

0306A  
2  
1987

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO  
UNIDAD ACADÉMICA DE LOS CICLOS PROFESIONAL Y DE POSGRADO  
COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

MODELACION HIDRODINAMICA NUMERICA DE LAS BAHIAS  
DE MANZANILLO Y SANTIAGO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DEL MAR  
(COCEANOGRAFIA FISICA)

P R E S E N T A

MARCO ANTONIO GALICIA PEREZ

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

MEXICO, D. F.

OCTUBRE DE 1987.



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Este trabajo, formó parte del Proyecto "Estudios hidrodinámicos de los cuerpos de agua del Estado de Colima y zonas adyacentes" a cargo del Centro Universitario de Investigaciones Oceanológicas (CEUNIVO) de la Universidad de Colima y de los Proyectos "Estudio regional de oceanografía aplicada en la zona económica exclusiva (ZEE) de los Estados de Jalisco, Colima y Michoacán" y del "Estudio de interacción océano-atmósfera en las estaciones oceanográficas del Pacífico" a cargo del Instituto Oceanográfico de Manzanillo (I. O. M.) perteneciente a la Dirección General de Oceanografía Naval de la Secretaría de Marina.

# I N D I C E

	PAG.
I. - INTRODUCCION.....	1
II. - CARACTERISTICAS GENERALES Y ANTECEDENTES DE LA REGION DE MANZANILLO.....	2
II.1. - Características generales.....	2
II.1.1. - Condiciones meteorológicas.....	3
II.1.2. - Condiciones oceanográficas.....	5
II.2. - Antecedentes del área de estudio.....	7
III. - DESCRIPCION DEL AREA DE ESTUDIO.....	11
IV. - DESARROLLO DEL MODELO HIDRODINAMICO NUMERICO (MHN)....	13
IV.1. - Integración vertical de las ecuaciones básicas .....	13
IV.2. - Discretización de las ecuaciones.....	20
V. - DESCRIPCION Y DISCUSION DE LOS RESULTADOS DEL MHN.....	29
V.1. - Propagación de las componentes $M_z$ , $S_z$ , $K_1$ y $O_1$ .....	29
V.2. - Efectos del viento en la Bahía.....	32
VI. - CONCLUSIONES .....	34
LITERATURA	
ANEXO I (FIGURAS Y TABLAS).	

## RESUMEN

Se aplicó, un modelo hidrodinámico numérico barotrópico, bidimensional, explícito, de diferencias finitas, con el propósito de determinar para las Bahías de Manzanillo y Santiago, Colima, el patrón de circulación estacionario que produce 1) la propagación aislada de las principales constituyentes de marea:  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $K_1$  y  $O_1$ , por ser estas las que mayor amplitud presentan en las bahías, 2) la propagación de una marea hipotética con el periodo de la  $M_2$  y una amplitud de la pleamar media superior, como representante del régimen semidiurno de la zona de Manzanillo y 3) la acción del arrastre de vientos de 15 m/s soplando del N, SW, NE, SE, NW, NNE, SSW, WNW y ESE. Los resultados obtenidos son consistentes con la experiencia observacional de tipo lagrangiano.

## I. - I N T R O D U C C I O N .

El conocimiento de los procesos de circulación de los cuerpos de agua que se encuentran a lo largo del litoral del país, puede ser de gran utilidad para ayudar a impulsar el Desarrollo de la Pesca, Acuicultura y otras actividades económicas, así como, para estimar, prevenir y cuantificar posibles efectos nocivos producidos por Desarrollos Urbanos, Industriales y Pesqueros sobre el medio marino.

En este trabajo se aplicó, a la Bahía de Manzanillo-Santiago, un modelo hidrodinámico numérico barotrópico, bidimensional, explícito, de diferencias finitas, con el propósito de determinar el patrón de circulación que produce cada una de las principales constituyentes de marea:  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $K_1$  y  $O_1$ , por ser estas las que mayor amplitud presentan en la bahía. Así mismo, determinar el patrón estacionario de la circulación debido al efecto por arrastre de vientos de 15 m/s. Además, con el objeto de tener una idea del orden de magnitud de las velocidades que ocasionaría una marea con las características de la marea real, que condujera a una comparación con la experiencia observacional cuantitativa y cualitativa, se realizaron cálculos de una marea semidiurna  $M_2$  con amplitud de la pleamar media de la zona de Manzanillo.

## II.- CARACTERISTICAS GENERALES Y ANTECEDENTES DE LA REGION DE MANZANILLO.

### II.1.- Características Generales

El Puerto de Manzanillo se localiza en el Estado de Colima, en la porción central del litoral del Pacífico Mexicano, próximo a la Latitud de 19° 04' N y a la Longitud 104° 20' W. Se ubica al Este de la Bahía del mismo nombre y se protege por la Punta Ventanas y su prolongación por medio de un rompeolas. Las Bahías de Manzanillo y Santiago son dos entrantes de mar que de hecho constituyen una sola, interrumpida por la Punta Santiago (Secretaría de Marina, 1973)

En cuanto a lagunas costeras, en la región de Manzanillo existen tres cuerpos de agua con comunicación marina y escurrimientos de agua dulce, con gran cantidad de sedimentos que descienden de la parte montuosa. Las lagunas tienden a desaparecer, debido a los azolves que bajan de las partes altas de los montes y a una intensa desecación.

La laguna más importante por sus dimensiones, es la de Cuyutlán, localizada al SE de Manzanillo, con una longitud aproximada de 45 Km, su aprovechamiento es principalmente, la explotación de sal, en las inmediaciones del poblado del mismo nombre y la captura de camarón, en las cercanías de sus comunicaciones con el mar. La laguna de San Pedrito, de menores dimensiones que la anterior, se ubica paralela a la costa de la Bahía de Manzanillo y recientemente ha sido utilizada para construir la dársena portuaria (Puerto Interior). Esta laguna se

dividió en dos partes por el camino de circunvalación al Puerto, originando que la porción llamada Valle de las Garzas, en épocas de estiaje, quede prácticamente expuesta debido a la escasa comunicación que existe a través de la alcantarilla. La laguna de Juluapan es la más reducida, se encuentra en el extremo Oeste de la Bahía de Santiago, ver figuras 1 y 2 en el anexo.

#### II.1.1.- Condiciones Meteorológicas.

El clima que impera en la región es de tipo (Aw) tropical lluvioso, siendo el más seco de los cálidos subhúmedos; el promedio anual de precipitación pluvial es de 943.7 mm, siendo los meses de junio a octubre la temporada de lluvias y septiembre el más lluvioso debido a los frecuentes ciclones durante este mes, alcanzando una precipitación de 220 mm (García de Miranda, 1986; S. M. N., Estación Manzanillo, S. A. R. H., 1986), figuras 3 y 4.

La tabla 1 del anexo muestra el número de ciclones que se han presentado en el Océano Pacífico de 1960 a 1980.

Los vientos fuertes causados por los ciclones, algunas veces alcanzan velocidades de más de 15 m/s.

Los datos climáticos fueron proporcionados por Estaciones Meteorológicas, una perteneciente a la Secretaría de Marina, localizada en el Instituto Oceanográfico de Manzanillo (I. O. M.) y otra correspondiente a la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos (S. A. R. H.), ubicada en las cercanías del Seguro Social esta Estación es de radiosondeo del Servicio Meteorológico Nacional (S. M. N.). Los registros de vientos de cada una de estas

estaciones difieren escasamente, debido a que entre ellas se encuentran los Cerros Pico de San Pedrito y del Rocío y por el lado del Muelle de PEMEX aparecen los Cerros del Vigia Chico y Vigia Grande, por lo que se presentan los registros por separado en las figs. 5 y 6 del Anexo. En éstas se puede observar que la frecuencia de vientos dominantes son del W y WNW, alcanzando una velocidad media anual de 4.38 m/s y 4.77 m/s para el caso del I.O.M., y de 2.5 m/s y 3.44 m/s para el S.M.N., respectivamente.

Los vientos del WNW alcanzan su máxima frecuencia de noviembre a junio y los del sector E, especialmente del SE y SSE de julio a octubre. Esta región de la costa del Pacífico se encuentra sobre el trayecto de los huracanes tropicales provenientes del SE, siendo los más frecuentes en los meses de junio y octubre (Secretaría de Marina, 1973; Lancin y Carranza, 1976; S.M.N., MANZANILLO, 1986).

La temperatura promedio del aire, en el Puerto de Manzanillo, es de 28.81 °C de julio a agosto y de 25.21 °C de diciembre a abril. La distribución de la temperatura media mensual se muestra en las figuras 7 y 8 del anexo.

El promedio de la presión atmosférica, es de 1010.87 mb de julio a agosto y de 1012.06 mb de diciembre a abril, ver figuras 9 y 10.

El promedio anual de humedad relativa es del 75 %, siendo el mes de septiembre el que alcanza mayor humedad, con un promedio de 82 %, ver figuras 11 y 12.

### II.1.2. - Condiciones Oceanográficas

El factor de forma  $F = (K_1 + O_1) / (M_2 + S_2) = 0.91$  del régimen de mareas para el Puerto de Manzanillo, queda comprendido en el intervalo (0.25,1.5) que corresponde al tipo mixto semidiurno (Dietrich et al., 1975), es decir, ocurren generalmente, dos pleamares y dos bajamares con gran diferencia en rango y la hora en que se presentan, siendo el rango medio de 0.70 m en cada día de marea.

En el acontecimiento de los cuartos de la luna (menguante y creciente), la marea se convierte en diurna unos días antes y después de dichas fases de la luna. El movimiento total de la onda de marea se propaga desde Cabo Corrientes, Jal. hacia el Sur, disminuyendo de amplitud hacia Lázaro Cárdenas, Mich., siendo este último lugar, donde se registran las amplitudes de mareas más pequeñas de la Costa del Pacífico Mexicano, de este sitio las amplitudes vuelven a aumentar hasta alcanzar su valor máximo en el Golfo de Panamá, en la zona del Canal (Calendario Gráfico de Mareas, Manzanillo, Col., 1986. Instituto de Geofísica de la Universidad Nacional Autónoma de México, <UNAM>).

En la tabla 2 se presentan algunas de las principales constituyentes de marea, así como, en la tabla 3, los planos de mareas referidos al n.m.m. para Manzanillo, Colima.

Respecto al comportamiento de la circulación en la Bahía de Manzanillo, hasta la fecha, ha sido poco estudiado, además, de la escasez de datos disponibles. Los estudios que hacen alusión al respecto, se limitan a mencionar

cualitativamente los grandes sistemas circulatorios del Pacífico, esto es, que en verano, una rama de la Contracorriente Ecuatorial avanza a lo largo de la costa de México formando lo que suele llamarse la Corriente Mexicana. A la altura de la boca del Golfo de California, esta corriente confluye con la Corriente de California que trae aguas frías y de baja salinidad hacia el sur, a lo largo de la costa de Baja California y que en invierno, alcanza la costa oeste mexicana. Esto indica, que fuera de la Bahía de Manzanillo, en verano, la corriente es predominante hacia el Norte y en invierno, es predominante hacia el Sur (Secretaría de Marina, 1973; J.I.C.A., 1985).

La frecuencia del oleaje en esta área se comporta estacionalmente; olas menores o iguales a 2.75 m de altura provienen del W y son predominantes, en un 22 %, durante todo el año; del NW con un 17.8 % y del S con un 12.1 %. Olas de más de 2.75 m de altura llegan del N y NNW predominantemente durante la estación de invierno y las provenientes del S y SW son predominantes en verano, esto último ocurre en conjunción con los ciclones. La altura de la ola significativa es de 2.5 m y el período significativo de 10 s. Las alturas máximas calculadas de los oleajes, producidas por ciclones son del orden de los 9 m (Op. Cit.).

El promedio mensual de la temperatura superficial del mar, durante los últimos 6 años, ha variado estacionalmente, correspondiendo las más altas a verano y otoño, siendo de 28.69°C y 28.75°C respectivamente; mientras que en invierno y primavera, se presentan las más bajas con 26.29°C y 25.80°C respectivamente.

en la figura 13 se pueden observar estos promedios mensuales.

La salinidad máxima promedio registrada es de 35.2 ‰ durante el mes de abril y la mínima promedio es de 32.2 ‰ en el mes de octubre, ver figura 14.

## II.2.- Antecedentes del Area de Estudio.

La mayoría de los trabajos que se han realizado en este lugar, han sido enfocados desde el punto de vista químico, biológico y geológico. Sin embargo, algunos estudios que han tratado someramente los aspectos de circulación en la Bahía y áreas adyacentes son los siguientes:

"Estudio Geográfico de la Región de Manzanillo, Col." elaborado por la Dirección General de Oceanografía y Señalamiento Marítimo de la Sec. de Marina en el año de 1973, el cual consistió básicamente en un reconocimiento preliminar de las zonas donde se acumulan desechos contaminantes, además, de realizar, en las inmediaciones del Puerto, mediciones de corrientes superficiales, al momento del reflujo, estableciendo un patrón de circulación cualitativo, para esa zona en bajamar.

Lancin y Carranza (1976) elaboraron el "Estudio Geomorfológico de la Bahía y de la playa de Santiago en Manzanillo, Colima", en el cual señalan la falta de datos precisos e indispensables sobre el régimen local de las olas y las corrientes para comprender, cómo los sedimentos de la playa, que parecen de origen local, han podido ser emplazados por el mar.

así mismo, para explicar las características geomorfológicas de la playa de Santiago. El Instituto Oceanográfico de Manzanillo (I.O.M.) en 1981 llevó a cabo el "Estudio de Evaluación de los Recursos Ecológicos del Estado de Colima", en el cual se determinaron varios parámetros físicos, químicos, biológicos y geológicos de las lagunas y aguas costeras y únicamente se limita a mencionar cualitativamente que la circulación en la Bahía de Santiago es en el sentido contrario a las manecillas del reloj, mientras que en la de Manzanillo, es a favor de las manecillas del reloj, esto basándose en los comentarios de los pescadores de la región.

Núñez en 1980, realizó un estudio ictiológico en la laguna de Cuyutlán, para determinar la distribución de los peces de acuerdo al gradiente salino y a la frecuencia y abundancia en las capturas, así como, aspectos geográficos, geomorfológicos, hidrográficos y climáticos de la laguna; mencionando la importancia que tiene realizar un estudio de circulación en la laguna. Ortiz en 1981, determinó los niveles microbiológicos de coliformes y estreptococos fecales, concluyendo que el primer vaso está fuertemente contaminado por aguas negras provenientes de Manzanillo.

Gavilón en 1984, como parte principal de un Proyecto sobre "Rehabilitación de la Laguna de Cuyutlán" aplicó un modelo hidrodinámico numérico explícito, para hacer estudios de circulación producida por marea, con el fin de diagnosticar el estado actual y predecir los cambios hidrodinámicos que originarían la apertura de comunicaciones con el mar, así como,

modificaciones en la morfología interna, para de esta manera, estudiar posibles alternativas de mejoramiento ecológico de la laguna. En 1985, la Dirección de Prevención de la Contaminación Marina, Dir. Gral. de Oceanografía, de la Secretaría de Marina, realizó un "Estudio de Preservación y Control de la Calidad de las Aguas de la Bahía de Manzanillo" en el cual se efectuaron mediciones de parámetros físicos, químicos, biológicos y geológicos, pretendiendo con esto evaluar el nivel de contaminación de las aguas y poder determinar el estado de deterioro con la finalidad de plantear alternativas de solución y tomar medidas de prevención que mantenga el equilibrio ecológico de esta zona. Sin embargo, las mediciones de corrientes que realizaron fueron superficiales y únicamente en los puntos de descarga de aguas residuales, sin tomar en cuenta la posición de la marea.

En 1986, el I.O.M. realizó un "Estudio de Protección al Ambiente a la Planta Termoelectrica Manzanillo II", efectuando mediciones de corrientes superficiales a lo largo del cordón litoral, que se extiende desde Punta Campos al poblado de Cuyutlán, por ser esta zona la que podría estar influenciada por la pluma de descarga de la planta.

Respecto al comportamiento general de la onda de marea al entrar en la Bahía, ésta ha sido analizada, mediante registros de alturas horarias con un mareógrafo instalado en el Puerto y a través del análisis armónico por el método de los mínimos cuadrados, utilizando series de 369 días, se han calculado las constantes armónicas y con éstas se han venido publicando las

Tablas y Calendarios de Predicción de Mareas, que constituyen una comparación muy satisfactoria con datos observados (Instituto de Geofísica, 1985-86, U.N.A.M.).

Godin et al. (1980) hacen una revisión de los datos de mareas, registrados en las estaciones mareográficas establecidas a lo largo de la costa occidental de México, cubriendo los años de 1952 a 1975 y encuentran que, para la región de Manzanillo, las relaciones internas en la banda semidiurna indican que debe existir una anfidromía semidiurna para la constituyente  $M_2$ , señalando que debe tener su nodo en la misma vecindad. También advierten que la relación de los constituyentes  $O_1$  y  $K_1$  es anormal. Considerando los valores absolutos, revelan que la  $M_2$  manifiesta una variabilidad en amplitud y fase que refleja el hecho que su punto de anfidromía no permanece exactamente en el mismo punto. La amplitud de las componentes semidiurnas indica una tendencia común a aumentar reflejando la posibilidad que el nodo se retra gradualmente a lo largo de la costa. La amplitud de las componentes diurnas exhiben también una tendencia muy débil a aumentar.

