

01162  
2ej. 2

**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
FACULTAD DE INGENIERIA**

**INFLUENCIA DEL MOMENTO POLAR DE INERCIA EN LAS  
PRESIONES TRANSITORIAS DE UN SISTEMA DE BOMBEO**

**DOMITILLO PEREYRA DIAZ**

**TESIS**

**Presentada a la División de Estudios de  
posgrado de la**

**FACULTAD DE INGENIERIA  
de la  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**como requisito para obtener  
el grado de  
MAESTRO EN INGENIERIA  
(HIDRAULICA)**

**CIUDAD UNIVERSITARIA febrero 28 de 1986.**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# I N D I C E

	PAGINA
1. INTRODUCCION .....	1
2. ECUACIONES FUNDAMENTALES .....	6
2.1. Representación matemática de una bomba .....	6
2.2. Condiciones de frontera para bombas que se pa- ran súbitamente. ....	9
2.2.1. Ecuaciones de las condiciones impuestas por - La bomba. ....	11
2.2.2. Ecuación diferencial de masas rotantes .....	15
2.2.3. Ecuación Característica para el tubo de des-- carga. ....	16
2.2.4. Ecuación de continuidad .....	17
2.2.5. Solución de las ecuaciones que describen el - fenómeno .....	18
2.3. Condiciones de frontera para casos especiales ..	21
2.3.1. Bombas en paralelo .....	23
2.4. Ejemplo .....	28
3. ANALISIS .....	32
3.1. Análisis numérico .....	32
3.2. Análisis de sensibilidad .....	36
4. CUANTIFICACION DEL MOMENTO POLAR DE INERCIA .....	44
4.1. Descripción del método. ....	44

	<b>PAGINA</b>
<b>4.1.1. Ejemplificación del método.....</b>	<b>47</b>
<b>4.2. Influencia de la fricción en el par .....</b>	<b>52</b>
<b>5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>	<b>54</b>
<b>APENDICE A .....</b>	<b>58</b>
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>64</b>

## 1. INTRODUCCION

En una planta de bombeo las presiones transitorias -  
causadas por un paro súbito de las bombas, al sufrir una falla-  
eléctrica, son generalmente graves, y la tuberfa debe ser di-  
señada para resistirlas. Después de una interrupción de co- --  
rriente la velocidad de la bomba empieza a reducirse debido --  
a que su masa inercial es generalmente pequeña compa-  
rada con la del líquido en la línea de descarga. Esto genera -  
ondas de presión negativa que se propagan aguas abajo en la lí-  
nea de descarga y ondas positivas que se propagan aguas arriba,  
en la línea de succión. Debido a lo anterior el gasto de des- --  
carga se reduce rápidamente a cero, originando que el líquido -  
contenido en la línea de descarga regrese a través de la - -

bomba, aunque ésta siga girando en sentido normal. En estas condiciones se dice que la bomba está operando en la "zona de disipación de energía". En estas condiciones la velocidad de la bomba disminuye rápidamente hasta que ésta se para momentáneamente y después empieza a girar en sentido contrario; entonces se dice que la bomba está operando como turbina. La velocidad de la bomba se sigue incrementando negativamente hasta alcanzar la velocidad de desboque. Al incrementarse la velocidad negativa el flujo que pasa a través de la bomba empieza a disminuir debido al efecto del estrangulamiento de la válvula, esto origina que ondas de presión positivas y negativas se produzcan en la línea de succión y de descarga respectivamente (fig. 1.1).

Si la línea de gradiente hidráulico del estado transitorio cae por debajo de la tubería en cualquier punto, puede ocurrir la presión de vacío y, con ello la separación de columna en ese punto. Durante el diseño de un tramo de tubería, la posibilidad de separación de la columna debe analizarse para tomar medidas que impidan el daño de la tubería.

Debido a que es muy difícil conseguir las curvas de operación de una bomba para varias velocidades específicas (2); el fabricante por lo general proporciona gráficas de la carga, la potencia y la eficiencia contra la descarga para las velocidades normales de operación de la bomba. De estas gráficas se pueden determinar las condiciones de operación normal de la bomba. Es importante conocer las características completas de una bomba para poder determinar las condiciones de operación en todos los estados posibles o para determinar las condiciones transitorias

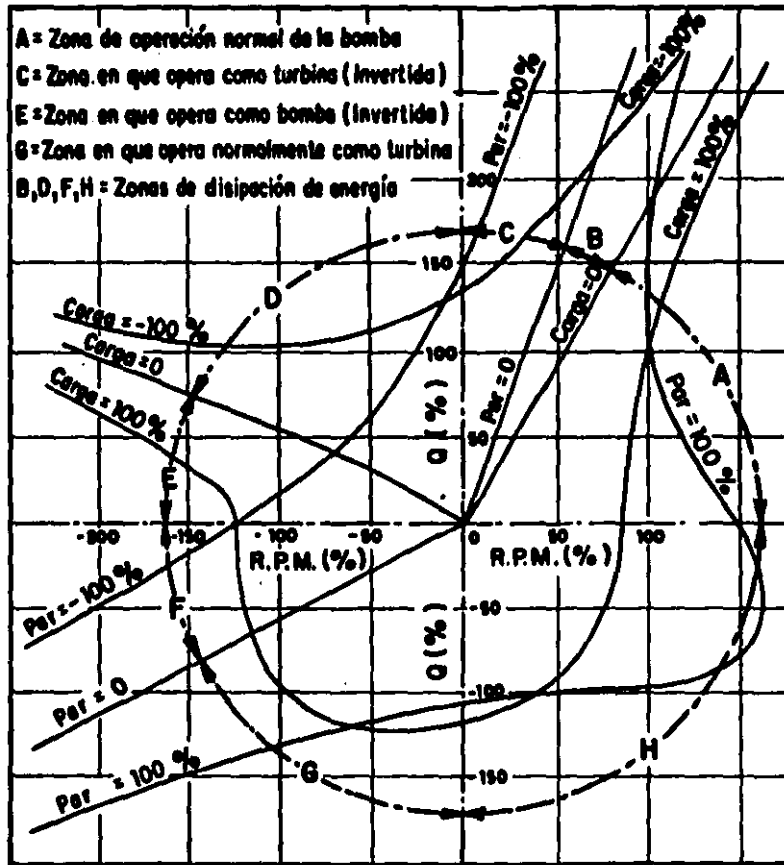


Fig. 1.1 Diagrama de Karman - Knapp para bomba de flujo radial,  $N_s = 1800$  (G.P.M.)

de una operación normal o anormal. Las características completas de una bomba se componen, como ya se mencionó, de las siguientes regiones:

- a) región donde opera como bomba
- b) región de disipación de energía
- c) región donde opera como turbina

Las regiones anteriores pueden representarse en un sistema coordinado  $v-h_p$  como una familia de curvas de velocidad  $v$  y par (1,2). Esta representación es conveniente para determinar los efectos transitorios del golpe de ariete en forma gráfica (1), pues permite determinar por inspección las condiciones de estado permanente existente para diferentes cargas o velocidades bajo distintas condiciones normales o anormales de operación. Sin embargo, ejemplos de los efectos transitorios, los cuales pueden ser determinados usando esas condiciones incluyen, al golpe de ariete en la línea de succión y de descarga para encendido o apagado normal o anormal de la bomba, velocidad de la bomba, flujo a través de la bomba, pérdidas en la tubería, tiempo de cierre de la válvula, gasto y velocidad de rotación de la bomba.

Para poder determinar los efectos transitorios del golpe de ariete con suficiente aproximación, es usual utilizar las características de operación de una bomba de aproximadamente la misma velocidad específica a la bomba en estudio. En algu



nos casos esto no es posible y el estudio se tiene que realizar con cierto error, inducido por usar características de una bomba diferente. En esta tesis se presentan tres curvas completas de bombas, que cubren un rango de velocidades específicas bastante amplio, fig. 2.1. (ref. 3).

En el capítulo dos se presentan las ecuaciones fundamentales que describen los transitorios causados por paro súbito de bombas centrífugas, así como su solución numérica. En el capítulo tres se hace un análisis de sensibilidad a las ecuaciones fundamentales, con la finalidad de poder estimar la influencia del momento polar de inercia ( $WR^2$ ) en las presiones transitorias, generadas en la tubería cuando se para la bomba. Debido a que en muchas ocasiones se desconoce el momento polar de inercia de cualquier bomba, en el capítulo cuatro se ilustra un método para determinarlo y también se analiza en este capítulo la influencia del coeficiente de pérdidas en la variación del par de la bomba. En el capítulo cinco se presentan las conclusiones y algunas recomendaciones, que pueden ser de ayuda en la práctica. Finalmente, en el apéndice A se presenta el listado del programa de computadora empleado en el estudio de las presiones transitorias generadas en la tubería de descarga.

## 2. ECUACIONES FUNDAMENTALES

A continuación se presenta el desarrollo matemático de las ecuaciones que describen los transitorios en un sistema de bombeo y se resuelve un ejemplo numérico.

### 2.1. Representación matemática de una bomba

Para representar matemáticamente a una bomba, es necesario conocer la relación entre la descarga,  $Q$ , y la carga de presión,  $H$ , en las fronteras para poder desarrollar las condiciones de frontera. La descarga de una bomba centrífuga depende de la velocidad de rotación,  $N$ , y de la carga de la bomba,  $H$ ; y el cambio de velocidad en el estado transitorio depende del par,  $T$ , y del momento de inercia de la bomba, del-

motor y del líquido contenido en el impulsor. Estas 4 variables  $Q$ ,  $H$ ,  $N$  y  $T$  deben ser conocidas para la representación matemática de la bomba (3). A las curvas que muestran la relación entre esas variables se les llama características de la bomba. Varios autores han presentado esas curvas en diferentes formas convenientes para el análisis gráfico o de computadora.

Aunque los datos de las condiciones de operación de la bomba en la zona que actúa como tal son generalmente conocidos, hay pocos datos disponibles para la zona de disipación de energía y la zona en que opera como turbina.

Los datos para las características de una bomba prototipo se obtienen de los resultados del modelo de prueba usando relaciones homólogas. Dos bombas son consideradas homólogas si existe semejanza geométrica entre ellas y si el patrón de flujo a través de ellas es similar. Para bombas homólogas las siguientes relaciones son válidas

$$\frac{H}{N^2 D^2} = cte \quad \text{y} \quad \frac{N}{Q D^3} = cte \quad (2.1)$$

en la cual  $D$  es el diámetro del impulsor. Si  $D$  es cte, se tiene:

$$\frac{H}{N^2} = cte \quad \text{y} \quad \frac{N}{Q} = cte \quad (2.2)$$

esta ecuación puede ser adimensionalizada usando los valores de las condiciones nominales como valores de referencia y definiendo a las siguientes variables adimensionales como:

$$v = \frac{Q}{Q_R} \quad h = \frac{H}{H_R} \quad \alpha = \frac{N}{N_R} \quad \beta = \frac{T}{T_R} \quad (2.3)$$

aquí  $T = \text{par}$  y el subíndice R designa el valor de las variables para las condiciones nominales. Con base en las ecuaciones (2.2) y (2.3) se pueden escribir que:

$$\frac{h}{\alpha^2} = \text{cte} \quad \text{y} \quad \frac{\alpha}{v} = \text{cte} \quad (2.4)$$

Si  $\alpha$  tiende a cero cuando se analiza el transitorio para las 4 zonas de operación (la zona de disipación de energía se divide en disipación como bomba y como turbina), entonces  $h/\alpha^2$  tiende a infinito. Para evitar eso se usará el parámetro  $h/(\alpha^2 + v^2)$  en lugar de  $h/\alpha^2$ .

El signo de  $\alpha$  y  $v$  depende de la zona de operación. Dado que existe la necesidad de definir una curva característica para cada zona de operación, se tiene que  $\alpha/v$  tiende a infinito cuando  $v$  tiende a cero. Para evitar esto, se define una nueva variable,  $\theta$ , de la siguiente manera:

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{\alpha}{v} \right) \quad (2.5)$$

y entonces la curva característica puede graficarse como  $\theta$  vs  $h / (\alpha^2 + v^2)$ . Por definición,  $\theta$  es siempre finita y sus valores varían entre  $0^\circ$  y  $360^\circ$  para las cuatro zonas de operación (3).

Similarmente a la curva presión-carga, la curva característica del par puede dibujarse como  $\beta / (\alpha^2 + v^2)$  vs  $\theta$ .

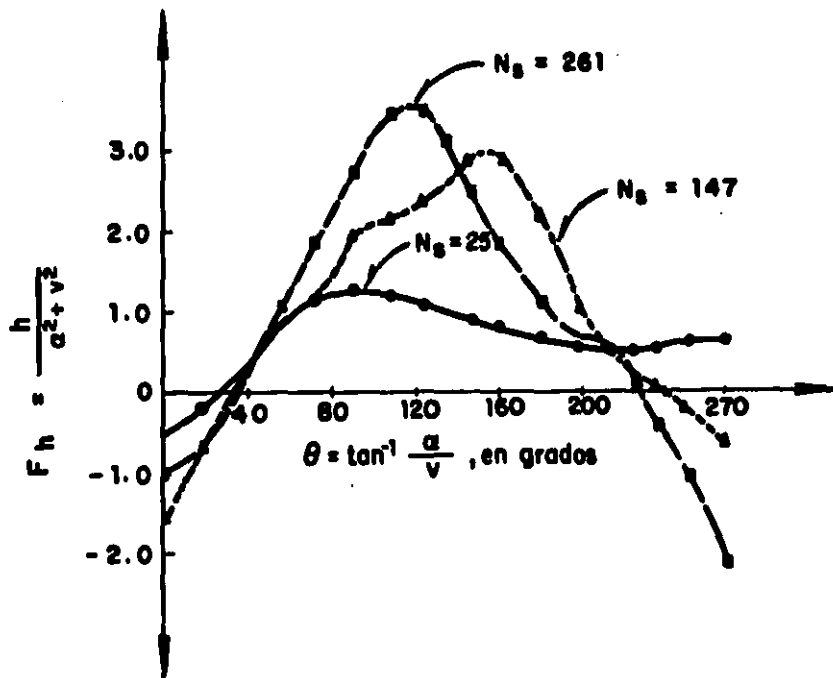
En la fig. 2.1 se presentan las curvas características de tres bombas con velocidades específicas diferentes (2,4). La velocidad específica ( $N_s$ ) se define como:

$$N_s = \frac{N_R Q_R^{1/2}}{H_R^{3/4}}$$

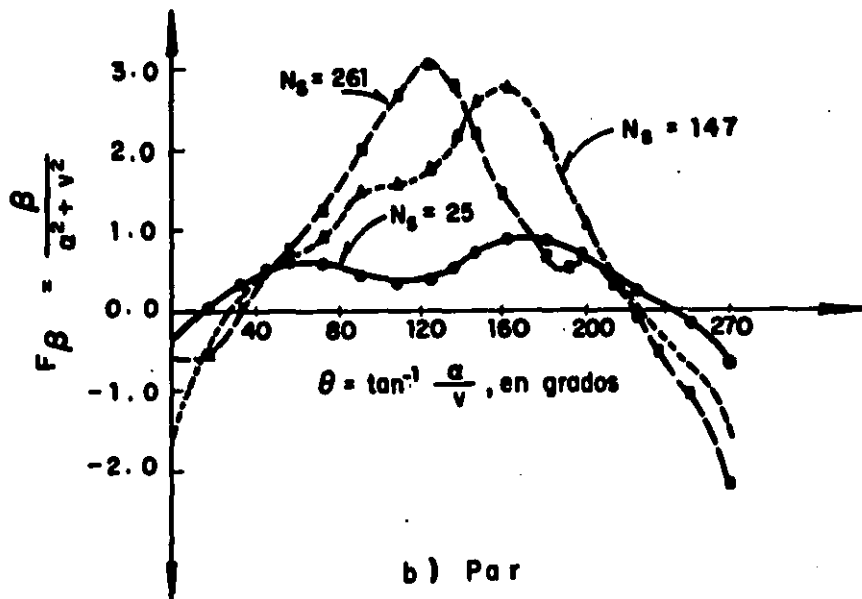
donde las unidades de  $N_s$  son las del Sistema Internacional (5).

