

01161  
2e  
5

ANALISIS ELASTO-PLASTICO UN ENFOQUE POR  
EL METODO DEL ELEMENTO FINITO

FERNANDO VERA BADILLO

TESIS

Presentada a la División de Estudios  
de Posgrado de la

FACULTAD DE INGENIERIA  
de la  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

como requisito para obtener  
el grado de

MAESTRO EN INGENIERIA  
(Estructuras)

Cd. Universitaria, Agosto 31 de 1987

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## CONTENIDO

	PAG.
1. INTRODUCCION	
1.1 Generalidades	1
2. ECUACIONES CONSTITUTIVAS PARA MATERIALES ELASTOPLASTICOS	
2.1 Introducci3n	3
2.2 Conceptos generales	3
2.3 Superficie de fluencia	4
2.3.1 Criterio de fluencia de Tresca	7
2.3.2 Criterio de fluencia de Von Mises	9
2.3.3 Criterio de fluencias de Mohr-Coulomb	9
2.3.4 Criterio de fluencia de Drucker-Prager	10
2.4 Regla de fluencia plástica	10
2.5 Obtenci3n de la $\underline{D}$ elasto-plástica	12
3. SOLUCION POR EL MEF DE PROBLEMAS ELASTOPLASTICOS	
3.1 Introducci3n	15
3.2 Ecuaciones b3sicas para problemas bidimensionales	17
3.2.1 Estado plano de deformaci3n	17
3.2.2 Estado plano de esfuerzos	18
3.3 Matriz de rigideces, vector de fuerzas de cuerpo	19
3.4 M3todos de soluci3n para problema no-lineal elasto-plástico	21
3.5 M3todo de los esfuerzos iniciales	22
3.6 Secuencia del proceso de soluci3n	25

4.	SOLUCION DE ECUACIONES LINEALES	
4.1	Métodos directos	27
4.2	Método de Gauss-Crout	30
4.2.1	Triangulación	31
4.2.2	Sustitución hacia adelante	34
4.2.3	Sustitución hacia atrás	36
4.3	Almacenamiento de la matriz de rigideces	37
4.3.1	Arreglo unidimensional	38
4.3.2	Triangulación	39
4.3.3	Sustitución hacia adelante	41
4.3.4	Sustitución hacia atrás	41
5.	PROGRAMA DE COMPUTADORA	
5.1	Organización del programa	43
5.2	Instructivo del programa	50
6.	EJEMPLO DE APLICACION	56
7.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	62
7.1	Conclusiones	62
7.2	Recomendaciones	64
8.	REFERENCIAS	66
	TABLAS Y FIGURAS	69
	APENDICE "A" LISTADO DE PROGRAMA DE COMPUTADORA	95

## 1. INTRODUCCION

### 1.1 Generalidades

En la etapa de análisis y diseño de obras se hace necesario idealizar el problema mediante modelos matemáticos o experimentales.

Al considerar el uso de modelos matemáticos cuando el problema es sencillo, éste se idealiza con las hipótesis básicas de la teoría de la elasticidad y es posible obtener una solución analítica o cerrada.

Pero para ciertos problemas (estructuras de acero y concreto de formas irregulares, presas, cimentaciones, etc), cuyas características son de un medio continuo, geometría irregular,

formada de uno o varios materiales, y además se desea tomar en cuenta algunos factores como son: no-linealidad, discontinuidades y no-homogeneidad, la solución de tipo analítico es difícil de obtener.

Debido a esto los modelos matemáticos que consideran las características y factores antes mencionados se han resuelto mediante procedimientos numéricos, de los cuales algunos se basan en el método del elemento finito.

El objetivo de este trabajo es desarrollar los procedimientos para analizar el comportamiento no-lineal de materiales utilizando el método del Elemento Finito. Al considerar este método (MEF) se elabora el programa de computadora correspondiente para una microcomputadora con una configuración mínima.

En el Cap 2 se presentan los conceptos básicos de la Teoría de Plasticidad, en el Cap 3 se desarrollan los conceptos básicos del MEF y la solución para el problema no-lineal; el Cap 4 considera los algoritmos para la solución de ecuaciones algebraicas que se utilizan en el Cap 3, en el Cap 5 se describe la organización del programa e instructivo y finalmente en el Cap 6 un ejemplo de la aplicación al utilizar el programa de computadora.

## 2. ECUACIONES CONSTITUTIVAS PARA MATERIALES ELASTOPLASTICOS

### 2.1 Introducción

En relación al comportamiento no-lineal de los materiales, no se ha llegado a un modelo cualitativo de aceptación general, sin embargo existen modelos que pueden predecir con aproximación aceptable tanto las condiciones de falla como las deformaciones que se presentan. A continuación se definen los conceptos más importantes del modelo elastoplástico para el tipo de problema que se va a estudiar.

### 2.2 Conceptos generales

Las ecuaciones de la Teoría de Plasticidad que aquí se estudia

en términos generales dependen de la relación esfuerzo-deformación, en esencia el comportamiento plástico es característico de una deformación irreversible, la cual no depende del tiempo y se presenta para ciertos niveles sostenidos de esfuerzos.

La respuesta elastoplástica considera los siguientes aspectos:

- a) Una formulación explícita entre esfuerzos y deformaciones que describa el comportamiento del material limitado a un estado isotérmico y desplazamientos pequeños.
- b) Se supone que la deformación total se puede descomponer como la suma de las deformaciones elásticas más las plásticas, esto es

$$d\epsilon = d\epsilon_e + d\epsilon_p \quad (2.1)$$

$d\epsilon$  = deformación total

$d\epsilon_e$  = deformación elástica

$d\epsilon_p$  = deformación plástica

- c) Se especifica una función de fluencia (ver inciso 2.3)  
Se establece una regla de fluencia (ver inciso 2.4)
- e) Se considera una regla de endurecimiento que modifica la condición límite en la historia de las deformaciones plásticas.



### 2.3 Superficie de fluencia

Si se conocen los esfuerzos de la estructura ante una sollicitación de carga, se debe tener un criterio de manera de que al conocer el estado de esfuerzos en cada punto se pueda determinar si se esta en el intervalo elástico o intervalo plástico, para esto se define una función escalar llamada "función de fluencia" la cual depende de los esfuerzos y de  $K$  que es un parámetro del material cuyo valor se obtiene en forma experimental, generalmente se le conoce como parámetro de "endurecimiento" ("endurecimiento o "hardening" es el efecto de variación del esfuerzo de fluencia por plastificación). Esta función se puede escribir como

$$F(\underline{\sigma}, k) \quad (2.3)$$

$\underline{\sigma}$  = vector de esfuerzos

$k$  = parámetro de endurecimiento

Sea un sistema de referencia ortogonal tridimensional en donde cada coordenada esta en función de los esfuerzos principales  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  y  $\sigma_3$  (ver fig 2.4) a este sistema se le conoce con el nombre de espacio de esfuerzos principales. Si la ec 2.3 se iguala a cero se tiene

$$F(\underline{\sigma}, k) = 0 \quad (2.4)$$

al representar la ec 2.5 en el espacio de esfuerzos principales ésta corresponde a una superficie llamada "superficie de fluencia", que generalmente es convexa y cerrada.

Al conocer un estado de esfuerzos en un punto ( $\underline{\sigma}^*$ ), el parámetro  $k^*$  y sustituir en la ec 2.3 que es la función de fluencia, es posible obtener una de las siguientes condiciones

$$F(\underline{\sigma}^*, k^*) < 0 \text{ 1ra condición} \quad (2.5)$$

$$F(\underline{\sigma}^*, k^*) = 0 \text{ 2da. condición} \quad (2.6)$$

$$F(\underline{\sigma}^*, k^*) > 0 \text{ 3ra. condición} \quad (2.7)$$

Si se tiene la primera condición, ec 2.5, significa que el vector de esfuerzos ( $\underline{\sigma}^*$ ) está en el intervalo elástico, y la interpretación geométrica en el espacio de esfuerzos principales corresponde a un punto interior de la superficie de fluencia.

Si se obtiene la 2da. condición, ec 2.6, el vector de esfuerzos ( $\underline{\sigma}^*$ ) está en el intervalo plástico y su interpretación geométrica en el espacio de esfuerzos principales corresponde a un punto en la frontera de la superficie.

Si se presenta la 3ra. condición, ec 2.7, significa procesos importantes de fluencia.

En otras palabras, la existencia de una superficie de fluencia

es el límite de una región de comportamiento puramente elástico y en su frontera se tiene comportamiento plástico.

Para el caso de un material isotrópico, la función de fluencia depende únicamente de la magnitud de sus esfuerzos y no de sus direcciones, por lo tanto, cualquier función es posible expresarla también en términos de los invariantes del tensor de esfuerzos  $\underline{\sigma}$  ó en términos de sus esfuerzos principales, la opción a considerar dependerá de la conveniencia para facilitar el cálculo numérico.

Existen varias formas de la superficie de fluencia que se han utilizado en teoría de plasticidad, a continuación se mencionan aquellas que se han comprobado en forma experimental para ciertos materiales.

### 2.3.1 Criterio de fluencia de Tresca (1864)

La superficie de fluencia se define como:

$$F = 2 \bar{\sigma} \cos \theta - Y(k) = 0 \quad (2.8)$$

donde

$$\bar{\sigma} = J_2^{1/2}$$

$$\theta = \frac{1}{3} \arccos \left[ -\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{\bar{\sigma}^3} \right] \quad -\frac{\pi}{6} < \theta < \frac{\pi}{6}$$

$$J_2^{1/2} = \left[ \frac{1}{2} (S_x^2 + S_y^2 + S_z^2) + \sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2 \right]^{1/2}$$

$$J_3 = S_x S_y S_z + 2 \sigma_{xy} \sigma_{yz} \sigma_{zx} - S_x \sigma_{yz}^2 - S_y \sigma_{xz}^2 - S_z \sigma_{xy}^2$$

$$\sigma_m = \frac{J_1}{3} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{3}$$

$$S_x = \sigma_{xx} - \sigma_m$$

$$S_y = \sigma_{yy} - \sigma_m$$

$$S_z = \sigma_{zz} - \sigma_m$$

$\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{xy}$ ,  $\sigma_{yz}$ ,  $\sigma_{zx}$  son los componentes del tensor de esfuerzos y  $Y(K)$  es el esfuerzo límite obtenido de pruebas de compresión o tensión simple.

La representación de la superficie de fluencia en el espacio de los esfuerzos principales es un cilindro hexagonal regular infinito como se muestra en la fig 2.1, cuyo eje coincide con el espacio diagonal definido por los puntos  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ , si se representa esta superficie proyectada en el plano  $\pi$ , esto es  $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$  se ve como se presenta en la fig 2.3.

### 2.3.2 Criterio de fluencia de Von Mises (1913)

Esta función se presenta como

$$F = \sqrt{3} \bar{\sigma} - Y(K) = 0 \quad (2.9)$$

donde  $\bar{\sigma}$  y  $Y(K)$  están definidas en la ec 2.8, cuya representación geométrica en el plano de esfuerzos principales corresponde a un cilindro circular como se muestra en la fig 2.2 y al proyectarlo en el plano es un círculo de radio  $\sqrt{2}K$  como se observa en la fig 2.3.

### 2.3.3 Criterio de fluencia de Mohr-Coulomb (1773)

La superficie es

$$F = \underline{\sigma}_m \operatorname{sen} \phi + \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} \cos \theta - \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} \operatorname{sen} \phi \cos \theta - c \cos \phi = 0 \quad (2.10)$$

en donde

$c$  = cohesión

$\phi$  = ángulo de fricción interna

$\underline{\sigma}_m$  y  $\bar{\sigma}$  están definidos en la ec 2.8.

Los valores  $c$  y  $\phi$  pueden a veces estar en función de un cierto parámetro de endurecimiento. Al representar esta superficie en un espacio de esfuerzos principales se obtiene una pirámide hexago-

nal irregular como se observa en la fig 2.1.

#### 2.3:4 Criterio de fluencia de Drucker-Prager (1952)

Una aproximación de la Ley de Mohr-Coulomb fue presentada por Drucker y Prager como una modificación del criterio de fluencia de Von Mises. Esta superficie es

$$F = 3 \alpha' \sigma_m + \bar{\sigma} - K = 0 \quad (2.11)$$

donde

$$\alpha' = \frac{2 \operatorname{sen} \phi}{\sqrt{3} (3 - \operatorname{sen} \phi)} \quad K = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3} (3 - \operatorname{sen} \phi)}$$

$c$  y  $\phi$  se definen en la ec 2.10.

$\frac{\sigma}{\sigma_m}$   $\bar{\sigma}$  se definen en la ec 2.8.

La representación geométrica de esta superficie en el espacio de esfuerzos principales tiene forma de un cono circular como se presenta en la fig 2.5.

Las dos primeras superficies de fluencia han sido extensamente comprobadas en el caso de plasticidad en metales, las otras dos se han usado para suelos, concreto y otros materiales en los que la fricción es importante.

#### 2.4 Regla de fluencia plástica

Fue Von Mises quien estableció una relación de comportamiento bási

co que definiera los incrementos de deformación plástica en función de la superficie de fluencia o superficie frontera.

Al considerar  $d_{cp}$  como el incremento de deformación plástica se cumple

$$d_{cp} = \lambda \frac{\partial F}{\partial \underline{g}} \quad (2.12)$$

donde  $\lambda$  es una constante de proporcionalidad.

$F$  = superficie de fluencia

$\underline{g}$  = vector de esfuerzos

Esta forma de definir la deformación plástica se conoce como principio de ortogonalidad debido a que esta relación se puede interpretar como una condición de que el vector incremento de deformación plástica sea normal a la superficie de fluencia en el espacio de esfuerzos.

Se puede hacer menos rígida la restricción que impone el criterio anterior al definir el potencial plástico:

$$Q = Q(\underline{g}, K) \quad (2.13)$$

que expresa el incremento de deformación plástica de manera similar a la ec 2.12, esto es:

$$d_{\underline{\epsilon}p} = \lambda \frac{\partial Q}{\partial \underline{\sigma}} \quad (2.14)$$

En el caso que  $Q = F$  se conoce con el nombre de plasticidad asociada y si  $Q \neq F$  se le conoce con el nombre de plasticidad no asociada. La plasticidad asociada significa que el incremento plástico es normal a la superficie en estudio al dar una representación geométrica en el espacio de las funciones de plasticidad.

## 2.5 Obtención de la $\underline{D}$ elastoplástica

Al considerar la ec 2.1 se tiene

$$d_{\underline{\epsilon}} = d_{\underline{\epsilon}e} + d_{\underline{\epsilon}p} \quad (2.15)$$

Los incrementos de deformación elástica de acuerdo con la Teoría de la Elasticidad están relacionados con los esfuerzos por medio de la matriz simétrica de constantes  $\underline{D}$  llamada matriz de coeficientes elásticos (Ley de Hooke) esto es

$$d_{\underline{\epsilon}} = \underline{D}^{-1} d_{\underline{\sigma}} \quad (2.16)$$

al sustituir las ecs 2.14 y 2.16 en 2.15 se tiene

$$d_{\underline{\epsilon}} = \underline{D}^{-1} d_{\underline{\sigma}} + \frac{\partial Q}{\partial \underline{\sigma}} \lambda \quad (2.17)$$



Al sustituir el estado de esfuerzos en la superficie de fluencia, cuando se alcanza la fluencia plástica, se obtiene un punto sobre dicha superficie, por lo tanto, al diferenciar la ec 2.4, se obtiene

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma_1} d\sigma_1 + \frac{\partial F}{\partial \sigma_2} d\sigma_2 + \dots + \frac{\partial F}{\partial K} dK = 0 \quad (2.18)$$

esto es

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma} d\sigma + \lambda A = 0 \quad (2.19)$$

en donde

$$A = \frac{\partial F}{\partial K} dK \frac{1}{\lambda} \quad (2.20)$$

al multiplicar la ec 2.19 por  $\frac{\partial F}{\partial \sigma}^T \underline{D}$  se obtiene

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma}^T d\sigma = \frac{\partial F}{\partial \sigma}^T \underline{D} d\underline{\sigma} - \frac{\partial F}{\partial \sigma}^T \underline{D} \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \lambda \quad (2.21)$$

al sustituir la ec 2.21 en la ec 2.20

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma}^T \underline{D} d\underline{\sigma} - \frac{\partial F}{\partial \sigma}^T \underline{D} \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \lambda + \lambda \frac{1}{\lambda} = 0 \quad (2.22)$$

al despejar  $\lambda$  en la ec 2.21 y sustituirla en la ec 2.22 se obtiene

$$d\underline{\sigma} = \underline{D}^{-1} d\underline{\epsilon} \quad (2.23)$$

donde

$$\underline{D}_{ep} = \underline{D} - \underline{D} \begin{bmatrix} \frac{\partial Q}{\partial \underline{\sigma}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}} \end{bmatrix}^T \underline{D} \left[ \Lambda + \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}} \end{bmatrix}^T \underline{D} \begin{bmatrix} \frac{\partial Q}{\partial \underline{\sigma}} \end{bmatrix} \right]^{-1} \quad (2.24)$$

La ecuación (2.23) representa la relación elastoplástica incremental de esfuerzo-deformación. La matriz  $\underline{D}_{ep}$  es simétrica para el caso de plasticidad asociada, esto es  $Q = F$  y no simétrica para el caso de plasticidad no asociada esto es  $Q \neq F$ .

El parámetro  $\Lambda$  de la ec 2.23 está relacionado con la pendiente de la curva desviador plástico esfuerzo-deformación si el endurecimiento o el ablandamiento está determinado por la deformación plástica desviadora, o está relacionado con la deformación volumétrica plástica desviadora si el endurecimiento está determinado por la reducción volumétrica plástica; en el caso de plasticidad ideal,  $\Lambda$  es nulo.

### 3. SOLUCION POR EL MEF PARA ANALISIS DE PROBLEMAS ELASTOPLASTICOS

#### 3.1 Introducción

El método del elemento finito es un método aproximado para resolver ecuaciones diferenciales de valores en la frontera o de valores en la frontera e iniciales.

Para el caso lineal la secuencia del MEF se puede resumir en los pasos siguientes:

- a) El medio continuo (dominio de las variables de las ecuaciones diferenciales) se divide en varias regiones, denominadas elementos finitos, de formas convenientes (líneas, triángulos, cuadriláteros, tetraedros, hexaedros, etc).

- b) Mediante una selección apropiada de ciertos puntos de los elementos finitos, llamados puntos nodales, las variables de la ecuación diferencial se aproximan mediante una combinación lineal de funciones de interpolación (conocidas), seleccionadas adecuadamente, y de valores (desconocidos) de las variables, y en algunos casos de sus derivadas, especificadas en los puntos nodales.
- c) Mediante el uso de los métodos variacionales o de los residuos pesados, las ecuaciones diferenciales que gobiernan el problema, se transforman en ecuaciones del elemento finito que gobiernan en forma aislada, a todos los elementos finitos.
- d) Los elementos finitos se agrupan para formar un sistema global de ecuaciones diferenciales (en el problema de valores en la frontera e iniciales) o de ecuaciones algebraicas (en el problema de valores en la frontera), con sus propias condiciones de fronteras o condiciones iniciales.
- e) Los valores de las variables de las ecuaciones diferenciales quedan definidos al resolver los sistemas de ecuaciones correspondientes.

Varios aspectos del proceso de solución lineal se utilizan en la solución no-lineal, por lo que se presentan las ecuaciones básicas de la Teoría de Elasticidad Lineal, posteriormente los

métodos de solución y finalmente el proceso desarrollado en este trabajo.

### 3.2 Ecuaciones básicas para problemas bidimensionales

Para problemas bidimensionales, la ecuación básica que relaciona esfuerzos y deformaciones, en el contexto de elasticidad lineal, se define como:

$$\underline{\sigma} = \underline{D} \underline{\epsilon} \quad (3.1)$$

en donde

$\underline{\sigma}$  = vector de esfuerzos

$\underline{D}$  = matriz de coeficientes elásticos

$\underline{\epsilon}$  = vector de deformaciones

Para el caso bidimensional, existe el modelo del estado plano de esfuerzos y del estado plano de deformación.

#### 3.2.1 Estado plano de deformación

Este modelo se puede usar para el caso de estructuras cuya geometría corresponde a un cuerpo alargado y prismático, de tal manera que para definirla basta especificar la sección correspondiente a un plano perpendicular al eje; las cargas que actúan a lo largo del eje son tales que basta con definir las en

un plano perpendicular al eje.

De acuerdo a las características anteriores, la estructura queda definida en un plano de espesor unitario.

La ec 3.1 queda definida para este plano como

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \quad \underline{D} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\underline{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

### 3.2.2 Estado plano de esfuerzos

Si la estructura es extraordinariamente delgada se puede decir que los componentes del tensor de esfuerzos asociados a la dirección del espesor son nulos, entonces la ec 3.1 para un estado plano de esfuerzos queda:

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xy} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \quad \underline{D} = \frac{1}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-\nu) \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\underline{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma \end{bmatrix}$$

Se puede demostrar que la ec 3.2 se transforma en la ec 3.3 si se efectúa la sustitución

$$E \text{ por } \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (3.4)$$

$$\nu \text{ por } \frac{\nu}{1 - \nu}$$

en la ec 3.2.

Esto significa que si se tiene resuelto el modelo matemático correspondiente al estado plano de deformación se puede tener el correspondiente al estado plano de esfuerzos.

### 3.3 Matriz de rigideces, vector de fuerzas de cuerpo

La ecuación de la matriz de rigideces así como la de las fuerzas de cuerpo se obtienen a partir del principio del trabajo virtual, el cual representa la ecuación variacional en las ecuaciones de la elasticidad lineal, a partir de esta se puede plantear una solución aproximada.

La matriz de rigideces de cada elemento se define

$$\underline{k}^e = \int_{\Omega^e} \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} d\Omega \quad (3.5)$$

en donde

$\underline{k}^e$  = matriz de rigideces del elemento

$\Omega^e$  = es la región del elemento

$\underline{D}$  = la matriz de coeficientes elásticos para el caso de estado plano de deformación corresponde a la ec 3.2 y para el estado plano de esfuerzos corresponde a la ec 3.3.

$\underline{B}$  = la matriz de deformaciones

El vector de fuerzas de cuerpo se define

$$\underline{f}_c^e = \int_{\Omega^e} \rho \underline{N}^T \underline{f} d\Omega \quad (3.6)$$

en donde

$\underline{f}_c^e$  = fuerzas de cuerpo del elemento

$\underline{N}^T$  = vector de funciones de forma

$\underline{f}$  = vector de fuerzas por unidad de masa

$\rho$  = peso volumétrico del material.

Las componentes de las ecuaciones 3.5 y 3.6 se definen en función del tipo de elemento finito, para este trabajo se utiliza el elemento cuadrático lineal de 4 puntos de la familia Seren-



dipity, (ref 1),

### 3.4 Métodos de solución para problema no lineal elastoplástico

En la teoría matemática de la plasticidad, dos tipos de teorías han sido desarrolladas. Una llamada Teoría de Deformación (total) está basada en la premisa que el estado final de deformación plástica, es única y está determinada por el estado final de esfuerzos. La otra teoría, que se ha desarrollado en el presente trabajo considera que el estado final de esfuerzos y deformación están relacionados con la historia de los incrementos de esfuerzo e incrementos de deformación plástica (incremental).

