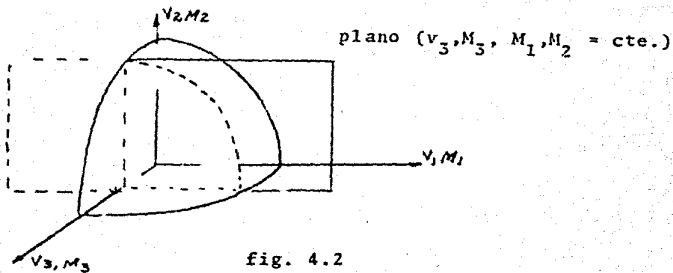


fig. 4.2

Deberá considerarse que la superficie de esfuerzos graficada nos representa el esfuerzo máximo permisible para un punto del sistema bajo análisis.

Debido a que el recipiente está constituido por un medio continuo (material continuo), la evaluación del estado de esfuerzo en este medio es compleja ya que la aplicación de las cargas externas en la boquilla producen un estado de esfuerzos diferente en cada punto y, tendremos para cada punto una superficie de esfuerzos como la mostrada.

Por lo anterior, los estudios enfocados a este problema han si

-do muy limitados. La cuantificación de los esfuerzos en recipientes, por la aplicación de cargas externas en la boquilla - se apoya en la formulación desarrollada en la Universidad de - Cornell, por el Prof. Bijlaard , estudios experimentales mostraron posteriormente que los resultados analíticos de Bijlaard eran válidos únicamente para las siguientes relaciones de diámetros:

$$\frac{d_i}{D_i} \leq 0.10$$

d_i = diámetro interno de la boquilla.

D_i = diámetro interno del recipiente.

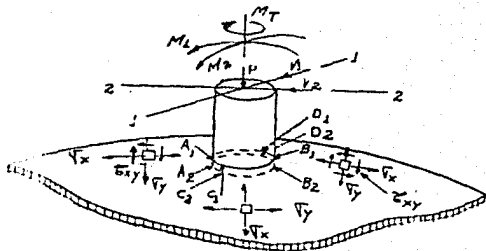
Las cargas externa, cualesquiera que estas sean, podrán definirse en términos de sus componentes y , el estado de esfuerzo resultante será evaluado en los puntos de unión (entorno) de la boquilla y el recipiente, ya que normalmente el esfuerzo máximo se encuentra localizado en esta zona de unión; se considerarán 8 puntos en la unión para efectos de evaluación de esfuerzos. El esfuerzo máximo estará localizado en uno de esos 8 puntos considerados.

Fig. 4.3

V_x = esfuerzo radial.

V_y = " tangencial.

σ_{xy} = " cortante.



Localización de puntos críticos: $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, D_1, D_2$.

Debido a que cada una de las cargas externas aplicadas en la boquilla, produce un estado de esfuerzo único en cada uno de los puntos, dependiendo de las características geométricas de el recipiente y de la boquilla, magnitud y dirección de la carga externa aplicada; la evaluación del esfuerzo máximo sería única para un determinado recipiente de ciertas características y fuerza ó momento aplicada.

Para salvar el problema anterior, la teoría desarrollada por el Prof. Bijlaard y respaldada por la experimentación, está basada en el empleo de números adimensionales, cuyas relaciones se presentan en forma gráfica como la mostrada en la pag. 130 relacionando los parámetros geométricos adimensionales.

El análisis de esfuerzos en la pared del recipiente esférico considera las fuerzas de membrana internas, momentos flexionantes internos y, factores de concentración de esfuerzo, de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\tau_i = k_n \frac{N_i}{T} + k_b \frac{6 M_i}{T^2} \quad \text{ec. 4.1}$$

Expresión en la cual:

- k_n, k_b = factores de concentración de esfuerzos normales y flexionantes, respectivamente.
- τ_i = esfuerzo normal en la dirección i , en la superficie del recipiente [psi].
- N_i = fuerza por unidad de longitud en la dirección i [lb/in].

M_i = momento flexionante por unidad
de longitud [lb-in/in].

