

01161
les
1



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
SECCION DE ESTRUCTURAS

24510 ANALISIS DE CONFIABILIDAD DE ESTRUCTURAS
* ELASTOPLASTICAS SOMETIDAS A CARGA ESTATICA
650 ESTRUCTURAS - TEORIA DE LAS

300-492

TESIS
que presenta

CARLOS MIGUEL FERREGUT AVILA

para obtener el grado de

MAESTRO EN INGENIERIA
(ESTRUCTURAS)

CREDITOS ASIGNADOS A LA TESIS 12.

JURADO:

DR. OCTAVIO RASCON CHAVEZ

DR. LUIS ESTEVA MARABOTO

DR. ROBERTO MELI PIRALLA

ING. JULIO DAMY RIOS

DR. GONZALO ALDUNCIN GONZALEZ

Rascon Ch.
Esteva
Meli
Rios
Alduncin

01161
1981

COORDINADOR DE LA SECCION

Alduncin
DR. GONZALO ALDUNCIN GONZALEZ

SECRETARIO ACADEMICO

S. Tirado
M. I. SERGIO TIRADO LEDESMA

Cd. Universitaria, México, D.F., agosto, 1981.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

1.	INTRODUCCION	1
2.	DESCRIPCION DEL MODELO	2
2.1	<i>Márgenes de seguridad</i>	2
2.2	<i>Cotas a la probabilidad de falla de sistemas dúctiles</i>	7
2.3	<i>Algoritmo para el análisis de sistemas rígido-plásticos</i>	10
2.4	<i>Modos de falla en estructuras complejas</i>	13
3.	APLICACION DEL MODELO	15
3.1	<i>Evaluación de la exactitud</i>	15
3.2	<i>Armadura plana</i>	17
4.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	20
5.	RECONOCIMIENTO	22
6.	REFERENCIAS	23
	TABLAS	25
	FIGURAS	35
	APENDICES	41

1. INTRODUCCION

Durante los últimos años se han desarrollado criterios que permiten describir la seguridad estructural mediante conceptos cuantitativos basados en la teoría de la confiabilidad estructural; dichos conceptos incluyen modelos y algoritmos para la evaluación de la probabilidad de falla o supervivencia: a la última se le designa "confiabilidad".

Al aplicar la teoría de probabilidades a la ingeniería estructural se considera que tanto las cargas que actúan sobre la estructura como la resistencia de la misma tienen distribuciones estadísticas que deben ser tomadas en cuenta al evaluar la seguridad. Los primeros estudios sobre aplicaciones de las probabilidades a las estructuras consideraron el análisis de confiabilidad un problema fundamental, en el cual toda la incertidumbre en las cargas era agrupada en una sola variable aleatoria y toda la incertidumbre de la resistencia se agrupaba también en una variable aleatoria. Estos estudios tuvieron como objetivo la determinación de la influencia en la confiabilidad de las distribuciones probabilistas, los coeficientes de variación y de los factores de seguridad.

Se han elaborado estudios más recientes en los que se trata la confiabilidad de estructuras elastoplásticas sometidas a carga estática (1-3), planteándose el cálculo de la probabilidad de falla de la estructura completa bajo la hipótesis de un comportamiento dúctil de la misma, lo que resulta muy simple en teoría: se identifican los mecanismos posibles de colapso, se establecen las expresiones para los márgenes de seguridad de cada uno de los mecanismos se obtiene la función conjunta de densidad de probabilidades de dichos márgenes y se calcula la probabilidad de la unión de los eventos de que alguno de dichos márgenes tenga un valor negativo. Si dentro del análisis de la estructura no se toman en cuenta los efectos $p - \Delta$ ni la posibilidad de falla frágil, las ecuaciones para los márgenes de seguridad adoptan la forma de una transformación lineal de las cargas estáticas y de las resistencias de fluencias en las secciones críticas.

La aplicación práctica de la teoría de probabilidades al planteamiento anterior se complica, dado que se tiene un gran número de mecanismos de falla aún en estructuras pequeñas, que la densidad conjunta de los márgenes de seguridad solo se puede obtener introduciendo simplificaciones radicales y de que además, aun teniéndose la distribución conjunta de probabilidad de los márgenes de seguridad, el poder evaluar la probabilidad resulta bastante complicado, por lo que, en los estudios que se han hecho con el fin de aplicar los principios de confiabilidad de sistemas a la ingeniería estructural se han propuesto criterios para la estimación de cotas a las probabilidades de falla en diversos modos o combinaciones de modos. El objetivo de este trabajo es el análisis de confiabilidad de sistemas elastoplásticos sujetos a carga estática; incluye el desarrollo de algoritmos y programas de computadora que permitan seleccionar los modos que más contribuyen a la pro

bilidad de falla y su cálculo en una forma eficiente y sistemática.

La función de densidad de probabilidades de los márgenes de seguridad se supone Gaussiana multidimensional y además las funciones de interacción entre los componentes del vector de resistencias se suponen lineales. Los algoritmos que se proponen se aplican a una armadura que tiene la configuración típica de las estructuras usadas en las plataformas marinas para aguas bajas, y en la cual únicamente se toma en cuenta la correlación que existe entre los elementos de la armadura suponiendo a las cargas como variables deterministas.

2. DESCRIPCION DEL MODELO

2.1 Márgenes de seguridad

Al formular un análisis de confiabilidad para una estructura, debe tomarse en cuenta el tipo de análisis que se aplica al diseño, así como los modos de falla que se cubran por el análisis; para cada modo se requiere valuar su probabilidad de ocurrencia. Por ejemplo pueden obtenerse valores de la probabilidad de falla contra la fluencia, de flexiones excesivas, colapso, etc.

El criterio de falla o modo de falla considerado debe estar relacionado con el comportamiento de la estructura, esto es, en el caso de un comportamiento elástico, el criterio de falla estaría definido por la fluencia de alguno de los miembros ante cualquier condición de carga. Este criterio para el caso de estructuras estáticamente indeterminadas no toma en cuenta la reserva de resistencia que pueda existir después de que alguno de los elementos ha fluido.

Con objeto de tomar en cuenta la reserva de resistencia en estructuras con alto grado de hiperestaticidad, el criterio por el cual se determina la probabilidad de falla es la formación de un modo o mecanismo de falla. Cualquier daño que ocurra debido a deflexiones excesivas antes de la formación de un modo de falla, o cualquier reserva de resistencia existente después no se toma en cuenta. Un análisis de confiabilidad de un sistema estructural deberá incluir todos los tipos de modos de falla.

Supuesto un modo de falla es posible establecer la relación de equilibrio entre las fuerzas externas y las fuerzas internas en las secciones críticas involucradas en el mecanismo en cuestión. Para sistemas dúctiles en donde se ignoren los efectos $p - \Delta$ tal relación es una combinación lineal de las variables citadas igualada a cero:

$$AM + BP = 0 \quad (1)$$

En esta ecuación, A y B son dos matrices de transformación de fuerzas, M es el vector de fuerzas internas y P es el vector de fuerzas externas. Las matrices A y B son el resultado de la aplicación del principio del trabajo virtual o de consideraciones de equilibrio. En el primer caso, se supone un desplazamiento virtual para un modo de falla dado y se obtiene la condición de igualdad de trabajos virtuales efectuados por cargas externas y por cargas internas en las secciones en donde queda concentrada la deformación cuando se presenta el mecanismo citado.

Cuando en vez de fuerzas internas se trabaja con las capacidades de resistencia en las secciones críticas y se adopta una convención de signos tal que para valores negativos de la combinación lineal presentada en la ec 1 corresponde la falla del sistema, el vector resultante es el vector Z de

$$Z = AR + BP \quad (2)$$

Aquí, R representa el vector de resistencias de las secciones críticas. El número de ecuaciones lineales entre escalares incluidas en esta ecuación matricial es igual al número de modos de falla que se consideran en el análisis.

Una vez obtenidos los márgenes de seguridad de la estructura, el siguiente problema básico por resolver es la determinación de su función de distribución, lo que en general resulta complicado, ya que, aun suponiendo que las distribuciones que describen los componentes del mecanismo son conocidas, la distribución estadística del mismo no lo es. Una excepción notable a esta dificultad se encuentra cuando los componentes tienen distribución gaussiana, puesto que si se cuenta con sus esperanzas y sus correspondientes matrices de covariancias, es posible obtener el vector \bar{Z} de esperanzas de Z y la matriz de covariancias, Σ_Z , con lo que queda definida por completo la distribución conjunta de Z .

Por sencillez y en congruencia con el estado actual del conocimiento en relación con el problema, en este trabajo se adoptará la hipótesis de distribución gaussiana multidimensional para los márgenes de seguridad. En el apéndice A se presentan las expresiones de las densidades de probabilidades no condicionales y condicionales de un subconjunto de variables perteneciena un conjunto con distribución gaussiana múltiple, cuando están dados los valores de las variables de otro subconjunto. En el apéndice B se presentan la determinación de la matriz de covariancias de los márgenes de seguridad en términos de A y B y de las matrices de covariancias de R y P .

2.2 Cotas a la probabilidad de falla de sistemas dúctiles

La principal dificultad que se presenta al deducir las funciones de densidad de probabilidad conjunta de los márgenes de seguridad es la inconveniencia práctica de tener que identificar todos los mecanismos de falla posibles, lo cual puede eliminarse recurriendo a los teoremas propuestos por Augusti y Baratta (2) para obtener los límites superior e inferior de la seguridad de un sistema. Estos teoremas están basados en los dos teoremas límites usados al obtener la carga de colapso de una estructura rígida-plástica (4).

Teorema 1. Dado un conjunto de cargas, el factor de carga requerido para producir el colapso de un sistema rígido-plástico es igual o menor que aquel para el cual el trabajo producido por las cargas externas iguala al trabajo producido por las cargas internas cuando el sistema está sujeto a la configuración de un mecanismo de colapso escogido.

Teorema 2. Dado un conjunto de cargas, el factor de carga requerido para producir el colapso de un sistema rígido plástico es igual o mayor que aquel para el cual está balanceado por un sistema arbitrario de fuerzas internas que no excede la capacidad de resistencia en ningún punto de la estructura.

Estos teoremas pueden aplicarse para obtener los límites en la probabilidad de falla de sistemas como sigue:

Teorema 1A. La probabilidad de falla en cualquier modo dentro de un subconjunto de modos factibles contenido dentro del conjunto de todos los modos de falla factibles es igual o mayor que la probabilidad de falla real.

La probabilidad de falla en un modo de falla particular es igual a la probabilidad de que el trabajo de las fuerzas externas sea mayor que el trabajo de las fuerzas internas cuando el sistema está sujeto a una configuración congruente con el mecanismo de colapso correspondiente.

Teorema 2A. La probabilidad de falla de un sistema rígido plástico es igual o menor que la probabilidad de que un conjunto arbitrario de fuerzas internas en equilibrio con el conjunto de fuerzas externas sea tal que la capacidad estructural sea excedida al menos en una sección crítica.

