

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

U.A.C.P. Y P. DEL C.C.H.

USO DE ANALISIS MULTIVARIADO EN LA AGRUPACION
Y CARACTERIZACION DE 200 TIPOS DE FRIJOL

TESINA

QUE PARA OBTENER EL DIPLOMA DE

ESPECIALIZACION EN ESTADISTICA APLICADA

PRESENTA

EULALIO VENEGAS GONZALEZ

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

MAYO' 1986

03043
ces
4
RECEIVED BY THE
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MEXICO



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

RESUMEN

Durante el periodo de primavera-verano de 1983, se establecieron 200 colectas originales de frijol (material de frijol que ha sido colectado en su lugar de origen y que se supone que el hombre no ha intervenido en su evaluación). Esto se realizó en el Campo Agrícola Experimental "Valle de México" en Chapingo, Edo. de México. Se midieron 28 características. La información se utilizó para cubrir los siguientes objetivos: a) eliminar aquellos descriptores (características) con poca contribución en la explicación de la variabilidad presentada por el material bajo estudio; b) analizar las posibles correlaciones existentes entre las características medidas; c) agrupar los 200 tipos de frijol de acuerdo al grado de similitud de las características medidas y d) describir de forma breve las técnicas de agrupación numérica multivariada usadas en el estudio.

Para los caracteres medidos en escala cuantitativa se realizó un análisis de componentes principales, con la finalidad de lograr el primer objetivo y seleccionar aquellos componentes que sirvieron de base al análisis de conglomerados; posteriormente se realizó un análisis de con-

glomerados, estableciéndose con éste una arborescencia que visualizó la agrupación del material. Para éste se usó la distancia euclidiana como medida de similitud. El método de agrupación usado fue el del centroide, normalizando primeramente los componentes principales.

Las variables se dividieron en tres distintos grupos, habiendo correlación alta entre las variables dentro de cada grupo.

El análisis de componentes principales indicó que las 20 características usadas explican gran parte de la variabilidad total, implicando que ninguna de ellas deba eliminarse. Este análisis también expresa que los primeros cinco componentes principales explican el 75.44% de la variabilidad total. El primer componente principal está asociado a un índice que mide la forma y el tamaño de la semilla; el segundo está relacionado con el rendimiento; el tercero con el hábito de crecimiento y el ciclo vegetativo; el cuarto con resistencia a sequía y el quinto relaciona el número de ramas con periodo de floración.

Por medio de la arborescencia y a una distancia euclidiana de 0.95 se forman 10 grupos, a su vez y a una distancia de 0.70 los grupos 1, 2, 4, 5 y 10 se dividieron en 2 subgrupos y los grupos 3, 6 y 7 en tres, cuatro y cinco subgrupos respectivamente.

C O N T E N I D O

	Pág.
RESUMEN.....	(i)
LISTA DE FIGURAS, CUADROS Y TABLAS.....	(vi)
CAP. 1. INTRODUCCION.....	1
CAP. 2. REVISION DE LITERATURA.....	5
2.1. Trabajos realizados en frijol.....	5
2.2. Trabajos realizados en otros cultivos.....	7
2.3. Sobre los métodos de análisis.....	12
2.3.1. Métodos factoriales.....	13
2.3.1. Análisis de conglomerados.....	13
CAP. 3. METODOLOGIA.....	14
3.1. Análisis de componentes principales..	14
3.2. Análisis de conglomerados.....	22
3.2.1. Introducción.....	22
3.2.2. Métodos jerárquicos.....	22
3.2.2.1. Método del centroide.	23
3.2.2.2. Promedio de grupo....	24
3.2.3. Métodos no jerárquicos.....	25
3.2.4. Distancias y similitudes....	27
3.2.4.1. Distancia (coeficiente de disimilitud).	27
3.2.4.1.1. Distancia euclidiana.....	28
3.2.4.2. Coeficiente de similitud.....	29
CAP. 4. MATERIALES.....	31
CAP. 5. ANALISIS ESTADISTICO.....	38
CAP. 6. RESULTADOS Y DISCUSION.....	40

	PAG.
CAP. 7. CONCLUSIONES.....	53
CAP. 8. RECOMENDACIONES.....	55
CAP. 9. BIBLIOGRAFIA.....	56
CAP. 10. APENDICE.....	61

LISTA DE FIGURAS, CUADROS Y TABLAS

	Pág.
FIGURA 1. Representación de la matriz de datos.....	16
FIGURA 2. Arborescencia por el método de centroide, a partir de cinco componentes principales normados y distancia euclidiana.....	46
CUADRO 1. Nombre de las 200 colectas de frijol que formaron el material experimental.....	32
CUADRO 2. Vectores característicos asociados a los primeros cinco componentes principales.....	43
TABLA 1. Valores característicos, proporción y proporción acumulada de explicación de los cinco primeros componentes principales.....	41
TABLA 2. Características e índices asociados a los primeros cinco componentes principales.....	44

LISTA DE CUADROS Y TABLAS DEL APENDICE

CUADRO A1. Datos originales para la caracterización de los 200 genotipos de frijol.....	63
TABLA A1. Lista y abreviatura de las variables en estudio.....	62
TABLA A2. Matriz de correlaciones de las variables en estudio.....	71
TABLA A2'. Estadísticas simples de las variables en estudio.....	73

	Pág.
TABLA A3. Valores característicos, proporción y proporción acumulada de explicación de los 20 componentes principales.....	74
TABLA A4. Vectores característicos asociados a los 20 componentes principales.....	75

1. INTRODUCCION

Una de las funciones fundamentales de todo banco de germoplasma (Programa encargado de recolectar, mantener y ordenar las colectas originales de un cultivo), específicamente del Banco de Germoplasma de Frijol del Instituto Nacional de Investigaciones Agrícolas (INIA), es proveer al fitomejorador (Investigador encargado de mejorar las plantas genéticamente), de materiales e información que lo auxilie en sus trabajos de investigación. El fitomejorador exige, del banco de germoplasma, grupos de genotipos que representen la mayor variabilidad genética posible, la cual es importante conservar, ya que de ella depende el éxito de todo programa de mejoramiento genético. Con la finalidad de que el banco de germoplasma cumpla eficientemente con la función citada, es necesario que tenga perfectamente caracterizadas y agrupadas sus accesiones (colectas).

El Banco de Germoplasma de Frijol del INIA mide, a cada una de sus colectas, varias características (descriptores). Hasta la fecha los trabajos de agrupación hechos por el Banco mencionado se han llevado a cabo usando técnicas de agrupación cualitativas; estas técnicas requieren

de una vasta experiencia de parte del investigador que las realiza. Sin embargo, en México se cuenta con pocos investigadores con esta característica.

Las agrupaciones numéricas son técnicas que pueden sustituir ventajosamente a las usadas en la actualidad, ya que los análisis que realizan son objetivos y operacionales; de tal forma que cualquier investigador puede aplicarlas sin importar en gran parte que su experiencia sea vasta, originando con ello el mejor funcionamiento de los programas que manejan germoplasma. Estas técnicas caracterizan y agrupan los materiales germoplásmicos (accesiones) en base a la matriz de coeficientes de similitud (o disimilitud), analizando los descriptores de manera multivariada; esto es, todos los descriptores se toman en cuenta para realizar las agrupaciones.

Por otro lado, existe una serie de descriptores que sugiere el Consejo Internacional de los Recursos Fitogenéticos de la FAO, con los cuales se pretende caracterizar y agrupar las accesiones de los bancos de germoplasma. No obstante, no se conoce con exactitud el mínimo número de descriptores que proporcionan la información suficiente para caracterizar y agrupar las accesiones. De esta manera se presenta el problema de decidir qué conjun

to de descripcione se deben tomar en cuenta que, además de optimizar recursos y tiempo, expliquen lo mejor posible la variabilidad existente en el material bajo estudio. Con el objeto de ayudar a solucionar este problema, algunos investigadores han desarrollado técnicas que permiten eliminar aquellas características que contribuyan poco a explicar la variabilidad citada, así como aquellas cuya información se encuentra dada en la combinación de algunas otras ya seleccionadas.

No obstante las ventajas de las técnicas de agrupación métrica, existe en México poca literatura que las describa en una forma clara y precisa.

Con base en las consideraciones descritas, este estudio fundamentalmente se enfoca a los propósitos siguientes:

1. Eliminar aquellos descriptores que contribuyan poco a explicar la variabilidad del material de estudio.
2. Analizar las posibles correlaciones existentes entre las características medidas al cultivo.
3. Formar índices con las variables originales e interpretar los datos de una forma lógica.

4. Agrupar los 200 tipos de frijol de acuerdo al grado de similitud que presenten las características medidas.
5. Describir de forma breve las técnicas de agrupación numérica multivariadas usadas en el estudio.

Al plantear estos objetivos se hacen las suposiciones siguientes:

- I. De las características (descriptores) medidas al cultivo, existen algunas que contribuyen poco o casi nada a explicar la variabilidad total presente en el material experimental y otras cuya información está contenida en alguna combinación de otros.
- II. Algunos descriptores están altamente correlacionados entre sí.
- III. Los 200 tipos de frijol, que forman el material experimental del estudio, se pueden agrupar por su similitud, y su agrupación se considera jerárquica.

2. REVISION DE LITERATURA

2.1. Trabajos Realizados en Frijol

Wing (1882), Bailey (1895) e Irish (1901) citados por Cárdenas (1951) clasificaron algunas variedades y algunos géneros de frijol con base en las características de la semilla.

Desde que la Oficina de Estudios Especiales (actualmente INIA) principió sus trabajos en el mejoramiento de frijol en 1944, se ha estado tratando de agrupar los distintos tipos de esta leguminosa, de acuerdo con sus características agronómicas y taxonómicas (Cárdenas 1951). Según el mismo autor, en 1946 y 1947 se tomaron notas sobre diversas características agronómicas y taxonómicas tendientes a clasificar, o mejor dicho, a refinar el trabajo ya existente, midiéndose un número mayor de características.

Cárdenas (1951), menciona que otro de los métodos usados por los campesinos y horticultores para clasificar el frijol es el uso a que se destine; así clasifican como variedades ojoterías a todas aquellas cuyas vainas carecen de fibras y para grano a aquellas cuyas vainas tiernas son fibrosas. También menciona que otros investigadores desde

principios de siglo han clasificado los frijoles comunes en base a la forma, longitud, ancho, grueso y razón de longitud con ancho y longitud con grueso de la semilla.

Cárdenas (1951), agrupó mediante un método cualitativo, 495 colecciones de frijol, usando una gran cantidad de características, las cuales se pueden clasificar en cinco grandes grupos como son: características del grano, planta, vaina, precocidad y reacción a plagas y enfermedades. De esta forma clasificó el material en seis grandes grupos. Los cinco primeros pertenecen al *Phaseolus vulgaris* y el último al *Phaseolus coccineus*. A su vez los grupos I, II y VI los subdividió en cuatro subgrupos; el grupo III en 15 subgrupos; el grupo IV en cinco subgrupos y por último el V en dos subgrupos, a su vez uno de éstos en 5 subgrupos y el otro en seis subgrupos.

Solorzano (1982) identificó los caracteres más importantes que sirvieron de base para clasificar los diferentes tipos de hábitos presentes en el frijol; además agrupó, por hábito de crecimiento, 289 genotipos de frijol. Así mismo observó 29 características y para la agrupación usó dos métodos: a) método taxonómico tradicional morfológico (clasificación cualitativa) y b) método taxonómico numérico, para el que empleó como medida de disimilitud de Distancia Euclidiana y el Coeficiente de Correlación.

Mediante el primer método, seleccionó 12 caracteres contrastantes, con los que clasificó a los genotipos en cuatro distintos tipos de hábito. Por taxonomía numérica clasificó los genotipos en cinco grupos, tanto por Distancia Euclidiana como por el Coefficiente de Correlación. Al establecer la relación de los dos métodos, taxonomía numérica y taxonómico tradicional, encontró que con cualquiera de ellos, la mayor parte de los genotipos, quedó clasificada en cuatro grandes grupos.

2.2. Trabajos Realizados en Otros Cultivos

Wellhausen *et al* (1951), afirman que las variedades de maíz recolectadas en todas las regiones de la República Mexicana, han sido estudiadas intensamente y que esto permite definir las relaciones naturales entre las variedades y agruparlas en razas de acuerdo con estas relaciones; además citan que es posible, por primera vez, hacer una clasificación natural del maíz en México.

Sturtevant (1899) citado por Wellhausen *et al* (1951) publicó el primer tratado que aborda el problema de la clasificación del maíz. Este autor catalogó la variabilidad del maíz que él conocía entonces, en seis grupos principales, cinco de los cuales se basan en la composición del grano. Wellhausen *et al* (1951), mencionan que esta clasi-

ficación ha sido utilizada, casi sin modificación, durante los últimos 50 años y que durante todo ese tiempo se ha estacionado el interés por el adelanto en la clasificación del maíz.

Anderson y Cutler (1942), citados por Wellhausen et al (1951), demostraron que la espiga del maíz tiene valor en el estudio y clasificación de la variación en el maíz. También descubrieron nuevas características de la mazorca que han resultado útiles para la clasificación.

Mengelsdorf y Smith (1949) citados por Wellhausen et al (1951), al hacer el estudio de olotes prehistóricos, han delimitado cierto número de características que prometen ser de importancia en la clasificación del maíz.

Wellhausen et al (1951), realizaron un trabajo sobre la clasificación del maíz, utilizando no sólo las características morfológicas de la mazorca, espiga y planta, sino también las características genéticas, citológicas, fisiológicas y agronómicas. También pusieron atención especial a la distribución geográfica de las razas. Estos autores opinan que una clasificación natural y válida del maíz sólo se puede hacer mediante el análisis e integración de las características mencionadas. De esta forma, los caracteres que utilizaron en la clasificación de la colección

de maíz de México, están comprendidos en cuatro grupos: 1) caracteres vegetativos de la planta; 2) caracteres de la espiga; 3) caracteres de la mazorca y 4) caracteres fisiológicos, genéticos y citológicos. Los autores mencionados utilizaron un muestreo altamente selecto (no aleatorio), ya que les pareció que el primer paso para la clasificación del maíz en México, era la identificación y descripción de las razas que pueden ser reconocidas. Así identificados los elementos raciales básicos, se puede entender e interpretar con mayor facilidad la variación dentro de las razas y la variación resultante de la mezcla reciente de razas.

