DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

FACULTAD DE INGENIERIA

ANALISIS Y APLICACIONES DE LA TEORIA DE INTERPRETACION DE PRUEBAS DE CAMPO " MINIFRAC "

ING. GILBERTO SOLIS GALEANA

T E S I S

Presentada a la División de Estudios de Posgrado de la

FACULTAD DE INGENIERIA
de la

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERIA
(P E T R O L E R A)

CIUDAD UNIVERSITARIA

C O N T E N I D O

CAPITULO 1

R E S U M E N

En este trabajo se discuten los procedimientos para analizar, programar e interpretar; una serie de pruebas de inyección a la formación de interés, con el objeto de evaluar y precisar los parámetros de diseño para un fracturamiento hidráulico.

Las bases del análisis durante las pruebas de inyección, fueron dadas por Nolte y Smith[11] y la interpretación de la declinación de la presión después del minifracturamiento hidráulico por Nolte[10].

Estos análisis están basados en la teoría de Perkins y Kern[13], extendida por Nordgren [12], la cual supone que - la roca fracturada no se desliza sobre los planos horizontales adyacentes, así mismo que la amplitud no es uniforme en la pared del pozo. Esto implica que la presión para extender la fractura se incrementa con el tiempo.

La metodología del análisis de estas pruebas ha sido - desarrollada durante los últimos 5 años, de tal manera que

este trabajo viene a reforzar la técnica dentro del área del fracturamiento hidráulico.

En el trabajo se presenta la deducción detallada de esta teoría en la que se basan estas técnicas y se proporcionan ejemplos de aplicación, finalizando con un análisis de la misma.

CAPITULO 2

INTRODUCCION

Se presenta una discusión de la teoría propuesta por - K. G. Nolte[10], que permite cuantificar los parámetros que intervienen en el diseño de un fracturamiento hidráulico, - através de la interpretación de la variación de presión en - pruebas de campo de minifracturamientos.

Con tales parámetros, es posible diseñar el fracturamiento más apropiado para las condiciones de formación, - fluidos del yacimiento, fluidos fracturantes disponibles y condiciones de operación.

La teoría supone que la fractura es: vertical, de altura constante, generada en formación elástica, no existiendo deslizamiento entre las capas superior e inferior y que su propagación se lleva a cabo durante el bombeo, cerrándose - libremente sin la interferencia de sustentantes al suspenderse.

En las últimas tres décadas el fracturamiento hidráulico ha representado una manera efectiva para aumentar la pro ductividad o inyectividad en pozos de la industria petrolera.[1] Se estima que más de 800,000 tratamientos se han llevado a cabo y aproximadamente un 35 a 40% de los pozos perforados, son fracturados hidráulicamente.[16] Actualmente el fracturamiento se encuentra en pleno auge, especialmente en la explotación de yacimientos de muy baja permeabilidad.[1]

En septiembre de 1979, K.G. Nolte[10], dió a conocer la teoría aqui descrita, con la finalidad de mejorar los diseños de fracturamientos hidráulicos.

Actualmente existen dos conceptos diferentes para la propagación de una fractura vertical.[2,4] Uno fue presentado por Christianovich[9], el cual dice que la amplitud de la fractura es uniforme en la pared del pozo, confinándose su altura entre las capas superior e inferior y existiendo deslizamiento entre capas (Ver Fig. B-1). Esto implica que la presión requerida para extender la fractura disminuye con el tiempo.

El otro concepto es el utilizado por Perkins y Kern[13], en el cual no existe el deslizamiento a lo largo de las capas superior e inferior, las cuales limitan la fractura en altura, así mismo la amplitud no es uniforme en la pared del pozo (Ver Fig. B-2). Esta consideración implica que la presión para extender la fractura, se incrementa con el tiempo.

El desarrollo de la teoría de K.G. Nolte[10],se basa en el concepto presentado por Perkins y Kern[13], extendido por - Nordgren[12]. Este último investigador proporciona la ecuación de continuidad para flujo en una fractura; posteriormente K.G. Nolte[10]desarrolló y dió solución a esta ecuación determinando los parámetros de diseño para un fracturamiento hidráulico.

Estos parámetros son: el coeficiente de pérdida de fluido, la amplitud máxima y promedio de la fractura,la eficiencia del fluido, el tiempo de cierre y la longitud de la fractura.

La determinación de los parametros citados se logra mediante la interpretación de una seria de pruebas de inyección a la formación de interés.[7]

Las pruebas de campo son: 1) Prueba de gasto por etapas, 2) Prueba de bombeo y flujo y 3) Prueba de inyección, cierre y comportamiento de la presión.

En este trabajo, la metodología se ejemplificará con dos aplicaciones y con la finalidad de ilustrar el desarrollc.

de cálculo se aplican los procedimientos A y B, el primero - incluido en un programa de cómputo.

El análisis de las expresiones involucradas que determinan los parámetros de diseño del fracturamiento con respecto a los casos de campo estudiados, indican que los valores obtenidos son frecuentemente influenciados por la altura de la fractura, la degradación de la viscosidad del fluido fracturante y el módulo de formación plana.

Se incluye el desarrollo de procedimientos que contemplan el análisis para alta pérdida de fluido y pérdida despreciable, con la finalidad de comparar con otros métodos - desarrollados.

CAPITULO 3

DESARROLLO TEORICO

La teoría de K.G. Nolte[10], esta basada en la aplicación de la ecuación de continuidad a una fractura vertical, según la forma geométrica propuesta por Perkins y Kern[13] y expuesta por Nordgren, R.P.[12]. Para la evaluación de cada término de la ecuación mencionada, Nolte también hizo uso de las teorías propuestas por Howard y Fast[8], para evaluar el coeficiente de pérdida de fluido fracturante en la formación y la teoría de Perkins y Kern basada en un Balance de Cantidad de movimiento, para la solución del término que representa el almacenamineto del fluido fracturante en la fractura, combinada con la ecuación de Sneddon[15].

3-1. ECUACION DE CONTINUIDAD

En la figura B-3 se presenta la configuración de una fractura propagada verticalmente según Perkins y Kerns[13]. Analizando un elemento, ΔX, del ala del modelo geométrico de la fractura, Fig. A-1, y aplicando un balance de materia para flujo de fluido incompresible se obtiene el siguiente desarrollo:

(1)

Vol. que entra en la cara X en un Δt.	-	Vol. que sale en la cara $X+\Delta X$ en un Δt	-	Vol. que se pierde en ΔX	=	Vol. acumulado en el elemento X en un Δt.

De acuerdo con este balance y como se detalla en el apéndice A (ecuación A-1 a A-6) se obtiene:

$$-\frac{\partial Q(X,t)}{\partial X} = \lambda(X,t) + \frac{\partial \bar{A}(X,t)}{\partial t} \quad \text{------------------- (2)}$$

La ecuación anterior indica que el gasto de flujo del fluido fracturante es igual al gasto del fluido perdido a la formación por unidad de longitud de la fractura más el gasto del fluido almacenado en la fractura.

3-2. EVALUACION DEL TERMINO QUE REPRESENTA LA PERDIDA DEL FLUIDO FRACTURANTE EN LA FORMACION.

El término de la ecuación de continuidad, $\lambda(X,t)$ es el gasto de fluido perdido por unidad de longuitud de la fractura en las paredes de la misma, el cual esta relacionado con la velocidad de pérdida, esta es determinada por Howard y Fast[8], dando como resultado (ecuaciones A-8 a A-10 apéndice A)

$$\lambda = \frac{2C\,Hp}{\sqrt{to-\tau(x)}} \quad \text{--------------------------- (3)}$$

donde:

C = Coeficiente de pérdida del fluido fracturante, $ft/\sqrt{min}$.

Hp = Altura de pérdida en la zona porosa y permeable, ft

to = Tiempo de inyección, min.

$\tau(x)$ = Tiempo en que el fluido fracturante alcanza el elemento considerado, min

Observese que en la ecuación --(3) sólo habrá pérdida en la zona porosa y permeable y no asi en toda la extensión de la fractura.

3-3. EVALUACION DEL GASTO ALMACENADO DEL FLUIDO EN LA FRACTURA.

El término de la ecuación de continuidad que rige este comportamiento es $\partial\bar{A}/\partial t$. Para su evaluación el área de la sección transversal de la fractura es de forma elíptica con diámetro mayor H y diámetro menor W, (Fig B-3), donde la amplitud máxima de la fractura en la vecindad de pozo está determinada por la ecuación de Sneddon[15], que sustituida en la ecuación del área elíptica de la expresión (Ecuaciones A-12 a A-15):

$$\frac{\partial A(x,t)}{\partial t} = \frac{\pi H^2}{2E'}\frac{\partial P}{\partial t} \quad \text{------------------------------} (4)$$

donde:

H = Altura total de la fractura, ft

E' = Módulo de deformación plana, dado por:

$E' = E/(1-\nu^2)$

E = Módulo de Young de la formación, PSI

ν = Relación de Poisson de la Roca, Adms.

P = Es la diferencia, $(Px - \sigma)$

3-4. EVALUACION DE LA ECUACION DE CONTINUIDAD

Sustituyendo (3) y (4) en (2), se obtiene:

$$-\frac{\partial Q\ (x,t)}{\partial_x} = \frac{2\ c\ Hp}{\sqrt{t-\tau(x)}} + \frac{\pi H^2 \partial P}{2E' \partial t} \quad \text{------------------------------(5)}$$

Si se valora esta ecuación al término de la fractura e integrando sobre la longitud de 0 a L, se tiene:

$$-\ Q\ (L) + Q(0) = 2\ cHp \int_0^L \frac{dx}{\sqrt{t-\tau(x)}} + \frac{\pi H^2}{2E'} \int_0^L \frac{\partial P}{\partial t} dx \quad \text{-------------(6)}$$

Al permanecer cerrada la fractura, esto implica que: $Q(L) = 0$ y $Q(0) = 0$, por lo tanto (6) resulta:

$$2\ c\ Hp \int_0^L \frac{dx}{\sqrt{t-\tau(x)}} + \frac{\pi H^2}{2E'} \int_0^L \left. \frac{\partial\ P}{\partial\ t} \right|_{t\ =\ t_o} dx = 0 \quad \text{-------------------(7)}$$

Por el teorema del valor medio aplicado a cada integral

$$2c\ Hp \frac{L}{\sqrt{t_o}} f(t) + \frac{\pi H^2 L}{2E'} \frac{\partial}{\partial t} \bar{P} = 0 \qquad \text{---------------(8)}$$

$$f(t) = \text{Valor medio de la función} = \frac{\sqrt{t_o}}{L} \int_0^L \frac{dx}{\sqrt{t-\tau(x)}}$$

$\bar{P}$ = Valor medio de $(P_x - \sigma)$, en la fractura.

Para dar solución a esta ecuación es necesario valorar f(t) y $\bar{P}$. Para valorar $\bar{P}$ se lleva a cabo mediante un balance de cantidad de movimiento, considerándose el flujo de un fluido no-newtoniano entre dos placas fijas y paralelas simulando una fractura vertical [13], como lo indica la Figura A-2.

El fluido se asume que obedece a ley de Potencia o de Ostwold de Waele $\tau_{yx} = K(-\frac{dv_x}{d_y})^n$ donde:

τ_{yx} : Es el esfuerzo cortante aplicado, los subíndices, x,y el primero representa la dirección en la que la cantidad de movimiento se transfiere a y.

K : Indice de consistencia, $\frac{\text{lbf Sec}^{n'}}{\text{ft}^2}$

n': Indice de comportamiento, adimensional.

Aplicando fenómenos de transportes para un fluido incom prensible, (ecuaciones A-23 a A-43) se demuestra que el gasto en cualquier punto de un ala de la fractura es[17]:

$$q\ (x,t) = 2H \left[\frac{n}{n+1} \left(\frac{1}{K}\right)^{1/n} \left(\frac{dp}{dx}\right)^{1/n} \left(\frac{w}{2}\right)^{\frac{2n+1}{n}} \right] \text{--------(9)}$$

integrando esta ecuación y considerando que

$$q = q'H,\ m = \frac{2n+1}{n} \quad y\ \phi(n) = \int_{-H/2}^{H/2} \left(\frac{w}{W}\right)^{m} \frac{dy}{dH}$$

donde q' es el gasto volumétrico por unidad de altura entre las paredes de la fractura, el gasto total para las dos alas de la fractura, Q esta dado por (ecuaciones A-45 a A-54).

$$Q = \left(\frac{1}{2K} \frac{dp}{dx}\right)^{1/n} W^{m}\ H\ \frac{\phi(n)}{m} \text{-----------------------(10)}$$

donde:

W: amplitud máxima de la fractura en la pared del pozo.

w: amplitud máxima de la fractura en un punto de la - fractura, ft.

dp/dx: gradiente de presión respecto, x.

Considerando que la fractura responde elásticamente a la presión interna en cualquier punto, Sneddon y Sack[15], demostraron que:

$$P(x,t) = SW \qquad \text{------------------------------} (11)$$

siendo:

S: Rigidez de la fractura igual a $E/2\ (1-\nu^2)H$

P; diferencia de presión en la pared del pozo y el esfuerzo de cierre, P=PC1-PC, psi

despejando de --(10), dp/dx y sustituyendo W de A-59 y separando variables se tiene:

$$p^{2n+1}\ dp = \frac{MS^{2n+1}}{H^n}\ KQ^n\ dx \qquad \text{--------------------} (12)$$

donde:

$$M = 2 \left[\frac{m}{\phi(n)}\right]^n$$

Asi mismo, si la variación de K y el gasto total en cualquier punto de la fractura para ambas alas, Q es de tipo exponencial expresada en función de la K_o y del gasto total en el pozo, Q_o por:

$$K = K_o\left(\frac{x}{L}\right)^a \qquad \text{------------------------------} (13)$$

$$Q = Q_o\left(\frac{x}{L}\right)^b \qquad \text{------------------------------} (14)$$

Donde a, es un exponente cuyo valor depende de la sensibilidad de las propiedades reológicas del fluido fracturante al esfuerzo de corte y a la temperatura. a, será cero si el fluido no es efectado sensiblemente, por lo que K, se considera constante, si a, igual a la unidad el fluido será afectado en término medio y K, será una función lineal de K_o. Si a, igual a dos el fluido sufre una considerable degradación.

Para el caso de b, se supone que durante el bombeo del fluido fracturante el gasto variará linealmente, tomando b, el valor de la unidad. Para la etapa de cierre b=0 y $Q=Q_o=0$

Con las consideraciones anteriores --(13),---(14) aplicadas a la ecuación --(12), se demuestra que la relación de la presión media dentro de la fractura a la diferencia de la presión en la pared del pozo, y al esfuerzo de cierre (P-σ) esta dada por (ecuaciones A-56 a A-80, apéndice A)

$$\frac{\bar{P}}{P} = \frac{2n + 2}{a+bn+3+2n} = \beta \text{ ----------------------(15)}$$

Al término de la fractura, es decir, en el momento del cierre ($t=t_o$ y b=0 se tiene:

$$\frac{\bar{P}}{P} = \frac{2n+2}{a+3+2n} = \beta_s \quad ó \quad \bar{P} = \beta_s P \qquad \text{-----------------} (16)$$

sustituyendo (A-83) en (8)

$$2cHp \frac{L}{\sqrt{t_o}} \; f(t) + \frac{\pi H^2 L}{2E'} \; \beta_s \frac{dp}{dt} = 0 \qquad \text{-----------------} (17)$$

Despejando, la variación de la presión en el fondo del pozo con respecto al tiempo de (17)

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{4 \; cHp \; E' \; f(t)}{\pi \; H^2 \; \beta_s \cdot \sqrt{t_o}} \qquad \text{--------------------------} (18)$$

La declinación de la presión con respecto al tiempo des pués del cierré es función de sólo f(t), dada por la expresión (A-20), apéndice A:

$$f(t) = \frac{\sqrt{t_o}}{L} \int_0^L \frac{dx}{(t-\tau(x))^{1/2}} \qquad \text{-----------------} (19)$$

Para valorar f(t) es necesario conocer el valor explícito de la función $\tau(x)$, el cual se puede determinar para - dos fronteras, supuestas por Nordgren[12], una inferior para cuando hay alta pérdida de fluido en la formación y una - superior para cuando no hay pérdida, o esta se considera - despreciable.

Si se asume el caso de que el crecimiento de la extensión de la fractura depende en gran medida de la pérdida del fluido, debido a que esta es alta, en la ecuación de continuidad ---(5), el término, λ será mucho mayor que $\partial p/\partial t$, por lo que despreciando este término, separando variables y resolviendo se obtiene (ecuaciones A-88 a A-95, apéndice A):.

$$\tau(x) = t_o \left(\frac{x}{L}\right)^2 \qquad \text{---------------------------------(20)}$$

Por el contrario si no existe pérdida del fluido, entonces el término, λ de (5)--- será despreciable y la ecuación de continuidad podrá resolverse considerando en general un fluido que sigue la ley de Potencia. La solución se demuestra que es (ecuaciones A-97 a A-109, apéndice A)

$$\tau(x) = t_o \left(\frac{x}{L}\right)^{\frac{2n+3}{2n+2}} \qquad \text{---------------------------(21)}$$

y dado que $\frac{2n+2}{2n+3} < 1 \; \forall \; n > o$ se puede simplificar, $\tau(x)$ en un valor mas conservador en:

$$\tau(x) = t_o \left(\frac{x}{L}\right) \qquad \text{---------------------------------(22)}$$

Considerando la frontera superior----(22), y utilizando (A-20) se obtiene un valor límite de la función $f(t)$, aquí denominado $f_1(t)$ sin pérdida, dada por:

$$f_1(t)=2\left[\left(1+\frac{\Delta t}{to}\right)^{1/2}-\left(\frac{\Delta t}{to}\right)^{1/2}\right] \quad \text{------------------(23)}$$

Ahora tomando en cuenta la frontera inferior---(20) y - utilizando (A-20) se obtiene otro valor límite de la función F(t), denominada $F_2(t)$ para alta pérdida.

$$f_2(t) = \operatorname{sen}^{-1}\left(1+\frac{\Delta t}{to}\right)^{-1/2} \quad \text{----------------------------(24)}$$

Definiendo un tiempo adimensional después del cierre como:

$\delta = \Delta t/to$, donde Δt, es el tiempo considerado después del cierre la función f(t) en términos de este tiempo adimensional quedará limitada por $f_1(\delta)$ y $f_2(\delta)$ en la forma siguiente:

$$2\left[(1+\delta)^{1/2}-\delta^{1/2}\right] > f(\delta) > \operatorname{sen}^{-1}(1+\delta)^{-1/2} \quad \text{-------------(25)}$$

La magnitud de estos límites son muy cercanos por lo que cualquiera de estos dos pueden expresar la función f(t) sin comprometer la exactitud de la ecuación --(18). Tomando el valor superior, $F_1(\delta)=2\left[(1+\delta)^{1/2}-\delta^{1/2}\right]$, sustituyendolo en (18)-- y resolviendo desde un tiempo adimensional, inicial - cualquiera, δo, hasta otro tiempo adimensional, δ, se tiene: (ecuaciones A-120 a A-128, apéndice A)

$$\Delta P(\delta o,\delta) = \frac{CHpE' \sqrt{to}}{H^2 \ \beta s} \ G\ (\delta,\delta o) \qquad \text{-------------------}(26)$$

donde:

$\Delta P(\delta o,\delta)$: Caída de presión entre δo y δ

$G(\delta,\delta o)$: Función de la diferencia de presión definida por:

$$G(\delta,\delta o) = \frac{4}{\pi} \left[\ g(\delta) - g\ (\delta o) \right] \qquad \text{-------------------}(27)$$

donde:

$$g(\delta) = \frac{4}{3} \left[(1+\delta)^{3/2} - \delta^{3/2} - 1 \right] \qquad \text{-------------------}(28)$$

La función adimensional dada por ---(26) al valorarse - para diferentes δ y δo y graficarse, proporciona curvas tipo propuestas por K.G. Nolte[10] y mostradas en la Fig. B-6. También ---(28) esta representada en la Fig. B-5. Cuando $G(\delta,\delta o)$, es igual a la unidad, la caída de presión entre los tiempos adimensionales δo y δ se denomina P* y será igual a:

$$P^* = \frac{CHp\ E'\ \sqrt{to}}{H^2 \ \ \beta s} \qquad \text{---------------------------}(29)$$

Para un caso de campo, el valor de P* puede determinarse del comportamiento de la presión al término de la fractura y con el se podrá estimar el coeficiente de pérdida C, de la expresión ---(29). Este coeficiente como se aprecia, resulta independiente del gasto de inyección y de la longitud de la fractura, El procedimiento de cálculo se consigna en la sección de aplicaciones.

3-5. DETERMINACION DE LA LONGITUD DE LA FRACTURA Y EFICIENCIA DEL FLUIDO FRACTURANTE:

Por otra parte con la finalidad de determinar la longitud de la fractura, considerando la ecuación ---(8), ahora en la etapa de bombeo, e integrando en el tiempo desde t=o hasto to y considerando (A-83), para el bombeo, βp, se tiene: (ecuaciones A-132 a A-135, apéndice A)

$$Qto = 2CHp \int_{o}^{to} \int_{o}^{x(t)} \frac{dx\ dt}{\sqrt{t-\tau(x)}} + \frac{\pi\ H^2\ L}{2\ E'}\ \beta p\ P \tag{30}$$

Donde βp es β valorada en la etapa de bombeo o sea cuando b=1. El segundo término de ---(30), representa el volumen de pérdida en la formación, VL. Este término tiene un valor entre los límites de alta pérdida de fluido a la formación y pérdida despreciable. Tomando el criterio de Nordgren[12] expresado anteriormente en las ecuaciones---(20) y (21)-- y evaluando las integrales indicadas en ---(30) se tiene: (ecuaciones A-137 a A-146, apéndice A)

$$\pi CHpL\sqrt{to} > VL > \frac{8}{3}\ CHpL\sqrt{to} \qquad \text{------------------------(31)}$$

Correspondiendo el inferior para pérdida despreciable y el superior para alta pérdida.

Tomando estos valores límites y sustituyendo en --(30) se tiene:

a) para el límite superior de alta pérdida (conservador para el valor de L) se obtiene:

$$L = \frac{Qto}{\pi\left(CHp\sqrt{to} + \frac{H^2\ \beta pP}{2\ E'}\right)} \qquad \text{-------------------(32)}$$

b) Para el límite inferior de pérdida despreciable:

$$L = \frac{Qto}{\frac{8}{3}\ CHp\sqrt{to} + \frac{\pi H^2}{2E'}\ \beta pP} \qquad \text{----------------------(33)}$$

Estos valores son conocidos de una aplicación de campo ya que:

Q: Gasto de bombeo

to: Tiempo de bombeo

C: Determinada con ---(29)

Hp: Estimada de registros

βp: de la ecuación (A-84) con propiedades del fluido y con la Figura B-7

P: es la diferencia de PCI-PC

H: se determina por registros (temperatura, trazadoras, radioactivas, etc).

Otro procedimiento alternativo para calcular la longitud de la fractura L. através del uso del comportamiento de la presión después del cierre, se consigna en el apéndice A (ecuaciones A-148 a A-152), el cual es un procedimiento gráfico que proporciona las siguientes expresiones para el caso de alta pérdida de fluido caso (a) se tiene:

$$L = \frac{Qto}{\pi C H p \sqrt{to}(1+\rho)} \quad \text{------------------------ (34)}$$

donde:

$$\rho = \frac{2}{\pi} \frac{f(\delta)}{} \frac{\beta p}{\beta s} \frac{P/to}{dp/dt} \quad \text{------------------------------ (35)}$$

δ

$$\rho = G(\delta,\delta o) \frac{\beta p}{2\ \beta s} \frac{P}{\Delta P(\delta o,\delta)} \quad \text{------------------- (36)}$$

ρ se define como la relación de la declinación de la presión.

En función de este parámetro "ρ", la eficiencia del fluido fracturante del tratamiento queda dada por:

$$EFF = \frac{\rho}{\rho + 1} \quad \text{-------------------------------- (37)}$$

determinandose L como procedimiento alternativo en términos de la misma como (ver Apéndice A):

$$L = \frac{Qto\ (1 - eff)}{\pi CHp\ \sqrt{to}} \qquad \text{--------------------------(38)}$$

Para el límite inferior de pérdida despreciable caso - (b), la longitud de la fractura a través del uso del comportamiento de la presión después del cierra se determinan las siguientes expresiones:

$$L = \frac{Qto}{\pi CHp\ \sqrt{to}\left[\frac{8}{3\pi} + \rho\right]} \qquad \text{----------------------(39)}$$

o bien en términos de la eficiencia del fluido fracturante:

$$L = \frac{Qto\ \left[3\pi(1-EFF)\right]}{\pi CHp\sqrt{to}\ \left[8(1-EFF)+3\pi EFF\right]} \qquad \text{------------------(40)}$$

En cualquiera de los casos contemplados L es función de variables del tratamiento conocidas como se muestran en la - sección de aplicaciones.

3-6. DETERMINACION DE LA AMPLITUD DE LA FRACTURA

La amplitud máxima de una fractura siguiendo el modelo de Perkins y Kern[13] en función de su geometría elíptica en el pozo y considernado el periodo antes y después del cierre puede expresarse como:

$$W = \frac{4\ \bar{w}}{\pi\ \beta p} \text{ , al bombeo} \quad \text{-------------------------(41)}$$

$$W = \frac{4\ \bar{w}}{\pi\ \beta s} \text{ , al cierre.} \quad \text{-------------------------(42)}$$

donde , $\bar{w}$ es la amplitud media de la fractura, dado que el volumen de la fractura esta dado por:

$$Vf - EFF(Qto) = \bar{w}\ HL \quad \text{------------------------------(43)}$$

Sustituyendo L de ---(43) para los casos antes citados de alta pérdida (a) y pérdida despreciable (b), dados por las ecuaciones ---(34) y (A-193), respectivamente se tiene como se demuestra en el apéndice "A".

Caso (a) $\quad \bar{w} = \pi c' \sqrt{to}\ \rho$ -------------------------(44)

Caso (b) $\quad \bar{w} = \dfrac{\pi c' \sqrt{to} \left[\dfrac{8}{3\pi} + \rho\right]}{\rho + 1}\ \rho$ -------------------(45)

donde:

$$C' = CHp/H \qquad \text{------------------------------------}(46)$$

c' : Coeficiente de pérdida promedio con respecto a la altura de la fractura.

3-7. DETERMINACION DEL TIEMPO EN QUE SE CIERRA LA FRACTURA.

La expresión (18) proporciona,

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{4\ CHp\ E'\ f(t)}{\pi\ H^2\ \ \beta s\ \sqrt{to}}$$

la declinación de la presión con respecto al tiempo del fracturamiento (después del tiempo, to). Por tanto integrando esta expresión desde to hasta Δt, para el cual la presión vale cero y como se demuestra en el apéndice "A", (ecuaciones A-173 a A-198) se puede estimar el tiempo para cuando la fractura se encuentra cerrada. El procedimiento consiste en obtener un valor de $\delta = \Delta t/to$, para el cual se iguala la expresión siguiente:

$$\frac{3\bar{w}}{8c'\sqrt{to}} = (1+\delta)^{1.5} - \delta^{1.5} - 1 \qquad \text{-------------}(47)$$

para el valor solución de, δ se tendrá que el tiempo en que se cierra la fractura será;

$$\Delta t = \delta to \qquad \text{---------------(48)}$$

Como $\overline{w}$ esta valorada por las ecuaciones ---(44) y (45) -- correspondiente a los casos (a) de alta pérdida de fluido y (b) de pérdida despreciable, por lo tanto habrá dos posibles valores del tiempo de cierre; lo anterior es para la aplicabilidad del procedimiento A.

Para el procedimiento B, las ecuaciones usadas son:

$$\frac{\Delta t}{to} = \bar{g}^{1}\left[\frac{\overline{w}}{2c' \sqrt{to}}\right] \qquad \text{--------------------(49)}$$

ó

$$\frac{\Delta t}{to} = \bar{g}^{1}\left[\frac{\pi\rho}{2}\right] \qquad \text{------------------------(50)}$$

Las ecuaciones anteriores ---(49) y ---(50) están graficadas en la Fig. B-5.

CAPITULO 4

TECNICAS DE CAMPO

Con la finalidad de evaluar los parámetros de diseño de un fracturamiento hidráulico, se hace un análisis de la interpretación de la presión durante y después de una seria de pruebas de campo aplicada a la formación productora de hidrocarburos.

Estas pruebas estan basadas en la teoría de Nolte[10,18] Al efectuar estas pruebas es recomendable que se disponga de medidores de presión en el fondo, con el propósito de precisar los parámetros de diseño.

Las pruebas recomendables son:

1.- Prueba de incremento de gasto por etapas.

2.- Prueba de bombeo y flujo

3.- Prueba de inyección, cierre y comportamiento de la presión.

4-1. PRUEBA DE INCREMENTO DE GASTO POR ETAPAS

Esta prueba tiene la finalidad de poder evaluar la presión de extensión de una fractura, a su vez que proporciona una indicación precisa de la potencia y del equipo necesario para realizar el fracturamiento. Esta prueba incluye el bombeo de fluido a la formación desde gastos inicialmente bajos a gastos gradualmente más altos. El gasto inicial es tal que el fluido pasa por la matríz de la formación. El gasto se va incrementando paulatinamente y se mantiene constante en cada incremento por un tiempo específico. El tiempo normal es de 5 minutos, suficiente para que la presión se estabilice[7].

Una prueba típica de gasto por etapas consiste en: .

1.- Bombear al pozo .5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5, 5, 5.5, 6, 6.5, 7, 7.5, etc. barriles por minuto manteniendo el gasto constante por 5 minutos en cada una de la etapas.

2.- Registrar la presión y el tiempo durante la prueba.

Un ejemplo de la gráfica de esta prueba aparece en la Fig. B-8. Posteriormente se grafica la presión máxima registrada para cada gasto, como puede verse en la Fig. B-9. El cambio de la pendiente que se observa en la Fig. B-9, es la presión de fractura superficial mas la presión hidrostática.

Por lo tanto esto nos indica en que momento un fluido, entrando a un yacimiento, cambia de flujo matricial a flujo por fractura.

4-2. PRUEBA DE BOMBEO Y FLUJO

Con esta prueba se determina la presión de cierre, Pc. Esta presión se define como la presión hidráulica requerida para abrir una fractura que ya existe, contrarrestando el esfuerzo principal mínimo de la roca. La información de, Pc, es útil para escoger un apuntalante con resistencia suficiente para prevenir su ruptura. Esta prueba involucra una inyección de fluido que induce la fractura a un gasto constante por un periodo de tiempo determinado, se suspende el bombeo y se fluye el pozo a un gasto bajo y constante. Los gastos de bombeo varían desde 5 bls/min hasta el gasto que se va a utilizar en el fracturamiento. Los volúmenes de inyección varían de 2000 a 6000 galones[7]. Los gastos para fluir el pozo son de un rango de .5 a 1.0 bls/min; el uso de un estrangulador ajustable y un medidor de flujo son importantes para mantener el gasto constante al fluir el pozo.

El procedimiento recomendado para esta prueba de bombeo y flujo es el siguiente:

1.- Bombear el fluido al gasto programado durante 10 minutos, en flujo constante.

2.- Suspender el bombeo y preparar para fluir el pozo.

3.- Descargar el pozo a 1 bl/min usando el medidor de flujo y controlar con un estrangulador ajustable.

4.- Registrar la presión y el tiempo durante la prueba.