La segunda teoría es más sencilla para plantear su solución por un proceso numérico mediante los métodos llamados incrementales.

Para la solución por MEF por métodos incrementales existen dos teorías de solución disponible. (ref 17).

Una de ellas considera que el material de cada elemento es lineal, la matriz de rigideces en particular se modifica en forma apropiada en cada interacción y el problema se resuelve utilizando una nueva matriz de rigideces. Este método es conocido como el "Método de la rigidez variable".

Desde el punto de vista numérico, este proceso requiere mucho

tiempo de computadora, por lo que no es recomendable.

En otro grupo la matriz de rigideces inicial no cambia y los efectos de no-linealidad son acotados por medio de una fuerza residual que cumpla las condiciones de equilibrio; desde el punto de vista numérico resulta más eficiente que el anterior. Dentro de este grupo está el método de la deformación inicial en donde se ajustan las deformaciones en el proceso iterativo, y otro, es el método de los esfuerzos iniciales en donde los esfuerzos se ajustan en el proceso iterativo.

Otro método que ha resultado eficiente es el modelo viscoplástico cuya solución es muy sencilla, pero puede presentar problemas en su aproximación para ciertas funciones de plasticidad. El método que se considera en este trabajo es el de los esfuerzos iniciales.

### 3.5 Método de los esfuerzos iniciales

La solución por el método de los esfuerzos iniciales en términos generales, se refiere al hecho de que para cada incremento de carga se obtiene el incremento de deformación y el incremento de esfuerzos en cada punto de la estructura, por la no-linealidad el incremento de deformación no corresponde al incremento de esfuerzos; en ese caso existen esfuerzos residuales que para que se mantengan las ecuaciones en equilibrio se redistribuyen como fuerzas externas a la estructura, se vuelve a obtener

los esfuerzos y deformaciones, es decir el proceso se repite hasta que se tiene una aproximación aceptable entre esfuerzos-deformaciones para ese incremento de carga. Este proceso se presenta en forma gráfica en la fig 3.1.

Para el cálculo numérico, el proceso a seguir para cada incremento de carga de cada elemento es:

- a) Se aplica un incremento de carga a la estructura y conocidos los desplazamientos, se calculan los incrementos de esfuerzos  $[\Delta\sigma']_1$ , con la ec 3.1, y, los incrementos de deformación  $[\Delta\epsilon']_1$ , en donde el subíndice indica la primera iteración.
- b) Se calculan los esfuerzos totales, este es, se suman el incremento de esfuerzos  $[\Delta\sigma']_1$ , a los esfuerzos existentes  $[\sigma]$ ; esto es

$$[\sigma'] = [\sigma] + [\Delta\sigma']_1 \quad (3.7)$$

- c) Se calcula el valor de la Función de Plasticidad de acuerdo al modelo elegido (Tresca, Von Mises, Mohr-Coulomb, Drucker-Prager) con los esfuerzos totales  $[\sigma']$  y los esfuerzos existentes  $[\sigma]$

$$\begin{aligned} F(\sigma') \\ F(\sigma) \end{aligned} \quad (3.8)$$

en caso de que  $F(\sigma') < 0$  esto significa que está en el rango elástico, y se va al final del proceso; en caso de que  $F(\sigma') > 0$  se pasa al numeral d).

d) Si  $F(\sigma') > 0$  y  $F(\sigma_0) = 0$  se calcula

$$[\Delta\sigma]_1 = \underline{Dep} [\Delta\epsilon'] \quad (3.9)$$

en donde  $\underline{Dep}$  es la ec 2.24 y se calcula con los esfuerzos totales  $[\sigma']$ .

e) Se calculan los esfuerzos residuales

$$[\Delta\sigma'']_1 = [\Delta\sigma']_1 - [\Delta\sigma]_1 \quad (3.10)$$

y se sigue el paso g).

f) Los esfuerzos residuales se calculan como fuerzas de cuerpo aplicadas a la estructura, esto es

$$[pe]_1 = \int \underline{E}^T \underline{\Delta\sigma}''_1 d(\text{vol}) \quad (3.11)$$

g) Si  $F(\sigma') > 0$  pero  $F(\sigma_0) < 0$  encuentra los esfuerzos para el límite de la frontera y con ese esfuerzo se calcula  $[\Delta\sigma]_1$ , con la ec 2.24 se pasa al numeral e).

h) Se forma el vector de cargas  $\underline{p}$  con cada uno de los elementos y, con la matriz de rigideces original, se calculan los desplazamientos y con las ecuaciones del capítulo 4, luego el

incremento de esfuerzos de la segunda iteración  $\Delta\sigma_2^m$  y el incremento de deformaciones iniciales  $\Delta\varepsilon_2^m$  para iniciarse el proceso a partir del numeral b).

El proceso se termina cuando los esfuerzos residuales tienen valores pequeños.

### 3.6 Secuencia del proceso de solución por MEF

A continuación se presenta la secuencia de cálculo para el problema no lineal.

1. El medio continuo se divide en un número finito de regiones llamadas elementos finitos, los cuales se consideran intercomunicados mediante unos nodos situados en la frontera del elemento, llamados puntos nodales; en este caso se utiliza un elemento cuadrilátero de 4 nodos.
2. Se calcula la matriz de rigideces de cada elemento con la ec 3.5.
3. En el caso de considerar fuerzas de cuerpo se calcula con la ec 3.6.
4. Se forma la matriz de rigideces de cada elemento, para obtener la matriz de rigideces de la estructura.
5. Se forma el vector de cargas incrementales.

6. Se resuelve el sistema de ecuaciones formado por la matriz de rigideces de la estructura, el vector de cargas incrementales que son valores conocidos, y, el vector de desplazamientos que representa las incógnitas, este sistema se puede escribir

$$\underline{K} \underline{U} = \underline{P}$$

el cual se puede resolver con las ecs del capítulo 4.

7. Conocidos los desplazamientos, se efectúa el proceso iterativo del método de los esfuerzos iniciales para el incremento de carga (ver sección 3.5).
8. Se vuelve a repetir el proceso para otro incremento a partir del inciso 6).

## 4. SOLUCION DE ECUACIONES LINEALES

### 4.1 Métodos directos

Al emplear modelos numéricos para las ecuaciones de equilibrio, éstas conducen a sistemas de ecuaciones algebraicas lineales, que son numerosas y a veces extraordinariamente numerosas por lo que es necesario resolverlos mediante el uso de la computadora y además utilizar métodos de solución que resulten convenientes.

De los métodos conocidos, los que han demostrado ser eficientes son los llamados Métodos Directos Compactos.

Sea el sistema de ecuaciones lineales en notación compacta

$$\underline{A} \underline{x} = \underline{b}$$

(4.1)

en donde

$\underline{A}$  = matriz cuadrada de coeficientes de  $n \times n$

$\underline{x}$  = vector cuyos elementos son las incógnitas del sistema

$\underline{b}$  = vector de coeficientes independientes

Existe un teorema del algebra lineal que dice (ref 3): "Dada una matriz  $\underline{A}$  de orden  $n \times n$ , no singular, existe una matriz triangular inferior única  $\underline{L}$  y una matriz triangular superior  $\underline{U}$ , tal que el producto de las dos matrices triangulares es igual a la matriz  $\underline{A}$ , con la condición que una cualquiera de las matrices debe estar normalizada".

De acuerdo con el teorema anterior, se puede escribir la expresión siguiente

$$\underline{A} = \underline{L} \underline{U} \quad (4.2)$$

y al sustituir 4.2 en 4.1 se tiene

$$\underline{L} \underline{U} \underline{x} = \underline{b} \quad (4.3)$$

además, con base en la ec 4.3 se puede efectuar la transformación

$$\underline{U} \underline{x} = \underline{y} \quad (4.4)$$



en donde  $\underline{y}$  es un vector de dimensión  $n$ . Al sustituir la ec 4.4 en la ec 4.3 resulta

$$\underline{L} \underline{y} = \underline{b} \quad (4.5)$$

Al proceso de obtener los valores de  $\underline{L}$  y  $\underline{U}$  se conoce con el nombre de triangulación y de acuerdo con la ec 4.2 es independiente del vector  $\underline{b}$ . En el sistema de ecuaciones dado por la ec 4.5 se conoce el vector  $\underline{b}$  y la matriz  $\underline{L}$  por lo que al resolver tal sistema se obtiene el vector  $\underline{y}$ .

Por ser  $\underline{L}$  una matriz triangular inferior, la solución de la ec 4.5 es conocida con el nombre de sustitución hacia adelante. Una vez calculado el vector  $\underline{y}$  se puede resolver la ec 4.4 para cuantificar el vector  $\underline{x}$ . Debido a que  $\underline{U}$  es una matriz triangular superior, a la solución de la ec 4.4 se le conoce con el nombre de sustitución hacia atrás.

Para la solución de un sistema de ecuaciones algebraicas lineales por los métodos compactos, el esquema general que se utiliza se resume a continuación.

- a) Obtención de las matrices triangulares  $\underline{L}$  y  $\underline{U}$  (triangulación) ec 4.2.
- b) Obtención del vector auxiliar  $\underline{y}$  (sustitución hacia adelante) mediante la ec 4.5.

c) Obtención del vector incógnita  $\underline{x}$  (sustitución hacia atrás) mediante la ec 4.4.

Existen varios métodos de solución de los sistemas de ecuaciones algebraicas, estos dependen en términos generales de las características de la matriz  $\underline{A}$ ; para cuando la matriz  $\underline{A}$  es general se utiliza el método de Gauss ó el método de Crout; si la matriz  $\underline{A}$  es simétrica se puede utilizar el método de Gauss-Crout; en el caso en que  $\underline{A}$  sea positiva definida se aplica el método de Cholesky.

#### 4.2 Método de Gauss-Crout

Al considerar el sistema de la ec 4.1 donde  $\underline{A}$  es una matriz simétrica, los algoritmos para la solución por los métodos compactos son

a) Triangulación

$$\underline{A} = \underline{U}^T \underline{D} \underline{U} \quad (4.6)$$

donde

$\underline{U}$  = matriz triangular superior

$\underline{D}$  = matriz diagonal

en este caso se conoce  $\underline{A}$  y se obtienen los valores de  $\underline{U}$  y  $\underline{D}$ .

b) Sustitución hacia adelante

$$\underline{U}^T \underline{y} = \underline{b} \quad (4.7)$$

donde

$\underline{U}$  = matriz triangular superior

$\underline{b}$  = vector de coeficientes independientes (ver ec 4.1)

$\underline{y}$  = vector auxiliar

conocida  $\underline{U}$  y  $\underline{b}$  se obtiene el valor de  $\underline{y}$ .

c) Sustitución hacia atrás

$$\underline{D} \underline{U} \underline{x} = \underline{y} \quad (4.8)$$

conocida  $\underline{D}$ ,  $\underline{U}$  y  $\underline{y}$  se obtiene el valor del vector  $\underline{x}$  que es la solución del sistema.

A continuación se presenta la obtención de los algoritmos de triangulación, sustitución hacia adelante y sustitución hacia atrás de este método.

#### 4.2.1 Triangulación

La forma desarrollada de la ec 4.6 se indica en la fig 4.1.

Al efectuar el producto de las matrices e igualar los elementos correspondientes con la matriz  $\underline{A}$ , por columnas, se obtiene:

Para la primera columna

$$A_{11} = D_{11} \quad (4.9)$$

Para la segunda columna

$$A_{12} = D_{11} U_{12} \quad (4.10)$$

$$A_{22} = U_{12}^2 D_{11} + D_{22} \quad (4.11)$$

de donde se calcula el término desconocido

$$U_{12} = A_{12} / D_{11} \quad (4.12)$$

$$D_{22} = A_{22} - U_{12}^2 D_{11} \quad (4.13)$$

Para la tercera columna

$$A_{13} = D_{11} U_{13} \quad (4.14)$$

$$A_{23} = U_{12} D_{11} U_{13} + D_{22} U_{23} \quad (4.15)$$

$$A_{33} = U_{13} D_{11} U_{13} + U_{23} D_{22} U_{23} + D_{33} \quad (4.16)$$

al despejar los elementos no conocidos

$$U_{13} = A_{13} / D_{11}$$

$$U_{23} = (A_{23} - U_{12} D_{11} U_{13}) / D_{22} \quad (4.17)$$

$$D_{33} = (A_{33} - U_{13}^2 D_{11} - U_{23}^2 D_{22}) \quad (4.18)$$

Para la cuarta columna al despejar cada elemento de  $\underline{U}$  asociado a cada elemento de  $\underline{A}$  y  $D_{44}$  se tiene

$$U_{14} = A_{14} / D_{11} \quad (4.19)$$

$$U_{24} = (A_{24} - U_{12} U_{14} D_{11}) / D_{22} \quad (4.20)$$

$$U_{34} = (A_{34} - U_{13} D_{11} U_{14} - U_{23} D_{22} U_{24}) / D_{33} \quad (4.21)$$

$$D_{44} = A_{44} - U_{14}^2 D_{11} - U_{24}^2 D_{22} - U_{34}^2 D_{33} \quad (4.22)$$

Para los primeros  $n$  términos

$$U_{1n} = A_{1n} / D_{11} \quad (4.23)$$

$$U_{2n} = (A_{2n} - U_{12} D_{11} U_{1n}) / D_{22} \quad (4.24)$$

$$U_{3n} = (A_{3n} - U_{13} D_{11} U_{1n} - U_{23} D_{22} U_{2n}) / D_{33} \quad (4.25)$$

$$U_{4n} = (A_{4n} - U_{14} D_{11} U_{1n} - U_{24} D_{22} U_{2n} - U_{34} D_{33} U_{3n}) / D_{44} \quad (4.26)$$

⋮

$$D_{nn} = A_{nn} - U_{1n}^2 D_{11} - U_{2n}^2 D_{22} - U_{3n}^2 D_{33} - U_{4n}^2 D_{44} \quad (4.27)$$

al generalizar se tiene

$$A_{11} = D_{11} \quad (4.28)$$

$$U_{1i} = A_{1i} / D_{11} \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (4.29)$$

$$U_{ij} = (A_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} U_{ki} D_{kk} U_{kj}) / D_{ii} \quad \begin{matrix} i = 2, \dots, j-1 \\ j = 3, \dots, n \end{matrix} \quad (4.30)$$

$$D_{ii} = A_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} U_{ki}^2 D_{kk} \quad i = 2, \dots, n \quad (4.31)$$

#### 4.2.2 Sustitución hacia adelante

La sustitución hacia adelante a partir de la ec 4.7 es

$$\underline{U}^T \underline{y} = \underline{b} \quad (4.32)$$

en forma desarrollada se tiene

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ U_{12} & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ U_{13} & U_{23} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ U_{14} & U_{24} & U_{34} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ U_{1n} & U_{2n} & U_{3n} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Al efectuar el producto de cada renglón de la  $\underline{U}^T$  por el vector  $\underline{y}$  e igualando al vector  $\underline{b}$  y al despejar cada elemento sucesivamente se obtiene

$$y_1 = b_1 \quad (4.34)$$

$$y_2 = b_2 - U_{12} y_1 \quad (4.35)$$

$$y_3 = b_3 - U_{13} y_1 - U_{23} y_2 \quad (4.36)$$

$$y_4 = b_4 - U_{14} y_1 - U_{24} y_2 - U_{34} y_3 \quad (4.37)$$

⋮

$$y_n = b_n - U_{1n} y_1 - U_{2n} y_2 - U_{3n} y_3 - U_{4n} y_4 \quad (4.38)$$

al generalizar se tiene

$$y_1 = b_1 \quad (4.39)$$

$$y_j = b_j - \sum_{k=1}^{j-1} U_{kj} y_k \quad j = 2 \dots n \quad (4.40)$$

#### 4.2.3 Sustitución hacia atrás

La sustitución hacia atrás a partir de la ec 4.8 es

$$\underline{D} \underline{U} \underline{x} = \underline{y}$$

al escribir en forma desarrollada se tiene

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{11} & U_{12} & D_{11} & U_{13} & D_{11} & U_{14} \dots & D_{11} & U_{1n} \\ 0 & D_{22} & & D_{22} & U_{23} & D_{22} & U_{24} \dots & D_{22} & U_{2n} \\ 0 & 0 & D_{33} & & D_{33} & U_{34} \dots & & D_{33} & U_{3n} \\ 0 & 0 & 0 & & D_{33} & U_{34} \dots & & D_{33} & U_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & D_{nn} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

al establecer la ecuación enésima se tiene

$$x_n = y_n / D_{nn}$$



al efectuar el producto de cada renglón de  $\underline{DU}$  por el vector  $\underline{x}$  igual a  $\underline{y}$  y al despejar cada elemento del vector  $\underline{x}$ , sucesivamente se obtiene

$$x_4 = (y_4 - D_{44} U_{4n} x_n) / D_{44} \quad (4.42)$$

$$x_3 = (y_3 - D_{33} U_{3n} x_n - D_{33} U_{34} x_4) / D_{33} \quad (4.43)$$

$$x_2 = (y_2 - D_{22} U_{2n} x_n - D_{22} U_{23} x_3) / D_{22} \quad (4.44)$$

$$x_1 = (y_1 - D_{11} U_{1n} x_n - D_{11} U_{14} x_4 - D_{11} U_{13} x_3 - D_{11} U_{12} x_2) / D_{11} \quad (4.45)$$

al generalizar se tiene

$$x_n = y_n / D_{nn} \quad (4.46)$$

$$x_j = (y_j - \sum_{k=j+1}^n D_{jj} U_{jk} x_k) / D_{jj} \quad j = n-1 \dots 1 \quad (4.47)$$

### 4.3 Almacenamiento de la matriz de rigideces

Los coeficientes de la matriz de rigideces, en principio, dan lugar a arreglos cuadrados, y al considerar que ésta es simétrica los coeficientes se pueden almacenar en otros arreglos con lo que se logra eficiencia tanto en uso de la capacidad del procesador central como el número de operaciones asociadas a los algoritmos

correspondientes al método de solución; estos arreglos son el arreglo rectangular (en banda) y el unidimensional compacto (en silueta).

#### 4.3.1 Arreglo unidimensional

Es posible almacenar la matriz de rigideces  $\underline{K}$  en un arreglo unidimensional compacto, como se observa en la fig 4.2 con las características siguientes:

- Se define un contorno de silueta que se forma a partir del primer elemento diferente de cero de cada columna (ver fig 4.2) se define los coeficientes que se van a guardar en un arreglo unidimensional, indicado por  $nEA$ .
- Para poder identificar los elementos del arreglo unidimensional con el cuadrado es necesario contar con la información de un vector  $\underline{MD}$ , formado con las localidades que ocupan los elementos de la diagonal principal (ver fig 4.2). La equivalencia de coeficiente es un arreglo unidimensional con un arreglo cuadrado resulta como se indica a continuación:

arreglo cuadrado  $A_{ij} = A_m$  arreglo unidimensional compacto

$$i = 1, \dots, n$$

$$d = 1, \dots, n$$

$$m = i + MD(j) - j$$

(4,48)

El número de localidades (NLUUC) que utiliza este tipo de arreglo es

$$NLUUC = nEA + N$$

- c) En este arreglo no hay localidades desperdiciadas a diferencia de otros arreglos (en banda, cuadrado).

Para modificar los algoritmos para arreglo unidimensional se va a utilizar el vector auxiliar definido anteriormente (MD) debido a que conocido este dato, es posible localizar cualquier elemento de la matriz  $\underline{A}$  en la localidad de arreglo vector y se pueden definir los límites para efectuar la triangulación y sustitución de cualquier método.

Los algoritmos de Gauss-Crout para un arreglo unidimensional utilizados en este trabajo son:

4.3.2 Triangulación.- Con base en las ecs 4.28 a 4.31 y conocido el vector auxiliar MD se tiene

$$A_1 = D_1 \quad (4.49)$$

$$U_2 = A_2 / D_1 \quad \neq MD(2) \neq 2 \quad (4.50)$$

$$U_3 = A_3 - D_1 U_2^2 \quad \neq MD(2) \neq 2 \quad (4.51)$$

$$\begin{aligned}
 U_f &= A_f / D_p & j &= 3 \dots n & (4.52) \\
 f &= MD_{j-1} + 1 \\
 p &= MD_0 \\
 \theta &= j + MD_{j-1} - MD_j + 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \forall MD_j - MD_{j-1} - 1 = 0 \quad U_f &= A_f \\
 U_u &= (A_u - \sum_{k=2}^{i-1} U_v D_{MD_k} U_w) / D_{MD_i} & (4.53)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 j &= 3 \dots n \\
 i &= q \dots j-1 \\
 q &= j - MD_j + MD_{j-1} + 2 \\
 i &= \text{máximo valor } (t, \theta)
 \end{aligned}$$

$$t = 1 - MD_j + (MD_{i+1} + 1)$$

$$\theta = j - MD_j + (MD_{j+1} + 1)$$

$$U = i - j + MD_j$$

$$V = k - t + MD_{j-1} + 1$$

$$W = k - \theta + MD_{j-1} + 1$$

$$\forall MD_j - MD_{i-1} - 1 = 0 \quad U_u = A_u$$

$$\forall_{j-1} < q \quad U_u = A_u$$

$$\forall MD_i - MD_{i-1} - 1_{j-1} = 0 \quad U_u = A_u$$

$$D_{MD_j} = A_{MD_j} - \sum_{k=0} U_{MD_k} D_W \quad (4.54)$$

$$j = 3 \dots n$$

$$0 = j - MD_j + (MD_{j+1} + 1)$$

$$w = k - 0 + MD_{j-1} + 1$$

$$\forall MD_j - MD_{j-1} - 1 = 0 \quad D_{MD_j} = A_{MD_j}$$

4.3.3 Sustitución hacia adelante.- Al tener las ecs 4.44 y 4.45 y el vector auxiliar MD se tiene

$$y_1 = b_1 \quad (4.55)$$

$$y_j = b_j - \sum_{k=1}^d U_{kj} y_k \quad (4.56)$$

$$j = 2 \dots n$$

$$q = MD_{j-1} + 1$$

$$d = MD_j - 1$$

$$c = k + j - MD_j$$

$$f_j = d - a$$

$$\forall f_j < 0$$

$$y_j = b_j$$

4.3.4 Sustitución hacia atrás.- La sustitución hacia atrás de la matriz A en arreglo unidimensional compacto se presenta en forma matricial en la fig 4.3. Al efectuar las operaciones correspondientes y despejar los elementos del vector x (incógnitas) queda desarrollado como se presenta en la fig 4.4.

Al analizar la figura, para este tipo de arreglo, resulta más sencillo efectuar esta sustitución por columnas, e ir sumando a cada elemento del vector  $\underline{x}$ , según sea el renglón correspondiente, por lo que se debe definir para cada columna los límites para efectuar las operaciones. En la columna 5 de la fig 4.4 no se efectúa operación alguna.