Martínez W.O. (1981), evaluó y agrupó 34 variedades de cacahuete *Arachis hypogea*. Este investigador tomó treinta y una características cuantitativas de la planta. Para cada una de ellas realizó un análisis combinado de varianzas, estimando los componentes de varianzas para cada uno de ellos. Con estos componentes estimó el "coeficiente de repetibilidad".

$$r = \frac{\hat{\sigma}_V^2}{\hat{\sigma}_L^2 + \hat{\sigma}_{VL}^2}, \text{ donde}$$

el numerador ($\hat{\sigma}_V^2$) se refiere al componente genético, el denominador ($\hat{\sigma}_L^2 + \hat{\sigma}_{VL}^2$) al componente ambiental y $\hat{\sigma}_V^2$, $\hat{\sigma}_L^2$,

$\hat{\sigma}_{VL}^2$ son los componentes de varianza de variedades, localidades e interacción variedad-localidad respectivamente. Después seleccionó aquellos caracteres con $r \geq 1$, considerando que éstos son los que explican mayor cantidad de variabilidad existente en el material estudiado. Así seleccionó 13 caracteres de los 31 considerados inicialmente. Posteriormente, sometió los promedios de los 13 caracteres seleccionados al análisis de componentes principales, estandarizando antes los datos (debido a que las unidades de medida son muy distintas). También estimó la distancia generalizada de Mahalanobis para cada par de las 34 variedades estudiadas y realizó, por último, un análisis de conglomerados.

Del análisis de componentes principales en base a la matriz de correlaciones, el autor obtuvo que los primeros cuatro valores característicos (varianza de cada componente principal) explican el 74% de la varianza total, tomando en cuenta así los primeros cuatro vectores característicos.

El primer vector propio lo considera como un índice del desarrollo del fruto (con valores altos para longitud y ancho del fruto), y muy relacionado con el rendimiento; el segundo lo considera como un índice del rendimiento y los otros dos los considera relacionados directamente con

acumulación de materia seca.

Por último, mediante el análisis de conglomerados, clasifica el material en tres distintos grupos.

Galindo (1982) trabajó con 157 colecciones de yuca, para agruparlas por características morfológicas similares. Para esto usó el análisis de conglomerados, empleando el complemento del coeficiente de correlación como medida de disimilitud entre las colectas. Este autor reporta que de la clasificación obtenida usando el complemento del coeficiente de correlación a un nivel de 0.63 de disimilitud, se forman 20 grupos bien definidos, y a un nivel de 0.90 se agruparon los materiales en 7 grupos. En base a esta última clasificación obtuvo la distribución de los grupos y el posible origen de las colecciones de yuca sometidas a estudio.

Nieto et al (1983) estudiaron 10 cultivares de soya en 32 localidades del Trópico Húmedo de México, a los que midió 16 características fenológicas y el rendimiento. La información la utilizó para agrupar, mediante técnicas de análisis de conglomerados, aquellos sitios donde los cultivares de soya se desarrollan fenológicamente en forma similar. Para ello usó como medida la distancia euclidiana y el coeficiente de correlación. Así obtuvo que la dis

tancia euclidiana a un nivel de disimilitud de 1.09116 formó cinco grupos de ambientes en los que incluyó 26 de las 32 localidades; por su parte, el coeficiente de correlación, a un nivel de disimilitud de 0,83313, integró cuatro grupos con 28 de los 32 ambientes involucrados. Concluye en general que con las dos distancias se formaron tres grupos de ambientes bien definidos, y que la distancia euclidiana resultó más eficiente y precisa, ya que en tres de los cinco grupos constituidos tuvo un 100% de aciertos; en cambio, el coeficiente de correlación acertó totalmente sólo en dos de los grupos.

Solis (1974), realizó un estudio sobre técnicas numéricas enfocadas a la formación de grupos o conglomerados afines. Donde hace una descripción teórica de los métodos de agrupación más generales que existen en la literatura. También analiza ciertas propiedades que un método de agrupación debe cumplir. Además creó un sistema de computadora, en Fortran, para clasificación numérica al que denominó "sistema Taxon".

2.3. Sobre los Métodos de Análisis

Los métodos estadísticos multivariados que se utilizaron en el presente estudio son:

2.3.1. Métodos Factoriales

Estos métodos se proponen encontrar representaciones sintéticas de un conjunto de valores numéricos. Se considera (Lebart, 1982) que los métodos factoriales son: el análisis factorial clásico (o análisis en factores comunes y específicos), el análisis en componentes principales [Pearson (1901), Hotelling (1933)] y el análisis de correspondencias (Benzecri, 1973). El método utilizado en el presente trabajo es el análisis de componentes principales que permite obtener un resumen descriptivo (frecuentemente en forma gráfica) de un conjunto de n observaciones en los que se miden p variables numéricas continuas.

2.3.2. Análisis de Conglomerados

Estos métodos están destinados a producir agrupamientos de objetos o individuos, descritos por un cierto número de variables o características. Los agrupamientos pueden obtenerse de manera jerárquica (ver descripción en capítulo de metodología), en el presente estudio se usó esta última.

3. METODOLOGIA

En este capítulo se describen las técnicas estadísticas usadas en el estudio.

3.1. Análisis de Componentes Principales

Cuando se ha medido una gran cantidad de características a un grupo de individuos, es natural pensar que exista correlación entre algunas de ellas; esto motiva a pensar en la posibilidad de poder expresar toda o casi toda la variabilidad, disponible en el grupo de individuos, en un conjunto menor de variables o componentes hipotéticos que sean independientes. Si esto es posible, es necesario determinar qué variables o componentes deben tomarse en cuenta, que además de optimizar recursos y tiempo expliquen lo mejor posible la variabilidad citada, Vargas (1984).

Goodman (1974), citado por Cervantes (1976), considera que cuando en el conjunto de características existen varios subconjuntos altamente correlacionados y subconjuntos con correlación baja, el uso de medidas de distancia, al hacer un análisis de conglomerados, resulta ina-

decuado y que el uso de dos caracteres altamente correlacionados en el cálculo de esta distancia, es equivalente a usar una sola característica y luego multiplicarla por una constante. Este investigador considera conveniente recurrir al uso de componentes principales para transformar al conjunto de caracteres correlacionados, en un conjunto más pequeño de caracteres no correlacionados.

Originalmente la solución matemática para el análisis de componentes principales fue introducida por Hotelling en 1933.

El método de componentes principales consiste en transformar un conjunto de variables originales X_1, X_2, \dots, X_p a un nuevo conjunto Y_1, Y_2, \dots, Y_p , tales que son no correlacionadas y tienen como varianzas a λ_i , donde $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p$, son las raíces características de la matriz de varianzas y covarianzas de X_1, X_2, \dots, X_p . De esta forma componentes principales representa simplemente una transformación (rotación y traslación) de ejes, originándose un nuevo conjunto de coordenadas.

Supóngase que se tiene una población de n individuos y que a cada uno se le hacen p mediciones, y los ordenamos como en la matriz de la Figura 1.

Figura 1. Representación de la Matriz de Datos.

Individuos	C a r a c t e r í s t i c a s					
	X_1	X_2	...	X_k	...	X_p
1	X_{11}	X_{21}	...	X_{k1}	...	X_{p1}
2	X_{12}	X_{22}	...	X_{k2}	...	X_{p2}
.
.
j	X_{1j}	X_{2j}	...	X_{kj}	...	X_{pj}
.
.
n	X_{1n}	X_{2n}	...	X_{kn}	...	X_{pn}

El objetivo es obtener una primera combinación lineal de las variables X_1, X_2, \dots, X_p cuya varianza sea máxima, una segunda (ortogonal a la primera) con varianza máxima pero menor a la anterior y así sucesivamente.

Llamemos Y_k a las combinaciones lineales de las características X_1, X_2, \dots, X_p ; es decir:

$$Y_1 = A_{11} X_1 + A_{12} X_2 + \dots + A_{1k} X_k + \dots + A_{1p} X_p$$

$$Y_2 = A_{21} X_1 + A_{22} X_2 + \dots + A_{2k} X_k + \dots + A_{2p} X_p$$

.....

$$Y_j = A_{j1} X_1 + A_{j2} X_2 + \dots + A_{jk} X_k + \dots + A_{jp} X_p$$

·
·
·

$$Y_p = A_{p1} X_1 + A_{p2} X_2 + \dots + A_{pk} X_k + \dots + A_{pp} X_p,$$

donde se pide:

1. La varianza de Y_1 (componente principal 1) sea máxima y que

$$\sum_{k=1}^p A_{1k}^2 = 1$$

2. La varianza de Y_2 (componente principal 2) sea máxima y menor a la de Y_1 , y que

$$\sum_{k=1}^p A_{2k}^2 = 1, \quad \sum_{k=1}^p A_{1k} A_{2k} = 0$$

esta última condición hace que las Y_ℓ sean variables no correlacionadas.

Y así sucesivamente hasta

- p. La varianza de Y_p (último componente principal) sea máxima pero menor que la de Y_{p-1} , y que

$$\sum_{k=1}^p \sum_{k'=1}^p A_{k\ell} A_{k'\ell} = 0 \quad \text{para toda } k \neq k'$$

De esta manera se ha definido un nuevo conjunto de p variables (componentes principales) no correlacionadas entre sí y ordenadas decrecientemente respecto a sus varianzas.

Considere la matriz, de varianzas y covarianzas, muestral S :

$$S = \begin{bmatrix} S_{11}^2 & S_{12} & \dots & S_{1p} \\ S_{21} & S_{22}^2 & \dots & S_{2p} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ S_{p1} & S_{p2} & \dots & S_{pp}^2 \end{bmatrix}$$

donde

$$S_{ii}^2 = \text{var}(X_i) \quad \text{y} \quad S_{ij} = \text{cov}(X_i, X_j).$$

También considérese la matriz

$$\Lambda I = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_p \end{bmatrix}$$

donde λ_j son números tales que

$$| S - \lambda I | = 0$$

Entonces a los números específicos λ_j les llamaremos valores característicos de S; cada λ_j da origen a un vector con p renglones, que llamaremos vector característico.

Los valores λ_j miden la varianza que explica cada componente principal, es decir

$$\text{Var}(Y_j) = \lambda_j,$$

pudiendo observarse que $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p$

Una vez encontrados los (λ_j) $j=1, 2, \dots, p$, obtendremos el porcentaje de explicación de cada componente principal, mediante la expresión siguiente

$$\frac{\lambda_j}{\sum_{\ell=1}^p \lambda_{\ell}} \quad (100)$$

Los valores $(A_{\ell j})$ $\ell, j = 1, 2, \dots, p$ son obtenidos a partir de los vectores característicos. De tal forma que al final contamos con la siguiente información:

	Componentes				
	Y_1	Y_2	...	Y_p	
Características	X_1	A_{11}	A_{12}	...	A_{1p}
	X_2	A_{21}	A_{22}	...	A_{2p}

	X_p	A_{p1}	A_{p2}	...	A_{pp}

A partir de los pesos (A_{ij}) $i, j, = 1, 2, \dots, p$ puede procederse a interpretar los componentes principales. Si esto es requerido, es conveniente para fines de simplicidad, seleccionar aquellas variables originales X_1, X_2, \dots, X_p de mayor peso en cada componente. Para seleccionar las variables X_1, X_2, \dots, X_p , que formarán cada componente principal (con fines interpretativos), existen varios criterios; en el presente trabajo se seleccionaron aquellas (X_i) $i=1, 2, \dots, p$ cuyo A_{ij} representara por lo menos un 70% del A_{ij} mayor existente en el componente Y_j (Gnanadesikan 1977).

Para seleccionar el número de componentes principales, también existen varios criterios basados esencialmente en el porcentaje, que explican cada uno de ellos, en relación a la variabilidad total expresada por el material de estudio; en esta investigación se seleccionaron los cinco primeros componentes, los cuales explican un

75% de la variabilidad total.

Los usos de este análisis en investigación agrícola, fundamentalmente son:

1. Analizar las correlaciones existentes entre las variables medidas a un conjunto de individuos.
2. Reducir la dimensionalidad de un conjunto de datos, es decir, describir a un conjunto de individuos a través de un número menor de variables. Esto se puede realizar mediante combinaciones lineales de las variables originales o eliminando las variables que contribuyan poco a explicar la variabilidad presente en el conjunto de individuos bajo estudio.
3. Los componentes principales sirven de base para la obtención de grupos, graficando las observaciones originales respecto de los nuevos componentes principales estandarizados.
4. Construir índices con una interpretación lógica.
5. Para realizar análisis de regresión múltiple con variables independientes originalmente correlacionadas; los componentes principales producen un menor número de variables independientes, no correlacionadas y que miden el mismo fenómeno. Con esto se evita el proble-

ma de multicolinealidad en regresión.

6. Realizar análisis de varianza univariado para cada com
ponente.

3.2. Análisis de Conglomerados

3.2.1. Introducción

El término de "Análisis de Conglomerados o de Cúmulos" es sinónimo de "Taxonomía Numérica". Otros términos usados en este contexto son Análisis Q, Tipología, Reconocimiento de Patrones, etc.

Sneath y Sokal (1973), definen el término de "Taxonomía Numérica" como el agrupamiento por métodos numéricos de unidades taxonómicas [UTO (Unidades taxonómicas operacionales)*, individuos, objetos, etc.], en grupos taxonómicos con base al estado de sus caracteres.

3.2.2. Métodos Jerárquicos

En los cuales todo conglomerado obtenido en cada paso es el resultado de agrupar varios cúmulos en pasos anteriores; en esta situación es posible visualizar no solamente los dos extremos de la formación de conglomerados -un conglomerado por cada unidad (agrupamiento débil) y

* Durante el desarrollo de este trabajo usaremos el término UTO como equivalente de individuo u objeto.

un conglomerado formado por todas las unidades en conjunto (agrupamiento fuerte)— sino también las agrupaciones intermedias cuando se pasa de un nivel a otro. La mayoría de las veces, el investigador no tiene idea de cuántos grupos distintos puede haber entre sus individuos. Razón por la que el método utilizado debe permitir la formación de conglomerados en sus dos extremos, es decir, un conglomerado por individuo y un conglomerado que incluya todos los individuos en conjunto. Lo anterior hace que estos métodos no sean eficientes cuando el número de individuos a agrupar es muy alto.

Al resultado final del proceso en los métodos de agrupación jerárquica se le llama dendrograma o arborescencia.

3.2.2.1. Método del Centroide

Este método se basa en un modelo geométrico; es decir, que los grupos son considerados como elementos en un espacio Euclidiano. La distancia entre dos grupos está definida por la distancia que hay del centroide de un grupo al centroide del otro grupo. Sean X_i y X_j las coordenadas del centroide del grupo (i) y del grupo (j) respectivamente, el centroide del grupo (k) que será la fusión de (i) y (j) será:

$$X_k = (n_i X_i + n_j X_j) / n_k$$

donde n_i , n_j , n_k representan el número de elementos que contienen los grupos (i), (j) y (k), respectivamente.