Los datos de presión estimados a diferentes tiempos están graficados en la Fig. B-10 Cuando la presión del fluido de la formación llega a ser menor que la presión de cierre de la fractura, indica que la fractura se ha cerrado. Asi que el flujo de la formación cambia de flujo de fractura a flujo matricial, dando por resultado un cambio lento en la pendiente de la gráfica de presión contra tiempo. La presión en la cabeza, en este punto de deflexión, más la presión hidrostática equivale a la presión de cierre.

4-3. PRUEBA DE INYECCION, CIERRE Y COMPORTAMIENTO DE LA PRESION.

Esta prueba fue diseñada para medir características de pérdida de fluido en la formación y la geometría de la fractura. En la prueba de inyección, cierre y comportamiento de la presión se requiere que se produzca una fractura pequeña (Minifrac) en la formación aplicando el mismo fluido que se va a utilizar en la estimulación por fracturamiento. Los gastos típicos de esta prueba varían de 5 bls/min hasta el gasto que se va a utilizar en el fracturamiento. Como el gasto afecta directamente a la geometría de fractura, es recomendable que la Minifrac sea creada a un gasto similar al gasto con que se va a realizar el fracturamiento para predecir la geometría con más precisión. Los volúmenes típicos de inyección son de 2000 a 12500 galones (7,16).

El procedimiento común de esta prueba, consiste en lo siguiente:

1.- Establecer el gasto de inyección programado.

2.- Mantener este gasto de 7 a 10 min.

3.- Suspender el bombeo.

4.- Registrar la presión de cierre instantánea, (PCI)

5.- Registrar y graficar la presión durante el tratamiento y después de suspender el bombeo, graficando contra el tiempo de cerrado hasta que la presión muestre una marcada tendencia a estabilizarse.

Una gráfica de presión contra tiempo, para esta prueba en particular se representa en la Fig. B-11. Una discusión más detallada de esta técnica se describe en el capítulo de aplicaciones.

CAPITULO 5

A P L I C A C I O N E S

En esta parte se ilustra la aplicación de la técnica discutida, para dos pozos productores de hidrocarburos en los que se realizaron pruebas de minifracturamiento (fig. B-12). El análisis y solución se realizó mediante los procedimientos A y B, el primero incluido en un programa de cómputo desarrollado.

Así mismo, se da en detalle los procedimientos de solución de dos ejemplos, aquí presentados.

5-1. PROCEDIMIENTOS PARA LA EVALUACION DE LOS RESULTADOS DE PRUEBAS MINIFRAC.

Estos procedimientos consisten en determinar los parámetros de diseño siguiendo los puntos citados a continuación:

1.- Obtención de datos:

Q: Gasto de inyección, de la prueba de inyección, cierre y comportamiento de la presión (3er prueba).

to: Tiempo de inyección, de la 3er prueba.

ty: Temperatura del yacimiento, de registros.

hy: Espesor del yacimiento, de registros.

K: Permeabilidad, de registros, de pruebas de pre̲sión, de análisis petrofísicos.

H: Altura de la fractura, de registro de tempera̲tura o similares.

n: Indice de comportamiento de análisis reológico del fluido fracturante.

Hp: Altura de pérdida de la zona porosa y permeable de la altura de fractura, del registro de inducción o similares.

E': Módulo de deformación plana de $E' = E/(1-v^2)$.

E: Módulo de Young de registro sónico.

v: Relación de Poisson análisis petrofísicos.

a: Constante de la degradación viscosa del fluido, dato de laboratorio.

2.- Determinación de P* para el procedimiento A. Este valor se obtiene de la siguiente manera:

a) En la gfafica de la Fig. 5-8 correspondiente a la prueba de inyección, cierre y comportamiento de la presión del pozo Tajín No. 634, se subdivide el eje del tiempo de cierre de la fractura en intervalos pertenecientes al tiempo dimensio̲ nal de cierre, por ejemplo: δ = .25, .50, .75, 1 dado por la expresión $\delta = \Delta t/to$, estas subdivisiones se inician a partir del tiempo de inyección, to, al cual le corresponde el valor de δ=1.

b) En cada una de las subdivisiones se levantan líneas verticales hasta intersectar la curva de comportamiento de la presión de la Fig. 5-8.

c) En un papel doble logarítmico de 2X2 ciclos se trazan los ejes: diferencia de la declinación de la presión vs tiempo de cierre, obsérvese la Fig. 5-9, haciendo uso de la Fig. 5-8 y determinando los valores de ΔP y δ de la figura aludida se procede a situar los puntos de comportamiento de la declinación de la presión para Δt con su correspondiente (δ)', por ejemplo: para trazar los puntos que se encuentran colocados en la Fig. 5-9 se lleva a cabo mediante el siguiente procedimiento:

Primeramente se fija la línea vertical correspondiente a δ=.25 Fig. 5-8 y variando los tiempos dimensionales δ=.50, .75, 1.0, etc. se obtiene una ΔP para cada uno de los valores de δ.

Posteriormente con el valor de ΔP obtenido en el paso anterior y para una Δt correspondiente al valor de δ=.50, este par de valores se trazan en la gráfica doble logarítmica de la Fig. 5-9 y - así sucesivamente se efectúa para todos los demás puntos con la línea vertical fija en δ=.25

Por último se fija la línea vertical correspondiente a δ=.5 y se procede a variar δ=.75, 1.00, 1.25, etc., obteniéndose los valores de ΔP los cuales se sitúan de igual forma que los anteriores y así sucesivamente se obtienen todos los - puntos representados en la Fig. 5-9.

d) Con las curvas tipo propuestas por Nolte, corres pondiente a la Fig. B-6 (graficarse en papel - transparente) y los puntos graficados en la Fig. 5-9 se ajustan lo mejor posible entre sí, obteniéndose el valor de P* indicado por la línea - correspondiente a $G(\delta,\delta o) = 1$ que está represen tada en las curvas tipo de Nolte[10].

2'.- Para el procedimiento B, la P* se determina de la siguiente forma:

a) De la expresión (A-129, apéndice A) se determina p^*,

$$p^* = \frac{\Delta P(\delta o,\delta)}{G(\delta,\delta o)}$$

Para evaluar $\Delta P(\delta o,\delta)$ se lleva a cabo mediante - el siguiente procedimiento:
De la gráfica de la Fig. 5-8 correspondiente a la prueba de inyección cierre y comportamiento de - la presión, sobre el eje del tiempo de cierre, - en δ y δo se trazan dos líneas verticales hasta intersectar la curva de declinación de la presión y la diferencia de presión entre δo y δ se obtiene del eje de la declinación de la presión de la Fig. 5-8.

b) Para determinar el valor de $G(\delta,\delta o)$, se procede mediante la utilización de la Fig. B-6 correspondiente a las curvas tipo de Nolte en la forma - siguiente: Sobre el eje del tiempo de cierre adimensional de dicha figura, en δ se levanta una línea vertical hasta intersectar la curva tipo perteneciente a δo. Una vez intersectado el punto, $P(\delta,\delta o)$, este se lee en el eje de la función de la diferencia de presión adimensional de la Fig. B-6 se obtiene el valor de $G(\delta,\delta o)$.

a) De la expresión (A-129, apéndice A) se determina p^*,

$$p^* = \frac{\Delta P(\delta o,\delta)}{G(\delta,\delta o)}$$

Para evaluar $\Delta P(\delta o,\delta)$ se lleva a cabo mediante el siguiente procedimiento:
De la gráfica de la Fig. S-8 correspondiente a la prueba de inyección cierre y comportamiento de la presión, sobre el eje del tiempo de cierre, en δ y δo se trazan dos líneas verticales hasta intersectar la curva de declinación de la presión y la diferencia de presión entre δo y δ se obtiene del eje de la declinación de la presión de la Fig. S-8.

b) Para determinar el valor de $G(\delta,\delta o)$, se procede mediante la utilización de la Fig. B-6 correspondiente a las curvas tipo de Nolte en la forma siguiente: Sobre el eje del tiempo de cierre adimensional de dicha figura, en δ se levanta una línea vertical hasta intersectar la curva tipo perteneciente a δo. Una vez intersectado el punto, $P(\delta,\delta o)$, este se lee en el eje de la función de la diferencia de presión adimensional de la Fig. B-6 se obtiene el valor de $G(\delta,\delta o)$.

3.- Estimación del coeficiente de pérdida de fluido fracturante para ambos procedimientos.

La evaluación de este parámetro se determina mediante la expresión (A-131, apéndice A)

$$C = \frac{P^* H^2 \ \beta s}{Hp \ E' \sqrt{to}}$$

donde los parámetros son datos y

βs : Se determina con (A-83) o con la Fig. B-7

E' : Con la expresión $E' = E/(1-\nu^2)$

4.- La relación de la declinación de la presión para los dos procedimientos se determina con las expresiones (36) ó (A-156)

$$\rho = \frac{\beta p H^2 P}{2CHpE'\sqrt{to}} \qquad ó \qquad \rho = G(\delta,\delta o)\ \frac{\beta p \ P}{2\beta s \Delta P(\delta o,\delta)}$$

En donde:

P: Se valora con los datos de la gráfica de la Fig. 5-5 perteneciente a la segunda prueba de bombeo y flujo, en la cual se determina Pc y con la gráfica de la Fig. 5-8 perteneciente a la tercera prueba de inyección flujo y comportamiento de la presión se evalúa PCI, y la P, con la expresión: P=PCI-PC.

βp: Se valora con la expresión (A-84) o bien con la Fig. B-6.

5.- Determinación de la eficiencia del fluido fracturante con la expresión -- (37), para ambos procedimientos

$$EFF = \frac{\rho}{1+\rho}$$

6.- Evaluación de la longitud de la fractura, este valor se determina con la expresión ---(34) ó ---(38) para los dos procedimientos.

$$L = \frac{Qto}{\pi\, CHp\sqrt{to}\,(1+\rho)}$$

$$L = \frac{Qto\,(1-EFF)}{\pi\, CHp\,\sqrt{to}}$$

7.- Estimación de la amplitud promedio para los procedimientos A y B, con la expresión ---(44).

$$\overline{w} = \pi\, c'\,\sqrt{to}\,\rho$$

donde:

$$C' = C \frac{Hp}{H}$$

8.- Determinación de la amplitud máxima en la pared del pozo. Se calcula con la expresión ---(41). Ambos procedimientos.

$$W = \frac{4\pi \bar{w}}{\beta p}$$

9.- Estimación del tiempo de cierre de la fractura con las expresiones ---(49) y ---(50), estas están graficadas en la Fig. B-5, para el procedimiento B.

$$\frac{\Delta t}{to} = \bar{g}^{1} \left(\frac{\bar{w}}{2\ c' \sqrt{to}} \right)$$

ó

$$\frac{\Delta t}{to} = \bar{g}^{1} \left(\frac{\pi p}{2} \right)$$

Para el procedimiento A. El tiempo de cierre de la fractura se determina con (47)

$$\frac{3\ \bar{w}}{8\ c'\sqrt{to}} = (1+\delta)^{1.5} - \delta^{1.5} - 1$$

5-2. EJEMPLOS RESUELTOS MEDIANTE LOS PROCEDIMIENTOS A Y B.

Ejemplo 1.- Pozo Tajín No. 634.

Las pruebas minifrac en este pozo se llevaron a cabo durante julio de 1985, en la formación Chicontepec Medio Cuerpo "A" (arenisca intercalada con lutita y caliza), en el Distrito Poza Rica, Ver., El volumen total usado en las pruebas fue de 20,000 gal. de Kerosina sin sustentante con los siguientes aditivos:

8 galones de MO-55 por c/1000 gal. de Kerosina,
2.5 galones de MO-56 por c/1000 gal. de Kerosina,
45 Libras de K-34 por c/1000 gal de Kerosina.

Con el propósito de obtener la información sobre la altura de la fractura desarrollada con respecto al volumen y presión y sobre el comportamiento de la zona de pérdida de fluido; se llevaron a cabo las siguientes pruebas a la formación:

1.- Prueba de incremento de gasto por etapas.
Se bombeó Kerosina a bajo gasto, por etapas de 5 min., incrementandose el gasto hasta 23 BPM con una presión máxima de 3040 PSI.

El comportamiento de los datos obtenidos se observan en la tabla de la Fig. 5-1 y su representación gráfica en la Fig. 5-2 y la Fig. 5-3.

FIGURA 5-1 Tabla de datos obtenidos de la prueba de incremento de gasto por etapas.

TIEMPO (MIN)	GASTO (BPM)	PRESION (PSI)	VOLUMEN (BLS)
1.0	1.5	1000	1.5
2.0	1.5	2100	3.0
3.0	1.5	2400	4.5
4.0	1.5	2400	6.0
5.0	1.5	2400	7.5
6.0	2.5	2500	10.0
7.0	2.5	2500	12.5
8.0	2.5	2500	15.0
9.0	2.5	2500	17.5
10.0	2.5	2500	20.0
11.0	3.0	2450	23.0
12.0	3.0	2450	26.0
13.0	3.0	2440	29.0
14.0	3.0	2440	32.0
15.0	3.0	2440	35.0
16.0	4.0	2420	39.0
17.0	4.0	2420	44.0
18.0	4.0	2420	47.0
19.0	4.0	2420	51.0
20.0	4.0	2420	55.0
21.0	4.5	2410	59.5
22.0	4.5	2410	64.0
23.0	4.5	2410	68.5
24.0	4.5	2410	73.0
25.0	4.5	2410	77.5
26.0	5.0	2420	82.5
27.0	5.0	2420	87.5
28.0	5.0	2420	92.5
29.0	5.0	2420	97.5
30.0	5.0	2420	102.5

TIEMPO (MIN)	GASTO (BPM)	PRESION (PSI)	VOLUMEN (BLS)
31.0	7.0	2530	109.5
32.0	7.0	2530	116.5
33.0	7.0	2530	123.5
34.0	7.0	2530	130.5
35.0	7.0	2530	137.5
36.0	8.5	2540	146.0
37.0	8.5	2540	154.5
38.0	8.5	2540	163.0
39.0	8.5	2540	171.5
40.0	8.5	2540	180.0
41.0	10.5	2600	190.5
42.0	10.5	2600	201.0
43.0	10.5	2600	211.5
44.0	10.5	2600	222.0
45.0	10.5	2600	232.5
46.0	13.5	2680	246.0
47.0	13.5	2680	259.5
48.0	13.5	2680	273.0
49.0	13.5	2680	286.5
50.0	13.5	2680	300.0
51.0	16.5	2800	316.5
52.0	16.5	2800	333.0
53.0	16.5	2800	349.5
54.0	16.5	2800	366.0
55.0	16.5	2800	382.5
56.0	19.0	2920	401.5
57.0	19.0	2920	420.5
58.0	19.0	2920	439.5
59.0	19.0	2920	458.5
60.0	19.0	2920	477.5
61.0	22.5	3040	500.0
62.0	22.5	3040	522.5
63.0	22.5	3040	545.0
64.0	22.5	3040	567.5
65.0	22.5	3040	590.5
66.0	23.0	3000	613.0
67.0	23.0	3000	636.0
68.0	23.0	3000	659.0
69.0	[illegible]	3000	682.0
70.0	[illegible]	3000	705.0

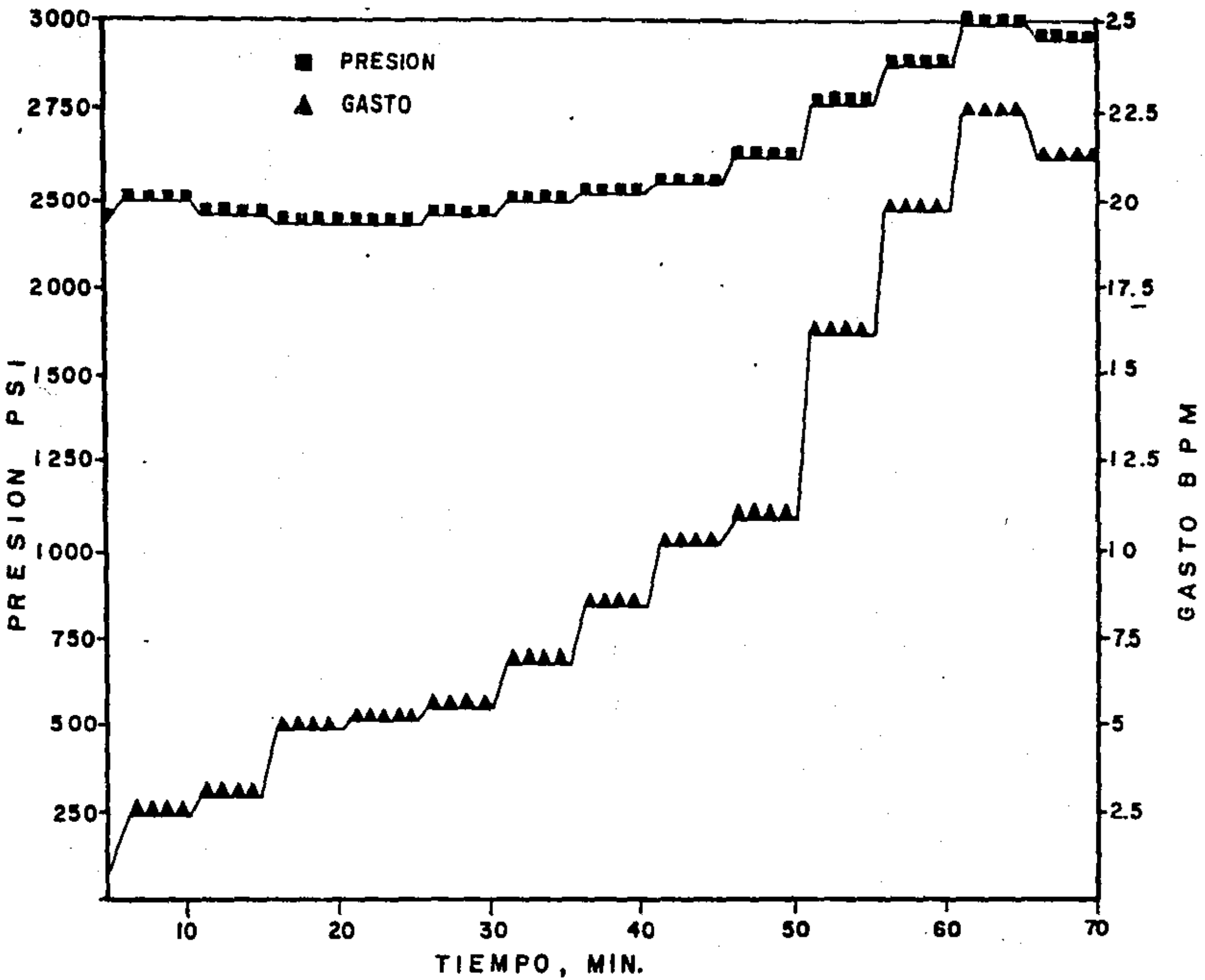


FIG. 5-2 COMPORTAMIENTO DE LA PRUEBA No. 1 DE INCREMENTO DE GASTO POR ETAPAS.

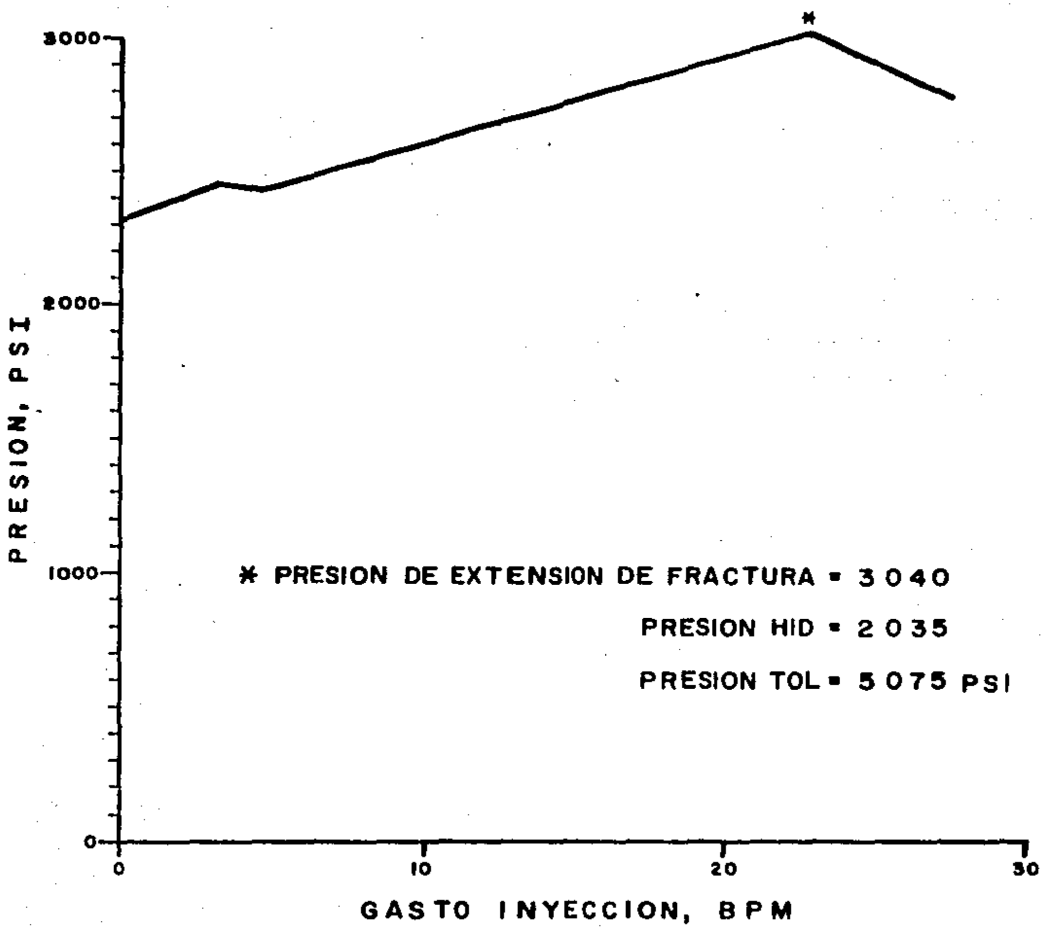


FIG. 5-3. REPRESENTACION ESQUEMATICA DE LA 1a. PRUEBA DE INCREMENTO DE GASTO POR ETAPAS, PARA EL EJEMPLO 1.

Total 170.0 min. G. max. 23:00 P. max. 3040 Vol. 705 Bls
1.10 Hrs. Vol. 112 m^3
Vol. 29615 gal.

2.- Prueba de bombeo y flujo.

Se bombeó Kerosina a un gasto que rebasó la presión de fractura determinada en la prueba No.1, se suspendió el bombeo a los 7 minutos y se puso a fluir el pozo a razón de 1 bpm, abatiéndose la presión hasta estabilizarse durante 30 minutos, con el propósito de evaluar la presión de cierre de 3515 psi. El comportamiento de esta prueba se encuentra registrada en la tabla de la Fig. 5-4 y su representación gráfica en la Fig. 5-5.

FIGURA 5-4 Tabla de datos del comportamiento de la prueba No. 2 de bombeo y flujo.

TIEMPO (MIN)	PRESION (Lbs/pg^2)
0	2220 (última presión de bombeo)
1	1830
2	1780
3	1740
4	1700
5	1670
6	1640
7	1620
8	1590
9	1570
10	1550

* PRESION DE CIERRE = 1 480 PSI

PRESION HID. = 2 035

PRESION TOL. = 3 515 PSI

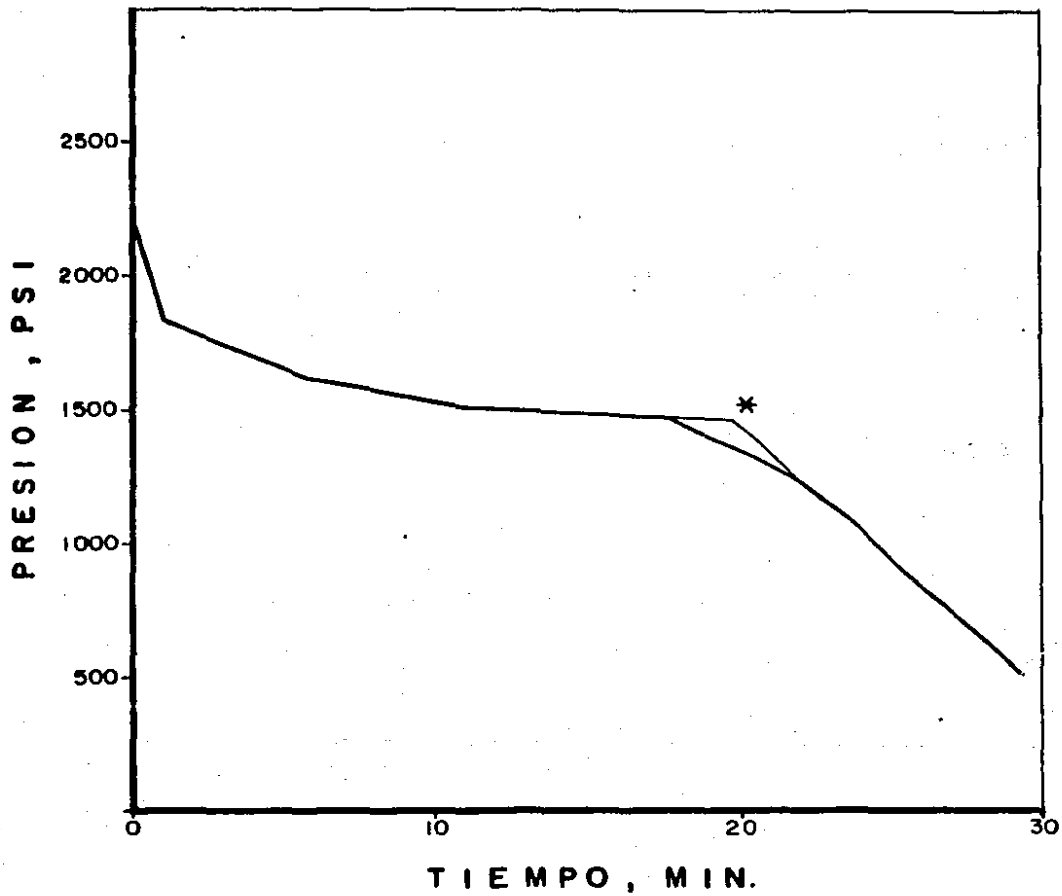


FIG. 5-5 COMPORTAMIENTO DE LA 2ª PRUEBA DE BOMBEO Y FLUJO, PARA EL EJEMPLO I.

TIEMPO (MIN)	PRESION (Lbs/pg^2)
11	1540
12	1530
13	1520
14	1520
15	1510
16	1500
17	1490
18	1480
19	1440
20	1390
21	1340
22	1270
23	1180
24	1100
25	990
26	920
27	820
28	700
29	600
30	440

3.- Prueba de inyección, cierre y comportamiento de la presión.

En esta prueba se inyectó gelatina My-T-oil base Kerosina durante 8 min., con un gasto de 23 bpm. Se suspendió el bombeo y se observó el comportamiento de la presión durante 30 min., con el propósito de poder evaluar las características de pérdida de fluido a la formación y la geometría de la fractura. El comportamiento de esta prueba esta registrada en la tabla de la Fig. 5-6 y su representación gráfica en la Fig. 5-7

FIGURA 5-6.- Tabla de datos del comportamiento de la 3er - prueba de inyección, cierre y comportamiento de la presión.

TIEMPO (MIN)	PRESION Lbs/pg^2)
0	2400 (presión de cierre instantanea)
1	2380
2	2350
3	2320
4	2300
5	2290
6	2290
7	2280
8	2270
9	2260
10	2250
11	2250
12	2240
13	2240
14	2230
15	2230
16	2220
17	2220
18	2210
19	2210
20	2210
21	2200
22	2200
23	2190
24	2190
25	2190
26	2190
27	2190
28	2190
29	2190
30	2190

* PRESION DE CIERRE INSTANTANEA = 2400 PSI

PRESION HID = 2035

PRESION TOL = 4435 PSI

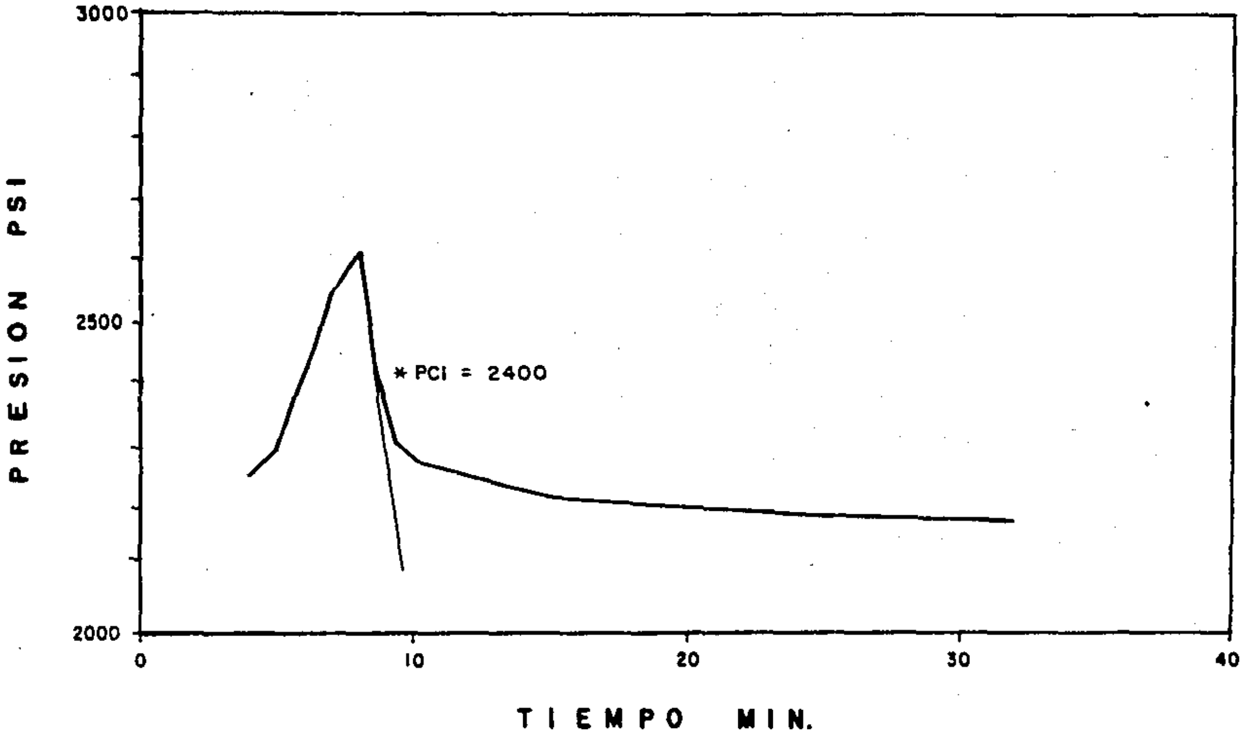


FIG. 5-7 REPRESENTACION GRAFICA DE LA PRUEBA Nº 3 DE INYECCION, CIERRE Y COMPORTAMIENTO DE LA PRESION DEL EJEMPLO 1.