## 2.2. Condiciones de frontera para bombas que se paran súbitamente

Como se puede ver en la referencia 3, la ecuación característica (o ecuaciones si la frontera tiene tubos aguas-abajo y aguas arriba) y las condiciones impuestas por la frontera se resuelven simultáneamente para determinar las condicio-



a) Presión



b) Par

Fig 2.1 Características de bombas de varias velocidades específicas

nes de frontera. Para una bomba en el extremo aguas arriba, las características de la bomba define las condiciones impuestas por la frontera, y una ecuación diferencial describe la variación de la velocidad de la bomba en el tiempo, después de la falla eléctrica. De esta manera se pueden resolver simultáneamente estas ecuaciones para desarrollar las condiciones de frontera de la bomba.

Para facilitar el entendimiento de la derivación, consideraremos primero un sistema simple que tiene solo una bomba y una línea de succión corta.

### 2.2.1. Ecuaciones de las condiciones impuestas por la bomba

Como se vió en la Sección 2.1, las características de la bomba pueden representarse matemáticamente por las curvas  $\theta$  vs  $h/(a^2 + v^2)$  y  $\theta$  vs  $\beta/(a^2 + v^2)$ , donde  $\theta = \tan^{-1}(a/v)$ . Para usar estas curvas en un modelo matemático, una forma de hacerlo es tomar puntos discretos para intervalos iguales de  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq 360^\circ$ ) y almacenarlos en la computadora. Si se almacena un número suficiente de puntos (por ejemplo 73) entonces el error introducido al aproximar las curvas por segmentos de recta es despreciable.

Para cualquier valor de  $a$  y  $v$  (excepto cuando ambas son simultáneamente cero), el valor de  $\theta = \tan^{-1}(a/v)$

puede determinarse usando la función ATAN 2 de la Bourrogs 6700. Sin embargo, esta función calcula los valores de  $\theta$  entre 0 y  $\pi$  y entre 0 y  $-\pi$ , puesto que el rango de interés es entre 0 y  $2\pi$ , esta limitación puede evitarse sumando  $2\pi$  al valor calculado de  $\theta$ , si  $\theta < 0$ . Se considerará que los cálculos son progresivos hasta el  $i$ -ésimo intervalo de tiempo; esto es que las variables  $\alpha$ ,  $v$ ,  $h$  y  $\beta$  son conocidas en el intervalo de tiempo inicial; y que deseamos calcular los valores de estas variables al final del intervalo de tiempo. Se denotan a las variables desconocidas por  $\alpha_p$ ,  $v_p$ ,  $h_p$  y  $\beta_p$ . Para determinar el valor de estas variables se tiene que determinar primero la ecuación del segmento correspondiente a las características de la bomba para  $\alpha_p$  y  $v_p$ . Sin embargo, dado que los valores de estas variables son inicialmente desconocidas, podemos usar, como primera estimación, los valores obtenidos por extrapolación de los valores conocidos en el intervalo de tiempo anterior, esto es:

$$\begin{aligned} \alpha_e &= \alpha_i + \Delta\alpha_{i-1} \\ v_e &= v_i + \Delta v_{i-1} \end{aligned} \tag{2.6}$$

en la cual  $\alpha_e$  y  $v_e$  son los valores estimados al final del  $i$ -ésimo intervalo de tiempo,  $\alpha_i$  y  $v_i$  son los valores conocidos al inicio del  $i$ -ésimo intervalo de tiempo y  $\Delta\alpha_{i-1}$  y  $\Delta v_{i-1}$  son las variaciones de esas variables durante el  $(i-1)$ -ésimo intervalo de tiempo. Como la velocidad y la descarga varían gradual-



mente, el procedimiento de extrapolación lineal puede dar suficiente precisión si el tamaño de los intervalos de tiempo,  $\Delta t$ , es pequeño. Luego, se registran los valores de  $\theta = \tan^{-1} \left( \frac{a_p}{v_p} \right)$ , y las ordenadas  $h/(\alpha^2 + v^2)$  y  $\beta/(\alpha^2 + v^2)$  de esos puntos de la red se determinan de los valores almacenados. De lo anterior se determinan las constantes de la ecuación del segmento de línea recta. Ahora, suponiendo que los puntos correspondientes a  $a_p$ ,  $v_p$ ,  $h_p$  y  $\beta_p$  caen en esta línea recta, se tiene:

$$\frac{h_p}{\alpha_p^2 + v_p^2} = a_1 + a_2 \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} \quad (2.7)$$

$$\frac{\beta_p}{\alpha_p^2 + v_p^2} = a_3 + a_4 \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} \quad (2.8)$$

en la cual  $a_1$  y  $a_2$ ,  $a_3$  y  $a_4$  son constantes de las líneas rectas que representan las características de la carga y el par, respectivamente.

De la fig. 2.2, la ecuación para la carga total en la bomba puede escribirse como:

$$H_{pL,1} = H_{suc} + H_p - \Delta H_{p_v} \quad (2.9)$$

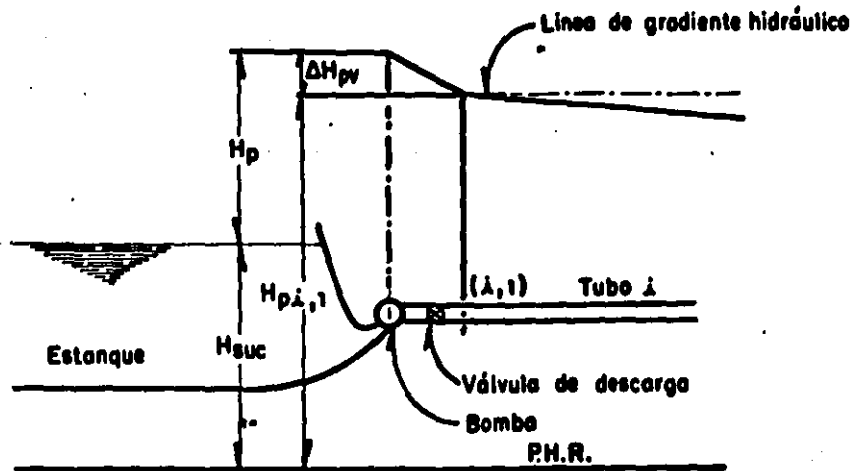


Fig. 2.2 Notación de las condiciones de frontera de la bomba

en la cual  $H_{\Delta suc}$  = altura del líquido en el depósito de succión, por encima del plano horizontal de referencia,  $H_p$  = carga en la bomba, al final del intervalo de tiempo y  $\Delta H_{pV}$  = pérdida de carga en la válvula de descarga. Nótese que la carga de velocidad en el tubo de descarga, la cual es generalmente pequeña, no se tomó en consideración en la ecuación (2.9). La pérdida de carga por la válvula está dada por la ecuación:

$$\Delta H_{pV} = c_v Q_{p,i,1}^2 = c_v Q_{p,i,1} | Q_{p,i,1} | \quad (2.10)$$

en la cual  $c_v$  = coeficiente de pérdida de carga en la válvula. Nótese que en esta ecuación  $Q_{p,i,1}^2$  está escrita como --

$Q_{PL,1}$  |  $Q_{PL,1}$  para considerar el posible cambio en la dirección -- del flujo.

Las ecuaciones (2.7), (2.8), (2.9) y (2.10) repre--  
sentan las condiciones impuestas por la frontera.

### 2.2.2. Ecuación diferencial de masas rotantes

El par en un sistema giratorio es igual al producto -  
de la aceleración angular por el momento polar de inercia del -  
sistema. Puesto que no hay par externo actuando en la bomba -  
después de la falla eléctrica, el par de desaceleración es - -  
igual al de la bomba, de aquí que:

$$T = -WR^2 \frac{d\omega}{dt}$$

o

$$T = -WR^2 \frac{2\pi}{60} \frac{dN}{dt} \quad (2.11)$$

en el cual  $WR^2$  = momento polar de inercia (combinado) de la  
bomba, motor, eje, y líquido dentro del impulsor,  $\omega$  y  $N$  son  
la velocidad de rotación de la bomba, en rad/s y en rpm, res-  
pectivamente. Considerando las ecuaciones (2.3) y (2.11) se  
puede escribir que:

$$\beta = -WR^2 \frac{2\pi N_R}{60 T_R} \frac{d\alpha}{dt} \quad (2.12)$$

en esta ecuación,  $T_R = 60 \gamma H_R Q_R / (2\pi N_R \eta_R)$  en la cual  $\gamma$  = peso específico del líquido y  $\eta_R$  = eficiencia de la bomba en las condiciones nominales. Usando un valor promedio de  $\beta$  durante el intervalo de tiempo, esta ecuación puede escribirse en diferencias finitas como:

$$\frac{a_p - a}{\Delta t} = - \frac{60 T_R}{2\pi W R^2 N_R} \frac{\beta + \beta_p}{2} \quad (2.13)$$

la cual se puede reducir a:

$$a_p - C_6 \beta_p = a + C_6 \beta \quad (2.14)$$

donde

$$C_6 = \frac{-15 T_R \Delta t}{\pi W R^2 N_R} \quad (2.15)$$

### 2.2.3. Ecuación característica para el tubo de descarga.

Como la línea de succión es corta, se puede despre-  
ciar en el análisis. Sin embargo, es necesario conocer la --  
ecuación característica de la línea de descarga, en la sección  
(L, 1), la cual está dada por la siguiente expresión (3).

$$Q_{pL,1} = C_n + C_a H_{pL,1} \quad (2.16)$$

donde

$$C_n = Q_{L,1} - \frac{g \cdot A}{a} H_{L,1} - \frac{f \Delta t}{2 D A} Q_{L,1} | Q_{L,1} |$$

y

$$C_a = \frac{gA}{a}$$

en la cual  $Q_{pL,1}$  y  $H_{pL,1}$  son el gasto y la carga piezométrica, respectivamente, en la sección  $L$ -ésima del tubo 1 al final del intervalo de tiempo,  $Q_{L,1}$  y  $H_{L,1}$  son el gasto y la carga piezométrica, respectivamente, en la sección  $L$ -ésima del tubo 1 al inicio del intervalo,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $A$  es el área de la sección transversal del tubo,  $a$  es la celeridad de la onda de presión,  $f$  es el factor de fricción,  $D$  es el diámetro del tubo y  $\Delta t$  es el intervalo del tiempo usado en el cálculo.

#### 2.2.4. Ecuación de continuidad

Dado que no existe almacenamiento entre el tanque y la sección  $(L,1)$ , la ecuación de continuidad se puede expresar como:

$$Q_{pL,1} = Q_p \quad (2.17)$$

en la cual  $Q_p$  = flujo a través de la bomba al final de intervalo de tiempo.

### 2.2.5. Solución de las ecuaciones que describen el fenómeno.

Para desarrollar las condiciones de frontera, se tienen que resolver las ecuaciones (2.7), (2.8), (2.9), (2.10), (2.14), (2.16) y (2.17) simultáneamente. Eliminando  $H_{pL,1}$ ,  $\Delta H_{pv}$ , y  $Q_{pL,1}$  de las ecuaciones (2.9), (2.10), (2.16) y (2.17), y usando  $Q_R$  y  $H_R$  como valores de referencia, la ecuación resultante puede escribirse como:

$$Q_R v_p = C_n + C_a H_{suc} + C_a H_R h_p - C_a C_v Q_R^2 v_p |v_p| \quad (2.18)$$

ahora el sistema de 7 ecuaciones se ha reducido a un sistema de 4 ecuaciones { (2.7), (2.8), (2.14) y (2.18) } y cuatro incógnitas ( $\alpha_p$ ,  $v_p$ ,  $h_p$ ,  $\beta_p$ ). Para simplificar la solución primero eliminaremos  $h_p$  y  $\beta_p$  de la siguiente manera.

Sustituyendo  $h_p$  de la ec. (2.7) en la ec. (2.18) y  $\beta_p$  de la ec. (2.8) en la ec. (2.14) y simplificando se tiene:

$$F_1 = C_a H_R a_1 (\alpha_p^2 + v_p^2) + C_a H_R a_2 (\alpha_p^2 + v_p^2) \operatorname{tg}^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} - Q_R v_p - C_a C_v Q_R^2 v_p |v_p| + C_n + C_a H_{suc} = 0 \quad (2.19)$$

$$F_2 = \alpha_p - C_6 a_3 (\alpha_p^2 + v_p^2) - C_6 a_4 (\alpha_p^2 + v_p^2) \tan^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} - \alpha - C_6 \beta = 0 \quad (2.20)$$

las ecuaciones (2.19) y (2.20) son ecuaciones no lineales --- con dos incógnitas,  $\alpha_p$  y  $v_p$ . Estas ecuaciones pueden resolverse usando el método de Newton-Raphson, en el cual se supone una primera solución de las ecuaciones, la que es refinada hasta el grado de aproximación requerido por medio de iteraciones sucesivas.