El algoritmo de la sustitución hacia atrás para el método de Gauss-Creut, se realiza en el programa, con el criterio establecido en este inciso.

## 5. PROGRAMA DE COMPUTADORA

### 5.1 Organización del programa

En los capítulos anteriores se ha hecho referencia a las ecuaciones de equilibrio, el proceso de cálculo, así como el método numérico conveniente para obtener la solución, ahora se propone una forma de organizar un programa para dicho análisis, al utilizar como herramienta de cálculo una microcomputadora con una configuración mínima de 64k de memoria central, dos manejadores de drive, una impresora, dos discos de tamaño 5 1/4" con una capacidad de 512k bytes, cada uno. El propósito de elegir una configuración mínima es el de conocer la magnitud de problemas que es posible analizar e intentar identificar, los parámetros que influyen en la eficiencia del proceso.

Existen varios criterios para elaborar un programa, pero no resul

ta sencillo elegir alguno que resulte ventajoso en todos los aspectos que se deben considerar, se analizan algunos elementos para la elaboración del programa y la opción a escoger.

Para el desarrollo de programas en ingeniería estructural el lenguaje por excelencia es el compilador Fortran, la mayoría de los programas de elemento finito utilizan este lenguaje. Para el caso de las microcomputadoras, el compilador Fortran tiene algunas desventajas al trabajar interactivamente con el usuario, esto resulta lógico debido a que este compilador fue el primero que se utilizó comercialmente y su configuración fue hecha para trabajar con lectora de tarjetas e impresora.

Aunque existe una nueva versión de compilador Fortran para microcomputadoras y posee proposiciones que lo hacen más eficiente, todavía no contempla la opción de trabajar en forma interactiva. Otro lenguaje que cada día se utiliza más es el intérprete Basic, el cual resulta más sencillo de usar, contempla el uso del manejo interactivo y el uso de archivos es más fácil, tiene algunas limitaciones como lenguaje, y la velocidad de ejecución es menos rápida que el Fortran.

El lenguaje escogido fue el Basic; teniendo la misma memoria para ambos lenguajes, se consideró mejor por sus características, aunque existe la limitación de la velocidad de proceso.

Por configuración de la máquina, el tipo de procesador es de



8 bytes, y esto influye un poco más en el tiempo de procesamiento, se considera que un proceso no debe ser mayor de 5 horas continuas, porque el riesgo de falla o imprevistos aumenta en forma considerable, con base en este criterio se limitó el tiempo de proceso continuo a no más de 3 horas.

Al considerar dos manejadores de disco como memoria periférica, se utiliza un manejador de discos para cargar los programas del paquete y el otro únicamente para guardar datos y resultados, esto da la facilidad de guardar en disco flexible los problemas para analizar.

El criterio para estructurar el paquete considera varios factores. Que el tiempo de procesamiento no sea mayor de 3 horas por programa según se comentó anteriormente; el ocupar lo mínimo de memoria central para tener mayor memoria por los arreglos, pues como se sabe, la mayoría de los programas de elemento finito en su esquema general tienen el mismo proceso de solución con algunas variantes sobre todo en el cálculo de la matriz de rigideces, por lo que en la modelación también se consideró la posibilidad de que con un mínimo de cambios fuera posible elaborar otras versiones con aplicación a flexión de placas, cascarones, estructuras esqueléticas.

Otro factor que se tomó en cuenta es el manejo de archivos que estos fueran de acceso directo y no secuenciales para permitir una mayor libertad en el manejo de los mismos, con la posibilidad de cambiar el dispositivo de almacenamiento, por ejemplo a disco duro.

En lo posible se intentó en cada programa tratar de separar la lectura e impresión de archivos, con el algoritmo de solución para una mejor revisión o en caso de cambiar dicho algoritmo que sea más sencillo.

Al tomar en cuenta los aspectos mencionados, el paquete consta de 8 programas numerados en forma secuencial desde el TESI hasta el TESS.

#### Programa TESI1

En el programa TESI1 se dan todos los datos que se van a utilizar en el problema, está hecho en forma interactiva con manejo de pantalla para facilidad del usuario. Los datos que se proporcionan son:

Datos Iniciales

Datos Puntos Nodales

Datos de Materiales

Datos de Elementos

Datos de Condiciones de Carga

Cada vez que lee un conjunto de datos, estos se guardan en memoria periférica. Los archivos que se generan son:

DATINIC	guarda los datos iniciales
NOD	guarda los puntos nodales
ELEMENTOS	guarda los datos de cada elemento
INDICA	guarda el indicador de ecuación
CARGAS	guarda el vector de cargas

#### Programa TESI2

Se calcula primero el indicador de ecuación que se utiliza en el ensamble de la matriz de rigideces y se le asigna a cada elemento su indicador de ecuación; luego le asigna el indicador de ecuación a las cargas de superficie según el nodo donde se aplican para el ensamble del vector de cargas; posteriormente con el número de materiales que se dió como dato calcula la matriz D definida con la ec 3.3, los archivos que se crean en esta parte son:

ARCHIVO IDE	guarda los indicadores de ecuación
ARCHIVO MATRIZDT	guarda los valores de la matriz <u>D</u>

#### Programa TESI3

Se calcula la matriz de rigideces de cada elemento ec 3.5 y las fuerzas de cuerpo ec 3.6, de acuerdo a un indicador (IG) que se da como dato en TESI1 en caso de que los elementos tengan la misma geometría y el mismo material, únicamente calcula una sola vez la matriz de rigideces, igual sucede con las fuerzas de cuerpo, guarda los elementos que forman la matriz B para la obtención de

los esfuerzos en 3.1. Los archivos que se crean son:

MATKE	guarda la matriz de rigideces de cada elemento
FZACPO	guarda las fuerzas de cuerpo de cada elemento
MATRIE	guarda los elementos de la matriz <u>B</u>

#### Programa TESI4

Calcula el vector MD (alto de columnas) auxiliar para el arreglo en silueta; definido este vector se sabe de cuantos elementos está formada la matriz de rigideces de la estructura, y luego se efectúa el ensamble de la misma en un arreglo unidimensional compacto. Los archivos que se generan son:

VECND	el vector <u>MD</u> auxiliar
MATRIAN	la matriz de rigideces de la estructura

#### Programa TESI5

Se efectúa el proceso de triangulación para un arreglo unidimensional compacto, para ahorro de memoria se guarda en el mismo archivo MATRIAN la matriz ya triangularizada.

## Programa TESI6

Se calculan las fuerzas incrementales aplicadas a la estructura y se inicializan los archivos que guardan la historia de esfuerzos y desplazamientos. Los archivos que se generan son

FUETOT	guarda las fuerzas incrementales
FUEINCR	guarda la historia de esfuerzos
DESPLA	guarda los desplazamientos totales
ESFACU	guarda los esfuerzos incrementales
DESACU	guarda los desplazamientos incrementales

## Programa TESI7

En esta parte se calculan los desplazamientos al efectuar la sustitución hacia adelante y hacia atrás del método de solución descrito en el cap 4, y luego se obtienen los esfuerzos.

## Programa TESI8

Se aplican los criterios del método de los esfuerzos iniciales (ver cap 3) y se define si se vuelve a hacer otra iteración u otro incremento de carga.

Estos programas se presentan en un diagrama de bloques en la fig 5.1.

La forma modular del programa permite efectuar el proceso de cálculo en varias sesiones, esto depende de la disponibilidad del equipo, en cada sección se guardan los resultados obtenidos para continuar con el siguiente paso.

En la tabla 5.1, se describe la capacidad de memorias que utiliza en bloques cada programa. Como se aprecia en la tabla 5.1 los programas que ocupan mayor memoria son el de lectura de datos (TESI1) y el cálculo de matriz de rigideces (TESI5); la parte del proceso donde se requiere mayor capacidad es en el proceso de triangulación (TESI5) y las sustituciones (hacia atrás y hacia adelante) ya que de aquí depende el tamaño de problema que es posible analizar, observando la tabla estos programas ocupan relativamente el mínimo de memoria.

## 5.2 Instructivo del programa

Como ya se explicó, el paquete consta de 8 programas numerados de TESI1 a TESI8, para efectuar un proceso de cálculo se requiere el intérprete Basic y cargado éste se mandan ejecutar los programas, se necesita un disco flexible 5 1/4" formateado para guardar los archivos que contienen los datos y resultados. Por el tipo de problema a analizar se debe mantener la impresora encendida para obtener la historia de esfuerzos y desplazamientos para cada incremento de carga.

Unicamente se deben dar los datos en el programa TESI1 y en for-

ma interactiva. A continuación se presentan los datos requeridos:

	NOTA
1. N° de nodos	(1)
2. N° de elementos	(2)
3. N° de materiales	(3)
4. N° de nodos cargados	(4)
5. Espesor	(5)
6. Incremento de carga	(6)
7. Indicador de carga	(7)
8. Condiciones de carga	(8)

NOTA

- (1) Se indica el número de nodos que tiene la estructura. Este valor no puede ser nulo.
- (2) Se indica el número de elementos en que se discretiza la estructura. Este valor no puede ser nulo.
- (3) Se da el número de materiales que tiene la estructura. Este valor no puede ser nulo.
- (4) Se da el número de nodos que están cargados en la estructura. Este valor no puede ser nulo.
- (5) Se da el espesor de la estructura. Este valor no puede ser nulo.
- (6) Se da el incremento de carga que se considera en el proceso de solución interactiva.
- (7) Se indica cero.
- (8) El indicador de carga puede tomar los siguientes valo-

res: 1 = se considera el peso propio de la estructura en el análisis.

2 = no se considera el peso propio de la estructura en el análisis.

#### Datos de los puntos nodales

Los datos requeridos para cada punto nodal son:

	NOTA
1. Abscisa del punto nodal	( 9 )
2. Ordenada del punto nodal	(10)
3. Indicador de condición frontera paralela al eje X	(11)
4. Indicador de condición frontera paralela al eje Y	(12)

El número de datos depende del total de puntos nodales de la estructura, el programa pregunta en grupos de 10 en forma secuencial dichos puntos.

#### NOTA

( 9 ) Se da la abscisa con respecto al sistema de referencia arbitrario con que se hizo la malla.

(10) Se da la ordenada con respecto al sistema de referencia arbitrario con que se hizo la malla.



(11) y (12) Cada punto nodal tiene dos grados de libertad, un desplazamiento en la dirección Y. A cada punto se le va a indicar para cada dirección la condición de desplazamiento mediante el siguiente código:

- 1 = cuando el desplazamiento es cero.
- 2 = cuando el desplazamiento es desconocido.

#### Datos de materiales

En esta parte se pregunta el módulo de elasticidad y la relación de Poisson de cada material que constituye la estructura a cada material se le asigna un número (1 a n) en forma secuencial, que servirá para identificar el tipo de material de cada elemento cuando se den sus datos.

#### Datos de los elementos finitos

Serán tantos datos como elementos tenga la estructura, los elementos deben estar en forma secuencial, y la información solicitada para cada elemento es:

#### NOTA

- |    |                         |      |
|----|-------------------------|------|
| 1. | punto nodal i           | (13) |
| 2. | punto nodal j           | (13) |
| 3. | punto nodal k           | (13) |
| 4. | punto nodal l           | (13) |
| 5. | tipo de material        | (14) |
| 6. | indicador de generación | (15) |

## NOTA

- (13) Todo elemento finito cuadrilátero lineal queda definido por cuatro puntos nodales cuya localización se muestra en la fig 6.2. Para cada elemento se debe indicar los cuatro puntos nodales que lo forman.
- (14) Se indica el número de material de acuerdo a la tabla de materiales.
- (15) En caso que el elemento sea del mismo material y geometría que el anterior se da el número del elemento que es igual, en caso contrario se da cero.

## Datos de cargas en los nodos

Cada nodo admite una carga concentrada en la dirección X y una carga en la dirección Y, la forma como pide los datos es:

Número de nodo

Carga Fx

Carga Fy

El desarrollo se ha efectuado para un sistema con configuración de dos manejadores de disco 5 1/4", memoria central de 64k, una impresora para sistema APPLE, en el manejador de discos 1 se coloca el disco que contiene los programas y en el segundo manejador el disco que guarda los datos y resultados.

- a) Se manda ejecutar el primer programa. Se teclea

RUN TESI1, D1

RETURN

aquí se solicitan todos los datos

- b) Luego se mandan ejecutar secuencialmente del TESI2 al TESI8  
c) En caso de no presentar convergencia para el incremento de carga, se vuelve a procesar el TESI7 y posteriormente TESI8 y así sucesivamente hasta lograr la convergencia.  
d) Una vez lograda la convergencia se procede al siguiente incremento de carga.

En el cap 6 se presentan los ejemplos de aplicación con la elaboración de los datos y resultados del programa.

## 6. EJEMPLO DE APLICACION

Se presenta como ejemplo de aplicación del procedimiento desarrollado en esta tesis, el análisis de la capacidad de carga de una cimentación en donde se considera comportamiento no-lineal del material. La fig 6.1 muestra una cimentación superficial, su geometría y dimensiones, así como las propiedades del suelo en que se apoya. Para el cálculo de la capacidad de carga de la cimentación, se considera comportamiento no-lineal mediante la función de plasticidad de Drucker-Prager.

Con el programa de computadora desarrollado en este trabajo, se efectuaron tres análisis donde se utilizó la malla de elementos finitos que se indica en la fig 6.2, esta falla esta formada por 32 elementos y 45 puntos nodales.

Se realizaron tres análisis en los cuales se hizo variar la longitud de la cimentación o el incremento de carga, según se muestra en la tabla 6.1.

En el análisis 1, el proceso es convergente hasta una carga de  $P = 90\text{ton/m}^2$ . En la tabla 6.2, se muestran los desplazamientos para cada incremento de carga, y en la tabla 6.3, los esfuerzos y deformaciones promedio para cada incremento de carga. Para calcular la capacidad de carga se utilizó el elemento 3. En la fig 6.3 se presenta la gráfica esfuerzo-deformación del elemento 3 para cada incremento de carga, estos resultados se obtienen de la tabla 6.3. Al observar la fig 6.3 se puede definir como carga última un valor de  $P = 90\text{ton/m}^2$ , para el siguiente incremento de carga que corresponde a  $P = 120\text{ton/m}^2$ , en este caso el método no converge.

Posteriormente, se realizó el análisis 2, en donde se varió el incremento de carga para investigar la influencia del incremento  $\Delta P$ , en los resultados. El incremento  $\Delta P$  utilizado, fue de  $60\text{ton/m}^2$ . En este cálculo el proceso converge hasta la carga de  $P = 60\text{ton/m}^2$ . En la tabla 6.4 se muestran los resultados de los desplazamientos para cada incremento de carga, y en la tabla 6.5 los esfuerzos y deformaciones promedio para cada incremento de carga.

Al comparar los resultados de los desplazamientos del análisis

1 para  $P = 60\text{ton/m}^2$  (ver tabla 6.2) y los del análisis 2 para  $P = 60\text{ton/m}^2$  (ver tabla 6.4) se observa que los resultados son iguales, esto significa que el escoger incrementos grandes, estos no influyen en los desplazamientos.

En cada incremento de carga se obtiene un punto de la curva esfuerzo-deformación (para cada elemento), para el análisis 2 el proceso converge para un valor de  $P = 60\text{ton/m}^2$ , y como el incremento de carga es  $\Delta P = 60\text{ton/m}^2$ , esto significa que se tiene definido un punto de la curva esfuerzo-deformación (para cada elemento), por lo que se puede afirmar que el utilizar un incremento muy grande se obtienen pocos puntos para definir en forma aceptable la curva de comportamiento elastoplástico. El escoger el incremento adecuado para obtener los puntos necesarios que permitan el trazo de la curva esfuerzo-deformación antes de llegar a la carga en donde el método no converge es un aspecto básico para la obtención de resultados.

Una vez conocido la influencia del incremento en los análisis, más adelante se explica el proceso que se siguió para establecer que incremento de carga se debe utilizar y las recomendaciones para otros cálculos.

En el análisis 3 se considera una longitud menor de la cimentación y con base en los resultados de los análisis anteriores se decidió utilizar un incremento de carga de  $\Delta P = 30\text{ton/m}^2$ , se

efectuó el cálculo hasta para un valor de  $P = 90\text{ton/m}^2$ , para el siguiente incremento de carga que corresponde a  $P = 120\text{ton/m}^2$  el método ya no converge. En la tabla 6.6 se muestran los desplazamientos para cada incremento de carga, y en la tabla 6.7 los esfuerzos y deformaciones promedio para cada incremento de carga.

Para calcular la capacidad de carga se utilizó el elemento 2. En la fig 6.4 se muestra la gráfica esfuerzo-deformación para cada incremento de carga del elemento 2, esos datos se obtienen de la tabla 6.7.

Al observar la fig 6.4 se puede definir como carga última un valor de  $P = 90\text{ton/m}^2$ . Al calcular la capacidad de carga por la teoría de Terzaghi para el análisis 3 se tiene un valor de  $P = 129\text{ton/m}^2$ .

Desde el punto de vista de interpretación de resultados, también se puede describir el posible mecanismo de falla del suelo, se presenta en la fig 6.5 las direcciones en cada punto nodal del vector desplazamiento compuesto por el desplazamiento vertical y el horizontal para una  $P = 30\text{ ton/m}^2$  del análisis 3 (ver tabla 6.6). Al comparar los resultados de la fig 6.5 con los obtenidos en la ref 12 se observa que el campo de vectores de desplazamiento son semejantes.

De lo anterior se destacan dos aspectos importantes:

1. definir el incremento de carga para efectuar los cálculos
2. que punto escoger para calcular la capacidad de carga del suelo.

En lo referente a definir el incremento de carga, inicialmente se estableció escoger un valor para el cual algunos elementos de la malla estuvieran en el límite del rango elástico al aplicar la función de plasticidad, mediante tanteos se incrementó la carga de  $5\text{ton/m}^2$  hasta un valor de  $30\text{ton/m}^2$  en que algunos elementos estaban en el límite elástico. Basados con los resultados de los análisis efectuados se recomienda estimar con la fórmula de Terzaghi la capacidad de carga y dividir este resultado entre 4 para empezar los cálculos con ese incremento de carga. En cuanto al criterio para escoger el punto donde se calcula la capacidad de carga, generalmente se escoge un punto cercano a la cimentación donde se calculan el esfuerzo y deformación para cada incremento de carga, con estos datos se construye la gráfica esfuerzo-deformación, se define la carga correspondiente al límite elástico considerando la carga última de la cimentación.

Para el caso del análisis 1 la influencia de la cimentación abarca tres elementos (elementos 1, 2, 3 en fig 6.2). En cada elemento se calcularon los esfuerzos y deformaciones en un punto situado al centro del mismo, se elaboró para cada elemento, su respectiva gráfica esfuerzo-deformación, al observar dichas



gráficas, la del elemento 3 había llegado al rango plástico, por lo que se eligió dicho elemento para calcular la capacidad de carga. Con este mismo criterio se calculó la capacidad de carga del análisis 3, el cual corresponde al elemento 2.

## 7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 7.1 Conclusiones

El programa de análisis no-lineal por el Método del Elemento Finito que aquí se presenta es posible dar algunas conclusiones en lo referente al aspecto de proceso numérico.

- a) En el aspecto de programación de computadora es posible efectuar análisis no-lineal con una microcomputadora con una configuración mínima para problemas que tengan una malla de máximo 50 puntos nodales con un sistema de 90 ecuciones lineales.
- b) La mayor parte del tiempo de procesamiento, así como de memoria central lo utiliza la solución de ecuaciones lineales por lo que se debe utilizar un sistema de arreglo

unidimensional el cual disminuye el tiempo de proceso hasta la cuarta parte del tiempo que utiliza el arreglo cuadrado y hasta casi la mitad en el arreglo de banda.

- c) La forma de solución en donde se tiene el proceso de triangulación y por otro lado la sustitución hacia adelante y hacia atrás permite también un ahorro de tiempo de procesamiento en relación a otro tipo de solución como eliminación gaussiana o gauss-seidel.
- d) De los métodos incrementales para la solución no-lineal el que resulta conveniente para usar en microcomputadora es el de los esfuerzos residuales, debido a que evita el ensamble de la matriz de rigideces de la estructura para cada cálculo de los desplazamientos.

Del ejemplo de aplicación se consideran algunos factores que con base en dicho ejemplo permitan definir algunos criterios al utilizar esta metodología.

- a) En lo referente a la convergencia se considera una aproximación del 0.001% entre una y otra iteración en los desplazamientos, inicialmente se consideró una aproximación del 5% pero los desplazamientos eran casi iguales en cada incremento de carga, por lo que se sugiere tomar un valor entre 0.1% y 0.001% para la convergencia.
- b) El escoger un incremento de carga adecuado para el cálculo a realizar es importante, aunque no influye en los desplazamientos el tener un incremento de carga grande, en

la obtención de puntos para el trazo de la curva esfuerzo-deformación si influye, ya que el no tener los puntos adecuados, dificulta la configuración de dicha curva. Se propone como un criterio para definir el incremento de carga, el estimar con la fórmula de Terzaghi la capacidad de carga y dividir este resultado entre 4.

- c) La dirección del vector desplazamiento en cada punto nodal fig 6.5 da la posible forma de falla o deslizamiento del suelo que coincide con los obtenidos en pruebas de capacidad de carga. Por lo que es posible para problemas más complejos el definir la probable zona de falla.
- d) Para el caso de idealizar el comportamiento del suelo y de más medios porosos aún falta mucho por conocer para definir algún modelo que sea utilizado en forma general, pero para el caso de considerar la ley de plasticidad del presente trabajo se recomienda para arcillas blandas o arenas sueltas.

## 7.2 Recomendaciones

El análisis no-lineal presenta varios aspectos que es conveniente considerar para un mejor conocimiento de este tipo de modelación, por lo que se recomienda:

- a) Efectuar pruebas de capacidad de carga donde se conozcan los parámetros necesarios tanto para la prueba en laboratorio, como los resultados numéricos.

- b) Analizar el grado de convergencia al elaborar mallas de elementos finitos más finas, así como plantear otras modelaciones con otras leyes de plasticidad.
- c) Desarrollar algoritmos de solución para elementos finitos con una mayor aproximación y extender estos estudios al caso tridimensional.
- d) Elaborar algoritmos de solución de ecuaciones para el caso de solución unidimensional por bloques.