En general, encuentran que la secuencia de datos a lo largo de la costa occidental de México es de buena calidad y presentan una síntesis de los resultados y su interpretación mediante mapas de isolíneas cotidales.

### III. - DESCRIPCION DEL AREA DE ESTUDIO.

El área de estudio se ubica en el Estado de Colima, en el litoral del Pacífico Mexicano, se sitúa entre los paralelos 19° 01' y 19° 07' de latitud Norte (N) y los meridianos 104° 18' y 104° 26'30'' de longitud Oeste (W), figs. 1 y 2.

La comunicación con mar abierto la constituye una Boca que se extiende sobre una línea imaginaria, desde Punta Carrizal a Punta Ventanas, con una longitud aproximada de 15 Km, el ancho promedio en la dirección perpendicular (NE-SW) es de 6.5 Km.

En esta zona, se cubrió una área aproximada de 120 Km<sup>2</sup>, dentro de la cual se consideró, la Ensenada Carrizal y la Ensenada Higueras, ubicadas entre Punta Carrizal y Punta Juluapan, en el lado NW de la Bahía de Santiago. A unos .9Km al S de Punta Juluapan se localizan unos peñascos sobresalientes, llamados Los Frailes constituidos por siete rocas aisladas y acantiladas, con altura de 1.5 a 6 metros. Después se encuentra, la Bahía de Santiago, que tiene unos 4.5 Km de extensión, se sitúa entre Punta Juluapan y Punta Santiago, quedando abierta hacia el S, en su entrada existen dos bajos de 6 metros de profundidad localizados a unos 19° 00'30'' de latitud N y 104° 22' 10'' de longitud W a una distancia de 1 Km de Punta Juluapan. A 181 metros al SE del primero de los bajos mencionados, se localiza otro con una profundidad de 6 metros, siendo todo esto de suma importancia para la dinámica de la zona. La Punta Santiago, es el extremo SW de una Península elevada de unos 1.8 Km de longitud, que separa las Bahías de Santiago y Manzanillo. La Roca Pelicano,

situada al S de Punta Santiago, tiene una altitud de 22 metros. La Bahía de Manzanillo, situada entre Punta Santiago y Punta Ojo de Agua, tiene aproximadamente 5 Km de extensión en dirección NW-SE. Dentro de esta Bahía, se encuentra en la parte interna, la Laguna de San Pedrito (actualmente se está construyendo el Puerto Interior y se realizan obras de dragado). Al S del Puerto de Manzanillo, se localiza la extensa Laguna de Cuyutlán. El área en consideración, tiene una profundidad promedio de 42.5 m, con profundidades máximas de 86 metros entre Punta Carrizal y Punta Ventanas y profundidades mínimas, menores de 10 metros, cerca de la línea de costa, (Secretaría de Marina, 1979).

Como se habrá advertido, la región de Manzanillo cuenta con dos Bahías (Manzanillo-Santiago), pero para los propósitos de este trabajo, se considerarán como una sola: Bahía de Manzanillo-Santiago.

#### IV. - DESARROLLO DEL MODELO HIDRODINAMICO NUMERICO (MHN).

Debido a la imposibilidad o extrema dificultad de obtener soluciones analíticas de las ecuaciones hidrodinámicas no-lineales, con fronteras irregulares, ocasionadas por la configuración geométrica horizontal (costa, mar abierto) y vertical (batimetría) de los cuerpos de agua, se utilizan métodos numéricos para obtener soluciones aproximadas a dichas ecuaciones. Un método muy común, utilizado frecuentemente es el de diferencias finitas y es el que se empleó en este trabajo.

##### IV.1. - Integración vertical de las ecuaciones básicas.

El sistema de ecuaciones que describen el comportamiento de un fluido, en el caso de interés de este trabajo, viene dada por la ecuación de continuidad o conservación de masa:

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \bar{V}) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

y la ecuación de movimiento o de equilibrio dinámico:

$$\partial_t \bar{V} + (\bar{V} \cdot \nabla) \bar{V} = -\alpha \nabla P - f \hat{k} \times \bar{V} + \bar{g} + \bar{F}_A + \bar{F} \quad \dots\dots\dots (2)$$

donde:

- t = es la coordenada temporal.
- $\nabla = (\partial_x, \partial_y, \partial_z)$  es el operador nabla; x,y,z coordenadas espaciales.
- $\bar{V} = (u,v,w)$  es la velocidad del fluido; u,v,w sus componentes en las direcciones x, y, z respectivamente.

$\alpha$  = es el volumen específico (  $1 / \rho$  ).

$P$  = es la presión.

$f$  = parámetro de Coriolis (  $2 \Omega \text{ sen } \phi$  )

$\Omega$  = velocidad angular de la tierra (  $7.29 \times 10^{-5} \text{ seg.}^{-1}$  ).

$\phi$  = es la latitud del lugar.

$\hat{k}$  = es un vector unitario en la dirección del zenit del lugar.

$\bar{g}$  = es la aceleración de la gravedad (  $9.81 \text{ m/s}^2$  ).

$\bar{F}_A = (\bar{\nabla} (A\nabla u), \bar{\nabla} (A\nabla v), \bar{\nabla} (A\nabla w))$  son fuerzas viscosas por intercambio turbulento, en un fluido newtoniano, con  $A$  un coeficiente de intercambio que se considerará anisótropo, es decir, con valores característicos para las direcciones horizontal  $A_H$  y vertical  $A_V$ .

$\bar{F}$  = hace referencia a algún tipo de fuerzas volumétricas como la fuerza de marea, entre otras.

Para que el sistema de ecuaciones pueda ser resuelto es necesario conocer las condiciones que el fluido debe satisfacer en sus fronteras de confinamiento, que en este caso son:

1)  $\bar{V} \cdot \bar{n} = 0$  en la frontera cerrada (costa) con  $\bar{n}$  un vector ortogonal a la costa (condición de impermeabilidad ó de frontera seca).

2) en fronteras abiertas se prescribe el movimiento, es decir, el valor que deben tener las variables en estos puntos.

3) las condiciones cinemáticas de que en las superficies de contacto, agua-aire (  $\xi$  ) y agua-suelo (  $-h$  ), la velocidad vertical esta dada por la velocidad de la superficie respectiva:

$$w_{\xi} = d\xi/dt = \partial_t \xi + u_{\xi} \partial_x \xi + v_{\xi} \partial_y \xi \dots\dots\dots(3.1)$$

$$w_{-h} = d(-h)/dt = \partial_t (-h) + u_{-h} \partial_x (-h) + v_{-h} \partial_y (-h) \dots\dots(3.2)$$

La inclusión de los términos de intercambio turbulento hacen necesarias otras condiciones de frontera, las cuales pueden ser, si se considera que a primera aproximación  $V_t(0) = V_t(\Delta S) - \Delta S \partial_s V_t(0)$  con  $s$  una coordenada en la dirección de la normal a la frontera ( $s=0$ ) y  $V_t$  velocidad tangencial a la misma, las siguientes:

4)  $\partial_s V_t(0) = \alpha V_t(\Delta S) / \Delta S$  con  $0 \leq \alpha \leq 1$ , ó lo que es lo mismo  $V_t(0) = (1-\alpha) V_t(\Delta S)$ , lo cual produce:

- 4.1) condición de deslizamiento si  $\alpha = 0$ .
- 4.2) condición de adhesión si  $\alpha = 1$ .
- 4.3) condición de deslizamiento parcial si  $0 < \alpha < 1$ .

Este sistema de ecuaciones se simplifica si:

- a) se trabaja con un fluido homogéneo e incompresible ( $\rho = \text{cte.}$ ).
- b) se hace la suposición hidrostática, que el equilibrio dinámico en la dirección vertical se efectúa entre el gradiente de presión y la fuerza gravitatoria, por ser éstas de ordenes de magnitud mayor que las fuerzas inerciales y viscosas, es decir, la presión depende exclusivamente de la profundidad:

$$P_{-z} = P_{\xi} + \rho g (\xi + z) \dots\dots\dots(4)$$

donde  $P_{\xi}$  es la presión atmosférica en la superficie del agua.

La ecuación de continuidad (1) toma la forma:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

y la ecuación de movimiento:

dirección x

$$\frac{\partial}{\partial t} u + \frac{\partial}{\partial x} u^2 + \frac{\partial}{\partial y} uv + \frac{\partial}{\partial z} uw = -\alpha \frac{\partial}{\partial x} P_{\xi} - g \frac{\partial}{\partial x} \xi + fu + A_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + A_H (\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}) + F_x \dots (6.1)$$

dirección y

$$\frac{\partial}{\partial t} v + \frac{\partial}{\partial x} v^2 + \frac{\partial}{\partial y} uv + \frac{\partial}{\partial z} vw = -\alpha \frac{\partial}{\partial y} P_{\xi} - g \frac{\partial}{\partial y} \xi - fu + A_v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + A_H (\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}) + F_y \dots (6.2)$$

Si se considera que los movimientos verticales son de menor orden de magnitud que los horizontales, que  $P_{\xi}$  es constante y se restringe la descripción del movimiento al plano horizontal, se procede, con este fin, a integrar verticalmente las ecuaciones (5, 6.1, 6.2), para lo cual se hará uso frecuente de la regla de Leibnitz para la diferenciación bajo el signo integral:

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} \int_{a(\sigma)}^{b(\sigma)} F(x, \sigma) dx = \int_{a(\sigma)}^{b(\sigma)} \frac{\partial}{\partial \sigma} F dx + F_b \frac{\partial b}{\partial \sigma} - F_a \frac{\partial a}{\partial \sigma} \dots\dots\dots (7)$$

donde  $F$  es una función de las variables  $(x, \sigma)$ ;  $a$  y  $b$  son funciones de la variable  $(\sigma)$ ;  $F_a$  y  $F_b$  son valores de la función  $F$  en los puntos  $a, b$  respectivamente.

Usando la notación :

$$\int_{-h}^{\xi} F dz = \langle F \rangle$$

se tiene para la ecuación de continuidad (5) lo siguiente:

$$\langle \partial_x u + \partial_y v + \partial_z w \rangle = \langle \partial_x u \rangle + \langle \partial_y v \rangle + \langle \partial_z w \rangle = 0$$

lo anterior, por ser  $\langle \rangle$  un operador lineal.

Ahora utilizando la regla de Leibnitz (7) y teniendo en cuenta las condiciones cinemáticas de frontera (3.1) y (3.2) se obtiene:

$$\begin{aligned} \partial_x \langle u \rangle - u_\xi \partial_x \xi - u_{-h} \partial_x h + \partial_y \langle v \rangle - v_\xi \partial_y \xi - v_{-h} \partial_y h + \\ + \partial_\xi \langle u \rangle + u_\xi \partial_x \xi + v_\xi \partial_y \xi + \partial_\xi h + u_{-h} \partial_x h + v_{-h} \partial_y h = 0 \end{aligned}$$

por lo que al eliminar términos la ecuación se reduce a:

$$\partial_\xi \langle h + \xi \rangle + \partial_x \langle u \rangle + \partial_y \langle v \rangle = 0 \dots \dots \dots (8)$$

Procediendo en forma análoga para la ecuación de movimiento, se llega a:

dirección x

$$\begin{aligned} \partial_\xi \langle u \rangle + \partial_x \langle u^2 \rangle + \partial_y \langle uv \rangle = -gH \partial_x \xi + f \langle u \rangle + A_V \partial_z u_\xi - A_V \partial_z u_{-h} + \\ + A_H \langle \partial_x^2 \langle u \rangle + \partial_y^2 \langle u \rangle \rangle + \langle F_x \rangle \dots \dots \dots (9.1) \end{aligned}$$

dirección y

$$\begin{aligned} \partial_\xi \langle v \rangle + \partial_y \langle v^2 \rangle + \partial_x \langle uv \rangle = -gH \partial_y \xi - f \langle v \rangle + A_V \partial_z v_\xi - A_V \partial_z v_{-h} + \\ + A_H \langle \partial_x^2 \langle v \rangle + \partial_y^2 \langle v \rangle \rangle + \langle F_y \rangle \dots \dots \dots (9.2) \end{aligned}$$

donde  $H = h + \xi$  es el espesor de la columna de agua y además, se esta haciendo la siguiente suposición:

$$\begin{aligned} \langle \partial_l^2 q \rangle &= \partial_l^2 \langle q \rangle - \partial_l^2 (\xi q_\xi + h q_{-h}) + \xi \partial_l^2 q_\xi + h \partial_l^2 q_{-h} = \\ &= \partial_l^2 \langle q \rangle - \partial_l^2 (\xi \theta_1 + h \theta_2) \langle q \rangle / H + (\xi \theta_1 + h \theta_2) \partial_l^2 \langle q \rangle / H \approx \partial_l^2 \langle q \rangle \end{aligned}$$

donde  $l$  representa a las coordenadas  $x$  ó  $y$  y  $q$  a las componentes  $u$  ó  $v$  en los términos horizontales de difusión turbulenta, además,  $\theta_1$  y  $\theta_2$  son factores tales que  $q_\xi = \theta_1 \bar{q}$ ,  $q_{-h} = \theta_2 \bar{q}$ ,  $\bar{q} = \langle q \rangle / H$  es el valor promedio de  $q$  en la columna de agua.

En adelante se considerará que es válido  $\langle f g \rangle = \langle f \rangle \langle g \rangle / H$  para los términos advectivos. Además, se emplearan las siguientes parametrizaciones cuadráticas, frecuentemente usadas en la literatura ( ver p. e. Mitteilungen des Instituts Für Meereskunde, 1962-1987 ), para los esfuerzos tangenciales en las interfaces liquido-suelo y liquido-aire:

$$\begin{aligned} A_v \partial_z (u_{-h}, v_{-h}) &= R \sqrt{\langle w^2 + \langle v \rangle^2} (\langle u \rangle, \langle v \rangle) / H^2 \\ &= R | \langle \bar{v} \rangle | \langle \bar{v} \rangle / H^2 \quad \dots\dots\dots ( 10.1 ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_v \partial_z (u_\xi, v_\xi) &= \lambda_w \sqrt{U_w^2 + V_w^2} (U_w, V_w) \\ &= \lambda_w | \bar{v}_w | \bar{v}_w \quad \dots\dots\dots ( 10.2 ) \end{aligned}$$

donde:

$R$  = es un coeficiente adimensional de fricción con el fondo  
y cuyo valor numérico se tomó igual a 0.003.

$\lambda_w$  = es un coeficiente adimensional de arrastre por viento y  
se tomó igual a  $3.2 E^{-6}$ .

$\bar{V}_w = (U_w, V_w)$  es la velocidad del viento en las direcciones  
x,y respectivamente.

Como  $h$  varía muy lentamente en el tiempo para el tipo de  
estudios en consideración y utilizando la notación  $U = \langle u \rangle$ ,  $V = \langle v \rangle$   
que se le denomina transporte, las ecuaciones (8), (9.1) y (9.2),  
toman la forma siguiente:

#### ECUACION DE CONTINUIDAD

$$\partial_t \xi + \partial_x U + \partial_y V = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

#### ECUACION DE MOVIMIENTO

$$\partial_t U + \partial_x (U^2/H) + \partial_y (UV/H) = -gH\partial_x \xi - R|\bar{V}|U/H^2 + fV + A_H \nabla_H^2 U + \lambda_w |\bar{V}_w| U_w \quad \dots (12.1)$$

$$\partial_t V + \partial_y (V^2/H) + \partial_x (UV/H) = -gH\partial_y \xi - R|\bar{V}|V/H^2 - fU + A_H \nabla_H^2 V + \lambda_w |\bar{V}_w| V_w \quad \dots (12.2)$$

#### IV.2. - Discretización de las ecuaciones.

Para este propósito, se empleará una malla con celdas de Richardson, es decir, los puntos  $\xi(k,L)$  donde se calcula el nivel del agua, tiene como puntos vecinos en la dirección "x" a  $U(k-1/2,L)$ ,  $U(k+1/2,L)$ , y en la dirección "y" a  $V(k,L+1/2)$ ,  $V(k,L-1/2)$  que es donde se calcula el transporte en las direcciones "x" e "y", respectivamente. La figura IV.1 muestra una de estas mallas, la dirección seleccionada para el incremento de los índices k,L y el posicionamiento que tendrían los puntos en cada celda.

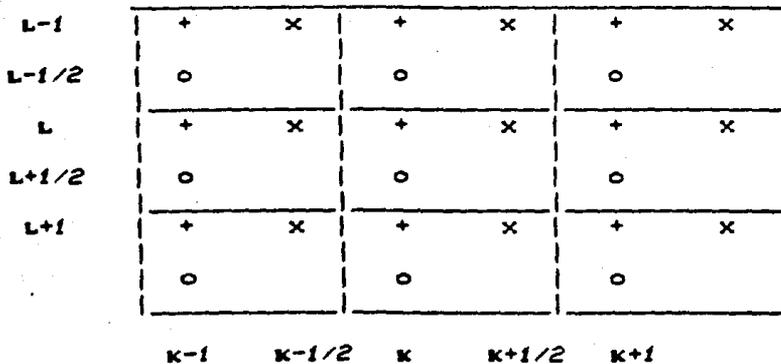


Fig. IV.1. - Diagrama de una malla con celdas de Richardson.

- + — Puntos donde se calculan niveles de agua  $\xi$ .
- x — Puntos donde se calculan velocidades U.
- o — Puntos donde se calculan velocidades V.