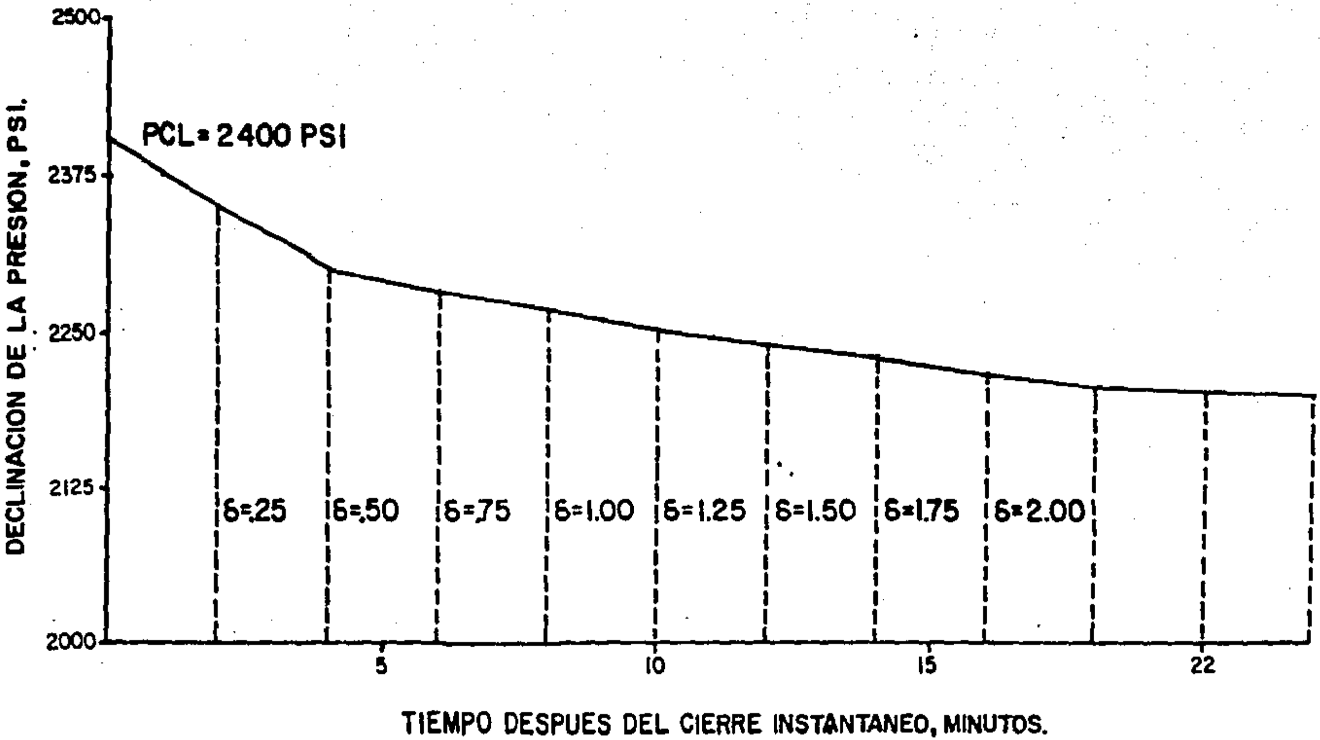


FIG. 5-8 COMPORTAMIENTO DE LA PRESION A PARTIR DE LA PCI DE LA PRUEBA No. 3 DEL EJEMPLO 1.

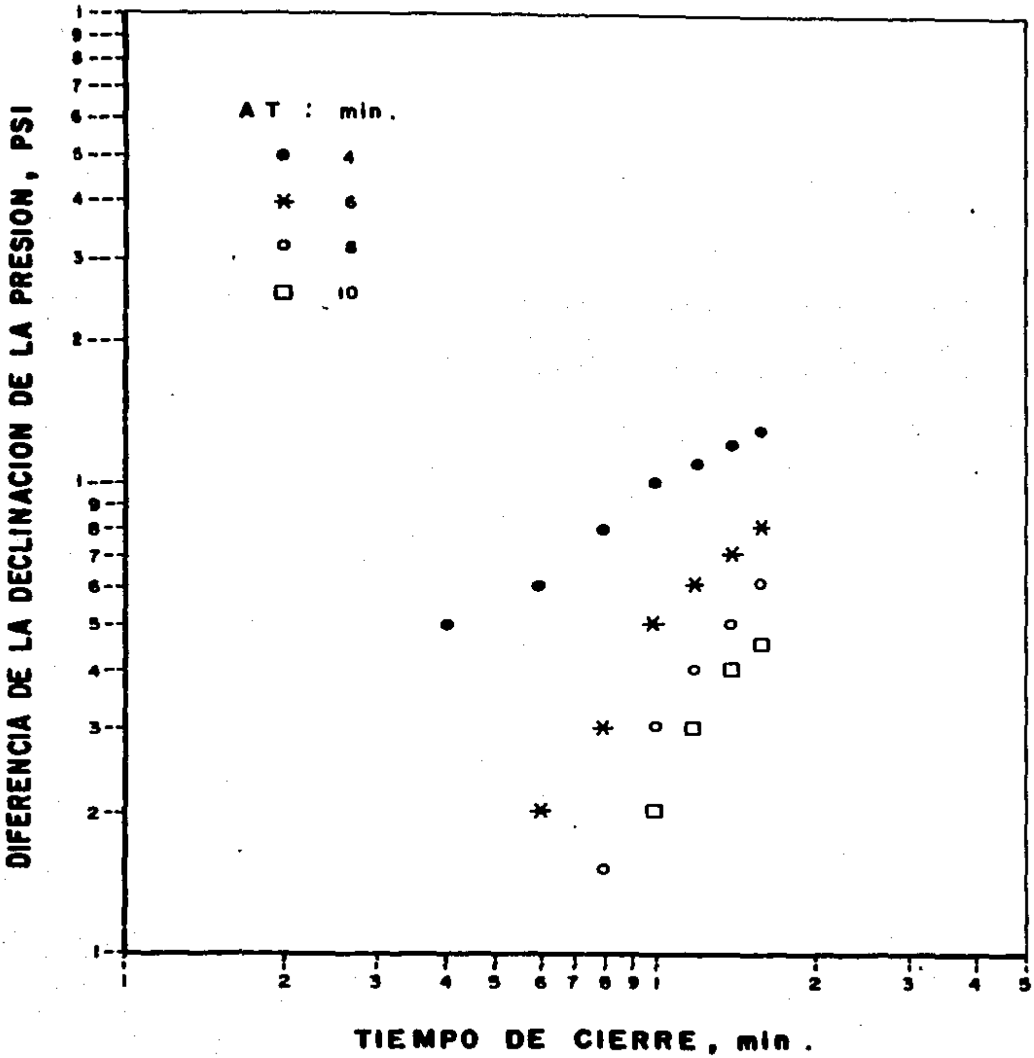


FIG. 5-9 COMPORTAMIENTO DE LA DECLINACION DE LA PRESION DE LA PRUEBA No. 3.

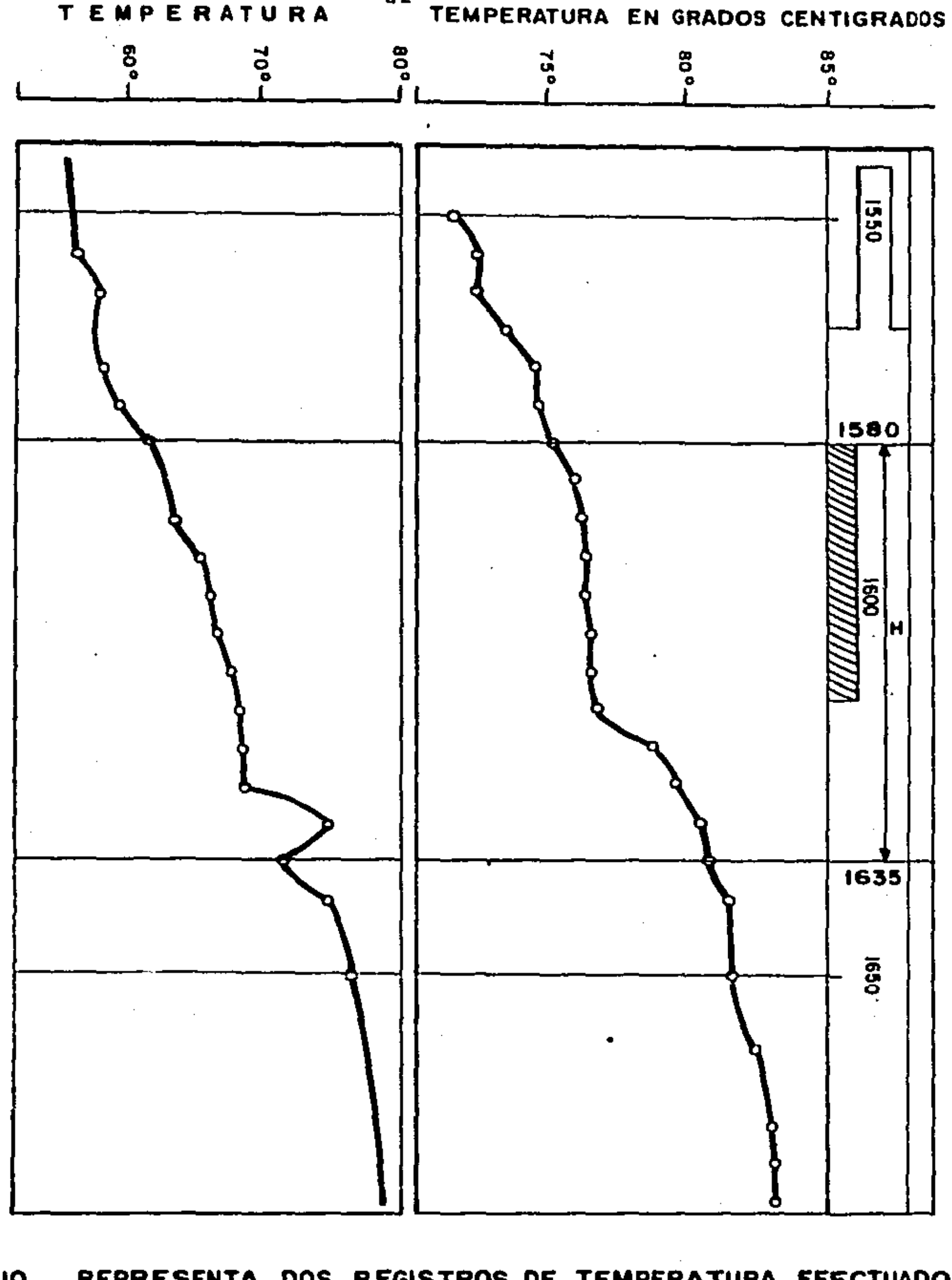


FIG. 5-10. REPRESENTA DOS REGISTROS DE TEMPERATURA, EFECTUADOS DESPUES DE LA 3er. PRUEBA DEL EJEM. I ILUSTRANDO LA H.

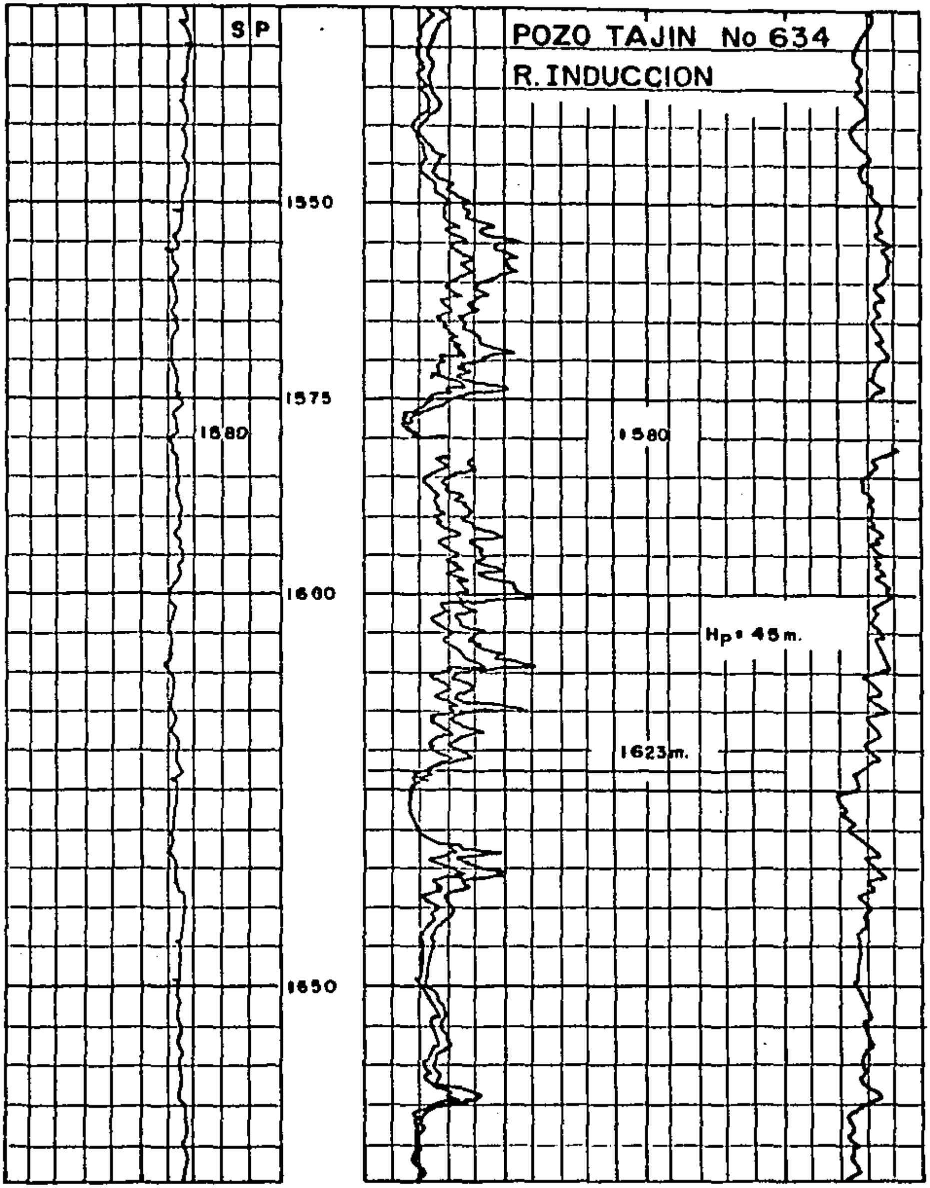


FIG. 5-11. REPRESENTA UN REGISTRO DE INDUCCION OBSERVANDOSE Hp

D A T O S D E L P O Z O

Volumen del tratamiento,	Qto =	276.00 BLS
Gasto del tratamiento,	Q =	23.00 BPM
Tiempo de inyección,	to =	8.00 MIN
Tipo de fluido,		Kerosina Gelificada
Prof. del Yacimiento,	Dy =	5294.00 PIES
Permeabilidad del Yac.	Ky =	0.10 md
Altura de pérdida,	Hp =	141.00 PIES
Altura de fractura,	H =	180.00 PIES
Módulo de Young,	E =	4.7X10 PSI
Indice de comportamiento,	n =	0.28
Comport. de viscosidad,	a =	0.00
Intervalo,		5170-5294 PIES
Temp. de fondo,	Tf =	155.00 °F
Espesor,	hy =	131.00 PIES
Porosidad,	ϕ =	14%
Viscosidad fludi yac,	μ_y =	17 CP
Densidad fluido Frac.,	ρf =	7.48 Lb/gal
Tubería de Prod.,		2 7/8 ",6.5 Lb/PIES
Tubería de Rev.,		6 5/8 ",24 Lb/PIES

PROCEDIMIENTO A

1.- Sobreponiendo los puntos graficados representados en la Fig. 5-9 con las curvas tipo de ajuste de Nolte, graficadas en la Fig. B-6, se obtiene el valor de:

$$P^* = 50 \text{ PSI}$$

2.- Cálculo del coeficiente de pérdida de fluido

$$C = \frac{P^* H^2 \, \beta s}{Hp \; E' \sqrt{to}} = \frac{50X180^2X.719}{141X4.7X10^6\sqrt{8}} = 0.00062 \; \frac{Pie}{\sqrt{min.}}$$

Hp: Se determinó del registro de inducción, Fig. 5-11

H : Se estimó del registro de temperatura, efectuado después de la tercera prueba, Fig. 5-10.

βs: Se evaluó con:

$$\beta s = \frac{2n+2}{2n+3+a} = \frac{2X.28+2}{2X.28+3} = .719$$

3.- Determinación de la relación de la declinación, ρ

$$\rho = \frac{\beta p \; H^2 P}{2 \; CHp \; E' \sqrt{to}} = \frac{.66X180^2X920}{2X.00062X141X4.7X10^6\sqrt{8}} = 8.46$$

$$\beta p = \frac{2n+2}{3n+3+a} = \frac{2X.28+2}{3X.28+3} = 0.66$$

$P = PCI - PC = 2400 - 1480 = 920$ PSI

PC = 1480 PSI, de la gfafica de la Fig. 5-5

PCI = 2400 PSI, de la gráfica de la Fig. 5-7

4.- Cálculo de la eficiencia del fluido fracturante.

$$EFF = \frac{\rho}{1+\rho} = \frac{8.46}{1+8.46} = 0.894$$

5.- Determinación de la longitud de la fractura.

$$L = \frac{Qto}{\pi\ CHp\ \sqrt{to}\ (1+\rho)}$$

$$L = \frac{23 X 5.615 X 8}{\pi\ (.00062)\ 141\ \sqrt{8}\ (1+8.46)} = 140.6 \text{ Pies}$$

6.- Determinación de la amplitud promedio de la fractura.

$$\overline{w} = \pi c'\ \sqrt{to}\ \rho$$

$$c' = \frac{CHp}{H} = \frac{.00062 X 141}{180} = 4.856 X 10^{-4}$$

$$\overline{w} = \pi (4.856 X 10^{-4}) 8.46\ \sqrt{8} = 0.0365 \text{ Pies}$$

$$\overline{w} = 0.438 \text{ pg.}$$

7.- La amplitud máxima se determina con la ecuación (41)

$$W = \frac{4\bar{w}}{\pi \ \beta p} = \frac{4 \ X \ .438}{\pi \ \ X \ .66} = \ .845 \ pg$$

8.- El tiempo adimensional para el cierre de la fractura se determina con la expresión, (47)

$$\frac{3\bar{w} \ H}{8 \ CHp\sqrt{to}} = (1+\delta)^{1.5} - \delta^{1.5} - 1$$

$$\frac{3 \ X \ .0365 \ X \ 180}{8 \ X \ .00062 \ X \ 141\sqrt{8}} = (1+\delta)^{1.5} - \delta^{1.5} - 1$$

$$9.96 = (1+\delta)^{1.5} - \delta^{1.5} - 1$$

Para $\delta =$ 53.5

Se tiene 10.02

$$\Delta t = to\delta = 8 \ X \ 53.5 = 428 \ min.$$

PROCEDIMIENTO B

La Presión estrella, P*, se determina con la expresión:

$$P* = \frac{\Delta P(.5,1)}{G \ (1,.5)} = \frac{30}{.59} = 50.8 \ PSI$$

2.- El coeficiente de pérdida se evalúa con:

$$C = \frac{P^* H^2 \beta s}{Hp\ E'\ \sqrt{to}} = \frac{50.8 \times 182 \quad \times .7}{141 \times 4.7 \times 10^6\ \sqrt{8}}$$

βs = de la gráfica, B-7 para a=0 y n=.28 = .7

$C = 0.00061$ Pie / $\sqrt{min}$

3.- La relación de la declinación de la presión, ρ, se determina de la expresión (A-156, apéndice A)

$$\rho = G(1,.5)\ \frac{\beta p}{2\ \beta s}\ \frac{P}{\Delta P(.5,1)}$$

$\beta p/\beta s$: Se determina de la gráfica, B-7, para a=0 y n=.28 se tiene: .92

$$\rho = \frac{.59 \times .92 \times 920}{2 \times 30} = 8.32$$

4.- La eficiencia del fluido fracturante se obtiene con (37)

$$EFF = \frac{\rho}{1+\ \rho} = \frac{8.32}{1+8.32} = 8.93$$

5.- La longitud de la fractura de extremo a extremo de las alas se obtiene con:

$$L = \frac{Qto\ (1 - EFF)}{\pi\ CHp\ \sqrt{to}}$$

$$L = \frac{5.615 \times 23 \times 8\ (1 - .893)}{\pi \times 0.00061 \times 141\ \sqrt{8}} = 144 \text{ Pies}$$

6.- Cálculo de la amplitud promedio de la fractura

$$\bar{w} = \pi C'\ \sqrt{to}\ \rho$$

$$c' = c\ \frac{Hp}{H}$$

$$\bar{w} = \frac{\pi \times 0.00061 \times 141 \times \sqrt{8}\ (1+8.32)\ .843}{180}$$

$$\bar{w} = 0.0353 \text{ Pies}$$

$$\bar{w} = .424 \text{ pg.}$$

7.- Amplitud máxima de la fractura se determina con:

$$W = \frac{4\bar{w}}{\pi\ \beta p}$$

βp : de la gráfica de la Fig.B-7 igual a : ,66

$$W = \frac{4 \times .424}{\pi \times .66} = ,818 \text{ pg}$$

8.- El tiempo de cierre adimensional para el cierre de la fractura, se calcula con la expresiones: ---(49) ó (50)

$$\Delta t = to\ g^{-1} \left(\frac{\pi\ \rho}{2}\right)$$

$g^{-1}\left(\frac{\pi\ \rho}{2}\right)$: se determina de la gráfica de la Fig. B-5

$$g^{-1}\left(\frac{\pi \times 8.32}{2}\right) = g^{-1}\ (13) = 53$$

$$\Delta t = 8 \times 53 = 424 \text{ min.}$$

FIGURA 5.12.- TABLA DE RESULTADOS DE LOS PARAMETROS DE DISEÑO DEL EJEMPLO 1, POZO TAJIN 634

P A R A M E T R O S	PROCEDIMIENTO A	PROCEDIMIENTO B
COEFICIENTE DE PERDIDA DEL FLUIDO FRACTURANTE $C = \frac{Pies}{\sqrt{min}}$	0.00062	0.00061
EFICIENCIA DEL FLUIDO FRACTURANTE EFF	0.894	0.893
LONGITUD DE LA FRACTURA (2 ALAS) L = Pies	140.60	144.6
AMPLITUD MAXIMA Y PROMEDIO DE LA FRACTURA $\overline{W}$, W = pg.	.438 .845	.424 .818
TIEMPO DE CIERRE DE LA FRACTURA Δt = min	428	424

FIGURA 5.12.- TABLA DE RESULTADOS DE LOS PARAMETROS DE DISEÑO DEL EJEMPLO 1, POZO TAJIN 634

P A R A M E T R O S	PROCEDIMIENTO A	PROCEDIMIENTO B
COEFICIENTE DE PERDIDA DEL FLUIDO FRACTURANTE $C = \frac{Pies}{\sqrt{min}}$	0.00062	0.00061
EFICIENCIA DEL FLUIDO FRACTURANTE EFF	0.894	0.893
LONGITUD DE LA FRACTURA (2 ALAS) L = Pies	140.60	144.6
AMPLITUD MAXIMA Y PROMEDIO DE LA FRACTURA $\overline{w}$, W = pg.	.438 .845	.424 .818
TIEMPO DE CIERRE DE LA FRACTURA Δt = min	428	424

Ejemplo 2.- POZO "X"

Este tratamiento lo llevó a cabo K.G. Nolte[10], en un - pozo petrolero en Denver, Basin; en la formación Muddy J. Se utilizó un volumen de 21000 galones de un fluido emulsión-polímero, consistiendo de 2/3 de condensado y 1/3 de agua con 50 barriles de polímero por cada 1000 galones bombeados sin sustentante.

La Fig. 5-14, representa una curva SP (de un registro eléctrico), en la cual se interpreta la altura de pérdida - del fluido (formación porosa y permeable) de 32 Pies.

La altura de la fractura, H, se evaluó de la Fig. 5-14, la cual representa un registro de temperatura, que fue tomado e interpretado después del minifracturamiento hidráulico obteniéndose un valor de $H = 60$ Pies.

La fig. 5-15, representa el comportamiento de la declinación de la presión después del cierre instantáneo hasta la - presión de cierre de la fractura; con los datos que proporciona esta figura y las curvas tipo representadas en la fig. B-6 se determinó el valor de $P^* = 350$ PSI.

Una información más específica sobre el tratamiento se -

da a continuación:

Volumen del tratamiento, Bls.	500
Gasto del tratamiento, bpm.	5
Tiempo de bombeo, min.	100
Tipo de fluido	emulsión-polímero
Profundidad del yacimiento, pies.	7 900
Temperatura de Fondo, °F.	265
Permeabilidad de la formación, md.	.01
Altura de la Fractura, pies.	60
Altura de pérdida, pies.	32
Módulo de deformación plana, PSI	$5X10^6$
Tiempo de cierre, min.	150
Indice de comportamiento	.75
Parámetro de degradación viscosa	1

PROCEDIMIENTO A

1.- Sobreponiendo los puntos graficados en la fig. 5-16, con las curvas tipo de Nolte representadas en la fig. B-6, se obtiene:

$$P^* = 350 \text{ PSI}$$

2.- El coeficiente de pérdida de fluido se calcula con la -

expresión:

$$C = \frac{P^{*} \; H^2 \; \beta s}{Hp \; E' \; \sqrt{to}} = \frac{350(60)^2 \; .636}{32 \; (5 \; X \; 10^6) \; \sqrt{100}} = 5.0085X10^{-4} \; \frac{Pie}{\sqrt{min}}$$

$$\beta s = \frac{2n+2}{2n+3+a} = \frac{2(.75)+2}{2(.75)+3+1} = .636$$

3.- La relación de la declinación se determina con la ecuación

$$\rho = \frac{\beta p \; H^2 \; P}{2 \; CHp \; E' \; \sqrt{to}} = \frac{.56(60)^2 800}{2(5.0085X10^{-4})32(5X10^6) \; \sqrt{100}} = 1$$

$$\beta p = \frac{2n+2}{3n+3+a} = \frac{2(.75)+2}{3(.75)+3+1} = .56$$

P=PCI-PC = 1550-750 = 800 PSI

PCI = 1550 PSI
PC = 750 PSI
> de la Fig. 5-15

4.- Cálculo de la eficiencia del fluido fracturante, con:

$$EFF = \frac{\rho}{1+\rho} = \frac{1}{1+1} = .50$$

5.- La longitud de la fractura de evalúa, con:

$$L = \frac{Qto}{\pi\ CHp\ \sqrt{to}\ (1+\rho)} = \frac{5.615\ X\ 5\ X\ 100}{\pi(5.0085X1\bar{0}^{4})32\ \sqrt{100}\ (1+1)}$$

L = 2788 Pies

6.- Determinación de la amplitud promedio.

$$\bar{w} = \pi c'\ \sqrt{to}\ \rho$$

$$c' = \frac{(5.0085X1\bar{0}^{4})32}{60} = 2.6712X1\bar{0}^{4}\ \frac{pie}{\sqrt{min}}$$

$$\bar{w} = \pi(2.6712X1\bar{0}^{4})\ \sqrt{100} = 8.39\ X\ 1\bar{0}^{3}\ pies$$

$$\bar{w} = 0.101\ pg$$

7.- Amplitud máxima de la fractura.

$$W = \frac{4\bar{w}}{\pi\ \beta p} = \frac{4(0.10)}{\pi(.56)} = 0.22\ pg.$$

8.- El tiempo de cierre de la fractura se determina por ensaye y error, con la expresión:

$$\frac{.375\ \bar{w}\ H}{CHp\ \sqrt{to}} = (1+\delta)^{1.5} - \delta^{1.5} - 1$$

$$\frac{.375(8.39 \times 10^{3})\ 60}{(5.0085 \times 10^{4})\ 32\ \sqrt{100}} = (1+\delta)^{1.5} - \delta^{1.5} - 1$$

$$1.177 = (1+\delta)^{1.5} - \delta^{1.5} - 1$$

Para $\delta =$ 1.6 se tiene 1.168 por lo tanto

$$\Delta t = 1.6 \times 100 = 160 \text{ min}$$

PROCEDIMIENTO B

1.- La presión estrella, P*, se determina con la expresión:

$$p^{*} = \frac{\Delta P\ (.5,1)}{G\ (1,.5)} = \frac{208}{.59} = 352$$

2.- El coeficiente de pérdida de fluido fracturante con:

$$C = \frac{P^{*}\ H^{2}\ \beta s}{Hp\ E'\ \sqrt{to}} = \frac{352 \times (60)^{2}\ .636}{32(5 \times 10^{6})\ \sqrt{100}}$$

$$C = 5.037 \times 10^{4}\ \ \text{pie}/\sqrt{\text{min}}$$

3.- La relación de la declinación de la presión se determina de:

$$\rho = G(1,.5)\ \frac{\beta p}{2\beta s}\ \frac{P}{\Delta P(.5,1)}$$

$$\rho = \frac{.59(.875)\ 800}{2(210)} = 0.983$$

G(1,.5): de la gráfica de la figura B-6 (curvas tipo), igual a .59

ΔP(.5,1): de la figura 5-15, igual a 208 PSI

βp/βs: de la gráfica de la figura B-7 = .875

4.- Eficiencia del fluido fracturante

$$EFF = \frac{\rho}{1+\rho} = \frac{.983}{1 + .983} = 0.495$$

5.- Longitud de la fractura para las 2 alas.

$$L = \frac{Qto}{\pi\ Clip\ \sqrt{to}\ (1+\rho)} = \frac{5.615(5)100}{\pi(5.037X10^{4})\ 32\ \sqrt{100}(1+.983)}$$

$$L = 2759 \text{ pies}$$

6.- Determinación de la amplitud promedio de la fractura

$$\bar{w} = \frac{\pi Clip\ \sqrt{to}\ \ (1+\rho)\ EFF}{H}$$

$$\bar{w} = \frac{\pi(5.037\ X\ 10^{4})\ 32\ \sqrt{100}\ (1+.983)\ .495}{60}$$

$$\bar{w} = 8.284 \times 10^{-3} \text{ pies}$$

$$\bar{w} = 0.099 \text{ pg.}$$

7.- Evaluación de la amplitud máxima de la fractura

$$W = \frac{4\bar{w}}{\pi \quad \beta p} = \frac{4(.099)}{\pi\ (.56)} = .22 \text{ pg}$$

βp : de la gráfica de la Figura B-7, igual a .56

8.- Determinación de el tiempo de cierre de la fractura, Δt.

$$\frac{\Delta t}{to} = g^{-1}\left(\frac{\bar{w}}{2\ c'\sqrt{to}}\right)$$

$$\Delta t = to\ g^{-1}\left(\frac{\bar{w}}{2\ c'\ \sqrt{to}}\right)$$

$$c' = \frac{5.4 \times 10^{-4})\ 32}{60} = 2.6864 \times 10^{-4}\ \frac{\text{pies}}{\sqrt{\text{min}}}$$

$$g^{-1}\left(\frac{8.284 \times 10^{-3}}{2 \times 2.686 \times 10^{-4}\ \sqrt{100}}\right) = g^{-1}\ (1.54)$$

con el valor de g^{-1} (1.54) y la figura B-5, se obtiene:

$$\delta = 1.6$$

Por lo tanto:

$$\Delta t = 100 \times 1.6 = 160 \text{ min.}$$

FIGURA 5-13.- TABLA DE RESULTADOS DE LOS PARAMETROS DE DISEÑO DEL EJEMPLO 2.