La distancia entre (h) y (k) estará dada por:

$$d_{hk} = (X_h - X_k)^2$$

Este método tiene la gran desventaja en el sentido de que si n_i es muy grande comparado con n_j o viceversa, el centroide del grupo (k) [la fusión de (i) y (j)] estará más cercano al grupo más grande y permanecerá dentro de ese grupo durante todo el proceso, por lo tanto las características del grupo pequeño se perderán por completo.

3.2.2.2. Promedio de Grupo

Este método propuesto por vez primera en la literatura por Lance y Williams (1967), representa un cambio al método propuesto por Michener y Sokal (1957), en el sentido de que estos últimos analizan solamente las relaciones elemento grupo y omiten las existentes entre grupo-grupo que son el tipo de relaciones que Lance y Williams incluyen en su método y que consiste en lo siguiente: Primero se recordará, que los grupos (i) y (j) se fusionan para formar un grupo (k) con $n_k = n_i + n_j$ elementos. Consideremos un tercer grupo (h) del cual solamente conocemos las distancias a los grupos (i) y (j) (d_{hi} , d_{hj}), el problema

pues, consiste a partir de estas distancias y la distancia de (i) y (j) (d_{ij}), conocer la distancia entre los grupos (h) y (k), es decir, d_{hk} . Lance y Williams consideran una nueva distancia S_{hk} , la cual representa la distancia entre dos elementos, uno en el grupo (h) y el otro en el grupo (i), también se conoce S_{hj} . Por definición, tenemos que la distancia entre los grupos (h) y (k) estará dada por:

$$d_{hk} = (\sum S_{hk}) / n_h n_k$$

donde la suma es sobre todo par de elementos (a, b) tal que $a \in (h)$, $b \in (k)$.

Ya que conocemos S_{hi} y S_{hj} , entonces tenemos

$$\sum S_{hk} = \sum S_{hi} + \sum S_{hj}$$

multiplicando ambos miembros por $1/n_h n_k$ y los términos de la derecha por n_i/n_i y n_j/n_j respectivamente, tenemos:

$$d_{hk} = \left(\frac{n_i}{n_k}\right) \left(\frac{1}{n_h n_i}\right) \sum S_{hi} + \left(\frac{n_j}{n_k}\right) \left(\frac{1}{n_h n_j}\right) \sum S_{hj}$$

$$\Rightarrow d_{hk} = (n_i/n_k) d_{hi} + (n_j/n_k) d_{hj}$$

3.2.3. Métodos no Jerárquicos

En los cuales cada nuevo conglomerado se obtiene dividiendo cúmulos ya formados. Una desventaja crucial de

este método es la carencia de algoritmos que empleen poco tiempo de procesamiento en computadora en la búsqueda de todas las particiones posibles de los datos para determinar los conglomerados. Esto hace que este procedimiento sea muy costoso y prohibitivo (Vargas 1984); sin embargo es apropiado cuando se tienen muchos individuos u objetos por agrupar.

La "Taxonomía Numérica" pretende, a partir de una matriz de disimilaridades (o similaridades), describir y localizar grupos o conglomerados de los individuos o UTO's expuestos a estudio. Esto indica que el proceso de este análisis consiste de dos etapas; la primera comprende la selección de una medida o coeficiente de similaridad o disimilaridad (coeficiente de correlación, distancia euclidiana, distancia de Mahalanobis, etc.) entre dos individuos. Con los valores de esta medida se construye la matriz de disimilaridades (o similaridades). Esta matriz es el punto de partida que los distintos métodos de agrupación tienen en común. La segunda etapa comprende la selección del método de agrupación (conexión simple, conexión completa, promedio de grupo, centroide, etc.) a usar. En el presente trabajo se usaron los dos últimos y como medida de disimilaridad, la distancia euclidiana.

Cabe aclarar que el método de agrupación es independiente del cálculo de la medida de similitud (o disimilitud) utilizada.

3.2.4. Distancias y Similitudes

3.2.4.1. Distancia (Coeficiente de Disimilaridad)

Una definición formal de coeficiente de disimilaridad se haría mediante el siguiente planteamiento:

Sea P un conjunto no vacío de objetos y d una función tal que $d: P \rightarrow \text{REALES}$. Entonces diremos que d es una distancia o métrica en P y que la pareja ordenada $v = (P, d)$ es un espacio métrico si satisface los siguientes axiomas:

- A1) $d(A, B) \geq 0$ para todo A, B que está en P
- A2) $d(A, A) = 0$ para todo A que está en P
- A3) $d(A, B) = d(B, A)$ para todo A, B que está en P
- A4) $d(A, C) \leq d(A, B) + d(B, C)$ para todo A, B, C que están en P

Una propiedad, que no es condición necesaria para que un espacio sea métrico, es

- A5) $d(A, C) \leq \max\{d(A, B), d(B, C)\}$ para todo A, B, C que están en P

Esta última es la propiedad ultramétrica, la que ase

gura que la distancia entre A y C no puede exceder la mayor de las distancias $d(A, B)$, $d(B, C)$,

El objeto de establecer la propiedad ultramétrica es que ésta induce una estructura jerárquica en la formación de cúmulos y a su vez, la formación de cúmulos induce la propiedad ultramétrica (Gnanadesikan, 1977).

3.2.4.1.1. Distancia Euclidiana

Este coeficiente de disimilaridad, está basado en un modelo geométrico; es decir, que los individuos son considerados como puntos en un espacio euclidiano, cuyas coordenadas son precisamente el valor de cada una de las observaciones efectuadas. Siguiendo la notación de la matriz de la Figura 1, o sea, que X_{lj} corresponde al valor de la característica l del UTO j , el coeficiente de disimilaridad entre dos UTO's r y k utilizando la distancia euclidiana para su cálculo, estará dada por:

$$d_{rk} = \sqrt{\sum_{l=1}^P (X_{lr} - X_{lk})^2}$$

Como la distancia euclidiana aumenta conforme aumenta el número de características bajo estudio, algunos investigadores lo dividen por el número de características,

llamándole a este estadístico distancia euclídiana promedio.

3.2.4.2. Coeficiente de Similitud

El coeficiente de similitud y el coeficiente de disimilitud o distancia, miden de alguna forma la afinidad entre dos objetos.

Una medida de similitud razonable, $s(A, B)$, debe tener las siguientes características:

1. $s(A, B) = s(B, A)$
2. $s(A, B) > 0$
3. $s(A, B)$ es mayor, mientras la similitud entre A y B sea mayor

Anderberg (1973), menciona que la relación formal entre los coeficientes de disimilitud y los de similitud no se ha establecido todavía, pero en ocasiones es posible transformar uno de disimilitud en uno de similitud.

La eficiencia de una medida, no sólo se evalúa por la sencillez de su cálculo, ya que existe otro aspecto que es de vital importancia para el investigador y es el de si realmente esta medida representa la asociación entre dos individuos. Sin embargo, este aspecto se considera más filosófico que numérico (Sneath and Sokal, 1974).

Otro aspecto importante a considerar es la escala en que se miden las características, ya que ésta afecta fuertemente la medida de similitud o disimilitud; a este respecto Gower (1966) (mencionado por Cervantes, 1976) dice que cuando variables diferentes se miden en escalas muy distintas, la distancia euclidiana, tiene dimensiones físicas disparatadas y que una práctica común para evadir esta dificultad, es estandarizar todas las variables.

4. MATERIALES

El material experimental utilizado en esta investigación consistió de 200 colectas originales de frijol. Estas fueron seleccionadas del Banco de Germoplasma de Frijol del INIA, que se encuentra en el Campo Agrícola Experimental "Valle de México" en Chapingo, Estado de México. Las colecciones elegidas se anotan en el Cuadro 1. De los 200 tipos sembrados, 70 de ellos no emergieron por falta de viabilidad o murieron por alguna otra causa, después de emerger. Por esta razón la formación de grupos se hizo en base a 130 tipos.

Se estableció un diseño experimental con dos bloques al azar, para recabar la información. Las parcelas consistieron de dos surcos de 5 m de longitud. Se midieron 5 plantas de cada parcela, es decir 10 plantas por colecta.

El experimento se desarrolló en los terrenos experimentales del Campo Agrícola Experimental "Valle de México", dependiente del Instituto Nacional de Investigaciones Agrícolas. Se sembró en primavera-verano de 1983.

Cuadro 1. Nombre de las 200 colectas de frijol que formaron el material experimental. Verano 1983.

No. de colecta	Nombre de colecta	No. de colecta	Nombre de colecta	No. de colecta	Nombre de colecta
1	*CHIS-34-A-2	26	AGS-67	51	OAX-36
2	PUE-27-C-1	27	CHIS-4-A-1	52	*PUE-482
3	CHIS-268	28	DGO-57	53	COAH-4
4	OAX-98	29	*PUE-399	54	YUC-27
5	X-15919	30	*MEX-323-C	55	DGO-17-A
6	ZAC-20	31	*MEX-240	56	VER-76
7	*JAL-145	32	COAH-323	57	AGS-18-2
8	CHIS-95	33	*JAL-13-A	58	A-1389
9	*X-16699	34	*CHIS-134-A	59	AGS-15
10	AGS-88-A	35	*VER-110-A	60	CHIS-154-A
11	*GTO-55-4	36	PUE-8-A-2	61	*X-16452
12	GTO-57	37	JAL-124	62	AGS-7
13	CHIS-14	38	CHIS-94	63	AGS-75
14	AGS-66	39	DGO-59	64	QRO-34
15	AGS-62	40	ZAC-7-A	65	*X-16510-A
16	CHIS-344	41	*CHIH-61	66	*MICH-31
17	COAH-17	42	OAX-37	67	JAL-42
18	*JAL-128	43	JAL-153	68	PUE-295
19	AGS-68	44	*COAH-1-(2)	69	*JAL-84
20	CHIS-3-A	45	*PUE-102	70	ZAC-51
21	VER-98	46	VER-178	71	GTO-73
22	MEX-4	47	*DGO-71	72	*CHIH-21
23	*PUE-44	48	*JAL-162	73	*MICH-35
24	*PUE-27	49	*AGS-11-1	74	*AGS-65
25	*PUE-139-A	50	HGO-71	75	X-13316

Continuación Cuadro 1.

No. de colecta	Nombre de colecta	No. de colecta	Nombre de colecta	No. de colecta	Nombre de colecta
76	OAX-53	101	MICH-121	126	COAH-305
77	*AGS-70	102	VER-145	127	ZAC-10-A
78	JAL-40	103	PUE-367	128	*CHIS-355
79	*HGO-64-A	104	*CHIS-31	129	B,C,-8-A
80	DGO-69	105	GRO-42	130	ZAC-17
81	*CHIS-219-A	106	*A-1355-B	131	*PUE-61
82	*CHIS-127	107	*JAL-48	132	ZAC-11-A
83	*CHIS-66	108	*CHIS-57-2	133	DGO-17-C
84	AGS-19	109	NAY-10-A	134	HGO-1-A
85	DGO-21	110	OAX-48-A	135	COL-9
86	DGO-216	111	HGO-25-A	136	GRO-72
87	*MICH-149	112	*CHIS-116	137	MICH-27
88	PUE-288	113	ZAC-26	138	VER-165
89	*TLAX-78	114	*CHIS-359	139	*PUE-79
90	ZAC-78	115	PUE-303	140	ZAC-57
91	*HGO-51	116	*A-969-A	141	JAL-5
92	COL-13	117	*JAL-8-A	142	V.P. 44-A
93	CHIH-32	118	AGS-74	143	AGS-90
94	HGO-80	119	AGS-71	144	*JAL-29
95	CHIS-13	120	ZAC-13-A	145	JAL-168
96	MEX-241	121	ZAC-62	146	CHIS-12-B
97	*GRO-117	122	*QRO-35	147	PUE-278
98	PUE-45	123	*CHIS-547	148	ZAC-70
99	PUE-368	124	CHIH-27	149	SIN-2-A
100	AGS-74	125	AGS-37	150	AGS-61

Continuación Cuadro 1.

No. de colecta	Nombre de colecta	No. de colecta	Nombre de colecta	No. de colecta	Nombre de colecta
151	*CHIH-52	168	*GTO-33	185	CHIS-497
152	ZAC-70	169	V.P.-47-A	186	S.L.P.2-A-1
153	*GRO-31	170	GRO-66-A	187	AGS-33
154	*OAX-107	171	HGO-22	188	JAL-167
155	CHIH-58	172	AGS-4	189	*JAL-53
156	CHIS-7	173	ZAC-72	190	COAH-12
157	*X-16013-B	174	JAL-38	191	*V.P.-157-A
158	TAMPS-9-A	175	COL-11	192	*MICH-119
159	*PUE-122	176	*PUE-384	193	COAH-16
160	DGO-44	177	GRO-49	194	VER-174
161	JAL-25-1	178	*TLAX-456	195	*OAX-94
162	*JAL-150	179	JAL-39	196	*MICH-16
163	X-15998-A	180	*X-16774-A	197	MOR-30-A
164	*VER-129-A	181	*MAY-218	198	AGS-57
165	AGS-16-2	182	CHIS-7	199	*AGS-17
166	AGS-22	183	AGS-88	200	*TLAX-60-A
167	JAL-142	184	*X-16441		

* Colectas que no energieron en el campo.

Las características (descriptores) medidas fueron las siguientes

1. Largo del foliolo impar. Medido en centímetros.
2. Ancho del foliolo impar. Medido en centímetros.
3. Número de entrenudos al principio de floración.
4. Número de entrenudos a madurez fisiológica.
5. Altura de planta. Medida en centímetros.
6. Número de ramas a madurez fisiológica.
7. Diámetro del tallo. Medido en centímetros.
8. Peso total de planta a madurez fisiológica. Medida en gramos; Se pesó la planta completa al estar totalmente seca.
9. Peso del grano. Se pesó el grano producido por planta.
10. Número de granos por planta. Se contó el número de granos producidos por planta.
11. Número de vainas por planta.
12. Color primario de la semilla. Se registró en escala nominal, según los estándares de la Unidad de Recursos Genéticos del INIA.
13. Color secundario de la semilla. Se refiere a color de menor área, cuando la semilla presenta dos colores. Se registró también en escala nominal.
14. Forma del color secundario de la semilla. Se registró en escala nominal, según los estándares de la Unidad de Recursos Genéticos del INIA.