Utilizando:

1) el operador de diferencias centradas:

$$\delta_s q_m = (q_{m+1/2} - q_{m-1/2}) / \Delta S_m$$

donde  $m$  es un índice que varía en la dirección  $S$ ,  $\Delta S_m$  es la distancia del intervalo  $(S_{m-1/2}, S_{m+1/2})$ ,  $q_m$  hace referencia a una función que depende de la variable  $S$  y que se desea calcular en el punto  $S_m$ .

2) el operador de diferencias adelantadas:

$$\Delta_s q_m = (q_{m+1} - q_m) / \Delta S_{m+1/2}$$

Una posible discretización de las ecuaciones (11.12.1 y 12.2) para calcular los puntos  $(\xi, U, V)_{k,L}$  al tiempo  $t + \Delta t$  a partir de los dados al tiempo  $t$ , es la siguiente: (nótese que al calcular los puntos  $(U, V)$  el origen  $k, L$  se desplaza a la posición que tienen  $U$  y  $V$  dentro de la celda  $k, L$ ).

$$\Delta_t \xi_{k,L}^t + \delta_x \left[ \beta U_{k,L}^{t_1} + \gamma U_{k,L}^{t+\Delta t} \right] + \delta_y \left[ \beta V_{k,L}^{t_1} + \gamma V_{k,L}^{t+\Delta t} \right] = 0 \dots \dots (13)$$

$$\begin{aligned} \Delta_t U_{k,L}^{t_1} + C U_{k,L}^{t_1} = & -\sigma H_u \delta_x \left[ \beta \xi_{k,L}^t + \gamma \xi_{k,L}^{t+\Delta t} \right] - R \left| \bar{V}_{k,L}^{t_1} \right|_u U_{k,L}^{t_2} / H_u^2 + \\ & + A_H \left[ \delta_x^2 + \delta_y^2 \right] U_{k,L}^{t_1} + L_x^{t_1} + f \bar{V}_{k,L}^{t_1} \dots \dots \dots (14.1) \end{aligned}$$

$$\Delta_t V_{K,L}^{t_1} + CV_{K,L}^{t_1} = -gH_v \delta_y \left[ \beta_1 \xi_{K,L}^t + \gamma_1 \xi_{K,L}^{t+\Delta t} \right] - R \left| \bar{V}_{K,L} \right|_v U_{K,L}^{t_2} / H_v^2 +$$

$$+ A_H \left[ \delta_x^2 + \delta_y^2 \right] V_{K,L}^{t_1} + L_y^{t_1} - f \tilde{U}_{K,L}^{t_1} \dots \dots \dots (14.2)$$

donde  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\beta_1$ ,  $\gamma_1$  son factores de peso tales que  $\beta + \gamma = 1$  y  $\beta_1 + \gamma_1 = 1$ ;  $H_u$ ,  $H_v$  es el espesor de la columna de agua en los puntos donde se calculan  $U_{K,L}$ ,  $V_{K,L}$ , respectivamente, en nuestro caso, se tiene que:

$$H_u = \left[ H_{K+1/2} + H_{K-1/2} \right]_L \cdot .5$$

$$H_v = \left[ H_{L+1/2} + H_{L-1/2} \right]_K \cdot .5 ; \text{ recordar que } H = \xi + h$$

$$\tilde{V}_{K,L} = \left[ CV_{L+1/2} + V_{L-1/2} \right]_{K+1/2} + \left[ V_{L+1/2} + V_{L-1/2} \right]_{K-1/2} \cdot .25 ; \text{ es el}$$

valor de  $V$  en un punto  $U_{K,L}$ .

$$\tilde{U}_{K,L} = \left[ CU_{K+1/2} + U_{K-1/2} \right]_{L+1/2} + \left[ U_{K+1/2} + U_{K-1/2} \right]_{L-1/2} \cdot .25 ; \text{ es el}$$

valor de  $U$  en un punto  $V_{K,L}$ .

$$\left| \bar{V}_{K,L} \right|_u = \sqrt{U_{K,L}^2 + \tilde{V}_{K,L}^2} ; \text{ magnitud del transporte en un punto } U_{K,L}$$

$$\left| \bar{V}_{K,L} \right|_v = \sqrt{\tilde{U}_{K,L}^2 + V_{K,L}^2} ; \text{ magnitud del transporte en un punto } V_{K,L}$$

$L_x = \lambda_w |\bar{V}_w| U_{w_{k,L}}$  ;  $L_y = \lambda_w |\bar{V}_w| V_{w_{k,L}}$  ; es el arrastre del viento en las direcciones x e y calculados en un punto  $U_{k,L}$ ,  $V_{k,L}$  respectivamente.

$CU_{k,L}$  y  $CV_{k,L}$  hacen referencia a los términos advectivos en las direcciones x e y respectivamente, una forma utilizada frecuentemente en su discretización es:

$$2 C U_{k,L} = U_{k,L} \left[ \delta_x u_{k+1/2} + \delta_x u_{k-1/2} \right]_L + \\ + \tilde{V}_{k,L} \left[ \delta_y u_{L+1/2} + \delta_y u_{L-1/2} \right]_k$$

$$2 C V_{k,L} = \tilde{U}_{k,L} \left[ \delta_x v_{k+1/2} + \delta_x v_{k-1/2} \right]_L + \\ + V_{k,L} \left[ \delta_y v_{L+1/2} + \delta_y v_{L-1/2} \right]_k$$

pero como en algunos casos esta presentación es inestable, se usan los esquemas "rio arriba" que son más estables y se pueden expresar de la siguiente forma, con  $u = U_{k,L}/h_u$  ;  $\tilde{v} = \tilde{V}_{k,L}/h_v$  y  $a = u, v, \tilde{u}, \tilde{v}$  se define  $a^+ = a + |a|$  ;  $a^- = a - |a|$ , con lo cual se tiene:

$$2 C U_{k,L} = u^+ \Delta_x U_{k-1,L} + u^- \Delta_x U_{k,L} + \tilde{v}^+ \Delta_y U_{k,L-1} + \tilde{v}^- \Delta_y U_{k,L}$$

$$2 C V_{k,L} = \tilde{u}^+ \Delta_x V_{k-1,L} + \tilde{u}^- \Delta_x V_{k,L} + v^+ \Delta_y V_{k,L-1} + v^- \Delta_y V_{k,L}$$

Las ecuaciones así planteadas están sujetas a condiciones de estabilidad, es decir, a condiciones que garanticen la convergencia, en la medida de la discretización espacio-temporal utilizada, de la solución numérica a la solución del sistema y esto no se logra por lo general para espaciamientos temporales  $\Delta t$  arbitrarios.

Si en las ecuaciones (13), (14.1) y (14.2)  $\beta = \beta_1$ ,  $\gamma = \gamma_1$ ,  $t = t_1$ , entonces con  $\gamma = 0$  el esquema es explícito pero incondicionalmente inestable, con  $\gamma \neq 0$  el esquema es semiimplícito y condicional o incondicionalmente estable. En este trabajo se empleó la siguiente parametrización explícita que es condicionalmente estable,  $\gamma = \beta_1 = 0$ ,  $t_1 = t + \Delta t/2$ ,  $t_2 = t_1 + \Delta t$ , obviamente  $\beta = \gamma_1 = 1$ . Con lo cual la discretización queda ( se suprimen los subíndices  $x, y$  ) de la siguiente forma:

$$\xi^{t+\Delta t} = \xi^t - \left[ \delta_x^* U + \delta_y^* V \right]^{t+\Delta t/2} \dots \dots \dots (15)$$

$$U^{t_1+\Delta t} = [ U^{t_1} - \sigma H_u \delta_x^* \xi^{t+\Delta t} - C^* U^{t_1} + A_H^* (\delta_x^2 + \delta_y^2) U^{t_1} + L_x^* \tilde{u}^{t_1} + f^* \tilde{v}^{t_1} ] / R_u \dots \dots \dots (16.1)$$

$$V^{t_1+\Delta t} = [ V^{t_1} - \sigma H_v \delta_y^* \xi^{t+\Delta t} - C^* V^{t_1} + A_H^* (\delta_x^2 + \delta_y^2) V^{t_1} + L_y^* \tilde{v}^{t_1} - f^* \tilde{u}^{t_1} ] / R_v \dots \dots \dots (16.2)$$

$$R_u = 1 + R^* | \tilde{v}^{t_1} | / H_u^2 ; \quad R_v = 1 + R^* | \tilde{u}^{t_1} | / H_v^2$$

en donde las variables o constantes apostrofadas estan multiplicadas por  $\Delta t$ .

Usando la técnica de Fourier o de Von Neuman para la estabilidad, es decir, suponiendo que:

$$(\xi, U, V)_{k+p, l+q}^{\Delta t+n\Delta t} = \sum \beta^n (\xi, U, V)_0 B$$

con  $B = e^{i(a_1 p \Delta x + a_2 q \Delta y)}$ ,  $a_1, a_2$  números de onda en las direcciones  $x$  e  $y$  respectivamente y  $\beta$  un factor indicativo del tipo de evolución temporal que sufre una oscilación en el sistema, así,  $\beta > 1$  indica amplificación de la perturbación o inestabilidad,  $\beta = 0$  estabilidad neutra y  $\beta < 1$  amortiguamiento o estabilidad, es decir, de interés son las condiciones que se deben satisfacer para garantizar la estabilidad del sistema ( $|\beta| \leq 1$ ).

Teniendo en cuenta que:

$$\delta_a B = [-2iS_a/D_a] B; \quad \delta_a^2 B = [-4S_a^2/D_a^2] B \quad \dots\dots\dots (17)$$

con  $S_a = \sin(a_a \Delta a / 2)$ ,  $D_a = \Delta a$  y  $a = x$  ó  $y$ . Las ecuaciones (15), (16.1) y (16.2) se pueden escribir, una vez que se desprecian las fuerzas de excitación, los términos de Coriolis y advectivos, se linealiza el término de fricción con el fondo y se utiliza la notación:

$$\delta_a = -2iS_a/D_a; \delta_a^2 = -4S_a^2/D_a^2; \nabla^2 = \delta_x^2 + \delta_y^2 = -4\bar{\nabla}^2; \delta_a' = \delta_a \Delta t \quad \dots\dots (18)$$

como:

$$\beta \xi_0 = \xi_0 - \delta'_x U_0 - \delta'_y V_0$$

$$\beta U_0 = U_0 - \beta G'H \delta'_x \xi_0 - R' U_0 + A'_H \nabla^2 U_0$$

$$\beta V_0 = V_0 - \beta G'H \delta'_y \xi_0 - R' V_0 + A'_H \nabla^2 V_0$$

en forma matricial:

$$\begin{vmatrix} \beta-1 & \delta'_x & \delta'_y \\ \beta G'H \delta'_x & \beta-1+R'-A'_H \nabla^2 & 0 \\ \beta G'H \delta'_y & 0 & \beta-1+R'-A'_H \nabla^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \xi_0 \\ U_0 \\ V_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Soluciones no triviales de este sistema, vienen dadas por los ceros del polinomio característico:

$$(\beta-1 + R' - A'_H \nabla^2) \left[ (\beta-1)(\beta-1 + R' - A'_H \nabla^2) - \beta G' \cdot H \nabla^2 \right] = 0$$

el primer factor de esta ecuación tiene como cero a:

$$\beta_1 = 1 - R \Delta t - 4 A_H \nabla^2 \Delta t \quad (*)$$

La condición  $|\beta_1| \leq 1$  para estabilidad, conduce una vez que se utiliza la expresión (18) para  $\nabla^2$  a:

$$\Delta t \leq 2 / \left[ R + 4 A_H (1/\Delta x^2 + 1/\Delta y^2) \right]$$

el segundo factor, que es un polinomio de segundo grado en  $\beta$ , se puede escribir como:

$$\beta^2 - (2 + G' \cdot H \nabla^2 - R' + A'_H \nabla^2) \beta + (1 - R' + A'_H \nabla^2) = 0$$

y tiene como ceros a:

$$\beta_{2,3} = \frac{2+G' \cdot H \nabla^2 - R' + A_H' \nabla^2 \pm i \sqrt{4(1-R' + A_H' \nabla^2) - (2+G' \cdot H \nabla^2 - R' + A_H' \nabla^2)^2}}{2}$$

la condición  $|\beta_{2,3}| < 1$  establece:

$$-4 + Rv + \tilde{G} \leq \sqrt{(2-Rv-\tilde{G})^2 - 4(1-Rv)} \leq Rv + \tilde{G}$$

con  $Rv = (R+4A_H \tilde{\nabla}^2) \Delta t$  ;  $\tilde{G} = 4GH \tilde{\nabla}^2 \Delta t^2$  , como  $Rv + \tilde{G}$  es un número positivo, la condición más restrictiva se obtiene de la primera desigualdad, de la cual se tiene, una vez que ésta se eleva al cuadrado, se desarrollan algunas operaciones algebraicas y se agrupan términos de igual potencia en  $\Delta t$ , lo siguiente:

$$2GH \tilde{\nabla}^2 \Delta t^2 + (R + 4A_H \tilde{\nabla}^2) \Delta t - 2 \leq 0$$

y el cero con significado físico conduce a:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x^2 + B^2}{\sqrt{4GH(1+\Delta x^2/\Delta y^2)}} - B$$

donde:

$$B = \left[ \frac{R \Delta x^2}{4GH(1+\Delta x^2/\Delta y^2)} + \frac{A_H}{GH} \right]$$

utilizando en este caso  $\Delta x = \Delta y = 500$  m.  $H = 86$  m.  $G = 9.81$  m/s<sup>2</sup>

si se considera un  $A_H \approx 20 \text{ m}^2/\text{s}$  y velocidades del orden de  $1.0 \text{ m/s}$ , que ocasionaría un  $R \approx 4 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  se tendría que  $B \approx 0.0252 \text{ s}^{-1}$  lo que conduce a  $\Delta t \leq 12.147 \text{ seg.}$  y como se ve, bastante cercano al criterio de Courant-Friederich-Levy (CFL), el cual se obtiene si  $R = A_H = 0$  y por tanto  $B = 0$ , que en nuestro caso produce un  $\Delta t \leq 12.1722 \text{ seg.}$

Con el propósito de realizar la modelación numérica, se utilizó una malla con celdas de  $500 \text{ m}$  por lado, como se muestra en la figura 15. La configuración batimétrica correspondiente se obtuvo en base a la Carta Náutica No. 513 de la Secretaría de Marina y es la que se presenta en la figura 16.

## V. - DESCRIPCION Y DISCUSION DE LOS RESULTADOS DEL MHN.

### V.1. - Propagación de las componentes $M_2$ , $S_2$ , $K_1$ y $O_1$ .

Como condición de frontera abierta, en este caso, se prescribió el comportamiento del nivel de agua en la boca de acuerdo a la función  $A \sin(\omega t - \phi)$ , con  $A$  la amplitud de la marea,  $\omega$  su velocidad angular y  $\phi$  su defasamiento. Dadas las dimensiones de la cuenca se supuso  $A = \text{cte.}$  y  $\phi = 0$  a lo largo de la entrada de la Bahía.

Con el propósito de observar la influencia que tienen los términos convectivos y la rotación terrestre en la hidrodinámica de la Bahía, se realizaron cálculos idealizados de la propagación de la constituyente  $M_2$ , en los que alguno de los términos o ambos no se consideraron, así, se observa que la influencia del término de Coriolis se manifiesta principalmente, entre las isobatas de 40 m y 86 m, originando elipses de marea con giro anticiclónico con excentricidades pequeñas, mientras que a profundidades menores a los 40 m, la excentricidad es casi 1, es decir, las elipses degeneran en recta, este es el caso en los cálculos efectuados sin coriolis, como puede inferirse de las figuras 25 y 26. La excentricidad es mayor en las componentes semidiurnas ( $M_2$ ,  $S_2$ ) que en las diurnas ( $K_1$ ,  $O_1$ ), compárese figuras 17 y 19 con 21 y 23. Esta influencia es de esperarse, ya que el número de Rossby  $c = U/fL$ , que es la razón entre el periodo inercial ( $T_i = 1/f$ ) y un periodo característico del sistema ( $T_c = L/U$ ) con  $U, L$  velocidad y longitud características del sistema y  $f$  el parámetro de Coriolis, es en este caso con

$U \approx 1.5 \text{ cm/s}$ ,  $L \approx 13 \text{ Km}$  y  $f \approx 4.73 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ , del orden de  $\epsilon \approx 0.02 \leq 1$ .

Las corrientes residuales muestran la tendencia neta de la circulación al completarse un ciclo de marea y en este caso presentan magnitudes máximas que son del orden del 3% para las componentes semidiurnas y menor al 1% para las diurnas con respecto a las velocidades máximas en un ciclo de marea, ver figuras 18, 20, 22 y 24.

Dada la pequeña magnitud que muestran las velocidades producidas por mareas (del orden de  $1 \text{ cm/s}$ ), la influencia de los términos convectivos, en la hidrodinámica de la Bahía, es despreciable, como se puede observar al comparar las figuras 25 y 26 ó 27 y 28.

En general, de los patrones de distribución de niveles de agua y de velocidades de corrientes, se observa que las constituyentes se propagan homogéneamente, encontrándose diferencias máximas del orden de milímetros para los niveles de agua en un instante dado para puntos entre la frontera abierta y el interior de la Bahía, ver figs. 28 a 32.