Admitiendo que  $\alpha_p^{(1)}$  y  $v_p^{(1)}$  son los valores de la solución estimada inicialmente, los cuales pueden considerarse igual a  $\alpha_e$  y  $v_e$  dados por la ecuación (2.6). Entonces, una mejor estimación de la solución de las ecs. (2.19) y (2.20) es:

$$\alpha_p^{(2)} = \alpha_p^{(1)} + \delta \alpha_p \quad (2.21)$$

$$v_p^{(2)} = v_p^{(1)} + \delta v_p \quad (2.22)$$

donde

$$\delta \alpha_p = \frac{F_2 \frac{\partial F_1}{\partial v_p} - F_1 \frac{\partial F_2}{\partial v_p}}{\frac{\partial F_1}{\partial \alpha_p} \frac{\partial F_2}{\partial v_p} - \frac{\partial F_1}{\partial v_p} \frac{\partial F_2}{\partial \alpha_p}} \quad (2.23)$$

\* El superíndice (1) indica el valor estimado y el superíndice (2) indica el valor obtenido después de la primera iteración.

$$\delta v_p = \frac{F_2 \frac{\partial F_1}{\partial \alpha_p} - F_1 \frac{\partial F_2}{\partial \alpha_p}}{\frac{\partial F_1}{\partial v_p} \frac{\partial F_2}{\partial \alpha_p} - \frac{\partial F_1}{\partial \alpha_p} \frac{\partial F_2}{\partial v_p}} \quad (2.24)$$

En las ecs. (2.23) y (2.24), las funciones  $F_1$  y  $F_2$  y -- sus derivadas con respecto a  $\alpha_p$  y  $v_p$  están valuadas en --  $\alpha_p^{(1)}$  y  $v_p^{(1)}$ . La diferenciación de las ecs. (2.19) y (2.20) -- genera las siguientes expresiones:

$$\frac{\partial F_1}{\partial \alpha_p} = C_a H_R (2a_1 \alpha_p + a_2 v_p + 2a_2 \alpha_p t g^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p}) \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial v_p} = C_a H_R (2a_1 v_p - a_2 \alpha_p + 2a_2 v_p t g^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p}) - Q_R - 2 C_a C_v Q_R^2 |v_p| \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial \alpha_p} = 1 - C_6 (2a_3 \alpha_p + a_4 v_p + 2a_4 \alpha_p t g^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p}) \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial v_p} = C_6 (-2a_3 v_p + a_4 \alpha_p - 2a_4 v_p t g^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p}) \quad (2.28)$$

si  $|\delta \alpha_p|$  y  $|\delta v_p|$  son menores que la tolerancia dada (ejemplo: 0.001), entonces  $\alpha_p^{(2)}$  y  $v_p^{(2)}$  son soluciones de las ecs. -- (2.19) y (2.20). De otro modo,  $\alpha_p^{(1)}$  y  $v_p^{(1)}$  - - -



se suponen igual a  $\alpha_p^{(2)}$  y  $v_p^{(2)}$ , y el procedimiento anterior se repite hasta que se obtiene la solución. Habiendo determinado  $\alpha_p$  y  $v_p$ , se verifica si el segmento de la "característica de la bomba" usada en los cálculos corresponde a  $\alpha_p$  y  $v_p$ . De no ser así, entonces  $\alpha_e$  y  $v_e$  se supone -- igual a  $\alpha_p$  y  $v_p$ , y se repite el procedimiento anterior.

Sin embargo, si fue usado el segmento correcto, entonces  $h_p$  y  $\beta_p$  se determinan de las ecs. (2.7) y (2.8);  $H_p$  y  $Q_p$  de la ec. (2.3); y  $H_{pL,1}$  y  $Q_{pL,1}$  de las ecs. (2.9) y (2.17). Los valores de  $\alpha$  y  $v$  son los iniciales para el siguiente paso (i.e.,  $\alpha = \alpha_p$  y  $\beta = \beta_p$ ), y la solución progresiva para el siguiente paso. Para evitar un número ilimitado de iteraciones en el caso de divergencia de la solución, se puede emplear un contador para que los cálculos sean suspendidos si el número de iteraciones excede a un valor específico (por ejemplo 30). El diagrama de flujo de la figura 2.2 ilustra este procedimiento.

### 2.3. Condiciones de frontera para casos especiales

En la sección anterior, las condiciones de frontera se desarrollaron para un sistema con una sola bomba y una línea de succión corta. Debido a la pequeña longitud de la línea de succión, la propagación de las ondas del golpe de ariete en ella fue despreciado. En esta sección, se desarrollarán condiciones de frontera para sistemas más complejos, frecuentemente

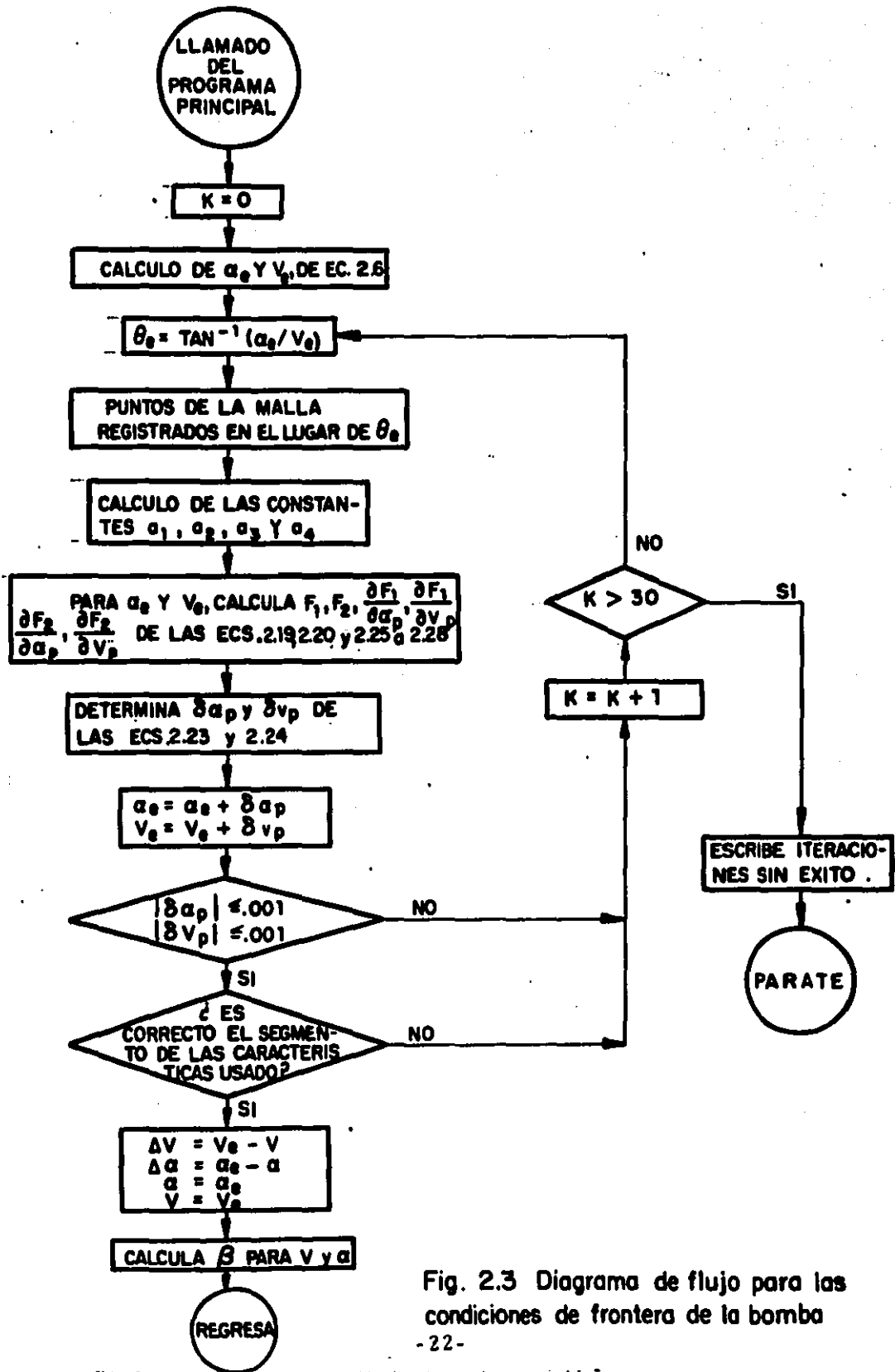


Fig. 2.3 Diagrama de flujo para las condiciones de frontera de la bomba

encontrados en la práctica. Las condiciones de frontera para sistemas no mencionados aquí se pueden desarrollar por procedimientos similares a los siguientes.

Se describe brevemente la configuración del sistema, se presentan las ecuaciones que describen el fenómeno y las expresiones para  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $\frac{\partial F_1}{\partial \alpha_p}$ ,  $\frac{\partial F_1}{\partial v_p}$ ,  $\frac{\partial F_2}{\partial \alpha_p}$ ,  $\frac{\partial F_2}{\partial v_p}$ . Usando -- estas expresiones, las soluciones pueden ser determinadas como en la sección anterior.

### 2.3.1. Bombas en paralelo

Un sistema de bombas en paralelo a las cuales les falla simultáneamente la energía eléctrica, puede analizarse de la siguiente manera: Si la longitud de la tubería entre cada bomba y el múltiple de descarga es grande, entonces cada bomba puede ser manejada como en la sección (2.2) y el sistema de tubería en paralelo puede analizarse usando las condiciones de frontera presentada en la ref. 3 (nótese que el múltiple de descarga puede considerarse como una unión de dos o más tubos). Sin embargo, si la tubería entre cada bomba y el múltiple de descarga es corta, entonces esta tubería puede despreciarse en el análisis y la descarga combinada de todas las bombas puede considerarse como el flujo aguas arriba

del múltiple de descarga. Las condiciones de frontera para los casos anteriores se desarrollan a continuación.

La ecuación de continuidad para este caso es:

$$Q_{p,1} = n_p Q_p \quad (2.29)$$

en la cual  $n_p$  = número de bombas en paralelo.

De acuerdo con la longitud de la línea de succión, las condiciones de frontera para bombas en paralelo pueden dividirse en dos casos:

- 1.- Línea de succión corta. Si la línea de succión es corta, entonces la onda del golpe de ariete en este tubo puede despreciarse. Sustituyendo la ec. (2.29), en la ec. (2.18), se obtiene:

$$n_p Q_R v_p = C_n + C_a H_{suc} + C_a H_R h_p - C_a C_v Q_R^2 v_p |v_p| \quad (2.30)$$

Las ecuaciones (2.7) (2.8) y 2.14) son válidas también para este caso. Procediendo en forma similar a la sección 2.2, se obtienen las siguientes expresiones:

$$F_1 = C_a H_R a_1 (\alpha_p^2 + v_p^2) + C_a H_R a_2 (\alpha_p^2 + v_p^2) \operatorname{tang}^{-1} \frac{a_{1p}}{v_p} -$$

$$-n_p Q_R v_p - C_a C_v Q_R^2 v_p |v_p| + C_n + C_a H_{suc} = 0 \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_1}{v_p} = & C_a H_R (2a_1 v_p - a_2 \alpha_p + 2a_2 v_p \operatorname{tg}^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p}) - \\ & - n_p Q_R - 2 C_a C_v Q_R^2 |v_p|. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Las expresiones para  $F_2$ ,  $\partial F_1/\partial \alpha_p$ ,  $\partial F_2/\partial \alpha_p$ ,  $\partial F_2/\partial v_p$  estan dadas por las ec. (2.20), (2.25), (2.27) y (2.28) respectivamente.

2.- Línea de succión larga (fig. 2.4). Si la línea de succión no es corta comparada a la línea de descarga, entonces el golpe de ariete en aquella tiene que ser considerado en el análisis. Por lo tanto, se tiene que incluir la ecuación característica para la línea de succión. De la fig. 2.4, se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$H_p = H_{p_{i+1,1}} - H_{p_{i,n+1}} \quad (2.33)$$

$$Q_{p_{i,n+1}} = C_p - C_{a_i} H_{p_{i,n+1}} \quad (2.34)$$

$$Q_{p_{i+1,1}} = C_n + C_{a_{i+1}} H_{p_{i+1,1}} \quad (2.35)$$

$$Q_{p,i,n+1} = Q_{p,i+1,1} = n_p Q_p \quad (2.36)$$

además, las ecs. (2.7), (2.8) y (2.14) son válidas para este caso.

Multiplicando la ec. (2.34) por  $C_{a_i+1}$ , la ec. (2.35) por  $C_{a_i}$ , sustituyendo a  $Q_{p,i,n+1}$  y  $Q_{p,i+1,1}$ , por la ec. (2.36) y sumando las ecuaciones resultantes, se obtiene:

$$n_p Q_p (C_{a_i} + C_{a_{i+1}}) = C_n C_{a_i} + C_p C_{a_{i+1}} + C_{a_i} C_{a_{i+1}} H_p \quad (2.37)$$

Usando  $Q_R$  y  $H_R$  como valores de referencia, la ecuación (2.37) puede escribirse como:

$$h_p = \frac{n_p (C_{a_i} + C_{a_{i+1}}) Q_R v_p - C_n C_{a_i} - C_p C_{a_{i+1}}}{C_{a_i} C_{a_{i+1}} H_R} \quad (2.38)$$

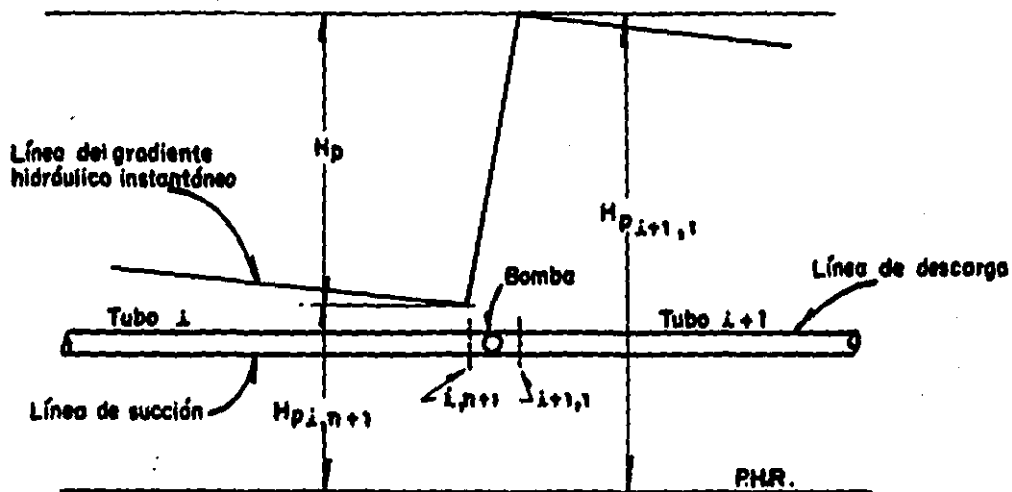


Fig. 2.4 Bomba con línea de succión larga

Eliminando  $h_p$  de las ecs. (2.7) y (2.38) se obtiene:

$$F_1 = a_1 (\alpha_p^2 + v_p^2) + a_2 (\alpha_p^2 + v_p^2) \operatorname{tg}^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} - C_7 v_p + C_8 = 0 \quad (2.39)$$

donde:

$$C_7 = \frac{n_p (C_{a_i} + C_{a_{i+1}}) Q_R}{C_{a_i} C_{a_{i+1}} H_R} \quad (2.40)$$

$$C_8 = \frac{C_n C_{a_i} + C_p C_{a_{i+1}}}{C_{a_i} C_{a_{i+1}} H_R} \quad (2.41)$$

diferenciando la ecuación (2.39) con respecto a  $\alpha_p$  y  $v_p$  se obtienen:

$$\frac{\partial F_1}{\partial \alpha_p} = 2a_1 \alpha_p + 2a_2 \alpha_p \operatorname{tg}^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} + a_2 v_p \quad (2.42)$$