El teorema 1A es válido para cualquier tipo de sistemas estructurales y se concluye directamente de los principios fundamentales de probabilidades y álgebra de conjunto:

$$p = p(f_1) + p(f_2, s_1) + p(f_3, s_1, s_2) + \dots + p(f_n, s_1, \dots, s_{n-1}) \quad (3)$$

En esta expresión, p es la probabilidad de falla del sistema y $p(f_k, s_1, \dots, s_{k-1})$ es la probabilidad de que el sistema falle en el modo k y sobreviva en los modos $1, \dots, k-1$ esto es, de que el margen de seguridad en el modo k sea menor que cero, y que los de los modos $1, \dots, k-1$ sean mayores que cero. En las aplicaciones prácticas, la probabilidad de falla se acota por debajo tomando solo los primeros k términos del segundo miembro de la ec 4, con $k < n$. En vista de la correlación positiva que suele existir entre los márgenes de seguridad en los diversos modos, los términos del segundo miembro de la ec 4 decrecen en general al crecer k . Por ello con frecuencia basta tomar unos cuantos términos para que la cota inferior de p no difiera mucho de su valor correcto.

La aplicación del teorema 2A es probablemente más difícil de sistematizar. Una posible aproximación consiste en formular un conjunto de n sistemas de fuerzas internas, en donde n es el orden del vector S de fuerzas externas y en obtener un vector ϕ de orden n de coeficientes aleatorios tales que

$$S = AX\phi \quad (4)$$

en donde A es una matriz que transforma fuerzas internas en fuerzas externas, y X es una matriz formada por n columnas, cada una de las cuales representa un sistema de fuerzas internas. Dado que AX es una matriz cuadrada de cantidades deterministas ϕ se puede expresar en términos de S como $\phi = B^{-1}S$, en donde $B = AX$. Para una X dada, el sistema de fuerzas requerido para equilibrar ϕ es

$$Y = X\phi \quad (5)$$

Por tanto, la distribución conjunta de los componentes del vector Y se obtiene de los de ϕ a través de las ecs 4 y 5. El cálculo de la probabilidad de que al menos una componente de Y exceda a la capacidad estructural correspondiente es inmediata. El problema surge cuando se trata de mejorar la cota superior de la probabilidad de falla del sistema modificando X , ya que entonces se presenta un problema de optimización en donde las derivadas de la función objetivo son difíciles de calcular.

Los párrafos anteriores conducen al criterio que se adopta en este trabajo. Se desarrolla un algoritmo para el cálculo de una cota inferior de p de acuerdo con la ec 4, ordenando los términos de su segundo miembro de acuerdo con su comportamiento decreciente, y deteniendo el cálculo cuando se lleve a términos cuya contribución a p puede despreciarse en comparación con la suma de los anteriores.

2.3 Algoritmo para el análisis de sistemas rígido-plásticos

Considérese un sistema de comportamiento rígido-plástico en el cual existen n modos o mecanismos de falla, y sea Z el vector de los márgenes de seguridad con respecto a la falla en dichos modos. La ec 3 puede expresarse en función de los elementos Z_k ($k=1, \dots, n$) del vector Z como sigue:

$$p = p(Z_1 < 0) + (p(Z_2 < 0, Z_1 > 0) + \dots + p(Z_k < 0, Z_1 > 0, \dots, Z_{k-1} > 0) + \dots \quad (6)$$

Si se designa a la función de densidad de probabilidad conjunta de los primeros k márgenes de seguridad como $f_{Z_1 Z_2 \dots Z_k}(z_1, z_2, \dots, z_k)$ la ec 6 toma la siguiente forma

$$p = F_{Z_1}^\alpha(0) + \int_0^\alpha F_{Z_2}(0|z_1) f_{Z_1}(z_1) dz_1 + \int_0^\alpha \int_0^\alpha F_{Z_3}(0|z_1 z_2) f_{Z_1 Z_2}(z_1, z_2) dz_1 dz_2 + \dots \\ \dots \int_0^\alpha \dots \int_0^\alpha F_{Z_k}(0|z_1 z_2, \dots, z_{k-1}) f_{Z_1 Z_2 \dots Z_{k-1}}(z_1, z_2, \dots, z_{k-1}) dz_1 dz_2 \dots dz_{k-1} \quad (7)$$

En donde, $F_{Z_k}(\cdot | z_1, \dots, z_{k-1})$ representa la función condicional de probabilidad acumulada del margen de seguridad Z_k dados $Z_1 = z_1, Z_2 = z_2, \dots, Z_{k-1} = z_{k-1}$

Como puede observarse la aplicación práctica de la ec 7 resulta un tanto complicado debido a las integrales que aparecen en ella; estas integrales pueden obtenerse por procedimientos numéricos convencionales de incrementos finitos lo cual resulta impráctico cuando el valor de k es mayor que 3 ó 4; es por esto, que la alternativa que aquí se propone es evaluar por una combinación de métodos analíticos y de Monte Carlo, para lo cual en vez de la ec 7 se partirá de la siguiente, que es equivalente

$$p = F_{Z_1}(0) + E_{Z_1}(F_{Z_2}^1(0)) + E_{Z_1 Z_2}(F_{Z_3}^1(0)) + \dots + E_{Z_1 Z_2 \dots Z_{k-1}}(F_{Z_k}^1(0)) + \dots \quad (8)$$

en donde, $E_{Z_1 Z_2 \dots Z_{k-1}}(F')$ representa la esperanza con respecto a las variables Z_1 a Z_{k-1} y $F_{Z_k}^1$ es una función que vale $F_{Z_k}(0/z_1 \dots z_{k-1})$ si $z_1 > 0, z_2 > 0, \dots, z_{k-1} > 0$, y que vale 0 en el caso contrario. El cálculo de esta esperanza por métodos de Monte Carlo consta de los siguientes pasos:

- a. Se simula un valor de Z_1 a partir de su distribución marginal de acuerdo con el apéndice C.
- b. Se determina la función de distribución condicional de Z_2 dado el valor de Z_1 simulado de acuerdo con el inciso anterior. A partir de esta nueva función de distribución se simula un valor de Z_2 .
- c. De esta forma se simulan los valores de Z_3, Z_4 , etc hasta llegar a simular un valor de Z_{k-1} , a partir de su distribución condicional dados los valores simulados de Z_1, \dots, Z_{k-2} .
- d. Si durante el proceso de simulación de acuerdo con los pasos anteriores se obtiene que alguno de los valores resulta menor que cero, no es necesario llegar hasta c; basta con tomar cero para el correspondiente valor simulado de F' . Si todos los valores Z_1, Z_2, \dots, Z_{k-1} son mayores que cero, F' se tomará igual al valor de $F_{Z_k}(0)$ que se obtiene al calcular la como función de Z_1, \dots, Z_{k-1} .
- e. Los pasos anteriores se repiten cuantas veces sea necesario con el objeto de obtener una muestra de valores simulados de F' lo suficientemente grande como para obtener una estimación confiable de su esperanza a partir del promedio de los valores en cuestión.

Las funciones de distribución condicional requeridas durante el proce
so de simulación condicional que se describe en los incisos anteriores
se calculan de acuerdo con el apéndice A.

2.4 Modos de falla en estructuras complejas

Cuando se trata de encontrar el número de modos de falla en estructuras complejas, como es el caso de las plataformas marinas, la sola enumeración de los mismos es tediosa y difícil; es por esto que hay que contar con un criterio que permita identificar los mecanismos que más contribuyen a la probabilidad de falla del sistema completo con objeto de aplicar la ec 8. Un procedimiento sistemático sería el siguiente:

- a. Simular por métodos de Monte Carlo varios conjuntos de valores de las cargas exteriores y de las capacidades estructurales de las secciones críticas.
- b. Para cada conjunto de valores simulados se lleva a cabo el análisis al límite de la capacidad del sistema ante un conjunto de cargas proporcionales al conjunto simulado, obteniéndose el correspondiente mecanismo de falla.
- c. Se repite el proceso para cada conjunto de valores simulados, obteniendo así los mecanismos más probables.

Si la muestra de valores simulados es suficientemente grande, la proporción con que aparezcan los diversos mecanismos de falla es directamente proporcional a las probabilidades marginales de ocurrencia respectivas; sin embargo, cuando un mecanismo es mucho más probable de ocurrir que los demás, sucede que todas o casi todas las simulaciones conducen a identificar solo dicho mecanismo, y por lo tanto es probable que aún contando con una muestra relativamente grande de valores simulados se identifiquen solamente algunos cuantos mecanismos. Por

lo tanto no es conveniente restringir los modos que se tomen en cuenta al aplicar la ec 8 a los que se hayan identificado de acuerdo con este criterio. Es conveniente añadir otros modos de falla definidas por inspección, de tal manera que cubrir una gama amplia de combinaciones de secciones críticas que participan en los modos de falla.

Con el objeto de permitir la identificación de un número razonablemente alto de mecanismos de falla, es conveniente simplificar el proceso de análisis estructural que se ha de aplicar a cada conjunto de cargas y capacidades simuladas. Así en vez de llevar a cabo un análisis no lineal por incrementos de carga para cada uno de los conjuntos citados, se optó en el primer ejemplo de aplicación que se presenta, por llevar a cabo un solo análisis de la estructura, bajo la hipótesis de comportamiento lineal, usando como cargas los valores medios de cada una de ellas. Para cada conjunto de resistencias simuladas se determinaron los factores de seguridad en todos los miembros, ordenándose en forma creciente y eliminándose secuencialmente miembros de acuerdo con el orden de los correspondientes factores de seguridad, hasta encontrar un mecanismo.

3. APLICACION DEL MODELO

3.1 Evaluación de la exactitud

Con objeto de tener una idea de la exactitud del método para evaluar la probabilidad de falla de un sistema estructural que se propone, se practicaron pruebas en las que se usó un sistema con dos modos de falla. La primera prueba consistió en evaluar la probabilidad de falla del sistema: primero ordenando los márgenes de seguridad de los dos modos de falla en orden decreciente, de acuerdo con sus probabilidades marginales de falla y después invirtiendo el orden de los márgenes de seguridad, obteniéndose para los dos casos estimaciones de la probabilidad de falla para 30 y 100 valores simulados; estas estimaciones se compararon con el valor exacto que se obtuvo resolviendo la integral de la ec 7 por el método de Simpson.

En la tabla 1 se presentan los resultados obtenidos para dos márgenes de seguridad cualesquiera entre los que se supone diferentes valores de correlación. Los valores de la probabilidad de falla obtenidos de la primera manera explicada en el párrafo anterior, concuerdan en forma casi exacta con

Los valores obtenidos por el método de Simpson, ocurriendo variaciones máximas del orden de un tres por ciento; sin embargo, los resultados obtenidos invirtiendo los márgenes de seguridad tienen una discrepancia del orden de doce por ciento, principalmente en los casos en que el coeficiente de correlación es mayor de 0.4.

La tabla 2 muestra los valores de la probabilidad de falla obtenidos con dos márgenes de seguridad cuya probabilidad de falla es similar; se presenta el mismo comportamiento que en el caso anterior, sin embargo, analizando los resultados de la tabla 3 en la que se presentan los valores de probabilidades de falla muy pequeñas se nota que las desviaciones son del orden del ocho por ciento ordenando los márgenes de seguridad y de hasta del ochenta y siete por ciento cuando dichos márgenes no han sido ordenados. Una vez más se observa que conforme el coeficiente de correlación disminuye las diferencias entre los valores calculados por simulación y los obtenidos en forma exacta es cada vez menor.