P A R A M E T R O S	PROCEDIMIENTO A	PROCEDIMIENTO B
COEFICIENTE DE PERDIDA DEL FLUIDO FRACTURANTE $C = \frac{Pies}{\sqrt{min}}$	5.0085×10^{-4}	5.037×10^{-4}
EFICIENCIA DEL FLUIDO FRACTURANTE EFF	.50	.495
LONGITUD DE LA FRACTURA L = Pies	2 788	2 759
AMPLITUD MAXIMA Y PROMEDIO DE LA FRACTURA $\overline{W}$ = pg W = pg	.101 .22	.099 .22
TIEMPO DE CIERRE DE LA FRACTURA Δt = min	160	160

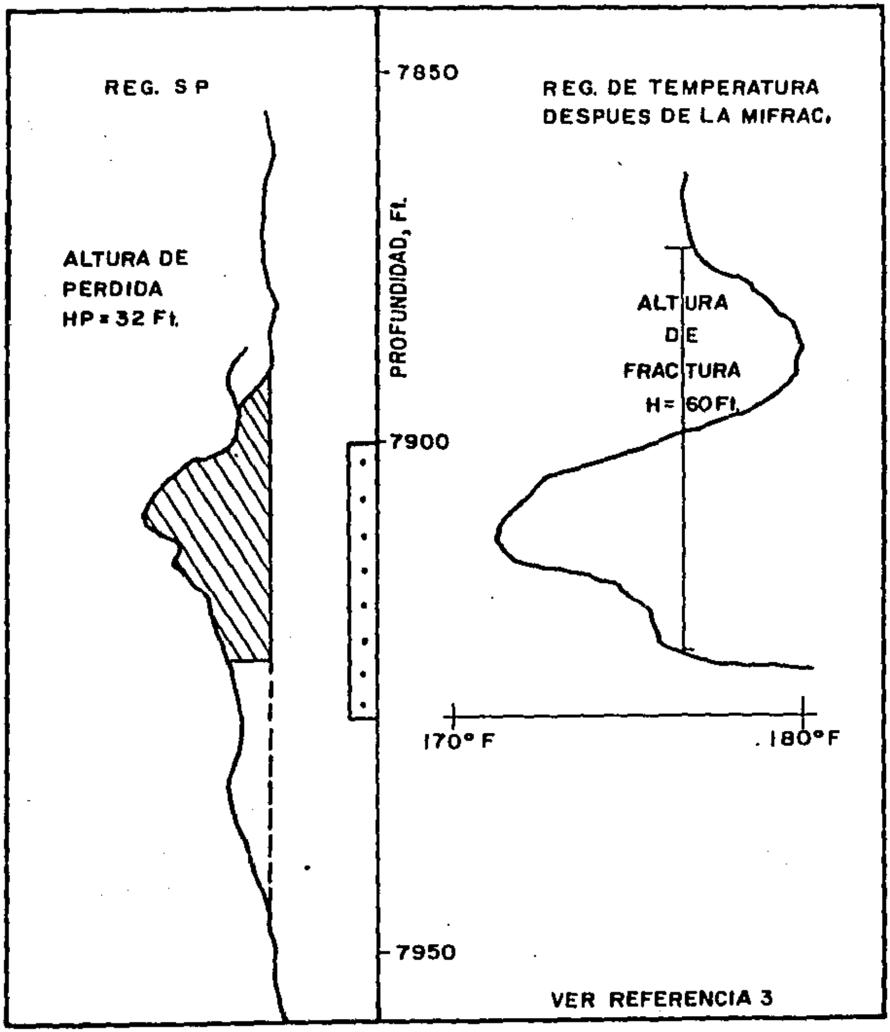


FIG. 5-14 REPRESENTACION ESQUEMATICA DE LOS REGISTROS S P Y DE TEMPERATURA CON H.P. Y H, DETERMINADAS PARA EL EJEMPLO 2.

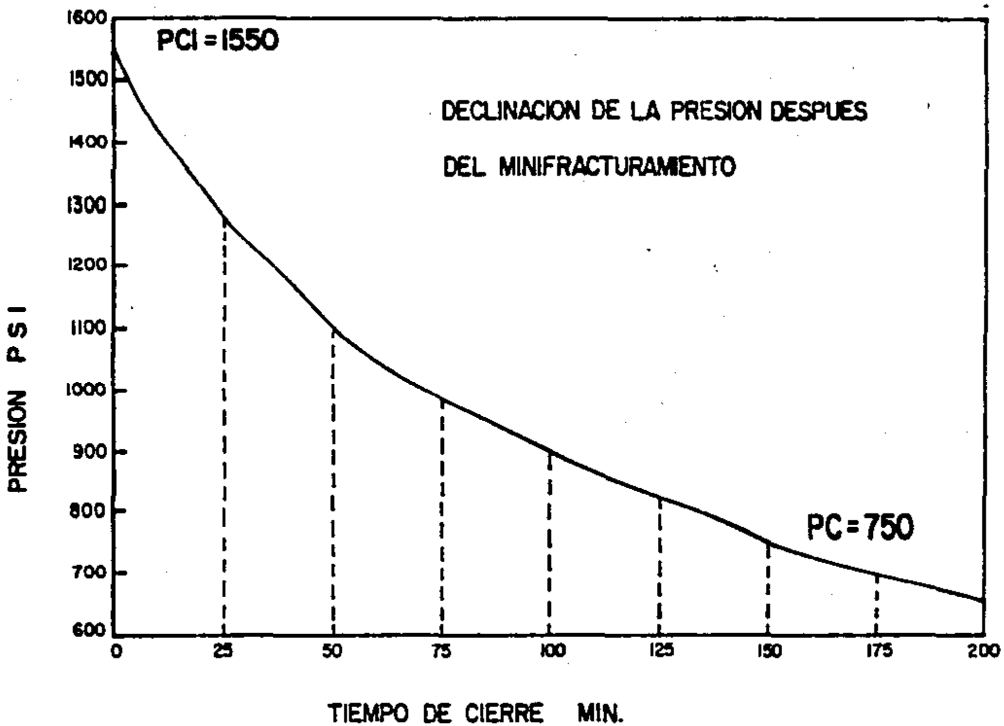


FIG. 5-15. DECLINACION DE LA PRESION PARA EL PROBLEMA No. 2

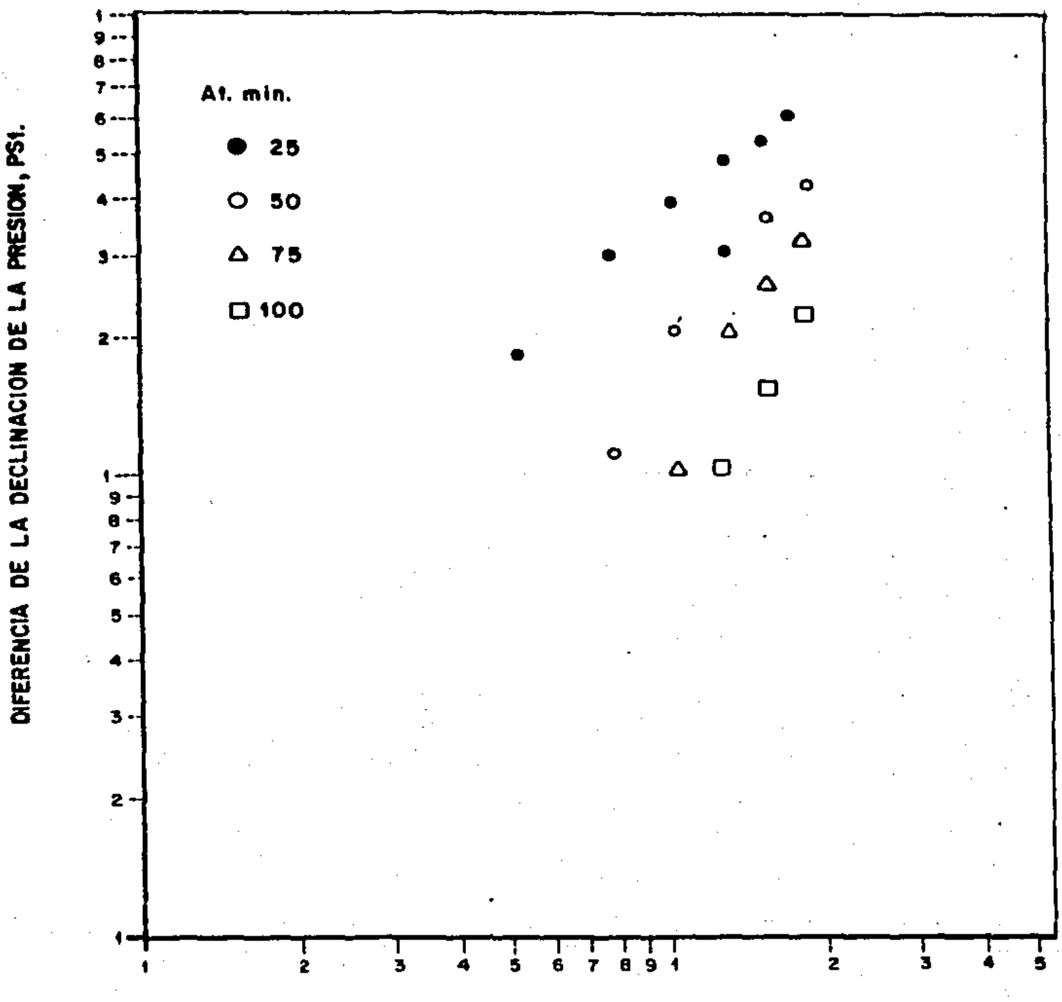


FIG. 5-16 COMPORTAMIENTO DE LA DECLINACION DE LA PRESION, PRUEBA No. 3

5-3. PROGRAMA DE COMPUTO MINIFRAC.

El objetivo principal de este programa de cómputo es la de agilizar los análisis y determinar los parámetros para el diseño de un fracturamiento hidráulico.

Se presenta un diagrama de flujo el cual está codificado en lenguaje de programación Basic, habiéndose utilizado una microcomputadora Columbia.

Para el uso de este programa se limita simple y sencillamente a proporcionar los datos de entrada: QI, TI, N, A, H, Hp, EDP, PCI, PC y PE. Con los cuales corre el programa; los parámetros obtenidos son: CT, EFF, WMED, WMAX, L y DT.

```
10 REM "Programa para Interpretar resultados de Pruebas de
       Campo Minifrac".
15 READ QI, TI, N, A, H, HP, EDP, PCI, PC, PE
20 DATA 23, 8, 28, 0, 180, 141, 4700000, 2400, 1470, 50
25 QI = 5.615 * QI
30 BS = (2*N+2) / (2*N+3+A)
35 CT = (PE*H^2*BS) / (EDP*HP*TI^.5)
40 P = PCI - PC
45 BP = (2*N+2) / (3N*+3+A)
50 RO = (BP*P*H^2) / (2*CT*HP*EDP*TI^.5)
```

```
55 EFF = RO/(1+RO)
60 VT = QI*TI
65 L = VT/(3.1416*CT*HP*(1+RO)*TI^.5)
70 WMED = (3.1416*CT*HP*RO*TI^.5)/H
75 WMAX = (4*WMED)/(3.1416*BP)
80 R = (WMED*H)/(2*CT*HP*TI^.5)
85 DS = .25
90 FD =((1+DS)^1.5 - DS^1.5-1)*(.413)-R
95 DFD = 1.5*(1+DS)^.5-1.5*DS^.5
100 DC = DS-FD/DFD
105 IF ABS ((DC-DS)/DC) < = .01 THEN 120
110 DS = DC
115 GO TO 90
120 D = DC
125 DT = D*TI
130 WMED = 12*WMED
135 WMAX = 12*WMAX
140 PRINT "COEFICIENTE TOTAL DE PERDIDA DE FLUIDO
    CT(pie/min^.5) = "CT
145 PRINT "EFICIENCIA DEL FLUIDO FRACTURANTE EFF(ADIM) = " EFF
150 PRINT "AMPLITUD MEDIA DE LA FRACTURA WMED (PG) = " WMED
155 PRINT "AMPLITUD MAXIMA DE LA FRACTURA WMAX(PG) = " WMAX
160 PRINT "LONGITUD DE LA FRACTURA L(pies) =" L
165 PRINT "TIEMPO DE CIERRE DE LA FRACTURA DT (MIN) =" DT
170 END
```

NOMENCLATURA DEL PROGRAMA MINIFRAC

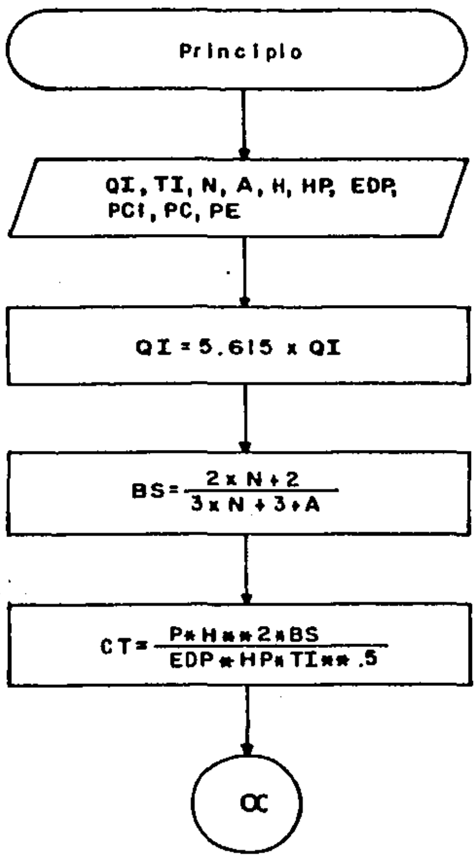
SIMBOLOS	D E F I N I C I O N E S	UNIDADES
A	Parámetro de la alternación viscosa por efecto de temperatura y corte..	adim.
BP	Relación de la presión promedio a la presión en el pozo durante el bombeo.	adim.
BS	Relación de la presión promedio a la presión en el pozo durante el cierre.	adim.
CT	Coeficiente de pérdida de fluido.	$ft/\sqrt{min}$.
D	Tiempo de cierre adimensional	adim.
DC	Tiempo de cierre adimensional - calculado.	adim.
DS	Tiempo de cierre adimensional - supuesto	adim.
DT	Tiempo de cierre de la fractura	min.
DFD	Derivada de la función dimensional (expresión A-199)	adim.
EDP	Módulo de deformación plana	PSI

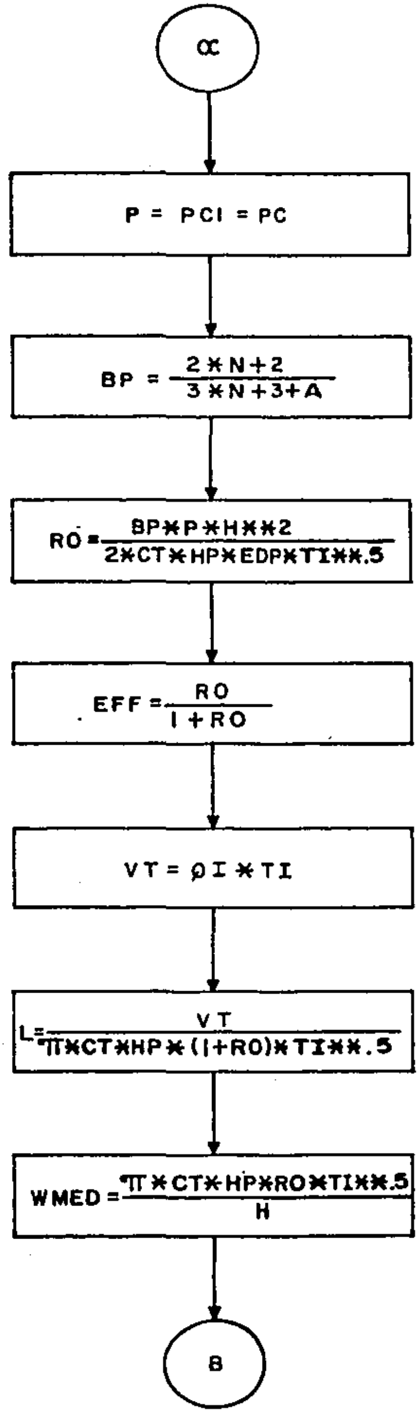
SIMBOLOS	D E F I N I C I O N E S	UNIDADES
EFF	Eficiencia del fluido fracturante.	adim.
PD	Función dimensional del tiempo	adim.
H	Altura de la fractura.	pies
HP	Altura de la zona de pérdida	pies
L	Longitud de la fractura	pies
N	Indice de comportamiento de flujo	adim
P	Diferencia de presión en la pared del pozo.	PSI
PC	Presión de cierre de la fractura	PSI
PE	Presión de ajuste	PSI
PCI	Presión de cierre instantánea	PSI
QI	Gasto de inyección	bpm
R	Relación del primer término de A-199	adim.
RO	Relación de la declinación de la presión.	adim.
TI	Tiempo total de inyección	min.

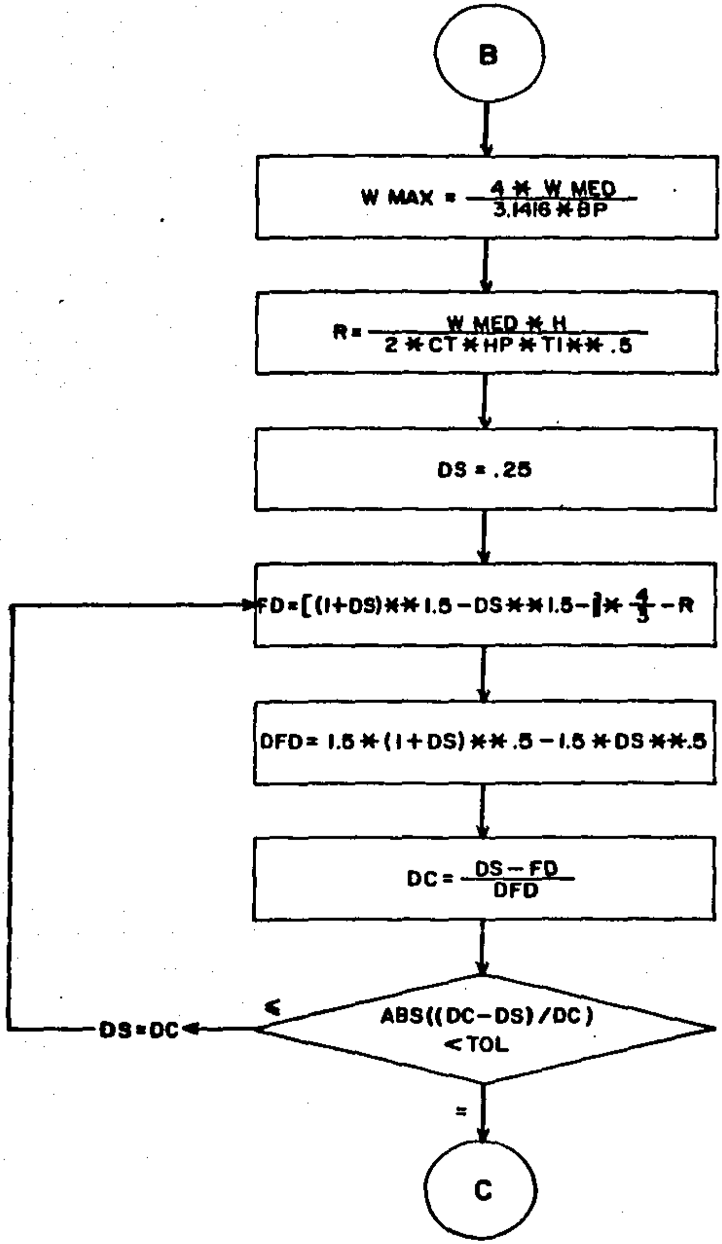
SIMBOLOS	D E F I N I C I O N E S	UNIDADES
VT	Volumen total de inyección	bls.
WMED	Amplitud media de la fractura	pg.
WMAX	Amplitud máxima de la fractura.	pg.

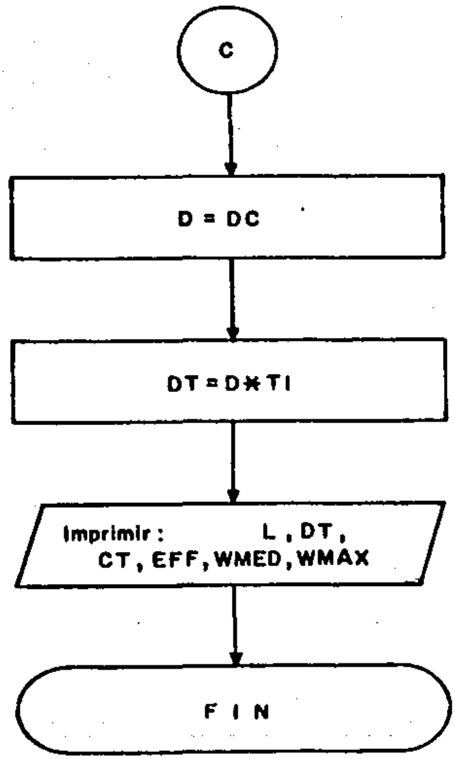
Diagrama de flujo

"Minifrac"




α
P = PCI = PC
BP = 2*N+2 / 3*N+3+A
RO = BP*P*H**2 / 2*CT*HP*EDP*TI**.5
EFF = RO / 1+RO
VT = ØI*TI
L = VT / π*CT*HP*(1+RO)*TI**.5
WMED = π*CT*HP*RO*TI**.5 / H
B


B
W MAX = 4 * W MED / 3,1416 * BP
R = W MED * H / 2 * CT * HP * TI ** .5
DS = .25
FD = [(1+DS) ** 1.5 − DS ** 1.5 − 1] * 4/3 − R
DFD = 1.5 * (1 + DS) ** .5 − 1.5 * DS ** .5
DC = DS − FD / DFD
ABS((DC−DS)/DC) <TOL
DS = DC
C



C
D = DC
DT = D*TI
Imprimir : L , DT , CT , EFF , WMED , WMAX
F I N

CAPITULO 6

ANALISIS DE SENSIBILIDAD DE LA TEORIA DE NOLTE

La teoría de Nolte[10] expuesta en este trabajo aplicada a pruebas de campo minifrac, conlleva a la obtención de parámetros que permiten diseñar un fracturamiento hidráulico. Estos parámetros (coeficiente de pérdida de fluido, eficiencia del fluido, longitud, amplitud y tiempo de cierre de la fractura) van a permitir ajustar los factores que se pueden controlar en un fracturamiento hidráulico, encaminado está ajuste a obtener una estimulación óptima en el pozo. Por lo tanto el conseguir resultados confiables de pruebas minifrac es de importancia trascendente para llegar a la estimulación que mejor garantice resultados óptimos.

La teoría de Nolte[10] está basada en datos que se obtienen de pruebas de campo y otros datos necesarios que son determinados indirectamente. De toda esta información dependerán los parámetros antes mencionados y por ende la confiabilidad de lograr el mejor fracturamiento hidráulico.

La confiabilidad en la obtención de la información mencionada depende de la precisión con que se puedan determinar en las pruebas minifrac el gasto y el tiempo de inyección, - la presión de cierre de la fractura, la presión de cierre - instantánea y la "presión estrella". Así mismo en la disponibilidad de registros geofísicos, de datos del comportamiento del fluido fracturante y de datos de la formación.

Como no es posible definir con toda precisión los datos aludidos, se hizo necesario realizar un análisis de sensibilidad de la teoría de Nolte basados en la información correspondiente al pozo Tajín No. 634, considerando que los datos requeridos tuvieran un rango de variación congruente con la incertidumbre con la cual fue posible determinarlos.

Los rangos de variación de cada uno de los parámetros - requeridos para la aplicación de la teoría de Nolte, en el pozo citado, se observan en la tabla siguiente:

Figura 6-1. Tabla de la variación factible asignada a los parámetros directos e indirectos que intervienen en el procedimiento de cálculo.

PARAMETROS		VALOR DETERMINADO DE LA PRUEBA	RANGO DE VARIACION CONSIDERADO.			
Q	(Bpm)	23.00	18.00	-	26.00	(±22%)
to	(min)	8.00	6.00	-	10.00	(±25%)
N	(adim)	0,28	0.14	-	0.42	(±50%)
A	(adim)	0.00	0.00	-	2.00	
H	(pies)	180.00	120.00	-	240.00	(±28%)
Hp	(pies)	141.00	130.00	-	152.00	(± 8%)
E'	(Psi)	4.7×10^6	3×10^6	-	6.4×10^6	(±36%)
PCI-PC	(Psi)	920.00	828	-	1012	(±10%)
P*	(Psi)	50.00	40	-	60	(±20%)

Mediante el programa de cómputo y para los rangos de variación anteriormente expuestos, se aplicó la teoría de Nolte (10) obteniendose los resultados expuestos en la tabla de la figura 6-2. En esta tabla se observa lo siguiente:

Al variar el gasto entre 18 y 26 barriles por minuto, los parámetros de diseño: C, EFF, $\overline{W}$ y Δt permanecen constantes y sólo la longitud de la fractura se ve afectada. Esto no es del todo congruente con el fenómeno físico que realmente sucede en la fractura, ya que al disminuir o incrementar el gasto no solamente debe de variar la longitud sino también la amplitud de la fractura y en consecuencia la eficiencia del fluido fracturante.

Con respecto al tiempo de inyección, los parámetros de diseño Eff y w permanecen constantes, variando únicamente los parámetros C. L. y Δt. Esta variación también resulta parcialmente en contraposición con el fenómeno físico real. A mayor tiempo de tratamiento el coeficiente de pérdida no debe tener la variación que presenta, salvo que el tiempo esté dentro de la etapa de pérdida inicial (antes de formarse el pseudo enjarre). Caso en el cual si se vería afectado reduciendo su valor, tal como sucede.

Con respecto a la eficiencia del fluido y la amplitud de la fractura el tiempo si debe afectarlos puesto que a mayor o menor tiempo de inyección del fluido fracturante mayor o menor es la eficiencia y la amplitud de la fractura, situación que no presenta la teoría de Nolte.

Como se puede observar en la tabla de la fig. 6-2, para la variación que presenta el índice de comportamiento n, de

.14 a .42, el único parámetro constante es la amplitud de la fractura, lo cual resulta ilógico puesto que al variar ascendentemente este parámetro tiende a un fluido newtoniano y este tipo de fluido se pierde mas facilmente por su gran movilidad en la formación, por lo tanto, la amplitud para este caso deberá disminuir, o bien para el otro caso aumentar si n tiende a un fluido no newtoniano. Referente a la variación de los parámetros C, L, EFF y Δt, satisfacen el fenómeno físico que realmente sucede, sin embargo el cambio que presenta L yC resultan con una sensibilidad muy pobre (casi constantes) cuando deberían de tener un rango de sensibilidad mayor.

Al variar el parámetro de degradación viscosa Λ, como se observa en la tabla de la fig. 6-2, se verificará que dicha variación influye en todos los parámetros de diseño, con excepción de la amplitud máxima W. Esta excepción no resulta lógica dado que la $\bar{w}$ se cambia no obstante que deben ser interdependientes. Por otra parte, para un valor mayor de Λ, que corresponde a una mayor degradación del fluido fracturante y en consecuencia una menor viscosidad, resultan lógicas la variación de $\bar{w}$ y al ser interdependiente con la longitud, también los valores de esta pudieron aceptarse; sin embargo, no son congruentes los resultados en cuanto a C y Eff, ya que a menor viscosidad puede asegurarse que la C debe ser mayor - así como menor la eficiencia. Nótese en la tabla de la fig. 6-2 que la variación de A manifiesta alta sensibilidad en C y $\bar{W}$ y siendo un parámetro empírico se recomienda determinarlo con la mayor presición posible.

Concerniente a la posible variación de la altura de la fractura, de 120 a 240 pies, se observa una fuerte variación del coeficiente de pérdida de fluido el cual no debía de verse tan fuertemente afectado. Por lo que respecta a los valores de la amplitud, W, también no deberían ser tan fuertemente afectados, no obstante la variación de la longitud si es congruente con la correspondiente a la altura. En relación a la eficiencia seguramente no debía de ser constante.

La variación de la sección porosa y permeable de la altura de la fractura, Hp, parece no afectar prácticamente ninguno de los parámetros de diseño, sin embargo, analizando el fenómeno real a mayor Hp seguramente deberían obtenerse menores longitudes, amplitudes y eficiencias.

Con relación a la variación del módulo de deformación - plana que implícitamente manifiesta la variación de las propiedades mecánicas correspondiendo al menor valor a rocas - más suaves y el mayor a rocas más compactas, se observa en la tabla aludida que existe variación del coeficiente de pérdida de fluido el cual no debe de verse afectado; la amplitud y la longitud parece tener una variación congruente con el fenómeno físico real.

Por lo que concierne a la diferencia entre la presión de cierre instantánea y la presión de cierre entre su rango de variación de 828 a 1012 Psi. Los parámetros de diseño - coeficiente de pérdida, amplitud máxima y promedio, eficiencia del fluido y el tiempo de cierre de la fractura tienen valores congruentes con el análisis del fenómeno real respondiendo a una alta sensibilidad para la variación analizada. Estos parámetros PC y PCI deben de ser lo más exactamente determinados ya que de ello depende que se obtengan los parámetros de diseño más confiables.

Finalmente la variación sensible del valor de P* parece ser importante en la determinación de C y At.

C	EFF	$\overline{W}$	W	L	Δt	QI	TI	N	A	H	Hp	EDP	PCI-PC	P*
PIE/√MIN	ADIM	Pg	Pg	PIES	MIN	BPM	MIN	ADIM	ADIM	PIES	PIES	PSI	PSI	
6.21×10^{-4} 6.21×10^{-4} 6.21×10^{-4}	.895 .895 .895	.442 .442 .442	.845 .845 .845	108 139 157	430 430 430	18 23 26	8	.28	0	180	141	4.7×10^{6}	920	50
7.17×10^{-4} 6.21×10^{-4} 5.56×10^{-4}	.895 .895 .895	.442 .442 .442	.845 .845 .845	104 139 174	323 430 538	23	6 8 10							
6×10^{-4} 6.21×10^{-4} 6.39×10^{-4}	.898 .895 .892	.442 .442 .442	.845 .845 .845	139 139 138	458 430 409	23	8	.14 .28 .42						
4.85×10^{-4} 6.21×10^{-4} 3.97×10^{-4}	.896 .895 .897	.351 .442 .291	.845 .845 .845	175 139 212	443 430 452	23	8	.28	1 0 2					
2.76×10^{-4} 6.21×10^{-4} 1.10×10^{-3}	.895 .895 .895	.295 .442 .590	.563 .845 1.127	313 139 78	430 430 430	23	8	.28	0	120 180 240				
6.74×10^{-4} 6.21×10^{-4} 5.76×10^{-4}	.895 .895 .895	.442 .442 .442	.845 .845 .845	139 139 139	430 430 430	23	8	.28	0	180	130 141 152			
9.73×10^{-4} 6.21×10^{-4} 4.56×10^{-4}	.895 .895 .895	.693 .442 .325	1.324 .845 .621	88 139 189	430 430 430	23	8	.28	0	180	141	3×10^{6} 4.7×10^{6} 6.4×10^{6}		
6.22×10^{-4} 6.21×10^{-4} 6.21×10^{-4}	.8847 .895 .9037	.398 .442 .487	.761 .845 .930	153 139 128	355 430 512	23	8	.28	0	180	141	4.7×10^{6}	828 920 1012	
4.97×10^{-4} 6.21×10^{-4} 7.45×10^{-4}	.914 .895 .876	.442 .442 .442	.845 .845 .845	142 139 136	649 430 308	23	8	.28	0	180	141	4.7×10^{6}	920	40 50 60

FIG. 6.2 TABLA DE RESULTADOS PARA EL ANALISIS DE SENSIBILIDADES DE CADA UNO DE LOS PARAMETROS IMPLICADOS EN LA TEORIA DE NOLTE.

CAPITULO 7

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1.- Los parámetros de diseño para una estimulación por fracturamiento hidráulico, son obtenidos de una forma simple y directa aplicando la teoría de Nolte[10], con los datos de la declinación de la presión después de un minifrac.