Para instantes con medio ciclo de periodo de diferencia, se observa el mismo patrón pero con inversión del gradiente para los niveles de agua y de la dirección para las corrientes, lo cual indica que los términos no-lineales no contribuyen significativamente en la hidrodinámica del sistema.

El patrón de velocidades muestra, en general, durante el flujo, una tendencia ciclónica en el área de Santiago y una anticiclónica en la porción de Manzanillo; en el reflujo esta tendencia se invierte, además, la dirección de la corriente tiende a ser perpendicular a la línea de costa en estas zonas.

En las pleamares y bajamares se presentan las mínimas velocidades, mientras que en los nodos las máximas velocidades, las cuales son originadas, por efectos batimétricos o disminución del área hidráulica y siempre se localizan para el área de Manzanillo en las cercanías de Punta Chiquita del Viejo y Punta Ojo de Agua, mientras que, para el área de Santiago, es en las proximidades de la Boca de la Laguna de Juluapan, Punta Gorda y Punta Juluapan.

Con el propósito de tener una idea del orden de magnitud de las velocidades y su patrón de distribución en la marea real, se realizó el cálculo de la propagación de una marea  $M_2$ , como representante del régimen de mareas mixto semidiurno de Manzanillo, con una amplitud supuesta de 0.30 m, que corresponde al promedio de amplitud entre los rangos de pleamar a bajamar media (0.536 m) y de pleamar media superior a bajamar media inferior (0.731 m). Tanto el patrón de corrientes como el de niveles de agua es igual al calculado para la componente  $M_2$ , pero los valores de las isolíneas de nivel y las magnitudes de velocidad, muestran el factor con que se amplificó la marea, (ver figura 29).

## V.2. - Efectos del Viento en la Bahía

El patrón estacionario de corrientes y niveles de agua producido por un viento de 15 m/s, muestra las siguientes generalidades: ver fig. 33.

- 1) Las isolíneas de nivel de agua tienden a ser perpendiculares a la dirección del viento y su valor aumenta en la misma dirección.
- 2) El gradiente de los niveles de agua y la dirección de las corrientes se invierten cuando se invierte la dirección del viento.
- 3) La inclinación del nivel de agua muestra una pendiente, para las secciones en la dirección del viento, que coincide con la dada por la solución teórica para un canal con profundidad y longitud dadas por la media batimétrica y longitud de esa sección.
- 4) En el patrón de corrientes, se observa que éstas son siempre paralelas a la línea de costa.

Por otra parte, viento del SW produce corrientes que penetran por los márgenes de la Bahía, convergiendo a la altura de la Península de Santiago, donde inician su salida por el centro de la Bahía, originando dos giros; uno anticiclónico, hacia el área de Santiago y otro ciclónico, hacia el área de Manzanillo, fig. 33 a. Para un viento del NE, se invierte el proceso, es decir, entra agua por el centro de la Bahía, divergiendo a la altura de Punta Santiago donde continúan siguiendo la configuración de la costa, hasta salir por los márgenes de la Bahía, fig. 33 b.

Con viento del SE, el agua penetra por Punta Ventanas, abarcando la mitad de la entrada a la Bahía, donde se localiza el centro de un giro ciclónico, sigue la configuración de la costa, bordeando el área de Manzanillo (el Puerto de Manzanillo no es afectado), la Península de Santiago, el área de Santiago, la Punta Juluapan y finalmente, la Ensenada Higueras, por donde sale. La velocidad máxima se presenta entre Punta Juluapan y los escollos llamados Los Frailes, fig. 33 c. Viento del NW invierte este patrón aún cuando el centro del giro, ahora anticiclónico, se desplaza hacia Punta Ventanas, donde las corrientes de salida presentan también, mayor magnitud de velocidad, que en el caso anterior, fig. 33 d.

Con viento del NNE el agua entra por la Ensenada Higueras, abarcando la mitad de la Bahía, en donde se localiza el centro de un giro anticiclónico; al alcanzar Punta Juluapan, el flujo principal toma dirección hacia la Punta Santiago, donde bordea el área de Manzanillo y sale a la altura de Punta Ventanas. Se puede observar que el área de Santiago es afectada por dos giros, uno ciclónico, en las cercanías de Punta Juluapan y otro anticiclónico, por Punta Santiago, fig. 33 e. Viento del SSW se invierte el patrón anterior, fig. 33 f.

Con viento del WNW, el agua se introduce, desde la mitad de la Bahía, donde se localiza el centro de un giro anticiclónico, hasta Ensenada Higueras, donde bordeando por Punta Juluapan, las playas del área Santiago, la Punta Santiago, las playas del área de Manzanillo, fluye a la altura de Punta Ventanas, donde se crea una pequeña contracorriente, fig. 33 g. Viento del ESE invierte

en general, este patrón, pero se crea una contracorriente desde el Muelle de PEMEX hasta Punta Ventanas y las corrientes en esta región son de menor magnitud, fig. 33 h.

## VI. - CONCLUSIONES

1) Los resultados del modelo (MHN) debido a la acción de la marea y del viento, son consistentes con la descripción cualitativa del patrón de circulación que se tiene a partir de observaciones de tipo lagrangiano, (Manzo et al., 1982; Secretaría de Marina, 1973).

2) La marea se propaga homogéneamente dentro de la Bahía, esto es, se puede decir, que no existe defasamiento en la entrada de las pleamares o bajamares entre puntos en el interior y la frontera.

3) En el caso de la circulación producida por marea, la influencia de los términos advectivos es despreciable, lo cual concuerda con el hecho de que éstos dependen cuadráticamente de las velocidades y éstas son, según el modelo (MHN) del orden de 1.5 cm/s.

4) La influencia de coriolis se manifiesta principalmente en las regiones con profundidad mayor a los 40 m, que es donde las rectas de marea se convierten en elipses, todas de giro anticiclónico.

5) La circulación ocasionada por el arrastre del viento

explica el acarreo de ciertos materiales después del paso de una tormenta en las playas de Santiago y Manzanillo según reporta Zepeda (1987)., así como, el comportamiento lagrangiano de boyas bajo la acción de vientos fuertes en la región de Santiago según Manzo et al. (1982).

## L I T E R A T U R A

- Calendario Gráfico de Mareas, 1985-86. De Los Puertos de Manzanillo, Lázaro Cárdenas y Zihuatanejo. Instituto de Geofísica de la U. N. A. M., México, D. F.

- Comisión de Estudios del Territorio Nacional, 1973. Carta de Climas. S.P.P. Secretaría de la Presidencia. México, D.F.

- Dietrich, G., 1975. Allgemeine Meereskunde. 3 Auflage. Gebrüder Borntraeger. Berlin, Stuttgart.

- Dressler, R., 1981. (tomos 2-5), 1984. Investigación sobre mareas y efectos del viento en el Golfo de California Mediante un modelo hidrodinámico numérico (MHN). N.2 Sammlung Von Publikation en Dressler.

- García de Miranda, E., 1986. Apuntes de Climatología 5a. Edición. México, D. F.

- Gaviño, R.J., 1984. Rehabilitación de la Laguna de Cuyutlán. Instituto Oceanográfico de Manzanillo. Dirección General de Oceanografía. Secretaría de Marina. México, D. F.

- Godin, G., 1980. Revisión de los datos de mareas para la costa occidental de México disponibles en el CICESE e interpretación de los resultados. Informe Técnico Oc-80-02. Centro de Investigación Científica y Educación Superior de Ensenada. Ensenada, B. C., México, D. F.

- Japan International Cooperation Agency, 1985. Draft Final Report for the Study on the Development Project of the Port of Manzanillo in the United Mexican States. Tokio, Japan.

- Manzo, H., 1982. Transporte de sedimentos en las vecindades de la Laguna de Juluapan. Instituto Oceanográfico de Manzanillo. Dirección General de Oceanografía Naval. Secretaría de Marina. México, D. F.

- McCracken, D.D. y Dorn, W.S., 1978. Métodos Numéricos y programación fortran. Ed. Limusa. México, D. F.

- Mitteilungen des Instituts Für Meereskunde, der Universität Hamburg, 1962-1987, 1-26. Hamburg.

- Núñez, F.E., 1980. Estudio Ictiológico en la Laguna de Cuyutlán, Col. U.A.C.P.P.C.C.H. de la U.N.A.M. Tesis de Maestría. México, D. F.

- Ramming, H.G. y Kowalik, Z., 1980. Numerical Modelling of Marine Hydrodynamics Applications to Dynamic Physical Processes. Ed. Elsevier Oceanography Series, No. 26. Amsterdam, The Netherlands.

- Lancin, M. y Carranza, E.A., 1976. Estudio Geomorfológico de la Bahía y de la playa de Santiago en Manzanillo, Colima. Revista del Instituto de Geología, U.N.A.M., México, D. F.

- Quijano, S., 1986. Estudio de protección al ambiente a la planta termoelectrica Manzanillo II. Instituto Oceanográfico de Manzanillo. Dirección General de Oceanografía Naval. Secretaría de Marina. México, D. F.

- Secretaría de Marina, 1973. Estudio Geográfico de la Región de Manzanillo. Dirección General de Oceanografía. México, D. F.

- Secretaría de Marina, 1979. Derrotero de las Costas sobre el Océano Pacífico de México, América Central y Colombia. Dirección General de Oceanografía. Pub.S.M. No. 102. México, D.F.

- Secretaría de Marina, 1985. Estudio de Preservación y Control de Calidad de las Aguas de la Bahía de Manzanillo, Col. Dirección General de Oceanografía Naval. México, D. F. (CS/P).

- Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos, 1986. Reporte de Datos Climatológicos de Manzanillo, Col. Servicio Meteorológico Nacional, Estación Manzanillo, Col. México, D. F.

- Tablas de Predicción de Mareas de los Puertos del Océano Pacífico, 1985-86. Instituto de Geofísica de la U.N.A.M. México, D. F.

- U. S. Naval Oceanographic Office, 1981-86. Stream Montly Summary. N. O. A. A., U. S. A.

- Zepeda, J., 1987. Estudio Sedimentológico de las playas de Manzanillo y Santiago, Colima. Instituto Oceanográfico de Manzanillo. Dirección General de Oceanografía Naval. Secretaría de Marina. México, D. F.

**ANEXO I**

**FIGURAS Y TABLAS**

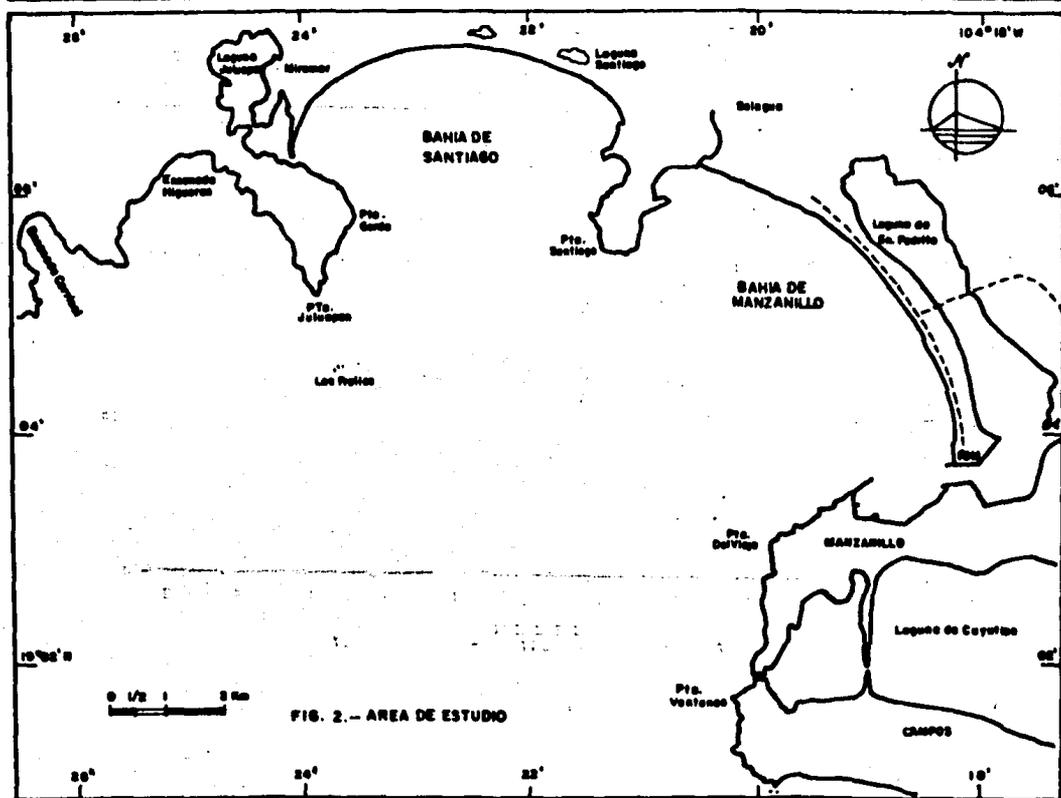
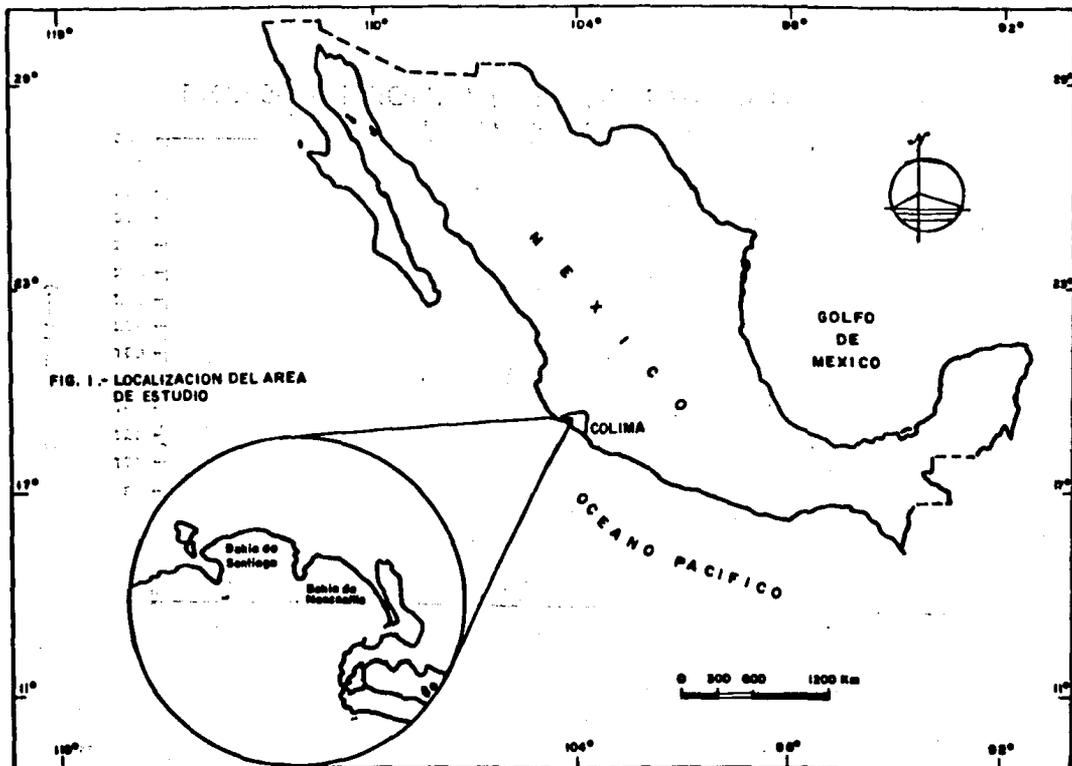


FIG. 3.— PROM. MENS. DE PRECIPITACION.

REGION MANZANILLO.FUENTE:S.M.N.