En la fig 1 puede verse que la variación en los resultados cuando los márgenes de seguridad no se ordenan, se debe a que la simulación de Monte Carlo solo reproduce la integral de la ec 7 en una zona cercana a la media de la variable que condiciona; por esto, si se quisiera mejorar la aproximación se tendrían que hacer un gran número de simulaciones, lo que resultaría impráctico, por lo que se recomienda acomodar los márgenes de seguridad en orden decendente de sus probabilidades marginales de falla al usar el programa que se presenta en el apéndice E.

3.2 Ejemplo. Armadura plana

La fig 2 muestra el esquema de una estructura plana triangulada sometida a cargas laterales. La configuración geométrica mostrada es típica de las plataformas marinas para explotación petrolera en aguas de profundidad moderada. Las cargas laterales son proporcionales a las que se emplearían en el diseño de estructuras similares de acuerdo con las normas API (5).

Las secciones transversales de los miembros se determinan empleando métodos convencionales de diseño de estructuras de acero (6).

A fin de analizar la confiabilidad del sistema bajo la acción de las cargas nominales se determinaron valores esperados, coeficientes de variación e índice de seguridad (β) de las capacidades estructurales de los diversos miembros, con base en la información presentadas en el apéndice D y reportada por Galambos et al (8). La tabla 4 muestra la secuela de cálculo para obtener los parámetros mencionadas. La correlación probabilista entre las capacidades de los diversos miembros se tomó expresando cada una de ellas, R_i , como el producto $\alpha \phi \bar{R}_i$ en donde \bar{R}_i es la esperanza de R_i y α, ϕ_i son variables aleatorias independientes con esperanza unitaria, cuyos coeficientes de variación satisfacen la relación.

$$V_{R_i}^2 = V_{\alpha}^2 + V_{\phi_i}^2 + V_{\alpha}^2 V_{\phi_i}^2 \quad (9)$$

De esta manera, la covariancia entre R_i y R_j es

$$\text{Cor}(R_i, R_j) = \bar{R}_i \bar{R}_j V_{\alpha}^2 \quad (10)$$

Dadas las esperanzas de \bar{R}_i y los coeficientes de variación V_{ϕ_i} , y bajo la hipótesis de que las resistencias tienen distribución normal, se obtuvieron por simulación de Monte Carlo varias muestras del conjunto de valores re-

lativos de las capacidades de las barras*. Con estos valores y los resultados del análisis estructural lineal bajo la condición de cargas mostradas en la fig 2 se obtuvieron valores relativos de los factores de seguridad. Como se menciona en una sección anterior de este trabajo, cada conjunto de valores simulados de los factores de seguridad se ordenó en forma creciente y se fueron eliminando sucesivamente las barras con menores factores de seguridad hasta llegar a la condición de mecanismo. En la fig 3 se ejemplifica el cálculo del margen de seguridad de uno de los mecanismos, en la fig 4 se muestran todos los mecanismos y márgenes de seguridad obtenidos de esta manera.

Por sencillez se tomaron las cargas como variables de determinista y las capacidades estructurales como variables aleatorias. Con el propósito de determinar la influencia del coeficiente de correlación ρ de las capacidades estructurales de las barras en la probabilidad de falla del sistema, se analizaron tres valores de dicho coeficiente de correlación: 0, 0.8 y 1.0. La tabla 5 muestra las matrices de covariancias de los márgenes de seguridad de la fig 4 para los tres casos citados. Las esperanzas y probabilidades marginales de falla se muestran en las tablas 6 y 7 respectivamente

Con objeto de estudiar la variación de la confiabilidad del sistema para varios valores de sollicitación, el análisis se llevó a cabo para cinco distintos factores de carga, designados en las tablas 6-8 como γ . Se entiende aquí por factor de carga el escalar por el que deben multiplicarse

* Como solo interesan para lo que sigue los valores relativos, no fue necesario simular valores de α para cada conjunto.

las cargas de diseño para encontrar las que se emplearon en el análisis de confiabilidad.

Bajo la hipótesis de que las cargas están perfectamente correlacionadas, los análisis para distintos factores de carga pueden servir para tomar en cuenta la incertidumbre en las cargas mediante integración numérica de la correspondiente función de densidad de probabilidades. En la tabla 8 puede observarse la rápida variación de la probabilidad de falla con γ .

A partir de la información anterior se obtuvo la probabilidad de falla del sistema aplicando la ec 8. Para ello se desarrolló un programa de computadora que permitiese obtener todos los términos mediante el procedimiento híbrido anilítico-Monte Carlo descrito antes. En el apéndice E se incluyen un diagrama de flujo general y el listado de dicho programa. La tabla 8 muestra las probabilidades de falla de los sistemas que corresponden a los tres casos del coeficiente de correlación ρ y a los cinco valores de γ . Los resultados se muestran gráficamente en la fig 5. En ella se observa que el coeficiente de correlación entre las resistencias estructurales no influye significativamente en la probabilidad de falla. Esto se debe a que la probabilidad de falla está dominada por muy pocos modos los cuales a su vez dependen de muy pocos elementos (1 ó 2). Como ejemplo tómese el caso en que $\gamma = 1$ y $\rho = 0.8$: la probabilidad de falla del sistema es igual a 1.89×10^{-4} , y la probabilidad de que el margen de seguridad del modo 4 sea menor que cero vale 1.6×10^{-4} , es decir, 84 por ciento de la del sistema completo.

4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El modelo de cálculo de la probabilidad de falla de sistemas que se presenta se desarrolló teniendo en mente su aplicación específica a plataformas marinas tipo "Jacket", sin embargo, su alcance es mucho más amplio y constituye una herramienta para estudiar la seguridad de estructuras de distintos tipos.

El procedimiento de cálculo resulta una herramienta sumamente útil en la evaluación de las normas y criterios que se emplean para el diseño de estructuras. Este tipo de evaluación consiste en estudiar la influencia de diversos criterios de diseño en la probabilidad de falla así como la selección de los niveles adecuados de seguridad con base en consideraciones costo-beneficio y actitudes de aceptación de riesgo.

El procedimiento que se propone permite obtener la probabilidad de falla en una forma sistemática y eficiente, sin embargo, debido a los problemas de mal comportamiento numérico cuando los modos de falla no se han acom-

dado de acuerdo con sus probabilidades marginales de falla, no resulta lo suficientemente práctico cuando los modos de falla que se consideraron sean muchos; una forma de resolver este problema es simulando valores a partir de una distribución auxiliar en donde con pocas muestras se tenga una probabilidad elevada de obtener valores alejados de la media.

Como recomendación para estudios inmediatos se propone atacar el problema del análisis de confiabilidad en condiciones estáticas de una estructura típica de las plataformas marinas sometida a carga de oleaje y estudio de la sensibilidad de la probabilidad de falla a los requisitos para diseño de distintos miembros. Deberán considerarse miembros con comportamiento dúctil o frágil y deberá tenerse en cuenta efectos de inestabilidad general y local.

5. RECONOCIMIENTO

Esta tesis cubre parte de un proyecto de investigación más amplio cuyo objetivo específico es el análisis de confiabilidad de plataformas marinas de explotación petrolera, y el cual se ha estado desarrollando en el Instituto de Ingeniería bajo la coordinación y dirección del Dr. Luis Esteva Maraboto, quien ha propuesto la formulación analítica del modelo que se presenta y a quien agradezco sus valiosos comentarios y sugerencias durante el desarrollo de este trabajo.

6. REFERENCIAS

1. Stevenson, J. & Moses, F.

"Reliability analysis of frame structures", Journal of the Structural Division, ASCE, 96, ST11 (1970).

2. Augusti, G., & Baratta, A.

"Probability limit analysis and design of structures and earthworks: the static approach", Proc. ICASP 2, Aachen (1975)

3. Rosenblueth, E., & Esteve, L.

"Reliability basis for some Mexican codes", American Concrete Institute SP-31 (1971)

4. Hodge, P.G.

"Plastic analysis of structures". McGraw-Hill, New York(1959)

5. American Petroleum Institute, "Recommended practice for planning,

designing and constructing fixed offshore platforms", API RP 2A (1974)

6. Departamento del Distrito Federal, "Diseño y construcción de Estructuras Metálicas". Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones (1976)
7. Abramowitz, M. & Stegun, I.
"Handbook of Mathematical Functions", Dover Publications Inc. , New York (1972).
8. Galambos, T.V. & Ravindra, K.
"Tentative load and resistance factor design criteria for steel buildings", Research Report 18, structural Division, Washington University, Saint Louis (1973)

P	S I M U L A C I O N				INTEGRACION NUMERICA
	$Pf = Fz_1(0) + \int_0^{\infty} Fz_2(0/z_1) f_{z_1} dz_1$		$Pf = Fz_2(0) + \int_0^{\infty} Fz_1(0/z_2) f_{z_2} dz_2$		
	30	100	30	100	
1.0	2.41×10^{-3}	2.41×10^{-3}	1.02×10^{-3}	1.02×10^{-3}	2.411×10^{-3}
0.8	2.79×10^{-3}	2.69×10^{-3}	2.40×10^{-3}	2.07×10^{-3}	2.89×10^{-3}
0.6	3.14×10^{-3}	3.05×10^{-3}	3.02×10^{-3}	2.77×10^{-3}	3.16×10^{-3}
0.4	3.33×10^{-3}	3.27×10^{-3}	3.20×10^{-3}	3.15×10^{-3}	3.32×10^{-3}
0.2	3.43×10^{-3}	3.29×10^{-3}	3.44×10^{-3}	3.36×10^{-3}	3.40×10^{-3}
0	3.44×10^{-3}	3.44×10^{-3}	3.44×10^{-3}	3.44×10^{-3}	3.44×10^{-3}

TABLA 1. PROBABILIDADES DE FALLA DE UN SISTEMA CON DOS
 MODOS DE FALLA; $M_{Z1} = 23320 \text{ Ton-m}$, $\sigma_{Z1} = 8183 \text{ Ton-m}$;
 $M_{Z2} = 114800 \text{ Ton-m}$, $\sigma_{Z2} = 17989 \text{ Ton-m}$

ρ	S I M U L A C I O N				INTEGRACION NUMERICA
	$Pf = F_{Z_1}(0) + \int_0^{\infty} F_{Z_2}(0/z_1) f_{Z_1} dz_1$		$Pf = F_{Z_2}(0) + \int_0^{\infty} F_{Z_1}(0/z_2) f_{Z_2} dz_2$		
	30	100	30	100	
1.0	1.65×10^{-4}	1.65×10^{-4}	1.54×10^{-4}	1.54×10^{-4}	1.65×10^{-4}
0.8	1.81×10^{-4}	1.76×10^{-4}	1.72×10^{-4}	1.67×10^{-4}	2.27×10^{-4}
0.6	2.28×10^{-4}	2.18×10^{-4}	2.23×10^{-4}	2.13×10^{-4}	2.503×10^{-4}
0.4	2.65×10^{-4}	2.57×10^{-4}	2.64×10^{-4}	2.55×10^{-4}	2.727×10^{-4}
0.2	2.99×10^{-4}	2.95×10^{-4}	3.02×10^{-4}	2.97×10^{-4}	2.99×10^{-4}
0	3.19×10^{-4}	3.19×10^{-4}	3.19×10^{-4}	3.19×10^{-4}	3.19×10^{-4}