Consideremos un caso de carga como se muestra en la siguiente figura:

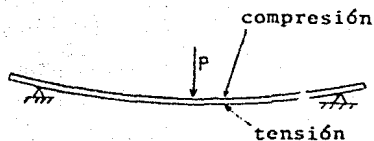


fig. 4.4b

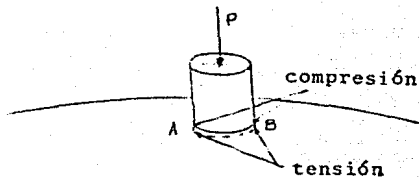


fig. 4.4

La fuerza P indicada en la figura ; produce un estado biaxial de esfuerzos sobre la superficie interna y externa del recipiente; dicha fuerza se trasmite al recipiente a través de la boquilla y actúa en dirección radial, produciendo esfuerzos de compresión en la membrana y esfuerzos flexionantes locales de tensión en la superficie interna del recipiente en los puntos A y B, en tanto que en la superficie externa, puntos A y B ,existen esfuerzos flexionantes locales de compresión (como en el caso de una viga fig.b).

La aplicación de momentos en la boquilla, produce efectos similares, ya que la aplicación de dicho momento puede considerarse como un par compuesto de dos fuerzas de igual magnitud y sentido opuesto, separadas por una distancia "x".

Los parámetros geométricos adimensionales desarrollados por el Prof. Bijlaard para llevar a cabo sus pruebas mecánicas en recipientes esféricos son las siguientes:

Parámetro de recipiente:	$U = \frac{r_o}{(R_m T)^{1/2}}$	r_o radio int. boquilla.
Parámetros de boquilla :	$\gamma = \frac{r_m}{t}$	r_m " medio "
		R_m " " recipiente.
	$f = \frac{T}{t}$	T espesor placa recipiente.
		t espesor boquilla.

Para determinar el esfuerzo total a que se encuentra sometido c/u de los 8 puntos mencionados de análisis, deberemos encontrar el esfuerzo que en dicho punto produce cada una de las cargas externas que la tubería trasmite a la boquilla, mediante la utilización de las gráficas mencionadas y, efectuar la suma.

Determinamos de esta forma el punto sujeto al mayor esfuerzo por aplicación de las cargas externas y, procedemos a comparar dicho esfuerzo con el esfuerzo permisible del material establecido por el código respectivo.

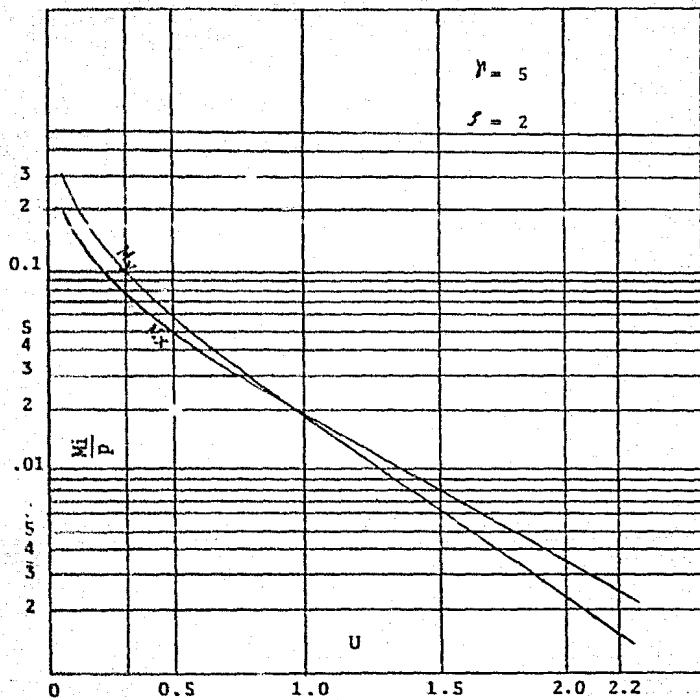


fig. 4.5

ANALISIS DE ESFUERZOS MECANICOS EN LINEA DE VAPOR
DEL C.P.Q. NUEVO PEMEX

C A P I T U L O

V

ANALISIS DE ESFUERZOS MECANICOS EN LINEA DE VAPOR DEL
COMPLEJO PETROQUIMICO "NUEVO PEMEX".

Los requerimientos de proceso del C.P.Q. NUEVO PEMEX, crean la necesidad de utilizar vapor de agua con las siguientes propiedades:

presión : 650 psi.
temperatura: 750 °F

El vapor se genera en dos calderas marca Foster Weller , con una capacidad nominal de operación de 495 000 lb/hr. ubicadas en el área de servicios auxiliares (ver plano X-001) y deberá ser transportado a través de la red general de vapor para su utilización en las siguientes áreas:

Area de endulzadoras.
Area de criogénicas.
Area de fraccionadoras.
Area de tratamiento de agua.