## 8. REFERENCIAS

1. O.C. Zienkiewicz. El método del elemento finito. Ed Reverté S.A. (1980).
2. I.M. Smith. Programming the finite method with applications to geomechanics. John Wiley & Sons. (1982).
3. D.J. Naylor. Finite elements in geotechnical engineering. Pineridge Press. (1981)
4. Chandrakant S. Desai. Numerical methods in geotechnical engineering. Mc. Graw Hill (1977).
5. A. Ralston. A first course in numerical analysis. Mc Graw Hill. (1965).
6. G.C. Mayak, O.C. Zienkiewicz. Elastoplastic stress analysis

- generalization for various constitutive relations including strain softening. *Int. J. Num Mech Eng.* 5, 113 - 135 (1972).
7. O.C. Zienkiewicz, S. Vallispan, I.P. King. Elastoplastic solutions of engineering problems initial-stress finite element approach. *Int. J. Num Mech Eng.* 1, 75 - 100 (1969)
  8. G.C. Nayak, O.C. Zienkiewicz. Convenient forms of stress invariants for plasticity. *Proc. ASCE* 98, 949 - 954 (1972).
  9. P.V. Marcial and I.P. King. Elastic-plastic analysis of two dimensional stress systems by the finite element method. *Int. J. Mech. Sci* 9, 1943 - 1955.
  10. O.C. Zienkiewicz, M. Watson, I.P. King. A numerical methods of visco-elastic stress analysis. *Int. J. Mech. Sci* 10, 807 - 827 (1968).
  11. O.C. Zienkiewicz, I.C. Corneau. Viscoplasticity plasticity and creep in elastic solids-a unified numerical solution approach. *Int. J. Num Mech Eng.* 8, 821 - 845. (1974).
  12. O.C. Zienkiewicz, C. Humpherson, R.W. Lewis. Associated and non associated viscoplasticity and plasticity in soil mechanics. *Geotechnique* 25, 671 - 689. (1975).
  13. G. Von Gudehus (ed). *Finite elements in geomechanics.* J. Wiley & Sons (1977).

14. J.T. Oden. Finite elements of non-linear continua. Mc Graw Hill. (1972).
15. J.C. Nagtegaal, D.M. Parks, J.R. Rice. On numerically accurate finite elements solutions in the fully plastic range. C.M.I.A. and Eng. 4, 153 - 177. (1974).
16. S.W. Sloan; M.F. Randolph. Numerical prediction of collapse loads using finite element methods. Int. J. for Num. and Anal. Met. in Geo. Vol.6, 42 - 76. (1982).
17. Short course on finite element analysis in geomechanics. Julio 3- 7, 1978. Dept of Civil Engineering Materials.
18. R.D. Cook. Concepts and applications of finite element analysis. John Wiley & Sons. (1981).



TABLAS Y FIGURAS

Tabla 6.1 Tipos de análisis de capacidad de carga.

Análisis 1	$l = 1.50 \text{ m}$	$\Delta P = 30 \text{ ton/m}^2$
Análisis 2	$l = 1.50 \text{ m}$	$\Delta P = 60 \text{ ton/m}^2$
Análisis 3	$l = 0.90 \text{ m}$	$\Delta P = 30 \text{ ton/m}^2$

Tabla 6.2 Desplazamientos para cada incremento de carga del Análisis 1.

	P = 30 t/m2	P = 60 t/m2	P = 90 t/m2
1	-3.44763123E-03	-6.89526245E-03	-0.0102455696
2	-1.80267733E-04	-3.60535466E-04	-5.79025699E-04
3	-3.29938156E-03	-6.59876312E-03	-9.89415466E-03
4	-3.15964902E-04	-6.31929804E-04	-1.13651035E-03
5	-2.7741471E-03	-5.5482942E-03	-8.403261932E-03
6	-3.37959843E-04	-6.75917686E-04	-6.302700447E-03
7	-1.21487766E-03	-2.42975572E-03	-3.68532577E-03
8	-2.5143123E-04	-5.0206246E-04	-9.5551287E-04
9	-6.09660225E-04	-1.21932045E-03	-1.82461251E-03
10	-1.03630393E-04	-2.07260785E-04	-4.25316119E-04
11	-1.56169788E-04	-3.12339576E-04	-4.46936104E-04
12	-4.60227994E-06	-9.20455988E-06	-7.90187908E-05
13	-1.88590226E-05	3.77180456E-05	7.1903319E-05
14	3.62417901E-05	7.24839802E-05	7.85087735E-05
15	8.117688E-05	1.6235376E-04	2.47138157E-04
16	8.66196067E-05	1.73239213E-04	2.56195574E-04
17	-2.50814234E-03	-5.01628468E-03	-7.62254859E-03
18	1.83598609E-04	3.67197216E-04	1.99279879E-04
19	-2.359599E-03	-4.719198E-03	-7.15635334E-03
20	3.76559982E-04	7.57119764E-04	8.8567375E-04
21	-1.85182814E-03	-3.70365628E-03	-5.59939492E-03
22	4.20328729E-04	8.40657459E-04	1.12693543E-03
23	-1.488209E-03	-2.2972418E-03	-3.44659232E-03
24	3.1270726E-04	6.2541452E-04	8.31323692E-04
25	-5.4656697E-04	-1.12971379E-03	-1.66068531E-03
26	2.02539264E-04	4.05078528E-04	5.29427299E-04
27	-1.42086032E-04	-2.84172064E-04	-3.88607219E-04
28	1.36441291E-04	2.72882582E-04	3.54747427E-04
29	2.02541057E-05	4.05082114E-05	8.6135129E-05
30	7.73848161E-05	1.54769632E-04	2.02590786E-04
31	6.93213753E-05	1.38642751E-04	2.18070646E-04
32	7.01778197E-05	1.40355639E-04	2.12387452E-04
33	-1.52244893E-03	-3.04489672E-03	-4.70782045E-03
34	2.36076495E-04	4.7215299E-04	9.22547751E-04
35	-1.41860664E-03	-2.83721328E-03	-4.34039732E-03
36	4.06491487E-04	8.12982974E-04	1.3396256E-03
37	-1.15164494E-03	-2.30328988E-03	-3.46570447E-03
38	4.8452063E-04	9.69041261E-04	1.48453154E-03
39	-8.09342653E-04	-1.61868531E-03	-2.41596699E-03
40	4.71485545E-04	9.42971089E-04	1.41260201E-03
41	-4.77345467E-04	-9.54690934E-04	-1.40347634E-03
42	3.55939104E-04	7.11978209E-04	1.04445627E-03
43	-1.51579374E-04	-3.03158748E-04	-4.24126638E-04
44	2.34324795E-04	4.6864959E-04	6.75621897E-04
45	-1.01669716E-05	-2.03339432E-05	-7.19509054E-05
46	1.15858387E-04	2.31716774E-04	3.27799267E-04
47	3.87214347E-05	7.74428695E-05	1.27978194E-04
48	4.25950043E-05	8.51900096E-05	1.33010384E-04
49	-6.61980954E-04	-1.32396191E-03	-1.98534941E-03
50	1.56960457E-04	3.13920914E-04	4.77611279E-04
51	-6.25731044E-04	-1.25146209E-03	-1.90017054E-03
52	2.79150207E-04	5.58300414E-04	8.73865906E-04
53	-5.27480862E-04	-1.05496172E-03	-1.61764639E-03
54	3.44407526E-04	6.88815053E-04	1.06989874E-03
55	-3.95202864E-04	-7.90405721E-04	-1.19781311E-03
56	3.5069435E-04	7.013887E-04	1.07410227E-03
57	-2.63723522E-04	-5.27447044E-04	-7.86949864E-04
58	2.89568171E-04	5.79136342E-04	8.72017795E-04
59	-1.11302433E-04	-2.22604866E-04	-3.21941708E-04
60	1.95918973E-04	3.91837946E-04	5.80503892E-04
61	-3.06023365E-05	-6.1204673E-05	-8.00001062E-05
62	9.47105764E-05	1.89421153E-04	2.75141205E-04
63	5.49697242E-06	1.09939448E-05	2.41477911E-05
64	1.20091252E-05	2.40182504E-05	4.07136305E-05

Tabla 6.3 Esfuerzos y deformaciones del Análisis 1.

		P= 30 t/m <sup>2</sup>		
NO. DE ELEMENTO =	1	NO. DE ELEMENTO =	17	
ESFUERZO =	9.58321367	ESFUERZO =	10.3395245	
DEFORMACION =	6.82060548E-04	DEFORMACION =	7.33336953E-04	
NO. DE ELEMENTO =	2	NO. DE ELEMENTO =	18	
ESFUERZO =	9.9577872	ESFUERZO =	9.18557429	
DEFORMACION =	7.00264328E-04	DEFORMACION =	6.32051211E-04	
NO. DE ELEMENTO =	3	NO. DE ELEMENTO =	19	
ESFUERZO =	16.0331703	ESFUERZO =	7.32896123	
DEFORMACION =	5.66922688E-04	DEFORMACION =	4.74025287E-04	
NO. DE ELEMENTO =	4	NO. DE ELEMENTO =	20	
ESFUERZO =	2.13517057	ESFUERZO =	5.28572839	
DEFORMACION =	1.115094E-04	DEFORMACION =	3.10272776E-04	
NO. DE ELEMENTO =	5	NO. DE ELEMENTO =	21	
ESFUERZO =	4.35913132	ESFUERZO =	3.17122454	
DEFORMACION =	3.08433409E-05	DEFORMACION =	1.69818516E-04	
NO. DE ELEMENTO =	6	NO. DE ELEMENTO =	22	
ESFUERZO =	5.3087589	ESFUERZO =	1.78216927	
DEFORMACION =	2.89910852E-05	DEFORMACION =	1.04109098E-04	
NO. DE ELEMENTO =	7	NO. DE ELEMENTO =	23	
ESFUERZO =	4.45754037	ESFUERZO =	1.14556537	
DEFORMACION =	2.30784733E-05	DEFORMACION =	7.68110297E-05	
NO. DE ELEMENTO =	8	NO. DE ELEMENTO =	24	
ESFUERZO =	4.18460252	ESFUERZO =	7.64248618	
DEFORMACION =	2.85776089E-05	DEFORMACION =	5.4098166E-05	
NO. DE ELEMENTO =	9	NO. DE ELEMENTO =	25	
ESFUERZO =	11.9432294	ESFUERZO =	7.36249131	
DEFORMACION =	8.47231963E-04	DEFORMACION =	5.22058966E-04	
NO. DE ELEMENTO =	10	NO. DE ELEMENTO =	26	
ESFUERZO =	11.2155342	ESFUERZO =	6.95583687	
DEFORMACION =	7.61230467E-04	DEFORMACION =	4.77689186E-04	
NO. DE ELEMENTO =	11	NO. DE ELEMENTO =	27	
ESFUERZO =	8.78158119	ESFUERZO =	6.20799709	
DEFORMACION =	5.3155829E-04	DEFORMACION =	4.01820765E-04	
NO. DE ELEMENTO =	12	NO. DE ELEMENTO =	28	
ESFUERZO =	5.43946018	ESFUERZO =	5.23701308	
DEFORMACION =	2.9023097E-04	DEFORMACION =	3.14745541E-04	
NO. DE ELEMENTO =	13	NO. DE ELEMENTO =	29	
ESFUERZO =	2.19590776	ESFUERZO =	3.96084926	
DEFORMACION =	1.21924368E-04	DEFORMACION =	2.18889285E-04	
NO. DE ELEMENTO =	14	NO. DE ELEMENTO =	30	
ESFUERZO =	1.09509474	ESFUERZO =	2.59926758	
DEFORMACION =	7.71871063E-05	DEFORMACION =	1.34793308E-04	
NO. DE ELEMENTO =	15	NO. DE ELEMENTO =	31	
ESFUERZO =	.925221198	ESFUERZO =	1.45575037	
DEFORMACION =	6.43266215E-05	DEFORMACION =	7.52920624E-05	
NO. DE ELEMENTO =	16	NO. DE ELEMENTO =	32	
ESFUERZO =	.712669423	ESFUERZO =	.528296306	
DEFORMACION =	5.00901426E-05	DEFORMACION =	3.05301273E-05	

Tabla 6.3 C o n t i n u a c i ó n .

P= 60 t/m<sup>2</sup>

NO. DE ELEMENTO =	1	NO. DE ELEMENTO =	17
ESFUERZO = 19.1664273		ESFUERZO = 20.679049	
DEFORMACION = 1.3641311E-03		DEFORMACION = 1.46667391E-03	
NO. DE ELEMENTO =	2	NO. DE ELEMENTO =	18
ESFUERZO = 19.9155744		ESFUERZO = 18.3711486	
DEFORMACION = 1.40052866E-03		DEFORMACION = 1.26410242E-03	
NO. DE ELEMENTO =	3	NO. DE ELEMENTO =	19
ESFUERZO = 20.0663405		ESFUERZO = 14.6579225	
DEFORMACION = 1.13364538E-03		DEFORMACION = 9.46050574E-04	
NO. DE ELEMENTO =	4	NO. DE ELEMENTO =	20
ESFUERZO = 4.27034115		ESFUERZO = 10.5714568	
DEFORMACION = 2.2090188E-04		DEFORMACION = 6.20545553E-04	
NO. DE ELEMENTO =	5	NO. DE ELEMENTO =	21
ESFUERZO = .871826263		ESFUERZO = 6.34244907	
DEFORMACION = 6.16866818E-05		DEFORMACION = 3.39637031E-04	
NO. DE ELEMENTO =	6	NO. DE ELEMENTO =	22
ESFUERZO = 1.06175178		ESFUERZO = 3.56433854	
DEFORMACION = 5.77821704E-05		DEFORMACION = 2.03218195E-04	
NO. DE ELEMENTO =	7	NO. DE ELEMENTO =	23
ESFUERZO = .891508074		ESFUERZO = 2.29113074	
DEFORMACION = 4.61569467E-05		DEFORMACION = 1.53622059E-04	
NO. DE ELEMENTO =	8	NO. DE ELEMENTO =	24
ESFUERZO = .836920504		ESFUERZO = 1.52849723	
DEFORMACION = 5.71552178E-05		DEFORMACION = 1.08196332E-04	
NO. DE ELEMENTO =	9	NO. DE ELEMENTO =	25
ESFUERZO = 23.8864589		ESFUERZO = 14.7249826	
DEFORMACION = 1.69446393E-03		DEFORMACION = 1.04411793E-03	
NO. DE ELEMENTO =	10	NO. DE ELEMENTO =	26
ESFUERZO = 22.4310683		ESFUERZO = 13.9116737	
DEFORMACION = 1.52246093E-03		DEFORMACION = 9.55378372E-04	
NO. DE ELEMENTO =	11	NO. DE ELEMENTO =	27
ESFUERZO = 17.5631624		ESFUERZO = 12.4159942	
DEFORMACION = 1.06311656E-03		DEFORMACION = 8.03641531E-04	
NO. DE ELEMENTO =	12	NO. DE ELEMENTO =	28
ESFUERZO = 10.8789204		ESFUERZO = 10.4740262	
DEFORMACION = 5.3046194E-04		DEFORMACION = 6.29491083E-04	
NO. DE ELEMENTO =	13	NO. DE ELEMENTO =	29
ESFUERZO = 4.39181552		ESFUERZO = 7.92169853	
DEFORMACION = 2.43849735E-04		DEFORMACION = 4.3777857E-04	
NO. DE ELEMENTO =	14	NO. DE ELEMENTO =	30
ESFUERZO = 2.19018948		ESFUERZO = 5.19853516	
DEFORMACION = 1.54374213E-04		DEFORMACION = 2.69586616E-04	
NO. DE ELEMENTO =	15	NO. DE ELEMENTO =	31
ESFUERZO = 1.8504424		ESFUERZO = 2.91150074	
DEFORMACION = 1.28653243E-04		DEFORMACION = 1.50584123E-04	
NO. DE ELEMENTO =	16	NO. DE ELEMENTO =	32
ESFUERZO = 1.42533885		ESFUERZO = 1.05659261	
DEFORMACION = 1.00180285E-04		DEFORMACION = 6.10602547E-05	

Tabla 6.3 Continuación.

		P = 90 t/m <sup>2</sup>	
NO. DE ELEMENTO =	1	NO. DE ELEMENTO =	17
ESFUERZO = 26.0232914	/	ESFUERZO = 31.7497129	18
DEFORMACION = 1.85007851E-03		DEFORMACION = 2.36179936E-03	
NO. DE ELEMENTO =	2	NO. DE ELEMENTO =	19
ESFUERZO = 29.7776359	3	ESFUERZO = 29.0787165	19
DEFORMACION = 2.08229696E-03		DEFORMACION = 1.91034416E-03	
NO. DE ELEMENTO =	3	NO. DE ELEMENTO =	20
ESFUERZO = 25.6631971	4	ESFUERZO = 21.8495912	20
DEFORMACION = 1.72652844E-03		DEFORMACION = 1.39570444E-03	
NO. DE ELEMENTO =	4	NO. DE ELEMENTO =	21
ESFUERZO = 6.0953975	5	ESFUERZO = 15.6690941	21
DEFORMACION = 3.27516911E-04		DEFORMACION = 9.12579393E-04	
NO. DE ELEMENTO =	5	NO. DE ELEMENTO =	22
ESFUERZO = 2.01583323	6	ESFUERZO = 9.33904281	22
DEFORMACION = 1.42849039E-04		DEFORMACION = 4.99872944E-04	
NO. DE ELEMENTO =	6	NO. DE ELEMENTO =	23
ESFUERZO = 2.06170994	7	ESFUERZO = 5.24227775	23
DEFORMACION = 1.17770473E-04		DEFORMACION = 3.11545123E-04	
NO. DE ELEMENTO =	7	NO. DE ELEMENTO =	24
ESFUERZO = 1.4392387	8	ESFUERZO = 3.38181768	24
DEFORMACION = 7.25386489E-05		DEFORMACION = 2.29502859E-04	
NO. DE ELEMENTO =	8	NO. DE ELEMENTO =	25
ESFUERZO = 1.10104591	9	ESFUERZO = 2.234579	25
DEFORMACION = 7.35400617E-05		DEFORMACION = 1.58474055E-04	
NO. DE ELEMENTO =	9	NO. DE ELEMENTO =	26
ESFUERZO = 32.4071069	10	ESFUERZO = 22.2165119	26
DEFORMACION = 2.46630836E-03		DEFORMACION = 1.57596365E-03	
NO. DE ELEMENTO =	10	NO. DE ELEMENTO =	27
ESFUERZO = 30.3275677	11	ESFUERZO = 21.3128671	27
DEFORMACION = 2.24635941E-03		DEFORMACION = 1.4644105E-03	
NO. DE ELEMENTO =	11	NO. DE ELEMENTO =	28
ESFUERZO = 25.1954641	12	ESFUERZO = 19.1047392	28
DEFORMACION = 1.55693307E-03		DEFORMACION = 1.2320263E-03	
NO. DE ELEMENTO =	12	NO. DE ELEMENTO =	29
ESFUERZO = 15.4850947	13	ESFUERZO = 15.9837598	29
DEFORMACION = 8.3136009E-04		DEFORMACION = 9.55335953E-04	
NO. DE ELEMENTO =	13	NO. DE ELEMENTO =	30
ESFUERZO = 6.00006975	14	ESFUERZO = 11.9625648	30
DEFORMACION = 3.38769597E-04		DEFORMACION = 6.57962144E-04	
NO. DE ELEMENTO =	14	NO. DE ELEMENTO =	31
ESFUERZO = 3.15672293	15	ESFUERZO = 7.76078249	31
DEFORMACION = 2.24517173E-04		DEFORMACION = 4.01623739E-04	
NO. DE ELEMENTO =	15	NO. DE ELEMENTO =	32
ESFUERZO = 2.75534591	16	ESFUERZO = 4.29087414	32
DEFORMACION = 1.88201163E-04		DEFORMACION = 2.22492768E-04	
NO. DE ELEMENTO =	16	NO. DE ELEMENTO =	
ESFUERZO = 2.02416704		ESFUERZO = 1.56072102	
DEFORMACION = 1.41340719E-04		DEFORMACION = 9.11451515E-05	

Tabla 6.4 Desplazamientos para cada incremento de carga del Análisis 2.

P= 30 t/m2	1	-6.69526245E-03
	2	-3.60535465E-04
	3	-6.59876311E-03
	4	-6.31929804E-04
	5	-5.5482942E-03
	6	-6.75917686E-04
	7	-2.42975572E-03
	8	-5.02862461E-04
	9	-1.21932045E-03
	10	-2.07260785E-04
	11	-3.12339576E-04
	12	-9.20455983E-06
	13	3.77180456E-05
	14	7.24839802E-05
	15	1.6235376E-04
	16	1.73239213E-04
	17	-5.01629468E-03
	18	3.67197216E-04
	19	-4.71919801E-03
	20	7.57119764E-04
	21	-3.70365627E-03
	22	8.40657459E-04
	23	-2.2972418E-03
	24	6.25414519E-04
	25	-1.12971379E-03
	26	4.05078529E-04
	27	-2.64172063E-04
	28	2.72982583E-04
	29	4.05082114E-05
	30	1.54769632E-04
	31	1.38642751E-04
	32	1.40355639E-04
	33	-3.04489672E-03
	34	4.7215299E-04
	35	-2.83721329E-03
	36	8.12982973E-04
	37	-2.30328988E-03
	38	9.69041261E-04
	39	-1.61866531E-03
	40	9.42971089E-04
	41	-9.54690935E-04
	42	7.11978207E-04
	43	-3.03158749E-04
	44	4.6864959E-04
	45	-2.03339432E-05
	46	2.31716773E-04
	47	7.74428695E-05
	48	8.51900086E-05
	49	-1.32396191E-03
	50	3.13920914E-04
	51	-1.25146209E-03
	52	5.58300414E-04
	53	-1.05496172E-03
	54	6.88815053E-04
	55	-7.90405721E-04
	56	7.01388699E-04
	57	-5.27447044E-04
	58	5.79136342E-04
	59	-2.22604867E-04
	60	3.91837946E-04
	61	-6.1204673E-05
	62	1.89421153E-04
	63	1.09939448E-05
	64	2.40182503E-05

Tabla 6.5 Esfuerzos y deformaciones del  
Análisis 2.

		P = 30 t/m <sup>2</sup>	
NO. DE ELEMENTO =		1	NO. DE ELEMENTO = 12
ESFUERZO = 19.1664274			ESFUERZO = 16.8789204
DEFORMACION = 1.3641211E-03			DEFORMACION = 5.80461938E-04
NO. DE ELEMENTO =	2		NO. DE ELEMENTO = 13
ESFUERZO = 19.9155744			ESFUERZO = 4.39181551
DEFORMACION = 1.40052866E-03			DEFORMACION = 2.43849735E-04
NO. DE ELEMENTO =	3		NO. DE ELEMENTO = 14
ESFUERZO = 20.0663405			ESFUERZO = 2.19018948
DEFORMACION = 1.13364537E-03			DEFORMACION = 1.54374213E-04
NO. DE ELEMENTO =	4		NO. DE ELEMENTO = 15
ESFUERZO = 4.27034114			ESFUERZO = 1.85044239
DEFORMACION = 2.20901881E-04			DEFORMACION = 1.28653243E-04
NO. DE ELEMENTO =	5		NO. DE ELEMENTO = 16
ESFUERZO = .871826264			ESFUERZO = 1.42533884
DEFORMACION = 6.16866817E-05			DEFORMACION = 1.00180285E-04
NO. DE ELEMENTO =	6		NO. DE ELEMENTO = 17
ESFUERZO = 1.06175178			ESFUERZO = 20.679049
DEFORMACION = 5.77821703E-05			DEFORMACION = 1.4666739E-03
NO. DE ELEMENTO =	7		NO. DE ELEMENTO = 18
ESFUERZO = .891508074			ESFUERZO = 18.3711486
DEFORMACION = 4.61569467E-05			DEFORMACION = 1.26410242E-03
NO. DE ELEMENTO =	8		NO. DE ELEMENTO = 19
ESFUERZO = .836920506			ESFUERZO = 14.6579225
DEFORMACION = 5.71552178E-05			DEFORMACION = 9.48050572E-04
NO. DE ELEMENTO =	9		NO. DE ELEMENTO = 20
ESFUERZO = 23.8864589			ESFUERZO = 10.5714568
DEFORMACION = 1.69446392E-03			DEFORMACION = 6.20545552E-04
NO. DE ELEMENTO =	10		NO. DE ELEMENTO = 21
ESFUERZO = 22.4310683			ESFUERZO = 6.34244908
DEFORMACION = 1.52246093E-03			DEFORMACION = 3.39637031E-04
NO. DE ELEMENTO =	11		NO. DE ELEMENTO = 22
ESFUERZO = 17.5631624			ESFUERZO = 3.56433855
DEFORMACION = 1.06311658E-03			DEFORMACION = 2.08218195E-04



Tabla 6.5 C o n t i n u a c i ó n .