TABLA 2. PROBABILIDADES DE FALLA PARA UN SISTEMA CON DOS MODOS DE FALLA Y PROBABILIDADES MARGINALES PARECIDAS:

$$M_{Z1} = 6573 \text{ Ton-m}, \sigma_{Z1} = 1736 \text{ Ton-m}; M_{Z2} = 5585 \text{ Ton-m},$$

$$\sigma_{Z2} = 1467 \text{ Ton-m}$$

P	S I M U L A C I O N				INTEGRACION NUMERICA
	$Pf = F_{z_1}(0) + \int_0^{\infty} F_{z_2}(0/z_1) f_{z_1} dz_1$		$Pf = F_{z_2}(0) + \int_0^{\infty} F_{z_1}(0/z_2) f_{z_2} dz_2$		
	30	100	30	100	
1.0	6.74×10^{-10}	6.74×10^{-10}	0.87×10^{-10}	0.87×10^{-10}	6.74×10^{-10}
0.8	6.74×10^{-10}	6.73×10^{-10}	0.87×10^{-10}	0.87×10^{-10}	7.15×10^{-10}
0.6	6.78×10^{-10}	6.69×10^{-10}	1.34×10^{-10}	1.27×10^{-10}	7.40×10^{-10}
0.4	7.21×10^{-10}	7.18×10^{-10}	4.87×10^{-10}	4.75×10^{-10}	7.43×10^{-10}
0.2	7.57×10^{-10}	7.56×10^{-10}	7.28×10^{-10}	7.20×10^{-10}	7.61×10^{-10}
0	7.62×10^{-10}	7.62×10^{-10}	7.62×10^{-10}	7.62×10^{-10}	7.62×10^{-10}

TABLA 3. PROBABILIDADES DE FALLA PARA UN SISTEMA CON DOS MODOS DE FALLA Y PROBABILIDADES MARGINALES PEQUEÑAS:

$$M_{z1} = 49600 \text{ Ton-m}; \sigma_{z1} = 8183 \text{ Ton-m}; M_{z2} = 114800 \text{ Ton-m},$$

$$\sigma_{z2} = 17989 \text{ Ton-m}$$

BARRA	FUERZA P	ARCA DE TENSION	LONGITUD	HM	RADIO DE GIRO	L/R	LAMDA	O(LAMDA)	F1	C2	AREA DE COMPRESION	AREA PROP.	VR	RH	DES.EST	DETA
1	-544.5		1839.30	136.53	47.79	38.49	0.42	0.957	0.80	1.93	292.5	2138.3	0.13	5177.0	480.8	6.80
2	-460.7		2174.10	77.15	27.00	80.51	0.87	0.812	0.68	1.40	328.5	456.0	0.17	936.3	162.4	2.93
3	85.6	40.76	0.00	0.00								456.0	0.11	1153.7	126.9	8.42
4	-2555.8		1839.30	136.53	47.79	38.49	0.42	0.957	0.80	1.93	1325.8	2138.3	0.13	5177.0	480.8	3.85
5	232.8	110.86	0.00	0.00								243.2	0.11	615.4	67.7	5.65
6	-78.4		1175.70	61.60	21.56	54.53	0.59	0.914	0.75	1.74	45.0	243.2	0.15	562.2	83.7	5.78
7	-707.3		1778.00	135.74	47.51	37.42	0.40	0.959	0.80	1.94	364.7	1463.1	0.13	3550.9	462.9	6.14
8	-109.5		2024.30	76.84	26.89	75.27	0.81	0.835	0.70	1.47	120.6	304.0	0.17	442.5	109.6	4.13
9	449.2	213.91	0.00	0.00								304.0	0.11	769.1	84.6	3.78
10	-2257.9		1778.00	135.74	47.51	37.42	0.40	0.959	0.80	1.94	1164.2	1463.1	0.13	3550.9	462.9	2.79
11	17.8	0.40	0.00	0.00								243.2	0.11	615.4	67.7	8.03
12	-204.9		986.20	61.60	21.56	45.74	0.49	0.939	0.78	1.85	154.4	243.2	0.14	578.0	40.5	3.64
13	-645.7		1532.70	135.74	47.51	32.26	0.35	0.970	0.81	1.99	323.7	1463.1	0.13	3589.6	457.3	6.44
14	-109.7		1732.00	76.84	26.89	64.40	0.69	0.879	0.73	1.62	117.4	304.0	0.16	476.4	107.8	4.51
15	447.5	213.11	0.00	0.00								304.0	0.11	769.1	84.6	3.80
16	-1635.3		1532.70	135.74	47.51	32.26	0.35	0.970	0.81	1.99	819.8	1463.1	0.13	3589.6	457.3	4.27
17	-52.4		823.00	61.60	21.56	38.17	0.41	0.959	0.80	1.93	27.1	243.2	0.13	589.3	77.3	6.95
18	-279.2		823.00	61.60	21.56	38.17	0.41	0.958	0.80	1.93	144.6	243.2	0.13	599.3	77.3	4.01
19	-505.4		1287.50	131.78	46.12	27.91	0.30	0.977	0.82	2.04	287.0	782.8	0.13	1935.7	242.1	5.58
20	-111.5		1452.30	76.84	26.89	54.00	0.58	0.915	0.75	1.75	63.8	304.0	0.15	703.9	104.5	5.68
21	368.8	175.63	0.00	0.00								304.0	0.11	769.1	84.6	4.73
22	-1011.2		1287.50	131.78	46.12	27.91	0.30	0.977	0.82	2.04	495.8	782.8	0.13	1935.7	242.1	3.82
23	-291.9		1371.60	61.60	21.56	63.62	0.67	0.882	0.73	1.63	173.3	243.2	0.16	543.0	86.1	3.03

TABLA 4. CALCULO DE LOS PARAMETROS PROBABILISTICOS DE LAS CAPACIDADES ESTRUCTURALES DE LOS ELEMENTOS DEL SISTEMA ESTRUCTURAL CONSIDERADO

5.33×10^7	0	1.15×10^8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1.17×10^8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		2.6×10^8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			3.05×10^6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
				2.17×10^6	0	0	0	0	0	0	0	0
					1.53×10^7	0	0	0	0	0	0	0
						5.93×10^7	0	0	0	0	0	0
							8.83×10^7	0	0	0	0	0
								7.89×10^7	0	0	0	0
									1.52×10^6	0	0	0
										4.96×10^6	0	0

(a)

6.70×10^7	7.26×10^7	1.47×10^8	1.17×10^7	9.85×10^6	2.66×10^7	5.19×10^7	6.27×10^7	6.02×10^7	8.24×10^6	1.48×10^7
	1.17×10^8	1.58×10^8	1.51×10^7	1.27×10^7	3.44×10^7	6.65×10^7	8.12×10^7	7.68×10^7	1.07×10^7	1.92×10^7
		3.24×10^8	2.55×10^7	2.16×10^7	5.52×10^7	1.13×10^8	1.13×10^8	1.30×10^8	1.80×10^7	3.26×10^7
			3.05×10^6	2.06×10^6	5.55×10^6	1.07×10^7	1.31×10^7	1.29×10^7	1.72×10^6	3.11×10^6
				2.17×10^6	4.69×10^6	9.08×10^6	1.11×10^7	1.05×10^7	1.45×10^6	2.63×10^6
					1.58×10^7	2.45×10^7	2.99×10^7	2.83×10^7	3.92×10^6	7.08×10^6
						5.93×10^7	5.79×10^7	5.47×10^7	7.60×10^6	1.37×10^7
							8.83×10^7	6.68×10^7	9.27×10^6	1.67×10^7
								7.89×10^7	8.77×10^6	1.53×10^7
									1.52×10^6	2.20×10^6
										4.96×10^6

(b)

7.04×10^7	9.03×10^7	1.55×10^8	1.46×10^7	1.23×10^7	3.32×10^7	6.48×10^7	7.84×10^7	7.52×10^7	1.03×10^7	1.65×10^7
	1.17×10^8	1.98×10^8	1.86×10^7	1.59×10^7	4.29×10^7	8.32×10^7	1.01×10^8	9.60×10^7	1.33×10^7	2.41×10^7
		3.40×10^8	3.19×10^7	2.70×10^7	7.27×10^7	1.41×10^8	1.72×10^8	1.63×10^8	2.26×10^7	4.07×10^7
			3.05×10^6	2.57×10^6	6.94×10^6	1.34×10^7	1.64×10^7	1.55×10^7	2.15×10^6	3.89×10^6
				2.17×10^6	5.86×10^6	1.13×10^7	1.38×10^7	1.31×10^7	1.82×10^6	3.28×10^6
					1.58×10^7	3.06×10^7	3.74×10^7	3.53×10^7	4.90×10^6	8.85×10^6
						5.93×10^7	7.23×10^7	6.84×10^7	9.50×10^6	1.71×10^7
							8.83×10^7	8.35×10^7	1.16×10^7	2.09×10^7
								7.89×10^7	1.10×10^7	1.98×10^7
									1.52×10^6	2.75×10^6
										4.96×10^6

(c)

TABLA 5. MATRICES DE COVARIANCIA DE LOS MARGENES DE SEGURIDAD Z, PARA DIFERENTES VALORES DEL COEFICIENTE DE CORRELACION DE LAS RESISTENCIAS ρ . (A) $\rho = 0$; (B) $\rho = 0.8$; (C) $\rho = 1$

MARGEN DE SEGURIDAD	$\gamma = P / P_0$				
	0.5	0.8	1.0	1.5	2.0
1	49 600	41 720	36 460	23 320	10 180
2	63 440	51 690	43 860	24 270	4 690
3	114 800	97 380	85 760	56 710	27 660
4	11 180	8 417	6 574	1 966	-2 642
5	9 461	7 135	5 585	1 709	-2 167
6	23 400	18 440	15 130	6 858	-1 413
7	46 220	38 590	33 500	20 780	8 067
8	51 920	42 850	36 810	21 690	6 568
9	54 360	44 740	38 330	22 300	6 270
10	8 486	6 881	5 811	3 137	463
11	12 190	11 160	10 480	8 771	7 061

TABLA 6. ESPERANZAS DE LOS MARGENES DE SEGURIDAD z

MARGEN DE SEGURIDAD	$\gamma = P / P_0 = 0.5$		
	$\rho = 0$	$\rho = 0.8$	$\rho = 1$
1	5.4×10^{-12}	6.7×10^{-10}	1.6×10^{-9}
2	2.2×10^{-9}	2.2×10^{-4}	2.2×10^{-9}
3	5.2×10^{-13}	8.2×10^{-11}	2.3×10^{-10}
4	6.0×10^{-11}	6.0×10^{-11}	6.0×10^{-11}
5	5.6×10^{-11}	5.6×10^{-11}	5.6×10^{-11}
6	1.7×10^{-9}	1.7×10^{-9}	1.7×10^{-9}
7	1.1×10^{-9}	1.1×10^{-9}	1.1×10^{-9}
8	1.3×10^{-8}	1.3×10^{-8}	1.3×10^{-8}
9	6.7×10^{-10}	6.7×10^{-10}	6.7×10^{-10}
10	2.3×10^{-12}	2.3×10^{-12}	2.3×10^{-12}
11	1.6×10^{-8}	1.6×10^{-8}	1.6×10^{-8}