En este ejemplo nos enfocaremos para propósitos de análisis en el área de servicios auxiliares, específicamente en salida de calderas; se propone para tal fin, la configuración que se muestra en el plano x-001, en el cual se observa la ubicación propuesta de las curvas de expansión, anclajes, guías, patines, y, en general los soportes de la tubería.

REQUERIMIENTOS DE ANALISIS.

De acuerdo con las especificaciones que señala el código que-

se aplica en este tipo de líneas (código ANSI B.31.1) y considerando que en los extremos de conexión a las calderas, tendremos desplazamientos de las boquillas que necesariamente no son iguales a los desplazamientos del extremo de la tubería (estos desplazamientos de las boquillas han sido especificados previamente por el fabricante) de igual forma, es indispensable conocer las fuerzas que la tubería transmite a la boquilla del equipo ya que el rango de fuerzas permisibles en la boquilla ha sido previamente especificado por el fabricante las cuales describiremos posteriormente, El código antes mencionado nos indica que se requiere necesariamente un análisis formal del sistema de tubería, para lo cual se ha utilizado como una herramienta de cálculo el programa "sadaps" que Petróleos Mexicanos tiene habilitado para éste fin; el cual nos proporciona los desplazamientos y esfuerzos en la tubería y reacciones en la soportería, este programa utiliza el método de las rigideces, con las ventajas subsecuentes de la aplicación de dicho método que ha sido descrito en el capítulo anterior.

En cada punto de la línea bajo análisis, debemos determinar los siguientes elementos:

Fuerzas:	F_x, F_y, F_z
Momentos:	M_x, M_y, M_z
Desplazamientos:	S_x, S_y, S_z
Giros:	$\theta_x, \theta_y, \theta_z$

Una vez determinados estos elementos, procederemos al cálculo

de los esfuerzos en cada punto considerado, mediante la aplicación de los criterios mostrados en el capítulo 11 y, deberán ser comparados con el rango de esfuerzos permisibles (Sa) como lo especifica el código.

En la configuración propuesta, se muestra (ver plano X-001) -- que para los cambios de dirección a 90° se utilizan curvas de 5 diámetros de radio en salida de calderas y codos de 1.5 diámetros de radio en el cabezal de 24 pulgadas. Cabe mencionar que inicialmente se proyectó esta red en su totalidad con curvas de 5 diámetros de radio pero, la carencia del número necesario de éstas hizo necesaria la consideración del uso de codos de 1.5 diámetros de radio en el área de integración de plantas, con las subsecuentes variaciones en las dimensiones de las curvas de expansión..

EFFECTOS PERMISIBLES EN BOQUILLAS DE CALDERAS.

Por especificaciones del fabricante, los desplazamientos de las boquillas de las calderas en operación, serán:

$$\begin{array}{ll} S_x = 4.7 \text{ mm.} & \theta_x = 0 \\ S_y = 50.8 \text{ mm.} & \theta_y = 0 \\ S_z = 8.7 \text{ mm.} & \theta_z = 0 \end{array}$$

Por lo cual, la tubería conectada será igualmente desplazada en el punto de conexión y, deberá proyectarse y soportarse adecuadamente a fin de permitir dichos desplazamientos con la flexibilidad necesaria y suficiente para que las fuerzas y mo

-mentos que la tubería trasmita a la boquilla de conexión, no sean superiores a los especificados por el fabricante, los -- cuales son:

$$F_x = \pm 454 \text{ Kg.}$$

$$F_y = \pm 2273 \text{ kg.}$$

$$F_z = \pm 454 \text{ kg.}$$

$$M_x = \pm 7560 \text{ kg-m}$$

$$M_y = \pm 1152 \text{ kg-m}$$

$$M_z = \pm 1152 \text{ kg-m}$$

Lo cual se logra en este caso mediante la utilización de sopor -- tes colgantes tipo resorte (como se muestra en el plano) que permiten a la tubería desplazarse de forma tal, que las fuerzas que la tubería trasmite a l boquilla, no sean superiores a las especificadas anteriormente.

La determinación del tipo y ubicación del resorte está en fun -- ción de la carga en operación y fuera de operación de la lí -- nea en el punto propuesto de aplicación del resorte, así co -- mo de los desplazamientos esperados de la tubería en dicho -- punto (el rango de operación del resorte deberá ser mayor al -- desplazamiento esperado de la tubería).