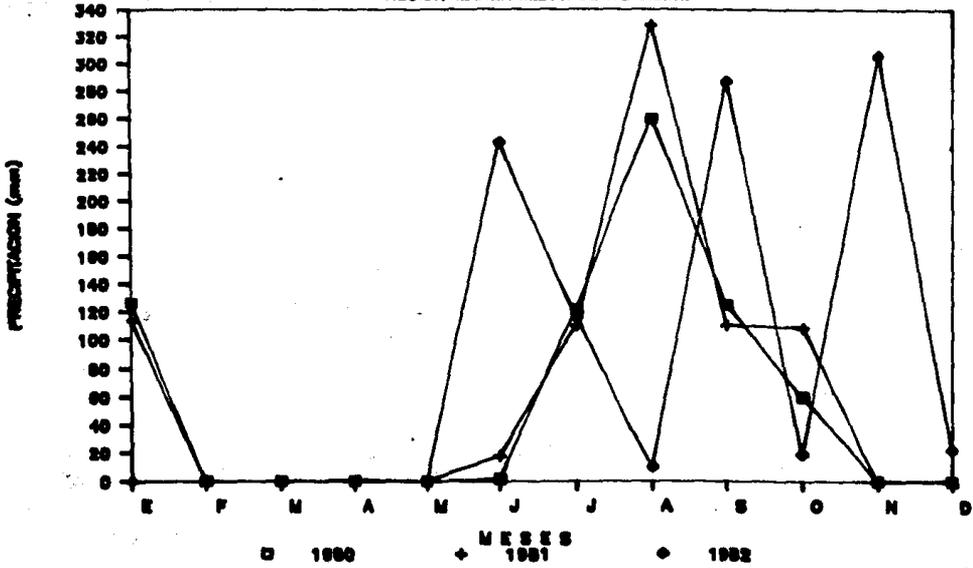
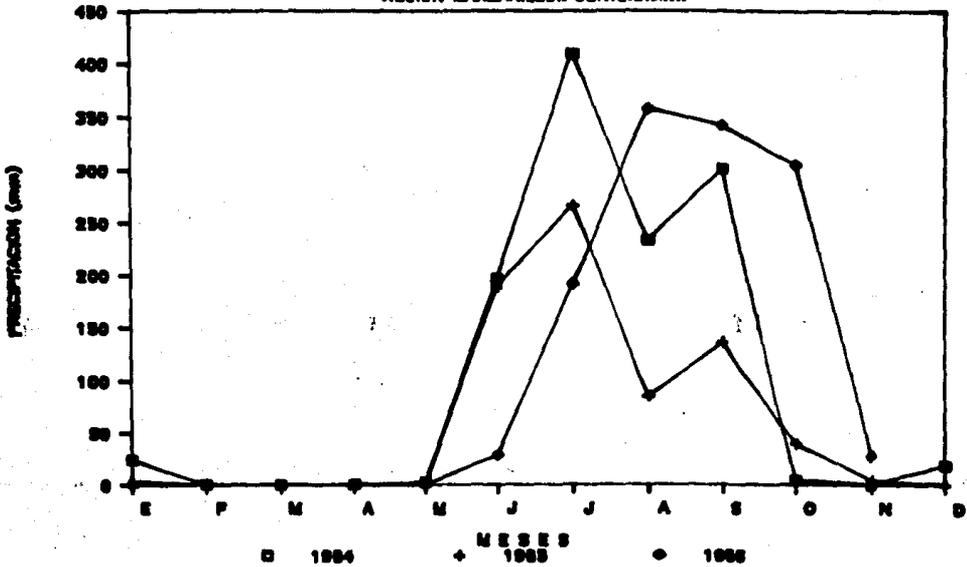
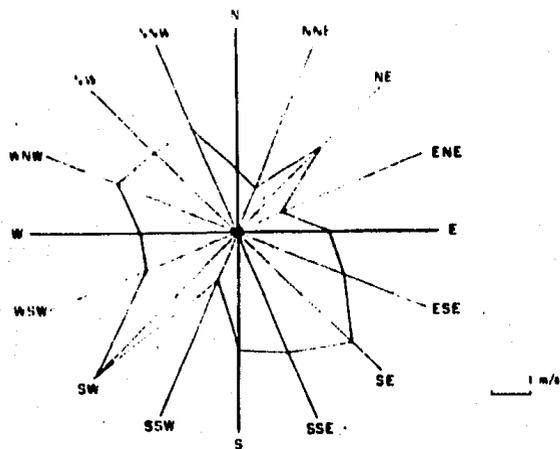


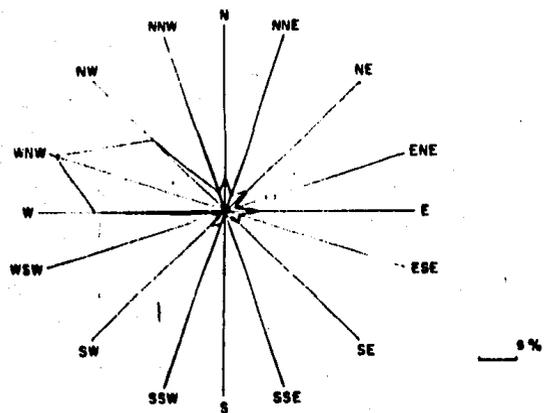
FIG. 4.— PROM. MENS. DE PRECIPITACION.

REGION MANZANILLO.FUENTE:S.M.N.



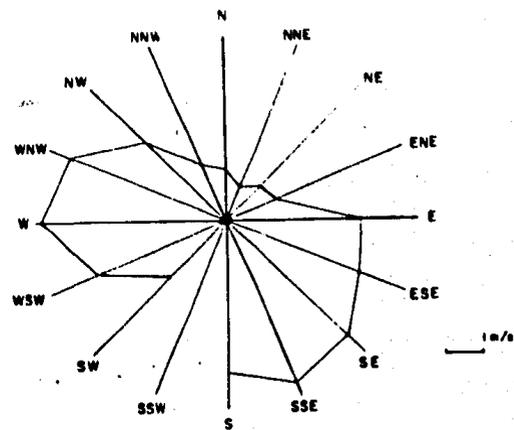


a)

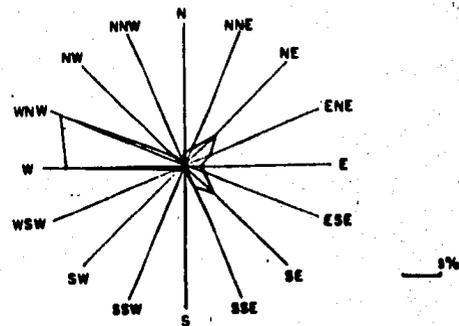


b)

FIG. 5. - a) VELOCIDAD MEDIA Y b) FRECUENCIA DE LOS VIENTOS, TOMADOS POR EL S.M.N. DE LA S.A.R.H. PARA LOS AÑOS 1974-1981. (OBSERVACIONES TOTALES 10986).



a)



b)

FIG. 6. - a) VELOCIDAD MEDIA Y b) FRECUENCIA DE LOS VIENTOS, TOMADOS POR EL INSTITUTO OCEANOGRÁFICO DE MANZANILLO, SECRETARÍA DE MARINA, PARA LOS AÑOS DE 1980-1985. (OBSERVACIONES TOTALES 8911).

FIG. 7.- PROM. MENS. DE TEMP. DEL AIRE.

REGION MANZANILLO.FUENTE: S.M.N.

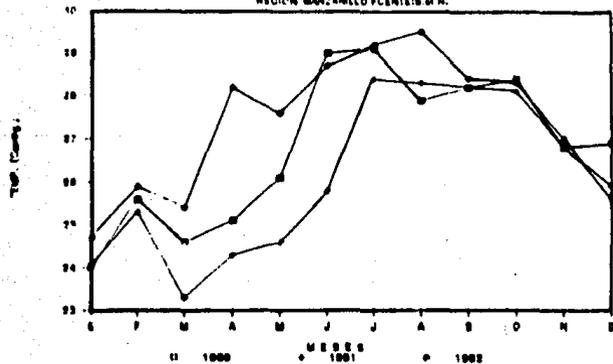


FIG. 8.- PROM. MENS. DE TEMP. DEL AIRE.

REGION MANZANILLO.FUENTE: S.M.N.

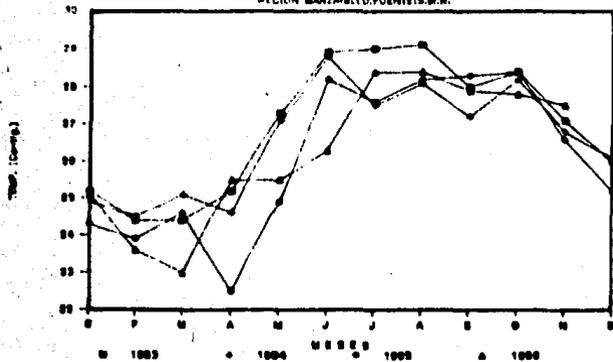


FIG. 9.- PROM. MENS. DE PRESION ATMS.

REGION MANZANILLO.FUENTE: S.M.N.

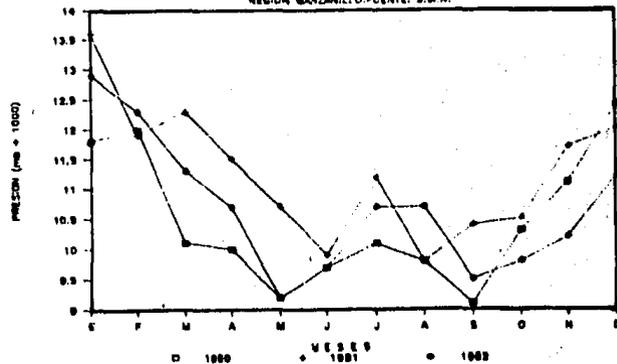


FIG. 10.- PROM. MENS. DE PRESION ATMS.

REGION MANZANILLO.FUENTE: S.M.N.

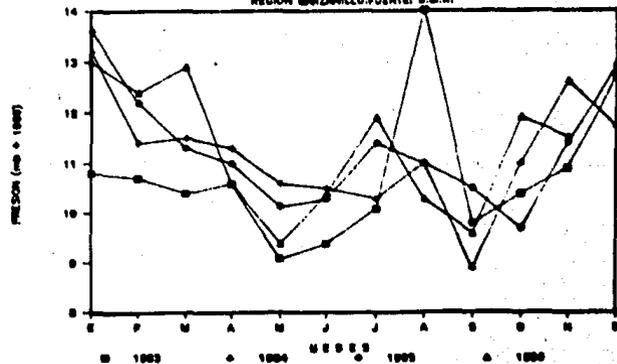


FIG. 11.- PROM. MENS. DE HUMEDAD REL.

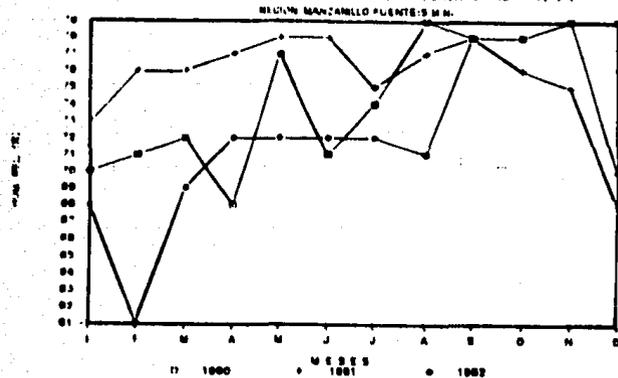


FIG. 13.- PROM. MENS. DE TEMP. DEL AGUA.

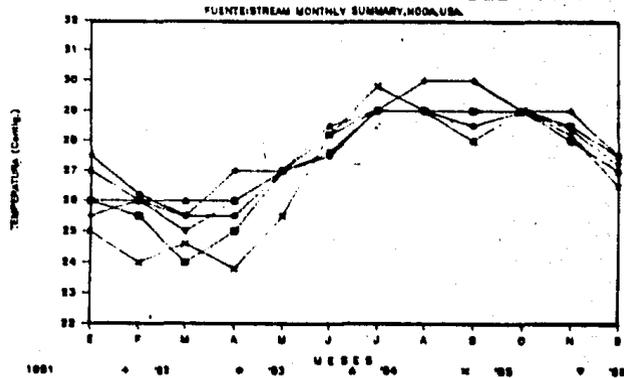


FIG. 12.- PROM. MENS. DE HUMEDAD REL.

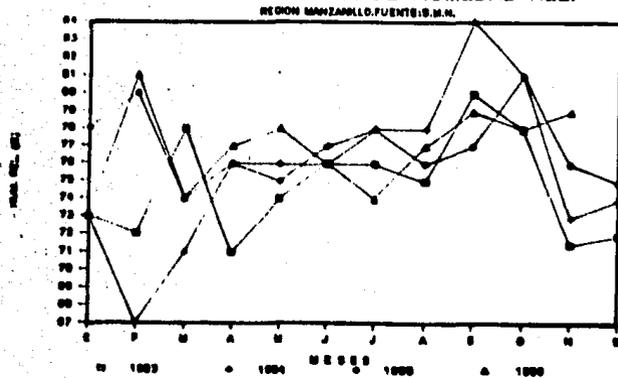
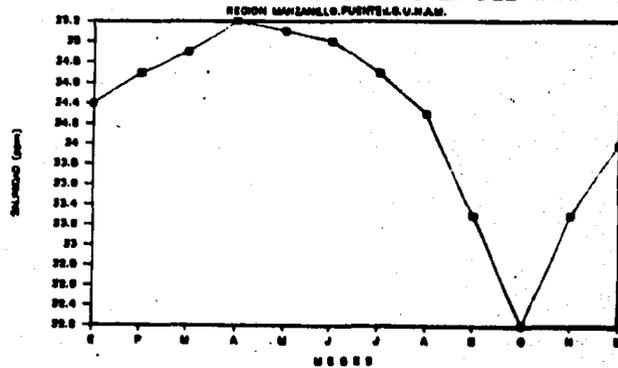


FIG. 14.- PROM. MENS. DE SALI. DEL MAR.



BAHIA MANZANILLO-SANTIAGO

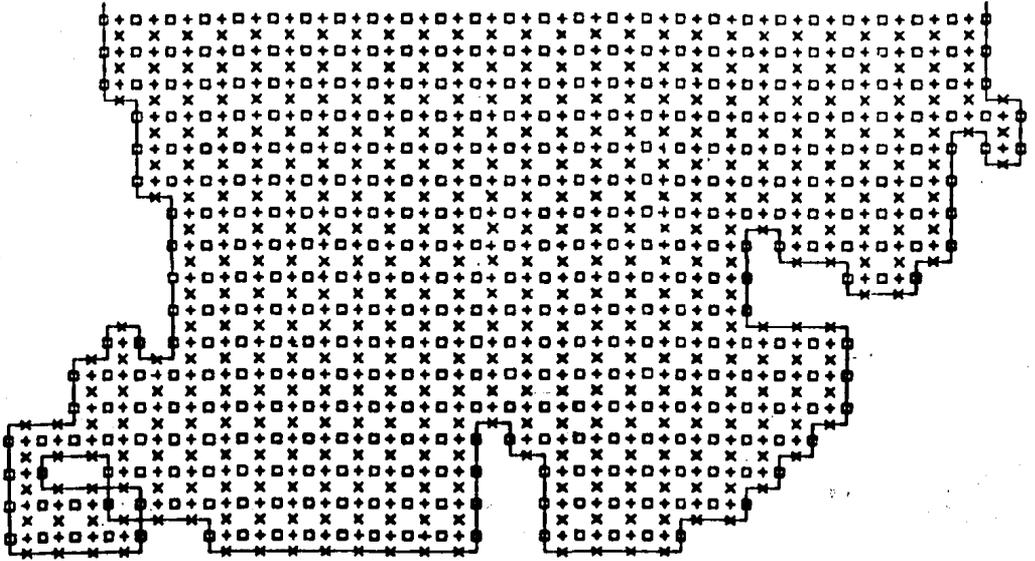


FIG. 15.- MALLA DE PUNTOS

+ PUNTO I    x PUNTO II    □ PUNTO V

BAHIA MANZANILLO-SANTIAGO

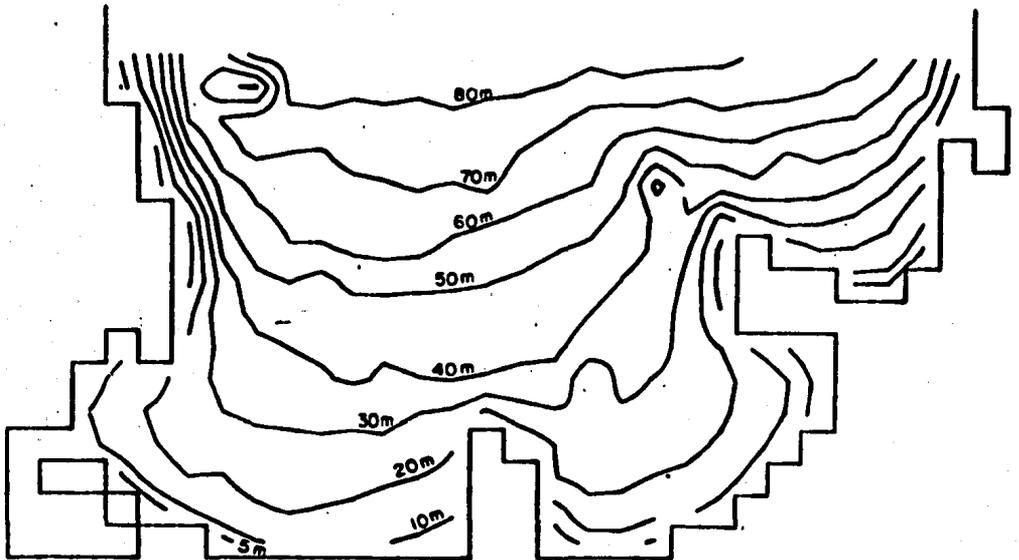
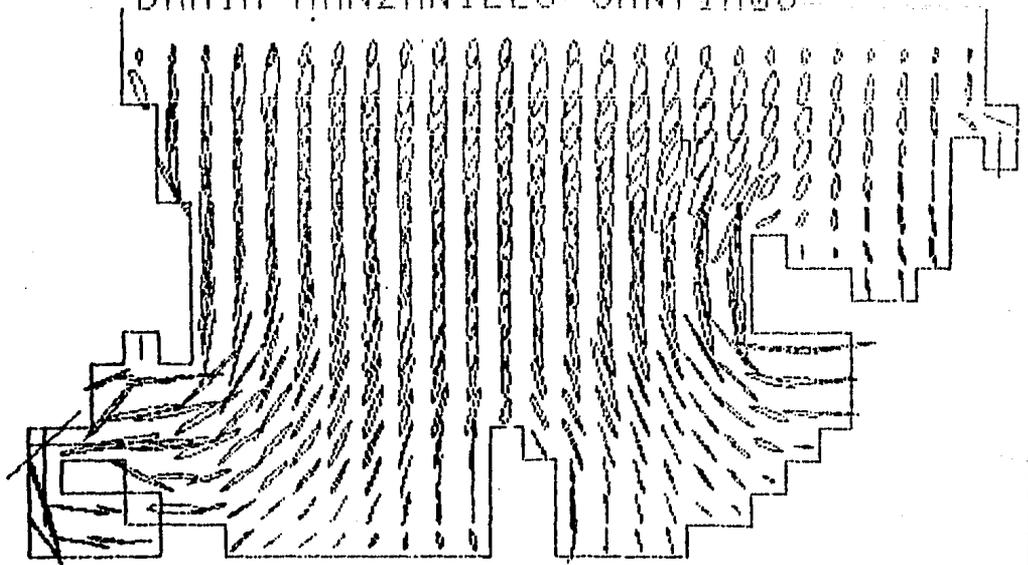