15. Brillantez de la semilla. Registrado en tres categorías: a) opaco, b) intermedio o c) brillante.
16. Número de días a primeras flores. Medida en días desde la siembra hasta el momento que hubo un 50% de floración en la unidad experimental.
17. Periodo de floración. Medida en días desde la emergencia de las primeras flores hasta que la unidad experimental estuvo a un 100% de floración.
18. Color de flor. Registrado en tres categorías: a) blanca, b) rosa y c) morada.
19. Número de días a últimas flores. Medida en días desde la siembra hasta el momento en que emergieron las últimas flores.
20. Número de días a madurez fisiológica. Medida en días desde la siembra hasta llegada la madurez fisiológica a la unidad experimental.
21. Volumen de 100 semillas. Medida en centímetros cúbicos.
22. Peso de 100 semillas. Medida en gramos.
23. Peso específico. Tomada como la relación de peso y volumen (peso/volumen).
24. Forma de la semilla. Registrada en seis categorías, según escala de la Unidad de Recursos Genéticos del INIA.

25. Largo de la semilla. Medida en centímetros.
26. Ancho de la semilla. Medida en centímetros.
27. Grueso de la semilla. Medida en centímetros.
28. Hábito de crecimiento. Registrada en varias categorías (nominal), según escala de la Unidad de Recursos Genéticos del INIA.

La lista y abreviatura de estas variables se puede observar en la Tabla I del apéndice.

5. ANALISIS ESTADISTICO

El razonamiento seguido para analizar la información base del presente estudio, de acuerdo con los objetivos propuestos, es el siguiente:

A veinte variables cuantitativas como son largo del foliolo impar, ancho del foliolo impar, número de entrenudos a inicio de floración, número de entrenudos a madurez fisiológica, altura de planta, número de ramas a madurez, diámetro del tallo, peso total de planta, peso de grano por planta, número de granos por planta, número de vainas por planta, número de días a primeras flores, periodo de floración, número de días a últimas flores, número de días a madurez fisiológica, volumen de 100 semillas, peso de 100 semillas, largo, ancho y grueso de la semilla se les realizó un análisis de componentes principales, basado en la matriz de correlaciones, estandarizando primeramente los datos, para evitar efectos de escala de medición. El objeto de este análisis fue tanto para eliminar las características que contribuyan poco a explicar la variabilidad presente en el material experimental como para seleccionar aquellos componentes principales que sir

van de base al análisis de conglomerados, El análisis de componentes principales se realizó usando el procedimiento "FACTOR" del paquete Statistical Analysis System (SAS) en la computadora del Colegio de Postgraduados de Chapin go, Méx., con la opción METHOD = PRIN.

Las variables cualitativas servirán posteriormente para describir cada uno de los grupos arrojados por el análisis de conglomerados,

Con los cinco primeros componentes principales normales. (aplicación de la norma), se calculó la distancia euclidiana para cada par de los 130 tipos de frijol. Obtenidas estas distancias se procedió a realizar el análisis de conglomerados, estableciéndose con éste una arborescencia que nos visualizó la agrupación del material. Para la agrupación se usó el método del centroide.

6. RESULTADOS Y DISCUSION

La información recabada para cada una de las variables se puede observar en la Tabla 1 del apéndice.

Los coeficientes de correlación entre las variables se pueden ver en la Tabla 2 del apéndice. En ésta podemos observar que existe alta correlación entre las variables de tres conjuntos distintos; el primero de ellos formado por las variables longitud de foliolo impar (LF) y ancho de foliolo impar (AF); el segundo por las variables de altura de planta (AP), días a primeras flores (DPF), días a últimas flores (DUF), número de entrenudos a inicio de floración (EI), número de entrenudos a madurez (EM) y número de días a madurez fisiológica (DMF); y el último por las variables peso total (PT), número de vainas por planta (VA), número de granos por planta (GR), volúmen de 100 granos (VOL), peso de 100 granos (PES), longitud de semilla (LS), ancho de semilla (AS) y grueso de semilla (GS).

El análisis de componentes principales indica que las veinte características usadas ayudan a explicar gran parte de la variabilidad expuesta por el material experimental. No obstante que las variables diámetro del tallo

y número de entrenados a madurez no son elementos de alguno de los cinco primeros componentes principales si componen, como elementos únicos, los componentes principales 6 y 11 respectivamente.

La Tabla 1 expresa los valores característicos λ_j (varianzas de los CP*) de los primeros cinco CP; así mismo muestra la proporción y la proporción acumulada que explica cada uno de los CP. La información de los demás componentes se puede observar en la Tabla 3 del apéndice.

Tabla 1. Valores característicos, proporción y proporción acumulada de explicación de los cinco primeros componentes principales.

Componente principal	Varianza (λ_j)	Proporción de explicación	Proporción acumulada
1	5.7655	28.82	28.82
2	3.3823	16.91	45.73
3	2.9216	14.60	60.33
4	1.7051	8.52	68.85
5	1.3188	6.59	75.44

Considerando que los primeros cinco componentes prin

* CP = Componentes principales.

cipales explican arriba del 75% de la variabilidad total y que cada uno de ellos explica más del 5% de ésta, se seleccionaron éstos para realizar el análisis de conglomerados y la agrupación de los 130 tipos de frijol.

Una vez seleccionados los cinco primeros componentes principales, se procedió a interpretarlos. Para ello se construyó un índice para cada componente principal. Haciendo uso del Cuadro 2 que presenta las características de los cinco primeros vectores característicos (los demás se pueden observar en la Tabla 4 del apéndice), cada índice se forma con aquellas características cuyo coeficiente representaría por lo menos un 75% del valor mayor de cada vector característico. Es decir, los valores de mayor valor absoluto de cada vector indican las características que más influyen en cada componente principal.

Como podemos observar en la Tabla 2, el primer componente principal se encuentra asociado con un índice que mide la forma y el tamaño de la semilla puesto que el largo, ancho y grueso de ésta son indicadores de la forma, y el volumen y peso de 100 semillas del tamaño.

El segundo componente se puede ver asociado con un índice que mide el rendimiento, puesto que el peso total, peso de grano, número de granos por planta y número

Cuadro 2. Vectores Característicos Asociados a los Primeros Cinco Componentes Principales.

Característica	Vector Característico				
	1	2	3	4	5
Longitud del foliolo impar	0.191766	0.117938	0.114234	0.525484	-.214222
Ancho del foliolo impar	0.132800	0.106461	0.121757	0.578635	-.236169
No. entrenudos a inicio de florac.	-.116300	-.079277	0.319175	-.150511	0.300803
No. entrenudos a madurez	-.213072	-.209034	0.229587	0.207295	0.075730
Altura de planta	-.098014	-.066339	0.416920	0.196646	0.076079
No. de ramas a madurez	-.071629	0.108192	0.070020	0.381277	0.470375
Diámetro del tallo	-.174086	0.143437	0.037145	0.065622	-.053344
Peso total	-.017892	0.473185	0.200388	-.097819	-.138615
Peso de grano	0.076315	0.461875	0.182994	-.170968	-.068541
No. de granos por planta	-.246873	0.394520	-.010632	-.030191	-.126017
No. de vainas por planta	-.224432	0.410718	0.027057	-.089887	-.065267
No. de días a primeras flores	-.226792	-.190788	0.315128	-.130870	-.343632
Período de floración	-.031320	0.195862	0.158770	0.025366	0.565088
No. de días a últimas flores	-.217393	-.108216	0.377018	-.069558	-.075947
No. de días a madurez	-.220031	-.190499	0.314987	-.056664	-.179617
Volumen de 100 semillas	0.375931	-.003866	0.197014	-.064603	-.026224
Peso de 100 semillas	0.380900	-.004178	0.180444	-.087207	-.044189
Largo de semilla	0.322461	-.025975	0.122651	-.052173	-.150525
Ancho de semilla	0.307431	0.049024	0.288309	-.182352	0.117763
Grueso de semilla	0.301941	-.025599	0.165947	-.117100	0.116504

Tabla 2. Características e índices asociados a los primeros cinco componentes principales, del ACP.

Componente principal	Índice	Características de mayor peso	Coefficiente del vector característico
1	1	Volumen de 100 semillas	0.3759
		Peso de 100 semillas	0.3809
		Largo de la semilla	0.3224
		Ancho de la semilla	0.3074
		Grueso de la semilla	0.3019
2	2	Peso total de planta a madurez	0.4731
		Peso de grano por planta	0.4618
		No. de granos por planta	0.3945
		No. de vainas por planta	0.4107
3	3	No. entrenudos inicio de floración	0.3191
		Altura de planta	0.4169
		Días a primeras flores	0.3151
		Días a últimas flores	0.3770
		Días a madurez fisiológica	0.3149
4	4	Longitud de foliolo impar	0.5254
		Ancho del foliolo impar	0.5786
5	5	No. de ramas a madurez	0.4703
		Periodo de floración	0.5650

ro de vainas por planta están estrechamente relacionados con el rendimiento; de tal forma que éstos pueden ser considerados como componentes de rendimiento en frijol.

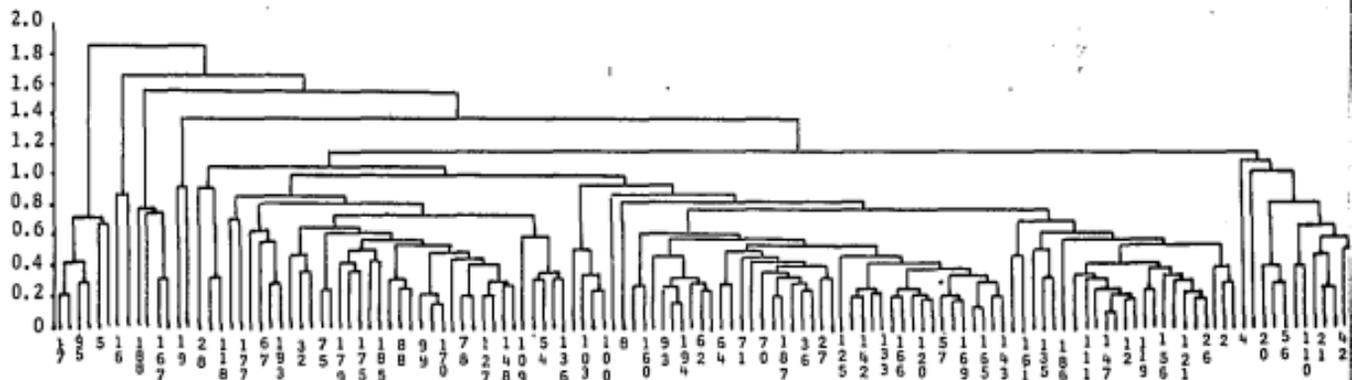
El tercer componente se encuentra asociado con un índice relacionado al hábito de crecimiento y ciclo vegetativo, ya que las características que lo forman están asociadas con estos caracteres.

El cuarto componente se encuentra asociado a un índice que mide la capacidad de resistencia a sequía, ya que los coeficientes altos de longitud y ancho del foliolo así lo indican.

Por último, el quinto componente principal se asocia a un índice que relaciona el número de ramas con el periodo de floración.

Con relación al análisis de conglomerados, la Figura 2 describe la arborescencia de los 130 tipos de frijol. Esta se obtuvo a partir de las distancias euclidianas (que pueden tomar valores entre 0 y 2), considerando los cinco primeros componentes principales después de aplicarles la norma. Para la agrupación se usó el método del "Centroide". En esta arborescencia se observa que a una distancia euclidiana de 0.95 se formaron 10 grupos y a una distancia euclidiana de 0.70 los grupos 1, 2, 4, 5 y 10 se dividieron

Figura 2. Arborescencia que Muestra Visualmente la Agrupación de los genotipos de frijol.



en dos subgrupos y los grupos 3, 6 y 7 en tres, cuatro y cinco subgrupos respectivamente. Cabe aclarar que los valores seleccionados de distancia se hizo en base a las necesidades prácticas del Banco de Germoplasma de Frijol del INIA.

La agrupación del material es la siguiente:

Grupo I

C o l e c t a		C o l e c t a	
Número	Nombre	Número	Nombre
17	COAH-17	101	MICH-121
98	PUE-45	5	X-15919
95	CHIS-13	197	MOR-30-A

Subgrupo I.1. Formado por las colectas No. 17, 98, 95 y 101.

Subgrupo I.2. Formado por las colectas No. 5 y 197.

Grupo II

C o l e c t a	
Número	Nombre
16	CHIS-344
38	CHIS-94

Subgrupo II.1. Formado por la colecta No. 16,

Subgrupo II.2. Formado por la colecta No. 38,

Grupo III

C o l e c t a		C o l e c t a	
Número	Nombre	Número.	Nombre
188	JAL-167	167	JAL-142
190	COAH-12	174	JAL-38

Subgrupo III.1. Formado por la colecta No. 188,

Subgrupo III.2. Formado por la colecta No. 190

Subgrupo III.3. Formado por la colecta No. 167 y 174,

Grupo IV

C o l e c t a	
Número	Nombre
19	AGS-68
22	MEX-4

Subgrupo IV.1. Formado por la colecta No. 19,

Subgrupo IV.2. Formado por la colecta No. 22,

Grupo V

C o l e c t a	
Número	Nombre
28	DGO-57
113	ZAC-26
118	AGS-74

Subgrupo V.1. Formado por la colecta No. 28.

Subgrupo V.2. Formado por las colectas No. 113, 118.

Grupo VI

C o l e c t a		C o l e c t a	
Número	Nombre	Número	Nombre
51	OAX-36	88	PUE-288
177	GRO-49	149	SIN-2-A
140	ZAC-57	99	PUE-368
67	JAL-42	129	B.C.-8-A
63	AGS-75	170	GRO-66-A
193	COAH-16	105	GRO-42
124	CHIH-27	78	JAL-40
32	COAH-323	84	AGS-19
150	AGS-61	127	ZAC-10-A
75	X-13316	137	MICH-27
29	PUE-399	148	ZAC-70
179	JAL-39	198	AGS-57
146	CHIS-12-B	109	NAY-10-A
175	COL-11	53	COAH-4
3	CHIS-268	54	YUC-27
185	CHIS-497	40	ZAC-7-A
158	TAMPS-9-A	136	GRO-72

Subgrupo VI.1. Formado por las colectas No. 51, 171.

Subgrupo VI.2. Formado por las colectas No. 140, 61, 63 y 193.

Subgrupo VI.3. Formado por las colectas No. 124, 31, 150, 75, 29, 179, 146, 175, 3, 185, 158, 88, 149, 99, 119, 170, 105, 78, 84, 127, 137, 148 y 198.

Subgrupo VI.4. Formado por las colectas No. 109, 51, 54, 40, 136.