Como se ha mencionado anteriormente, para llegar al diseño fi -- nal de un sistema de tubería se proponen dimensiones prelimi -- nares de los elementos así como la ubicación tentativa de -- los soportes y se efectúa su análisis, ciclo que deberá repe -- tirse hasta llegar al diseño final; en la salida de calderas

CB-2501 y CB-2502 tendremos además como variable a determinar la rigidez del soporte colgante tipo resorte. Para definir esta rigidez deberemos conocer la carga y el desplazamiento aproximado de la línea en el punto de aplicación del resorte y, efectuar el análisis correspondiente; con referencia al plano X-001, después de considerar las cargas y desplazamientos aproximados y verificar la existencia en almacenes, se resolvió utilizar resortes marca Grinnell de las siguientes características :

nodo	tamaño	rigidez	tipo	cant.
5	13	107 kg/cm	B	1
8	13	"	B	1
11	13	"	B	2
64	13	"	B	2
67	13	"	B	1
70	13	"	B	1

Por otra parte, las deformaciones en los diferentes puntos de la línea nos permiten determinar los requerimientos de separación entre la línea en estudio y las adyacentes ó si fuese necesario modificar el trazo ó reubicar restricciones..

En salida de caldera se tienen las siguientes características de la tubería :

línea	16" VM-6200-T1D (AC)
Diámetro nominal	16 plg.
temperatura de operación	750 °F

Presión de operación 650 psi.

De acuerdo con la norma T-101 de Petróleos Mexicanos, el material de la tubería deberá ser:

Acero al carbono ASTM-A53 Gr.B

sín costura, extremos biselados para soldar.

Propiedades del material:

Módulo de elasticidad:

$$E = 1.698 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

Relación de Poisson = 0.3

Coefficiente de expansión térmica lineal = $7.6 \times 10^{-6} / ^\circ\text{F}$

El rango de esfuerzos permisibles para el material será, de acuerdo con la expresión 2.8.1 :

$$S_a = f(1.25 S_c + 0.25 S_h)$$

$$S_c = 1058 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{código ANSI B31.1}$$

$$S_h = 916 \quad "$$

sustituyendo obtenemo:

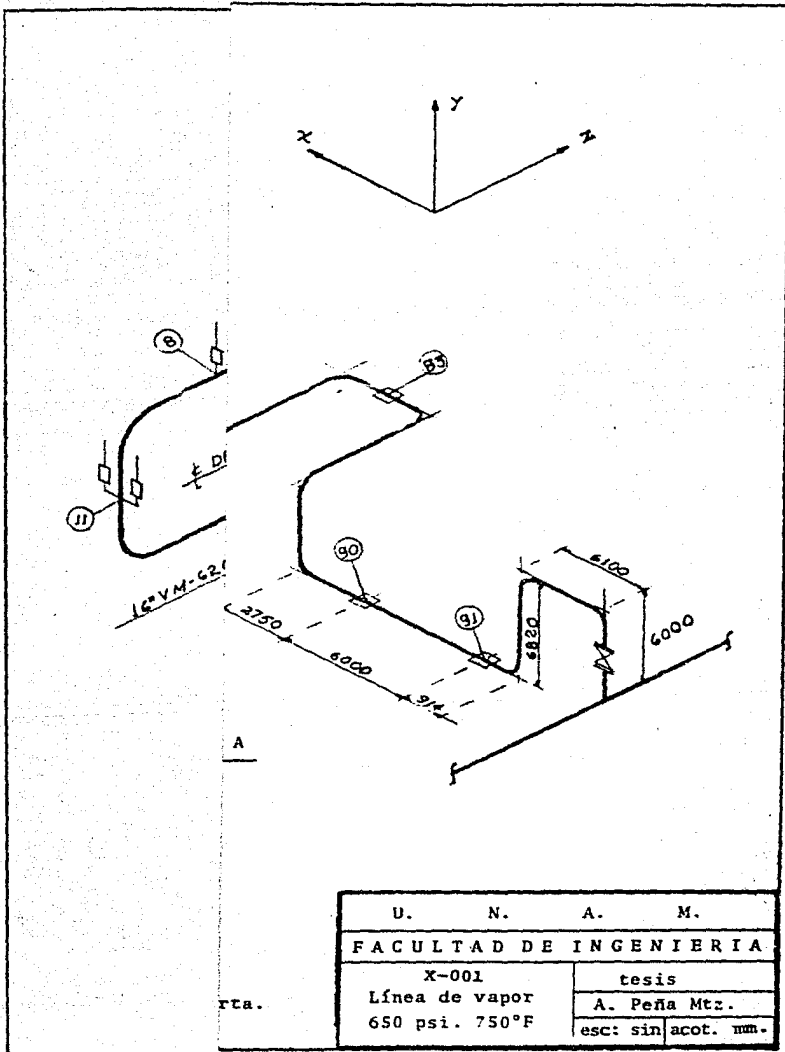
$$S_a = 1551.5 \text{ Kg/cm}^2 \quad \text{para } f = 1$$