P= 30 t/m2	
NO. DE ELEMENTO =	23
ESFUERZO =	2.29113074
DEFORMACION =	1.53622059E-04
NO. DE ELEMENTO =	24
ESFUERZO =	1.52849724
DEFORMACION =	1.08196332E-04
NO. DE ELEMENTO =	25
ESFUERZO =	14.7249826
DEFORMACION =	1.04411793E-03
NO. DE ELEMENTO =	26
ESFUERZO =	13.9116737
DEFORMACION =	9.55378372E-04
NO. DE ELEMENTO =	27
ESFUERZO =	12.4159942
DEFORMACION =	8.03641532E-04
NO. DE ELEMENTO =	28
ESFUERZO =	10.4740261
DEFORMACION =	6.29491083E-04
NO. DE ELEMENTO =	29
ESFUERZO =	7.92169852
DEFORMACION =	4.37778569E-04
NO. DE ELEMENTO =	30
ESFUERZO =	5.19853517
DEFORMACION =	2.69586616E-04
NO. DE ELEMENTO =	31
ESFUERZO =	2.91150074
DEFORMACION =	1.50584125E-04
NO. DE ELEMENTO =	32
ESFUERZO =	1.05659261
DEFORMACION =	6.10602547E-05

Tabla 6.6 Desplazamientos para cada incremento  
de carga del Análisis 3.

	P= 30 t/m2	P= 60 t/m2	P= 90 t/m2
1	-2.77868699E-03	-5.55737798E-03	-8.33049472E-03
2	-1.91239423E-04	-3.82478859E-04	-6.36262541E-04
3	-2.52124813E-03	-5.04249627E-03	-7.58733514E-03
4	-2.68042009E-04	-5.36084018E-04	-9.86726265E-04
5	-1.10712141E-03	-2.21424282E-03	-3.35304962E-03
6	-2.2673421E-04	-4.5347242E-04	-8.02803315E-04
7	-5.80744498E-04	-1.161489E-03	-1.74200896E-03
8	-1.43992721E-04	-2.87958542E-04	-5.12470714E-04
9	-2.762375E-04	-5.52475E-04	-8.15485023E-04
10	-4.8569965E-05	-9.71399381E-05	-1.89938807E-04
11	-5.47894217E-05	-1.08778843E-04	-1.4986029E-04
12	8.20497125E-06	1.64099425E-05	2.04503417E-07
13	2.79965724E-05	5.59931445E-05	9.20343445E-05
14	2.74548115E-05	5.4707623E-05	7.09031128E-05
15	5.1613909E-05	1.03227818E-04	1.56558043E-04
16	4.97916422E-05	9.95832844E-05	1.476044994E-04
17	-1.88424549E-03	-3.76849078E-03	-5.7285826E-03
18	2.46160954E-04	4.92321905E-04	6.13134062E-04
19	-1.61451294E-03	-3.22902588E-03	-4.90106262E-03
20	3.23279636E-04	6.46559272E-04	9.10895085E-04
21	-1.05180789E-03	-2.10361578E-03	-3.16855111E-03
22	2.3948049E-04	4.7876098E-04	6.67973753E-04
23	-5.42437577E-04	-1.08487515E-03	-1.60922423E-03
24	1.71901044E-04	3.43802088E-04	4.72385954E-04
25	-2.56020903E-04	-5.12041806E-04	-7.44976701E-04
26	1.14412063E-04	2.23224126E-04	3.10215843E-04
27	-4.57031621E-05	-9.14063242E-05	-1.17394043E-04
28	7.95376244E-05	1.59075249E-04	2.16420055E-04
29	2.79040815E-05	5.5808163E-05	9.56407681E-05
30	4.61073155E-05	9.2214631E-05	1.26403421E-04
31	4.38267181E-05	8.76534364E-05	1.35730969E-04
32	3.95009738E-05	7.90019476E-05	1.18902192E-04
33	-1.03851992E-03	-2.07703984E-03	-3.18293267E-03
34	1.90716122E-04	3.81432244E-04	6.80705054E-04
35	-9.44330372E-04	-1.88866074E-03	-2.87368502E-03
36	3.07148606E-04	6.14297212E-04	9.65012321E-04
37	-7.12360732E-04	-1.42472146E-03	-2.14502547E-03
38	3.3412746E-04	6.6825492E-04	1.01797147E-03
39	-4.457685E-04	-8.91537E-04	-1.33167933E-03
40	2.92755653E-04	5.85511306E-04	8.78021284E-04
41	-2.31237264E-04	-4.62474528E-04	-6.78622388E-04
42	2.08653556E-04	4.17307112E-04	6.15757685E-04
43	-5.91186311E-05	-1.18237262E-04	-1.81610696E-04
44	1.34142239E-04	2.68284478E-04	3.90593248E-04
45	7.16109882E-06	1.52581976E-05	3.37373312E-05
46	6.53543816E-05	3.70703763E-04	1.87601463E-04
47	2.54976352E-05	5.09952706E-05	8.14527342E-05
48	2.37995821E-05	4.75991642E-05	7.32624352E-05
49	-4.36773722E-04	-8.73547445E-04	-1.30894032E-03
50	1.15591727E-04	2.31183454E-04	3.46686555E-04
51	-4.07300996E-04	-8.14601992E-04	-1.23501696E-03
52	1.998776E-04	3.997352E-04	6.18560605E-04
53	-3.29328807E-04	-6.58457615E-04	-1.00609821E-03
54	2.353017E-04	4.706034E-04	7.22721556E-04
55	-2.8107165E-04	-4.62194326E-04	-6.97254198E-04
56	2.27766319E-04	4.35532638E-04	6.93631032E-04
57	-1.40539866E-04	-2.8187973E-04	-4.19593741E-04
58	1.74492798E-04	3.48985596E-04	5.24687813E-04
59	-5.14323708E-05	-1.02864742E-04	-1.47796975E-04
60	1.12686729E-04	2.25373458E-04	3.34498782E-04
61	-1.08231434E-05	-2.16462868E-05	-2.58895735E-05
62	5.25772392E-05	1.05154478E-04	1.33576119E-04
63	5.0797427E-06	1.01594854E-05	1.85039066E-05
64	6.7902254E-06	1.35804506E-05	2.21903038E-05

Tabla 6.7 Esfuerzos y deformaciones del

Análisis 3.

P= 30 t/m<sup>2</sup>

NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -16.7929291	1	NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -21.8113318	12
ESFUERZO = DEFORMACION =	= 9.5152344 6.7280939E-04		ESFUERZO = DEFORMACION =	= 2.48629193 1.30789081E-04	
NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -15.343597	2	NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -23.089482	13
ESFUERZO = DEFORMACION =	= 9.90148418 5.56124402E-04		ESFUERZO = DEFORMACION =	= 1.0234939 6.2499786E-05	
NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -21.8525106	3	NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -23.3389428	14
ESFUERZO = DEFORMACION =	= 2.26333997 1.1591063E-04		ESFUERZO = DEFORMACION =	= .660743202 4.69870344E-05	
NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -23.3376909	4	NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -23.3836376	15
ESFUERZO = DEFORMACION =	= .60671526 3.57761666E-05		ESFUERZO = DEFORMACION =	= .563113478 3.86539524E-05	
NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -23.53312	5	NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -23.5103143	16
ESFUERZO = DEFORMACION =	= .348333312 2.30134149E-05		ESFUERZO = DEFORMACION =	= .414380302 2.90784722E-05	
NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -23.5039184	6	NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -17.492351	17
ESFUERZO = DEFORMACION =	= .371275845 1.99777232E-05		ESFUERZO = DEFORMACION =	= 7.35269973 5.20275285E-04	
NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -23.6206583	7	NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -18.4599814	18
ESFUERZO = DEFORMACION =	= .277602771 1.45752954E-05		ESFUERZO = DEFORMACION =	= 6.30153623 4.2486285E-04	
NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -23.6555795	8	NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -19.9062514	19
ESFUERZO = DEFORMACION =	= .265284625 1.82614693E-05		ESFUERZO = DEFORMACION =	= 4.69547367 2.89145313E-04	
NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -14.8583605	9	NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -21.3419323	20
ESFUERZO = DEFORMACION =	= 10.2627399 7.18262776E-04		ESFUERZO = DEFORMACION =	= 3.08439946 1.70593116E-04	
NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -16.6553422	10	NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -22.5053778	21
ESFUERZO = DEFORMACION =	= 8.26276739 5.16318906E-04		ESFUERZO = DEFORMACION =	= 1.72167333 9.22827262E-05	
NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -19.403323	11	NO. DE ELEMENTO = FUNCION =	= -23.0518811	22
ESFUERZO = DEFORMACION =	= 5.23073612 2.83039065E-04		ESFUERZO = DEFORMACION =	= 1.01881024 6.28842193E-05	

Tabla 6.7 C o n t i n u a c i ó n .

P= 30 t/m2		
NO. DE ELEMENTO =		23
FUNCION =	-23.3040233	
ESFUERZO =	.671439622	
DEFORMACION =	4.59335531E-05	24
NO. DE ELEMENTO =		
FUNCION =	-23.4914975	
ESFUERZO =	.433519966	
DEFORMACION =	3.07355261E-05	25
NO. DE ELEMENTO =		
FUNCION =	-19.9403941	
ESFUERZO =	4.89926413	
DEFORMACION =	3.46980661E-04	26
NO. DE ELEMENTO =		
FUNCION =	-20.1865704	
ESFUERZO =	4.57532153	
DEFORMACION =	3.11025747E-04	27
NO. DE ELEMENTO =		
FUNCION =	-20.6291116	
ESFUERZO =	3.9860579	
DEFORMACION =	2.52025859E-04	28
NO. DE ELEMENTO =		
FUNCION =	-21.1760015	
ESFUERZO =	3.26263559	
DEFORMACION =	1.89721737E-04	29
NO. DE ELEMENTO =		
FUNCION =	-21.8800976	
ESFUERZO =	2.36307488	
DEFORMACION =	1.27040603E-04	30
NO. DE ELEMENTO =		
FUNCION =	-22.5769074	
ESFUERZO =	1.49263808	
DEFORMACION =	7.63277985E-05	31
NO. DE ELEMENTO =		
FUNCION =	-23.14756	
ESFUERZO =	.81888045	
DEFORMACION =	4.26402964E-05	32
NO. DE ELEMENTO =		
FUNCION =	-23.6201286	
ESFUERZO =	.294453058	
DEFORMACION =	1.72014756E-05	

Tabla 6.7 Continuación.

		P = 60 t/m <sup>2</sup>	
NO. DE ELEMENTO =	1	NO. DE ELEMENTO =	17
ESFUERZO =	19.0304688	ESFUERZO =	14.7053995
DEFORMACION =	1.34561878E-03	DEFORMACION =	1.04055057E-03
NO. DE ELEMENTO =	2	NO. DE ELEMENTO =	18
ESFUERZO =	19.8029684	ESFUERZO =	12.6030725
DEFORMACION =	1.1122488E-03	DEFORMACION =	8.497257E-04
NO. DE ELEMENTO =	3	NO. DE ELEMENTO =	19
ESFUERZO =	4.52667994	ESFUERZO =	9.39094734
DEFORMACION =	2.31821261E-04	DEFORMACION =	5.78290626E-04
NO. DE ELEMENTO =	4	NO. DE ELEMENTO =	20
ESFUERZO =	1.21343052	ESFUERZO =	6.16879893
DEFORMACION =	7.13523333E-05	DEFORMACION =	3.41166233E-04
NO. DE ELEMENTO =	5	NO. DE ELEMENTO =	21
ESFUERZO =	.696666623	ESFUERZO =	3.44334665
DEFORMACION =	4.60268297E-05	DEFORMACION =	1.84565452E-04
NO. DE ELEMENTO =	6	NO. DE ELEMENTO =	22
ESFUERZO =	.742551691	ESFUERZO =	2.03762047
DEFORMACION =	3.99554464E-05	DEFORMACION =	1.25768439E-04
NO. DE ELEMENTO =	7	NO. DE ELEMENTO =	23
ESFUERZO =	.555205541	ESFUERZO =	1.34287924
DEFORMACION =	2.91505909E-05	DEFORMACION =	9.18671063E-05
NO. DE ELEMENTO =	8	NO. DE ELEMENTO =	24
ESFUERZO =	.53058925	ESFUERZO =	.867039932
DEFORMACION =	3.65229387E-05	DEFORMACION =	6.14710523E-05
NO. DE ELEMENTO =	9	NO. DE ELEMENTO =	25
ESFUERZO =	20.5254798	ESFUERZO =	9.79852827
DEFORMACION =	1.43652555E-03	DEFORMACION =	6.93961722E-04
NO. DE ELEMENTO =	10	NO. DE ELEMENTO =	26
ESFUERZO =	16.5255348	ESFUERZO =	9.15064306
DEFORMACION =	1.03263761E-03	DEFORMACION =	6.22051494E-04
NO. DE ELEMENTO =	11	NO. DE ELEMENTO =	27
ESFUERZO =	10.4614722	ESFUERZO =	7.9721158
DEFORMACION =	5.66078169E-04	DEFORMACION =	5.04051719E-04
NO. DE ELEMENTO =	12	NO. DE ELEMENTO =	28
ESFUERZO =	4.97258386	ESFUERZO =	6.52527117
DEFORMACION =	2.61378162E-04	DEFORMACION =	3.79443473E-04
NO. DE ELEMENTO =	13	NO. DE ELEMENTO =	29
ESFUERZO =	2.0469678	ESFUERZO =	4.72614976
DEFORMACION =	1.24999572E-04	DEFORMACION =	2.54081206E-04
NO. DE ELEMENTO =	14	NO. DE ELEMENTO =	30
ESFUERZO =	1.3214864	ESFUERZO =	2.98527616
DEFORMACION =	9.39741689E-05	DEFORMACION =	1.53653577E-04
NO. DE ELEMENTO =	15	NO. DE ELEMENTO =	31
ESFUERZO =	1.12822696	ESFUERZO =	1.6371609
DEFORMACION =	7.73079049E-05	DEFORMACION =	8.52805927E-05
NO. DE ELEMENTO =	16	NO. DE ELEMENTO =	32
ESFUERZO =	.828760604	ESFUERZO =	.588906116
DEFORMACION =	5.81569444E-05	DEFORMACION =	3.44029512E-05

Tabla 6.7 C o n t i n u a c i ó n .

P= 90 t/m2

NO. DE ELEMENTO =	1	NO. DE ELEMENTO =	17
ESFUERZO =	27.2723396	ESFUERZO =	23.212546
DEFORMACION =	1.92590661E-03	DEFORMACION =	1.64027861E-03
NO. DE ELEMENTO =	2	NO. DE ELEMENTO =	18
ESFUERZO =	24.6622348	ESFUERZO =	19.1317884
DEFORMACION =	1.654891E-03	DEFORMACION =	1.27793775E-03
NO. DE ELEMENTO =	3	NO. DE ELEMENTO =	19
ESFUERZO =	6.39266652	ESFUERZO =	14.1277658
DEFORMACION =	3.29932076E-04	DEFORMACION =	8.62312594E-04
NO. DE ELEMENTO =	4	NO. DE ELEMENTO =	20
ESFUERZO =	1.87590211	ESFUERZO =	9.23831803
DEFORMACION =	1.21979634E-04	DEFORMACION =	5.07969873E-04
NO. DE ELEMENTO =	5	NO. DE ELEMENTO =	21
ESFUERZO =	1.4139674	ESFUERZO =	5.11153244
DEFORMACION =	9.26461253E-05	DEFORMACION =	2.75277558E-04
NO. DE ELEMENTO =	6	NO. DE ELEMENTO =	22
ESFUERZO =	1.30140454	ESFUERZO =	3.03297055
DEFORMACION =	7.21729929E-05	DEFORMACION =	1.89893857E-04
NO. DE ELEMENTO =	7	NO. DE ELEMENTO =	23
ESFUERZO =	.862860138	ESFUERZO =	1.99782801
DEFORMACION =	4.40004039E-05	DEFORMACION =	1.37724012E-04
NO. DE ELEMENTO =	8	NO. DE ELEMENTO =	24
ESFUERZO =	.732518903	ESFUERZO =	1.27462192
DEFORMACION =	4.98934774E-05	DEFORMACION =	9.04779266E-05
NO. DE ELEMENTO =	9	NO. DE ELEMENTO =	25
ESFUERZO =	28.769576	ESFUERZO =	14.7420781
DEFORMACION =	2.15024656E-03	DEFORMACION =	1.04460501E-03
NO. DE ELEMENTO =	10	NO. DE ELEMENTO =	26
ESFUERZO =	24.2199937	ESFUERZO =	13.9732323
DEFORMACION =	1.52957762E-03	DEFORMACION =	9.50716989E-04
NO. DE ELEMENTO =	11	NO. DE ELEMENTO =	27
ESFUERZO =	15.2424127	ESFUERZO =	12.2025916
DEFORMACION =	8.26494178E-04	DEFORMACION =	7.6905272E-04
NO. DE ELEMENTO =	12	NO. DE ELEMENTO =	28
ESFUERZO =	7.09523513	ESFUERZO =	9.9148292
DEFORMACION =	3.75226142E-04	DEFORMACION =	5.74213739E-04
NO. DE ELEMENTO =	13	NO. DE ELEMENTO =	29
ESFUERZO =	2.874282	ESFUERZO =	7.12868603
DEFORMACION =	1.80077522E-04	DEFORMACION =	3.81952042E-04
NO. DE ELEMENTO =	14	NO. DE ELEMENTO =	30
ESFUERZO =	1.98312411	ESFUERZO =	4.46008844
DEFORMACION =	1.4016943E-04	DEFORMACION =	2.29427037E-04
NO. DE ELEMENTO =	15	NO. DE ELEMENTO =	31
ESFUERZO =	1.69308804	ESFUERZO =	2.42116962
DEFORMACION =	1.1436471E-04	DEFORMACION =	1.26524776E-04
NO. DE ELEMENTO =	16	NO. DE ELEMENTO =	32
ESFUERZO =	1.19590213	ESFUERZO =	.871827167
DEFORMACION =	8.35292409E-05	DEFORMACION =	5.13568012E-05

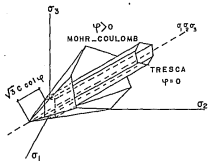


Fig 2.1 Criterio de Fluencia de Mohr-Coulomb

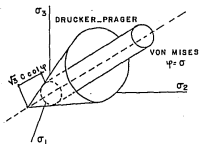


Fig 2.2 Criterio de Fluencia de Drucker-Prager

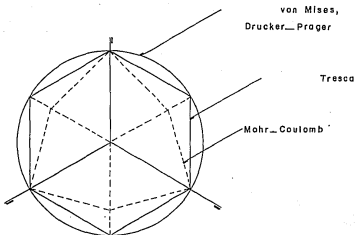


Fig 2.3 Criterio de Fluencia de Von Mises.  
Plano



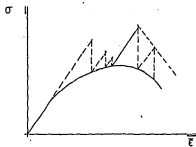
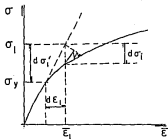


Fig 3.1 Proceso de Esfuerzos Iniciales

$$\begin{bmatrix}
 A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & \dots & A_{1n} \\
 & A_{22} & A_{23} & A_{24} & \dots & A_{2n} \\
 & & A_{33} & A_{34} & \dots & A_{3n} \\
 & & & A_{44} & \dots & A_{4n} \\
 & & & & \ddots & \vdots \\
 & & & & & A_{nn}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 U_{12} & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 U_{13} & U_{23} & 1 & 0 & \dots & 0 \\
 U_{14} & U_{24} & U_{34} & 1 & \dots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 U_{1n} & U_{2n} & U_{3n} & U_{4n} & \dots & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 D_{11} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 0 & D_{22} & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 0 & 0 & D_{33} & 0 & \dots & 0 \\
 0 & 0 & 0 & D_{44} & \dots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & D_{nn}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 1 & U_{12} & U_{13} & U_{14} & \dots & U_{1n} \\
 0 & 1 & U_{23} & U_{24} & \dots & U_{2n} \\
 0 & 0 & 1 & U_{34} & \dots & U_{3n} \\
 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & U_{4n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1
 \end{bmatrix}$$

Fig 4.1 F6rmula de Triangulaci6n

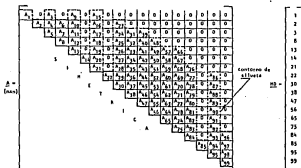


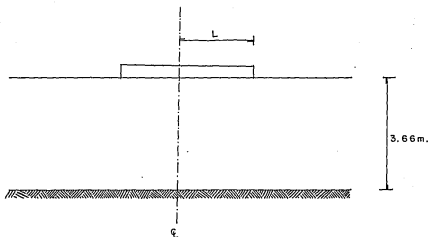
Fig 4.2 Arreglo Unidimensional

$$\begin{array}{c}
 \text{EUA} \\
 \left[ \begin{array}{cccccccc}
 a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 b_2 & d_1+u_2 & 0 & d_1+u_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 c_3 & d_2+u_4 & d_2+u_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 d_4 & d_3+u_8 & d_3+u_9 & 0 & d_3+u_{11} & 0 & 0 & 0 \\
 e_5 & 0 & d_4 & 0 & d_4+u_{12} & 0 & 0 & 0 \\
 f_6 & 0 & 0 & d_{10} & d_{10}+u_{13} & 0 & d_{10}+u_{17} & 0 \\
 g_7 & 0 & 0 & d_{14} & d_{14}+u_{14} & d_{14}+u_{18} & 0 & 0 \\
 h_8 & 0 & 0 & 0 & d_{18} & d_{18}+u_{19} & 0 & 0 \\
 i_{20} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{20}
 \end{array} \right]
 \begin{array}{c}
 x_1 \\
 x_2 \\
 x_3 \\
 x_4 \\
 x_5 \\
 x_6 \\
 x_7 \\
 x_8
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 y_1 \\
 y_2 \\
 y_3 \\
 y_4 \\
 y_5 \\
 y_6 \\
 y_7 \\
 y_8
 \end{array}
 \end{array}$$

Fig 4.3 Sustitución hacia atrás

$x_1 = x_1^{(0)}$	-0	-0	-0	-0	$^{-0}x_4$	-0	$^{-0}x_2$
$x_2 = x_2^{(0)}$	-0	-0	-0	-0	$^{-0}x_4$	$^{-0}x_3$	
$x_3 = x_3^{(0)}$	-0	-0	$^{-0}x_6$	-0	$^{-0}x_4$		
$x_4 = x_4^{(0)}$	-0	-0	$^{-0}x_6$	-0			
$x_5 = x_5^{(0)}$	-0	-0	$^{-0}x_6$				
$x_6 = x_6^{(0)}$	$^{-0}x_8$	$^{-0}x_7$					
$x_7 = x_7^{(0)}$	$^{-0}x_8$						
$x_8 = x_8^{(0)}$	$^{-0}x_8$						

Fig 4.4 Sustitución hacia atrás



Propiedades del suelo.