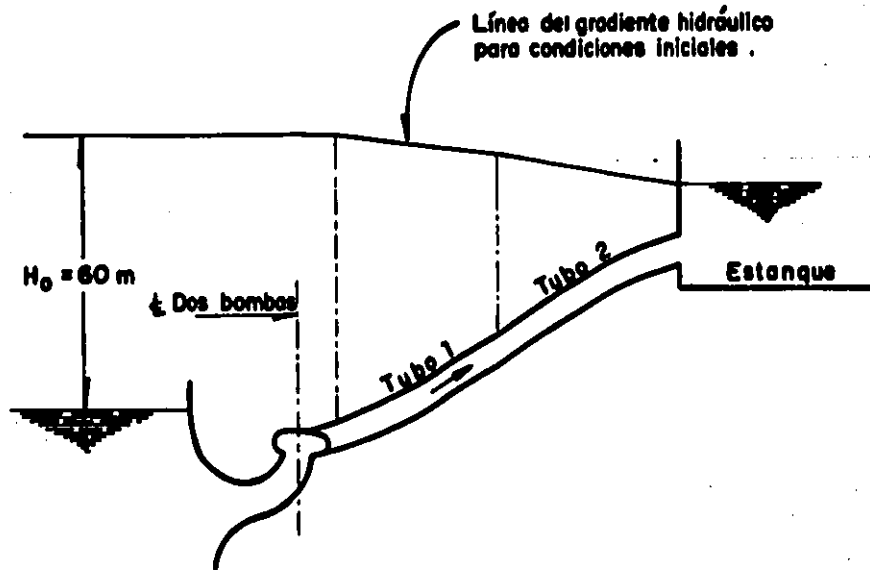
$$\frac{\partial F_1}{\partial v_p} = 2a_1 v_p + 2a_2 v_p \operatorname{tg}^{-1} \frac{\alpha_p}{v_p} - a_2 \alpha_p - C_7 \quad (2.43)$$

Las ecuaciones (2.20), (2.27) y (2.28) definen las expresiones para  $F_2$ ,  $\partial F_2 / \partial \alpha_p$  y  $\partial F_2 / \partial v_p$ .

#### 2.4. Ejemplo

Para ilustrar el uso del procedimiento anterior, se analizará el sistema de tuberías mostrado en la figura 2.5. Inicialmente, las dos bombas están operando en las condiciones dadas, y las condiciones del estado transitorio son causadas por falla de la energía eléctrica en ambas bombas.





**DATOS DE LA TUBERIA :**

Tubo 1	Tubo 2
$L = 450 \text{ m}$	$L = 550 \text{ m}$
$D = 0.75 \text{ m}$	$D = 0.75 \text{ m}$
$a = 900 \text{ m/s}$	$a = 1100 \text{ m/s}$
$f = 0.010$	$f = 0.012$

$$Q_0 = 0.5 \text{ m}^3/\text{s}$$

**DATOS DE LA BOMBA :**

$$Q_R = 0.25 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_R = 60 \text{ m}$$

$$N_R = 1100 \text{ rpm}$$

$$WR^2 = 16.85 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$E_R = 0.84$$

**Fig 2.5 Sistema de bombeo del ejemplo**

Para resolver este ejemplo, se usó el programa de -- computadora desarrollado por Chaudhry (3) (apéndice A) usando -- las condiciones de frontera derivadas en la sección 2.3 para bobas en paralelo, el diagrama de flujo se muestra en la fig. 2.3. Para analizar las condiciones transitorias en la línea de descarga se usó el método de las características y las condiciones de frontera para el almacenamiento y uniones en serie. La veloci-- dad de la onda del golpe de ariete para varias secciones de la - línea de descarga se determinará usando las ecuaciones presenta-- das por Chaudhry (3). En el análisis se emplearon los valores - de las características de la bomba para  $N_s = 25$ , unidades del - SI (1276 gpm). Para la descarga y velocidad de la bomba ini-- cial, la carga de presión en el extremo aguas arriba de la línea de descarga debe ser igual a la carga dada. Con este gasto y car-- ga de presión en el extremo de aguas arriba, se determina las - condiciones del estado permanente en la línea de descarga. Lue-- go, se supone que falla la energía eléctrica y se calculan las - condiciones transitorias resultantes. Como la inercia del liqui-- do entre la bomba y la descarga es pequeña, la descarga de ambas bombas fue sumada y considerada como el flujo en el extremo de - aguas arriba del sistema.

Los resultados del cálculo se presentan a continuación.

# R E S U L T A D O S

TIEMPO	ALFA	V	NO.DE TUBO	CARGA (M)		DESCARGA (M <sup>3</sup> /s)	
				(1)	(N+1)	(1)	(N+1)
0.0	1.00	1.00	1	5.00	5.00	0.00	0.00
0.5	0.72	0.72		5.00	5.00	0.00	0.00
1.0	0.56	0.59		5.00	5.00	0.00	0.00
1.5	0.46	0.57		5.00	5.00	0.00	0.00
2.0	0.39	0.56		5.00	5.00	0.00	0.00
2.5	0.34	0.65		5.00	5.00	0.00	0.00
3.0	0.32	-0.18		5.00	5.00	0.00	0.00
3.5	0.30	-0.28		5.00	5.00	0.00	0.00
4.0	0.26	-0.34		5.00	5.00	0.00	0.00
4.5	0.15	-0.68		5.00	5.00	0.00	0.00
5.0	-0.05	-0.85		5.00	5.00	0.00	0.00
5.5	-0.30	-0.93		5.00	5.00	0.00	0.00
6.0	-0.55	-0.95		5.00	5.00	0.00	0.00
6.5	-0.79	-1.04		5.00	5.00	0.00	0.00
7.0	-1.01	-1.04		5.00	5.00	0.00	0.00
7.5	-1.13	-1.00		5.00	5.00	0.00	0.00
8.0	-1.30	-0.93		5.00	5.00	0.00	0.00
8.5	-1.37	-0.86		5.00	5.00	0.00	0.00
9.0	-1.39	-0.76		5.00	5.00	0.00	0.00
9.5	-1.37	-0.66		5.00	5.00	0.00	0.00
10.0	-1.33	-0.59	5.00	5.00	0.00	0.00	
10.5	-1.27	-0.53	5.00	5.00	0.00	0.00	
11.0	-1.21	-0.49	5.00	5.00	0.00	0.00	
11.5	-1.15	-0.48	5.00	5.00	0.00	0.00	
12.0	-1.11	-0.49	5.00	5.00	0.00	0.00	
12.5	-1.08	-0.52	5.00	5.00	0.00	0.00	
13.0	-1.06	-0.55	5.00	5.00	0.00	0.00	
13.5	-1.05	-0.58	5.00	5.00	0.00	0.00	
14.0	-1.06	-0.61	5.00	5.00	0.00	0.00	
14.5	-1.07	-0.64	5.00	5.00	0.00	0.00	
15.0	-1.09	-0.66	5.00	5.00	0.00	0.00	

NO.DE TUBO

1

PRESION MAX. (M)

96.4

PRESION MIN. (M)

13.2

### 3. ANALISIS

En este capítulo, se analiza la variación de la presión transitoria en un sistema de bombeo cuando se hacen variar algunas o todas las variables que intervienen en el problema.

#### 3.1. Analisis numérico

Como se vió en el capítulo anterior, las ecuaciones que describen la variación de la presión en un sistema de bombeo son ecuaciones no lineales, de las cuales no se puede obtener una expresión para la presión en forma explícita. Debido a la imposibilidad anterior, se recurre al método iterativo de Newton-Raphson para obtener los valores de --

ésta. Para poder llevar a cabo el análisis de la variación de la presión fué necesario realizar una serie de corridas con el programa de computadora del apéndice A, empleando diferentes valores de  $WR^2$ ,  $L$  y  $N_s$ ; donde  $N_s$  es la velocidad específica da da por la siguiente expresión:

$$N_s = \frac{N Q^{1/2}}{H^{3/4}}$$

en la cual,  $N$  es la velocidad de giro del motor de la bomba (rpm),  $Q$  el gasto de la bomba ( $m^3/s$ ) y  $H$  es la carga de la bomba (m). Los resultados obtenidos se muestran en las figuras (3.1) y (3.2).

De la fig. (3.1) se puede decir que para bombas de  $N_s < 150$  y manteniendo constante  $Q$ ,  $D$ ,  $\eta$ ,  $H$ ,  $L$  y  $\alpha$ , la caída de presión ( $\Delta P$ ) depende solo de  $WR^2$ . Para bombas con  $150 < N_s < 261$  y  $150 < WR^2 < 1500$  las dos variables influyen: a mayor  $WR^2$  menor presión y a mayor  $N_s$  mayor presión.

En la fig. (3.2) se puede ver que el gasto tiene gran influencia en la presión mínima, así como la longitud de la tubería cuando ésta es menor de 1000m. Aquí también se puede notar la importancia de  $WR^2$  en las presiones transitorias.

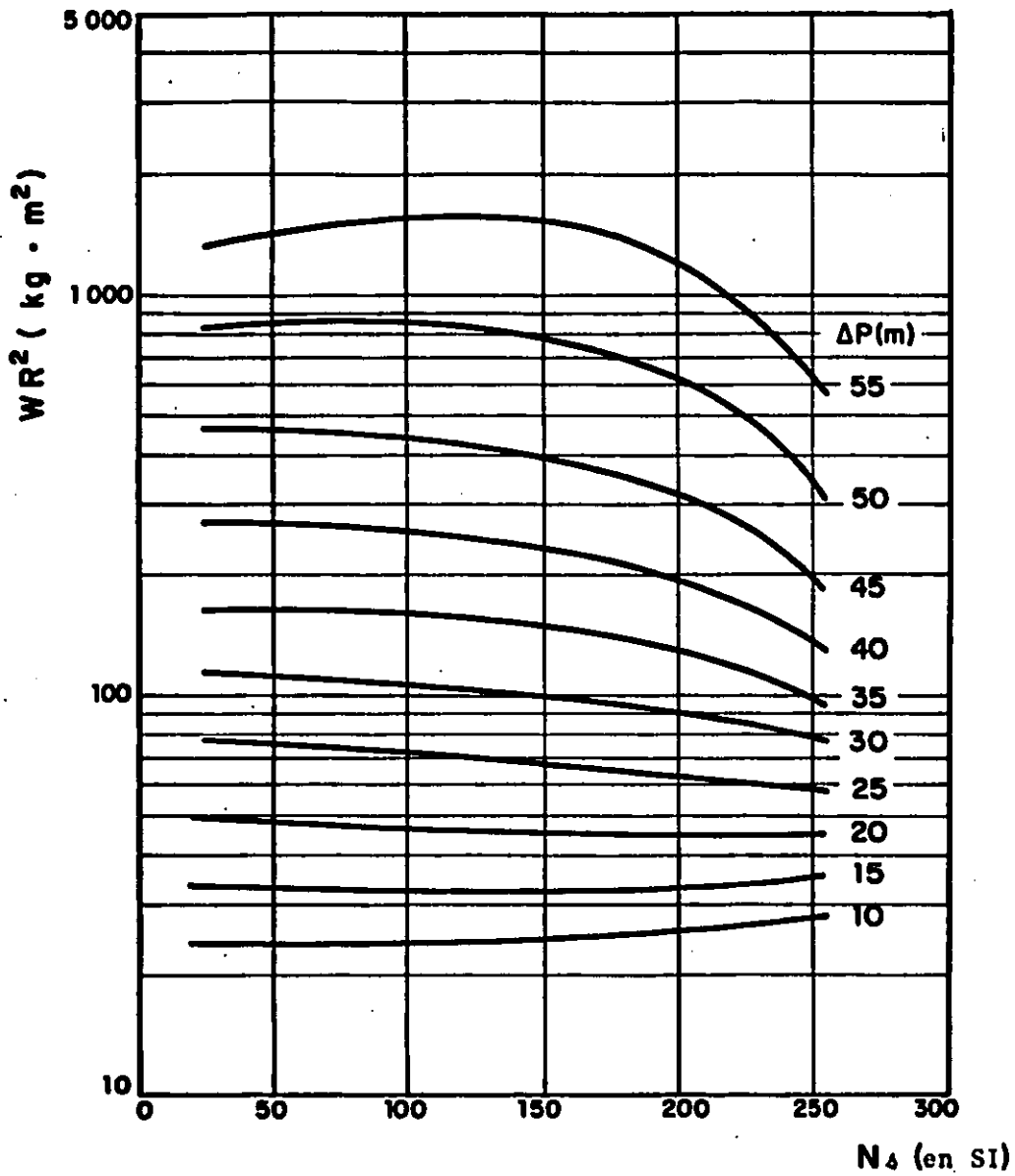


Fig. 3.1 Presiones mínimas en la bomba para  $Q=0.25 \text{ m}^3/\text{s}$  y  $H=60\text{m}$ .