Propiedades de la sección transversal. $\beta = 16 \text{ plg.}$

espesor [cm]	área Ax [cm ²]	Ix [cm ⁴]	Iy [cm ⁴]
a) 1.66	203.8	77×10^3	38.8×10^3
b) 2.14	258.7	96×10^3	48.1×10^3

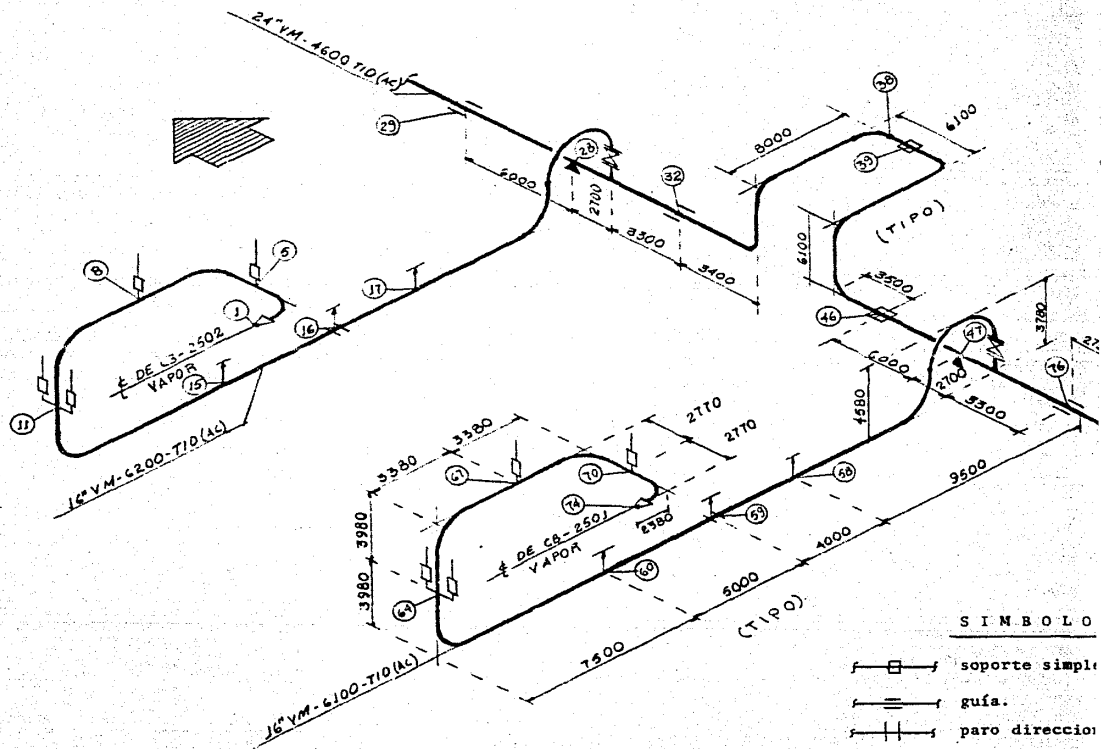
Se han dado las propiedades de dos diferentes espesores de tubería ya que se optó por utilizar la tubería disponible existente en almacén; esto es:

inciso a en tubería recta, inciso b en curvas de 5 diámetros.