FIG. 16.- BATIMETRIA DEL AREA DE ESTUDIO

BAHIA MANZANILLO - SANTIAGO

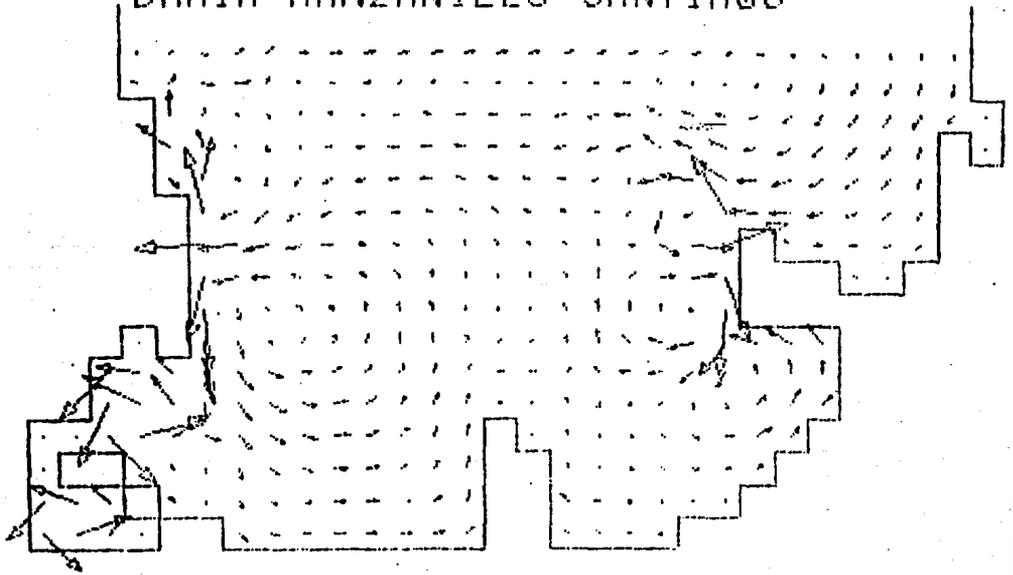


$V_{MAX} = 1.210 \text{ CM/SEG } \}$

FIG. 17

ELIPSES DE MAREA:  $M_2$

BAHIA MANZANILLO - SANTIAGO

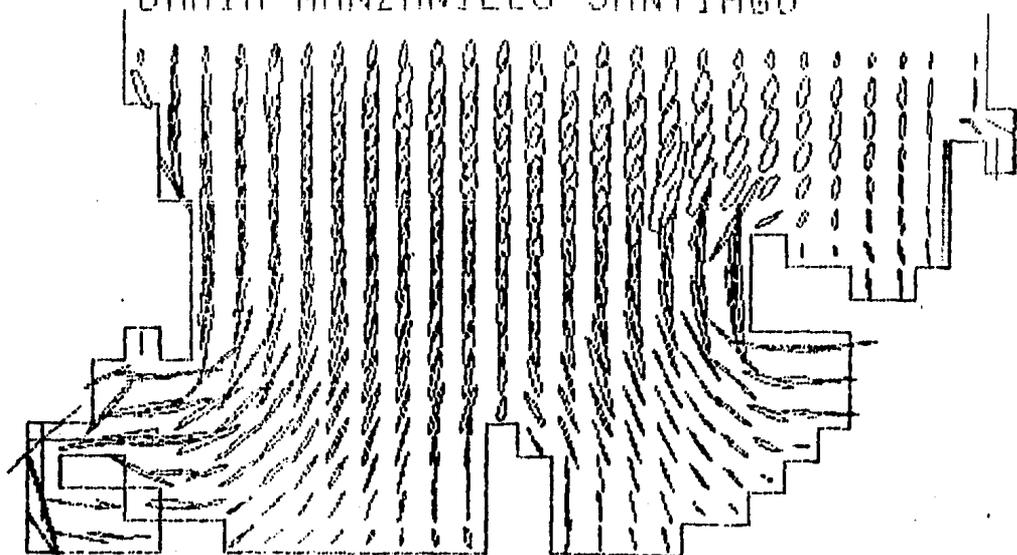


$V_{MAX} = .82 \text{ ( CM/SEG )}$

FIG. 18

CORRIENTES RESIDUALES:  $M_2$

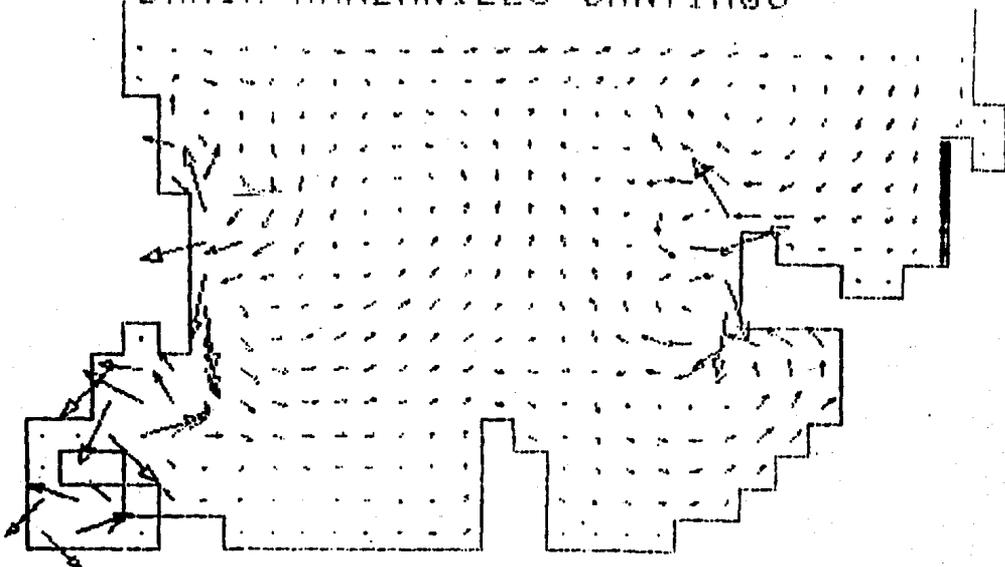
BAHIA MANZANILLO-SANTIAGO



$V_{MAX} = 1.450 \text{ CM/SEG } \downarrow$

FIG. 19 ELIPSES DE MAREA:  $S_2$

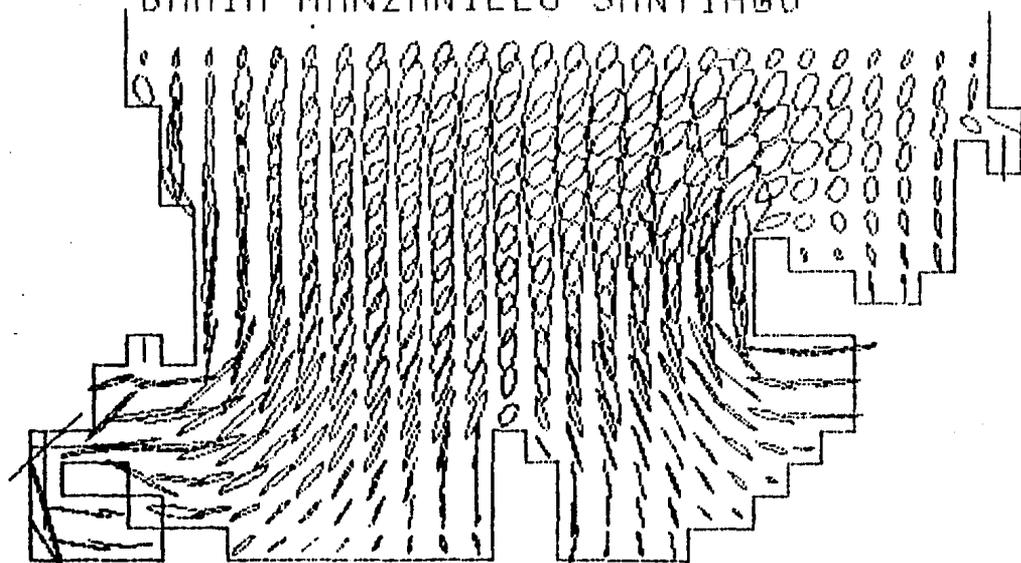
BAHIA MANZANILLO-SANTIAGO



$V_{MAX} = .04 \text{ CM/SEG } \downarrow$

FIG. 20 CORRIENTES RESIDUALES:  $S_2$

BAHIA MANZANILLO-SANTIAGO

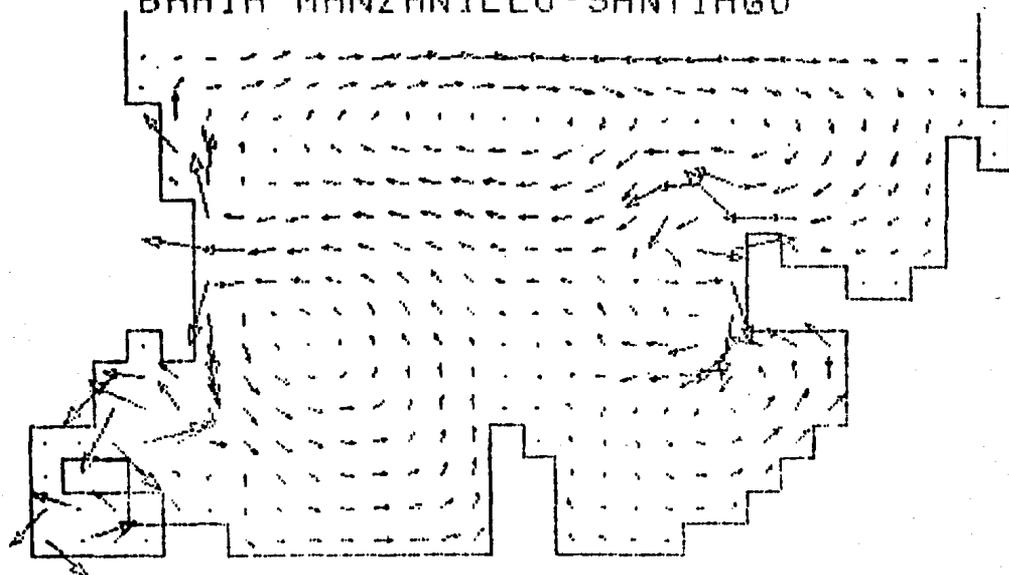


VMAX = .70 ( CM/SEG )

FIG. 21

ELIPSES DE MAREA: K1

BAHIA MANZANILLO-SANTIAGO

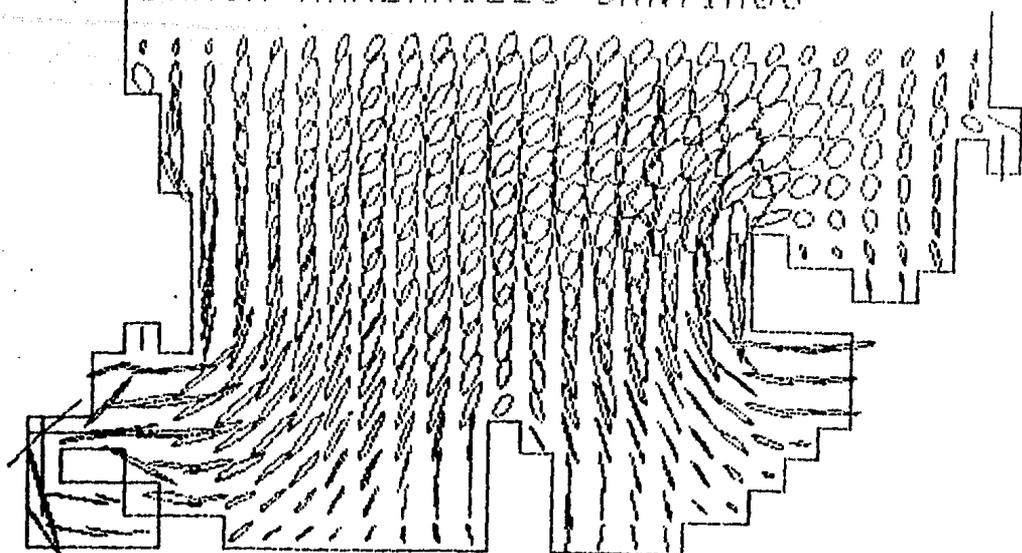


VMAX = .80 ( CM/SEG )

FIG. 22

CORRIENTES RESIDUALES: K1

BAHIA MANZANILLO-SANTIAGO

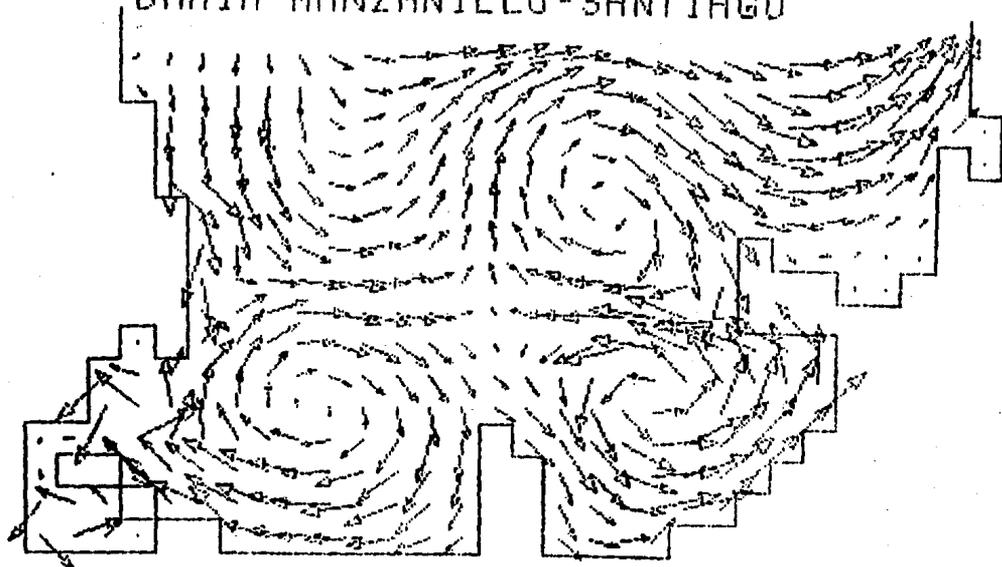


VMAX = .48 ( CM/SEG )

FIG. 23

ELIPSES DE MAREA: 01

BAHIA MANZANILLO-SANTIAGO



VMAX = .80 ( CM/SEG )

FIG. 24

CORRIENTES RESIDUALES: 01

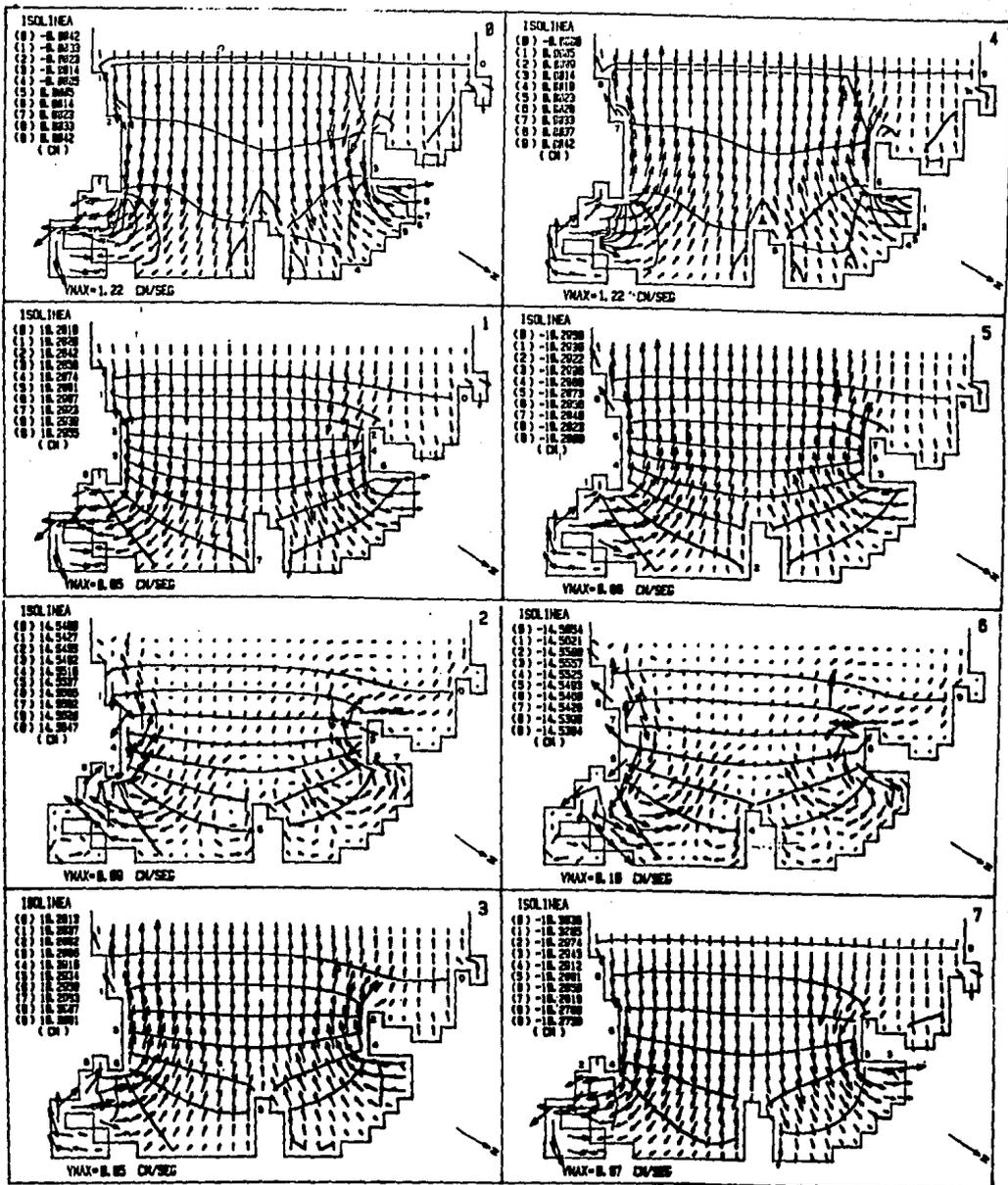


FIG. 25 PATRON DE VELOCIDADES DE CORRIENTE Y DE VARIACIONES DEL NIVEL DE AGUA POR OCTAVO DE PERIODO DE LA COMPONENTE DE MAREA  $M_2$ , SIN CONSIDERAR TERMINOS DE CORIOLIS NI TERMINOS CONVECTIVOS.