Grupo VII

C o l e c t a		C o l e c t a		C o l e c t a	
Número	Nombre	Número	Nombre	Número	Nombre
59	AGS-15	36	PUE-8-A-2	138	VER-165
103	PUE-367	182	CHIS-7	135	COL-9
15	AGS-62	27	CHIS-4-A-1	152	ZAC-70
100	AGS-74	68	PUE-295	186	S.L.P. 3-A-1
76	OAX-53	125	AGS-37	122	QRO-35
8	CHIS-95	90	ZAC-78	111	HGO-25-A
155	CHIH-58	142	V.P.-44-A	80	DGO-69
160	DGO-44	126	COAH-305	147	PUE-278
37	JAL-124	133	DGO-17-C	183	AGS-88
93	CHIH-32	134	HGO-1-A	12	GTO-57
96	MEX-241	166	AGS-22	115	PUE-303
194	VER-174	172	AGS-4	119	AGS-71
86	DGO-216	120	ZAC-13-A	141	JAL-5
62	AGS-7	173	ZAC-72	145	CHIS-7
85	DGO-21	57	AGS-18-2	163	X-15 98-A
64	QRO-34	58	A-1389	121	ZAC-62
171	HGO-22	169	V.P.-47-A	10	AGS-88-A
71	GTO-73	145	JAL-168	26	AGS-67
14	AGS-66	165	AGS-16-2	43	JAL-153
70	ZAC-51	132	ZAC-11-A	2	PUE-27-C-1

<u>C o l e c t a</u>		<u>C o l e c t a</u>		<u>C o l e c t a</u>	
<u>Número</u>	<u>Nombre</u>	<u>Número</u>	<u>Nombre</u>	<u>Número</u>	<u>Nombre</u>
94	HGO-80	143	AGS-90	130	ZAC-17
187	AGS-33	60	CHIS-154-A		
55	DGO-17-A	161	JAL-25-1		

Subgrupo VII.1. Formado por las colectas No. 59, 103, 15, 100.

Subgrupo VII.2. Formado por la colecta No. 76

Subgrupo VII.3. Formado por la colecta No. 8.

Subgrupo VII.4. Formado por las colectas No. 155, 160, 37, 93, 96, 194, 86, 62, 85, 64, 171, 71, 14, 70, 94, 187, 55, 36, 182, 27, 68, 125, 90, 142, 126, 133, 134, 166, 172, 120, 173, 57, 58, 169, 145, 168, 132, 143.

Subgrupo VII.5. Formado por las colectas No. 60, 161, 138, 135, 152, 186, 122, 111, 80, 147, 183, 12, 115, 119, 141, 156, 163, 121, 10, 26, 43, 2, 130.

Grupo VIII

<u>C o l e c t a</u>	
<u>Número</u>	<u>Nombre</u>
4	OAX-98

Grupo IX

C o l e c t a

Número Nombre

39 DGO-59

Grupo X

C o l e c t a

Número Nombre

20 CHIS-3-A

13 CHIS-14

56 VER-76

6 ZAC-20

110 OAX-48-A

C o l e c t a

Número Nombre

50 HGO-71

21 VER-98

46 VER-178

42 OAX-37

102 VER-145

Subgrupo X.1. Formado por las colectas No. 20, 13, 56.

Subgrupo X.2. Formado por las colectas No. 6, 110,
50, 21, 46, 42, 102.

7. CONCLUSIONES

1. Las variables longitud del foliolo impar y ancho del foliolo impar están estrechamente correlacionadas; las variables altura de planta, No. de días a primeras flores, No. de días a últimas flores, No. de entrenudos a inicio de floración, No. de entrenudos a madurez fisiológica están muy correlacionadas entre sí; por último las variables peso total, No. de vainas por planta, No. de granos por planta, volumen de 100 granos, peso de 100 granos, longitud de semilla, ancho de semilla y grueso de semilla también se encuentran correlacionadas entre sí.
2. El análisis de componentes principales indica que las 20 características usadas explican gran parte de la variabilidad total, implicando que ninguna de ellas deba eliminarse.
3. El análisis de componentes principales muestra que los cinco primeros componentes principales explican el 75.44% de la variabilidad total (ver Tabla 1). El primero explica un 28.82%, el segundo un 16.91%, el tercero un 14.60%, el cuarto un 8.52% y el quinto un 6.59%.

4. El primer componente principal se encuentra asociado a un índice que mide la forma y el tamaño de la semilla, puesto que el largo, ancho y grueso de ésta tuvieron valores altos. El segundo está relacionado con el rendimiento, el tercero con el hábito de crecimiento y ciclo vegetativo, el cuarto con resistencia a sequía y el quinto relaciona el No. de ramas con período de floración.

5. Los resultados fueron muy similares a los que obtuvo Cárdenas (1984), aunque este autor contó con mayor cantidad de colectas y por lo tanto con mayor variación genética, llegando inclusive a describir cada grupo desde un punto de vista agronómico,

8. RECOMENDACIONES

1. Para observar objetivamente las bondades del método de agrupación usado en el estudio, es conveniente sembrar los 130 materiales, agrupándolos de acuerdo con los resultados del trabajo. Es decir, sembrar todos los tipos correspondientes a cada grupo, en parcelas contiguas. Esto permitirá que el Banco de Germoplasma de Frijol ordene, almacene y conserve de mejor forma sus materiales.
2. Como complemento al estudio y con la finalidad de caracterizar cada uno de los grupos mencionados, se recomienda realizar un análisis, de los distintos grupos que arrojaron los resultados, desde el punto de vista agronómico, evolutivo y biológico.

9. BIBLIOGRAFIA

9.1. BIBLIOGRAFIA CITADA

1. Anderberg, M.R. (1973). "Cluster Analysis for Applications". N.Y. Academic Presss.
2. Benzecri, J.P. (1973). "L'Analyse des Donnees", Tomo 1: La Toxonomie, Tomo 2: L'Analyse des Correspondences". Ed. Dunod (2^a Ed. 1976) Paris.
3. Cárdenas, R.F. (1951). "Clasificación preliminar de los frijoles en México", Tesis profesional, UAAAN, Saltillo, Coah. 84 p.
4. Cervantes, S.T. (1976). "Efectos genéticos y de interacción genotipo-ambiente en la clasificación de razas mexicanas de maíz". Tesis de Doctorado, Colegio de Postgraduados, Chapingo, Méx.
5. Galindo, R.G.A. (1982). "Caracterización morfológica de germoplasma de yuca (Manihot esculenta Crantz)". Tesis profesional, Univ. Aut. de Chapingo, 73 p.
6. Gnanadesikan, R. (1977). "Methods for statistical data analysis of multivariate observations". John Willey and Sons, New York. Chichester. Brisbane. Toronto. 311 p.

7. Hotelling, H. (1933). "Analysis of a Complex of Statistical Variables into Principal Components". J. Educ. Psy. Vol. 24: 417-441, 498-520.
8. Lance, G.N, y W.T. Williams (1967). "A general theory of classificatory sorting strategies", I. Hierarchical System. Comput. J., 9, p. 373-380.
9. Lebart L., A. Morineau, J.P. Fenelon. (1982). "Traitement des données statistiques, méthodes et programmes", 2^a Ed. Dunod, Paris,
10. Martínez, N.O. (1981). "Evaluación de 34 variedades de Maní mediante técnicas multivariadas". Hojas mimeografiadas, Depto. del Tolima, Venezuela. 26 p.
11. Michener, C.O. and R.R. Sokal (1957). "A quantitative approach to a problem in classification". Evolution, 11, p. 130-162.
12. Nieto, H.J., M.R. de Labra y J.J. Sánchez (1983). "Agrupación de ambientes en el Trópico Mexicano de acuerdo al desarrollo fenológico de 10 cultivares de soya". Agric. Téc. Méx. 9 (1): 45-63,
13. Pearson, K. (1901). "On lines and planes of closest fit to systems of points in space". Phil. Mag. Vol. 2. No. 11: 559-572.

14. Sneath, P.H.A. and R.R. Sokal (1974). "Numerical taxonomy". W.H. Freeman and Co. San Francisco, U.S.A.
15. Solís, del R.R. (1974). "Algoritmos, estrategias y modelos para métodos de agrupación". Tesis de Maestría, Colegio de Postgraduados, Chapingo, Méx.
16. Solorzano, V.R. (1982). "Clasificación de hábitos de crecimiento en *Phaseolus vulgaris*, L.". Tesis de M.C., Colegio de Postgraduados, Chapingo, Méx. 72 p.
17. Vargas, CH.D. (1984). "Introducción al análisis de observaciones multivariadas". México, SARH, INIA. 75 p. (Mimeografiado).
18. Wellhausen, E.J., L.M. Roberts y H.X. Ernesto, en colaboración con P.C. Mangelsdorf (1951). "Razas de maíz en México". Folleto Técnico No. 5. Oficina de Estudios Especiales, Secretaría de Agricultura y Ganadería, México.

9.2. BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

1. Blackith, R.W. (1960). "A synthesis of multivariate techniques to distinguish patterns of growth in grasshoppers". Biometrics 16: 28-40.

2. Cárdenas, R.F. (1984), "Clasificación preliminar de los frijoles en México". Folleto Técnico No. 81, INIA.
3. Cooley, W.W., and Lohnes, P.R. (1971). "Multivariate data analysis". John Wiley and Sons, New York, London, Sydney, Toronto, 364 p.
4. Espinoza, G. y López, A. (1977), "Introducción a los métodos jerárquicos de análisis de cúmulos", IDMAS, UNAM, México, Comunic. Téc. No. 9, serie verde, 77 p.
5. Hair, J.F., Anderson, R.E., Tatham, R.L. y Grablovsky, B.J. (1979). "Multivariate data analysis with reading", Division of Petroleum Publishing Company, Tulsa, Oklahoma 74101.
6. Hussaini, S.H., Goodman, M.M., Timothy, D.H. (1972), "Multivariate Analysis and the Geographical Distribution of the World Collection", Paper numero 5015 de Journal Series of the North Carolina Agric. Exp. Stn, Raleigh, NC 27607.
7. Mardia, K.V., Kent, J.T. and Bibby, J.M. (1979), "Multivariate analysis". Academic Press, London, New York, Toronto, Sydney, San Francisco, 521 p.

8. Morrison, D.F. (1967). "Multivariate Statistical Methods".
Mc. Graw-Hill Book Company, N.Y., U.S.A.
9. Orozco, J.L. (1979). "Interrelación de poblaciones de te-
cintle anual mexicano". Tesis de M.C. Colegio de Post-
graduados, Chapingo, Méx. 61 p.
10. Walker, M.E. (1980). "Métodos multivariados para el análisis de datos". Seminarios técnicos, Vol. 5 No. 1, CIAN,
INIA, SARH. 43 p.

10. A P E N D I C E

Tabla A1. Lista y Abreviatura de las Variables en Estudio.

No. de variable	Abrev. de variable	Nombre de la variable
1	LF	Largo del foliolo impar
2	AF	Ancho del foliolo impar
3	EI	Número de entrenudo al inicio de la floración
4	EM	Número de entrenudo a la madurez fisiológica
5	AP	Altura de planta
6	RM	No. de ramas a la madurez
7	DT	Diámetro de tallo
8	PT	Peso total de la planta
9	PG	Peso de grano por planta
10	GR	Número de granos por planta
11	VA	Número de vainas por planta
12	CPS	Color primario de la semilla
13	CSS	Color secundario de la semilla
14	FCS	Forma color secundario de la semilla
15	BRI	Brillantez de semilla
16	DPF	Días a primeras flores
17	PF	Período de floración
18	CF	Color de la flor
19	CUF	Días a últimas flores
20	DMF	Días a madurez fisiológica
21	VOL	Volumen de 100 semillas
22	PES	Peso de 100 semillas
23	PESP	Peso específico, peso/vul
24	FORM	Forma de la semilla
25	LS	Largo de la semilla
26	AS	Ancho de la semilla
27	GS	Grueso de la semilla
28	HC	Hábito de crecimiento

Cuadro Al. Datos Originales para la Caracterización de 200 Genotipos de Frijol.

OBS	TIPO	LF	AF	EI	EM	AP	RM	DT	PT	PG	GR	VA	CPS	CSS
1	2	8.81	5.90	15.90	10.70	48.5	5.67	9.4	116.0	58.6	255.7	77.9	1	7
2	3	8.63	7.24	12.50	12.10	43.1	6.78	9.7	91.4	46.5	216.4	45.1	6	0
3	4	7.51	5.03	13.60	11.90	45.0	6.00	8.9	126.4	65.3	454.3	101.8	9	0
4	5	10.33	7.23	6.70	5.70	33.0	4.22	9.0	86.9	53.8	86.9	26.3	3	6
5	6	8.85	6.32	14.80	11.60	53.5	6.11	10.4	161.2	67.6	340.6	92.8	4	0
6	8	8.73	6.11	14.50	13.00	55.6	5.56	8.1	149.2	82.7	300.8	83.8	9	0
7	10	7.99	5.84	12.00	7.50	55.0	6.33	8.5	120.9	70.2	231.6	71.7	3	5
8	12	8.72	5.64	14.80	8.10	41.2	5.00	10.4	154.8	90.4	305.5	72.0	1	9
9	13	9.67	7.26	12.50	11.10	52.5	6.33	11.6	119.2	60.8	334.1	77.4	9	0
10	14	9.04	7.06	12.60	11.00	48.9	5.11	9.3	154.1	93.3	202.5	63.2	4	0
11	15	9.95	6.25	13.10	9.00	46.9	4.89	9.3	95.8	45.2	92.8	33.6	3	5
12	16	9.76	7.46	11.90	11.10	45.5	13.67	8.8	107.7	65.0	261.8	67.8	9	0
13	17	10.23	6.66	6.10	5.20	32.3	4.40	6.6	86.2	44.2	111.0	26.8	2	0
14	19	9.85	5.99	15.60	10.00	71.5	12.00	7.9	126.3	69.2	147.9	50.9	3	5
15	20	9.97	8.09	13.20	11.80	46.5	5.11	10.8	99.4	43.0	222.4	56.1	9	0
16	21	10.02	7.23	10.30	14.10	42.7	6.20	11.8	187.0	65.0	470.3	112.7	9	0
17	22	9.79	7.15	15.70	14.70	91.0	5.89	8.8	133.7	78.8	171.2	65.7	3	8
18	26	7.86	5.92	11.00	11.40	43.7	5.56	8.6	132.6	67.6	222.7	70.2	1	0
19	27	9.55	6.47	11.40	11.44	41.4	5.30	8.1	127.0	86.4	206.1	66.1	3	4
20	28	8.83	7.37	15.00	12.40	44.5	5.33	9.7	143.4	68.4	219.4	56.3	3	4
21	32	7.69	5.39	22.20	12.90	43.3	5.60	9.6	86.1	26.2	135.0	40.5	3	4
22	36	8.83	6.35	14.60	6.60	45.0	5.89	11.1	162.9	88.0	219.8	70.9	3	9
23	37	9.49	6.99	17.30	11.90	52.0	5.67	9.1	84.3	55.7	122.7	43.6	3	4
24	38	11.07	7.95	18.50	12.30	74.7	13.50	9.5	115.4	60.0	237.0	65.6	9	0
25	39	9.30	6.27	14.70	7.20	39.3	6.56	8.7	188.9	127.6	477.6	114.3	9	0
26	40	8.44	6.03	12.80	12.30	49.3	6.11	9.1	92.9	54.4	172.7	50.7	3	4
27	42	9.79	6.83	13.90	9.20	48.0	6.33	10.9	141.9	74.6	367.3	105.6	9	0
28	43	9.15	6.10	17.60	13.20	46.6	6.00	8.9	122.1	64.2	241.9	68.8	2	0
29	46	8.65	7.09	8.50	13.10	54.8	5.89	13.5	176.9	79.3	454.8	90.5	9	0
30	50	8.38	7.11	10.80	10.20	50.7	5.56	12.1	163.4	79.1	490.3	89.7	9	0
31	51	8.12	5.30	17.50	12.56	80.0	4.11	8.0	93.4	46.1	249.9	55.2	9	0
32	53	9.16	7.08	17.80	12.10	44.6	5.78	9.3	78.4	38.4	104.2	33.4	3	5
33	54	9.32	6.43	17.10	11.90	66.7	4.78	7.0	68.2	29.1	115.1	29.6	9	0
34	55	9.35	6.20	16.65	5.30	40.3	5.33	9.2	130.6	84.0	239.3	68.8	1	2