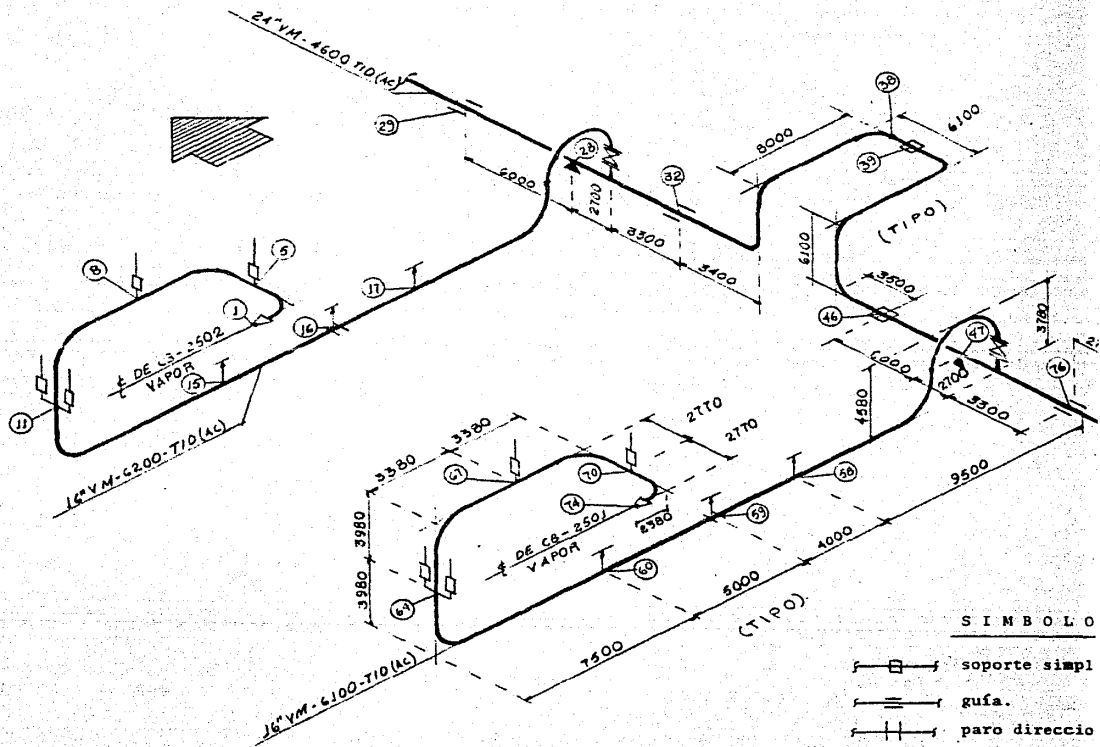
U.	N.	A.	M.
FACULTAD DE INGENIERIA			
X-001		tesis	
Línea de vapor		A. Peña Mtz.	
650 psi. 750°F		esc: sin acot. mm.	

rta.