2.- Los parámetros de diseño de pruebas minifrac, permiten ajustar el fracturamiento que se pretende realizar en un pozo através de mejorar, sí así procede, las propiedades del fluido fracturante y limitar los gastos y presiones para evitar fracturar zonas indeseables.

3.- Para que esta serie de pruebas minifrac sean satisfactorias es necesario, entre otras cosas, que: La tubería de revestimiento tenga buena cementación; los aparejos de producción no tengan fugas; que admita la formación productora; que se cuente con suficiente volumen de fluido para llevar a cabo las pruebas en base al gasto máximo programado y el tiempo de inyección del tratamiento; que se tenga un equipo para registrar con exactitud y confiabilidad el gasto y las presiones tanto de inyección como de producción, y que se cuente con personal capacitado - en estas técnicas.

4.- Del análisis de sensibilidad realizado se infiere la necesidad de analizar más a fondo la teoría de Nolte[10] dado que existen expresiones matemáticas que presentan resultados incongruentes con el fenómeno físico real. Dentro de estas incongruencias es necesario extender este análisis a las consideraciones en que se basa la deducción de las expresiones que permiten la obtención de la eficiencia del fluido, amplitud, longitud, coeficiente de pérdida de fluido y tiempo de cierre de la fractura.

Del análisis de la teoría propuesta por Nolte[10], también - se concluye que la determinación de los parámetros obtenidos de la interpretación de las pruebas de campo, (la presión de extensión de la fractura, gasto de inyección, presión de cierre instantánea y presión de cierre) deben determinarse con excelente precisión para tener confiabilidad en su aplicación en los diseños del fracturamiento hidráulico a realizar.

La recomendación de abundar más en el análisis de la teoría de Nolte permitirá definir el grado de confiabilidad y en su caso efectuar modificaciones que la hagan completamen-te confiable, evitando las incongruencias que presentan algu-nas variables con respecto al fenómeno físico real.

N O M E N C L A T U R A

SIMBOLOS	D E F I N I C I O N E S	UNIDADES
A	Area de la sección transversal de una fractura.	ft^2
A(X)	Area de flujo en, X	ft^2
A(X+AX)	Area de flujo en, X+AX	ft^2
A(t)	Area promedio de la sección transversal del elemento en el tiempo,t.	ft^2
a	Parámetro semicuantitativo que permite evaluar la magnitud de la alteración de la viscosidad en la fractura por efecto de temperatura y corte.	adim.
b	Parámetro que permite cuantificar la variación del gasto en la fractura.	adim.
c	Coeficiente de pérdida de fluido	$\frac{ft}{\sqrt{min}}$
c'	Coeficiente de pérdida con respecto a la altura de la fractura.	$\frac{ft}{\sqrt{min}}$
dp/dt	Declinación de la presión con respecto al tiempo	Psi/min

SIMBOLOS	D E F I N I C I O N E S	UNIDADES
E	Módulo de Young de la formación.	Psi
E'	Módulo de deformación plana dado - por, $E' = E/(1-\nu^2)$	Psi
Eff	Eficiencia del fluido fracturante	adim.
f(t)	Valor medio sobre la longitud, L, del inverso de la raíz de la edad de la fractura.	adim.
$g(\delta)$	Función promedio de la declinación del gasto.	adim.
g^{-1}	Función inversa de $g(\delta)$	adim.
$G(\delta,\delta o)$	Función dimensional de la diferencia de presión	adim.
H	Altura total de la fractura.	ft
Hp	Altura de pérdida de fluido	ft
K	Indice de consistencia (Ley de Potencia).	$\frac{lbf\ Seg^{n'}}{ft^2}$
K_o	Indice de consistencia inicial a condiciones a la entrada de la fractura.	$\frac{lbf\ Seg^{n'}}{ft^2}$

SIMBOLOS	D E F I N I C I O N E S	UNIDADES
L	Longitud de la fractura	Pies
n	Indice de comportamiento de flujo (Ley de potencia)	adim.
P	Diferencia de presión en la pared del pozo.	Psi
$\bar{P}$	Presión promedio sobre la longitud de la fractura	Psi
Px	Presión en la fractura en el punto, X.	Psi
P*	Presión de ajuste	Psi
q	Gasto volumétrico de flujo en un punto	BPD
PCI	Presión de cierre instantanea de fractura	Psi
pc	Presión de cierre de la fractura	Psi
q'	Gasto volumétrico por unidad de altura entre las paredes de la fractura.	BPD
Q	Gasto total para las dos alas de la fractura	BPD
S	Rigidéz de la fractura	

SIMBOLOS	D E F I N I C I O N E S	UNIDADES
t	Tiempo total igual a, $to+\Delta t$	min
to	Tiempo total de inyección	min
v_x	Velocidad de entrada del fluido en, X, de la fractura.	ft/min
$vx+\Delta x$	Velocidad de salida del fluido en, $X+\Delta X$.	ft/min
v_l	Velocidad de pérdida del fluido	ft/min
$\langle v_x \rangle$	Velocidad media para una sección transversal de la fractura.	ft/min
V_e	Volumen del elemento considerado	ft^3
V_L	Volumen de pérdida de fluido fracturante.	ft^3
V_f	Volumen de fractura	ft^3
W	Amplitud máxima de fractura en la pared del pozo.	pg.
w	Amplitud máxima en un punto de la fractura.	pg.
$\bar{w}$	Amplitud promedio de la fractura.	pg.
x	Variación de la distencia en la fractura.	ft

SIMBOLOS	DEFINICIONES	UNIDADES
α	Denota proporcionalidad	
β	Relación de la presión promedio a la presión en el pozo.	adim.
βp	Relación de la presión promedio a la presión en el pozo durante el bombeo	adim.
βs	Relación de la presión promedio a la presión del pozo durante el cierre .	adim.
δ	Tiempo de cierre adimensional en términos de tiempo de inyección= $\Delta t/to$	adim.
δo	Tiempo de cierre para diferencias de presión.	adim.
ΔP	Diferencia, $(P_x - \tau)$	Psi
$\overline{\Delta P}$	Presión promedio sobre la longitud de la fractura	Psi
$\Delta P(\delta o,\delta)$	Diferencia de la declinación de la presión entre los tiempos δo y δ	Psi
Δt	Tiempo de cierre de la fractura	min
$\lambda(x,t)$	Gasto de pérdida de fluido por unidad de la longitud através de las paredes de la fractura.	$\frac{ft^2}{min}$

SIMBOLOS	D E F I N C I O N E S	UNIDADES
ν	Relación de Poisson de la roca	adim.
ρ	Relación de la declinación de la presión	adim.
σ	Esfuerzo total perpendicular al plano de la fractura.	Psi
τ	Tiempo en que el fluido fracturante alcanza el elemento considerado	min
T	Esfuerzo de corte	$\frac{Psi}{ft^2}$

R E F E R E N C I A S

1.- Cinco, L.H. y Smaniego, V.F.: "Evaluación de un fracturamiento Hidráulico por medio de pruebas de presión".

2.- Daneshy, A.A.:"On the design of vertical hydraulic fractures". J. Pet. Thec., Jon., 1973.

3.- Dobkins, T.A.: "Methods of Better Determine hydraulic - Fracture Height", paper SPE 8403 presented at SPE 54th Annual Fall Techinal Conference, Las Vegas, sept 23-26, 1979.

4.- Dobkins, T.A.: "Procedures, Results and benefits of Detailed Fracture Treatment Analysis", This paper was at the 56th Annual Fall Techinal Conference, SPE 10130, San Antonio, Tex., 5-7 oct, 1981.

5.- Erdle, J.C., Dowell-Schlumberger: "Results of hydraülic Fracturing treatment BHP Analysis in Peru", SPE 10310 presented, SPE 54th Annual Fall Technical Conference, San Anotnio, Tex., oct. 5-7, 1981.

6.- Geertsma, J. and Deklerk, F.: "A Rapid method of Predicting Width and Extent of Hydraulically Induced Fractures". Journal of Petroleum Technology, December, 1969.

7.- Halliburton Company: "Technical Papers en Fracture Analysis", Duncan, Oklahoma.

8.- Howard, G.C. and Fast. C.R.: "Hydraulic Fracturing", SPE Monograph, Vol. 2, 1970.

9.- Kristianovich, S.A. and Zheltov, Yu. P.: "Formation of Vertical Fractures by Means of Hihgly Viscons Fluids", Proceddings of the 4th World Petroleum Congress, Rome, 1955.

10.-Nolte, K.G.: "Determination of Fracturing Parameters from Fracturing Presure Decline", Paper SPE 8341 presented at SPE 54th Annual Technical Conference, Las Vegas, September 23-26, 1979.

11.- Nolte, K.G. and Smith, M.B.: "Interpretation of Fracturing Pressures", 54th Annual Technical Conference and Exhib., Las Vegas, September, 1979.

12.- Nordgren, R.P.: "Propagation of a Vertical Hydraulic - Fracture, Society of Petroleum Engineering Journal, August, 1972.

13.- Perkins, T.K. and Kern, L.R.: "Widths of Hydraulic Fractures, Journal of Petroleum Technology, Sept., 1961.

14.- Smith, M.B.: "Stimulation Design for Short Precise Hydraulic Fractures - MHF", This paper was presented of the 56th Annual Fall Technical Conference, SPE 10313 San Antonio, Texas, 5-7 oct, 1981.

15.- Sneedon, I.N.: "The Distribution of Stress in the Neighborhood of a Crack in an Elastic Solid", Proc. Royal Soc., 1946.

16.- Veatch, R.W.: "Current Hydraulic Fracturing Treatment - and Design Technology", SPE paper 10039 presented of 18-26 March, 1982.

17.- Bird, R.B.: "Fenómenos de Transporte.

18.- Nolte, K.G.: " Fracture Design Considerations Based on Pressure Analysis", SPE 10911, May 20, 1982. Tyler, Tex.

APENDICE A.

DEDUCCION DETALLADA DE LA TEORIA

APENDICE "A"

DEDUCCION DETALLADA DE LA TEORIA

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD.

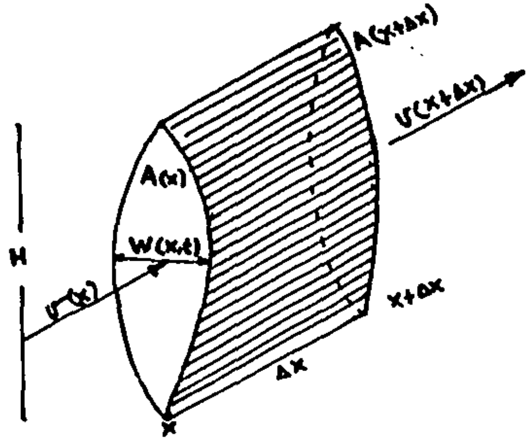
Analizando el elemento sombreado de la fractura mostrada en la Fig. B-3, y aplicando un balance de materia para un flujo de fluido incomprensible se obtiene el siguiente desarrollo:

$$\left\{\begin{matrix}\text{Vol. que entra}\\ \text{en la cara X}\\ \text{en un } \Delta t.\end{matrix}\right\} - \left\{\begin{matrix}\text{Vol. que sale}\\ \text{en la cara}\\ X+\Delta X \text{ en un } \Delta t.\end{matrix}\right\} - \left\{\begin{matrix}\text{Vol. que se}\\ \text{pierde en}\\ \Delta X \text{ en un } \Delta t\end{matrix}\right\}$$

$$= \left\{\begin{matrix}\text{Vol. acumulado}\\ \text{en el elemento}\\ \Delta X \text{ en un } \Delta t\end{matrix}\right\} \qquad \text{-----------(A-1)}$$

analíticamente y de acuerdo con la nomenclatura indicada en la Fig. No. 1, para un intervalo de tiempo considerado Δt, se tiene:

$$\Delta t\ A(X)v(X) - \Delta t\ A(X+\Delta X)\cdot v(X+\Delta X) - \lambda(X,t)\Delta t\Delta X = Ve(t+\Delta t) - Ve(t) \qquad \text{---------------(A-2)}$$



La Fig. A-1 Representa el elemento (ΔX) del ala del modelo geométrico de la fractura.

v(X): Velocidad de entrada del fluido en (x).

v(X+ΔX): Velocidad de salida del fluido en (X+ΔX)

H: Altura de la fractura creada

A(X): Area de flujo en (X)

A(X+ΔX): Area de flujo en (X+ΔX)

w(X,t): Amplitud máxima en (X)

donde:

λ(x,t) : Gasto de pérdida de fluido por unidad de altura a través de las paredes de la fractura.

Ve : Volumen del elemento considerado

El volumen del elemento considerado puede obtenerse en la forma siguiente:

$$Ve = \int_{o}^{\Delta X} A(x,t)dx = \bar{A}(t)\ \Delta X \qquad \text{-----------------------} (A-3)$$

Siendo $\bar{A}(t)$ el área promedio de la sección transversal del elemento en el tiempo t.

Sustituyendo (A-3) en (A-2) y fractorizando Δt y ΔX.

$$-\Delta t\left[A(X+\Delta X)v(X+\Delta X)-A(X)v(X)\right] -\Delta t\Delta X\lambda(X,t)=$$

$$\left[\bar{A}(t+\Delta t)-\bar{A}(t)\right]\Delta X \qquad \text{---------} (A-4)$$

Dividiendo (A-4) entre Δt y ΔX

$$\frac{-\Delta t\left[A(X+\Delta X)v(X+\Delta X) - A(X)\ v(X)\right]}{\Delta t\Delta X} - \frac{\Delta t\Delta X\lambda(x,t)}{\Delta t\Delta X} =$$

$$\frac{\left[\bar{A}(t+\Delta t-A(t)\right]\ \Delta X}{\Delta t\ \ \Delta X}$$

Tomando límites cuando Δt y ΔX tienden A cero:

$$-\lim_{\Delta X\to o}\left[A(X+\Delta X)v(X+\Delta X)\right] -\lim_{\Delta X\to o}\left[\lambda(x,t)\right] = \lim_{\Delta t\to o}\frac{\bar{A}(t+\Delta t)-\bar{A}(t)}{\Delta t} \qquad \text{---} (A-5)$$

El primero y tercer miembro de esta ecuación es por definición la primera derivada de $A\bar{v}$ y $\bar{A}$ con respecto a (x,t). Por lo tanto, la ecuación (A-5) puede escribirse así:

$$\frac{\partial A\bar{v}(x,t)}{\partial x} + \lambda(x,t) + \frac{\partial \bar{A}(x,t)}{\partial t} = 0 \qquad \text{--------------(A-6)}$$

Como el gasto es igual al área por la velocidad, y siendo Q el gasto, se tiene la ecuación de continuidad como:

$$-\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = \lambda(x,t) + \frac{\partial \bar{A}(x,t)}{\partial t} \qquad \text{---------------(A-7)}$$

Evaluación del término $\lambda(x,t)$

El término $\lambda(x,t)$, es el gasto de fluido perdido por unidad de altura en las paredes de la fractura estando relacionado con la velocidad de pérdida del fluido v_ℓ, por la expresión [12]:

$$\lambda = \int_{-H/2}^{H/2} 2v_\ell dz$$

Considerando a v_ℓ constante para cualquier punto del elemento ΔX, e integrando se tiene:

$$\lambda = 2v_{\ell}H \qquad \text{-------------------------(A-8)}$$

Donde v_{ℓ} está determinada por la expresión de Howard y - Fast[8] de la siguiente manera:

$$v_{\ell} = \frac{C}{\sqrt{to - \tau}} \qquad \text{---------------(A-9)}$$

donde:

H: Altura total de la fractura, obtenida por un registro de temperatura o con trazadores radioactivos.

C: Coeficiente de pérdida de fluido.

τ: Tiempo en que el fluido fracturante alcanza el elemento considerado.

to: tiempo total de bombeo

($t-\tau$): Intervalo de tiempo durante el cual, en el elemento considerado se ha tenido pérdida.

Sustituyendo (A-9) en (A-8)

$$\lambda = \frac{2CH}{\sqrt{t_0-\tau}} \qquad \text{-----------------(A-10)}$$

En esta ecuación se supone que a través de toda la pared de la fractura propagada se presenta pérdida; sin embargo, - sólo habrá pérdida para la zona de formación porosa y permeable; no existiendo en zonas lutíticas. Por ejemplo, la altura total, de una fractura creada no siempre será la altura de fractura por donde existan posibilidades de pérdida de fluido a la formación. Por esta razón es conveniente modificar la ecuación (A-10), sustituyendo la altura total de la fractura por la que se tuvo pérdida (zona porosa y permeable), quedando la ecuación, así:

$$\lambda = \frac{2CHp}{\sqrt{t_0 - \tau}} \quad \text{----------------- (A-11)}$$

Evaluación de la variación del área de la sección transversal de la fractura respecto al tiempo.

El área de la sección transversal de una fractura de forma elíptica, con diámetro mayor (H) y diámetro menor (W) máxima, está dada por:

$$A = \frac{\pi}{4} W H \quad \text{------------------------(A-12)}$$

La amplitud máxima (W) de la fractura en la vecindad del pozo está determinada por la ecuación de Sneddon[15] en la siguiente forma:

$$W = \frac{2(Px - \sigma)(1 - \nu^2) H}{E} \quad \text{---------------(A-13)}$$

donde:

Px: Presión en la fractura en el punto (x)

E: Módulo de Young de la formación.

σ: Esfuerzo total perpendicular al plano de la fractura.

ν: Relación de Poisson de la roca.

Si (E') es el módulo de deformación plana dado por $E' = E/(1-V^2)$ y ΔP es la diferencia $(Px-\sigma)$, la ecuación (A-13) - queda:

$$W = \frac{2\Delta P\ H}{E'} \qquad \text{------------------------(A-14)}$$

Sustituyendo la Ecuación (A-14) en la ecuación (A-12)

$$A = \frac{\pi}{2}\ \frac{\Delta P\ H^2}{E'} \qquad \text{-----------------(A-15)}$$

Diferenciando la ecuación (A-15)

$$\frac{\partial A(x,t)}{\partial t} = \frac{\pi H^2}{2E'}\ \frac{\partial \Delta P}{\partial t} \qquad \text{------------- (A-16)}$$

Evaluación de la ecuación de continuidad.

Reemplazando las expresiones (A-11) y (A-16) en (A-7) y - considerando constantes H y E' se tiene:

$$-\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{2cHp}{\sqrt{t_0 - \tau(x)}} + \frac{\pi H^2}{2E'}\ \frac{\partial \Delta P}{\partial t} \qquad \text{------------------------(A-17)}$$

Separando variables e integrando la ecuación (A-17) sobre la longitud de la fractura:

$$-Q(L) + Q(0) = 2cHp \int_{o}^{L} \frac{dx}{\sqrt{t_0-\tau(x)}} + \frac{\pi H^2}{2E'} \int_{o}^{L} \frac{\partial \Delta P}{\partial t}\, dx \quad \text{-----(A-18)}$$

Al término de la fractura para un tiempo, to, se suspende el bombeo y Q(0)=0 y Q(L)=0, esto último considerando que no se extiende más la fractura creada. Tomando estas condiciones de frontera, de la ecuación (A-18) se tiene:

$$2cHp \int_{o}^{L} \frac{dx}{\sqrt{to-\tau(x)}} + \frac{\pi\ H^2}{2E'} \int_{o}^{L} \frac{\partial\ (\Delta P)}{\partial t} \Bigg|_{t=to} dx = 0 \quad \text{---------(A-19)}$$

Aplicando el teorema del valor medio a las integrales de la ecuación (A-19) se tiene:

$$\int_{o}^{L} \frac{dx}{\sqrt{t_0 - \tau(x)}} = f(t)\frac{L}{\sqrt{to}} \quad \text{------------ (A-20)}$$

Siendo f(t) el valor medio sobre la longitud (L) del inverso de la raíz de la edad de la fractura.

En la misma forma:

$$\int_{o}^{L} \frac{\partial \Delta P}{\partial t}\ dx = \frac{\partial}{\partial t}\int_{o}^{L} \Delta P dx = \frac{\partial}{\partial t}\ (\overline{\Delta P})L = L\frac{\partial}{\partial t}\ \overline{\Delta P} \quad \text{-------(A-21)}$$

donde $\overline{\Delta P}$ es la presión promedio sobre la longitud de la fractura.

Sustituyendo (A-20) y (A-21) en (A-19)

$$2\ C_{Hp}\ \frac{L}{\sqrt{to}}\ f(t) + \frac{\pi H^2 L}{2\ E'}\ \frac{\partial}{\partial t}\ \overline{\Delta P} = 0 \quad \text{--------(A-22)}$$

La evaluación del término ($\overline{\Delta P}$) de la ecuación (A-22) se lleva a cabo mediante un balance de cantidad de movimiento de un fluido que fluye através de dos placas fijas y paralelas, simulando al flujo a través de la fractura[17].

Considérese el volumen de control indicado en la figura No. 2 y las siguientes suposiciones.

1.- Fluido no Newtoniano (Ley de Potencia).

2.- Flujo laminar

3.- Régimen permanente

4.- Fluido incomprensible

5.- No existen Perturbaciones en los extremos del volumen de control.

6.- No se toma en cuenta el colgamiento del fluido

7.- La densidad y la viscosidad permanecen constantes.

8.- La fuerza de gravedad se considera despreciable.

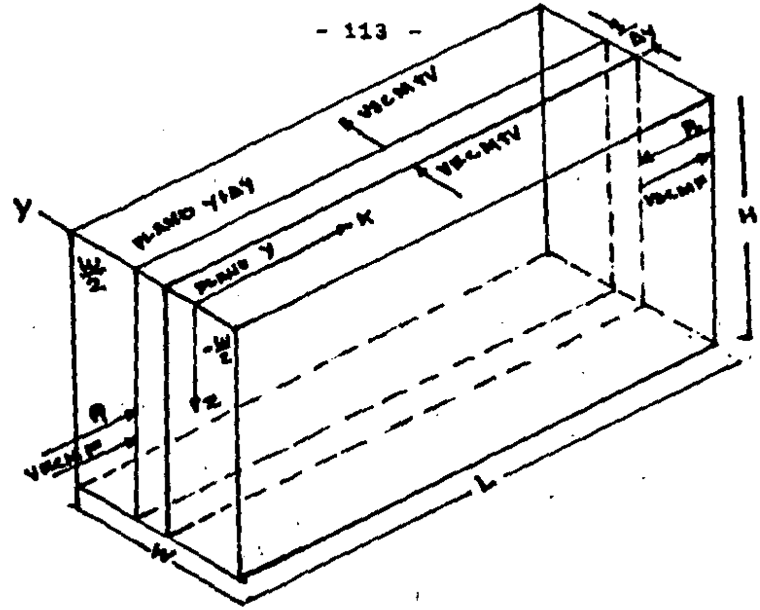


Fig A-2 Representación esquemática del flujo de fluido entre dos placas.

donde:

Vecmtv: Velocidad de entrada de cantidad de movimiento por transporte viscoso.

Vscmtv: Velocidad de salida de cantidad de movimiento por transporte viscoso.

Vecmf: Velocidad de entrada de cantidad de movimiento debido al flujo.

Vscmf: Velocidad de salida de cantidad de movimiento debido al flujo.

Δy: Espesor del volumen de control

P_1 y P_2: Presiones en la entrada y salida del vc.

Las fuerzas que actuan sobre el sistema provienen de una fuente externa y son las de presión.

Aplicando un balance de cantidad de movimiento al volumen de control de espesor (Δy), limitado por los planos X=0 y -- X=L y que se extiende una distancia H en la dirección (Z), - vease la Fig. A-2; se tiene la siguiente expresión:

$$\left\{\begin{bmatrix}\text{Velocidad de}\\ \text{entrada de -}\\ \text{cantidad de}\\ \text{movimiento.}\end{bmatrix}\right\} - \left\{\begin{bmatrix}\text{Velocidad de}\\ \text{salida de -}\\ \text{cantidad de}\\ \text{movimiento}\end{bmatrix}\right\} + \left\{\begin{bmatrix}\text{Suma de}\\ \text{fuerzas}\\ \text{que ac-}\\ \text{tuan}\end{bmatrix}\right\} = 0 \quad \text{---(A-23)}$$

Desarrollando:

$$\underset{\text{(Vecmtv)}}{\left\{\begin{bmatrix}\text{Vel. de entrada}\\ \text{de C.M en X a-}\\ \text{través de la}\\ \text{sup. situada en}\\ \text{y por T. viscoso}\end{bmatrix}\right\}} - \underset{\text{(Vscmtv)}}{\left\{\begin{bmatrix}\text{Vel. de salida}\\ \text{de C.M en X a-}\\ \text{través de la}\\ \text{sup. situada en}\\ \text{y+}\Delta\text{y por T. vis}\\ \text{coso.}\end{bmatrix}\right\}} + \underset{\text{(Vecmf)}}{\left\{\begin{bmatrix}\text{Vel. de entrada}\\ \text{de C.M en X a-}\\ \text{través de la}\\ \text{sup. situada en}\\ \text{X=0 por mov.}\\ \text{fluido}\end{bmatrix}\right\}}$$

$$\underset{\text{(Vscmtf)}}{\left\{\begin{bmatrix}\text{Vel. de salida}\\ \text{de C.M a traves}\\ \text{de la sup. situa}\\ \text{da en X=L por}\\ \text{mov. fluido}\end{bmatrix}\right\}} + \underset{(\Sigma\ \text{Fzas})}{\left\{\begin{bmatrix}\text{Las fuerzas de}\\ \text{presión que ac}\\ \text{tuan sobre el}\\ \text{fluido}\end{bmatrix}\right\}} = 0 \quad \text{--------(A-24)}$$

Valorando cada uno de los términos

$$\text{Vectmv} = \frac{CM}{t} = \frac{mv}{t}\left[\frac{v}{v}\right] = \frac{v\rho v}{t} = \frac{LH\Delta y\rho v}{t}\left[\frac{\Delta y}{\Delta y}\right] =$$

$$\frac{LHv(\Delta y)^2\rho^M}{\Delta y\ \ t} = \frac{LH\mu v^{\tau}}{\Delta y} = LH\tau_{xy}\Big|_{y} \quad \text{--------------(A-25)}$$

Similarmente se obtiene :

$$Vscmtv = LH\tau_{yx} \Big|_{y+\Delta y} \text{-------------------------}(A\text{-}26)$$

Para:

$$Vecmtf = \frac{CM}{t} = \frac{mv}{t}\left[\frac{v}{v}\right] = \Delta y\ H\ \frac{x}{t}\ \frac{\rho vx}{t} =$$

$$\Delta yHvx^2\rho \Big|\ x = 0 \text{-------------------------}(A\text{-}27)$$

Similarmente se obtiene:

$$Vscmtf = \Delta yHv^2\rho \Big|\ x = L \text{-------------------------}(A\text{-}28)$$

La suma de las fuerzas en el sistema:

$$\Sigma Fzas = A(P_1 - P_2) = H\Delta y\ (p_1 - P_2) \text{---------------}(A\text{-}29)$$

La entrada y salida se toma en la dirección de los ejes.

Sumando las contribuciones; (A-25), (A-26), (A-27), (A-28) y (A-29) al balance de cantidad de movimiento (A-24) se tiene la siguiente expresión:

$$LH\left[\tau_{yx}\ |y - \tau_{yx}\ |\ y+\Delta y\right] + \Delta y\ Hv^2\rho\ |x = 0 - \Delta yHv^2\rho|\ x = L$$
$$+ H\Delta y\ (p_1 - P_2) = 0 \text{-------------------------}(A\text{-}30)$$

Como se supone que el fluido es imconprensible (v) es la misma para x=0 y x=L por esa razón se anulan los términos en la ec. (A-30), diviendo la ec. mencionada entre (LH Δy) y pasando al límite cuando Δy tiende a cero, queda:

$$\lim_{\Delta y \to 0} \left[\frac{\tau_{yx} \mid_{y+\Delta y} - \tau_{yx} \mid_{y}}{\Delta y} \right] = \lim_{\Delta y \to 0} \left[\frac{P_1 - P_2}{L} \right] \quad \text{----(A-31)}$$

El primer miembro de la ec. (A-31) es por definición la - primera derivada y por consiguiente la ec. (A-31) se puede es cribir así:

$$\frac{d}{dy} (\tau_{yx}) = \frac{\Delta P}{L} \quad \text{----------------(A-32)}$$

Separando variables e integrando la ec. (A-32)se obtiene:

$$\int d(\tau_{yx}) = \frac{\Delta P}{L} \int dy$$

$$\tau_{yx} = \frac{\Delta P Y}{L} + C_1 \quad \text{-----------------(A-33)}$$

Dada la simetría del problema, lo que ocurre en la región $-\frac{W}{2} \leq y \leq o$ es lo mismo que ocurre en la región $o \leq y \leq \frac{W}{2}$. en el plano y=o se tiene dada la simetría mencionada; y v_x es máxima, por lo tanto $dv_x/dy = 0$ y consecuentemente $\tau_{yx} \mid_{y=0} = 0$

El problema puede entonces concretarse en resolver el fenó meno de transporte[17] en cualquiera de las dos regiones, por ejemplo $0 \leq y \leq \frac{W}{2}$; con las condiciones de frontera siguientes:

$$v_x \mid_{y = \frac{W}{2}} = 0 \; ; \quad \tau_{yx} \underset{y=0}{=} 0$$

Esto implica que (C_1) de la ec. (A-33) es igual a cero, por lo tanto:

$$\tau_{yx} = \frac{\Delta P y}{L} \qquad \text{--------------------- (A-34)}$$

Para un fluido no newtoniano que obedece la Ley de Potencia se tiene:

$$\tau_{yx} = K \left| - \frac{dv_x}{dy} \right|^n \qquad \text{-----------------(A-35)}$$

Sustituyendo (A-35) en (A-34)

$$K \left| - \frac{dv_x}{dy} \right|^n = \frac{\Delta P y}{L}$$

$$\frac{dv_x}{dy} = - \left[\frac{\Delta P}{KL} \right]^{1/n} Y^{1/n} \qquad \text{-------------(A-36)}$$

Separando variables e integrando:

$$\int dv_x = - \left[\frac{\Delta P}{KL} \right]^{1/n} \int Y^{1/n} \, dy$$

$$v_x = - \left[\frac{\Delta P}{KL} \right]^{1/n} \frac{Y^{\frac{n+1}{n}}}{\frac{1}{n} + \frac{n}{n}} + C_2$$

$$v_x = - \frac{n}{n+1} \left[\frac{\Delta P}{KL}\right]^{1/n} Y^{n+1/n} + C_2 \text{ --------- (A-37)}$$

Evaluando C_2 de la ec. (A-37) para las condiciones de frontera siguientes:

$$\text{Si} \quad y = \frac{w}{2} \quad ; v_x = 0 \text{ ----------------------------(A-38)}$$

W = Amplitud máxima en un punto de la fractura sustituyendo (A-38) en (A-37)

$$0 = - \frac{n}{n+1} \left[\frac{\Delta P}{KL}\right]^{1/n} \left[\frac{w}{2}\right]^{n+1/n} + C_2$$

donde:

$$C_2 = \frac{n}{n+1} \left[\frac{\Delta P}{KL}\right]^{1/n} \left[\frac{w}{2}\right]^{n+1/2}$$

Reemplazando (A-39) en (A-37)

$$v_x = \frac{n}{n+1} \left[\frac{\Delta P}{KL}\right]^{1/n} \left[\frac{w}{2}\right]^{n+1/n} - \frac{n}{n+1} \left[\frac{\Delta P}{KL}\right]^{1/n} Y^{n+1/n}$$

Factorizando la ecuación anterior:

$$v_x = \frac{n}{n+1} \left[\frac{\Delta P}{KL}\right]^{1/n} \left[\left[\frac{W}{2}\right]^{n+1/n} - Y^{n+1/n} \right] \text{-------- (A-40)}$$