TABLA 7a. PROBABILIDADES MARGINALES DE FALLA DE LOS MARGENES DE SEGURIDAD; $\gamma = 0.5$

MARGEN DE SEGURIDAD	$\gamma = P/P_0 = 1.0$		
	$\rho = 0$	$\rho = 0.8$	$\rho = 1$
1	9.8×10^{-7}	4.2×10^{-6}	6.9×10^{-6}
2	2.5×10^{-5}	2.5×10^{-5}	2.5×10^{-5}
3	5.1×10^{-8}	9.3×10^{-7}	1.6×10^{-6}
4	1.6×10^{-4}	1.6×10^{-4}	1.6×10^{-4}
5	1.5×10^{-4}	1.5×10^{-4}	1.5×10^{-4}
6	1.5×10^{-4}	1.5×10^{-4}	1.5×10^{-4}
7	7.3×10^{-6}	7.3×10^{-6}	7.3×10^{-6}
8	1.0×10^{-4}	1.0×10^{-4}	1.0×10^{-4}
9	9.6×10^{-6}	9.6×10^{-6}	9.6×10^{-6}
10	1.1×10^{-6}	1.1×10^{-6}	1.1×10^{-6}
11	9.9×10^{-7}	9.9×10^{-7}	9.9×10^{-7}

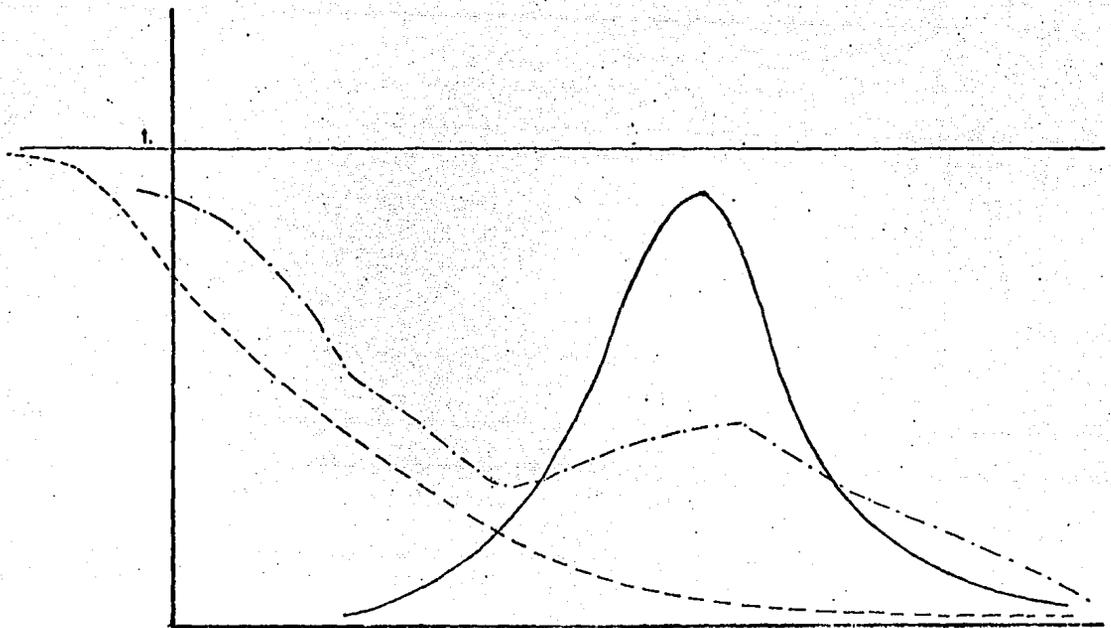
TABLA 7b. PROBABILIDADES MARGINALES DE FALLA DE LOS MARGENES DE SEGURIDAD; $\gamma = 1.0$

MARGEN DE SEGURIDAD	$\gamma = P/P_0 = 1.5$		
	$\rho = 0$	$\rho = 0.8$	$\rho = 1$
1	9.0×10^{-4}	2.4×10^{-3}	2.9×10^{-3}
2	1.2×10^{-2}	1.2×10^{-2}	1.2×10^{-2}
3	3.5×10^{-4}	1.0×10^{-3}	1.3×10^{-3}
4	1.3×10^{-1}	1.3×10^{-1}	1.3×10^{-1}
5	1.2×10^{-1}	1.2×10^{-1}	1.2×10^{-1}
6	4.1×10^{-2}	4.1×10^{-2}	4.1×10^{-2}
7	3.8×10^{-3}	3.8×10^{-3}	3.8×10^{-3}
8	1.0×10^{-2}	1.0×10^{-2}	1.0×10^{-2}
9	6.6×10^{-3}	6.6×10^{-3}	6.6×10^{-3}
10	5.5×10^{-3}	5.5×10^{-3}	5.5×10^{-3}
11	9.5×10^{-5}	9.5×10^{-5}	9.5×10^{-5}

TABLA 7c. PROBABILIDADES MARGINALES DE FALLA DE LOS MARGENES DE SEGURIDAD; $\gamma = 1.5$

ρ	$\gamma = P/P_0$				
	0.5	0.8	1.0	1.5	2.0
0	3.55×10^{-8}	6.77×10^{-6}	6.19×10^{-4}	2.95×10^{-1}	9.36×10^{-1}
0.8	1.60×10^{-8}	2.26×10^{-6}	1.89×10^{-4}	1.72×10^{-1}	9.36×10^{-1}
1.0	1.60×10^{-8}	2.23×10^{-6}	1.65×10^{-4}	1.29×10^{-1}	9.36×10^{-1}

TABLA 8. PROBABILIDADES DE FALLA DE LOS SISTEMAS ESTRUCTURALES P_f CORRESPONDIENTES A TRES VALORES DEL COEFICIENTE DE CORRELACION ρ Y A CINCO DIFERENTES FACTORES DE CARGA γ



Zona que reproduce la integral
cuando se toman pocas muestras

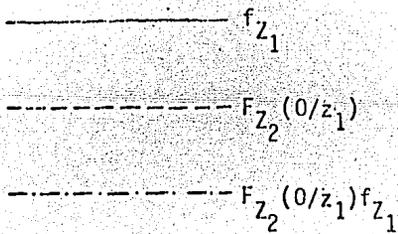


FIG 1. ZONA QUE SE SIMULA POR MONTECARLO AL EVALUAR
INTEGRALES DE LA FORMA

$$\int_0^{\infty} F_{z_2}(0/z_1) f_{z_1}(z_1) dz_1$$

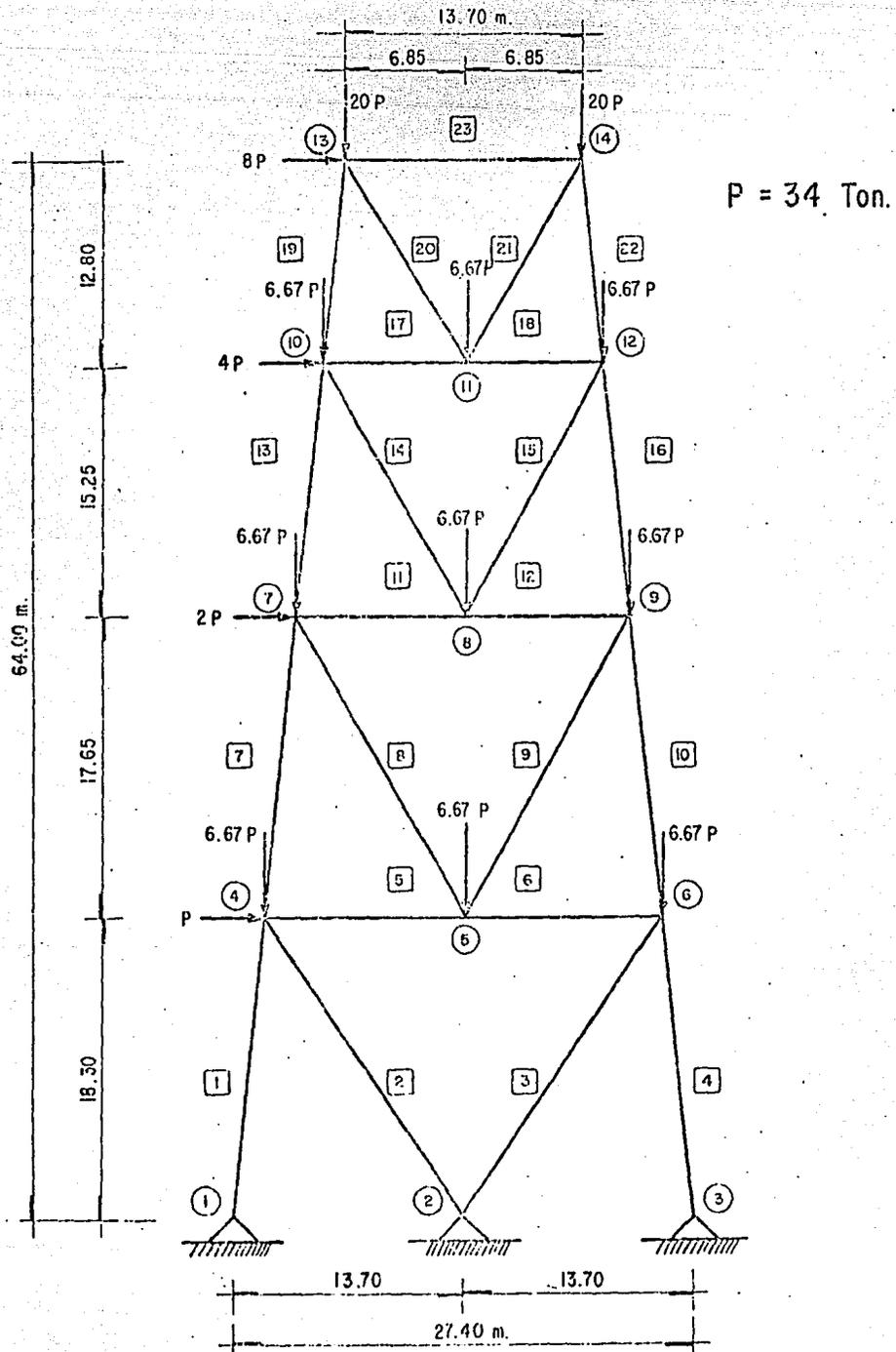
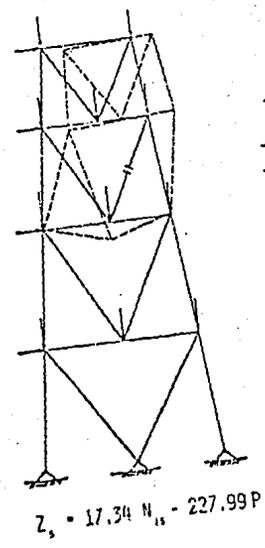
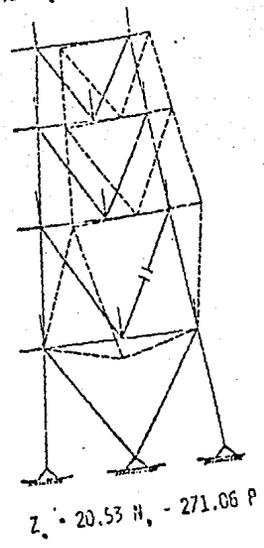
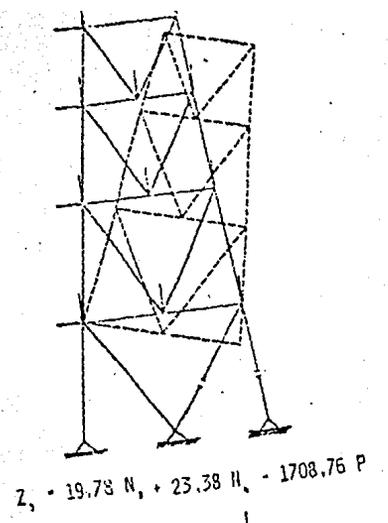
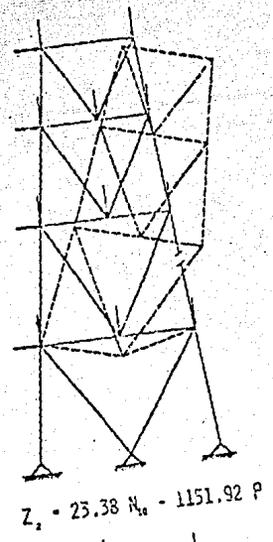
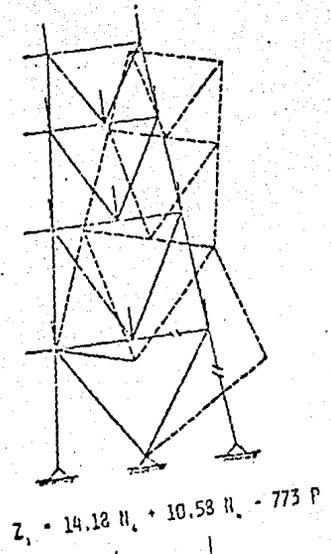