OBS	FCS	BRI	DPF	PF	CF	DUF	DMF	VOL	PES	FORM	LS	AS	GS	IC	GRVA	PESP
1	3	2	65	29	1	94	120	22	27.98	P	9.8	7.4	5.3	3	3.2824	1.2718
2	0	1	50	36	3	86	111	16	19.34	P	9.2	6.2	4.5	2	4.7982	1.2087
3	0	3	65	29	2	94	123	13	13.40	P	9.7	5.5	3.6	3	4.4626	1.0307
4	3	2	42	25	1	67	96	48	58.37	A	16.4	7.7	6.3	1	3.3041	1.2160
5	0	1	69	32	1	101	126	14	19.54	P	9.8	6.8	4.5	4	3.6702	1.3957
6	0	2	54	50	2	104	120	23	27.75	P	12.3	7.9	5.1	4	3.5895	1.2065
7	3	2	56	33	1	89	111	22	28.45	P	10.9	7.2	5.4	3	3.2301	1.2931
8	3	2	55	37	1	92	106	23	28.38	P	10.5	7.7	5.4	3	4.2430	1.2339
9	0	1	56	36	2	92	108	14	18.62	P	9.9	6.3	4.3	2	4.3165	1.3300
10	0	2	56	33	1	89	107	36	44.02	P	11.9	8.9	5.5	3	3.2041	1.2227
11	1	2	56	33	3	89	106	35	41.21	A	14.5	7.6	5.4	2	2.7619	1.1774
12	0	3	42	39	2	81	105	18	23.28	E	9.8	7.1	4.7	2	3.8613	1.2933
13	0	2	42	25	3	67	92	30	39.94	C	13.1	7.2	5.9	1	4.1417	1.3313
14	1	2	52	38	3	90	108	38	44.32	O	10.3	9.1	6.9	3	2.9057	1.1663
15	0	1	56	36	2	92	111	19	19.98	P	10.5	6.4	3.8	2	3.9643	1.0515
16	0	1	56	36	2	92	101	13	16.50	E	8.6	5.6	5.6	2	4.1730	1.2692
17	3	2	54	38	1	92	108	46	56.29	P	14.0	9.6	6.0	3	2.6057	1.2237
18	0	2	56	36	1	92	116	25	39.76	P	10.9	7.8	5.1	3	3.1723	1.5904
19	1	2	52	38	3	90	101	33	31.75	P	11.5	8.5	5.2	2	3.1180	0.9621
20	1	2	73	25	1	98	126	27	31.75	A	12.1	7.2	3.9	3	3.8969	1.1759
21	2	2	54	32	1	86	101	18	21.03	P	10.7	7.7	4.3	3	3.3333	1.1683
22	2	1	54	36	2	90	114	28	35.17	P	13.3	9.2	4.2	4	3.1001	1.2560
23	1	2	54	36	1	90	103	30	34.38	P	11.5	8.4	6.0	3	2.8142	1.1460
24	0	2	54	36	2	90	103	20	24.44	P	10.4	6.4	4.7	4	3.6128	1.2220
25	0	3	55	35	2	90	101	20	23.40	P	10.7	6.6	4.5	3	4.1784	1.1700
26	2	2	65	31	1	96	117	30	33.04	P	10.1	7.7	5.5	3	3.4063	1.1013
27	0	1	50	42	2	92	101	13	17.09	P	8.7	6.6	4.3	2	3.4782	1.3146
28	0	2	56	36	1	92	120	20	25.45	P	10.7	7.4	4.6	3	3.5159	1.2725
29	0	1	57	35	2	92	103	14	16.61	P	9.4	6.3	3.7	2	5.0254	1.1864
30	0	2	65	27	2	92	103	15	16.85	P	8.5	6.2	3.5	2	5.4660	1.1233
31	0	3	59	41	2	100	120	16	20.38	P	10.7	6.9	4.5	4	4.5271	1.2737
32	3	2	59	33	1	92	114	27	31.34	P	11.6	7.0	5.1	3	3.1197	1.1607
33	0	3	59	33	1	92	117	20	24.23	P	11.7	7.2	3.9	3	3.8885	1.2115
34	3	2	56	36	1	92	101	27	35.13	P	11.1	8.0	5.4	3	3.4782	1.3011

Continuación Cuadro A1.

OBS	TIPO	LF	AF	EI	EM	AP	RM	DT	PT	PG	GR	VA	CPS	CSS
35	56	9.93	7.75	14.70	10.40	48.4	5.89	10.8	105.1	53.3	272.4	63.6	9	0
36	57	9.46	6.61	17.70	9.90	54.0	4.67	10.6	121.9	70.0	147.1	42.4	3	8
37	58	8.62	7.02	16.60	8.20	47.4	6.44	9.1	131.5	66.9	186.5	53.3	1	9
38	59	8.23	5.92	13.40	8.40	46.6	4.50	7.5	68.9	32.5	92.5	35.2	3	5
39	60	10.24	7.33	12.70	8.50	40.6	8.00	8.8	178.4	83.0	303.2	77.4	9	0
40	62	9.02	6.43	13.40	13.00	63.2	6.78	9.7	123.2	70.8	172.3	59.1	2	7
41	63	8.21	5.37	16.50	6.30	40.5	6.11	9.0	107.4	56.0	199.3	63.8	1	6
43	67	7.01	4.25	17.10	6.20	45.2	4.67	10.3	89.2	46.8	227.1	66.1	1	0
44	68	9.19	6.69	14.00	5.80	53.6	5.33	9.6	144.7	84.3	240.7	65.0	8	9
45	70	8.64	6.53	17.20	6.00	56.8	5.11	10.1	145.7	84.6	207.2	59.5	5	0
46	71	9.40	6.39	17.20	7.20	46.2	5.33	9.9	160.8	111.2	251.3	72.6	1	0
47	75	8.41	6.47	17.30	12.80	49.7	7.11	11.5	84.7	26.6	191.9	55.2	1	0
48	76	8.59	5.05	16.70	9.89	43.1	6.38	9.2	186.2	99.8	296.9	76.6	3	9
39	78	8.08	5.98	18.40	10.90	44.2	6.22	11.3	97.7	47.1	179.6	49.6	2	0
50	80	8.12	5.55	16.70	8.90	42.0	5.78	9.2	147.0	86.4	283.7	72.8	2	0
51	84	7.94	5.55	16.70	14.80	53.7	6.22	10.8	79.7	37.7	158.6	68.2	9	0
52	85	9.24	6.09	16.20	12.70	50.5	5.67	8.3	104.1	65.8	225.6	61.2	2	0
53	86	9.29	6.95	15.50	13.60	53.8	6.11	9.7	139.1	74.0	195.2	68.6	3	7
54	88	8.15	5.14	10.90	10.30	45.4	4.90	10.9	87.5	35.0	281.9	76.3	1	0
55	90	8.62	6.00	17.20	8.70	44.7	6.44	8.2	113.2	65.0	165.0	51.4	3	5
56	92	9.02	6.23	15.90	14.50	47.3	6.78	10.7	79.1	31.8	219.9	52.6	3	0
57	93	9.44	6.90	15.00	9.70	59.5	4.11	6.9	116.8	65.6	209.0	68.7	3	9
58	94	9.12	6.79	14.75	9.80	47.0	5.80	10.4	154.5	101.0	243.3	72.1	3	5
59	95	10.28	7.39	8.00	5.00	25.0	4.60	6.6	74.0	38.2	83.6	25.0	3	9
60	96	9.35	6.53	17.50	11.70	50.6	5.67	10.9	104.2	68.0	224.0	56.5	8	9
61	98	10.07	6.84	6.50	6.50	36.1	4.67	8.1	84.7	57.0	101.6	38.6	2	0
62	99	7.77	5.69	13.50	13.90	46.4	6.00	9.3	65.7	37.2	145.1	51.9	2	0
63	100	9.64	6.69	14.50	11.70	45.6	5.11	8.8	92.6	53.5	110.5	38.1	7	0
64	101	10.20	6.80	7.00	6.25	25.8	3.25	5.2	63.7	29.5	79.1	24.4	2	0
65	102	9.50	6.67	14.00	10.40	54.7	6.11	10.6	137.7	76.4	377.3	95.6	9	0
66	103	8.98	5.98	9.50	11.80	43.0	5.00	10.2	78.0	30.5	71.2	30.4	3	5
67	105	7.54	5.70	18.50	13.10	47.5	5.80	10.2	103.0	56.3	237.4	69.7	2	0
68	109	8.25	5.92	18.00	12.10	47.6	4.89	8.1	59.3	23.7	97.7	28.6	3	2
69	110	8.79	6.56	12.00	12.20	52.9	5.56	9.9	174.2	81.8	347.1	114.9	4	0
70	111	8.36	5.28	11.00	6.50	37.5	4.33	9.6	153.1	85.7	296.0	68.3	8	9

OBS	FCS	BRI	OPF	PF	CF	DUF	OMP	VOL	PES	FORM	LS	AS	GS	HC	GRVA	PESP
35	0	1	56	36	2	92	101	16	19.16	P	9.4	7.2	3.5	2	4.2830	1.1975
36	0	2	50	40	1	90	109	40	45.84	P	12.5	9.6	6.4	3	3.4693	1.1460
37	3	2	56	36	1	92	109	38	40.55	P	12.7	9.0	6.2	3	3.4990	1.0671
38	3	2	54	32	3	86	100	32	37.69	P	12.6	9.2	6.1	3	2.6278	1.1778
39	0	2	56	36	2	92	101	28	29.46	P	10.8	7.7	4.8	4	3.9173	1.0521
40	3	3	56	32	3	88	101	30	35.36	P	13.3	9.8	5.2	3	2.9154	1.1786
41	3	3	56	34	1	90	100	21	27.09	O	9.1	7.2	5.3	3	3.1238	1.2900
42	3	2	56	34	1	90	101	30	36.65	P	11.4	8.9	5.9	3	3.4972	1.2216
43	0	2	54	32	1	86	101	15	20.04	E	8.9	6.3	5.1	3	3.4357	1.3360
44	3	2	56	32	2	88	101	27	34.47	P	12.5	7.7	4.5	3	3.7030	1.2766
45	0	1	56	36	1	92	101	34	41.61	P	11.7	8.8	5.5	3	3.4823	1.2238
46	0	1	56	31	1	87	101	36	46.45	P	12.0	8.5	5.7	3	3.4614	1.2902
47	0	2	59	30	1	89	120	11	14.71	E	8.1	5.4	4.4	3	3.4764	1.3372
48	1	2	56	36	2	42	101	25	31.61	F	10.9	7.8	5.5	3	3.8759	1.2644
49	0	1	56	36	1	92	117	18	23.42	P	9.5	6.8	4.6	3	3.6209	1.3011
50	0	3	56	32	1	88	100	25	28.89	O	9.5	8.2	5.8	3	3.8969	1.1556
51	0	1	56	32	2	88	108	15	19.82	O	8.4	6.5	5.5	3	2.3255	1.3213
52	0	2	56	36	1	92	108	32	37.73	P	12.5	8.5	5.3	3	3.6862	1.1790
53	3	2	59	33	1	92	108	30	35.72	P	11.6	9.0	5.4	3	2.8454	1.1906
54	0	2	56	36	1	92	103	10	12.41	E	8.5	5.3	4.0	3	3.6946	1.2410
55	3	2	56	36	1	92	103	32	36.47	P	11.8	8.7	4.8	3	3.2101	1.1396
56	0	1	58	34	2	92	103	12	13.50	F	8.9	5.4	3.6	2	4.1806	1.1250
57	3	2	56	36	2	92	101	25	30.83	P	11.7	8.5	3.8	4	3.0422	1.2332
58	3	2	56	36	1	92	101	32	40.38	A	12.5	8.8	5.4	3	3.3744	1.2618
59	3	3	42	23	2	65	92	30	35.57	A	14.0	6.4	4.5	1	3.3440	1.1856
60	1	2	56	31	2	87	117	25	29.73	E	11.1	7.6	5.8	4	3.9646	1.1892
61	0	3	42	23	3	65	92	37	45.63	E	12.5	7.7	6.4	1	2.6321	1.2332
62	0	2	63	31	2	94	108	19	21.32	O	8.6	6.5	4.8	3	2.7957	1.1221
63	0	3	56	33	1	89	103	38	43.54	E	12.3	8.7	6.6	4	2.9002	1.1457
64	0	3	42	23	3	65	92	30	39.30	C	12.3	6.8	5.4	1	3.2418	1.3100
65	0	3	56	44	2	100	117	19	21.80	P	9.4	6.6	4.1	4	3.9466	1.1473
66	1	2	56	36	3	92	102	45	51.71	A	16.5	8.2	5.9	2	2.3421	1.1491
67	0	2	63	32	1	95	118	22	24.41	P	11.1	7.6	4.3	4	3.4060	1.1095
68	1	2	64	30	1	94	126	16	22.40	E	10.0	6.4	5.2	4	3.4160	1.4000
69	0	1	64	32	1	96	117	15	21.53	E	11.0	6.7	3.7	4	3.0208	1.4353
70	1	2	54	38	2	92	106	20	28.19	P	12.3	7.7	4.8	3	4.3426	1.4095

Continuación Cuadro Al.