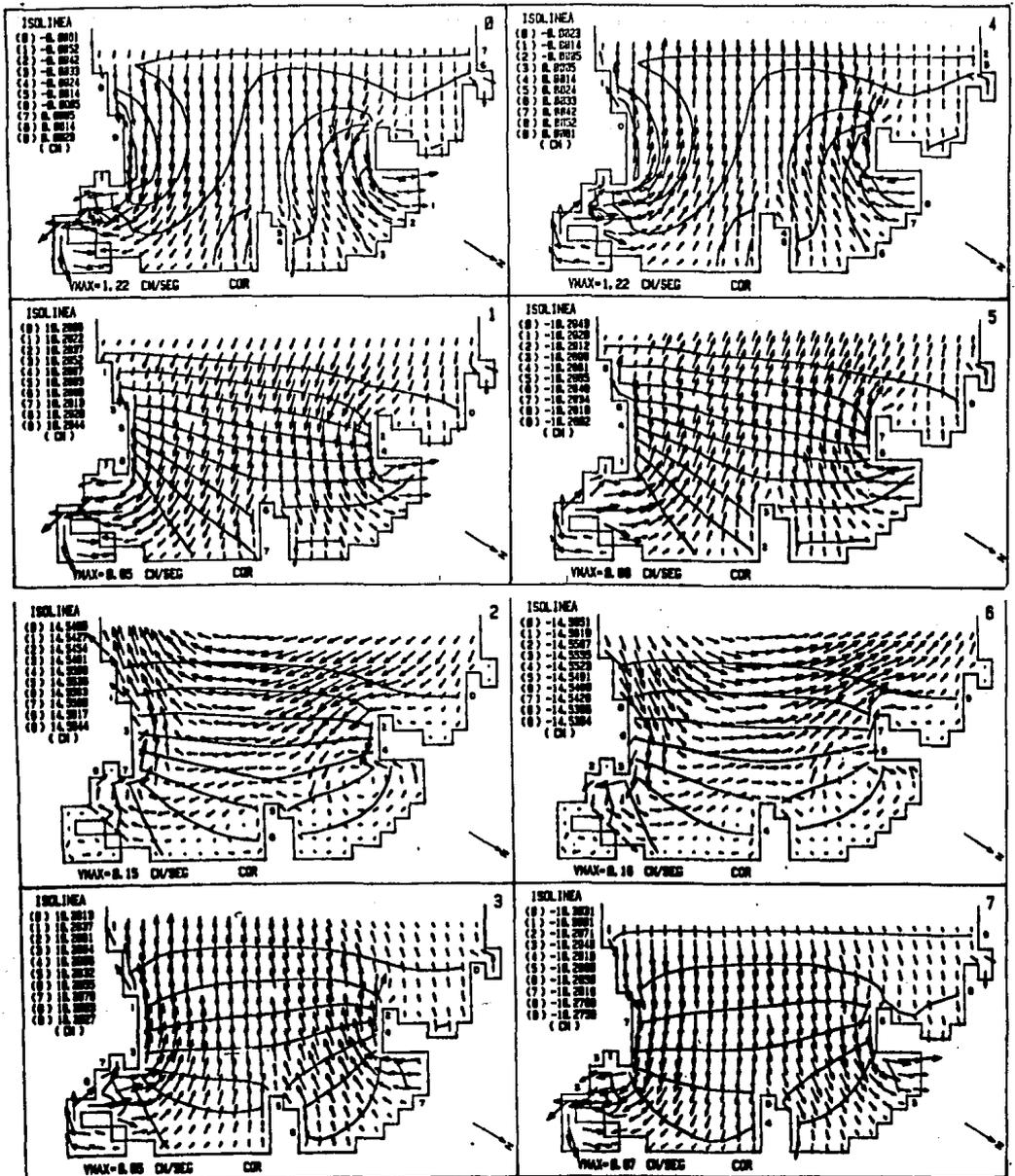


FIG. 27 PATRON DE VELOCIDADES DE CORRIENTE Y DE VARIACIONES DEL NIVEL DE AGUA POR OCTAVO DE PERIODO DE LA COMPONENTE DE MAREA  $M_2$ , CONSIDERANDO CORIOLIS Y SIN TERMINOS CONVECTIVOS.

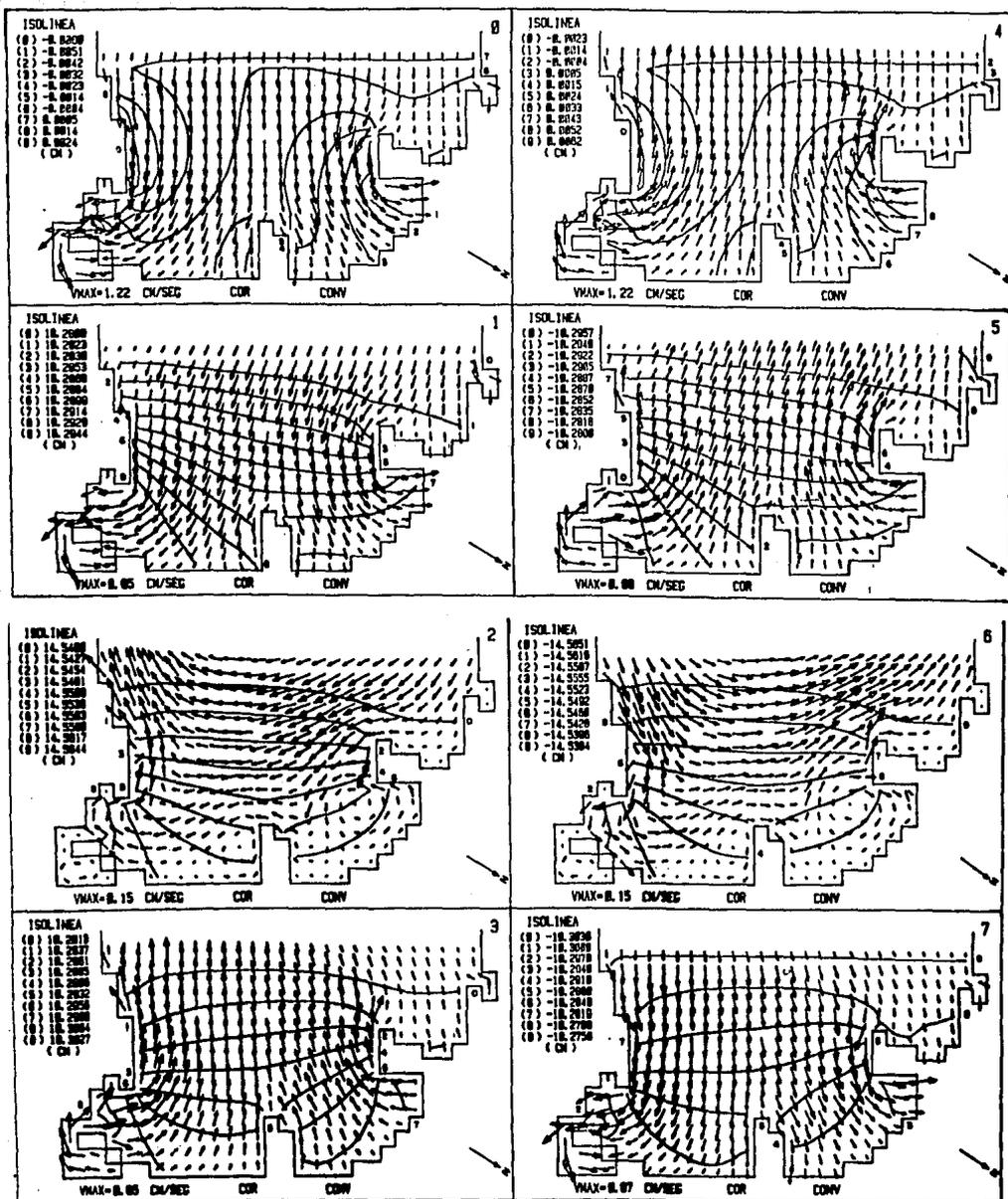


FIG. 28 PATRON DE VELOCIDADES DE CORRIENTE Y DE VARACIONES DEL NIVEL DE AGUA POR OCTAVO DE PERIODO DE LA COMPONENTE DE MAREA  $M_2$ , CONSIDERANDO LOS TERMINOS DE CORIOLIS Y CONVECTIVOS.

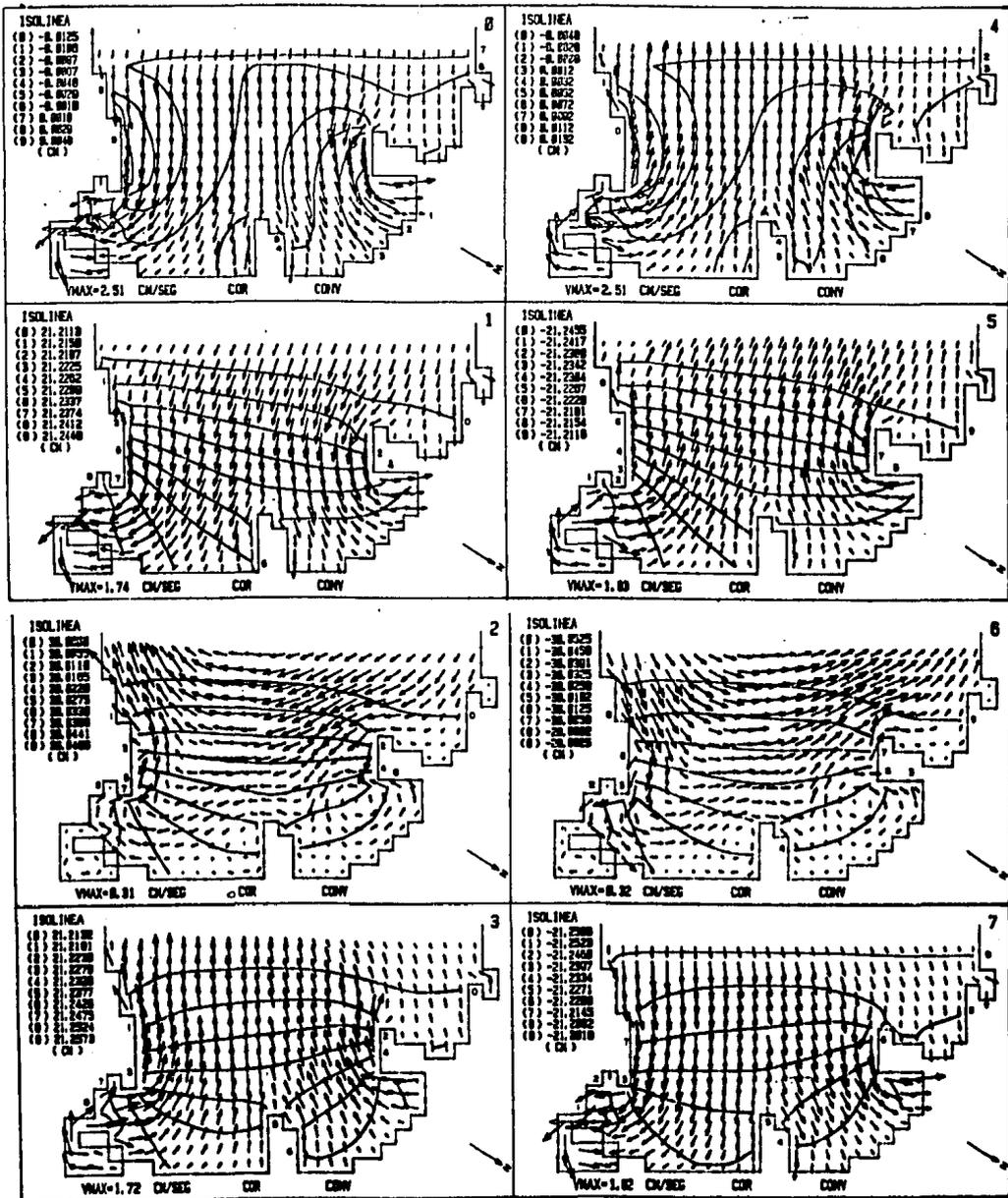


FIG. 29 PATRON DE VELOCIDADES DE CORRIENTE Y DE VARIACIONES DEL NIVEL DE AGUA POR OCTAVO DE PERIODO DE LA COMPONENTE DE MAREA  $M_2$ , CONSIDERANDO LOS TERMINOS DE CORIOLIS Y CONVECTIVOS, ADEMAS, UNA AMPLITUD DE 30 cm.

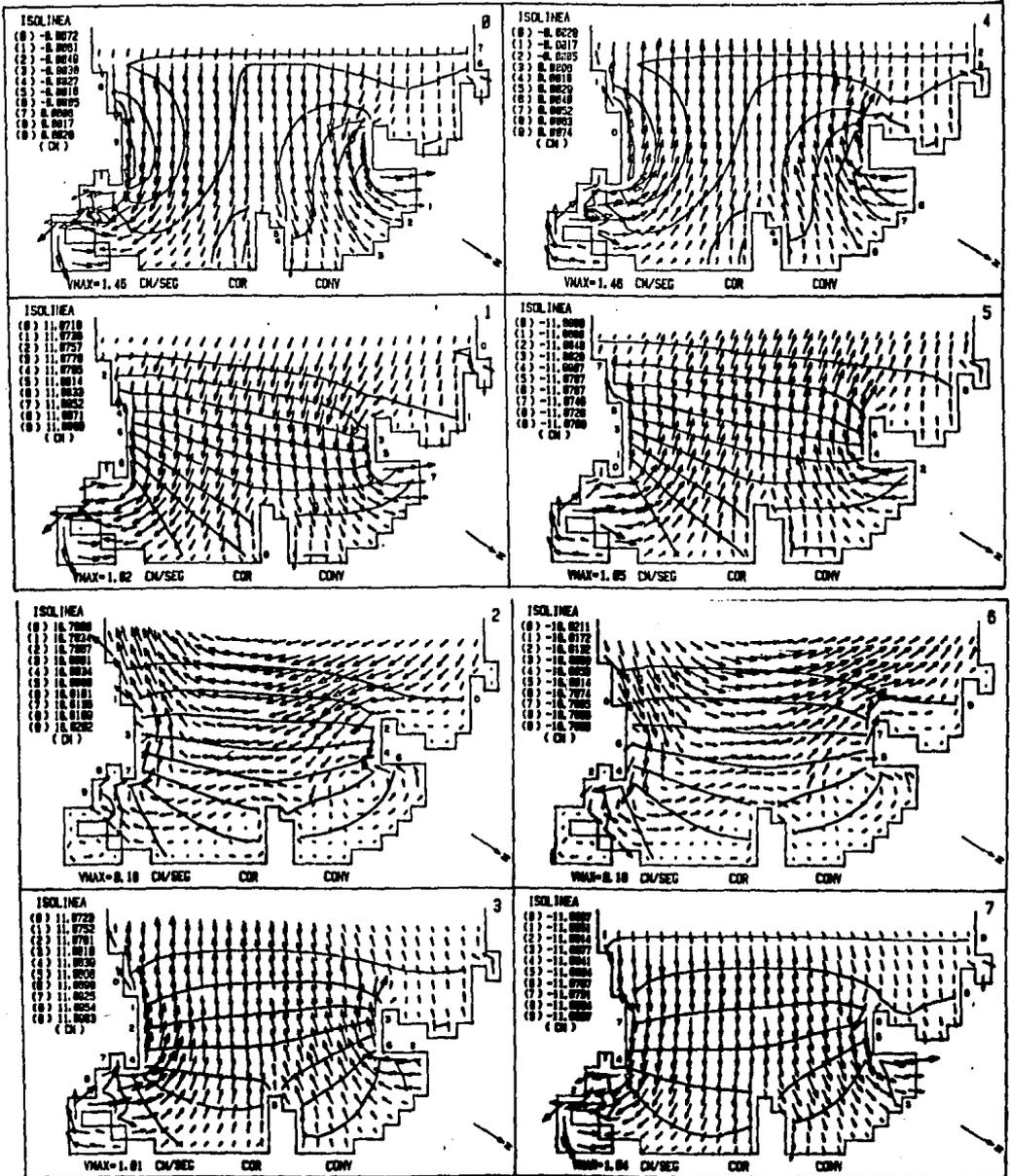


FIG. 30 PATRON DE VELOCIDADES DE CORRIENTE Y DE VARIACIONES DEL NIVEL DE AGUA POR OCTAVO DE PERIODO DE LA COMPONENTE DE MAREA  $S_2$ , CONSIDERANDO TERMINOS DE CORIOLIS Y CONVECTIVOS.