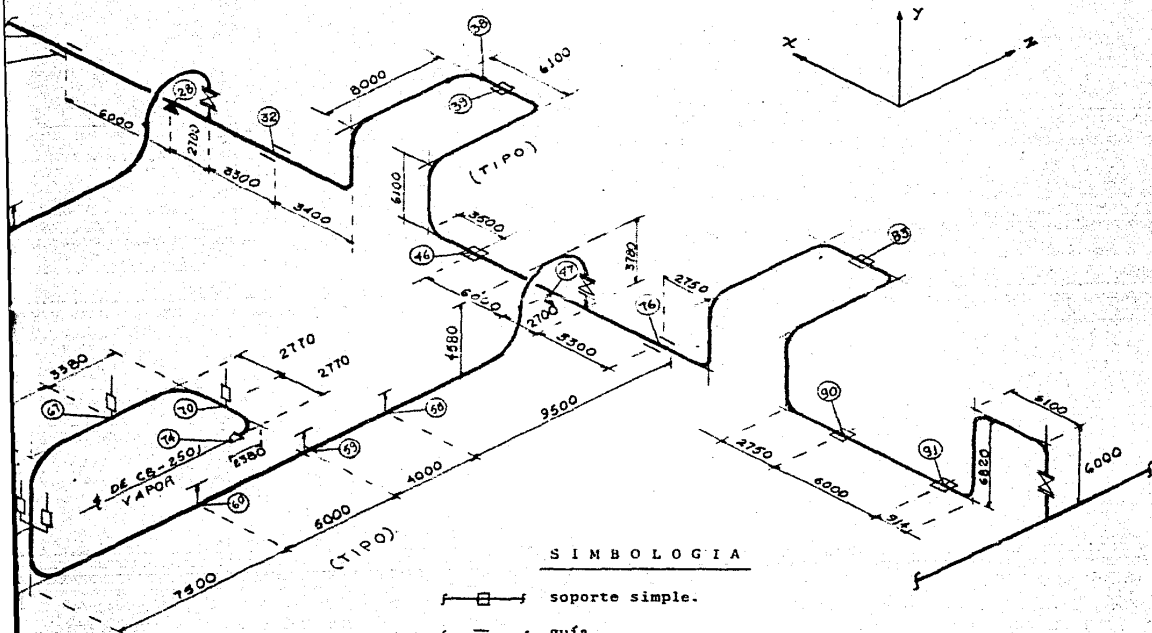
SÍMBOLO

-  soporte simple
-  guía.
-  paro direccional
-  paro y guía.
-  resorte.
-  soporte colga
-  válvula de co










SIMBOLO

- soporte simpl
- gufa.
- paro direccio
- paro y gufa.
- resorte.
- soporte colga
- válvula de cc



SIMBOLOGIA

-  soporte simple.
-  guía.
-  paro direccional.
-  paro y guía.
-  resorte.
-  soporte colgante.
-  válvula de compuerta.

U.	N.	A.	M.
FACULTAD DE INGENIERIA			
X-001		tesis	
Línea de vapor		A. Peña Mtz.	
650 psi. 750°F		esc: sin acot. mm.	

Con respecto a la tubería en el cabezal de 24 plg. de diámetro el material es el mismo con las mismas propiedades mecánicas, únicamente cambiarán las propiedades de la sección transversal esto es, el espesor de pared, el área de la sección y los momentos de inercia respectivos.

Con los elementos mencionados y la configuración del sistema, se plantea el modelo matemático del sistema, utilizando como herramienta de cálculo el programa mencionado, obtenemos:

NODO	REACCIONES (Kg.)			SOPORTE
	X	Y	Z	
15	0.0	1230	0.0	tensor
16	0.0	1102	6137	paro direccional
17	0.0	3098	0.0	tensor
28	-3243	2771	-5529	paro y guía
29	0.0	6491	1138	guía
32	0.0	6291	0.0	guía
39	0.0	6627	0.0	apoyo simple
46	0.0	4653	0.0	apoyo simple
47	580	4871	-6558	paro y guía
58	0.0	3202	0.0	tensor
59	0.0	1120	6513	paro direccional
60	0.0	1125	0.0	tensor
76	0.0	5221	-1152	guía
83	0.0	5470	0.0	apoyo simple
90	0.0	7398	0.0	apoyo simple

91 0.0 2844 0.0 apoyo simple

Los desplazamientos de la tubería en los puntos mencionados

serán :

DESPLAZAMIENTOS (mm.)

NODO	X	Y	Z
5	33	36	5
8	28	40	-29
11	-1	33	-63
15	-11	0	-39
16	-14	0	-13
17	-17	0	8
28	0	0	0
29	31	0	-13
32	-31	0	16
39	-9	0	101
46	31	0	0
47	0	0	0
58	-15	0	8
59	-12	0	-13
60	-9	0	-39
64	0	33	-63
67	28	40	-29
70	33	36	5
76	-31	0	13
83	-6	0	109

90	21	0	32
91	-10	0	10

En los puntos de conexión, la tubería transmite las siguientes fuerzas y momentos a las boquillas de las calderas.

	NODO	X	Y	Z
FUERZAS (Kg.)	1	-159	-290	-386
	74	-145	-303	-386
MOMENTOS (Kg-m)	1	366	632	-285
	74	364	636	-282

En los puntos de aplicación de los resortes, obtenemos las siguientes reacciones:

NODO	FUERZA (Kg.)		
	X	Y	Z
5	0	299	0
8	0	249	0
11	0	103	0
64	0	101	0
67	0	248	0
70	0	298	0

El esfuerzo en cada uno de los puntos del sistema de tubería ha sido calculado de acuerdo a los criterios mencionados en el capítulo II; encontrándose que el punto sujeto al mayor estado de esfuerzo es el punto 38 del elemento 37, cuya magnitud es :

$$S_e = 925.21 \quad [\text{Kg/cm}^2]$$

el cual es menor al valor del rango de esfuerzos permisibles establecido para el material de la tubería.

De los resultados del análisis efectuado, se con-cluye que el sistema opera en condiciones satisfactorias de servicio.