OBS	TIPO	LP	AP	EI	EM	AP	RM	DT	PT	PG	GR	VA	CPS	CSS
71	113	9.09	6.01	14.5	11.4	48.0	5.22	10.0	107.8	57.7	132.8	47.1	2	0
72	115	8.82	5.65	16.0	8.0	49.6	5.40	9.0	146.6	90.0	261.4	79.6	2	0
73	118	9.15	6.45	13.0	10.6	45.0	4.78	7.7	84.0	57.7	119.1	38.8	7	0
74	119	8.99	6.32	14.0	6.1	53.2	4.89	8.5	121.1	69.7	262.6	85.2	2	0
75	120	9.19	7.18	14.0	6.7	39.5	4.78	8.3	113.8	81.6	169.4	51.6	7	0
76	121	9.21	6.12	16.5	6.5	45.8	4.89	10.6	127.1	49.2	166.0	55.1	2	0
77	122	7.71	5.38	17.5	6.9	36.3	5.22	10.3	138.7	91.4	325.1	79.8	4	0
78	124	7.70	5.61	12.0	12.6	42.3	7.00	9.8	63.3	17.2	76.5	29.5	3	5
79	125	8.56	6.60	13.5	6.3	38.2	5.00	9.7	135.7	80.1	186.4	53.1	4	0
80	126	8.26	6.16	11.5	11.4	48.4	6.40	7.0	107.9	68.0	154.5	67.2	3	7
81	127	7.06	5.10	14.0	13.3	43.0	6.00	10.5	105.4	48.9	190.3	64.6	2	0
82	129	7.86	5.61	15.5	12.1	38.8	5.89	8.0	78.9	36.7	172.8	51.1	2	0
83	130	8.93	6.30	15.5	9.7	47.5	5.11	9.9	127.4	67.6	224.4	66.4	3	5
84	132	9.00	6.07	15.0	6.0	41.7	4.78	9.4	124.4	73.8	156.9	49.4	3	4
85	133	8.70	6.32	14.0	9.1	42.7	5.11	7.6	116.7	57.1	162.0	54.1	3	5
86	134	9.74	6.89	15.0	8.8	43.9	6.22	9.0	122.7	64.3	171.7	59.3	2	4
87	135	8.92	6.08	14.0	9.4	41.3	5.89	10.5	113.0	63.9	314.6	72.7	3	2
88	136	8.44	6.01	15.0	11.3	44.1	5.22	8.8	73.0	34.6	113.7	40.3	4	0
89	137	7.99	5.88	17.5	9.3	28.2	5.78	11.4	90.7	34.9	166.7	72.3	2	0
90	138	8.15	5.78	10.5	5.8	40.7	4.11	11.1	123.1	63.3	287.7	76.8	3	8
91	140	7.19	4.75	17.0	9.1	30.9	6.33	7.4	127.4	77.2	345.4	101.9	6	0
92	141	9.25	6.39	13.0	9.5	42.1	6.22	11.8	138.3	82.3	82.3	78.9	2	0
93	142	8.40	5.75	14.5	10.5	47.5	5.67	9.4	105.2	62.8	154.8	48.9	7	0
94	143	9.19	6.09	12.0	6.9	43.8	5.11	10.4	106.7	66.3	147.2	46.8	3	0
95	145	8.82	6.08	15.0	8.9	51.2	5.78	8.2	106.8	69.4	141.0	46.9	3	0
96	146	8.96	6.92	14.5	11.0	40.8	4.56	9.9	74.5	42.4	187.3	39.8	6	0
97	147	8.57	5.68	16.0	9.4	40.5	5.89	9.9	151.0	77.2	279.2	77.8	4	0
98	148	7.38	5.22	13.0	12.1	53.5	5.44	11.6	107.2	56.2	259.2	71.7	7	0
99	149	8.44	5.54	10.5	12.9	45.7	5.56	10.0	80.6	43.7	315.9	76.5	2	0
100	150	7.97	5.72	12.0	11.9	39.6	5.67	10.0	71.5	31.8	108.3	40.1	7	0
101	152	8.92	6.70	15.5	8.9	41.1	5.11	11.1	132.3	65.9	310.0	89.5	7	0
102	155	9.11	6.70	19.5	10.0	55.2	5.56	10.6	147.2	85.8	181.7	53.9	3	0
103	156	8.89	5.71	15.0	10.1	41.6	5.22	9.1	124.5	77.1	232.9	57.5	3	2
104	158	8.13	5.99	11.0	12.0	37.5	6.00	10.9	82.4	39.7	232.4	67.3	3	8
105	160	9.13	7.72	21.5	8.0	46.0	5.44	10.4	152.4	100.4	216.3	52.9	3	0
106	161	9.97	6.78	14.5	6.8	40.3	5.33	10.0	139.1	85.8	303.9	97.1	8	4

OBS	FCS	BRI	OPP	PF	CF	DUP	OMF	VOL	PES	FORM	LS	AS	GS	HC	GRWA	PESP
71	0	2	80	21	1	101	117	35	42.18	P	13.6	9.7	5.5	4	2.8195	1.2051
72	0	3	56	36	1	92	110	20	28.49	P	10.7	7.4	5.1	4	3.2839	1.4245
73	0	2	71	28	1	99	126	35	45.92	P	12.5	9.2	6.2	4	3.0695	1.3120
74	0	2	56	36	1	92	106	20	28.06	P	9.8	7.2	4.7	3	3.08216	1.4030
75	0	2	54	38	3	92	104	33	40.65	P	11.8	9.2	6.0	3	3.2829	1.2318
76	0	1	56	36	1	92	104	24	30.13	P	12.8	7.4	4.7	3	3.0127	1.2554
77	0	3	54	38	1	92	104	23	28.93	P	12.2	7.4	4.4	3	4.0739	1.2578
78	3	2	50	40	3	90	102	17	22.44	P	9.9	7.3	3.9	3	2.5932	1.3200
79	0	3	56	34	1	90	103	40	45.50	P	13.3	9.6	6.4	3	3.5103	1.1375
80	3	2	50	37	1	87	101	32	37.39	P	12.5	8.8	5.3	3	2.2991	1.1684
81	0	2	59	35	1	94	114	19	21.51	A	12.8	5.8	3.8	3	2.9458	1.1321
82	0	2	65	29	1	94	108	16	20.84	P	9.5	7.0	4.6	3	3.3816	1.3025
83	3	1	65	29	1	94	110	23	29.61	P	10.6	7.8	5.3	3	3.3795	1.2873
84	3	2	54	36	1	90	103	36	44.23	O	11.7	9.3	6.7	3	3.1761	1.2286
85	3	2	54	36	1	90	103	26	34.73	P	12.2	8.8	5.0	3	2.9944	1.3357
86	3	2	50	40	1	90	103	37	42.14	P	12.6	9.4	5.8	3	2.8954	1.1389
87	3	1	54	36	1	90	103	15	17.79	P	8.7	6.4	4.2	3	4.3273	1.1860
88	0	3	65	33	1	98	117	28	32.59	P	11.8	7.9	5.0	3	2.8213	1.1639
89	0	1	63	31	1	94	117	20	24.94	P	10.2	6.7	4.4	3	2.3056	1.2470
90	3	2	59	33	2	92	104	16	20.73	P	9.5	6.8	3.4	2	3.7460	1.2956
91	0	3	56	31	3	87	101	15	19.59	O	8.7	6.7	5.1	3	3.3896	1.3060
92	0	1	54	34	1	88	101	19	23.62	P	11.4	7.5	4.9	3	1.0430	1.2431
93	0	2	54	38	1	92	101	33	40.90	P	12.8	9.3	5.8	3	3.1656	1.2393
94	0	2	50	40	1	90	101	37	40.80	P	13.0	9.9	6.0	3	3.1453	1.1027
95	0	1	56	34	1	90	101	40	47.02	P	13.1	9.6	5.2	3	3.0064	1.1755
96	0	1	56	31	1	87	100	18	21.75	E	10.0	6.3	4.8	2	4.7060	1.2083
97	0	2	56	34	1	90	103	20	27.03	P	11.6	7.2	4.7	3	3.5886	1.3515
98	0	1	58	34	1	92	103	18	20.98	C	11.2	5.8	4.1	3	3.6150	1.1655
99	0	1	56	36	1	92	106	11	12.37	P	9.5	6.0	3.8	3	4.1294	1.1245
100	0	1	56	36	1	92	106	25	27.67	P	10.5	7.3	5.3	3	2.7007	1.1068
101	0	2	54	36	2	90	104	20	20.94	P	11.0	6.6	4.1	3	3.4636	1.0470
102	0	1	56	36	1	92	104	42	48.56	P	14.4	10.0	5.5	4	3.3710	1.1561
103	3	2	50	40	1	90	101	27	33.64	P	11.7	7.9	4.5	3	4.0504	1.2459
104	3	1	56	36	1	92	104	16	20.92	P	8.7	6.8	4.1	2	3.4531	1.3075
105	0	2	56	36	2	92	108	36	35.32	P	12.9	9.7	5.7	3	4.0888	0.9811
106	3	2	56	36	1	92	108	22	27.02	P	11.6	6.9	4.9	3	3.1297	1.2281

Continuación Cuadro Al.

OBS	TIPO	LF	AF	EI	EM	AP	RM	DT	PT	PG	GR	VA	CPS	CSS
107	163	8.74	6.42	16.0	10.1	43.0	4.89	9.8	128.9	74.6	246.6	68.9	2	0
108	165	8.46	6.53	16.5	11.7	41.1	5.33	8.5	104.4	65.6	158.9	52.6	3	4
109	166	9.24	6.66	12.5	10.9	44.0	7.22	10.6	109.2	69.2	158.7	48.7	3	7
110	167	9.30	6.25	18.5	15.9	75.0	4.78	9.2	122.0	49.6	167.0	43.1	2	0
111	169	9.24	6.31	18.0	10.9	47.4	6.11	9.8	129.8	67.1	157.8	52.3	3	7
112	170	8.10	5.65	13.5	12.0	41.5	5.44	7.8	72.8	34.3	198.5	56.8	2	0
113	171	8.78	6.91	11.0	8.3	41.4	4.89	8.7	136.9	76.8	205.8	65.2	3	7
114	172	10.07	7.01	14.5	6.4	44.0	4.67	8.9	124.1	69.0	179.5	64.2	3	0
115	173	9.18	6.86	14.0	7.2	44.6	5.00	9.7	108.3	55.2	134.8	52.2	8	4
116	174	9.08	6.64	19.5	15.9	72.6	5.22	9.0	123.1	42.9	196.0	64.2	2	0
117	175	8.76	6.13	14.5	10.3	34.1	5.67	10.0	67.2	38.3	174.2	46.4	3	0
118	177	8.42	5.71	17.0	12.9	49.9	5.56	9.0	110.3	50.8	298.4	70.7	4	0
119	179	8.42	6.16	12.5	7.7	48.1	5.33	11.2	107.6	41.7	137.3	50.8	2	0
120	182	9.66	6.08	18.0	11.3	38.9	6.00	8.5	143.0	95.0	259.3	66.3	3	7
121	183	8.60	6.02	17.0	6.6	43.6	4.78	9.7	140.4	77.8	300.4	73.0	3	5
122	185	8.40	7.27	19.5	9.5	45.2	5.89	10.0	69.5	29.8	152.8	37.4	2	0
123	186	9.26	6.46	14.0	10.3	41.4	6.56	9.6	148.1	61.0	189.4	64.7	3	7
124	187	9.44	6.76	13.5	11.7	47.5	6.00	9.7	147.4	91.7	243.9	64.2	3	0
125	188	9.34	5.85	19.5	15.3	61.5	4.89	9.3	69.1	25.3	116.0	39.5	2	0
126	190	9.42	6.68	17.5	15.7	82.3	5.00	10.5	116.9	53.9	200.9	50.1	3	0
127	193	6.88	5.23	15.5	8.1	39.1	6.56	9.1	100.2	52.2	194.7	51.0	2	0
128	194	8.90	6.48	17.0	12.8	54.9	5.44	11.6	123.4	47.4	174.8	50.4	3	4
129	197	9.80	6.97	12.0	8.3	37.0	4.56	9.8	106.4	46.1	91.8	38.6	7	0
130	198	7.70	5.46	16.0	15.4	49.9	6.33	10.6	105.8	46.4	250.4	80.6	2	0

OBS	FCS	BRI	OPF	PF	CP	DUF	ONF	VOL	PES	FORM	LS	AS	GS	HC	GRVA	PESP
107	0	2	56	38	1	94	117	23	28.89	P	11.0	8.2	5.3	3	3.5791	1.2560
108	3	2	54	36	1	90	104	45	48.98	O	11.2	9.2	6.8	3	3.0209	1.0884
109	3	2	54	36	1	90	104	34	40.98	P	12.8	9.0	6.1	3	3.2587	1.2052
110	0	2	78	38	1	116	126	25	30.80	O	9.7	7.5	5.7	4	3.8747	1.2320
111	3	2	54	36	1	90	107	35	42.58	O	11.2	9.3	7.0	3	3.0172	1.2165
112	0	3	63	29	1	92	117	14	17.94	P	9.4	6.6	4.5	3	3.4947	1.2814
113	3	2	56	34	1	90	105	30	34.85	P	12.3	8.6	6.0	3	3.1564	1.1616
114	0	2	54	38	1	92	104	32	38.21	P	12.3	8.9	5.6	3	2.7959	1.1940
115	1	2	54	38	1	92	104	33	39.82	P	13.8	9.4	5.0	3	2.5823	1.2066
116	0	1	78	39	1	117	126	20	23.61	P	10.2	6.9	5.0	4	3.0529	1.1805
117	0	1	56	36	1	92	108	17	20.66	P	9.9	6.9	4.6	3	3.7543	1.2152
118	0	2	78	32	1	110	124	14	17.92	P	9.6	6.3	4.3	4	4.2206	1.2800
119	0	1	56	34	1	90	106	21	29.96	A	13.8	7.1	4.2	3	2.7027	1.4266
120	3	2	56	36	3	92	103	28	33.63	P	11.9	8.0	4.7	3	3.9110	1.2010
121	3	1	56	36	1	92	103	21	25.60	P	11.6	7.5	4.7	3	4.1150	1.2190
122	0	1	59	43	1	92	103	14	18.41	A	11.6	6.2	4.1	2	4.0855	1.3150
123	3	2	56	46	1	92	101	22	28.99	P	13.4	8.5	4.2	3	2.9273	1.3177
124	0	1	54	38	1	92	106	29	35.45	P	12.4	9.0	5.3	3	3.7990	1.2224
125	0	1	87	30	1	117	126	15	20.14	P	9.9	6.6	4.4	4	2.9367	1.3426
126	0	2	92	25	1	117	126	22	25.68	P	12.5	7.1	4.4	5	4.0099	1.1672
127	0	2	56	36	1	92	103	21	26.31	P	11.5	7.8	4.6	3	3.8176	1.2528
128	3	2	59	33	1	92	106	28	34.03	P	13.9	8.2	5.0	3	3.4682	1.2153
129	0	2	42	31	3	73	94	42	51.50	A	15.4	8.0	5.5	2	2.3782	1.2261
130	0	2	63	29	1	92	105	15	19.28	P	10.1	6.6	4.2	3	3.1067	1.2853

Tabla A2. Matriz de Correlaciones de las Variables en Estudio.