La velocidad media $< v_x >$ para una sección transversal, se obtiene mediante el cálculo siguiente[17]:

$$< v_x > = \frac{\int_o^{W/2} \int_o^{L} v_x \, d_x \, d_y}{\int_o^{W/2} \int_o^{L} d_x \, d_y} = \frac{\left(\int_o^{L} d_x \right) \int_o^{W/2} v_x \, d_y}{\left(\int_o^{L} d_x \right) \int_o^{W/2} d_y}$$

$$< v_x > = \frac{2}{w} \int_o^{w/2} v_x \, d_y \qquad \text{--------------------(A-41)}$$

Sustituyendo (A-40) en (A-41)

$$< v_x > = \frac{2}{w} \int_o^{w/2} \frac{n}{n+1} \left(\frac{\Delta P}{KL}\right)^{1/n} \left[\left(\frac{w}{2}\right)^{n+1/n} - Y^{n+1/n} \right] d_y .$$

$$< v_x > = \frac{2n}{w(n+1)} \left(\frac{\Delta P}{KL}\right)^{1/n} \left[\int_o^{w/2} \left(\frac{w}{2}\right)^{n+1/n} d_y - \int_o^{w/2} Y^{n+1/n} d_y \right]$$

$$< v_x > = \frac{2n}{w(n+1)} \left(\frac{\Delta P}{KL}\right)^{1/n} \left[\left(\frac{w}{2}\right)^{n+1/n \, + \, n/n} - \frac{n}{2n+1} \left(\frac{w}{2}\right)^{n+1/n+n/n} \right]$$

$$< v_x > = \frac{2n}{w(n+1)} \left(\frac{\Delta P}{KL}\right)^{1/n} \left[\left(\frac{w}{2}\right)^{2n+1/n} - \frac{n}{2n+1} \left(\frac{w}{2}\right)^{2n+1/n} \right]$$

Rearreglando y factorizando se tiene:

$$< v_x > = \frac{2n}{W(n+1)} \left(\frac{\Delta P}{KL}\right)^{1/n} \left(\frac{W}{2}\right)^{2n+1/n} \left[1 - \frac{n}{2n+1}\right]$$

$$< v_x > = \frac{2n}{W(n+1)} \left(\frac{\Delta P}{KL}\right)^{1/n} \left(\frac{W}{2}\right)^{2n+1/2} \left(\frac{n+1}{2n+1}\right)$$

$$< v_x > = \frac{2}{W} \left(\frac{n}{2n+1}\right) \left(\frac{\Delta P}{KL}\right)^{1/n} \left(\frac{W}{2}\right)^{2n+1/n} \quad \text{-----------------(A-42)}$$

La velocidad volumétrica del flujo (q) se obtiene a partir de la velocidad media $< v_x >$ o por la integración de la distribución de velocidad[17] (v_x)

$$q = \int_o^W \int_o^H v_x \, d_y \, d_z = WH < v_x > \quad \text{------------------(A-43)}$$

Sustituyendo (A-42) en (A-43)

$$q = 2H \left[\left(\frac{n}{n+1}\right) \left(\frac{\Delta P}{KL}\right) \left(\frac{W}{2}\right)^{2n+1/n} \right]. \quad \text{----------------------(A-44)}$$

Si $q = q'H$ ----------------------------------(A-45)

Sustituyendo (A-45) en (A-44)

$$q'H = 2H\left[\left(\frac{n}{n+1}\right)\left(\frac{\Delta P}{KL}\right)^{1/n}\left(\frac{w}{2}\right)^{2n+1/n}\right]$$

$$q' = \frac{2n}{n+1}\left(\frac{\Delta P}{KL}\right)^{1/n}\left(\frac{w}{2}\right)^{2n+1/n} \qquad \text{-------------------------(A-46)}$$

Elevando a la n la ecuación (A-44)

$$q'^{n} = 2^{n}\left(\frac{n}{2n+1}\right)^{n}\left(\frac{\Delta P}{KL}\right)\left(\frac{w}{2}\right)^{\frac{2n+1}{n}\,n}$$

$$q'^{n} = 2^{n}\left(\frac{n}{2n+1}\right)^{n}\left(\frac{\Delta P}{KL}\right)\left(\frac{w}{2}\right)^{2n+1} \qquad \text{-------------------------(A-47)}$$

Considerando $(\Delta p/L)$ como el gradiente (dp/dx) se obtiene:

$$\frac{dp}{dx} = \left(\frac{2n+1}{n}\right)^{n}\frac{q'^{n}K}{2^{-(n+1)}w^{2n+1}} = \left(\frac{2n+1}{n}\right)^{n}\frac{2^{n+1}q'^{n}K}{w^{2n+1}}$$

$$\frac{dp}{dx} = \left(\frac{2n+1}{n}\right)^{n}\frac{2^{n}(2)q'^{n}K}{w^{2n+1}} \qquad \text{-------------------------(A-48)}$$

si $m = \frac{2n+1}{n}$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{2\;2^{n}m^{n}q'^{n}K}{w^{2n+1}}$$

Finalmente el gradiente de presión es :

$$\frac{dp}{dx} = \frac{2K\ (2mq')^n}{w^{2n+1}} \qquad \text{-----------------------------(A-49)}$$

donde,

q' : Gasto volumétrico por unidad de altura entre las paredes de la fractura.

El gasto total Q en cualquier punto de la fractura en ambas - alas se determina mediante la siguiente expresión:

$$Q = 2\int_{-H/2}^{H/2} q'dy \qquad \text{---------------------------(A-50)}$$

Elevando a la 1/n la expresión (A-49) y despejando q' se obtiene:

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)^{1/n} = \frac{(2K)^{1/n}\,2mq'}{w^{(2n+1)\ 1/n}}$$

$$q' = \frac{(dp/dx)^{1/n}\ w^{2n+1/n}}{(2K)^{1/n}\ 2m}$$

$$q' = \frac{1}{m}\left(\frac{1}{2K}\ \frac{dp}{dx}\right)^{1/n}\ \frac{w}{2}^{\,2n+1/n}$$

$$q' = \frac{w^m}{2m}\left(\frac{1}{2K}\ \frac{dp}{dx}\right)^{1/n} \qquad \text{--------------------------(A-51)}$$

sustituyendo la ecuación (A-51) en la ecuación (A-50)

$$Q = 2 \int_{-H/2}^{H/2} \frac{w^m}{2m} \left(\frac{1}{2K} \frac{dp}{dx} \right)^{1/n} dy$$

$$Q = \frac{1}{m} \left(\frac{1}{2K} \frac{dp}{dx} \right)^{1/n} \int_{-H/2}^{H/2} w^m \, dy \quad \text{------------------------(A-52)}$$

Si se multiplica y se divide la ecuación (A-52) por el factor ($W^m H$) se tiene:

$$Q = \frac{1}{m} \left(\frac{1}{2K} \frac{dp}{dx} \right)^{1/n} W^m \, H \int_{-H/2}^{H/2} \left(\frac{w}{W} \right)^m \frac{dy}{H} \quad \text{---------------(A-53)}$$

si se designa $\phi(n)$ al miembro de integración de la ecuación (A-53)

$$\phi(n) = \int_{-H/2}^{H/2} \left(\frac{w}{W} \right)^m \frac{dy}{H} \quad \text{---------------------------- (A-54)}$$

sustituyendo (A-54) en (A-53) se obtiene:

$$Q = \left(\frac{1}{2K} \frac{dp}{dx} \right)^{1/n} W^m \, H \, \frac{\phi(n)}{m} \quad \text{-------------------------(A-55)}$$

donde:

Q: Gasto total para las dos alas de la fractura.

W: Amplitud máxima de la fractura en la pared del pozo.

Despejando el gradiente de presión de la ecuación (A-55)

$$\frac{dp}{dx} = \frac{Q^n \; K \; 2 \; m^n}{W^{mn} H^n \phi(n)^n} \quad \text{-------------------------------} \quad (A\text{-}56)$$

si

$$M = 2 \left(\frac{m}{\phi(n)} \right)^n \quad \text{-------------------------------------} (A\text{-}57)$$

sustituyendo (A-57) en (A-56)

$$\frac{dp}{dx} = \frac{MKQ^n}{H^n W^{2n+1}} \quad \text{-------------------------------------} (A\text{-}58)$$

Sí la fractura responde elásticamente a la presión interna, - entonces por Sneddon[15] y de la ecuación (A-13)

$$P = SW \quad \text{---------------------------------} (A\text{-}59)$$

donde S es la rigidéz de la fractura definida mediante la siguiente expresión:

$$S = \frac{E'}{2H} = \frac{E}{2(1-\nu^2)H} \quad \text{--------------------- (A-60)}$$

y P es la diferencia de la presión en la pared del pozo y el esfuerzo de cierre, elevando a la potencia (2n+1) ambos miembros de la ecuación (A-59) y sustituyendo W^{2n+1} en (A-58) se obtiene:

$$W^{2n+1} = \left(\frac{P}{S}\right)^{2n+1}$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{M\ K\ Q^n}{H^n\ (P/S)^{2n+1}} \quad \text{--------------------(A-61)}$$

Separando variables en (A-61) y suponiendo un medio elástico, homogéneo e infinito con altura y rigidez constante, la expresión (61) da:

$$P^{2n+1}dP = \frac{MS^{2n+1}}{H^n}\ KQ^n dx \quad \text{--------------------(A-62)}$$

ó

$$P^{2n+1}dP\ \alpha\ \ KQ^n dx \quad \text{---------------------------(A-63)}$$

Considerando que K y Q tienen una relación exponencial a lo largo de la fractura:

$$K = Ko(x/L)^a \quad \text{-------------------------(A-64)}$$

$$Q = Qo(x/1)^{b} \qquad \text{-------------------------} (A\text{-}65)$$

donde:

Qo : Gasto total para las dos alas de la fractura.

Ko : Indice de consistencia inicial a condiciones a la entrada de la fractura.

a : Parámetro semicuantitativo que permite evaluar la magnitud de la alteración de la viscosidad en la fractura por efecto de temperatura y corte.

En la ecuación (64) la variación del índice de consistencia o equivalentemente a la viscosidad; puede representarse como:

a = 0 ; Fluido de viscosidad constante

a = 1 ; fluido de degradación media (A-66)

a = 2 ; Fluido de degradación alta.

b : Parámetro que permite cuantificar la variación del gasto en la fractura.

Reemplazando (A-64) y (A-65) en (A-62) e integrando se obtiene:

$$\int_{o}^{P(x)} P^{2n+1}dP = \frac{MS^{2n+1}}{H^{n}} \int_{o}^{x} Ko\left(\frac{x}{L}\right)^{a} \left[Qo\left(\frac{x}{L}\right)^{b}\right]^{n} dx$$

$$\int_0^{Px} p^{2n+1}dp = \frac{MS^{2n+1}KoQo^n}{H^n \; L^a \; L^{bn}} \int x^a \; x^{bn} \; dx$$

$$\frac{P(x)^{2n+2}}{2n+2} = \frac{MS^{2n+1}KoQo^n}{H^n \quad L^{a+bn}} \int_0^x x^{a+bn}dx$$

$$\frac{P(x)^{2n+2}}{2n+2} = \frac{MS^{2n+1}KoQo^n \;\; x^{a+bn+1}}{(a+bn+1) \; H^n \;\; L^{a+bn}} \qquad \text{------------------(A-67)}$$

Despejando P(x) de (A-67)

$$P(x) = \left[\frac{(2n+2)MS^{2n+1}KoQo^n \;\; x^{a+bn+1}}{(a+bn+1) \;\; H^n \;\; L^{a+bn}} \right]^{1/2n+2} \qquad \text{----------------(A-68)}$$

Por el teorema del valor medio, el valor de $\overline{P}$, a lo largo de la fractura, de (A-68) es:

$$\overline{P} = \frac{1}{L}\int_0^L P(x)\; dx = \frac{1}{L}\int_0^L \left[\frac{(2n+2)MS^{2n+1}KoQo^n x^{a+bn+1}}{(a+bn+1) \;\; H^n \;\; L^{a+bn}} \right]^{1/2n+2} dx \qquad \text{(A-69)}$$

Resolviendo la integral de (A-69)

$$\overline{P} = \frac{1}{L}\int_0^L P(x)\; dx = \left\{ \frac{\left[\frac{(2n+2)MS^{2n+1}KoQo^n}{(a+bn+1)H^nL^{a+bn}} \right] L^{\frac{a+bn+1}{2n+2}+1}}{\frac{a+bn+1}{2n+2}+1} \right\} \text{----(A-70)}$$

sí, $e = \frac{a+bn+1}{2n+2}$ ------------------------------(A-71)

Sustituyendo (A-71) en (A-70)

$$\bar{P} = \frac{1}{L}\int_0^L p(x)dx = \frac{1}{L}\left\{\left[\left[\frac{(2n+2)MS^{2n+1}KoQo^n}{(a+bn+1)H^nL^{a+bn}}\right]^{1/2n+2} \frac{L^{e+1}}{e+1}\right]\right\} \text{--(A-72)}$$

Simplificando L de (A-72)

$$L^{-1}\, L^{\frac{-(a+bn)}{2n+2}}\, L^{\frac{a+bn+1}{2n+2}+1} = L^{\left(-1-\frac{(a+bn)}{2n+2}+\frac{a+bn+1}{2n+2}+1\right)}$$

$$L^{\left(\frac{-2n-2-a-bn+a+bn+1+2n+2}{2n+2}\right)} = L^{\frac{1}{2n+2}} \text{ ---------------(A-73)}$$

sustituyendo (A-73) en (A-72)

$$\bar{P} = \frac{1}{L}\int_0^L P(x)\, dx = \left[\frac{(2n+2)\ MS^{2n+1}KoQo^nL}{(a+bn+1)\ H^n}\right]^{\frac{1}{2n+2}} \frac{1}{e+1} \text{ --------------(A-74)}$$

L a ecuación (A-74) en forma proporcional da:

$$\bar{P} = \frac{1}{L}\int_0^L P(x)\ dx\ \alpha\ \frac{(KoQo^nL)^{\frac{1}{2n+2}}}{e+1} \text{ --------------------(A-75)}$$

Tambíen de la Ecuación (A-68) se calcula la presión P en - el pozo, para X=L se obtiene:

$$P = P(L) = \left[\frac{(2n+2)MS^{2n+1} KoQo^{n} \; L^{a+bn+1}}{(a+bn+1) \; H^{n} \quad L^{a+bn}} \right]^{\frac{1}{2n+2}} \quad \text{----------(A-76)}$$

$$P = P(L) = \left[\frac{(2n+2)MS^{\;2n+2} KoQo^{n} \;\; L}{(a+bn+1) \; H^{n}} \right]^{\frac{1}{2n+2}} \quad \text{-----------(A-77)}$$

En forma proporcional la Ec. (A-77) se puede representar en la siguiente manera:

$$P = P(L) \;\alpha\; (KoQo^{n} \; L)^{\frac{1}{2n+2}} \quad \text{-------------------------(A-78)}$$

La P(L) de la Ec. (A-77) también se puede expresar en términos de M' como la usa K.G. Nolte[10]

$$M' = \left[(2n+2) \;\; M \right]^{\frac{1}{2n+2}} \quad \text{-------------------------(A-79)}$$

Sustituyendo (A-79) en (A-77) finalmente se obtiene:

$$P(L) = M' \left[\frac{S^{(2n+1)} Ko \;\; Qo^{n} \;\; L}{(a+bn+1) \;\; H^{n}} \right]^{\frac{1}{2n+2}} \quad \text{---------------- (A-80)}$$

Formando una relación de $\overline{P}$ de la ec. (A-74) y P de la ec, (A-77) se tiene:

$$\frac{\bar{P}}{P} = \frac{\left[\dfrac{(2n+2)MS^{2n+1}Ko\ Qo^{n}\ L}{(a+bn+1)\ H^{n}}\right]^{\frac{1}{2n+2}}}{\left[\dfrac{(2n+2)MS^{2n+1}Ko\ Qo^{n}\ L}{(a+bn+1)\ H^{n}}\right]^{\frac{1}{2n+2}}} \cdot \frac{1}{c+1}$$

$$\frac{\bar{P}}{P} = \frac{1}{c+1} = \frac{1}{\dfrac{a+bn+1}{2n+2}+1} = \frac{2n+2}{a+bn+1+2n+2} = \frac{2n+2}{a+bn+3+2n} =$$

$$= \beta \qquad \text{-----------------------(A-81)}$$

Despejando $\bar{P}$ de la ec. (A-81) se obtiene:

$$\bar{P} = \frac{1}{L}\int_{o}^{L} pdx = \beta P \qquad \text{-------------------(A-82)}$$

Donde:

β : Relación de la presión promedio a la presión en pozo al término de la fractura, es decir en la etapa de cierre para t=to y b=0 la relación de la presión β se expresa en la siguiente forma:

$$\beta_s = \frac{2n+2}{2n+a+3} \quad \text{en el cierre} \qquad \text{-------------- (A-83)}$$

Durante el bombeo pra b=1, β se expresa como:

$$\beta_p = \frac{2n+2}{3n+3+a} \quad \text{en el bombeo} \qquad \text{-----------------(A-84)}$$

Donde:

β_s : Relación de la presión promedio a la presión en el pozo durante el cierre.

β_p : Relación de la presión promedio a la presión en el pozo durante el bombeo.

La relación β_p/β_s se determina de las ecuaciones (A-83) y (A-84)

$$\frac{\beta_p}{\beta_s} = \frac{\frac{2n+2}{3n+3+a}}{\frac{2n+2}{2n+3+a}} = \frac{2n+3+a}{3n+3+a} \qquad \text{-----------------(A-85)}$$

Sustituyendo la ec. (A-82) en la ec. (A-22) se obtiene:

$$2CH_p \frac{L}{\sqrt{to}} f(t) + \frac{\pi H^2 L}{2E'} \beta \frac{dp}{dt} = 0 \qquad \text{-----------(A-86)}$$

Despejando dp/dt y evaluando esta variación para el cierre β por β_s en la ecuación (A-86), finalmente se llega a:

$$\frac{dp}{dt} = - \frac{4CHp\ E'\ f(t)}{\pi H^2\ \beta_s\ \sqrt{to}} \qquad \text{--------------------(A-87)}$$

En la ecuación (A-87) la declinación de la presión con res pecto al tiempo después del cierre es función de sólo f(t). Esta función f(t) puede evaluarse para dos casos límite[12], para cuando la fractura se esta desarrollando.

En un caso que corresponde a una frontera inferior, la velocidad de extensión de la fractura, es denominada por la pérdida de fluido y de aquí se puede suponer que el término ----- $\partial \dot{\bar{\Lambda}}(x,t)/\partial t$ de la ec. (A-7), que representa al cambio del volumen del elemento considerado o el almacenamiento del fluido, es despreciable. De esta consideración se obtiene el siguiente desarrollo.

De (A-7)

$$-\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = \lambda(x,t) + \frac{\partial \bar{\Lambda}(x,t)}{\partial t}$$

Para una alta pérdida $\partial \bar{\Lambda}/\partial t << \lambda$ y por lo tanto puede despreciarse:

$$-\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = \lambda(x,t) = \frac{2CHp}{\sqrt{t-\tau(x)}} \qquad \text{---------------(A-88)}$$

si:

$$\tau\,[L(t')] = t' \;,\; 0 \leq t' \leq t \qquad \text{---------------(A-89)}$$

Separando variables e integrando la ec. (A-88)

$$\int_{Qi}^{Q} Q(x,t)\, \partial Q = \int_{o}^{x} \frac{2CHp}{\sqrt{t - \tau(x)}}$$

$$Q = Qi - 2CHp \int_{o}^{x} \frac{2CHp}{\sqrt{t-\tau(x)}}$$

Puesto que, $Q(L,t) = 0$ en el extremo de la fractura.

$$\frac{Qi}{2CHp} = \int_{o}^{x} \frac{2CHp}{\sqrt{t-\tau(x)}} \qquad \text{--------------------- (A-90)}$$

La solución de (A-90) con (A-89) para un punto (x) da:

$$\tau(x) = \left(\frac{\pi C\ H\ X}{Qi}\right)^2 = \left(\frac{\pi C\ H}{Qi}\right)^2 X^2 \qquad \text{----------------(A-91)}$$

Despejando X, de (A-91)

$$X = \frac{Qi}{\pi C\ H} \left(\tau(x)\right)^{1/2} \qquad \text{------------------(A-92)}$$

o bien para (to,L)

$$to = \left(\frac{\pi CHL}{Qi}\right)^2 = \left(\frac{\pi CH}{Qi}\right)^2 L^2 \qquad \text{------------------(A-93)}$$

Despejando L de (A-93)

$$L = \frac{Qi}{\pi CH} (to)^{1/2} \quad \text{-------------------------(A-94)}$$

Dividiendo (A-92) entre (A-94)

$$\frac{X(t)}{L} = \frac{\frac{Qi}{\pi CH}\left[\tau(x)\right]^{1/2}}{\frac{Qi}{\pi CH}(to)^{1/2}}$$

$$X(t) = L \left(\frac{\tau(x)}{to}\right)^{1/2} = L \left(\frac{t}{to}\right)^{1/2} \quad \text{-------------(A-95)}$$

o bien despejando $\tau(x)$ de (A-95) se tiene:

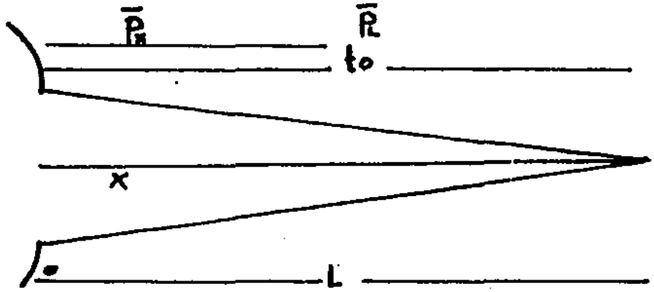
$$\tau(x) = to \left[\frac{x(t)}{L}\right]^2 = to \left(\frac{x}{L}\right)^2 \quad \text{------------------- (A-96)}$$

Para el otro caso, que corresponde a un límite superior, la velocidad de extensión de la fractura es dominada por el cambio de volumen del elemento considerado o el almacenamiento del fluido y corresponderá a una pérdida de fluido mínima y por lo tanto, el término λ de la ecuación (A-7) puede despreciarse.

Para ese caso(12) se tiene:

$$x(t) = L\ (t/to)^{4/5} \quad \text{----------------------(A-97)}$$

La expresión (A-97) es válida para un fluido Newtoniano. Sin embargo, un resultado equivalente para un fluido que se comporta bajo la ley de potencia puede ser obtenido. Integrando la ec. (A-17) con respecto al tiempo y despreciando ------ $\lambda = 2CHp/(t-\tau)^{1/2}$, observese la Fig. No.   para el desarrollo.



La Fig. A-3, es la representación esquemática de un ala durante un fracturamiento hidráulico.

Separando variables e integrando (A-17) se obtiene:

$$-\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\pi H^2}{2E'}\frac{\partial p}{\partial t} \qquad \text{------------------------(A-98)}$$

$$\int_0^t \int_0^Q -\partial Q \partial t = \frac{\pi H^2}{2E'} \int_0^x \int_0^P \partial P \, \partial x$$

$$-\int_0^t Q \partial t = \frac{\pi H^2}{2E'} \int_0^x P \partial x$$

$$-Qt = \frac{\pi H^2}{2E'} \int_0^x P \partial x \qquad \text{--------------------------(A-99)}$$

Aplicando el valor medio al término derecho de la expresión-

(A-99) donde:

$$\bar{P} = \frac{1}{x}\int_{o}^{x} P\partial x \qquad \text{--------------------------(A-100)}$$

Se obtiene:

$$-Qt = \frac{\pi H^2 X\bar{P}}{2E'} \qquad \text{------------------------------------(A-101)}$$

De (A-101), sea:

$$Qt \ \alpha \ \bar{P}x \qquad \text{------------------------------(A-102)}$$

De donde y si, Q=CTE se tiene:

$$t \ \alpha \ \bar{P}x \qquad \text{--------------------------(A-103)}$$

Para el tiempo total de inyección to se tendrá la longitud - total de la fractura,

$$to \ \alpha \ \bar{P}L \qquad \text{-----------------------------(A-104)}$$

De la ecuación (A-75) se obtiene que $\bar{P}L$ es proporcional a (L) a la potencia de (2n+3)/(2n+2), de la siguiente manera:

$$\bar{F} \;\alpha\; \frac{(KoQo^{n})^{1/2n+2}}{e+1} \; L^{1/2n+2} \qquad \text{---------------------} (A\text{-}105)$$

Multiplicando por L ambos miembros de (A-105)

$$\bar{F}L \;\alpha\; \frac{(KoQo^{n})^{1/2n+2}}{e+1} \; L \; L^{1/2n+2}$$

$$\bar{F}L \;\alpha\; \frac{(KoQo^{n})^{1/2n+2}}{e+1} \; L^{\frac{2n+3}{2n+2}}$$

Lo cual implica que:

$$\bar{F}L \;\alpha\; L^{\frac{2n+3}{2n+2}} \qquad \text{----------------------------} (A\text{-}106)$$

De (A-103) $\quad t \;\alpha\; \bar{F}x$

Por lo tanto también $to \;\alpha\; \bar{F}L$ ---------------------- (A-107)

De (A-106) se tiene, que:

$$t \;\alpha\; x^{\frac{2n+3}{2n+2}} \quad y \; to \;\alpha\; L^{\frac{2n+3}{2n+2}} \qquad \text{--------------} (A\text{-}108)$$

De aquí:

$$\frac{to}{t} \;\alpha\; \frac{L^{\frac{2n+3}{2n+2}}}{x^{\frac{2n+3}{2n+2}}} \qquad \text{-------------------} (A\text{-}109)$$

Elevando (A-109) a la potencia (2n+2)/(2n+3) y despejando x se obtiene:

$$x = L \left(\frac{t}{to} \right)^{\frac{2n+2}{2n+3}} \qquad \text{-----------------------(A-110)}$$

donde

$$\frac{2n+2}{2n+3} < 1 \quad \forall\, n > 0$$

Puesto que el exponente en (A-110) es menor que la unidad, un límite superior conservador de (A-110) es:

$$x(t) = L \left[\frac{t}{to} \right] \text{ ó } \tau_{(x)} = to \ \frac{x}{2} \qquad \text{---------(A-111)}$$

El límite superior e inferior de las expresiones (A-111) y (A-96) pueden ser usados en (A-20) para evaluar la función F(t) de (A-20):

$$f(t) = \frac{\sqrt{to}}{L} \int_o^L \frac{dx}{(t-\tau x)^{1/2}}$$

Para el límite superior $f_1(t)$ se sustituye (A-111) en (A-20), obteniendose la siguiente expresión:

$$f_1(t) = \frac{\sqrt{to}}{L} \int_o^L \frac{dx}{\left[t - to(x/L)\right]^{1/2}} \qquad \text{-----------(A-112)}$$

La integral de (A-112) es de la forma:

$$\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} , \quad n \neq -1$$

donde:

$$u = t - to\,(x/L)$$

$$du = \frac{to}{L}\ dx$$

completando la integral de (A-112)

$$f_1(t) = -\frac{L}{to}\ \frac{\sqrt{to}}{L} \int_o^L \frac{-\ to/L\ dx}{\left[t-to(x/L)\right]^{1/2}}$$

$$f_1(t) = -\frac{1}{\sqrt{to}} \int_o^L \frac{-\ to/L\ dx}{\left[t-to(x/L)\right]^{1/2}}$$

$$f_1(t) = -\frac{1}{\sqrt{to}} \int_o^L (t-tox/L)^{-1/2}(-\frac{to}{L}\ dx)$$

$$f_1(t) = -\ \frac{1}{\sqrt{to}} \left[\frac{(t-to\ x/L)^{-1/2+2/2}}{-1/2+2/2}\right]_o^L = -\frac{2}{\sqrt{to}}\ (t-tox/L)^{1/2}\Big|_o^L$$

$$f_1(t) = - \frac{2}{\sqrt{to}} \left[(t-to)^{1/2} - t^{1/2} \right]$$

$$f_1(t) = - 2 \left[\left(\frac{t}{to} - 1 \right)^{1/2} - \left(\frac{t}{to} \right)^{1/2} \right] \quad \text{---------(A-113)}$$

si:

$$t = to + \Delta t$$

Donde:

t: es el tiempo total = $to + \Delta t$

Δt: Tiempo después del cierre instantáneo.

Sustituyendo el valor de t en (A-113)

$$f_{(1)}(t) = - 2 \left[\sqrt{\frac{to + \Delta t}{to} - 1} - \sqrt{\frac{to + \Delta t}{to}} \right]$$

$$f_1(t) = - 2 \left[\sqrt{1 + \frac{\Delta t}{to} - 1} - \sqrt{1 + \frac{\Delta t}{to}} \right]$$

$$f_1(t) = 2 \left[\sqrt{1 + \frac{\Delta t}{to}} - \sqrt{\frac{\Delta t}{to}} \right] \quad \text{-----------(A-114)}$$

Para obtener el límite inferior $f_2(t)$ se sustituye la ec.

(A-96) en la ec. (A-20) obteniendose el siguiente desarrollo.

$$f_2(t) = \frac{\sqrt{to}}{L} \int_o^L \frac{dx}{\sqrt{t - to(x/L)^2}} \qquad \text{-------(A-115)}$$

La solución de (A-115) es de la forma:

$$\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \text{Sen}^{-1} \frac{u}{a}$$

Donde:

$$a = \sqrt{t}$$

$$u = \frac{x\sqrt{to}}{L}$$

$$du = \frac{\sqrt{to}}{L} dx$$

Sustituyendo du en (A-115)

$$f_2(t) = \frac{L}{\sqrt{to}} \frac{\sqrt{to}}{L} \int_o^L \frac{\sqrt{to}/L\ dx}{\sqrt{t-to(x/L)^2}}$$

$$f_2(t) = \int_o^L \frac{\sqrt{to}/L\ dx}{\sqrt{t-to(x-L)^2}} = \text{Sen}^{-1} \frac{\frac{x\sqrt{to}}{L}}{\sqrt{t}} \Bigg|_o^L$$

$$f_2(t) = \text{Sen}^{-1} \frac{\frac{L\sqrt{to}}{L}}{\sqrt{t}} = \text{Sen}^{-1} = \sqrt{\frac{to}{t}}$$

$$f_2(t) = \text{Sen}^{-1} \left[\frac{t}{to}\right]^{-1/2} \quad \text{------------------------(A-116)}$$

Sustituyendo $t = to + \Delta t$ en (A-116)

$$f_2(t) = \text{Sen}^{-1} \left[\frac{to+\Delta t}{to}\right]^{-1/2}$$

$$f_2(t) = \text{Sen}^{-1} \left[1+ \frac{\Delta t}{to}\right]^{-1/2} \quad \text{-----------------(A-117)}$$

De lo anterior la función f(t) está comprendida entre los límites:

$$2 \left[\sqrt{1+ \frac{\Delta t}{to}} - \sqrt{\frac{\Delta t}{to}}\right] > f(t) > \text{Sen}^{-1}\left[1+ \frac{\Delta t}{to}\right]^{-1/2} \quad \text{----(A-118)}$$

O bien (A-118) en tiempo de cierre adimensional:

$$2 \left[(1+\delta)^{1/2} - \delta^{1/2}\right] > f(\delta) > \text{Sen}^{-1} (1+\delta)^{-1/2} \quad \text{---------(A-119)}$$

donde:

δ : tiempo de cierre adimensional en términos de tiempo de inyección = $\frac{\Delta t}{to}$

Los límites anteriores de $f(\delta)$ son sorprendentemente cercanos y difieren menos del 10% para tiempos de cierre mayores de 1/4 del tiempo de bombeo. Sin embargo cualquiera de los dos límites pueden ser usado sin comprometer la expresión (A-87), debido a la gran incertidumbre de cuantificar los otros parámetros en (A-87).