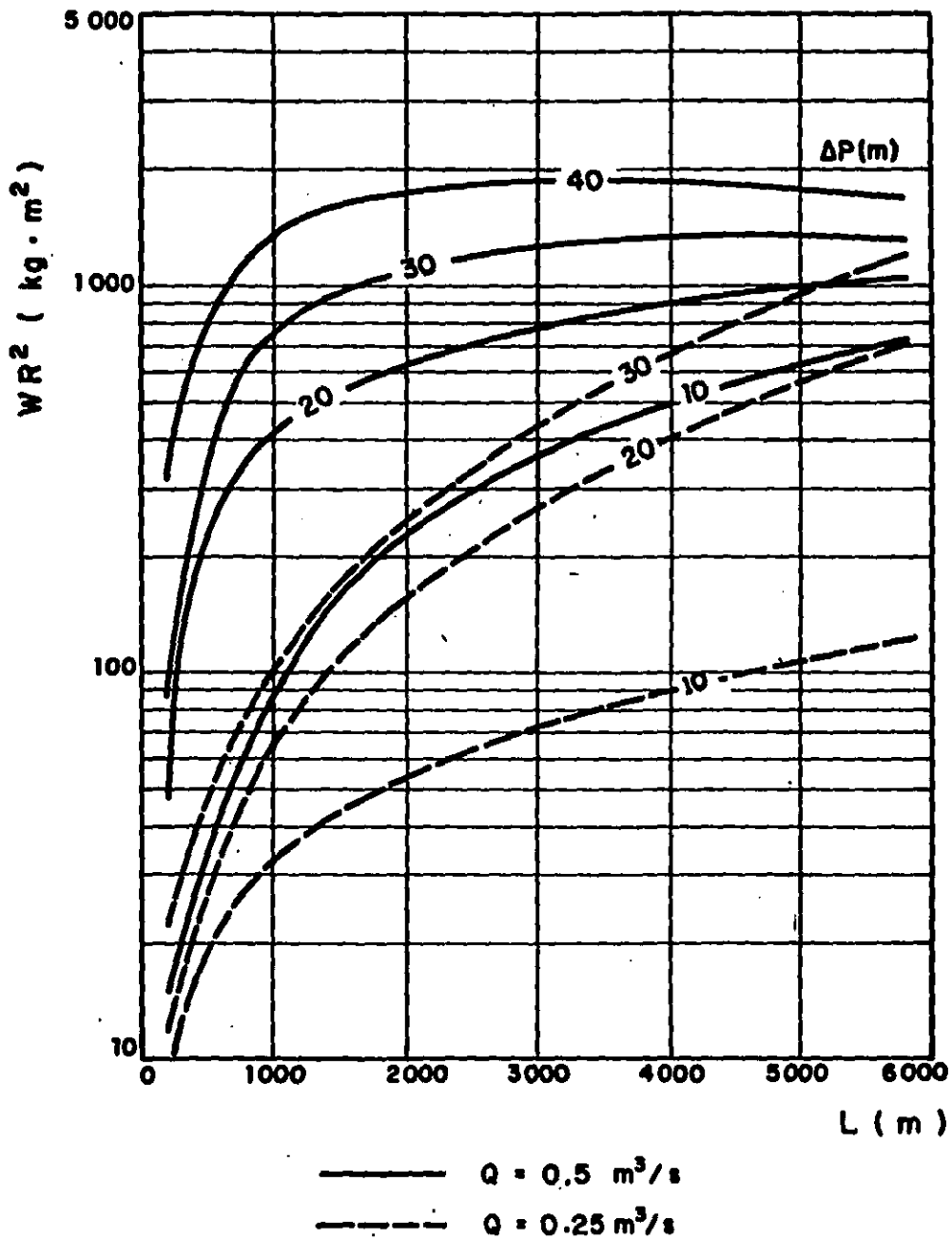


Fig. 3.2 Presiones mínimas en la bomba para  $N_s = 147$  y  $H=60\text{m}$ .

Finalmente, de los resultados obtenidos en las diferentes corridas del programa(6), los cuales se muestran en la tabla 3.1, se puede decir que las variaciones de la presión máxima es fuerte para los dos tubos cuando  $Ns = 25$  y  $WR^2 < 100$ . Para  $Ns = 25$  y  $100 \leq WR^2 \leq 1685$  la variación es nula, al igual que cuando  $16.85 \leq WR^2 \leq 1685$  y  $Ns = 147$  ó  $261$ ; por otro lado cuando se mantiene fijo  $Ns$  y se hace variar la longitud (L), el gasto Q y el momento polar de Inercia ( $WR^2$ ) la variación es pequeña para el tubo 2 y nula para el tubo 1.

### 3.2. Analisis de sensibilidad.

El problema se puede plantear matemáticamente de la siguiente manera:

$$H_m = f(Q, D, WR^2, n, H, L, a, N) \quad (3.1)$$

donde

- $H_m$  = presión mínima debida al transitorio
- $Q$  = gasto
- $D$  = diámetro de la tubería
- $WR^2$  = momento polar de inercia
- $n$  = eficiencia de la bomba
- $H$  = carga de la bomba
- $L$  = longitud de la tubería
- $a$  = celeridad de la onda
- $N$  = velocidad de giro del motor

Para hacer el análisis de sensibilidad se ajustó una superficie plana (7) a las curvas dadas por Kinno y Kennedy (3), las cuales se muestran en la fig. 3.3.



N <sub>s</sub> (SI)	WR <sup>2</sup> (Kg.m <sup>2</sup> )	L (m)		Q (m <sup>3</sup> /S)		Presión Máxima (m)	
		tubo 1	tubo 2	bomba 1	bomba 2	tubo 1	tubo 2
25	16.85	450	550	0.25	0.25	87.4	76.1
"	30.00	"	"	"	"	81.2	71.8
"	50.00	"	"	"	"	74.2	67.2
"	100.00	"	"	"	"	60.0	59.6
"	168.50	"	"	"	"	"	"
"	300.00	"	"	"	"	"	"
"	500.00	"	"	"	"	"	"
"	1000.00	"	"	"	"	"	"
"	1300.00	"	"	"	"	"	"
"	1500.00	"	"	"	"	"	"
"	1685.00	"	"	"	"	"	"
147	16.85	"	"	"	"	"	"
"	100.00	"	"	"	"	"	"
"	168.50	"	"	"	"	"	"
"	300.00	"	"	"	"	"	"
"	500.00	"	"	"	"	"	"
"	1000.00	"	"	"	"	"	"
"	1300.00	"	"	"	"	"	"
"	1500.00	"	"	"	"	"	"
"	1685.00	"	"	"	"	"	"
261	16.85	"	"	"	"	"	"
"	30.00	"	"	"	"	"	"
"	50.00	"	"	"	"	"	"
"	100.00	"	"	"	"	"	"
"	168.50	"	"	"	"	"	"
"	300.00	"	"	"	"	"	"
"	500.00	"	"	"	"	"	"
"	1000.00	"	"	"	"	"	"
"	1300.00	"	"	"	"	"	"
"	1500.00	"	"	"	"	"	"
"	1685.00	"	"	"	"	"	"
147	16.85	100	100	"	"	"	59.9
"	"	"	"	0.50	0.50	"	59.7
"	"	450	550	"	"	"	58.4
"	100.00	"	"	"	"	"	"
"	"	100	100	"	"	"	59.7
"	"	"	"	0.25	0.25	"	59.9
"	"	2500	2500	"	"	"	57.8
"	"	"	"	0.50	0.50	"	51.3
"	1685.00	"	"	"	"	"	"
"	"	100	100	"	"	"	59.7
"	"	2500	2500	0.25	0.25	"	57.8

Tabla 3.1 Presiones máximas generadas en la bomba

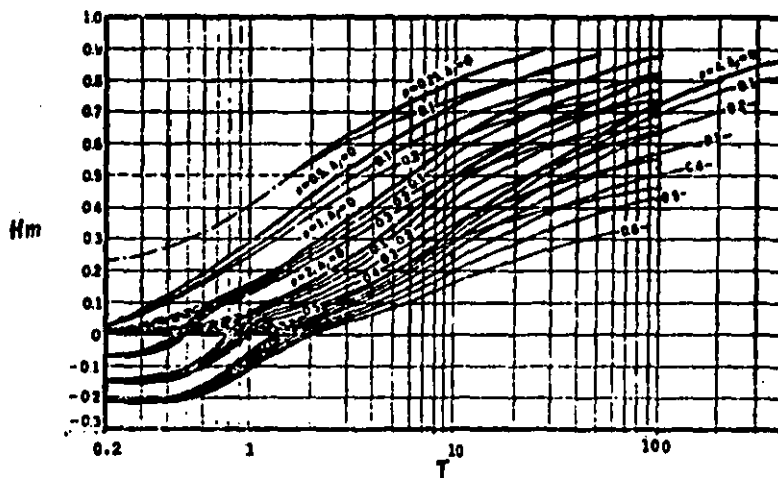


Fig. 3.3 presiones mínimas en la bomba según Kinno y Kennedy

Usando regresión lineal múltiple (7) se puede obtener la superficie que mejor se ajusta a la serie de curvas dadas por Kinno y Kennedy. Esta superficie está representada matemáticamente por la siguiente expresión:

$$H_m = b_0 + b_1 \ln T + b_2 \ln \rho \quad (3.2)$$

Donde los coeficientes  $b_0$ ,  $b_1$  y  $b_2$  se obtienen resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones normales:

$$\begin{aligned} \sum H_m &= nb_0 + b_1 \sum \ln T + b_2 \sum \ln \rho \\ \sum H_m \ln T &= b_0 \sum \ln T + b_1 \sum (\ln T)^2 + b_2 \sum \ln \rho \ln T \\ \sum H_m \ln \rho &= b_0 \sum \ln \rho + b_1 \sum \ln T \ln \rho + b_2 \sum (\ln \rho)^2 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Para resolver el sistema anterior se tomaron encuen-  
ta los datos mostrados en la Tabla 3.2. (los cuales se obtu-  
vieron de la fig. 3.3).

Hm	T	Ln T	(LnT) <sup>2</sup>	ρ	Lnρ	(Lnρ) <sup>2</sup>	HmLnT	HmLnρ	LnρLnT
0.06	2	0.69	0.48	4.0	1.39	1.93	0.041	0.083	0.959
0.73	100	4.61	21.25	4.0	1.39	1.93	3.36	1.015	6.408
0.17	2	0.69	0.48	2.0	0.69	0.48	0.117	0.117	0.476
0.82	100	4.61	21.25	2.0	0.69	0.48	3.780	0.566	3.181
0.28	2	0.69	0.48	1.0	0.00	0.00	0.193	0.00	0.00
0.88	100	4.61	21.25	1.0	0.00	0.00	4.057	0.00	0.00
0.44	2	0.69	0.48	0.5	-0.69	0.48	0.304	-0.304	-0.476
0.94	100	4.61	21.25	0.5	-0.69	0.48	4.333	-0.648	-3.181
0.55	2	0.69	0.48	0.25	-1.39	1.93	0.379	-0.765	-0.959
1.00	100	4.61	21.25	0.25	-1.39	1.93	4.610	-1.390	-6.408
Σ=5.87	Σ=510	Σ=26.50	Σ=108.65	Σ=15.5	Σ=0	Σ=9.64	Σ=21.174	Σ=-1.326	Σ=0

Tabla 3.2. Valores obtenidos de las curvas de Kinnoy Kenedy

Sustituyendo los valores dados en la tabla (3.2) en  
las ecuaciones normales del sistema (3.3) y resolviendo este --  
sistema se obtiene:

$$b_0 = 0.200, b_1 = 0.146 \text{ y } b_2 = -0.138$$

De donde se obtiene que la ecuación de la superficie que mejor se ajusta a las curvas de la fig. 3.3 está dada por la siguiente expresión.

$$H_m = 0.200 + 0.146 \ln T - 0.138 \ln p \quad (3.4)$$

En la fig.3.4 se muestran las curvas de Kinno y Kennedy (fig.3.3) y las curvas ajustadas (ec.3.4), donde se puede ver que el ajuste es bueno, la afirmación anterior fué ratificada al determinar el valor del coeficiente de correlación,  $r$ , siendo  $r=0.9$ , lo cual indica que los datos se ajustan bien a una línea recta bajo la transformación logarítmica. Recordando que,

$$T = \frac{a \cdot \eta \cdot N_R^2 \cdot WR^2}{1785540 L \cdot H_R \cdot Q_R}$$

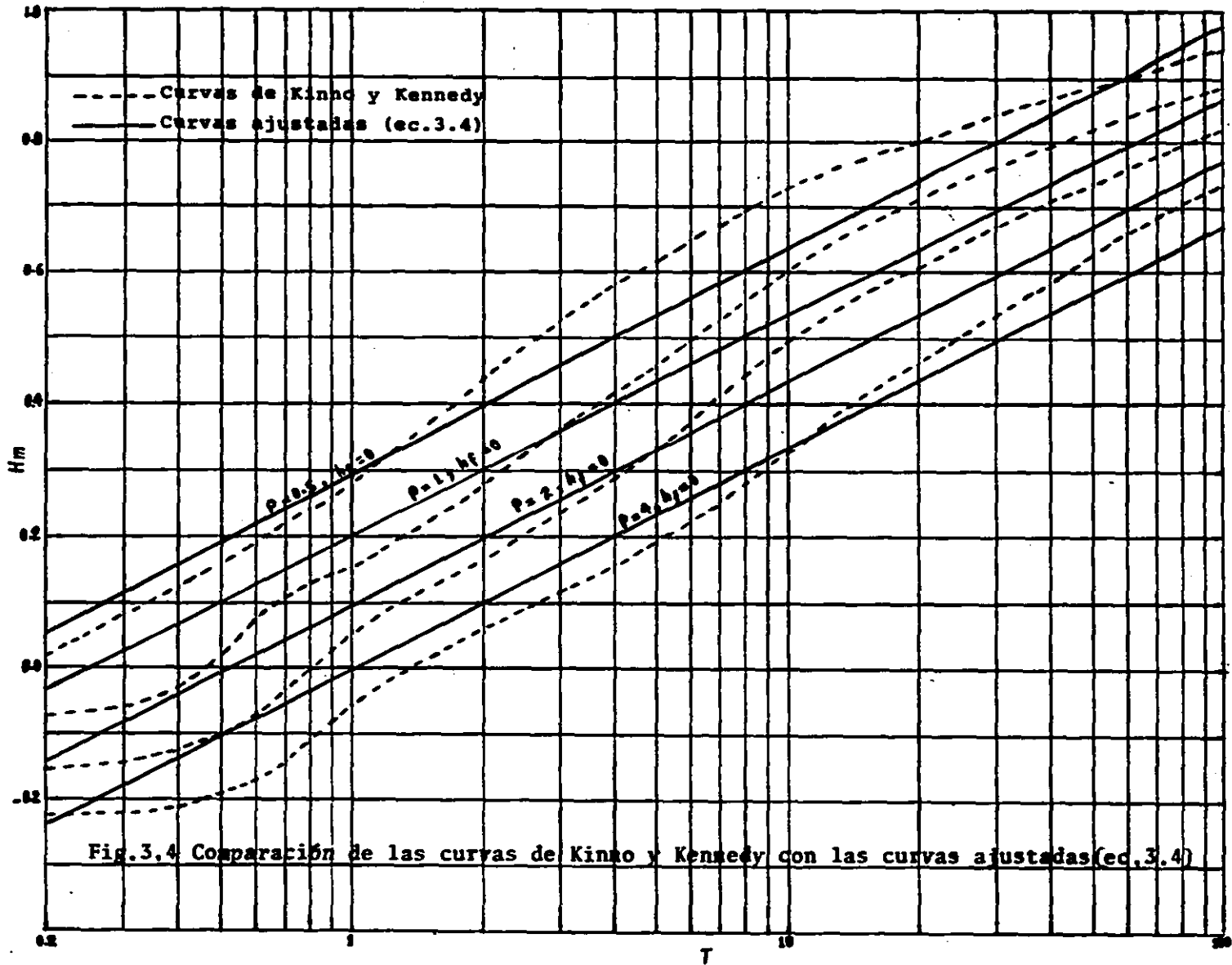
y

$$p = \frac{4 Q_R \cdot a}{61.57 H_R \cdot D^2}$$

la ecuación (3.4) que es la que mejor describe el comportamiento de la presión mínima en la bomba se puede expresar de la siguiente forma:

$$H_m = 0.200 + 0.146 \ln \left( \frac{a \cdot \eta \cdot N_R^2 \cdot WR^2}{1785540 L \cdot H_R \cdot Q_R} \right) - 0.138 \ln \left( \frac{4 Q_R \cdot a}{61.57 H_R D^2} \right) \quad (3.5)$$