	LF	AF	EI	EM	AP	RM	DT	PT	PG	GR
LF	1.0000	0.7552	-.1915	-.1466	0.1333	0.1296	-.1467	0.1708	0.1985	-.1126
AF	0.7552	1.0000	-.1476	-.0349	0.1173	0.1549	0.0537	0.1547	0.1355	-.0555
EI	-.1915	-.1476	1.0000	0.2634	0.3640	0.1319	0.1067	0.0505	0.0400	-.0136
EM	-.1466	-.0349	0.2634	1.0000	0.5078	0.2346	0.1725	-.1897	-.3474	0.0314
AP	0.1333	0.1173	0.3640	0.5078	1.0000	0.2161	0.0674	0.1047	0.0087	0.0428
RM	0.1296	0.1549	0.1319	0.2346	0.2161	1.0000	0.0795	0.1080	0.0729	0.1495
DT	-.1467	0.0537	0.1067	0.1725	0.0674	0.0795	1.0000	0.2630	0.0642	0.3518
PT	0.1708	0.1547	0.0505	-.1897	0.1047	0.1080	0.2630	1.0000	0.8696	0.6534
PG	0.1985	0.1355	0.0400	-.3474	0.0087	0.0729	0.0642	0.8696	1.0000	0.5165
GR	-.1126	-.0555	-.0136	0.0314	0.0428	0.1495	0.3518	0.6534	0.5165	1.0000
VA	-.1302	-.1165	0.0149	0.0173	0.0490	0.1812	0.3339	0.6989	0.5709	0.8829
DPF	-.2282	-.1696	0.4040	0.5147	0.4333	-.1127	0.1568	0.0026	-.1509	0.1113
PF	0.0073	0.0194	0.2182	0.0277	0.1883	0.2169	0.1395	0.2686	0.2491	0.1891
DUF	-.1768	-.0697	0.4146	0.4660	0.4930	-.0175	0.2126	0.0385	-.0718	0.1573
DMF	-.2073	-.1141	0.3936	0.5373	0.4266	0.0022	0.0760	-.0531	-.1745	0.0887
VOL	0.3883	0.2914	-.0938	-.2960	-.0073	-.1381	-.3072	0.0747	0.2776	-.5138
PES	0.3838	0.2539	-.1261	-.3409	-.0151	-.1614	-.3374	0.0818	0.2783	-.5290
LS	0.3338	0.2488	-.1570	-.3057	-.0426	-.2510	-.2085	0.0549	0.1535	-.4937
AS	0.2280	0.1747	0.1019	-.2522	0.0811	-.0853	-.2507	0.2144	0.4022	-.4038
GS	0.2726	0.0984	-.0080	-.2197	-.0173	-.0465	-.3127	0.0174	0.2079	-.4403

Continuación Tabla A2.

	VA	DSPF	PF	DUF	DMF	VUL	PES	LS	AS	GS
LF	-1.1302	-2.2282	0.0073	-1.1768	-2.2073	0.3883	0.3838	0.3338	0.2280	0.2726
AF	-1.1165	-1.656	0.0194	-0.697	-1.1141	0.2914	0.2539	0.2488	0.1747	0.0984
EI	0.0149	0.4040	0.2182	0.4146	0.3936	-0.0938	-1.261	-1.570	0.1019	-0.0080
EM	0.0173	0.5147	0.0277	0.4660	0.5373	-2.2960	-3.409	-3.057	-2.522	-2.2197
AP	0.0490	0.4333	0.1883	0.4930	0.4266	-0.0073	-0.0151	-0.0426	0.0811	-0.0173
RM	0.1812	-1.1127	0.2169	-0.0175	0.0022	-1.1381	-1.614	-2.510	-0.853	-0.0465
DT	0.3339	0.1568	0.1395	0.2126	0.0760	-3.072	-3.374	-2.085	-2.507	-3.127
PT	0.6989	0.0026	0.2686	0.0385	-0.0531	0.0747	0.0818	0.0549	0.2144	0.0174
PG	0.5709	-1.509	0.2491	-0.0718	-0.1745	0.2776	0.2783	0.1535	0.4022	0.2079
GR	0.8829	0.1113	0.1891	0.1573	0.0887	-5.138	-5.290	-4.937	-4.038	-4.403
VA	1.0000	0.0928	0.2363	0.1729	0.0817	-4.493	-4.469	-4.321	-2.917	-3.602
DSPF	0.0928	1.0000	-2.2475	0.7467	0.7461	-2.2844	-2.2947	-2.2401	-1.656	-2.2319
PF	0.2363	-2.2475	1.0000	0.2309	-0.0464	-0.0296	-0.0540	-0.0362	0.1832	-0.0240
DUF	0.1729	0.7467	0.2309	1.0000	0.6673	-2.2467	-2.2755	-2.2279	-0.525	-2.2209
DMF	0.0817	0.7461	-0.0464	0.6673	1.0000	-2.2870	-2.2846	-2.2505	-1.909	-1.888
VUL	-4.493	-4.469	-0.0296	-2.2467	-2.2870	1.0000	0.9768	0.7771	0.8354	0.7654
PES	-4.469	-4.321	-0.0540	-2.2755	-2.2846	-9.768	1.0000	0.7874	0.8263	0.7683
LS	-4.321	-2.917	-0.0362	-2.2279	-2.2505	-7.771	-7.874	1.0000	0.6324	0.4025
AS	-2.917	-1.656	0.1832	-0.525	-1.909	0.8354	0.8263	0.6324	1.0000	0.6773
GS	-3.602	-2.2319	-0.0240	-2.2209	-1.888	0.7654	0.7683	0.4025	0.6773	1.0000

Tabla A2'. Estadísticas Simples de las Variables en Estudio.

Estadístico	LF	AF	EI	EM	AP	PM	RTN DT	PT	PG	GR
Media	.0565	.0676	-.1738	-.3800	-.4145	0.1148	-.1578, 1571	.2030	.3548	.2990
Desviación Estándar	.9360	.9967	0.8310	0.7125	0.4326	1.0424	0.829, 927	.9759	.8493	.9488
	VA	DFP	PP	DUF	DMP	FUL	RESN ES	LS	AS	GS
Media	.0590	-.3695	.1007	-.2984	.1002	0.0745	0.1111, 1148	.0995	0.1481	0.0349
Desviación Estándar	.3418	0.4990	.6238	0.6478	.9789	1.0391	1.000, 0102	.9480	1.0338	1.0044

Tabla A3. Valores Característicos, Proporción y Proporción Acumulada de Explicación de los 20 Componentes Principales.

Número del Comp. Princ.	Valor	Diferencia	Proporción	Proporción acumulada
PRIN1	5,7655	2,3832	0,2882	0,2882
PRIN2	3,3823	0,4606	0,1691	0,4573
PRIN3	2,9216	1,2165	0,1460	0,6034
PRIN4	1,7051	0,3862	0,0852	0,6887
PRIN5	1,3188	0,3717	0,0659	0,8020
PRIN6	0,9470	0,1881	0,0473	0,8020
PRIN7	0,7589	0,0963	0,0379	0,8399
PRIN8	0,6625	0,1439	0,0331	0,8731
PRIN9	0,5186	0,0562	0,0259	0,8990
PRIN10	0,4623	0,0976	0,0231	0,9221
PRIN11	0,3646	0,0651	0,0182	0,9403
PRIN12	0,2995	0,0645	0,0149	0,9553
PRIN13	0,2350	0,0693	0,0117	0,9671
PRIN14	0,1656	0,0389	0,0082	0,9753
PRIN15	0,1266	0,0149	0,0063	0,9817
PRIN16	0,1117	0,0201	0,0055	0,9873
PRIN17	0,0916	0,0112	0,0045	0,9919
PRIN18	0,0803	0,0158	0,0040	0,9959
PRIN19	0,0645	0,0474	0,0032	0,9991
PRIN20	0,0170		0,0008	1,0000

Tabla A4. Vectores Característicos Asociados a los 20 Componentes Principales.

Var.	PRIN1	PRIN2	PRIN3	PRIN4	PRIN5	PRIN6	PRIN7	PRIN8	PRIN9	PRIN10
IP	0.1917	0.1179	0.1142	0.5254	-.2142	-.0496	-.2015	-.1872	0.0748	-.1539
AP	0.1328	0.1064	0.1217	0.5786	-.2361	0.1565	-.0692	-.2365	0.1463	0.0726
EI	-.1163	-.0792	0.3191	-.1505	0.3008	0.0243	0.0864	-.7368	-.2556	-.1758
EM	-.2130	-.2090	0.2295	0.2072	0.0757	-.0776	0.2063	0.4265	0.0180	-.1292
AP	-.0980	-.0663	0.4169	0.1966	0.0760	-.0765	-.0585	0.2813	-.4221	-.4977
RM	-.0716	0.1881	0.0700	0.3812	0.4703	-.3700	0.3504	0.0069	-.0725	0.5250
DT	-.1740	0.1434	0.0371	0.0656	-.0533	0.6320	0.6569	-.0025	0.1486	-.0912
PT	-.0178	0.4731	0.2003	-.0978	-.1386	-.0386	0.0743	0.0135	-.1086	0.0277
PG	0.0763	0.4618	0.1829	-.1709	-.0685	-.1449	0.0050	-.0642	-.0503	0.0271
GR	-.2468	0.3945	-.0106	-.0301	-.1260	-.1093	-.0512	0.0725	0.0258	-.0831
VA	-.2244	0.4107	0.0270	-.0898	-.0652	-.1297	-.0213	0.1244	0.0328	-.0103
DPF	-.2267	-.1907	0.3151	-.1308	-.3436	-.0864	0.0727	-.0771	0.0170	0.1220
PP	-.0313	0.1958	0.1587	0.0253	0.5650	0.4059	-.4494	0.1487	0.1870	0.0301
DUF	-.2173	-.1082	0.3770	-.0695	-.0759	0.1919	-.2373	0.0405	0.2813	0.2291
DMF	-.2200	-.1904	0.3149	-.0566	-.1796	-.1255	-.0903	-.0219	0.1839	0.3078
VOL	0.3759	-.0038	0.1970	-.0646	-.0262	-.0003	0.1208	0.0970	0.0332	0.0340
PES	0.3809	-.0041	0.1804	-.0872	-.0441	-.0272	0.0967	0.1107	0.0024	0.0313
LS	0.3224	-.0259	0.1226	-.0521	-.1505	0.2770	-.0086	0.1645	-.4727	0.3226
AS	0.3074	0.0490	0.2883	-.1823	0.1177	0.0418	0.0296	0.0286	0.0575	0.1105
GS	0.3019	-.0255	0.1659	-.1171	0.1165	-.2621	0.2034	0.0058	0.5562	-.3185

Continuación Tabla A4.

Var.	PRIN11	PRIN12	PRIN13	PRIN14	PRIN15	PRIN16	PRIN17	PRIN18	PRIN19	PRIN20
LF	-0.0454	0.1141	0.5554	-0.2245	0.2953	-0.1769	0.0770	0.0573	-0.0681	-0.0190
AF	0.1648	-0.1754	-0.4938	0.1884	-0.1897	0.2394	-0.0312	-0.0279	0.1377	0.0471
EI	0.2373	-0.0337	0.1023	0.2068	0.0422	0.0128	0.0314	-0.0056	-0.0575	0.0298
EM	0.6530	-0.2917	0.1566	-0.0323	0.0162	-0.0691	-0.1205	0.0292	-0.0453	0.0462
NP	-0.3957	0.1644	-0.2530	0.0198	0.0056	0.0405	-0.0317	0.0270	0.0286	-0.0315
RM	-0.2451	0.0134	0.0670	0.0257	-0.0567	-0.0175	0.0368	0.0180	0.0140	0.0088
DT	-0.1374	0.1684	0.0237	-0.0618	0.1231	-0.0976	0.0006	0.0244	0.0432	0.0139
PT	0.0981	0.0467	0.0458	-0.3185	-0.3472	0.2709	-0.0182	-0.2101	-0.5700	-0.0904
PG	0.0649	-0.0578	-0.0957	-0.1552	-0.0113	-0.4048	-0.5633	0.0892	0.3927	0.0231
GR	0.0654	-0.0176	-0.0358	0.3413	-0.1841	-0.3642	0.5343	0.3868	-0.0605	0.1060
VA	0.0405	-0.0146	0.1302	0.3281	0.5134	0.4955	0.0177	-0.2123	0.2284	-0.0261
DPF	-0.1636	-0.2080	0.2045	-0.2721	-0.2867	0.0900	0.3206	-0.1892	0.4775	0.0286
PF	0.1062	0.1370	0.0838	-0.1336	-0.1803	0.0000	0.1528	-0.1591	0.2328	0.0168
DUF	-0.3509	-0.3092	0.1494	0.3155	0.0167	-0.0804	-0.3135	0.0897	-0.3284	0.0082
DMF	0.2259	0.6782	-0.2471	-0.0727	0.1934	-0.0740	0.0199	0.0416	-0.0579	-0.0423
VOL	0.0480	-0.0438	-0.0215	-0.2870	0.0218	-0.2840	0.1855	-0.3522	0.0110	-0.6795
PES	-0.0080	0.0609	-0.0058	0.1880	0.0592	-0.1796	0.1044	-0.4345	-0.0876	0.7121
LS	0.1230	0.1787	0.2897	0.2254	-0.1459	0.2264	-0.0560	0.3840	0.1348	0.0114
AS	-0.0148	-0.3397	-0.2736	-0.3653	0.4323	0.1081	0.3021	0.3655	-0.0765	0.0196
GS	-0.0499	0.1938	0.1493	0.1294	-0.2709	0.2888	-0.0832	0.2856	0.0880	0.0053