$E = 21083.36 \text{ ton/m}^2$

$\nu = 0.3$

$C = 7.02 \text{ ton/m}^2$

$\theta = 20^\circ$

$L = 1.50 \text{ m}$

$L' = 0.90 \text{ m}$

Fig. 6.1 Cimentación superficial (datos).

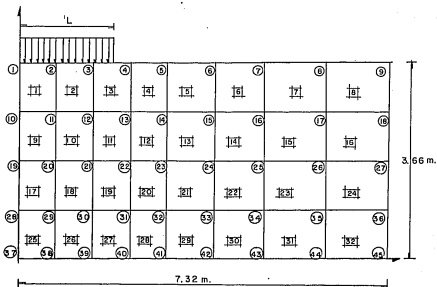


Fig. 6.2 Malla de elementos finitos del ejemplo de capacidad de carga.

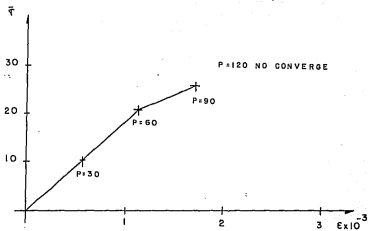


Fig. 6.3 Gráfica esfuerzo-deformación del elemento 3 con incremento de carga  $P=30$  ton/m<sup>2</sup> para  $l=1.50$  m.



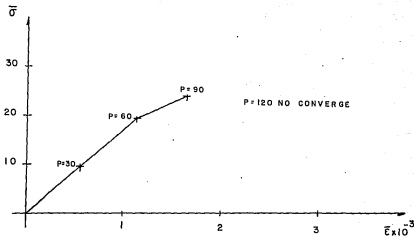


Fig. 6.4 Gráfica esfuerzo-deformación del elemento 2 con incremento de carga  $P=30$  ton/m<sup>2</sup> para  $l=0.90$  m.

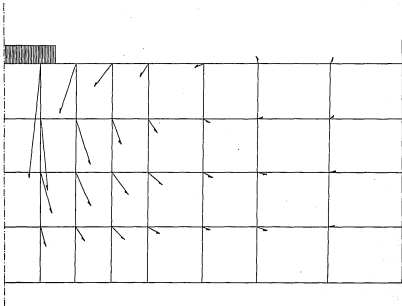


Fig. 6.5 Direcciones del vector resultante de desplazamientos para  $P = 30 \text{ ton/m}^2$  con  $l = 0.90 \text{ m}$ , de la cimentación.

APENDICE "A"

LISTADO DEL PROGRAMA

```

10 REM **** PROGRAMA TESIS1 ****
20 REM **** DATOS INICIALES ****
30 GOSUB 2000
40 VTAB 6: HTAB 3: PRINT "DATOS INICIALES"
50 I = 1
60 VTAB 9: HTAB 3: PRINT "1. No. de Nodos "; INPUT N1: IF I = 2 THEN 120
70 VTAB 10: HTAB 3: PRINT "2. No. de Elementos "; INPUT E1: IF I = 2 THEN 120
80 VTAB 11: HTAB 3: PRINT "3. No. de Materiales "; INPUT M1: IF I = 2 THEN 120
90 VTAB 12: HTAB 3: PRINT "4. No. de Nodos Cargados "; INPUT C1: IF I = 2 THEN 120
100 VTAB 13: HTAB 3: PRINT "5. Espesor "; INPUT ES: IF I = 2 THEN 120
110 VTAB 14: HTAB 3: PRINT "6. Incremento de Carga "; INPUT DP: IF I = 2 THEN 120
120 VTAB 15: HTAB 3: PRINT "7. Indicador de Carga "; INPUT IP: IF I = 2 THEN 120
130 VTAB 16: HTAB 3: PRINT "8. Condiciones de Carga "
140 VTAB 18: HTAB 3: PRINT "1= Con peso propio "; VTAB 19: HTAB 3: PRINT " 2= Si
150 VTAB 16: HTAB 29: INPUT CC: IF I = 2 THEN 120
160 VTAB 22: HTAB 1: PRINT "DESEA CAMBIAR ALGUN DATO (S/N) "; INPUT C$
170 IF C$ = "S" THEN 170
180 IF C$ < > "N" THEN 120
190 GOTO 210
200 VTAB 22: HTAB 1: PRINT "No. de Dato "; INPUT C2: I = 2
210 VTAB 22: HTAB 1: PRINT "
220 IF C2 > 8 OR C2 < 1 THEN 170
230 XX = C2 + 8: VTAB XX: HTAB 1: PRINT "
240 ON C2 GOTO 60,70,80,90,92,94,96,100
250 REM
260 GOSUB 1370
270 REM **** GUARDA EN MEMORIA LOS DATOS INICIALES ****
280 D$ = CHR$(4)
290 PRINT D$; "OPEN DATINIC,D2,L50"
300 PRINT D$; "WRITE DATINIC,R1"
310 PRINT N1
320 PRINT E1
330 PRINT M1
340 PRINT C1
350 PRINT CC
360 PRINT ALFA
370 PRINT ES
380 PRINT IP
390 PRINT IP
400 PRINT D$; "CLOSE"
410 REM **** LECTURA DE PUNTOS NODALES ****
420 DIM X(N1),Y(N1),ID(2,N1)
430 FOR J = 1 TO N1 STEP 10
440 GOSUB 2000
450 VTAB 6: HTAB 2: PRINT "PUNTOS NODALES "
460 VTAB 8: HTAB 2: PRINT "No. X Y DX DY"
470 VI = J: VF = J + 9: XX = 8
480 IF VF > N1 THEN VF = N1
490 FOR JJ = VI TO VF
500 XX = XX + 1
510 VTAB XX: HTAB 2: PRINT JJ: HTAB 9: INPUT X(JJ): VTAB XX: HTAB 17: INPUT Y(JJ)
520 VTAB XX: HTAB 26: INPUT ID(1,JJ)
530 VTAB XX: HTAB 35: INPUT ID(2,JJ)
540 NEXT JJ
550 VTAB 20: HTAB 1: PRINT "DESEA CAMBIAR ALGUN DATO (S/N) "; INPUT C$
560 VTAB 20: HTAB 1: PRINT "
570 IF C$ = "N" THEN 600
580 IF C$ = "S" THEN 500
590 GOTO 450
600 VTAB 20: HTAB 5: PRINT "No. de punto a cambiar "; INPUT C2
610 VTAB 20: HTAB 5: PRINT "
620 IF C2 > = VI AND V2 < = VF THEN 540
630 GOTO 500
640 XX = C2 - VI + 9
650 VTAB XX: HTAB 2: PRINT "
660 VTAB XX: HTAB 2: PRINT C2: HTAB 9: INPUT X(C2): VTAB XX: HTAB 17: INPUT Y(C2)
670 VTAB XX: HTAB 26: INPUT ID(1,C2)
680 VTAB XX: HTAB 35: INPUT ID(2,C2)
690 GOTO 450
700 NEXT J
710 REM **** GUARDA EN MEMORIA LOS PUNTOS NODALES ****
720 PRINT D$; "OPEN NOD,D2,L15"
730 FOR I = 1 TO N1

```

```

640 PRINT D$:"WRITE MOD,R":I
650 PRINT X(I)
660 PRINT Y(I)
670 PRINT ID(1,I)
680 PRINT ID(2,I)
690 NEXT I
700 PRINT D$:"CLOSE"
710 REM **** LECTURA DE MATERIALES ****
720 DIM E(M1),P(M1),V(M1)
722 REM DIM CO(M1),FI(M1)
730 FOR J = 1 TO M1 STEP 10
740 GOSUB 2000
750 VTAB 6: HTAB 3: PRINT "MATERIALES"
760 VTAB 9: PRINT "No.           E           Rrel. de           Peso"
770 VTAB 9: PRINT "           Poisson          Vol.@"
780 VI = J:VF = J + 9:XX = 9
790 IF VF > M1 THEN VF = M1
800 FOR JJ = VI TO VF
810 XX = XX + 1
820 VTAB XX: HTAB 2: PRINT JJ: HTAB 7: INPUT E(JJ): VTAB XX: HTAB 21: INPUT P(JJ): VTAB XX:
825 REM
830 NEXT JJ
840 VTAB 21: HTAB 1: PRINT "DESEA CAMBIAR ALGUN DATO (S/N) ": INPUT C$
850 VTAB 21: PRINT "
860 IF C$ = "N" THEN 970
870 IF C$ = "S" THEN 890
880 GOTO 840
890 VTAB 21: HTAB 1: PRINT "No. de Materiales a corregir ": INPUT C2
900 VTAB 21: PRINT "
910 IF C2 > = VI AND C2 < = VF THEN 930
920 GOTO 890
930 XX = C2 - J + 10
940 VTAB XX: PRINT "
950 VTAB XX: HTAB 2: PRINT C2: HTAB 7: INPUT E(C2): VTAB XX: HTAB 21: INPUT P(C2): VTAB XX:
952 VTAB XX: HTAB 35: INPUT CO(C2): VTAB XX: HTAB 37: INPUT FI(C2)
960 GOTO 840
970 NEXT J
975 GOSUB 2060
980 REM **** GUARDA EN MEMORIA LOS MATERIALES ****
990 PRINT D$:"OPEN MATERIALES,D2,L20"
1000 FOR I = 1 TO M1
1010 PRINT D$:"WRITE MATERIALES,R":I
1020 PRINT E(I)
1030 PRINT P(I)
1040 PRINT V(I)
1045 PRINT CO(I)
1048 PRINT FI(I)
1050 NEXT I
1060 PRINT D$:"CLOSE"
1070 REM **** LECTURA DE ELEMENTOS ****
1080 DIM IP(E1),JP(E1),KP(E1),LP(E1),M(E1),IG(E1)
1090 FOR J = 1 TO E1 STEP 10
1100 GOSUB 2000
1110 VTAB 6: HTAB 2: PRINT "ELEMENTOS "
1120 VTAB 7: PRINT "No.      + + +      Nodos + + +      Mat. Ind."
1130 VTAB 8: PRINT "          I      J      K      L          (2) "
1140 VI = J:VF = J + 9:XX = 9
1150 IF VF > E1 THEN VF = E1
1160 FOR JJ = VI TO VF
1170 XX = XX + 1
1180 VTAB XX: PRINT JJ: HTAB 5: INPUT IP(JJ): VTAB XX: HTAB 11: INPUT JP(JJ)
1190 VTAB XX: HTAB 16: INPUT KP(JJ): VTAB XX: HTAB 21: INPUT LP(JJ)
1200 VTAB XX: HTAB 27: INPUT M(JJ): VTAB XX: HTAB 32: INPUT IG(JJ)
1210 NEXT JJ
1220 VTAB 22: HTAB 1: PRINT "DESEA CAMBIAR ALGUN DATO (S/N) ": INPUT C$
1230 VTAB 22: PRINT "
1240 IF C$ = "N" THEN 1370
1250 IF C$ = "S" THEN 1270
1260 GOTO 1220
1270 VTAB 22: HTAB 1: PRINT "No.           de elementos a corrir ": INPUT C2
1280 VTAB 22: PRINT "
1290 IF C2 > = VI AND C2 < = VF THEN 1310
1300 GOTO 1270
1310 XX = C2 - J + 10
1320 VTAB XX: PRINT "
1330 VTAB XX: PRINT C2: HTAB 5: INPUT IP(C2): VTAB XX: HTAB 11: INPUT JP(C2)
1340 VTAB XX: HTAB 16: INPUT KP(C2): VTAB XX: HTAB 21: INPUT LP(C2)
1350 VTAB XX: HTAB 27: INPUT M(C2): VTAB XX: HTAB 32: INPUT IG(C2)
1360 GOTO 1220
1370 NEXT J

```

```

1390 REM ***** GUARDA EN MEMORIA LOS ELEMENTOS *****
1390 PRINT D$:"OPEN ELEMENTOS,D2,L30"
1400 FOR I = 1 TO E1
1410 PRINT D$:"WRITE ELEMENTOS,R":I
1420 PRINT IP(I)
1430 PRINT JP(I)
1440 PRINT KP(I)
1450 PRINT LP(I)
1460 PRINT M(I)
1480 NEXT I
1490 PRINT D$:"CLOSE"
1491 REM ***** GUARDA EN MEMORIA LOS VALORES DE IG *****
1492 PRINT D$:"OPEN INDICA,D2,L10"
1493 FOR I = 1 TO E1
1494 PRINT D$:"WRITE INDICA,R":I
1495 PRINT IG(I)
1496 NEXT I
1497 PRINT D$:"CLOSE"
1500 REM ***** LECTURA DEL VECTOR DE CARGAS *****
1510 DIM CN(C1),FX(C1),FY(C1)
1520 FOR J = 1 TO C1 STEP 10
1530 GOSUB 2000
1540 VTAB 6: HTAB 2: PRINT "NUDOS CARGADOS"
1550 VTAB 8: PRINT "Dato      Nudo      Fx      Fy"
1560 VI = J:VF = J + 9:XX = 9
1570 IF VF > C1 THEN VF = C1
1580 FOR JJ = VI TO VF
1590 XX = XX + 1
1600 VTAB XX: HTAB 2: PRINT JJ:; HTAB 10: INPUT CN(JJ)
1610 VTAB XX: HTAB 24: INPUT FX(JJ): VTAB IX: HTAB 34: INPUT FY(JJ)
1620 NEXT JJ
1630 VTAB 21: HTAB 1: PRINT "DESEA CAMBIAR ALGUN DATO (S/N) ": INPUT C$
1640 VTAB 21: PRINT "
1650 IF C$ = "N" THEN 1770
1660 IF C$ = "S" THEN 1680
1670 GOTO 1630
1680 VTAB 21: PRINT "No. de dato a correr ": INPUT C2
1690 VTAB 21: PRINT "
1700 IF C2 > = VI AND C2 < = VF THEN 1720
1710 GOTO 1630
1720 XX = C2 - VI + 10
1730 VTAB XX: PRINT "
1740 VTAB XX: HTAB 2: PRINT C2:; HTAB 10: INPUT CN(C2)
1750 VTAB XX: HTAB 24: INPUT FX(C2): VTAB IX: HTAB 34: INPUT FY(C2)
1760 GOTO 1630
1770 NEXT J
1780 REM ***** GUARDA LOS VALORES DE LAS CARGAS *****
1790 PRINT D$:"OPEN CARGAS,D2,L35"
1800 FOR I = 1 TO C1
1810 PRINT D$:"WRITE CARGAS ,R":I
1820 PRINT CN(I)
1825 PRINT FX(I)
1830 PRINT FY(I)
1840 PRINT I
1850 NEXT I
1860 PRINT D$:"CLOSE"
1865 GOTO 4130
1870 REM ***** ANGULO DE CARGAS DE GRAVEDAD *****
1880 IF CC = 2 THEN 1990
1885 GOSUB 2000
1890 VTAB 6: HTAB 3: PRINT "ANGULO DE CARGAS DE GRAVEDAD "
1900 VTAB 15: HTAB 3: PRINT "ALFA = ": INPUT ALFA
1910 VTAB 21: HTAB 3: PRINT "DESEA CAMBIAR EL DATO (S/N) ": INPUT C$
1920 VTAB 21: PRINT "
1940 IF C$ = "N" THEN 1990
1950 IF C$ = "S" THEN 1970
1960 GOTO 1910
1970 VTAB 15: PRINT "
1980 GOTO 1900
1990 RETURN
2000 HOME
2010 VTAB 1: HTAB 19: PRINT "F. V. B."
2020 VTAB 3: HTAB 16: PRINT "PROGRAMA ANINEF"
2030 RETURN
2060 DIM CO(MI),FI(MI)
2070 FOR J = 1 TO MI STEP 10
2080 GOSUB 2000
2090 VTAB 6: HTAB 3: PRINT "MATERIALES "
3010 VTAB 8: PRINT "      COHESION      FI"
3020 VI = J:VF = J + 9:XX = 9

```

```

3030 IF VF > M1 THEN VF = M1
3040 FOR JJ = VI TO VF
3050   C = X1 + 1
3060   VTAB XX: HTAB 2: PRINT JJ; HTAB 7: INPUT C0(JJ): VTAB XX: HTAB 21: INPUT F1(JJ)
3070   NEXT JJ
3080   VTAB 21: HTAB 1: PRINT "DESEA CAMBIAR ALGUN DATO (S/N) ": INPUT C$
3090   VTAB 21: PRINT
4000   IF C$ = "N" THEN 4110
4010   IF C$ = "S" THEN 4030
4020   GOTO 3080
4030   VTAB 21: HTAB 1: PRINT "No. de Materias corregir: INPUT C2
4040   VTAB 21: PRINT
4050   IF C2 > = VI AND C2 < = VF THEN 4070
4060   GOTO 4030
4070   XX = C2 - J + 10
4080   VTAB XX: PRINT "
4090   VTAB HTAB 2PRINT2:: HTAB 7: INPUT C2): VTAB XX: HTAB 21: INPUT F12)
4100   GOTO 3080
4110   NEXT J
4120   RETURN
4130   END

```

```

10 REM **** TESIS2 ****
15 REM **** LECTURA DE DATOS INICIALES ****
20 D$ = CHR$(4)
30 HOME : VTAB 15: HTAB 3: PRINT "LECTURA DE DATOS INICIALES "
40 PRINT D$:"OPEN DATINIC,D2,L50"
50 PRINT D$:"READ DATINIC,R1"
60 INPUT N1,E1,M1
70 INPUT C1,CC,ALFA,ES,DP,IP
80 PRINT D$:"CLOSE"
90 REM **** LECTURA DE PUNTOS NODALES ****
100 HOME : VTAB 15: HTAB 3: PRINT "LECTURA DE PUNTOS NODALES "
110 DIM X(N1),Y(N1),ID(2,N1)
120 PRINT D$:"OPEN NOD,D2,L15"
130 FOR II = 1 TO N1
135 PRINT D$:"READ NOD,R":II
140 INPUT X(II)
150 INPUT Y(II)
160 INPUT ID(1,II)
170 INPUT ID(2,II)
180 NEXT II
190 PRINT D$:"CLOSE"
200 REM **** LECTURA DE MATERIALES ****
210 HOME : VTAB 15: HTAB 3: PRINT "LECTURA DE MATERIALES "
220 DIM E(M1),P(M1),V(M1),CU(M1),FI(M1)
230 PRINT D$:"OPEN MATERIALES,D2,L20"
240 FOR II = 1 TO M1
250 PRINT D$:"READ MATERIALES,R":II
260 INPUT E(II)
270 INPUT P(II)
280 INPUT V(II)
282 INPUT CU(II)
284 INPUT FI(II)
290 NEXT II
300 PRINT D$:"CLOSE"
310 REM **** LECTURA DE LOS ELEMENTOS ****
320 HOME : VTAB 14: HTAB 3: PRINT "LECTURA DE ELEMENTOS "
330 DIM I(E1),J(E1),K(E1),L(E1),M(E1)
340 PRINT D$:"OPEN ELEMENTOS,D2,L30"
350 FOR II = 1 TO E1
360 PRINT D$:"READ ELEMENTOS,R":II
370 INPUT I(II)
380 INPUT J(II)
390 INPUT K(II)
400 INPUT L(II)
410 INPUT M(II)
420 NEXT II
430 PRINT D$:"CLOSE"
445 REM **** NUMERACION DE ECUACIONES CON DESPLAZAMIENTOS NULOS,NO NULOS,PRESCRITOS ****
450 GOSUB 540
460 REM **** CALCULO DE LA MATRIZ D DE CADA MATERIAL ****
470 DIM DD(3,3)
480 GOSUB 1010

```

```

465 GOTO 1170
530 REM *** NUMERACION DE ECUACIONES CON DESPLAZAMIENTOS NULOS, NO NULOS Y PRESCRITOS ****
540 HOME : VTAB 15: HTAB 3: PRINT "NUMERACION DE LAS ECUACIONES "
550 NC = 0: NI = 0: NP = 0
560 FOR I1 = 1 TO NI
570 FOR KK = 1 TO 2
580 ON ID(KK, I1) GOTO 590, 620, 650
590 NC = NC + 1
600 ID(KK, I1) = NC
610 GOTO 670
620 NN = NN + 1
630 ID(KK, I1) = 0
640 GOTO 670
650 NP = NP + 1
660 ID(KK, I1) = - NP
670 NEXT KK
680 NEXT I1
691 REM **** LECTURA DE FUERZAS EXTERNAS CON INDICADOR DE ECUACION ****
692 PRINT D$: "OPEN CARGAS, D2, L35"
693 FOR I = 1 TO C1
694 PRINT D$: "READ CARGAS, R": I
695 INPUT CW: INPUT CZ: INPUT FX: INPUT FY
696 CW = ID(1, CW): CZ = ID(2, CZ)
697 PRINT D$: "WRITE CARGAS, R": I
698 PRINT CW: PRINT CZ: PRINT FX: PRINT FY
699 NEXT I
700 PRINT D$: "CLOSE"
701 CD = 1.
702 REM **** GUARDA (NC=NO NULO, NN=NULOS, NP=PRESCRITOS) ****
703 HOME : VTAB 15: HTAB 3: PRINT "GUARDA LOS NC, NN, NP"
704 PRINT D$: "OPEN DATINIC, D2, L50"
705 PRINT D$: "WRITE DATINIC, R2"
706 PRINT NC
707 PRINT NN
708 PRINT NP
709 PRINT CD
710 PRINT D$: "CLOSE"
711 REM **** GUARDA LOS IDE DE CADA ELEMENTO ****
712 HOME : VTAB 15: HTAB 3: PRINT "GUARDA LOS IDE DE CADA ELEMENTO "
713 PRINT D$: "OPEN IDE, D2, L104"
714 FOR EH = 1 TO E1
715 IA = I(EH): JA = J(EH): KA = K(EH): LA = L(EH)
716 PRINT D$: "WRITE IDE, R": EH
717 PRINT ID(1, IA)
718 PRINT ID(2, IA)
719 PRINT ID(1, JA)
720 PRINT ID(2, JA)
721 PRINT ID(1, KA)
722 PRINT ID(2, KA)
723 PRINT ID(1, LA)
724 PRINT ID(2, LA)
725 NEXT EH
726 PRINT D$: "CLOSE"
727 RETURN
728 REM **** CREACION DE LA MATRIZ D PARA CADA MATERIAL ****
729 HOME : VTAB 15: HTAB 3: PRINT "CALCULO DE LA MATRIZ D DE CADA MATERIAL"
730 FOR I1 = 1 TO NI
731 AE = E(I1): NU = P(I1)
732 GOSUB 1150
733 REM **** GUARDA EN MEMORIA LA MATRIZ D ****
734 PRINT D$: "OPEN MATRIZDT, D2, L40"
735 PRINT D$: "WRITE MATRIZDT, R": I1
736 PRINT DD(1, 1)
737 PRINT DD(1, 2)
738 PRINT DD(3, 3)
739 PRINT D$: "CLOSE"
740 NEXT I1
741 RETURN
742 REM **** CALCULO DE LA MATRIZ D ****
743 CO = AE / ((1. + NU) * (1. - (2. * NU)))
744 DD(1, 1) = (1. - NU) * CO: DD(1, 2) = NU * CO: DD(3, 3) = ((1. - (2. * NU)) / 2.) * CO
745 RETURN
746 END