Utilizando el procedimiento expuesto por Schench (8) se puede encontrar la influencia en  $H_m$  debida a la variación de los otros términos, por medio de la fórmula siguiente:



$$E^2 H_m = \left(\frac{\partial H_m}{\partial Q}\right)^2 E_Q^2 + \left(\frac{\partial H_m}{\partial D}\right)^2 E_D^2 + \left(\frac{\partial H_m}{\partial WR^2}\right)^2 E_{WR^2}^2 + \left(\frac{\partial H_m}{\partial \eta}\right)^2 E_\eta^2 + \left(\frac{\partial H_m}{\partial H}\right)^2 E_H^2 + \left(\frac{\partial H_m}{\partial L}\right)^2 E_L^2 + \left(\frac{\partial H_m}{\partial a}\right)^2 E_a^2 + \left(\frac{\partial H_m}{\partial N}\right)^2 E_N^2 \quad (3.6)$$

donde:

$\frac{\partial H_m}{\partial \ell}$  es la variación que sufre la presión mínima cuando cambia la variable  $\ell$ ,  $\ell = Q, D, WR^2, \eta, H, L, a, N$

$E\ell$  es el error que se comete al medir la variable  $\ell$

$E H_m$  es el error que se le asigna a la presión mínima y es originado por los cambios en las otras variables.

Para cuantificar cada uno de los términos de la ec. (3.6) se utilizó un bomba chica y una grande con las siguientes características:

bomba chica	bomba grande
$Q = 0.05 \text{ m}^3/\text{s}$	$Q = 6 \text{ m}^3/\text{s}$
$D = 0.1 \text{ m}$	$D = 1 \text{ m}$
$WR^2 = 1.3 \text{ Kg-m}^2$	$WR^2 = 268 \text{ Kg-m}^2$
$\eta = 0.80$	$\eta = 0.80$
$H = 10 \text{ m}$	$H = 10 \text{ m}$
$L = 100 \text{ m}$	$L = 100 \text{ m}$
$a = 1000 \text{ m}$	$a = 1000 \text{ m}$
$N = 1400 \text{ rpm}$	$N = 300 \text{ rpm}$

Sustituyendo los valores anteriores en la ec. (3.6) y ordenando las variables en orden de importancia se obtienen los resultados mostrados en la Tabla (3.3), de donde se puede ver que la variable de mayor importancia es el gasto, seguido por el diámetro en bombas chicas y por la eficiencia en bombas grandes, en tercer lugar el momento polar de inercia en bombas chicas y el diámetro en bombas grandes.

	bomba chica	bomba grande
$L = 100 \text{ m}$	$Q, D, WR^2, \eta, H, L, a, N$	$Q, \eta, D, L, WR^2, H, N, a$
$L = 1000 \text{ m}$	$Q, D, WR^2, \eta, H, L, a, N$	$Q, \eta, D, WR^2, H, N, L, a$

Tabla 3.3 Influencia de cada variable en las presiones transitorias, ordenadas de mayor a menor.

#### 4. CUANTIFICACION DEL MOMENTO POLAR DE INERCIA

Como se vió en el capítulo anterior, el momento polar de inercia del sistema bomba-motor-fluido, juega un papel importante en las presiones transitorias generadas en un sistema de bombeo cuando se paran las bombas por fallas eléctricas. Dado que por lo general este valor se desconoce, en este capítulo se presenta un método teórico-práctico para determinarlo, y los resultados obtenidos son comparados con la fórmula propuesta por Donsky (9).

##### 4.1 Descripción del método

Se amarra una masa,  $m$ , al cople del motor de la bomba (cuando está apagado) y se hace pasar ésta a través de una polea que está sujeta al techo (ver fig.4.1), luego se -



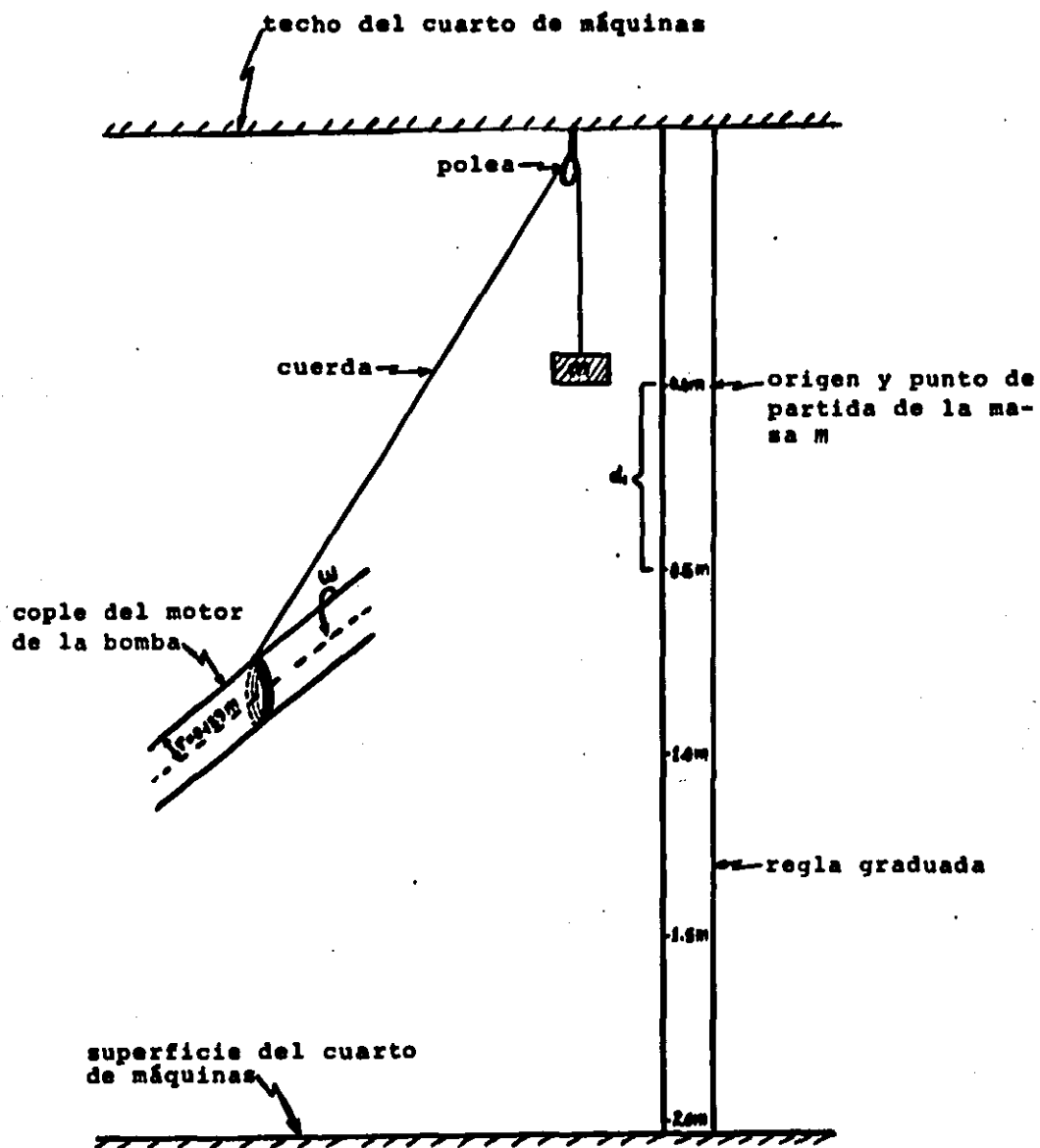


Fig. 4.1 Ejemplificación del método práctico para obtener el  $WR^2$  del sistema bomba-motor-fluido.

deja caer, la masa  $m$ , libremente y se miden\* los tiempos que tarda en recorrer ciertas distancias, con lo cual se obtiene una serie de puntos  $(d, t)$ , a esta serie de puntos obtenidos se les ajusta una función del tipo siguiente:

$$d = a t^b \quad (4.1)$$

donde

$d$  = desplazamiento de la masa,  $m$ , con respecto al origen

$t$  = tiempo en que realiza la masa,  $m$ , el desplazamiento  $d$

$a$ ,  $b$  constantes que se determinan experimentalmente. Conocida la ec. (4.1), se procede a derivarla con respecto al tiempo para conocer la velocidad tangencial del cople, esto es:

$$v = a.b. t^{b-1} \quad (4.2)$$

luego se divide la ec. (4.2) entre  $r$  (radio del cople) para obtener la velocidad angular,  $\omega$ ,

$$\omega = \frac{a.b}{r} t^{b-1} \quad (4.3)$$

finalmente se deriva la ec. (4.3) para conocer la aceleración angular,  $\alpha$ :

$$\alpha = (a.b)(b-1) t^{b-2} / r \quad (4.4)$$

\* los desplazamientos de la masa,  $m$ , son iguales a los del cople del motor de la bomba.

Debido a que la desaceleración del par. de la bomba es función de dos variables (momento polar de inercia y factor de fricción), se tienen que realizar mediciones con dos masas distintas, para poder obtener un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, como el que se muestra enseguida.

$$\begin{aligned} T_1 &= WR^2 \cdot \alpha_1 - F \cdot \omega_1 \\ T_2 &= WR^2 \cdot \alpha_2 - F \cdot \omega_2 \end{aligned} \quad (4.5)$$

donde

$T_1, T_2$  son los pares para las masas 1 y 2 respectivamente.

$\omega_1, \omega_2$  son las velocidades angulares para las masas 1 y 2 respectivamente

$\alpha_1, \alpha_2$  son las aceleraciones angulares para las masas 1 y 2 respectivamente

$F$  es el factor de fricción

$WR^2$  es el momento polar de inercia

Finalmente, se resuelve el sistema (4.5) para obtener los valores de  $WR^2$  y  $F$ .

#### 4.1.1. Ejemplificación del método

Obtener el momento polar de inercia ( $WR^2$ ) y el factor del cople

de fricción de una bomba\* con las siguientes características:

- a) Potencia del motor = 600 Hp
- b) Carga de la bomba = 100 m
- c) Velocidad de giro = 1485 rpm
- d) Gasto de la bomba = 300 lts/s

Solución:

- a) Siguiendo el método descrito en la Sección 4.1, se obtuvieron las tablas desplazamiento vs tiempo, que se muestran en seguida para cada masa:

$r = 0.189 \text{ m}$ $m_1 = 6.005 \text{ kg}$	
desplazamiento (m)	tiempo (s)
0	0
0.5	4.53
1.0	6.85
1.5	8.725

$r = 0.189 \text{ m}$ $m_2 = 10.400 \text{ kg}$	
desplazamiento (m)	tiempo (s)
0	0
0.5	3.08
1.0	4.425
1.5	5.562

\* las bombas que se utilizaron para el estudio pertenecen al Instituto de Ingeniería de la U.N.A.M.

b) Se ajusta por mínimos cuadrados (10) una función de la forma (4.1) a los valores mostrados en las tablas anteriores, obteniéndose

$$d_1 = 0.0403644 t^{1.6679426} \quad (4.1a)$$

$$d_2 = 0.0623114 t^{1.8575209} \quad (4.1b)$$

c) Se obtiene las velocidades angulares, derivando -- las ecs. (4.1a) y (4.1b) y dividiendo entre el radio del cople ( r=0.189m)

$$\omega_1 = 0.3562195 t^{0.6679426} \quad (4.3a)$$

$$\omega_2 = 0.6124058 t^{0.8575209} \quad (4.3b)$$

d) Se derivan las ecs. (4.3a) y (4.3b) con respecto - al tiempo para obtener las aceleraciones angula--- res:

$$\alpha_1 = 0.2379341 t^{-0.3320574} \quad (4.4a)$$

$$\alpha_2 = 0.5251507 t^{-0.1424791} \quad (4.4b)$$

Para resolver el sistema (4.5), se necesitan conocer los siguientes parámetros:  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , los cuales se obtienen de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
T_1 &= F_1^* \times r = (-6.005) (0.189) = -1.135 \text{ Kg-m} \\
T_2 &= F_2^* \times r = (-10.400) (0.189) = -1.966 \text{ Kg-m} \\
W_1 &= 0.3562195 (8.725)^{0.6679426} = 1.5139 \text{ rev/s} \\
W_2 &= 0.6124058 (8.752)^{0.8575209} = 3.9243 \text{ rev/s} \\
\alpha_1 &= 0.2379341 (8.752)^{-0.3320574} = 0.1159 \text{ rev/s}^2 \\
\alpha_2 &= 0.5251507 (8.752)^{-0.1424791} = 0.387 \text{ rev/s}^2
\end{aligned}$$

donde se ha elegido un tiempo ( $t = 8.752$  s) arbitrario para determinar -- las velocidades y aceleraciones angulares. Sustituyendo los valores anteriores en (4.5) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
- 1.135 &= 0.1159 \text{ WR}^2 - 1.5139 F \\
- 1.966 &= 0.3857 \text{ WR}^2 - 3.9243 F
\end{aligned} \tag{4.5a}$$

resolviendo el Sistema anterior, se encuentran los valores -- buscados:

$$\underline{\text{WR}^2 = 32.9 \text{ Kg-m}^2}$$

$$\underline{F = 1.63}$$

En la fig.(4.2) se comparan los valores de  $\text{WR}^2$  obtenidos (para tres bombas) por este método con los valores propuestos por Donsky(9), de donde se puede ver que los valores obtenidos en este trabajo son bastante similares a los de Donsky.