La diferencia de presión entre dos tiempos de cierre puede ser establecida por la integración de (A-87), usando $f_1(\delta)$ (A-119) entre los tiempos δo a δ . Esto se demuestra como sigue:

De (A-87) se tiene:

$$\frac{dp}{dt} = - \frac{4\ CHp\ E'\ f(t)}{\pi\ H^2\ \beta s\ \sqrt{to}}$$

Sustituyendo el límite superior $f_1(\delta)$ en la expresión anterior.

$$dp = - \frac{4CHp\ E'\ 2\left[(1+\delta)^{1/2} - \delta^{1/2}\right]}{\pi\ H^2\ \beta s\ \sqrt{to}}\ dt \qquad \text{------------(A-120)}$$

como:

$$\delta = \frac{\Delta t}{to} \Longrightarrow d\delta = \frac{dt}{to} \quad \therefore \quad dt = to d\delta \qquad \text{--------------(A-121)}$$

Reemplazando (A-121) en (A-120)

$$dp = \frac{-4CHpE'2\left[(1+\delta)^{1/2} - \delta^{1/2}\right]}{\pi\ H^2\ \beta_s\ \sqrt{to}}\ to\ d\delta$$

$$dp = \frac{-2(4)CHpE'\ \sqrt{to}}{\pi\ \ H^2\ \beta_s}\left[-(1+\delta)^{1/2} - \delta^{1/2}\right] d\delta \qquad \text{-----(A-122)}$$

Integrando (A-122) entre lo límites δo a δ

$$\int_{\delta o}^{\delta} dp = \frac{-\ 2(4)\ CHpE'\ \sqrt{to}}{\pi\ H^2\ \ \beta_s}\int_{\delta o}^{\delta}\left[(1+\delta)^{1/2} - \delta^{1/2}\right] d\delta$$

$$P(\delta) - P(\delta o) = \frac{-4(4)CHpE'\sqrt{to}}{3\pi\ H^2\ \beta_s}\left[(1+\delta)^{3/2} - (1+\delta o)^{3/2} - \delta^{3/2} + \delta o^{3/2}\right] \qquad \text{----(A-123)}$$

Multiplicando por(-1) la ec.(A-123) sumando y restando 1 en el lado derecho.

$$-P(\delta)+P(\delta o) = \frac{4(4)CHpE'\sqrt{to}}{3\pi\ H^2\ \beta_s}\left\{\left[(1+\delta)^{3/2} - \delta^{3/2} - 1 - \left[(1+\delta o)^{3/2} - \delta o^{3/2} - 1\right]\right]\right\} \qquad \text{---------(A-124)}$$

$$\text{si: } g(\delta) = \frac{4}{3}\left[(1+\delta)^{3/2} - \delta^{3/2} - 1\right] \qquad \text{------------------(A-125)}$$

$$g(\delta o)=\frac{4}{3}\left[(1+\delta o)^{3/2}-\delta o^{3/2}-1\right] \qquad \text{-----------------------(A-126)}$$

$$G(\delta,\delta o)=\frac{4}{\pi}\left[g(\delta)-g(\delta o)\right] \qquad \text{-------------------------(A-127)}$$

Sustituyendo (A-125), (A-126), (A-127) en (A-124) y rearreglando términos se tiene:

$$P(\delta o)-P(\delta)=\frac{CHpE'\sqrt{to}}{H^2\ \beta_s}\ \frac{4}{\pi}\left[g(\delta)-g(\delta o)\right] \qquad \text{-----------(A-128)}$$

como: $\Delta P(\delta o,\delta)=P(\delta o)-P(\delta)$

Por lo tanto:

$$\Delta P(\delta o,\delta)=\frac{CHpE'\sqrt{to}}{H^2\ \beta_s}\ G(\delta,\delta o) \qquad \text{----------------------(A-129)}$$

Las ecuaciones (A-125) y (A-127) están representadas en la fig. No. B-5 y la Fig. No. B-6. La ecuación (A-129) es más fácil de aplicar a datos de campo que la expresión (A-87), puede ser usada en términos de curva tipo, con el propósito de determinar una de las cuatro variables; C,Hp,E' y H si las otras tres se conocen de otras fuentes.

Cuando la función $G(\delta,\delta o)=1$ de la ecuación (A-129), entonces el término $\Delta P(\delta o,\delta)$ de (A-129), es igual al P* o, presión de ajuste, y por lo tanto se expresa en la forma siguiente:

$$P^* = \frac{CHpE' \sqrt{to}}{H^2 \beta_s} \quad \text{------------------------------(A-130)}$$

En otra palabras, P* sería exclusivamente única, - cuando la función $G(\delta,\delta o) = 1$, donde $\Delta P(\delta o,\delta)$ se determina de la declinación de la presión desde δo a δ la función $G(\delta,\delta o)$ se evalúa de las curvas de Nolte Fig. B-6

Si se conoce P*, de (A-130) se puede calcular el coeficiente de pérdida de fluido C.

$$C = \frac{P^* H^2 \beta_s}{HpE' \sqrt{to}} \quad \text{------------------(A-131)}$$

Nótese que el coeficiente de pérdida de fluido de (A-131) es independiente de la longitud de la fractura y del gasto de inyección.

Longitud de la fractura y eficiencia del fluido.

Aproximaciones de la longitud de fractura y eficiencia del fluido pueden ser obtenidas de relaciones derivadas en las secciones previas. Integrando (A-17) con respecto al -- tiempo (de 0 a to) y usando (A-82) se obtiene el siguiente desarrollo:

de (A-17)

$$-\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = \frac{2CHp}{\sqrt{t-\tau(x)}} + \frac{\pi H^2}{2E'} \frac{\partial P(x,t)}{\partial t}$$

Separando variables en la espresión anterior:

$$-dQ(x,t)dt = \frac{2CHp\ dx\ dt}{\sqrt{t-\tau(x)}} + \frac{\pi H^2}{2E'} dP(x,t)\ dx \qquad \text{------(A-132)}$$

Integrando (A-132) para las siguientes condiciones:

$$\begin{array}{l} t = 0 \Longrightarrow x = 0 \Longrightarrow Q = 0 \\ t = to \Longrightarrow x = L \Longrightarrow Q = Q_{pozo} \end{array} \qquad \text{-----------------(A-133)}$$

$$\int_0^{to}\int_0^{Q} dQ(x,t)dt = \int_0^{to}\int_0^{x(t)} \frac{2CHpdxdt}{\sqrt{t-\tau(x)}} + \frac{\pi H^2}{2E'}\int_0^{L}\int_0^{P} dp(x,t)dx$$

$$\int_0^{to} Q\Big|_0^{Q} dt = 2CHp\int_0^{to}\int_0^{x(t)} \frac{dx\ dt}{\sqrt{t-\tau(x)}} + \frac{\pi H^2}{2E'}\int_0^{L} P(x,t)\Big|_0^{P} dx$$

$$\int_0^{to}(Q)dt = 2CHp\int_0^{to}\int_0^{x(t)} \frac{dx\ dt}{\sqrt{t-\ (x)}} + \frac{\pi H^2}{2E'}\int_0^{L} P(x,t)dx \qquad \text{----(A-134)}$$

$$Qto = 2CHp\int_0^{to}\int_0^{x(t)} \frac{dx\ dt}{\sqrt{t-\tau(x)}} + \frac{\pi H^2}{2E'}\int_0^{L} P(x,t)\ dx \qquad \text{-----(A-135)}$$

Valorando el último término de la integral (A-135) durante el bombeo por la expresión del valor medio de (A-82) se obtiene:

$$Qto = 2CHp \int_{o}^{to}\int_{o}^{x(t)} \frac{dx\ dt}{\sqrt{t-\tau(x)}} + \frac{\pi H^2}{2E'} \beta_p P \qquad \text{------------(A-136)}$$

En la ec. (A-136), los términos pueden ser identificados como el volumen del fluido inyectado, el cual es igual a la suma del volumen perdido en la formación y el volumen del fluido ocupado en la fractura.

Utilizando los límites correspondientes a $\tau(x)$ de (A-96) y (A-111), en el término de la integral (A-136) el cual se refiere al volumen de pérdida, v_ℓ, se tiene:
de (A-136)

$$Qto = 2CHp \int_{o}^{to}\int_{o}^{x(t)} \frac{dx\ dt}{\sqrt{t-\tau(x)}} + \frac{\pi H^2 L}{2E'} \beta_p P$$

Puesto que el término de la integral de (A-136) es v_ℓ, por lo tanto:

$$v_\ell = 2CHp \int_{o}^{to}\int_{o}^{x(t)} \frac{dx\ dt}{\sqrt{t-\tau(x)}} \qquad \text{------------------(A-137)}$$

Sustituyendo (A-96) en (A-137) se obtiene:

$$v_{\ell} = 2CHp \int_{o}^{to}\int_{o}^{L} \frac{dx\ dt}{\sqrt{t - to\left[\frac{x}{L}\right]^2}}$$

o bien:

$$v_{\ell} = 2CHp \int_{o}^{to}\int_{o}^{L} \left[t - to\ \left(\frac{x}{L}\right)^2\right]^{-1/2} dx\ dt \quad \text{-----------------(A-138)}$$

donde:

$$\mu = t - to\ \left(\frac{x}{L}\right)^2$$

$$d\mu = dt$$

integrando (A-138) de o a to

$$v_{\ell} = 2(2)CHp \int_{o}^{L} \left[t - to\left(\frac{x}{L}\right)^2 \right]^{1/2} \Bigg|_{o}^{to} dx$$

Reemplazando los límites en la expresión anterior:

$$v_\ell = 4CHp \int_o^L \left\{ \left[to - to \left(\frac{x}{L}\right)^2 \right]^{1/2} - \left[o - to \left(\frac{x}{L}\right)^2 \right]^{1/2} \right\} dx$$

factorizando to

$$v_\ell = 4CHpto^{1/2} \int_o^L \left\{ \left[1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2 \right]^{1/2} - \left[- \left(\frac{x}{L}\right)^2 \right]^{1/2} \right\} dx$$

sí $i^2 = -1$

$$v_\ell = 4CHpto^{1/2} \int_o^L \left\{ \left[1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2 \right] - \left[i^2 \left(\frac{x}{L}\right)^2 \right]^{1/2} \right\} dx$$

$$v_\ell = \frac{4CHpto^{1/2}}{L} \int_o^L \left\{ \left(L^2 - X^2\right)^{1/2} - ix \right\} dx \qquad \text{-------------(A-139)}$$

La integral de la raíz cuadrada de (A-139) es de la forma:

$$\int \sqrt{a^2 - \mu^2}\ dx = \frac{\mu\sqrt{a^2 - \mu^2}}{2} + \frac{a^2}{2}\ \mathrm{Sen}^{-1} \frac{\mu}{a}$$

donde:

$a = L$

$\mu = x$

$d\mu = dx$

Sustituyendo lo anterior en (A-139) e integrando se tiene:

$$v_\ell = \frac{4CHpto^{1/2}}{L} \left\{ \left[\frac{x\sqrt{L^2-X^2}}{2} + \frac{L^2}{2} \operatorname{Sen}^{-1} \frac{x}{L} \right] \Big|_o^L - \frac{ix^2}{2} \Big|_o^L \right.$$

$$v_\ell = \frac{4CHpto^{1/2}}{L} \left\{ \left[\left[\frac{L(L^2-L^2)^{1/2}}{2} + \frac{L^2}{2} \operatorname{Sen}^{-1} \left(\frac{L}{L} \right) \right] - \left[\frac{o\ (L^2-o)^{1/2}}{2} + \right. \right. \right.$$

$$\left. \left. \left. \frac{L^2}{2} \operatorname{Sen}^{-1} \left(\frac{o}{L} \right) \right] - \left(\frac{iL^2}{2} - \frac{i(o)^2}{2} \right) \right] \right\}$$

$$v_\ell = \frac{4CHpto^{1/2}}{L} \left\{ \left[\frac{L^2}{2} \operatorname{Sen}^{-1} (1) - \frac{iL^2}{2} \right] \right\}$$

$$v_\ell = \frac{4CHpto^{1/2}}{L} \left\{ \left[\frac{1.57}{2} - \frac{i}{2} \right] \right\}$$

$$v_{\ell} = 4CHpLto^{1/2}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{i}{2}\right) \quad \text{---------------------(A-140)}$$

Tomando la parte real de la expresión compleja (A-140), - finalmente da:

$$v_{\ell} = 4CHpLto^{1/2}\,\frac{\pi}{4}$$

$$v_{\ell} = \pi CHpLto^{1/2} \quad \text{----------------(A-141)}$$

El límite obtenido anteriormente en (A-141), para v_{ℓ}, es para una alta pérdida.

El límite de v_{ℓ} para una baja pérdida se obtiene también sustituyendo (A-111) en (A-137) de la siguiente manera:

$$v_{\ell} = 2CHp\int_{o}^{to}\int_{o}^{L}\frac{dx\,dt}{\sqrt{t - \frac{to}{L}x}} \quad \text{---------------------(A-142)}$$

de (A-142)

$$\int_{o}^{L}\frac{dx}{\sqrt{t - \frac{to}{L}x}} \quad \text{------------------------(A-143)}$$

$$\mu = t - \frac{to}{L} x$$

$$d\mu = - \frac{to}{L} dx$$

Acompletando y resolviendo la integral de (A-143)

$$- \frac{L}{to} \int_{o}^{L} \left(t - \frac{to\ x}{L} \right)^{-1/2} \left(- \frac{to}{L} \right) dx$$

$$\frac{2L}{to} \left[\left(t - \frac{to\ x}{L} \right)^{1/2} \right] \Bigg|_{o}^{L} = \frac{2L}{to} \left[\left(t - \frac{to}{L} L \right)^{1/2} - t^{1/2} \right]$$

$$= \frac{2L}{to} \left[\left(t - to \right)^{1/2} - t^{1/2} \right] \text{ --------------------(A-144)}$$

Sustituyendo (A-144) en (A-142)

$$v_{\ell} = 2CHp \int_{o}^{to} \frac{2L}{to} \left[\left(t - to \right)^{1/2} - t^{1/2} \right] dt$$

$$v_{\ell} = \frac{4CHpL}{to} \int_{o}^{to} \left[\left(t - to \right)^{1/2} - t^{1/2} \right] dt$$

$$v_{\ell} = \frac{4CHpL}{to} \left[\frac{(t-to)^{3/2}}{3/2} \Bigg|_{o}^{to} - \frac{t^{3/2}}{3/2} \Bigg|_{o}^{to} \right]$$

$$v_{\ell} = \frac{4CHpL}{to} \left\{ \left[\frac{(to-to)^{3/2}}{3/2} - \frac{to^{3/2}}{3/2} \right] - \left[\frac{(o-to)^{3/2}}{3/2} - \frac{(o)^{3/2}}{3/2} \right] \right.$$

$$v_{\ell} = \frac{4CHpL}{to} \left[- \frac{to^{3/2}}{3/2} - \frac{(i^2 to)^{3/2}}{3/2} \right]$$

$$v_{\ell} = \frac{8}{3} \, CHpL \sqrt{to} \left[-1 \; -i^2 i \right]$$

si $i^2 = -1$

$$v_{\ell} = \frac{8}{3} \, CHpL \sqrt{to} \; (-1+i) \qquad \text{----------------------------(A-145)}$$

Considerando la parte real de la expresión compleja ---- (A-143), se tiene:

$$v_{\ell} = \frac{8}{3} \, CHpL \sqrt{to} \qquad \text{------------------------(A-146)}$$

Finalmente el volumen de pérdida de fluido queda comprendido entre los límites (A-141) y (A-146) en la siguiente manera:

$$\pi CHpL \sqrt{to} > v_{\ell} > \frac{8}{3} \, CHpL \sqrt{to} \qquad \text{--------------------(A-147)}$$

Utilizando el límite superior para alta pérdida, caso (a), de la expresión (A-147) en (A-136); proporciona una estimación más conservadora en la longitud y en la eficiencia del fluido, que las que resultarían del límite inferior, como un resultado (A-136) puede ser expresada como:

$$Qto = \pi CHpL\sqrt{to} + \frac{\pi}{2}\ \frac{H^2}{E'}\ \beta_p LP \qquad \text{------------------(A-148)}$$

donde:

Q = Gasto total para las 2 alas de la fractura.

Despejando L de (A-148) se tiene:

$$L(\pi CHp\sqrt{to} + \frac{\pi}{2}\ \frac{H^2}{E'}\ \beta_p\ P) = Qto$$

$$L = \frac{Qto}{\pi CHp\sqrt{to} + \frac{\pi}{2}\ \frac{H^2}{E'}\ \beta_p\ P}$$

factorizando π

$$L = \frac{Qto}{\pi\left[CHp\sqrt{to} + \frac{H^2\beta_p P}{2E'}\right]} \qquad \text{------------------(A-149)}$$

También se obtiene, L, de tal manera que no dependa de la altura de la fractura, H y del módulo de la formación E', despejando H^2 de (A-87) y reemplazandola en el denominador de (A-149) se obtiene lo siguiente:

de (A-87)

$$\frac{dp}{dt} = - \frac{4CHpE' \; f(\delta)}{\pi H^2 \beta_s \sqrt{to}}$$

$$H^2 = \frac{-4CHpE' f(\delta)}{\pi \beta_s \sqrt{to} \; dp/dt}$$

sustituyendo H^2 en (A-149)

$$L = \frac{Qto}{\pi \left[CHp \sqrt{tc} - \left(\frac{4CHpE' f(\delta)}{\pi \beta_s \sqrt{to} \; dp/dt} \right) \frac{\beta_p P}{2E'} \right]}$$

$$L = \frac{Qto}{\pi \left[CHp \sqrt{to} - \frac{2\beta_p \; CHp \; P \; f(\delta)}{\pi \beta_s \sqrt{to} \; dp/dt} \right]} \qquad \text{-------------(A-150)}$$

puesto que m = - dp/dt, obtenida de datos de campo, por lo tanto (A-150) da:

$$L = \frac{Qto}{\pi \left[CHp \sqrt{to} + \frac{2\beta_p CHp\ P\ f(\delta)}{\pi\beta_s \sqrt{to}\ \ dp/dt} \right]} \qquad \text{-------(A-151)}$$

factorizando el término CHp $\sqrt{to}$ de (A-151)

$$L = \frac{Qto}{\pi\ CHp \sqrt{to} \left[1 + \frac{2\beta_p\ P\ f(\delta)}{\pi\beta_s\ to\ dp/dt} \right]}$$

rearreglando la ec. anterior:

$$L = \frac{Qto}{\pi CHp \sqrt{to} \left[1 + 2\ f(\delta) \frac{\beta_p\ P/to}{\pi\beta_s\ dp/dt} \right]} \qquad \text{-----(A-152)}$$

Si al término derecho que esta en el corchete de (A-152) se le designa con, ρ, se tiene:

$$L = \frac{Qto}{\pi CHp \sqrt{to}\ (1+\rho)} \qquad \text{----------------(A-153)}$$

donde:

$$\rho = 2f(\delta)\,\frac{\beta_p\ P/to}{\pi\beta_s\ dp/dt} \qquad \text{-----------------------(A-154)}$$

La relación de la declinación de la presión ρ en (A-154) puede ser expresada en términos de las diferencias de la declinación de la presión definidad en (A-129); sustituyendo (A-87) en (A-154)

$$\rho = 2f(\delta)\frac{\beta_p\ P/to}{\pi\beta_s\left[\dfrac{-4CHpE'\ f(\delta)}{\pi H^2\beta_s\sqrt{to}}\right]} \qquad \text{----------------(A-155)}$$

de (A-129) se despeja C

$$\Delta P(\delta o,\delta) = \frac{CHpE'\sqrt{to}}{H^2\ \beta_s}\ G(\delta,\delta o)$$

$$C = \frac{\Delta P(\delta o,\delta)H^2\beta_s}{HpE'\sqrt{to}\ G(\delta,\delta o)} \qquad \text{----------------------(A-156)}$$

Sustituyendo (A-156) en (A-155)

$$\rho = 2f(\delta)\frac{\beta_p\ P/to}{\pi\beta_s\left[-\dfrac{4\Delta P(\delta o,\delta)H^2\beta_s HpE' f(\delta)}{HpE'\sqrt{to}\ G(\delta,\delta o)\pi\ H^2\beta_s\sqrt{to}}\right]}$$

$$\rho = \frac{\beta_p \; P \; G(\delta,\delta o)}{-2\beta_s \; \Delta P(\delta o,\delta)}$$

Arreglando términos de la expresión anterior y sustituyendo ΔP por $-\Delta P$ se tiene:

$$\rho = G(\delta,\delta o) \; \frac{\beta_p}{2\beta_s} \; \frac{P}{\Delta P(\delta o,\delta)} \qquad \text{-------------------(A-156)}$$

Los términos de presión en (A-155) y (A-156) son ilustrados en la Fig. No. B-6

EFICIENCIA DEL FLUIDO FRACTURANTE:

La eficiencia del fluido fracturante se define como la relación del volumen en la fractura, V_f, entre el volumen bombeado Qto, es decir:

$$EFF = \frac{V_f}{Qto} \qquad \text{----------------------------(A-157)}$$

sustituyendo las ecuaciones (A-152) y $V_f = \overline{w}HL$ en (A-157)

$$EFF = \frac{\overline{w}\;HL}{\pi LCHp \;\; to \left[1+2 \;\; f(\delta) \; \dfrac{\beta_p P/to}{\pi\beta_s \; dp/dt}\right]} \qquad \text{---(A-158)}$$

Reemplazando (A-154) y $\bar{w} = \pi C H p \sqrt{to}\ \rho/H$ en (A-158)

$$EFF = \frac{\pi C H p \sqrt{to}\ \rho H L}{H \pi\ L\ C H p \sqrt{to}\ \left[1+\rho\right]} = \frac{\rho}{1+\rho} \text{ -----------(A-159)}$$

Dividiendo entre ρ, el numerador y denominador de la expresión (A-159), se obtiene:

$$EFF = \frac{\rho/\rho}{\rho/\rho + 1/\rho} = \frac{1}{1+\frac{1}{\rho}} \text{ ---------------------(A-160)}$$

Despejando ρ, de (A-160)

$$\rho = \frac{EFF}{1-EFF} \text{ ------------------------------(A-161)}$$

Si se suma la unidad a ambos miembros de (A-161)

$$\rho+1 = \frac{EFF}{1-EFF} + 1 = \frac{1}{1-EFF} \text{ ----------------(A-162)}$$

Sustituynedo (A-162) en (A-153), se obtiene la longitud de la fractura en términos de la eficiencia del fluido y el coeficiente de pérdida de fluido

$$L = \frac{Qto}{\pi C_l H_p \sqrt{to}\left(\frac{1}{1-EFF}\right)}$$

o bien

$$L = \frac{Qto\ (1-EFF)}{\pi C_l H_p \sqrt{to}} \quad \text{-----------------------} \quad (A-163)$$

AMPLITUD DE LA FRACTURA

La amplitud máxima y promedio de la fractura, se determina de las expresiones previamente establecidas. El volumen de la fractura, V_f, se define como:

$$V_f = \overline{w}\ HL \quad \text{-----------------} (A-164)$$

Donde $\overline{w}$ es la amplitud promedio sobre la altura y longitud de la fractura. Usando la definición de β de (A-82) como la relación de la presión promedio en la fractura a la diferencia de la presión del pozo y del extremo de la fractura; por lo tanto también relaciona la razón de la amplitud promedio a la amplitud máxima. Además el ancho promedio sobre la altura de una fractura es $\pi/4$ veces la amplitud máxima está relacionada con la amplitud promedio por:

$$\bar{w} = \frac{\pi}{4} \beta_s W; \text{ en el cierre} \qquad \text{(A-165)}$$

$$\bar{w} = \frac{\pi}{4} \beta_p W; \text{ en el bombeo} \qquad \text{(A-166)}$$

Durante el periodo de cierre $\bar{w}$ es escencialmente constante por consiguiente (A-165) y (A-166) relacionan el cambio de W durante este corto periodo antes y después del cierre.

Por definición de eficiencia el volumen de fluido en la fractura está dado en la siguiente expresión:

$$V_f = EFF\ Qto \qquad \text{(A-167)}$$

igualando (A-167) con (A-164)

$$\bar{w}\ HL = (EFF)\ Qto$$

Despejando L:

$$L = \frac{(EFF)Qto}{H\ \bar{w}} \qquad \text{(A-168)}$$

igualando (A-168) y (A-153) y resolviendo para $\bar{w}$

$$\frac{Qto}{\pi CHp\ \sqrt{to}(1+\rho)} = \frac{(EFF)\ Qto}{H\ \bar{w}}$$

$$\overline{w} = \frac{(EFF)Qto\ \pi CHp \sqrt{to}\ (1+\rho)}{Qto\ H}$$

$$\overline{w} = \frac{\pi CHp \sqrt{to}\ (1+\rho)\ (EFF)}{H} \qquad \text{------------------------(A-169)}$$

si $C' = CHp/H$ --------------------------(A-170)

C' : Coeficiente de pérdida promodio con respecto a la altura de la fractura.

sustituyendo (A-170) en (A-169)

$$\overline{w} = \pi C' \sqrt{to}\ \rho \qquad \text{------------------------------(A171)}$$

De (A166), la amplitud máxima en el pozo al terminar el bombeo es:

$$W = \frac{4}{\pi} \quad \frac{\overline{w}}{\beta_p} \qquad \text{-------------------------(A-172)}$$

con $\overline{w}$, dada en (A-169)

TIEMPO DE CIERRE DE LA FRACTURA

El tiempo de cierre para una fractura se determina a par tir de la ecuación (A-87) mediante el siguiente procedimiento:

de (A-87)

$$\frac{dp}{dt} = \frac{4CHp\ E' f(t)}{\pi\ H^2 \beta_s \sqrt{to}}$$

multiplicando por 2 ambos miembros de la ec.(A-87)

$$\frac{2dp}{dt} = \frac{8CHp\ E'\ F(t)}{\pi\ H^2 \beta_s \sqrt{to}} \quad \text{-------------------(A-173)}$$

Rearreglando términos en (A-173)

$$\frac{2H}{E'}\ \frac{dp}{dt} = \frac{8\ CHp\ F(t)}{\pi H \beta_s \sqrt{to}} \quad \text{-------------------(A-174)}$$

Separando variables e integrando (A-174) de 0 a Δt/to - desde el cierre hasta que la presión va a cero

$$\int_p^o \frac{2H\ dp}{E'} = \int_o^{\Delta t/to} \frac{8CHp\ F(t)}{\pi\ H\ \beta_s \sqrt{to}}\ dt \quad \text{-----------------(A-175)}$$

como:

$$dt = d\Delta t\ ;\ d\left(\frac{\Delta t}{to}\right) = \frac{1}{to}\, d\Delta t;$$

$$\delta = \frac{\Delta t}{to} \; ; \; d\Delta t = to \; d\left[\frac{\Delta to}{to}\right] \qquad \text{-------------------(A-176)}$$

$$\int_{p}^{o} \frac{2H}{E'} \, dp = \int_{o}^{\Delta t/to} \frac{8toCHp \; f\left(\frac{\Delta t}{to}\right)}{\pi H \beta_s \; \sqrt{to}} \, d\left(\frac{\Delta t}{to}\right) \qquad \text{--------------(A-177)}$$

Sustituyendo (A-174) en (A-175) e integrando el término izquierdo de (A-175)

$$\frac{2HP}{E'} = \frac{8CHp \; to}{\pi H \; \beta_s \; \sqrt{to}} \int_{o}^{\delta} f(\delta) \, d(\delta) \qquad \text{---------------(A-178)}$$

Nótese que el primer término de la ec. (A-178), es la amplitud máxima de la fractura desarrollada anteriormente en (A-14)

Despejando el término de la integral de (A-178)

$$\int_{o}^{\delta} f(\delta) \, d(\delta) = \frac{2HP \; \pi H \; \beta_s \; \sqrt{to}}{E' \; 8 \; CHp \; to}$$

o bien:

$$\int_{o}^{\delta} f(\delta) \, d(\delta) = \frac{\pi}{8} \left(\frac{2HP}{E'}\right) \left(\frac{H}{CHp}\right) \frac{\beta_s \; \sqrt{to}}{to} \qquad \text{---------(A-179)}$$

Obsérvese que en los paréntesis del lado derecho de la - expresión (A-179) son respectivamente W y el inverso de C', - obtenidas en (A-14) y (A-170), sustituyendo las expresiones mencionadas, en (A-179), se tiene:

$$\int_{o}^{\delta} f(\delta)\ d(\delta) = + \frac{\pi W\ \beta_s \sqrt{to}}{8\ C'\ to} \qquad \text{-------------- (A-180)}$$

Arreglando (A-180)

$$\int_{o}^{\delta} f(\delta)\ d(\delta) = \frac{1}{2\ C' \sqrt{to}} \left[\frac{\pi}{4}\ W\ \beta_s\right] \qquad \text{---------(A-181)}$$

Nótese que el términodel paréntesis del lado derecho de ---- (A-181), es $\overline{w}$, obtenida en (A-165), por lo tanto (A-181) da:

$$\int_{o}^{\delta} f(\delta)\ d(\delta) = \frac{\overline{w}}{2C' \sqrt{to}} \qquad \text{----------------(A-182)}$$

Sustituyendo el límite supierior $f_1(\delta)$ obtenido en (A-119), en la integral de (A-182)

$$2 \int_{o}^{\delta} \left[(1+\delta)^{1/2} - \delta^{1/2} \right] d(\delta) = \frac{\overline{w}}{2\ C' \sqrt{to}} \qquad \text{---------(A-183)}$$

Integrando (A-183)

$$2\left[\frac{(1+\delta)^{3/2}}{3/2}\Big|_{o}^{\delta} - \frac{\delta^{3/2}}{3/2}\Big|_{o}^{\delta}\right] = \frac{\overline{w}}{2\ C'\ \sqrt{t_3/}}$$

$$\frac{4}{3}\left[(1+\delta)^{3/2} - \delta^{3/2} - 1\right] = \frac{\overline{w}}{2\ C'\ \sqrt{to}} \quad \text{-----------(A-184)}$$

Observese que el término del lado izquierdo de (A-184) es la función g(Δt/to) dada en (A-125) por lo tanto (A-184) da:

$$g\left(\frac{\Delta t}{to}\right) = \frac{\overline{w}}{2\ C'\ \sqrt{to}} \quad \text{-----------------(A-185)}$$

Otra expresión para determinar el tiempo de cierre puede ser obtenida combinando (A-171) con (A-185), se tiene:

$$g\left[\frac{\Delta t}{to}\right] = \frac{\pi C'\ \sqrt{to}\ \rho}{2\ C'\ \sqrt{to}} = \frac{\pi\rho}{2} \quad \text{-----------(A-186)}$$

La expresión (A-186) depende solamente de la relación de la declinación de la presión, ρ, dada en (A-154) y (A-156)

Usando notación simbólica en términos de la función inversa de g a g^{-1}; las expresiones (A-185) y (A-186) se pueden escribir de la siguiente manera:

$$\frac{\Delta t}{to} = g^{-1} \left[\frac{\bar{W}}{2\ C'\sqrt{to}} \right] \qquad \text{-------------(A-187)}$$

$$\frac{\Delta t}{to} = g^{-1} \left(\frac{\pi\rho}{2} \right) \qquad \text{-----------------------(A-188)}$$

Para el límite inferior de pérdida despreciable caso (b) se determinan las siguientes expresiones con la finalidad de comparar los parámetros obtenidos en caso (a).