```



```

10  REM ***** IL 153 *****
15  REM ***** LECTURA DE DATOS INICIALES *****
20  DT = (PRG) (4)
30  HOME : VTAB 15; HTAB 3; PRINT "LECTURA DE DATOS INICIALES "
40  PRINT D$;"OPEN DATINIC,D2,L50"
50  PRINT D$;"READ DATINIC,R1"
60  INPUT NI,EI,HI
70  INPUT C1,CC,ALFA,GU,DP,IP
80  PRINT D$;"CLOSE"
90  DIM I(4),X(4),Y(4),DD(3,3),SI(2),ET(2),H(2),B(3,8),DB(3,8),KR(8,8),N(4),NS(4),NE(4),FC(8),I
100 REM ***** CALCULO DE LA MATRIZ DE RIGIDEZES *****
105 F1 = 1
110 FOR EM = 1 TO EI
120 REM ***** LECTURA DEL INDICADOR DEL ELEMENTO *****
130 PRINT D$;"OPEN INDICA,D2,L10"
140 PRINT D$;"READ INDICA,R";EM
150 INPUT GI
160 PRINT D$;"CLOSE"
170 IF GI = F1 THEN 190
180 GOTO 1968
190 REM ***** LECTURA DEL ELEMENTO *****
195 F1 = F1 + 1
200 HOME : VTAB 14; HTAB 3; PRINT "LECTURA DE ELEMENTOS "
210 PRINT D$;"OPEN ELEMENTOS,D2,L30"
220 PRINT D$;"READ ELEMENTOS,R";EM
230 INPUT I(1)
240 INPUT I(2)
250 INPUT I(3)
260 INPUT I(4)
280 INPUT MA
300 PRINT D$;"CLOSE"
310 REM ***** LECTURA DE PUNTOS NODALES *****
320 HOME : VTAB 14; HTAB 3; PRINT "LECTURA DE PUNTOS NODALES"
330 PRINT D$;"OPEN NOD,D2,L15"
340 FOR II = 1 TO 4
350 PRINT D$;"READ NOD,R";I(II)
360 INPUT X(II)
370 INPUT Y(II)
380 INPUT CU
390 INPUT CU
400 NEXT II
410 PRINT D$;"CLOSE"
420 REM ***** LECTURA DE LA MATRIZ D *****
430 HOME : VTAB 14; HTAB 3; PRINT "LECTURA DE LA MATRIZ D "
435 PRINT MA
440 PRINT D$;"OPEN MATRIZDT,D2,L40"
450 PRINT D$;"READ MATRIZDT,R";MA
460 INPUT DD(1,1)
470 INPUT DD(1,2)
480 INPUT DD(3,3)
490 PRINT D$;"CLOSE"
500 DD(2,1) = DD(1,2);DD(2,2) = DD(1,1);DD(1,3) = 0.;DD(2,3) = 0.;DD(3,2) = DD(2,3);DD(3,1) = 0
510 REM ***** LECTURA DE MATERIALES *****
520 HOME : VTAB 15; HTAB 3; PRINT "LECTURA DE MATERIALES "
530 PRINT D$;"OPEN MATERIALES,D2,L20"
540 PRINT D$;"READ MATERIALES,R";MA
550 INPUT CU
560 INPUT PV
570 INPUT CU
580 INPUT CU
590 PRINT D$;"CLOSE"
600 PRINT D$;"CLOSE"
1180 SI(1) = .57735026918963
1190 SI(2) = - SI(1)
1200 ET(1) = SI(1)
1210 ET(2) = - SI(1)
1220 H(1) = 1.
1230 H(2) = 1.
1235 T = GU * PV
1252 IF CC = 2 THEN 1259
1253 IF ALFA = 270. THEN 1257
1254 ALFA = ALFA * .017453292
1255 SENO = SIN (ALFA);CAS = COS (ALFA)
1256 GOTO 1259
1257 CAS = 0.;SENO = - 1.
1259 REM CONTINUAR
1390 GOSUB 1370
1400 REM ***** GUARDA LA MATRIZ DE RIGIDEZES *****
1410 PI = (GI - 1) * 3 + 1
1420 FF = GI + 8

```

```

1430 PRINT D$;"OPEN MATRIZ,02,L104"
1440 XX = 0
1450 FOR EE = PI TO PF
1460 PRINT D$;"WRITE MATRIZ,R";EE
1470 XX = XX + 1
1480 FOR JJ = 1 TO 8
1490 PRINT KR(XX, JJ)
1500 NEXT JJ
1510 NEXT EE
1520 PRINT D$;"CLOSE"
1525 IF CC = 2 THEN 1790
1730 PRINT D$;"OPEN FZACPO,02,L120"
1740 PRINT D$;"WRITE FZACPO,R"TEM
1750 FOR II = 1 TO 8
1760 PRINT FC(II)
1770 NEXT II
1780 PRINT D$;"CLOSE"
1790 REM ***** CALCULO DB DEL CENTRO *****
1800 SA = 0.0
1810 EA = 0.0
1812 VI = (OI * 5)
1820 IG = 1; IK = 1; JK = 1
1830 GOSUB 2260
1840 GOSUB 3020
1845 GOSUB 3060
1868 NEXT EM
1869 GOTO 3140
1970 REM ***** CALCULO DE LA MATRIZ DE RIGIDEZES DE UN ELEMENTO *****
1980 FOR II = 1 TO 8
1990 FC(II) = 0.
2000 NEXT II
2010 FOR II = 1 TO 8
2020 AB(II) = 0.
2030 NEXT II
2032 FOR II = 1 TO 8
2033 FOR IJ = 1 TO 8
2034 KR(II, IJ) = 0.0
2035 NEXT IJ
2036 NEXT II
2037 VI = (OI - 1) * 5 + 1
2040 FOR IK = 1 TO 2
2050 FOR JK = 1 TO 2
2060 SA = S1(IK)
2070 EA = ET(JK)
2080 IG = 0
2090 GOSUB 2260
2100 GOSUB 2920
2110 GOSUB 2930
2112 GOSUB 3020
2114 GOSUB 3060
2116 VI = VI + 1
2130 NEXT JK
2140 NEXT IK
2150 RETURN
2260 REM ***** CALCULO DEL JACOBIANO, FUNCIONES DE FORMA, MATRIZ B, FUERZAS DE CUERPO *****
2270 REM ***** FUNCIONES DE FORMA *****
2280 N(1) = .25 * (1. + SA) * (1. + EA)
2290 N(2) = .25 * (1. - SA) * (1. + EA)
2300 N(3) = .25 * (1. - SA) * (1. - EA)
2310 N(4) = .25 * (1. + SA) * (1. - EA)
2320 REM ***** DERIVADAS DE LAS FUNCIONES DE FORMA RESPECTO A LAS COORDENADAS LOCALES *****
2330 NS(1) = .25 * (1. + EA)
2340 NS(2) = -.25 * (1. + EA)
2350 NS(3) = -.25 * (1. - EA)
2360 NS(4) = .25 * (1. - EA)
2370 NE(1) = .25 * (1. + SA)
2380 NE(2) = -.25 * (1. - SA)
2390 NE(3) = -.25 * (1. - SA)
2400 NE(4) = .25 * (1. + SA)
2410 REM ***** TRANSFORMACIONES ISOPARAMETRICAS *****
2420 IA = 1; JB = 2; KA = 3; LA = 4
2430 REM ***** PUNTOS GAUSSIANOS *****
2440 PX(IG) = N(1) * X(IA) + N(2) * X(JB) + N(3) * X(KA) + N(4) * X(LA)
2450 PY(IG) = N(1) * Y(IA) + N(2) * Y(JB) + N(3) * Y(KA) + N(4) * Y(LA)
2460 XS = NS(1) * X(IA) + NS(2) * X(JB) + NS(3) * X(KA) + NS(4) * X(LA)
2470 XE = NE(1) * X(IA) + NE(2) * X(JB) + NE(3) * X(KA) + NE(4) * X(LA)
2480 YS = NS(1) * Y(IA) + NS(2) * Y(JB) + NS(3) * Y(KA) + NS(4) * Y(LA)
2490 YE = NE(1) * Y(IA) + NE(2) * Y(JB) + NE(3) * Y(KA) + NE(4) * Y(LA)
2500 REM ***** DERIVADAS DE FORMA CON RESPECTO A COORDENADAS GLOBALES *****
2510 JA = XS * YE - XE * YS

```



```

113 FOR II = 1 TO MC
-114 MH(II) = 0
115 NEXT II
120 FOR EM = 1 TO E1
130 REM ***** LECTURA DEL IDE *****
140 PRINT D$;"OPEN IDE,D2,L104"
150 PRINT D$;"READ IDE,R";EM
160 FOR I1 = 1 TO 3
170 INPUT IE(I1)
180 NEXT I1
-190 PRINT D$;"CLOSE"
200 REM ***** ESCOGE EL ID MAS PEQUEÑO *****
210 MN = 9999
220 FOR I1 = 1 TO 3
230 IF IE(I1) < = 0 THEN 250
240 IF IE(I1) < MN THEN MN = IE(I1)
250 NEXT I1
260 REM ***** CALCULA EL ALTO DE COLUMNAS Y SE ESCOGE EL MAYOR ENTRE LOS DOS CONSECUTIVOS *****
270 FOR I1 = 1 TO 3
-280 IF IE(I1) < = 0 THEN 320
290 MC = IE(I1)
300 MA = MC - MN + 1
310 IF MA > MH(MC) THEN MH(MC) = MA
320 NEXT I1
330 NEXT EM
340 REM ***** CALCULO DEL MD *****
350 MD(1) = MH(1)
360 FOR I1 = 2 TO NC
-370 MD(I1) = MD(I1 - 1) + MH(I1)
380 NEXT I1
390 CD = MD(NC)
400 DIM KT(CD),KE(3,3)
410 REM ***** INICIALIZA LA MATRIZ DE RIGIDECES *****
420 FOR I1 = 1 TO CD
430 KT(I1) = 0.
440 NEXT I1
450 REM ***** ENSAMBLA LA MATRIZ *****
-455 IG = 0
460 FOR EM = 1 TO E1
-461 PRINT D$;"OPEN INDICA,D2,L10"
-462 PRINT D$;"READ INDICA,R";EM
463 INPUT GI
-464 PRINT D$;"CLOSE"
-465 IF GI = IG THEN GOTO 600
-470 PRINT D$;"OPEN MATRIZ,D2,L104"
480 PI = (GI - 1) * 3 + 1
-490 PF = GI * 3
500 XX = 0
-510 REM ***** LEE LA MATRIZ DEL ELEMENTO *****
520 FOR EE = PI TO PF
530 PRINT D$;"READ MATRIZ,R";EE
540 XX = XX + 1
550 FOR JJ = 1 TO 3
560 INPUT KE(XX,JJ)
570 NEXT JJ
-580 NEXT EE
590 PRINT D$;"CLOSE"
-600 REM ***** LECTURA DEL IDE *****
610 PRINT D$;"OPEN IDE,D2,L104"
-620 PRINT D$;"READ IDE,R";EM
530 FOR I1 = 1 TO 3
540 INPUT IE(I1)
650 NEXT I1
-660 PRINT D$;"CLOSE"
570 REM ***** ENSAMBLE *****
580 FOR R = 1 TO 3
-685 IF IE(R) < = 0 THEN 770
690 FOR C = 1 TO 3
-710 IF IE(R) > IE(C) THEN 760
720 I = IE(R)
730 J = IE(C)
740 LI = MD(J) - (J - 1)
750 KT(LI) = KT(LI) + IE(R,C)
760 NEXT C
770 NEXT R
-775 IG = GI
780 NEXT EM
790 REM ***** GUARDA EL MD *****
800 PRINT D$;"OPEN VEC,MD,D2,L15"
-810 FOR I1 = 1 TO NC

```

```

830 PRINT D$; "WRITE VECMD,R";II
835 PRINT MD(II)
840 NEXT II
844 PRINT D$; "CLOSE"
850 REM **** GUARDA KT ****
860 PRINT D$; "OPEN MATRIAN,D2,L30"
870 FOR II = 1 TO CD
880 PRINT D$; "WRITE MATRIAN,R";II
890 PRINT KT(II)
900 NEXT II
910 PRINT D$; "CLOSE"
920 PRINT D$; "OPEN DATINIC,D2,L50"
930 PRINT D$; "WRITE DATINIC,R2"
940 PRINT NC
950 PRINT NN
960 PRINT NP
970 PRINT CD
980 PRINT D$; "CLOSE"
990 END

```

```

5 REM **** TESSS ****
10 REM **** TRIANGULACION DE LA MATRIZ DE RIGIDECES ****
20 D$ = CHR$(4)
30 REM **** LECTURA DE DATOS INICIALES ****
40 PRINT D$; "OPEN DATINIC,D2,L50"
50 PRINT D$; "READ DATINIC,R2"
60 INPUT NC,NN,NP,CD
70 PRINT D$; "CLOSE"
90 DIM MD(NC),KT(CD)
90 REM **** LECTURA DEL VECTOR MD ****
100 PRINT D$; "OPEN VECMD,D2,L15"
110 FOR II = 1 TO NC
120 PRINT D$; "READ VECMD,R";II
130 INPUT MD(II)
140 NEXT II
150 PRINT D$; "CLOSE "
160 REM **** LECTURA DE KT ****
170 PRINT D$; "OPEN MATRIAN,D2,L30"
180 FOR II = 1 TO CD
190 PRINT D$; "READ MATRIAN,R";II
200 INPUT KT(II)
210 NEXT II
220 PRINT D$; "CLOSE"
230 REM **** TRIANGULACION ****
240 IF MD(2) = 2 THEN 270
250 KT(2) = KT(2) / KT(1)
260 KT(3) = KT(3) - KT(1) * KT(2) * KT(2)
270 IF NC = 2 THEN 700
280 FOR J = 3 TO NC
290 JH = J - 1
300 JJ = MD(J)
310 LJ = MD(JH) + 1
320 JH = JJ - LJ
330 IF JH = 0 THEN 690
340 MJ = J - JH
350 LL = MD(MJ)
360 KT(LJ) = KT(LJ) / KT(LL)
370 LP = MJ + 1
380 IF JH < LP THEN 600
390 FOR I = LP TO JM
400 XX = 0.
410 KS = I - 1
420 II = MD(I)
430 LI = MD(KS) + 1
440 IH = II - LI
450 IF IH < = 0 THEN 570
460 MI = I - IH
470 IF MI > = MJ THEN 490
480 IF MJ > MI THEN 500
490 KI = MI: GOTO 510
500 KI = MJ
510 FOR K = KI TO KS
520 IK = K - MI + LI
530 KJ = K - MJ + LJ

```

```

540 FK = HD(I)
550 XX = XX + KT(IJ) * KT(IK) * KT(KJ)
560 NEXT K
570 IJ = I - MJ + LJ
580 KT(IJ) = (KT(IJ) - XX) / KT(II)
590 NEXT I
600 XX = 0.
610 KS = JM
620 KI = MJ
630 FOR K = KI TO KS
640 KJ = K - MJ + LJ
650 KK = ND(K)
660 XX = XX + KT(KK) * KT(KJ) * KT(KJ)
670 NEXT K
680 KT(JJ) = KT(JJ) - XX
690 NEXT J
700 REM **** GUARDA LA TRIANGULACION ****
710 PRINT D$;"OPEN MATRIAN,D2,L30"
720 FOR II = 1 TO CD
730 PRINT D$;"WRITE MATRIAN,R";II
740 PRINT KT(II)
750 NEXT II
760 PRINT D$;"CLOSE"
770 END

```

```

10 REM **** TESIS6 ****
15 REM **** ENSAMBLE DEL VECTOR DE FUERZAS TOTALES Y FUERZAS INCREMENTALES ****
20 DS = CHR$(4)
30 REM **** LECTURA DE DATOS INICIALES ****
40 PRINT D$;"OPEN DATINIC,D2,L50"
50 PRINT D$;"READ DATINIC,R"
60 INPUT N1,E1,M1,C1,CC,ALFA,P1,DP,IP
70 PRINT D$;"READ DATINIC,R2"
80 INPUT NC,NN,MP,CD
90 PRINT D$;"CLOSE"
100 DIM IE(8),FF(8),FC(NC),FT(NC),CN(C1),FX(C1),FY(C1)
105 DIM CU(C1)
110 REM **** INICIALIZA EL VECTOR FC****
120 FOR II = 1 TO NC
130 FC(II) = 0.0:FT(NC) = 0.0
140 NEXT II
145 IF CC = 2 THEN 330
150 FOR EM = 1 TO E1
160 REM **** LECTURA DEL IDE ****
170 PRINT D$;"OPEN IDE,D2,L104"
180 PRINT D$;"READ IDE,R";EM
190 FOR IJ = 1 TO 8
200 INPUT IE(IJ)
210 NEXT IJ
220 PRINT D$;"CLOSE"
230 REM **** LECTURA DE LAS FUERZAS DE CUERPO ****
240 PRINT D$;"OPEN FIACPO,D2,L120"
250 PRINT D$;"READ FIACPO,R";EM
255 FOR IJ = 1 TO 8
256 INPUT FF(IJ)
257 NEXT IJ
258 PRINT D$;"CLOSE"
259 FOR II = 1 TO 8
260 NL = IE(II)
270 IF NL <= 0 THEN 310
280 FC(NL) = FC(NL) - FF(II)
290 FT(NL) = FT(NL) - FF(II)
300 NEXT II
310 NEXT EM
320 REM **** LECTURA DE CARGAS EXTERNAS ****
330 PRINT D$;"OPEN CARGAS,D2,L35"
340 FOR I = 1 TO C1
350 PRINT D$;"READ CARGAS,R";I
360 INPUT CN(I)
370 INPUT CU(I)
375 INPUT FX(I)
380 INPUT FY(I)
390 NEXT I
400 PRINT D$;"CLOSE"

```

```

420 YY = 0
430 FOR II = 1 TO C1
435 IF CW(II) <= 0 THEN 450
440 NX = CN(II)
441 FC(NX) = FC(NX) + (P1 * FX(III))
442 FT(NX) = FT(NX) + (DP * FX(III))
450 IF CW(II) <= 0 THEN 500
455 NY = CW(II)
470 FC(NY) = FC(NY) + (P1 * FY(III))
490 FT(NY) = FT(NY) + (DP * FY(III))
500 NEXT II
510 REM ****GUARDA EL VECTOR DE CARGAS TOTALES ****
520 PRINT D$:"OPEN FUETOT,D2,L30"
530 FOR II = 1 TO NC
540 PRINT D$:"WRITE FUETOT,R";II
550 PRINT FC(II)
560 NEXT II
570 PRINT D$:"CLOSE"
580 REM **** GUARDA EL VECTOR DE INCREMENTO DE CARGAS ****
590 PRINT D$:"OPEN FUEINCR,D2,L30"
600 FOR II = 1 TO NC
610 PRINT D$:"WRITE FUEINCR,R";II
620 PRINT FT(II)
630 NEXT II
640 PRINT D$:"CLOSE"
650 REM **** INICIALIZA FUETOT ****
660 XX = 0.0
670 PRINT D$:"OPEN FUETOT,D2,L30"
680 FOR I = 1 TO NC
690 PRINT D$:"WRITE FUETOT,R";I
695 PRINT XX
700 NEXT I
710 PRINT D$:"CLOSE"
720 REM *** INICIALIZA DESPLA ****
730 PRINT D$:"OPEN DESPLA,D2,L30"
740 FOR I = 1 TO NC
750 PRINT D$:"WRITE DESPLA,R";I
760 PRINT XX
770 NEXT I
780 PRINT D$:"CLOSE"
790 REM **** INICIALIZA ESFACU ****
800 PRINT D$:"OPEN ESFACU,D2,L100"
810 FOR I = 1 TO E1
820 PRINT D$:"WRITE ESFACU,R";I
830 PRINT XX: PRINT XX: PRINT XX
840 NEXT I
850 PRINT D$:"CLOSE"
860 REM **** INICIALIZA DESACU ****
870 PRINT D$:"OPEN DESACU,D2,L100"
880 FOR I = 1 TO E1
890 PRINT D$:"WRITE DESACU,R";I
900 PRINT XX: PRINT XX: PRINT XX
910 NEXT I
920 PRINT D$:"CLOSE"
930 Z = 1:IT = 0
940 PRINT D$:"OPEN DATINIC,D2,L50"
950 PRINT D$:"WRITE DATINIC,R3"
960 PRINT Z
965 PRINT IT
970 PRINT D$:"CLOSE"
980 REM **** INICIALIZA FUEACU ****
990 PRINT D$:"OPEN FUEACU,D2,L100"
1000 FOR I = 1 TO NC
1010 PRINT D$:"WRITE FUEACU,R";I
1020 PRINT XX
1030 NEXT I
1040 PRINT D$:"CLOSE"
1050 END

```

```

10 REM **** TESIS7 ****
15 REM **** CALCULO DE ESFUERZOS Y DESPLAZAMIENTOS INCREMENTALES ****
20 REM REM **** LECTURA DE DATOS INICIALES ****
30 D$ = CHR$(4)
40 PRINT D$:"OPEN DATINIC,D2,L50"