CONCLUSIONES

CAPITULO

VI

— CONCLUSIONES. —

Las crecientes necesidades en el país de la transformación de energía en plantas de potencia y, de la realización de proce-
-sos industriales en general, requieren necesariamente de sis-
-temas de tubería capaces de operar satisfactoriamente en con-
-diciones severas de presión y temperatura.

El análisis de esfuerzos mecánicos en sistemas de tubería, es de vital importancia en el diseño de dichas plantas; por lo -
-cual, se requiere de técnicas de análisis confiables para ase-
-gurar el buen funcionamiento del sistema de tubería, con ob-
-jeto de proteger al personal de operación, equipos conectados, material de la tubería, soportería de la línea y, en general a la planta misma.

Los métodos de análisis aproximados no son aplicables a siste-
-mas de tubería que trabajan en condiciones críticas, ya que és-
-tos métodos además de ser inadecuados para representar el mo-
-delo matemático de sistemas grandes de tubería, no permiten involucrar ciertos efectos significativos, sobre todo cuando se trabaja con elevadas temperaturas y, por lo tanto, no refle-
-jan el comportamiento real de la tubería, por lo cual se ha-
-ce necesaria la aplicación de los modernos métodos exactos -
-do análisis de esfuerzos y flexibilidad, los cuales se han --
-planteado matricialmente y, conforman satisfactoriamente el -
-modelo matemático del sistema.

La gran cantidad de cálculos que se requieren para realizar-

el análisis de una propuesta configuración del sistema de tubería, se apoya en el empleo de la computadora como una poderosa herramienta de cálculo, para realizar las operaciones numéricas requeridas en forma rápida y confiable: deberá considerarse que la solución dada a un sistema de tubería específico, implica el llevar a cabo una serie de iteraciones, hasta obtener una determinada configuración del sistema que satisfaga los requerimientos del mismo.

Actualmente, la tecnología disponible en el país, nos permite efectuar el análisis formal de un determinado sistema de tubería que así lo requiera, como el realizado en la línea de vapor propuesta en el capítulo V; pero, la falta de personal capacitado en esta rama que conozca los modernos métodos de análisis y criterios para la resolución exacta de este tipo de problemas, hacen necesario que gran parte del volumen de este trabajo tenga que realizarse utilizando inadecuadamente métodos aproximados.

En el presente trabajo se describen los modernos métodos de análisis y criterios para que el personal técnico que enfrenta esta problemática pueda emplearlos, utilizando eficientemente los recursos técnicos con que cuenta el país.

B I B L I O G R A F I A

- 1.- ITT GRINNELL CORPORATION
PIPING DESIGN AND ENGINEERING , 3a Edición (1971)
editado por ITT. GRINNELL COMPANY.
- 2.- HAYRETTIN KARDENSTUNCER, "Introducción al análisis
estructural con matrices" la edición (1974)
editorial MCGRAW HILL.
- 3.- THE M. W. KELLOGG COMPANY, "DESIGN OF PIPING SYSTEMS"
2a Edición, editorial John Wiley and Sons, Inc 1941.
- 4.- SPIELVOGEL S.W., "PIPING STRESS CALCULATIONS SIMPLIFIED"
4a Edición, Lake Success N.Y. 1951.
- 5.- LAWRENCE H. VAN BLACK, "MATERIALES PARA INGENIERIA"
Editorial CECSA , 1979.
- 6.- Dr. PORFIRIO BALLESTEROS. "ANÁLISIS DE ESFUERZOS PARA
FLEXIBILIDAD EN TUBERÍA". DESFI U.N.A.M.
- 7.- CROCKER SABIN. "PIPING HANDBOOK" 5a Edición Mc Graw-Hill
Book Company, 1973.
- 8.- ANSI B.31.1 "POWER PIPING" THE AMERICAN SOCIETY OF
MECHANICAL ENGINEERS. 1980.
- 9.- NORMA DE CONSTRUCCION DE OBRAS. "Sistemas de tubería en
refinerías de petróleo (diseño)". Norma PEMEX 2.374.03
1a Edición 1979.

- 10.- WICHMAN K. R., HOOPPER A. G. Y MERSHON J. L.
"LOCAL STRESSES IN SPHERICAL AND CYLINDRICAL SHELLS
DUE TO EXTERNAL LOADINGS".
PRESSURE VESSELS AND PIPING DESIGN AND ANALYSIS. VOL.II
- 11.- TUBE TURNS. "PIPING ENGINEERING"
TUBE TURNS DIVISION OF CHEMETRON CORPORATION
2a. EDICION 1971.