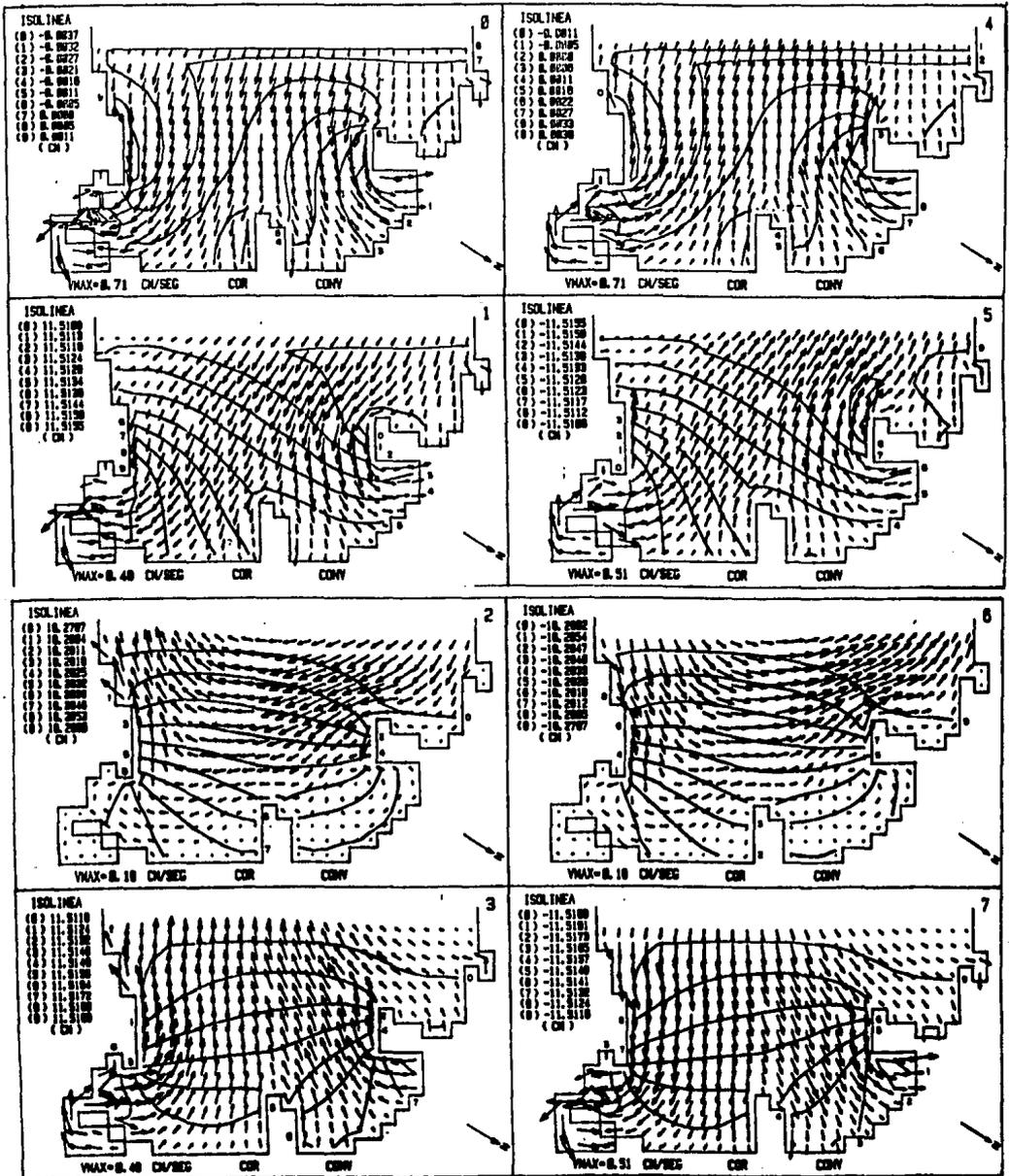


FIG. 31 PATRON DE VELOCIDADES DE CORRIENTE Y DE VARIACIONES DEL NIVEL DE AGUA POR OCTAVO DE PERIODO DE LA COMPONENTE DE MAREA  $K_1$ , CONSIDERANDO TERMINOS DE CORIOLIS Y CONVECTIVOS.

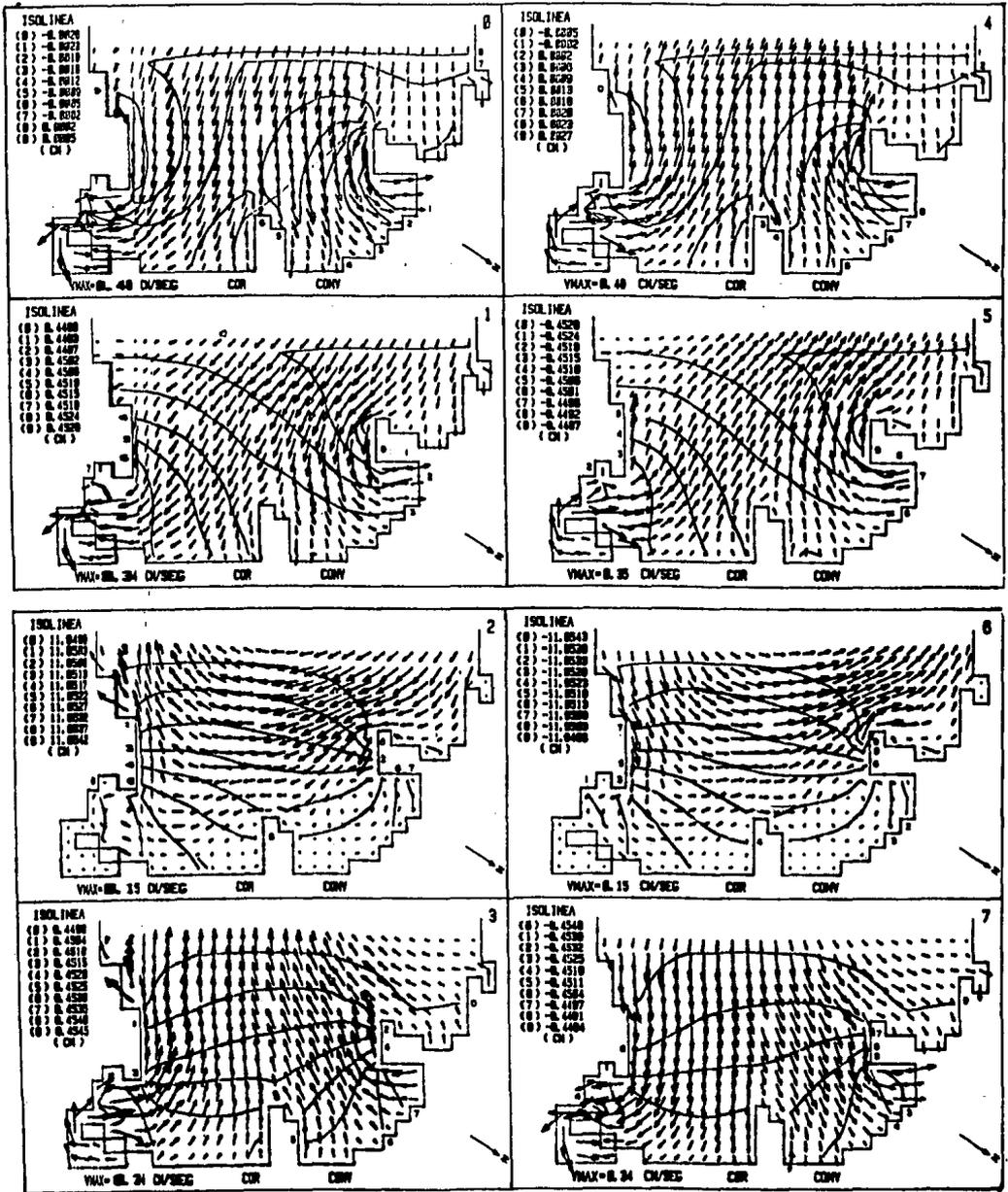


FIG 32 PATRON DE VELOCIDADES DE CORRIENTE Y DE VARIACIONES DEL NIVEL DE AGUA POR OCTAVO DE PERIODO DE LA COMPONENTE DE MAREA  $O_1$ , CONSIDERANDO TERMINOS DE CORIOLIS Y CONVECTIVOS.

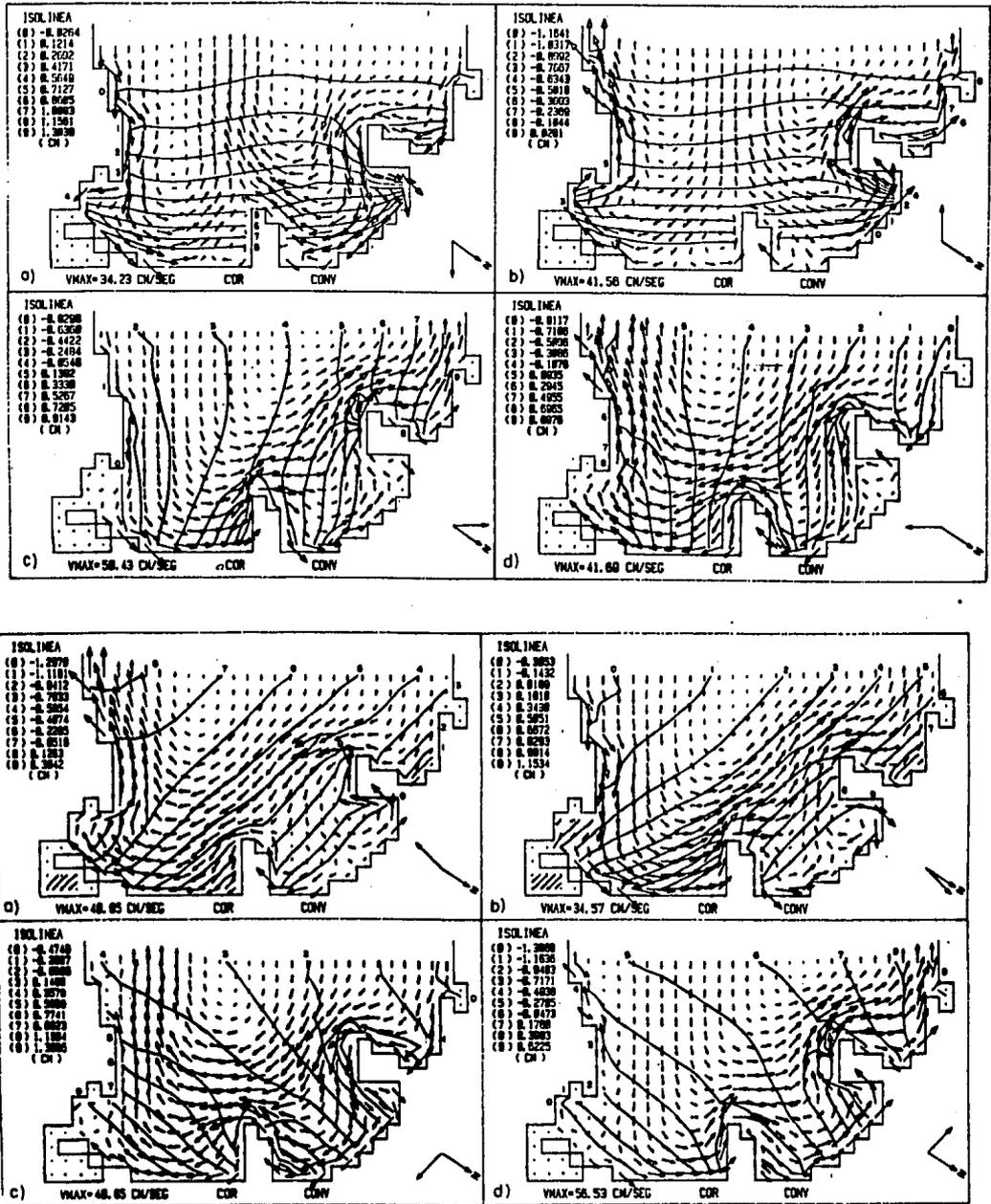


FIG. 33 PATRON ESTACIONARIO DE VELOCIDADES DE CORRIENTE Y DE VARIACIONES DEL NIVEL DE AGUA PRODUCIDO POR UN VIENTO DE 15 m/s, CONSIDERANDO TERMINOS DE CORIOLIS Y CONVECTIVOS.

MES	MAYO	JUN.	JUL.	AGOST.	SEPT.	OCT.	NOV.
NUMERO	11	56	68	77	62	36	6

Tabla 1.- Número de ciclones en el Pacífico (1960-1980).  
Fuente: "Atlas de Huracanes", S.P.P., 1984.

Nombre del Puerto o Estación: MANZANILLO, COLIMA.  
Latitud: 19° 03.7' N  
Longitud: 104° 18.3' W  
Hora del Meridiano 90 W s = 6 horas

---

Componente	Vel. */Hora Solar	Amplitud	Fase
Se	.0410686	13.38	157.3
Sea	.0821373	3.66	205.7
Mm	.5443747	.34	241.3
Mr	1.0980331	.34	296.9
MSr	1.0158958	.34	250.7
A4	.4715211	.27	110
A7	1.6424078	.94	123
K1	15.0410086	16.28	74.6
Q1	13.9430356	11.95	74.2
P1	14.9589414	5.18	73.6
Q1	13.3986609	2.47	74.3
J1	15.5854433	1.13	70.2
M1	14.4920521	.58	79.3
OO1	16.1391017	.46	87.6
p1	13.4715145	.46	67.3
o1	12.9271398	.4	75.6
n1	14.9178647	.46	70.1
2O1	12.8542862	.21	84.3
B1	15.1232059	.24	87.9
X1	14.5695476	.36	68.2
θ1	15.5125897	.06	271.5
SO1	16.0569644	.43	78
MP1	14.0251729	.4	327.2
S1	15.0000000	.55	116.7
Ψ1	15.0821353	.18	114.7
KQ1	16.6834764	.18	21.7

M <sub>2</sub>	28.9841042	14.54	292.3
S <sub>2</sub>	30.0000000	16.79	268.8
N <sub>2</sub>	28.4397295	5.18	299.9
K <sub>2</sub>	30.0821373	4.94	266.7
υ <sub>2</sub>	28.5125831	.79	301.2
μ <sub>2</sub>	27.9682084	.94	292.2
L <sub>2</sub>	29.5284789	1.28	311.3
T <sub>2</sub>	29.9589333	1.1	229.5
2N <sub>2</sub>	27.8953548	.7	289
MNS <sub>2</sub>	27.4238337	.27	300.7
λ <sub>2</sub>	29.4556253	.18	260
KJ <sub>2</sub>	30.6265120	.24	278.9
M <sub>3</sub>	43.4761563	.34	281
2SM <sub>2</sub>	31.0158958	.27	157.3
MK <sub>3</sub>	44.0251729	0	162.3
2MK <sub>3</sub>	42.9271398	.09	321
S <sub>3</sub>	45.0000000	.06	176
M <sub>4</sub>	57.9682084	.21	242.6
MS <sub>4</sub>	58.9841042	.12	249.5
MN <sub>4</sub>	57.4238337	0	182.5
M <sub>6</sub>	86.9523127	.09	128.5

Tabla 2.- Principales constituyentes armónicas de la marea para el Puerto de Manzanillo, Colima.

Fuente: Instituto de Geofísica, U. N. A. M  
Departamento de Oceanografía; citado por: Secretaría de Marina, 1973.

Pleamar máxima registrada	0.848 m
Nivel de pleamar media superior	0.333 m
Nivel de pleamar media	0.272 m
Nivel medio del mar	0.000 m
Nivel de media marea	0.005 m
Nivel de bajamar media	-0.264 m
Nivel de bajamar media inferior	-0.398 m
Bajamar mínima registrada	-0.889 m
Altura mínima registrada	-0.919 m

Tabla 3.- Planos de mareas referidos al nivel medio del mar, para el Puerto de Manzanillo, con registros de enero de 1954 a diciembre de 1973. Fuente: Tablas de Predicción de Mareas, 1985. Puertos del Océano Pacífico. Instituto de Geofísica, U.N.A.M..