FIG 2. ESTRUCTURA TIPICA DE LAS PLATAFORMAS MARINAS PARA EXPLOTACION PETROLERA



ESTRUCTURA ORIGINAL
 MECANISMO DE FALLA

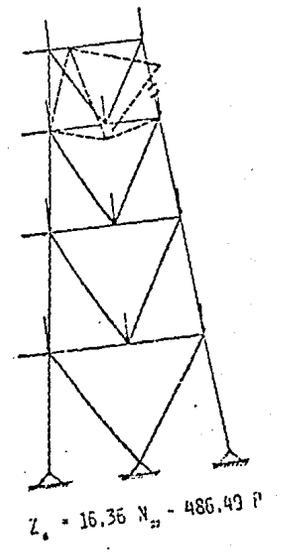
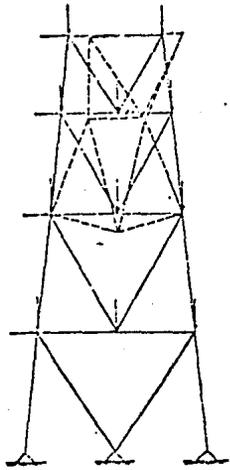
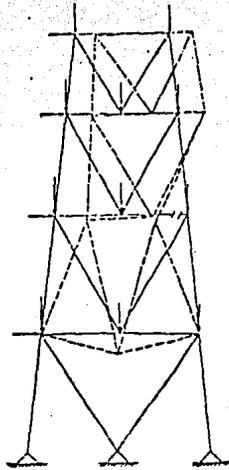


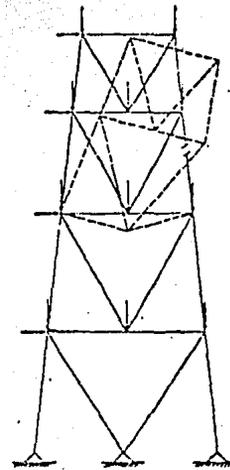
FIG. 4A. MECANISMOS Y MARGENES DE SEGURIDAD (1-6)



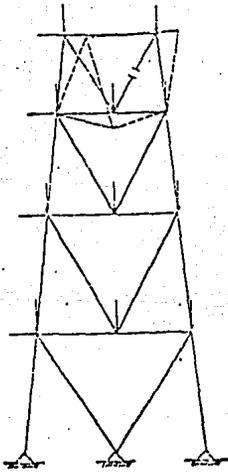
$$Z_7 = 100 N_{11} - 748 P$$



$$Z_8 = 116 N_{11} - 889.33 P$$

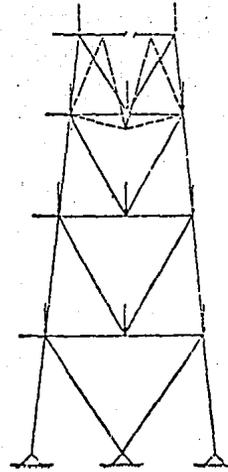


$$Z_9 = 19.61 N_{11} - 942.98 P$$



$$Z_{10} = 14.51 N_{11} - 157.31 P$$

————— ESTRUCTURA ORIGINAL
 - - - - - MECANISMO DE FALLA



$$Z_{11} = 25.60 N_{11} - 100.58 P$$

FIG. 4_B. MECANISMOS Y MARGENES DE SEGURIDAD (7-11)

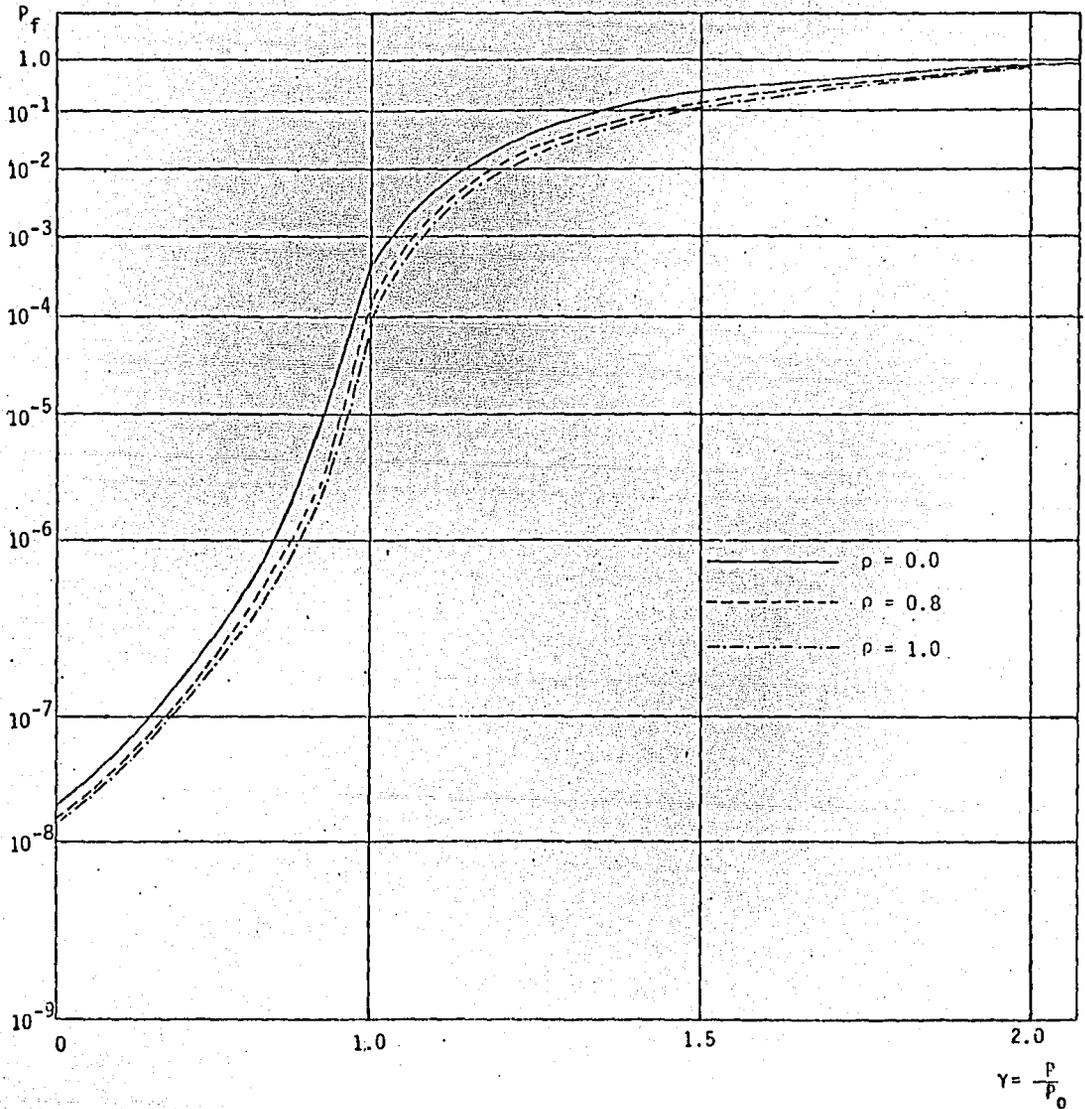


FIG 5. PROBABILIDADES DE FALLA DEL SISTEMA VERSUS FACTORES DE CARGA γ PARA DIFERENTES VALORES DEL COEFICIENTE DE CORRELACION DE LAS RESISTENCIAS ρ

APENDICE A. DISTRIBUCIONES: NO CONDICIONAL Y CONDICIONAL DE UN SUBCONJUNTO Y DE UN CONJUNTO DE VARIABLES CON DISTRIBUCION GAUSSIANA MULTIPLE.

Sea

$$X = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} \quad (A1)$$

un vector de variables con distribución gaussiana múltiple y sean \bar{X} y S dados por las ecs A2 y A3 respectivamente el vector de esperanzas y la matriz de covariancias de X ; X_1 y X_2 son dos vectores obtenidos al subdividir X .

$$\bar{X} = \begin{Bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_2 \end{Bmatrix} \quad (A2)$$

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \quad (A3)$$

entonces la distribución no condicional de X queda definida por:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} |S|^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} (X - \bar{X})^T S^{-1} (X - \bar{X}) \right] \quad (A4)$$

y puede demostrarse* que la distribución condicional de X_1 dado $X_2 = \zeta$ es gaussiana con media

$$E(X_1/X_2 = \zeta) = \bar{X}_1 + S_{12} S_{22}^{-1} (\zeta - \bar{X}_2) \quad (A5)$$

y matriz de covariancia

$$S_{X_1/X_2} = S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{21} \quad (A6)$$

* Press, S.J. "Applied multivariate analysis", Holt, Rinebart and Winston, New York (1972), P. 69.