```

```

50 PRINT D$:"GLAD DAINIC, R1"
60 INPUT N1,E1,M1,C1,CC,ALFA,ES,OP,IP
70 PRINT D$:"READ DAINIC,R2"
80 INPUT NC,NC,MP,CD
82 PRINT D$:"READ DAINIC,R3"
94 INPUT Z,I
90 PRINT D$:"CLOSE"
91 PRINT "ANTES Z= ",Z
92 IF Z = 1 THEN IT = 0
93 IT = IT + 1
94 Z = 1
100 DIM KT(CD),MD(NC),U(NC),FC(NC),F(NC),FT(NC)
110 REM **** LECTURA DE MATRIZ DE RIGIDECES TRIANGULARIZADA ****
120 PRINT D$:"OPEN MATRIAN,D2,L30"
130 FOR I = 1 TO CD
140 PRINT D$:"READ MATRIAN,R";I
150 INPUT KT(I)
160 NEXT I
170 PRINT D$:"CLOSE"
180 REM **** LECTURA DE LAS FUERZAS DE EXCESO DE ENFUERZOS ****
185 PRINT "FUERZAS EN EXCESO"
190 PRINT D$:"OPEN FUETOT,D2,L30"
200 FOR I = 1 TO NC
210 PRINT D$:"READ FUETOT,R";I
220 INPUT FC(I)
225 PRINT "FC= ",I,FC(I)
230 NEXT I
240 PRINT D$:"CLOSE"
250 REM **** LECTURA DEL VECTOR DE CARGAS INCREMENTALES ****
255 PRINT "FUERZAS INCREMENTALES"
260 PRINT D$:"OPEN FUEINCR,D2,L30"
270 FOR I = 1 TO NC
280 PRINT D$:"READ FUEINCR,R";I
290 INPUT F(I)
295 PRINT "F= ",I,F(I)
300 NEXT I
305 PRINT D$:"CLOSE"
310 REM **** LECTURA DEL MD ****
320 PRINT D$:"OPEN VECMD,D2,L15"
330 FOR I = 1 TO NC
340 PRINT D$:"READ VECMD,R";I
350 INPUT MD(I)
360 NEXT I
370 PRINT D$:"CLOSE"
380 REM **** LECTURA DE LOS DESPLAZAMIENTOS ANTERIORES ****
385 PRINT "DESPLAZAMIENTOS ANTERIORES"
390 PRINT D$:"OPEN DESPLA,D2,L30"
400 FOR I = 1 TO NC
410 PRINT D$:"READ DESPLA,R";I
420 INPUT U(I)
425 PRINT "U= ",I,U(I)
430 NEXT I
440 PRINT D$:"CLOSE"
450 REM **** SUMA DE LAS CARGA INCREMENTAL Y LA DE EXCESO DE ESFUERZOS ****
460 FOR I = 1 TO NC:F(I) = F(I) + FC(I): NEXT I
470 REM **** CALCULO DE LAS DEFORMACIONES ****
480 FOR I = 2 TO NC
490 XX = 0.
500 IJ = I - 1
510 KI = MD(IJ) + 1
520 KS = MD(I) - 1
530 FI = KS - KI
540 IF FI < 0 THEN 600
550 II = I + MD(IJ) - MD(I)
560 FOR K = KI TO KS
570 II = II + 1
580 XX = XX + KT(K) * F(II)
590 NEXT K
600 F(I) = F(I) - XX
605 NEXT I
610 FOR I = 1 TO NC
620 KA = MD(I)
630 F(I) = F(I) / KT(KA)
640 NEXT I
650 NN = NC - 1
660 NI = NC - 1
670 FOR I = 1 TO NI
680 NU = NI - 1
690 II = MD(NU)
700 KI = (NI + 1) - (MD(NI) - MD(NU))

```



```

710 I5 = IN - 1
720 FI = FS - KI
730 IF FI < 0 THEN 730
740 FOR K = KI TO KS
750 II = I1 + 1
760 F(K) = F(K) - KI(II) * F(NH)
770 NEXT K
780 NH = NI - 1
790 NEXT I
791 REM **** CRITERIO DE TOLERANCIA ****
792 K2 = 0
793 FOR I = 1 TO NC
794 IF ABS(F(I)) > K2 THEN K2 = ABS(F(I))
795 NEXT I
796 FOR I = 1 TO NC
797 KI = ABS((F(I) - U(I)) / K2)
798 IF KI > .001 THEN Z = 0
799 U(I) = F(I): PRINT "D= ", I, F(I): PRINT "CONVERGENCIA", I, KI, Z
800 NEXT I
801 PRINT "DESPUES Z= ", Z
802 IF Z = 0 THEN 817
803 REM **** LECTURA DE LOS DESPLAZAMIENTOS ACUMULADOS ****
804 PRINT D$: "OPEN FUEACU, D2, L100"
805 FOR I = 1 TO NC
806 PRINT D$: "READ FUEACU, R": I
807 INPUT FT(I)
808 NEXT I
809 PRINT D$: "CLOSE"
810 FOR I = 1 TO NC: FT(I) = FT(I) + F(I): NEXT I
811 PRINT D$: "OPEN FUEACU, D2, L100"
812 FOR I = 1 TO NC
813 PRINT D$: "WRITE FUEACU, R": I
814 PRINT FT(I)
815 NEXT I
816 PRINT D$: "CLOSE"
817 REM **** CALCULO DE LOS ESFUERZOS ****
818 DIM IE(8), DB(3, 8), UI(8), ES(3), B(3, 8), DES(3), ZZ(9)
819 GI = 0
820 FOR EM = 1 TO E1
821 REM **** LECTURA DEL IDE DE CADA ELEMENTO ****
822 PRINT D$: "OPEN IDE, D2, L104"
823 PRINT D$: "READ IDE, R": EM
824 INPUT IE(1)
825 INPUT IE(2)
826 INPUT IE(3)
827 INPUT IE(4)
828 INPUT IE(5)
829 INPUT IE(6)
830 INPUT IE(7)
831 INPUT IE(8)
832 PRINT D$: "CLOSE"
833 REM **** LECTURA DEL INDICADOR DE GENERACION ****
834 PRINT D$: "OPEN INDICA, D2, L10"
835 PRINT D$: "READ INDICA, R": EM
836 INPUT IG
837 PRINT D$: "CLOSE"
838 IF IG = GI THEN GOTO 1068
839 REM **** LECTURA DE LA MATRIZ D ****
840 PRINT D$: "OPEN MATRIZD, D2, L40"
841 PRINT D$: "READ MATRIZD, R1"
842 INPUT D(1, 1)
843 INPUT D(1, 2)
844 PRINT D$: "CLOSE"
845 D(2, 1) = D(1, 2): D(2, 2) = D(1, 1): D(1, 3) = 0: D(2, 3) = 0: D(3, 2) = D(2, 3): D(3, 1) = D(1, 3)
846 VI = IG * 5
847 PRINT D$: "OPEN MATRIB, D2, L104"
848 PRINT D$: "READ MATRIB, R": VI
849 FOR I = 1 TO 9
850 INPUT ZZ(I)
851 NEXT I
852 PRINT D$: "CLOSE"
853 IX = 1: IY = 2
854 FOR I = 1 TO 4
855 IV = I + 4
856 B(1, IX) = ZZ(IV)
857 B(2, IY) = ZZ(IV)
858 B(3, IX) = ZZ(IV)
859 B(3, IY) = ZZ(IV)
860 IX = IX + 2

```

```

988 IY = IY + 2
989 NEXT I
990 REM **** CALCULO DE DB ****
991 FOR RI = 1 TO 3
992 FOR RJ = 1 TO 8
993 XX = 0.
994 FOR KI = 1 TO 3
995 XX = XX + D(RI,KI) * B(KI,RJ)
996 NEXT KI
997 DB(RI,RJ) = XX
998 NEXT RJ
999 NEXT RI
1068 REM ***** OBTENCION DE LOS DESPLAZAMIENTOS POR ELEMENTO *****
1070 FOR I = 1 TO 8
1080 UR = E(I)
1090 IF UR > 0 THEN 1125
1105 U1(I) = 0.0
1110 GOTO 1130
1125 U1(I) = F(UR)
1130 NEXT I
1140 REM ***** CALCULO DE LOS ESFUERZOS *****
1150 FOR I1 = 1 TO 3
1160 TT = 0.0;VV = 0.0
1170 FOR KI = 1 TO 8
1183 VV = VV + DB(I1,KI) * U1(KI)
1184 TT = TT + B(I1,KI) * U1(KI)
1190 NEXT KI
1200 ES(I1) = VV;DES(I1) = TT
1210 NEXT I1
1360 REM ***** GUARDA LOS ESFUERZOS INCREMENTALES *****
1370 PRINT D$;"OPEN ESFINC,D2,L100"
1380 PRINT D$;"WRITE ESFINC,R",EM
1390 PRINT ES(1)
1400 PRINT ES(2)
1410 PRINT ES(3)
1420 PRINT D$;"CLOSE"
1430 REM ***** GUARDA LAS DEFORMACIONES UNITARIAS INCREMENTALES *****
1440 PRINT D$;"OPEN DESINC,D2,L100"
1450 PRINT D$;"WRITE DESINC,R",EM
1460 PRINT DES(1)
1470 PRINT DES(2)
1480 PRINT DES(3)
1490 PRINT D$;"CLOSE"
1495 GI = IG
1500 NEXT EM
1510 REM ***** GUARDA EL VECTOR DE DESPLAZAMIENTOS *****
1520 PRINT D$;"OPEN DESPLA,D2,L30"
1530 FOR I = 1 TO NC
1540 PRINT D$;"WRITE DESPLA,R",I
1545 IF Z = 1 THEN U(I) = 0.0
1550 PRINT U(I)
1555 NEXT I
1556 PRINT D$;"CLOSE"
1558 PRINT D$;"OPEN DATINIC,D2,L50"
1560 PRINT D$;"WRITE DATINIC,R3"
1570 PRINT Z
1575 PRINT IT
1580 PRINT D$;"CLOSE"
1590 END

```

```

10 REM ***** TESIS9 *****
15 REM ***** LECTURA DE DATOS INICIALES *****
20 G$ = CHR$(4);H1$ = "N"
30 PRINT G$;"OPEN DATINIC,D2,L50"
40 PRINT G$;"READ DATINIC,R1"
50 INPUT N1,E4,M1,C1,CC,ALFA,ES,DP,IP
60 PRINT G$;"READ DATINIC,R2"
70 INPUT NC,NN,NP,CD
75 PRINT G$;"READ DATINIC,R3"
76 INPUT Z,IT
80 PRINT G$;"CLOSE"
90 HOME
92 PRINT "ITERACION = ",IT
94 IF Z = 1 THEN PRINT "CONVERGENCIA"

```

```

96 IF Z = 0 THEN 130
97 REM **** DESPLAZAMIENTOS ACUMULADOS ***
98 PRINT G4:"OPEN FUEACU,D2,L100"
99 FOR I = 1 TO NC
100 PRINT G5:"READ FUEACU,R";I
101 INPUT A2
102 PRINT I,A2
103 NEXT I
104 PRINT G6:"CLOSE"
130 REM **** INICIA EL PROCESO PARA CADA ELEMENTO ****
140 DIM E1(3),D1(3),I1(3),I2(3),E2(3),D(3,3),F1(3),DF(3),FD(3),DD(3,3),DE(3,3),I3(3),I4(3),D2(3,3)
145 DIM T1(3),AS(3),IE(8),FC(NC)
146 DIM IS(3),ZZ(9):O1 = 0
147 FOR I = 1 TO NC:FC(I) = 0: NEXT I
150 FOR EL = 1 TO E4
151 HOME
152 PRINT "NO. DE ELEMENTO = ",EL
154 FOR I = 1 TO 3:I4(I) = 0: NEXT I
160 REM **** LECTURA DE ESFUERZOS INICIALES ****
170 PRINT G5:"OPEN ESFACU,D2,L100"
180 PRINT G6:"READ ESFACU,R";EL
190 INPUT E1(1): INPUT E1(2): INPUT E1(3)
220 PRINT G6:"CLOSE"
230 REM **** LECTURA DE DEFORMACIONES INICIALES ****
240 PRINT G5:"OPEN DESACU,D2,L100"
250 PRINT G6:"READ DESACU,R";EL
251 INPUT D1(1)
252 INPUT D1(2)
253 INPUT D1(3)
254 PRINT G6:"CLOSE"
256 REM **** LECTURA DEL INDICADOR DE GENERACION ****
258 PRINT G5:"OPEN INDICA,D2,L10"
261 PRINT G6:"READ INDICA,R";EL
262 INPUT IG
263 PRINT G6:"CLOSE"
264 IF O1 = IG THEN 300
270 REM **** LECTURA DEL TIPO DE MATERIAL ****
271 PRINT G5:"OPEN ELEMENTOS,D2,L30"
272 PRINT G6:"READ ELEMENTOS,R";EL
273 INPUT A: INPUT A: INPUT A: INPUT A: INPUT M
274 PRINT G6:"CLOSE"
280 REM **** LECTURA DEL MATERIAL ****
281 PRINT G5:"OPEN MATERIALES,D2,L20"
282 PRINT G6:"READ MATERIALES,R";M
293 INPUT E: INPUT NU: INPUT FV: INPUT F2: INPUT CO
284 PRINT G6:"CLOSE"
285 O1 = IG
300 REM **** LECTURA DE ESFUERZOS INCREMENTALES ****
310 PRINT G5:"OPEN ESFINC,D2,L100"
320 PRINT G6:"READ ESFINC,R";EL
321 INPUT I1(1)
322 INPUT I1(2)
323 INPUT I1(3)
360 PRINT G6:"CLOSE"
370 REM **** LECTURA DE DEFORMACIONES INCREMENTALES ****
380 PRINT G5:"OPEN DESINC,D2,L100"
390 PRINT G6:"READ DESINC,R";EL
391 INPUT I2(1)
392 INPUT I2(2)
393 INPUT I2(3)
410 PRINT G6:"CLOSE"
580 REM **** CALCULO DE ESFUERZOS TOTALES ****
590 FOR I = 1 TO 3
600 E2(I) = E1(I) + I1(I)
610 NEXT I
620 REM **** CALCULO DE CONSTANTES ****
625 F1 = F2 * .017453293
630 AL = (2. * SIN(F1)) / (SQR(3) * (3. - SIN(F1)))
640 AK = (6. * CO * COS(F1)) / (SQR(3) * (3. - SIN(F1)))
650 REM **** CALCULO DE LA FUNCION DE PLASTICIDAD PARA ESFUERZOS TOTALES ****
655 AS(1) = E2(1):AS(2) = E2(2):AS(3) = E2(3)
660 GOSUB 2170
665 S3 = ST
670 IF S3 < .00001 THEN 1440
675 REM **** CALCULO DE LA FUNCION DE PLASTICIDAD PARA ESFUERZOS INICIALES ****
680 AS(1) = E1(1):AS(2) = E1(2):AS(3) = E1(3)
682 E2(1) = E1(1):E2(2) = E1(2):E2(3) = E1(3)
685 GOSUB 2170
700 SF = ST
705 IF SF = 0 THEN 815

```

```

706 IF ABS(SF) < .00001 THEN G15
710 REM ***** AJUSTE EN EL LIMITE PLASTICO *****
715 R1 = ( - SF) / (SS - SF)
720 T1(1) = E1(1) + R1 * I1(1)
725 T1(2) = E1(2) + R1 * I1(2)
730 T1(3) = E1(3) + R1 * I1(3)
735 REM ***** CALCULO DE LA FUNCION CON EL PRIMER AJUSTE *****
740 AS(1) = T1(1):AS(2) = T1(2):AS(3) = T1(3)
745 GOSUB 2170
750 E2(1) = T1(1):E2(2) = T1(2):E2(3) = T1(3)
755 GOTO S17
815 REM
817 REM ***** CALCULO DEL INCREMENTO LIMITE *****
818 REM ***** CALCULO DE LA D ELASTOPLASTICA *****
819 REM ***** CALCULO DE LA D ELASTICA *****
820 C = E / ((1. + NU) * (1. - (2. * NU)))
830 D(1,1) = C * (1. - NU)
840 D(1,2) = C * NU
850 D(2,1) = D(1,2)
860 D(2,2) = D(1,1)
870 D(3,3) = ((1. - (2. * NU)) / 2.) * C
880 D(1,3) = 0.
890 D(2,3) = 0.
900 D(3,1) = D(1,3)
910 D(3,2) = D(2,3)
920 REM ***** CALCULO DE DERIVADAS DE LA SUPERFICIE *****
930 SS = S4
980 F1(I) = (AL + ((2. * E1(I)) + E1(2) + A3) / (6. * SS)) + (NU * (AL + ((2. * A3) + E1(1) + E
990 F1(2) = (AL + ((2. * E1(2)) + E1(1) + A3) / (6. * SS)) + (NU * (AL + ((2. * A3) + E1(1) + E
1000 F1(3) = (E2(3) / SS
1005 AB = (AL + ((2. * A3) + E1(1) + E1(2)) / (6. * SS)):AB = AB * AB * (1 / E)
1010 REM ***** MULTIPLICACION D*F *****
1020 FOR I = 1 TO 3
1030 XX = 0.
1040 FOR J = 1 TO 3
1050 XX = XX + D(I,J) * F1(J)
1060 NEXT J
1070 DF(I) = XX
1080 NEXT I
1090 REM ***** MULTIPLICACION F*DF *****
1100 XX = 0.
1110 FOR J = 1 TO 3
1120 XX = XX + F1(J) * DF(J)
1130 NEXT J
1140 FU = XX - AB
1150 FU = 1. / FU
1160 REM ***** MULTIPLICACION FT * D *****
1170 FOR I = 1 TO 3
1180 XX = 0.
1190 FOR J = 1 TO 3
1200 XX = XX + F1(J) * D(J,I)
1210 NEXT J
1220 FD(I) = XX
1230 NEXT I
1240 REM ***** MULTIPLICACION DE D*F*DF*FU *****
1250 FOR I = 1 TO 3
1260 FOR J = 1 TO 3
1270 DD(I,J) = (DF(I) * FD(J)) * FU
1280 NEXT J
1290 NEXT I
1300 REM *****RESTA D-D (ELESTOPLASTICA) *****
1310 FOR I = 1 TO 3
1320 FOR J = 1 TO 3
1330 DE(I,J) = D(I,J) - DD(I,J)
1340 NEXT J
1350 NEXT I
1360 REM ***** CALCULO DE DELTA SIGMA *****
1370 FOR I = 1 TO 3
1380 XX = 0.
1390 FOR J = 1 TO 3
1400 XX = XX + DE(I,J) * I2(J)
1410 NEXT J
1420 I3(I) = XX
1430 NEXT I
1432 REM ***** CALCULO DEL ESFUERZO EN EXCESO *****
1433 FOR I = 1 TO 3
1434 I4(I) = I1(I) - I3(I)
1435 NEXT I
1440 IF Z < > 1 AND ITS < = 10 THEN 1660
1450 REM ***** ACTUALIZA LA HISTORIA DE ESFUERZOS Y DEFORMACIONES *****

```

```

1460 E1(1) = E1(1) + I1(1) - I1(1)
1470 E1(2) = E1(2) + I1(2) - I1(2)
1480 E1(3) = E1(3) + I1(3) - I1(3)
1490 D1(1) = D1(1) + I2(1)
1500 D1(2) = D1(2) + I2(2)
1510 D1(3) = D1(3) + I2(3)
1512 REM ***** FUNCION DE PLASTICIDAD *****
1514 AS(1) = E1(1):AS(2) = E1(2):AS(3) = E1(3)
1516 GOSUB 2170
1518 PRINT "FUNCION DE PLASTICIDAD ",ST
1519 PRINT "ESFUERZO = ",S4
1522 EB = ((D1(1) - D1(2)) * (D1(1) - D1(2)) + (D1(1) * D1(1)) + (D1(2) * D1(2))) * 2 + (3 * D
1524 EB = (SOR (EB)) / 3
1526 PRINT "DEFORMACION = ",EB
1560 REM ***** GUARDA LOS ESFUERZOS Y DESPLAZAMIENTOS *****
1570 PRINT G$:"OPEN ESPACU,D2,L100"
1580 PRINT G$:"WRITE ESPACU,R":EL
1590 PRINT E1(1):PRINT E1(2):PRINT E1(3)
1600 PRINT G$:"CLOSE"
1610 PRINT G$:"OPEN DESACU,D2,L1 00"
1620 PRINT G$:"WRITE DESACU,R":EL
1630 PRINT D1(1):PRINT D1(2):PRINT D1(3)
1640 PRINT G$:"CLOSE"
1650 GOTO 2070
1660 REM ***** CALCULO DE LAS FUERZAS EN EXCESO *****
1670 REM ***** LECTURA DEL INDICADOR DE ECUACION *****
1680 PRINT G$:"OPEN IDE,D2,L104"
1690 PRINT G$:"READ IDE,R":EL
1700 INPUT IE(1):INPUT IE(2):INPUT IE(3):INPUT IE(4):INPUT IE(5):INPUT IE(6):INPUT IE(7)
1710 PRINT G$:"CLOSE"
1730 VI = (I0 - 1) * 4 + 1
1740 FOR IJ = 1 TO 4
1750 REM
1760 REM
1780 REM
1790 REM ***** LECTURA DE LA MATRIZ B *****
1800 PRINT G$:"OPEN MATRIB,D2,L104"
1810 PRINT G$:"READ MATRIB,R":VI
1820 FOR I = 1 TO 9
1830 INPUT ZZ(I)
1840 NEXT I
1850 PRINT G$:"CLOSE"
1860 JA = ZZ(9)
1880 XX = 1:YY = 1
1890 FOR I = 1 TO 4
1900 IV = 1 + 4
1910 B(I,XX) = ZZ(I):B(I,YY) = ZZ(IV):B(3,XX) = ZZ(IV):B(3,YY) = ZZ(I)
1920 XX = XX + 2:YY = YY + 2
1930 NEXT I
1935 FOR I = 1 TO 8:FR(I) = 0.0: NEXT I
1940 REM ***** CALCULO DE LAS FUERZAS NODALES *****
1950 FOR I = 1 TO 8
1960 XX = 0
1970 FOR J = 1 TO 3
1980 XX = XX + B(J,I) * 14(J) * ES * JA
1990 NEXT J
2000 FR(I) = FR(I) + XX
2010 NEXT I
2012 VI = VI + 1
2015 NEXT IJ
2020 FOR I = 1 TO 8
2030 IN = IE(I)
2040 IF IN <= 0 THEN 2060
2050 FC(IN) = FC(IN) + FR(I)
2060 NEXT I
2070 NEXT I
2075 IF Z < > 1 AND ITS <= 10 THEN 2090
2078 FOR I = 1 TO NC:FC(I) = 0.: NEXT I
2080 REM ***** GUARDA LAS FUERZAS EN EXCESO *****
2090 PRINT G$:"OPEN FUETOT,D2,L30"
2100 FOR I = 1 TO NC
2110 PRINT G$:"WRITE FUETOT,R":I
2120 PRINT FC(I)
2130 NEXT I
2140 PRINT G$:"CLOSE"
2150 GOTO 2240
2160 REM
2170 A3 = NU * (AS(1) + AS(2))
2175 S1 = (AS(1) + AS(2) + A3) / 3.
2180 S2 = (AS(1) - S1)

```

2190 S3 = (A5(2) - S1)  
2195 S9 = (A3 - S1)  
2200 S4 = ((S2 \* S2 + S3 \* S3 + S9 \* S9) / 3) + (A5(3) - S1)  
2210 S4 = SQR (S4)  
2220 ST = 3 \* AL \* S1 + S4 - AK  
2230 RETURN  
2240 END