\* $F_1$  y  $F_2$  son las fuerzas ejercidas por las masas  $m_1$  y  $m_2$  respectivamente.

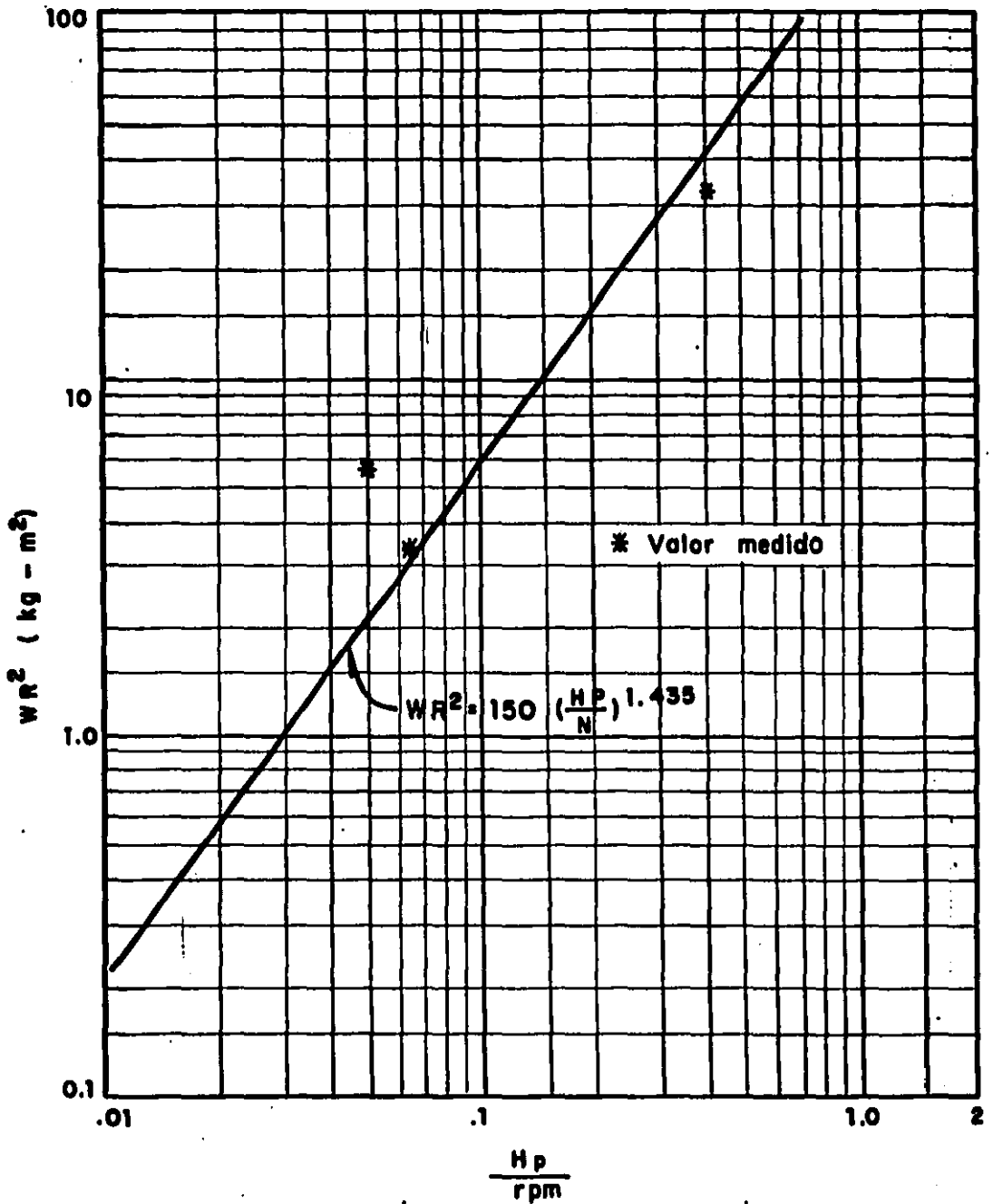


Fig. 4.2 Comparación del momento polar de inercia medido y el dado por la fórmula de Donsky

#### 4.2 Influencia de la fricción del cople en el par

Como se vió en la sección anterior, es necesario tomar en cuenta la fricción para poder determinar en forma indirecta el momento polar de inercia. En esta sección se trata de conocer su influencia sobre el par; para esto fue necesario graficar cada uno de los términos de la ec. (4.5), para el rango de velocidades en el que operan las bombas en la práctica; los resultados se muestran en la fig. (4.3), de donde se puede ver que la fricción es solo importante para bombas que operan a bajas velocidades (300 a 500 rpm).



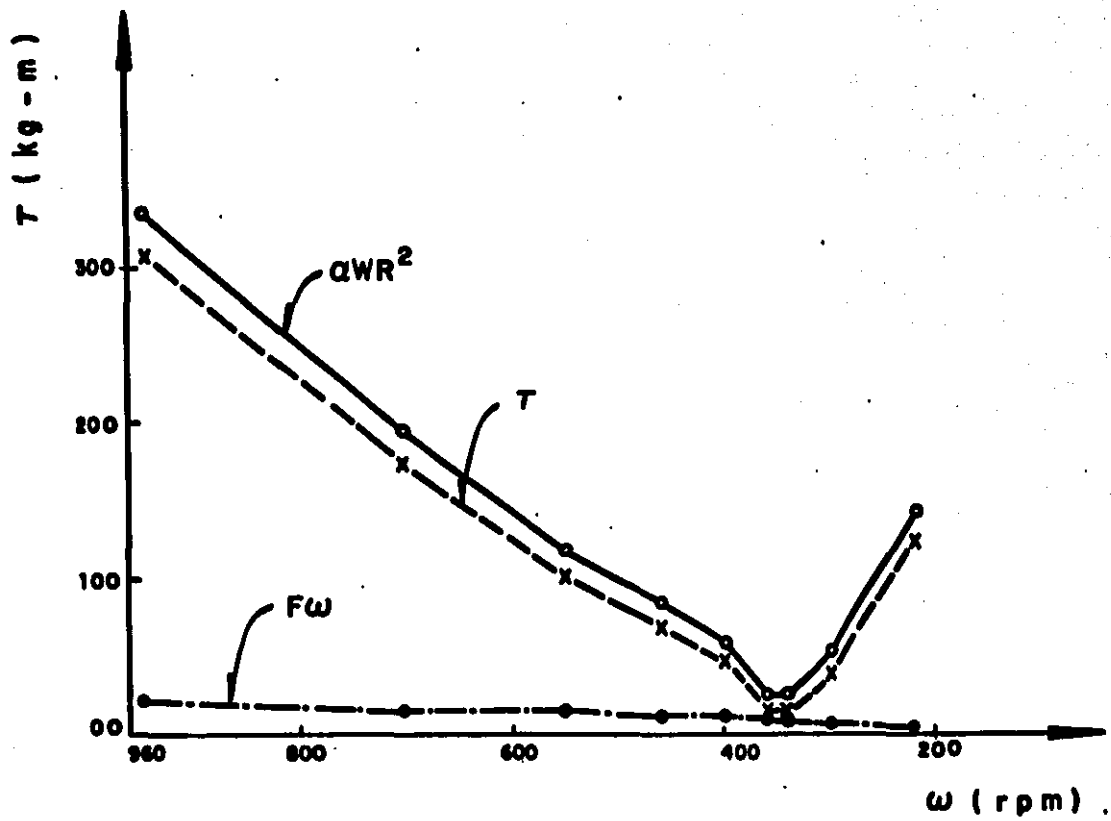


Fig. 4.3 Influencia de la fricción del cople sobre el par

## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Para calcular las presiones transitorias en un sistema de bombeo, después que la bomba se ha parado por falta de energía eléctrica, puede usarse el programa mostrado en el apéndice A siempre que la bomba esté operando a una velocidad mayor de 500 rpm. Si la bomba esta operando a velocidades menores se debe de tomar en cuenta la fricción. Por lo tanto la ecuación del par, dada por la siguiente expresión:

$$T = NR^2 \frac{dw}{dt}$$

deberá ser sustituida en el programa por la siguiente expre--

si6n:

$$T = WR^2 \frac{dw}{dt} - wF$$

donde

T = par de la bomba

$WR^2$  = momento polar de inercia

$\frac{dw}{dt}$  = aceleraci6n angular

w = velocidad angular

F = factor de fricci6n

Si las presiones transitorias en la tuberfa, caen por debajo de la presi6n de vacfo se puede presentar la separaci6n de columna y esto puede originar que la tuberfa se rompa. Para impedir que las presiones sean menores o iguales a la de vacfo, se recomienda colocar en el tramo en estudio cualquiera de las siguientes c6maras de control:

a) C6mara de oscilaciones

b) C6mara de aire

o usar un motor que tenga un  $WR^2$  m6s pequefio (ver fig.3.1). Cuando no se puede evitar la separaci6n de columna es necesario colocar en el tramo de estudio v6lvulas de control para reducir las sobrepresiones generadas por la reuni6n de las columnas, estas v6lvulas pueden ser:

a) V6lvula reguladora de presi6n

b) Válvula de aire, etc.

Del análisis de sensibilidad y del numérico se puede concluir lo siguiente:

El momento polar de inercia es más importante en bombas chicas, mientras que en bombas grandes juega un papel menor, después del gasto, eficiencia y diámetro de la tubería.

Para bombas con  $N_s < 150$  y  $Q, D, \eta, H, L, a$ , constantes la caída de presión depende sólo de  $WR^2$  (fig. 3.1).

Para bombas con  $150 < N_s < 261$  y  $150 < WR^2 < 1500$  la caída de presión depende de  $N_s$  y  $WR^2$  (fig. 3.1).

De la figura 3.2 se puede concluir que el gasto juega un papel muy importante en las presiones mínimas, así como la longitud de la tubería cuando esta es menor de 1000 m.

Para cuantificar el momento polar de inercia, en caso de que no sea proporcionado por el fabricante ni pueda medirse directamente, es aceptable utilizar la fórmula propuesta por Donsky(9), dada por:

$$WR^2 = 150 \left( \frac{H_p}{N} \right)^{1.435}$$

donde

$$WR^2 = \text{momento polar de inercia en Kg. m}^2$$

$H_p$  = potencia del motor en HP

$N$  = velocidad de giro en rpm.

Finalmente, de la fig.(4.2) se puede concluir que la fricción juega un papel importante en las bombas que operan a bajas velocidades (300 a 500 rpm).

## APENDICE A

En este apéndice se presenta la nomenclatura del --- programa usado para resolver el ejemplo de la Sección 2.4, así como un listado de éste que incluye los datos de entrada.

### A.1. Nomenclatura

NP	números de tubos
NRLP	número de tramos en el último tubo
NPP	número de bombas en paralelo
QO	gasto en condiciones estables
NO	velocidad de la bomba en condiciones estables
TLAST	tiempo de duración del estado transitorio
NPC	número de puntos de la curva característica
DTH	amplitud intervalo (en grados) de la curva caracte-- rística
QR	gasto de descarga
HR	carga de la bomba
NR	velocidad de giro de la bomba
ER	eficiencia de la bomba
WR2	momento polar de inercia
FH(I)	puntos sobre la curva característica
L (I)	longitud de la tubería i-ésima
D (I)	diámetro de la tubería i-ésima
A (I)	celeridad de la onda en el tubo i-ésimo
F (I)	factor de fricción en el tubo i-ésimo

A.2. Listado del Programa

```

C ANALISIS DE TRANSITORIOS EN UNA TUBERIA POR FALLA DE BOMBAS

REAL I, NR, NO, IK
DIMENSION Q(10,20), H(10,20), QP(10,20), HP(10,20), CA(10), F(10),
ICF(10)
DIMENSION AR(10), A(10), L(10), U(10), D(10), FH(40), FB(40), HMAX(10)
DIMENSION MINTH(10)
COMMON/CP/ALPHA, OR, V, CN, DALPHA, DV, BETA, C5, C6, NPP, T
COMMON/PA/FH, FR, DTH
R=0
A1
C DATOS GENERALES
READ(5,10) NP, NPLP, IPRINT, NPP, JO, NO, TIAST, IK

10 FORMAT(4I2, 3F10.2, I2)
WRITE(6,20) NP, NPLP, JO, NO, TIAST, NPP, IK

20 FORMAT(0Y, "NUMBER OF PIPES" =, I3, /0Y, "NUMBER OF REACHES ON LAST
1 PIPE" =, I3, /, 0X, "STEADY STATE DISCH." =, F6.3, "M3/S" /, 0Y, "STEADY STA
2 TE PUMP SPEED" =, F6.1, "RPM" /, 0Y, "TIME FOR WHICH TRANS. STATE COND.
3 ARE TO BE COMPUTED" =, F5.1, "S" /, 0Y, "NUMBER OF PARALLEL PUMPS" =,
4 I3, /, 0Y, "SI IK=1 TIENE V. CHECK SI IK=0 NO TIENE V. CHECK" =, I2/)

C C LECTURA Y ESCRITURA DE LOS DATOS DE LAS BOMBAS
READ(5,21) NPC, DTH, OR, HR, NR, ER, WR2, (FH(I), I=1, NPC)
21 FORMAT(12, 6F10.2, /, 7F10.3)
READ(5,22) (F0(I), I=1, NPC)
22 FORMAT(7F10.3)
WRITE(6,23) NPC, DTH, OR, HR, NR, ER, WR2, (FH(I), I=1, NPC)
23 FORMAT(0Y, "NUMBER OF POINTS ON CHARACTERISTIC CURVE" =, I4, /,
10X, "THETA INTERVAL FOR STORING CHARACTERISTIC CURVE" =, F4.0, /, 0X,
2 "RATED DISCH." =, F5.2, "M3/S" /, 0X, "RATED HEAD" =, F6.1, "M" /, 0X,
3 "RATED PUMP SPEED" =, F6.1, "RPM" /, 0Y, "PUMP EFFICIENCY" =, F6.3, /, 0X,
4 "WR2" =, F14.2, "KG-M2" /, /, 0Y, "POINTS ON HEAD CHARACT." =,
5 I3, /, 0F7.3)
25 FORMAT(1, 0X, "POINTS ON TORQUE CHARACTERISTIC" =, /, (0X, 10, 7.3))
C DATOS PARA LINEAS
READ(5,30) (L(I), D(I), A(I), F(I), I=1, NP)
30 FORMAT(4F10.3)
WRITE(6,40)
40 FORMAT(/, 0Y, "PIPE NO" =, 0Y, "LENGTH" =, 5X, "DIA" =, 5X, "WAVE VEL." =, 5X,
1 "FRIC FACTOR" =, /, 22X, "M" =, 0X, "N1" =, 7Y, "M/S")
WRITE(6,50) (I, L(I), D(I), A(I), F(I), I=1, NP)
50 FORMAT(10X, I3, 0X, F7.1, 3X, F5.2, 5X, F7.1, 11X, F5.3)
DT = L(NP) / (NPLP * A(NP))
WRITE(6,51)
51 FORMAT(/, 0Y, "PIPE NO", 5X, "ADJUSTED WAVE VEL" =, /, 26X, "M/S")
C CALCULO DE LAS CONSTANTES DE LAS TURBINAS
DO 60 I=1, NP
AR(I) = 0.7854 * n(I) ** 2.
A INAD.1 = A(I)
A I = L(I) / (DT * A(I))
N(I) = AN
ANI = N(I)