APENDICE B. ESPERANZAS Y COVARIANCIAS DE LOS MARGENES DE SEGURIDAD

Empleando la notación de la ec 2 se puede escribir la siguiente ecuación matricial para el vector de márgenes de seguridad

$$Z = AR + AP \quad (B1)$$

que en forma compacta puede escribirse

$$Z = CX \quad (B2)$$

en donde

$$C = \{ A : B \} \quad (B3)$$

$$X = \begin{Bmatrix} R \\ P \end{Bmatrix} \quad (B4)$$

el vector de esperanzas de Z se obtiene inmediatamente

$$Z = CX = AR + BP \quad (B5)$$

es fácil demostrar que la matriz de covariancias de Z es igual a S_Z , dado por la ecuación siguiente, en donde S_X es la matriz de covariancias de X:

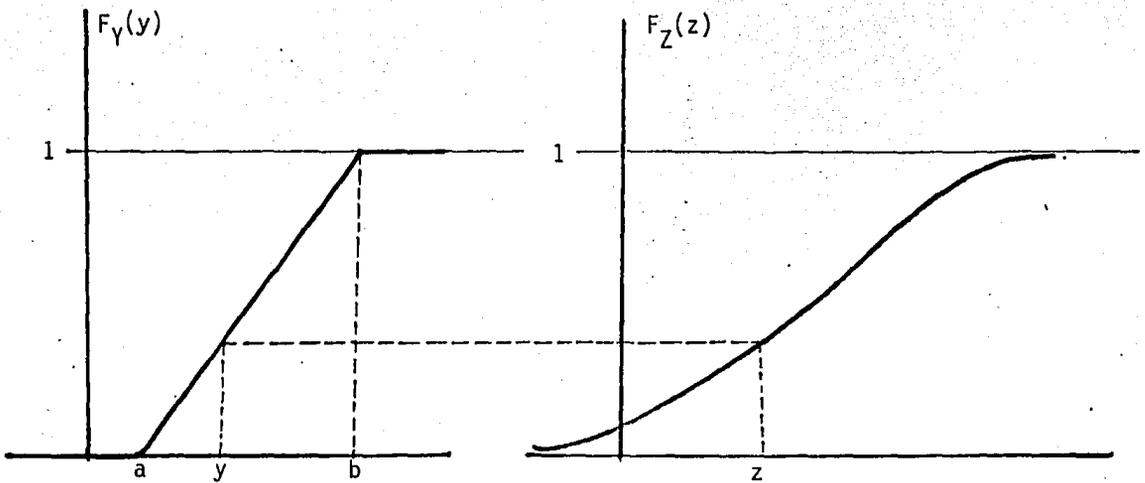
$$S_Z = CS_X C^T \quad (B6)$$

Si las cargas son independientes de las resistencias

$$S_X = \begin{bmatrix} S_R & 0 \\ 0 & S_P \end{bmatrix} \quad (B7)$$

donde S_R y S_P son respectivamente las matrices de covariancias de las resistencias y de las cargas externas.

APENDICE C. SIMULACION DE UNA VARIABLE CON f d.p. ARBITRARIA A PARTIR DE UNA VARIABLE DE f.d.p. UNIFORME



1. Se simula un valor de Y con distribución uniforme
Este valor se llama y

2. Se obtiene $F_Y(y)$

$$F_Y(y) = \frac{y - a}{b - a}$$

3. Se obtiene z tal que $F_X(z) = F_Y(y)$

$$z = F_X^{-1} \left[F_Y(y) \right] = F_X^{-1} \left[\frac{y - a}{b - a} \right]$$

APENDICE D. RELACIONES ENTRE VALORES DE DISEÑO DE LAS RESISTENCIAS, VALORES MEDIOS Y COEFICIENTES DE VARIACION.

Elementos en tensión

$$P = 0.83 \bar{f}_y A_T \quad (D1)$$

en donde

$$A_T = \frac{P}{0.83 \bar{f}_y} \quad (D1')$$

Elementos en compresión

$$f_y^* = \bar{f}_y / 1.05 \quad (D2)$$

$$\lambda = \frac{L}{r} \left(\frac{1}{\pi} \right) \sqrt{\frac{f_y^*}{E_s}} \quad (D3)$$

$$P_y = A_c \bar{f}_y \quad (D4)$$

$$P_u = P_y g(\lambda) \quad (D5)$$

$$g(\lambda) = \begin{cases} (1 - 0.25 \lambda^2) & \text{si } \lambda \leq 2 \\ \lambda^2 & \text{si } \lambda \geq 2 \end{cases} \quad (D6)$$

$$P = \phi P_u \quad (D7)$$

substituyendo en D6 las ecs D4 y D5 y despejando A_c

$$A_c = \frac{P}{\phi \bar{f}_y g(\lambda)} \quad (D8)$$

Resistencia media:

en tensión

$$R_m = Af_y \quad (D10)$$

$$V_R = 0.11 \quad (D11)$$

en compresión

$$R_m = Af_y g(\lambda) \quad (D12)$$

Los coeficientes de variación V_R se obtienen de la tabla D1

N o t a c i ó n

A = Area de la sección

A_C = Area requerida en compresión

A_T = Area requerida en tensión

E_S = Módulo de elasticidad del acero

f_y = Esfuerzo medio de fluencia del acero

f_y^* = Esfuerzo normal de fluencia del acero

$g(\lambda)$ = Factor de carga

L = Longitud del elemento

P = Carga nominal de diseño

P_u = Carga última

R_m = Resistencia media

r = Radio de giro de la sección transversal de la columna

V_R = Coeficiente de variación de la resistencia

λ = Factor de resistencia

π = 3.1416

λ	V_R
0.2	0.12
0.4	0.13
0.6	0.15
0.8	0.17
1.0	0.18
1.2	0.17
1.4	0.16
1.6	0.15
1.8	0.114

Tabla D1. Coeficiente de variación de las resistencias a compresión.

APENDICE E. PROGRAMA PARA CALCULAR LA PROBABILIDAD DE FALLA DE SISTEMAS ESTRUCTURALES

Este programa ha sido desarrollado con el fin de realizar todo el trabajo numérico que es requerido para el cálculo de la probabilidad de falla de sistemas estructurales por el método de simulación condicional. El programa utiliza siete subrutinas que mejoran su eficiencia y permiten proyectar cambios fácilmente. En las Figs E1 y E2 se muestra un diagrama de flujo general del programa principal y un listado del programa respectivamente. En lo que sigue se da una explicación de las funciones de cada subrutina así como la identificación de las variables principales.

Subrutina DATOS

Esta subrutina se encarga de la lectura e impresión de los datos iniciales del sistema por resolver

N Orden de la matriz de covariancias de los márgenes de seguridad

NP Número de simulaciones que se quieran realizar para estimar la esperanza de cada una de las probabilidades condicionales

C(I,J) Matriz de covariancias de los márgenes de seguridad. Como es simétrica se leen únicamente los elementos del triangulo superior.

XM(I) Vector de valores medios de los márgenes de seguridad

Subrutina FPAN y FPANI

El objeto de estas subrutinas es el cálculo de la función de probabilidad acumulada (para una variable) utilizando los algoritmos propuestos por Abramowitz y Stegun*. En estas subrutinas las variables importantes son:

Z Valor estandarizado del margen de seguridad

PZ Probabilidad de que el valor del margen de seguridad Z sea menor que cero

Subrutina ARXN

Esta subrutina realiza la inversión de la función de distribución de probabilidades acumuladas. Como en las anteriores se utilizó un algoritmo propuesto por Abromowitz y Stegun*. Las variables mas importantes son:

FX Función de distribución acumulada del valor XP

XP Valor simulado de X

VARIA Variancia de las XP'S

AMED Media de las XP'S

Subrutinas INV

Permite efectuar la inversión secuencial de la matriz de covariancias, de acuerdo con el planteamiento siguiente

Sea

$$S = \begin{bmatrix} S_{k-1} & x_k \\ x_k^T & \sigma_k^2 \end{bmatrix} \quad (E1)$$

* Abromowitz, M., & Stegun, I. "Handbook of Mathematical Functions",
Dover Publications Inc. New York (1972), pp 932-933

la matriz de covariancias de los k márgenes de seguridad.

Si se define

$$Q = S_k^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \quad (E2)$$

como la matriz inversa de S_k ; sus elementos estan dados por las siguientes expresiones:

$$Q_{22} = (-X_k^T Y + \sigma_k^2)^{-1} \quad (E3)$$

$$Q_{12} = -Y Q_{22} \quad (E4)$$

$$Q_{11} = S_{k-1}^{-1} + Y Y^T Q_{22} \quad (E5)$$

$$\text{en donde: } Y = S_{k-1}^{-1} X_k \quad (E6)$$

Subrutinas MEDIA Y VARIA

Efectuan el cálculo de las medias y variancias condicionadas con los algoritmos en el apéndice A. En estas subrutinas se tienen las siguientes variables.