Sustituynedo (A-147) en (A1-36)

$$Qto = \frac{8}{3}\ C'HpL\ \sqrt{to} + \frac{\pi}{2}\ \frac{H^2}{E'}\ \beta_p LP \qquad \text{-------------(A-189)}$$

factorizando L de (A-189)

$$L(8/3CHp\ \sqrt{to} + \frac{\pi}{2}\ \frac{H}{E'}\ \beta_p\ P) = Qto$$

$$L = \frac{Qto}{\frac{8}{3}\ CHp\ \sqrt{to} + \frac{\pi}{2}\ \frac{H^2}{E'}\ \beta_p P} \qquad \text{---------(A-190)}$$

La dependencia de, L, de la altura de la fractura y el - módulo de la formación pueden ser eliminados usando la ec. -

(A-87) en el denominador de (A-190) de la siguiente manera:

$$L = \frac{Qto}{8/3CHp\sqrt{to} + \frac{\pi\ \beta_p P}{2\ E'}\left[\frac{4CHp\ E'\ F(\delta)}{\pi\beta_s\sqrt{to}\ \ dp/dt}\right]}$$

factorizando el término de $CHp\sqrt{to}$

$$L = \frac{Qto}{CHp\sqrt{to}\left[\frac{8}{3} + 2\ f(\delta)\frac{\beta_p\ \ P/to}{\beta_s\ dp/dt}\right]} \text{ --------------(A-191)}$$

Si al denominador de la expresión (A-191) se multiplica por π/π, se tiene:

$$L = \frac{Qto}{\pi CHp\sqrt{to}\left[\frac{8}{3\ \pi} + 2f(\delta)\frac{\beta_p\ \ P/to}{\pi\ \beta_s\ dp/dt}\right]} \text{ ----------(A-192)}$$

Nótese que el el denominador de (A-192) se observa el valor de ρ, por lo tanto (A-192) da:

$$L = \frac{Qto}{\pi Clip\sqrt{to}\left[\frac{8}{3\pi} + \rho\right]} \quad \text{------------------(A-193)}$$

Sustituyendo (A-161) en (A-193), se obtiene la longitud de la fractura en términos de la eficiencia del fluido y el coeficiente de pérdida de fluido:

$$L = \frac{Qto}{\pi Clip\sqrt{to}\left(\frac{8}{3\pi} + \frac{EFF}{1 - EFF}\right)}$$

o bien:

$$L = \frac{Qto\left[3\pi\ (1-EFF)\right]}{\pi Clip\sqrt{to}\left[8(1-EFF) + 3\pi\ EFF\right]} \quad \text{----------(A-194)}$$

Sustituyendo (A-168) en (A-193)

$$\frac{EFF\ Qto}{H\ \bar{w}} = \frac{Qto}{\pi Clip\sqrt{to}\ (\frac{8}{3\pi} + \rho)} \quad \text{------------(A-198)}$$

despejando $\bar{w}$ de (A-195)

$$\bar{w} = \frac{\pi Clip\ \sqrt{to}\ (\frac{8}{3\pi} + \rho)\ EFF}{H} \quad \text{------------------(A-196)}$$

Sustituyendo (A-159) en (A-196)

$$\bar{w} = \frac{\pi C' H_p \sqrt{t_o}\ (8/3\pi + \rho)\ \rho}{H\ (\rho+1)} \qquad \text{--------------------(A-197)}$$

Reemplazando (A-170) en (A-197)

$$\bar{w} = \frac{\pi C' \sqrt{t_o}\ (8/3\pi + \rho)\rho}{\rho + 1} \qquad \text{--------------------(A-198)}$$

La amplitud máxima en el pozo al terminar el bombeo,se obtiene de (A-166)

$$W = \frac{4\bar{w}}{\pi \beta_p}$$

con $\bar{w}$ dada en (A-198)

Obsérvese que en este caso (b) para pérdida despreciable, la relación de la declinación de la presión, ρ, y la eficiencia del fluido, EFF, son las mismas que para el caso (a).

El tiempo de cierre para el caso (b) se determina con - (A-185) y con $\bar{w}$ valuada en la expresión (A-198)

si: $g(\delta) > 50$

entonces el tiempo de cierre se obtiene con:

$$\frac{3\bar{w}}{8\ C'\sqrt{to}} = (1+\delta)^{1.5} - \delta^{1.5} - 1 \qquad \text{-------------(A-199)}$$

APENDICE B. GRAFICAS Y TABLAS

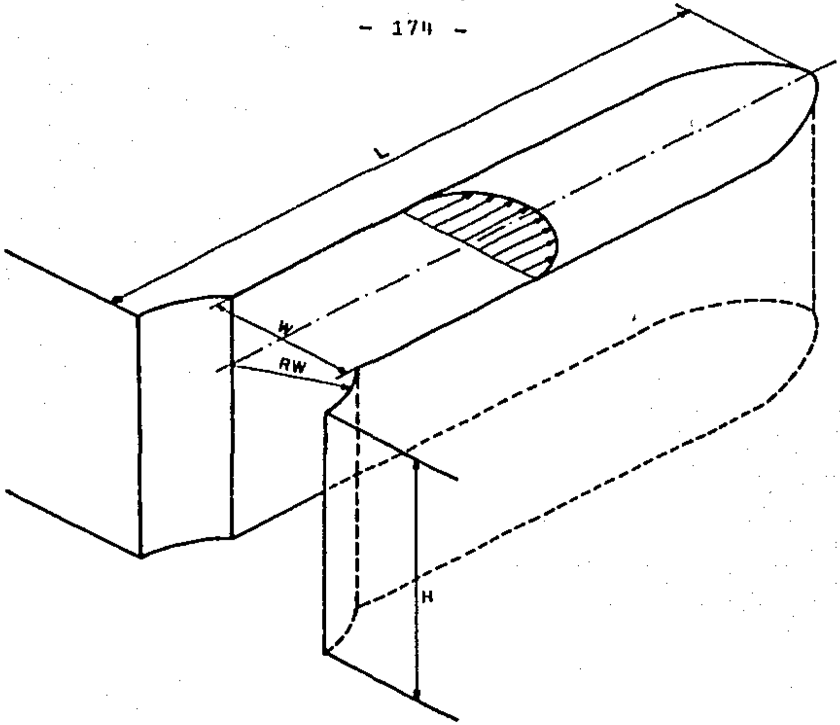


FIG. B.1 VISTA ESQUEMATICA DE LA PROPAGACION DE LA FRACTURA
(KHRISTIANOYITCH – GEERTSMA)

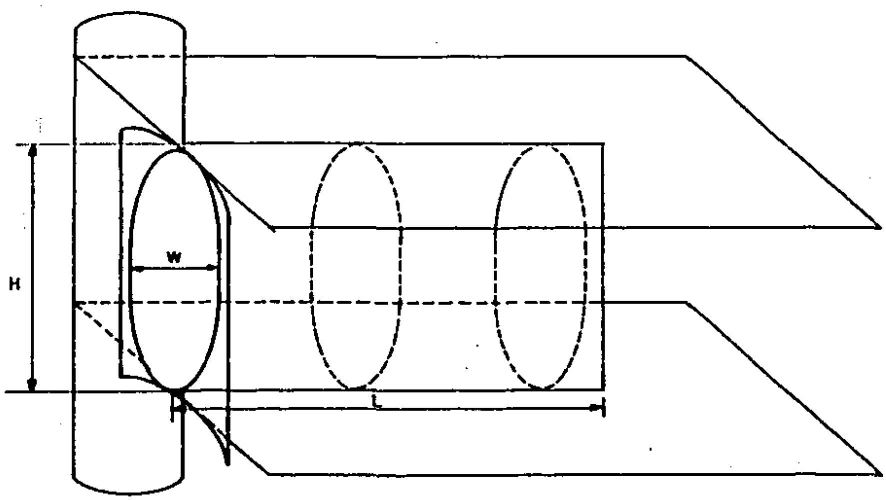


FIG. B.2 VISTA ESQUEMATICA DE LA PROPAGACION DE LA FRACTURA
(PERKINS – KERN)

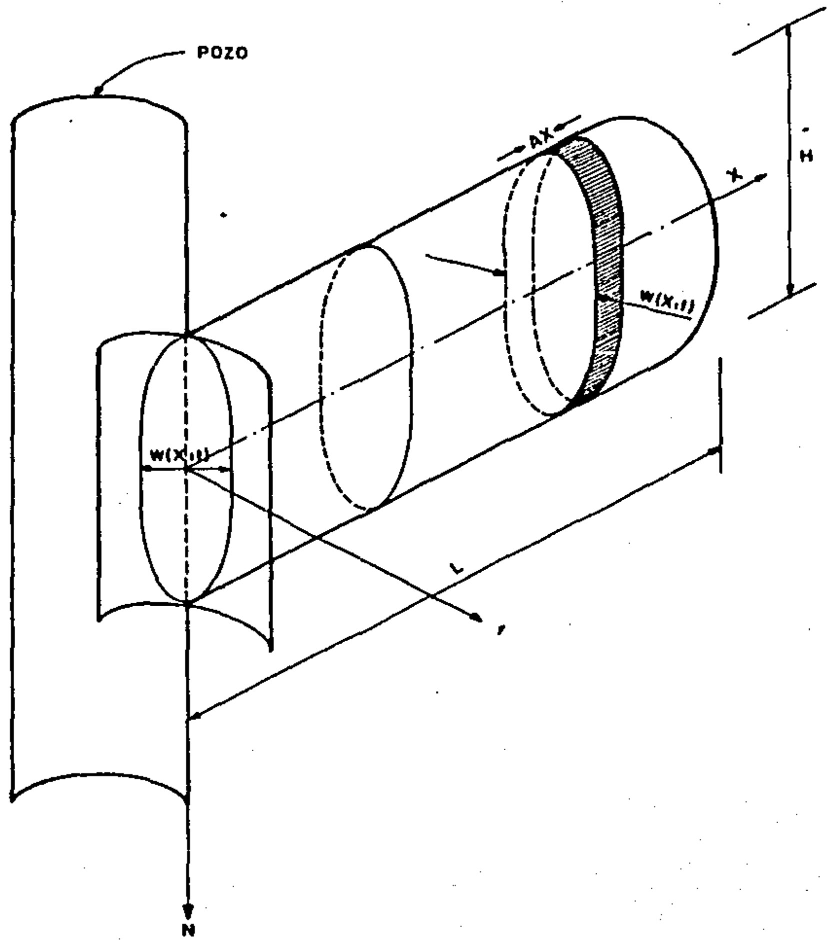


FIG. B. 3 REPRESENTA LA GEOMETRIA ELIPTICA DE UNA DE LAS ALAS DE LA FRACTURA

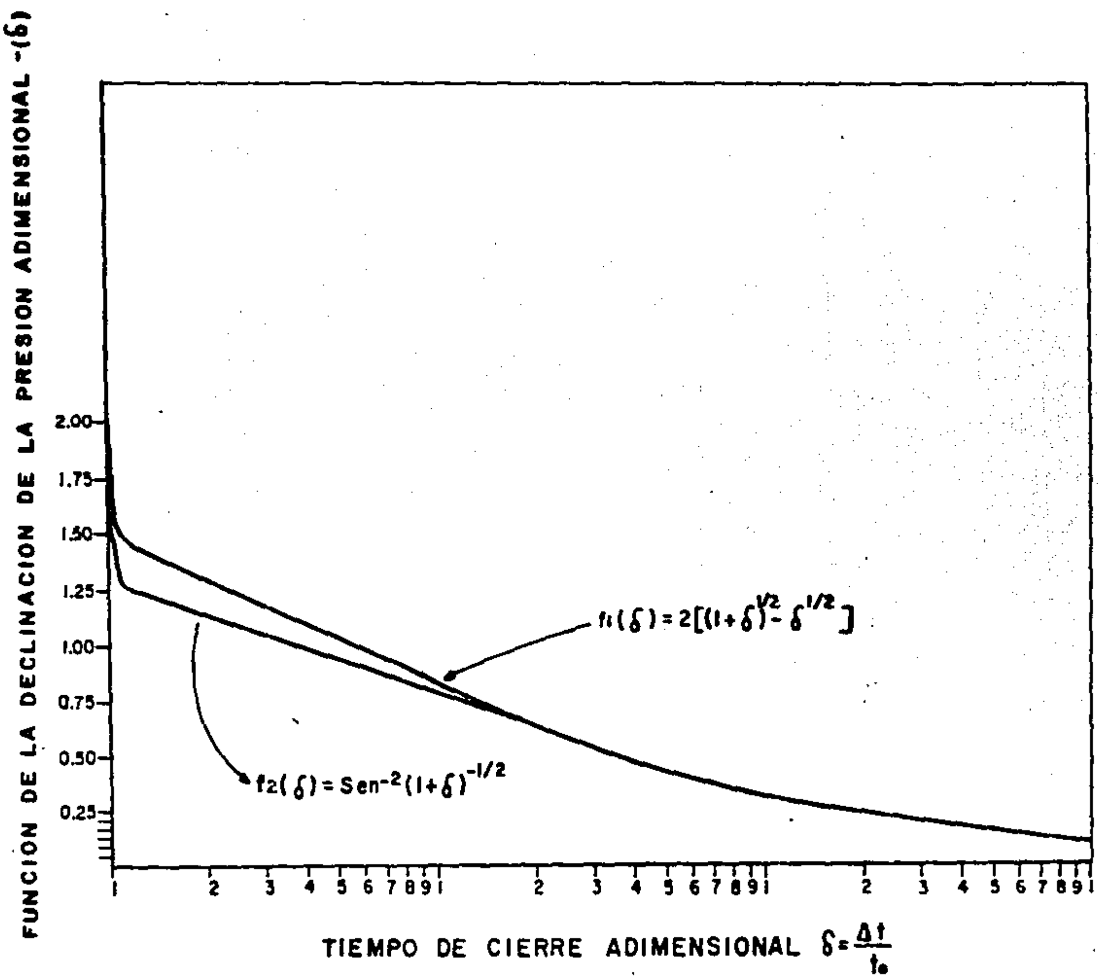


FIG. B-4. FUNCION DE TIEMPO ADIMENSIONAL VS. TIEMPO ADIMENSIONAL

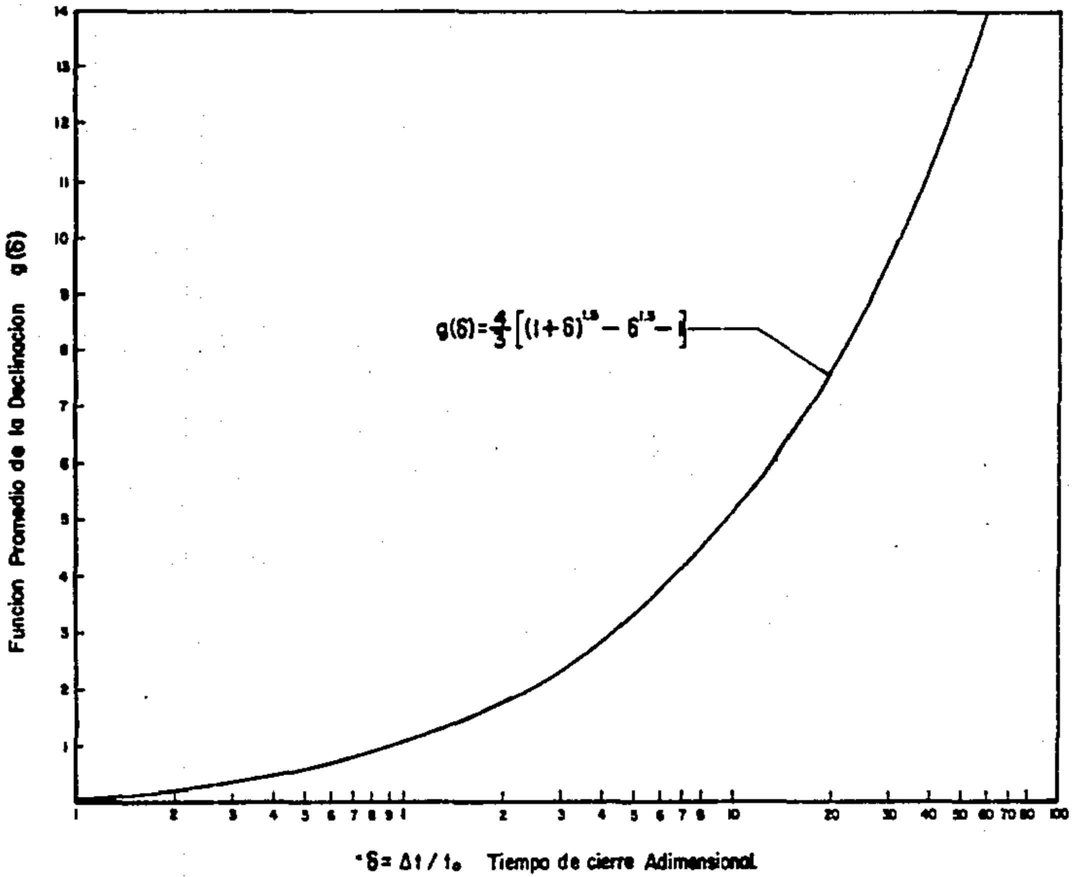


Fig. B-5. FUNCION PROMEDIO DE LA DECLINACION VS. TIEMPO ADIMENSIONAL

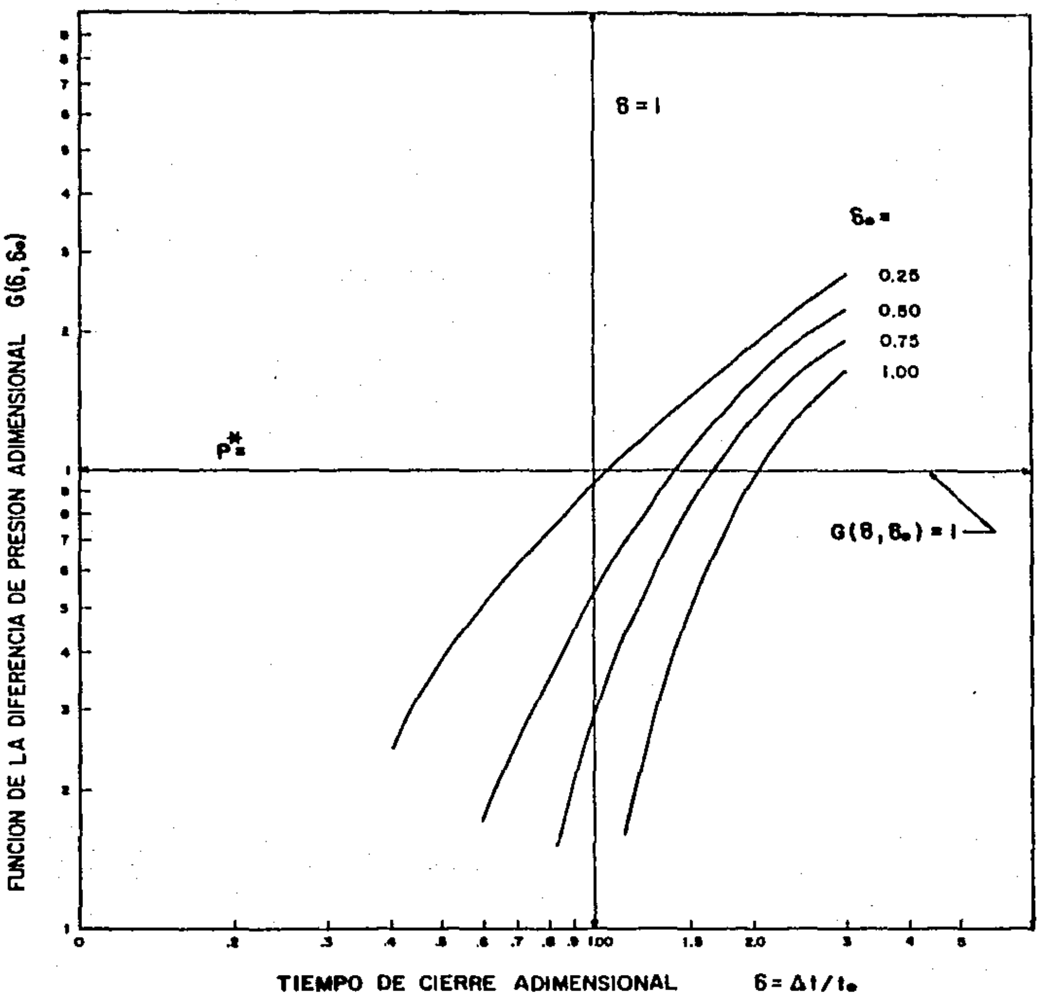
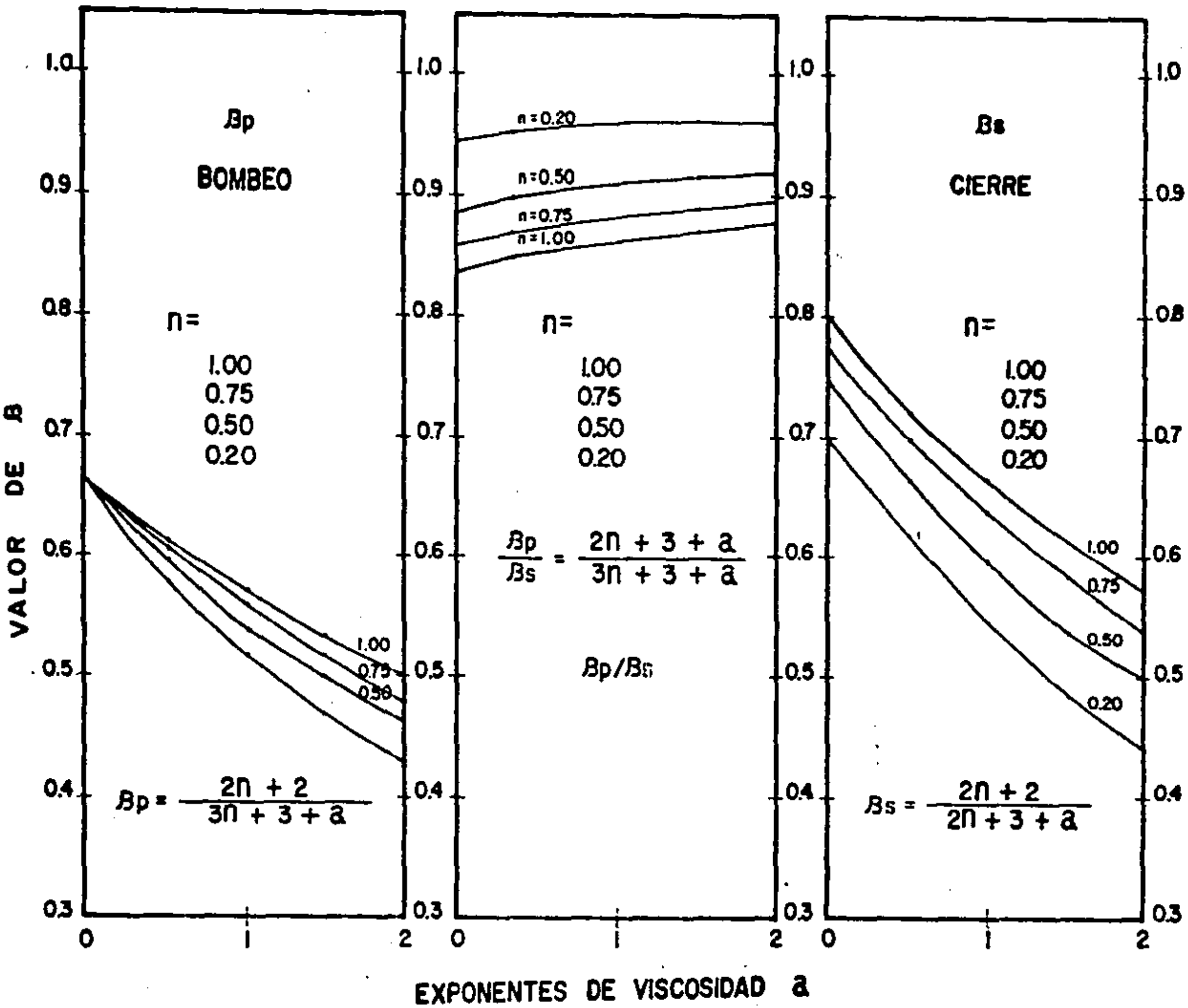


Fig. B-6. CURVAS TIPO PARA DIFERENCIA DE PRESION



FIG, B - 7, VARIACION DE B CON EL EXPONENTE DE VISCOSIDAD

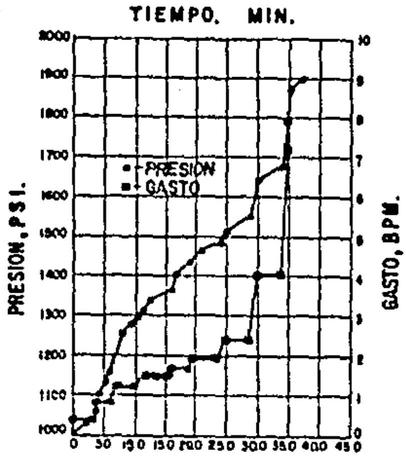


FIG. B-8. PRUEBA DE INCREMENTO DE GASTO POR ETAPAS

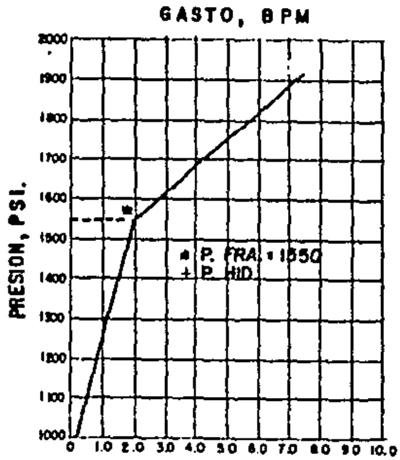


FIG. B-9. ANALISIS DE LA P. DE INCREMENTO POR E.

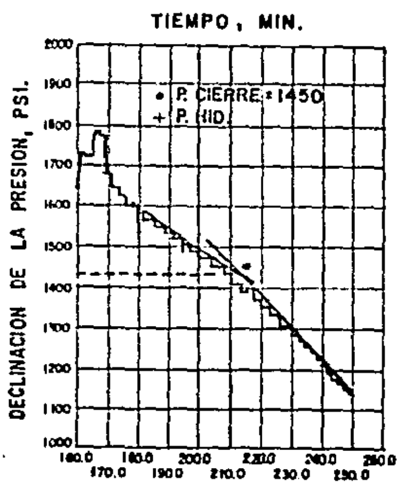


FIG. B-10 PRUEBA DE BOMBEO Y FLUJO.

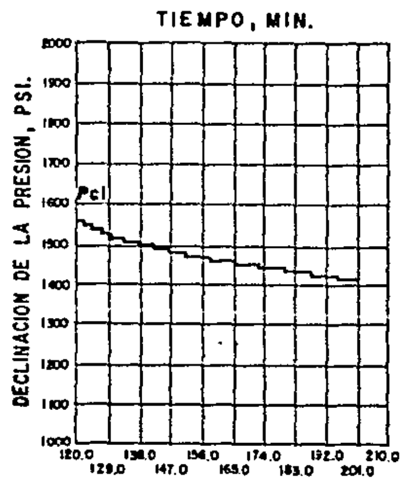


FIG. B-11 PRUEBA DE INYECCION, CIERRE Y COMPORTAMIENTO DE LA PRESION.

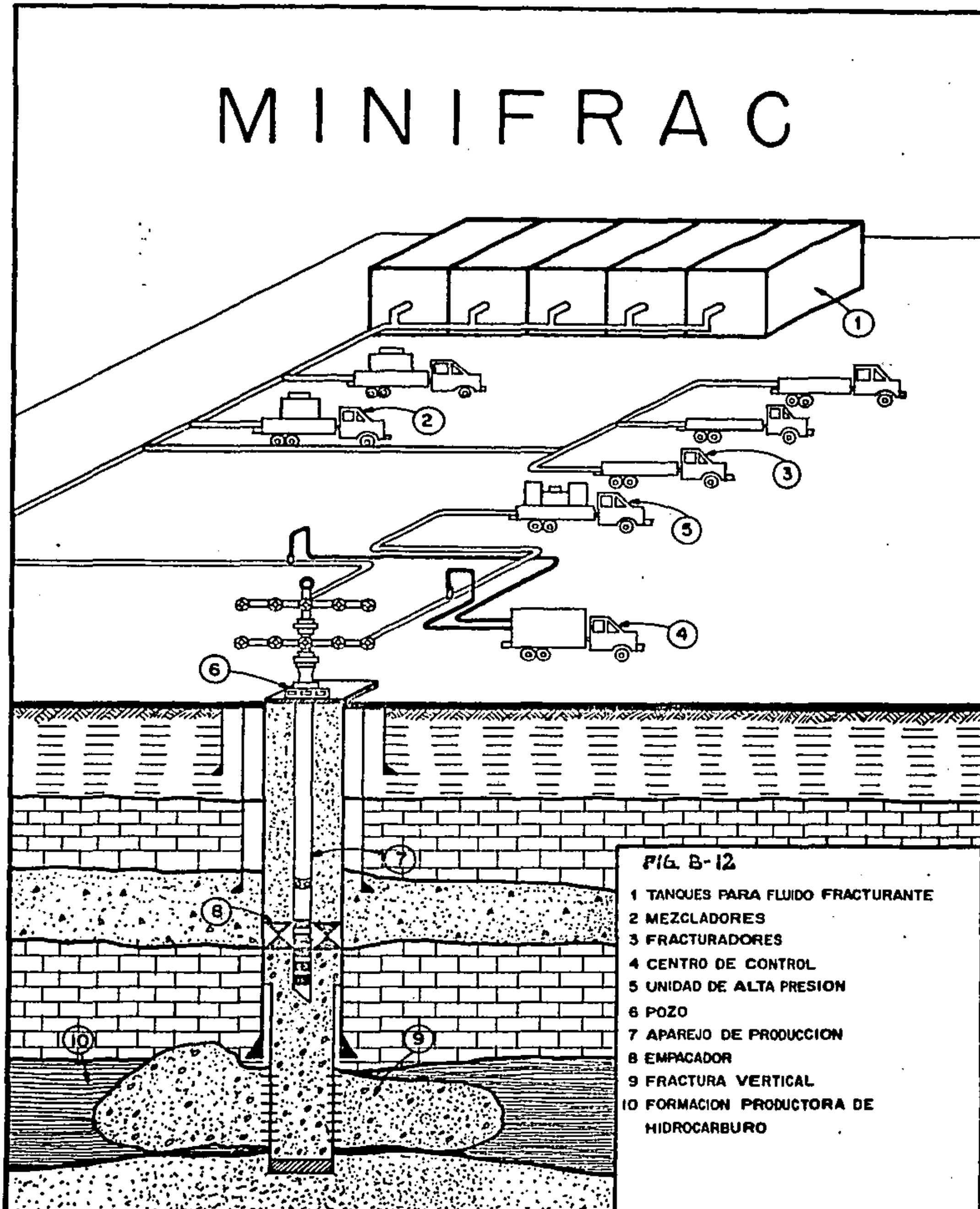

MINIFRAC
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
1 TANQUES PARA FLUIDO FRACTURANTE
2 MEZCLADORES
3 FRACTURADORES
4 CENTRO DE CONTROL
5 UNIDAD DE ALTA PRESION
6 POZO
7 APAREJO DE PRODUCCION
8 EMPACADOR
9 FRACTURA VERTICAL
10 FORMACION PRODUCTORA DE HIDROCARBURO

FIG. B-12