```

```

IF((AN-AN1).GE.0.5) N(I)=N(I)+1
A(I)=L(I)/(DT*N(I))
WRITE(6,55)I,A(I)
55 FORMAT(10X,I3,12Y,F7.1)
CA(I) = C*AR(I)/A(I)
CF(I) = F(I)*DT/(2.*N(I)*AR(I))
F(I) = F(I)*L(I)/(2.*G*U(I)*N(I)*AR(I)**2.)
60 CONTINUE

```

C  
C  
C

```

CALCULO DE LAS CONSTANTES PARA LA ROMPA
LAS SIGUIENTES CONSTANTES SON PARA SI PARA UNIDADES INGLESAS
REPLACE 93604.99 BY 595.875 AND 4.775 BY 153.744
I2 = (93604.99*HR*DR)/(NR*FR)
C5 = CA(1)*UR
C6 = -(4.775*TR*DT)/(NR*WR2)
ALPHA = NO/NR
V=00/(MPP*DR)
NV = 0.0
DALPHA = 0.0
CALCULO DE CONDICIONES PERMANENTES

```

C  
C

```

IF(V.EQ.0.0)GO TO 65
TH = ATAN2(ALPHA,V)
T4 = 57.296*TH
20 TO 68
65 T4 = 0.0
68 I11 = 1
CALL PARAB(TH,I11,Z)
H0 = Z*NA*(ALPHA**2.+V**2.)
H(1,1) = H0
TODS = PARAB(TH,TODS,Z)
BETA = Z*(ALPHA**2.+V**2.)
DO 80 I = 1,NN
NN = N(I)+1
DO 70 J = 1,NN
H(I,J) = H(I,1)-(J-1)*F(I)*NN**2.
IF(I.NE.NP.AND.J.EQ.NN)H(I+1,1) = H(I,NN)
O(I,J)=30
70 CONTINUE
HMAX(I) = H(I,1)
HMIN(I) = H(I,1)
80 CONTINUE
NN = N(IP)+1
HRES=H(IP,NN)
T = 0.0
WRITE(6,85)
85 FORMAT(/,8Y,"TIME",2X,"ALPHA",4X,"V",4X,"PIPE",7Y,
1"HEAD (1)",7X,"DISCH. (M3/S)",/,29Y,"NO.",5X,"(1)",5X,"(N+1)"
2"SY.",5X,"(1)",5X,"(N+1)",/)
90 I = 0
T = 1
NJ = N(I)+1
WRITE(6,86)T,ALPHA,V,T,H(1,1),H(1,NN),O(1,1),O(1,NN)
DO 89 I = 2,IP
NN = N(I)+1
WRITE(6,87)I,H(I,1),H(I,NN),O(I,1),O(I,NN)
86 FORMAT(F12.1,F7.2,F7.2,F8.1,F9.1,F9.3,F10.3)
87 FORMAT(26X,I3,2F8.1,2F9.3,F10.3)
89 CONTINUE
150 T = T + DT

```



```

K = K+1
IF(T,GT,TLAST)GO TO 240
ROMRA EN EL EXTREMO DE AGUAS ARRIBA
CJ=O(I,2)-H(I,2)*CA(I)-CF(I)*O(I,1)*ABS(O(I,1))
CALL PUHP
OP(I,1) = NPP*V*OR
HP(I,1) = (OP(I,1)-CN)/CA(I)
IF(HP,LE,0) GO TO 300
IF(OP(I,1)-LE*O.O)OP(I,1)=O.O
IF(OP(I,1).LE.O.O)HP(I,1)=CP/CA(T)
300 CONTINUE

PUNTOS INTERNOS
DO 170 I=1,NP
NI = N(I)
DO 160 J=2,NN
CJ=O(I,J+1)-CA(I)*H(I,J+1)-CF(I)*O(I,J+1)*ABS(O(I,J+1))
CP=O(I,J-1)+CA(I)*H(I,J-1)-CF(I)*O(I,J-1)*ABS(O(I,J-1))
OP(I,J) = O.5*(CP+CJ)
HP(I,J) = (CP-OP(I,J))/CA(I)
160 CONTINUE
170 CONTINUE

JUNTAS DE LOS TUROS EN SFRTS
NP1 = NP-1
IF(NP,EQ,1)GO TO 175
DO 175 I = 1,NP1
NI = N(I)
NI1 = N(I)+1
CJ=O(I+1,2)-CA(I+1)*H(I+1,2)-CF(I+1)*O(I+1,2)*ABS(O(I+1,2))
CP = O(I,NI)+CA(I)*H(I,NI)-CF(I)*O(I,NI)*ABS(O(I,NI))
HP(I,NI) = (CP-CN)/(CA(I)+CA(I+1))
HP(I+1,1)=HP(I,NI)
OP(I,NI)=CA(I)*HP(I,NI)
OP(I+1,1)=CN+CA(I+1)*HP(I+1,1)
175 CONTINUE

DEPOSITO EN EL EYTREMO AGUASARAJO
178 NI = N(NP)+1
MP(NP,NI) = HWFS
CP=O(NP,NI-1)+CA(NP)*H(NP,NI-1)-CF(NP)*O(NP,NI-1)*ABS(O(NP,NI-1))
OP(NP,NI)=CP-CA(NP)*MP(NP,NI)

CONSERVA LAS PRESIONES MAX. Y MIN. Y LAS VARIABLES PARA EL SIGUIENTE TIEMPO
DO 230 I=1,NP
NN=N(NP)+1
DO 220 J=1,NN
O(I,J)=JP(I,J)
H(I,1)=HP(I,1)
220 CONTINUE
IF(H(I,1).GT,HMAX(I))HMAX(I)=H(I,1)
IF(H(I,1).LT,HMIN(I))HMIN(I)=H(I,1)
230 CONTINUE
IF(K,EQ,1)PRINT)GO TO 90
GO TO 150
240 WRITE(6,250)
250 FORMAT(/,10X,"PIPE NO.",5X,"MAX PRESS.",5X,"MIN PRESS.",/,
12X,"M",10X,"H",/)
WRITE(6,260)(T,HMAX(I),HMIN(I),I=1,NP)
260 FORMAT(12X,13,7X,F7.1,9X,F7.1)
STOP
END

```

```

SUBROUTINE PUMP
DIMENSION FH(60),FR(60)
COMMON /CP/ALPHA,OR,V,CN,DALPHA,DV,BETA,C5,C6,NPP,T
COMMON /PAR/FH,FB,DTM
KK = 0
IJ = 0

```

CALCULO DEL GASTO DE LA BOMBA

```

5 VE = V+DV
  ALPHA=ALPHA+DALPHA
  CONTINUE
  JJ=JJ+1
10 IF (VE.EQ.0.0.AND.ALPHA.EQ.0.0)GO TO 20
  TH=ATAN2(ALPHA,VE)
  TH=TH*57.296
  IF (TH.LT.0.0)TH=TH+360.
  IF (TH1.LT.0.0)TH1=TH1+6.28318
  GO TO 30
20 TH = 0.0
  TH1 = 0.0
30 M = TH/DTM+1.
  A1 = FH(M)*M-FH(M+1)*(M-1)
  A2 = (FH(M+1)-FH(M))/(DTM*0.017453)
  A3 = FR(M)*M-FR(M+1)*(M-1)
  A4 = (FR(M+1)-FR(M))/(DTM*0.017453)
  ALP=ALPHA+ALPHA
  VE=VE+VE
  ALP=ALP+VE
  F1=C5*A1*ALP+C5*A2*ALP*TH1-OR*VE*NPP+CN
  F2=ALPHA-C6*A1*ALP-C6*A4*ALP*TH1-ALPHA-C6*BETA
  F1A=C5*(2.*A1*ALPHA+A2*VE+2.*A2*ALPHA*TH1)
  F1VE=C5*(2.*A1*VE+A2*ALPHA+2.*A2*VE*TH1)-OR*NPP
  F2A1=-C6*(2.*A3*ALPHA+A4*VE+2.*A4*ALPHA*TH1)
  F2VE=C6*(2.*A3*VE+A4*ALPHA+2.*A4*VE*TH1)
  DENOM = F1A+F2V-F1V-F2A
  DALPHA=(F2+F1V-F1-F2V)/DENOM
  DV=(F1+F2A-F2-F1A)/DENOM
  ALPHA=ALPHA+DALPHA
  VE=VE+DV
  IF (ABS(DV).LE.0.001.AND.ABS(DALPHA).LE.0.001)GO TO 50
  IF (JJ.GT.30)GO TO 70
  GO TO 4
50 TH=ATAN2(ALPHA,VE)
  TH=TH*57.296
  IF (TH.LT.0.0)TH=TH+360.
  IDOS = 2
  CALL PARAR(TH,IDOS,BETA)
  IF (MR.EQ.1)GO TO 60
  MR = TH/DTM+1
  IF (MR.EQ.1)GO TO 60
  GO TO 4
60 DALPHA=ALPHA-ALPHA
  DV=VE-V
  ALPHA=ALPHA
  VE=VE
  BETA = BETA*(ALPHA+ALPHA+V+V)
  RETURN
70 WRITE(6,80)T,ALPHA,VE
80 FORMAT(8X," ITERATIONS IN PUMP SUBROUTINE FAILED ",/,," = ",F6.2
  1.,/,8X,"ALPHA = ",F6.3,/,8X,"VP = ",F6.3)
  STOP
  END

```

```

SUBROUTINE PARAR(X,J,Z)
COMMON/PAR/FH,FB,DX
DIMENSION FH(60),FR(60)
Y = Y/DX
R = (X-1.0)*DX/DX.
IF(I,EO.0)RER=1.
IF(I,LT.2)I=2
GO TO (10,20),I
10 Z=FH(I)+0.5*R*(FH(I+1)-FH(I-1)+R*(FH(I+1)+FH(I-1)-2.*F(I)))
RETURN
20 Z=FB(I)+0.5*R*(FR(I+1)-FR(I-1)+R*(FR(I+1)+FR(I-1)-2.*F(I)))
RETURN
END

```

A.3. Datos de entrada

NUMBER OF PIPES = 2  
 NUMBER OF REACHS ON LAST PIPE = 2  
 STEADY STATE DISCHARGE IN CFS = 1000  
 STEADY STATE PUMP SPEED IN RPM = 1100  
 TIME FOR WHICH TRANSMISSIONS ARE TO BE COMPUTED = 15.00  
 NUMBER OF PARALLEL PUMPS = 2  
 SI JK = TIENE V° CHECK SI JK=0 NO TIENE V° CHECK = 0

NUMBER OF POINTS ON CHARACTERISTIC CURVE = 55  
 INITIAL HEAD FOR WORKING CHARACTERISTIC CURVE = 5.  
 RATED HEAD = 60.0000  
 RATED PUMP SPEED IN RPM = 1100.00  
 EFFICIENCY = 0.85

POINTS ON HEAD	CHARAC	HEAD	DISCHARGE	EFFICIENCY	FRIC FACTOR	WAVE VEL.	ADJUSTED WAVE VEL.
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.010	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.012	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.014	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.016	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.018	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.020	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.022	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.024	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.026	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.028	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.030	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.032	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.034	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.036	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.038	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.040	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.042	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.044	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.046	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.048	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.050	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.052	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.054	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.056	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.058	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.060	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.062	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.064	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.066	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.068	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.070	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.072	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.074	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.076	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.078	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.080	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.082	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.084	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.086	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.088	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.090	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.092	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.094	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.096	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.098	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.100	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.102	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.104	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.106	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.108	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.110	0.000	0.000

POINTS ON TORQUE	CHAR	HEAD	DISCHARGE	EFFICIENCY	FRIC FACTOR	WAVE VEL.	ADJUSTED WAVE VEL.
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.010	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.012	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.014	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.016	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.018	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.020	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.022	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.024	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.026	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.028	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.030	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.032	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.034	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.036	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.038	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.040	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.042	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.044	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.046	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.048	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.050	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.052	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.054	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.056	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.058	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.060	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.062	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.064	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.066	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.068	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.070	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.072	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.074	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.076	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.078	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.080	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.082	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.084	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.086	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.088	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.090	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.092	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.094	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.096	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.098	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.100	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.102	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.104	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.106	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.108	0.000	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.110	0.000	0.000

PIPE NO	LENGTH	WAVE VEL.	FRIC FACTOR
2	4000.0	1100.0	0.010
2	550.0	1100.0	0.012

PIPE NO	ADJUSTED WAVE VEL.
2	1100.0

## B I B L I O G R A F I A .

- 1.- Parmakian, J., "Waterhammer Analysis", Dover Publication, 1963.
- 2.- Donsky, B., "Complete Pump characteristics and the Effects of Specific Speeds on Hydraulic Transients", Journal Basic Engineering, ASME, diciembre 1961.
- 3.- Chaudhry, M. H., "Applied Hydraulic Transients", Van Nostrand Reinhold Company, 1979.
- 4.- Thomas, G., "Determination of Pump characteristics for a Computerized Transient Analysis", British Hydromechanic Research Assoc., Inglaterra, septiembre 1972.
- 5.- Donsky, B., Byrne, R. and Bartlett, P., "Upsurge and Speed-Rise charts Due to Pump Shutdown", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Junio 1979.
- 6.- Pereyra, D.D. y Rufz, C.R., "Análisis de las presiones generadas en una tubería por falla eléctrica de bombas centrífugas", DEPFI, UNAM, septiembre 1981.
- 7.- Miller, I. and Freund, J., "Probability and Statistic for Engineers", Prentice-Hall, 1965.

- 8.- Schenck, H., "Theories of Engineering Experimentation", -  
McGraw-Hill, 1961.
- 9.- Streeter, V.L. and Wylie, E.B., "Fluid Transients", Mc ---  
Graw-Hill, 1978.
- 10.- Hewlett-Packard Company, "Standard Applications Handbook",  
agosto 1980.
- 11.- Jaeger, Ch., "Engineering Fluid Mechanics", Blackie and -  
Sons, 1956.