AMED(I) = Media del margen de seguridad i condicionada a los anteriores

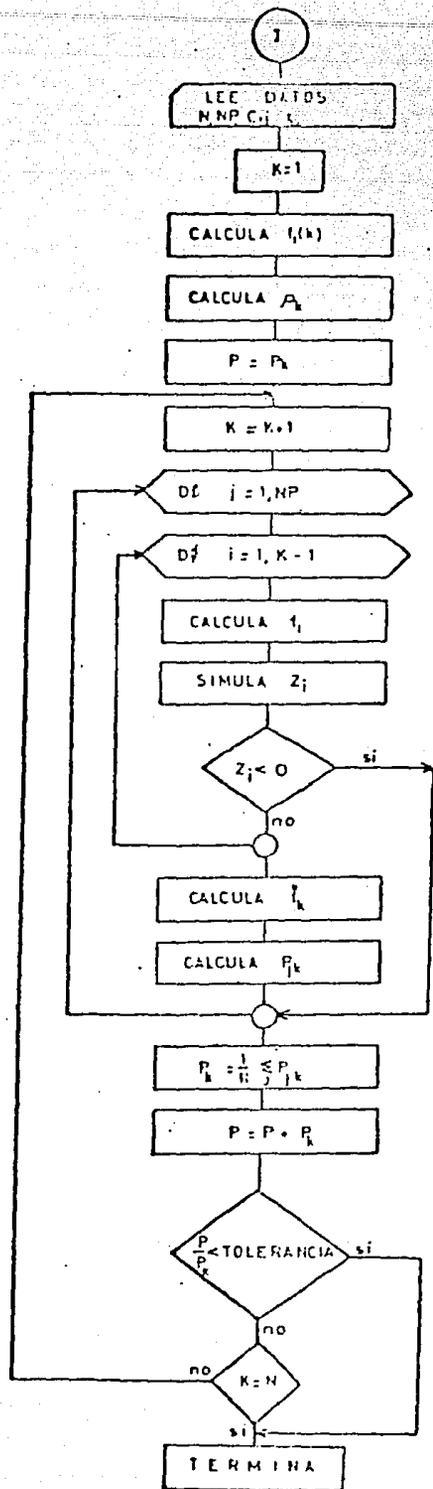
VARIA(I) = Variancia condicionada del margen de seguridad i

```

100 4 10000 1000
200 FILE 5 DATOS DE LA ESTRUCTURA E4.BLOCKING=50
300 FILE 4-SALIDA DEL RESULTADO DE LOS 22
400 C PROGRAM PARA CALCULAR LA PROBABILIDAD DE FALLA DE SISTEMAS ES-
500 C
600 C ESTRUCTURALES POR EL METODO DE SIMULACION CONDICIONAL
700 C
800 C VARIABLES DE ENTRADA: C(1,J)= MATRIZ DE COVARIANZAS; XN(1)= VEC-
900 C
1000 C TOR DE NUBLAS; NA= ORDEN DE LA MATRIZ DE COV. ; NI= NUMERO DE SI-
1100 C
1200 C MULACIONES
1300 C
1400 DIMENSION C(50,50), XN(50), A(50,50), Z(50), XP(50)
1500 DIMENSION VARIA(50), AMB(50)
1600 CALL DATOS(C,XN,NA,NA)
1700 K=1
1800 Z=-XN(K)/SQRT(C(K,K))
1900 IF(Z.GE.-4.300) GO TO 400
2000 IF(Z.LE.-4.300) GO TO 400
2100 CALL FRAC(Z,P2)
2200 GO TO 410
2300 400 CALL FRAC(Z,P2)
2400 410 P=P2
2500 L=1
2600 AMB(L)=10000
2700 AA=500
2800 AMB(L)=AMB(L)
2900 VARIA(L)=C(L,K)
3000 100 K=L+1
3100 P=L+0
3200 DO 200 L=L+1,P
3300 K=L+1
3400 DO 300 J=2,K
3500 JJ=L+1
3600 Z=-AMB(J)/SQRT(VARIA(L+1))
3700 IF(Z.GE.-4.300) GO TO 420
3800 IF(Z.LE.-4.300) GO TO 420
3900 CALL FRAC(Z,P2)
4000 GO TO 430
4100 420 CALL FRAC(Z,P2)
4200 430 Z=(J-1)/SQRT(VARIA)
4300 L=Z*(L+1)
4400 CALL AMB(C,XN,VARIA,AMB,L)
4500 IF(XN(L+1).LT.0) GO TO 500
4600 L=L+1
4700 CALL THIN(A,K,K,K,K)
4800 CALL MEDIAN(C,PED,A,L,C,XN,SP,JJ)
4900 L=L+1
5000 CALL VARIA(C,VARIA,K,C,L)
5100 IF(VARIA(L).LT.0) GO TO 3
5200 Z=-AMB(L)/SQRT(VARIA(L))
5300 IF(Z.GE.-4.300) GO TO 440
5400 IF(Z.LE.-4.300) GO TO 440
5500 CALL FRAC(Z,P2)
5600 GO TO 450
5700 440 CALL FRAC(Z,P2)
5800 450 H=K*P/1000 GO TO 300
5900 DO 3200 J=1,K-1
6000 DO 5200 JJ=1,K-1
6100 3200 A(L,J)=C(L,J)
6200 3500 CONTINUE
6300 DO 3201 J=1,K-1
6400 DO 5201 JJ=1,K-1
6500 3201 A(L,J)=C(L,J)
6600 3201 P=H*JJ/PZ
6700 UR(L)=(C(L+1,L)+AMB(L))/VARIA(L),PZ
6800 115 FORMAT(Z,P2),AMBI = 'E15.5',VAR = 'E15.5',PZ,'Z
6900 P = 'E15.5)
7000 500 CONTINUE
7100 CALL ENDJOB
7200 P=0
7300 L=0
7400 L=0
7500 CALL FRAC(Z,P2)
7600 CALL FRAC(Z,P2)
7700 100 FORMAT(Z,P2),P=0,DE=1.5,IG = 'E15.5)
7800 H=K*P/1000
7900 DO 1000 J=1,K
8000 5 DE=1.5
8100 115 FORMAT(Z,P2),P=0,DE=1.5,IG = 'E15.5',PZ,'Z
8200 P = 'E15.5)
8300 500
8400

```

FIG E2. LISTADO DEL PROGRAMA PARA CALCULAR LA PROBABILIDAD DE FALLA DE SISTEMAS ESTRUCTURALES



C_{ij} = Matriz de covariancias de los márgenes de seguridad

f_i = f.d.p. de Z_i dados los valores de las anteriores y condicionadas a que $Z_i > 0$

f_k = f.d.p. de Z_k dados los valores anteriores sin condicionar a $Z_i > 0$

n = Números de modos de falla

n_p = Número de simulaciones a realizar

p = Probabilidad de falla final

P_k = Probabilidad de falla del modo k

X_i = Vector de valores medios de los márgenes de seguridad

FIG E1. DIAGRAMA DE FLUJO

```

16100 SUBROUTINE INV(A,H,K,IK,KL)
16200 DIMENSION A(50,50),I(50),R(10,10)
16300 C
16400 C SUBROUTINA PARA INVERTIR MATRICES EN FORMA SECUENCIAL
16500 C
16600 IF (IK.GT.1) GO TO 5
16700 A(1,1)=1/A(1,1)
16800 GO TO 5070
16900 5 IF (IK.GE.2) GO TO 10
17000 DET=A(1,1)*A(2,2)-A(1,2)*A(2,1)
17100 R(1,1)=A(1,1)
17200 A(1,1)=A(1,2)/DET
17300 A(1,2)=-A(1,1)/DET
17400 A(2,1)=-A(2,1)/DET
17500 A(2,2)=A(2,2)/DET
17600 IF (IK.EQ.2) GO TO 5070
17700 10 K=K+1
17800 DO 20 I=1,KL
17900 20 Z(I)=0
18000 DO 30 J=1,KL
18100 DO 30 I=1,KL
18200 30 Z(I)=A(I,J)+A(I,KL+1)*Z(J)
18300 XNZ=0
18400 DO 40 I=1,KL
18500 A(KL+1,I)=A(I,KL+1)
18600 40 XNZ=A(KL+1,1)+A(KL+1)*XNZ
18700 A(KL+1,1)=1/A(KL+1,KL+1)+XNZ
18800 DO 50 J=1,KL
18900 50 A(I,KL+1)=A(KL+1,KL+1)*Z(I)
19000 DO 60 I=1,KL
19100 DO 60 J=1,KL
19200 60 A(I,J)=A(I,J)+Z(I)*Z(J)*A(KL+1,KL+1)
19300 DO 00 J=1,KL
19400 DO 00 I=1,KL
19500 DO A(KL+1,I)=A(I,KL+1)
19600 5070 RETURN
19700 ENB
19800 SUBROUTINE MEDIAS(MED,A,I,C,XH,XP,JJJ)
19700 C
20000 C CALCULO DE LOS VALORES MEDIOS CONDICIONADOS
20100 C
20200 DIMENSION PPZ(50),EYZ(50),C(50,50),A(50,50),XH(50),XP(50)
20300 DIMENSION AMED(50)
20400 DO 6000 I=1,JJJ-1
20500 6000 PPZ(I)=XP(I)-XH(I)
20600 DO 6100 I=1,JJJ-1
20700 EYZ(I)=0
20800 DO 6100 J=1,JJJ-1
20900 6100 EYZ(I)=C(I,JJ,J)*A(I,J)+EYZ(I)
21000 PEYZ=0
21100 DO 6200 I=1,JJJ-1
21200 6200 PEYZ=PEYZ(I)+EYZ(I)*PEYZ
21300 AMED(JJJ)=XH(JJJ)+PEYZ
21400 RETURN
21500 ENB
21600 SUBROUTINE VARIAS(VARIA,K,C,A,L)
21700 C
21800 C CALCULO DE LAS VARIANCIAS CONDICIONADAS
21900 C
22000 DIMENSION C(50,50),A(50,50),VARIA(50),EYZ(50)
22100 DO 7000 I=1,L-1
22200 EYZ(I)=0
22300 DO 7000 J=1,L-1
22400 7000 EYZ(I)=C(I,J)*A(I,J)+EYZ(I)
22500 VARIA(I)=0
22600 DO 7100 I=1,L-1
22700 7100 VARIA(I)=EYZ(I)*EYZ(I)+VARIA
22800 VARIA(L)=C(L,L)+VARIA
22900 RETURN
23000 ENB

```

```

0360 SUBROUTINE DATOS(C,X(0),R(0))
0400 DIMENSION C(50),X(0),R(0),Z(50)
0500 READ(5,7)D,IR
0600 READ(5,7)(C(I),D,J=1,N),I=1,D)
0700 DO 200 J=1,N
0800 DO 200 I=1,N
0900 200 C(I,J)=C(I,J)
1000 READ(5,7)X(I),I=1,N)
1100 DO 2100 I=1,N
1200 DO 2100 J=1,N
1300 2100 X(I,J)=C(I,J)
1400 WRITE(6,2000)
1500 WRITE(6,2000)(C(I,J),I=1,N)
1600 WRITE(6,2000)
1700 WRITE(6,2000)X(I),I=1,N)
1800 2000 FORMAT(2F)
1900 2001 FORMAT(10F)
2000 2002 FORMAT(10H,1D,4F,F4(* DATOS DE ENTRADA ****),///,2,*MATRIZ
2100 1 DE CUPOS),10F)
2200 2003 FORMAT(10F)
2300 2004 FORMAT(2,*,*,10H DE CUPOS DE MEDIO,/)
2400 2005 FORMAT(6E15,5)
2500 RETURN
2600 END
2700 SUBROUTINE FZ(0,7)
2800 C
2900 C SUBROUTINA PARA CALCULAR LA FUNCION NORMAL DE PROBABILIDAD
3000 C
3100 C Z=VALOR ESTANDARIZADO DE LA VARIABLE
3200 C
3300 C IF(Z.LT.0)GO TO 4000
3400 GO TO 4010
3500 4000 Z2=Z
3600 Z=-Z
3700 4010 C1=.196054
3800 C2=.19154
3900 C3=.000444
4000 C4=.019827
4100 P2P=1161270C1+2412103824131042744
4200 P2P=C-1/(P2P+4)
4300 P2=1-0.5*(P2P)
4400 IF(Z77.LT.0)P2=1-P2
4500 RETURN
4600 END
4700 SUBROUTINE FF(0,7)
4800 C
4900 C SUBROUTINA PARA CALCULAR LA FUNCION NORMAL DE PROBABILIDAD
5000 C
5100 C ZX=.39894231X*(1-0.5*(Z**2))
5200 IF(Z.LT.0)GO TO 10
5300 DX=(Z**2)*(1-1/24+213/244-15/2446105/Z**8-945/Z**10110375/Z**12)
5400 FZ=1-DX
5500 GO TO 20
5600 10 Z=-Z
5700 DX=(Z**2)*(1-1/24+213/244-15/24461105/Z**8-945/Z**10110375/Z**12)
5800 FZ=DX
5900 20 RETURN
6000 END
6100 SUBROUTINE ARX(C,F,Z),VARI=ARX(3)
6200 C
6300 C SUBROUTINA PARA CALCULAR LA FUNCION NORMAL INVERSA
6400 C
6500 C DIMENSION X(50),VARI(50),ARX(50)
6600 FXX=FX
6700 IF(FX.LT.0.5)GO TO 3000
6800 FX=1-FX
6900 3000 A0=.30753
7000 A1=.27061
7100 B1=.27283
7200 B2=.04481
7300 A2=.061412(1-Z**4)
7400 F=SUB(0,1)
7500 X(C-1)=F+(A0+A1)/Z+(A2+11B1+11B2+11C5)/10.005
7600 IF(FXX.LT.0.5)GO TO 3000
7700 X(C-1)=X(C-1)
7800 3010 A1(1)=ARX(3)
7900 B1(1)=ARX(3)
8000 X(C)=X(C-1)
8100 END

```